

Universidade Federal de Juiz de Fora
Instituto de Ciências Exatas / Faculdade de Engenharia
Programa de Pós-Graduação em Modelagem Computacional

Marvelúcia Silmara Silva Almeida

**Modelagem matemática e computacional do contato lubrificado de
superfícies em mancais de rolamentos**

Juiz de Fora

2019

Marvelúcia Silmara Silva Almeida

Modelagem matemática e computacional do contato lubrificado de superfícies em mancais de rolamentos

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Modelagem Computacional da Universidade Federal de Juiz de Fora, como requisito parcial para obtenção do título de Mestra em Modelagem Computacional.

Orientadora: Prof. D.Sc. Flávia de Souza Bastos

Coorientadora: Prof. D.Sc. Sara Del Vecchio

Juiz de Fora

2019

Ficha catalográfica elaborada através do programa de geração automática da Biblioteca Universitária da UFJF, com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

Almeida, Marvelúcia Silmara Silva.

Modelagem matemática e computacional do contato lubrificado de superfícies em mancais de rolamentos / Marvelúcia Silmara Silva Almeida. -- 2019.

108 f. : il.

Orientadora: Flávia de Souza Bastos

Coorientadora: Sara Del Vecchio

Dissertação (mestrado acadêmico) - Universidade Federal de Juiz de Fora, ICE/Engenharia. Programa de Pós-Graduação em Modelagem Computacional, 2019.

1. Lubrificação. 2. Rugosidade. 3. Interação Fluido-Estrutura. 4. Atrito. 5. Método dos Elementos Finitos. I. Bastos, Flávia de Souza, orient. II. Vecchio, Sara Del, coorient. III. Título.

Marvelúcia Silmara Silva Almeida

Modelagem matemática e computacional do contato lubrificado de superfícies em mancais de rolamentos

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Modelagem Computacional da Universidade Federal de Juiz de Fora, como requisito parcial para obtenção do título de Mestra em Modelagem Computacional.

Aprovada em: 25 de Fevereiro de 2019

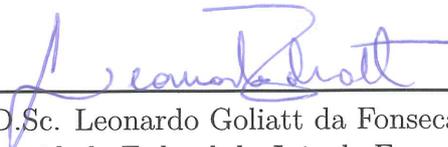
BANCA EXAMINADORA



Prof. D.Sc. Flávia de Souza Bastos - Orientadora
Universidade Federal de Juiz de Fora



Prof. D.Sc. Sara Del Vecchio - Coorientadora
Instituto Federal do Sudeste de Minas Gerais Campus
Juiz de Fora



Prof. D.Sc. Leonardo Goliatt da Fonseca
Universidade Federal de Juiz de Fora



Prof. D.Sc. Claysson Bruno Santos Vimieiro
Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais
Universidade Federal de Minas Gerais

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar agradeço à Deus por ter proporcionado a mim essa experiência, estando ao meu lado, dando-me forças, proteção, e muito amor. Permitindo que não desistisse perante as dificuldades e através da Sua graça capacitou-me para obter o conhecimento necessário.

Agradeço a minha família, em especial meus pais Vera e Maurício pelo apoio, meu filho Kaio pela compreensão e minha irmã Bruna pelo incentivo.

Agradeço com muito carinho meu namorado Robert, que sempre, sempre mesmo, incentivou-me com paciência, amor, compreensão, apoiando-me a cada dia.

Sou grata as minhas orientadoras, Flávia e Sara, as quais me ajudaram muito, compartilhando seus conhecimentos, sendo compreensivas e amigas quando precisei, e claro me orientando da melhor maneira.

Gostaria também de agradecer ao aluno Keven, bolsista de iniciação científica da professora Flávia, o qual foi muito importante no início deste trabalho ao me ajudar com as primeiras medições realizadas com o Rugosímetro.

Agradeço ao Professor Bruno Gonçalves pela confiança e disponibilização do equipamento de Perfilometria Óptica do Laboratório Multidisciplinar de Pesquisa, Desenvolvimento e Inovação em Física Teórica e Aplicada do Instituto Federal do Sudeste de Minas Gerais Campus Juiz de fora, para que realizasse as medições durante a pesquisa. E agradeço imensamente ao amigo Mário Márcio Dias Júnior por toda ajuda e dedicação ao me apoiar na execução dos ensaios.

Agradeço à agência Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES), ao Programa de Pós-Graduação em Modelagem Computacional da Universidade Federal de Juiz de Fora, à Universidade Federal de Juiz de Fora e ao Instituto Federal do Sudeste de Minas Gerais Campus Juiz de Fora pelo auxílio financeiro e apoio na realização deste trabalho.

“Jesus olhou para eles e disse: Para os seres humanos isso não é possível; mas para Deus, tudo é possível.”
(Mateus 19:26)

RESUMO

Diante da principal causa de falhas, a lubrificação inadequada, em um dos componentes mecânicos mais utilizados em maquinários industriais, motor elétrico e à combustão, turbinas hidráulicas, a vapor e eólicas, neste trabalho apresenta-se a modelagem matemática e computacional via *Abaqus*[®] do contato lubrificado entre a superfície rugosa de uma esfera com o plano rígido, o qual corresponde a pista do anel externo, ambos componentes do rolamento de um mancal. O objetivo é analisar a relação entre o atrito de escorregamento e as tensões de cisalhamento produzidos a partir do contato lubrificado entre as asperezas das superfícies, em escala microscópica. Considera-se o modelo do contato sólido-sólido sem lubrificação e o sólido-fluido no regime de lubrificação hidrodinâmico e misto. São aplicados, como dados de entrada, a geometria, as propriedades dos materiais que compõem as partes em movimento e as velocidades relativas. E como saídas, as respostas em termos de forças normais e tangenciais, tensões normais e de cisalhamento, e as pressões no contato e no fluido são obtidas. Os resultados demonstram que o modelo computacional permite averiguar os efeitos da presença da lubrificação no contato de superfícies. Uma vez que, os valores estimados, via simulação computacional, para os coeficientes de atrito no regime de lubrificação hidrodinâmico e misto (próximos a 0,0045 e 0,014, respectivamente) apresentaram alta precisão, isto é, situaram-se dentro da faixa de referência especificada na literatura.

Palavras-chave: Lubrificação. Rugosidade. Interação Fluido-Estrutura. Atrito. Método dos Elementos Finitos. *Abaqus*[®].

ABSTRACT

Due to the main cause of failure, inadequate lubrication in one of the mechanical components most used in industrial machinery, electric and combustion motor, hydraulic, steam and wind turbines, in this work the mathematical and computational model is presented by Abaqus[®] of the lubricated contact between the rough surface of a sphere with the rigid plane, which corresponds to the outer ring track, both components of a rolling bearing. The aim is to analyze the relationship between the slip friction and the shear stresses produced from the lubricated contact between the roughness of the surfaces, on a microscopic scale. It is considered the model of the solid-solid contact without lubrication and the solid-fluid in the regimen of hydrodynamic and mixed lubrication. As input data, the geometry, the properties of the materials making up the moving parts and the relative velocities are applied. And as outputs, the responses in terms of normal and tangential forces, normal and shear stresses, and contact and fluid pressures are obtained. The results demonstrate that the computational model allows to verify the effects of the presence of the lubrication in the contact of surfaces. As the estimated values, through computational simulation, for the coefficients of friction in the hydrodynamic and mixed lubrication regime (close to 0,0045 and 0,014, respectively) presented high precision, that is, they were within the reference range specified in the literature.

Key-words: Lubrication. Roughness. Fluid-Structure Interaction. Friction. Finite Element Method, Abaqus[®].

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Principais causas de falhas em rolamentos ([36])	25
Figura 2 – Representação da área real e aparente na interface de contato ([4])	32
Figura 3 – Diagrama de equilíbrio de força para um corpo em um plano inclinado. Adaptada de Bhushan (2002) ([4])	34
Figura 4 – Curva de Stribeck - Regimes de lubrificação ([12])	35
Figura 5 – Nomenclatura de um mancal de esferas. Adaptada de Budynas e Nisbett (2016) ([6])	37
Figura 6 – Área de contato. Adaptada de Childs (2014) ([9])	38
Figura 7 – Representação gráfica do tensor de tensões ([30]).	42
Figura 8 – Problema elástico linear ([30]).	43
Figura 9 – Escoamento unidimensional ([15]).	47
Figura 10 – Condição de contorno em velocidade ([30]).	52
Figura 11 – Condição de contorno em tensões ([30])	53
Figura 12 – Contato unilateral do sólido elástico. Adaptada de ([39])	55
Figura 13 – Interação sólido-fluido no caso de lubrificação. Adaptada de Wriggers (2002) ([39])	58
Figura 14 – Definição da interface de lubrificação ([39])	59
Figura 15 – Fluxograma representando a metodologia (fonte própria)	62
Figura 16 – Perfilometria óptica da superfície da esfera (fonte própria)	63
Figura 17 – Técnica Confocal Cromática ([26])	64
Figura 18 – Imagem 2D no <i>software</i> GWYDDION da superfície da esfera (fonte própria)	65
Figura 19 – Perfil das asperezas da superfície da esfera - Linha do ponto (301, 4) a (301, 501) μm (fonte própria)	67
Figura 20 – Geração das superfícies no <i>Solidworks</i> [®] (fonte própria)	68
Figura 21 – Textura das asperezas homogêneas - área de 0,0375 x 0,0375mm ² (fonte própria)	69
Figura 22 – Superfície rugosa 3D da esfera (fonte própria)	70
Figura 23 – Superfície rugosa - área de 0,3 x 0,3mm ² (fonte própria)	70
Figura 24 – Texturas das superfícies (fonte própria)	71

Figura 25 – Malha aplicada aos modelos número-computacional (fonte própria)	75
Figura 26 – Impacto do tamanho do elemento fluido na força normal da superfície rugosa (fonte própria)	76
Figura 27 – Impacto do tamanho do elemento sólido na força normal da superfície rugosa (fonte própria)	77
Figura 28 – Posicionamento das instâncias: superfície rugosa (vermelho), domínio do fluido lubrificante (azul) e plano rígido (preto) . . .	78
Figura 29 – Condições de contorno do modelo computacional	80
Figura 30 – Relação entre pressão de contato e folga. Adaptada de Simulia (2011) ([35])	81
Figura 31 – Pressão de contato (p_{max}) em MPa	84
Figura 32 – Pressão no lubrificante (p_f) em MPa	85
Figura 33 – Tensão normal média (σ_n) em MPa	86
Figura 34 – Avaliação das tensões no modelo preliminar	87
Figura 35 – Análise da pressão de contato na superfície do modelo atual . .	88
Figura 36 – Análise da pressão no filme fluido	89
Figura 37 – Avaliação do coeficiente de atrito no modelo atual	89
Figura 38 – Criação da nuvem de pontos (fonte própria).	100
Figura 39 – Linhas traçadas para cálculo da média dos parâmetros de rugosidade 2D (fonte própria)	101
Figura 40 – Textura da superfície criada (fonte própria).	103

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Média dos parâmetros de rugosidade 2D	66
Tabela 2 – Propriedades materiais do fluido (modelo preliminar)	72
Tabela 3 – Parâmetros do mancal e eixo.	72
Tabela 4 – Propriedades do fluido (modelo atual)	73
Tabela 5 – Propriedades do sólido	73
Tabela 6 – Dimensionamento da malha de elementos finitos	75
Tabela 7 – Tempo de simulação	90

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ALE	<i>Arbitrary Lagrangian-Eulerian Method</i> (Método Lagrangeano-Euleriano Arbitrário)
CEL	<i>Coupled Eulerian-Lagrangian Method</i> (Método Lagrangeano-Euleriano Acoplado)
CFD	<i>Computational Fluids Dynamics</i> (Dinâmica dos Fluidos Computacional)
CSE	<i>Co-Simulation Engine</i> (Mecanismo de Co-Simulação)
EDP	Equações Diferenciais Parciais
EHL	Lubrificação Elasto-Hidrodinâmica
EVF	<i>Eulerian Volume Fraction</i> (Fração de Volume Euleriano)
FSI	<i>Fluid Structure Interaction</i> (Interação Fluido-Estrutura)
HD	Lubrificação Hidrodinâmica
ISO	<i>International Standardization Organization</i> (Organização de Padronização Internacional)
MEF	Método dos Elementos Finitos
MVF	Método dos Volumes Finitos
NLGI	<i>National Lubricating Grease Institute</i> (Instituto Nacional Americano de Massas Lubrificantes)
NSK	<i>Nippon Seikō Kabushiki-gaisha</i> (Companhia japonesa de fabricação de rolamentos)
RP	<i>Reference Point</i> (Ponto de Referência)
SAE	<i>Society of Automotive Engineers</i> (Sociedade dos Engenheiros Automotivos)

SEM	<i>Scanning Electron Microscope</i> (Microscópio Eletrônico de Varredura)
SKF	<i>Svenska KullagerFabriken</i> (Empresa multinacional sueca de fabricação e serviços na área de rolamentos e vedações)
TEM	<i>Transmission Electron Microscope</i> (Microscopia Eletrônica de Transmissão)
UFJF	Universidade Federal de Juiz de Fora

LISTA DE SÍMBOLOS

A_a	Área aparente de contato
A_r	Área real de contato
\mathcal{B}	Corpo sólido
\mathbf{b}, b_i, b_j	Vetor de forças mássicas no sólido
\mathbf{b}_f	Vetor de forças mássicas no fluido
\mathbb{C}	Tensor constitutivo
C	Carga
c	Constante
c_p	Constante relacionado ao fluido lubrificante
\mathbf{d}	Tensor de velocidade de deformação
\mathbf{E}	Tensor de deformação material
E	Módulo de elasticidade dos materiais
E'	Módulo de elasticidade efetivo
\mathbf{e}	Tensor de deformação espacial
F_A	Força de atrito
F_K	Força de atrito cinético
F_S	Força de atrito estático
F_N	Força normal
$F(\bullet)$	Função cinética de estado
F_{40}, H_{40}	Propriedade do fluido a 40°C
$\bar{\mathbf{f}}$	Força de corpo

f	Coeficiente de atrito
f_s	Coeficiente de atrito estático
f_k	Coeficiente de atrito cinético
G	Parâmetro do material adimensional
g	Lacuna ou fenda
g_0	Lacuna ou fenda inicial
H_{\min}	Espessura mínima do filme adimensional
H_{100}	Propriedade do fluido a 100°C
h	Espessura do filme
h_s	Altura da fenda em função das deformações do sólido
$h_{s \max}$	Parâmetro de medições de geometria
\mathbf{J}, J_{ij}	Tensor gradiente material
\mathbf{J}^T, J_{ji}	Tensor gradiente material transposto
j_{ij}	Tensor gradiente espacial
\mathbf{K}	Espaço vetorial
\mathbf{n}, n_j	Vetor normal
$\bar{\mathbf{n}}^1$	Vetor normal referente ao corpo 1 em contato
p	Pressão termodinâmica
\bar{p}	Pressão média
p_f	Pressão no fluido
p_{\max}	Pressão máxima de contato
p^*	Condição de contorno em pressões

p_N	Componente normal do campo de tensão
p_1, p_2	Pressões aplicadas ao fluido no modelo computacional
R_a	Rugosidade média
R_q	Rugosidade média quadrática
R_{ku}	<i>Kurtosis</i>
R_{sk}	<i>Skewness</i>
R_x	Raio reduzido na direção x
R_y	Raio reduzido na direção y
r_{ax}	Raio da superfície convexa na direção x
r_{bx}	Raio da superfície côncava na direção x
r_{ay}	Raio da superfície convexa na direção y
r_{by}	Raio da superfície côncava na direção y
r	Parâmetro conforme experimentos
S	Espaçamento entre picos
Tr	Traço de um tensor ou matriz
t	Tempo
\mathbf{t}	Vetor de forças superficiais ou vetor de tensões no sólido
\mathbf{t}_f	Vetor de forças superficiais ou vetor de tensões no fluido
$\mathbf{t}^*, t_j^*, t_i^*$	Condição de contorno em tensões
\mathbf{U}, U_i	Vetor do campo de deslocamento material
U_s	Velocidade de choque
U_p	Velocidade da partícula

U	Parâmetro de velocidade adimensional
\mathbf{u}, u_i, u_j	Vetor do campo de deslocamento espacial
\mathbf{u}^*, u_i^*	Condição de contorno em deslocamento
$\dot{\mathbf{u}}, \mathbf{v}_0$	Velocidade
\ddot{u}_i	Aceleração
u_N	Componente normal do campo de deslocamento
\tilde{u}	Velocidade superficial média do fluido
V	Volume de controle do sólido
V_t	Volume de controle do fluido
V_x, V_y, V_z	Condições de contorno de velocidade aplicadas ao modelo computacional nas direções x, y, z
\mathbf{v}, v_i	Vetor do campo de velocidade
\mathbf{v}_r	Velocidade relativa fluido-parede
\mathbf{v}^*	Velocidade da parede do fluido
$\bar{\mathbf{v}}$	Condição de contorno em velocidade
\mathbf{v}_n	Componente normal do campo de velocidade do fluido
v_f	Velocidade do fluido
\mathbf{X}	Descrição material de uma partícula
X_1, X_2, X_3	Coordenadas materiais
\mathbf{x}, x_i, x_j	Descrição espacial de uma partícula
x_1, x_2, x_3, x, y, z	Coordenadas espaciais
$W, \mathbf{W}, \mathcal{W}$	Espaço vetorial das funções de teste

W'	Parâmetro de carregamento adimensional
w	Função de teste
w^2	Função de teste do corpo 2
\bar{w}^1	Função de teste do corpo 1
w_N	Componente normal do campo da função de teste
w'_z	Carga radial por unidade de comprimento
Z_1	Índice de pressão-viscosidade de Roeland
i, j, k	Índices referentes aos eixos cartesianos x, y, z , respectivamente
α	Ângulo de atrito ou ângulo constante de repouso
α_r	Razão entre raios
Γ_u	Contorno em deslocamentos
Γ_σ	Contorno em tensões
$\Gamma_{u\sigma}$	Contorno deslocamento-tensão
Γ_c	Contorno na área de contato
Γ_v	Contorno em velocidade
Γ_{vn}	Contorno fixo do fluido
δ_{ij}	Delta de Kronecker
Δ	Operador Laplaciano
$\varepsilon, \varepsilon_{ij}$	Tensor de deformação infinitesimal
η_0	Viscosidade dinâmica do fluido à pressão igual a zero
η_1, η_2	Parâmetros constitutivos da função viscosidade
η_∞	Constante relacionada ao fluido lubrificante

θ	Temperatura
κ	Parâmetro de elipticidade
λ, μ	Constantes de Lamé
λ_f	Viscosidade cinemática do fluido
λ_{40}	Viscosidade cinemática do lubrificante a 40°C
λ_{100}	Viscosidade cinemática do lubrificante a 100°C
μ_f	Viscosidade dinâmica do fluido
ν	Coefficiente de Poisson
ξ	Índice pressão-viscosidade no EHL
π	Constante de valor 3,1416
ρ	Função densidade espacial
$\bar{\rho}$	Função densidade material
ρ_f	Densidade do fluido
ρ_0	Densidade do sólido elástico linear
$\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\sigma}_{ij}$	Tensor de tensões do sólido
$\boldsymbol{\sigma}_f$	Tensor de tensões do fluido
$\sigma_n, \sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$	Tensão normal
$\tau, \tau_{xy}, \tau_{xz}, \tau_{yz}$	Tensão de cisalhamento
χ	Propriedade qualquer
$\frac{d}{dx}$	Operador derivada total
$\frac{\partial}{\partial x}$	Operador derivada parcial

$\frac{\partial^2}{\partial x^2}$	Operador derivada parcial de segunda ordem
$\partial V, \Gamma$	Contorno do volume de controle sólido
∂V_t	Contorno do volume de controle fluido
∇	Operador gradiente ou operador Nabla
∇^S	Operador gradiente simétrico
\int	Operador Integral
Σ	Operador Somatório
\neq	Diferente
\equiv	Equivalência
$=$	Igualdade
\ll	Muito menor
\forall	Para todo
$\%$	Porcentagem/ Por cento
\in	Pertence
\emptyset	Vazio
$\otimes, :$	Produto vetorial
\cdot	Produto escalar
cSt	Centistokes
$^{\circ}\text{C}$	Graus Celsius
GPa	Giga Pascal
kg	Kilograma
MN	Mega Newton

MPa	Mega Pascal
μm	Micrômetro
μs	Microsegundo
mm	Milímetro
ms	Milisegundo
N	Newton
s	Segundo

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	24
1.1	CONTEXTUALIZAÇÃO E MOTIVAÇÃO	24
1.2	OBJETIVOS GERAIS	28
1.3	OBJETIVOS ESPECÍFICOS	28
1.4	ORGANIZAÇÃO DO TEXTO	29
2	TRIBOLOGIA	30
2.1	CARACTERIZAÇÃO DE SUPERFÍCIES SÓLIDAS	30
2.2	CONTATO ENTRE SUPERFÍCIES	31
2.3	ATRITO	33
2.4	LUBRIFICAÇÃO DE SUPERFÍCIES SÓLIDAS - ROLAMENTOS	34
2.4.1	Mancais de Rolamentos	37
3	FORMULAÇÃO MATEMÁTICA	39
3.1	MECÂNICA DOS MEIOS CONTÍNUOS	39
3.1.1	Mecânica do Sólido Elástico Linear	40
3.1.1.1	<i>Abordagem do problema elástico linear</i>	<i>42</i>
3.1.1.1.1	Equações governantes	43
3.1.1.1.2	Condições de contorno	45
3.1.2	Mecânica dos Fluidos	46
3.1.2.1	<i>Abordagem do problema de mecânica dos fluidos</i>	<i>48</i>
3.1.2.1.1	Equações governantes	48
3.1.2.1.2	Condições de contorno	51
3.2	MECÂNICA DO CONTATO	53
3.2.1	Problema do contato sem atrito de um sólido elástico linear com sólido rígido	54
3.2.2	Lubrificação no contato	58
3.2.3	Sistema acoplado	60
4	METODOLOGIA	62

4.1	GERAÇÃO DA TEXTURA DE RUGOSIDADE	62
4.1.1	Ensaio de perfilometria óptica	63
4.1.1.1	<i>Análise dos dados medidos da superfície</i>	<i>65</i>
4.1.2	Textura das asperezas homogêneas	67
4.1.2.1	<i>Modelo preliminar</i>	<i>67</i>
4.1.2.2	<i>Modelo atual</i>	<i>69</i>
4.1.3	Textura da superfície através da Perfilometria Óptica . .	69
4.2	MODELO NUMÉRICO COMPUTACIONAL	71
4.2.1	Criação das partes e aplicação das propriedades materiais	71
4.2.1.1	<i>Modelo preliminar</i>	<i>72</i>
4.2.1.2	<i>Modelo atual</i>	<i>73</i>
4.2.2	Características e convergência da malha	74
4.2.2.1	<i>Convergência do modelo atual</i>	<i>76</i>
4.2.3	Montagem das partes e definição das condições de con-	
	torno	77
4.2.4	Tratamento do problema fluido-estrutura no <i>Abaqus</i>[®] . .	79
4.2.4.1	<i>Definições do contato e modelagem da interação fluido-estrutura</i>	<i>81</i>
4.2.4.2	<i>Solução de problemas não-lineares</i>	<i>83</i>
5	RESULTADOS E ANÁLISES	84
5.1	MODELO PRELIMINAR	84
5.2	MODELO ATUAL	87
6	CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS	91
	REFERÊNCIAS	94
	APÊNDICE A – Cálculo da espessura mínima do filme	
	lubrificante no EHL	98
	APÊNDICE B – Dados do cálculo da nuvem de pontos	
	da superfície de asperezas homogêneas	100

APÊNDICE C – Técnica para cálculo da média dos parâmetros de rugosidade	101
APÊNDICE D – Elaboração da superfície mais realística do modelo atual	102
APÊNDICE E – Etapas de modelagem	104

1 INTRODUÇÃO

1.1 CONTEXTUALIZAÇÃO E MOTIVAÇÃO

Os mancais de rolamentos são elementos de máquinas responsáveis por permitir a rotação de um eixo de carga, onde a carga principal é transmitida por elementos em contato rolante ao invés de contato de deslizamento ([6]). Possuem uma vasta área de aplicação nos maquinários industriais dos mais variados segmentos. Além disso, são amplamente empregados nas caixas multiplicadoras de velocidade presentes em turbinas hidráulicas e eólicas, e em caixas redutoras de velocidade situadas nos motores automobilísticos.

Segundo a NSK (2018) ([29]), uma das líderes mundiais na fabricação de rolamentos, em média, um carro possui de 100 a 150 desses elementos, sendo a maioria situada no motor, alguns no alternador, bomba de água, compressor do ar condicionado, entre outros. Ao desempenharem sua função, estão sujeitos ao excesso de calor, vibração e súbitas mudanças de carga, e também água, areia e poeira ([29]).

Em termos de aplicação nas caixas multiplicadoras de aerogeradores, os rolamentos são responsáveis por 76% dos problemas ocorridos nessas turbomáquinas, as quais são projetadas para operarem por cerca de 20 anos. Porém, em apenas alguns anos de funcionamento, falhas nos rolamentos devido às cargas e lubrificação são reportadas, estimulando diversos estudos em laboratórios específicos na área de geração de energia eólica a respeito das possíveis causas ([32]).

Por estar presente em 90% dos motores elétricos e serem os componentes mais frágeis dentro do motor, a Engeteles, uma empresa de engenharia de manutenção, consultoria e treinamentos, realizou uma pesquisa das principais causas de falhas em rolamentos. Descobriram que 53% das falhas desses elementos estão relacionadas a problemas com a lubrificação (34% de lubrificação inadequada mais 19% de contaminação), considerando que a contaminação pode ser evitada quando a lubrificação é realizada de maneira correta, Figura 1 ([36]).

Assim sendo, parâmetros como carga, velocidade, viscosidade e temperatura de operação do lubrificante entre as partes em contato podem afetar as carac-

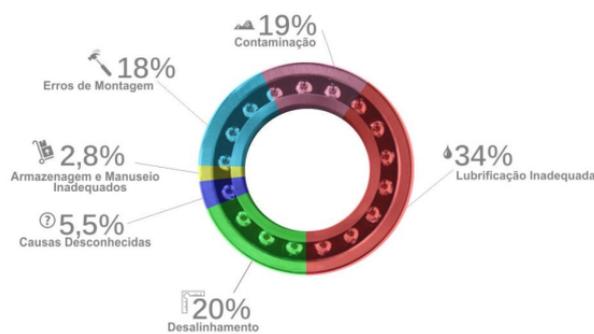


Figura 1 – Principais causas de falhas em rolamentos ([36])

terísticas friccionais do mancal de rolamento ocasionando defeitos nos mesmos, conseqüentemente, nos sistemas em que se inserem. Portanto, é imprescindível conhecer melhor o desempenho e vida desses rolamentos e sua relação com os efeitos da presença da lubrificação, a fim de garantir a eficácia, eficiência e segurança das máquinas compostas por tais componentes mecânicos.

A existência de um filme lubrificante no movimento relativo entre superfícies pode reduzir os efeitos do atrito, desgaste e aquecimento ([6]). Segundo Burstein (2011) ([7]), a lubrificação é um meio prático eficaz para reduzir as perdas por atrito e aumentar a vida das partes em contato. Devido a sua importância, muitos estudos a respeito dos efeitos e manutenção dos lubrificantes são realizados, não só com referência a aplicabilidade em máquinas como é o objeto deste estudo, mas também em sistemas biológicos, como a saliva presente entre os dentes (Ferraz, 2018) ([13]) e o líquido sinovial situado entre as cartilagens dos ossos (NEWS MEDICAL LIFE SCIENCES, 2010) ([27]) e (UNIVERSITY OF ARKANSAS NEWS, 2018) ([38]).

A pesquisa de Ferraz (2018) ([13]) mostra um trabalho desenvolvido no ramo da biomecânica que trata do contato oclusal dentário humano, uma vez que a saliva comporta-se como um lubrificante funcional no ambiente oral e tem como objetivo principal reduzir os esforços atritantes e o desgaste.

No site de notícias de ciências médicas (2010) ([27]), apresenta-se um estudo elaborado por pesquisadores do *Rhode Island Hospital* (Hospital da Ilha Rhode) nos Estados Unidos, o qual identifica alternativas para restaurar a lubrificação da

cartilagem do joelho, a fim de impedir a osteodistrofia, doença comum degenerativa que envolve a degradação das junções, da cartilagem articulada e do osso subcondral, em consequência do esforço mecânico na área. E na página de notícias da Universidade de Arkansas nos Estados Unidos (2018) ([38]) é retratado um trabalho desenvolvido por engenheiros mecânicos, o qual se refere a um método que pode prolongar a vida de um quadril artificial, adicionando uma série de recortes microscópicos que aumentam a espessura de um filme lubrificante em sua superfície. Cabe ressaltar que o mecanismo de lubrificação natural é difícil de ser compreendido devido à natureza complexa do líquido sinovial presente nas interfaces conjuntas dos implantes.

Aplicado à área dos mancais de rolamentos, diversas pesquisas acadêmicas e tecnológicas relacionadas às causas do desgaste foram desenvolvidas recentemente, de maneira que analisam o desgaste considerando a superfície rugosa dos materiais em contato e os efeitos do filme lubrificante entre as partes.

Como Albers e Reichert (2017) ([1]), que investigaram a influência da rugosidade superficial no deslizamento entre superfícies com um modelo numérico utilizando elementos finitos. Tonazzi et al. (2017) ([37]) apresentaram uma análise numérica em 3 dimensões (3D) em elementos finitos de rolamentos submetidos a altas cargas e movimento oscilante, de maneira a reproduzir condições extremas de operação, e a partir disso, observaram o comportamento elasto-plástico dos materiais e o atrito gerado, além de analisar as tensões e deformações obtidas em função do atrito, carga e conformidade da superfície. E Zapletal et al. (2018) ([40]) que desenvolveram um estudo experimental para revelar a conexão entre a espessura do filme lubrificante e o atrito de uma textura de superfície uniforme durante a transição do filme completo (lubrificação hidrodinâmica) para lubrificação mista nos contatos não conformes.

Em termos de análise de desgaste, Farfán-Cabrera e Gallardo-Hernández (2017) ([11]) propuseram um método alternativo e confiável para a avaliação do desgaste no deslizamento contínuo lubrificado presente nos mancais de rolamentos através de uma variação do teste de abrasão em microescala. Tal trabalho considerou o regime de lubrificação elastohidrodinâmico e características geométricas do contato elíptico. Machado et al. (2018) ([23]) analisaram a resposta temporal de um sistema

rotor-rolamento sob diferentes condições de desgaste do rolamento, para definir um comportamento geral de vibração que caracterize a presença do desgaste no rolamento. Por meio da resposta espectral do sistema, foi possível comparar os rolamentos sem desgaste com os desgastados.

Geralmente, a lubrificação à graxa é mais utilizada em rolamentos, uma vez que se apresenta mais viscosa ao óleo e possui outras propriedades que melhor influenciam nas características friccionais do movimento rolante, como o tipo de espessante empregado em sua forma, o qual é responsável por sua consistência ([16]).

Assim, várias pesquisas foram feitas em relação à composição e propriedades da graxa para avaliar seu comportamento, baseadas na ciência conhecida por Reologia. Como Morales-Espejel et al. (2014) ([25]), os quais investigaram a área lubrificada à graxa dos rolamentos operando a baixa velocidade, com o intuito de desenvolver um método que melhor considere o parâmetro de qualidade de lubrificação, baseando-se nos efeitos do espessante de graxa e não apenas na viscosidade do óleo base. E Laurentis et al. (2016) ([21]) que analisaram a relação entre vários componentes de graxas (espessante e óleo base) usadas em rolamentos com o atrito de deslizamento produzido em contatos lubrificados. Chegou à conclusão que as graxas comportam-se de maneira similar aos seus óleos base em velocidades relativamente altas, enquanto que a velocidades baixas, o atrito gerado está vinculado ao tipo de espessante e propriedades do filme lubrificante.

Mais precisamente no ramo da Reologia, Saatchi et al. (2017) ([34]) estudaram o mecanismo de escoamento do óleo presente na composição das graxas espessadas por complexo de lítio, sulfonato de cálcio e poliureia. De forma que as características reológicas e de escoamento da graxa foram interpretadas com precisão segundo os efeitos da geometria das partículas espessantes individuais empregada, ou seja, sendo consideradas dentro da matriz do óleo base.

Neste trabalho apresenta-se um modelo computacional 3D, implementado em escala microscópica no *software Abaqus*[®] (programa de elementos finitos), que investiga as tensões, pressões e atrito gerados entre as asperezas das superfícies em contato das partes que compõem o rolamento. Tal modelo considera a interação

fluido-estrutura do contato lubrificado entre superfícies metálicas, as quais representam a esfera e a pista do anel externo dos rolamentos. O estudo feito baseia-se na ciência chamada Tribologia, na Mecânica do Sólido Elástico Linear e do Fluido Viscoso Newtoniano Incompressível, na formulação da Mecânica do Contato, no método Lagrangeano-Euleriano Acoplado e em regimes de lubrificação aplicados à mancais de rolamentos.

O Método dos Elementos Finitos (MEF) são amplamente aplicados para resolver as equações diferenciais parciais (EDP) que descrevem um problema. Essa técnica divide o domínio da solução em regiões, comumente chamadas de "elementos", e a solução aproximada obtida para cada um desses elementos é somada, levando em consideração as continuidades dos elementos em seus limites.

A Tribologia é uma ciência que estuda as interações das superfícies, e considera que o atrito produzido entre o contato dessas pode causar significativo desgaste ([22]). Uma vez que a rugosidade superficial está intimamente associada ao desenvolvimento dos sistemas tribológicos, conforme Albers e Reichert (2017) ([1]), considera-se neste estudo a análise do contato entre as asperezas das superfícies.

O método Lagrangeano-Euleriano Acoplado (CEL) é um recurso utilizado para modelar problemas de interação fluido-estrutura (FSI) no *Abaqus*[®]. Neste trabalho, a malha lagrangeana foi empregada à parte sólida (superfície rugosa) e para o fluido (lubrificante) usou a malha de elementos eulerianos.

1.2 OBJETIVOS GERAIS

A partir do emprego da técnica de modelagem computacional via elementos finitos, no presente estudo busca-se analisar a influência da presença de um filme lubrificante entre as asperezas de superfícies em contato. Estas retratam o contato das partes que compõem os rolamentos de mancais.

1.3 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

De maneira específica busca-se:

1. Criar um modelo 3D do contato seco e lubrificado entre uma superfície de

textura uniforme (picos e vales de mesma altura) e um plano rígido.

2. Comparar os resultados obtidos em termos de tensões normais e tangenciais e pressões de contato.
3. Realizar o ensaio de perfilometria da superfície rugosa da esfera presente no rolamento.
4. A partir disso, elaborar um modelo 3D da superfície mais realística.
5. Com esta, implementar um modelo do contato sólido-fluido, considerando diferentes regimes de lubrificação.
6. Analisar os resultados em relação às pressões e forças de contato para estimar o coeficiente de atrito.

1.4 ORGANIZAÇÃO DO TEXTO

Este trabalho está estruturado em 6 capítulos, incluindo o capítulo de introdução. No Capítulo 2, é apresentada a ciência Tribologia e os assuntos que a relacionam como a caracterização de superfícies e o estabelecimento do contato entre elas. Além disso, definições do atrito gerado entre as superfícies em contato são tratadas, de forma a relacionar aos regimes de lubrificação aplicados a rolamentos de mancais. No Capítulo 3, a formulação dos problemas de mecânica do sólido elástico linear e do fluido newtoniano incompressível são expressos em termos das equações de balanço, constitutivas, compatibilidade ou de estado, assim como os tipos de condições de contorno empregadas. Em seguida, de maneira sucinta, a formulação da mecânica do contato entre sólidos e os aspectos relacionados à presença de um filme lubrificante entre eles são dispostos. No Capítulo 4, é descrita a metodologia empregada para implementação dos modelos de contato sólido-sólido e sólido-fluido conforme os objetivos estabelecidos. No Capítulo 5, os resultados alcançados e as análises acerca dos modelos preliminar (com asperezas homogêneas) e atual (constituído pela superfície de rugosidade mais realística) são demonstrados. Por fim, o Capítulo 6 retrata as conclusões obtidas conforme o que se verificou no capítulo anterior, e são descritas algumas sugestões para dar continuidade a este estudo.

2 TRIBOLOGIA

Tribologia é a ciência e tecnologia que estuda as interações das superfícies em movimento relativo, levando em consideração os efeitos do atrito, desgaste e lubrificação entre as partes. Os contatos de superfícies na interface tribológica são altamente complexos e sua compreensão demanda conhecimento em distintas áreas como física, química, mecânica dos sólidos e dos fluidos, termodinâmica, matemática aplicada, lubrificação, entre outras. Estudos fundamentados por essa ciência levam a maior eficiência, melhor desempenho, menos danos e até economias consideráveis em sistemas nos quais estão presentes o movimento deslizante e rolante entre superfícies ([4]).

2.1 CARACTERIZAÇÃO DE SUPERFÍCIES SÓLIDAS

Ainda que sejam empregados métodos de preparo e tratamento que busquem obter precisamente uma superfície completamente lisa, as superfícies sólidas apresentam irregularidades ou desvios em sua forma geométrica. Essas irregularidades podem ser de várias ordens, que vão dos desvios de forma à avarias de ordem de distâncias interatômicas ([4]).

Existem diversas técnicas capazes de caracterizar as camadas das superfícies e permitir sua análise como o uso de microscópio óptico de alta ampliação, microscópio eletrônico de varredura (SEM), microscopia eletrônica de transmissão (TEM), entre muitos outros métodos. Para medidas de rugosidade de superfícies é comum se utilizar equipamentos como rugosímetro, que realiza as medições através do contato físico com a peça, ao contrário do que ocorre quando se usa os Perfilômetros Ópticos. Assim, a partir do emprego de técnicas disponíveis é possível analisar a textura superficial de sólidos, sua rugosidade (da ordem de nanômetros ou micrômetros) e sua ondulação (macrorugosidade) ([4]).

Segundo Bhushan (2002) ([4]), textura é o desvio nominal repetitivo ou aleatório da superfície representada em uma topografia tridimensional. A rugosidade constitui-se por flutuações na superfície de comprimentos de onda pequenos, caracterizada por picos e vales de amplitudes e espaçamentos variáveis. Ondulação

é a irregularidade da superfície com comprimentos de onda maiores.

Em problemas de contato, é importante avaliar os parâmetros de rugosidade média, os estatísticos e os fractais que descrevem a caracterização de uma superfície rugosa. Entretanto, é permitido atentar aos principais, como os parâmetros de amplitude conhecidos por rugosidade média (R_a), que corresponde a média aritmética dos valores absolutos de desvios verticais em relação à linha média do perfil; e rugosidade média quadrática (R_q) definida como a raiz quadrada da média aritmética do quadrado dos desvios verticais em relação a linha média do perfil; Além das medidas de *skewness* e *kurtosis*, que são parâmetros estatísticos relacionados a uma função de distribuição de probabilidade das amplitudes chamada de distribuição Gaussiana, através dos quais se obtém informações a respeito da topografia.

A *skewness* indica o grau de simetria da função de densidade e a *kurtosis* o grau de achatamento da função gaussiana. Dessa forma, se os picos e vales se desviarem da linha de referência aproximadamente na mesma quantidade, o valor da *skewness* será $R_{sk} = 0$ e de *kurtosis* $R_{ku} = 3$. Porém, uma superfície com $R_{sk} < 0$ ou $R_{ku} < 3$ tem um grande número de máximos locais acima da linha média em comparação com uma distribuição gaussiana, e quando apresenta $R_{sk} > 0$ ou $R_{ku} > 3$ possui grande número de máximos locais abaixo da média ([4] ([16])). E a teoria completa sobre o assunto pode ser encontrada na bibliografia de Bhushan (2002) ([4]).

2.2 CONTATO ENTRE SUPERFÍCIES

Segundo Rabinowicz (1995) ([33]), algumas propriedades dos materiais possuem grande influência nas interações de superfícies. Elas governam o comportamento na região de interação e podem ser divididas em duas categorias, as propriedades de volume relacionadas ao contato dos corpos como um todo, e as propriedades de superfície que caracterizam a interface de contato desses corpos. Algumas propriedades de volume são a resistência plástica e ao escoamento, a dureza de penetração, os parâmetros elásticos como módulo de Young (módulo de elasticidade), módulo de cisalhamento, energia elástica armazenada, além daquelas que indicam fragilidade do material como taxa de tensão de fratura, taxa de defor-

mação plástica, entre outras. E as propriedades referentes à superfície são a energia interfacial, a reatividade química, ou seja, a tendência da superfície adquirir um filme de superfície de distintas composições químicas, ou mesmo absorver moléculas do ambiente.

No momento em que duas superfícies são colocadas em contato, microscopicamente, algumas regiões estarão realmente em contato enquanto outras não. Isso ocorre devido às asperezas presentes na superfície, fazendo com que haja uma área real de contato A_r , conhecida como a soma das áreas das junções, e a área aparente A_a como pode ser observado na Figura 2 ([4] e [33]).

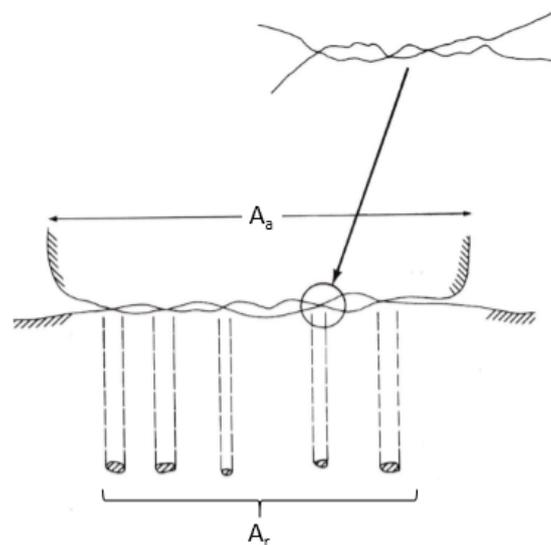


Figura 2 – Representação da área real e aparente na interface de contato ([4])

Conforme Bhushan (2002) ([4]), a área real de contato é uma função da textura da superfície, das propriedades dos materiais e das condições de carregamento interfacial, e sua determinação está inserida nos problemas de atrito e desgaste entre superfícies. Além disso, a deformação da superfície pode ser elástica, plástica, viscoelástica, viscoplástica e está condicionada a tensões normais e tangenciais nominais, à superfície rugosa e às propriedades dos materiais.

Os estudos iniciais sobre a mecânica do contato são de Hertz (1882). Este realizou a primeira formulação que analisa a deformação e pressão de contato

entre dois sólidos elásticos com geometrias estabelecidas por superfícies quadráticas. Baseava-se no fato de que as superfícies são contínuas, lisas, não-conformes e sem atrito, as deformações são pequenas, e cada sólido é considerado como um meio-espaço elástico na região próxima ao contato. Para mais detalhes a respeito dessa formulação, indicam-se as bibliografias de Bhushan (2002) ([4]) e Bastos (2008) ([2]).

2.3 ATRITO

De acordo com Bhushan (2002) ([4]), atrito é a resistência ao movimento rolante ou de escorregamento, evidenciado quando dois corpos sólidos movem-se em contato tangencial. Assim, há a geração da força de atrito, a qual corresponde a força tangencial resistiva atuante no sentido contrário ao movimento. Além disso, não só existe o atrito seco, conhecido também como atrito de Coulomb, o qual é obtido na interação de superfícies secas em movimento, mas também o atrito fluido que consiste nas componentes tangenciais das forças agindo nas camadas adjacentes de líquidos ou vapores situados entre superfícies.

Considerando dois corpos em contato sujeitos a uma carga, para ocorrer o movimento relativo entre eles é preciso aplicar uma força tangencial às partes, chamada de força de atrito estático (F_S). A fim de que o movimento seja mantido é necessária a ação de uma força tangencial conhecida por força de atrito cinética (F_K) ([4]). A relação entre elas pode ser observada na Equação (2.1).

$$F_S \geq F_K \quad (2.1)$$

Na aplicação do contato sólido-sólido, são consideradas algumas leis referentes ao atrito de escorregamento. Duas delas são explícitas pelas equações de Amontons, um físico que as elaborou em 1699, demonstradas nas Equações (2.2) e (2.3). Elas expressam que o coeficiente de atrito é independente da carga normal e da área aparente ([4]).

$$F_A = f F_N \quad (2.2)$$

$$f_s = \tan\alpha \quad (2.3)$$

Onde f é uma constante conhecida como coeficiente de atrito dito estático (f_s) ou cinético (f_k), F_A é a força tangencial aplicada para ocorrer o movimento ou força de atrito, F_N é a carga normal a qual os corpos estão sujeitos, α é o ângulo de atrito ou ângulo constante de repouso, o qual indica a inclinação de um plano no qual está localizado um corpo estacionário, ao modificar a angulação o corpo desliza sobre a superfície, como pode ser melhor compreendido através da Figura 3.

Outra lei que aborda o coeficiente de atrito é a lei de Coulomb definida em 1785, demonstra que o coeficiente de atrito é independente da velocidade de escorregamento uma vez que o movimento é iniciado.

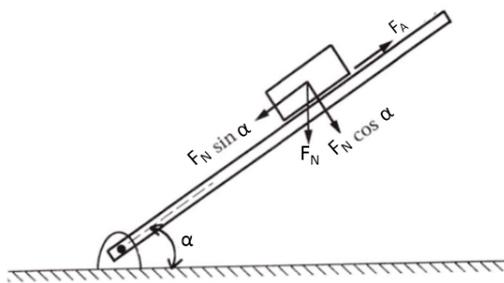


Figura 3 – Diagrama de equilíbrio de força para um corpo em um plano inclinado. Adaptada de Bhushan (2002) ([4])

2.4 LUBRIFICAÇÃO DE SUPERFÍCIES SÓLIDAS - ROLAMENTOS

As superfícies em movimento relativo que estão separadas por uma camada de fluido espessa podem não apresentar desgaste, possuindo apenas como resistência ao movimento a ação da viscosidade do lubrificante. Entretanto, tal condição de operação é impraticável, principalmente quando a velocidade de deslizamento é baixa ou a carga aplicada às superfícies são altas ([5]).

Conforme Bhushan (2002) ([4]), um alto coeficiente de atrito e desgaste crítico ocorre quando duas superfícies sólidas deslizam sem filme lubrificante entre elas, em virtude das propriedades referentes à baixa dureza, alta energia superficial, reatividade e solubilidade mútua. Assim, lubrificantes são aplicados para produzir baixo atrito e desgaste.

Ao empregar uma película fina de lubrificante líquido, na ordem de rugosidade superficial das superfícies móveis, um atrito e desgaste relativamente baixos são alcançados, se comparado ao contato sólido-sólido. Logo, a aplicação de uma camada de fluido impede o contato sólido-sólido e chega a fornecer atrito muito baixo (na faixa de 0,001 – 0,003) e desgaste irrisório ([4]).

Os regimes de lubrificação são classificados conforme as condições impostas às partes em contato deslizante, como velocidade v_f , carga C , viscosidade do fluido λ_f , e podem ser relacionados ao coeficiente de atrito através da curva de Stribeck (1902), Figura 4. Ao observar a curva de Stribeck, nota-se que quanto menos viscoso é o fluido, maior é o coeficiente de atrito. Além disso, a espessura do filme h tem papel fundamental na caracterização do regime de lubrificação.

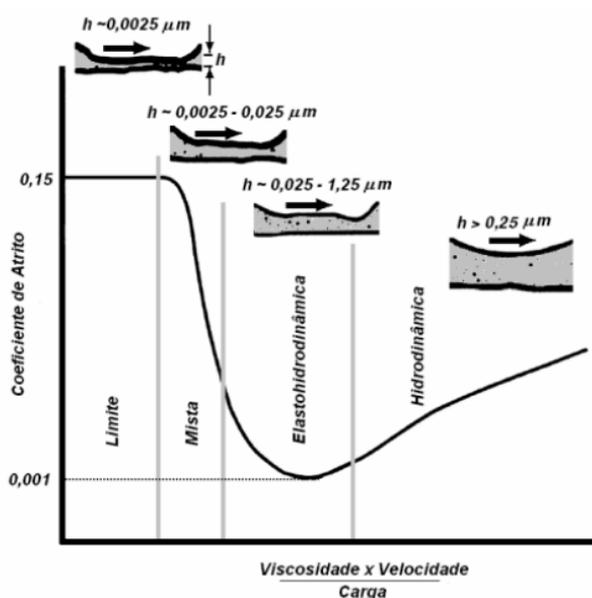


Figura 4 – Curva de Stribeck - Regimes de lubrificação ([12])

Segundo Budynas e Nisbett (2016) ([6]), a ação lubrificante hidrodinâmica (HD) acontece quando a velocidade relativa entre as superfícies de deslizamento é alta o bastante a fim de gerar uma pressão suficiente no filme devido à superfície móvel, separando totalmente as regiões iminentes de contato contra a carga do mancal.

Assim, no regime HD o filme é comumente espesso de maneira que as superfícies sólidas não se encostam ([16]). E o coeficiente de atrito pode ser tão pequeno quanto 0,001 (Figura 4).

De acordo com Bhushan (2002) ([4]), como o atrito aumenta ligeiramente com a velocidade de deslizamento devido ao arrasto viscoso, no regime HD o contato físico pode ocorrer durante operações de partida e parada com baixas velocidades de superfície. O comportamento do contato é governado pelas propriedades físicas do lubrificante, particularmente a viscosidade, e as características de atrito surgem somente do cisalhamento do lubrificante viscoso.

Um melhor desempenho do mancal de rolamento é obtido com o regime de lubrificação elasto-hidrodinâmico ([11]). Logo, o cálculo da espessura mínima do filme lubrificante foi realizado conforme esse regime e aplicado ao modelo preliminar elaborado, como será demonstrado adiante.

Segundo Hamrock et al. (2004) ([16]), geralmente, esse tipo de lubrificação é associado ao contato de superfícies não-conformes, ou seja, que não se ajustam muito bem uma à outra. E considerando neste trabalho o contato entre superfícies metálicas com alto módulo de elasticidade, as propriedades de deformação elástica e os efeitos de pressão e viscosidade são relevantes.

O regime misto representa a região de transição entre os regimes de lubrificação hidrodinâmica, elasto-hidrodinâmica e limite (ou contorno), onde podem estar atuando mais de um modo de lubrificação. Os contatos das asperezas das superfícies podem ser mais constantes, porém em outras regiões permanecem sustentadas pelo filme parcial hidrodinâmico. Na lubrificação mista, a espessura do filme fica em torno de $0,025 - 2,5\mu\text{m}$ ([4]).

Dando continuidade ao estudo de interação fluido-estrutura, os regimes de lubrificação hidrodinâmico e misto são abordados para o contexto de mancais de rolamentos. Nesta análise, um modelo atual, caracterizado pelas rugosidades medidas em um ensaio, foi considerado.

2.4.1 Mancais de Rolamentos

O mancal é um suporte ou guia que situa um componente de máquina com referência a outro, de maneira que o movimento relativo estabelecido pode ocorrer enquanto as forças associadas à operação da máquina são transmitidas de forma suave e eficiente. São classificados de acordo com o modo de operação básico em mancal de fricção, hidrodinâmico, hidrostático ou de rolamento, mas também em relação à direção e natureza da carga aplicada como mancal radial, axial (empuxo) ou dos dois tipos. A carga axial possui direção de atuação paralela ao eixo e a radial perpendicular ao eixo ([16]). Um mancal de rolamento de esferas sujeito às cargas radiais pode ser visualizado em mais detalhes na Figura 5.

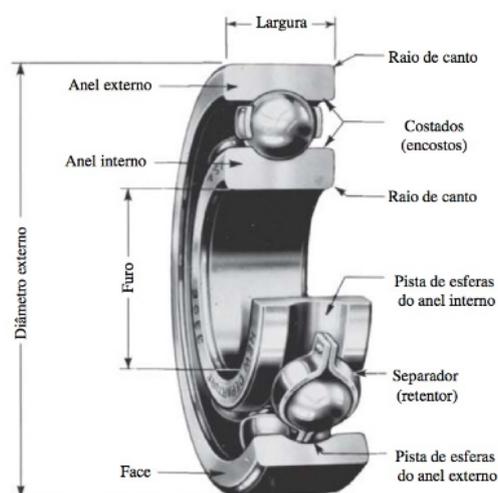


Figura 5 – Nomenclatura de um mancal de esferas. Adaptada de Budynas e Nisbett (2016) ([6])

Segundo Harris e Kotzalas (2007) ([17]), o termo mancais de rolamentos compreende todos os tipos de mancais que utilizam a ação rolante de esferas ou rolos para permitir o menor atrito entre o movimento restrito de um corpo (rotação de um eixo) em relação ao outro (uma estrutura fixa). A utilização de rolamentos de esferas ou rolos, bem como suas disposições dentro do rolamento (entre a pista do anel interno e externo) dependem da finalidade de operação, uma vez que cada tipo possui certa capacidade de carga e modo de transmissão. Por exemplo, para

um caso específico em que se necessita de suportar uma carga radial maior, o rolamento de rolos cilíndricos ou cônicos possui vantagens em relação aos de esferas de mesmo tamanho, por possuírem maior área de contato, portanto uma maior área para distribuição da força. Entretanto, eles apresentam a desvantagem de solicitar uma geometria quase perfeita das pistas e rolos ([6] e [9]).

As esferas do rolamento podem possuir ou não o separador entre elas, além disso, obter blindagem em um dos lados ou nos dois, de forma que estas apesar de não assegurarem um fechamento completo, promovem proteção contra sujeira. Há também aqueles modelos com vedação em ambos os lados, sendo assim lubrificados na fábrica, porém existem maneiras de relubrificação ([6]).

Na Figura 6, observa-se a região das superfícies em contato como a identificada por 1. Descrições detalhadas sobre os diversos modelos de rolamentos, empregabilidade e guias de projeto são fornecidos pelos próprios fabricantes desses elementos de máquinas (*NSK Corporation*, *SKF Corporation*, entre outros).

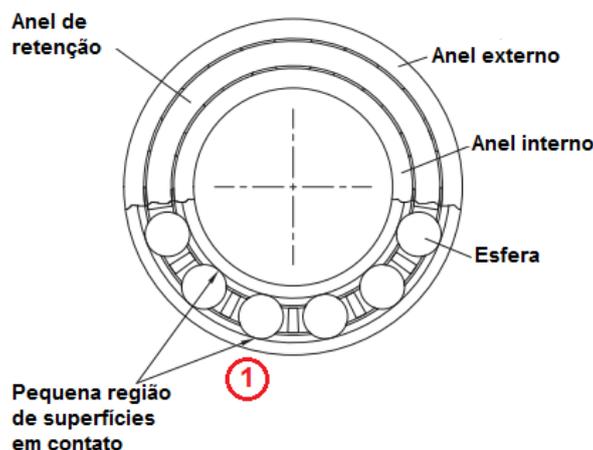


Figura 6 – Área de contato. Adaptada de Childs (2014) ([9])

3 FORMULAÇÃO MATEMÁTICA

Modelos numéricos computacionais são desenvolvidos com base na formulação matemática que descreve os problemas físicos. Assim, são apresentados nesta seção, primeiramente, a formulação da mecânica do meio contínuo com referência a um volume sólido e um fluido. Em seguida, a forma integral, ou também conhecida fórmula fraca, das equações que governam o problema são dispostas, bem como sua discretização, uma vez que se busca implementar um modelo numérico computacional em elementos finitos de forma a obter resultados aproximados das soluções reais.

3.1 MECÂNICA DOS MEIOS CONTÍNUOS

A descrição matemática da mecânica dos meios contínuos na forma diferencial que se segue baseia-se, em geral, na bibliografia de Olivella e Bosch (2000) ([30]). Porém, em alguns momentos há referências à outras bibliografias.

O meio contínuo caracteriza-se por um conjunto infinito de partículas, que formam um sólido ou fluido, o qual é estudado macroscopicamente, admitindo que não existe descontinuidades entre as partículas, e que a descrição matemática deste meio e de suas propriedades podem ser feitas por intermédio de funções contínuas.

Assim, existe a descrição material, também conhecida por descrição Lagrangeana (em geral, utilizada na Mecânica dos Sólidos), e a descrição espacial denominada também por descrição Euleriana (em geral, empregada na Mecânica dos Fluidos). Estas diferenciam-se pelo tipo de argumento considerado nas funções matemáticas que determinam as propriedades. Por exemplo, a densidade do material, ρ , pode ser caracterizada conforme as duas descrições, empregando coordenadas materiais (ponto material= uma partícula), Equação (3.1), ou coordenadas espaciais (ponto espacial= ponto fixo no espaço), Equação (3.2):

$$\rho = \bar{\rho}(\mathbf{X}, t) = \bar{\rho}(X_1, X_2, X_3, t) \quad (3.1)$$

$$\rho = \rho(\mathbf{x}, t) = \rho(x_1, x_2, x_3, t) \quad (3.2)$$

3.1.1 Mecânica do Sólido Elástico Linear

A Teoria da Elasticidade Linear é considerada uma simplificação da Teoria Geral da Elasticidade, conforme as seguintes hipóteses:

a) O sólido sofre deformações infinitesimais, ou seja, são muito pequenos seus deslocamentos ($\mathbf{u} \approx 0$) e gradientes dos deslocamentos. Dessa forma, a descrição material \mathbf{X} de qualquer propriedade do meio corresponde a sua descrição espacial \mathbf{x} , Equação (3.3) e (3.4).

$$\begin{cases} \mathbf{x} &= \mathbf{X} + \mathbf{u} \cong \mathbf{X} \\ x_i &= X_i + u_i \cong X_i \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mathbf{U}(\mathbf{X}, t) = \mathbf{u}(\mathbf{X}, t) \equiv \mathbf{u}(\mathbf{x}, t) \\ U_i(\mathbf{X}, t) = u_i(\mathbf{X}, t) \equiv u_i(\mathbf{x}, t) \quad i \in \{1, 2, 3\} \end{cases} \quad (3.3)$$

$$\left| \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right| \ll 1, \quad \forall i, j \in \{1, 2, 3\} \quad (3.4)$$

Onde \mathbf{u} representa o vetor de deslocamento na forma espacial e \mathbf{U} na forma material, que neste caso são equivalentes. Além disso, a notação indicial utilizada na Equação (3.3), e nas demais adiantes, é uma forma simplificada bastante empregada na mecânica dos meios contínuos, onde funções das propriedades são representadas por vetores e tensores (matrizes).

Uma vez que há a hipótese de deformação infinitesimal, os tensores material e espacial de deformação, $\mathbf{E}(\mathbf{X}, t)$ e $\mathbf{e}(\mathbf{x}, t)$, respectivamente, coincidem e tornam-se o tensor de deformação infinitesimal $\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{x}, t)$, Equação (3.5).

$$\mathbf{E}(\mathbf{X}, t) = \mathbf{e}(\mathbf{x}, t) = \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{x}, t) \quad (3.5)$$

Na qual $\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{x}, t)$ é dado pela Equação (3.6), conhecida também por equação de compatibilidade entre deformações infinitesimais e deslocamentos.

$$\begin{cases} \boldsymbol{\varepsilon} &= \frac{1}{2} (\mathbf{J} + \mathbf{J}^T) = \nabla^S \mathbf{u} \\ \varepsilon_{ij} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \end{cases} \quad (3.6)$$

Em que \mathbf{J} é o tensor gradiente material (ou gradiente do deslocamento) representado pela Equação (3.7), \mathbf{J}^T o tensor gradiente material transposto segundo

Equação (3.8) , e ∇^S o operador gradiente simétrico dado pela Equação (3.9).

$$\mathbf{J} = \frac{\partial U_i}{\partial X_j} = J_{ij} = j_{ij} = \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \quad (3.7)$$

$$\mathbf{J}^T = \frac{\partial U_j}{\partial X_i} = \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \quad (3.8)$$

$$\nabla^S (\bullet) = \frac{1}{2} [(\bullet) \otimes \nabla + \nabla \otimes (\bullet)] \quad (3.9)$$

O tensor de deformações infinitesimais e suas componentes no sistema de coordenadas $x_1 \equiv x$, $x_2 \equiv y$, $x_3 \equiv z$, podem ser representados em forma de matriz:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{yx} & \varepsilon_{yy} & \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{zx} & \varepsilon_{zy} & \varepsilon_{zz} \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} & \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{21} & \varepsilon_{22} & \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{31} & \varepsilon_{32} & \varepsilon_{33} \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

Dessa maneira, as componentes localizadas na diagonal principal são denominadas deformações longitudinais, e as situadas fora da diagonal principal designam deformações tangenciais ou de cisalhamento.

b) Há a existência de um estado neutro, no qual as deformações e tensões são nulas no instante de referência t_0 , Equação (3.11).

$$\begin{cases} \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{x}, t_0) = 0 \\ \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{x}, t_0) = 0 \end{cases} \quad (3.11)$$

No qual $\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{x}, t_0)$ é o tensor de tensões, representado também pelas suas componentes em forma de matriz:

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

As componentes da diagonal principal são denominadas tensões normais. Elas atuam sobre o plano perpendicular ao eixo especificado pelo seu índice. E como tensões tangenciais são conhecidas as componentes fora da diagonal principal,

atuantes no plano perpendicular identificado pelo primeiro índice, com direção indicada pelo segundo, de acordo com a Figura 7. Na qual o sólido é caracterizado por um paralelepípedo elementar ao redor da partícula analisada.

c) Considera-se o processo de deformação do sólido elástico linear como isotérmico e adiabático. Isotérmico pois a temperatura é constante ao longo do tempo ($\theta(\mathbf{x}, t_0) \equiv \theta(\mathbf{x})$), adiabático devido a não ocorrer geração nem perda de calor em todo ponto e instante de tempo.

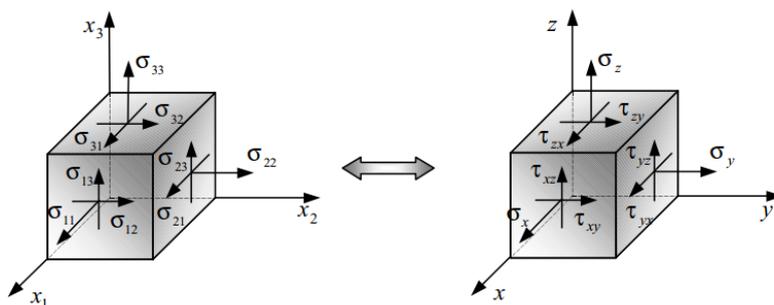


Figura 7 – Representação gráfica do tensor de tensões ([30]).

3.1.1.1 Abordagem do problema elástico linear

Supõe-se um meio contínuo constituído por um material sólido elástico linear, sujeito às ações de forças mássicas no interior de seu volume V , e às forças superficiais de tração em seu contorno ∂V , conforme Figura 8.

As forças mássicas caracterizam-se pelas forças exercidas a distância sobre as partículas no interior do meio contínuo, como as gravitacionais, inerciais ou atração magnética. Sendo representadas aqui pelo vetor de forças mássicas $\mathbf{b}(\mathbf{x}, t)$. As forças superficiais são aquelas que atuam sobre o contorno do volume considerado, produzidas devido às ações de contato das partículas localizadas no contorno do meio com o exterior, caracterizadas pelo vetor $\mathbf{t}(\mathbf{x}, t)$.

Assim, o problema elástico linear é definido como o conjunto de equações que permitem obter a avaliação dos deslocamentos $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t)$, deformações $\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{x}, t)$ e

tensões $\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{x}, t)$ ao longo do tempo, através das ações iniciais

$$t = 0 \rightarrow \begin{cases} \mathbf{b}(\mathbf{x}, 0) \\ \mathbf{t}(\mathbf{x}, 0) \end{cases} \quad (3.13)$$

e ações no tempo t

$$\begin{cases} \mathbf{b}(\mathbf{x}, t) \\ \mathbf{t}(\mathbf{x}, t) \end{cases} \quad (3.14)$$

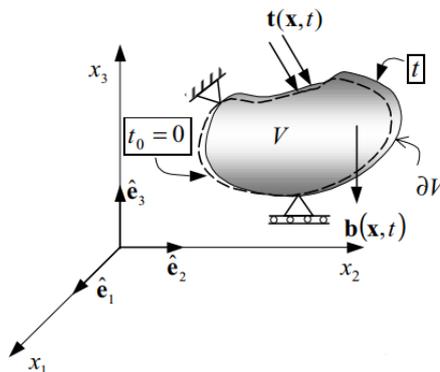


Figura 8 – Problema elástico linear ([30]).

3.1.1.1.1 Equações governantes

As equações que governam o problema elástico linear são:

a) Equação de Cauchy ou equação de balanço da quantidade de movimento:

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{x}, t) + \rho_0 \mathbf{b}(\mathbf{x}, t) &= \rho_0 \frac{\partial^2 \mathbf{u}(\mathbf{x}, t)}{\partial t^2} \\ \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_i} + \rho_0 b_j &= \rho_0 \frac{\partial^2 u_j}{\partial t^2} \quad i, j \in \{1, 2, 3\} \end{aligned} \quad (3.15)$$

Onde ∇ é o operador gradiente ou *Nabla*, dado pela Equação (3.16), e ρ_0 a densidade ou massa específica do sólido elástico linear.

$$\nabla \equiv \frac{\partial}{\partial x_i} \hat{\mathbf{e}}_i \quad (3.16)$$

A equação do balanço da quantidade de movimento vem do princípio que diz que a resultante de todas as forças que atuam sobre um volume material do meio contínuo (forças mássicas e forças de superfície presentes no primeiro termo da equação) é igual a variação por unidade de tempo da sua quantidade de movimento (expressa pelo produto de sua massa pela velocidade dado pelo segundo termo da equação).

b) Equação constitutiva (elástica linear isotrópica):

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{x}, t) &= \lambda \text{Tr}(\boldsymbol{\varepsilon}) \mathbf{1} + 2\mu \boldsymbol{\varepsilon} \\ \sigma_{ij} &= \lambda \delta_{ij} \varepsilon_{ll} + 2\mu \varepsilon_{ij} \quad i, j \in \{1, 2, 3\}\end{aligned}\tag{3.17}$$

Na qual $\text{Tr}(\boldsymbol{\varepsilon})$ corresponde ao traço do tensor de deformação $\boldsymbol{\varepsilon}$, dado pela soma de suas componentes da diagonal principal. λ e μ são conhecidas como constantes de Lamé, as quais caracterizam o comportamento elástico do material e são obtidas experimentalmente. Além disso, $\mathbf{1}$ designa um tensor unidade de segunda ordem, conforme Equação (3.18), sendo δ_{ij} denominado por Delta de Kronecker definido pela Equação (3.18) ou (3.19).

$$\mathbf{1} \equiv \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = [\mathbf{1}]_{ij} = \delta_{ij}\tag{3.18}$$

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 0 & i \neq j \\ 1 & i = j \end{cases}\tag{3.19}$$

c) Equação geométrica ou equação de compatibilidade entre deformações infinitesimais e deslocamentos:

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{x}, t) &= \boldsymbol{\nabla}^S \mathbf{u}(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{2} (\mathbf{u} \otimes \boldsymbol{\nabla} + \boldsymbol{\nabla} \otimes \mathbf{u}) \\ \varepsilon_{ij} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad i, j \in \{1, 2, 3\}\end{aligned}\tag{3.20}$$

Onde \otimes é um operador que denota um produto tensorial, uma vez que \mathbf{u} é um vetor, designado também por tensor de primeira ordem.

3.1.1.1.2 Condições de contorno

As condições de contorno para o problema de sólido elástico linear são divididas em condições de contorno iniciais, conhecidas como condições no tempo $t = 0$ e em condições de contorno no espaço. Para tanto, considera-se o contorno do sólido $\Gamma \equiv \partial V$ decomposto por contorno de deslocamentos Γ_u , contorno de tensões Γ_σ e contorno deslocamento-tensão $\Gamma_{u\sigma}$, com as devidas características:

$$\begin{aligned} \Gamma_u \cup \Gamma_\sigma \cup \Gamma_{u\sigma} &= \Gamma \equiv \partial V \\ \Gamma_u \cap \Gamma_\sigma &= \Gamma_u \cap \Gamma_{u\sigma} = \Gamma_{u\sigma} \cap \Gamma_\sigma = \emptyset \end{aligned} \quad (3.21)$$

A partir das definições em (3.21), são estabelecidas as condições de contorno no espaço, as quais se referem às coordenadas espaciais $x, y, z(x_1, x_2, x_3)$ das incógnitas $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t)$, $\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{x}, t)$ e $\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{x}, t)$ do problema.

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{u}(\mathbf{x}, t) &= \mathbf{u}^*(\mathbf{x}, t) \\ u_i(\mathbf{x}, t) &= u_i^*(\mathbf{x}, t) \quad i \in \{1, 2, 3\} \end{aligned} \right\} \forall \mathbf{x} \in \Gamma_u \quad \forall t \quad (3.22)$$

$$\left. \begin{aligned} \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{x}, t) \cdot \mathbf{n} &= \mathbf{t}^*(\mathbf{x}, t) \\ \sigma_{ij}(\mathbf{x}, t) \cdot n_j &= t_j^*(\mathbf{x}, t) \quad i, j \in \{1, 2, 3\} \end{aligned} \right\} \forall \mathbf{x} \in \Gamma_\sigma \quad \forall t \quad (3.23)$$

$$\left. \begin{aligned} u_i(\mathbf{x}, t) &= u_i^*(\mathbf{x}, t) \\ \sigma_{jk}(\mathbf{x}, t) \cdot n_k &= t_j^*(\mathbf{x}, t) \end{aligned} \right|_{(i, j, k \in \{1, 2, 3\} \quad i \neq j)} \forall \mathbf{x} \in \Gamma_{u\sigma} \quad \forall t \quad (3.24)$$

Nas Equações (3.22), (3.23) e (3.24) apresentam-se as condições de contorno em deslocamentos, em tensões e em deslocamento-tensão, respectivamente.

As condições de contorno iniciais em relação aos deslocamentos e velocidade no instante de tempo $t = 0$ geralmente são conhecidas e expressas na Equação (3.25). A condição de contorno fixa é também denominada como condição de Dirichlet, a qual neste caso seria a condição prescrita de deslocamento, enquanto que a condição descrita pela derivada do deslocamento é também chamada de condição de Neumann.

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{u}(\mathbf{x}, t) &= \mathbf{0} \\ \frac{\partial \mathbf{u}(\mathbf{x}, t)}{\partial t} \Big|_{t=0} &= \dot{\mathbf{u}}(\mathbf{x}, 0) = \mathbf{v}_0(\mathbf{x}) \end{aligned} \right\} \forall \mathbf{x} \in V \quad (3.25)$$

Logo, as equações que governam o problema de mecânica do sólido elástico linear e as condições iniciais e de contorno são expressas como se segue:

$$\left. \begin{aligned} \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{x}, t) + \rho_0 \mathbf{b}(\mathbf{x}, t) &= \rho_0 \frac{\partial^2 \mathbf{u}(\mathbf{x}, t)}{\partial t^2} \\ \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{x}, t) &= \lambda \text{Tr}(\boldsymbol{\varepsilon}) \mathbf{1} + 2\mu \boldsymbol{\varepsilon} \\ \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{x}, t) &= \nabla^S \mathbf{u}(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{2} (\mathbf{u} \otimes \nabla + \nabla \otimes \mathbf{u}) \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{Eq. de Cauchy} \\ \text{Eq. constitutiva} \\ \text{Eq. geométrica} \end{array} \quad (3.26)$$

$$\left. \begin{array}{l} \Gamma_u : \mathbf{u} = \mathbf{u}^* \\ \Gamma_\sigma : \mathbf{t}^* = \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n} \end{array} \right\} \text{Condições de contorno no espaço} \quad (3.27)$$

$$\left. \begin{array}{l} \mathbf{u}(\mathbf{x}, 0) = \mathbf{0} \\ \dot{\mathbf{u}}(\mathbf{x}, 0) = \mathbf{v}_0 \end{array} \right\} \text{Condições iniciais} \quad (3.28)$$

3.1.2 Mecânica dos Fluidos

Segundo Fox et al. (2018) ([15]), cada propriedade do fluido considerado como um meio contínuo é vista como tendo um valor definido em cada ponto no espaço. Assim, as propriedades, tais como massa específica, temperatura, velocidade, entre outras, são consideradas funções contínuas da posição e do tempo. Além disso, da mesma maneira que um elemento sólido, cada partícula fluida pode estar submetida à ação de forças de superfície (pressão, atrito), as quais são geradas pelo contato com outras partículas ou com superfícies sólidas, como também sujeita às forças de campo (forças de gravidade e eletromagnética) que atuam sobre as partículas.

Neste estudo, considera-se para fins de análise um fluido viscoso newtoniano e incompressível, no regime barotrópico e transiente. A viscosidade de um fluido está associada a sua resistência ao escoamento, pois a medida que as moléculas movem-se umas sobre as outras ocorre a geração de forças intermoleculares e de atrito interno ocasionando uma resistência ao fluxo ([16]).

Um fluido é dito newtoniano quando sua tensão de cisalhamento $\tau_{x,y}$ é diretamente proporcional à sua taxa de deformação $\frac{dv_f}{dy}$, através da constante de proporcionalidade μ_f , como se pode observar na Equação (3.29). A fim de ilustração, considera-se uma análise simplista de um escoamento unidimensional

entre duas superfícies, onde uma encontra-se em repouso e a outra em movimento constante. Sendo h a espessura do filme lubrificante entre elas, e representadas por setas, as linhas de corrente indicando o perfil de velocidade crescente no sentido da superfície que se move, conforme Figura 9 ([15]).

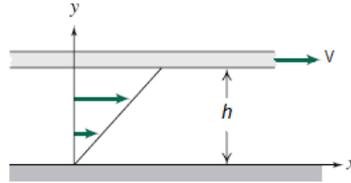


Figura 9 – Escoamento unidimensional ([15]).

$$\tau_{x,y} = \mu_f \frac{dv_f}{dy} \quad (3.29)$$

O regime barotrópico ocorre quando a temperatura não intervém na equação cinética de estado, uma das equações constitutivas da mecânica dos fluidos que descreve as propriedades de pressão, viscosidade e temperatura. Sendo, neste caso, um regime especificado somente mediante à pressão termodinâmica, Equação (3.30). Ademais, um caso particular de fluido barotrópico é o denominado incompressível, visto que se qualifica por ter densidade constante ($\rho(\mathbf{x}, t) = c = cte$), não dependendo da pressão nem da temperatura de acordo com a Equação (3.31) ([30]).

$$F(p, \rho, \theta) = F(p, \rho) = 0 \Rightarrow p = F(\rho) \Rightarrow \rho = F(p) \quad (3.30)$$

$$F(p, \rho, \theta) = \rho - c = 0 \quad (3.31)$$

Onde $F(p, \rho, \theta)$ denota uma função cinética de estado que relaciona os argumentos p , ρ e θ .

A análise em um regime transiente diz respeito ao fato de ter um campo de escoamento tridimensional onde qualquer propriedade seja descrita em função de suas coordenadas no espaço e no tempo, isto é, seu valor em cada ponto depende do tempo ([15]).

3.1.2.1 Abordagem do problema de mecânica dos fluidos

Supõe-se um meio contínuo constituído por um fluido viscoso newtoniano incompressível barotrópico, sujeito às ações de forças viscosas e de inércia no interior de seu volume material V_t , como também às forças superficiais de tensão ou pressão em seu contorno ∂V_t .

O fluido é um caso particular do meio contínuo, descrito por suas equações constitutivas próprias. Dessa forma, o problema da mecânica dos fluidos é delineado pelo conjunto de equações que proporcionam a análise da densidade $\rho_f(\mathbf{x}, t)$, velocidade $\mathbf{v}_f(\mathbf{x}, t)$, tensões $\boldsymbol{\sigma}_f(\mathbf{x}, t)$ e pressões $p_f(\mathbf{x}, t)$ por meio das ações iniciais $t = 0$ e no tempo t .

3.1.2.1.1 Equações governantes

As equações que governam o problema de mecânica dos fluidos para o caso de um fluido newtoniano no regime barotrópico, de maneira desacoplada, ou seja, sem o problema térmico são:

a) Equação da continuidade ou Conservação da massa

$$\frac{d\rho_f}{dt} + \rho_f \nabla \cdot \mathbf{v}_f = 0 \quad (3.32)$$

Ao aplicar o conceito da derivada material a partir da descrição espacial de uma propriedade, isto é, ao obter a variação dessa propriedade em relação ao tempo segundo uma partícula distinta do meio contínuo, é possível chegar a uma expressão alternativa para a equação da continuidade, apresentada na Equação (3.35), levando-se em conta as Equações (3.33) e (3.34) e sua substituição na Equação (3.32).

$$\underbrace{\frac{d\chi(\mathbf{x}, t)}{dt}}_{\text{derivada material}} = \underbrace{\frac{\partial\chi(\mathbf{x}, t)}{\partial t}}_{\text{derivada local}} + \underbrace{\mathbf{v}(\mathbf{x}, t) \cdot \nabla\chi(\mathbf{x}, t)}_{\text{derivada convectiva}} \quad (3.33)$$

$$\frac{d\rho_f}{dt} = \frac{\partial\rho_f}{\partial t} + \mathbf{v}_f \cdot \nabla\rho_f \quad (3.34)$$

$$\frac{d\rho_f}{dt} + \underbrace{\mathbf{v}_f \cdot \nabla\rho_f + \rho_f \nabla \cdot \mathbf{v}_f}_{\nabla \cdot (\rho_f \mathbf{v}_f)} = 0 \Rightarrow \frac{\partial\rho_f}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_f \mathbf{v}_f) = 0 \quad (3.35)$$

Em (3.33) tem-se a derivada material de uma propriedade qualquer $\chi(\mathbf{x}, t)$ e em (3.34) a derivada material da densidade de uma partícula.

Atenta-se para os conceitos de derivada local e convectiva, muito importantes no estudo de mecânica dos fluidos. A primeira demonstra a variação da propriedade em relação ao tempo em um ponto fixo no espaço, e a segunda ($\mathbf{v} \cdot \nabla(\cdot)$), de maneira implícita, representa a diferença entre as derivadas material e local de uma propriedade. Sendo a definição de convecção adotada neste contexto como um fenômeno referente ao transporte de massa ou de partículas.

Desse modo, a equação da conservação da massa pode ter as seguintes notações:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \rho_f}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_f \mathbf{v}_f) &= 0 \\ \frac{\partial \rho_f}{\partial t} + \frac{\partial (\rho v_i)}{\partial x_i} &= 0 \quad i \in \{1, 2, 3\} \end{aligned} \right\} \forall \mathbf{x} \in V_t \quad \forall t \quad (3.36)$$

Porém, quando trata-se de um fluido incompressível, a equação da continuidade é expressa em (3.37), visto que a densidade torna-se constante.

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\rho_f}{dt} = 0 \\ \frac{d\rho_f}{dt} + \rho_f \nabla \cdot \mathbf{v}_f = 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{aligned} \rho_f = \text{constante} \\ \nabla \cdot \mathbf{v}_f = 0 \end{aligned} \right. \quad (3.37)$$

b) Equação do balanço da quantidade de movimento.

$$\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}_f + \rho_f \mathbf{b}_f = \rho_f \frac{d\mathbf{v}_f}{dt} \quad (3.38)$$

Onde \mathbf{b}_f representa o vetor de forças mássicas que agem no fluido.

c) Equação constitutiva mecânica

$$\boldsymbol{\sigma}_f = -p\mathbf{1} + \lambda_f \text{Tr}(\mathbf{d}) + 2\mu_f \mathbf{d} \quad (3.39)$$

Na qual $\mathbf{d}(\mathbf{x}, t)$ é o tensor de velocidade de deformação, dado pela Equação (3.40). E sendo λ_f e μ_f constantes materiais relacionadas a viscosidade do fluido.

$$\mathbf{d} = \nabla^S \mathbf{v} = \frac{1}{2} [\mathbf{v} \otimes \nabla + \nabla \otimes \mathbf{v}] \quad (3.40)$$

Além disso, μ_f é a constante de proporcionalidade, presente na Equação (3.29), que pode ser chamada de primeiro coeficiente de viscosidade, viscosidade absoluta ou dinâmica ([20]).

Ao relacionar a pressão termodinâmica p com a pressão média \bar{p} a partir da Equação (3.39), calculando o traço de cada tensor presente nela, chega-se a correlação entre as duas constantes do material, Equação (3.41), em que $\left(\lambda_f + \frac{2}{3}\mu_f\right)$ é designada como constante de proporcionalidade que relaciona as pressões termodinâmica e média, denominada viscosidade volumétrica do fluido ([30]).

Segundo Lai et al. (2010) ([20]), essa constante de proporcionalidade é conhecida como segundo coeficiente de viscosidade ou viscosidade em massa (viscosidade cinemática).

$$p = \bar{p} + \left(\lambda_f + \frac{2}{3}\mu_f\right) Tr(\mathbf{d}) \quad (3.41)$$

A Equação do balanço da quantidade de movimento mostrada em (3.38), pode ser escrita de maneira mais simples em função do campo de velocidade $\mathbf{v}_f(\mathbf{x}, t)$ e de pressão $p(\mathbf{x}, t)$, conhecida como Equação de Navier-Stokes.

Para isso, leva-se em consideração o tensor de velocidade de deformação $\mathbf{d}(\mathbf{x}, t)$, o qual é em função da velocidade e seu gradiente $\nabla \cdot \mathbf{d}$, definido por (3.42). Ao realizar as devidas substituições, obtém-se a Equação de Navier-Stokes em (3.43).

$$\nabla \cdot \mathbf{d} = \frac{1}{2}\Delta \mathbf{v} + \frac{1}{2}\nabla(\nabla \cdot \mathbf{v}) \quad (3.42)$$

$$\left. \begin{aligned} -\nabla p_f + (\lambda_f + \mu_f)\nabla[\nabla \cdot \mathbf{v}_f] + \mu_f\Delta \mathbf{v}_f + \rho_f \mathbf{b}_f &= \rho_f \frac{d\mathbf{v}_f}{dt} \\ -\frac{\partial p_f}{\partial x_i} + (\lambda_f + \mu_f)\frac{\partial^2 v_j}{\partial x_j \partial x_j} + \mu_f \frac{\partial^2 v_i}{\partial x_j \partial x_j} + \rho_f b_i &= \rho_f \frac{dv_i}{dt} \quad i \in \{1, 2, 3\} \end{aligned} \right\} \text{Eq. Navier Stokes} \quad (3.43)$$

c) Equação cinética de estado

$$\rho_f = \rho_f(p_f) \quad (3.44)$$

Esta equação caracteriza o regime barotrópico como antes mencionado.

Logo, as equações que melhor governam o problema de mecânica dos fluidos, levando-se em conta um fluido viscoso newtoniano incompressível no regime barotrópico e transiente estão dispostas como se segue:

$$\left. \begin{aligned} \nabla \cdot \mathbf{v}_f &= 0 \\ -\nabla p_f + \mu_f \Delta \mathbf{v}_f + \rho_f \mathbf{b}_f &= \rho_f \frac{d\mathbf{v}_f}{dt} \\ \boldsymbol{\sigma}_f &= -p_f \mathbf{1} + 2\mu_f \mathbf{d} \\ \rho_f &= \rho_f(p_f) \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{Equação da continuidade} \\ \text{Equação de Navier Stokes} \\ \text{Equação constitutiva} \\ \text{Equação cinética de estado} \end{array} \quad (3.45)$$

Uma vez que a equação da continuidade reduz-se a $\nabla \cdot \mathbf{v}_f = 0$, devido tratar-se de um fluido incompressível, conseqüentemente as equações de Navier Stokes e a constitutiva não apresentam os termos do gradiente da velocidade e do traço do tensor de velocidade de deformação ($Tr(\mathbf{d}) = 0$).

3.1.2.1.2 Condições de contorno

As condições de contorno do problema de mecânica dos fluidos estão relacionadas à descrição espacial ou também dita euleriana, ao se analisar um volume de controle fixo no espaço V .

Existe a condição de contorno com o valor da velocidade determinado, ou seja, em algumas partes do contorno Γ_v as velocidades são conhecidas, conforme Equação (3.46) e Figura 10.

$$\mathbf{v}_f(\mathbf{x}, t) = \bar{\mathbf{v}}(\mathbf{x}, t) \quad \forall \mathbf{x} \in \Gamma_v \quad (3.46)$$

Onde $\bar{\mathbf{v}}(\mathbf{x}, t)$ corresponde ao valor prescrito da velocidade em determinado ponto no contorno, representando a condição de contorno de Dirichlet.

Há também no contorno Γ_v , a condição de impenetrabilidade e a condição de aderência, devido a natureza do fluido ser viscosa.

A condição de impenetrabilidade está relacionada ao fato de algumas partes do contorno (paredes) Γ_{v_n} não permitirem que o fluido entre para o interior do volume de controle. Dessa forma, estabelece-se que a velocidade relativa do fluido \mathbf{v}_r em referência à parede impermeável, cuja velocidade é \mathbf{v}^* , na direção normal ao contorno seja nula, conforme Equação (3.48).

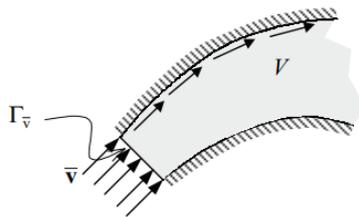


Figura 10 – Condição de contorno em velocidade ([30]).

$$\mathbf{v}_n(\mathbf{x}, t) = \underbrace{\mathbf{v}_f \cdot \mathbf{n}}_{\text{fluido}} = \underbrace{\mathbf{v}^* \cdot \mathbf{n}}_{\text{parede}} \Rightarrow \quad (3.47)$$

$$\mathbf{v}_r \cdot \mathbf{n} = (\mathbf{v}_f - \mathbf{v}^*) \cdot \mathbf{n} = 0 \quad \forall \mathbf{x} \in \Gamma_{v_n} \quad (3.48)$$

Onde \mathbf{v}_n representa a componente da velocidade do fluido na direção normal ao contorno, a qual iguala-se, neste caso, à velocidade do fluido e à da parede como pode ser observado em (3.47). E na situação em que se trata de um contorno fixo (parede em repouso) a condição expressa em (3.48) torna-se

$$(\mathbf{v}^* = 0) \Rightarrow \mathbf{v}_f \cdot \mathbf{n} = 0 \quad \forall \mathbf{x} \in \Gamma_{v_n} \quad (3.49)$$

A condição de aderência ocorre devido à viscosidade, pois seu efeito faz com que algumas partículas do fluido adirem à parede, tornando a velocidade relativa fluido-parede \mathbf{v}_r nula, assim como a condição de impenetrabilidade, conhecida também por condição de não deslizamento, Equação (3.50).

$$\mathbf{v}_r(\mathbf{x}, t) = \mathbf{v}_f - \mathbf{v}^* = 0 \Rightarrow \mathbf{v}_f = \mathbf{v}^* \quad \forall \mathbf{x} \in \Gamma_v \quad (3.50)$$

Além dessas condições referentes à velocidade do fluido, existem condições de contorno associadas às tensões ou pressões. Em algumas partes do contorno Γ_σ , o vetor de tensões ou condição de contorno de Neumann é definido conforme Equação (3.51) e Figura 11.

$$\mathbf{t}_f(\mathbf{x}, t) = \boldsymbol{\sigma}_f \cdot \mathbf{n} = \mathbf{t}^*(\mathbf{x}, t) \quad \forall \mathbf{x} \in \Gamma_\sigma \quad (3.51)$$

Porém, em apropriado contexto de acordo com o problema, uma parte do vetor de tensão pode ser descrito pela pressão termodinâmica ou pressão no

fluido, sendo esta uma parcela da componente normal do vetor de tensão \mathbf{t}_f sobre uma seção do contorno Γ_p , como pode ser observado na expressão (3.52) e (3.53). Nesta se obtém a parte do vetor de tensões em função da pressão para um fluido newtoniano incompressível.

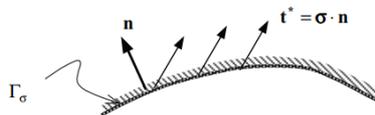


Figura 11 – Condição de contorno em tensões ([30])

$$p(\mathbf{x}, t) = p^*(\mathbf{x}, t) \quad \forall \mathbf{x} \in \Gamma_p \quad (3.52)$$

$$\boldsymbol{\sigma}_f = -p_f \mathbf{1} + 2\mu_f \mathbf{d} \Rightarrow \mathbf{t}_f = \boldsymbol{\sigma}_f \cdot \mathbf{n} = -p_f \mathbf{n} + 2\mu_f \mathbf{d} \cdot \mathbf{n} \quad (3.53)$$

Afim de discretizar as equações que governam os problemas de sólidos e fluidos, ou mesmo da interação fluido-estrutura, é necessário expressá-las em sua forma fraca ou também conhecida variacional.

Segundo Olivella e Bosch (2000) ([30]), o cálculo variacional é um recurso matemático que possibilita trabalhar com a forma integral ou forma fraca das equações diferenciais de governo de um problema. Logo, tais formulações integrais (globais) são mais adequadas para o tratamento e resolução do problema utilizando métodos numéricos.

Assim, indica-se as bibliografias de Olivella e Bosch (2000) e Wriggers (2002) ([30] e [39]), as quais retratam de maneira minuciosa, a formulação fraca das equações de balanço.

3.2 MECÂNICA DO CONTATO

Esta seção baseia-se na literatura de Wriggers (2002) ([39]).

A mecânica do contato pode envolver pequenas ou grandes deformações e sua descrição matemática é descrita por problemas de valor de contorno não

lineares. Tais problemas são formados, geralmente, pelas relações cinemáticas, pelas equações constitutivas, e equações de balanço, as quais foram descritas durante a seção 3.1.1.

No momento em que há o contato entre dois corpos, duas condições podem ser encontradas: a condição de não-penetração e a condição de pequenas penetrações (ou simplesmente penetração). Essas condições formam as equações de restrição do problema de contato. Assim, na área de contato dos corpos são formuladas as equações de restrição para o tipo de contato normal e o tangencial.

Neste contexto, um problema de valor de contorno para o contato sem atrito entre uma superfície deformável e outra rígida será apresentado, a fim de demonstrar de maneira mais simples e objetiva o que retrata este trabalho.

Uma vez que o método dos elementos finitos será aplicado para resolver o problema não linear de valor de contorno resultante, as formulações fracas são desenvolvidas para este problema de contato.

3.2.1 Problema do contato sem atrito de um sólido elástico linear com sólido rígido

Considerando o contato tridimensional entre um sólido elástico linear e uma superfície rígida, devido à restrição de contato, uma desigualdade variacional aparecerá ao invés das equações variacionais padrão conhecidas da mecânica sólida clássica. Além disso, em virtude do fato do movimento do corpo ser restringido de um lado pelo plano rígido, este problema é conhecido como problema de contato unilateral. Assim, a derivação da formulação variacional associada aplica-se somente às equações relevantes para o sólido elástico linear em três dimensões.

A equação de equilíbrio para o caso de elasticidade linear é dada por

$$-\nabla\sigma = \bar{\mathbf{f}} \quad \text{em } \mathcal{B} \quad (3.54)$$

Onde σ é o tensor de tensões em um ponto \mathbf{X} no interior do corpo \mathcal{B} , e $\bar{\mathbf{f}}$ representa a força de corpo e/ou de superfície atuando sobre \mathcal{B} . A tensão em um sólido elástico linear pode ser computada do campo de deformação linear ϵ (também expresso pela Equação (3.55)), por meio da lei clássica de Hooke presente

na Equação (3.56).

$$\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}) = \frac{1}{2} (\text{Grad} \mathbf{u} + \text{Grad}^T \mathbf{u}) \quad (3.55)$$

$$\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u}) = \mathbb{C}[\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u})] \quad (3.56)$$

Sendo $\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}) = \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{x}, t)$ o tensor de deformação, e $\text{Grad} \mathbf{u} = \mathbf{J}$ e $\text{Grad}^T \mathbf{u} = \mathbf{J}^T$ que denota o gradiente de deslocamento em relação à \mathbf{X} . A lei de Hooke, Equação (3.56), é expressa em termos do campo de deslocamento \mathbf{u} e do tensor constitutivo \mathbb{C} . Este é igual ao tensor $\boldsymbol{\sigma}$ demonstrado na equação constitutiva do problema do sólido elástico linear em (3.17) ou (3.26), assim tem-se

$$\mathbb{C} = \lambda \text{Tr}(\boldsymbol{\varepsilon}) \mathbf{1} + 2\mu \boldsymbol{\varepsilon} \quad (3.57)$$

Recordando, o problema do sólido elástico linear é descritos por três equações: a equação de balanço ou equilíbrio (3.54), a equação constitutiva (3.56) e a equação geométrica ou de compatibilidade (3.55). Além destas é preciso definir as condições de contorno e as de contato (ver Figura 12).

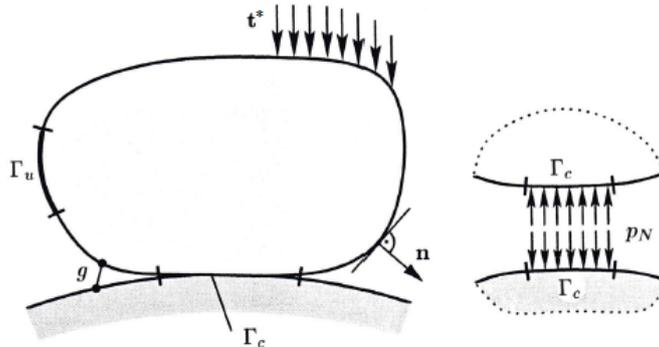


Figura 12 – Contato unilateral do sólido elástico. Adaptada de ([39])

- Condições de contorno em deslocamento (condição de Dirichlet).

$$\mathbf{u}^* = \mathbf{0} \quad \text{em } \Gamma_u \quad (3.58)$$

- Condições de contorno em tensões (Condição de Neumann).

$$\boldsymbol{\sigma} \mathbf{n} = \mathbf{t}^* \quad \text{em } \Gamma_\sigma \quad (3.59)$$

Onde \mathbf{n} é o vetor normal da superfície do sólido e \mathbf{t}^* designa a tensão aplicada em Γ_σ .

- Condições de contato.

$$\begin{aligned} u_N - g &\leq 0, \\ p_N &\leq 0 \quad \text{em } \Gamma_c, \\ (u_N - g) &= 0, \end{aligned} \quad (3.60)$$

Na qual $u_N = \mathbf{u} \cdot \mathbf{n}$ é a componente normal do campo de deslocamento e p_N a pressão de contato que é equivalente à componente normal do vetor de tração $p_N = \mathbf{t} \cdot \mathbf{n}$. As componentes tangenciais não compõem o problema, uma vez que o contato é considerado sem atrito. Além disso, Γ_c é a região do contorno onde ocorre o contato entre os corpos e g é a lacuna (distância) entre eles. Essas condições estão relacionadas ao fato de ocorrer o contato entre as partes e o fenômeno de penetração. Por exemplo, a condição de contato $p_N \leq 0$ diz respeito ao fato de que pode haver o contato ($p_N < 0$) ou não ($p_N = 0$).

Este problema de valor de contorno, que produz o campo de deslocamento, abrange as inequações associadas ao contato sem atrito, sendo também chamado de problema de Signorini (1933). Para encontrar a solução deste sistema de equações usando MEF, a formulação variacional do problema é descrita a seguir.

Considera-se um espaço vetorial W , com funções reais definidas em \mathcal{B} . Admite-se que a função teste \mathbf{w} , também conhecida como deslocamento virtual, satisfaz a condição $\mathbf{w} = 0$ em Γ_u e a condição de contato $w_N - g \leq 0 \forall \mathbf{w} \in \mathcal{W}$ com $w_N = \mathbf{w} \cdot \mathbf{n}$. Além disso, supõe-se \mathbf{u} a solução no problema de Signorini. Então a forma fraca da Equação (3.54) será dada pela Equação (3.61). A qual é equivalente ao trabalho virtual produzido pela tensão $\boldsymbol{\sigma}$ e pela deformação virtual $\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u} - \mathbf{w})$ em virtude do deslocamento virtual $\mathbf{u} - \mathbf{w}$, bem como o trabalho virtual proveniente

das cargas externas e forças corporais.

$$\int_B \boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u} - \mathbf{w}) dW = \int_B \bar{\mathbf{f}} \cdot (\mathbf{u} - \mathbf{w}) dW + \int_{\Gamma_\sigma} \mathbf{t} \cdot (\mathbf{u} - \mathbf{w}) d\Gamma + \int_{\Gamma_c} p_N(\mathbf{u})(u_N - w_N) d\Gamma \quad (3.61)$$

Onde $\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u})$ é uma função do deslocamento determinada por meio das Equações (3.56) e (3.55), $\bar{\mathbf{f}}$ são as forças de corpo e \mathbf{t} expressa as tensões no contorno. Observa-se que os termos que inclui Γ_u não estão presentes acima, posto que $(\mathbf{u} - \mathbf{w})$ satisfaz as condições de contorno de (3.58). O último termo de (3.61) pode ser reformulado de acordo com a terceira equação das condições de contato ($(u_N - g) = 0$), assim tem-se

$$p_N(u_N - w_N) = p_N(u_N - w_N + g - g) = p_N(w_N - g) \geq 0 \quad (3.62)$$

Na qual o sinal de maior ou igual resulta da primeira ($u_N - g \leq 0$) e segunda ($p_N \leq 0$) equações do contato. Com a desigualdade mostrada em (3.62), a solução do problema deve cumprir

$$\int_B \boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u} - \mathbf{w}) dW \geq \int_B \bar{\mathbf{f}} \cdot (\mathbf{u} - \mathbf{w}) dW + \int_{\Gamma_\sigma} \mathbf{t} \cdot (\mathbf{u} - \mathbf{w}) d\Gamma \quad (3.63)$$

Portanto, a desigualdade variacional, resultante da restrição de contato, caracteriza a solução do problema. Entretanto, na situação habitual em mecânica dos sólidos, a solução tem que cumprir equações variacionais. Por causa da restrição de desigualdade no campo de deformação, o problema de contato é não-linear mesmo no caso de elasticidade linear.

Assim, a desigualdade variacional pode ser reformulada em uma forma abstrata, muitas vezes usada em trabalhos teóricos e matemáticos referentes ao contato. Levando-se em conta uma situação mais geral, pode-se também formular (3.63) para o contato entre dois corpos deformáveis. A análise tem a mesma estrutura, no entanto o domínio B é a união de ambos os domínios dos corpos em contato (B^1 e B^2). Geralmente, define-se então a desigualdade variacional pela Equação (3.64).

$$a(\mathbf{u}, \mathbf{w} - \mathbf{u}) \geq f(\mathbf{w} - \mathbf{u}) \quad (3.64)$$

Onde $a(\mathbf{u}, \mathbf{w})$ e $f(\mathbf{w})$ são definidos pelas Equações (3.65) e (3.66), \mathbf{b} denota as forças de corpo (gravidade), enquanto \mathbf{t} as forças de superfície (tensão).

$$a(\mathbf{u}, \mathbf{w}) = \int_B \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}) : \mathbb{C} : \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{w}) dW \quad (3.65)$$

$$f(\mathbf{w}) = \int_B \mathbf{b} \cdot \mathbf{w} dW + \int_{\Gamma_\sigma} \mathbf{t} \cdot \mathbf{w} d\Gamma \quad (3.66)$$

O problema é então determinado por: Encontrar $\mathbf{u} \in \mathbf{K}$, tal que a Equação (3.64) seja satisfeita para todo $\mathbf{w} \in \mathbf{K}$, com

$$\mathbf{K} = \left\{ \mathbf{w} \in \mathbf{W} \mid (\mathbf{w}^2 - \bar{\mathbf{w}}^1) \cdot \bar{\mathbf{n}}^1 + g_0 \geq 0 \text{ em } \Gamma_c \right\} \quad (3.67)$$

Onde \mathbf{W} retrata o espaço das funções de teste, g_0 é a distância (*gap*) inicial entre os corpos, \mathbf{w}^2 a função teste referente ao corpo 2 e $\bar{\mathbf{w}}^1$ correspondente ao corpo 1.

3.2.2 Lubrificação no contato

Como já mencionado, a lubrificação é usada para reduzir o atrito em sistemas tribológicos como rolamentos, motores, engrenagens, e consiste em uma fina camada de fluido entre os sólidos em contato. Seus efeitos aparecem quando há uma certa velocidade relativa entre os sólidos, de modo que a camada fluida não desapareça, Figura 13.

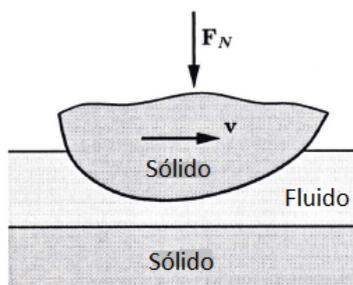


Figura 13 – Interação sólido-fluido no caso de lubrificação. Adaptada de Wriggers (2002) ([39])

Existem dois meios para introduzir a lubrificação no problema de sólido-fluido: um é o tratamento acoplado do problema; o outro está relacionado ao

fato de que a lubrificação em geral reduz o coeficiente de atrito. Assim, alguns parâmetros podem ser incorporados nas relações constitutivas de atrito, melhor discutidas na bibliografia de Wriggers (2002) ([39]).

Ao tratar a lubrificação como um problema acoplado (Figura 14) as equações relevantes para o filme fluido devem ser indicadas. Estas derivam das equações clássicas de Navier-Stokes, introduzindo várias simplificações inerentes ao problema, como a consideração que o fluxo na interface é laminar e também incompressível. Adicionalmente supondo que o termo convectivo não-linear nas equações de Navier-Stokes possa ser desprezado, assim como os termos de inércia, as equações gerais reduzem-se à equação de Reynolds, Equação (3.68).

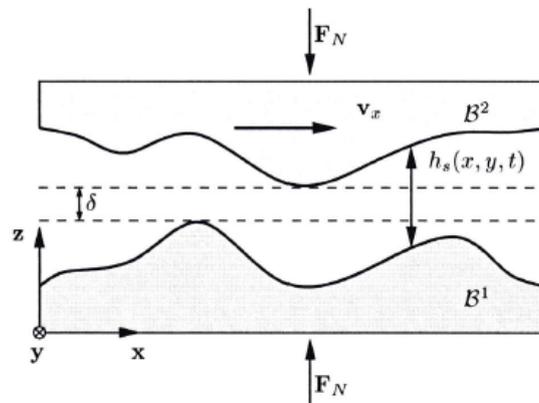


Figura 14 – Definição da interface de lubrificação ([39])

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{h_s^3}{\mu_f} \frac{\partial p_N}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{h_s^3}{\mu_f} \frac{\partial p_N}{\partial y} \right) = 6v_x \left(\frac{\partial p_N}{\partial x} \right) \quad (3.68)$$

Esta equação é válida para processos estacionários quando uma velocidade relativa constante de deslizamento (v_x) é empregada e para $\delta > 0$ (ver Figura 14). A variável h_s é definida como a altura da fenda, a qual pode depender das deformações dos sólidos. Logo, um problema acoplado não-linear com os termos de acoplamento sendo a pressão de contato p_N e a altura dependente da deformação h_s é constituído.

A viscosidade dinâmica do fluido μ_f é um parâmetro constitutivo que depende da pressão de contato e da altura da fenda, estando relacionados conforme

uma formulação empírica desenvolvida por Khonsari e Booser (2001) ([19]), a qual inclui observações de experimentos e leva em conta a variação de h_s , Equação (3.69) e Equação (3.70).

$$\mu_f(h_s) = \mu_f \left(\frac{h_s}{h_{s\max}} \right)^r, 0 < r < 1 \quad (3.69)$$

$$\mu_f(p_N) = \eta_2^e \eta_1^{p_N} \quad (3.70)$$

Nas quais r e μ_f devem ser ajustados através de dados experimentais, e $h_{s\max}$ a partir de medições da geometria do problema que podem incluir efeitos micromecânicos (rugosidades). Além disso, η_2 e η_1 são parâmetros constitutivos da função da viscosidade dependente da pressão. Para mais informações as bibliografias de Khonsari e Booser (2001) e Wriggers (2002) ([19] e [39]) são sugeridas.

3.2.3 Sistema acoplado

Segundo Zienkiewicz e Taylor (2000), sistemas e formulações acoplados são aqueles aplicáveis a domínios múltiplos e variáveis dependentes que, frequentemente, descrevem fenômenos físicos diferentes e nos quais nenhum domínio pode ser resolvido separados dos demais, assim como nenhum conjunto de variáveis dependentes pode ser eliminado explicitamente a nível de equação diferencial. É necessário uma solução analítica completa ou a inversão de um único sistema discretizado para assim, ser possível a eliminação de variáveis, uma vez que nos sistemas acoplados, a solução de qualquer sistema único é um problema bem posto e pode ser resolvido quando as variáveis correspondentes aos outros sistemas estão prescritas.

Logo, no problema de interação dinâmica fluido-estrutura, as formulações para o fluido e o sólido não podem ser resolvidas separadamente, devido às forças desconhecidas na interface. Tal acoplamento pode ser fraco ou forte, dependendo do grau de interação. Além disso, esta conexão ocorre nas interfaces entre domínios através das condições de contorno que são impostas ali. De maneira que o deslocamento do sólido ($\mathbf{u}(\mathbf{x}, t)$) influencia e interage com a geração de pressões no fluido ($p_f(\mathbf{x}, t)$), Equação (3.71) e Equação (3.72)

$$\frac{\partial p_f}{\partial n} = -\rho_f \dot{v}_{fn} = -\rho_f \dot{\mathbf{v}}_f \mathbf{n} \quad (3.71)$$

$$\dot{v}_{fn} = \ddot{u}_n = \ddot{\mathbf{u}}\mathbf{n} \quad (3.72)$$

A forma fraca para o fluido no sistema acoplado será dada por

$$\int_{B_f} \delta p_f \nabla (\nabla p_f) dB + \int_{\Gamma_c} \delta p \ddot{\mathbf{u}}\mathbf{n} d\Gamma \quad (3.73)$$

Onde $B_f \Rightarrow$ representa o domínio do fluido. O problema acoplado é discretizado na forma padrão para o vetor de deslocamento aproximado e para a pressão no fluido, através dos parâmetros nodais de cada campo e das funções de forma apropriadas. Sendo inseridos nas equações discretas para o sólido e para o fluido, interligadas através do termo de acoplamento que aparece devido às pressões.

4 METODOLOGIA

No fluxograma a seguir está descrita a metodologia empregada neste trabalho.

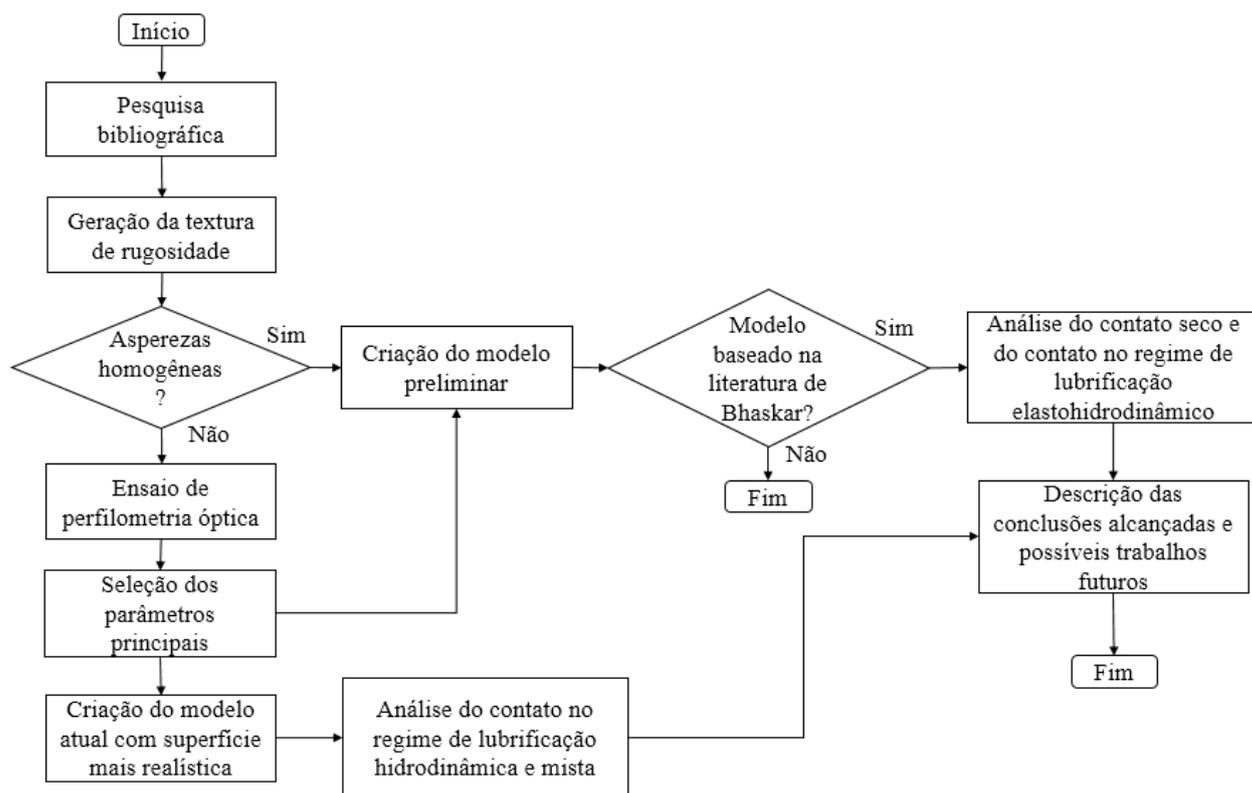


Figura 15 – Fluxograma representando a metodologia (fonte própria)

4.1 GERAÇÃO DA TEXTURA DE RUGOSIDADE

Neste estudo foram modelados a textura das asperezas homogêneas da superfície (modelo preliminar), o qual apresenta os picos e vales de mesma altura e profundidade, e a textura da rugosidade da superfície com aparência mais próxima da real, o qual foi obtido através de um ensaio de perfilometria óptica. O modelo preliminar foi desenvolvido em busca de aprimorar os conhecimentos sobre o tema da pesquisa, e realizar testes com as ferramentas do *software* aplicáveis ao

assunto, possibilitando analisar diversos modelos e definir as etapas de modelagem necessárias. Logo, a partir do preliminar, cria-se o modelo atual mantendo as mesmas etapas, com superfície rugosa mais realística e outras diferenças descritas em seções seguintes.

4.1.1 Ensaio de perfilometria óptica

Um dos métodos utilizados para se obter a topografia, bem como a textura de rugosidade de uma superfície é a perfilometria óptica, a qual consiste na aquisição dos dados sem contato físico com a peça, através da emissão de um laser sobre a superfície de medição, Figura 16. A distribuição de alturas (picos e vales) obtidos por meio deste ensaio foi empregada na modelagem em escala microscópica da parte que representa a superfície da esfera. Esta pertence ao mancal modelo KC45-58, tamanho básico 203, diâmetro do eixo 5/8 polegadas (17mm) com rolamento padrão modelo KMB45-58-PA da fabricante Rexnord MB linha Link-Belt Pillow Block Rolamentos de Esferas.

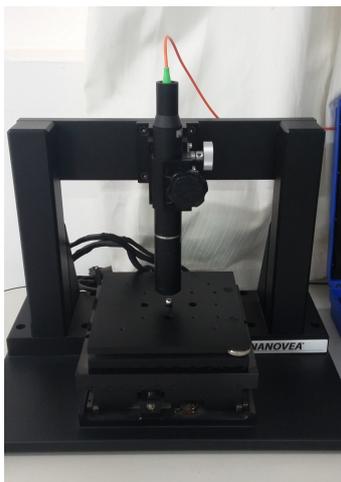


Figura 16 – Perfilometria óptica da superfície da esfera (fonte própria)

O princípio de medição utilizado pelo perfilômetro PS50 da fabricante NANOVEA, chama-se Confocal Cromática. Esta técnica consiste em usar uma fonte de luz branca que passa através de uma lente objetiva com alto grau de

aberração cromática, situada na caneta ótica. O índice de refração desta lente varia em relação ao comprimento de onda da luz, sendo que cada comprimento de onda separado da luz branca incidente focará novamente a uma distância distinta da lente, caracterizando uma altura diferente, Figura 17. Por meio dessa técnica, a precisão para a medição da rugosidade de superfície, textura ou acabamento é acima de $R_a = 100\text{nm}$ ([26]).

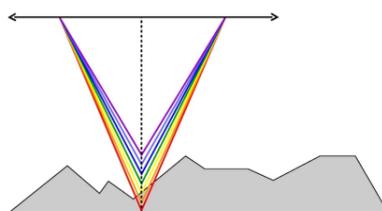


Figura 17 – Técnica Confocal Cromática ([26])

No início da execução do ensaio, deve-se fazer o posicionamento da peça e caneta (*sensor*), de modo que o feixe de luz sobre a superfície da esfera seja visto, e os parâmetros de intensidade (*Int*) e altura (*Ht*) referente ao tipo de sensor empregado estejam dentro da escala predefinida do perfilômetro. Pois, no momento da medição, quando a amostra estiver dentro da faixa de alturas possíveis, um único ponto monocromático será focalizado formando a imagem, conforme a grade de difração da análise espectral definida pela técnica Confocal Cromática. Caso o posicionamento correto não for realizado, ocorre erro na geração do perfil 3D, que pode ser identificado pela escala de cores, pois a emissão e reflexão do feixe de luz não foram efetuados.

Para visualizar esse posicionamento e definir parâmetros iniciais de medição utiliza-se o *software 3D Profiler Software NANOVEA versão 3.2.7*, onde também é possível visualizar a superfície, textura, e a imagem 3D gerada a partir dos dados adquiridos da intensidade e altura das asperezas em uma escala de cores.

Dentre os parâmetros iniciais estão os de escaneamento (*Scan Options*), no qual se define o tipo de dimensão a ser medida entre área ou perfil; os parâmetros de entrada (*Scan Parameters*) que correspondem ao quanto o sensor deve percorrer

na direção x e y, o número de *steps* na direção x e a velocidade de medição, sendo esta determinada conforme o número de *steps* escolhido para o comprimento em x; e os parâmetros do sensor (*Scan Sensor*), onde se define o modo de medição como Topografia e a caneta (*sensor*) a empregar, de acordo com seu alcance e taxa de aquisição dos dados (em Hertz).

Após a medição, com os dados escaneados cria-se dois arquivos de saída, um de extensão *.sur* e outro *.txt*, sendo o primeiro utilizado para análises dos parâmetros de rugosidade em outro *software*, e o segundo contendo a nuvem de pontos.

4.1.1.1 Análise dos dados medidos da superfície

Os parâmetros que caracterizam a topografia da superfície, como os de amplitude, espaciais e híbridos, são calculados e visualizados na interface do *software* auxiliar do perfilômetro, *GWYDDION 2.36*. Ao abrir o *arquivo.sur* nesse *software*, a imagem 3D ou 2D da superfície em várias escalas de cores ou preto e branco é reproduzida, conforme Figura 18. E assim, através do uso da ferramenta de análise e visualização de dados SPM, obtém-se as quantidades estatísticas calculadas em referência à área total escaneada (0,5 x 0,5mm²).

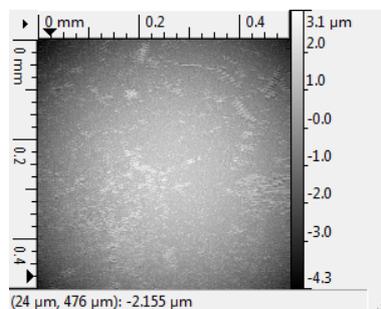


Figura 18 – Imagem 2D no *software* GWYDDION da superfície da esfera (fonte própria)

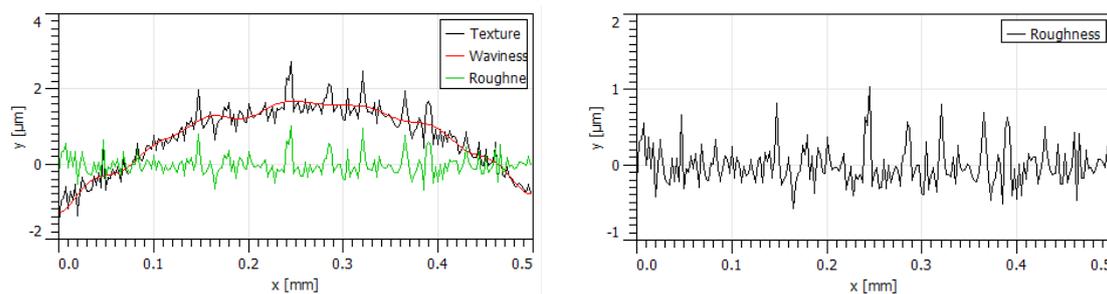
Além disso, é possível adquirir os parâmetros de rugosidade 2D de acordo com a definição de uma linha reta sobre a imagem da superfície escaneada (Figura 18), sendo esta técnica melhor demonstrada na Figura 39 presente no Apêndice

C. Devido ao fato da área medida da superfície da esfera ser côncava e não totalmente plana, sendo este fato uma dificuldade encontrada na execução do ensaio, os parâmetros de rugosidade calculados segundo o traço da linha sobre a imagem 2D tornam-se mais precisos. Assim, traçou-se 4 linhas na direção vertical e 4 na horizontal (Figura 39). Os parâmetros mais relevantes para este estudo foram obtidos e suas médias foram calculadas, conforme Tabela 1.

Tabela 1 – Média dos parâmetros de rugosidade 2D

Linha	$R_a(\mu\text{m})$	$R_q(\mu\text{m})$	R_{sk}	R_{ku}	λ_c
1	0.204	0.272	0.653	4.397	0.08
2	0.272	0.339	0.469	2.866	0.08
3	0.192	0.258	1.068	4.806	0.08
4	0.247	0.332	1.013	4.345	0.08
5	0.239	0.326	0.534	4.132	0.08
6	0.179	0.238	1.079	5.778	0.08
7	0.242	0.312	0.590	3.538	0.08
8	0.192	0.242	0.476	2.892	0.08
Média	0.221	0.290	0.735	4.094	–

Após traçar a linha, escolhe-se o filtro *cut-off* (λ_c) mais adequado em concordância com a Norma ISO 16610-21/2011, e define também o tipo de interpolação e o parâmetro de saída desejado. Dessa maneira, podem ser gerados gráficos em 2D da textura, ondulação e rugosidade, Figura 19, como também da kurtosis, skewness, entre outros, conforme a necessidade do usuário. A norma citada retrata os filtros de perfil linear (filtros Gaussianos) responsáveis por separar o perfil obtido em componentes de ondas longas e ondas curtas. Especificamente, o filtro *cut-off* define a separação entre os componentes da rugosidade e da ondulação, e seu valor é determinado conforme a rugosidade média (R_a) e o comprimento de avaliação (L) da amostra. O comprimento do λ_c deve caber 5 vezes dentro do comprimento de avaliação.



(a) Textura em verde, ondulação em vermelho e rugosidade em preto

(b) Rugosidade

Figura 19 – Perfil das asperezas da superfície da esfera - Linha do ponto (301,4) a (301,501) μm (fonte própria)

4.1.2 Textura das asperezas homogêneas

4.1.2.1 Modelo preliminar

Para a criação da superfície rugosa preliminar do mancal de rolamento com rugosidade média de $R_a = 1,25\mu\text{m}$ e espaçamento entre picos de $S = 12,5\mu\text{m}$ segundo a literatura de Bhaskar et al. (2013) ([3]), foram determinadas curvas baseadas nesses parâmetros, que ao serem importadas e trabalhadas no *Solidworks*[®] constituíram a textura de rugosidade homogêneo em escala microscópica. Nesse *software*, foram utilizadas ferramentas de preenchimento de superfície e de geometria disponíveis a fim de representar as asperezas.

Esta textura homogênea de rugosidades é baseada em uma configuração geométrica representada por um padrão cossenoidal de três dimensões. Assim, todas as asperezas distribuem-se de maneira uniforme na superfície possuindo a mesma altura para os picos e vales.

Inicialmente, são geradas quatro ondas cossenoidais (curvas) a partir dos parâmetros de amplitude (rugosidade média R_a ou média quadrática R_q) e período (espaçamento entre picos S) no Excel. Cada curva é descrita por sua nuvem de pontos de três coordenadas e são conectadas entre si. Os valores 'x' e 'z' das curvas criadas vão de 0 a metade do período, e os valores 'y' de -Amplitude a +Amplitude. Para melhor entendimento, sugere-se observar a Figura 38 presente no Apêndice B.

Os pontos correspondentes a cada curva cossenoidal são salvos em arquivo *.txt*. Cada arquivo é importado no *Solidworks*[®] usando a ferramenta *XYZ point curve*. Após importar as 4 curvas, a superfície "mãe" é gerada usando a ferramenta *fill* (Figura 20a). Ao utilizar ferramentas de simetria e de espelhagem disponíveis nesse *software*, a superfície pode ser estendida de maneira a conter quantos picos forem necessários (Figura 20b). O arquivo neste *software* é salvo utilizando a extensão *.step*, a fim de ser importado no *Abaqus*[®] posteriormente. Então, o arquivo contendo a textura de rugosidade é importado no *Abaqus*[®] gerando uma das partes que compõem o modelo computacional preliminar, e pode ser visualizada na Figura 21.

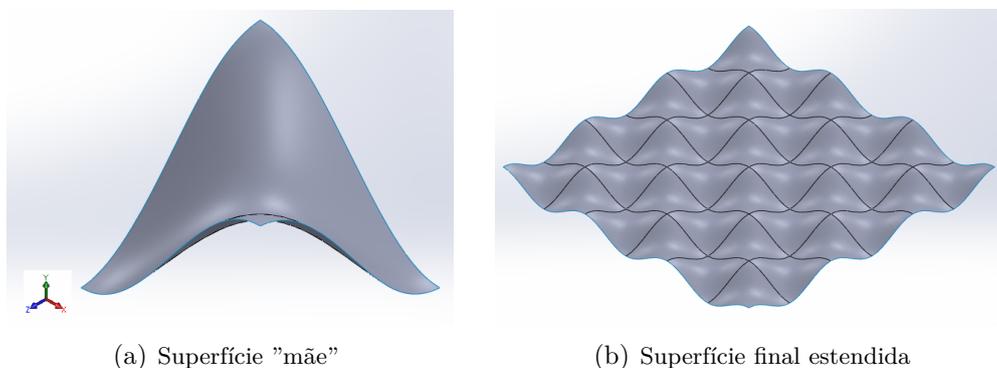


Figura 20 – Geração das superfícies no *Solidworks*[®] (fonte própria)

Nota-se que a área da superfície homogênea modelada é muito pequena se comparada a escaneada retratada na próxima seção, porém isso se deve ao fato de que quanto maior for a parte no *Abaqus*[®], um número maior de elementos será necessário na malha, fazendo com que a simulação ocorra durante dias sem um progresso visível, de acordo com os recursos computacionais disponíveis para este estudo. Entretanto, conforme o intuito deste trabalho, ao se utilizar geometrias menores os resultados analisados adiante não são afetados.

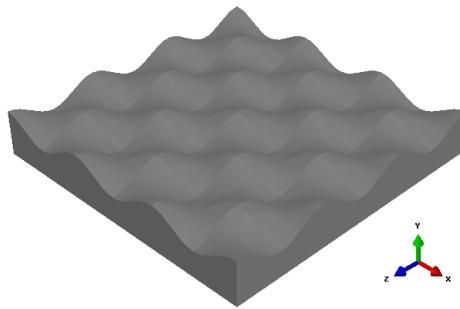


Figura 21 – Textura das asperezas homogêneas - área de $0,0375 \times 0,0375\text{mm}^2$ (fonte própria)

4.1.2.2 *Modelo atual*

Durante o desenvolvimento deste projeto, uma textura com rugosidade homogênea segundo os dados obtidos no ensaio de perfilometria da superfície rugosa também foi elaborada. Todavia, não foi utilizada no modelo computacional atual, somente o criado a partir da nuvem de pontos, o qual é exposto na seção seguinte.

Para gerar esta textura atual de asperezas homogêneas, foi necessário calcular a média aritmética das rugosidades média quadrática (R_q), adquiridas a partir de um *software* auxiliar do perfilômetro, como mostrado na Tabela 1. Desse modo, a textura homogênea gerada baseia-se na rugosidade média quadrática de $R_q = 0,290\mu\text{m}$ e espaçamento entre picos de $S = 2,90\mu\text{m}$, pois segundo a literatura de Bhaskar et al. (2013) ([3]), o parâmetro S estima-se dez vezes o valor da rugosidade. A partir desses parâmetros calculados, a mesma técnica de criação descrita para o modelo preliminar foi usada para gerar esta textura.

4.1.3 **Textura da superfície através da Perfilometria Óptica**

Primeiramente, para se obter dados da topografia da superfície metálica da esfera presente no rolamento do mancal, foi realizado um ensaio de perfilometria óptica, assim como já mencionado. Observa-se na Figura 22, a topografia da superfície escaneada ($0,5 \times 0,5\text{mm}^2$).

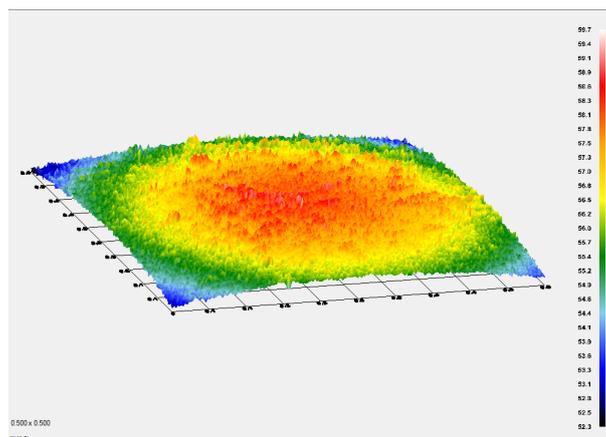


Figura 22 – Superfície rugosa 3D da esfera (fonte própria)

Baseado na nuvem de pontos obtida através do ensaio, a qual representa de maneira mais realística a caracterização da rugosidade, foi criada no *Abaqus*[®] a superfície da esfera, Figura 23. A descrição detalhada a respeito da elaboração encontra-se no Apêndice D.

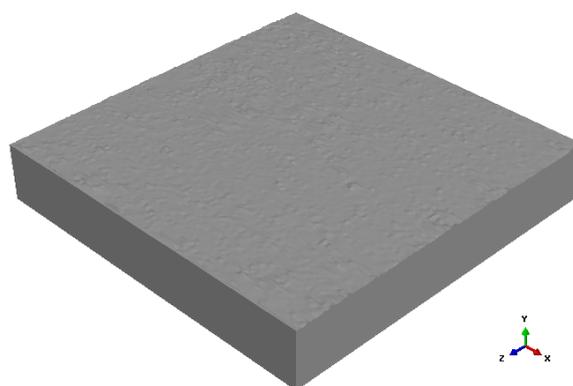
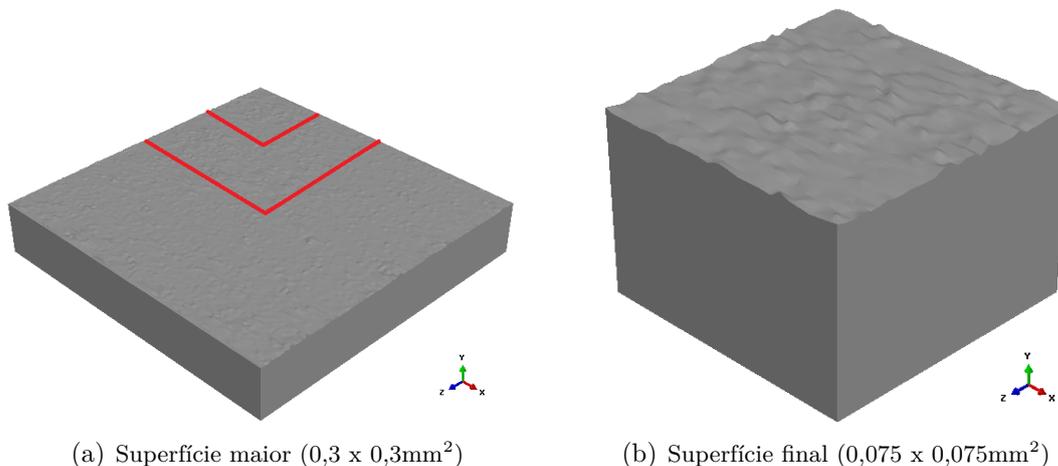


Figura 23 – Superfície rugosa - área de $0,3 \times 0,3\text{mm}^2$ (fonte própria)

Percebe-se que a superfície mostrada na Figura 23 é capaz de representar melhor a superfície real. Entretanto, devido ao fato da malha empregada nessa parte do modelo no *Abaqus*[®] possuir mais de 70.000 elementos, ou mais de 100.000 elementos se melhor refinada, optou-se por diminuir e empregar na modelagem $\frac{1}{8}$

da superfície total (Figura 24b). Sendo assim, a textura da superfície final possui área de $0,075 \times 0,075\text{mm}^2$.



(a) Superfície maior ($0,3 \times 0,3\text{mm}^2$)

(b) Superfície final ($0,075 \times 0,075\text{mm}^2$)

Figura 24 – Texturas das superfícies (fonte própria)

4.2 MODELO NUMÉRICO COMPUTACIONAL

As etapas da modelagem aqui apresentadas baseiam-se no trabalho de Ferraz (2018) ([13]), e são descritas detalhadamente no Apêndice E.

4.2.1 Criação das partes e aplicação das propriedades materiais

O modelo computacional elaborado é constituído por três partes: um sólido com textura rugosa que representa a superfície da esfera; um plano rígido perfeitamente liso, o qual corresponde à superfície da pista do anel externo do mancal, considerada assim devido a sua rugosidade ser inferior a da esfera, mas também com o intuito de conseguir um menor número de elementos na malha, facilitando a resolução do problema de interação fluido-estrutura; e a última parte que compõe a modelagem é um domínio fluido, onde o lubrificante está presente, situado entre as partes sólidas.

As partes foram criadas separadamente e no Apêndice E é demonstrado o passo-a-passo. As propriedades do fluido e do sólido foram aplicadas, com exceção

do plano rígido, visto que não é necessário especificar qual tipo de material sendo subtendido como sólido rígido não deformável e livre de rugosidades. As diferenças entre os modelos preliminar e atual acerca desta seção são expostos em seguida.

4.2.1.1 Modelo preliminar

O domínio fluido foi modelado segundo propriedades do óleo lubrificante VG68 e podem ser verificadas na Tabela 2. E para determinar a espessura mínima do filme lubrificante h , segundo a modelagem do regime de lubrificação elasto-hidrodinâmico, utilizou-se a combinação das teorias da junção de superfícies retangulares e elípticas ([11] e [16]). A espessura do filme lubrificante, $h = 0,975\mu\text{m}$, foi calculada conforme o regime de lubrificação elasto-hidrodinâmico empregado, através de dados geométricos das partes, propriedades do lubrificante e informações obtidas no ensaio de bancada (ver Apêndice A). Já o sólido com superfície rugosa foi modelado como material isotrópico de acordo com as propriedades do ferro fundido nodular, vistos na Tabela 3 ([8]).

Tabela 2 – Propriedades materiais do fluido (modelo preliminar)

Óleo lubrificante VG68	
Densidade a 20°C (kg/m ³)	881 ([14])
Viscosidade cinemática a 40°C (mm ² /s)	68 ([14])
Densidade a 24°C (kg/mm ³)	$7,342 \times 10^{-7}$ (calculado)
Viscosidade dinâmica (N.s/mm ²)	$8,296 \times 10^{-5}$ (calculado)
Outros parâmetros para simulação	
Velocidade do som (mm/s)	1.279.205 (calculado)
Inclinação $U_s - U_p$	0
Curva (s)	0

Tabela 3 – Parâmetros do mancal e eixo.

	Mancal de rolamento	Eixo
Material	Ferro fundido nodular	Aço inoxidável austenítico
Módulo de elasticidade (MPa)	164.000 ([8])	193.000 ([8])
Densidade (kg/mm ³)	$7,1 \times 10^{-6}$ ([8])	$8,0 \times 10^{-6}$ ([8])
Coefficiente de Poisson	0,28 ([8])	0,30 ([8])

4.2.1.2 *Modelo atual*

O domínio fluido foi modelado segundo as propriedades da graxa Exxon Mobil Ronex MP presente no rolamento da fabricante Rexnord. Os dados das propriedades foram retiradas de MATWEB (2018) ([24]), adaptadas de acordo com a unidade e temperatura considerada no modelo de um fluido viscoso newtoniano incompressível no regime barotrópico, e podem ser verificadas na Tabela 4. O sólido com superfície rugosa foi configurado como sólido elástico linear isotrópico de acordo com as propriedades do Aço Cromo SAE 52100 (100Cr6) ([24]). Este material é amplamente empregado na fabricação de rolamentos, devido sua alta resistência ao desgaste. Suas principais propriedades mecânicas atribuídas no modelo computacional podem ser visualizadas na Tabela 5.

Tabela 4 – Propriedades do fluido (modelo atual)

Graxa Exxon Mobil Ronex MP	
Densidade a 24°C (kg/mm ³)	$8,0 \times 10^{-7}$ ([24])
Viscosidade dinâmica a 24°C (N.s/mm ²)	$2,0 \times 10^{-4}$ ([24])
Viscosidade cinemática do óleo básico a 24°C (cSt)	191,67 ([24])
Grau NLGI	2 ([24])
Tipo de espessante	Complexo de Lítio ([24])
Cor visual	Verde ([24])
Outros parâmetros para simulação	
Velocidade do som na graxa (mm/s)	1.535.045 (valor calculado)
Inclinação $U_s - U_p$	0
Curva (s)	0

Tabela 5 – Propriedades do sólido

Aço Cromo SAE 52100 (100Cr6)	
Módulo de elasticidade (MPa)	210.000 ([24])
Densidade (kg/mm ³)	$7,81 \times 10^{-6}$ ([24])
Coefficiente de Poisson	0,30 ([24])

A espessura do filme lubrificante foi definida conforme literatura por $h = 3\mu\text{m}$, que corresponde ao regime de lubrificação hidrodinâmico, no qual o filme é espesso e não há contato entre as partes. Entretanto, no modelo do regime de

lubrificação mista há o contato das superfícies, que é representado pela aproximação entre o plano rígido e os picos mais altos das asperezas, assim a espessura onde não há contato é por volta de $h = 1\mu\text{m}$.

Em ambos os modelos, assume-se o fluxo do fluido como laminar, sem efeitos de turbulências, além de considerar o fluido como newtoniano e incompressível, o que explica porque os parâmetros de modelagem determinados pela razão de Grüneisen e inclinação da curva de Hugoniot $U_s - U_p$ são definidos como zero, sendo esta a equação de estado para o fluido empregada no *Abaqus*[®].

Neste estudo somente são consideradas as propriedades elásticas dos materiais e as análises obtidas a partir dessas. No modelo computacional do problema puramente elástico desenvolvido no *Abaqus*[®], a abordagem do problema de contato de Hertz é considerada, no qual a penetração pode afetar de maneira significativa a solução de tensão. Além disso, leva-se em conta o contato sem atrito entre as rugosidades homogêneas, uma vez que a ideia de que o atrito é gerado a partir das interações entre as asperezas é aqui adotada.

4.2.2 Características e convergência da malha

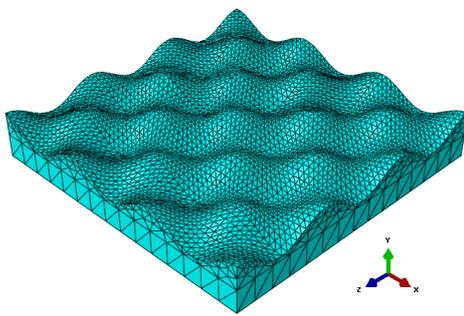
As características da malha adotada no modelo computacional preliminar baseiam-se na implementação de Padró (2015) ([31]), o qual dispôs de diferentes modelos de padrões das asperidades e tamanho da malha, analisando os resultados obtidos por meio da simulação com soluções analíticas, e conforme os resultados encontrados, modificava o tamanho dos elementos na malha adotada.

A malha aplicada ao modelo atual possui configuração de acordo com Lorentz (2013) ([22]), bem como a convergência no tempo realizada. Uma vez que, tal autor examinou os resultados obtidos em termos de forças normais atuantes ao longo do tempo no contato entre as partes, de modo que os valores encontrados eram comparados aos da literatura de referência, modificando a malha segundo os resultados desta comparação. O tipo de elemento aplicado nesta pesquisa para o fluido foi o hexaedro linear EC3D8R, pois se trata de um domínio euleriano, e o tipo de elemento tetraedro linear C3D4 foi escolhido para a malha da superfície metálica deformável, considerando uma malha do tipo lagrangeana. O tamanho

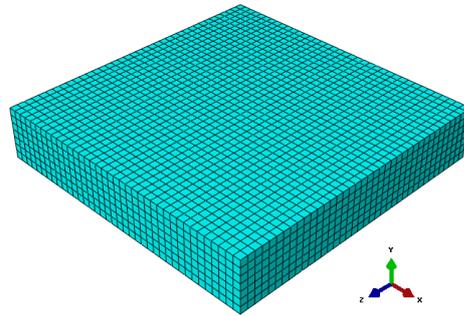
definido para os elementos e o número total destes na malha, podem ser observados na Tabela 6 e na Figura 25.

Tabela 6 – Dimensionamento da malha de elementos finitos

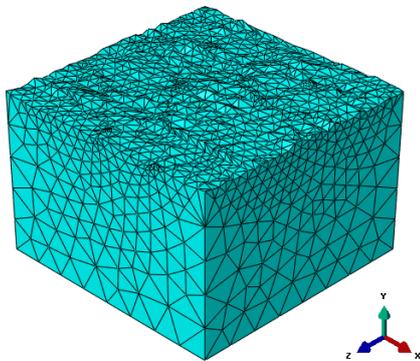
	Modelo preliminar		Modelo final	
	Sólido	Fluido	Sólido	Fluido
Tamanho global (mm)	0,0025	0,0010	0,0100	0,0014
Tamanho local (mm)	0,0008	–	0,0040	–
Nº total de elementos	13.480	10.108	17.793	8.748



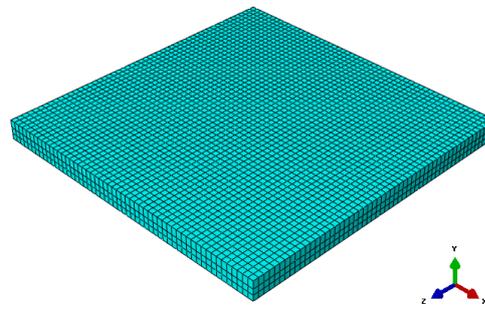
(a) Malha lagrangeana preliminar



(b) Malha euleriana preliminar



(c) Malha lagrangeana atual



(d) Malha euleriana atual

Figura 25 – Malha aplicada aos modelos número-computacional (fonte própria)

4.2.2.1 Convergência do modelo atual

Para analisar a convergência da malha no modelo final do contato lubrificado, considerou-se variar, primeiramente o comprimento do elemento euleriano e verificar sua influência nos valores de força normal atuante na superfície rugosa, como pode ser observado na Figura 26. Após esse procedimento, o tamanho dos elementos tetraédricos que compõem a malha lagrangeana foi modificado, e também se analisou o comportamento da força normal agindo na superfície rugosa, conforme Figura 27.

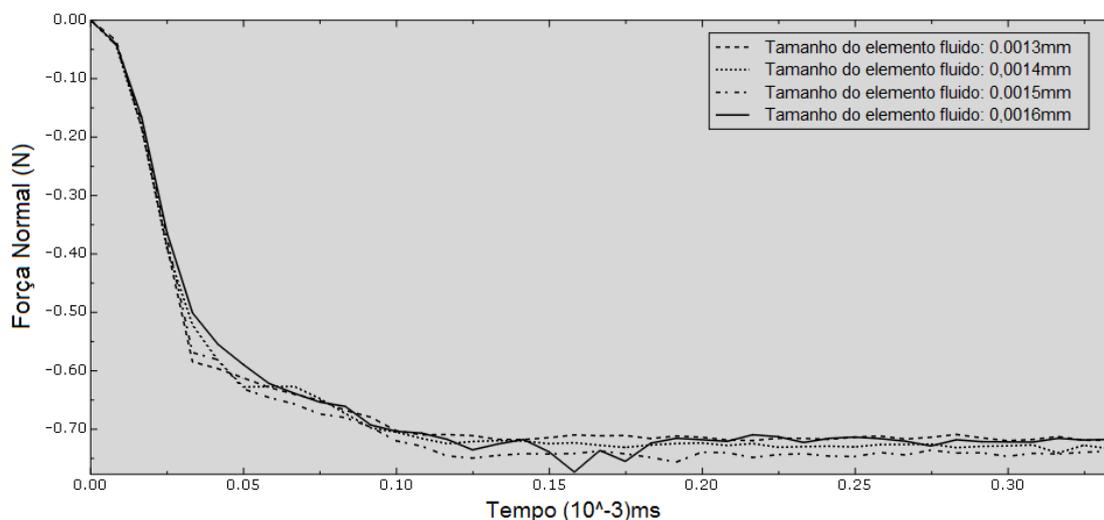


Figura 26 – Impacto do tamanho do elemento fluido na força normal da superfície rugosa (fonte própria)

Ao analisar as curvas de força normal obtidas ao longo do *Step* de contato normal ou compressão do fluido contra a superfície rugosa, (Figura 26), nota-se inicialmente um mesmo valor de força para todas as malhas, entretanto, isso é mantido por poucos microsegundos. Percebe-se em alguns momentos (logo após $0,15 \times 10^{-3}$ ms por exemplo) que quanto menos refinada a malha está maior é a força normal de compressão, sendo isso compreensível, pois quanto mais refinada a malha, mais elementos estão em contato com a superfície sólida, proporcionando melhor distribuição de pressão no fluido e valores menores de carga normal na superfície. Devido todas as malhas serem bem refinadas, elas apresentam comportamentos

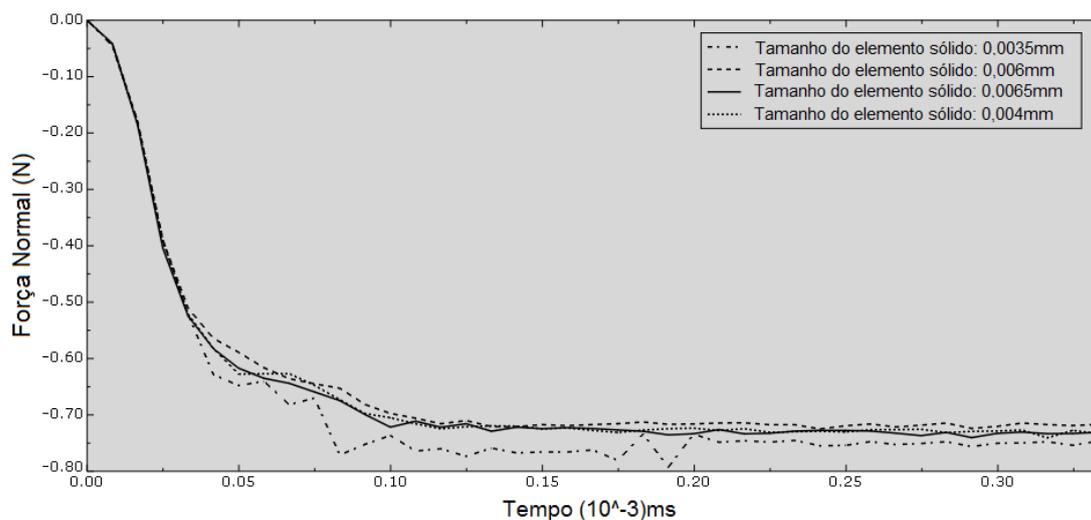


Figura 27 – Impacto do tamanho do elemento sólido na força normal da superfície rugosa (fonte própria)

muito próximos. Assim, adotou-se a malha de elementos eulerianos de tamanho 0,0014mm, considerando aceitável o número total de elementos gerados em seu domínio em relação ao total do modelo. Nesta análise o tamanho de referência do elemento sólido foi 0,004mm.

A fim de observar o impacto da variação do tamanho do elemento da malha lagrangeana na força normal de contato, atenta-se à Figura 27. É possível constatar uma variação um pouco maior da força normal com o uso da malha de tamanho 0,0035mm (mais refinada). Como as outras três malhas analisadas aqui possuem valores bem próximos de força normal (ao redor de 0,7N), a malha de tamanho 0,004mm foi escolhida, por ser mais refinada entre as três, assim mais precisa para ser utilizada. O tamanho de referência para o elemento fluido empregado nesta análise de convergência foi 0,0014mm.

4.2.3 Montagem das partes e definição das condições de contorno

Após aplicar as propriedades materiais e definir a malha, realizou-se o posicionamento das partes, de modo que o sólido com superfície rugosa localiza-se na parte inferior e o plano rígido na superior. Estes dois estão totalmente inseridos

dentro da caixa do domínio fluido no *Assembly* do modelo preliminar. Porém no modelo atual, a parte fluida possui um domínio menor (tamanho menor), está também localizada entre a superfície e o plano rígido, mas a parte sólida não se situa completamente dentro do domínio fluido, uma vez que com esta configuração é possível utilizar menos elementos na malha. Assim, o presente trabalho apresenta uma contribuição em relação ao de Ferraz (2018) ([13]), pois mesmo diminuindo o domínio fluido e modificando sua posição, não houve divergências nos resultados, como vazamento do fluido, por exemplo. O lubrificante permanece confinado entre as partes e não há a penetração de fluido na superfície sólida.

A porção do domínio euleriano definida como vazia, ou seja, onde não haverá a presença do filme lubrificante, encontra-se posicionada dentro da malha lagrangeana, sem efeitos da ação da força de gravidade ([13]). Na próxima seção são dispostos alguns assuntos relevantes acerca da modelagem utilizando o *software Abaqus*[®]. A Figura 28 mostra o posicionamento das instâncias nos modelos implementados.

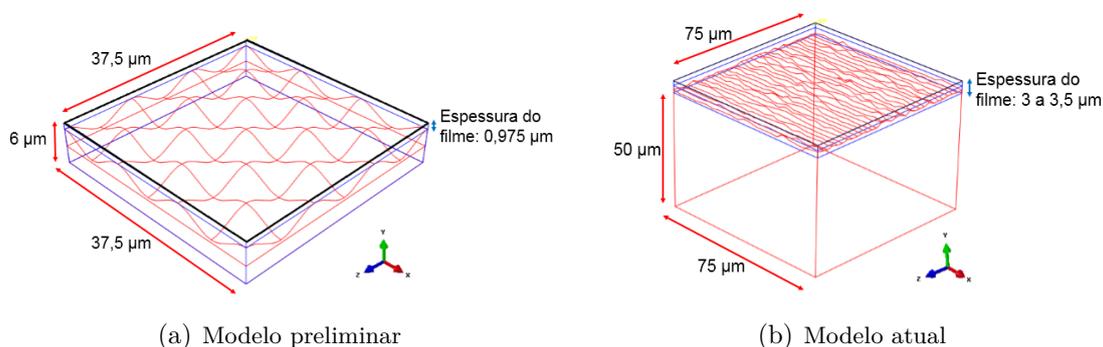


Figura 28 – Posicionamento das instâncias: superfície rugosa (vermelho), domínio do fluido lubrificante (azul) e plano rígido (preto)

Para realizar a modelagem é preciso aplicar as condições de contorno no modelo de forma a simular o mais próximo do real. Em geral, as condições dispostas a seguir são consideradas em ambos os modelos, preliminar e final, tanto no regime de lubrificação hidrodinâmica como no misto. Entretanto, a diferença entre os regimes HD e misto reside no fato de que neste há o contato do plano rígido com

algumas asperezas da superfície, enquanto que no outro isso não acontece. Além disso, no modelo preliminar onde se considera o regime de lubrificação EHL, ocorre o contato do plano rígido em todos os picos, visto que possuem a mesma altura.

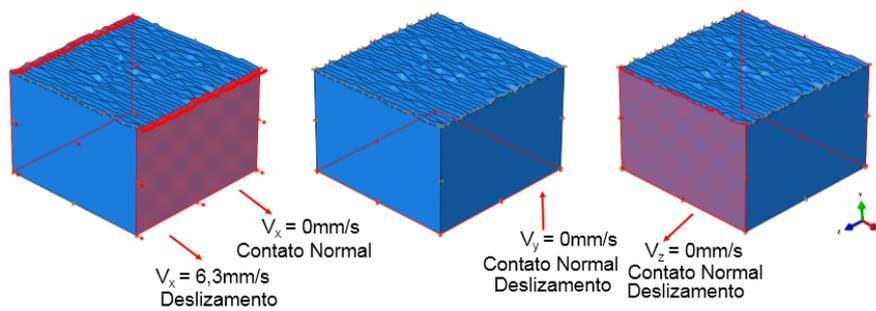
Assim, no *Step* inicial as condições de velocidade $V_{x,y,z} = 0\text{mm/s}$ são estabelecidas para todas as partes do modelo com o intuito de inicializá-las, sendo este *Step* inicial necessário a todos os modelos do *Abaqus*[®]. No segundo *Step*, a condição de contorno do plano rígido na direção y é modificada para $V_y = -3\text{mm/s}$ (deslocamento no sentido y negativo) a fim de modelar primeiramente um contato normal entre as superfícies sólidas, ou no caso do regime hidrodinâmico, manter a espessura do filme lubrificante espessa.

Após a conclusão dessa etapa, implementa-se o *Step* de deslizamento (deslocamento no sentido x positivo), no qual a velocidade do plano rígido é modificada para zero na direção y , e a da superfície rugosa na direção x alterada para $6,3\text{mm/s}$ no modelo atual (valor de velocidade conforme Morales-Espejel et al. (2014) ([25]) e $76,6\text{mm/s}$ no preliminar (valor de velocidade de acordo com ensaio em bancada realizado com o mancal de rolamento), a fim de que ocorra o deslizamento entre as partes.

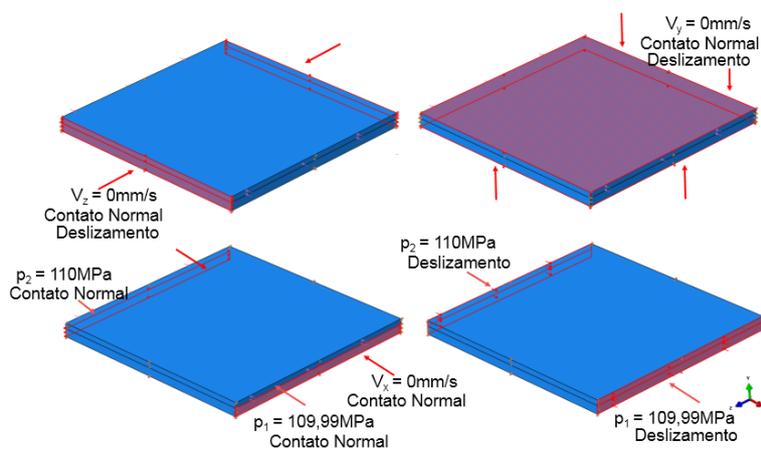
Adicionalmente, no segundo e terceiro *Steps*, aplica-se uma pequena variação de pressão ao filme lubrificante de $p_1 - p_2 = 110 - 109,99\text{MN/mm}^2$ (MPa) na direção x , para permitir que haja fluxo do fluido entre as partes conforme Lorentz (2013) ([22]). O período definido para cada *Step* é mostrado na seção de resultados e análises. As condições de contorno definidas para o plano rígido, o qual representa a parte estacionária do modelo durante o deslizamento, foram aplicadas a um ponto de referência (RP) em sua geometria. Na Figura 29 é possível observar com mais detalhes as condições de contorno empregadas ao modelo.

4.2.4 Tratamento do problema fluido-estrutura no *Abaqus*[®]

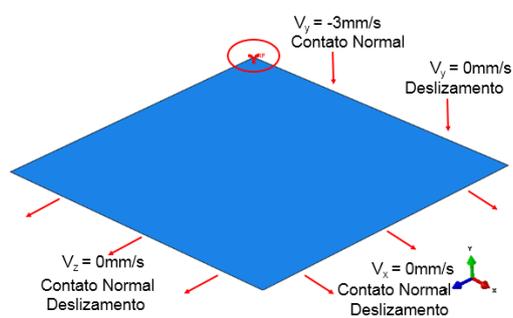
A descrição a seguir é fundamentada na bibliografia de Simulia (2011) ([35]).



(a) Parte sólida



(b) Parte fluida



(c) Parte rígida

Figura 29 – Condições de contorno do modelo computacional

4.2.4.1 Definições do contato e modelagem da interação fluido-estrutura

Os contatos sólido-sólido e sólido-fluido são resolvidos por meio do algoritmo de contato geral presente no *software Abaqus*[®]. As interações definidas como contato geral do tipo "*all with self*" permitem delinear o contato entre todas ou várias regiões do modelo com uma única interação. Este tipo de definição é usada para estabelecer o contato entre corpos Lagrangeanos e materiais Eulerianos em uma análise de acoplamento de ambos.

No caso do contato do meio fluido com sólido o método CEL é utilizado. Supõe-se que a interface fluido-sólido seja um contato puramente sem deslizamento (*no slip*), de modo que não ocorra nenhum deslocamento relativo entre o fluido e o sólido em seus limites. Já o contato sólido-sólido foi modelado conforme as componentes de forças normais do tipo "*hard*", o qual minimiza a penetração entre as superfícies e não permite a transferência de tensão de tração através da interface. E as componentes tangenciais foram caracterizadas como sem atrito (*frictionless*).

A modelagem do contato em termos de pressão no contato é feita segundo o que se define em relação às componentes normais. Assim, considerou-se a configuração padrão (*default*), como pode ser visualizada na Figura 30. O princípio consiste no fato de que quando as superfícies estão em contato, qualquer pressão de contato pode ser transmitida entre elas. Se a pressão de contato for reduzida a zero as superfícies se separam, e as superfícies separadas entram em contato quando a folga entre elas se restringe a zero.

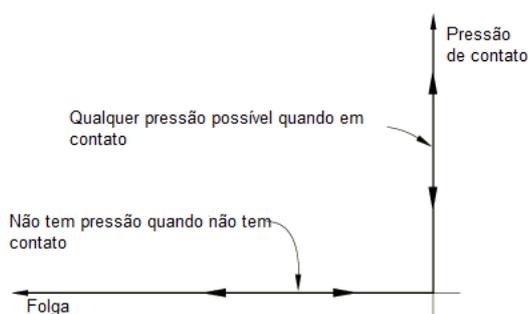


Figura 30 – Relação entre pressão de contato e folga. Adaptada de Simulia (2011) ([35])

As restrições do contato normal definido como *hard* são aplicadas usando o método de penalidade, no qual o parâmetro de rigidez de penalidade padrão é automaticamente maximizado, sujeito aos limites de estabilidade. Consiste em introduzir um comportamento adicional de rigidez no modelo, de maneira a influenciar o incremento de tempo estável.

A formulação do contato Lagrangeano-Euleriano no *Abaqus*[®] é baseada em um método onde a estrutura lagrangiana ocupa regiões vazias dentro da malha euleriana. O algoritmo de contato geral do *Abaqus/Explicit* calcula e rastreia automaticamente a interface entre a estrutura definida como lagrangeana e a euleriana. Com o emprego desse método, não há a necessidade de gerar uma malha em conformidade para o domínio Euleriano, apenas realizar um refinamento dos elementos em contato para garantir melhor precisão.

Assim, na inicialização da modelagem, o corpo sólido deve estar posicionado dentro da malha do fluido, e os elementos eulerianos subjacentes devem conter espaços vazios. Durante a análise, o corpo lagrangeano "empurra" o material para fora dos elementos eulerianos pelos quais ele passa. Similarmente, o material euleriano que flui em direção ao corpo lagrangeano é impedido de entrar nos elementos de fluido preenchidos pela malha do sólido. Dessa maneira, tal formulação garante que dois materiais não ocupem o mesmo espaço físico.

Isso é permitido devido ao fato da implementação de um domínio euleriano no *Abaqus/Explicit* ser baseada no método do volume de fluido. No qual o material é rastreado à medida que ele flui através da malha, calculando sua fração de volume Euleriana (EVF) dentro de cada elemento.

Enquanto em uma malha lagrangeana os nós são fixados dentro do material e os elementos sofrem deformação à medida que o material deforma-se, em uma análise euleriana, os nós são fixos no espaço e o material flui através de elementos que não se deformam. A quantidade de material euleriano é calculada durante cada incremento de tempo e geralmente não corresponde a um limite de elemento.

4.2.4.2 Solução de problemas não-lineares

Para resolver os problemas não-lineares, o método de Newton é empregado. Baseia-se na combinação de procedimentos incrementais e iterativos. Para mais detalhes acerca do método, sugere-se a bibliografia de Heath (1997) ([18]).

A solução é encontrada especificando a variável a ser definida em função do tempo e do incremento, para assim, obter a resposta não linear. Então, a simulação é dividida em um número de incrementos de tempo, e a configuração aproximada de equilíbrio é encontrada no final de cada incremento. Geralmente, muitas iterações são necessárias a fim de determinar uma solução aceitável para cada incremento de tempo.

O histórico de tempo para uma simulação consiste em uma ou mais etapas (*Steps*), nas quais são definidas as análises desejadas. Cada *step* é dividido em incrementos a fim de que a solução não linear siga um caminho até chegar à solução aproximada. Uma iteração é uma tentativa de encontrar uma solução de equilíbrio em um incremento. Caso o modelo não esteja em equilíbrio, ou seja, não possui solução satisfatória no final da iteração, outra iteração será realizada. E o tamanho dos incrementos de tempo, neste estudo, foi ajustado automaticamente.

5 RESULTADOS E ANÁLISES

5.1 MODELO PRELIMINAR

Foram criados dois modelos, um de interação sólido-sólido e outro de interação sólido-fluido a fim de comparação dos resultados e análise do comportamento de um contato não lubrificado e outro lubrificado. Com isso, a única diferença entre eles é a presença de filme lubrificante.

Para o caso do contato não lubrificado, valores de pressão máxima de contato entre a superfície rugosa e o plano rígido maiores foram verificadas, $p_{\max} = 7,58 \times 10^3 \text{MPa}$, se comparada à medida no caso do contato lubrificado, $p_{\max} = 6,40 \times 10^3 \text{MPa}$, melhor visualizados nos picos das asperezas em contato, conforme Figura 31. As pressões de contato obtidas são altas, pois se trata de uma análise microscópica, ou seja, são pressões reais agindo nas rugosidades, ao invés de pressões nominais quando se leva em conta a área total das superfícies.

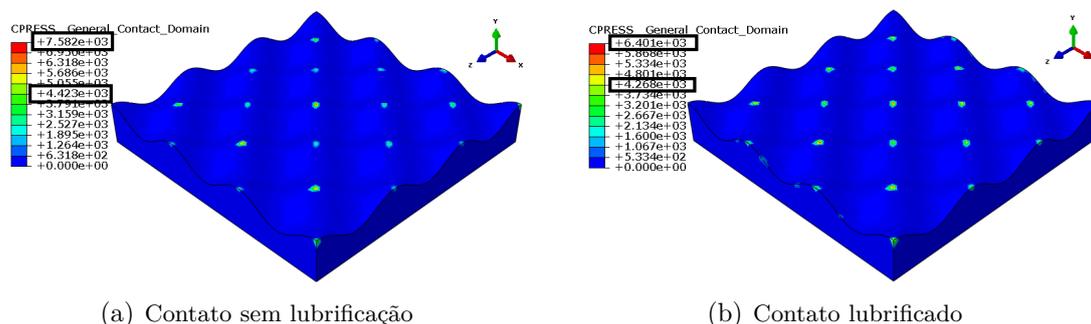


Figura 31 – Pressão de contato (p_{\max}) em MPa

A modelagem do contato no *Abaqus*[®] levou em consideração que o contato é do tipo geral, de maneira que todos os limites superficiais, sejam eles do material sólido ou fluido possam interagir ("*all with self*"). No modelo sem lubrificante, ocorre contato somente no momento em que o plano rígido toca os picos das asperezas atingindo uma área de contato de $0,0105 \mu\text{m}^2$, e no modelo lubrificado o cálculo da pressão de contato inicia-se quando o fluido encosta na superfície rugosa,

apresentando área de contato de $1,5\mu\text{m}^2$. Como esperado, as pressões de contato atuantes entre superfícies sem filme lubrificante são maiores às obtidas em um contato lubrificado.

O valor da condição de contorno em velocidade, responsável por proporcionar o encontro das superfícies, $V_y = 3\text{mm/s}$, foi determinada de maneira empírica. Acredita-se que ao variar esse parâmetro alterações significativas possam ocorrer nos valores de pressão de contato, e também em outros resultados. Assim, na seção de trabalhos futuros uma abordagem alternativa é sugerida. As condições de contorno aplicadas ao modelo, como já referenciado, baseiam-se no estudo de Ferraz (2018) ([13]), apenas os valores foram modificados devido a diferença no tipo de aplicação.

A pressão média desenvolvida no fluido a partir da simulação de deslizamento entre as partes varia entre $p_f = 1,11 \times 10^2\text{MPa}$ e $p_f = 1,23 \times 10^2\text{MPa}$, de forma que se pode verificar na Figura 32 (a parte em azul não possui fluido).

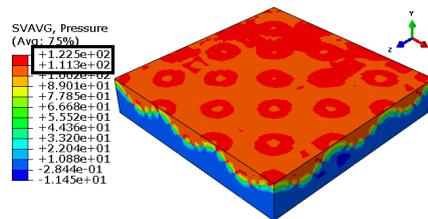
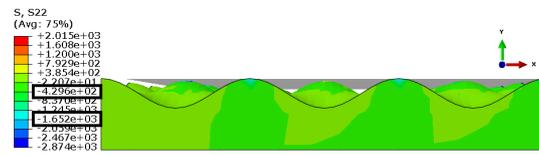


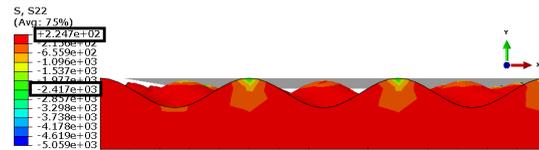
Figura 32 – Pressão no lubrificante (p_f) em MPa

Em relação às tensões normais desenvolvidas, nota-se que quando a interação não possui o filme lubrificante a tensão normal média é de compressão, variando entre $\sigma_n = -1,65 \times 10^3\text{MPa}$ e $\sigma_n = -4,30 \times 10^2\text{MPa}$, Figura 33. E quando a interação é lubrificada, a tensão normal média na superfície é de tração em torno de $\sigma_n = 2,25 \times 10^2\text{MPa}$, enquanto nos picos das asperezas em contato é de compressão por volta de $\sigma_n = -2,42 \times 10^3\text{MPa}$. Esses resultados são adequados, pois as rugosidades possuem alturas iguais, ou seja, o perfil de rugosidades é homogêneo proporcionando o contato de todas as asperezas com o plano rígido. E, segundo Childs (2014) ([9]), a tensão de pressão de contato (tensão normal) em rolamentos

é alta da ordem de 2.000MPa, uma vez que a área de contato é muito pequena.



(a) Contato sem lubrificação



(b) Contato lubrificado

Figura 33 – Tensão normal média (σ_n) em MPa

Para as tensões de cisalhamento (τ) foi realizado um procedimento de homogeneização dos resultados para toda superfície nominal que consistiu em se calcular a razão entre as forças tangenciais atuantes na superfície estando contrárias ao movimento (F_A) e a área real de contato A_r . Os resultados obtidos em termos de cisalhamento, o qual ocorreu no plano (x, z) podem ser observados no gráfico a seguir, Figura 34. No início do deslizamento no contato sem lubrificação, a tensão de cisalhamento inicia-se em zero e com o tempo ela aumenta mantendo-se próxima de $\tau_{x,z} = 5\text{MPa}$, pois se trata de tensão de cisalhamento em corpo sólido deformado sem a presença de fluido. Quando o movimento encerrar não haverá mais tensões de cisalhamento agindo no sólido elástico.

Porém, no contato lubrificado, ao se iniciar o movimento de deslizamento, é possível notar uma tensão de cisalhamento na superfície já existente devido o contato normal entre as partes com a presença de fluxo do lubrificante. No decorrer do deslizamento seu valor diminui permanecendo próximo de $\tau_{x,z} = 0,5\text{MPa}$, e se conservará constante mesmo que cesse o movimento, pois neste caso há a influência do fluido entre as superfícies em contato.

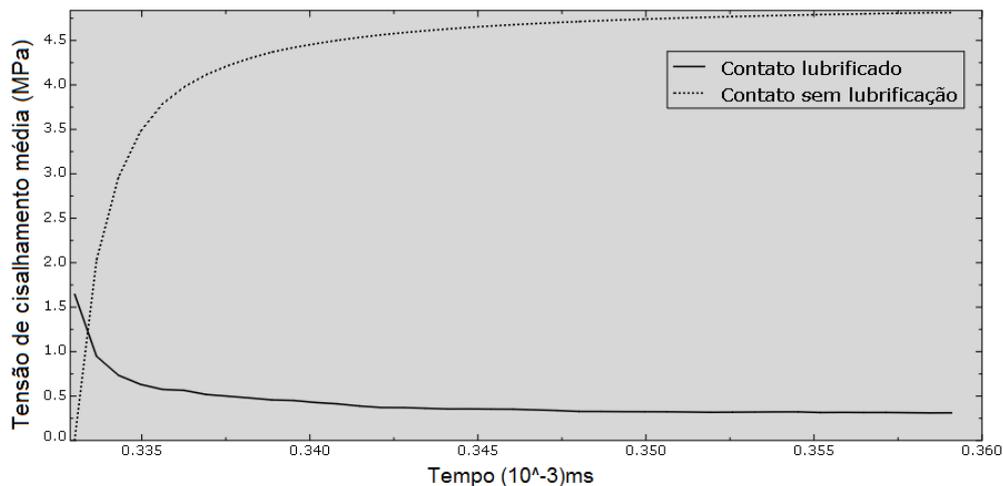


Figura 34 – Avaliação das tensões no modelo preliminar

5.2 MODELO ATUAL

Foram elaborados dois modelos de superfícies em contato, em escala microscópica, um com o emprego do regime de lubrificação hidrodinâmica, no qual o filme é mais espesso e não há o contato propriamente dito das rugosidades, e outro no regime misto, onde pode ocorrer o contato entre algumas asperezas, porém possuindo regiões com filme fluido e sem contato sólido-sólido. A área de contato foi de $5,63\mu\text{m}^2$ para os dois casos, uma vez que, como já mencionado na seção anterior, a modelagem empregada no *software Abaqus*[®] é do tipo "all with self", na qual todos os limites superficiais (sólido e fluido) interagem. A partir destes, comparações dos resultados obtidos analisando o comportamento da pressão de contato, pressão no fluido e coeficiente de atrito segundo as características de cada regime foram realizadas e são demonstradas a seguir.

As pressões de contato desenvolvidas na superfície rugosa mais realística do modelo atual apresentaram comportamento diferente se relacionadas ao modelo homogêneo lubrificado, em termos de sua distribuição sobre a superfície. Foram notadas pressões de contato distribuídas na superfície, em alguns momentos da simulação, no entanto, em sua maior parte apenas é reportado pressão de contato em alguns picos. Como esperado, uma vez que em uma superfície rugosa real as

asperezas encontram-se dispersas aleatoriamente, com distribuição das alturas e vales não-homogênea.

Na Figura 35, os valores das pressões de contato máximas obtidas nos picos de alturas mais sobressalentes na superfície rugosa são mostrados, bem como onde atuam. No emprego do regime hidrodinâmico, a pressão de contato máxima chega a $p_{\max} = 2,23 \times 10^3$ MPa, e no regime de lubrificação mista alcança $p_{\max} = 3,46 \times 10^3$ MPa. Logo, atenta-se ao fato de que no emprego de uma camada de filme fluido mais espessa, pressões de contato menores são atingidas.

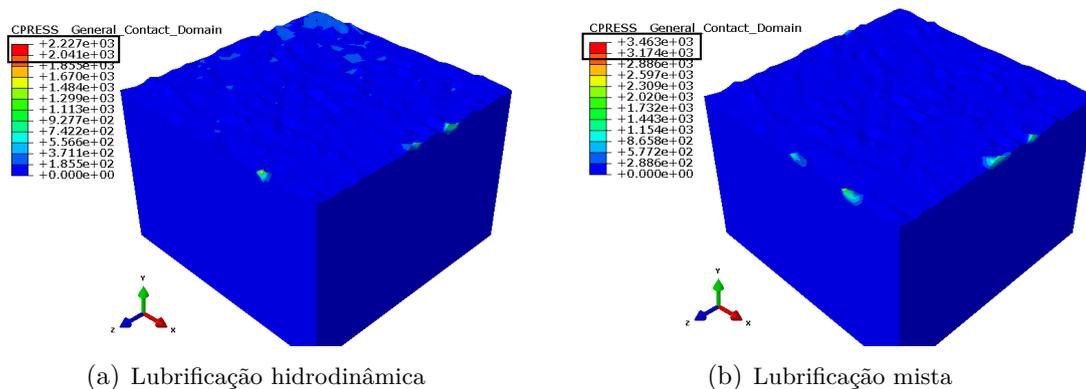


Figura 35 – Análise da pressão de contato na superfície do modelo atual

Em relação as pressões no fluido presente entre as partes, uma maior variação ocorre no regime misto, onde uma maior proximidade entre as asperezas e o plano rígido está situada, como se pode verificar na Figura 36. No regime hidrodinâmico os valores variam entre $p_f = 1,02 \times 10^2$ MPa a $p_f = 1,69 \times 10^2$ MPa, e no caso da lubrificação mista de $p_f = 6,75 \times 10^1$ MPa a $p_f = 1,72 \times 10^2$ MPa.

Novamente um procedimento de homogeneização dos resultados foi aplicado para se calcular o coeficiente de atrito através da razão entre as forças resistivas ao movimento (força tangencial) e as forças normais atuantes no corpo, e está intimamente relacionado ao regime de lubrificação presente no contato das superfícies. Assim, uma avaliação acerca do coeficiente de atrito entre as superfícies considerando o regime de lubrificação hidrodinâmico e misto é retratada na Figura 37. Percebe-se no regime hidrodinâmico que o coeficiente de atrito parte do zero no

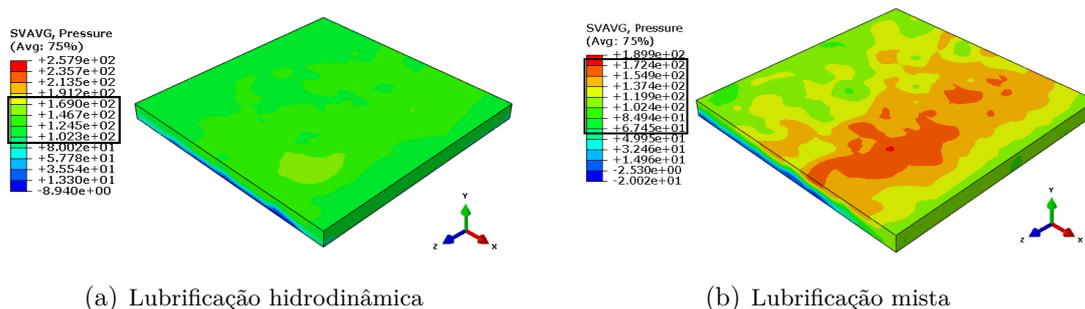


Figura 36 – Análise da pressão no filme fluido

início do deslizamento e em seguida mantém-se próximo de 0,0045. Já no regime de lubrificação mista, um valor de coeficiente de atrito maior é constatado desde o início do deslizamento e assim permanece, chegando a próximo de 0,014. Este comportamento em relação aos dois regimes eram prováveis, visto que ao analisar a curva de Stribeck, verifica-se que os valores obtidos na simulação estão dentro da faixa de cada regime. Na lubrificação hidrodinâmica o coeficiente de atrito é baixo, por volta de 0,001 a 0,005, enquanto no regime misto seu valor é maior podendo variar entre 0,005 e 0,015.

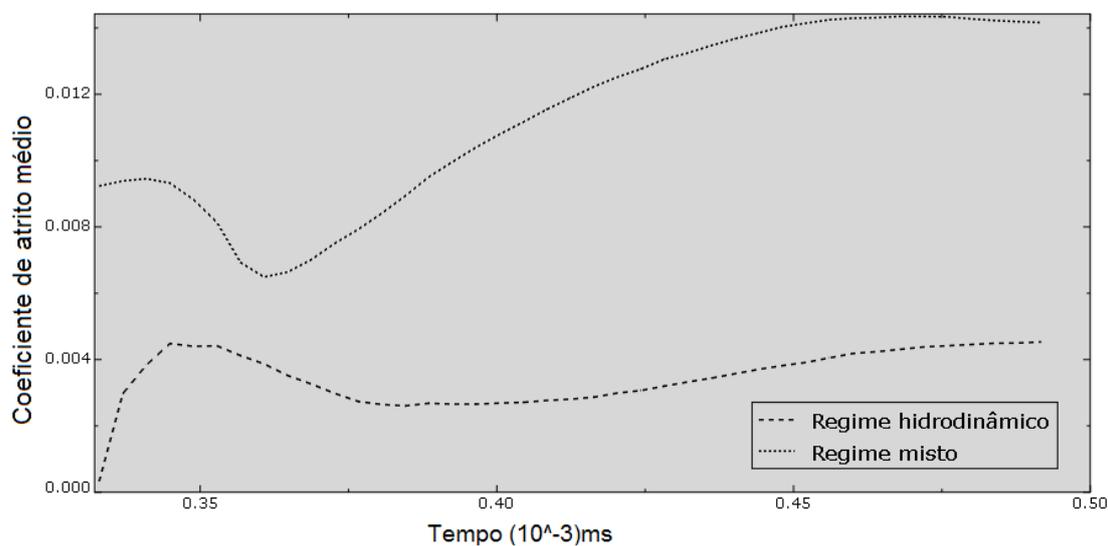


Figura 37 – Avaliação do coeficiente de atrito no modelo atual

A modelagem utilizando elementos finitos é de um modelo dinâmico, todavia, as condições de trabalho são determinadas de forma a reproduzir um regime quase-estático com uma velocidade constante de deslizamento. Assim, na Tabela 7, é apresentado o custo operacional em termos de tempo de simulação e o número total de incrementos.

No modelo preliminar, a superfície deslizou um espaço de $2\mu\text{m}$, enquanto que no modelo atual percorreu somente $1\mu\text{m}$, além disso a velocidade de deslizamento empregada no preliminar foi maior se comparada a do modelo atual, por isso seu tempo de simulação no *Step2* é superior. Logo, os tempos de simulação para os *Steps* foram definidos conforme a escolha do espaço e da velocidade para haver o contato e deslizamento das partes. Neste estudo não foram realizadas comparações entre os resultados alcançados pelos modelos preliminar e atual, mas sim, entre os "submodelos" implementados em cada etapa da pesquisa. Os valores mostrados na Tabela 7, são para conhecimento, principalmente em relação ao tempo que uma máquina leva para simular a modelagem numérica-computacional aqui desenvolvida.

Tabela 7 – Tempo de simulação

	<i>Step1</i> (μs)	<i>Step2</i> (μs)	Total(μs)	Máquina	Total de incrementos
Modelo preliminar					
Sem Lubrificação	0,333	26,11	26,443	12min	17.823
Lubrificação EHL	0,333	26,11	26,443	4h43min	121.995
Modelo atual					
Lubrificação HD	0,333	0,159	0,492	8h51min	385.167
Lubrificação Mista	0,333	0,159	0,492	11h27min	460.429

6 CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

É possível concluir que o modelo computacional 3D de interação fluido-estrutura criado, primeiramente, para analisar o comportamento do contato de uma superfície de textura uniforme com um plano rígido apresentou resultados satisfatórios, sendo composto por uma geometria mais simples.

Em relação às comparações realizadas do contato sem e com filme lubrificante no modelo preliminar, os valores de pressões de contato, tensões normais e tangenciais alcançados entre as partes lubrificadas foram menores aos obtidos no contato seco. Além disso, o modelo homogêneo baseado na lubrificação elasto-hidrodinâmica foi capaz de fornecer tensões normais próximas à referenciada na literatura. No entanto, sabe-se que o modelo implementado é preliminar e apresenta pontos de melhoria pertinentes à configuração do domínio fluido, às condições de contorno aplicadas e também associada à superfície do sólido, a qual se atentou no decorrer deste trabalho.

Conforme planejado, um ensaio de perfilometria óptica foi realizado utilizando os componentes que se encostam em um rolamento, como a esfera e as pistas interna e externa, proporcionando a elaboração de um modelo 3D que representa a superfície da esfera de maneira mais realística.

Assim, foi possível criar o modelo do contato sólido-fluido, designado por atual, possuindo a superfície rugosa da parte sólida caracterizada segundo os dados do ensaio de perfilometria. Tal modelo foi implementado com regime de lubrificação hidrodinâmica e mista, e os resultados encontrados são mais realísticos, principalmente ao relatar coeficientes de atrito conforme a literatura, o qual foi estimado por meio das forças de contato analisadas nas simulações.

Porém, existem lacunas no modelo computacional, tanto associadas à geometria como às condições de contorno e formulação das etapas de modelagem, uma vez que o problema aqui tratado possui formulação matemática e numérica complexa. Além disso, em termos computacionais, ao empregar o método de elementos finitos para solucionar as EDP's que governam o problema, depara-se com o desafio de adotar uma malha adequada, que permita alcançar resultados aproximados e em

menor tempo de simulação. Todavia, o *Abaqus*[®] é robusto e abrange diversos tipos de aplicação e configuração para modelagem, facilitando-a. Logo, oportunidades de melhoria são previstas a seguir.

Diante dos estudos realizados até o momento, sugere-se prosseguir com o modelo mais realístico das asperezas ao buscar resultados relacionados à aplicação em rolamentos. Assim, implementar algumas mudanças com o intuito de avaliar seus impactos e tornar a modelagem mais próxima das condições reais de operação.

Logo, aprimorar o modelo de maneira que as propriedades plásticas dos materiais seja considerada, posto que a plasticidade está intimamente associada às deformações e ao desgaste de superfícies metálicas. Ademais, modificar a abordagem do contato normal no que diz respeito à aplicação da condição de contorno de cargas ao invés de velocidade de contato, assim como são implementados em outras literaturas ([22] e [37]).

Além disso, efetuar um maior número de simulações para analisar os efeitos produzidos pelas condições de contorno aplicadas ao modelo, como velocidade de deslizamento, variação de pressão no filme, com relação às saídas, como nas tensões de cisalhamento, pressões na superfície e no fluido, atrito, entre outras.

Aprimorar as técnicas de homogeneização dos resultados utilizadas em escala microscópica para os inserir em um modelo computacional 3D do rolamento de um mancal com configuração geométrica macroscópica.

Outra análise significativa para implementar ao modelo computacional é o acoplamento térmico do contato no caso lubrificado. Assim, avaliar a influência da variação de temperatura do fluido nas superfícies em contato, uma vez que se sabe segundo a literatura relacionada, que uma boa lubrificação reduz o aquecimento entre as partes, pois várias propriedades que descrevem o problema de interação fluido-estrutura, como a viscosidade, são alteradas com a mudança de temperatura.

Em termos de recursos disponibilizados em modelagem pelo *Abaqus*[®], empregar a malha adaptativa baseada no Método Lgrangeano-Euleriano Arbitrário (ALE) é recomendado. Este possibilita uma menor deformação das malhas na interface sólido-fluido no momento em que ocorre a interação, entre outras vantagens. Portanto, como o problema envolve a análise de dinâmica dos fluidos

computacional (CFD), sugere-se realizar uma co-simulação entre o *Abaqus/Explicit* e o *Abaqus/CFD*, sendo esta metodologia mais apropriada para resolver problemas complexos de interação fluido-estrutura utilizando este *software*. O fluxo do fluido é modelado dentro da capacidade do *Abaqus/CFD* utilizando o Método dos Volumes Finitos (MVF), e a dinâmica estrutural do contato entre as superfícies no *Abaqus/Explicit*. O fluido totalmente acoplado dependente do tempo e o acoplamento estrutural são ativados em segundo plano usando o mecanismo de co-simulação (CSE) dentro do *Abaqus*[®].

REFERÊNCIAS

- [1] ALBERS, A.; REICHERT, S. On the influence of surface roughness on the wear behavior in the running-in phase in mixed-lubricated contacts with the finite element method. *Elsevier Ltd, Wear* 376-377, p. 1185–1193, 2017.
- [2] BASTOS, F. S. *Análise Numérica do Contato Oclusal, Atrito e Desgaste Dentário Humano*. Tese de Doutorado, Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais, Brasil, 2008.
- [3] BHASKAR S.; HUSSAIN M.; ALI M. Stability analysis on plain journal bearing with effect of surface roughness. *International Journal of Scientific and Engineering Research*, v.4, p. 2229–5518, 2013.
- [4] BHUSHAN, B. *Introduction to tribology*. New York: John Wiley & Sons, 2002.
- [5] BOWDEN, F. P.; TABOR, D. *The Friction and Lubricated of Solids*. Publicado em Oxford Classics Series, New York: Oxford University Press Inc., 2001.
- [6] BUDYNAS, R.; NISBETT, J. *Elementos de Máquinas de Shigley*. v.10^a edição. Porto Alegre: AMGH Editora Ltd, 2016.
- [7] BURSTEIN, L. *Tribology for Engineers, Chapter 3: Lubrication and roughness*. Israel: Technion–IIT, p. 75-120, 2011.
- [8] CALLISTER Jr. W. D.; RETHWISCH, D. G. *Ciência e Engenharia de Materiais: Uma Introdução*. Tradução Sergio Murilo Stamile Soares. v. 9^a edição. Rio de Janeiro: LTC, 2018.
- [9] CHILDS, P. *Mechanical Design Engineering Handbook, Chapter 6: Rolling Element Bearings*. Elsevier Ltd, 2014. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/B978-0-08-097759-1.00006-X>>. Acesso em: 20 nov. 2018.
- [10] DONEA, J.; HUERTA, A.; PONTHOT, J.-Ph.; RODRIGUEZ-FERRAN, A. *Encyclopedia of Computational Mechanics Vol. 1: Fundamentals., Chapter 14: Arbitrary Lagrangian-Eulerian Methods*. John Wiley & Sons, Ltd. 2004.
- [11] FARFÁN-CABRERA, L.; GALLARDO-HERNÁNDEZ, E. Wear evaluation of journal bearings using an adapted micro-scale abrasion tester. *Elsevier Ltd, Wear* 376-377, p. 1841–1848, 2017.
- [12] FERRAZ, M. V. S.; BASTOS, F. S.; VECCHIO, S. D. *Computational modelling of the lubricated contact between rough surfaces in Abaqus®*. ABMEC, CILAMCE, Santa Catarina, Brasil, 2017.

- [13] FERRAZ, M. V. S. *Interação fluido-estrutura no contato lubrificado entre asperezas e plano rígido via elementos finitos*. Dissertação de mestrado, Programa de Pós-Graduação em Modelagem Computacional/UFJF, Juiz de Fora, Brasil, 2018.
- [14] FICHA TÉCNICA. *Óleo lubrificante hidráulico antidesgaste ISO VG 68*. Elaborado por Fábio Dias, Aprovado por Marcelo Beltran, Total Lubrificantes do Brasil, 2012.
- [15] FOX, R.; MCDONALD, A.; PRITCHARD, P.; MITCHELL, J. *Introdução à Mecânica dos Fluidos*, v. 9ª edição. Rio de Janeiro: LTC, tradução Ricardo Nicolau Nassar Koury e Luiz Machado, contribuição especial de John C. Leylegian, 2018.
- [16] HAMROCK, B.; SCHMID, S.; JACOBSON, B. *Fundamental of Fluid Film Lubrication*. v. 2ª edição. Nova York: Marcel Dekker, Inc., 2004.
- [17] HARRIS, T. A.; KOTZALAS, M. N. *Essential Concepts of Bearing Technology: Rolling Bearing Analysis*. v. 5ª edition. Nova York: Taylor & Francis Group, 2007.
- [18] HEATH, M. T. *Scientific Computing An Introductory Survey*. v. 1ª edição. Urbana-Champaign: McGraw-Hill, 1997.
- [19] KHONSARI, M. M.; BOOSER, E. R. *Applied Tribology: Bearing Design and Lubrication*. Chichester (Inglaterra): Wiley, 2001.
- [20] LAI, M.; KREMPL, E.; RUBEN, D. *Introduction to Continuum Mechanics*. v. 4ª edição. Burlington (USA): Butterworth-Heinemann, 2010.
- [21] LAURENTIS, N.; KADIRIC, A.; LUGT, P.; CANN, P. The influence of bearing grease composition on friction in rolling/sliding concentrated contacts. *Elsevier Ltd, Tribology International* 94, p.624–632, 2016.
- [22] LORENTZ, B. *An approach to investigate surface roughness influence on non-lubricated and lubricated contacts by means of the finite element analysis*. Tese de Doutorado, Faculty of Mechanical Engineering, Karlsruhe Institute of Technology (KIT), Institute of Product Engineering of Karlsruhe (IPEK), France, 2013.
- [23] MACHADO, T. H.; ALVES, D. S.; CAVALCA, K. L. Investigation about journal bearing wear effecton rotating system dynamic response in time domain. *Elsevier Ltd, Tribology International* 129, p.124–136, 2018.

- [24] MATWEB . *MatWeb Material Property Data*. 2018. Disponível em:<<http://www.matweb.com>>. Acesso em: 14 nov. 2018.
- [25] MORALES-ESPEJEL, G. E. et al. Film thickness in grease lubricated slow rotating rolling bearings. *Elsevier Ltd, Tribology International* 74, p. 7–19, 2014.
- [26] NANOVEA. *Profilometers 3D Non Contact Metrology*, 2018.
- [27] NEWS MEDICAL LIFE SCIENCES. *Estudo identifica opções para restaurar a lubrificação da cartilagem do joelho para impedir o OA*. 2010. Disponível em: <<https://www.news-medical.net/news/20100806/44/Portuguese.aspx>>. Acesso em: 15 jan. 2019.
- [28] NORMA ISO 16610-21. Especificações Geométricas do Produto (GPS) - Filtração - Parte 21: Filtros de Perfil Linear: Filtros Gaussianos, 2011.
- [29] NSK - MOTION AND CONTROL. *Acessórios elétricos e rolamentos de motor*. 2018. Disponível em:<<http://www.nsk.com.br/acessorios-eletricos-motor-45.htm>>. Acesso em: 22 nov. 2018.
- [30] OLIVELLA, X. O.; BOSCH, C. A. S. *Mecânica de meios contínuos para engenheiros*. v. 1ª edição. Barcelona: Edicions de la Universitat Politècnica de Catalunya (UPC), 2000.
- [31] PADRÓ P. Finite element simulation of elastic contact between rubber rough surface and steel surface. Monografia em Engenharia Mecânica, Escola Politècnica Superiord'Enginyeria de Manresa (EPSEM), Universidade Politècnica de Catalunya (UPC), Manresa, Catalunya, 2015.
- [32] PORTAL ENERGIA. *Fatores que provocam as falhas nas caixas multiplicadoras dos aerogeradores*. 2017. Disponível em: <<https://www.portal-energia.com/fatores-provocam-as-falhas-nas-caixas-multiplicadoras-dos-aerogeradores/>>. Acesso em: 22nov. 2018.
- [33] RABINOWICZ, E. *Friction and wear os materials*. v. 2ª edition. Canada: John Wiley & Sons, 1995.
- [34] SAATCHI, A.; SHILLER, P. J.; EGHTESEADI, S. A.; LIU, T; DOLL, G. L. A fundamental study of oil release mechanism in soap and non-soap thickened greases. *Elsevier Ltd, Tribology International* 110, p.333–340, 2017.
- [35] SIMULIA, D. S.; *Abaqus analysis user's manual*. Dassault Systemes, Pawtucket, USA, 2011.

- [36] TELES, J. *Tudo que você precisa saber sobre lubrificação de motores elétricos*. 2017.
- [37] TONAZZI, D. et al. Numerical analysis of contact stress and strain distributions for greased and ungreased high loaded oscillating bearings. *Elsevier Ltd, Wear* 376-377, p. 1164–1175, 2017.
- [38] UNIVERSITY OF ARKANSAS NEWS. *New Method Could Improve Longevity and Lessen Wear of Artificial Hips*. 2018. Disponível em: <<https://news.uark.edu/articles/41969/new-method-could-improve-longevity-and-lessen-wear-of-artificial-hips>>. Acesso em: 15 jan. 2019.
- [39] WRIGGERS, P.; *Computational Contact Mechanics*. England: John Wiley & Sons Ltd., 2002.
- [40] ZAPLETAL, T. et al. The effect of surface roughness on friction and film thickness in transition from EHL to mixed lubrication. *Elsevier Ltd, Tribology International* 128, p. 356–364, 2018.

APÊNDICE A – Cálculo da espessura mínima do filme lubrificante no EHL

A espessura mínima do filme é dada pela Equação (A.1), onde a espessura mínima do filme adimensional H_{\min} expressa em função de $H_{\min} = f(W, U, G, k)$ pode ser calculada pela Equação (A.2) e o raio reduzido na direção x , R_x pela Equação (A.3), na qual r_{ax} é o raio da parte convexa e r_{bx} é o raio da parte côncava na direção x .

$$h = H_{\min} R_x \quad (\text{A.1})$$

$$H_{\min} = 3,63 U^{0,68} G^{0,49} W^{-0,073} (1 - e^{-0,68\kappa}) \quad (\text{A.2})$$

$$\frac{1}{R_x} = \frac{1}{r_{ax}} + \frac{1}{r_{bx}} \quad (\text{A.3})$$

As variáveis adimensionais das quais H_{\min} depende como o parâmetro de velocidade U , o parâmetro do material G e o parâmetro de carregamento W' são calculadas pelas Equação (A.4), Equação (A.5) e Equação (A.6), respectivamente, sendo η_0 a viscosidade dinâmica ou absoluta do fluido à pressão $p = 0$, \tilde{u} a velocidade superficial média calculada pela Equação (A.7), E' o módulo de elasticidade efetivo pela Equação (A.8), ξ o índice de pressão-viscosidade no EHL pela Equação (A.9), e w'_z a carga radial por unidade de comprimento. O parâmetro de elipticidade κ é obtido de acordo com a Equação (A.10), em que α_r é a razão entre os raios conforme Equação (A.11) e R_y é o raio reduzido na direção y calculado pela Equação (A.12) formada pelos raios da superfície convexa r_{ay} e côncava r_{by} na direção y . O índice de pressão-viscosidade de Roeland presente na Equação (A.9), Z_1 é estimado através da Equação (A.13), a qual relaciona as propriedades do óleo lubrificante, viscosidade cinemática a $40^\circ C$ e a $100^\circ C$, λ_{40} e λ_{100} , respectivamente, a partir de outros parâmetros determinados pelas Equação (A.14), Equação (A.15) e Equação (A.16). Além disso, na Equação (A.7), $\tilde{u}_{a,b}$ representa a velocidade de movimento das superfícies em contato, na Equação (A.8), ν expressa o coeficiente de Poisson e E o módulo de elasticidade dos materiais, sendo os índice a correspondente às propriedades do eixo e b às do mancal. Por fim, na Equação (A.10) são utilizadas

duas constantes, $c_p = 1,96 \times 10^8 \text{Pa}$ e $\eta_\infty = 6,31 \times 10^{-5} \text{Pa.s}$.

$$U = \frac{\eta_0 \tilde{u}}{E' R_x} \quad (\text{A.4})$$

$$G = \xi E' \quad (\text{A.5})$$

$$W' = \frac{w'_z}{E' R_x} \quad (\text{A.6})$$

$$\tilde{u} = \frac{\tilde{u}_a + \tilde{u}_b}{2} \quad (\text{A.7})$$

$$\frac{1}{E'} = \frac{1}{2} \left(\frac{1 - \nu_a^2}{E_a} + \frac{1 - \nu_b^2}{E_b} \right) \quad (\text{A.8})$$

$$\xi = Z_1 \left(\frac{1}{c_p} (\ln(\eta_0) - \ln(\eta_\infty)) \right) \quad (\text{A.9})$$

$$\kappa = \alpha_r^{2/\pi} \quad (\text{A.10})$$

$$\alpha_r = \frac{R_y}{R_x} \quad (\text{A.11})$$

$$\frac{1}{R_y} = \frac{1}{r_{ay}} + \frac{1}{r_{by}} \quad (\text{A.12})$$

$$Z_1 = 7,81 [H_{40} - H_{100}]^{1,5} F_{40} \quad (\text{A.13})$$

$$H_{40} = \log [\log (\lambda_{40}) + 1, 2] \quad (\text{A.14})$$

$$H_{100} = \log [\log (\lambda_{100}) + 1, 2] \quad (\text{A.15})$$

$$F_{40} = 0,885 - 0,864 H_{40} \quad (\text{A.16})$$

APÊNDICE C – Técnica para cálculo da média dos parâmetros de rugosidade

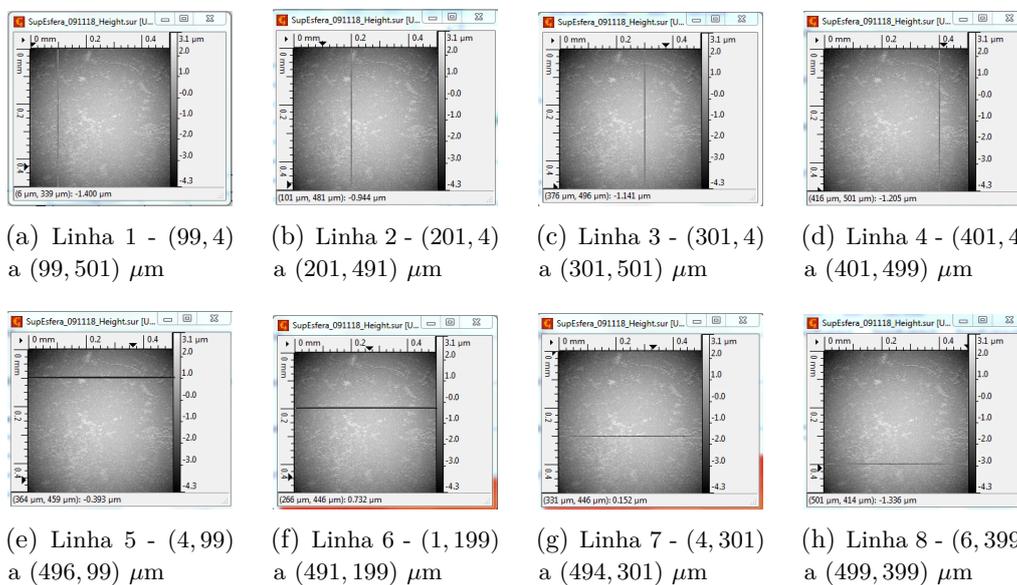


Figura 39 – Linhas traçadas para cálculo da média dos parâmetros de rugosidade 2D (fonte própria)

APÊNDICE D – Elaboração da superfície mais realística do modelo atual

Inicialmente, a fim de modelar uma superfície de característica mais plana possível, ou seja, com mínima interferência da ondulação, buscou-se empregar os pontos da área escaneada de $0,4 \times 0,4 \text{ mm}^2$. Entretanto, os valores das coordenadas z presente na nuvem de pontos correspondiam à escala de cores relacionada à técnica Confocal Cromática. Logo, foi preciso tratá-los de modo que se equiparassem aos parâmetros de rugosidade calculados pelo *software* auxiliar.

A partir disso, foram elaborados *scripts* na linguagem Python que continham as coordenadas x e z da nuvem de pontos para cada coordenada y . Visto que no ensaio de perfilometria para cada valor de y , o laser percorria um comprimento em x , medindo a altura das asperezas, depois retornava ao ponto inicial daquela linha e avançava para o próximo valor no eixo y .

Esses *scripts* foram importados no *software Abaqus*[®] como se segue:

- No módulo *Part*:
 - Menu *File* → *Run Script* → Escolhe o arquivo **.py* → OK.
 - Menu *Part* → *Create* → *Modeling Space: 3D* → *Type: Deformable* → *Base feature shape: Wire* → *Add* → *Sketch* → OK.

Com cada *Script* importado cria-se uma nova parte do tipo linha, que depois serão unidas de forma a se transformarem em uma casca ou melhor, superfície:

- No módulo *Assembly*:
 - Menu *Instance* → *Create* → Seleciona a primeira e segunda partes criadas → *Instance Type: Dependent* e *Auto-offset from other instances*.
 - Menu *Instances* → *Translate* → Seleciona a instância correspondente a segunda parte criada → Modifica sua posição no eixo z conforme o espaçamento dado no ensaio de perfilometria na direção y .
 - Fazer isso para todas as outras partes criadas: Adiciona as partes e depois modifica sua posição.

-Menu *Instance*→*Merge*→*Operations Merge Geometry*→*Options Suppress*→*Intersecting Boundaries Remove*→*Continue*→Selecione todas as instâncias→*Done*.

Assim, uma parte contendo todos os perfis foi criada.

- No módulo *Part*:

-No menu *Shape*→*Shell loft*→Selecione os perfis de maneira que esteja um do lado do outro→OK.

-Fazer isso para todos os perfis.

Logo, ao final desse procedimento, uma textura da superfície das asperezas 3D será obtido, Figura 40.

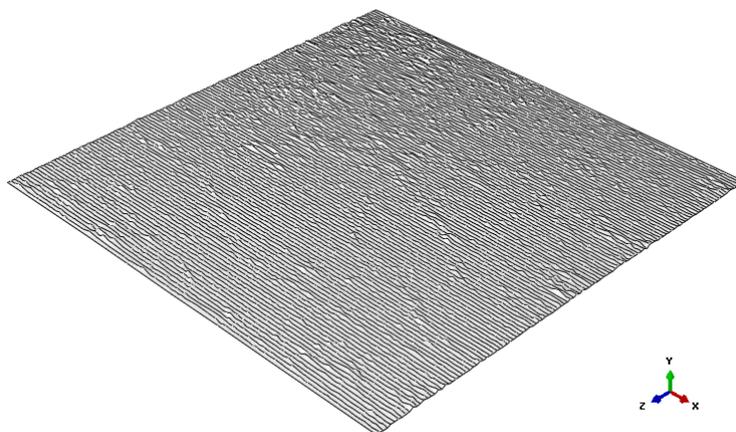


Figura 40 – Textura da superfície criada (fonte própria).

Como mencionado na seção de metodologia do trabalho, apenas $\frac{1}{8}$ desta superfície foi utilizada no modelo. Para diminuí-la, são necessários definir *Datum planes* nos locais onde se deseja particionar a parte, e a partir destes, criar *Partition*. Ambos os comandos podem ser acessados pelo menu *Tools* do módulo *Part*.

APÊNDICE E – Etapas de modelagem

A seguir são apresentados os procedimentos para modelagem do problema do contato lubrificado com aplicação em rolamentos de mancais, levando em consideração as proposições do modelo de Lorentz (2013) ([22]) e as etapas de modelagem de Ferraz (2018) ([13]).

Para a definição da geometria do modelo, utiliza-se o módulo *Parts* do *Abaqus*[®], onde se constrói a cédula representativa da superfície rugosa, do plano rígido e do volume de controle fluido, dentro do qual estarão contidas as duas primeiras partes. Desta maneira, serão abordados separadamente como se segue:

- Parte 1.1: Superfície de rugosidades mais realística ⇒ Sólido
 - Os passos para sua criação já foram descritos no Apêndice E.
 - Avance para Parte 2.
- Parte 1.2: Superfície das asperezas homogêneas ⇒ Sólido
 - No módulo *Part*
 - Menu *File* → *Import* → *Part* → Filtrar arquivos de extensão *.step* → Selecionar o arquivo salvo do *Solidworks* → OK.
 - Na caixa de diálogo *Create part from STEP file* → Na aba *Name-repair* → *Topology: solid* → *Part filter: Import all parts* e *Combine into single part* → Na aba *Parts Attributes* → Na aba *Scale* → *Multiply all lengths by 0,001* → OK.
- Parte 2: Volume de controle fluido ⇒ Lubrificante
 - No módulo *Part*
 - Menu *Part* → *Create* → *Modeling Space: 3D* → *Type: Eulerian* → *Base Feature: Shape Solid* → *Type: Extrusion* → *Continue*.
 - Na Barra de Ferramentas de Desenho → Crie um retângulo conforme as medidas desejadas → *Cancel procedure* → *Done*.
 - Em *Edit Base Extrusion* → Escolha a profundidade para extrusão *Depth* → OK.

Após criado o domínio euleriano, é necessário que se faça uma partição para definição da altura de filme fluido dentro deste volume na condição inicial.

 - Menu *Tools* → *Datum* → *Create Datum* → *Type: Plane* → *Method: Offset from*

plane → Selecione a face inferior ou superior do volume de controle → Escolha a distância *Enter Value* → Se preciso mudar a direção do *off-set* → *Flip* → OK → Defina o valor para o offset de acordo com a altura do filme lubrificante → *Enter*.

-Menu *Tools* → *Partition* → *Create Partition* → *Type: Cell* → *Method: Use datum plane* → Selecione o plano criado anteriormente → *Create partition*.

- Parte 3: Plano Rígido ⇒ Pista do anel externo do mancal.
 - No módulo *Part*
 - Menu *Part* → *Create* → *Modeling Space: 3D* → *Type: Analytical Rigid* → *Base Feature: Shape Solid* → *Type: Extrusion* → *Continue*.
 - Na Barra de Ferramentas de Desenho → Desenhe uma linha da dimensão desejada → *Cancel procedure* → *Done*. – Em *Edit Base Extrusion* → Escolha a profundidade para extrusão *Depth* → OK.
 - No módulo *Parts* → *Tools* → *Reference Point* → Clique em qualquer ponto no plano para definir um ponto de referência (RP) → *Done*.

- Material 1 ⇒ Fluido lubrificante
 - No Módulo *Materials* → *Edit Materials* são adicionadas as propriedades graxa → *General Density* → *Mass Density* → *Mechanical* → *Eos* → *Mechanical* → *Viscosity*.

- Material 2 ⇒ Sólido
 - No Módulo *Materials* → *Edit Materials* são adicionadas as propriedades do Aço 100Cr6 → *General* → *Density* → *Mass Density* → *Mechanical* → *Elasticity* → *Elastic* → *Type: Isotropic* → *Young's Modulus* → *Poisson's Ratio*.

- Atribuições do material às partes:
 - No módulo *Property* → Menu *Sections* → *Section - 1* → *Category Solid* → *Type: Homogeneous* → *Material: Elastic* → OK.
 - No módulo *Property* → Menu *Sections* → *Section - 2* → *Category Solid* → *Type: Eulerian* → *Base Material: Fluido* → *Instance Name: fluido- 1* → OK.
 - Em cada uma das partes, clique em *Section Assignments* → Selecione a região e clique em *Done*.

- Em *Edit Section Assignments* → *Section* → Selecione a seção referente à parte criada → OK.
- Aplicação da malha ⇒ *Mesh*
 - Aplicar o tamanho desejado conforme:
 - Em cada uma das partes, clique em *Mesh (Empty)* → *Seed Part* → *Global Seeds* → *Approximate global size* → Apply → OK.
 - Clique em *Mesh Part* → Yes.
- Montagem das partes ⇒ *Assembly*.
 - No Módulo *Assembly*, clique em *Instance*.
 - Em *Create Instance* → Selecione todas as partes.
 - Em *Instance Type* → Selecione as partes → *Dependent (mesh on part)* → *Auto offset from other instances*
 - Para modificar o posicionamento use *Translate Instance*.
 - No menu *Tools* → *Sets* → *Create* → *Type: Geometry* → Selecione a região definida pela altura de filme fluido → *Done*.
 - No módulo *Assembly* → Menu *Tools* → *Create* → *Surfaces* → Na caixa de diálogo *Create Surface* → *Type: Geometry* → Selecione *Continue* → Selecione as faces superiores das asperezas → *Done*.
 - Para a superfície do plano rígido, execute os mesmos procedimentos.
- Passos para análise do problema ⇒ *Steps*
 - Criando as condições de contorno:
 - No Módulo *Steps* → *Initial* → *BCs* → *Create Boundary Condition* → *Category: Mechanical* → *Types for Selected Step: Velocity/Angular* → *Velocity* → Clique em *Continue* → Selecione as regiões (faces) nas respectivas direções em que se aplicarão as condições de contorno → *Done*.
 - Definindo a região de volume de fluido inicial:
 - em *Predefined Fields* → Na caixa de diálogo *Create* → *Predefined Fields* → *Step: Initial* → *Category: Other* → *Types for Selected Steps: Material Assignment* → Clique em *Continue* → Selecione a parte Euleriana → Em *Edit predefined Field* → *Region* → Dê duplo clique → Selecione o *set* criado para a região de fluido → *Continue* → Em *Part-1 fluido-1* → Digite 1 → Para *Void* → informe 0.

- Criando *Step* Contato Normal
 - No Módulo *Steps*→ Dê duplo clique para criar um novo *Step*→Em *Create Step*→ *Procedure Type: General* → *Dynamic Explicit*→ Selecione *Continue*→Na caixa de diálogos *Edit Step*→ Defina o *Time period* conforme o tempo de simulação desejado → OK.
 - Neste *step*→No item *BCs* dê duplo-clique na condição de contorno que necessite modificar→ Na caixa de diálogos altere o valor nulo de V_y para o valor de velocidade do contato normal→ OK.
- Criando *Step* Deslizamento
 - No Módulo *Steps*→ Dê duplo clique para criar um novo *Step*→Em *Create Step* → *Procedure Type: General* → *Dynamic Explicit*→ Selecione *Continue*→Na caixa de diálogos *Edit Step*→ Defina o *Time period* conforme o tempo de simulação desejado → OK. -Neste *step*→ No item *BCs* dê duplo clique na condição de contorno que necessite modificar na direção y → Na caixa de diálogos altere o valor de V_y para nulo→ OK.
 - No item *BCs* dê duplo clique na condição de contorno que necessite modificar na direção x → Na caixa de diálogos altere o valor de V_x para o valor de velocidade no deslizamento→ OK.
- Definição das interações⇒*Interactions*
 - No módulo *Interaction*→Menu *Interaction*→*Create*→Na caixa de diálogo *Create Interaction*→*Types for Selected Step*→Selecione *General Contact (Explicit)* → *Continue*→Na caixa de diálogo *Edit Interaction*→ *Contact Domain* → *Included surface pairs*→Selecione *All* with self*→ Em *Attribute Assignment* → *Global property assignment*→ Clique no símbolo *Create Interaction property* para definição das propriedades de contato.
 - Na caixa de diálogo *Create Interaction Property*→*Type*→ Selecione *Contact* → *Continue*→ Na caixa de diálogo *Edit Contact Property*→ Clique em *Mechanical* → *Tangential Behavior*→*Frictionless*→Na caixa de diálogo *Edit Contact Property*→ Clique em *Mechanical* → *Normal Behavior*→ Defina o contato como *Hard Contact* → OK.
 - Na caixa de diálogo *Edit Interaction* →*Global property assignment*→ Selecione a Interação criada → OK.

- Definição da variação das pressões \Rightarrow *Loads*
 - No módulo *Load* \rightarrow Menu *Load* \rightarrow *Create* \rightarrow Em *Category* \rightarrow Escolha a opção \rightarrow *Mechanical* \rightarrow *Types for Selected Step* \rightarrow Selecione *Pressure* \rightarrow Selecione a face de entrada da parte euleriana \rightarrow *Done* \rightarrow Na caixa de diálogo *Edit Load* \rightarrow Defina a magnitude da pressão de entrada.
 - Faça da mesma forma para definição da pressão na face oposta do domínio euleriano.
- Definição do *Job*
 - No módulo *Job* \rightarrow Menu *Job* \rightarrow *Create* \rightarrow *Continue* \rightarrow Em *Edit Job* \rightarrow OK.
 - Menu *Job* \rightarrow *Submit* \rightarrow Escolha o *Job* criado \rightarrow OK.