



# ESTUDO E DIMENSIONAMENTO DE HÉLICES PARA PROPULSÃO AERONÁUTICA

Lucas Machado Rocha

Juiz de Fora

2019

Universidade Federal de Juiz de Fora  
Faculdade de Engenharia  
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil

**ESTUDO E DIMENSIONAMENTO DE HÉLICES PARA  
PROPULSÃO AERONÁUTICA**

**Lucas Machado Rocha**

Área de concentração: Estruturas e Materiais

Linha de Pesquisa: Mecânica das Estruturas

Orientadora: Prof. D.Sc. Patricia Habib Hallak

Juiz de Fora

2019

Ficha catalográfica elaborada através do programa de geração automática da Biblioteca Universitária da UFJF, com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

Rocha, Lucas Machado.

Estudo e dimensionamento de hélices para propulsão aeronáutica / Lucas Machado Rocha. -- 2019.

121 f. : il.

Orientadora: Patricia Habib Hallak

Dissertação (mestrado acadêmico) - Universidade Federal de Juiz de Fora, Faculdade de Engenharia. Programa de Pós Graduação em Engenharia Civil, 2019.

1. Aerodinâmica. 2. Hélices. 3. Disco atuador. 4. Elemento de pá. 5. QProp. I. Hallak, Patricia Habib, orient. II. Título.

# ESTUDO E DIMENSIONAMENTO DE HÉLICES PARA PROPULSÃO AERONÁUTICA

Lucas Machado Rocha

Esta dissertação foi apresentada em sessão pública e aprovada em 23 de Agosto de 2019, para obtenção do grau de Mestre em Engenharia Civil na Universidade Federal de Juiz de Fora, pela Banca Examinadora composta pelos seguintes membros:



---

Orientadora: Prof<sup>ª</sup>. Patricia Habib Hallak - UFJF



---

Membro: Prof. Afonso Celso de Castro Lemonge - UFJF



---

Membro: Prof. Manuel Arturo Rendón Maldonado - UFJF



---

Membro: Prof<sup>ª</sup>. Michèle Schubert Pfeil - UFRJ

*Dedicado à Isabela, pelo seu apoio indispensável nos momentos mais difíceis, e à Patrícia, por dispor de seu tempo e conhecimento na orientação deste trabalho*

## AGRADECIMENTOS

Agradeço à minha família por toda a assistência que recebi durante minha vida, em especial aos meus pais e irmão. Sem estes jamais teria almejado tão alto. Agradeço ainda à Isabela, minha noiva, responsável por me trazer amor e paz mais do que suficientes para suportar todas as dificuldades com esperança. Aos professores e colegas de mestrado, minha eterna gratidão por terem participado de uma etapa de enorme amadurecimento intelectual. À Patrícia, sou grato por guiar e orientar meus estudos, na busca da geração de um conhecimento que fuja do corriqueiro e vá o mais próximo dos limites de um engenheiro civil. Agradeço ainda ao GCEME, grupo de pesquisa da UFJF que trouxe fortes objetivos aos meus estudos, na busca da geração de novas tecnologias. À CAPES, agradeço pelo suporte financeiro oferecido durante o mestrado.

*"Se, a princípio, a ideia não é absurda,  
então não há esperança para ela".*

(Albert Einstein)

## RESUMO

O estudo de hélices é parte essencial no desenvolvimento e construção de aeronaves ao longo da história. Desde 1865, quando Rankine publicava a primeira teoria de dimensionamento de hélices aplicáveis a aeronaves, muito se evoluiu na predição e análise deste elemento. Este trabalho realiza o estudo das teorias analíticas desenvolvidas desde 1865 até os dias atuais, que culminaram na criação de programas computacionais de análise de hélices, a citar o QPROP e QMIL. Estes programas por sua vez, são validados com dados experimentais de hélices da referência, para posterior aplicação na análise de hélices de fabricantes comerciais e estudos do Grupo de Conversão Eletromecânica de Energia, na UFJF. É concluído que os programas analíticos são eficazes nas etapas de anteprojeto de aeronaves, podendo ser utilizados em conjunto com softwares baseados em CFD para resultados preditivos precisos e ágeis.

Palavras-chaves: Teoria do disco atuador, Teoria do elemento de Pá, Aerodinâmica de hélices, XFoil, QProp, QMil.

## ABSTRACT

The study of propellers is an essential part of the development and construction of aircraft throughout history. Since 1865, when Rankine published the first theory of propellers dimensioning applicable to aircraft, much has evolved in the prediction and analysis of this element. This work studies the theories developed from 1865 to the present day, culminating in the creation of propeller analysis computational programs, to mention the QPROP and QMIL. These mentioned programs will be validated with experimental data of reference propellers, for later application in the analysis of propellers of commercial manufacturers and researches of the Energy Electromechanical Conversion Group, in the UFJF. It is concluded that analytical programs are effective in the preliminary design stages and can be used in conjunction with CFD-based softwares for accurate and fast predictive results.

Keywords: Momentum theory, Blade element theory, Propellers aerodynamics, Xfoil, QProp, QMil.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Moinho e parque eólico nos Países Baixos . . . . .	1
Figura 2 – Detalhe do cubo em uma hélice de passo variável . . . . .	3
Figura 3 – Tração específica para diferentes sistemas de propulsão . . . . .	4
Figura 4 – Aeronave ATR 72-600 em operação pela empresa AZUL . . . . .	5
Figura 5 – Aeronave EMB-314 "Super Tucano", da Embraer . . . . .	6
Figura 6 – VANT Elbit para monitoramento de espaço aéreo civil . . . . .	6
Figura 7 – Linhas de corrente atuantes em um aerofólio . . . . .	12
Figura 8 – Geometria de um aerofólio . . . . .	13
Figura 9 – Importância da distribuição de espessura . . . . .	14
Figura 10 – Desenvolvimento do raio do bordo de ataque . . . . .	15
Figura 11 – Forças aerodinâmicas atuantes em um aerofólio . . . . .	16
Figura 12 – Diagrama de esforços para integração na superfície . . . . .	17
Figura 13 – Curvas típicas para os coeficientes $C_L$ e $C_D$ . . . . .	18
Figura 14 – Caracterização da camada limite . . . . .	23
Figura 15 – Efeitos do gradiente de pressão na camada limite . . . . .	24
Figura 16 – Reações da camada limite a um gradiente de pressão adverso . . . . .	25
Figura 17 – Geometria de uma hélice . . . . .	27
Figura 18 – Seções transversais de uma hélice . . . . .	27
Figura 19 – Linhas de corrente no disco atuador . . . . .	30
Figura 20 – Gráfico de pressão e velocidade no disco atuador . . . . .	30
Figura 21 – Gráfico $C_t$ x Eficiência Ideal . . . . .	33
Figura 22 – Representação de um elemento de pá . . . . .	34
Figura 23 – Forças atuantes em um elemento de pá . . . . .	34
Figura 24 – Superfície de descontinuidade de Theodorsen . . . . .	39
Figura 25 – Geometria de escoamento para cada posição radial . . . . .	41
Figura 26 – Definição da velocidade de deslocamento do vórtice . . . . .	42
Figura 27 – Alteração de forma em planta de hélices . . . . .	47
Figura 28 – Perda de ponta em hélices . . . . .	47
Figura 29 – Painéis de um aerofólio e seu vórtice . . . . .	52
Figura 30 – Coordenadas de um painel local . . . . .	52
Figura 31 – Formatos do bordo de ataque para a condição de Kutta . . . . .	53
Figura 32 – Funcionalidades do XFOil . . . . .	56
Figura 33 – Velocidades atuantes em uma seção de cálculo do QProp . . . . .	58
Figura 34 – Parametrização das variáveis em relação a $\psi$ . . . . .	60
Figura 35 – Parâmetros aerodinâmicos do aerofólio . . . . .	63
Figura 36 – Características Geométricas da hélice DA4002 . . . . .	70
Figura 37 – Aerofólio SDA1075 . . . . .	71
Figura 38 – Gráficos aerodinâmicos do aerofólio SDA1075 . . . . .	72

Figura 39 – Gráfico $J$ x $C_T$ da hélice DA4002 . . . . .	73
Figura 40 – Gráfico $J$ x $C_P$ da hélice DA4002 . . . . .	74
Figura 41 – Gráfico $J$ x $\eta$ da hélice DA4002 . . . . .	76
Figura 42 – Aerofólio NACA 0010 . . . . .	77
Figura 43 – Gráficos aerodinâmicos do aerofólio NACA 0010 . . . . .	78
Figura 44 – Gráfico $J$ x $C_T$ da hélice Purdue . . . . .	79
Figura 45 – Gráfico $J$ x $C_P$ da hélice Purdue . . . . .	80
Figura 46 – Gráfico $J$ x $\eta$ da hélice Purdue . . . . .	80
Figura 47 – Desenho técnico da hélice Rupert 66" x 44" . . . . .	81
Figura 48 – Vista Frontal da reprodução da hélice Rupert 66" x 44" . . . . .	82
Figura 49 – Aerofólio utilizado na hélice Rupert 66" x 44" . . . . .	82
Figura 50 – Gráficos aerodinâmicos do aerofólio utilizado na hélice Rupert 66" x 44" . . . . .	83
Figura 51 – Eficiência para diferentes rotações da hélice Rupert 66" x 44" . . . . .	84
Figura 52 – Empuxo e torque estáticos da hélice Rupert 66" x 44" . . . . .	84
Figura 53 – Eficiência para diferentes rotações da hélice Rupert 56" x 26" . . . . .	86
Figura 54 – Empuxo e torque estáticos da hélice Rupert 56" x 26" . . . . .	86
Figura 55 – Aerofólio NACA 4415 . . . . .	88
Figura 56 – Gráficos aerodinâmicos do aerofólio NACA 4415 . . . . .	88
Figura 57 – Comparação entre as geometrias propostas para a hélice . . . . .	89
Figura 58 – Geometria da Rupert 56"x26" atual e proposta . . . . .	90
Figura 59 – Distribuição radial de $C_L$ . . . . .	91

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Parâmetros de execução do programa QProp . . . . .	64
Tabela 2 – Valores das seções radiais na última iteração do QMil . . . . .	68
Tabela 3 – Parâmetros aerodinâmicos do aerofólio SDA1075 . . . . .	73
Tabela 4 – Parâmetros aerodinâmicos do aerofólio NACA 0010 . . . . .	78
Tabela 5 – Parâmetros aerodinâmicos do aerofólio na hélice Rupert 66" x 44" . . .	83
Tabela 6 – Dados de dimensionamento de hélice de Adkins e Liebeck . . . . .	87
Tabela 7 – Parâmetros aerodinâmicos do aerofólio NACA 4415 . . . . .	88
Tabela 8 – Desempenho das hélices dimensionadas . . . . .	89
Tabela 9 – Dados de entrada da hélice . . . . .	98
Tabela 10 – Dados de entrada do motor . . . . .	100
Tabela 11 – Dados de entrada do fluido/escoamento . . . . .	100
Tabela 12 – Dados de entrada para dimensionamento de hélice . . . . .	101
Tabela 13 – Coordenadas do Aerofólio SDA 1075 . . . . .	103
Tabela 14 – Coordenadas do Aerofólio Rupert 66"x 44" . . . . .	104

**LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS**

AG	Algoritmo genético
BET	Teoria do elemento de pá ( <i>Blade Element Theory</i> )
BEMT	Teoria híbrida da quantidade de movimento do elemento de pá ( <i>Blade Element Momentum Theory</i> )
CAPES	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
CFD	Dinâmica dos Fluidos Computacional ( <i>Computational Fluids Dynamics</i> )
GCEME	Grupo de Conversão Eletromecânica de Energia
ITA	Instituto Tecnológico de Aeronáutica
MIL	Perda Mínima Induzida (Minimum Induced Loss)
NACA	<i>National Advisory Committee for Aeronautics</i>
NASA	<i>National Aeronautics and Space Administration</i>
QMIL	<i>Software</i> para design de hélices através do método de perda mínima por indução (MIL), concebido por Mark Drella
QPROP	<i>Software</i> para predição do desempenho da combinação hélice/motor, concebido por Mark Drella
SI	Sistema Internacional de Unidades
UFJF	Universidade Federal de Juiz de Fora
VANT	Veículo aéreo não tripulado
XFOIL	<i>Software</i> para obtenção de parâmetros de aerofólios, concebido por Mark Drella

## LISTA DE SÍMBOLOS

$a$	Fator de interferência axial
$a'$	Fator de interferência tangencial
$A$	Área de uma seção ou área do disco atuador
$b$	Fator de corrente de ar axial
$B$	Número de pás de uma hélice
$c$	Corda de um aerofólio ou seção transversal de hélice
$C_D$	Coefficiente de arrasto
$C_L$	Coefficiente de sustentação
$C_P$	Coefficiente de potência
$C_T$	Coefficiente de tração
$D$	Diâmetro de uma hélice / Força de Arrasto
$F$	Força atuante / Fator de perda de Prandtl
$J$	Razão de avanço
$J_w$	Razão de avanço local da esteira
$L$	Força de sustentação
$m$	<i>Camber</i> máximo de aerofólio NACA
$M$	Momento de inclinação / Número de Mach
$n$	Velocidade rotacional da hélice, em <i>rps</i>
$p$	Passo de uma hélice ( <i>pitch</i> ) / Posição de <i>camber</i> máximo
$P$	Potência de uma hélice
$P_0$	Pressão total, a uma distância livre de influência do disco atuador
$q$	Velocidade de um escoamento livre
$Q$	Torque de uma hélice
$r$	Raio de uma seção de hélice / Vetor da superfície de escoamento em aerofólios

$r_{LE}$	Raio da circunferência do bordo de ataque da série NACA
$R$	Força resultante no elemento de pá / Maior raio de uma hélice
$\mathcal{R}$	Resíduo calculado na iteração de Newton
$Re$	Coefficiente de Reynolds
$s$	Coordenadas de superfície
$t$	Espessura máxima de um aerofólio
$T$	Tração
$u$	Componente em $x$ da velocidade de um escoamento
$V$	Velocidade
$v$	Componente em $y$ da velocidade de um escoamento
$v'$	Velocidade de deslocamento do vórtice
$V_0$	Velocidade inicial de escoamento
$V_d$	Velocidade no disco atuador
$V_{rel}$	Velocidade relativa do escoamento em uma seção da hélice
$V_{rot}$	Velocidade tangencial de rotação em determinada seção da hélice
$V_s$	Velocidade final, a um ponto suficientemente distante do disco atuador
$W$	Velocidade total local
$W_a$	Velocidade axial no escoamento
$W_n$	Velocidade normal à lâmina de vórtices
$W_t$	Velocidade local tangencial
$x$	Distância adimensional
$\bar{x}$	Coordenada local da direção $x$
$x_l$	Abscissa para traçado da superfície inferior de um aerofólio
$x_u$	Abscissa para traçado da superfície superior de um aerofólio
$\bar{y}$	Coordenada local da direção $y$
$y_c$	Ordenada para distribuição da linha média de <i>camber</i>

$y_l$	Ordenada para traçado da superfície inferior de um aerofólio
$y_t$	Ordenada para distribuição de espessura
$y_u$	Ordenada para traçado da superfície superior de um aerofólio
$\alpha$	Ângulo de ataque
$\beta$	Ângulo de torção geométrica de uma seção da pá
$\gamma$	Ângulo da força de reação / Função de vorticidade da camada limite
$\Gamma$	Circulação
$\Delta P$	Diferença de pressão
$\epsilon$	Razão entre arrasto e sustentação
$\zeta$	Razão de velocidade de deslocamento
$\eta$	Eficiência
$\tilde{\eta}$	Eficiência local
$\lambda$	Relação de velocidade
$\lambda_w$	Avanço da esteira de escoamento
$\mu$	Viscosidade Dinâmica
$\xi$	Raio adimensional
$\xi_0$	Relação entre o raio do cubo e o raio das pás de uma hélice
$\rho$	Densidade
$\sigma$	Função da fonte de pressão no escoamento
$\tau$	Tensão cisalhante
$\varphi$	Ângulo entre o eixo de giro da hélice e a velocidade relativa incidente
$\varphi_t$	Ângulo de escoamento $\varphi$ na ponta da pá de uma hélice
$\omega$	Velocidade angular da hélice = $2\pi n$

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>1</b>
1.1	Contexto histórico .....	1
1.2	Motivação .....	7
1.3	Objetivo .....	9
1.4	Metodologia .....	9
1.5	Estrutura do Trabalho .....	10
<b>2</b>	<b>REVISÃO BIBLIOGRÁFICA .....</b>	<b>11</b>
2.1	Aerofólios .....	12
2.1.1	Conceitos gerais .....	12
2.1.2	Geometria dos aerofólios .....	13
2.1.3	Definição de forças aerodinâmicas .....	15
2.1.4	Aerofólios NACA .....	19
2.1.5	Escoamento na camada limite .....	22
2.2	Hélices .....	25
2.2.1	Geometria das hélices .....	26
2.2.2	Teoria do disco atuador .....	29
2.2.3	Teoria do elemento de pá .....	33
2.2.4	Evoluções das teorias tradicionais .....	37
2.2.5	Desenvolvimento de hélices através da teoria híbrida BEMT .....	39
<b>3</b>	<b>ANÁLISE E DIMENSIONAMENTO DE HÉLICES .....</b>	<b>46</b>
3.1	XFoil .....	50
3.1.1	Utilização do XFoil .....	55
3.2	QProp .....	57
3.2.1	Utilização do QProp .....	63
3.3	QMil .....	65
3.3.1	Utilização do QMil .....	67
<b>4</b>	<b>RESULTADOS .....</b>	<b>69</b>
4.1	Hélice DA4002 .....	70
4.2	Hélice Purdue .....	76
4.3	Hélice Rupert 66 x 44 .....	81
4.4	Hélice Rupert 56 x 26 .....	85
4.5	Exemplo de hélice de Adkins e Liebeck .....	87
4.6	Hélice otimizada para o GCEME .....	90

5	CONCLUSÃO.....	92
5.1	Propostas para Trabalhos Futuros .....	92
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	94
	APÊNDICE A – Arquivos de entrada do QProp .....	98
	APÊNDICE B – Arquivos de entrada do QMil.....	101
	ANEXO A – Pontos dos aerofólios .....	103

# 1 INTRODUÇÃO

## 1.1 Contexto histórico

É difícil idealizar o desenvolvimento e construção de aeronaves ao longo da história sem levar em consideração mais de um século de evoluções no estudo das hélices. Este é parte essencial no funcionamento de diversas aeronaves modernas, bem como precursora de outras tecnologias para propulsão aeronáutica. Atualmente, ainda é alvo de diversas pesquisas em otimização, propulsão híbrida ou até mesmo geração de energia eólica.

Hélices são dispositivos rotativos que podem funcionar para dois objetivos distintos. No primeiro, a hélice é responsável por fornecer tração a uma aeronave, movimentando certa massa de ar na mesma direção de impulsão da aeronave, mas em sentido contrário. Esta geração de tração é proporcionada por um motor, que transfere sua potência gerada à hélice por eixos acoplados entre estes. Esse é o caso utilizado na aeronáutica em geral, não só para aviões, como também em helicópteros, drones e veículos aéreos não tripulados (VANTs) em geral. Essa configuração também é utilizada para veículos marinhos, como barcos, navios e submarinos, sendo a hélice, nestes casos, responsável por movimentar uma massa de água.

Na segunda aplicação possível da hélice, esta é acionada pelo vento, convertendo a energia cinética dos ventos em energia cinética de rotação. A hélice é acoplada a um sistema capaz de transformar sua energia cinética de rotação em outro tipo de energia, dependente da utilização requerida pelo usuário. Essa utilização é característica de moinhos para beneficiamento de grãos, mistura de líquidos e para quaisquer outros fins. Atualmente, as hélices são utilizadas principalmente em usinas de energia eólica, que utilizam de forma mais eficiente a energia proporcionada pelos ventos. Esses dois sistemas podem ser visualizados na Figura 1.



Figura 1 – Moinho e parque eólico nos Países Baixos  
Fonte: [https://pt.wikipedia.org/wiki/Energia\\_eólica](https://pt.wikipedia.org/wiki/Energia_eólica)

De acordo com Bass (1983), já na segunda metade do século XVIII têm-se registros das primeiras aplicações de hélices em dirigíveis, embora pouco se conhecesse sobre seus princípios e fundamentos. Ainda assim, uma hélice de 7,01 m de diâmetro, acoplada a um motor de 9 hp, foi utilizada com êxito no dirigível *La France*, em 1884. Apenas no início do século XX deu-se início a uma quantidade considerável de experimentos para investigar como as características da hélice influenciavam seu desempenho. O presente trabalho dá continuidade aos estudos em hélices, e trata exclusivamente de suas aplicações aeronáuticas.

As hélices foram essenciais para o desenvolvimento dos primeiros aviões, aeronaves mais pesadas que o ar, sendo utilizadas pelos irmãos Wright e Santos Dumont. Elas são desenvolvidas para funcionarem como asas de avião rotativas, mas produzindo tração ao invés de sustentação. Para obter as dimensões necessárias de uma hélice com aplicações aeronáuticas e os esforços gerados em seu movimento rotacional, pesquisadores desenvolveram desde 1865 diversas teorias e aprimoramentos construtivos que objetivaram a melhor caracterização possível da hélice e seus elementos.

Os estudos iniciais de hélices para aplicações aeronáuticas tem origem nos trabalhos de Rankine (1865), que a princípio tratava do desenvolvimento de hélices para aplicações marítimas. A partir de 1885, Froude (1889) utiliza as formulações de Rankine e as expande para a aplicação aérea. Teve-se início a utilização da teoria do disco atuador, que dentro de suas limitações constitutivas, proporcionou as primeiras diretrizes no dimensionamento de hélices.

Desde então, diversos pesquisadores contribuíram com novas ponderações acerca deste método, bem como criaram novas metodologias que abrangessem menos simplificações. Neste último aspecto, surgiram a teoria do elemento de pá e as teorias híbridas. Juntamente com a teoria do disco atuador, estas três metodologias são as mais empregadas até a atualidade, servindo como fundamentação teórica de softwares e algoritmos de otimização.

No advento da Primeira Guerra Mundial, foram criadas as primeiras hélices de passo ajustável, permitindo pela primeira vez alterar as propriedades geométricas de uma hélice de acordo com cada plano de voo. Esta evolução foi uma necessidade de combate, afim de garantir que a aeronave proporcionasse o melhor desempenho possível em cada missão e conseqüentemente garantisse a superioridade nas batalhas aéreas. Na Figura 2 é representada uma hélice de passo variável utilizada em pequenas aeronaves.

Em 1939 foram desenvolvidas as primeiras hélices de duralumínio (BASS, 1983), substituindo as fabricadas em ligas de magnésio, devido à busca pela diminuição de peso global das aeronaves. As hélices de madeira também tiveram sua qualidade melhorada, já que a qualidade da própria madeira era superior à madeira de outrora, com controle na extração da matéria-prima e tratamento químico com novos produtos que garantissem maior confiabilidade e durabilidade destas hélices.



Figura 2 – Detalhe do cubo em uma hélice de passo variável  
Fonte: <https://www.neuform-propellers.com/en/propellers/variable-pitch>

Após a segunda metade do século XX, avanços em aerodinâmica e técnicas computacionais foram responsáveis por criar uma nova gama de hélices muito superiores em características de desempenho e confiabilidade. Atualmente, novas técnicas de otimização, dinâmica dos fluidos computacional e desenvolvimento de novos materiais compósitos de alto desempenho, têm sido utilizadas para a escolha de hélices, visando a melhoria do desempenho global de aeronaves.

Com a melhoria dos materiais e técnicas construtivas, a indústria aeronáutica observou a necessidade de reinventar também as aeronaves ofertadas como produto. Ainda na Primeira Guerra Mundial, teve-se início a utilização de VANTs em operações que pudessem oferecer maiores riscos a um piloto de aviões (KEANE; CARR, 2013), por exemplo.

Concomitante aos avanços nos estudos em hélices, novos sistemas de propulsão foram desenvolvidos afim de viabilizar deslocamentos mais velozes e com maior tração fornecida. Já na década de 1980, a propulsão à hélice dividia mercado com sistemas de propulsão à jato e turbofan, que passavam a equipar modelos comerciais e militares de todo o mundo. De fato, para fins militares, em que a superioridade aérea é facilitada pela velocidade de uma aeronave, estes dois últimos tipos de propulsão são utilizados com maior frequência.

Ainda assim, em 1984, Stepniewski e Keys (1984) apontaram uma questão que começava a se discutir com maior frequência, e que hoje não pode ser negligenciado por qualquer fabricante de aeronaves: a gestão energética. Já naquela década, o custo do combustível elevado apontava uma tendência em se buscar soluções otimizadas para cada tipo de voo demandado, trazendo novamente as hélices como uma solução viável e econômica. Neste contexto, surgiu a propulsão turbo-hélice, em que a mesma hélice,

anteriormente movida por motores à pistão, passaram a ser movidas por turbinas. Ao contrário do motor à jato puro, no qual muita energia era demandada para impulsionar o ar através do sistema de propulsão, motores turbo-hélices utilizavam-se das turbinas para geração de energia diretamente transferida à hélice, que por sua vez impulsionava a aeronave com maior eficiência.

A Figura 3 traduz as diferenças em eficiência energética de cada sistema de propulsão. Define-se como tração específica (*Specific Impulse*) a quantidade de tempo que um determinado gerador de tração operaria, consumindo apenas a quantidade de combustível de peso igual à tração fornecida por este sistema. Em síntese, este valor é maior para aeronaves que produzirem mais tração com o menor consumo de combustível. Observa-se que na Figura 3, da esquerda para a direita, estão descritas as propulsões de helicópteros, tilt-rotors (aviões de decolagem vertical), turbo-hélices, turbofans, jatos, jatos com pós queimador e foguetes. No eixo das abscissas, a velocidade *downwash* é a velocidade máxima do ar após a passagem pelo plano de atuação da propulsão. Para os sistemas movidos à hélice, as aferições foram realizadas para o caso estático.

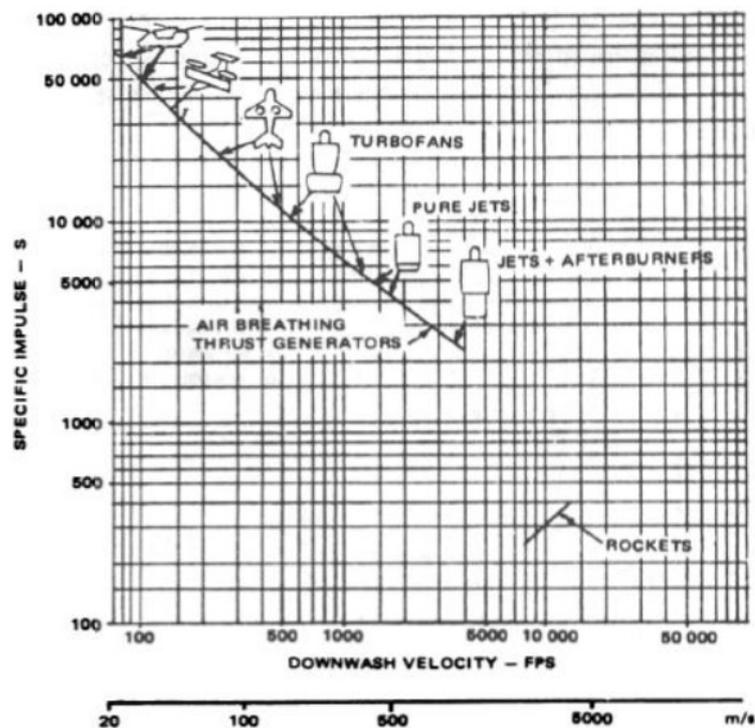


Figura 3 – Tração específica para diferentes sistemas de propulsão  
Fonte: Stepniewski e Keys (1984)

Percebe-se que os aviões turbo-hélices apresentam eficiência energética superior aos sistemas à jato e turbofans, por possuírem uma faixa de tração específica entre 12000 s a 20000 s. Os modelos turbofans adotados na maioria dos modelos comerciais até os dias atuais apresenta tração específica entre 5000 s a 10000 s. Em contrapartida, é importante destacar que a propulsão à hélice perde boa parte de sua eficiência quando assume maiores

velocidades de voo, uma vez que o arrasto imposto pela hélice opõe-se fortemente ao movimento da aeronave.

Atualmente, consolidou-se o entendimento de que um motor turbo-hélice fornece maior tração que o jato puro em baixas velocidades consumindo menos combustível. Por apresentar melhores resultados em baixas velocidades e tração estática muito superior, aeronaves com este sistema são capazes de decolarem em pistas de menores distância, bem como intensificarem o arrasto proporcionado pela hélice durante um pouso. São também mais leves que os jatos e turbofans (STEPNIEWSKI; KEYS, 1984)(KLEIN, 2017).

Como principais desvantagens, além de menores velocidades finais de voo, as hélices proporcionam maiores ruídos e vibrações à aeronave, podendo incomodar os ocupantes desta. Por operar em altitudes menores que aviões turbofans e à jato, também estão mais suscetíveis a variações meteorológicas e consequente incidência de turbulência.

Colocadas as principais vantagens e desvantagens, é natural observar que aeronaves movidas à hélice são melhores alternativas ao se tratar de voos de menores distâncias, altitudes e velocidades. Assim, é possível criar uma operação logística que maximize a eficiência energética e consequentemente financeira de determinada empresa ou instituição.

Um exemplo de sucesso são as aeronaves ATR 72-600, da fabricante ATR<sup>1</sup>, vista na Figura 4. Estas comportam até 72 passageiros e apresenta propulsão turbo-hélice bimotozizada. Pela sua grande eficiência em voos de pequenas distâncias e baixas velocidades, a empresa brasileira Azul Linhas Aéreas Brasileiras S.A. adota esta aeronave em linhas regionais brasileiras, além de operar em aeroportos que não comportariam aeronaves com propulsão turbofan (AIRWAY-UOL, 2015).



Figura 4 – Aeronave ATR 72-600 em operação pela empresa AZUL  
Fonte: Airway-UOL (2015)

<sup>1</sup> *Avions de Transport Régional* ou *Aerei da Trasporto Regionale* é uma empresa ítalo-francesa fundada em 1981 pela *Aérospatiale* e a *Aeritalia*, com o objetivo de produzir aeronaves comerciais de médio porte para transporte regional

Outra aeronave em operação no Brasil, mas com objetivo militar, é a EMB-314, da Embraer, conhecido como "Super Tucano" (vide Figura 5). Desenvolvida para operar em missões de grande autonomia e baixa infraestrutura em aeroportos, a escolha da propulsão turbo-hélice permite melhor aproveitamento do combustível e possibilita a aterrissagem e decolagem em pequenos aeroportos e pistas auxiliares de todo o Brasil. Atualmente, a Embraer conta com clientes do EMB-314 em todo o mundo, impulsionada pelo sucesso de missões que contaram com a participação desta aeronave (EMBRAER, 2019).



Figura 5 – Aeronave EMB-314 "Super Tucano", da Embraer

Fonte: <https://airway.uol.com.br/embraer-busca-clientes-para-o-super-tucano-na-europa/>

Quando a propulsão à hélice é utilizada em VANTs, desconsidera-se a desvantagem acerca do conforto do usuário. Assim, não é incomum encontrar VANTs movidos à hélice, já que se beneficiam de suas principais características de eficiência, otimização energética e operacionalidade em pistas de pouso de baixa extensão. Esses podem operar com diversos objetivos: vigilância de fronteiras, operações bélicas, monitoramento climático, suporte à agricultura e até para entretenimento. O VANT Elbit, desenvolvido para o monitoramento de espaço aéreo civil, é exibido na Figura 6.



Figura 6 – VANT Elbit para monitoramento de espaço aéreo civil

Fonte:

<http://www.cavok.com.br/blog/elbit-systems-apresenta-a-aeronave-nao-tripulada-hermes-900-starliner/>

Segundo Intaratep et al. (2016), o desempenho aerodinâmico e acústico de hélices vem sendo largamente estudado, tornando extremamente relevante o conteúdo exposto nesta dissertação e em quaisquer outras pesquisas que explorem as características e propriedades das hélices. Seja para uso militar, comercial ou doméstico, aeronaves com sistemas de propulsão à hélice ou turbo-hélice têm se tornado uma importante opção para preencher uma lacuna logística deixada entre veículos terrestres e aeronaves com turbofans.

As teorias iniciais de Rankine (1865) e Froude (1889), que antes tratavam a hélice como um disco atuador, foram agregadas a métodos que são capazes de discretizar elementos pertencentes às pás das hélices e simulações em Dinâmica dos Fluidos Computacional (em inglês, *Computational Fluid Dynamics – CFD*). Não só para os novos VANTs, como também para aviões, helicópteros e outras aeronaves, conhecer melhor as características de uma hélice e seu correto dimensionamento permitem a utilização consciente deste dispositivo, afim de garantir confiabilidade aeronáutica, segurança, melhor gestão energética e alto desempenho.

## 1.2 Motivação

Diante dos mais de 150 anos de estudos em hélices, é imprescindível que as análises sobre estas abranjam uma vasta gama de resultados e simulações que embasem a escolha certa das hélices para cada situação de voo, aeronave e motor disponível. Apesar de diferentes sistemas de propulsão terem surgido há bem menos tempo, as hélices são indispensáveis mesmo para a aviação moderna. Assim, para cada protótipo desenvolvido com este sistema, são analisadas diversas combinações de motor/hélice, que forneçam a uma aeronave a máxima eficiência energética durante o voo.

Tendo em vista as pesquisas que são realizadas na Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF) pelo Grupo de Conversão Eletromecânica de Energia (GCEME, 2019), e que buscam o desenvolvimento de um sistema de propulsão aeronáutica híbrido-elétrica, faz-se necessário o estudo de todos os componentes que fazem parte de um protótipo. Destes, a hélice é um componente fundamental ao projeto e portanto requer estudo dedicado dentro do programa.

O objetivo inicial do GCEME (2019) é planejar, projetar, construir e instalar um banco de ensaios para propulsão aeronáutica híbrida turboelétrica, estabelecendo assim uma base de conhecimentos multidisciplinar, tendo em vista o crescente investimento em sistemas que utilizem fontes energéticas alternativas aos combustíveis de origem fóssil. De fato, o grupo é constituído por pesquisadores de diversas áreas, para agregar conhecimentos em eletrônica de potência, sistemas de monitoramento e aquisição de dados, projeto de turbomotores e motores elétricos, aerodinâmica e projeto mecânico.

O autor do presente trabalho faz parte do GCEME, e participou da evolução dos estudos que englobam a área de conhecimento em aerodinâmica e projeto mecânico. Especificamente, teve-se como primeiro desafio o estudo das hélices que seriam utilizadas no sistema de propulsão desenvolvido. Para tal, é necessário ter conhecimento sobre os métodos adequados de dimensionamento de hélices para o caso de aplicação do GCEME, de modo a embasar a escolha e compra de um modelo comercial de hélice adequado à futuros ensaios na bancada de testes.

Nos primeiros estudos do grupo, observou-se que atualmente é possível encontrar diversas ferramentas que auxiliem na predição de desempenho de uma hélice, e adotou-se como diretriz compreender o fenômeno de movimento de massa envolvido no funcionamento da hélice, utilizando-se de softwares capazes de simular tal fenômeno. O grupo de pesquisa concluiu que seria pertinente subdividir o grupo em duas frentes de estudo, replicando a subdivisão utilizada em pesquisas recentes de Klein (2017). Este autor categoriza os softwares de acordo com a forma que estes representam o escoamento de ar através das hélices em duas metodologias:

- Métodos de baixa fidelidade (*Low-fidelity*) para análise de desempenho de hélices: utilizados para aproximar o desempenho da hélice, sem obter especificações sobre o fluido de escoamento. Produz por certas vezes dados menos precisos, mas tem maior velocidade na obtenção de resultados e permite maior flexibilidade na etapa de anteprojeto da hélice. O QPROP e o JAVAPROP, por exemplo, são softwares de uso livre que se enquadram nessa categoria;
- Métodos de alta fidelidade (*High-fidelity*) para análise de desempenho de hélices: após a utilização de métodos *low-fidelity*, projetistas de hélices utilizam softwares ou algoritmos baseados em CFD para a obtenção de resultados mais precisos das hélices escolhidas previamente. A utilização de programas *high-fidelity* não dispensa o uso das aproximações dos métodos analíticos, uma vez que a implementação do CFD demanda alto custo computacional e não abrange diversas simulações de anteprojeto.

O fator limitante nas simulações ditas *high-fidelity* é o tempo gasto para reproduzir gráficos comparativos entre as diferentes geometrias de hélices pertinentes ao GCEME. Ainda que programas de CFD possam disponibilizar resultados completos sobre o fluido e os elementos de uma hélice, tem-se um gasto computacional significativo em comparação com modelos que se utilizam de teorias analíticas simplificadoras. Assim, a CFD é comumente utilizada na etapa de validação de uma hélice pré-escolhida em modelos simplificados. Por tal razão, ficou estabelecido que o presente trabalho se dedicaria a estudar os princípios que fundamentam os softwares *low-fidelity*, enquanto outros pesquisadores fariam uso de softwares *high-fidelity*, a fim de implementá-los nas pesquisas de propulsão híbrida do GCEME.

### 1.3 Objetivo

O objetivo deste trabalho é apresentar um breve resumo dos principais modelos teóricos de dimensionamento e análise de hélices, para entender o funcionamento de softwares analíticos desenvolvidos para este fim.

O autor faz parte das pesquisas que são realizadas na UFJF pelo GCEME, que buscam o desenvolvimento de um sistema de propulsão aeronáutica híbrido-elétrica. Desta forma, o presente trabalho retrata ainda algumas aplicações em demandas específicas do GCEME, objetivando contribuir com o desenvolvimento de uma alternativa cada vez mais sustentável e econômica de transporte aeronáutico.

O presente trabalho também tem como objetivo fornecer parâmetros para a escolha da hélice a ser utilizada nas bancadas de teste do GCEME, bem como consolidar informações suficientes para a continuidade dos estudos em dimensionamento de hélices para aplicações em aeronaves.

Espera-se ainda que este trabalho seja pioneiro nos desenvolvimentos em Mecânica Aplicada e Computacional para fins aeronáuticos dentro da UFJF, orientando futuras pesquisas que almejem desenvolver uma ferramenta de predição de desempenho de hélices, tanto a serem utilizadas pelo GCEME ou por qualquer outro grupo de pesquisa.

### 1.4 Metodologia

Para compreender o funcionamento de hélices, é necessário entender as metodologias de cálculos disponíveis, suas implicações e todas as definições auxiliares que são obrigatórias para o correto dimensionamento de uma hélice. Entender o funcionamento de aerofólios, por exemplo, são indispensáveis quando são estudados sistemas movidos à hélice. Por esta razão, os desenvolvimentos deste trabalho foram precedidos por pesquisa bibliográfica dirigida à definição deste dispositivo e exposição de suas características, bem como suas metodologias de cálculo.

Estabelecidas estas definições, foi estudado um software que auxilie nas etapas iniciais de dimensionamento de hélices, bem como na análise pós-projeto de hélices comerciais. Os softwares utilizados neste trabalho são de uso livre, disponibilizados gratuitamente pelo próprio desenvolvedor para fins acadêmicos. Será observado que o software QProp, desenvolvido por Drela (2007), é dominante neste trabalho pela sua praticidade e eficácia comprovada em testes preliminares.

É observada ainda a necessidade de utilização de softwares complementares ao QProp, principalmente para a análise aerodinâmica das seções das hélices. Assim, são abordados um breve resumo ao estudo aerodinâmico de aerofólios, auxiliados pelo software Xfoil (DRELA, 2001). O software QMil (DRELA, 2005) também será necessário, este

para o dimensionamento otimizado de hélices.

Consolidados os estudos necessários, foram simulados alguns exemplos de hélices para comparação de resultados com pesquisas importantes em engenharia aeronáutica, afim de validar a utilização do QProp como ferramenta essencial nos estudos do GCEME. São ainda evidenciados os primeiros resultados obtidos no GCEME, relativos ao conteúdo desta dissertação, que nortearam a tomada de decisões do grupo.

Por fim, pretende-se, para alguns dos exemplos abordados nesta dissertação, comparar os resultados obtidos pelas pesquisas em CFD realizada no GCEME com os obtidos pelo autor, evidenciando a importância de ambas abordagens quando do dimensionamento de uma hélice e destacando a diferença obtida nos resultados.

## 1.5 Estrutura do Trabalho

A dissertação está organizada em cinco capítulos, representados a seguir:

1. Introdução: apresenta um resumo histórico do desenvolvimento de hélices, suas vantagens e desvantagens de utilização. São discernidos ainda os objetivos do autor, precedidos da motivação e metodologia adotada no trabalho;
2. Revisão Bibliográfica: explicação sobre as teorias de dimensionamento de hélices e suas evoluções. Por terem grande importância, um estudo bibliográfico de aerofólios também foi realizado;
3. Análise e dimensionamento de hélices: apresentação do software Qprop (DRELA, 2007) para análise e predição de desempenho de hélices, em conjunto com o software XFoil (DRELA, 2001) para dimensionamento e análise aerodinâmica de aerofólios. É apresentado ainda o QMil (DRELA, 2005), para dimensionamento de hélices pelo método de Perda Mínima Induzida (em inglês, *Minimum Induced Loss – MIL*)(LARRABEE, 1975)(LARRABEE; FRENCH, 1983)(LARRABEE, 1979);
4. Resultados: Exposição dos resultados obtidos com este trabalho, através da validação dos resultados obtíveis pelo QProp e QMil com outras pesquisas da referência e aplicação à casos de estudo da UFJF e do GCEME;
5. Conclusão: Considerações finais do autor sobre este trabalho e proposição para trabalhos futuros.

## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

A evolução das hélices ao longo das décadas é evidente, tanto nas metodologias de cálculo utilizadas quanto nas técnicas construtivas adotadas. É fato que com o surgimento de turbo-propulsores, as propulsões a hélice perderam uso desde 1948, quando Theodorsen realizou o último grande avanço em metodologias de cálculo e dimensionamento de hélice. Entretanto, viu-se uma grande explosão de conhecimento e estudos no início do século XX, até culminarem na publicação de Theodorsen, movidos pelo grande potencial da utilização de aeronaves com sistemas de propulsão mais sofisticados (SMITH, 2015).

Com a crescente preocupação na manutenção das reservas de combustível fóssil ainda disponíveis na natureza, estudos têm buscado a utilização de hélices com alta eficiência, realizando um caminho inverso ao que ocorreu em meados do século XX: fabricantes de aeronaves estão explorando a utilização de hélices mais eficientes em substituição aos jatos puros ou turbofans, reduzindo custos com fabricação e combustível, bem como reduzindo os impactos ambientais. Aliado a um sistema híbrido-elétrico, é possível maximizar esses ganhos a um patamar ainda pouco explorado na aviação civil.

Para explorar novos horizontes na utilização de hélices, não é possível negligenciar mais de um século de pesquisas que consolidaram o que hoje se sabe sobre este dispositivo. Assim, foram estudados para este trabalho os métodos pioneiros de dimensionamento de hélices, que embasaram os métodos mais completos utilizados atualmente nas diversas ferramentas de dimensionamento disponíveis.

As hélices apresentam característica fusiforme de funcionamento, avançando no ar como se fosse um parafuso girando, arrastando ou empurrando a aeronave com ela. Estas forças originam-se com o deslocamento de ar através das hélices, empurrando uma massa de ar para trás e conseqüentemente acelerando o conjunto.

Antes de entender os conceitos de dimensionamento de uma hélice, é preciso esclarecer o que é capaz de gerar tal força de tração com a simples rotação das pás da hélice. De fato, existem diversos conceitos em aerodinâmica empregados para o desenvolvimento de uma hélice. Dentre estes, aqueles que definem os aerofólios são os de maior importância. É por este dispositivo incorporado às hélices que surgem as forças para aceleração da aeronave.

Dada a importância da aerodinâmica de aerofólios para aplicação em hélices, este trabalho realizou uma breve revisão bibliográfica sobre este dispositivo antes de tratar especificamente das hélices. Todos os conceitos utilizados neste trabalho são explicados no Subcapítulo 2.1, antecedendo o estudo das teorias de dimensionamento. Posteriormente, no Capítulo 3, será notável a influência direta do estudo aerodinâmico de aerofólios para o bom desempenho de hélices.

## 2.1 Aerofólios

### 2.1.1 Conceitos gerais

A associação de hélices com aerofólios ocorre naturalmente ao imaginar que toda hélice funciona como uma asa rotativa. Isto porque o princípio de funcionamento das asas é produzir sustentação aerodinâmica suficiente para deslocar verticalmente uma aeronave em voo. Considerar a hélice como asa rotativa é observar que esta também produz uma força para deslocamento, horizontal, devido à sustentação ocasionado pelo seu movimento no ar.

Tanto para as asas como para as hélices, o aerofólio é utilizado na construção da seção transversal de suas superfícies. Este é um dispositivo mecânico destinado à sustentação aerodinâmica por dois meios diferentes. Mecanicamente, pela terceira lei de Newton, o aerofólio pode ser operado com uma inclinação relativa ao fluxo de ar, fazendo com que o ar seja defletido para a parte inferior do aerofólio. Como o aerofólio produziu uma força capaz de mudar a direção do ar, este exercerá sobre o aerofólio uma força de igual intensidade, mas de direção oposta.

Por outro lado, aerofólios podem ainda possuir diferentes perímetros para suas partes inferior e superior, proporcionando sustentação pela Equação de Bernoulli. Segundo Anderson (2010), quando um aerofólio é submetido ao escoamento do ar, a porção que passa por sua parte superior tem maior velocidade do que a porção passante por sua parte inferior, visto que a distância a ser percorrida é maior na parte superior. Este efeito pode ser melhor visualizado através da representação das linhas de corrente do escoamento, como na Figura 7. Essa diferença de velocidades, pela equação de Bernoulli, é compensada com o surgimento de uma região de baixa pressão na superfície superior do aerofólio e alta pressão na superfície inferior do aerofólio.

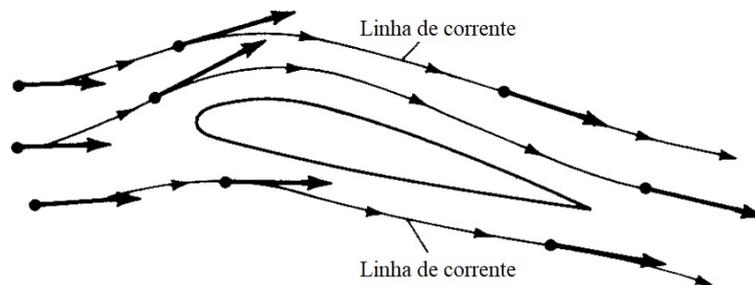


Figura 7 – Linhas de corrente atuantes em um aerofólio  
Fonte: Adaptado de Anderson (2010)

Percebe-se que é esta diferença de pressão que contribui significativamente com a sustentação do aerofólio. A sustentação será intensificada para maiores diferenças de pressão, proporcionadas por maiores velocidades de escoamento. Entretanto, para que exista sustentação, é necessário que exista escoamento. Por esta razão, uma aeronave só

consegue decolar quando existe velocidade suficiente para proporcionar sustentação pelas asas desta, enquanto um sistema de propulsão à hélice só atinge o estado de deslocamento quando as pás das hélices forem acionadas por um motor.

É perceptível que o desempenho de um aerofólio é determinado exclusivamente pelas características do escoamento em que está inserido e pela geometria adotada em sua construção. Dado que o escoamento na aviação sempre será o ar sob diferentes velocidades, temperaturas e pressões, pesquisadores do início do século XX dedicaram-se a concepção de melhores aerofólios para utilização em aeronaves modernas como componentes das asas e das pás das hélices. Neste cenário, a *National Advisory Committee for Aeronautics* (NACA), predecessora da atual *National Aeronautics and Space Administration* (NASA), foi criada pelo governo dos Estados Unidos com o objetivo de realizar estudos teórico-experimentais em aerofólios e demais dispositivos aeronáuticos. Dada a importância dos aerofólios desenvolvidos pela NACA no desenvolvimento aeronáutico global, seus aerofólios e regras de construção serão abordados na Seção 2.1.4.

### 2.1.2 Geometria dos aerofólios

De modo geral, a reprodução geométrica de um aerofólio é baseada em uma tabela de coordenadas (x;y), que representem por discretização de pontos o contorno do aerofólio desejado. Para tal, diversos parâmetros geométricos foram utilizados no desenvolvimento de novas formas de aerofólios ao longo das décadas. A Figura 8 representa as propriedades geométricas que ainda hoje são utilizadas no desenvolvimento de novos aerofólios.

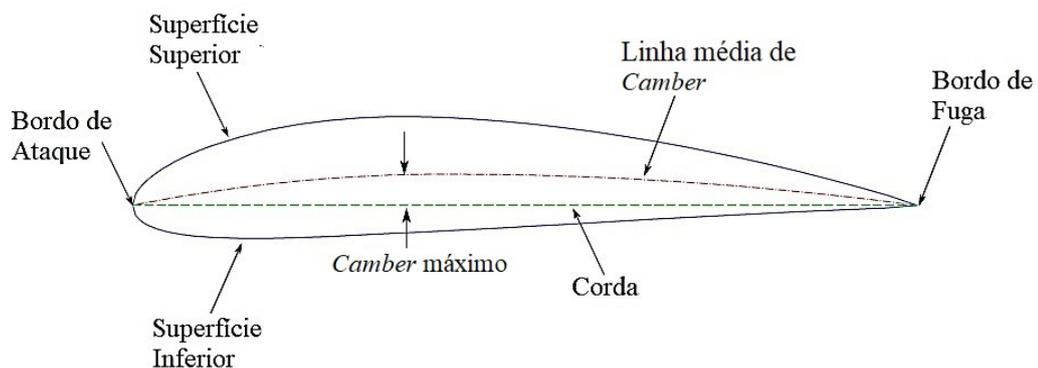


Figura 8 – Geometria de um aerofólio

Fonte: Adaptado de Wall (2012)

O bordo de ataque e o bordo de fuga marcam os pontos extremos do aerofólio. Enquanto o primeiro ponto é representativo da separação do escoamento pelo aerofólio, o segundo caracteriza o fim geométrico deste dispositivo e a interceptação das superfícies superior e inferior. A linha imaginária que une estes dois pontos é denominada corda. Sua dimensão serve como base para a reprodução geométrica da forma, uma vez que todas as outras medidas são definidas em função desta.

Para representar a tabela de coordenadas, convencionou-se representar o bordo de ataque como o ponto  $(x = 0; y = 0)$  e o bordo de fuga como  $(x = 1; y = 0)$ . Assim, a corda terá sempre dimensão unitária. Seja qual for a dimensão desejada na construção de algum dispositivo aerodinâmico, basta multiplicar as coordenadas na proporcionalidade adequada. Este princípio é utilizado na construção das pás das hélices com diferentes dimensões.

A linha média de camber é formada pelos pontos equidistantes entre as superfícies superior e inferior, e em tradução literal, seria uma linha que define a "curvatura" do aerofólio. Apesar de ter sido uma propriedade muito utilizada na era de desenvolvimento empírico, atualmente é utilizada primariamente para obter rápida comparação entre geometrias similares de formas (MILEY, 1982). Comparando-se dois aerofólios distintos entre si apenas pela linha média de *camber*, resultará em uma sustentação maior para o aerofólio com maior curvatura.

Com o objetivo de facilitar a comparação geométrica, convencionou-se ainda representar como *camber* máximo a maior distância vertical entre a corda e a linha média de *camber*. Desta forma, aerofólios com *camber* máximo maior tendem a fornecer maiores valores de sustentação. Assim como a linha média de *camber*, sua utilização restringiu-se a desenvolvimentos empíricos (MILEY, 1982).

Na Figura 9 é possível observar como o *camber* e a distribuição de espessura, outra propriedade pouco utilizada na construção moderna de aerofólios, eram utilizados para representar um aerofólio. A NACA adotava este modelo para evitar que houvessem discrepâncias entre as geometrias desenvolvidas, como visto na Figura 9.a. É perceptível que fornecer apenas as espessuras máximas dos aerofólios permite múltiplas distribuições. Então, de acordo com a necessidade aerodinâmica e estrutural desejada, os aerofólios eram desenvolvidos como representado na Figura 9.b.

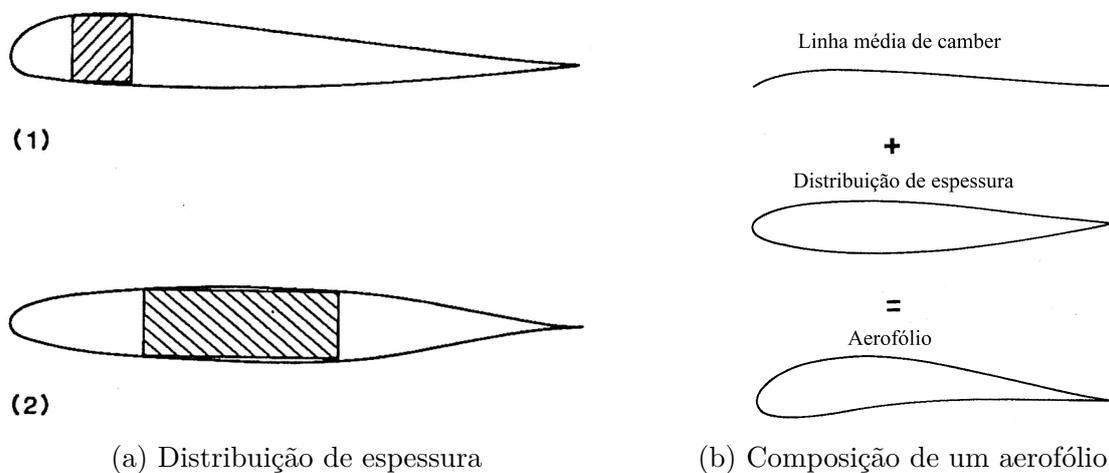


Figura 9 – Importância da distribuição de espessura  
 Fonte: Adaptado de Miley (1982)

Atualmente, novos aerofólios são desenvolvidos para usos específicos tendo como base outro aerofólio já criado, mas com as modificações necessárias de cada caso individual. Desta forma ganha-se tempo das etapas preliminares de desenvolvimento, além de utilizar-se de dados experimentais existentes na literatura extraídos dos aerofólios adotados como base. No final do século XX, algoritmos de otimização passaram a contribuir no desenvolvimento de aerofólios modernos. Assim, em projetos atuais de alto investimento, é comum que esta ferramenta seja dominante nos dimensionamentos (ANDERSON, 2010).

Além das características supracitadas, alguns aerofólios têm os pontos da região do bordo de ataque definidas por um raio específico, como representado na Figura 10. Este segmento conecta as superfícies inferiores e superiores, onde o traçado pelo raio é orientado pela inclinação da reta de origem no bordo de ataque. Algumas séries de aerofólios NACA possuem esta regra de traçado do raio do bordo de ataque (MILEY, 1982).

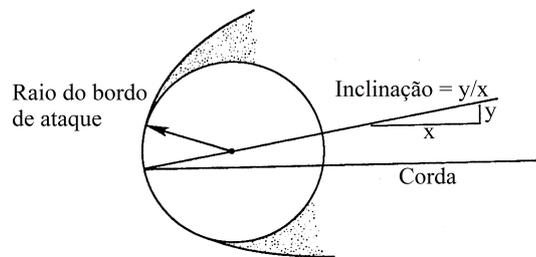


Figura 10 – Desenvolvimento do raio do bordo de ataque  
Fonte: Adaptado de Miley (1982)

Definidas as geometrias utilizadas para caracterizar e desenvolver um aerofólio, é preciso conhecer os esforços gerados com o movimento relativo entre este dispositivo e um fluido. Diz-se movimento relativo porque os esforços gerados serão os mesmos independente de qual dos dois componentes estará em movimento pelo referencial adotado, ou até mesmo se ambos estarão se movendo. Esta última situação é o usual no caso das hélices.

### 2.1.3 Definição de forças aerodinâmicas

Como mencionado, o aerofólio tem como principal objetivo produzir sustentação aerodinâmica (*lift*). Esta é a principal força gerada por um aerofólio, e recebe este nome devido à sua aplicabilidade predominante no desenvolvimento de asas de aeronaves. Além desta força, são extraídos como resultado outras duas resultantes: a força de arrasto (*drag*) e um momento de inclinação (*pitching moment*). Estas podem ser vistas na Figura 11, em que  $c$  representa a dimensão da corda do aerofólio e  $V$  representa o vetor velocidade do movimento relativo, de inclinação  $\alpha$  em relação à corda. As resultantes foram representadas em seus sentidos positivos, além de adotar a redução das forças ao ponto que intercepta um quarto do comprimento da corda, a partir do bordo de ataque. Esta redução é convencional na representação destas forças.

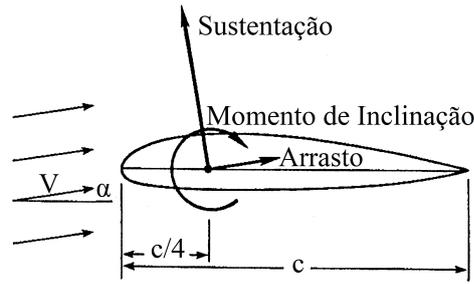


Figura 11 – Forças aerodinâmicas atuantes em um aerofólio  
 Fonte: Adaptado de Miley (1982)

Estas forças podem surgir como resultado das diferenças de pressões explicadas pela equação de Bernoulli. Aplicando-a para o problema de aerofólios, tem-se:

$$P + \frac{1}{2}\rho V^2 = \text{constante} \quad (2.1)$$

sendo:  $\rho$  = densidade específica do ar;  $P$  = pressão estática do fluido;  $V$  = velocidade do ar.

Nesta equação, o termo  $(\frac{1}{2}\rho V^2)$  é denominado pressão dinâmica, uma vez que seu valor é impactado pela velocidade de escoamento relativa do fluido. Como consequência desta equação, confirma-se a hipótese anterior de que uma região de alta velocidade produzirá menores valores de pressão estática em relação a regiões de baixa velocidade. É possível afirmar ainda que as variações das pressões e velocidades é que são determinantes na obtenção das forças aerodinâmicas de interesse (MILEY, 1982).

Segundo Anderson (2010), uma análise profunda dos aerofólios mostra que todas as forças resultantes são devidas a duas fontes: a distribuição de pressão e a distribuição de tensão cisalhante sobre a superfície do aerofólio. Enquanto a pressão age como uma força normal à superfície, a tensão cisalhante age tangencialmente a esta, oriunda do atrito entre o corpo e o fluido. Observa-se que equação de Bernoulli não representa totalmente as forças que atuam sobre um aerofólio. A representação mais completa é obtida pelas equações de Navier Stokes, que contemplam as tensões viscosas. A componente de tensão é a que se relaciona com a viscosidade e com o gradiente de velocidade na equação constitutiva de um fluido newtoniano.

Não é de interesse neste trabalho equacionar a solução do problema de aerofólio, mas mostrar o caminho de transformação destas tensões cisalhantes e pressões em forças resultantes. Para tal, a Figura 12 indica um diagrama de esforços atuantes sobre o corpo, em que:  $p$  é a distribuição de pressão;  $\tau$  é a distribuição de tensão cisalhante;  $s$  é a linha de integração sobre todo o contorno do aerofólio;  $ds$  é uma dimensão infinitesimal de integração;  $\alpha$  é o ângulo de ataque do aerofólio, e determina a inclinação do vetor velocidade em relação ao eixo da corda.

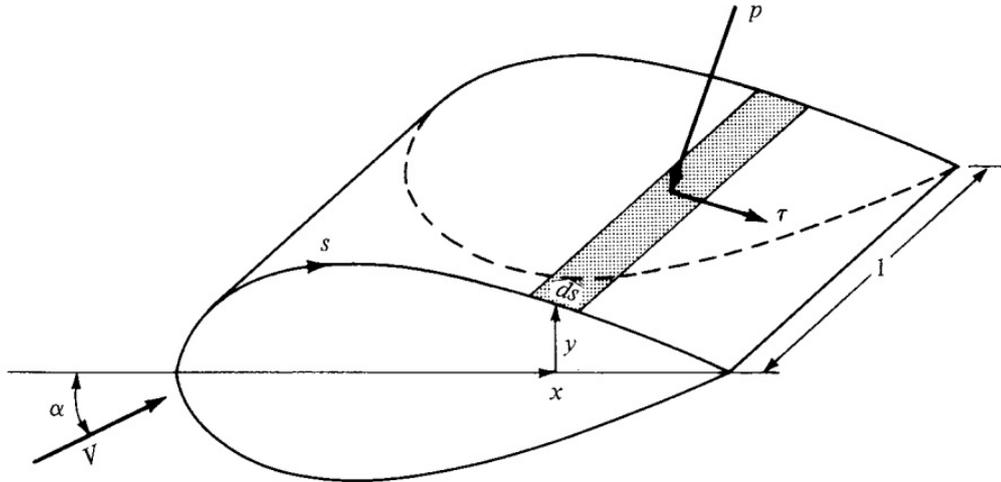


Figura 12 – Diagrama de esforços para integração na superfície  
 Fonte: Adaptado de Anderson (2010)

Adotando largura unitária e obtendo uma superfície de área elementar, Anderson (2010) foi capaz de reduzir um problema tridimensional em apenas duas dimensões, sem perder a confiabilidade e aplicabilidade dos resultados obtidos. Basta integrar  $p$  e  $\tau$  sobre a superfície  $s$ , obtendo-se as forças resultantes  $L$  (sustentação),  $D$  (arrasto) e  $M$  (momento de inclinação). É importante destacar que todas as resultantes obtidas estarão condicionadas ao ângulo de ataque. Para a aplicação deste desenvolvimento em hélices, cujas seções apresentam diferentes ângulos de ataque, múltiplas simulações devem ser realizadas. Convenientemente, alguns softwares específicos para o desenvolvimento e análise de aerofólio, como o XFOIL e o JavaFoil, permitem que este cálculo seja feito de maneira rápida e eficiente (KLEIN, 2017).

Pela representação da Figura 12 é possível observar que além das propriedades do fluido, as formas e dimensões geométricas dos aerofólios terão grande influência nas resultantes de esforços obtidas com o cálculo aerodinâmico. Para uniformizar a análise dinâmica e permitir a comparação qualitativa de diferentes aerofólios, convencionou-se a adoção de coeficientes que possam adimensionalizar as resultantes (ANDERSON, 2010). Para cada uma das três resultantes, têm-se:

$$\text{Coeficiente de sustentação: } C_L = \frac{L}{(\frac{1}{2}\rho V^2)A} \quad (2.2)$$

$$\text{Coeficiente de arrasto: } C_D = \frac{D}{(\frac{1}{2}\rho V^2)A} \quad (2.3)$$

$$\text{Coeficiente de momento: } C_M = \frac{M}{(\frac{1}{2}\rho V^2)cA} \quad (2.4)$$

Observa-se que os três coeficientes foram obtidos em termos da pressão dinâmica e área de projeção em planta, além de considerar a corda para obter o coeficiente do

momento de inclinação. As simulações aerodinâmicas de um aerofólio usualmente fornecem resultados característicos de  $C_L$ ,  $C_D$  e  $C_M$  em termos do ângulo de ataque  $\alpha$  e das propriedades do fluido e escoamento, permitindo que uma mesma simulação possa ser estendida para todas as dimensões factíveis de um mesmo aerofólio.

Uma representação didática do comportamento típico dos coeficientes  $C_L$  e  $C_D$  em uma simulação ou ensaio pode ser visto na Figura 13. O coeficiente de sustentação é geralmente exposto em termos do ângulo de ataque, cuja curva resultante é denominada curva de sustentação. Já o coeficiente de arrasto é representado em termos do coeficiente de sustentação. Apesar desta figura representar  $C_D$  no eixo das abscissas, este é atualmente representado no eixo das ordenadas, e será a forma adotada neste trabalho. Este gráfico recebe o nome de curva polar de arrasto. Na Figura 13, a curva de sustentação está à esquerda, enquanto a curva polar de arrasto esta à direita.

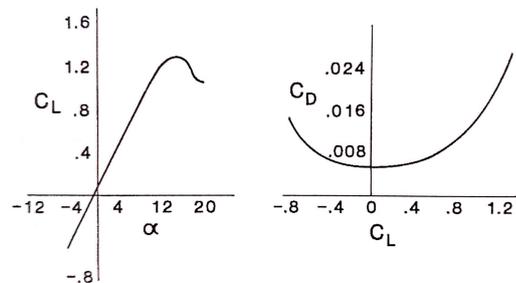


Figura 13 – Curvas típicas para os coeficientes  $C_L$  e  $C_D$   
Fonte: Adaptado de Miley (1982)

Na curva de sustentação da Figura 13 é possível notar que existe um intervalo de ângulo de ataque em que os valores de  $C_L$  variam linearmente. A partir de determinado ângulo, nota-se uma rápida perda de dependência linear, atingindo-se um valor máximo de  $C_L$ . Deste ponto em diante, os valores de  $C_L$  irão decrescer com o aumento de  $\alpha$ . Este fenômeno é denominada estol (derivado do inglês, *stall*), e também é percebido na curva polar de arrasto (MILEY, 1982). Existe um valor mínimo de  $C_D$  em torno de uma faixa em que o aumento ou decréscimo da sustentação causa pouca influência nos valores de arrasto. Entretanto, fora desta faixa, percebe-se que pequenos variações de  $C_L$  já são capazes de proporcionar grandes acréscimos de  $C_D$ . Caso a curva de exemplo tivesse continuidade, perceberia-se que a partir de determinado ponto o arrasto aumentaria às custas do decréscimo de sustentação. Esta região também caracterizaria o estol.

Miley (1982) descreve o estol como a separação entre o fluido e o corpo do aerofólio, quando o escoamento até então laminar sobre este torna-se turbulento. Entender como ocorre esta transição, além de explicar a ocorrência do estol, permite interpretar alguns dos resultados que serão encontrados no Capítulo 4. Estas explicações são possíveis inserindo o conceito de camada limite, exposto na Seção 2.1.5.

## 2.1.4 Aerofólios NACA

Conforme mencionado no início deste capítulo, o início do século XX foi marcado por diversas pesquisas para aprimoramento dos aerofólios, dos quais os desenvolvimentos da NACA obtiveram grande impacto. Ainda hoje, os aerofólios gerados pela organização norte-americana são fundamentais em diversos projetos, mesmo que para etapas iniciais de pré-dimensionamento.

Esta seção trata sobre as séries básicas de aerofólios desenvolvidos pela NACA, apontando suas vantagens e regras de construção. Especificamente, os aerofólios NACA de 4 dígitos, 5 dígitos, 6 dígitos e 4 dígitos modificada são os principais aerofólios desenvolvidos pela NACA. Este trabalho utilizou apenas aerofólios da série de 4 dígitos, e portanto apenas esta série é desenvolvida nesta seção.

Os aerofólios NACA foram projetados no período de 1929 a 1947, baseados em descrições geométricas simples de sua forma. A exceção reside na série de 6 dígitos, em que foi utilizada uma abordagem mais teórica, resultante em formas mais complexas. Atualmente, uma nova geração de aerofólios emergiu com a utilização de métodos computacionais de otimização de desempenho, mas os aerofólios NACA ainda são úteis em muitas aplicações de projeto aerodinâmico (CUMMINGS et al., 2015).

Segundo Jacobs e Abbott (1933), os ensaios experimentais da NACA foram pioneiros na utilização de túnel de vento em tanques pressurizados com densidade do ar controlada e incidência indireta do vento. Os aerofólios eram testados com comprimento padrão de 30 polegadas e corda de 5 polegadas. Esse comprimento (em inglês, *span*) dividido pelo valor de corda fornece uma razão de aspecto (em inglês, *aspect ratio*) igual a 6. Como os dados preferíveis são os referentes a um aerofólio com taxa de proporção infinita, Jacobs e Abbott (1933) utilizaram fórmulas de correção de escala nos dados obtidos para realizar tal conversão. Estas fórmulas consideram ainda a influência das paredes do túnel do vento.

Jacobs, Ward e Pinkerton (1933), com base nos resultados dos ensaios, observaram que dentre os aerofólios testados, determinadas composições geométricas apresentavam melhor desempenho. Observaram ainda que as duas principais variáveis que afetavam os resultados eram a forma da linha média de *camber* e a distribuição de espessura. Desde então, os ensaios em túnel de vento buscaram gerar uma nova categoria de aerofólios desenvolvida pela NACA, apresentando uma série de equações que incorporassem as duas principais variáveis. Estes estudos proporcionaram a classificação em séries atualmente utilizadas, separando-as em famílias de formas aerodinâmicas relacionadas. Estas foram consolidadas após a publicação de Abbott e Von Doenhoff (1959).

A forma dos aerofólios NACA é descrita usando uma série de dígitos após a sigla "NACA". Estes dígitos fornecem parâmetros através de códigos numéricos, que são inseridos em equações para gerar precisamente os pontos de contorno do aerofólio. A primeira série

desenvolvida pela NACA foi a de 4 dígitos. Reproduziu-se neste trabalho a apresentação adotada por Cummings et al. (2015), por possuir melhor clareza no entendimento dos códigos numéricos. Assim, um aerofólio NACA de 4 dígitos é tido da seguinte forma:

### NACA MPXX

sendo:

M: valor máximo de *camber*, em centésimos do valor de corda;

P: posição no eixo  $x$  do valor máximo de *camber*, em décimos do valor de corda;

XX: razão entre espessura máxima e corda, em porcentagem.

Em um exemplo considerando a corda( $c$ ) de valor unitário, teria-se:

### NACA 4415

M = 4  $\rightarrow$  *camber* máximo de 0,04 ( $m = 0,04$ );

P = 4  $\rightarrow$  *camber* máximo localizado em  $x = 0,4$  ( $p = 0,4$ );

XX = 15  $\rightarrow$  aerofólio com espessura máxima de 15%, ou 0,15;

Este aerofólio será utilizado em uma das aplicações, no subcapítulo 4.5, com sua representação na Figura 55.

A primeira equação a ser definida é a de distribuição de espessura, que para um valor indefinido de corda é dada por:

$$\frac{y_t}{c} = \frac{t}{c} \left[ a_0 \sqrt{\frac{x}{c}} - a_1 \frac{x}{c} - a_2 \left( \frac{x}{c} \right)^2 + a_3 \left( \frac{x}{c} \right)^3 - a_4 \left( \frac{x}{c} \right)^4 \right] \quad (2.5)$$

sendo:  $y_t(x)$  = função de distribuição de espessura;  $\frac{t}{c}$  = valor da espessura obtido pelo código do aerofólio;  $a_0 = 1,4845$ ;  $a_1 = 0,6300$ ;  $a_2 = 1,7580$ ;  $a_3 = 1,4215$ ;  $a_4 = 0,5075$ .

É importante notar que esta série é caracterizada por apresentar sempre a mesma equação de distribuição de espessura, alterando apenas a amplitude em função do valor ( $t/c$ ) adotado. A equação 2.5 produzirá espessura máxima em  $x/c = 0,30$ , e os valores  $a_0$ ,  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $a_3$  e  $a_4$  são resultantes empíricas (ABBOTT; VON DOENHOFF, 1959).

Conforme visto na Figura 10, alguns aerofólios NACA têm seu bordo de ataque definido por uma circunferência de eixo inclinado em relação a corda. O raio desta circunferência é obtido por:

$$\left( \frac{r_{LE}}{c} \right) = 1,1019 \left( \frac{t}{c} \right)^2 \quad (2.6)$$

sendo:  $r_{LE}$  = raio da circunferência do bordo de ataque.

O centro do raio da borda de ataque é encontrado através da inclinação da linha média de *camber*. Desenha-se uma linha através do final da corda no borda de ataque com uma inclinação igual à inclinação da linha média naquele ponto. A partir desta linha, traça-se o centro com o valor de raio da circunferência. Abbott e Von Doenhoff (1959) apontam ainda que neste ponto, a inclinação teórica tenderia ao infinito. Por esta razão, adota-se usualmente a inclinação da linha média no ponto  $(x/c) = 0,005$ .

Para os casos em que um aerofólio é simétrico, isto é, apresentam os dígitos M e P iguais a zero, as equações expostas são suficientes para representar as coordenadas da superfície superior  $(x_u; y_u)$  e inferior  $(x_l; y_l)$ . O aerofólio NACA 0010, utilizado no subcapítulo 4.2, é um exemplo de aerofólio simétrico. As coordenadas finais nessas casos são dadas por:

$$\begin{aligned} x_u &= x_l = x \\ y_u &= +y_t \\ y_l &= -y_t \end{aligned} \quad (2.7)$$

Já os aerofólios com curvatura específica necessitam ainda de uma equação que determine a linha média de *camber*. Para a série de 4 dígitos, esta equação é dada por:

$$\frac{y_c}{c} = \begin{cases} \frac{m}{p^2} \left[ 2p \left( \frac{x}{c} \right) - \left( \frac{x}{c} \right)^2 \right], & \text{para } \left( \frac{x}{c} \right) < p \\ \frac{m}{(1-p)^2} \left[ 1 - 2p + 2p \left( \frac{x}{c} \right) - \left( \frac{x}{c} \right)^2 \right], & \text{para } \left( \frac{x}{c} \right) \geq p \end{cases} \quad (2.8)$$

Onde:  $y_c(x)$  = função de distribuição de espessura;

Para obter a inclinação da linha média de *camber* em cada um dos pontos, basta calcular as derivadas locais da equação final  $y_c(x)$  em relação a  $x$ . Por fim, as coordenadas finais da superfície superior são obtidas pelo seguinte conjunto de equações:

$$\begin{aligned} x_u &= x - y_t(x) \sin \theta \\ y_u &= y_c(x) + y_t(x) \cos \theta \end{aligned} \quad (2.9)$$

Enquanto as coordenadas da superfície inferior serão:

$$\begin{aligned} x_l &= x + y_t(x) \sin \theta \\ y_l &= y_c(x) - y_t(x) \cos \theta \end{aligned} \quad (2.10)$$

O valor do ângulo  $\theta$  representa o ângulo de inclinação local da linha média de *camber*, e pode ser obtido pela seguinte equação:

$$\theta = \arctan \left( \frac{dy_c}{dx} \right) \quad (2.11)$$

Com estas características geométricas, desde a publicação de Jacobs, Ward e Pinkerton (1933) em 1933, a série de 4 dígitos da NACA tornou-se referência para a

maioria dos projetos aerodinâmicos subsequentes, com utilizações para construção de asas que produzissem maiores sustentações com menor probabilidade de estol, além da utilização na construção de hélices. A série de 4 dígitos simétrica também foi utilizada na concepção dos primeiros aviões supersônicos e no desenvolvimento de pás das hélices de helicópteros (ABBOTT; VON DOENHOFF, 1959).

As séries de 5 e 6 dígitos também tiveram várias aplicações, principalmente no desenvolvimento de aeronaves de combate, mas não substituíram a série de 4 dígitos em outras aplicações por apresentar pior comportamento em estol. A NACA e posteriormente a NASA, desenvolveram ainda outras séries de aerofólios de acordo com as necessidades de projeto encontradas. Entretanto, estas tiveram menor espaço para aplicação antes da melhoria das ferramentas computacionais, que permitiram o desenvolvimento de aerofólios específicos para cada utilização (MILEY, 1982).

Com a breve explicação deste subcapítulo, fica claro que o desenvolvimento ou escolha corretos dos aerofólios são fundamentais para o melhor desempenho de hélices. Em verdade, será observado na Seção 2.2.3 que os estudos em aerofólios foram fundamentais para o aprimoramento das primeiras teorias de dimensionamento de hélices.

### 2.1.5 Escoamento na camada limite

O comportamento descrito nesta seção baseia-se nos trabalhos de Anderson (2010), Miley (1982) e McGranahan e Selig (2003). Estes autores descrevem que o movimento relativo entre um fluido e um corpo sólido gera uma região de escoamento onde o atrito entre estes exerce grande influência. Esta região é denominada camada limite.

A uma determinada distância, o atrito entre o fluido e o sólido não exerce mais grande influência sobre o escoamento, tal que a velocidade de escoamento a partir deste ponto é igual ou maior que 99% da velocidade do fluido livre, isto é, sem ação de quaisquer forças de atrito. Esta distância define a espessura da camada limite, que para interação sólido-ar, pode variar de alguns milímetros até poucos centímetros (MILEY, 1982).

A influência do atrito é tal que a velocidade de escoamento na superfície do corpo é nula, aumentando a medida que se desloca em direção ao escoamento livre. Na camada limite, o escoamento pode ser laminar ou turbulento. Enquanto o primeiro é suave e uniforme, o segundo apresenta comportamento irregular e desorganizado. É comum que um escoamento turbulento seja resultado de uma perturbação em um escoamento inicialmente laminar. Nesta mudança, pode-se caracterizar ainda uma terceira condição de escoamento, denominada transição. As características do fluido, como densidade, viscosidade e velocidade, são determinantes no estabelecimento de uma das condições, traduzidas em termos do chamado número de Reynolds. A Figura 14 caracteriza a camada limite e suas condições de escoamento.

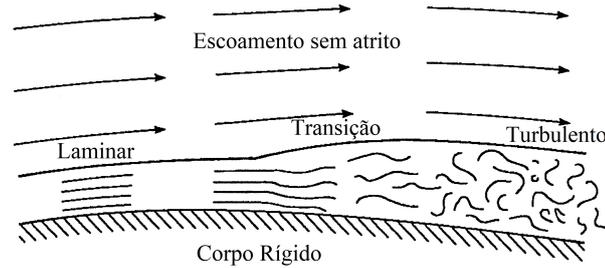


Figura 14 – Caracterização da camada limite  
Fonte: Adaptado de Miley (1982)

A parcela de arrasto proveniente do atrito é gerada na camada limite. Por esta razão, a maioria dos cuidados tomados no dimensionamento de aerofólios e na utilização de resultados aerodinâmicos deste, dependem do comportamento da camada limite gerada no escoamento. Por exemplo, McGranahan e Selig (2003) afirmam que para pequenos valores de Reynolds, um escoamento laminar pode proporcionar o fenômeno denominado bolha de separação laminar. Este fenômeno, além do estol, será observado em aplicações deste trabalho.

Apesar da possibilidade da bolha de separação, Miley (1982) conclui que, de modo geral, escoamentos laminares são preferíveis por proporcionarem menores valores de arrasto em comparação a um escoamento turbulento. Já Anderson (2010) enfatiza que maiores valores de Reynolds produzem menores valores de arrasto, desde que este valor não implique em velocidades de escoamento maiores que  $0,85 \text{ Mach}^1$ .

Mesmo com as generalidades apontadas, o escoamento laminar e turbulento da camada limite é fortemente influenciado pelo gradiente de pressão ocasionado pela variação da pressão na direção do escoamento (MILEY, 1982). Diz-se que este gradiente é favorável se houver decréscimo da pressão na direção do escoamento e adverso caso a pressão aumente. Em ambos os casos, a equação de Bernoulli prevê que em condição favorável, a velocidade de escoamento aumenta em sua direção. Miley (1982) utiliza-se da equação 2.1 para dois pontos A e B, estando B a jusante do escoamento da camada limite. É formada a seguinte relação:

$$P_A - P_B = \frac{1}{2}\rho(V_B^2 - V_A^2) \quad (2.12)$$

Torna-se claro observar que para  $P_A > P_B$ , que seria o caso do gradiente favorável, proporciona  $V_A < V_B$ . Entretanto, para os casos em que as condições de escoamento proporcionem um gradiente de pressão desfavorável ( $P_A < P_B$ ), Miley (1982) afirma que o escoamento da camada limite pode não possuir energia suficiente para superar as forças de atrito atuantes. Assim, o gradiente adverso seria suficiente para ocasionar o retorno do escoamento em direção ao gradiente mais favorável. A Figura 15 ilustra este efeito.

<sup>1</sup> Número Mach = Velocidade do escoamento/Velocidade do som

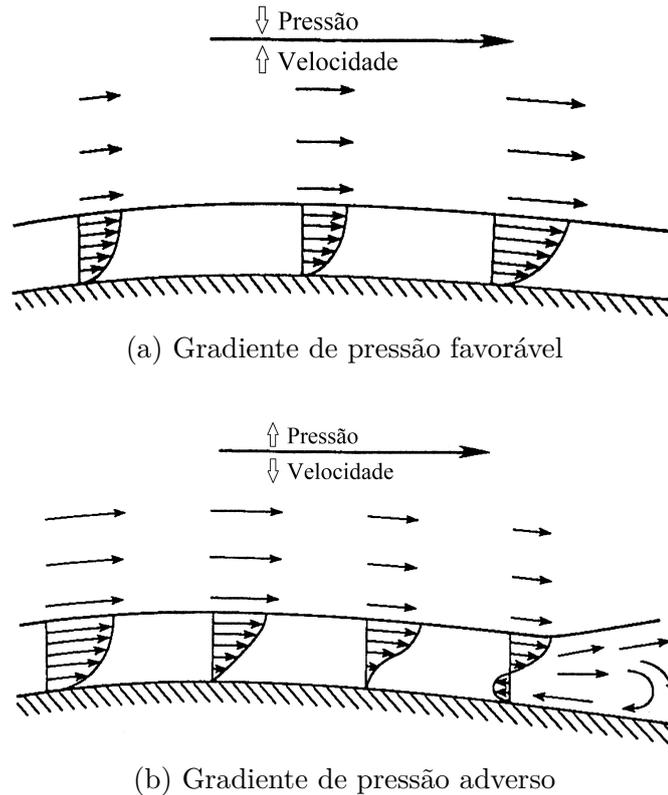


Figura 15 – Efeitos do gradiente de pressão na camada limite  
 Fonte: Adaptado de Miley (1982)

Nesta situação de gradiente adverso é possível haver a separação do escoamento em relação ao aerofólio, formando uma esteira turbulenta e espessa, caracterizada anteriormente como estol. A partir da separação, as pressões de escoamento são fortemente alteradas, conferindo ainda mais arrasto e menos sustentação, conforme visto na Figura 13.

Apesar do efeito mais discutido ser o estol, devido ao seu grande impacto no desempenho de aerofólios, outras reações podem ser obtidas com a perturbação de um escoamento laminar. A bolha de separação laminar mencionada anteriormente também é oriunda de um gradiente de pressão adverso, mas diferente do estol, não cria uma esteira de turbulência com total separação da camada limite. Ao invés disto, a camada limite é formada novamente a partir de um ponto de recolamento, com escoamento turbulento, ficando apenas um pequeno trecho da superfície do aerofólio sem a fronteira da camada limite (MCGRANAHAN; SELIG, 2003).

Por fim, um escoamento laminar pode ainda sofrer perturbação suficiente para torná-lo turbulento, mas sem ocorrer separação da camada limite. Caso a perturbação seja inevitável, dimensionar um aerofólio que tenha esta característica é aconselhável pela maior previsibilidade de seus efeitos, além de conferir menores forças de arrasto (MCGRANAHAN; SELIG, 2003)(MILEY, 1982). Os três efeitos mencionados podem ser vistos na Figura 16.

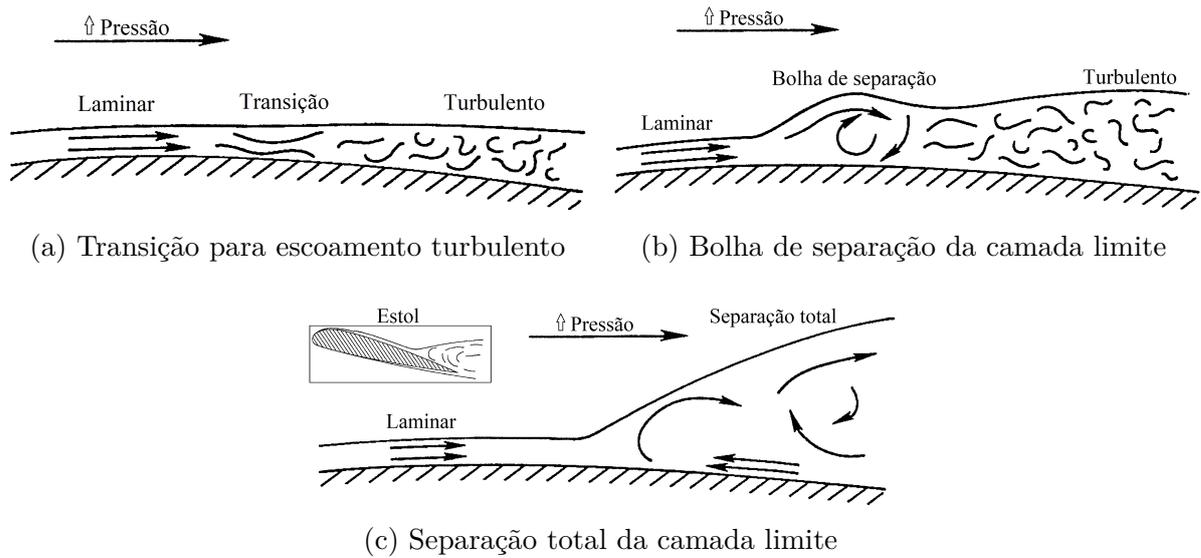


Figura 16 – Reações da camada limite a um gradiente de pressão adverso  
 Fonte: Adaptado de Miley (1982)

Segundo Miley (1982), prever a reação do aerofólio é uma tarefa complexa, associada ao estado do escoamento laminar, ao gradiente de pressão e ao número de Reynolds. Entretanto, é sugerida uma divisão entre baixo, médio e alto Reynolds que notoriamente favorecem cada uma das reações, a citar:

Alto	$Re > 3 \times 10^6$
Médio	$5 \times 10^5 < Re < 3 \times 10^6$
Baixo	$Re < 5 \times 10^5$

Os estudos desenvolvidos neste trabalho apresentam aerofólios da seção transversal das hélices submetidos a escoamentos de baixo e médio número de Reynolds. Será observado no Capítulo 3 como o problema de estol e bolha de separação são considerados na análise aerodinâmica, além de apontar seus efeitos na previsibilidade do desempenho das hélices.

## 2.2 Hélices

Como explicado no início deste capítulo, uma hélice se comporta como um parafuso que avança sobre uma massa de fluido, se deslocando no eixo perpendicular ao plano de rotação desta. Este comportamento é possível pela construção aerodinâmica de suas pás, onde as várias seções transversais apresentarão a forma de aerofólios. Como visto na Seção 2.1, possuir uma geometria composta por aerofólios permite gerar forças de sustentação pela simples passagem do ar através deste dispositivo. Nas hélices, estas forças serão combinadas de forma a gerar resultantes de empuxo, responsável pela movimentação de uma aeronave.

### 2.2.1 Geometria das hélices

As hélices consistem em pás interligadas a um cubo central, que por sua vez é conectada a um eixo de transmissão de potência. Esta potência é gerada por um motor, seja ele elétrico, à pistão ou turbo. Quando este conjunto proporciona rotação à hélice, as pás passam a se comportar como asas rotativas, possuindo baixa pressão no dorso da pá e alta pressão na face. Este diferencial de pressão também encontrado em aerofólios, proporcionará sustentação à hélice. Por esta analogia, algumas nomenclaturas adotadas na composição geométrica das hélices remetem às adotadas em asas de aviões. Estas são definidas a seguir:

- **Pá:** elemento responsável pela geração de sustentação na hélice, desenvolvida aerodinamicamente com a utilização de aerofólios em sua seção transversal;
- **Cubo:** corresponde ao centro da hélice, servindo como ponto de fixação das pás, além de ser o ponto de fixação deste dispositivo com a aeronave;
- **Raiz:** região da pá próxima ao cubo, possui perfil de maior espessura para melhor desempenho aerodinâmico a menores velocidades tangenciais. Estruturalmente, é a região que precisa resistir aos maiores esforços ocasionados pelo torque, fazendo que algumas hélices tenham essa região construídas com espessuras maiores que as usuais e sem finalidade aerodinâmica (WEICK, 1930);
- **Bordo de ataque:** com definição análoga ao encontrado em aerofólios e asas, corresponde à linha que primeiro entra em contato com o ar, ocasionando a separação do fluxo em torno da pá da hélice. É geralmente a região de maior pressão aerodinâmica (GLAUERT, 1983). Em aerofólios construídos em madeira, podem apresentar reforço em liga metálica para resistir a impacto contra detritos (WEICK, 1930);
- **Bordo de fuga:** definição também derivada dos estudos em aerofólio, marca o ponto em que o fluxo de ar perde contato com a pá da hélice. É usualmente a região de menor pressão aerodinâmica;
- **Corda:** para cada uma das seções transversais, corresponde à dimensão de uma linha traçada do bordo de ataque ao bordo de fuga. Seu valor impacta diretamente no desempenho aerodinâmico da hélice;
- **Ponta:** é a região da pá mais afastada do cubo. Por definir o ponto de maiores velocidades tangenciais, é geralmente um ponto de preocupação no desenvolvimento de hélices. Velocidades supersônicas podem causar ondas de choque que prejudicam significativamente o desempenho aerodinâmico do conjunto (ANDERSON, 2010).

Para melhor visualização das características apresentadas, a Figura 17 e a Figura 18 mostram o desenho de uma hélice bipá de liga de alumínio, em vista frontal e corte de seções transversais, respectivamente. Além deste material, a madeira também é utilizada em diversas aeronaves desde as primeiras hélices construídas até atualmente. Somam-se ainda novos materiais compósitos que proporcionam boa resistência aos esforços de utilização e menores custos em relação às ligas de alumínio (SMITH, 2015).

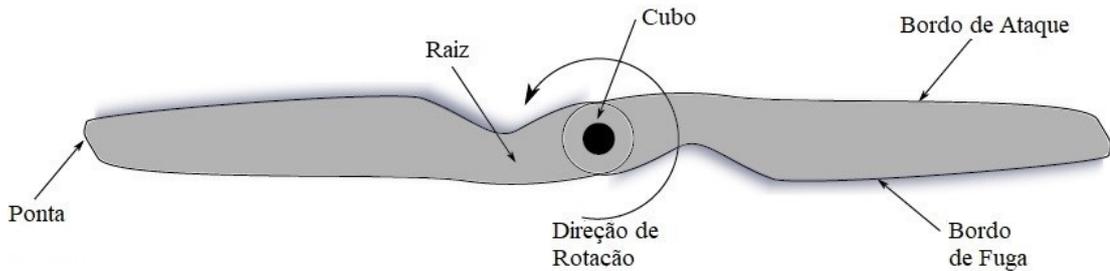


Figura 17 – Geometria de uma hélice  
Fonte: Adaptado de Wall (2012)

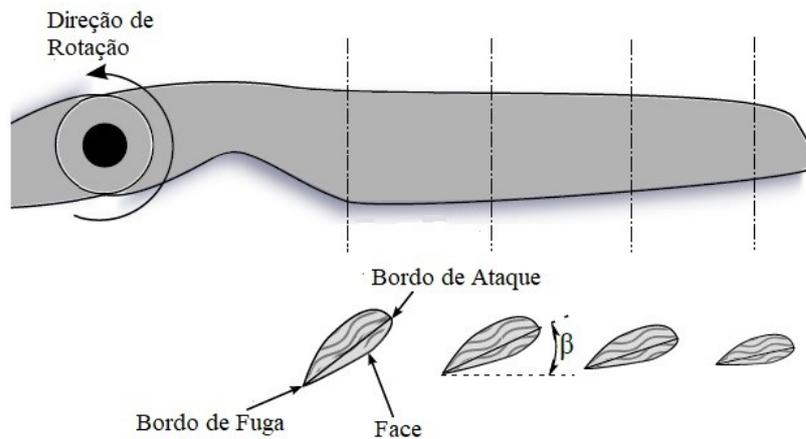


Figura 18 – Seções transversais de uma hélice  
Fonte: Adaptado de Wall (2012)

Para especificar uma hélice comercialmente, é necessário expor pelo menos duas características desta: seu diâmetro ( $D$ ) e passo ( $p$ ) (em inglês, *pitch*). O primeiro é obtido ao se medir o diâmetro pertencente à circunferência gerada pela ponta da hélice ao girar. Para as hélices bi-pá, o diâmetro é obtido medindo-se a distância entre as duas pontas das pás.

O passo é o deslocamento que uma hélice proporcionaria no sentido do seu eixo de rotação, ao completar uma revolução. Esta definição é similar ao avanço proporcionado pelo aperto em uma volta de um parafuso. Na Figura 18 observa-se ainda a existência de um parâmetro geométrico  $\beta$ . Este é o ângulo de torção geométrica da pá, variável ao longo das seções. Sua medida é obtida medindo-se o ângulo formado entre o plano de rotação da hélice e a corda de cada uma das seções. É importante destacar que passo teórico não deve ser confundido com este ângulo  $\beta$ . Em verdade, como as seções internas de uma hélice produzem uma circunferência de giro menor que as seções externas, o ângulo de torção costuma variar para garantir que o passo teórico seja o mesmo, independente da seção transversal analisada (WEICK, 1930).

Diz-se passo teórico porque o passo efetivo obtido pela hélice é influenciado por perdas de arrasto aerodinâmico e direção de impacto do ar, principalmente na raiz da hélice, criando-se um recuo entre os dois passos. Apesar do efetivo ser a distância real percorrida por uma revolução da hélice, o passo geométrico é o utilizado na especificação comercial deste dispositivo. Por exemplo, uma hélice comercial de aeromodelos que é vendida com a especificação 6x3, é caracterizada por um diâmetro de 6" e um passo geométrico de 3" a cada volta completada.

Apesar das hélices apresentadas neste trabalho serem de passo fixo, isto é, inteiriças e com pás fixadas sem articulações no cubo, existem ainda as hélices de passo ajustável em solo e as de velocidade constante (vide Figura 2). Estas permitem que as pás possam ser rotacionadas para variar o passo de acordo com a condição de voo desejável. Tal adaptação é impactante no desempenho e eficiência da hélice, além de otimizar a utilização do motor para sua melhor faixa de rotação. Neste contexto, as hélices de passo ajustável em solo permitem pré-determinar qual será o passo preferível para um voo, enquanto a de velocidade constante é capaz de realizar estes ajustes em voo.

Como a função da hélice é converter a potência transmitida do motor em potência específica de voo, a condição ideal de operação seria aquela em que a máxima eficiência do motor seja extraída com a máxima eficiência possível da hélice. Definida uma velocidade de rotação ideal para o motor, as hélices de velocidade constante são capazes de proporcionar diferentes velocidades de deslocamento à aeronave alterando-se apenas o passo. Será visto nos Capítulos 3 e 4 que mesmo uma sutil modificação do passo pode causar grande impacto na eficiência da hélice e conseqüentemente no conjunto motor/hélice.

Com os parâmetros especificados, já é possível estimar a ordem de grandeza da tração fornecida pela hélice, com o auxílio de calculadoras específicas disponíveis na internet. Entretanto, não é possível assegurar a confiabilidade dos resultados obtidos por esta ferramenta, nem obter parâmetros específicos de eficiência, torque, esforços e informações sobre o fluido ou seções específicas da hélice. Têm-se então a necessidade da utilização de métodos analíticos ou computacionais para cálculo de hélices, que forneçam

tais informações.

Os estudos em hélices aeronáuticas foram originalmente abordados por Froude (1889), baseado nos trabalhos de Rankine (1865), que a princípio tratava do desenvolvimento de hélices para aplicações marítimas. A partir de 1885, Froude (1889)(1911) utilizou as formulações de Rankine e as adaptou para aplicação generalizada. Tem-se início a utilização da Teoria do disco atuador, precursora de todas as teorias subsequentes. Por esta razão, as próximas seções deste capítulo dedicam-se a desenvolver a teoria do disco atuador e demais teorias clássicas, importantes para a compreensão dos métodos de dimensionamento adotados no Capítulo 3.

### 2.2.2 Teoria do disco atuador

Esta teoria assume que a hélice é um disco de espessura desprezível, capaz de criar um empuxo uniforme, através de um diferencial de pressão entre as partes posterior e anterior da hélice. Também é chamada de Teoria da conservação da quantidade de movimento (em inglês, *Momentum Theory*), justamente por fornecer determinada quantidade de movimento ao ar que passa pelo disco da hélice e assim gerando este empuxo para movimentação de uma aeronave (WEICK, 1930).

Os desenvolvimentos aqui expostos baseiam-se principalmente no trabalho de Wall (2012), pela clareza com a qual a teoria foi abordada, ainda que os princípios utilizados e equações obtidas sejam as mesmas para outros autores de referência (FROUDE, 1889)(FROUDE, 1911)(WEICK, 1930)(SOUZA, 2017).

A teoria do disco atuador parte da premissa que o disco de hélice seja representado por infinitas pás, formando uma seção de escoamento regular e bem distribuída. O fluido, no caso o ar, é considerado como incompressível, além de não ter seu escoamento influenciado por efeitos viscosos. A velocidade do fluido no eixo perpendicular ao plano da hélice é a mesma imediatamente à frente e imediatamente atrás do disco. Neste ponto haverá um aumento abrupto de pressão, gerada por uma descontinuidade no plano de atuação do disco. Mais ainda, não há torque no disco, pois não há rotação ou torção na massa de ar que passa pelo plano (FROUDE, 1889).

A solução deste problema consiste primariamente na consideração de que a velocidade do problema será subdividida em três regiões: a primeira está suficientemente distante do disco, assumindo que a velocidade do ar é a velocidade da aeronave, denominada  $V_0$ . Nesta região a pressão é tida como inicial  $P_0$ , sem ter sofrido os efeitos do disco. A segunda região é o plano de descontinuidade do disco, com a velocidade denominada  $V_d$ , que sofreu um incremento pela descontinuidade de pressões. A pressão imediatamente antes do disco é denominada  $P'_0$ , enquanto imediatamente após ocorre um acréscimo de pressão  $\Delta P$ , caracterizando a descontinuidade proporcionada pela hélice.

A última região, que compreende o aumento máximo na velocidade deste sistema, apresentará a mesma pressão  $P_0$  a uma posição posterior suficientemente distante do disco. Nela, a velocidade do escoamento atingirá seu valor máximo, denominada  $V_s$ . É importante destacar que este aparente desequilíbrio de quantidade de movimento é justificado pela tração fornecida pelo disco de hélice, que será considerado nas equações de equilíbrio.

A representação das linhas de corrente e das variáveis envolvidas nesta teoria podem ser vistas na Figura 19, mostrando ainda o perfil de velocidade teórica do escoamento, antes e após o disco. Já a Figura 20 exhibe o traçado de um esboço dos gráficos de velocidade e pressão as partir de um ponto à esquerda sem sofrer influência do disco, até um ponto à direita em que a pressão de escoamento seja igual à inicial.

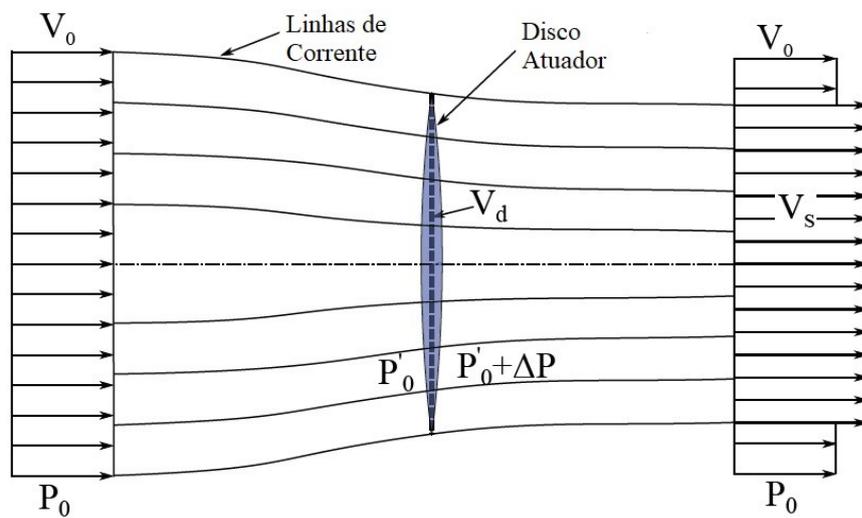


Figura 19 – Linhas de corrente no disco atuador

Fonte: Adaptado de Wall (2012)

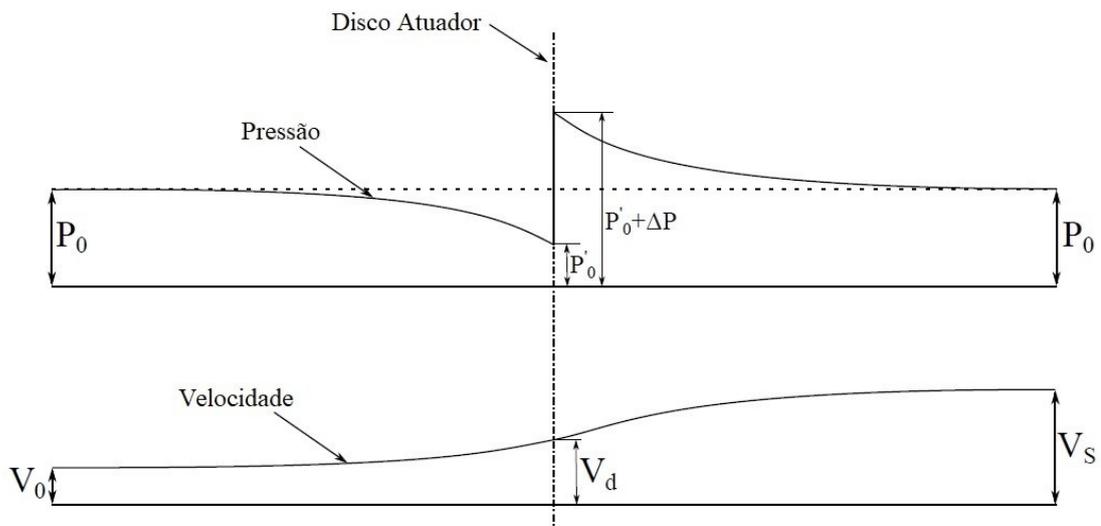


Figura 20 – Gráfico de pressão e velocidade no disco atuador

Fonte: Adaptado de Wall (2012)

Com essas considerações, a tração exercida pela hélice pode ser calculada pela formulação clássica da quantidade de movimento, equilibrando com as velocidades iniciais e finais, tendo:

$$T = A\rho V_d (V_s - V_0) \quad (2.13)$$

Onde:  $\rho$  = densidade específica do ar;  $T$  = tração teórica fornecida pela hélice;  $A$  = área do disco atuador.

Como a velocidade  $V_d$  também é uma incógnita, a tração gerada pelo disco atuador deve ser equacionada através da equação de Bernoulli aplicada entre os dois extremos do escoamento. A tração fornecida pelo disco atuador será:

$$T = A\Delta P \quad (2.14)$$

O diferencial de pressão será dado pela diferença da soma das pressões estática e dinâmica entre a região posterior e anterior à hélice. Assim, pode-se escrever este diferencial como:

$$\Delta P = \left( P_0 + \frac{1}{2}\rho V_s^2 \right) - \left( P_0 + \frac{1}{2}\rho V_0^2 \right) \quad (2.15)$$

Combinando as Equações 2.14 e 2.15, têm-se:

$$T = \frac{A\rho}{2}(V_s^2 - V_0^2) \quad (2.16)$$

Com as Equações 2.13 e 2.16, é possível deduzir que a velocidade atuante  $V_d$  no disco é a média entre as velocidades  $V_0$  e  $V_s$ , já que:

$$\begin{aligned} T &= A\rho V_d (V_s - V_0) = \frac{A\rho}{2}(V_s^2 - V_0^2) \\ &\Downarrow \\ V_d(V_s - V_0) &= \frac{1}{2}(V_s + V_0)(V_s - V_0) \\ &\Downarrow \\ V_d &= \frac{V_s + V_0}{2} \end{aligned} \quad (2.17)$$

Assume-se que a velocidade no ponto que intercepta o plano do disco atuador é aquela exercida também na hélice utilizada como modelo para o cálculo. Assim, é possível com a teoria do disco atuador calcular as velocidades impostas pelo movimento da hélice, bem como as pressões e força de tração atuante. Nota-se que apesar deste modelo não

contemplar qualquer consideração de perdas, ainda assim foi considerado um marco para o início dos estudos de hélices.

Além dos cálculos anteriores, a teoria do disco atuador introduziu pela primeira vez conceitos de eficiência ( $\eta$ ) às hélices aeronáuticas. Como a teoria não considera perdas por atrito, aquecimento, arraste ou velocidades rotacionais, a eficiência obtida nesta teoria é definida por Weick (1930) como ideal, e pode ser determinada por:

$$\frac{T}{2\rho V_o^2} = \frac{1 - \eta}{\eta^2} \quad (2.18)$$

Rankine (1865) e Froude (1889) introduziram ainda o conceito de um coeficiente adimensional, derivado dos desenvolvimentos náuticos, denominado coeficiente de tração  $C_T$ . Este coeficiente foi adotado para exprimir a tração fornecida pela hélice como uma razão entre esta e a força que seria exercida pela pressão dinâmica do escoamento livre. Assim, têm-se um valor adimensional que pode ser comparado entre diferentes simulações, para quaisquer densidades do ar ou características geométricas das hélices. O coeficiente é definido por:

$$C_T = \frac{T}{A \frac{1}{2} \rho V_0^2} \quad (2.19)$$

A Figura 21 mostra o que seria um gráfico relacionando este coeficiente com a eficiência ideal. Observa-se que este gráfico é puramente teórico, servindo apenas como parâmetro de um máximo de eficiência inatingível em fins práticos. Isto porque a Teoria do Disco Atuador não considera a energia de rotação das correntes de ar originados devido a rotação da hélice, não considera o arrasto ou atrito das pás da hélice movendo-se através do ar e não considera a não-uniformidade da tração, com perdas de ponta e no cubo. Além disso, vale ressaltar que foi considerado um número infinito de pás, impossível de ocorrer na prática. Soma-se ainda o fato de que a teoria do disco atuador não é capaz de fornecer informações sobre como dimensionar as pás de uma hélice para produzir o empuxo desejado, tampouco evidenciar os esforços atuantes em outras direções.

Apesar de fornecer respostas para o escoamento do ar no sentido de deslocamento da aeronave, a teoria do disco atuador sozinha não respondia a todos os questionamentos de pesquisadores do início do século XX. Poucos anos após a primeira publicação de Froude (1889), uma nova teoria surgiu para abordar o dimensionamento de hélices como um dispositivo aerodinâmico similar às asas de aeronaves. Este conceito é utilizado até os dias atuais.

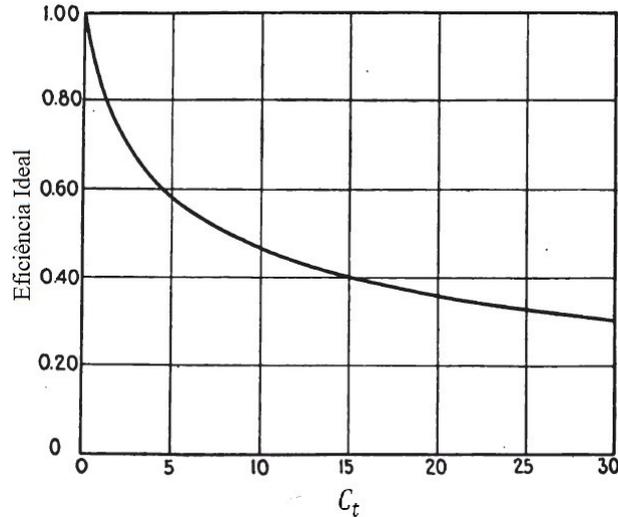


Figura 21 – Gráfico  $C_t$  x Eficiência Ideal  
 Fonte: Adaptado de Weick(WEICK, 1930)

### 2.2.3 Teoria do elemento de pá

Utilizando-se dos pontos não abordados pela teoria do disco atuador, principalmente no que diz respeito ao dimensionamento das hélices, Drzewiecki (1920) foi o pioneiro no desenvolvimento da Teoria do elemento de pá (em inglês, *Blade Element Theory – BET*), em 1892. Esta é a teoria responsável por comparar a hélice a uma asa rotativa, apropriando-se dos estudos em aerofólios do início do século.

Posteriormente, Weick (1930), em 1930, aprimorou a teoria de Drzewiecki (1920) para considerar a interferência entre as pás da hélice, além de assumir os fatores de perda das pontas das hélices de Prandtl e Betz (1919). Optou-se neste trabalho pela representação da teoria tradicional de Drzewiecki (1920).

A teoria do elemento de pá baseia-se na divisão da hélice no sentido de seu comprimento radial, em elementos bidimensionais e infinitesimais, que atuarão como aerofólios no movimento helicoidal descrito pela hélice (SOUZA, 2017). A Figura 22 mostra este elemento infinitesimal, de largura  $dr$ . Para cada valor genérico de  $r$ , variando do centro do cubo até o valor de raio  $R$ , serão infinitos elementos com ângulo de torção  $\beta$  e corda  $c$ , com seção dimensionada e calculada como um aerofólio. Assim, as forças que atuam na hélice são obtidas através da análise aerodinâmica desses infinitos aerofólios.

Para cada um destes elementos infinitesimais, a Figura 23 exemplifica as forças aerodinâmicas atuantes e os ângulos de inclinação em relação ao plano de rotação da hélice. As forças aerodinâmicas são representadas pelo arrasto  $dD$  e pela sustentação  $dL$ . Estas forças vetoriais podem ser somadas para formar uma resultante  $dR$ , cujo valor é de grande importância para a análise estrutural da pá de uma hélice.

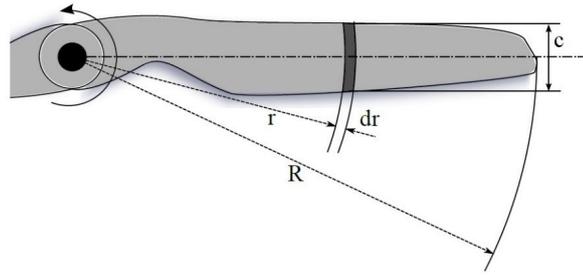


Figura 22 – Representação de um elemento de pá  
Fonte: Adaptado de Wall (2012)

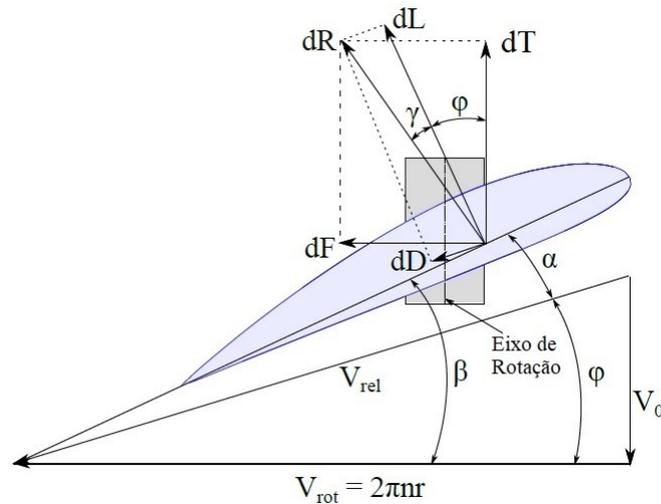


Figura 23 – Forças atuantes em um elemento de pá  
Fonte: Adaptado de Wall(WALL, 2012)

Para o cálculo da tração infinitesimal fornecida pela seção do aerofólio, os vetores de forças  $dL$  e  $dD$  são reescritos em termos de  $dT$  e  $dF$ , de tal forma que o vetor  $dT$  seja perpendicular ao eixo de rotação da hélice e conseqüentemente paralelo ao eixo de deslocamento. Já o vetor  $dF$ , contido no plano de rotação, é utilizado para calcular o torque atuante na hélice.

No equacionamento dos esforços, Weick (1930) e Wall (2012) introduzem em seus desenvolvimentos os coeficientes  $C_L$  e  $C_D$ , abordados no Subcapítulo 2.1, que dizem respeito ao comportamento aerodinâmico de aerofólios. Utilizando-se as Equações 2.2 e 2.3 para adimensionalização destas variáveis, Wall (2012) as reescreve para a superfície bidimensional de aerofólio, tendo:

$$dL = \left(\frac{1}{2}\rho V_{rel}^2\right) C_L c dr \quad (2.20)$$

$$dD = \left(\frac{1}{2}\rho V_{rel}^2\right) C_D c dr \quad (2.21)$$

sendo:  $V_{rel}$  = velocidade relativa de escoamento, resultante da soma vetorial entre a velocidade tangencial de rotação da hélice ( $V_{rot}$ ) e a velocidade de escoamento do ar ( $V_0$ );

Pela Figura 23, define-se a composição vetorial da tração diferencial em termos do ângulo  $\varphi$ , representativo do ângulo de incidência da velocidade relativa do escoamento. Assim, o termo  $dT$  será:

$$dT = dL \cos(\varphi) - dD \sin(\varphi) \quad (2.22)$$

Substituindo as Equações 2.20 e 2.21 na equação 2.22, o termo diferencial  $dT$  passa a ser representado sem qualquer outro termo diferencial, tendo-se a seguinte equação:

$$dT = \frac{1}{2} V_{rel}^2 c dr (C_L \cos(\varphi) - C_D \sin(\varphi)) \quad (2.23)$$

Ainda pela Figura 23, nota-se que o ângulo de decomposição vetorial de  $dR$  é representado pelo ângulo  $\gamma$ . É feita então uma consideração trigonométrica entre as componentes  $dL$  e  $dD$ , descrita pela Equação 2.24 dada a seguir:

$$\tan(\gamma) = \frac{dD}{dL} = \frac{C_D}{C_L} \quad (2.24)$$

Por fim, a velocidade relativa é reescrita em termos da velocidade de escoamento do ar e o ângulo de decomposição  $\varphi$  entre estes. Tem-se:

$$V_{rel} = \frac{V_0}{\sin(\varphi)} \quad (2.25)$$

Aplicando as equações 2.24 e 2.25 em 2.23, obtêm-se:

$$dT = \frac{1}{2} \rho V_0^2 c dr C_L \left( \frac{\cos(\gamma + \varphi)}{\sin^2(\varphi) \cos(\gamma)} \right) \quad (2.26)$$

Observa-se que foi obtido um termo infinitesimal descrito apenas em termos de variáveis mensuráveis e finitas, ou em relação aos ângulos de decomposição vetorial. Um desenvolvimento similar pode ser utilizado para o cálculo de torque atuante na hélice. Observado a Figura 22, é possível notar que existirá um momento dado pelo infinitesimal de força  $dF$  multiplicado pela distância do ponto de ação desta até o ponto de rotação, no caso o centro do cubo da hélice. Esta distância será dada pelo valor  $r$  referente ao raio de cada uma das seções de cálculo. Buscando uma solução na forma obtida pela Equação 2.26, tem-se:

$$dQ = r dF = \frac{1}{2} \rho V_0^2 c r dr C_L \left( \frac{\sin(\gamma + \varphi)}{\sin^2(\varphi) \cos(\gamma)} \right) \quad (2.27)$$

Obtidos os valores infinitesimais  $dT$  e  $dQ$ , para encontrar a resultante de tração  $T$  e torque  $Q$  atuantes na hélice basta integrar as equações 2.26 e 2.27 ao longo do raio  $R$ , passando a ter:

$$T = \frac{1}{2}\rho V_0^2 \int_0^R c C_L \left( \frac{\cos(\gamma + \varphi)}{\text{sen}^2(\varphi) \cos(\gamma)} \right) dr \quad (2.28)$$

$$Q = \frac{1}{2}\rho V_0^2 \int_0^R c r C_L \left( \frac{\text{sen}(\gamma + \varphi)}{\text{sen}^2(\varphi) \cos(\gamma)} \right) dr \quad (2.29)$$

Apesar da integração estar definida nas equações anteriores de 0 até  $R$ , é possível desconsiderar a região central ocupada pelo cubo e raiz que não contribuam aerodinamicamente com o funcionamento da hélice. Os valores de  $T$  e  $Q$  obtidos representam os esforços resultantes de apenas uma pá da hélice. Logo, para hélices de várias pás, basta multiplicar os valores encontrados pelo o número correspondente de pás.

Assim como na teoria do disco atuador, é possível obter uma eficiência da hélice estudada, agora através dos esforços encontrados pela teoria do elemento de pá. Drzewiecki (1920) definiu a eficiência como sendo a potência proporcionada pelo empuxo da hélice dividida pela potência oriunda do torque atuante no plano de rotação da hélice. Assim:

$$\eta = \frac{TV_0}{2\pi nQ} \quad (2.30)$$

Onde:  $n$  = velocidade de rotação da hélice, em *rps*.

Nelson (1944), citado por Wall (2012), reescreve ainda a eficiência em termos dos ângulos de incidência do fluxo de ar ( $\varphi$ ) e de reação aerodinâmica ( $\gamma$ ), assumindo que a eficiência local obtida a uma posição  $r = 3/4 R$  é representativa de toda a hélice. Substituindo  $T$  e  $Q$  por  $dT$  e  $dQ$ , respectivamente, tem-se:

$$\eta = \frac{\tan(\varphi)}{\tan(\gamma + \varphi)} \quad (2.31)$$

É possível observar pela equação 2.30 que, assim como na teoria do Disco Atuador, a eficiência aumenta para maiores velocidades de escoamento. Adicionalmente, a teoria das pás acrescentou aos estudos de hélices o entendimento de que para maiores velocidades, maiores deverão ser os ângulos de torção das pás para obter melhor eficiência.

Comparando ainda com a teoria do Disco Atuador, já não mais é possível afirmar que existirá uma eficiência ideal de valor unitário. Tal fato é evidente pela consideração da força de arrasto  $dD$  oriunda das propriedades aerodinâmicas das sessões da hélice que dissiparão parte da potência total desta, bem como pela decomposição da força resultante  $dR$  gerada pela rotação da hélice. De acordo com o ângulo  $\beta$  da seção da hélice, os valores

de  $dT$  e  $dQ$  estarão sujeitos a modificações em seus valores que impactarão nos resultados de eficiência obtidos.

Com o desenvolvimento da teoria do elemento de pá, os estudos subsequentes convergiram na busca de metodologias que a aprimorassem, no entendimento de que os resultados por ela encontrados eram mais representativos que os estudos acerca da teoria do disco atuador. Entretanto, observa-se que a teoria de elementos de pá exclui a possibilidade de analisar o perfil de escoamento do ar em pontos que não pertençam ao plano de rotação da hélice, além de não considerar o aumento de velocidade axial proporcionado pela hélice.

Será visto ainda que as hélices também causam uma rotação no fluxo de ar, descrevendo com suas linhas de corrente um movimento helicoidal. Percebeu-se que a solução seria aprimorar os desenvolvimentos obtidos com a teoria do disco atuador e implementá-los em conjunto com a teoria do elemento de pá, de forma a preencher as lacunas deixadas nas considerações de cálculo de cada uma das teorias. As teorias tradicionais evoluíram significativamente no século XX, através da contribuição de diversos pesquisadores (HEENE, 2012).

#### 2.2.4 Evoluções das teorias tradicionais

Novas pesquisas tornaram as teorias clássicas cada vez mais refinadas, conferindo-as maior acurácia e rapidez nos cálculos de desempenho de hélices, além da consideração de mais fatores de interferências nos modelos de cálculos tradicionais. Desde novas hipóteses simplificadoras até novas considerações otimizadoras, é possível enumerar algumas das principais evoluções por seus respectivos autores. Traçando-se uma sequência cronológica, similar ao realizado por Smith (2015) e Wald (2006), têm-se:

- **RANKINE – 1865:** apesar de ter trabalhado com hélices para utilização náutica, Rankine estabeleceu as diretrizes e formulações para o cálculo dos esforços de tração, assumindo a formação do disco atuador de espessura desprezível;
- **FROUDE – 1889:** participou na revisão da publicação de Rankine (1865), encontrando elementos passíveis de melhoria. Após as adaptações necessárias, estabeleceu a teoria do disco atuador para hélices náuticas. Percebeu-se logo após sua publicação que seus desenvolvimentos eram também aplicáveis no estudo do empuxo fornecido por hélices aeronáuticas;
- **DRZEWIECKI – 1892:** também iniciou seus estudos com foco em hélices para utilização naval. Foi responsável por impulsionar os estudos das hélices como dispositivos aerodinamicamente eficientes, sendo considerado o criador da teoria de elemento de pá (SMITH, 2015).

- **PRANDTL – 1919:** determinou que as velocidades induzidas rotacionais ao longo das pás precisavam ser estabelecidas para resolver o problema de hélice com maior precisão. Com esta consideração, a teoria do elemento de pá foi posteriormente expandida para cálculos de hélices para qualquer número de pás. Também foi responsável por determinar um fator de correção na ponta das mesmas, como resultado de seus estudos na teoria da linha de sustentação para asas (WALD, 2006), que incorporava a influência dos vórtices formados pelo escoamento na sustentação gerada pelas asas;
- **BETZ – 1919:** formulou pela primeira vez a teoria de vórtices rígidos, tornando mais eficiente a predição de desempenho de hélices em casos de baixo carregamento e, juntamente com Prandtl, determinou que existe um “carregamento otimizado” capaz de proporcionar maior eficiência de operação para cada configuração de hélice, gerando uma esteira helicoidal regular no escoamento (WALD, 2006). Mais tarde, esta otimização seria aprimorada e denominada de Perda Mínima Induzida. Para casos estáticos ou de alto carregamento, como seriam para hélices mais robustas, os modelos de cálculo ainda apresentavam alta dispersão dos resultados;
- **GLAUERT – 1926:** é considerado o primeiro autor a adotar uma teoria híbrida entre o disco atuador e o elemento de pá, denominada teoria da quantidade de movimento do elemento de pá (em inglês, *Blade Element Momentum Theory*). A teoria do elemento de pá considerava o perfil de escoamento obtido pela teoria do disco atuador, bem como considerava as perdas obtidas na ponta das pás e nos vórtices de escoamento;
- **GOLDSTEIN – 1929:** resolveu um problema de função potencial para a velocidade de escoamento, integrando as ideias de Prandtl e Betz (1919) de maneira analítica. Assim, hélices com baixo carregamento e pequena taxa de avanço eram calculadas considerando-se todas as perdas significativas de escoamento com boa acurácia e precisão;
- **WEICK – 1930:** consolidou a teoria do elemento de pá por um longo período, agrupando os desenvolvimentos em hélice até a data de publicação de sua obra. Sua maior contribuição foi a consideração da interferência entre as pás da hélice, que reduzia o desempenho desta;
- **THEODORSEN – 1948:** desenvolveu uma nova proposição ao desenvolvimento de Goldstein, adaptando o teorema para aplicação em problemas com altos carregamentos, desde que as velocidades induzidas sejam consideradas em uma superfície distante das hélices, e não no plano das mesmas, tal como exemplificado na Figura 24;

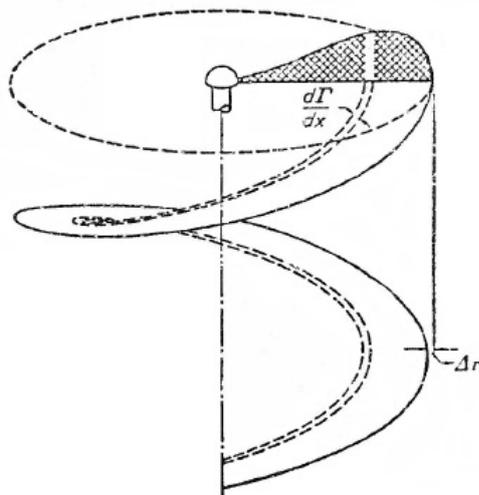


Figura 24 – Superfície de descontinuidade de Theodorsen  
 Fonte: Adaptado de Theodorsen (1948)

- **LARRABEE – 1979:** reformulou a teoria de Theodorsen, comprovando-a experimentalmente para diferentes carregamentos. Propôs um processo de otimização de hélices, contribuindo para a difusão dos dimensionamentos através da perda mínima induzida. Seu trabalho influenciou no desenvolvimento de novas teorias de otimização, bem como viabilizou a criação de softwares de desenvolvimento de hélices otimizadas, como o QMil (DRELA, 2005);
- **ADKINS; LIEBECK – 1983:** criaram um sistema iterativo para cálculo mais preciso da velocidade de deslocamento de vortex e o ângulo de sua distribuição. Posteriormente, publicaram resultados comparativos com ensaios experimentais que atestaram a eficiência do algoritmo proposto (ADKINS; LIEBECK, 1994).

Os estudos de Adkins e Liebeck (1983) avançaram notoriamente no desenvolvimento das teorias clássicas de hélices. Boa parte dos softwares de uso livre utilizam o algoritmo destes autores para desenvolvimento de hélices otimizadas, e quando não o fazem, percebe-se que o processo iterativo é similar ao destes. A próxima seção explica sucintamente este processo, importante para o entendimento dos softwares utilizados nesta dissertação.

### 2.2.5 Desenvolvimento de hélices através da teoria híbrida BEMT

Atualmente, existe o consenso que a teoria híbrida para dimensionamento de hélices fornece resultados mais satisfatórios quando comparados com as duas teorias predecessoras (ADKINS; LIEBECK, 1994). A sua utilização iniciou-se com os estudos de Glauert, em 1926, que passou a considerar também as perdas de energia oriundas do escoamento no sentido radial. Segundo Adkins e Liebeck (1994), mesmo sem considerar a contração da esteira de escoamento das hélices, este modelo já era suficiente para representar a maioria dos problemas com baixo e médio carregamento na seção do disco atuador.

Conforme mencionado na Seção 2.2.4, Betz (1919) foi o primeiro pesquisador a provar que existe uma condição otimizada de desenvolvimento de hélice, capaz de fornecer um elemento que possua uma perda mínima de energia. Mas apenas em 1948, Theodorsen foi capaz de unir os avanços de Betz e Glauert em torno de uma metodologia de cálculo que fosse aceita para várias condições de carregamento.

Desde então, diversos pesquisadores contribuíram continuamente com novas teorias que buscaram o dimensionamento de hélices através da perda mínima de energia. Foi o caso de Larrabee (1979), que forneceu um modelo direto de cálculo e dimensionamento de hélices, mas que ainda assim apresentava limitações de utilização ou simplificações em demasia, como a baixa acurácia em problemas de alto carregamento e a aproximação de pequenos ângulos. Apenas a partir de 1983 que Adkins e Liebeck desenvolveram um modelo eficiente de dimensionamento de hélices otimizadas, republicado em 1994, que até hoje segue como referência para muitos modelos e programas de dimensionamento.

Diferentemente do apresentado na seções 2.2.2 e 2.2.3, Adkins e Liebeck (1994) utilizaram os desenvolvimentos da teoria híbrida de Glauert (1983) como base, em que a teoria do disco atuador começa a ser desenvolvida não mais sobre toda a seção do disco atuador, mas em uma seção anelar similar à adotada na teoria do elemento de pá.

Considera-se uma massa de fluido  $dm$ , movendo-se em direção a um disco anelar de área  $2\pi r dr$ , a uma velocidade igual a  $V(1+a)$ . É importante observar que a velocidade  $V_d$  adotada na Seção 2.2.2 passa a ser descrita com um termo  $(1+a)$ , onde  $a$  é um fator de interferência axial. Desta forma, a taxa de massa por unidade de raio é dada por  $2\pi r \rho V(1+a)$ . Ao atravessar a seção atuante do disco anelar, a velocidade de escoamento aumenta para  $V(1+b)$ , onde  $b$  é o fator da corrente de ar axial.

A mesma dedução das velocidades utilizadas na teoria clássica do disco atuador pode ser aplicada neste desenvolvimento, e determinam que  $b$  é igual a  $2a$ . Já a tração fornecida pela hélice é novamente obtida pela variação da quantidade de movimento. Assim, Adkins e Liebeck (1994) expressam a tração e torque unitários como:

$$T' = \frac{dT}{dr} = 2\pi r \rho V(1+a)(2VaF) \quad (2.32)$$

$$Q'/r = 2\pi r \rho V(1+a)(2\omega r a' F) \quad (2.33)$$

sendo:  $F$  = Fator de perda de quantidade de movimento, devido ao escoamento radial;  
 $a'$  = Fator de interferência tangencial.

Na Seção 2.2.4 foi mostrado que Betz (1919) deduziu a existência de uma esteira de vórtices helicoidais para cada uma das posições radiais ao longo da pá de uma hélice. Para cada seção, os vórtices seguirão o sentido de escoamento local, conforme visto na Figura 25.

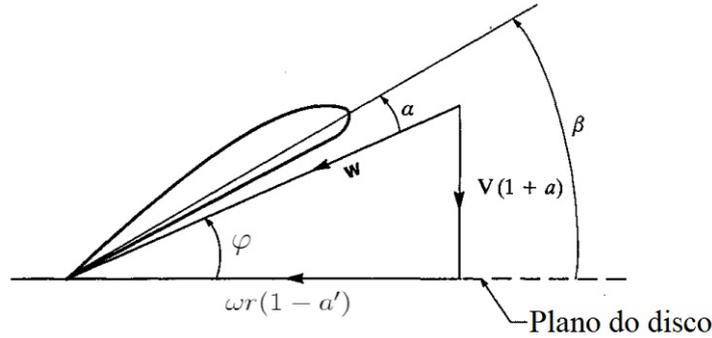


Figura 25 – Geometria de escoamento para cada posição radial  
Fonte: Adaptado de Adkins e Liebeck (1994)

Percebe-se que os ângulos envolvidos serão os mesmos adotados na teoria clássica do elemento de pá (vide Figura 23), e Betz (1919) determina que a condição necessária para perda de energia mínima requer uma superfície espiral e regular. Para esta condição ser satisfeita:

$$r \tan(\varphi) = \text{constante} \quad (2.34)$$

Com a contribuição de Theodorsen (1948), foi determinado que a esteira do escoamento sofre uma contração de sua seção no escoamento após o plano da hélice, e que a condição de escoamento com perda mínima de energia ocorre em um ponto suficientemente distante. Com estas considerações, assim como ocorreu na teoria do elemento de pá, é possível calcular a força de sustentação infinitesimal em uma seção de raio qualquer. Esta é dada por:

$$L' = \frac{dL}{dr} = B\rho W\Gamma \quad (2.35)$$

sendo:  $W$  = velocidade local total;  $B$  = número de pás da hélice;  $\Gamma$  = Função de circulação de Theodorsen.

Já na esteira do escoamento, Adkins e Liebeck (1994) utilizam-se da seguinte função de circulação:

$$B\Gamma = 2\pi r F W_t \quad (2.36)$$

sendo:  $W_t$  = velocidade local tangencial.

Esta componente de velocidade tangencial  $W_t$  é obtida através da velocidade de deslocamento do fluido na esteira de vórtices,  $W_n$ , que será sempre normal à lâmina do vórtice local. Esta representação pode ser vista na Figura 26. É possível notar que a velocidade tangencial é uma simples decomposição vetorial com o ângulo  $\varphi$ .

Assim, para encontrar uma distribuição  $\Gamma(r)$  que proporcione perda mínima, basta igualar os termos de circulação das equações 2.35 e 2.36. Entretanto, Theodorsen (1948) concluiu que era necessária uma velocidade quantificável, capaz de relacionar a velocidade

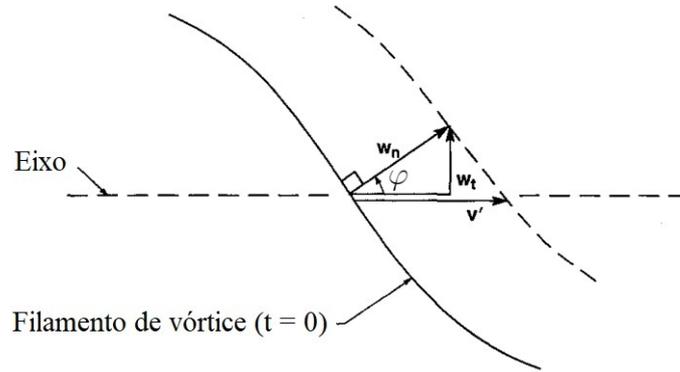


Figura 26 – Definição da velocidade de deslocamento do vórtice  
Fonte: Adaptado de Adkins e Liebeck (1994)

tangencial. Novamente pela Figura 26, percebe-se que a velocidade de deslocamento axial do vórtice foi definida como  $v'$ , e pode ser obtida por:

$$v' = \frac{W_n}{\cos\varphi} \quad (2.37)$$

Assim, o valor de  $W_t$  será:

$$W_t = W_n \operatorname{sen}\varphi = v' \operatorname{sen}\varphi \cos\varphi = V\zeta \operatorname{sen}\varphi \cos\varphi \quad (2.38)$$

sendo:  $\zeta =$  razão de velocidade de deslocamento  $v'/V$ .

Substituindo a equação 2.38 na equação de circulação 2.36 e introduzindo a variável  $G = F \operatorname{sen}\varphi \cos\varphi$ , têm-se:

$$\Gamma = \frac{2\pi V^2 \zeta G}{B\omega} \quad (2.39)$$

Novamente, é preciso analisar o diagrama de forças de uma seção atuante da pá, com o objetivo de relacionar a sustentação e arrasto com os esforço de tração e torque, similar ao realizado na teoria do elemento de pá. Utilizando-se da Figura 23, é possível reescrever  $T'$  e  $Q'/r$  como:

$$T' = L' \cos\varphi - D' \operatorname{sen}\varphi = L' \cos\varphi (1 - \epsilon \tan\varphi) \quad (2.40)$$

$$Q'/r = L' \operatorname{sen}\varphi + D' \cos\varphi = L' \operatorname{sen}\varphi (1 + \epsilon/\tan\varphi) \quad (2.41)$$

sendo:  $\epsilon =$  razão entre o arrasto e a sustentação.

Utilizando as equações de sustentação em função da circulação, Adkins e Liebeck (1994) mostram que é possível reduzir os valores de  $T'$  e  $Q'/r$  em função do ângulo  $\varphi$  e da razão de deslocamento  $\zeta$ . O ângulo  $\varphi$  é calculado em função do raio, mas a distribuição  $\zeta(r)$  que garanta a perda mínima de energia ainda não foi definida. Este feito deve-se a

Larrabee (1979), que outrora determinara a necessidade de equivalência entre as equações 2.32 e 2.33 com as 2.40 e 2.41. Assim, os fatores de interferência  $a$  e  $a'$  podem ser obtidos, através de:

$$a = \frac{\zeta}{2} \cos^2 \varphi (1 - \epsilon \tan \varphi) \quad (2.42)$$

$$a' = \frac{\zeta}{2x} \cos \varphi \operatorname{sen} \varphi (1 + \epsilon / \tan \varphi) \quad (2.43)$$

sendo:  $x = \omega r / V =$  distância adimensional.

Utilizando-se das relações trigonométricas extraíveis da Figura 25 juntamente com as equações 2.42 e 2.43, Larrabee (1979) define a seguinte relação:

$$\tan \varphi = \frac{1 + \zeta/2}{x} = \frac{(1 + \zeta/2)\lambda}{\xi} \quad (2.44)$$

sendo:  $\lambda = V/\omega R =$  relação de velocidade;  $\xi = r/R =$  raio adimensional.

Pela condição de Betz (1919) da equação 2.34, fica evidente que para ser satisfeita, é necessário que  $\zeta$  seja também uma constante independente do raio, considerando ou não os efeitos viscosos, tendo a seguinte condição para perda mínima:

$$\zeta = \frac{v'}{V} = \text{constante} \quad (2.45)$$

Com as formulações apresentadas, torna-se necessário definir equações de contorno que permitam o desenvolvimento de geometrias de hélices de acordo com as necessidades de operação. Assim, é necessário fornecer um dos dois parâmetros: a tração total  $T$ , fornecida pela hélice, ou a potência  $P$ , fornecida para a hélice. Para qualquer um dos parâmetros de entrada, Adkins e Liebeck (1983) adimensionalizam estas variáveis em um coeficiente de tração ( $T_c$ ) e um coeficiente de potência ( $P_c$ ), tendo:

$$T_c = \frac{2T}{\rho V^2 \pi R^2} \quad (2.46)$$

$$P_c = \frac{2P}{\rho V^3 \pi R^2} \quad (2.47)$$

Adkins e Liebeck (1994) utilizam estes dois coeficientes para reescreverem as equações 2.40 e 2.41, tendo-se:

$$T_c' = I_1' \zeta - I_2' \zeta^2 \quad (2.48)$$

$$P_c' = J_1' \zeta + J_2' \zeta^2 \quad (2.49)$$

As derivativas  $I_1'$ ,  $I_2'$ ,  $J_1'$  e  $J_2'$ , em função de  $\xi$ , são:

$$I_1' = 4\xi G(1 - \epsilon \tan\varphi) \quad (2.50)$$

$$I_2' = \lambda(I_1'/2\xi)(1 + \epsilon/\tan\varphi)\text{sen}\varphi \cos\varphi \quad (2.51)$$

$$J_1' = 4\xi G(1 + \epsilon/\tan\varphi) \quad (2.52)$$

$$J_2' = (J_1'/2)(1 - \epsilon \tan\varphi)\cos^2\varphi \quad (2.53)$$

Aproveitando-se da dedução de perda mínima, traduzida pela equação 2.45, tanto a adoção de uma tração ou potência de dimensionamento fornecem uma equação independente da velocidade desconhecida  $v'$ . Em caso de uma tração especificada, têm-se:

$$P_c = J_1\zeta + J_2\zeta^2 \quad (2.54)$$

sendo:  $\zeta = (I_1/2I_2) - [(I_1/2I_2)^2 - T_c/I_2]^{1/2}$

Já para uma potência especificada, têm-se:

$$T_c = I_1\zeta - I_2\zeta^2 \quad (2.55)$$

sendo:  $\zeta = -(J_1/2J_2) + [(J_1/2J_2)^2 + P_c/J_2]^{1/2}$

Ao se realizar as integrações de  $I_1'$ ,  $I_2'$ ,  $J_1'$  e  $J_2'$ , é preciso ter definido qual intervalo das pás da hélice que contribuirão com a geração de tração. Assim, o intervalo de integração geralmente vai de  $\xi = \xi_0$  até  $\xi = 1$ , sendo  $\xi_0$  a relação entre o raio do cubo da hélice e o raio total das pás.

Por fim, a geometria das pás também são definidas pela teoria BEMT. Adkins e Liebeck (1994) consideram um elemento  $dr$  similar ao da Figura 22 da teoria do elemento de pá. Considerando que o coeficiente de sustentação  $C_L$  é dado, a sustentação por unidade de raio de uma pá, utilizando-se da equação 2.35 e do diferencial da teoria do elemento de pá, na equação 2.20, têm-se:

$$L' = \rho W^2 c C_L / 2 = \rho W \Gamma$$

$$Wc = \frac{4\pi\lambda GVR\zeta}{C_L B} \quad (2.56)$$

Adkins e Liebeck (1994) partem do princípio que  $\zeta$  é conhecido, e conseqüentemente  $\varphi$  é obtível. Assim, a equação 2.56 teria como única variável o coeficiente  $C_L$ , e esta equação,

juntamente com a adoção de um coeficiente de sustentação de projeto, são suficientes para determinar o valor de Reynolds e  $\epsilon$  na seção. Já a velocidade total  $W$  é obtida pela simples composição dos vetores da Figura 25. Desta figura, também extrai-se que o valor de  $\beta$ , referente ao ângulo de torção geométrica de uma seção da pá, é rapidamente obtido por:

$$\beta = \alpha + \varphi \quad (2.57)$$

Assim, se a escolha de  $C_L$  proporcionar um valor mínimo de  $\epsilon$ , as perdas por viscosidade e na quantidade de movimento também serão mínimas, proporcionando uma hélice de alta eficiência (ADKINS; LIEBECK, 1994).

Apesar de Adkins e Liebeck (1994) fazerem pouca referência do fator de correção  $F$ , é importante mencionar que este coeficiente foi introduzido por Prandtl e Betz (1919), corrigindo as perdas de ponta ocasionada pelas velocidades induzidas. Para o dimensionamento de hélices pela teoria BEMT, estimado um valor de  $\zeta$ , o primeiro passo consiste em calcular  $F$ , dado por:

$$F = \left(\frac{2}{\pi}\right) \cos^{-1}(e^{-f}) \quad (2.58)$$

$$f = (B/2)(1 - \xi) \sin \varphi_t \quad (2.59)$$

sendo:  $\varphi_t$  = ângulo de incidência do fluido na ponta da pá.

O algoritmo utilizado por Adkins e Liebeck (1994) não será abordado nesta dissertação, mas pode ser encontrado na referência. O processo iterativo criado por estes autores é até hoje uma referência no dimensionamento otimizado de hélices, abrindo espaço para diversas pesquisas que utilizem as formulações teóricas como princípio de cálculo. Se atualmente existem métodos mais sofisticados e complexos, estes demandam um alto gasto computacional, que poderia ser poupado por análises teóricas prévias.

Nos capítulos seguintes, um método de dimensionamento específico será abordado, exemplificando as suas utilizações para fins de estudo e desenvolvimento de novas tecnologias.

### 3 ANÁLISE E DIMENSIONAMENTO DE HÉLICES

Apesar das diversas teorias de dimensionamento apresentadas, o processo de dimensionamento das hélices de uma aeronave passa por diversas considerações preliminares aos cálculos de esforços e geometrias deste elemento. Ainda na etapa de anteprojeto, é preciso conhecer as características da aeronave na qual será inserida a hélice, delimitando as possibilidades de projeto e maximizando a chance de obter um elemento que seja, antes de otimizado, compatível com as condições de utilização.

O primeiro fator a ser considerado é o raio máximo da hélice, de acordo com a altura do eixo de rotação desta em relação ao solo. É preciso observar o ângulo de decolagem e aterrissagem formado pela aeronave, de modo que as pás nunca entrem em contato com o solo. Apesar de ser uma especificação simples, delimitar um valor máximo de raio reduzem significativamente as possibilidades de dimensionamento de hélice. Outra observação que deve ser feita é se o raio adotado não proporcionará um valor de Mach local superior a 0,85 na ponta da pá, que conduz a um aumento significativo do arrasto e, conseqüentemente, menor eficiência de voo. (WEICK, 1930)(ANDERSON, 2010).

O segundo aspecto que impacta diretamente no desenvolvimento de uma hélice é o motor a ser utilizado em conjunto. Dimensionar uma hélice sem extrair informações como faixa de rotação ótima do motor e a curva de potência fornecida, possivelmente ocasionará na utilização de uma hélice incompatível e ineficiente. Assim, é comum dimensionar a hélice para operar nas rotações que extraíam o máximo de eficiência do motor, e que proporcione a maior potência possível, dentro do limite da potência fornecida pelo motor.

Usualmente, a escolha de número de pás é fortemente influenciada por estes dois parâmetros apresentados. Uma vez estabelecidas as condições de voo e operação de uma aeronave, diversos conjuntos de motor e hélice são testados para obter a máxima eficiência para estas condições. Neste processo, caso um motor forneça uma alta potência, as hélices precisam ser dimensionadas com um raio maior que proporcione uma potência equivalente, ou ainda aumentar a corda das pás no limite de uma geometria compatível. Entretanto, caso a altura do solo seja um impedimento, ou as velocidades de ponta estejam além do limite de compressibilidade (ANDERSON, 2010), pode-se aumentar o número de pás. Barbosa (2009) define que, usualmente, motores de baixa potência apresentam duas ou três pás, enquanto motores de alta potência possuem quatro ou mais.

Outra técnica utilizada para reduzir os efeitos locais de Mach elevado é a utilização de pás encurvadas, alterando a forma em planta da hélice. Um exemplo desta utilização encontra-se na hélice Hartzel da Figura 27, na qual Barbosa (2009) afirma que para regimes de escoamento alto subsônico, existe uma redução significativa do arrasto produzido pelas ondas de choque. Este comportamento deve-se à menores velocidades de escoamento ao longo da corda de uma seção.



Figura 27 – Alteração de forma em planta de hélices

Fonte: Adaptado de <https://www.boldmethod.com/blog/article/2014/12/raisbeck-epic/swept-blade/>

Outra possibilidade de projeto, a fim de evitar a perda de tração nas pontas das pás, é a adoção de hélices do tipo *ducted*, isto é, que apresentam o disco de rotação da hélice confinado por um duto. A adoção deste elemento reduz significativamente a perda de ponta, desprezando o termo de perda  $F$  introduzido por Prandtl e Betz (1919) no capítulo anterior. Desta maneira, é proporcionando um gráfico de distribuição da tração ao longo da pá como mostrado na Figura 28. Apesar disto, a sua dificuldade construtiva para hélices de maior porte faz com que este artifício seja pouco utilizado. Em contrapartida, turbofans fazem maior uso deste sistema, por apresentarem menor diâmetro das pás.

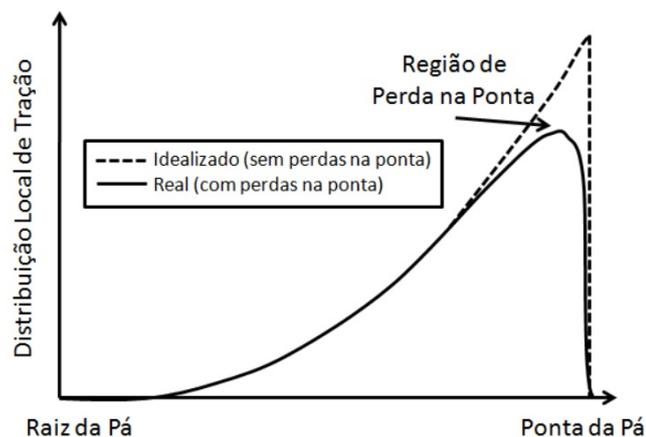


Figura 28 – Perda de ponta em hélices

Fonte: Barbosa (2009)

Outra característica fundamental e a mais importante no dimensionamento de hélices, é a especificação de um perfil aerodinâmico adequado ao escoamento que as seções das pás estarão submetidas. É comum encontrar numa mesma hélice, vários perfis de aerofólios utilizados em diferentes seções, de acordo com as condições de velocidade a que estarão submetidas e ao número de Reynolds do escoamento. Para adequar o aerofólio a estas condições, sua forma e *camber* são alterados, escolhendo-se o perfil mais adequado.

O aerofólio também é fundamental na predição de desempenho, atuando diretamente tanto neste processo quanto no dimensionamento com a introdução dos coeficientes  $C_L$  e  $C_D$ , de acordo com o ângulo de ataque na seção. Dada sua importância, a análise de aerofólios terá atenção especial no Subcapítulo 3.1.

Atualmente, as hélices são analisadas em termos dos coeficientes de desempenho globalmente difundidos e utilizados em pesquisas e publicações, com o objetivo de padronizar a comparação de resultados e facilitar o processo de escolha de elementos aeronáuticos nas etapas de projeto, além de adimensionalizar os valores de cálculo. Por esta razão, estes parâmetros também serão utilizados neste trabalho.

O primeiro coeficiente e o mais importante quando se analisa a tração fornecida por uma hélice, é o coeficiente de tração  $C_T$ . Como o próprio nome indica, seu valor depende diretamente dos valores de tração fornecidos pela hélice, mas são reduzidos para valores maiores de diâmetro e rotação. Sua expressão é dada por:

$$C_T = \frac{T}{\rho n^2 D^4} \quad (3.1)$$

sendo:  $T$  = tração fornecida pela hélice, em  $N$ ;  $\rho$  = massa específica do ar, em  $kg/m^3$ ;  $n$  = velocidade de rotação da hélice, em  $rps$ ;  $D$  = diâmetro da hélice, em  $m$ .

O segundo coeficiente apresenta uma forma similar ao de tração, mas avalia em termos da potência necessária para movimentar a hélice. Este é chamado de coeficiente de potência  $C_P$ . Como este é definido em termos de uma potência  $P$ , é necessário defini-lo em termos do torque atuante na hélice. Esta potência é dada por:

$$P = 2\pi nQ \quad (3.2)$$

sendo:  $Q$  = torque demandado pela hélice, em  $N.m$ .

Desta forma, o coeficiente  $C_P$  é dado por:

$$C_P = \frac{P}{\rho n^3 D^5} \quad (3.3)$$

Outra terminologia comum na aviação é a razão de avanço  $J$ , uma variável adimensional que representa a razão entre a distância percorrida pela hélice no sentido axial e o diâmetro da pá. Segue que:

$$J = \frac{\Delta s}{D} = \frac{V \Delta t}{D} = \frac{V(1/n)}{D} = \frac{V}{nD} \quad (3.4)$$

sendo:  $V$  = velocidade de deslocamento da aeronave, em  $m/s$ .

Este coeficiente é comumente utilizado como abscissa em diversos gráficos comparativos, já que sua ordem de grandeza será similar mesmo quando se comparam hélices mais robustas com outras de menor porte. Ademais, este coeficiente transmite uma informação direta de aproveitamento da hélice em determinada condição de vôo.

Já a eficiência da hélice, que nas teorias clássicas apresentava uma formulação menos direta, é a simples razão entre a potência útil fornecida pela hélice e a potência demandada para seu funcionamento. Assim:

$$\eta = \frac{TV}{P} = \frac{C_T J}{C_P} \quad (3.5)$$

Por fim, o número de Reynolds local em uma seção de escoamento da hélice não é um coeficiente de eficiência, mas defini-lo é primordial em diversas etapas do dimensionamento, principalmente na definição dos parâmetros de um aerofólio. Este é obtido por:

$$Re = \frac{\rho V_t c}{\mu} \quad (3.6)$$

sendo:  $V_t$  = velocidade tangencial de rotação em determinada seção da hélice;  $c$  = valor da corda na seção de cálculo, em metros;  $\mu$  = viscosidade do ar, em Pa.s.

A velocidade  $V_t$  presente na equação 3.6 refere-se à velocidade tangencial de rotação na seção da hélice em que o número de Reynolds será calculado. Pelas deduções de movimento circular uniforme, têm-se que:

$$V_{rot} = \omega r \quad (3.7)$$

Onde:  $\omega$  = velocidade angular da hélice, em  $rad/s$ ;  $r$  = valor do raio na seção de cálculo, em metros.

Estabelecidos todos os parâmetros e variáveis essenciais na análise de hélices, é possível iniciar a abordagem dos elementos que compõem o processo de desenvolvimento desta. Avaliou-se quais seriam as melhores ferramentas que auxiliassem neste processo, com base nas experiências obtidas por autores na referência e pelas necessidades do grupo de pesquisa na qual o presente autor está inserido.

Inicialmente, pesquisou-se algum programa gratuito que utilizasse uma das teorias abordadas no subcapítulo 2.2, que pudessem fornecer um resultados confiáveis acerca da performance de hélices, bem como desenvolvê-las. Para tal, o trabalho de Klein (2017) foi determinante na escolha do software utilizado.

Klein (2017) compara três metodologias de cálculo de hélices: a utilizada pelo software *JavaProp*; a utilizada pelo *XRotor*; a utilizada por um algoritmo próprio, baseado no BEMT de Adkins e Liebeck (1994). Além destes, existem ainda programas como o *JBlade*, *OpenProp* e *PROP\_DESIGN*. Entretanto, estes apresentam limitações quanto à possibilidade de alteração no código e inserção de novas rotinas, possivelmente necessárias em futuros trabalhos do GCEME.

Em análise comparativa das três metodologias apresentadas, Klein (2017) validou os resultados destes ao tentar reproduzir os valores obtidos em ensaios com túnel de vento

de um hélice N250, a 10000rpm, com *pitch* variável de 25° a 35° e razão de avanço entre 0,4 e 1,8. Observou-se que os resultados obtidos pelo *XRotor* foram os que melhor se aproximaram aos resultados experimentais, sendo o adotado por Klein (2017) em todo o seu trabalho.

O *XRotor* é um programa interativo que possui em sua base de cálculos tanto a metodologia clássica de Prandtl e Betz (1919) quanto as evoluções com a utilização de vórtices rígidos. Foi desenvolvido por Drela e Youngren (2003) para um desenvolvimento detalhado de hélices, também realizando os cálculos dos esforços estruturais atuantes nas hélices. Entretanto, Drela (2007) também desenvolveu o software *QProp*, com formulação de dimensionamento aerodinâmico similar ao do *XRotor*, mas com a possibilidade de analisar não só a hélice, mas também o conjunto motor-hélice. Ainda que esta função seja pouco utilizada nesta dissertação, futuros trabalhos poderão utilizar esta funcionalidade no âmbito de pesquisas do GCEME. Desta forma, o software de análise de hélices utilizado neste trabalho será o *QProp*, que conta ainda com uma extensão para dimensionamento de hélices pelo método de perda induzida mínima, denominado *QMil*, e que também será utilizado nos estudos do capítulo 4.

Para a análise aerodinâmica das seções das pás, será utilizado o *XFoil*, também criado por Drela (2001), que fornece a curva de sustentação e polar de arrasto para diferentes perfis. Sua escolha se deve à facilidade de manipulação, além de também permitir a adição de rotinas e ser comprovadamente eficiente pela referência (KLEIN, 2017)(ANDERSON, 2010)(BARBOSA, 2009)(ARNHEM, 2015). Estes programas serão explicados nos subcapítulos seguintes.

### 3.1 XFoil

O *XFoil* é um programa interativo criado por Drela em 1986, que almejava unir o seu método de cálculo acoplado de aerofólios ao método dos painéis de alta ordem, utilizando-se da linguagem de programação Fortran 77. O resultado foi uma coleção de diversas rotinas, capazes de projetar, analisar e modificar aerofólios, sejam eles elaborados pelo próprio programa ou com geometria importada.

Apesar das múltiplas possibilidades que o programa permite, o objetivo de sua utilização neste trabalho é a análise de aerofólios com geometrias conhecidas, submetendo-os às condições de escoamento que proporcionem resultados suficientes para gerar as curvas aerodinâmicas utilizadas no dimensionamento de hélices.

Segundo Barbosa (2009), é possível avaliar a predominância de escoamento viscoso ou não-viscoso em aerofólios apenas com a avaliação prévia do número de Reynolds. Assim, em escoamentos com o número de Reynolds superiores a  $10^5$ , é possível assumir que apenas uma pequena parte de um corpo imerso no fluido será severamente influenciado

pelos efeitos viscosos, tendo-se uma menor suscetibilidade de ocorrer separação de bolha. Por outro lado, escoamentos com número de Mach inferior a 0,4 podem ter o efeito de compressibilidade do fluido desprezados, não alterando os resultados aerodinâmicos. Esta consideração será importante na interpretação dos resultados que serão obtidos neste trabalho, além de justificar o estudo da análise de aerofólios para regimes viscosos e não viscosos.

Desde sua criação, o XFOIL tornou-se vastamente utilizado, com diversas contribuições de outros pesquisadores e até mesmo adaptações para incorporação à outros programas (DRELA, 2001). Seu sucesso se deve à utilização de um método de painéis bidimensionais, cuja formulação contempla um campo de escoamento com vorticidade linear, aliado ao algoritmo desenvolvido por Drela e Giles (1987). Este é capaz de prever o campo de fluxo mesmo para escoamentos de baixo Reynolds, com formulações de regime laminar, turbulento e de transição confiáveis.

O campo de escoamento bidimensional não viscoso proposto por Drela (1989) tem como princípio a superposição dos efeitos de três fontes: o escoamento livre do fluido; uma camada de vórtices localizada entre a superfície do aerofólio e a camada limite do escoamento; uma distribuição de pressão de fonte na superfície do aerofólio e na esteira de escoamento formada por este. A função potencial de velocidade que rege esta superposição é dada por:

$$\Psi(x, y) = u_{\infty}y - v_{\infty}x + \frac{1}{2\pi} \int \gamma(s) \ln r(s; x; y) ds + \frac{1}{2\pi} \int \sigma(s) \theta(s; x; y) ds \quad (3.8)$$

sendo:  $u_{\infty} = q_{\infty} \cos \alpha$  = componente na direção  $x$  da velocidade do escoamento livre;  $v_{\infty} = q_{\infty} \sin \alpha$  = componente na direção  $y$  da velocidade do escoamento livre;  $\alpha$  = ângulo de ataque;  $\gamma$  = função relativa aos efeitos de vorticidade;  $s$  = coordenada ao longo das superfícies de vorticidade e fonte;  $r$  = magnitude do vetor existente entre o ponto  $s$  e um ponto do campo  $x, y$ ;  $\theta$  = ângulo do vetor  $r$ ;  $\sigma$  = função relativa à pressão de fonte da superfície e esteira.

Esta equação é aplicada em um contorno de aerofólio e esteira discretizada em painéis lineares, com  $N$  nós no aerofólio e  $N_w$  nós na esteira. Enquanto os termos relativos aos vórtices  $\gamma_i$  são aplicados somente na superfície do aerofólio, os pontos referentes à fonte  $\sigma$  incidem sobre o aerofólio e a esteira. Este modelo pode ser visto na Figura 29, juntamente com a discretização detalhada do bordo de fuga. Isto porque para bordos de fuga com espessura finita, as componentes de fonte e vorticidade são calculadas separadamente.

Drela (1989) realiza ainda uma parametrização de todos os painéis, equacionando-os em termos de painéis com coordenadas locais  $\bar{x}$  e  $\bar{y}$ , conforme pode ser visto na Figura 30.

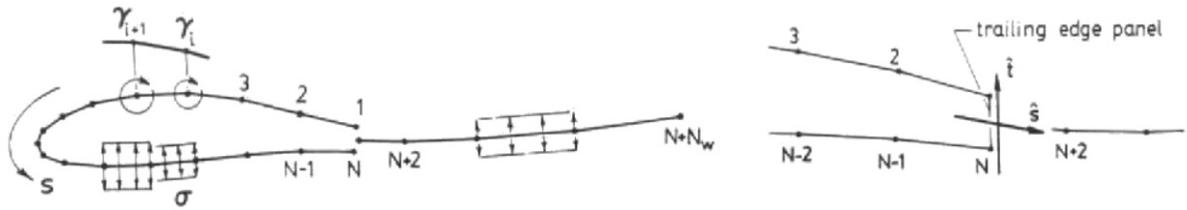


Figura 29 – Painéis de um aerofólio e seu vórtice  
Fonte: Adaptado de Drela (1989)

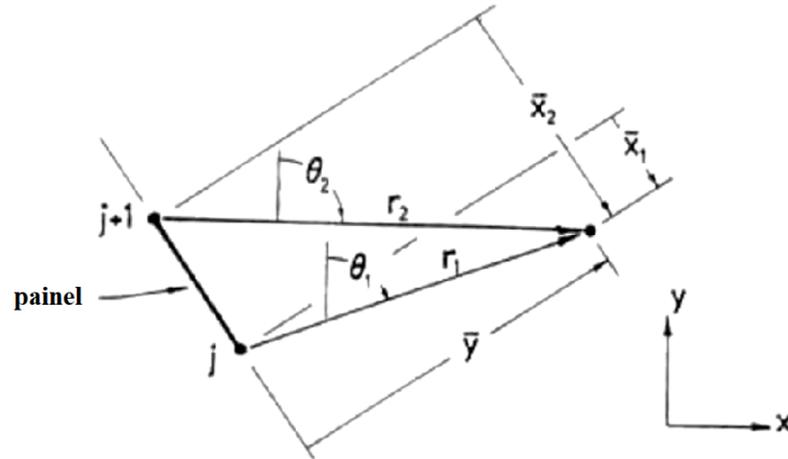


Figura 30 – Coordenadas de um painel local  
Fonte: Adaptado de Drela (1989)

Assim, a dedução da equação 3.8 se tornará:

$$\begin{aligned}
 \Psi(x,y) &= u_\infty y - v_\infty x + \frac{1}{4\pi} \sum_{j=1}^{N+N_w-1} \Psi_j^\sigma(x,y) 2\sigma_j \\
 &+ \frac{1}{4\pi} \sum_{j=1}^{N-1} \left[ \Psi_j^{\gamma^+}(x,y) (\gamma_{j+1} + \gamma_j) + \Psi_j^{\gamma^-}(x,y) (\gamma_{j+1} - \gamma_j) \right] \\
 &+ \frac{1}{4\pi} \left( \Psi_N^\sigma(x,y) |\hat{s} \times \hat{t}| + \Psi_N^{\gamma^+}(x,y) |\hat{s} \cdot \hat{t}| \right) (\gamma_1 - \gamma_N)
 \end{aligned} \quad (3.9)$$

sendo:

$$\Psi_j^{\gamma^+}(x,y) = \bar{x}_1 \ln r_1 - \bar{x}_2 - \bar{x}_1 + \bar{y}(\theta_1 - \theta_2) \quad (3.10)$$

$$\Psi_j^{\gamma^-}(x,y) = \left[ (\bar{x}_1 + \bar{x}_2) \Psi_j^{\gamma^+} + r_2^2 \ln r_2 - r_1^2 \ln r_1 + 0.5(\bar{x}_1^2 - \bar{x}_2^2) \right] (\bar{x}_1 - \bar{x}_2)^{-1} \quad (3.11)$$

$$\Psi_j^\sigma(x,y) = \bar{x}_2 \theta_2 - \bar{x}_1 \theta_1 + \bar{y} \ln (r_1/r_2) \quad (3.12)$$

Para os pontos pertencentes à superfície do aerofólio, sabe-se que estes farão parte da mesma linha de corrente apenas se a função potencial de velocidades assumir um valor constante qualquer para todos os pontos da superfície. Assumindo que este valor será chamado de  $\Psi_0$ , Drela (1989) utiliza a equação 3.8 para criar o seguinte sistema linear:

$$\sum_{j=1}^N a_{ij} \gamma_j - \Psi_0 = -u_\infty y_i + v_\infty x_i - \sum_{j=1}^{N+N_w-1} b_{ij} \sigma_j, \quad \text{para } 1 \leq i \leq N \quad (3.13)$$

Caso todos os pontos nodais dos painéis relativos ao aerofólio e à esteira forem conhecidos, os coeficientes matriciais  $a_{ij}$  e  $b_{ij}$  podem ser calculados pelas equações apresentadas. Entretanto, a solução para os múltiplos valores de  $\gamma_i$  requerem uma equação adicional para fornecer uma solução única ao sistema linear obtido. Esta equação é obtida pela condição de Kutta.

Segundo Anderson (2010), esta condição foi proposta em 1902, pelo matemático M. Wilhelm Kutta, que através de uma análise teórica constatou uma condição particular de escoamento ao redor de superfícies descontínuas, tal como o bordo de fuga de um aerofólio. Para tal, o bordo de fuga pode apresentar um ângulo finito ou cúspide, como representado na Figura 31.

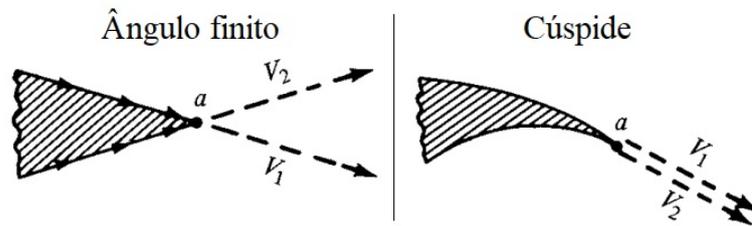


Figura 31 – Formatos do bordo de ataque para a condição de Kutta  
Fonte: Adaptado de Anderson (2010)

Considerando que as velocidades de escoamento paralelas às superfícies superior e inferior, no ponto  $a$ , sejam  $V_1$  e  $V_2$ , respectivamente, assume-se inicialmente que o bordo de fuga apresenta um ângulo finito. Para tal, o ponto  $a$  apresentaria duas velocidades diferentes em duas direções diferentes, o que seria fisicamente impossível. Assim, a única condição possível é a de ambas as velocidades serem iguais a zero.

Com as mesmas considerações anteriores mas assumindo um bordo de fuga cúspide, isto é, com um ângulo nulo entre as superfícies superior e inferior, os vetores representativos de  $V_1$  e  $V_2$  apresentarão a mesma direção no ponto  $a$ , e portanto poderão assumir qualquer valor finito. Entretanto, para satisfazer a equação de Bernoulli 2.12, a pressão atuante no ponto  $a$  será única, aplicável a ambas as velocidades nas duas superfícies. Deste modo, encontra-se que as velocidades  $V_1$  e  $V_2$ , além de finitas, serão iguais.

Em termos dos vórtices de escoamento, a condição de Kutta define um valor específico de  $\gamma$  no bordo de fuga, dado por  $\gamma_{TE}$ , em função das velocidades estudadas (ANDERSON, 2010). Assim, tem-se:

$$\gamma_{TE} = \gamma(a) = V_1 - V_2 \quad (3.14)$$

Observa-se que substituir na equação 3.14 qualquer uma das duas condições de velocidades estabelecidas para o bordo de fuga trarão o mesmo resultado, e será:

$$\gamma_{TE} = 0 \quad (3.15)$$

Esta condição é observada por Drela (1989) na concepção do seu modelo de cálculo, aplicando-a nos pontos nodais com  $i = 1$  e  $i = N$ , que pertencem ao bordo de fuga, segundo a distribuição da Figura 29. Assim, têm-se:

$$\gamma_{TE} = \gamma_1 + \gamma_N = 0 \quad (3.16)$$

Para este modelo ser aplicado à uma geometria conhecida, é importante observar que os pontos dos painéis devem obrigatoriamente ter suas numerações iniciadas no bordo de fuga, pelo bordo superior, e seguir sequencialmente pela superfície do aerofólio analisado, em sentido anti-horário, até encontrar novamente o bordo de fuga. Assim, a equação 3.13 em conjunto com a 3.16 permitem uma solução por eliminação Gaussiana (DRELA, 1989).

O equacionamento exposto é eficaz na solução de aerofólios com bordo de fuga de espessuras finitas. Para o caso específico em que os pontos iniciais e finais do aerofólio coincidam, tal como ocorre nos exemplos da Figura 31, a matriz formada pelo sistema linear da equação 3.13 será singular, já que os termos referente a  $i = 1$  e  $i = N$  serão idênticos, originando um sistema sem solução. Para contornar este problema, Drela (1989) despreza o termo referente a  $i = N$ , e o substitui por uma média de  $\gamma$  até o bordo de fuga. Esta equação substituta é dada por:

$$(\gamma_3 - 2\gamma_2 + \gamma_1) - (\gamma_{N-2} - 2\gamma_{N-1} + \gamma_N) = 0 \quad (3.17)$$

Utilizando-se dessas equações e assumindo uma geometria de aerofólio conhecida, Drela (1989) obtém a solução da vorticidade de superfície no aerofólio, dada por:

$$\gamma_i = \gamma_{0_i} \cos \alpha + \gamma_{90_i} \sin \alpha + \sum_{j=1}^{N+N_w-1} b'_{ij} \sigma_j \quad \text{para } 1 \leq i \leq N \quad (3.18)$$

sendo:  $\gamma_0$  = distribuição de vórtices para um escoamento livre de ângulo de ataque de  $0^\circ$ ;  $\gamma_{90}$  = distribuição de vórtices para um escoamento livre de ângulo de ataque de  $90^\circ$ ;  $b'_{ij} = -a_{ij}^{-1} b_{ij}$  = matriz de influência de fonte.

Para o problema não viscoso, os valores de  $\sigma_i$  serão sempre nulos, e assim, a solução será obtida assim que se escolhe um valor  $\alpha$  de cálculo. Entretanto, para problemas viscosos, estes valores de fonte não são conhecidos, e necessitam de uma nova abordagem que considere os efeitos viscosos e delimite uma nova condição de contorno. É a partir deste

ponto que os desenvolvimentos de Drela e Giles (1987) foram fundamentais na concepção de um modelo referencial de cálculo de aerofólios.

As formulações viscosas não foram abordadas neste trabalho, mas podem ser rapidamente consultadas na referência (DRELA, 1989)(DRELA; GILES, 1987). As deduções apresentadas neste trabalho são suficientes para embasar a utilização consciente do software XFOIL, que será o passo inicial de todos os estudos em hélices.

### 3.1.1 Utilização do XFOIL

Na concepção do código do XFOIL, Drela (1989) teve como uma das principais preocupações o tempo computacional demandado para a execução do programa. No final da década de 80, os computadores apresentavam uma ínfima parte da capacidade de processamento atual. Enquanto as máquinas utilizadas como referência nas publicações deste período executavam uma iteração de cálculo para um aerofólio de 160 painéis em três minutos, este mesmo aerofólio pode ser submetido a mais de 100 iterações por segundo (DRELA, 1989)(DRELA; GILES, 1987).

Assim, apesar de eficiente até hoje, o XFOIL carece de uma interface gráfica rápida e moderna. Alguns programas, como o XLFR5, o utilizam como base de cálculo e apresentam uma nova interface de usuário. Mas como a base do código utilizado é a mesma desde então, entende-se que explicar os procedimentos internos do XFOIL são úteis tanto para um usuário direto do programa quanto para aqueles que utilizam as novas adaptações deste.

Pela Figura 32.a, é possível observar as inúmeras funcionalidades do XFOIL. Entretanto, destaca-se que para o presente trabalho não foram realizados dimensionamentos de aerofólios e nem modificações de suas geometrias, utilizando-se apenas aerofólios da referência ou da série NACA. Assim, as opções relativas ao procedimento inverso, responsáveis por redistribuir as coordenadas dos pontos dos painéis, e as opções de manipulação geométrica, foram suprimidas da Figura 32.b, que trata das funcionalidades efetivamente utilizadas.

Como não houve dimensionamento, as funções de distribuição de pressão  $C_P$  prescritas também não foram utilizadas. Já os resultados do escoamento, principalmente os referentes aos coeficientes  $C_L$  e  $C_D$ , foram exportados como uma tabela de valores e tratados em programa auxiliar. Desta maneira, os gráficos interativos do XFOIL, por serem obsoletos, também não foram utilizados.

Pautando-se pela Figura 32.b, é possível descrever um passo a passo dos procedimentos adotados na análise de todos os aerofólios utilizados neste trabalho, desde a importação de dados até a exportação dos resultados:

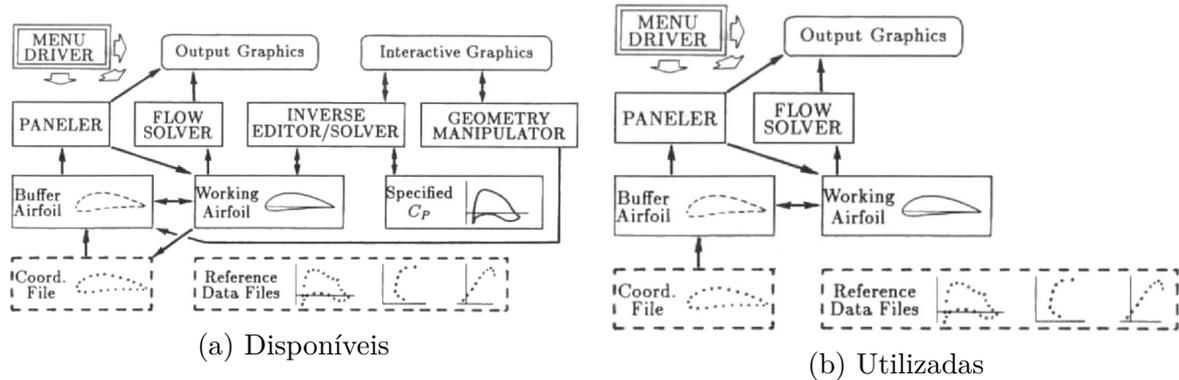


Figura 32 – Funcionalidades do XFOil  
 Fonte: Adaptado de Drela (1989)

1. Observa-se que o organograma original tem o seu início na caixa "Menu Driver", mas o adaptado apresenta um novo início na caixa "Coord. File" (Coordinates files). Esta modificação é justificável pela condição constante em todos os exemplos do Capítulo 4, em que a primeira etapa é a importação das coordenadas dos pontos que definem a geometria do aerofólio. É importante destacar que não necessariamente, estes pontos serão os nós dos painéis de cálculo. Estes são definidos na caixa "Buffer Airfoil", onde os painéis são dispostos aleatoriamente, de acordo com o número de painéis inseridos pelo usuário. Caso o perfil analisado seja um NACA, a etapa de importação de coordenadas pode ser descartada, já que o XFOil calcula automaticamente os pontos geométricos do aerofólio NACA, de acordo com o apresentado na seção 2.1.4;
2. Após a criação da geometria e definição inicial dos painéis, o usuário tem acesso à subrotina "PANELER". Nela, o usuário pode modificar a distribuição inicial dos painéis, acrescentar ou remover elementos, ou ainda acrescentar pontos para suavizar os ângulos dos painéis, principalmente na região do bordo de ataque e de fuga. Todas as modificações podem ser visualizadas em uma representação gráfica própria do XFOil;
3. Após a criação do aerofólio discretizado em painéis, o usuário pode extrair suas propriedades geométricas, como espessura máxima, *camber* ou raio do bordo de ataque. Estes processos estão contidos intermediariamente entre a subrotina "Paneler" e a "Flow Solver". É também nesta etapa que o usuário pode modificar a geometria do aerofólio caso encontre inconformidades nas superfícies inferior e superior, apesar de a todo instante durante a utilização do XFOil ser possível realizar intervenções geométricas;
4. Na subrotina "FLOW SOLVER" tem-se início a análise aerodinâmica do escoamento. O usuário pode escolher o modelo de cálculo viscoso ou não viscoso, tendo que inserir o valor de Reynolds, e podendo ainda inserir o número de Mach para realizar os cálculos considerando efeitos de compressibilidade do fluido. A viscosidade e

densidade do fluido devem ser alterados em um arquivo externo, carregado na execução do código.

5. Inseridos todas as constantes e condições de cálculo, o usuário poderá simular o escoamento para diferentes ângulos de ataque  $\alpha$ . Para a simulação viscosa, Klein (2017) alerta que o processo iterativo do XFOil é sensível e instável às simulações contínuas com grandes diferenças do valor de  $\alpha$ . Isto porque o software utiliza os dados da última simulação como parâmetro de entrada da seguinte, a fim de gerar uma base de dados com os coeficientes aerodinâmicos para diferentes valores de ângulo de ataque. Por esta razão, recomenda-se a utilização de intervalos de  $\alpha$  iguais ou inferiores a 0,25.
6. Realizadas todas as simulações, o usuário poderá exportar uma lista que contém, além de outras variáveis, os coeficientes de sustentação e arrasto  $C_L$  e  $C_D$  para cada um dos ângulos de ataque. Estes serão utilizados para a reprodução dos gráficos de sustentação e polar de arrasto, e servirão como base de entrada para a análise no QProp.

Existem outros parâmetros de entrada que não foram abordados, como por exemplo a escolha de um parâmetro crítico de turbulência para o método  $e^n$  (DRELA, 2001). Entretanto, os valores padrões estabelecidos no XFOil são representativos para os modelos de estudo deste trabalho, e portanto não foram abordados.

Tendo-se todas as informações dos aerofólios que compõem as seções de uma hélice, o usuário já poderá utilizar o QProp para análise de hélices. Com as deduções e descrições apresentadas, é notável como o desempenho de uma hélice é intrinsecamente relacionada ao desempenho dos aerofólios que a compõem. Qualquer projetista de hélices deve observar se o perfil adotado é adequado aos escoamentos que ocorrerão, e se pequenas modificações geométricas dos aerofólios podem ser traduzidas em ganhos aerodinâmicos ao conjunto.

## 3.2 QProp

Também desenvolvido por Drela (2006)(2007) sob a linguagem de programação Fortran 77, o QProp é um programa criado para a predição de desempenho não só de uma hélice, como também de um conjunto hélice-motor, desde que este motor seja de corrente contínua e de escova. Ainda que o usuário não realize a simulação completa com o motor, ainda assim proporcionará resultados aerodinâmicos independentes para a hélice.

Segundo Drela (2006), o QProp utiliza uma extensão das teorias clássicas de BEMT, melhorando o código para que os cálculos de altos carregamentos, como no caso estático, fossem representativos do encontrado na prática. Isto se deve à consideração de auto

indução de velocidade, variando radialmente, compatibilizando as aproximações da teoria do elemento de pá com a teoria do disco atuador.

A formulação adotada por Drela tem seu princípio similar ao adotado na seção 2.2.3, que trata da teoria do elemento de pá. Baseando-se na figura 33, as velocidades são reescritas passando a incluir duas componentes adicionais:  $u$ , referente a velocidade local induzida produzida pelo disco atuador, e  $v$ , referente a velocidade local induzida produzida pelo sistema de vórtices livres atuantes no escoamento. Ambas as velocidades podem ser descritas em termos de velocidades tangenciais ( $u_t$  e  $v_t$ ) e axiais ( $u_a$  e  $v_a$ ), tendo-se o ângulo  $\varphi$  representando o novo ângulo de incidência do escoamento, relativo à velocidade  $W$  e o eixo de rotação.

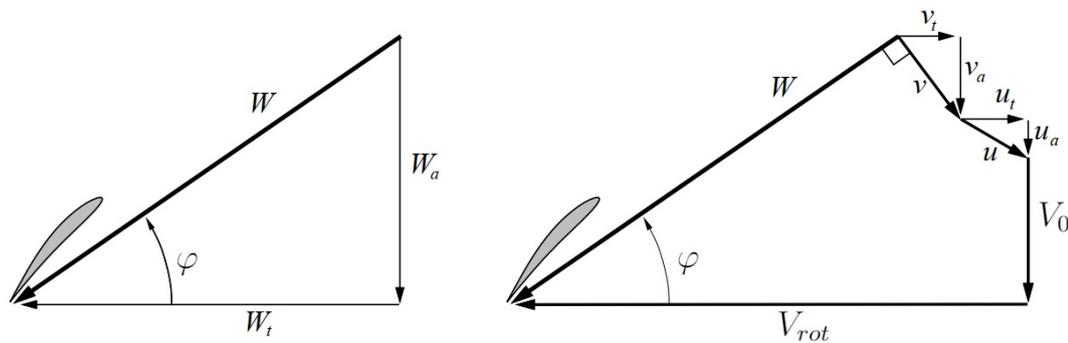


Figura 33 – Velocidades atuantes em uma seção de cálculo do QProp  
Fonte: Adaptado de Drela (2006)

Todas as velocidades da Figura 33 são adotadas como positivas no sentido em que foram traçadas, sendo que a velocidade  $u_t$  só não será nula para hélices contra-rotativas à montante, quando assumirá valores negativos. Já as variáveis  $v_a$  e  $v_t$  serão sempre positivas para hélices que produzam empuxos e torques positivos.

Para o cálculo da velocidade tangencial  $v_t$ , Drela (2006) também faz uso da teoria da circulação desenvolvida por Theodorsen (1948), aplicando a equação 2.36 e obtendo a seguinte relação:

$$v_t = \frac{B\Gamma}{4\pi r F \sqrt{1 + (4J_w R / \pi B r)^2}} \quad (3.19)$$

O fator de correção de Prandtl  $F$  é o mesmo utilizado na equação 2.58, alterando apenas a formulação do coeficiente  $f$  em termos da razão de avanço local da esteira ( $J_w$ ). Este coeficiente é dado por:

$$f = \frac{B}{2J_w} (1 - r/R) \quad (3.20)$$

Onde a razão de avanço da esteira ( $J_w$ ) é dada por:

$$J_w = (r/R) \tan \varphi = (r/R)(W_a/W_t) \quad (3.21)$$

A adoção da razão de avanço da esteira proporcionará melhores resultados para a análise de escoamentos submetidos a alto carregamento, tal como preconizado por Theodorsen (1948). Para o cálculo da componente axial  $v_a$ , observando a perpendicularidade do vetor  $v$  com o vetor  $W$ , é obtido rapidamente pela relação  $v_a = v_t(W_t/W_a)$ .

Com as velocidades induzidas determinadas, Drela (2006) passa a modelar o perfil de cálculo da hélice de maneira similar ao adotado por Wall (2012) na Figura 23, considerando os efeitos aerodinâmicos da seção como um aerofólio. Este elemento estará submetido a um ângulo de ataque  $\alpha$ , que para as novas velocidades introduzidas na Figura 33, será equacionada por:

$$\alpha(r) = \beta - \varphi = \beta - \arctan \frac{W_a}{W_t} \quad (3.22)$$

Com a análise desta seção do aerofólio, é possível encontrar um par de variáveis  $C_L$  e  $C_D$  que varie com o valor  $\alpha$ ,  $Re$  e número de Mach. De posse do valor de  $C_L$ , é possível obter o resultado da equação de circulação, que pela dedução da equação 2.56 na 2.39, tem-se:

$$\Gamma = \frac{1}{2} W c C_L \quad (3.23)$$

Observa-se que apesar de  $C_L$  ser conhecido, ainda não existe um parâmetro de cálculo para a velocidade total  $W$ . Conhecendo-se os valores de corda  $c$  e ângulo de torção geométrica  $\beta$  para cada uma das sessões, além das variáveis aerodinâmicas e das constantes de operação da hélice  $V$  e  $\omega$ , a função de circulação  $\Gamma(r)$  poderá ser calculada para cada uma das seções de interesse. Para tal, Drela (2006) utiliza uma iteração de Newton com a introdução de uma nova variável  $\psi$ . Todas as variáveis são parametrizadas em função de  $\psi$ , utilizando a equação 3.23 para o cálculo do residual do método e corrigindo o valor de  $\psi$  para cada iteração. Esta variável é mostrada na Figura 34.

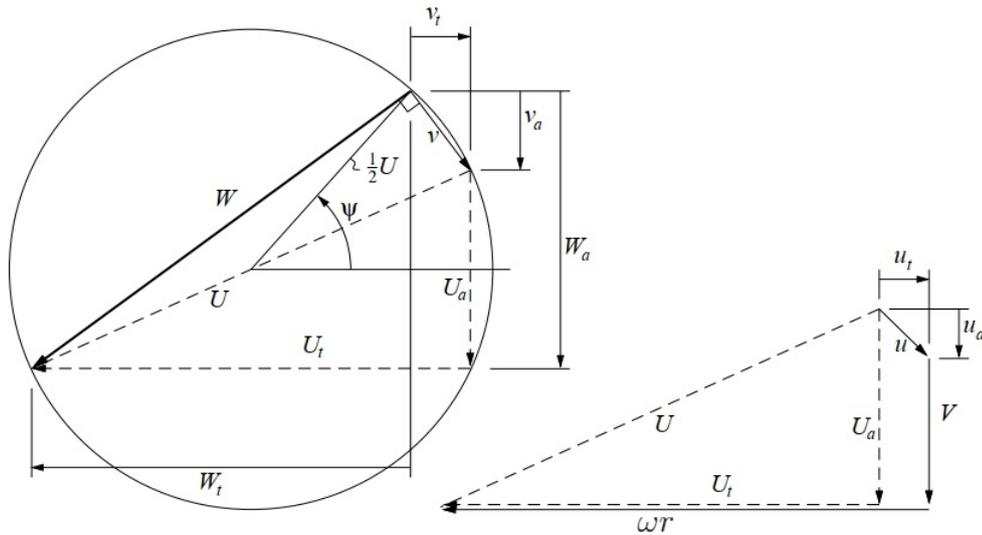


Figura 34 – Parametrização das variáveis em relação a  $\psi$   
 Fonte: Adaptado de Drela (2006)

Reescrevendo as variáveis em função da nova variável de parametrização, têm-se as seguintes equações:

$$U_a = V + u_a \quad (3.24)$$

$$U_t = \omega r - u_t \quad (3.25)$$

$$U = \sqrt{U_a^2 + U_t^2} \quad (3.26)$$

$$W_a(\psi) = \frac{1}{2}(U_a + U \sin \psi) \quad (3.27)$$

$$W_t(\psi) = \frac{1}{2}(U_t + U \cos \psi) \quad (3.28)$$

$$v_a(\psi) = W_a - U_a \quad (3.29)$$

$$v_t(\psi) = U_t - W_t \quad (3.30)$$

$$\alpha(\psi) = \beta - \arctan(W_a/W_t) \quad (3.31)$$

$$W(\psi) = \sqrt{W_a^2 + W_t^2} \quad (3.32)$$

$$Re(\psi) = \rho W c / \mu \quad (3.33)$$

$$Ma(\psi) = W/a \quad (3.34)$$

Redispondo a equação 3.19 em termos da circulação  $\Gamma$  e com as variáveis parametrizadas, têm-se:

$$\Gamma(\psi) = v_t \frac{4\pi r}{B} F \sqrt{1 + (4\lambda_w R / \pi B r)^2} \quad (3.35)$$

O residual  $\mathcal{R}$  da iteração de Newton é então calculado com a diferença entre a equação anterior e a 3.23, tendo-se:

$$\mathcal{R}(\psi) = \Gamma - \frac{1}{2} W c C_L(\alpha, Re, Ma) \quad (3.36)$$

Assim, o valor de  $\psi$  poderá ser atualizado somando a esta variável um diferencial  $\delta\psi$ , dado por:

$$\delta\psi = -\frac{\mathcal{R}}{d\mathcal{R}/d\psi} \quad (3.37)$$

Estes cálculos são repetidos até que se obtenha um residual  $\mathcal{R}$  considerado nulo, atingindo-se a convergência do método. Repetindo-se a iteração para cada seção discreta no raio da hélice, é possível obter a distribuição radial  $\Gamma(r)$  da circulação, permitindo o cálculo do empuxo total  $T$  e do torque  $Q$  exercido pela hélice.

Utilizando os desenvolvimentos apresentados nas equações 2.26 e 2.27, Drela (2006) reescreve os valores de  $dT$  e  $dQ$  já considerando a existência de múltiplas pás, além de utilizar a variável  $\epsilon = C_D/C_L$  como simplificadora e incluir a circulação da equação 3.23. Assim, passa-se a ter:

$$dT = \rho B \Gamma (W_t - \epsilon W_a) dr \quad (3.38)$$

$$dQ = \rho B \Gamma (W_a + \epsilon W_t) r dr \quad (3.39)$$

Para estas equações, pode-se definir a eficiência local em uma determinada seção da hélice, sendo útil para a análise minuciosa requerida no desenvolvimento de uma nova geometria de hélice que forneça a maior eficiência possível. Assim, tem-se:

$$\eta = \frac{V}{\omega} \frac{dT}{dQ} = \frac{V}{\omega R} \frac{W_t - \epsilon W_a}{W_a + \epsilon W_t} \quad (3.40)$$

O empuxo e torque total poderão ser obtidos integrando-se radialmente as equações 3.38 e 3.39, respectivamente. Estas integrais poderão ser aproximadas por:

$$T \simeq \rho B \sum_r \Gamma (W_t - \epsilon W_a) \Delta r \quad (3.41)$$

$$Q \simeq \rho B \sum_r \Gamma (W_a + \epsilon W_t) r \Delta r \quad (3.42)$$

Nota-se que apesar da formulação apresentada satisfazer as condições radiais das seções, algumas variáveis globais não serão calculadas, e sim impostas pelo usuário como um parâmetro de cálculo. Assim como foi utilizado o cálculo de residual para a circulação na equação 3.36, será também necessário calculá-lo para as múltiplas combinações que poderão ser solicitadas na execução do QProp.

Para a situação de análise de uma hélice, onde as geometrias são conhecidas e passadas como dados de entrada do programa, o modelo de cálculo assume que poderão

existir quatro variáveis desconhecidas:  $\Gamma_{(r)}$ ,  $V$ ,  $\omega$  e  $\Delta\beta$ , sendo este último uma condição de variação do passo da hélice, útil para as hélices que operam sob o regime de passo variável.

É possível perceber a este ponto que a circulação será dada por uma função  $\Gamma(r; V; \omega; \Delta\beta)$ , enquanto o residual  $\mathcal{R}$  definido anteriormente não será função apenas de  $\psi$ , e sim, será calculado de forma que:

$$\mathcal{R}(\psi; V; \omega; \beta) = 0 \quad (3.43)$$

Assim, a variação do residual deverá ser nula não só considerando as variações de  $\psi$ , mas também para quaisquer outras perturbações físicas que possam ocorrer pelas outras variáveis. Esta variação  $\delta\mathcal{R}$  pode ser obtida por:

$$\delta\mathcal{R} = \frac{\partial\mathcal{R}}{\partial\psi}\delta\psi + \frac{\partial\mathcal{R}}{\partial V}\delta V + \frac{\partial\mathcal{R}}{\partial\omega}\delta\omega + \frac{\partial\mathcal{R}}{\partial\Delta\beta}\delta\Delta\beta = 0 \quad (3.44)$$

Para o problema de análise que consiste em calcular o carregamento que existe em uma hélice dada a geometria, são então consideradas parcelas independentes do resíduo, denominadas  $\mathcal{R}_r$ ,  $\mathcal{R}_1$ ,  $\mathcal{R}_2$  e  $\mathcal{R}_3$ . Enquanto a primeira diz respeito ao resíduo independente da circulação, as demais componentes dependerão exclusivamente do tipo de especificação que o usuário definir como entrada de cálculo. As composições mais comuns são:

- Velocidade, rotação e variação do passo;
- Velocidade, rotação e torque;
- Velocidade, variação do passo e empuxo; .
- Rotação, passo e empuxo

Ainda que o torque e o empuxo não estejam definidos como variáveis independentes, percebe-se pelos equacionamentos anteriores que estes valores serão encontrados, respectivamente, em funções de forma  $Q(V, \omega, \Delta\beta)$  e  $T(V, \omega, \Delta\beta)$ . Assim, é possível reescrever estes valores em função de derivativas da circulação para cada uma das derivadas parciais exigidas no cálculo do residual.

Escolhidas as três variáveis a serem especificadas, os residuais referentes a estas serão aproximadas a valores nulos simultaneamente, através de uma iteração de Newton para múltiplas variáveis. Esta condição é alcançada através da seguinte relação:

$$\begin{Bmatrix} \delta V \\ \delta\omega \\ \delta\Delta\beta \end{Bmatrix} = - \left[ \frac{\partial(\mathcal{R}_1, \mathcal{R}_2, \mathcal{R}_3)}{\partial(V, \omega, \Delta\beta)} \right]^{-1} \begin{Bmatrix} \mathcal{R}_1 \\ \mathcal{R}_2 \\ \mathcal{R}_3 \end{Bmatrix} \quad (3.45)$$

Por fim, a eficiência global da hélice e os demais coeficientes de desempenho  $C_T$  e  $C_P$  poderão ser calculados, para efetuar a análise requerida da hélice estudada. Com estes desenvolvimentos, a utilização do QProp torna-se intuitiva, permitindo ao usuário interpretar cada um dos resultados fornecidos.

### 3.2.1 Utilização do QProp

Para utilizar o QProp, o usuário deve preparar arquivos formatados com o padrão necessário para interpretação dos dados pelo programa. Ao todo, deverão ser criados três arquivos de entrada, contendo: dados relativos à hélice; dados relativos ao motor; dados relativos às constantes do fluido. Imagens com exemplos dos arquivos de entrada da hélice e das constantes dos fluidos podem ser vistos no Apêndice A. Para este trabalho, é apresentado apenas o modelo de motor de escova com corrente contínua e aproximação simples. Demais tipos de motores e outras informações relevantes podem ser encontrados no manual de Drela (2007).

Especificamente para o arquivo com os dados relativos à hélice, muitos dos parâmetros fornecidos referem-se às propriedades aerodinâmicas das seções de aerofólio utilizadas. Desta forma, é imprescindível que o estudo aerodinâmico das seções radiais seja realizado para a correta caracterização da hélice. O Xfoil, apresentado no subcapítulo 3.1, é suficiente para realizar este estudo.

Dentre as variáveis de entrada do QProp, a curva polar de arrasto e a curva linear de sustentação são suficientes para caracterizar os esforços aerodinâmicos atuantes no aerofólio. Para extraí-los, basta aproximar a curva  $C_D/C_L$  a uma equação do 2º grau, obtendo-se valores que determinam a curva dentro de uma faixa de comportamento previsível. Já a curva  $\alpha/C_L$  será considerada apenas no trecho linear, aproximando-a por uma reta. É possível ver um esboço com os pontos de interesse na figura 35. Todos estes pontos são apresentados no manual do QProp, cuja utilização pode ser vista no Apêndice A deste trabalho.

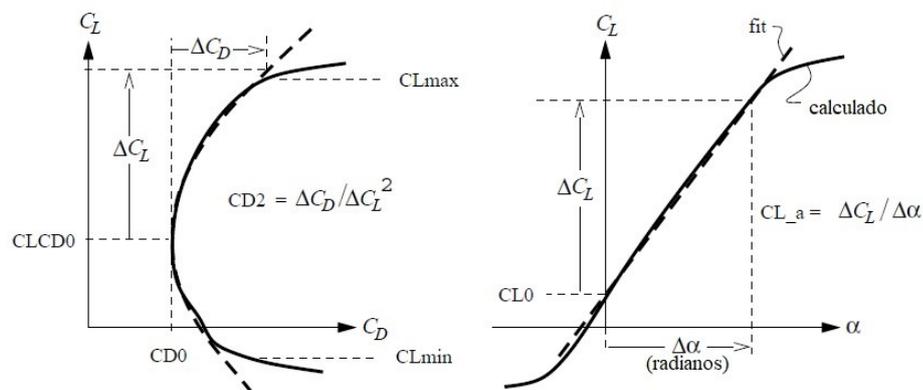


Figura 35 – Parâmetros aerodinâmicos do aerofólio

Fonte: Adaptado de Drela (2005)

Drela (2006) afirma que para uma hélice com a mesma seção de aerofólio em toda sua extensão de raio, discretizá-la em 5 seções é suficiente para um cálculo eficiente do programa. Entretanto, algumas hélices contam com sessões variáveis que operem melhor às velocidades de escoamento impostas pela rotação da hélice. Para estes casos, Drela (2006) recomenda que a hélice seja discretizada até que seja encontrada uma convergência entre os resultados encontrados. Assim, para todas as hélices estudadas neste trabalho, adotou-se pelo menos 5 seções, aumentando-as de acordo com a necessidade do modelo.

A inicialização do programa pode ser realizada pelo terminal, juntamente com a inserção dos arquivos criados. Além destes, devem ser passadas as características de operação do conjunto motor/hélice, podendo ser realizada por diferentes combinações aceitas pelo QProp. A tabela 1 é gerada automaticamente pelo programa ao inicializá-lo sem especificar arquivos e parâmetros, e mostra como o QProp reconhece os comandos de cálculo.

Tabela 1 – Parâmetros de execução do programa QProp

qprop propfile motorfile Vel Rpm [ Volt dBeta Thrust Torque Amps Pele ]	(single-point)
qprop propfile motorfile Vel1, Vel2, dVel Rpm ["]	(multi-point 1-parameter sweep over Vel, Rpm set)
qprop propfile motorfile Vel1, Vel2, dVel 0 Volt ["]	(multi-point 1-parameter sweep over Vel, Volt set)
qprop propfile motorfile Vel1, Vel2, dVel Rpm1, Rpm2, dRpm ["]	(multi-point 2-parameter sweep over Vel and Rpm)
qprop propfile motorfile runfile	(multi-point, via file specification)

Fonte: Adaptado de Drela (2007)

O Qprop permite fornecer informações específicas para uma condição particular de operação, cuja simulação é denominada "*single-point*". Ao inserir, pelo menos, o arquivo da hélice, arquivo do motor, velocidade de voo e rotação da hélice, o usuário terá como resultado os valores de sustentação e arrasto em diferentes posições radiais da hélice, além dos valores de cálculo da função de circulação, velocidades da esteira, eficiências locais dos perfis e outras características relacionadas ao cálculo via BEMT. Os resultados da integração para cálculo de empuxo e torque também são fornecidos, assim como as demais variáveis globais de operação.

Características de voo relacionadas ao motor também podem ser fornecidas, permitindo ao usuário simular, por exemplo, a resposta da hélice quando é submetida à determinada condição de operação do motor. Esta opção é melhor utilizada quando o motor é cuidadosamente detalhado pelo usuário (DRELA, 2007).

-ara simulações de diferentes condições de vôo, o QProp fornece ainda a opção denominada "*multi-point*", representadas pelas linhas 2, 3 e 4 da tabela 1. Com esta opção, os parâmetros de velocidade, rotação da hélice, tensão do motor e variação do "*pitch*" são escalonados dentro de intervalos específicos inseridos pelo usuário, permitindo obter resultados para múltiplas condições de vôo, em detrimento das informações particulares obteníveis pela opção *single-point*.

É de se esperar que a utilização *single-point* seja de maior interesse para usuários que estejam dimensionando uma hélice, com o objetivo de identificar seções radiais que não estejam apresentando boa eficiência em condições de operação que não sejam as utilizadas no dimensionamento. Este tipo de análise é denominada "*off-design*", e usualmente consomem a maior parcela de tempo gasto para a concepção de um projeto de hélice (ANDERSON, 2010). Os resultados encontrados nestas situações podem influenciar na alteração geométrica de hélices, onde a perda de eficiência máxima da hélice poderá ser compensada com o ganho de eficiência total durante a operação da aeronave, incluindo todas as etapas de decolagem, cruzeiro e aterrissagem.

Por fim, a simulação *multi-point* é uma ferramenta importante para definir as condições de voo adequadas para cada conjunto motor/hélice. Ao analisar múltiplas combinações de velocidade, rotação, tensão do motor e eficiências globais, o usuário é capaz de definir um plano de voo que proporcione o melhor resultado dentro dos objetivos esperados. Algumas das possibilidades são: estimar a velocidade máxima de operação do conjunto, obter condição de máxima eficiência energética, determinar quais faixas de velocidade podem se beneficiar com a alteração do passo em hélices de passo variável, ou ainda ser determinante no estudo de viabilidade de um conjunto motor/hélice para utilização em diferentes rotas aeronáuticas.

Dadas as múltiplas possibilidades de estudo do QProp e o avançado desenvolvimento do algoritmo de cálculo via BEMT, Drela (2006) expandiu seu algoritmo para criar uma ferramenta que auxiliasse também nas etapas primárias de dimensionamento de hélice, baseadas nas perdas mínimas induzidas estudadas por Betz (1919) e Theodorsen (1948). Ainda que os resultados encontrados não sejam exequíveis, poderão servir como ponto de partida para as adaptações geométricas de uma nova hélice.

### 3.3 QMil

Assim como o QProp, o QMil também é um programa criado na linguagem Fortran 77 por Drela (2005), de forma a complementar as possibilidades de simulação do conjunto motor/hélice. Apesar de ter como principal foco as hélices aeronáuticas, também pode ser utilizado para o estudo e desenvolvimento das hélices utilizadas em usinas eólicas.

Enquanto o QProp é dado como uma ferramenta de análise, o QMil utiliza-se de formulações semelhantes às apresentadas no subcapítulo 3.2 para permitir o desenvolvimento de novas geometrias de hélices, com base nas necessidades de anteprojeto de uma aeronave.

Diz-se que estes programas são complementares pelas variáveis fornecidas como entrada e os resultados obtidos pelo QMil. Enquanto o QProp calcula as variáveis locais e globais com base em geometrias bem estabelecidas, esse é capaz de interpretar uma

distribuição de valores locais de sustentação  $C_L$  e demais necessidades de operação (Raio, velocidade de rotação, empuxo e outros) para fornecer a melhor geometria de hélice possível. Assim, para a condição de projeto "*on-design*", onde a condição de operação é a mesma de desenvolvimento da hélice, existe uma máxima eficiência da hélice.

O desenvolvimento desta condição de cálculo segue os mesmos passos adotados no cálculo do residual  $\mathcal{R}$ , onde existem variáveis desconhecidas que são calculadas até que haja convergência das variáveis conhecidas. Para o caso do QMil, em que existe o dimensionamento da hélice, as variáveis desconhecidas serão as referentes à geometria da hélice (corda e distorção angular), enquanto as variáveis conhecidas são as imposições de operação da hélice:  $V$ ,  $\omega$ ,  $R$  e  $T$  ou  $Q$ .

Entretanto, como o próprio nome do programa induz, é utilizada a condição de perda induzida mínima (MIL - *Minimum Induced Loss*) para o dimensionamento da hélice. Assim, a primeira variável desejada é uma constante  $\tilde{\eta}$ , denominada eficiência local, que surge da condição de Betz (1919), imposta pela equação 2.45. Essa eficiência é inicialmente dada como desconhecida, já que seu valor numérico é encontrado por:

$$\tilde{\eta} = \frac{V}{\omega r} \frac{W_t}{W_a} \quad (3.46)$$

Como  $c$  e  $\beta$  são as constantes desconhecidas, deverão existir, a princípio, duas equações que determinem as condições de contorno do dimensionamento. Drela (2006) determina que a primeira é simplesmente a distribuição do valor de sustentação aerodinâmica  $C_L$  para cada uma das posições radiais de cálculo. Com esta especificação, o resíduo do método de Newton será:

$$\mathcal{R}_1 = C_L - C_{L \text{ especificado}} \quad (3.47)$$

O segundo residual é encontrado com a definição de eficiência local da equação 3.46, tendo-se:

$$\mathcal{R}_2 = \tilde{\eta} \omega r W_a - V W_t \quad (3.48)$$

Entretanto, como o valor de  $\tilde{\eta}$  é desconhecido no início da iteração, faz-se necessário acrescentar uma nova constante conhecida para aproximação de  $\mathcal{R}$ . Por conveniência de cálculo, além da relação intrínseca da eficiência local com estas variáveis, o empuxo  $T$  ou o torque  $Q$  poderão ser utilizados como novas condições de contorno para a eficiência local.

Este novo resíduo será dado por:

$$\begin{aligned} \mathcal{R}_\eta &= T - T_{\text{especificado}} \\ &\text{ou} \\ \mathcal{R}_\eta &= Q - Q_{\text{especificado}} \end{aligned} \tag{3.49}$$

Por praticidade, o QMil aceita a utilização do empuxo ou da potência fornecida, este último substituindo o torque por  $P = \omega Q$ . Assim, ao dimensionar a hélice, um projetista poderá optar por atingir determinado empuxo necessário para a operação da aeronave, ou ainda compatibilizar com um motor de potência conhecida.

Após a iteração de Newton, impondo que os resíduos  $\mathcal{R}_\infty$ ,  $\mathcal{R}_\epsilon$  e  $\mathcal{R}_\eta$  sejam nulos, é encontrada a geometria de uma hélice que atenda a condição de MIL, que terá a máxima eficiência local possível em todas as seções radiais para os valores de entrada e de operação adotados. Obviamente, a iteração poderá fornecer geometrias que não sejam compatíveis com os processos de fabricação disponíveis, ou ainda fornecer uma hélice que não opere bem em condições "*off-design*". Para estes ajustes, o projetista deverá contar com tempo para realizar outras simulações e, quando possível, ensaios em túnel de vento que atestem a eficiência da hélice desejada em todas as condições de operação, como por exemplo, em situações de vento de través.

### 3.3.1 Utilização do QMil

Assim como na utilização do QProp, o QMil depende da execução de um arquivo de entrada formatado de maneira adequada para ser interpretado pelo código. Assim, são passados dois arquivos: um que contenha as propriedades do fluido e escoamento e outro com os parâmetros adotados para o dimensionamento da hélice. Estes arquivos são explicados no Apêndice B.

Apesar do dimensionamento realizado pelo QMil, a escolha do aerofólio adequado deverá preceder à execução do programa. Novamente, a análise no XFoil e a retirada da curva polar e curva de sustentação fornecerão as variáveis aerodinâmicas necessárias, tal como na figura 35. O dimensionamento concomitante do aerofólio e da hélice, portanto, trarão o melhor desempenho possível para a hélice, já que pequenas modificações geométricas no aerofólio poderão ter seus impactos avaliados imediatamente pelo pré-dimensionamento no QMil.

Deve-se inicializar o QMil por um terminal, inserindo o arquivo de entrada. Não é necessário passar nenhum outro parâmetro para cálculo, já que as variáveis de interesse estão no próprio arquivo. Opcionalmente, o usuário poderá inserir o nome de um arquivo de saída. Este será criado no diretório de execução do programa com os resultados do dimensionamento, já no formato necessário para posterior execução no QProp.

Caso o usuário veja os resultados na tela, verá ainda informações referentes às iterações. São mostrados os avanços  $J$  e  $J_w$ , além de variáveis intermediárias de cálculo para cada uma das seções criadas, a citar: o valor da constante  $F$  de Prandtl; a constante  $G$  utilizada no cálculo de circulação da equação 2.39; as derivativas apresentadas nas equações 2.50 até 2.53.

Exclusivamente para a primeira iteração, é apresentada a potência e a tração fornecida, a fim de comparação com o resultado final de dimensionamento. A eficiência global da hélice também é fornecida, bem como a relação  $\zeta$  da equação 2.45. As demais iteração não têm os valores absolutos mostrados, apenas os valores dos resíduos  $\mathcal{R}$  de cada iteração, evidenciando a convergência do método. Nos exemplos deste trabalho, a convergência foi alcançada em, no máximo, 7 iterações.

Para a iteração que alcançou a convergência, são exibidos os valores de cálculo para todas as posições radiais, incluindo os ângulos  $\varphi$  e  $\beta$ , as constantes aerodinâmicas locais  $C_L$  e  $C_D$ , o número de Reynolds e de Mach, a eficiência local e o valor de corda. Um exemplo desta saída pode ser visto na tabela 2.

Tabela 2 – Valores das seções radiais na última iteração do QMil

r/R	phi	c/R	beta	CL	CD	Mach	Re	adw_local	effi	effp	eff
0.100	51.44	0.2808	52.80	0.552	0.01176	0.083	347193.	0.1254	0.0000	0.9570	0.0000
0.146	40.64	0.3062	41.81	0.531	0.00990	0.105	475973.	0.1254	0.0000	0.9631	0.0000
0.192	33.11	0.2997	34.09	0.511	0.00892	0.129	572309.	0.1254	0.0000	0.9629	0.0000
0.238	27.74	0.2829	28.53	0.492	0.00830	0.154	646203.	0.1254	0.0000	0.9603	0.0000
0.285	23.78	0.2645	24.39	0.474	0.00787	0.180	706100.	0.1254	0.0000	0.9566	0.0000
0.331	20.77	0.2474	21.19	0.456	0.00753	0.207	757318.	0.1254	0.0000	0.9523	0.0000
0.377	18.41	0.2322	18.66	0.440	0.00727	0.233	802936.	0.1254	0.0000	0.9475	0.0000
0.423	16.51	0.2190	16.60	0.424	0.00704	0.260	844679.	0.1254	0.0000	0.9423	0.0000
0.469	14.97	0.2074	14.89	0.409	0.00685	0.287	883323.	0.1254	0.0000	0.9369	0.0000
0.515	13.68	0.1971	13.45	0.395	0.00669	0.315	919063.	0.1254	0.0000	0.9312	0.0000
0.562	12.59	0.1878	12.22	0.382	0.00655	0.342	951553.	0.1254	0.0000	0.9252	0.0000
0.608	11.66	0.1791	11.15	0.370	0.00644	0.369	979921.	0.1254	0.0000	0.9190	0.0000
0.654	10.86	0.1706	10.21	0.359	0.00635	0.397	1002662.	0.1254	0.0000	0.9124	0.0000
0.700	10.16	0.1619	9.38	0.348	0.00629	0.424	1017442.	0.1254	0.0000	0.9054	0.0000
0.746	9.54	0.1525	8.65	0.338	0.00627	0.452	1020752.	0.1254	0.0000	0.8978	0.0000
0.792	9.00	0.1419	7.98	0.329	0.00631	0.479	1007326.	0.1254	0.0000	0.8894	0.0000
0.838	8.51	0.1291	7.39	0.321	0.00643	0.507	969063.	0.1254	0.0000	0.8794	0.0000
0.885	8.07	0.1128	6.84	0.314	0.00670	0.534	892623.	0.1254	0.0000	0.8667	0.0000
0.931	7.67	0.0904	6.35	0.308	0.00729	0.562	752257.	0.1254	0.0000	0.8478	0.0000
0.977	7.32	0.0540	5.90	0.302	0.00921	0.589	471232.	0.1254	0.0000	0.8051	0.0000

Fonte: O autor

Por fim, o programa realiza a conversão dos resultados para o padrão de entrada do QProp e os exibe na tela. Caso o usuário necessite, poderá copiar o resultado diretamente do terminal e criar um arquivo com estes parâmetros, encerrando assim a utilização do QMil.

Apesar de parecer imediato o dimensionamento, o usuário não poderá se esquecer de diversos outros fatores que poderão ser limitantes na disposição geométrica da hélice, como apresentado no início deste capítulo 3. É por esta razão que o programa oferece os valores de Mach e Reynolds locais, por exemplo, permitindo o usuário avaliar se existe alguma seção além dos limites de incompressibilidade do ar (ANDERSON, 2010). Com todos estes cuidados, são alcançados os melhores resultados.

## 4 RESULTADOS

Conforme visto no capítulo 3, para a utilização do programa QProp são requeridas algumas informações geométricas e aerodinâmicas da hélice. As informações geométricas referem-se ao dimensionamento específico da hélice, enquanto as características aerodinâmicas referem-se às constantes obtidas pela análise de aerofólios do Xfoil. Pela quantidade de variáveis, é inevitável que divergências possam acontecer em previsões de desempenhos de hélices de acordo com a metodologia e considerações de cálculo utilizadas. Fatores como a densidade e viscosidade do ar, por exemplo, não devem ser negligenciadas ao se trabalhar com hélices.

Tomados os cuidados apontados, são realizados neste trabalho uma série de estudos que possam primeiramente validar as estimativas de desempenho de hélices obtidas com o QProp, para depois aplicá-los em situações de previsão de desempenho específicas às necessidades do GCEME da UFJF, e outras situações de cálculo demandadas por outras pesquisas da UFJF. O software QMil também foi validado com um estudo consolidado de Adkins e Liebeck (1994), e também foi utilizado em aplicações específicas do GCEME.

Este capítulo traz os resultados obtidos com as simulações mencionadas, sendo sequencialmente divididas a seguir:

- Seção 4.1 - Hélice DA4002: validação dos resultados de previsão de desempenho obtidos com o QProp para a hélice experimental desenvolvida por Deters, Ananda e Selig (2014);
- Seção 4.2 - Hélice Purdue: outra validação dos resultados de previsão de desempenho obtidos com o QProp, desta vez para a hélice experimental desenvolvida na *Purdue University* por Witkowski, Lee e Sullivan (1989);
- Seção 4.3 - Hélice Rupert 66 x 44: previsão de desempenho para a hélice comercial de dimensões 66 x 44, desenvolvida pela Rupert Aeronaves (2010), com base na demanda específica do GCEME;
- Seção 4.4 - Hélice Rupert 56 x 26: previsão de desempenho para a hélice comercial de dimensões 56 x 26, também desenvolvida pela Rupert Aeronaves (2010), para estimativa de desempenho da hélice adquirida pelo GCEME;
- Seção 4.5 - Exemplo de hélice de Adkins e Liebeck: validação do software QMil para dimensionamento otimizado de hélices, comparando com os resultados de Adkins e Liebeck (1994);
- Seção 4.6 - Hélice otimizada para o GCEME: dimensionamento de hélice otimizada para o GCEME, tendo em vista novas compras de hélice do programa ou fabricação própria.

## 4.1 Hélice DA4002

O primeiro estudo deste trabalho consiste em validar a utilização do QProp em situações em que é necessário prever o desempenho de hélices. Tal condição é corriqueira para fabricantes de pequenas aeronaves, que usualmente decidem adotar uma hélice facilmente encontrada no mercado, mas que ao mesmo tempo possa fornecer o desempenho necessário. Praticantes de aeromodelismo e competidores de aerodesign também se deparam com este tipo de avaliação.

O trabalho de Deters, Ananda e Selig (2014) foi escolhido como referência para esta primeira validação, já que os autores desenvolveram algumas hélices experimentais e publicaram em artigo todos os parâmetros geométricos necessários para replicá-la. Além de fornecerem o raio da hélice, o número de pás e os valores de corda e ângulo  $\beta$  em sessões variadas, desenvolveram uma sessão de aerofólio específica para alguma de suas hélices.

Dentre as hélices desenvolvidas, foi escolhida a DA 4002 9 x 6,75, por apresentar uma maior quantidade de dados experimentais no artigo de referência. Esta hélice é mostrada na figura 36, juntamente com as curvas de distribuição da corda e ângulo de torção  $\beta$  ao longo do raio. Desta curva observa-se que a hélice apresenta relação  $c/R$  igual a 0,18. A hélice conta com duas pás e perfil de aerofólio SDA1075 para todas as seções.

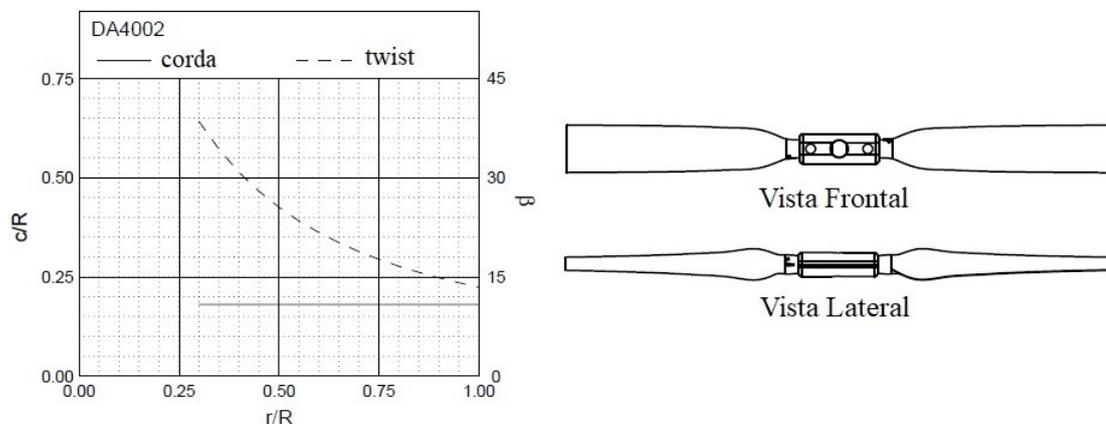


Figura 36 – Características Geométricas da hélice DA4002  
Fonte: Adaptado de Deters, Ananda e Selig (2014)

O experimento de Deters, Ananda e Selig (2014) tem como objetivo estudar o desempenho de hélices de pequenas dimensões ao variar o número de Reynolds. Assim, para a hélice DA 4002 adotada para comparação, os autores realizaram ensaios em túnel de vento variando-se o avanço (alterando a velocidade do vento no túnel, conforme equação 3.4) e especificando rotações de 2000 rpm, 3000 rpm, 4000 rpm e 5000 rpm para a hélice.

Os parâmetros aerodinâmicos necessários para implementação do problema no QProp não foram fornecidos por Deters, Ananda e Selig (2014), apesar de especificarem qual aerofólio foi adotado e apresentarem os gráficos aerodinâmicos. Neste trabalho optou-

se por utilizar o XFOIL para gerar outra curva polar, por conveniência na manipulação dos dados e aproximação de uma curva do 2º grau representativa.

Assim, o primeiro passo é encontrar os coeficientes aerodinâmicos para o aerofólio SDA1075, utilizando o software XFOIL. Os pontos que determinam este aerofólio encontram-se na Tabela 13 do Anexo A, enquanto a representação geométrica extraída do XFOIL pode ser vista na figura 37.

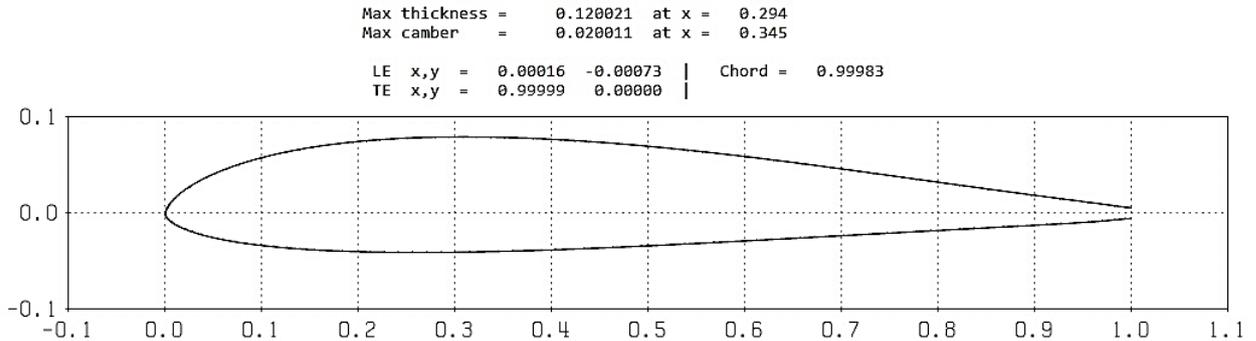


Figura 37 – Aerofólio SDA1075

Fonte: O autor

Tal como visto na Seção 3.2, a curva polar de arrasto e linear de sustentação são suficientes para caracterizar os esforços aerodinâmicos de um aerofólio que sejam necessários ao QProp. Assim, é necessário simular para vários ângulos de ataque do aerofólio SDA1075 o escoamento a um determinado número de Reynolds que servirá de referência ao QProp.

O número de Reynolds é obtido pela equação 3.6, onde o valor da corda  $c$  equivale a  $0,18R$  e a velocidade  $V$  é aferida na seção de interesse da hélice, geralmente a 75% de  $R$ , de acordo com a equação 3.7. Restaria obter os valores de densidade específica e viscosidade do ar, e, para o presente estudo, bastaria replicar os valores aferidos durante o ensaio experimental.

Entretanto, Deters, Ananda e Selig (2014) não deixam estes valores diretamente especificados no artigo citado. De fato, estes autores preferiram publicar diretamente os valores de Reynolds aferidos a 75% de  $R$ . Optou-se então, para esta dissertação, utilizar-se de valores de viscosidade e densidade que garantissem um valor de Reynolds igual a 61800 quando a hélice estiver a 5000 rpm, tal como encontrado na referência.

Adotar  $\rho$  igual a  $1,18 \text{ kg/m}^3$  e  $\mu$  igual a  $1,763 \times 10^{-5}$  permite utilizar valores factíveis à realidade e que garantem o mesmo número de Reynolds encontrado pelos autores do ensaio. Entretanto, simular o aerofólio em questão a este baixo número de Reynolds geraria um gráfico com grande perturbação, devido ao efeito de bolha de separação laminar. McGranahan e Selig (2003) afirmam que este efeito proporciona a um aerofólio, para menores valores de Reynolds, menores valores de sustentação e maiores valores de arrasto.

Como a descontinuidade gerada na curva de arrasto polar dificultaria a aproximação em 2º grau necessária ao QProp, optou-se por considerar um valor de Reynolds igual a 82400, referente às mesmas constantes citadas anteriormente, mas agora na seção a 100% de  $R$ . Esta alteração foi suficiente para gerar uma curva consistente e aplicável ao QProp. Tal artifício é possível já que o programa corrige as constantes aerodinâmicas de acordo com o Reynolds local em cada seção.

O aerofólio modelado no XFOil foi submetido a uma variação de ângulos de ataque negativos e positivos, que gerassem pontos suficientes para a curva. Além destes dados, é inserido no XFOil o número de Mach, que para este exemplo é igual a 0,176 na mesma seção de cálculo do número de Reynolds. Os dados são armazenados em um arquivo de saída, e foi extraído o trio de valores  $\alpha$ ,  $C_L$  e  $C_D$  resultantes das simulações.

O resultado encontrado para o aerofólio estudado pode ser visto na figura 38, em que foram traçados não só os dados de saída do XFOil, como também as curvas de aproximação e linhas auxiliares para demarcar a interceptação com as abscissas e ordenadas dos pontos de interesse. Os parâmetros aerodinâmicos necessários, conforme mostrado na Figura 35, foram extraídos dos gráficos e encontram-se resumidos na Tabela 3.

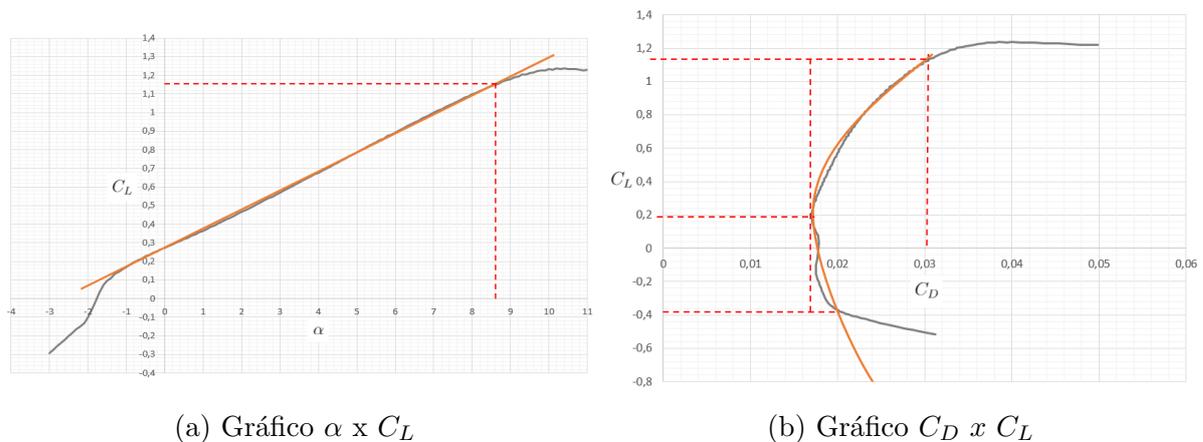


Figura 38 – Gráficos aerodinâmicos do aerofólio SDA1075

Fonte: O autor

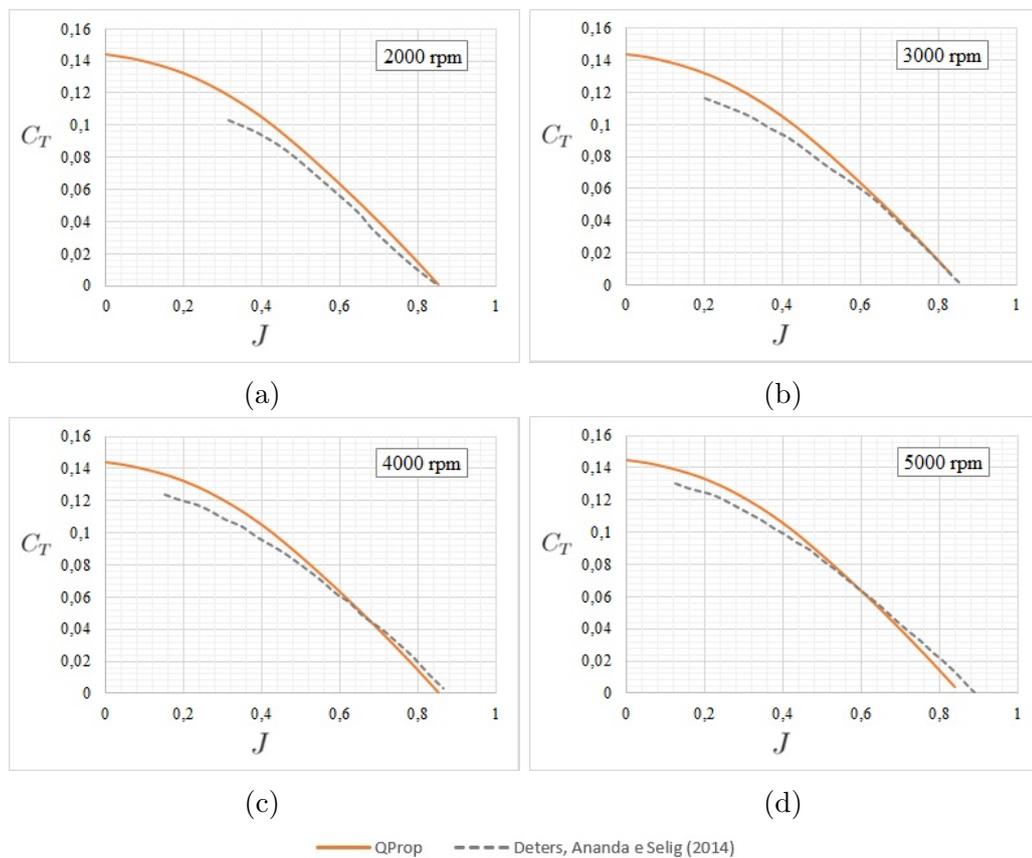
Após a análise aerodinâmica do aerofólio, procede-se à utilização do QProp. Foi criado o arquivo de entrada considerando as constantes da Tabela 3, discretizando a hélice DA4002 em 15 seções, com valores de corda e ângulo de torção de acordo com o gráfico da Figura 36, descontando a raiz da hélice de 1,35" (34,29 mm) de raio. As rotações de cálculo foram as mesmas utilizadas no experimento, variando a velocidade de 0 até 20 m/s, embora tenha-se atingido tração negativa antes desta velocidade máxima.

Os resultados obtidos com as simulações foram expressos na forma de gráficos que relacionem a razão de avanço com o coeficientes de tração e potência. As Figuras 39 e 40 comparam respectivamente os valores de  $C_T$  e  $C_P$  obtidos pelo QProp com os resultados de Deters, Ananda e Selig (2014), para as 4 velocidades de rotação da hélice.

Tabela 3 – Parâmetros aerodinâmicos do aerofólio SDA1075

PARÂMETRO	VALOR
Mach	0,176
CLMax	1,2
CLCDO	0,16
CLMin	-0,38
CD0	0,0167
$\Delta CL$	1,04
$\Delta CD$	0,0171
$CD2 = \Delta CD / (\Delta CL^2)$	0,0158
CL0	0,265
$\Delta\alpha(\text{rad})$	0,1571
$Cl_a = \Delta CL / \Delta\alpha$	6,6208

Fonte: O autor

Figura 39 – Gráfico  $J \times C_T$  da hélice DA4002

Fonte: O autor

Observa-se que os resultados obtidos para previsão de desempenho de tração da hélice DA4002 foram satisfatórios, ficando bem próximos dos valores encontrados experimentalmente pela referência. Ainda assim, é possível notar nas figuras 39.a e 39.b que houve uma pequena divergência nos valores encontrados para baixos valores de  $J$ . De fato, os modelos analíticos oriundos dos desenvolvimentos de Theodorsen (1948) e Larrabee (1975)(1979) costumam apresentar este tipo de comportamento para pequenos avanços e altos carregamentos, mas que ainda assim não descredibilizam os resultados obtidos.

Outro aspecto a se observar é a diferença obtida entre a curva da referência e do QProp para diferentes velocidades de rotação. Para maiores valores destes, as seções das hélices estarão submetidas a escoamentos de maiores valores de Reynolds, e com isto o QProp representa com maior aproximação os resultados experimentais. Tal comportamento deve-se ao efeito mencionado anteriormente de surgimento de bolha de separação laminar para baixos valores de Reynolds, já que o QProp não prevê este fenômeno. Como este efeito diminui os valores reais de sustentação do aerofólio presente na seção da hélice, é esperado que os resultados obtidos no QProp sejam ligeiramente superiores aos reais para o caso estudado, principalmente para maiores rotações, como representado nas figuras 39.c e 39.d.

Os efeitos mencionados acima são pertinentes ao mostrar a importância em se considerar uma margem de segurança no dimensionamento de uma hélice, bem como a necessidade de testes experimentais mesmo após simulações. Ao especificar um valor de tração desejado à aeronave, é importante ter conhecimento de que os valores obtidos em softwares analíticos e os experimentais podem divergir devido a perdas não esperadas na etapa de desenvolvimento.

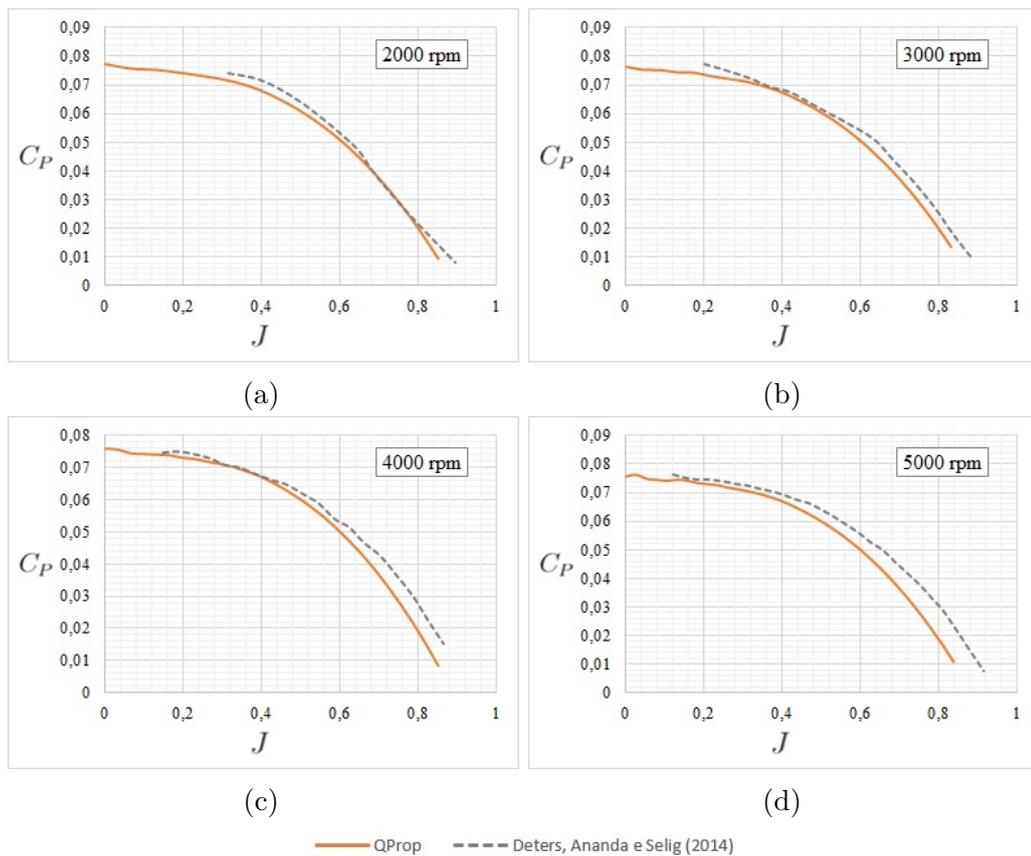


Figura 40 – Gráfico  $J \times C_P$  da hélice DA4002

Fonte: O autor

Os resultados previstos pelo QProp para o coeficiente de potência  $C_P$  também foram satisfatórios. É possível observar pela Figura 40.a que os resultados foram quase

coincidentes para boa parte dos valores de  $J$ , sendo os valores experimentais superiores apenas para menores valores de avanço.

Em contraste com o que ocorreu com os gráficos de  $C_T$ , é esperado que os valores experimentais apresentem valores de  $C_P$  superiores aos calculados pelo QProp. Tal fato explica-se pela perda que pode existir nos métodos de aferição experimental da potência da hélice, bem como por perdas localizadas na raiz e cubo da hélice.

É perceptível em todos os gráficos da Figura 40 que para maiores valores de avanço, maior será a diferença entre os dois resultados. Este comportamento corrobora com a justificativa mencionada, uma vez que velocidades maiores produzirão maiores valores de arrasto, principalmente em regiões com baixa eficiência aerodinâmica.

Por fim, a figura 41 relaciona as eficiências obtidas pelo QPROP, calculadas pela equação 3.5, e pelo estudo de referência. Nota-se comportamento similar entre as curvas, mas com uma eficiência teórica superior à experimental. Tal comportamento é explicado pela combinação dos efeitos citados anteriormente acerca das diferenças teórico-experimentais de  $C_T$  e  $C_P$ .

De fato, percebe-se que para menores valores de Reynolds, tal como ocorria para o gráfico de  $C_T$ , as diferenças entre os resultados serão mais evidentes. A diferença absoluta entre a máxima eficiência obtida a 2000 rpm pelo QProp e a obtida experimentalmente sob a mesma velocidade de rotação é de aproximadamente 11,6%. Já para a velocidade de 5000 rpm, esta mesma diferença é de 8,4%.

Com os dados expostos, conclui-se que o QProp, mesmo com os efeitos de baixo número de Reynolds, foi capaz de prever o desempenho da hélice DA4002 com precisão aceitável. Atenção especial deve ser dada à simulação aerodinâmica no XFoil, para evitar que a aproximação da curva polar efetuada não proporcione diferenças nos resultados do QProp, principalmente acerca do efeito de bolha de separação laminar.

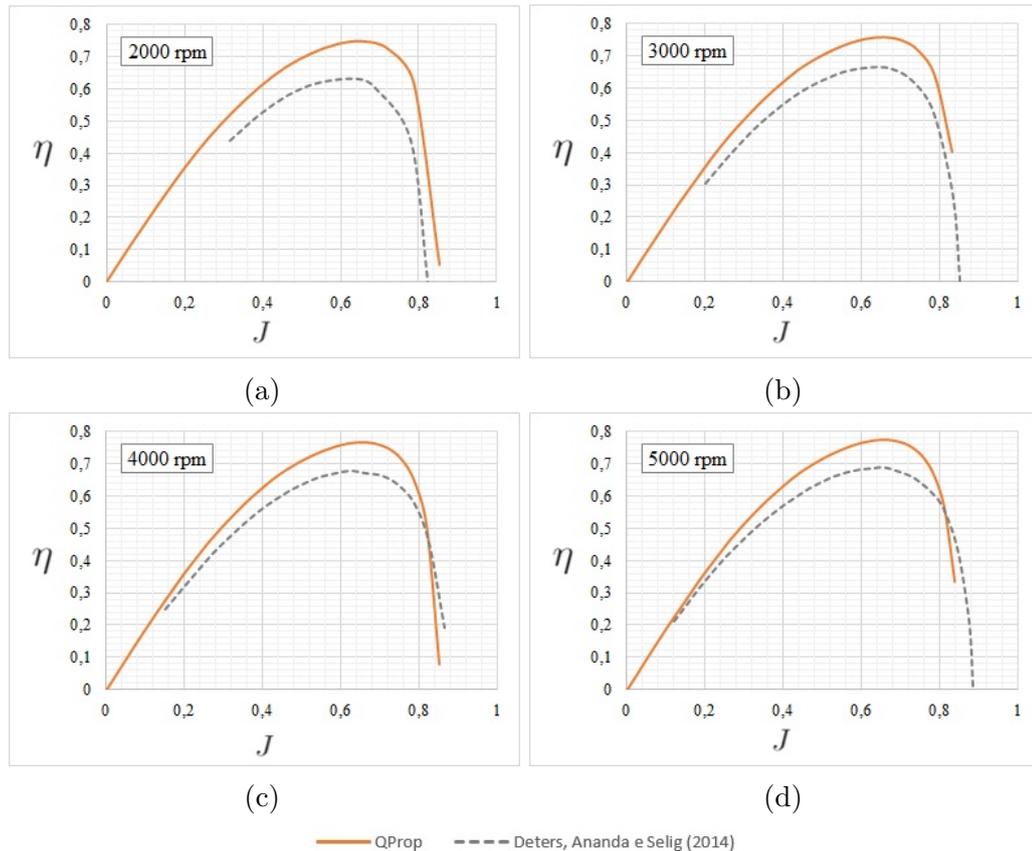


Figura 41 – Gráfico  $J \times \eta$  da hélice DA4002

Fonte: O autor

## 4.2 Hélice Purdue

O segundo exemplo abordado neste trabalho tem como finalidade apontar uma deficiência encontrada na utilização do QProp durante as pesquisas realizadas no GCEME da UFJF. Para tal, serão utilizados como referência os ensaios experimentais realizados na universidade de Purdue, em 1989, por Witkowski, Lee e Sullivan (1989). Além destes autores, Barbosa (2009) deu continuidade aos estudos desta hélice, fornecendo outras possibilidades comparativas.

A hélice ensaiada será tratada neste trabalho como hélice Purdue, tal como mencionado pela referência (WITKOWSKI; LEE; SULLIVAN, 1989). Esta hélice foi desenvolvida para estudo de interação entre hélice e asas, avaliando o efeito da esteira de vórtices sobre asas a jusante. Ainda que este não seja o caso abordado neste trabalho, os estudos específicos da hélice proporcionam informações suficientes para replicar o modelo via QProp, na expectativa de prever o desempenho desta.

A geometria desta hélice é simples, contando com duas pás. Apresenta corda constante de 2" (50,8 mm), diâmetro de 12" (304,8 mm), diâmetro interno para fixação do cubo de 2" (50,8 mm) e apresenta ângulo de torção geométrica obedecendo a seguinte

distribuição:

$$\beta(x) = 85,2 - \frac{105,08}{2}x - \frac{338,8}{4}x^2 + \frac{1351,4}{8}x^3 - \frac{1271,84}{16}x^4 + 1,1 \quad (4.1)$$

sendo:  $x = r/R$ , sendo  $r$  referente ao raio na seção de cálculo de  $\beta$ .

A seção de aerofólio é constante para toda a hélice, apresentando regra de formação NACA, especificamente a NACA 0010, mostrado na figura 42. Assim como realizado pela referência, foi simulado o escoamento com número de Reynolds  $10^5$ , dentro do limite de escoamento caracterizado como baixo Reynolds.

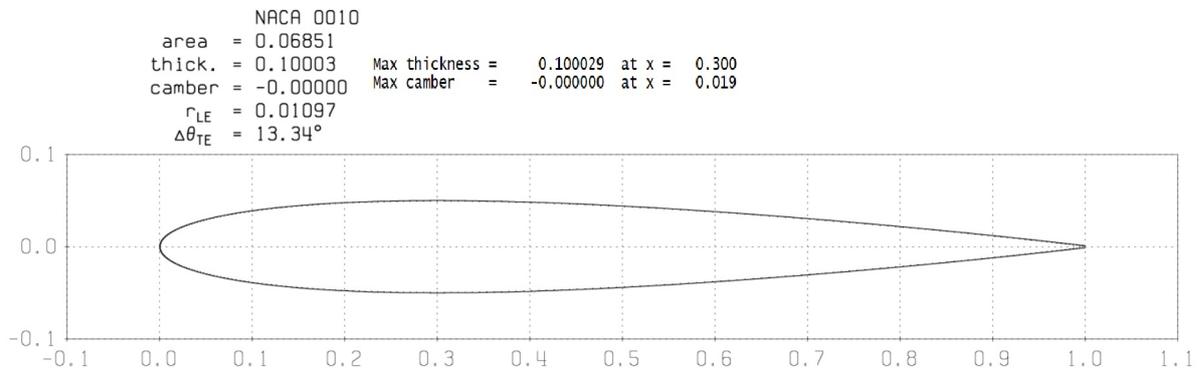


Figura 42 – Aerofólio NACA 0010

Fonte: O autor

O resultado desta simulação pode ser visto na figura 43. Percebe-se que o gráfico de sustentação 43.a não pode ser corretamente aproximado por uma reta na região compreendida entre  $-3^\circ < \alpha < 3^\circ$ . Conseqüentemente, o gráfico de curva polar 43.b também apresentará comportamento anômalo.

Este comportamento é característico de perfis simétricos de aerofólios, onde o ponto de separação concentra-se na ponta do perfil e ocasiona um acréscimo súbito de pressão local e arrasto. Anderson (2010) aponta que nestas condições, a análise do perfil submetido a baixos valores de  $\alpha$  produzirão este efeito, normalizando para maiores valores. Conseqüentemente, a predição de desempenho deste aerofólio poderá ser comprometida pela falta de acurácia da reta e curva aproximada pelo método de Drela (2006).

Ressalta-se que a utilização de números de Reynolds superiores ou inferiores ao adotado neste exemplo produzirão o mesmo efeito descontínuo nesta região, uma vez que o efeito é ocasionado pelo perfil aerodinâmico, e não pelas propriedades do escoamento.

Para atestar esta condição, o estudo de Witkowski, Lee e Sullivan (1989) continuou sendo analisado, tendo-se extraído as constantes aerodinâmicas e as reescrito na tabela 4. Observa-se que o valor de Mach encontra-se dentro do limite de compressibilidade do ar, estabelecido no Capítulo 2, de Mach inferior a 0,4.

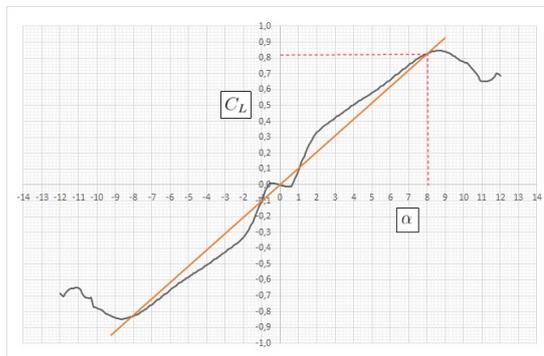
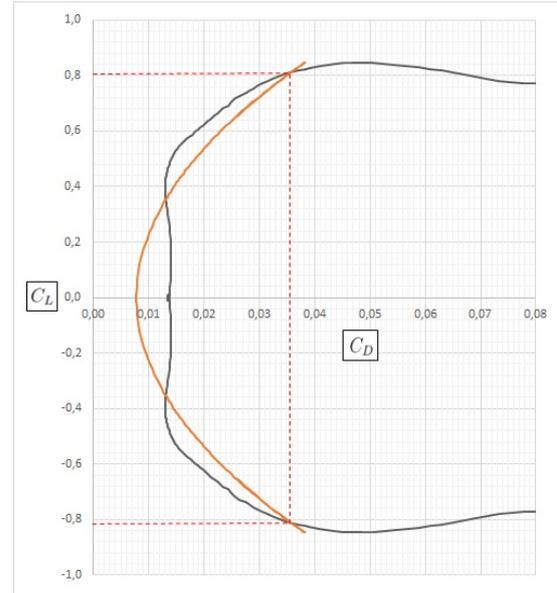
(a) Gráfico  $\alpha \times C_L$ (b) Gráfico  $C_D \times C_L$ 

Figura 43 – Gráficos aerodinâmicos do aerofólio NACA 0010

Fonte: O autor

Tabela 4 – Parâmetros aerodinâmicos do aerofólio NACA 0010

PARÂMETRO	VALOR
<b>Mach</b>	0,117
<b>CLMax</b>	0,815
<b>CLCDO</b>	0
<b>CLMin</b>	-0,815
<b>CD0</b>	0,0075
<b><math>\Delta CL</math></b>	0,815
<b><math>\Delta CD</math></b>	0,028
<b><math>CD2 = \Delta CD / (\Delta CL^2)</math></b>	0,0422
<b>CL0</b>	0
<b><math>\Delta\alpha(\text{rad})</math></b>	0,1396
<b><math>Cl_a = \Delta CL / \Delta\alpha</math></b>	5,8370

Fonte: O autor

Em seus ensaios, Witkowski, Lee e Sullivan (1989) variam a rotação de ensaio da hélice para , mantendo-se as demais condições de operação, extrair diferentes valores de  $J$ . Por esta razão, realizou-se o mesmo com o QProp, extraindo-se os coeficientes de desempenho da hélice.

Concomitante ao estudo analítico desenvolvido no GCEME, Oliveira (2019) realizou estudos em hélices abordando-os através do CFD. Suas simulações foram realizadas utilizando os programas ANSYS/CFX e OpenFOAM, utilizando modelos de turbulência variados. Para fins de validação, seu trabalho também apresenta o estudo da hélice Purdue, e por esta razão, também será utilizado nos gráficos comparativos de desempenho deste trabalho. Foram adotados sempre os melhores resultados obtidos pelo autor, a título de comparação com o modelo analítico.

O primeiro gráfico apresentado é o de desempenho  $C_T$ , da figura 44. Os dados referentes ao modelo de Roskam, Larrabee e Adkins foram retirados juntamente com o modelo experimental de Witkowski, Lee e Sullivan (1989).

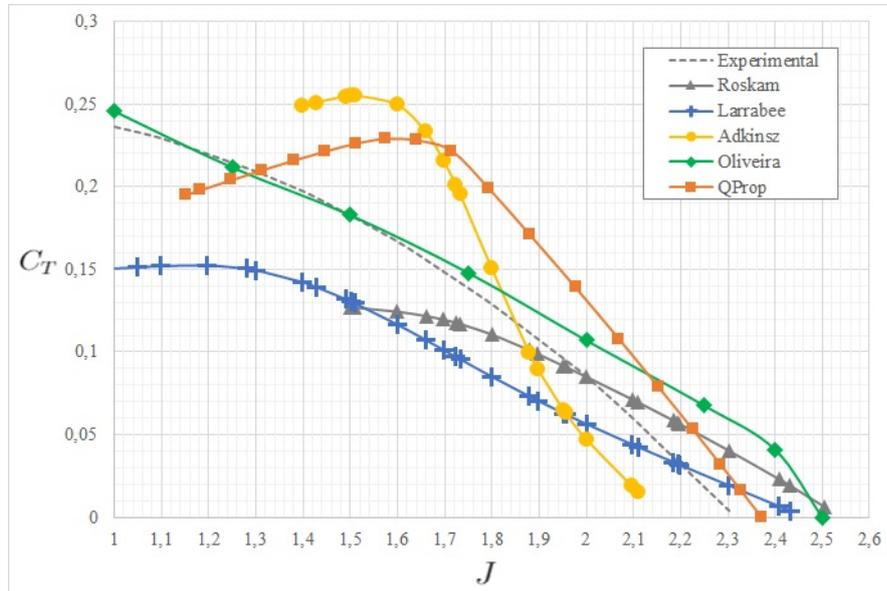


Figura 44 – Gráfico  $J \times C_T$  da hélice Purdue

Fonte: O autor

Percebe-se que para este exemplo, nenhum dos métodos analíticos aproximaram com exatidão a curva experimental da hélice, que apresenta comportamento uniforme em seu traçado. O QProp, por sua vez, apresenta um acréscimo contínuo de  $C_T$  até um avanço de 1,6, tendo forte decréscimo a partir deste ponto de inflexão.

Traçando-se o gráfico de  $C_P$ , na figura 45, percebe-se que o comportamento é similar ao encontrado para o coeficiente  $C_T$ . Novamente os dados encontrados pelo modelo numérico do ANSYS/CFX mostrou-se mais próximo ao experimental, enquanto a curva do QProp apresenta a mesma inflexão a partir de  $J = 1,6$ .

Por fim, foi traçada a curva de eficiência global  $\eta$  da hélice. Neste traçado, não há uma grande variação entre os resultados analíticos e o numérico. Ainda assim, é preciso ponderar que esta suposta aproximação do resultado deve-se à compensação dos erros encontrados nos valores de  $C_T$  e  $C_P$  quando aplicados na fórmula de eficiência 3.5, dando a falsa impressão de exatidão. A exceção encontra-se no resultado obtido pelo modelo de Adkins, mas a referência (WITKOWSKI; LEE; SULLIVAN, 1989) não apresentou justificativa para este comportamento em seus estudos.

Ao analisar as seções radiais destas simulações, constatou-se que para baixos valores de avanço, algumas destas sessões apresentavam coeficiente de sustentação local  $C_L$  inferiores a zero, contribuindo negativamente com o empuxo da aeronave. Em contrapartida, com altos valores de avanço, os valores de sustentação das sessões aproximam-se rapidamente do estol, atingindo o valor limite de  $C_L$  permitido pelo modelo de cálculo.

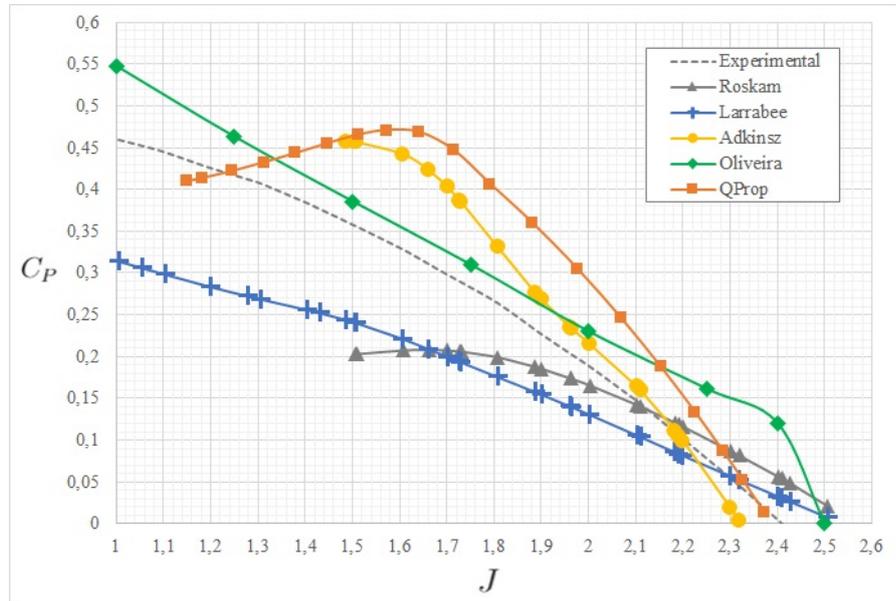


Figura 45 – Gráfico  $J \times C_P$  da hélice Purdue  
Fonte: O autor

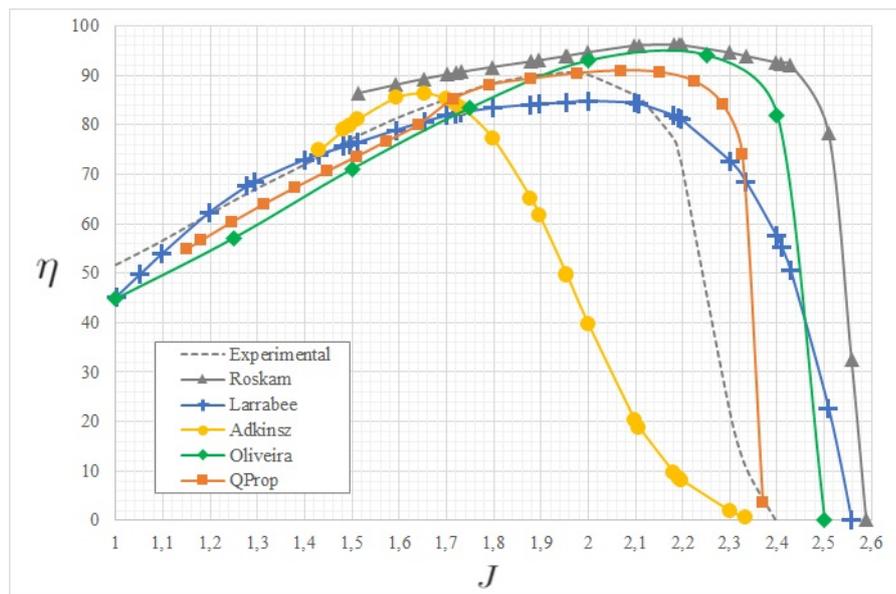


Figura 46 – Gráfico  $J \times \eta$  da hélice Purdue  
Fonte: O autor

Com estas observações, percebe-se que os métodos analíticos não aproximam com eficiência os resultados obtidos a partir de perfis de aerofólios simétricos, uma vez que as curvas aerodinâmicas não são aproximadas corretamente. Nota-se ainda que os gráficos de  $C_T$  e  $C_P$  evidenciaram uma proximidade entre os resultados adquiridos pelo modelo de Adkins e pelo QProp. Esta proximidade é justificável, já que a mesma teoria de BEMT é utilizado em ambos os algoritmos.

### 4.3 Hélice Rupert 66 x 44

Este estudo tem como objetivo a análise de uma hélice da fabricante Rupert Aeronaves. Esta escolha deve-se à necessidade do GCEME da UFJF em adquirir uma hélice para os estudos desenvolvidos no programa e, posteriormente, utilizá-la em testes com motores híbridos. Após o levantamento de fabricantes com hélices compatíveis com este sistema de propulsão, a Rupert foi uma das empresas selecionadas para este fornecimento.

No site da fabricante, foi encontrada uma hélice com dimensões 66" x 44" (167,6 cm x 111,8 cm), cujo desenho técnico encontra-se representado na figura 47. A fim de avaliar a possibilidade de sua utilização nos futuros testes do programa, têm-se a necessidade estimar a eficiência global deste dispositivo, o empuxo estático fornecido e o torque estático de operação.

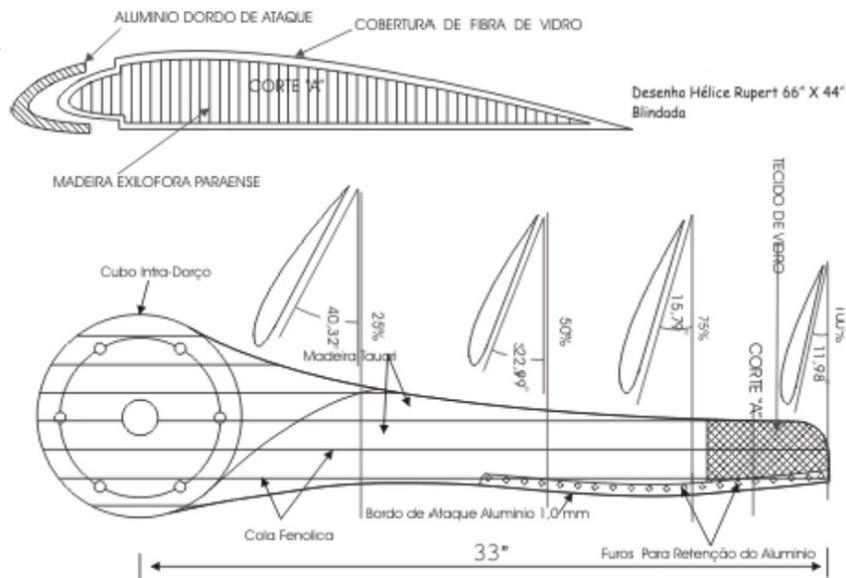


Figura 47 – Desenho técnico da hélice Rupert 66" x 44"  
Fonte: Adaptado de Rupert Aeronaves (2010)

Uma possibilidade de utilização do QPROP que o destaca entre outros programas de estudo analítico é a capacidade de obter os valores de empuxo e torque estáticos da hélice com boa precisão. Esta condição de operação é definida quando a hélice encontra-se indeslocável, para diferentes rotações a que possa ser submetida. Tal previsão é importante não só para operações de decolagem, como também é uma importante fonte de informações

para o dimensionamento de bancadas de ensaio estático, tal como será desenvolvido no GCEME da UFJF.

Com os valores obtidos pela previsão, é possível dimensionar corretamente sensores utilizados na bancada de testes, com base nos esforços usuais da hélice. Mais ainda, tais valores darão as características necessárias do motor a ser utilizado nos ensaios, que permita uma maior faixa de testes para o conjunto motor/hélice.

Similar ao realizado no estudo da hélice DA4002, deve-se primeiramente conhecer as propriedades do aerofólio que compõe as seções da hélice. Entretanto, as únicas informações conhecidas são as fornecidas pelo desenho técnico, e demonstram-se insuficientes para a replicação da hélice com exatidão.

A solução adotada pelo GCEME foi a de reproduzir a geometria completa da hélice, desenhando-a com o auxílio do programa SolidWorks. Com isto, pôde-se repartir as seções necessárias de análise com seus respectivos tamanhos de corda obtidos por escala das projeções do desenho técnico. O resultado obtido pode ser visto na Figura 48, sendo adotado o mesmo perfil de aerofólio para todas as sessões radiais. Este perfil encontra-se representado na Figura 49, com suas coordenadas definidas na tabela 14 do Anexo A.



Figura 48 – Vista Frontal da reprodução da hélice Rupert 66'' x 44''  
Fonte: O autor

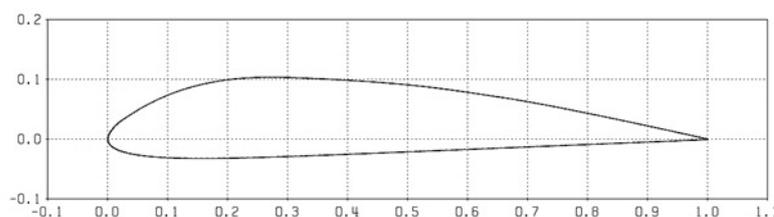


Figura 49 – Aerofólio utilizado na hélice Rupert 66'' x 44''  
Fonte: O autor

Novamente são obtidos os parâmetros aerodinâmicos com o auxílio do XFOIL, considerando-se uma altitude de 700m e temperatura ambiente de  $22^{\circ}C$  para a cidade de Juiz de Fora, que definem as propriedades físicas do ar. Será considerado um número de Reynolds  $1,21 \times 10^6$ , que representa o número de Reynolds atuante da seção  $r/R$  de 75%.

Os resultados aerodinâmicos encontrados foram novamente avaliados com os gráficos da curva polar de arrasto e a curva de sustentação, vistas na Figura 50. Os parâmetros aerodinâmicos de entrada do QProp encontram-se na Tabela 5.

Ao contrário do que se tinha no estudo da hélice DA4002, não existem referências para comparação dos resultados obtidos, por se tratar de um novo estudo do GCEME. Para

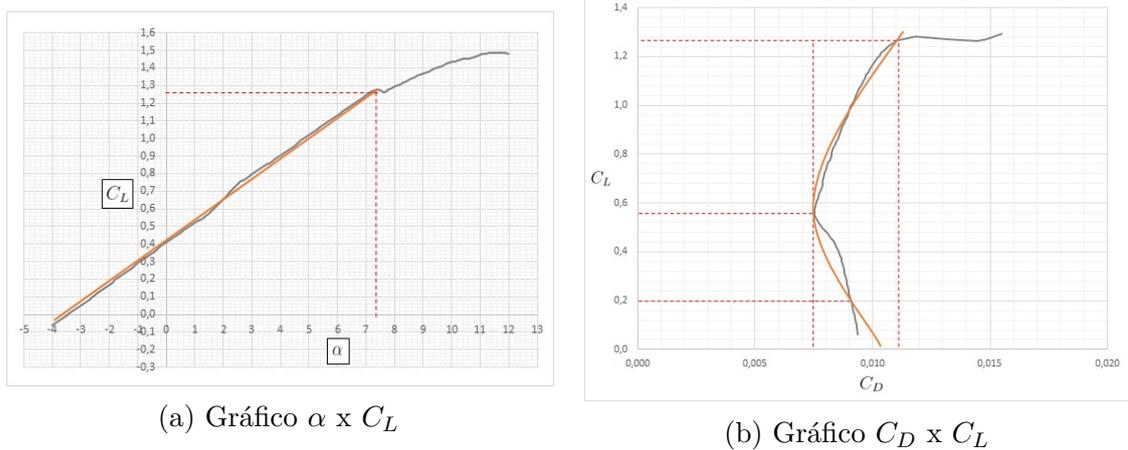


Figura 50 – Gráficos aerodinâmicos do aerofólio utilizado na hélice Rupert 66” x 44”  
Fonte: O autor

Tabela 5 – Parâmetros aerodinâmicos do aerofólio na hélice Rupert 66” x 44”

PARÂMETRO	VALOR
<b>Mach</b>	0,350
<b>CLMax</b>	1,27
<b>CLCD0</b>	0,56
<b>CLMin</b>	0,2
<b>CD0</b>	0,0074
<b><math>\Delta CL</math></b>	0,86
<b><math>\Delta CD</math></b>	0,0046
<b><math>CD2 = \Delta CD / (\Delta CL^2)</math></b>	0,0062
<b>CL0</b>	0,41
<b><math>\Delta\alpha(\text{rad})</math></b>	0,1290
<b><math>Cl_a = \Delta CL / \Delta\alpha</math></b>	6,6677

Fonte: O autor

avaliar a eficiência da hélice, o gráfico gerado variou o avanço da hélice para simulações com rotações de 1000 *rpm*, 2000 *rpm*, 3000 *rpm*, 4000 *rpm* e 5000*rpm*. O resultado desta simulação pode ser vista na figura 51.

Percebe-se que para esta hélice, voos que apresentarem um regime de operação entre 1000 e 3000 *rpm* apresentarão um comportamento de eficiência similar para os mesmos avanços, sendo esta a faixa de operação recomendada. Para velocidades angulares de 5000 *rpm* ou maiores, a eficiência global da hélice sofre um decréscimo contínuo que inviabiliza sua utilização.

A próxima simulação no QPROP consiste em aplicar a mesma hélice submetida a várias faixas de rotações em regime estático, extraíndo-se os valores de empuxo e torque estimados, com as mesmas constantes atmosféricas da última simulação. Os valores encontrados podem ser vistos na Figura 52.

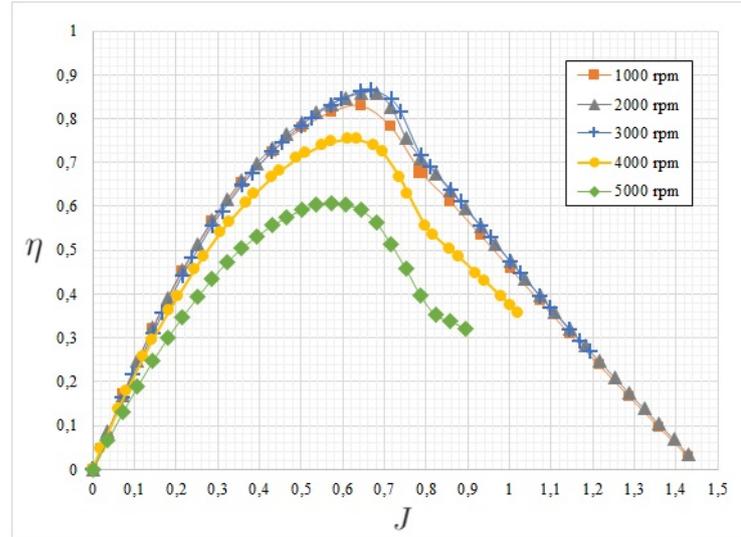


Figura 51 – Eficiência para diferentes rotações da hélice Rupert 66'' x 44''  
Fonte: O autor

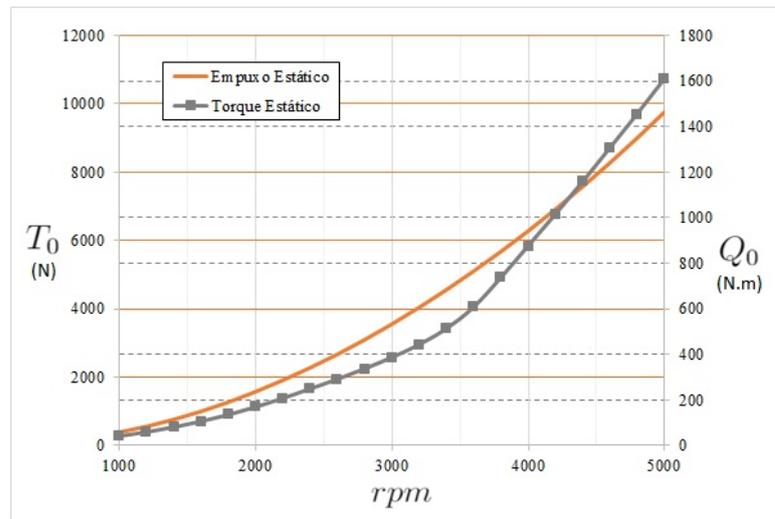


Figura 52 – Empuxo e torque estáticos da hélice Rupert 66'' x 44''  
Fonte: O autor

É possível perceber que, como esperado, o empuxo e o torque estático aumentam a medida que se aumenta a rotação da hélice, demandando cada vez mais torque e diminuindo a relação  $T/Q$  da hélice. Assumindo que a faixa de operação ótima da hélice seja entre 1000 e 3000 *rpm*, assume-se que o valor máximo de empuxo e torque demandados nos ensaios do GCEME corresponderão à uma faixa de operação máxima de 3000 *rpm*. Para tal, os valores máximos serão:

$$T_{0 \max} = 3543 \text{ N}$$

$$Q_{0 \max} = 386,1 \text{ N.m}$$

#### 4.4 Hélice Rupert 56 x 26

Outra opção de hélice fornecida pela Rupert ao GCEME é a hélice de dimensões 56" x 26", sob a promessa de fornecer bons resultados de empuxo com menores valores de torque. Entretanto, esta hélice não apresentava valores padrões de referência nem desenho técnico que auxiliassem na aproximação geométrica por softwares de desenhos.

Segundo a fabricante, as sessões de aerofólio utilizadas nas hélices são as mesmas. Com esta informação, os envolvidos na pesquisa do GCEME optaram por aproximar a geometria desta hélice com apenas três informações básicas: o raio total, o passo da hélice e a sessão do aerofólio. O valor de corda adotado para cada sessão radial foi aproximado por interpolação linear em relação à corda obtida pelo desenho técnico da hélice Rupert do subcapítulo 4.3.

A conversão de passo  $p$  para distorção angular  $\beta$  é realizada pela simples consideração de que, para dada distância percorrida pela hélice, existe uma distorção angular para cada posição radial que forneça o mesmo avanço e, portanto, mantenha o equilíbrio da hélice. Esta equação é dada por:

$$\beta = \arctan\left(\frac{p}{2\pi r}\right) \quad (4.2)$$

Com esta conversão, o problema desta hélice torna-se semelhante ao realizado no subcapítulo 4.3, utilizando o mesmo perfil aerodinâmico e, conseqüentemente, os mesmos parâmetros aerodinâmicos da tabela 5. Apesar do número de Reynolds a  $r/R$  igual a 75% variar de uma hélice para outra, a pequena diferença de dimensões é compensada pela ponderação de Reynolds adotada no QProp.

Dadas estas considerações, é realizada a simulação a diferentes rotações, variando-se o avanço. O resultado obtido é visto na figura 53, e novamente evidencia que rotações próximas de 5000 *rpm* impactam negativamente na eficiência. Entretanto, observa-se que a 4000 *rpm* obtem-se eficiências globais próximas às menores rotações. Por esta razão, será adotada uma faixa de operação ótima entre 1000 e 4000 *rpm*.

Por fim, simula-se a hélice para o caso estático de ensaios do GCEME. O resultado pode ser observado na figura 54, em que o comportamento de acréscimo acentuado do torque para maiores valores de rotação angular é novamente observado.

Assumindo-se a faixa de operação até 4000 *rpm*, têm-se os seguintes valores estáticos máximos:

$$\begin{aligned} T_{0 \max} &= 3012 \text{ N} \\ Q_{0 \max} &= 241,8 \text{ N.m} \end{aligned}$$

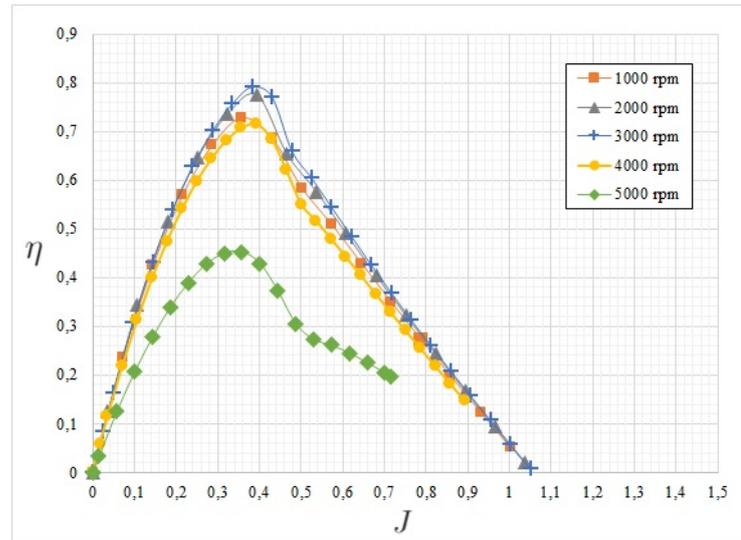


Figura 53 – Eficiência para diferentes rotações da hélice Rupert 56'' x 26''  
Fonte: O autor

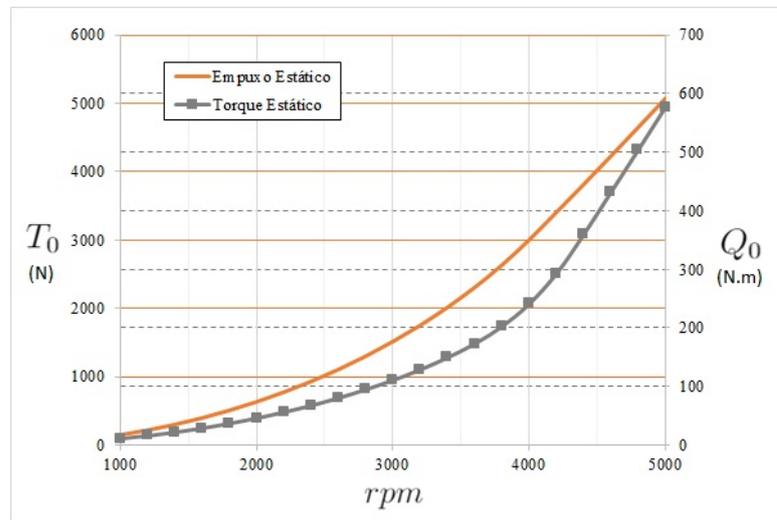


Figura 54 – Empuxo e torque estáticos da hélice Rupert 56'' x 26''  
Fonte: O autor

Nota-se que, dentro da faixa aceitável de operação, de fato existe uma relação  $T/Q$  superior da hélice de 56'' quando comparada com a hélice de 66''. Entretanto, as eficiências globais da hélice 56'' são inferiores por demandarem maior potência de operação.

Para fins de estudo no GCEME, foi estabelecido que a hélice a ser adquirida é a 56'' x 26'', por ser mais compacta que a outra alternativa. Acrescenta-se ainda que o motor adquirido pelo programa operará em testes de até 3000 rpm, com sensores capazes de mensurar empuxo de até 2000 N. Para esta faixa de operação, a hélice atende ao máximo permitido, tendo:

$$\begin{aligned} T_{0 \ 3000} &= 1523 \text{ N} \\ Q_{0 \ 3000} &= 111,3 \text{ N.m} \end{aligned}$$

## 4.5 Exemplo de hélice de Adkins e Liebeck

Após a utilização consolidada do QProp, é preciso validar também a funcionalidade do QMil e a eficiência das hélices produzidas por este programa. Para tal, é realizado o estudo de uma hélice dimensionada por Adkins e Liebeck (1994) em seu artigo, comparando-se a geometria proposta por estes autores e a geometria fornecida pelo QMil.

A proposta é criar uma hélice com perfil de aerofólio constante NACA 4415, com todos os parâmetros definidos pela tabela 6. Apesar da referência fornecer as medidas em pés, realizou-se a conversão para metros, tal como é realizada a entrada de dados do QMil. O coeficiente local de sustentação  $C_L$  é dado constante para todas as seções, com  $C_L = 0,7$ .

PARÂMETROS COMUNS	VALOR
Velocidade (m/s)	49,17
Pás	2
Raio Hub (m)	0,15
Raio Hélice (m)	0,8763
Seção Hélice	NACA 4415
Reynolds Aerofólio	500.000
CL	0,7
Velocidade (m/s)	49,17
RPM	2400

Tabela 6 – Dados de dimensionamento de hélice de Adkins e Liebeck  
Fonte: Adkins e Liebeck (1994)

Apesar de importante, não foram referenciadas as condições atmosféricas para estimativa das propriedades do escoamento. Assim, foi estimado que o dimensionamento é realizado ao nível do mar, com temperatura ambiente de  $20^{\circ}C$ .

Para criar o arquivo de entrada do QMil, deve-se inicialmente estimar o comportamento aerodinâmico do aerofólio que compõe a hélice. Esta seção pode ser vista na figura 55, extraída do Xfoil. Para as simulações, foi utilizado o número de Reynolds de  $5 \times 10^5$ , assim como realizado por Adkins e Liebeck (1994).

Após a simulação, obtêm-se as curvas de sustentação e curva polar de arrasto da figura 56. Nota-se um comportamento regular e boa aproximação do método de Drela (2006), proporcionando as constantes aerodinâmicas da tabela 7.

Após a análise aerodinâmica, é criado o arquivo de entrada do QMil. Adkins e Liebeck (1994) adotam como parâmetro de dimensionamento a potência consumida pela hélice de  $70 \text{ HP}$ . Convertendo este valor para  $52,2 \text{ kW}$  e aplicando-o no arquivo de entrada, têm-se definidas todas as condições de cálculo necessárias para a execução do programa.

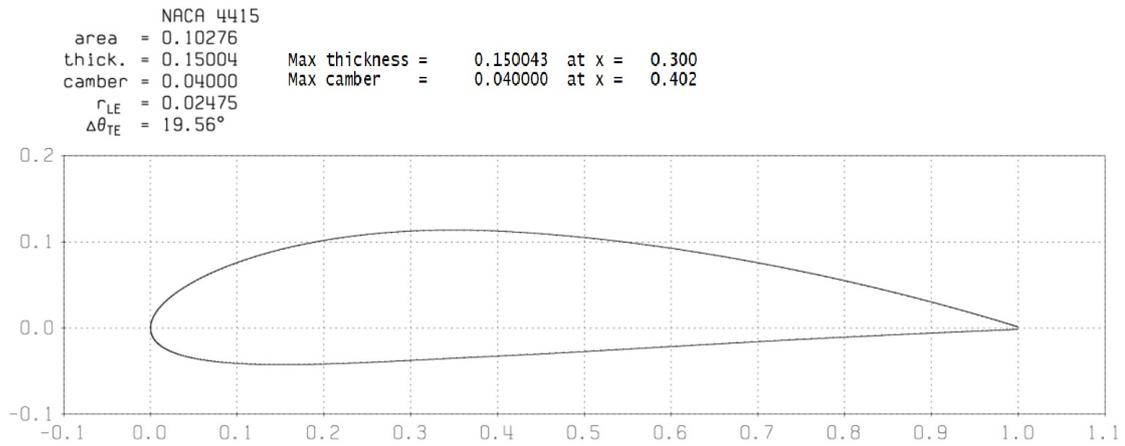


Figura 55 – Aerofólio NACA 4415

Fonte: O autor

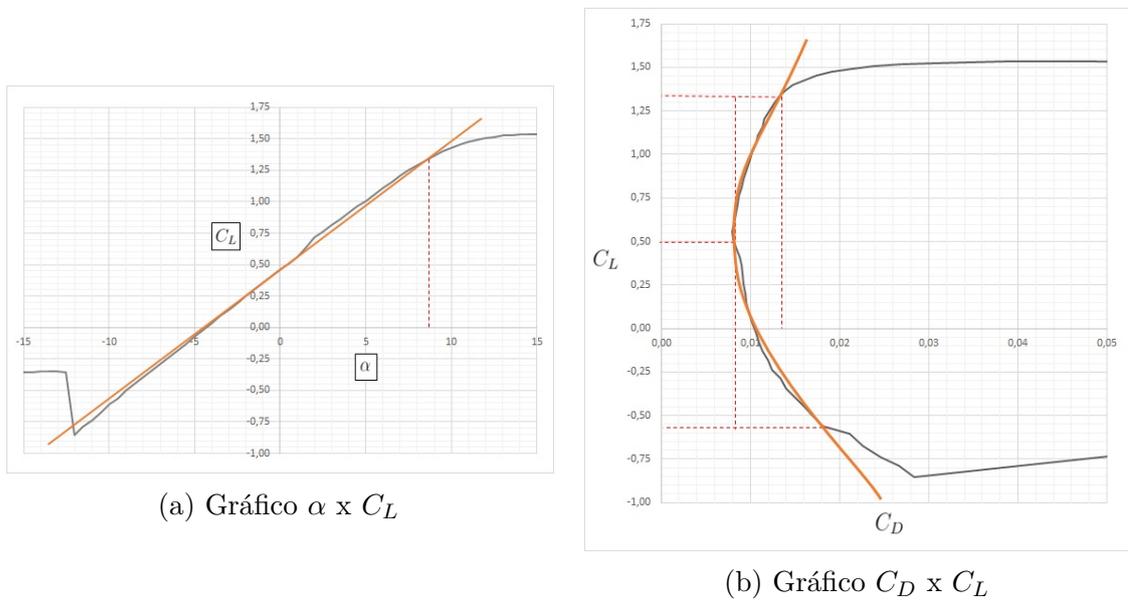


Figura 56 – Gráficos aerodinâmicos do aerofólio NACA 4415

Fonte: O autor

Tabela 7 – Parâmetros aerodinâmicos do aerofólio NACA 4415

PARÂMETRO	VALOR
<b>Mach</b>	0,150
<b>CLMax</b>	1,34
<b>CLCDO</b>	0,5
<b>CLMin</b>	-0,57
<b>CD0</b>	0,008
<b><math>\Delta CL</math></b>	0,84
<b><math>\Delta CD</math></b>	0,0055
<b><math>CD2 = \Delta CD / (\Delta CL^2)</math></b>	0,0078
<b>CL0</b>	0,45
<b><math>\Delta\alpha</math>(rad)</b>	0,1501
<b><math>Cl_a = \Delta CL / \Delta\alpha</math></b>	5,5963

Fonte: O autor

Gerada a geometria otimizada proposta pelo método MIL, extrai-se os valores de distorção angular  $\beta$  e corda  $c$  para comparação com os valores encontrados pelo dimensionamento de Adkins e Liebeck (1994). Os gráficos comparativos destas duas variáveis pode ser visto na Figura 57. Nota-se que os resultados foram próximos na maior parte das sessões radiais, com maiores diferenças nos valores de corda na região de raiz da hélice. Percebe-se ainda que Adkins e Liebeck (1994) orientam o dimensionamento da hélice para obter corda nula na ponta da pá, o que não é realizado no algoritmo de Drela (2006).

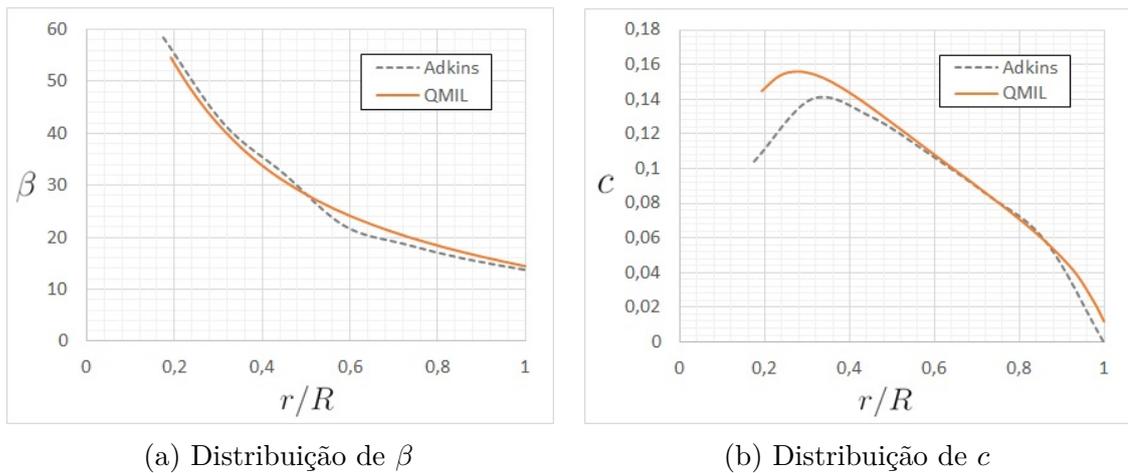


Figura 57 – Comparação entre as geometrias propostas para a hélice  
Fonte: O autor

Avaliando a eficiência da hélice obtida por ambos os métodos na condição de vôo de projeto, observa-se pela tabela 8 que os resultados entre os dois métodos de dimensionamento foram aproximadamente iguais, com performance ligeiramente melhor da hélice proposta pelo QMil, tanto na eficiência global quanto no torque produzido. Observa-se ainda que apesar do dimensionamento ter estimado uma potência demandada pela hélice, o QProp, ao simular a mesma condição de escoamento dimensionada, encontrou potência ligeiramente inferior do que a esperada. Ao observar as sessões radiais, percebe-se que esta diferença é em grande parte contribuída por oscilações na ponta da hélice, atribuído à correção de perda de ponta de Prandtl.

Tabela 8 – Desempenho das hélices dimensionadas

PARÂMETROS ADKINS	VALOR	PARÂMETROS QMIL	VALOR
Potência (kW)	52200	Potência (kW)	51890
Tração (N)	923,5	Tração (N)	929,5
$\eta$	0,86996	$\eta$	0,8809

Fonte: O autor

## 4.6 Hélice otimizada para o GCEME

A última simulação realizada neste trabalho é um indicativo das futuras aplicações do QMil para o GCEME da UFJF, em busca de parcerias que permitam o desenvolvimento de hélices otimizadas que sejam voltadas especificamente ao programa, com base nas necessidades de projeto.

Adotando o exemplo do subcapítulo 4.4, onde a hélice Rupert 56" x 26" foi estudada, utilizou-se o QMil para realizar o dimensionamento de uma hélice com aerofólio igual a utilizada anteriormente, disponível no Anexo A. Para tal, as propriedades aerodinâmicas de entrada no Xfoil, constadas na tabela 50, serão novamente utilizadas.

A hélice será dimensionada para o caso estático, com o mesmo raio e a mesma rotação de 3000 *rpm* de operação, a fim de propor uma hélice que tenha como principal objetivo, extrair o máximo de informações possíveis do motor com a máxima eficiência global do conjunto motor/hélice. Foi estimado  $C_L = 1,0$  para todas as sessões da hélice, e o empuxo de cálculo é 1523 N, mesmo valor encontrado a 3000 *rpm* na hélice Rupert.

A figura 58 evidencia que existe grande diferença entre a hélice atual e a proposta, principalmente pela condição de carregamento estático a qual estará submetida. Entretanto, a fim de manter o passo constante, nota-se que a diferença na distribuição de  $\beta$  é mínima.

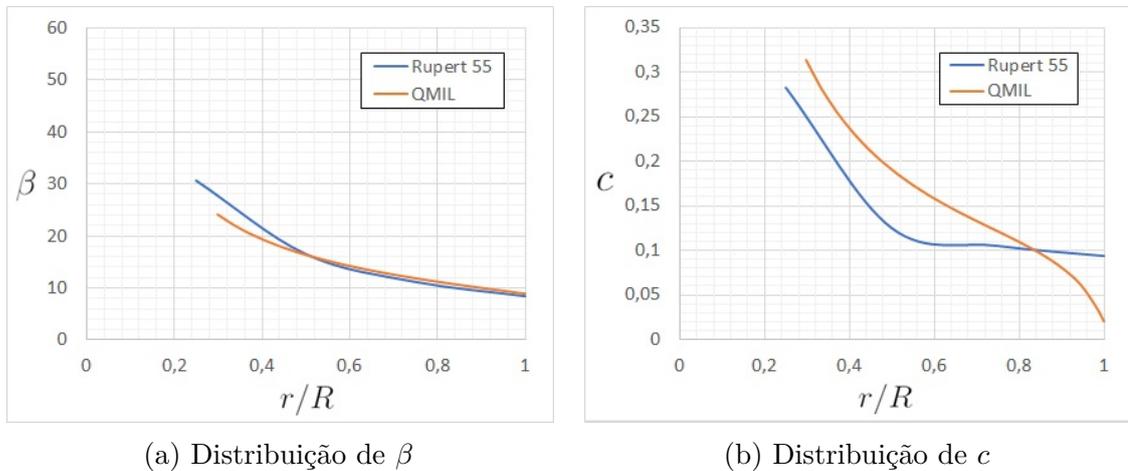


Figura 58 – Geometria da Rupert 56" x 26" atual e proposta  
Fonte: O autor

Para esta nova hélice, apesar de ser aparentemente igual à antiga, repara-se que nas sessões radiais existe uma melhor distribuição dos coeficientes locais de sustentação, deixando-os fora da zona de estol. Pela figura 59 é possível perceber como a geometria antiga apresenta uma região próxima de  $r/R = 0,25$  em completa situação de estol.

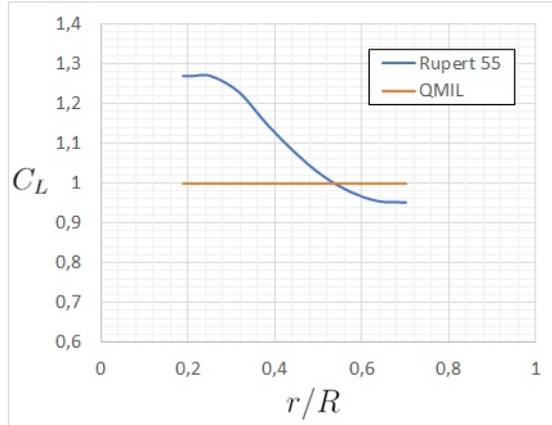


Figura 59 – Distribuição radial de  $C_L$   
Fonte: O autor

## 5 CONCLUSÃO

A metodologia utilizada pelo software QProp pode ser comparada com os trabalhos de Deters, Ananda e Selig (2014), validando os resultados encontrados com o QProp. Apesar de pequenas diferenças entre os dados experimentais e teóricos, os erros estão na mesma ordem de grandeza prevista por Klein (2017).

Apesar de ser uma ferramenta de predição de desempenho com grande eficácia, é preciso cuidado ao manipular as sessões de aerofólio que apresentam geometria simétrica, como no exemplo mostrado no subcapítulo 4.2. Notou-se que para estes casos, o QProp demonstrou-se deficiente nas aproximações aerodinâmicas necessárias ao funcionamento do modelo BEMT de análise de hélice.

O QProp foi capaz de estimar a tração das hélices Rupert 66"x44" e 56"x26", servindo como indicador para a predição da hélice comprada para a bancada de testes do GCEME. Ressalta-se, porém, que apesar dos esforços em se tentar reproduzir a hélice comercial apenas com desenhos técnicos, os resultados encontrados não podem ser tomados como precisos, visto que uma pequena aproximação nas definições aerodinâmicas da hélice pode acarretar em grandes diferenças nos valores de eficiência e tração encontrados.

A validação do uso do Qprop permitiu ainda o estudo do software QMil, que teve como objetivo o projeto de hélices otimizadas, de acordo com as especificações de utilização de projeto ou operação. Assim, é possível direcionar os esforços em análises para hélices que trarão maiores benefícios ao desenvolvimento da pesquisa e extensão no GCEME da UFJF.

O uso acoplado do QProp, QMil e CFD, formam uma ferramenta completa para a predição de hélices, abrangendo as etapas de anteprojeto, projeto e experimentação. Os métodos analíticos são capazes de direcionar os gastos computacionais em projetos mais promissores, poupando tempo de pesquisa e experimentos que seriam gastos em hélices de baixo desempenho, identificadas previamente pelos programas deste trabalho.

### 5.1 Propostas para Trabalhos Futuros

Espera-se que este trabalho seja apenas o primeiro de tantos outros que tenham como objetivo o desenvolvimento de soluções tecnológicas cada vez mais limpas para o meio ambiente, principalmente na área da aviação. Para tal, deixa-se neste trabalho a fundamentação teórica e as ferramentas para que novas propostas de cálculo e dimensionamentos atinjam níveis cada vez mais racionais e otimizados. Com esta perspectiva, os trabalhos futuros podem envolver o/a:

- Criação de algoritmos que simplifiquem a leitura e interpretação de dados aerodinâ-

nicos do XFOIL;

- Desenvolvimento de algoritmos genéticos que indiquem a melhor combinação possível de distribuição dos coeficientes locais de sustentação ao longo da hélice;
- Criação de uma metodologia específica para o dimensionamento de hélices para ensaios estáticos;
- Integração entre o dimensionamento da hélice e o motor, através da ampliação dos recursos fornecidos pelo código aberto do QProp;
- Desenvolvimento e teste em túnel de vento de hélices otimizadas, identificando eventuais falhas produtivas, limitações geométricas e pontos de melhoria na metodologia de dimensionamento;
- Utilização do QProp como ferramenta de análise paralela ao CFD, para acompanhamento dos ensaios e avanços que ocorrerão no GCEME.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ABBOTT, I. H.; VON DOENHOFF, A. E. **Theory of wing sections**. New York: Dover Publications Inc., 1959. 693 p.
- ADKINS, C. N.; LIEBECK, R. H. Design of optimum propellers. In: AIAA AVIATION, 21st. **AIAA 21st Aerospace Sciences Meeting**. Reno, 1983. p. 9.
- ADKINS, C. N.; LIEBECK, R. H. Design of optimum propellers. **Journal of Propulsion and Power**, Vol. 10, n. N<sup>o</sup> 5, p. 676–682, Set-Out 1994.
- AIRWAY-UOL. **Azul padroniza frota de aeronaves turbo-hélice**. 2015. Disponível em: <<https://airway.uol.com.br/azul-padroniza-frota-de-aeronaves-turbo-helice/>>. Acesso em: 24 de Março de 2019.
- ANDERSON, J. D. **Fundamentals of Aerodynamics**. 5<sup>a</sup>. ed. New York: McGraw-Hill, 2010. 1106 p.
- ARNHEM, N. V. **Design and Analysis of an Installed Pusher Propeller with Boundary Layer Inflow**. 109 p. Dissertação (Degree of Master of Science in Aerospace Engineering) — Delft University of Technology, Delft, 2015.
- BARBOSA, F. R. **Projeto e Análise de Desempenho de Hélices Ótimas Empregando Algoritmo Genético**. 86 p. Dissertação (Mestrado Profissionalizante em Engenharia Aeronáutica) — Instituto Tecnológico da Aeronáutica, São José dos Campos, 2009.
- BASS, R. M. An historical review of propeller developments. **The Aeronautical Journal**, Cambridge University Press, v. 87, n. 867, p. 255–267, 1983.
- BETZ, A. Schraubenpropeller mit geringstem energieverlust. In: GOTTINGER NACHRICHTEN. **Nachrichten von der Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen**. Berlin, 1919. p. 193–217.
- CUMMINGS, R. M. et al. **Applied Computational Aerodynamics**. New York: Cambridge University Press, 2015. 888 p.
- DETERS, R. W.; ANANDA, G. K.; SELIG, M. S. Reynolds number effects on the performance of small-scale propellers. In: AIAA AVIATION, 32nd., 2014, Atlanta, GA. **32nd AIAA Applied Aerodynamics Conference**. Urbana, 2014. p. 2151.
- DRELA, M. Xfoil: An analysis and design system for low reynolds number airfoils. In: **Low Reynolds number aerodynamics**. [S.l.]: Springer, 1989. p. 1–12.
- DRELA, M. **XFoil Doc**. 2001. Disponível em: <[http://web.mit.edu/drela/Public/web/xfoil/xfoil\\_doc.txt](http://web.mit.edu/drela/Public/web/xfoil/xfoil_doc.txt)>. Acesso em: 05 de Abril de 2018.
- DRELA, M. **QMIL User Guide**. 2005. Disponível em: <[http://web.mit.edu/drela/Public/web/qprop/qmil\\_doc.txt](http://web.mit.edu/drela/Public/web/qprop/qmil_doc.txt)>. Acesso em: 19 de Abril de 2018.
- DRELA, M. **QPROP Formulation**. 2006. Disponível em: <[http://web.mit.edu/drela/Public/web/qprop/qprop\\_theory.pdf](http://web.mit.edu/drela/Public/web/qprop/qprop_theory.pdf)>. Acesso em: 20 de Abril de 2018.

DRELA, M. **QPROP User Guide**. 2007. Disponível em: <[http://web.mit.edu/drela/Public/web/qprop/qprop\\_doc.txt](http://web.mit.edu/drela/Public/web/qprop/qprop_doc.txt)>. Acesso em: 19 de Abril de 2018.

DRELA, M.; GILES, M. B. Viscous-inviscid analysis of transonic and low reynolds number airfoils. **AIAA journal**, v. 25, n. 10, p. 1347–1355, 1987.

DRELA, M.; YOUNGREN, H. **XROTOR user guide**. 2003. Disponível em: <[http://web.mit.edu/drela/Public/web/xrotor/xrotor\\_doc.txt](http://web.mit.edu/drela/Public/web/xrotor/xrotor_doc.txt)>. Acesso em: 17 de Fevereiro de 2019.

DRZEWIECKI, S. **Théorie générale de l'hélice: hélices aériennes et hélices marines**. Paris: Gauthier-Villars, 1920. 183 p.

EMBRAER. **Super tucano**. 2019. Disponível em: <<https://defense.embraer.com/br/pt/super-tucano>>. Acesso em: 24 de Março de 2019.

FROUDE, R. E. On the part played in propulsion by differences of fluid pressure. **Transactions of the Institution of Naval Architects**, London, Vol. 30, p. 390, 1889.

FROUDE, R. E. The acceleration in front of propeller. **Transactions of the Institution of Naval Architects**, London, Vol. 53, Part I, p. 139–171, 1911.

GCEME. **Grupo de conversão eletromecânica de energia**. 2019. Disponível em: <<http://www.ufjf.br/gceme/>>. Acesso em: 24 de Agosto de 2019.

GLAUERT, H. **The elements of aerofoil and airscrew theory**. 2<sup>a</sup>. ed. Cambridge: Cambridge University Press, 1983.

GOLDSTEIN, S. On the vortex theory of screw propellers. In: ROYAL SOCIETY OF LONDON, 123. **Proceedings of the Royal Society**. London, 1929. p. 440–465.

HEENE, M. **Aerodynamic Propeller Model for Load Analysis**. 64 p. Dissertação (Master Programme in Scientific Computing) — Royal Institute of Technology, Stockholm, Sweden, 2012.

INTARATEP, N. et al. Experimental study of quadcopter acoustics and performance at static thrust conditions. In: **22nd AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference**. [S.l.: s.n.], 2016. p. 2873.

JACOBS, E. N.; ABBOTT, I. H. The naca variable-density wind tunnel. **NACA Technical Report 416**, p. 305–314, 1933.

JACOBS, E. N.; WARD, K. E.; PINKERTON, R. M. The characteristics of 78 related airfoil sections from tests in the variable-density wind tunnel. **NACA Technical Report 460**, 1933.

KEANE, J. F.; CARR, S. S. A brief history of early unmanned aircraft. **Johns Hopkins APL Technical Digest**, v. 32, n. 3, p. 558–571, 2013.

KLEIN, P. C. **Parametric Modeling and Optimization of Advanced Propellers for Next-Generation Aircraft**. 116 p. Dissertação (Degree of Master of Science in Aerospace Engineering) — Delft University of Technology, Delft, 2017.

- LARRABEE, E. E. Propellers of minimum induced loss, and water tunnel tests of such a propeller. In: NASA CONFERENCE PUBLICATION, 1975. **Proceedings of the NASA, Industry, University, General Aviation Drag Reduction Workshop**. Lawrence, Kansas, 1975. p. 273–293. Relatório 76N 11018.
- LARRABEE, E. E. Design of propellers for motorsoares. In: NASA CONFERENCE PUBLICATION, 1979. **Science and Technology of Low Speed and Motorless Flight**. Hampton, 1979. p. 285–303.
- LARRABEE, E. E.; FRENCH, S. E. Minimum induced loss windmills and propellers. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, p. 317–327, 1983.
- MCGRANAHAN, B. D.; SELIG, M. S. Surface oil flow measurements on several airfoils at low reynolds numbers. In: AIAA AVIATION, 21st., 2003, Orlando, FL. **21st AIAA Applied Aerodynamics Conference**. Urbana, 2003. p. 4067.
- MILEY, S. A catalog of low reynolds number airfoil data for wind-turbine applications. United States, 2 1982.
- NELSON, W. C. **Airplane propeller principles**. New York: J. Wiley & Sons, inc., 1944.
- OLIVEIRA, N. L. **Simulação em dinâmica dos fluidos computacional de hélices**. 128 p. Dissertação (Mestrado em Modelagem Computacional) — Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2019.
- RANKINE, W. J. M. On the mechanical principles of the action of propellers. **Transactions of the Institution of Naval Architects.**, London, Vol 6, p. 13–39, 1865.
- RUPERT AERONAVES. **Desenho Técnico Hélice 66"x 44"**. 2010. Disponível em: <<http://www.rupert.com.br/images/helices.png>>. Acesso em: 15 de Junho de 2018.
- SMITH, H. R. **Engineering Models of Aircraft Propellers at Incidence**. Tese (Degree of Doctor of Philosophy) — University of Glasgow, Glasgow, 2015.
- SOUZA, J. R. d. **Análise de Desempenho de Hélices para Aplicação em Aeronaves não Tripuladas**. 159 p. Dissertação (Mestrado em Ciências no Programa de Pós-Graduação em Engenharia Aeronáutica, Mecânica) — Instituto Tecnológico da Aeronáutica, São José dos Campos, 2017.
- STEPNIEWSKI, W. Z.; KEYS, C. **Rotary-wing aerodynamics**. New York: Courier Corporation, 1984.
- THEODORSEN, T. **Theory of Propellers**. 1<sup>a</sup>. ed. New York: McGraw-Hill, 1948.
- WALD, Q. R. The aerodynamics of propellers. **Progress in Aerospace Sciences**, Elsevier, v. 42, n. 2, p. 85–128, 2006.
- WALL, D. L. **Optimum Propeller Design for Electric UAVs**. 130 p. Dissertação (Degree of Master of Science) — Graduate Faculty of Auburn University, Auburn, 2012.
- WEICK, F. E. **Aircraft Propeller Design**. 1<sup>a</sup>. ed. New York - London: McGraw Hill Book Company, 1930.

WITKOWSKI, D. P.; LEE, A. K.; SULLIVAN, J. P. Aerodynamic interaction between propellers and wings. **Journal of Aircraft**, v. 26, n. 9, p. 829–836, 1989.

## APÊNDICE A – Arquivos de entrada do QProp

Tal como apresentado no subcapítulo 3.2, o QProp necessita de arquivos específicos para leitura dos dados referentes à geometria e desempenho aerodinâmico da hélice, além de possibilitar a introdução de características do motor utilizado e alteração das propriedades do fluido. A fim de exemplificar a criação desses arquivos, as tabelas deste apêndice trazem valores característicos encontrados em estudos do GCEME.

Tabela 9 – Dados de entrada da hélice

APC 17x8e				! Nome da hélice
2	0.2159			! Número de pás   Raio (Opcional)
0.65	6.25			! CL_0   CL_a
-0.5	1.6			! CL_min   CL_max
0.013	0.050	0.015	0.85	! CD_0   CD_2u   CD2_1   CLCD_0
175000	-0.4			! RE_ref   RE_exp
0.01	0.01	1.0		! Rfac   Cfac   Bfac
0.0	0.0	0.0		! Radd   Cadd   Badd
	raio		corda	
	3.77825		2.50	40.6
	4.31800		2.69	36.8
	5.39750		2.97	30.9
	6.42302		3.18	26.7
	7.71842		3.31	22.7
	9.28370		3.34	19.2
	11.6586		3.13	15.5
	13.4938		2.85	13.5
	15.2857		2.48	11.9
	16.7322		2.15	10.9
	18.4810		1.73	9.93
	19.4310		1.53	9.45
	20.5105		1.30	8.96
	21.0502		1.16	8.73
	21.3741		1.04	8.60
	21.5900		0.90	8.52

Fonte: O autor

O QProp reconhece todos os textos escritos após o caractere "!" como comentários. Assim, a tabela 9 apresenta uma explicação do que representa cada um dos valores de entrada adotados na entrada de dados da hélice. As variáveis não explicadas nesta tabela, seguem descritas como:

- CL\_0 e CL\_a: variáveis que definem a reta que aproxima a curva  $\alpha$  x  $C_L$ , sendo:

$$C_L(\alpha) = \frac{CL_0 + CL_a \alpha}{\sqrt{1 - M^2}} \quad (A.1)$$

- CL\_min e CL\_max: definem os valores mínimos e máximos obteníveis pela curva de sustentação;
- CD\_0, CD2\_u, CD2\_l e CLCD\_0: variáveis que definem a equação do 2º grau aproximada da curva polar  $C_D$  x  $C_L$ ;
- RE\_ref e RE\_exp: valores que definem, respectivamente, o valor de Reynolds utilizado na obtenção das curvas aerodinâmicas e o fator de escala para obtenção dos valores de  $C_D$  submetidos a outros valores de Reynolds. A curva polar para estes diferentes valores de Reynolds é dada por:

$$C_D(C_L, Re) = [CD_0 + CD2 (C_L - CLCD_0)^2] \left( \frac{Re}{RE_{ref}} \right)^{RE_{exp}} \quad (A.2)$$

Não há distinção entre CD2\_u e CD2\_l, já que estes valores representam a aproximação da curva de 2º grau em duas partes, acima ou abaixo da região de  $C_D$  mínimo. Para aerofólios que apresentem uma geometria simétrica, estes dois parâmetros serão sempre iguais.

- Rfac e Radd: variáveis que permitem ao usuário converter as medidas de Raio inseridas ao padrão do Sistema Internacional de Unidades. Este campo é importante principalmente pela frequência com que os parâmetros de hélices são fornecidos em polegadas. O cálculo de conversão é dado por:

$$r_{SI} = r \text{ Rfac} + \text{Radd} \quad (A.3)$$

- Cfac e Cadd: conversão similar à do raio, aplicada ao valor de corda de uma seção da hélice;
- Bfac e Badd: conversão similar à do raio, aplicada ao valor do ângulo  $\beta$  de uma seção da hélice. A fórmula de conversão apresenta uma ligeira diferença para conversão de graus para radianos, passando a ser:

$$\beta_{SI} = (\beta \text{ Bfac} + \text{Badd}) \frac{\pi}{180} \quad (A.4)$$

- Lista de valores de raio, corda e ângulos  $\beta$ : definem a geometria local em posições radiais, de forma a discretizar a integração dos valores locais de  $C_L$  e  $C_D$ .

O arquivo utilizado como parâmetro de entrada do motor é menos complexo do que o utilizado pela hélice, uma vez que os exemplos de estudo estão sendo iniciados com

Tabela 10 – Dados de entrada do motor

Speed-600 1786	!	Nome do motor
1	!	Tipo de motor
0.34	!	Rmotor (Ohms)
1.80	!	Io (Amps)
218.6	!	Kv (rpm/Volt)

Fonte: O autor

os mais simples dos dimensionamentos acoplados entre motor e hélice. Outras subrotinas de cálculo mais precisas podem ser utilizadas, mas demandam estudo mais aprofundado dos motores adotados.

Analisando a tabela 10, são poucas as variáveis de entrada referentes ao motor. O tipo de motor "1" caracteriza o modelo simplificado adotado, sendo possível inserir outros modelos ou ainda criar outras opções através da subrotina MOTORQ, presente no conjunto de algoritmos do QProp. As demais variáveis mecânicas são dadas como:

- Rmotor: resistência elétrica característica do motor;
- Io: corrente elétrica medida sob carregamento nulo do motor. Segundo Drela (2007), esta constante será melhor aproximada se mensurada próxima à faixa de rotação esperada na operação do motor;
- Kv: refere-se a uma constante característica do motor, obtida pela relação  $\omega/V$ .

Ao utilizar o QProp, o usuário pode ainda criar um arquivo com o nome "qcon.def" no diretório de execução, que será reconhecido como um arquivo para alteração dos valores padrões do escoamento. Para tal, o arquivo deverá ser disposto tal como apresentado na tabela 11.

Tabela 11 – Dados de entrada do fluido/escoamento

!Parâmetros do fluido/escoamento		
1.18	!	rho (kg/m <sup>3</sup> ) peso específico do fluido
1.76E-5	!	mu (kg/m-s) viscosidade dinâmica
340.0	!	a (m/s) velocidade do som

Fonte: O autor

## APÊNDICE B – Arquivos de entrada do QMil

O QMil é um programa desenvolvido paralelamente ao QProp, e por isso compartilham um padrão similar de entrada de dados. São inseridos os dados referentes aos parâmetros necessários de desempenho da hélice, bem como as propriedades aerodinâmicas de cada uma das seções radiais de cálculo.

Apesar de serem necessários dois arquivos de entrada, um deles é igual ao adotado como entrada no QProp, representado na tabela 11. Este importa ao programa as propriedades do escoamento. Assim, apenas a tabela com os parâmetros da hélice a ser dimensionada foi inserida, podendo ser vista na tabela 12.

Tabela 12 – Dados de entrada para dimensionamento de hélice

Prot1 - Motor Scorpion	!	Nome da hélice
2	!	Número de pás da hélice
0.65 6.25	!	CL <sub>0</sub>   CL <sub>a</sub>
-0.50 1.60	!	CL <sub>min</sub>   CL <sub>max</sub>
0.013 0.050 0.015 0.85	!	CD <sub>0</sub>   CD <sub>2_u</sub>   CD <sub>2_l</sub>   CLCD <sub>0</sub>
175000 -0.5	!	RE <sub>ref</sub>   RE <sub>exp</sub>
0.0 0.5 1.0	!	XI <sub>des</sub>
1.0 1.0 1.0	!	CL <sub>des</sub>
0.02	!	Rc (m)
0.2159	!	Rt (m)
20	!	V (m/s)
6000	!	W (rpm)
45	!	T (N)
0.0	!	P (W)
0 0.0	!	L <sub>des</sub>   KQ <sub>des</sub>
# 5	!	N <sub>out</sub> (Opcional)

Fonte: O autor

Tal como nos arquivos de entrada do QProp, os caracteres "!" definem comentários do arquivo. Novamente foram descritas cada uma das variáveis na própria tabela. Nota-se que as propriedades aerodinâmicas presentes entre as linhas 3 e 6 do arquivo referem-se às mesmas propriedades de aerofólio apresentadas no Apêndice A, e portanto não serão descritas. Para as demais variáveis, tem-se as seguintes definições:

- $XI\_des$ : posições radiais  $r/R$  nas quais o valor de sustentação  $C_L$  são definidas. Para pontos intermediários, o QMil realiza interpolações quadráticas entre estas posições e seus respectivos valores;
- $CL\_des$ : valores de  $C_L$  referentes a cada uma das posições radiais  $XI\_des$ ;
- $Rc$ : raio do cubo da hélice, desconsiderado nos cálculos de integração;
- $Rt$ : raio total da hélice, medido a partir do centro do cubo até a ponta da hélice;
- $V$ : velocidade de operação para projeto da hélice;
- $W$ : velocidade angular  $\omega$  para projeto da hélice;
- $T$  e  $P$ : respectivamente, empuxo ou potência de projeto. Uma das variáveis deverá ser sempre nula, devendo o projetista optar pelo dimensionamento a partir do empuxo desejado ou da potência consumida pela hélice;
- $L\_des$ : indica o tipo de dimensionamento a ser realizado. A opção "0" indica que o dimensionamento é realizado pelo MIL. As demais opções referem-se ao dimensionamento de moinhos de vento, também disponíveis na última versão do QMil;
- $KQ\_des$ : controle de potência máxima utilizada, para o caso de dimensionamento de moinhos de vento. Para hélices, manter sempre o valor nulo;
- $N\_out$ : número de sessões radiais que serão dadas como resultado no dimensionamento da hélice. Não é necessária uma igualdade entre o valor de  $N\_out$  e  $XI\_des$ .

O arquivo de saída do QMil conterá as informações referentes à uma hélice otimizada pelo MIL, de acordo com as especificações de projeto. Sua formatação será a mesma do arquivo de entrada do QProp, apresentada na tabela 9.

## ANEXO A – Pontos dos aerofólios

Os pontos que determinam a seção de aerofólio SDA 1075 encontram-se na tabela 13.

Tabela 13 – Coordenadas do Aerofólio SDA 1075

x/c	y/c	x/c	y/c
1,000137	0,005557	0,000280	-0,001921
0,996593	0,005916	0,004701	-0,007905
0,986424	0,007201	0,015056	-0,014217
0,970307	0,009369	0,030301	-0,020208
0,948605	0,012241	0,050355	-0,025609
0,921585	0,015743	0,075069	-0,030290
0,889621	0,019963	0,104265	-0,034146
0,853243	0,024878	0,137711	-0,037140
0,813012	0,030409	0,175126	-0,039253
0,769531	0,036448	0,216177	-0,040503
0,723430	0,042837	0,260479	-0,040926
0,675369	0,049377	0,307602	-0,040585
0,625945	0,055764	0,357073	-0,039554
0,575694	0,061768	0,408381	-0,037928
0,525145	0,067169	0,460985	-0,035812
0,474806	0,071778	0,514304	-0,033341
0,425168	0,075411	0,567727	-0,030638
0,376692	0,077929	0,620617	-0,027832
0,329814	0,079200	0,672308	-0,025029
0,284932	0,079143	0,722150	-0,022300
0,242417	0,077694	0,769510	-0,019711
0,202594	0,074839	0,813783	-0,017302
0,165758	0,070588	0,854396	-0,015105
0,132147	0,065010	0,890816	-0,013128
0,101982	0,058221	0,922559	-0,011366
0,075425	0,050381	0,949178	-0,009777
0,052643	0,041731	0,970411	-0,008207
0,033775	0,032527	0,986204	-0,006742
0,018960	0,023081	0,996295	-0,005793
0,008287	0,013758	0,999851	-0,005553
0,001894	0,005047		

Fonte: Adaptado de Deters, Ananda e Selig (2014)

Os pontos que determinam a seção do aerofólio utilizado na hélice Rupert 66"x 44" encontram-se na tabela 14, e foram retiradas do desenho técnico da Rupert Aeronaves (2010).

Tabela 14 – Coordenadas do Aerofólio Rupert 66"x 44"

x/c	y/c	x/c	y/c	x/c	y/c	x/c	y/c
0,99961	0,00064	0,51505	0,08965	0,01559	0,02560	0,12556	-0,03182
0,96165	0,00903	0,50821	0,09036	0,00639	0,01529	0,13330	-0,03197
0,92663	0,01670	0,50115	0,09107	0,00468	0,01289	0,14134	-0,03208
0,89441	0,02368	0,49387	0,09177	0,00323	0,01057	0,14973	-0,03215
0,86483	0,03002	0,48635	0,09247	0,00206	0,00832	0,15850	-0,03216
0,83777	0,03574	0,47857	0,09315	0,00115	0,00613	0,16771	-0,03213
0,81306	0,04089	0,47053	0,09384	0,00050	0,00402	0,17740	-0,03205
0,79056	0,04550	0,46220	0,09451	0,00012	0,00198	0,18760	-0,03193
0,77013	0,04961	0,45358	0,09518	0,00014	-0,00191	0,19837	-0,03175
0,75161	0,05327	0,44464	0,09585	0,00054	-0,00375	0,20975	-0,03153
0,73487	0,05650	0,43539	0,09651	0,00120	-0,00553	0,22178	-0,03125
0,71975	0,05934	0,42580	0,09716	0,00211	-0,00724	0,23451	-0,03093
0,70611	0,06183	0,41585	0,09780	0,00328	-0,00889	0,24797	-0,03055
0,69381	0,06401	0,40554	0,09844	0,00470	-0,01047	0,26222	-0,03012
0,68268	0,06592	0,39485	0,09907	0,00637	-0,01199	0,27729	-0,02964
0,67260	0,06760	0,38377	0,09969	0,00830	-0,01345	0,29324	-0,02910
0,66341	0,06907	0,37228	0,10031	0,01047	-0,01484	0,31010	-0,02851
0,65497	0,07038	0,36037	0,10091	0,01289	-0,01618	0,32791	-0,02787
0,64712	0,07157	0,34803	0,10151	0,01555	-0,01746	0,34673	-0,02717
0,63973	0,07268	0,33523	0,10210	0,01846	-0,01868	0,36660	-0,02641
0,63265	0,07373	0,32198	0,10268	0,02161	-0,01984	0,38755	-0,02560
0,62579	0,07476	0,30827	0,10322	0,02500	-0,02094	0,40964	-0,02473
0,61913	0,07575	0,29413	0,10364	0,02863	-0,02198	0,43291	-0,02380
0,61265	0,07672	0,27959	0,10388	0,03250	-0,02297	0,45739	-0,02282
0,60632	0,07767	0,26468	0,10387	0,03660	-0,02391	0,48314	-0,02177
0,60013	0,07859	0,24943	0,10353	0,04094	-0,02479	0,51020	-0,02067
0,59405	0,07949	0,23386	0,10280	0,04552	-0,02561	0,53861	-0,01950
0,58805	0,08036	0,21801	0,10161	0,05032	-0,02639	0,56842	-0,01828
0,58213	0,08122	0,20189	0,09988	0,05536	-0,02711	0,59966	-0,01699
0,57625	0,08205	0,18555	0,09755	0,06063	-0,02778	0,63239	-0,01564
0,57039	0,08287	0,16900	0,09454	0,06612	-0,02840	0,66665	-0,01422
0,56454	0,08368	0,15228	0,09079	0,07184	-0,02897	0,70247	-0,01274
0,55866	0,08446	0,13541	0,08623	0,07778	-0,02949	0,73992	-0,01120
0,55274	0,08524	0,11843	0,08078	0,08395	-0,02996	0,77901	-0,00960
0,54675	0,08600	0,10135	0,07438	0,09034	-0,03038	0,81982	-0,00792
0,54067	0,08675	0,08421	0,06695	0,09695	-0,03076	0,86236	-0,00618
0,53449	0,08748	0,06704	0,05843	0,10377	-0,03109	0,90670	-0,00438
0,52817	0,08822	0,04986	0,04875	0,11082	-0,03138	0,95287	-0,00250
0,52170	0,08894	0,03270	0,03783	0,11808	-0,03162	1,00092	-0,00056

Fonte: Retirado de Rupert Aeronaves (2010)