

# **Educação a Distância: uma análise do processo de ensino-aprendizagem em disciplina de Probabilidade e Estatística**

**Isabel Cristina Pereira dos Santos Coelho**

Juiz de Fora (MG)

Agosto, 2019

UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA  
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS  
Pós-Graduação em Educação Matemática  
Mestrado Profissional em Educação Matemática

Isabel Cristina Pereira dos Santos Coelho

**Educação a Distância: uma análise do processo de ensino-  
aprendizagem em disciplina de Probabilidade e Estatística**

Orientador(a): Prof. Dr Ronaldo Rocha Bastos

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Educação Matemática, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Educação Matemática.

Juiz de Fora (MG)

Agosto, 2019

Isabel Cristina Pereira dos Santos Coelho

**EDUCAÇÃO A DISTÂNCIA: UMA ANÁLISE DO PROCESSO DE  
ENSINO-APRENDIZAGEM EM DISCIPLINA DE PROBABILIDADE E  
ESTATÍSTICA**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Educação Matemática, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Educação Matemática.

**Comissão Examinadora**

---

Prof. Dr. Ronaldo Rocha Bastos  
Orientador

---

Prof. Dr. Fabiano, dos Santos Souza  
Convidado(a) externo UFJF

---

Prof. Dr. Lupércio França Bessegato  
Convidado(a) interno UFJF

Juiz de Fora, \_\_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ de 20\_\_.

A meus pais (em memória)

## AGRADECIMENTOS

À Deus em primeiro lugar, por me dar forças para não desistir mesmo nos momentos mais difíceis.

A meus pais, que mesmo não estando mais aqui, são parte de tudo que sou.

Ao professor Ronaldo Rocha Bastos, que aceitou o desafio de me orientar e por todo o apoio que meu deu nessa jornada.

Aos professores Lupércio França Bessegato e Fabiano dos Santos Souza, por aceitarem o convite para compor a banca e por todas as contribuições ao meu trabalho.

Aos professores do Programa, que marcaram minha jornada e me fizeram olhar minha profissão sob uma nova perspectiva.

Aos meus colegas de Mestrado, pelo carinho e por todas as risadas, em especial a Paola França, Fernanda Pereira, Leide Lopes, Maíra Matos e Mercês Mota, que fizeram meu caminho ser mais leve e feliz.

Aos amigos do Polo CEDERJ Paracambi, em especial Helena de Paula, Ronaldo da Silva e Robson Marques que sempre me apoiaram e compreenderam nos momentos difíceis.

Aos amigos do IFRJ Campus Niterói, em especial ao Diretor de Ensino Marcelo Velloso, por sua compreensão, apoio e incentivo, sem os quais não teria sido possível concluir este trabalho.

À minhas queridas amigas Heline Carvalho, Michele Sant'Ana, Regina Alonso, Maísa Casemiro, Francinelli Guedes, Maria Lúcia Moreno e Lidiane Maciel que sempre acreditaram em meu potencial, ainda que eu mesma duvidasse, e me fizeram crer que sonhos são possíveis.

À minha querida amiga Gabriela Rodrigues, que me recebeu em sua casa e em seu coração, marcando minha trajetória em Juiz de Fora.

À minhas amadas primas Vilma Coelho e Marília Carvalho que são minha base, meu alicerce em todos os momentos da minha vida.

Aos alunos do Polo CEDERJ Paracambi que gentilmente participaram e contribuíram com essa pesquisa.

A todos os meus amigos que certamente fazem parte dessa história.

“A vida eterna busca

A vida é ter na busca

Ávida e terna busca”

Oreste Branquinho Filho

## RESUMO

Os conteúdos de estatística no Ensino Fundamental II e Médio são abordados por professores de Matemática e, por isso, faz-se necessário analisar, se e como, o Ensino de Estatística nos cursos de Licenciatura em Matemática abordam os princípios estatísticos. Neste trabalho, foi desenvolvida uma pesquisa sobre o Ensino de Estatística no Curso de Licenciatura em Matemática a Distância, oferecido conjuntamente pela Universidade Federal Fluminense (UFF) e pela Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro (UNIRIO), por meio do Centro de Educação Superior a Distância do Estado do Rio de Janeiro, o Consórcio CEDERJ. Portanto, esse trabalho visou analisar o Ensino de Probabilidade e Estatística no Ensino Superior com a especificidade de ser um curso a distância. Foram usados como aportes teóricos os estágios de literacia propostos por Watson (1997), os níveis de raciocínio estatístico propostos por Garfield (2002) e as dimensões do pensamento estatístico desenvolvidas por Wild e Pfannkuch (1999). A pesquisa foi realizada na disciplina Probabilidade e Estatística, que faz parte da grade do terceiro período do curso mencionado acima. A pergunta que norteou esse trabalho foi: como se dá o processo de ensino- aprendizagem na disciplina Probabilidade e Estatística dos alunos do curso de Licenciatura em Matemática a Distância da UFF/UNIRIO? Realizou a análise do desempenho dos alunos de 2019/1 de forma qualitativa, buscando verificar quais e como foram abordadas as competências estatísticas nas questões propostas, tanto nas Avaliações a Distância, quanto nas Avaliações Presenciais. E de forma qualitativa, através da exploração das notas disponibilizadas no sistema acadêmico (sistema onde as notas são disponibilizadas). Analisou-se também, o material didático impresso e os Exercícios Programados (exercícios que são propostos semanalmente a fim de que o aluno tenha mais materiais disponíveis). Essa análise foi feita com base nos autores já citados. E por fim, foi feita uma análise da sala da disciplina Probabilidade e Estatística, objetivando verificar quais e que tipos de interações aconteciam, bem como verificar se eram disponibilizadas ferramentas como chats, applets, fóruns. Os resultados obtidos guiaram a construção do produto educacional que foi fruto dessa dissertação. O mesmo trata-se de um roteiro de atividades utilizando a análise gráfica para a construção das competências estatísticas. Percebeu-se que no processo de ensino-aprendizagem na disciplina Probabilidade e Estatística oferecido pela UFF/UNIRIO há a busca bem clara pela construção da literacia estatística e do raciocínio estatístico. Isso aparece no material didático impresso e nos Exercícios Programados.

**Palavras-chave:** Educação Estatística, Ensino de Estatística; Ensino Superior; Educação a Distância.

## ABSTRACT

The Statistics contents in the Elementary School II and High School – *Ensino Fundamental II e Médio* – are covered by Mathematics teachers and, therefore, it is necessary to analyze whether and how the teaching of Statistics in the graduation Mathematics courses addresses statistical principles. In this work, a research about the teaching of Statistics in the graduation distance learning of Mathematics offered by the *Universidade Federal Fluminense* (UFF) and by the *Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro* (UNIRIO), through the *Centro de Educação Superior a Distância do Estado do Rio de Janeiro*, the Consortium CEDERJ, was carried out. Thus, this work had the objective to analyze the teaching of Probability and Statistics in the college education with the peculiar distinction of being a distance learning course. The stages of literacy proposed by Watson (1997), the levels of statistical reasoning proposed by Garfield (2002) and the dimensions of the statistical thought developed by Wild and Pfannkuch (1999) were considered as theoretical inputs. A survey was conducted in the Probability and Statistics subject, which is part of the third semester of the course mentioned above. The question that guided this study was: how is the teaching-learning process in the Probability and Statistics subject of the students of the Distance Learning Mathematics Course at UFF / UNIRIO? The analysis of the performance of the students of 2019/1 was performed in a qualitative way, seeking to verify which and how were addressed the statistical competences in the proposed questions, both in the Distance Assessments and in the Onsite Assessments. And qualitatively, by exploring the grades available in the academic system (system where grades are available. The printed didactic material and the Programmed Exercises were also analyzed (exercises that are proposed weekly so that the student has more materials available). This analysis was based on the authors already mentioned. Finally, an analysis was made in the Probability and Statistics subject room, aiming to verify what and what kind of interactions happened, as well as to verify if tools such as chat, applets, forums were available. The obtained results guided the construction of the educational product that was the result of this dissertation. This is a script of activities using graphical analysis to build statistical skills. It was noticed that in the teaching-learning process in the Probability and Statistics subject offered by UFF / UNIRIO there is a very clear search for the construction of statistical literacy and statistical reasoning. This appears in printed learning materials and in Programmed Exercises.

**Keywords:** Statistics Teaching; College Education; Distance Learning; Statistics Education

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1- Competências Estatísticas interligadas .....	21
Figura 2 -Competências Estatísticas contidas na Literacia.....	21
Figura 3 - Modelo proposto por Gal para Literacia Estatística .....	23
Figura 4 - Dimensões do Pensamento Estatístico.....	26
Figura 5 - Fluxograma do Curso de Licenciatura em Matemática .....	32
Figura 6 - Material didático impresso da disciplina Probabilidade e Estatística.....	33
Figura 7 - sala de tutoria da disciplina Probabilidade e Estatística na Plataforma CEDERJ ...	34
Figura 8 -Avaliação a Distância 2019/1 - questão 1 .....	37
Figura 9 - Avaliação a Distância 2019/1- questão 2.....	38
Figura 10 -Avaliação Presencial 2019/1- questão 7 .....	38
Figura 11 - Avaliação a Distância 2019/1- questão 1 .....	39
Figura 12 -Avaliação Presencial 2019/1- questão 1 a 3.....	39
Figura 13 - Avaliação a Distância 2019/1- questão 2.....	40
Figura 14 - Avaliação Presencial 2019/1- questão 1 a 3 .....	40
Figura 15 - Desempenho dos alunos 2019/1.....	41

## **LISTA DE TABELAS**

Tabela 1: Trabalhos que versam sobre o ensino de Probabilidade e Estatística (SIPEM) ..... 19

## **LISTA DE QUADROS**

Quadro 1- Níveis do raciocínio estatístico segundo Garfield.....	24
--	----

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO .....</b>	<b>13</b>
<b>2 REVISÃO DE LITERATURA.....</b>	<b>16</b>
<b>2.1 Ensino de Probabilidade e Estatística.....</b>	<b>16</b>
2.1.1 Competências estatísticas .....	20
2.1.2 Literacia estatística .....	22
2.1.3 Raciocínio estatístico .....	23
2.1.4 Pensamento estatístico .....	24
2. 1.5 – Um exemplo de curso de Estatística.....	27
<b>2.2 Educação a distância .....</b>	<b>29</b>
<b>2.3 Educação a Distância na Formação de Professores e o CEDERJ.....</b>	<b>30</b>
<b>3 METODOLOGIA.....</b>	<b>35</b>
<b>3.1 Tipo e abordagem da pesquisa .....</b>	<b>35</b>
<b>3.2 Procedimentos metodológicos.....</b>	<b>35</b>
<b>4 RESULTADOS E DISCUSSÕES .....</b>	<b>37</b>
<b>4.1 Avaliação do desempenho dos alunos .....</b>	<b>37</b>
<b>4.2 Análise das competências estatísticas no material didático impresso.....</b>	<b>41</b>
<b>4.3 Análise dos Exercícios Programados (EPs).....</b>	<b>48</b>
<b>4.4 Análise do Ambiente Virtual de Aprendizagem (AVA) – Plataforma CEDERJ ...</b>	<b>53</b>
<b>5 UM BREVE RELATO SOBRE O PRODUTO EDUCACIONAL .....</b>	<b>55</b>
<b>6 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....</b>	<b>56</b>
<b>7 REFERÊNCIAS .....</b>	<b>58</b>
<b>APÊNDICE A - .....</b>	<b>61</b>
<b>ANEXO A .....</b>	<b>62</b>
<b>ANEXO B .....</b>	<b>63</b>
<b>ANEXO C.....</b>	<b>67</b>

# 1 INTRODUÇÃO

Este trabalho apresenta os resultados de uma pesquisa sobre o ensino de Estatística no Curso de Licenciatura em Matemática, oferecido conjuntamente pela Universidade Federal Fluminense (UFF) e pela Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro (UNIRIO), por meio do Centro de Educação a Distância do Estado do Rio de Janeiro, o Consórcio CEDERJ.

Uma das motivações para a escolha do tema se deve ao fato de ter sido aluna de um curso na modalidade EAD e a atuar desde o ano de 2009 como mediadora pedagógica do curso de Matemática a Distância UFF/UNIRIO. Além disso, com minha experiência como professora de ensino fundamental e médio, observo as dificuldades que eu e outros professores com os quais trabalho e trabalhei encontramos para lecionar os conteúdos de Estatística.

Sabe-se que a Estatística está muito presente em nosso cotidiano seja em gráficos, tabelas e números em reportagens de jornais e revistas. Os conceitos estatísticos são estudados e aplicados na maioria dos campos do conhecimento humano e as informações que eles proporcionam fornecem subsídios essenciais para a tomada de decisões. Assim, ressalta-se a importância de trabalhar este tema na Educação Básica, por meio de um processo de formação cidadã dos jovens educandos.

Lopes (2013) afirma que ao se ensinar Estatística há uma ênfase excessiva a cálculos e fórmulas, no Ensino Básico e no Ensino Superior, o que torna a compreensão dos conceitos estatísticos mais difíceis.

Os conteúdos de Estatística que são tratados no Ensino Fundamental II e Médio são lecionados por professores de Matemática e, por isso, faz-se necessário analisar se, e como o Ensino de Estatística nos cursos de Licenciatura em Matemática aborda os princípios estatísticos necessários para aplicações a situações relativas a contextos em que se inserem os discentes destes níveis de ensino. Nessa perspectiva, é importante que se realize mais pesquisas envolvendo o ensino e aprendizagem de Estatística, em especial no Ensino Superior.

E Lopes (2013, p. 905), por fim, destaca que:

Para ensinar estatística, não é suficiente entender a teoria matemática e os procedimentos estatísticos; é preciso fornecer ilustrações reais aos estudantes e saber como usá-las para envolver os alunos no desenvolvimento de seu juízo crítico.

A escolha do curso de Licenciatura em Matemática a Distância da UFF/UNIRIO se justifica pelo número expressivo de alunos matriculados e de seus egressos. Além disso, ele

abrange as oito macrorregiões do Estado do Rio de Janeiro. Atualmente há 5550 alunos matriculados e 1201 egressos (2019/1), segundo dados da Coordenação do Curso. E ainda, no que diz respeito a esta modalidade de ensino, segundo Behreus, Masetto e Moran (2013), a EAD destaca-se hoje como um caminho estratégico para realizar mudanças profundas na educação.

Dentre as disciplinas que compõem a grade curricular do Curso de Licenciatura em Matemática a Distância da UFF/UNIRIO encontra-se a disciplina Probabilidade e Estatística que objetiva apresentar os princípios estatísticos e probabilísticos básicos necessários para aplicações a situações relevantes ao contexto em que os alunos se inserem.

Como já dito antes, esse trabalho visa analisar o Ensino de Probabilidade e Estatística no Ensino Superior com a especificidade de ser um curso a distância. A pergunta norteadora desta pesquisa é: como se dá o processo de ensino aprendizagem na disciplina Probabilidade e Estatística dos alunos do curso de Licenciatura em Matemática a Distância da UFF/UNIRIO?

Com base nisso, essa pesquisa foi conduzida e ao longo do texto buscamos responder, ou pelo menos, discutir o questionamento feito.

O principal objetivo é analisar como são construídos a literacia estatística, o raciocínio e o pensamento estatístico em um curso inicial de formação do professor de Matemática, o curso de Licenciatura em Matemática a Distância oferecido conjuntamente pela UFF/UNIRIO.

Também objetiva-se analisar os principais recursos educacionais, meios e processos adotados na disciplina Probabilidade e Estatística, em particular os materiais didáticos, o ambiente virtual de aprendizagem e a tutoria, a fim de avaliar o enfoque adotado para o desenvolvimento dos conceitos estatísticos e do raciocínio estatístico, seus significados e aplicações práticas. Além de sugerir uma atividade envolvendo uma análise interativa de dados na contribuição para o desenvolvimento das competências estatísticas, que trata-se do produto educacional, fruto dessa dissertação.

Foi realizado um levantamento de pesquisadas relacionadas à Educação Estatística no Ensino Superior e espera-se que esse trabalho também possa contribuir para uma reflexão sobre o ensino de Estatística, em especial no ensino superior.

Neste primeiro capítulo, introduzimos algumas ideias sobre o Ensino de Estatística e sobre Educação a Distância com intuito de mostrar a proposta da pesquisa e suas motivações, objetivos desse trabalho e um resumo dos demais capítulos.

O segundo capítulo apresenta a revisão de literatura que serviu de aporte para essa pesquisa. Inicialmente é abordado o Ensino de Estatística, suas peculiaridades e é feito um breve

histórico sobre o mesmo no Brasil. Em sequência apresenta-se as competências estatísticas: literacia estatística, raciocínio e pensamento estatístico, ressaltando suas interligações e explorando seus estágios, dimensões e níveis. Ainda neste capítulo, é abordado o tema Educação a Distância, onde é feito um breve histórico desta e é explanado especificamente como funciona a EAD do CEDERJ e a formação de professores neste contexto.

O terceiro capítulo versa sobre o tipo e a abordagem da pesquisa bem como sobre os procedimentos metodológicos utilizados para a realização da mesma. Ainda nesse capítulo é feito uma breve explanação sobre o produto educacional que será fruto deste trabalho.

Os resultados e discussões são apresentados no quarto capítulo, onde é descrito o desenvolvimento da pesquisa e cada elemento do curso em questão é avaliado de acordo com os aportes teóricos mencionados na revisão de literatura.

O quinto capítulo finaliza essa pesquisa, traz as conclusões e considerações que foram obtidas por meio desse trabalho, buscando levar o leitor a refletir sobre a importância de que se realize pesquisas sobre o ensino de Estatística.

## 2 REVISÃO DE LITERATURA

### 2.1 Ensino de Probabilidade e Estatística

A Estatística está cada vez mais presente em nosso cotidiano e seu estudo tem atraído cada vez mais pesquisadores. É uma área do conhecimento de suma importância para o exercício da cidadania de forma crítica e consciente.

Há diversas definições para Estatística. Para Cabriá:

A Estatística estuda o comportamento dos fenômenos chamados de coletivo. Está caracterizada por uma informação acerca de um coletivo ou universo, o que constitui seu objeto material; um modo próprio de raciocínio, o método estatístico, o que constitui seu objeto formal e umas previsões de cara ao futuro, o que implica um ambiente de incertezas, que constituem seu objeto ou causa final (CABRIÁ, 1994, p.22).

Já segundo Magalhães e Lima (2005), Estatística é um conjunto de técnicas que permite, de forma sistemática, organizar, descrever, analisar e interpretar dados oriundos de estudos ou experimentos, realizados em qualquer área do conhecimento.

E é ressaltado por Lopes (1998) que torna-se necessário considerar que as raízes da Estatística procedem das diferentes áreas do conhecimento, e que esse reconhecimento remete-nos ao seu caráter interdisciplinar.

O ensino de Probabilidade e Estatística é indissociável, uma vez que a Probabilidade é uma ferramenta da qual a Estatística se utiliza. Borovcnik (2008) afirma que a probabilidade é essencial no entendimento de procedimentos inferenciais em estatística, embora na Educação Básica os alunos estudem apenas a Estatística descritiva. O interesse pelo ensino de Probabilidade e Estatística dentro da Educação Matemática ocorreu devido ao rápido desenvolvimento da Estatística como ciência e sua utilidade em pesquisas, na vida pessoal, estimulado pela expansão ao acesso aos computadores e o crescimento de sua capacidade de cálculo.

Kilpatrick (1994 apud Batanero, 2001) ao resumir a história da Educação Matemática, diz que embora a Educação Estatística possa ser considerada um ramo da Educação Matemática, tem ainda seu desenvolvimento muito mais recente. Ainda segundo esse autor, outra característica é que a preocupação com o ensino superior é muito maior no caso da Estatística e envolve professores que tem a formação básica em outras especialidades, tais como educação, economia, engenharia, etc.

É de grande importância para o educador matemático conhecer os princípios da Educação Estatística uma vez que tais conhecimentos podem auxiliar o professor no processo de ensino aprendizagem,

Campos, Wodewotzki e Jacobini (2013), entendem que a Educação Estatística:

Valoriza as práticas de Estatística aplicadas às problemáticas do cotidiano do aluno que, com a ajuda do professor, toma consciências de aspectos sociais muitas vezes despercebidos, mas que nele (cotidiano) se encontram fortemente presentes. De outro lado, valorizando atitudes voltadas para práxis social, os alunos se envolvem com a comunidade transformando reflexões em ação. Em nossa visão, esse aspecto crítico da educação é indissociável da EE e, mais que isso, nela encontra fundamento e espaço para seu desenvolvimento. (CAMPOS, WODEWOTZKI, JACOBINI, 2013, p.12)

Nesta perspectiva, trabalhar com conteúdos de Estatística é bastante significativo para professores e alunos, em especial quando se consegue atrelar o conteúdo ao contexto no qual o estudante se insere.

Sobre o ensino de Estatística, Lopes e Carvalho (2009) destacam que:

Sensivelmente até aos anos de 1950 e de 1960, o ensino de Estatística era dominado por fortes preocupações centradas nas ferramentas e nos métodos necessários para resolver os problemas presentes nos mais variados contextos e para os quais a Estatística era considerada um instrumento importante que permitia aos mais variados setores da sociedade, medir, descrever e classificar. O mérito da Estatística restringia-se aos serviços prestados às outras áreas do conhecimento. Consequentemente, naquela altura, o seu ensino tendia a refletir essa visão instrumental, segundo a qual a Estatística é um conjunto de noções e técnicas matemáticas rigorosas, que podem utilizar forma objetiva, estando a atividade estatística circunscrita a uma utilização formal e mecanicista dessas noções e técnicas. (LOPES E CARVALHO, 2009, p.78)

Entre 1960 e 1970 a preocupação central era se desvincular a Estatística das Ciências Sociais; Lopes e Carvalho (2009) afirmam que o ensino de Estatística, naquela época, era centrado na resolução de classes de problemas semelhantes entre si. Nota-se então a ênfase excessiva na memorização, repetição de técnicas e procedimentos, e aplicação de fórmulas.

Entre 1970 e 1980, a Estatística passa a ter prestígio e importância na formação científica e na formação do cidadão por meio do surgimento da análise exploratória de dados. O ensino da Estatística é mencionado nos Parâmetros Curriculares Nacionais da Educação Básica (PCNs), dando destaque a seu ensino desde a infância.

Com base no que foi mencionado, percebe-se a importância da Estatística na formação do cidadão. Ela está presente em pequenas ações de nosso dia a dia e seu ensino faz-se necessário desde a infância a fim de que se possibilite o desenvolvimento das competências estatísticas que são essenciais para nossa atuação como cidadãos críticos.

Ainda assim Batanero (2013) alerta que, embora a Estatística esteja presente no currículo em todos os níveis de ensino, constituindo-se como uma ferramenta fundamental na vida pessoal e profissional, há pesquisas que nos advertem que muitos alunos, mesmo no nível universitário, têm ideias erradas ou são incapazes de fazer uma interpretação adequada dos resultados estatísticos.

Desta maneira, é importante que existam mais estudos e pesquisas que envolvam o ensino de Estatística em todos os âmbitos e segmentos de ensino, objetivando que os discentes desenvolvam as competências estatísticas necessárias para ler, analisar e trazer os resultados estatísticos para situações relevantes ao contexto em que os alunos se inserem.

Os exemplos citados acima são apenas um pequeno relato das dificuldades apresentadas pelos alunos quanto ao ensino da Estatística. Em geral, os alunos estão acostumados a manipular fórmulas sem entender o que realmente representam.

De encontro a isso, Batanero (2013) acredita que uma possível explicação para esta situação paradoxal seja o ensino rotineiro, o qual enfatiza fórmulas e definições, sem ater-se a atividades que exijam interpretação e dados contextualizados, e considera ser um absurdo transmitir uma Estatística sem sentido, sem levar em consideração sua própria natureza.

O ensino de Estatística, no Brasil, tem sua história bastante recente e não tinha seu valor reconhecido. De acordo com Silva (2014) O ensino de “Estatística” não tinha sua importância reconhecida figurando sempre no final dos livros didáticos, quase nunca contemplados pelos planos de ensino de professores na Educação Básica. Outrora, recebia tratamento mecânico, técnico, instrumental.

O que ainda hoje se percebe quanto ao ensino de Estatística, é o fato de seu ensino ser desconexo do contexto onde o estudante está inserido, fazendo com que o discente não veja aplicabilidade em seu cotidiano, utilizando o que é repassado pelos professores como meras repetições de processos mecânicos; tal aspecto era ainda mais acentuado em décadas anteriores.

No que tange a Educação Estatística, temos em 1970 o surgimento dessa nova área que nasce em meio aos anseios de se investigar formas de sanar as dificuldades supramencionadas. É caracterizada como uma área de pesquisa, que objetiva estudar e compreender como as pessoas ensinam e aprendem Estatística, bem como quais aspectos cognitivos e afetivos estão presentes nessa relação de ensino e aprendizagem. De acordo com Cazorla, Kataoka e Silva (2010) recursos teórico-metodológicos de outras áreas como Educação Matemática, Psicologia, Pedagogia, Filosofia e Matemática, bem como da própria Estatística, são comumente utilizados nas pesquisas da Educação Estatística. Tem como objetivo o desenvolvimento da literacia

estatística, termo nascido entre os estatísticos e educadores estatísticos. E destaca-se o fato de que a Estatística hoje é considerada como parte do patrimônio cultural necessário a formação do cidadão contemporâneo (Batanero *et al.* 2011; Batanero, 2013).

Já no Brasil, ela tem seu desenvolvimento bastante recente. Dois eventos ocorridos em 1999 marcam a história do movimento de Educação Estatística no Brasil, de acordo com Cazorla, Kataoka e Silva (2010). A conferência Internacional “Experiências e Expectativas do Ensino de Estatística: desafios para o Século XXI”, ocorrida na Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC) e a visita da pesquisadora Carmem Batanero ao Programa da UNICAMP, convidada pelo Grupo de Pesquisa “Prática Pedagógica em Matemática” (PRAPEM). Após o evento nasceu a ideia da criação do Grupo de Trabalho (GT) dentro da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM).

Esse Grupo de Trabalho, o GT12, foi denominado “Ensino de Probabilidade e Estatística” e foi criado em novembro de 2000, por ocasião da realização do I Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática (SIPEM), em Serra Negra – SP. Ele trata exatamente do Ensino de Probabilidade e Estatística, objetivando analisar e compreender como as pessoas ensinam e aprendem Probabilidade e Estatística.

Dentre os eventos que envolvem Educação Matemática e, conseqüentemente, a Educação Estatística, destaca-se o Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática (SIPEM), mencionado acima, que objetiva a promoção da troca de ideias entre grupos, que em diversos países, fazem pesquisas sobre Educação Matemática. Nos anais do SIPEM nota-se que a maior parte das pesquisas relacionadas ao Ensino de Probabilidade e Estatística, presentes no GT12, versam sobre este conteúdo no ensino básico. A tabela 1 mostra as frequências desses trabalhos e o número e percentual daqueles relacionados ao Ensino Superior.

Tabela 1: Trabalhos que versam sobre o ensino de Probabilidade e Estatística (SIPEM)

<b>Ano</b>	<b>Nº de trabalhos (Nº total)</b>	<b>Nº de trabalhos relacionados ao Ensino Superior</b>
<b>I SIPEM (2000)</b>	00* (112)	0*
<b>II SIPEM (2003)</b>	10 (156)	2
<b>III SIPEM (2006)</b>	11 (211)	2
<b>IV SIPEM (2009)</b>	14 (162)	2
<b>V SIPEM (2012)</b>	05 (154)	0
<b>VI SIPEM (2015)</b>	04 (169)	2
<b>VII SIPEM (2018)</b>	18 (228)	5

Fonte: SBEM – (\*) O GT12 não havia sido criado

Observa-se na tabela 1 um número muito pequeno de pesquisas relativas ao ensino de Estatística no Ensino Superior no GT12 do SIPEM; esse número só foi expressivo, ao se comparar ao número de trabalhos sobre o Ensino de Probabilidade e Estatística, no VI SIPEM.

Apesar de grande parte das pesquisas abordarem o ensino de Probabilidade e Estatística no ensino básico, o ensino de Probabilidade e Estatística no Ensino Superior também representa um ponto bastante importante a ser investigado, uma vez que isso reflete diretamente no Ensino de Probabilidade e Estatística nos Ensinos Fundamental II e Médio, já que conteúdos relacionados a esse tema são lecionados por professores de Matemática.

A Estatística é tratada, tanto na Educação Básica como no Ensino Superior, como um tópico da Matemática. Isso faz com que se dê grande ênfase a cálculos, fórmulas e procedimentos, o que pode prejudicar a compreensão dos conceitos estatísticos.

É importante que se pense em como ensinar Estatística de forma com que o aluno consiga relacionar o que aprende a situações do cotidiano ao qual se insere, a fim de que seu aprendizado faça sentido dentro daquilo que ele vivencia. E dessa maneira possa aplicar seus conhecimentos adquiridos em situações de seu cotidiano.

Nesse sentido, não se pode deixar de lembrar mais uma vez, a importância de se investir na formação Estatística dos futuros professores de Matemática. Em outras palavras, é muito importante que existam disciplinas dentro dos cursos de Licenciatura em Matemática voltadas para o ensino de Estatística.

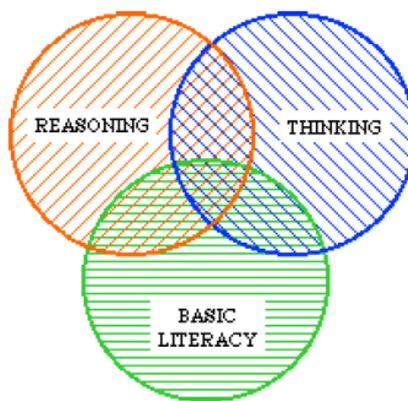
É relevante que o Ensino de Probabilidade e Estatística, em especial num curso inicial de formação do professor de Matemática, tenha como objetivo apresentar os princípios estatísticos necessários para aplicações a situações que façam parte do contexto em que estão inseridos em seu cotidiano. Desta maneira, os conteúdos de Estatística ensinados nos Ensino Fundamental II e Médio poderão estar pautados muito mais nos conceitos do que apenas nas aplicações de fórmulas, podendo dar mais sentido e aplicabilidade para os discentes destes níveis de ensino.

Ao se falar em ensino e aprendizagem da Estatística, é essencial que se destaque as competências necessárias que devem ser adquiridas para uma melhor compreensão dos conceitos estatísticos. Tais competências são: literacia estatística, raciocínio e pensamento estatístico.

### 2.1.1 Competências estatísticas

É indiscutível que as competências estatísticas estão interligadas, mas essa relação entre elas varia de acordo com a interpretação de cada autor. DelMas (2002) sugere duas interpretações acerca das mesmas. Uma delas sugere que há interseção entre literacia, pensamento e raciocínio estatístico, havendo habilidades comuns duas a duas, habilidades comuns entre as três e que ainda há habilidades específicas de cada uma dessas competências. A Figura 1 representa essa interpretação.

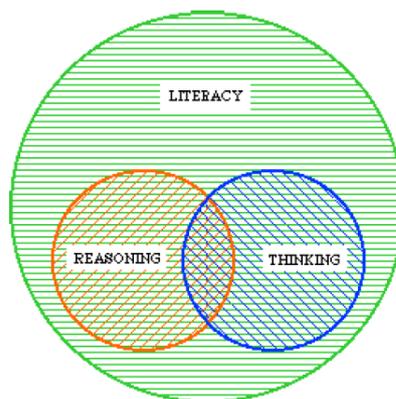
Figura 1: Competências Estatísticas interligadas



Fonte: DelMas, (2002)

Uma segunda interpretação entende que a literacia estatística tem habilidades peculiares, mas que o pensamento e o raciocínio estatístico estão compreendidos dentro desta competência, sendo assim a literacia essencial para a construção das demais competências. A Figura 2 mostra a imagem dessa interpretação.

Figura 2: Competências Estatísticas contidas na Literacia



Fonte: DelMas (2002)

Para este trabalho, adotaremos a interpretação de que as competências estatísticas têm habilidades peculiares, mas que possuem habilidades comuns duas a duas e também possuem habilidades que são comuns a todas as competências, conforme Figura 1.

### 2.1.2 Literacia estatística

Diversos autores discorrem sobre a concepção de literacia estatística. Watson (1997), por exemplo, entende a literacia estatística como sendo a capacidade de compreensão do texto e do significado das implicações das informações estatísticas inseridas em seu contexto formal e Watson (1997) apud Campos *et al.* (2011, p.23), identifica três estágios de seu desenvolvimento:

- (i) o entendimento básico da terminologia estatística;
- (ii) o entendimento da linguagem estatística e os conceitos inseridos num contexto de discussão social;
- (iii) o desenvolvimento de atitudes de questionamento nas quais se aplicam conceitos mais sofisticados para contradizer alegações que são feitas sem fundamentação estatística apropriada.

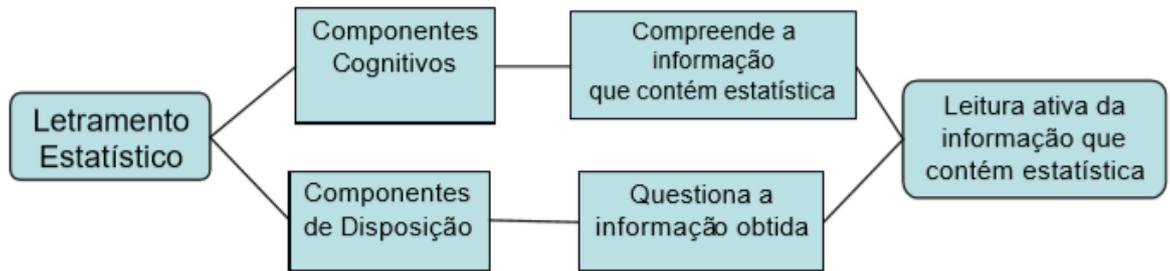
Já Segundo Steen (2001), a literacia estatística é um conjunto de conhecimentos, convicções, pré-disposições, hábitos mentais, capacidades de comunicação e habilidades que as pessoas precisam para lidar de maneira eficaz com situações envolvendo dados que surgem na sua vida e na sua atividade profissional.

E ainda segundo Lopes (2002) ela requer que a pessoa seja capaz de reconhecer e classificar dados como quantitativos ou qualitativos, discretos ou contínuos, e saiba como o tipo de dado conduz a um tipo específico de tabela, gráfico, ou medida estatística.

Para Gal (2002), literacia compreende não só conhecimentos factuais, certas destrezas formais e informais, mas também crenças, hábitos e atitudes assim como uma perspectiva crítica desses conhecimentos. Para este autor, de um modo geral, a literacia matemática é a capacidade das pessoas interpretarem e avaliarem criticamente a informação matemática que encontram nos mais variados contextos, compreenderem o significado dessa informação e discutirem ou comunicarem as suas reações e opiniões sobre as suas implicações ou as suas preocupações em relação à aceitação de conclusões dadas.

É importante ressaltar que Gal (2002) propõe um modelo para literacia estatística. Esse autor sugere uma estrutura pela qual essa competência estatística estaria dividida em componentes cognitivos e componentes de disposição, conforme a Figura 3, sintetizada por Silva (2007).

Figura 3: Modelo proposto por Gal para Literacia Estatística



Fonte: Silva (2007)

Alguns autores, como Coutinho e Lopes, adotam o termo letramento estatístico; para este trabalho usaremos o termo literacia estatística.

Embora a Didática Estatística venha colocando a literacia estatística como fundamental para a construção das demais competências estatísticas, vale ressaltar que, em Educação, essa concepção varia de acordo com o autor.

Com base nas definições supracitadas sobre literacia estatística pode-se concluir que ela é essencial para que o indivíduo seja capaz de tomar decisões com responsabilidade propiciando que atue como um cidadão consciente.

Entende-se por literacia estatística como sendo a habilidade de um indivíduo de ler, organizar e interpretar criticamente dados estatísticos apresentados em tabelas ou gráficos, ou seja, a capacidade de interpretar de forma crítica as informações estatísticas que lhe são apresentadas.

Notoriamente as concepções de literacia estatística são convergentes, mas para esta pesquisa adotaremos a definição e os estágios propostos por Watson (1997).

### 2.1.3 Raciocínio estatístico

Assim como para as demais competências estatísticas, há várias definições para raciocínio estatístico. Adotaremos o que foi definido pelos autores Garfield e Gal que entendem que:

O raciocínio estatístico pode ser definido como sendo o modo como as pessoas raciocinam com as ideias estatísticas, conseguindo assim dar um significado à informação estatística. O que envolve fazer interpretações com base em conjuntos de dados, representações de dados ou resumos de dados. Muitos dos raciocínios estatísticos combinam dados e acaso o que leva a ter de ser capaz de fazer interpretações estatísticas e inferências. (GARFIELD E GAL, 1999, p. 207)

Garfield (2002) propõe ainda um modelo geral para o raciocínio estatístico composto por cinco níveis. Tais níveis foram sintetizados por Silva (2007) e estão apresentados no abaixo:

Quadro 1: Níveis do raciocínio estatístico segundo Garfield

Nível	Título	Descrição
1	Raciocínio idiossincrático	Conhecimento de algumas palavras e símbolos estatísticos, utilizados sem um entendimento completo e, frequentemente, de maneira incorreta.
2	Raciocínio verbal	Entendimento verbal de alguns conceitos, sem conseguir aplicá-lo a um procedimento real. O indivíduo escolhe ou comunica uma definição correta, mas sem apreender seu significado.
3	Raciocínio transitório	Capacidade de identificar corretamente uma dimensões de um conceito estatístico, sem integrá-los completamente.
4	Raciocínio de procedimento	Capacidade de identificar corretamente as dimensões de um conceito ou processo estatístico, sem integrá-los completamente ou sem entender o processo.
5	Raciocínio completo do processo ou conceito	Entendimento completo do processo ou conceito estatístico, coordenando as regras e os procedimentos, usando suas próprias palavras para explicar um conceito.

Fonte: Silva (2007)

Nota-se então que o raciocínio estatístico só é realmente atingido quando se é capaz de compreender os processos ou/e conceitos, conectando-os as regras e procedimentos e sendo capaz de explicá-los com suas próprias palavras. Que são características do raciocínio completo.

E para a pesquisadora o raciocínio estatístico representa a habilidade do indivíduo em trabalhar com ferramentas e conceitos estatísticos, descrevendo-os e utilizando os mesmos para justificar sua utilização.

#### 2.1.4 Pensamento estatístico

Segundo Mallovs (1998) podemos imaginar o pensamento estatístico como sendo a capacidade de relacionar dados quantitativos com situações concretas, admitindo a presença da

variabilidade e da incerteza, explicitando o que os dados podem dizer sobre o problema em foco.

Para Snee (1990) é o processo de pensamento que reconhece a presença de variação em torno de tudo o que se faz. E ainda segundo este mesmo autor, os elementos do pensamento estatístico são: reconhecimento da variação presente em todo o processo, a necessidade de dados para medir a variação e o uso de métodos e ferramentas estatísticas para quantificar e entender a variação, permitindo uma tomada de decisão.

A definição mencionada acima foi ampliada por Wild e Pfannkuch (1999). Em que baseiam sua estrutura em quatro dimensões, a saber: o ciclo investigativo, os tipos de pensamento, o ciclo interrogativo e as disposições.

A primeira dimensão, o ciclo investigativo, trata-se de uma adaptação do modelo proposto pelo PPDAC (*Problem, plan, data, analysis, conclusions*). De acordo com Wild e Pfannkuch (1999), o ciclo investigativo objetiva resolver um problema real, em geral intencionando mudar um sistema para melhorar alguma coisa. O que segundo a definição de Snee (1990) seria melhorar um processo.

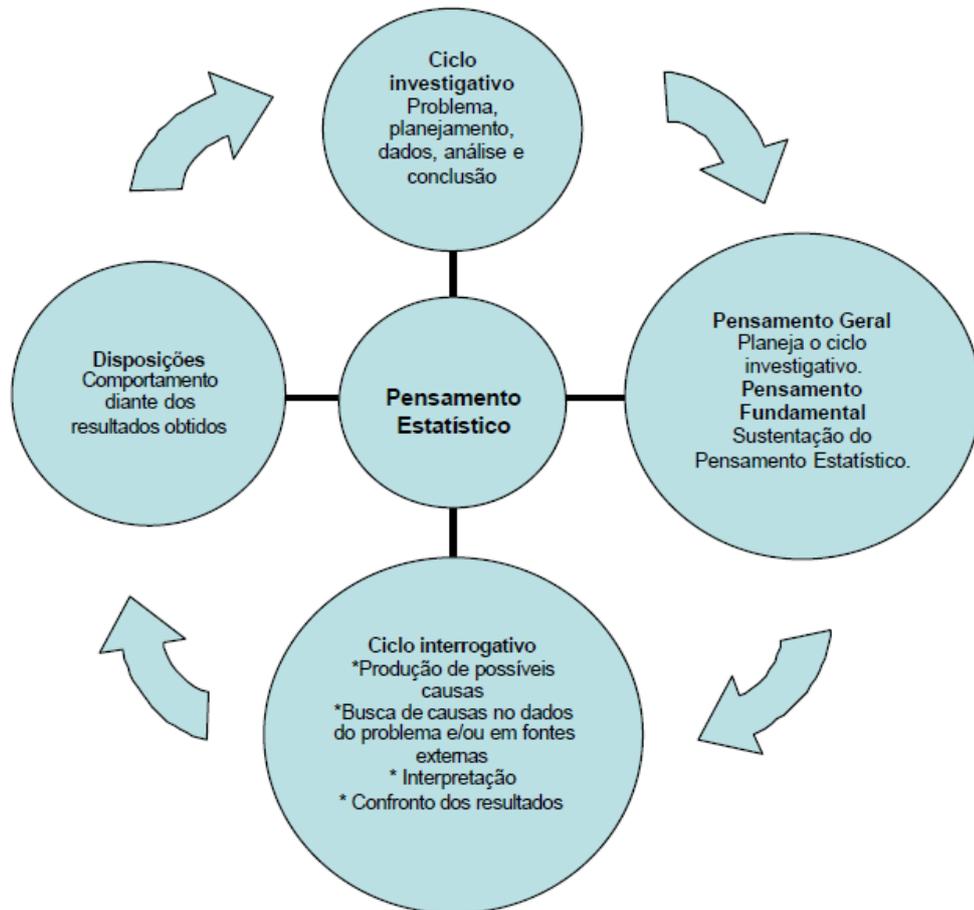
Os tipos de pensamento, que compõe a segunda dimensão, de acordo com os autores, são: pensamento geral e pensamento fundamental. O primeiro trata-se do planejamento do ciclo investigativo: o que será feito? Como? O que já se conhece sobre o assunto? Quanto custará? Que material será necessário? O segundo refere-se ao reconhecimento da necessidade de dados, a transnumeração, que está relacionada ao discernimento da melhor representação a ser utilizada numa determinada situação. O pensamento fundamental tem relação direta com o que Snee (1990) define como pensamento estatístico.

A terceira dimensão é o ciclo interrogativo, que está relacionada aos questionamentos macro e micro delimitados pelo pensador na resolução de um problema. Nesta dimensão, o pensador produz possibilidades, busca informação e ideias para posteriormente interpretar os resultados estatísticos, verifica as informações obtidas com referência interna (o que já conhecia) e externa (literatura, outras pessoas), toma a decisão sobre o que deve ser mantido, continua a pesquisar, etc.

A última dimensão, chamada de disposições, refere-se ao compromisso do pensador com problema. Segundo os autores, o pensador pode ser curioso e ter a vontade de pesquisar mais, imaginativo e buscar ver o problema sob diferentes perspectivas, céptico e questionar se as conclusões são justas, pode tentar entender se existe nova fonte para aquela ideia observada, pode permitir que novas ideias sejam confrontadas com as suas e pode ser perseverante.

Silva (2007) analisa que ao interpretarmos as definições expostas, podemos definir pensamento estatístico como as estratégias mentais utilizadas pelo indivíduo para tomar uma decisão em toda etapa do ciclo investigativo. A Figura 4 mostra uma interpretação do pensamento estatístico conforme Wild e Pfannkuch (1999) e organizada por Silva (2007).

Figura 4: Dimensões do Pensamento Estatístico



Fonte: Silva (2007)

Tais afirmações dos autores mencionados fazem com se reflita sobre a importância do desenvolvimento do pensamento estatístico para um indivíduo. Propicia tomada de decisões essenciais para seu cotidiano, entendendo a aplicabilidade da Estatística, relacionando-a com sua realidade na qual se insere, tornando-o capaz de entender as ideias de variabilidade e incerteza presentes em nossas vidas.

Entendemos como pensamento estatístico como sendo a capacidade de se aplicar questões que envolvam estatística a nosso cotidiano, indagando espontaneamente situações problema nos contextos nos quais estamos inseridos por meio da Estatística.

Acreditamos que não seja possível ensinar de maneira direta que os estudantes pensem estatisticamente, mas é possível que por meio de atividades exploratórias, por exemplo, se auxilie no desenvolvimento dessa competência.

## 2. 1.5 – Um exemplo de curso de Estatística

No artigo “Educação Estatística no Curso de Licenciatura em Matemática” publicado na revista *Bolema* em 2013, Celi Espasandin Lopes versa sobre sua experiência em um estágio realizado na disciplina Estatística, na Universidade da Geórgia, no segundo semestre de 2008. A autora relata que nesta Universidade, em 1996, os Departamentos de Educação Matemática e Estatística começaram a trabalhar conjuntamente a fim de contribuir com a formação dos futuros professores de Matemática em Probabilidade e Estatística criando o curso STAT 4/6070. O STAT é ministrado duas vezes ao ano e é oferecido para graduandos em Matemática e aos professores de Matemática em exercício da profissão e que fazem pós-graduação.

Esse curso foi ministrado pela Professora Christine Franklin seguindo as recomendações de um projeto financiado pela *American Statistical Association* (ASA) para a elaboração das Diretrizes para Avaliação e Ensino em Educação Estatística, o *GAISE* Project. As recomendações elaboradas para o ensino de estatística no ensino superior foram publicadas em 2010 e os trabalhos foram feitos sob a coordenação de Joan Garfield.

Nas recomendações supracitadas, foram sugeridas seis metas a serem trabalhadas com os alunos, de acordo com Aliaga *et al* (2010) apud Lopes (2013):

ênfatisar literacia estatística e desenvolver o pensamento estatístico; usar dados reais; ressaltar o entendimento conceitual, ao invés de mero conhecimento de procedimentos; promover a aprendizagem ativa em sala de aula; usar a tecnologia para o desenvolvimento de compreensão conceitual e análise de dados; e usar as avaliações para melhorar e avaliar a aprendizagem do aluno. (p. 906)

De acordo com Lopes (2013), a proposta do curso associa conteúdo estatístico e conteúdo didático, a fim de preparar professores para o futuro trabalho docente de qualidade, nos cursos de Estatística a serem ministrados no ensino secundário. Além disso, segundo a autora o STAT 4/6070 é um curso de estatística projetado para:

- ser um segundo curso de estatística, reforçando os conceitos e as técnicas aprendidas em um curso introdutório; apresenta discussões pedagógicas para o ensino de análise de dados e introduz temas estatísticos para além dos oferecidos no curso introdutório;
- enfatizar o pensamento estatístico e discutir como a estatística é usada em situações cotidianas;

- dar uma apreciação duradoura do papel vital do domínio da estatística na pesquisa empírica;
- compreender a importância de incluir a análise de dados no currículo de matemática. Especificamente, para professores do ensino secundário da Geórgia, oferece preparação para ensinar o componente de análise de dados nos padrões de desempenho definidos no currículo de matemática da Geórgia;
- ser ministrado com entrelace do conteúdo estatístico com a abordagem pedagógica. O programa do curso determinou como elementos básicos do pensamento estatístico:
  - a necessidade de aprender a lidar com dados. É importante reconhecer a necessidade de embasar as decisões e as ações pessoais em evidências (dados) e de reconhecer o perigo potencial de atuar em suposições não apoiadas por dados;
  - a importância da produção de dados e obtenção de dados precisos. A causa mais frequente de uma amostra pobre é a falta de projeto antes de coletar os dados. Investigações bem planejadas para responder a perguntas específicas são a parte mais importante do fazer estatístico, porque, se não for bem feita, toda a análise dos dados resultantes não vai valer muito;
  - o papel da variabilidade. Variabilidade é a essência de estatísticas;
  - a quantificação e a explicação da variabilidade. Isso envolve a compreensão do papel da aleatoriedade, usando distribuições para resumir dados, procurando neles padrões e desvios e utilizando modelos matemáticos para descrever os padrões e as relações. (LOPES, 2013, p. 909 e p. 910)

O curso ministrado foi proposto em onze tópicos: estatística para tomada de decisão, exploração de dados com gráficos e resumos numéricos, coleta de dados, uso da probabilidade para descrever o comportamento aleatório e analisar como isso afeta nossas vidas diárias, distribuições amostrais, inferência estatística: estimação, o poder de um teste, inferência baseada em duas amostras, inferências sobre a relação entre duas variáveis e regressão.

Ainda segundo Lopes (2013), Christine Franklin utilizou a estatística como apresentada na literatura atual, em casos de artigos de jornais e revistas. Os alunos eram desafiados em todas as aulas e pensar estatisticamente sobre os mais variados assuntos. A tecnologia também sempre estava presente em suas aulas. A calculadora (TI-83+/84) e o software *Minitab* foram utilizados para a análise de dados exploratória, simulações e a execução das técnicas de inferência estatística. Foram realizadas diversas atividades em grupo, a professora apresentava problemas estatísticos para serem debatidos.

A autora ressalta que dentre as propostas do curso merecem destaque as atividades e projetos que objetivaram reforçar e desenvolver conceitos estatísticos. Destaca ainda que os principais objetivos do curso era fazer com que o aluno lesse dados criticamente e com compreensão; produzisse dados que fornecessem respostas claras para as perguntas corretamente colocadas; entendesse métodos sólidos e adequados para a elaboração de conclusão confiável e baseada em dados; aplicasse métodos sólidos e adequados para a elaboração de conclusão confiável e baseadas em dados, entendesse como fazer descrições defensáveis e inferência sobre amostras e populações; compreendesse como usar recursos disponíveis para produzir atividades de ensino em estatística e probabilidade para educação

básica. A autora enfatiza os métodos utilizados para avaliação dos alunos, testes (20%); prova 1 (20%); prova 2 (25%); atividades (livro-texto, tecnologias, projetos) (20%); portfólio (15%). Ressaltando a importância do portfólio, que permitiu que um maior aprimoramento dos alunos acerca do ensino de probabilidade e estatística na educação básica, já que os mesmos precisaram buscar atividades e artigos sobre as ações docentes sobre o tema.

Em suas considerações, Lopes (2013) indica a emergente necessidade de se repensar a programação da disciplina Estatística nos cursos de formação inicial do professor de Matemática, a fim de que se possa desenvolver uma formação de qualidade no que tange essa área, na educação básica. Destaca também que sua pesquisa mostrou que o uso de tecnologias para a resolução de problemas estatísticos permitiu aos alunos participantes do curso adquirir conceitos e entender procedimentos.

Contrapondo a essa ideia, o curso oferecido na disciplina Probabilidade e Estatística, que será analisada neste trabalho, não têm como foco apenas alunos do curso de Licenciatura em Matemática. A disciplina também é oferecida ao curso de Licenciatura em Química, o que também acaba fazendo com que o foco não seja preparar o futuro professor de Matemática para lecionar conteúdos estatísticos no ensino Fundamental II e Médio. Além disso, é uma disciplina introdutória aos conceitos Estatísticos, sendo o primeiro contato do aluno com o tema em sua graduação.

Corroborando os resultados da pesquisa de Lopes (2013), entendemos que a tecnologia pode ser uma grande aliada para aproximar a resolução de problemas que envolvem a estatística da realidade. Nessa perspectiva, o produto educacional descrito no Capítulo 5, que será sugerido para a utilização na disciplina analisada e mencionada no parágrafo anterior, tenta colaborar no desenvolvimento das competências estatísticas de forma interativa por meio do uso da tecnologia.

## **2.2 Educação a distância**

A Educação a Distância tem sido estudada há várias décadas e desta forma, há diversas concepções sobre EAD. O termo Educação a Distância, foi iniciado no século XVIII, nos EUA a partir de um curso de taquigrafia por correspondência (Katz, 1973 apud Freitas 1982). Em 1969 foi criada a *Open University* do Reino Unido através de autorização formal denominada *Royal Charter* (MAIA E MEIRELLES, 2002). Atualmente pode-se entender a EAD como ensino, não necessariamente presencial, em que a interação professor/aluno é mediada por

meios de comunicação, principalmente a internet, recursos materiais impressos e eventualmente encontros presenciais.

Com o avanço da tecnologia de informação, a EAD está cada vez mais presente em nosso dia e faz-se necessário que se compreenda como se dá o processo de ensino aprendizagem nesta modalidade. Deve-se procurar entender a forma pela qual esse conteúdo é produzido. De acordo com Neder:

[...] a educação a distância deve ser compreendida como uma dimensão de uma pedagogia que possa contribuir para a (res)significação do processo educativo e, até mesmo, para mudanças paradigmáticas que superem a escola tradicional. (NEDER, 2009, p.5)

A EAD só foi regulamentada no Brasil com a LDB 9.394 de 1996. A partir dela, surgiram diversos cursos de Educação a Distância tanto nos níveis básico e técnico quanto no nível superior. O decreto 5.622 de 19 de dezembro de 2005 regulamentou o Art. 80 da LDB e revogou os decretos 2.494/98 e 2.561/98. Segundo essa regulamentação, a EAD é uma modalidade educacional na qual a mediação didático-pedagógica nos processos de ensino e aprendizagem ocorre com a utilização de meios e tecnologias de informação e comunicação, com estudantes e professores participando do desenvolvimento de atividades educativas em lugares ou tempos diversos.

### 2.3 Educação a Distância na Formação de Professores e o CEDERJ

A Educação a Distância é uma modalidade de ensino e aprendizagem que vem sendo apontada como uma possibilidade concreta de democratização do ensino, rompendo-se as barreiras de ordem espaciais e temporais resultando na construção do conhecimento.

A Secretaria de Educação a Distância (SEED), criada pelo Ministério da Educação (MEC) em seu boletim de novembro de 2006 destaca que:

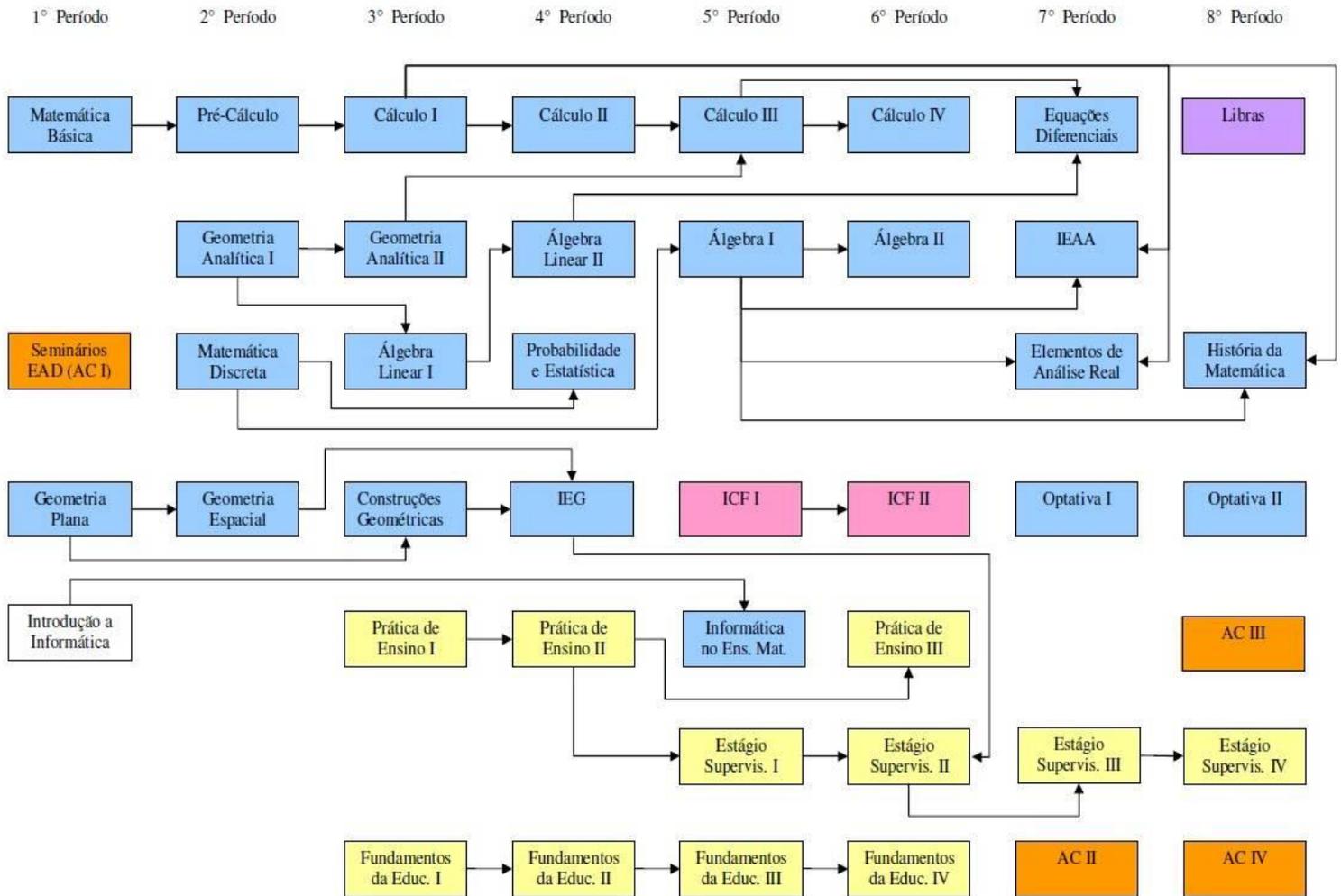
As questões relacionadas à EAD, até um tempo atrás, predominavam em torno de assumir uma posição a favor ou contra, uma vez que essa modalidade de ensino trazia uma preocupação para os educadores em termos da sua qualidade e, conseqüentemente, da aprendizagem do aluno. No entanto, no final da década de 90, com o avanço da tecnologia e a disseminação da Internet, a EAD ganhou um novo foco de análise, evidenciando novas questões e envolvendo, de forma híbrida, aspectos de caráter tecnológico e educacional. Com isso, as preocupações passaram a girar em torno das diferentes abordagens educacionais de EAD veiculadas com o suporte das plataformas computacionais, denominadas de ambientes virtuais. (MEC, 2006, p. 53).

Por volta de 2000 surgiu o CEDERJ, consórcio formado por Instituições Públicas de Ensino Superior do Estado do Rio de Janeiro, com o apoio do Governo do Estado do Rio de Janeiro, por meio da Secretaria de Ciência, Tecnologia e Inovação, e dos Governos Municipais em que há polos de apoio presencial. Atualmente fazem parte desse consórcio as seguintes instituições: Universidade Federal Fluminense (UFF), Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ), Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro (UFRRJ), Universidade Estadual do Rio de Janeiro (UERJ), Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro (UNIRIO), Universidade Estadual do Norte Fluminense (UENF), Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca (CEFET), Instituto Federal Fluminense (IFF) e o Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio de Janeiro (IFRJ) e tem como objetivo democratizar o acesso ao ensino superior público de qualidade. Em 2005, foi incorporado ao Sistema Universidade Aberta do Brasil (UAB). São oferecidos diversos cursos pelo consórcio, dentre os quais destacam-se os cursos de Licenciaturas e em particular o Curso de Licenciatura em Matemática Distância da UFF/UNIRIO, que será a base da pesquisa a ser realizada neste trabalho.

As ações do Consórcio CEDERJ foram inauguradas pelo curso de Licenciatura em Matemática em novembro de 2001, onde foram oferecidas e preenchidas 160 vagas, ofertadas em seu primeiro vestibular. Atualmente o curso tem 5550 estudantes e desde sua implantação foram formados 1201 professores de Matemática. A parceria entre a Universidade Federal Fluminense (UFF) e a Universidade do Estado do Rio de Janeiro (UNIRIO) teve início em 2006, onde a UNIRIO passou a assumir a diplomação de alguns Polos. A divisão de Polos consiste da seguinte maneira: Polos UFF: Angra dos Reis (ARE), Bom Jesus de Itabapoana (BJE), Campo Grande (CGR), Cantagalo (CAN), Itaperuna (ITA), Itaocara (ITO), Macaé (MAC), Nova Iguaçu (NIG), Natividade (NAT), Paracambi (PAR), Piraí (PIR), Resende (RCE), Rio das Flores (RFL), Rio Bonito (RBO), Saquarema (SAQ), São Fidelis (SFI), São Francisco de Itabapoana (SFR), Santa Maria Madalena (SMA), São Pedro da Aldeia (SPE) e Volta Redonda (VRE). Polos UNIRIO: Magé (MAG), Miguel Pereira (MPE), São Gonçalo (SGO), Petrópolis (PET) e Três Rios (TRI).

O Curso de Licenciatura em Matemática UFF/UNIRIO atualmente segue a grade representada no fluxograma apresentado na Figura 5.

Figura 5: Fluxograma do Curso de Licenciatura em Matemática



Fonte: Fundação CECIERJ (2019)

Como é possível observar no fluxograma acima, a disciplina Probabilidade e Estatística é uma disciplina obrigatória que faz parte do quarto período. Essa disciplina tem carga horária de 60h e segue a seguinte ementa: Estatística Descritiva; Medidas de Posição; Medidas de Dispersão; Probabilidade; Independência de Eventos; Teorema da Probabilidade Total; Teorema de Bayes; Variáveis Aleatórias Discretas Distribuições Discretas; Variáveis Aleatórias Contínuas; Distribuição Normal.

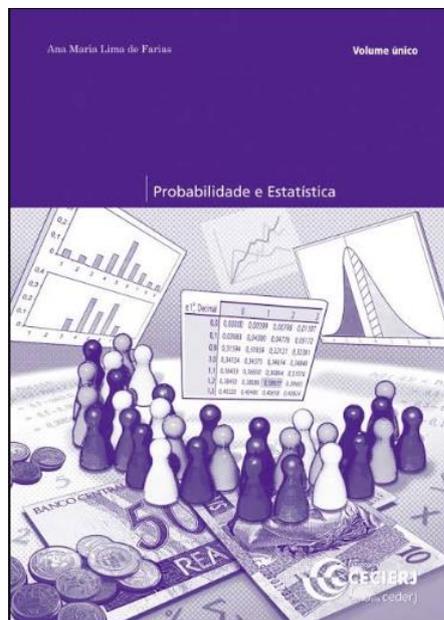
Ressalta-se que essa pesquisa tem como objetivo analisar como são construídas as competências estatísticas, portanto foi foco da pesquisa apenas a parte da ementa referente aos conteúdos estatísticos.

Atualmente a entrada nos cursos de graduação oferecidos pelo consórcio se dá de duas maneiras; através do vestibular ou do ENEM.

Ao se falar sobre Educação a Distância é necessário que se pense nos diversos atores que são fundamentais para que o processo de ensino aprendizagem aconteça, são eles: material didático impresso, ambiente virtual de aprendizagem (AVA) e as tutorias presencial e a distância, mas nessa pesquisa abordaremos apenas as tutorias a distância.

O material didático impresso, que é retirado pelo aluno presencialmente no Polo ao qual está vinculado e também é disponibilizado no ambiente virtual de aprendizagem (AVA) adotado no curso, é de grande importância para o aluno em EAD. Não basta que esse material apresente apenas conteúdo substancial, é necessário que ele propicie a maior quantidade de desdobramentos daquele conteúdo, para que o estudante possa percorrer diferentes caminhos de estudo. Esse material é disponibilizado apenas para os alunos inscritos na disciplina e a versão impressa é como aparece na Figura abaixo:

Figura 6: Material didático impresso da disciplina Probabilidade e Estatística



Fonte: Foto tirada pela autora

A construção e a implementação de AVA têm sido objetos de atenção nos processos de formação a distância, como destaca Bairral (2009). A sala de tutoria na Plataforma CEDERJ, que é o ambiente virtual de aprendizagem adotado a partir de uma customização da Plataforma MOODLE, será também objeto de análise deste trabalho, e é baseada na filosofia educacional do construcionismo, ou seja, o ambiente criado tem foco no aluno e não no professor.

A Figura a seguir mostra a imagem da sala de tutoria da disciplina Probabilidade e Estatística. Só é permitido acessá-la aos alunos, mediadores presenciais ou a distância e Coordenadores da disciplina.

Figura 7: sala de tutoria da disciplina Probabilidade e Estatística na Plataforma CEDERJ

Fonte: Plataforma CEDERJ

Outro elemento importante são as tutorias. Há duas modalidades de tutoria em cursos em EAD no CEDERJ: a tutoria presencial e a tutoria a distância. O Mediador Presencial encontra-se nos Polos enquanto os Mediadores a Distância ficam na Universidade e atendem os alunos via telefone e ambiente virtual.

Diversos autores enfatizam a importância das tutorias nos cursos a distância. Segundo Costa:

Na estrutura dos cursos superiores a distância, a tutoria desempenha papel de extrema relevância. Na qualidade de mediadores do processo de ensino aprendizagem, os tutores estabelecem uma ponte segura e dinâmica entre docentes e alunos. (COSTA, 2009, p.11)

Para este trabalho faremos a análise apenas das tutorias a distância devido ao número de Polos onde são ofertados a disciplina Probabilidade e Estatística. Há vinte e três municípios do estado do Rio de Janeiro em que há Polos de apoio presencial onde são oferecidos o Curso de Licenciatura a Distância UFF/UNIRIO.

### **3 METODOLOGIA**

#### **3.1 Tipo e abordagem da pesquisa**

A presente pesquisa será um estudo descritivo e será abordada de forma quantitativa e qualitativa. A pesquisa de cunho quantitativo é aplicada, segundo Richardson (1989), em estudos descritivos onde se busca descobrir e correlacionar variáveis por meio de técnicas estatísticas.

Para Diehl (2004), a pesquisa quantitativa se caracteriza pelo uso da quantificação, tanto na coleta quanto no tratamento das informações, utilizando-se técnicas estatísticas, objetivando resultados que evitem possíveis distorções de análise e interpretação, possibilitando uma maior margem de segurança;

Para a pesquisa qualitativa, de acordo com Bogdan e Biklen (1982, p.47 e p.48), podem ser citadas as suas principais características: (i) Os dados são coletados, em geral, em cenário natural e o pesquisador é o instrumento chave na coleta de dados; (ii) é descritiva; (iii) preocupa-se com o processo em vez de simplesmente com resultados ou produtos; (iii) tende a analisar os dados de forma indutiva; (iv) enfatiza o “significado”.

#### **3.2 Procedimentos metodológicos**

O desempenho dos alunos será avaliado de duas formas: qualitativa e quantitativa. O desempenho será verificado quantitativamente por meio de análise exploratória dos dados do sistema acadêmico (sistema onde as notas das avaliações dos alunos são disponibilizadas) e qualitativamente a partir da análise das questões das avaliações, verificando se estão compatíveis com o programa da disciplina e qual competência pretende avaliar.

A análise de material didático impresso será feita de forma descritiva e qualitativa, utilizando como aporte teóricos referenciais apontados neste trabalho, notadamente os estágios propostos por Watson (1997), níveis indicados por Garfield (2002) e dimensões apontadas por Wild e Pfannkuch (1999). Analisaremos também como os mesmos aportes teóricos, os Exercícios Programados (EPs), que consistem em exercícios disponibilizados semanalmente no Ambiente Virtual de Aprendizagem, cujo objetivo é complementar os estudos dos conteúdos previstos no cronograma da semana.

A sala da disciplina Probabilidade e Estatística na Plataforma CEDERJ, ambiente virtual de aprendizagem adotada no curso, será avaliada de forma qualitativa, buscando verificar que ferramentas os alunos utilizam na Plataforma e suas interações.

A análise das tutorias será feita apenas das tutorias a distância uma vez que não seria possível acompanhar as tutorias presenciais em cada Polo de apoio presencial pois os mesmos encontram-se em vinte e três municípios do estado do Rio de Janeiro e essas tutorias são opcionais, portanto os alunos não têm presença obrigatória nas mesmas. Essa análise por meio da verificação das dúvidas e interações ocorridas na sala de tutoria da disciplina Probabilidade e Estatística na Plataforma CEDERJ.

O produto educacional desenvolvido será um roteiro de atividades que possibilite uma análise interativa de dados. Utilizaremos o *software R* como calculadora gráfica. Utilizaremos bancos de dados com informações reais, que como indicamos no texto, pode proporcionar uma aprendizagem mais significativa para o aluno.

A escolha do *software R* se dá pelo fato do mesmo ser um *software* estatístico livre, de utilização acessível e dos gráficos gerados por ele proporcionarem uma boa visualização, unido ao fato da pesquisadora acreditar na necessidade da divulgação desse *software*. Macey e Hornby (2018), por exemplo, apresentam enfaticamente razões para introduzir o *software R* na sala de aula da Educação Básica:

1. Se você utiliza o *R* para criar representações visuais, muitas tarefas de elaboração de planos de aula, que geralmente demandam tempo se forem utilizadas as funções do Excel, serão consideravelmente simplificadas.
2. Trabalhar com o *R* é muito similar à produção de códigos de programação de funções. No passado, acessar tal ferramenta seria uma imensa barreira para os alunos, mas com o aumento de países que têm inserido programação no currículo escolar, em breve os alunos estarão capacitados com este tipo de interface fornecida pelo *R*.
3. *R*, conjuntamente com outros pacotes que utilizam métodos similares de interação, é usado por analistas de dados em todo o mundo. Para qualquer aluno que no futuro for trabalhar com análise de dados em suas carreiras futuras, incluindo ensino, a experiência com o *R* será uma base importante e útil.
4. Existem ambientes gráficos excelentes construídos para o *R*, tal como o *shiny*, que pode auxiliar na produção de excelentes demonstrações de princípios estatísticos na sala de aula, sendo uma fonte rica de materiais baseados em projetos para os alunos. (Tradução da autora)

Por meio do produto educacional, pretende-se que o aluno perceba a aplicação da Estatística em contextos diversos do dia a dia e que se alcance os estágios da Literacia estatística propostos por Watson (1997), níveis de Raciocínio Estatístico indicados por Garfield (2002) e os estágios do Pensamento Estatístico de Wild e Pfannkuch (1999).

Para a realização da presente pesquisa, foi solicitado a autorização da diretoria acadêmica do Consórcio CEDERJ, como consta cópia do e-mail no anexo A.

## 4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

### 4.1 Avaliação do desempenho dos alunos

O desempenho dos alunos foi avaliado de forma qualitativa por meio da análise das questões da Avaliação a Distância (instrumento de caráter formativo/avaliativo, disponibilizado, pela plataforma) e da Avaliação Presencial (instrumento de caráter formativo/avaliativo, em que o estudante comparece ao Polo de apoio presencial para realizar essa atividade proposta pelo coordenador de disciplina).

Segundo a visão da pesquisadora, as questões propostas nessas avaliações estão de acordo com ementa proposta pela coordenação da disciplina.

O desenvolvimento da literacia estatística foi avaliada segundo os estágios propostos por Watson (1997). É possível perceber a busca em avaliar o uso correto da terminologia estatística, estágio 1, como nas questões apresentadas nas Figuras 8, 9 e 10.

Figura 8: Avaliação a Distância 2019/1 – questão 1

1. (5,0 pontos) A tabela abaixo apresenta as frequências de renda familiar (em reais) de 50 famílias pesquisadas.

Classes	Frequências Simples Absoluta ( $n_i$ )	Ponto Médio ( $x_i$ )	( $n_i x_i$ )	Frequência Acumulada	Frequência Acumulada (%)
2.500– 3.500	12				
3.500– 4.500	3				
4.500– 5.500	15				
5.500– 6.500	2				
6.500– 7.500	5				
7.500– 8.500	13				
Total	50				

- (a) (2,0 pt) Complete a tabela;  
 (b) (1,0 pt) Obtenha a renda média;  
 (c) (1,0 pt) Obtenha a renda modal;  
 (d) (1,0 pt) Obtenha a mediana.

Fonte: Plataforma CEDERJ. Acesso em 06 de fevereiro de 2019

Figura 9: Avaliação a Distância 2019/1- questão 2

2. (5,0 pontos) Considere o diagrama de ramo e folhas variando de 120 a 868:

1	20	51	55	62	83		
2	00	10	90	98			
3	12	13	26	55	62	70	
4	00	01	60				
5	05	12	50	52			
6	22	88					
7	23	55	69				
8	48	50	68				

Construa uma tabela de distribuição de frequências (frequências simples absolutas e relativas e frequências acumuladas absolutas e relativas) para dados agrupados utilizando 5 classes.

Fonte: Plataforma CEDERJ. Acesso em 06 de fevereiro de 2019

Figura 10: Avaliação Presencial 2019/1- questão 7

**USE O ENUNCIADO A SEGUIR PARA RESOLVER AS QUESTÕES DE 4 A 7.**

Considere o diagrama de ramo e folhas com escala 10 | 0 (ou seja, os valores variam de 10 a 90):

1	0	8					
2	4	4	5	5	6		
3	0	1	4	9			
4	7	7	7	7	7	7	7
5							
6	0						
7	1	5	6	6			
8	1	3					
9	0						

**Questão 7 [1,0 ponto]** Use a regra para *outliers* e verifique se há dados discrepantes.

Fonte: Plataforma CEDERJ. Acesso em 16 de abril de 2019

O segundo estágio proposto por Watson, que trata o desenvolvimento do entendimento da linguagem estatística e os conceitos inseridos num contexto de discussão social pode ser notado nas questões apresentadas nas Figuras 11, 12, 13 e 14:

Figura 11: Avaliação a Distância 2019/1- questão 1

1. (5,0 pontos) A tabela abaixo apresenta as frequências de renda familiar (em reais) de 50 famílias pesquisadas.

Classes	Frequências Simples Absoluta ( $n_i$ )	Ponto Médio ( $x_i$ )	( $n_i x_i$ )	Frequência Acumulada	Frequência Acumulada (%)
2.500– 3.500	12				
3.500– 4.500	3				
4.500– 5.500	15				
5.500– 6.500	2				
6.500– 7.500	5				
7.500– 8.500	13				
Total	50				

Fonte: Plataforma CEDERJ. Acesso em 06 de fevereiro de 2019

Figura 12: Avaliação Presencial 2019/1- questão 1 a 3

### USE O ENUNCIADO A SEGUIR PARA RESOLVER AS QUESTÕES DE 1 A 3.

Considere a tabela distribuição de frequências de temperaturas (em  $^{\circ}C$ ) em 50 cidades diferentes:

Classes ( $^{\circ}C$ )	Pto. Médio ( $x_i$ )	Freq. Abs. ( $n_i$ )	Freq. Relat. (%)	Freq. Acum. Simples	Freq. Acum. Relat. (%)
-25 – -15	-20	2	4	2	4
-15 – -05	-10	4	8	6	12
-05 – 05	0	3	6	9	18
05 – 15	10	6	12	15	30
15 – 25	20	25	50	40	80
25 – 35	30	10	20	50	100
Total		50	100		

Fonte: Plataforma CEDERJ. Acesso em 13 de julho de 2019

A autora desse trabalho não observou nas avaliações a busca de se avaliar o terceiro estágio proposto por Watson (1997).

O raciocínio estatístico foi analisado segundo os níveis propostos por Garfield (2002). Foi possível observar que nas avaliações as questões analisavam até o raciocínio de procedimento, onde o estudante é capaz de identificar corretamente as dimensões de um conceito ou processo estatístico, sem integrá-los completamente ou sem entender o processo. Isso pode ser visto nas Figuras 13 e 14.

Figura 13: Avaliação a Distância 2019/1- questão 2

2. (5,0 pontos) Considere o diagrama de ramo e folhas variando de 120 a 868:

1	20	51	55	62	83
2	00	10	90	98	
3	12	13	26	55	62 70
4	00	01	60		
5	05	12	50	52	
6	22	88			
7	23	55	69		
8	48	50	68		

Construa uma tabela de distribuição de frequências (frequências simples absolutas e relativas e frequências acumuladas absolutas e relativas) para dados agrupados utilizando 5 classes.

Fonte: Plataforma CEDERJ. Acesso em 06 de fevereiro de 2019

Figura 14: Avaliação Presencial 2019/1- questão 1 a 3

### USE O ENUNCIADO A SEGUIR PARA RESOLVER AS QUESTÕES DE 1 A 3.

Considere a tabela distribuição de frequências de temperaturas (em °C) em 50 cidades diferentes:

Classes (°C)	Pto. Médio ( $x_i$ )	Freq. Abs. ( $n_i$ )	Freq. Relat. (%)	Freq. Acum. Simples	Freq. Acum. Relat. (%)
-25 ┤ -15	-20	2	4	2	4
-15 ┤ -05	-10	4	8	6	12
-05 ┤ 05	0	3	6	9	18
05 ┤ 15	10	6	12	15	30
15 ┤ 25	20	25	50	40	80
25 ┤ 35	30	10	20	50	100
Total		50	100		

**Questão 2 [0,5 ponto]** Determine a temperatura modal.

**Questão 3 [1,0 ponto]** Determine a temperatura mediana.

Fonte: Plataforma CEDERJ. Acesso em 13 de julho de 2019

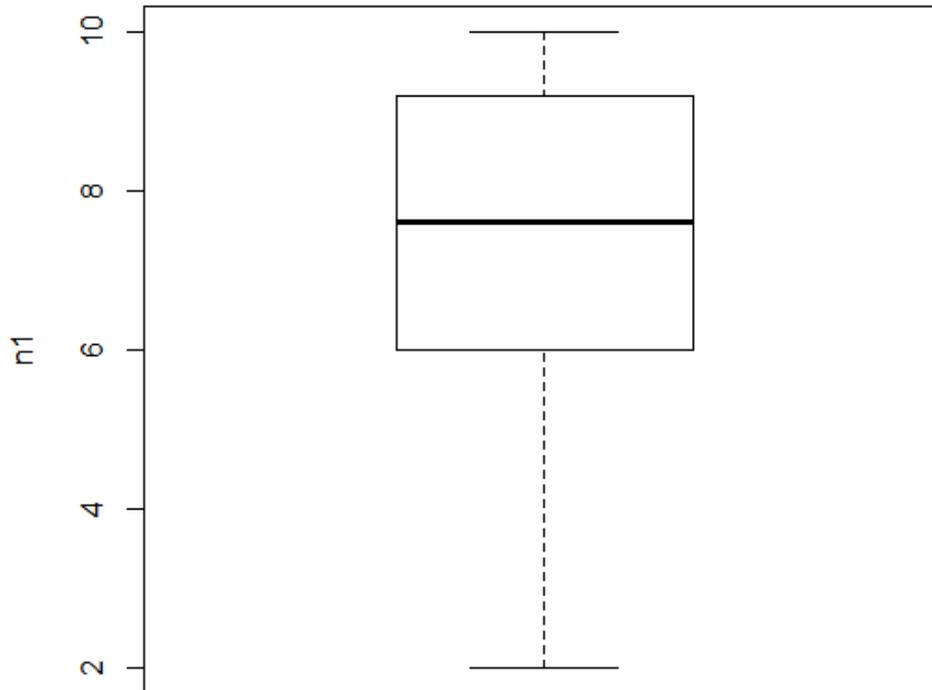
Quanto ao pensamento estatístico, segundo Wild e Pfannkuch (1999), quer seja na Avaliação a Distância, quer seja na Avaliação Presencial não constatou-se nas questões de ambas as avaliações a tentativa de abordagem de tal competência.

O desempenho dos alunos foi avaliado de forma quantitativa por meio da exploração das notas registradas no sistema acadêmico (sistema onde as notas são disponibilizadas). A disciplina tem um total de 104 inscritos, destes, 22 abandonaram, ficando então com 82 estudantes. As notas consideradas são da turma 2019/1 e são referentes apenas a parte do

conteúdo que trata de Estatística. É importante ressaltar que a nota mínima para a aprovação é 6,0 (seis).

O gráfico apresentado na Figura 15 ilustra o desempenho dos alunos no que tange aos conteúdos de Estatística.

Figura 15: Desempenho dos alunos 2019/1



Fonte: Dados da Coordenação do Curso de Licenciatura em Matemática a Distância da UFF (2019)

Com base no *boxplot* apresentado na Figura 6 podemos concluir que a maioria, 75%, dos alunos teve sua nota suficiente para aprovação ou acima dela e a mediana das notas é próxima de 8,0.

## 4.2 Análise das competências estatísticas no material didático impresso

O material didático impresso utilizado no curso de Licenciatura em Matemática oferecido conjuntamente pela UFF/UNIRIO, denominado de Módulo, é dividido em Aulas. Esse material também é disponibilizado no Ambiente Virtual de Aprendizagem (AVA), a plataforma CEDERJ. As Aulas relacionadas à Estatística vão da Aula 1 a Aula 5.

### 4.2.1 Literacia Estatística

A análise da Literacia estatística foi realizada como base nos estágios propostos por Watson (1997).

#### Aula 1

A aula 1 é referente a apresentação de dados. São trabalhados os conceitos básicos de população e amostra de uma pesquisa estatística; distinção entre variáveis qualitativas, variáveis quantitativas; como construir distribuição de frequências para variáveis qualitativas e quantitativas discretas e construção de gráficos de colunas e de setores para a representação de dados qualitativos e quantitativos discretos.

Entendemos que os autores buscam o desenvolvimento do entendimento básico da terminologia estatística, que se relaciona ao primeiro estágio de desenvolvimento proposto pelo autor que foi utilizado como aporte teórico como pode ser notado nos trechos:

“Nas pesquisas estatísticas, as características sobre as quais queremos obter informação são chamadas variáveis.”

“Quando a variável puder assumir qualquer valor numérico em um determinado intervalo de variação, ela será uma variável contínua”

No que diz respeito ao segundo estágio observamos a tentativa de que o aluno desenvolva o entendimento da linguagem estatística e os conceitos inseridos num contexto de discussão social. Isso é ilustrado por:

“Em uma pesquisa domiciliar sobre emprego e renda, algumas variáveis de interesse são sexo, raça, grau de instrução e valor dos rendimentos do morador. Em uma pesquisa sobre o estado nutricional dos brasileiros, o peso e a altura dos moradores de cada domicílio da amostra são medidos. Para o acompanhamento da atividade industrial no Rio de Janeiro, a FIRJAN obtém informações junto as empresas industriais sobre tipo de atividade econômica, número de empregados, número de horas trabalhadas, valor da folha de pagamento”

No que se refere ao terceiro estágio a pesquisadora não observou nenhum trecho onde fosse possível encontrar bases para levar o leitor (aluno) a levantar questionamentos nas quais se aplicam conceitos mais sofisticados da estatística.

#### Aula 2

Nessa Aula ainda é tratada a apresentação de dados. Ela objetiva que o aluno possa construir distribuições de frequências agrupadas para variáveis quantitativas discretas e contínuas, histogramas e polígonos para representar distribuições de frequências agrupadas, gráficos de linha e diagrama de ramos e folhas.

Pode-se entender que se busca o desenvolvimento do entendimento da terminologia estatística como notado em:

“Um histograma é um conjunto de retângulos com bases sobre um eixo horizontal dividido de acordo com os comprimentos de classes, centros nos pontos médios das classes e áreas proporcionais ou iguais às frequências.”

Quanto ao entendimento da linguagem estatística e os conceitos num contexto de discussão social, observa-se nessa aula que se objetiva o desenvolvimento de tal entendimento no fragmento:

“para as seguradoras de planos de saúde, as faixas etárias importantes – aquelas em que há reajuste por idade – são 0 a 18; 19 a 23; 24 a 28; 29 a 33; 34 a 38; 39 a 43; 44 a 48; 49 a 53; 54 a 58 e 59 ou mais. Sendo assim, podemos agrupar os funcionários segundo essas faixas etárias e construir uma tabela de frequências agrupadas da mesma forma que fizemos para o número de dependentes, só que agora cada frequência corresponde ao número de funcionários na respectiva faixa etária. [...]”

Não foram encontrados processos de busca do desenvolvimento de questionamento nas quais se aplicam conceitos mais sofisticados de estatística. Acredita-se que se deve ao fato dos objetivos da aula serem mais teóricos.

### Aula 3

Essa aula trata de medidas de posição e tem como objetivo que o aluno possa entender os conceitos de medidas de tendência central: média, mediana e moda.

Trata-se de uma aula bastante conceitual, e podemos notar que se pretende que o aluno desenvolva terminologia estatística. O trecho abaixo ilustra essa intenção:

“A moda de uma distribuição ou conjunto de dados, que representaremos por  $x^*$ , é o valor que mais se repete, ou seja, o valor mais frequente.”

Fazendo uma análise do texto, verifica-se que há intenção de que o estudante desenvolva o entendimento da linguagem estatística e os conceitos num contexto de discussão social. Isso pode ser observado em:

“Vamos analisar novamente os seguintes dados referentes aos salários (em R\$) de cinco funcionários de uma firma: 136, 210, 350, 360, 2500. Como visto, o salário médio é R\$ 647,20. No entanto, esse valor não representa bem nem os salários mais baixos, nem o salário mais alto. Isso acontece porque o salário mais alto é muito diferente dos demais.”

“Esse exemplo ilustra um fato geral sobre a média aritmética: ela é muito enunciada por valores discrepantes (em inglês, outliers), isto é, valores muito grandes (ou muito pequenos) que sejam distintos da maior parte dos dados. Nesses casos, é necessário utilizar uma outra medida de posição para representar o conjunto; uma medida possível é a mediana.”

Não se observou nenhum trecho em que se busque que o aluno atinja o desenvolvimento de questionamento nas quais se aplicam conceitos mais sofisticados de estatística. Uma das hipóteses levantadas pela pesquisadora, é de que como a aula é objetiva que o estudante entenda os conceitos de média, mediana e moda, esse estágio fugia da ideia e objetivos da aula.

#### Aula 4

Essa aula discorre sobre medidas de dispersão de uma distribuição de dados e busca que o aluno entenda os conceitos de amplitude, desvio em torno da média, desvio médio absoluto, variância e desvio padrão.

Nota-se que se pretende que o discente desenvolva o entendimento da terminologia Estatística, como pode ser observado em:

“Uma maneira de se medir a dispersão dos dados é considerar os tamanhos dos desvios  $x_i - \bar{x}$  de cada observação em relação à média.”

Foram encontradas dificuldades em determinar trechos em que se busque que o aluno desenvolva o entendimento da linguagem estatística e os conceitos num contexto de discussão social, embora haja diversos exemplos em que se busque uma contextualização. Exemplos culminam em cálculos dos desvios padrão ou variância sem dar sentidos aos mesmos.

Novamente não se observou nenhum trecho em que se busque o desenvolvimento de questionamento nas quais se aplicam conceitos mais sofisticados de estatística.

#### Aula 5

A Aula trata de outras medidas estatísticas. Tem como objetivo apresentar os conceitos coeficiente de variação, escores padronizados, teorema Chebyshev, medidas de assimetria e o *boxplot*.

Analisando o texto dessa Aula percebe-se que há intenção de se desenvolver o entendimento da terminologia estatística. Essa intenção pode ser observada notadamente no trecho:

“Como regra de detecção de valores discrepantes, pode-se usar o Teorema de Chebyshev para se estabelecer, por exemplo, dados cujos escores padronizados estejam fora do intervalo  $(-3, +3)$  são valores discrepantes e, portanto, devem ser verificados cuidadosamente para se identificar a causa de tal discrepância. Algumas vezes, tais valores podem ser resultados de erros, mas muitas vezes eles são valores legítimos e a presença deles requer alguns cuidados na análise estatística “

É possível notar que os autores pretendem que o aluno desenvolva entendimento da terminologia Estatística, como pode ser observado em:

“Considere a seguinte situação: uma fábrica de ervilhas comercializa seu produto em embalagens de 300 gramas e em embalagens de um quilo ou 1000 gramas. Para efeitos de controle do processo de enchimento das embalagens, sorteia-se uma amostra de 10 embalagens de cada uma das máquinas, obtendo-se os seguintes resultados:

$$300g \rightarrow \begin{cases} \bar{x} = 295g \\ \sigma = 5g \end{cases}$$

$$1000g \rightarrow \begin{cases} \bar{x} = 995g \\ \sigma = 5g \end{cases}$$

Vamos interpretar esses números. Na primeira máquina, as embalagens deveriam estar fornecendo peso de 300g, mas, devido a erros de ajuste da máquina de enchimento, o peso médio das 10 embalagens é de apenas 295g. O desvio padrão de 5g significa que, em média, os pesos das embalagens estão cinco gramas abaixo ou acima do peso médio das 10 latas. Uma interpretação análoga vale para a segunda máquina.”

Não se notou nenhum fragmento em que se observa a intenção de se desenvolver o desenvolvimento de questionamento nos quais se aplicam conceitos mais sofisticados de estatística.

Com base no que foi analisado nas Aulas disponibilizadas no material didático impresso, não observou-se elementos em que se pudesse perceber a pretensão de desenvolver o terceiro estágio proposto por Watson (1997), o desenvolvimento de atitudes de questionamento nas quais se aplicam conceitos mais sofisticados para contradizer alegações que são feitas sem fundamentação estatística apropriada. Percebemos então, a necessidade de se propor atividades onde se busque o desenvolvimento de tal estágio.

#### 4.2.2 Raciocínio Estatístico

O Raciocínio Estatístico foi analisado segundo os níveis propostos por Garfield (2002).

##### Aula 1

São propostos por Garfield (2002) cinco níveis para Raciocínio Estatístico. Esses níveis são hierárquicos. Assim, ao se atingir o segundo nível englobará o primeiro, ao se chegar ao terceiro abrangerá os anteriores e assim ocorrerá para os demais.

Na Aula 1, observa-se que se objetiva que o aluno atinja o nível 4, que segundo o autor é a capacidade de identificar corretamente as dimensões de um conceito ou processo estatístico, sem integrá-los completamente ou sem entender o processo. Nota-se isso no fragmento abaixo:

“Quando uma variável quantitativa discreta assume poucos valores distintos, é possível construir uma distribuição de frequências da mesma forma que azemos para as variáveis qualitativas. A diferença é que, em vez de termos categorias nas linhas da tabela, teremos os distintos valores da variável. Continuando com o nosso exemplo, vamos trabalhar agora com a variável número de dependentes. Suponha que alguns funcionários não tenham dependentes e que o número máximo de dependentes seja 7. Obteríamos, então, a seguinte distribuição de frequências:

Número de dependentes	Frequência simples	
	Absoluta	Relativa %
0	120	24,9
1	95	19,0
2	90	18,0
3	95	19,0
4	35	7,0
5	30	6,0
6	20	4,0
7	15	3,0
Total	500	100,0

O processo de construção é absolutamente o mesmo, mas dada a natureza quantitativa da variável, é possível acrescentar mais uma informação a tabela.

Suponha, por exemplo, que a empresa esteja pensando em limitar o seu projeto a 4 dependentes, de modo que funcionários com mais de 4 dependentes terão que arcar com as despesas extras. Quantos funcionários estão nessa situação?

Para responder a perguntas desse tipo é costume acrescentar a tabela de frequências uma coluna com as frequências acumuladas. Essas frequências são calculadas da seguinte forma: para cada valor da variável (número de dependentes), contamos quantas ocorrências correspondem a valores menores ou iguais a esse valor.”

## Aula 2

Nesta aula também é possível observar a intenção de se atingir o nível 4. Note em:

“Regra: Definição das classes em uma distribuição de frequências agrupadas.

1. As classes têm que ser exaustivas, isto é, todos os elementos devem pertencer a alguma classe.
2. As classes têm que ser mutuamente exclusivas, isto é, cada elemento tem que pertencer a uma única classe.

O primeiro passo é definir o número de classes desejado; esse número, de preferência, deve estar entre 5 e 25. Em seguida, devemos determinar a amplitude dos dados, ou seja, o intervalo de variação dos valores observados da variável em estudo.”

## Aula 3

Observa-se nessa aula o nível 4, raciocínio de procedimento em:

“A redução dos dados através de tabelas de frequências ou gráficos é um dos meios disponíveis para se ilustrar o comportamento de um conjunto de dados. No entanto, muitas vezes queremos resumir ainda mais esses dados, apresentando um único valor que seja “representativo” do conjunto original. As medidas de posição ou tendência central, como o próprio nome está indicando, são medidas que informam sobre a posição típica dos dados.”

## Aula 4

Vê-se o nível 4, raciocínio de procedimento, proposto pelo autor usado como aporte teórico no trecho:

“Note que nesta definição estamos trabalhando com o desvio médio, isto é, tomamos a média dos desvios absolutos. Isso evita interpretações equivocadas, pois, se trabalhássemos apenas com a somados desvios absolutos, um conjunto com um número maior de observações tenderia

a apresentar um resultado maior para a soma devido apenas ao fato de ter mais observações. Esta situação é ilustrada com os seguintes conjuntos de dados:

Conjunto 1: {1,3,5}

Conjunto 2:  $\{1, \frac{5}{3}, 3, \frac{13}{3}, 5\}$ .

Para os dois conjuntos,  $\bar{x} = 3$ , mas, para o Conjunto 1, temos

$$\sum_{i=1}^3 |x_i - \bar{x}| = |1 - 3| + |3 - 3| + |5 - 3| = 4''$$

#### Aula 5

Como no raciocínio de procedimento entende-se que o estudante é capaz de identificar corretamente as dimensões de um conceito ou processo estatístico, sem integrá-los completamente ou sem entender o processo, observa-se essa pretensão no fragmento:

“Considere a seguinte situação: uma fábrica de ervilhas comercializa seu produto em embalagens de 300 gramas e em embalagens de um quilo ou 1000 gramas. Para efeitos de controle do processo de enchimento das embalagens, sorteia-se uma amostra de 10 embalagens de cada uma das máquinas, obtendo-se os seguintes resultados:

$$300g \rightarrow \begin{cases} \bar{x} = 295g \\ \sigma = 5g \end{cases}$$

$$1000g \rightarrow \begin{cases} \bar{x} = 995g \\ \sigma = 5g \end{cases}$$

Vamos interpretar esses números. Na primeira máquina, as embalagens deveriam estar fornecendo peso de 300g, mas, devido a erros de ajuste da máquina de enchimento, o peso médio das 10 embalagens é de apenas 295g. O desvio padrão de 5g significa que, em média, os pesos das embalagens estão cinco gramas abaixo ou acima do peso médio das 10 latas. Uma interpretação análoga vale para a segunda máquina.

Em qual das duas situações a variabilidade parece ser maior? Ou seja, em qual das duas máquinas parece haver um problema mais sério? Note que, em ambos os casos, há uma dispersão de 5g em torno da média, mas 5g em 1000g é menos preocupante que 5g em 300g.”

Nas cinco aulas analisadas não se observou a pretensão de que o estudante adquirisse o raciocínio completo, que é o entendimento completo do conceito estatístico, coordenando as regras e os procedimentos, usando suas próprias palavras para explicar um conceito. Não foi possível notar nos textos, exemplos e exercícios nenhuma intenção de que o aluno relacionasse as regras e explicasse os conceitos com suas próprias palavras. A capacidade mencionada, segundo o autor, é necessária para chegar ao nível 5, que abarca todos os níveis do raciocínio estatístico.

#### 4.2.3 Pensamento Estatístico

O pensamento estatístico foi analisado de acordo com as dimensões propostas por Wild e Pfannkuch (1999). Não foi encontrada no material analisado nenhuma intenção de que os estudantes alcançassem as dimensões propostas pelos autores acima mencionados.

### **4.3 Análise dos Exercícios Programados (EPs)**

Os Exercícios Programados (EPs) consistem em listas de atividades extras, que são disponibilizadas semanalmente para os estudantes no Ambiente Virtual de Aprendizagem, a Plataforma CEDERJ, cujo objetivo é complementar os exercícios propostos no material didático impresso.

#### **4.3.1 Literacia**

Para analisar o desenvolvimento da Literacia, também foi utilizado como aporte teórico Watson (1997).

##### **Exercício Programado 1**

É notada a intenção de desenvolver o primeiro estágio proposto por Watson (1997) que se refere ao desenvolvimento correto da terminologia estatística. O trecho a seguir ilustra isso: “Construa uma distribuição de frequências (simples absoluta, simples relativa, simples relativa percentual, acumulada absoluta, acumulada relativa e acumulada relativa percentual) para: I - Sexo; II - Área pretendida;”

Não foi possível identificar a pretensão de desenvolver o segundo e o terceiro estágios indicados por Watson (1997). A hipótese da pesquisadora é de que a atividade tinha como foco apenas a construção de tabelas de frequências e gráficos a partir de dados disponibilizados no exercício sem objetivar dar sentido estatístico aos dados.

##### **Exercício Programado 2**

Para os Exercícios programados 2 a 4 foi utilizado a mesma situação problema como base. Nota-se a pretensão do desenvolvimento da terminologia estatística em vários trechos e podemos observar em:

“Identifique as variáveis do estudo, classificando-as corretamente (qualitativa, quantitativa discreta ou quantitativa contínua).”

Nesse EP observa-se também que se intenciona que o estudante desenvolva o entendimento da linguagem estatística e os conceitos num contexto de discussão social, como visto em:

“O Departamento de Vendas de uma grande empresa está estudando a possibilidade de disponibilizar um serviço de venda dos seus produtos pela Internet. Para estudar a viabilidade de tal projeto, ela precisa saber a opinião dos clientes e obter algumas informações relevantes. Para isso, ela elabora um questionário cuja parte inicial é apresentada a seguir e faz o levantamento junto a alguns clientes. Nesse questionário, os números entre colchetes indicam a codificação numérica da resposta. Em geral, as respostas são armazenadas em formato numérico nos sistemas computacionais. Ao final do exercício você tem os dados relativos a 40 questionários. Esses dados estão em forma de tabela, em que cada linha representa um questionário (cliente) diferente. Na verdade, esse é o formato de um banco de dados: cada coluna representa uma variável e cada linha, uma observação.”

Observou-se que numa das questões buscou-se que o aluno alcançasse questionamento nas quais se aplicam conceitos mais sofisticados de estatística, estágio 3, Watson. No trecho abaixo, acredita-se que o aluno pudesse fazer alguma inferência entre o indivíduo possuir curso superior (ou não) e ter computador (ou não).

“Construa gráficos apropriados para comparar as pessoas com e sem curso superior com relação à posse de computador.”

### Exercício Programado 3

O Exercício Programado 3 utilizou como base o mesmo texto do exercício anterior. Por isso, alguns trechos desse EP fazem menção ao EP2. Verificasse a busca de que o aluno desenvolva o primeiro estágio proposto por Watson (1997), como se observa em:

“Calcule a média, a moda e a mediana dos dados referentes às variáveis quantitativas, especificando a unidade dessas medidas.”

O segundo e terceiro estágios indicados por Watson (1997) aparecem nesse Exercício Programado. Podemos identificar tanto a intenção de que o estudante possa desenvolver o entendimento da linguagem estatística e os conceitos num contexto de discussão social, quanto o estímulo a atitudes de questionamento nas quais se aplicam conceitos mais sofisticados de estatística. É possível notar-se o que foi mencionado no fragmento:

“No Exercício Programado 2, você construiu uma tabela de frequências para a variável “Valor das Compras”. Com base nesta tabela, calcule o valor médio e o valor mediano das compras efetuadas pela Internet. Compare esses resultados com aqueles obtidos no item anterior. Por que os valores obtidos são diferentes? Qual resultado é mais preciso?”

#### Exercício Programado 4

Nota-se a busca para que o aluno desenvolva o uso da terminologia estatística adequada. É utilizado vários termos estatísticos no decorrer do EP, como destacado em:

“Calcule a amplitude, o desvio médio absoluto e o desvio padrão dos dados referentes às variáveis quantitativas, especificando a unidade dessas medidas”

Acreditamos que nesse EP aparece a ideia de desenvolver o entendimento da linguagem estatística e os conceitos num contexto de discussão social. Novamente é feita alusão ao EP2 que foi base para o desenvolvimento das atividades dos EPs de 2 a 4, como podemos perceber em:

“No Exercício Programado 2, você construiu uma tabela de frequências para a variável “Valor das Compras”. Com base nesta tabela, calcule o desvio padrão. Compare esses resultados com aqueles obtidos no item anterior. Por que os valores obtidos são diferentes? Qual resultado é mais preciso?”

Conseguimos notar a pretensão de provocar atitudes de questionamentos nas quais se aplicam conceitos mais sofisticados de estatística, (Watson), como vemos em:

“Para as pessoas que têm Internet, considere os dois grupos formados pelas pessoas que têm diploma de curso superior e pelas pessoas que não têm tal diploma. Para cada um desses grupos, calcule o desvio padrão das duas variáveis quantitativas. Use os resultados obtidos no Exercício Programado3 para fazer uma análise comparativa destes dois grupos, em termos de medida central (ou de posição) e variabilidade.”

#### Exercício Programado 5

Nesse EP também é possível observar em vários trechos o uso da terminologia estatística. Entende-se então que há uma tentativa de que o aluno desenvolva o uso da terminologia estatística adequada. Como em:

- a) Qual a variação média e qual a variação mais frequente do dólar nestes 20 dias?
- b) Sabendo que o desvio padrão é igual à 0,075, determine o tipo de assimetria destes dados.
- c) Quais os valores que separam 25%, 50% e 75% dos dados?
- d) Esboce o *boxplot*.”

Podemos notar também a presença de elementos que objetivam que se desenvolva o uso da estatística em discussão num contexto social. Como observado em:

“Com o objetivo de promover o nivelamento de 9 alunos candidatos a uma vaga de transferência em uma Universidade, dois professores (um de Matemática e um de História) realizaram uma prova cada. As notas dos alunos foram anotadas na tabela a seguir:

Aluno	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Matemática	6	4	5	7	8	3	5	5	7
História	7	8	9	10	6	7	8	9	5

Diante deste quadro, responda:

- Qual a média e o desvio padrão das notas de cada uma das duas disciplinas?
- Segundo os escores padronizados do aluno número 1, em que disciplina ele se saiu melhor?
- Qual dos dois professores chegou mais próximo de atingir o objetivo? Justifique!

Não foi notado nesse Exercício Programado a intenção do desenvolvimento do terceiro estágio proposto por Watson.

#### 4.3.2 Raciocínio Estatístico

A análise do raciocínio estatístico foi feita usando os níveis sugeridos por Garfield (2002), como mencionado na metodologia. Vale ressaltar, que ao se alcançar o nível 5, raciocínio completo, este abarca os níveis anteriores a ele. Bem como os demais níveis abrangem o nível que o antecede.

##### Exercício Programado 1

Nas análises feitas no Exercício Programado 1, observou-se apenas atividades que objetivam que o aluno desenvolvesse o nível 4, raciocínio de procedimento onde o estudante é capaz de identificar de maneira correta as dimensões de um processo estatístico, porém sem integrá-los ou entender o processo completamente. Podemos observar essa característica em:

1. A 20 alunos de um determinado cursinho foi feita a pergunta: “Qual a área que você mais gosta? ( ) Exatas; ( ) Humanas; ( ) Biológicas”. O resultado da pesquisa segue abaixo:

Aluno	Sexo	Resposta	Aluno	Sexo	Resposta
1	M	Exatas	11	F	Humanas
2	F	Biológicas	12	F	Biológicas
3	F	Exatas	13	F	Exatas
4	M	Exatas	14	M	Exatas
5	M	Exatas	15	M	Exatas
6	M	Humanas	16	F	Humanas
7	F	Biológicas	17	F	Biológicas
8	F	Humanas	18	F	Humanas
9	M	Biológicas	19	M	Biológicas
10	F	Humanas	20	M	Exatas

a) Construa uma distribuição de frequências (simples absoluta, simples relativa, simples relativa percentual, acumulada absoluta, acumulada relativa e acumulada relativa percentual) para: I - Sexo; II - Área pretendida; b) Construa uma distribuição de frequências simples e uma distribuição de frequências relativas percentual para as duas variáveis juntas.”

### Exercício Programado 2

O Exercícios Programado 2 também apresenta características, do nível 4, ou seja, se tem a pretensão que o aluno desenvolva a capacidade de identificar de forma correta as dimensões de um processo estatístico, embora não fique claro a ideia de que ele entenda o processo totalmente. Como no trecho:

“Construa gráficos apropriados para comparar homens e mulheres com relação ao hábito de fazer compras pela Internet.”

### Exercício Programado 3

Observa-se no EP3 atributos que abarcam o nível 4 no fragmento:

“Para as pessoas que têm Internet, considere os dois grupos formados pelas pessoas que têm diploma de curso superior e pelas pessoas que não têm tal diploma. Para cada um desses grupos, calcule a média, a moda e a mediana da variável quantitativa “Horas de Navegação”. Guarde esse resultado, pois você irá precisar dele no Exercício Programado 4.”

### Exercício Programado 4

A autora acredita que há a intenção que o estudante consiga construir a competência para identificar as dimensões de um processo estatístico, ainda que não se possa identificar a pretensão que ele correlacione o processo de forma completa. Ilustra essa situação o trecho:

“Calcule a amplitude, o desvio médio absoluto e o desvio padrão dos dados referentes às variáveis quantitativas, especificando a unidade dessas medidas.”

### Exercício Programado 5

Nesse EP5 foi notado o objetivo de desenvolver o nível 4, raciocínio de procedimento, como proposto por Garfield (2002). Podemos ilustrar com o fragmento:

“1. Durante 20 dias, foram anotadas as variações do preço do dólar em reais (em ordem crescente, e não cronológica):

-0,12	-0,12	-0,1	-0,08	-0,08	-0,08	0,05	0,04	0,01	0
0,02	0,02	0,03	0,04	0,04	0,06	0,08	0,09	0,11	0,12

Diante deste quadro, responda: a) Qual a variação média e qual a variação mais frequente do dólar nestes 20 dias?”

Após as análises feitas, a pesquisadora não conseguiu observar a pretensão de que o aluno conseguisse desenvolver o nível 5, raciocínio completo, como proposto por Garfield (2002).

### 4.3.3 Pensamento Estatístico

Buscou-se analisar o pensamento estatístico segundo as dimensões sugeridas por Wild e Pfannkuch (1999). Não se conseguiu identificar nenhum fragmento no material em que se observa-se a intenção de se desenvolver as dimensões propostas pelos autores mencionados acima.

Nessa perspectiva, propomos atividades complementares (baseadas no referencial teórico da presente pesquisa) que possam contribuir com o processo ensino aprendizagem com foco no desenvolvimento das competências estatística.

## 4.4 Análise do Ambiente Virtual de Aprendizagem (AVA) – Plataforma CEDERJ

Observou-se que os alunos fazem pouco uso da sala da disciplina Probabilidade e Estatística na Plataforma CEDERJ. Foi notado também que não são disponibilizadas ferramentas como *chats*, videoconferências, vídeos e *applets*.

Os estudantes utilizaram a sala de tutoria em 2019/1, ambiente virtual dentro da Plataforma CEDERJ destinado a comunicação entre alunos, coordenação da disciplina e mediadores pedagógicos a distância, na maioria das vezes para esclarecer questões de cunho acadêmico-administrativas. Poucas questões foram acerca do conteúdo. Exemplos de dúvidas relativas ao conteúdo encontram-se em apêndice A.

Diante do que foi analisado, não foi possível observar muitas interações entre os estudantes e a Plataforma CEDERJ. A hipótese levantada é de que os alunos acessam o Ambiente Virtual de Aprendizagem apenas para baixar e enviar suas Avaliações a Distância (ADs) e para baixar os Exercícios Programados (EPs).

Em resumo, ainda que no material didático impresso sejam apenas explorados o entendimento básico da terminologia estatística e, o entendimento da linguagem estatística e os conceitos num contexto de discussão social, que correspondem aos dois primeiros estágios propostos por Watson (1997), o terceiro estágio da literacia estatística, que refere-se a intenção de que se desenvolva atitudes de questionamento nas quais se aplicam conceitos mais sofisticados aparecem nos EPs. Portanto, nota-se que há uma busca para a construção da literacia estatística no material didático impresso e nos Exercícios Programados.

No que tange as Avaliações, encontram-se questões que são referentes apenas ao primeiro e segundo estágio do aporte teórico utilizado na pesquisa.

Quanto ao raciocínio estatístico, podemos notar que há uma procura para que o aluno desenvolva o raciocínio de procedimento, que de acordo com os níveis propostos por Garfield (2002), corresponde ao nível 4. Isso pode ser observado nas Avaliações, material didático impresso e Exercícios Programados. Neste nível estudante é capaz de identificar corretamente as dimensões de um conceito ou processo estatístico.

Já o pensamento estatístico, que foi analisado segundo as dimensões de Wild e Pfannkuch (1999), em nenhum dos materiais avaliados nessa pesquisa conseguimos encontrar a intenção de que o aluno desenvolvesse nenhuma das quatro dimensões.

E como já mencionado, no Ambiente Virtual de Aprendizagem observa-se poucas interações dos alunos com sala da disciplina na Plataforma CEDERJ e não são disponibilizadas ferramentas como *chats*, *applets*, videoconferência para se trabalhar os conceitos estatísticos.

Nesta perspectiva, tratando-se de um curso a Distância, onde a tecnologia é uma ferramenta fundamental, acreditamos que as ferramentas da Plataforma CEDERJ, podem ser mais exploradas, a fim de ligar os recursos de visualização de dados e os aspectos teóricos. Portanto a escolha de um roteiro usando a análise exploratória de dados visa ser uma sugestão para a incorporação na disciplina.

## 5 UM BREVE RELATO SOBRE O PRODUTO EDUCACIONAL

As atividades do Produto Educacional foram elaboradas visando apresentar uma alternativa para o ensino de conceitos básicos de Estatística por meio de uma visão gráfica.

Elas foram aplicadas a quatro alunos do curso de Licenciatura em Matemática a Distância oferecido pela UFF/UNIRIO, que cursaram a disciplina Probabilidade e Estatística nos anos de 2017 e 2018.

Os estudantes demoraram cerca de 1h20min para realizar as atividades, consideraram que a linguagem usada estava clara, mas sinalizaram que duas perguntas contidas no roteiro de atividades davam margem a mais de uma interpretação. Ao comparar as respostas, foi possível notar que as perguntas foram respondidas com perspectivas diferentes, confirmando que sua formulação não estava adequada. Foi feita então uma nova formulação das perguntas para o produto educacional proposto.

Eles não conheciam o programa, contudo não tiveram dificuldades para a construção dos gráficos no *R Commander*. No roteiro de atividades há o passo a passo para elaboração dos gráficos a serem utilizados, já considerando que os discentes e docentes que irão usá-los podem não o conhecer.

Ainda quanto ao programa, relataram que os gráficos construídos no mesmo permitiam uma boa visualização facilitando sua análise, embora, em alguns momentos, os gráficos tenham demorado a serem gerados pelo programa.

A aplicação da atividade teve como objetivo aprimorar o produto educacional a ser proposto, por isso seus resultados não serão apresentados aqui. Mas vale ressaltar que sua aplicação foi bastante enriquecedora pois serviu como base para adequação de algumas perguntas contidas no roteiro de atividades e para se obter a percepção dos alunos sobre as mesmas.

## 6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao concluir essa pesquisa abre-se um leque de possibilidades para que se trabalhe os conteúdos de Estatística nos cursos de formação inicial de professores de Matemática. Espera-se que este trabalho sirva como motivação para futuras discussões acerca do ensino de Estatística, em especial, no que tange o Ensino Superior.

As pesquisas realizadas e análises feitas acerca da disciplina Probabilidade e Estatística, indicam que pode ser relevante que se busque o desenvolvimento da literacia estatística, raciocínio e pensamento estatístico, nas disciplinas introdutórias a conceitos estatísticos nos cursos de Licenciatura em Matemática, já que se busca que a educação estatística se efetive na formação dos estudantes da Educação Básica.

Os alunos dos cursos de Licenciatura em Matemática precisam ter uma formação estatística que o possibilite desenvolver as competências estatísticas, para que possam ajudar seus futuros alunos a se apropriarem desses conhecimentos estatísticos. Para tanto, é necessário que os conteúdos de Estatística sejam apresentados e trabalhados nos cursos de Licenciatura com ênfase em tais competências.

Ligar os conteúdos dessa disciplina à tecnologia, como a calculadora gráfica, programas de uso livre como o *software* R e interfaces amigáveis como a apresentada no produto educacional aqui apresentado, desenvolvido com o auxílio do *R Commander*, pode ajudar na compreensão dos conceitos e análise de dados. Considerando-se que para lecionar na Educação Básica é desejável que haja uma formação estatística que os possibilite propor e resolver tarefas que promovam a aprendizagem estatística atrelando-a ao contexto em que se vive, para além de fórmulas e cálculos, ligados a livros didáticos, a tecnologia da informação se reveste de importância singular neste contexto.

Para que seja possível mudar a realidade educacional que vivemos, é importante que se tente elaborar atividades onde se possa utilizar os conceitos estatísticos, observando a Estatística como uma ciência autônoma, relacionando-os à Matemática e aos outros conteúdos desenvolvidos na escola, de forma interdisciplinar.

As possibilidades de atividades envolvendo análise de dados com enfoque no desenvolvimento das competências estatísticas não se esgotam aqui, há diversas propostas que podem surgir, possibilitando os alunos dos cursos de Licenciatura em Matemática, que serão futuros professores desta disciplina, mobilizar conceitos e procedimentos para elaborar as atividades para sua prática docente.

O produto educacional, fruto dessa dissertação, pode ser aplicado e realizada uma análise de seus resultados, uma vez que isso ainda não foi feito. Abre-se possibilidades para que outros pesquisadores aprimorem o produto desenvolvido e utilizem-no para explorar de outras formas outros conteúdos estatísticos.

Respondendo a pergunta norteadora dessa pesquisa, percebeu-se que no processo de ensino aprendizagem na disciplina Probabilidade e Estatística oferecido conjuntamente pela UFF/UNIRIO há a busca pela construção bem clara da literacia e raciocínio estatístico. Isso aparece no material didático impresso e nos Exercícios Programados.

Tratando-se de um curso a Distância, onde a tecnologia é uma ferramenta fundamental, acreditamos que as ferramentas da Plataforma CEDERJ, podem ser mais exploradas, afim de ligar o visual e teórico.

A atividade que sugerimos tenta, além de contemplar essas competências estatísticas mencionadas acima, conseguir ainda que de maneira introdutória, desenvolver o pensamento estatístico, que para nós, é a competência estatística mais complexa de se desenvolver.

Obviamente não esgotamos todas as discussões sobre o ensino de Estatística no Ensino Superior e esperamos que esse trabalho possa motivar outros pesquisadores a investigarem o assunto para que tudo isso tenha reflexo no ensino básico. Ainda que distante da nossa realidade, ao termos alunos com uma formação estatística bem consolidada isso também trará grandes frutos para o Ensino Superior, e com isso alunos dos cursos de Licenciaturas bem preparados para trabalharem no ensino básico, isso é um ciclo.

Enxergar a estatística como uma ciência autônoma, não é tarefa fácil. Mas é primordial para que se entenda que há conceitos estatísticos que fogem de ser apenas a memorização de cálculos e fórmulas. É necessário que se entenda o porquê de cada um, para que se possa aplicar corretamente cada conceito.

Ao conseguir relacionar a Estatística ao contexto em que cada um se insere é relevante para que se compreenda a relação da Estatística com nossa vida e entenda sua aplicabilidade.

Esperamos ter proporcionado ferramentas para instigar a continuação e/ou novas pesquisas sobre o Ensino de Estatística no Ensino Superior, em particular nos cursos de Licenciatura em Matemática.

## 7 REFERÊNCIAS

- ALIAGA, M.; et al. **Guidelines for Assessment and Instruction in Statistics Education (GAISE)** – College report. Alexandria/VA/USA: American Statistical Association, 2010.
- BAIRRAL, M A. **Tecnologia da Informação e Comunicação na formação Matemática**, Vol1, Rio de Janeiro: Ed. da UFRRJ, 2009.
- BATANERO, C. **Didáctica de la Estadística. Grupo de Investigación en Educación Estadística**, ISBN 84-699-4295-6, Universidad de Granada, Espanha, 2001. Disponível em <http://www.ugr.es/~batanero/ARTICULOS/didacticaestadistica.zip>). Acesso em: 10 jan 2018.
- BEHREWS, M A; MASETTO, M T; MORAN, J M. **Novas tecnologias e Mediação Pedagógica**. 21 ed. São Paulo: Papyrus, 2013.
- BLANTON, W. *et al.* **Telecommunications and Teacher Education: a Social Constructivist Review**. Review of Research in Education, v.10, n.23, 235-275, 1998.
- BOGDAN, R C.; BIKLEN, S K. **Qualitative Research for Education. An introduction to theory and methods**. Boston: Allyn and Bacon, 1982.
- BRASIL. **Decreto nº 2.494, de 10 de fevereiro de 1998**. Regulamenta o Art. 80 da LDB. Brasília, DF: Presidência da República, 1998. Disponível em: [http://www.planalto.gov.br/ccivil\\_03/Leis/2002/L10436.htm](http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/Leis/2002/L10436.htm) . Acesso em 04 de jun. 2017.
- CABRIÁ, S. **Filosofía de la estadística**. Servicio de Publicaciones de la Universidad de Valencia, 1994.
- CAMPOS, C. R. **A educação estatística: uma investigação acerca dos aspectos relevantes à didática da estatística em cursos de graduação**. Tese (Doutorado em Educação) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas – UNESP – Rio Claro, 2007.
- CAMPOS, C. R.; WODEWOTZKI, M. L. L.; JACOBINI, O. R. **Educação Estatística: teoria e prática em ambientes de modelagem matemática**. 2 ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2011.
- CAZORLA, I. M. **A relação entre a habilidade viso-pictórica e o domínio de conceitos estatísticos na leitura de gráficos**. 2002. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2002.
- CAZORLA, I., CASTRO, F. **O papel da estatística na leitura do mundo: o letramento estatístico**. Publ. UEPG Humanit. Sci., Appl. Soc. Sci., Linguist., Lett. Arts, Ponta Grossa, v.16, n.1, p. 45-53, 2008.
- COSTA, C. **Modelos de Educação Superior a Distância e implementação da Universidade Aberta do Brasil**. Revista Brasileira de Informática na Educação, v.15, 2007.

DELMAS, R. C. **What makes the Standard deviation larger or smaller?** In: DELMAS, R. C. **Statistics teaching and resource library**. Minneapolis: University of Minnesota, 2001. Disponível em: <http://www.causeweb.org/repository/StarLibrary/activities/delmas2001/>. Acesso em: 10 mai 2018.

DELMAS, R. C. **Statistical literacy, reasoning and learning**: a commentary. Journal of Statistics Education, Minneapolis: University of Minnesota, v. 10, n. 3, 2010 . Disponível em: [www.amstat.org/publications/jse/v10n3/chance.html](http://www.amstat.org/publications/jse/v10n3/chance.html). Acesso em: 10 mai 2018.

DIEHL, A A. **Pesquisa em ciências sociais aplicadas: métodos e técnicas**. São Paulo: Ed. Prentice Hall, 2004.

DUART, J M,; SANGRÁ, A. **Aprenatge i virtualitat: diseny pedagógic de materials didactics**. Barcelona: EDIUOC-Pórtic, 1999.

FARIAS, A M L de. Probabilidade e Estatística. V. único. Rio de Janeiro: Fundação CECIERJ, 2010.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em Educação Matemática: percursos teóricos e metodológicos**. Ed. Ver. Campinas, SP: Autores Associados, 2007.

GAL, I. & GARFIELD, J. **The assessment challenge in statistics education**. Amsterdã: IOS Press, 1997.

GARFIELD, J. **The challenge of developing statistical reasoning**. Journal of Statistics Education, v. 10, n. 3, 2002. Disponível em: [www.amstat.org/publications/jse/v10n3/chance.html](http://www.amstat.org/publications/jse/v10n3/chance.html). Acesso em: 20 jan. 2019.

KILPATRICK, J. **Educación matemática e investigación**, v 1, Madri: Síntesis, 1994.

LOPES, C. E.; COUTINHO, C. Q. S.; ALMOULOU, S. A. **Estudos e reflexões em Educação Estatística**. Campinas: Mercado de Letras, 2010.

LOPES, C. E. **A probabilidade e a estatística no ensino fundamental: uma análise curricular**, 1998. Dissertação (Mestrado em Educação). Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, São Paulo, 1998.

LOPES, C. E. **Educação Estatística no Curso de Licenciatura em Matemática**; Bolema, Rio Claro (SP), v. 27, n. 47, p. 901-915, dez. 2013.

MACEY, D; HORNBY, W. **Teaching Statistics**. Cambridge Mathematics Series. Cambridge: Cambridge University Press, 2018.

MAIA, M de C; MEIRELLES, F. de S. **Educação a distância: o caso open University**; RAE-eletrônica, v.1, n. 1, jan-jun/2002.

MALLOWS, C. **The zeroth problem**: the American Statistician, v. 52, 1998.

MENEGHETTI, R. C. G.; BATISTELA, R. de F.; BICUDO, M. A. V. **A pesquisa sobre o ensino de probabilidade e estatística no Brasil: um exercício de metacompreensão.** Bolema, Rio Claro, UNESP, v. 24, n. 40, p. 811-833, 2011.

NEDER, M L C. **A orientação acadêmica na educação a distância: a perspectiva de (re)significação do processo educacional,** 2005.

PAMPLONA, A. S. **A formação estatística e pedagógica do professor de matemática em comunidades de prática.** 2009. 256f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2009.

PAMPLONA, A. S. **A resolução e formulação de problemas de probabilidade pelo professor de matemática.** *In:* SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISAS EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 3., 2006, Águas de Lindóia. São Paulo: SBEM, 2006. 1 CD-ROM.

RICHARDSON, R J. **Pesquisa social: métodos e técnicas.** São Paulo: Atlas, 1989.

SILVA, C. B., **Pensamento estatístico e raciocínio sobre variação: um estudo com professores de Matemática.** 2007. f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Faculdade de Educação, PUC – SP, São Paulo, 2007.

SNEE, R. D. **Discussion:** development and use of statistical thinking: a new era. *International Statistical Review*, v.67, 255-258, 1999.

VIANNEY, J. **A universidade virtual no Brasil: o ensino superior à distância no país.** Tubarão: Ed. Unisul, 2003.

WATSON, J. **Assessing statistical thinking using the media.** *In:* The assessment challenge in statistics education. GAL, I. e GARFIELD, J. (orgs). Amsterdã: IOS Press and International Statistical Institute, 1997.

WILD, C.; PFANNKUCH M. **Statistical Thinking in Empirical Enquiry.** *International Statistical Review*, v. 67, n. 3, p. 223-265, 1999.

## APÊNDICE A – Exemplos de dúvidas postada na sala de tutoria

Sala de Tutoria	
Autor	Classes de mesmo comprimento
Perfil:	Boa noite! Gostaria de saber se incorro em algum erro se fizer a divisão de classes usando uma proporção mais simples. Usando o mesmo exemplo 2.1 das págs. 30 e 31:
Aluno(a):	
Nome:	Vmax=12400 e Vmín=2800;
	5 classes;
Curso:	$(12400-2800)/5 = x-2800$
Pólo:	O lado esquerdo resulta em 1920 (e não 1921 como no exemplo) e os limites seriam [2800, 4720), [4720, 6640), [6640, 8560), [8560, 10480), [10480, 12400]. Sei que a última classe está uma unidade maior. No entanto não incluí valores acima do máximo.
Data de Criação:	Obrigado
Data de Atualização:	
	.
	✓ Resolvido
	✎ Editar tópico
	🗑 Excluir tópico

Probabilidade e Estatística / Estatística 1	
Sala de Tutoria	
Autor	Diagrama de ramas e folhas
Perfil:	na hora de construir esse diagrama é preciso colocar os números que estão na parte direita(folhas) em ordem crescente?
Aluno(a):	
Nome:	
Curso:	
Pólo:	
Data de Criação:	
Data de Atualização:	
	.
	✓ Resolvido
	✎ Editar tópico
	🗑 Excluir tópico

Fonte: Sala de tutoria- Plataforma CEDERJ. Acesso em 20 de junho 2019

## ANEXO A- e-mail de autorização para a pesquisa



• **Diretoria Acadêmica Cederj** [REDACTED]  
Para: isabelcristina pereiradossantoscoelho  
Cc: Ronaldo Rocha Bastos



13 de jul de 2018 às 15:21



Prezados Professores Isabel Cristina e Ronaldo,

*É com satisfação que informamos que foi deferido o pedido de autorização para projeto de pesquisa da estudante ISABEL CRISTINA PEREIRA DOS SANTOS COELHO, do curso de Mestrado Profissional do Programa de Pós-Graduação em Educação de Matemática, na Universidade Federal DE JUIZ DE FORA (UFJF), proponente do projeto de pesquisa para dissertação e produto educacional, intitulado "EDUCAÇÃO A DISTÂNCIA: UMA ANÁLISE DO PROCESSO DE ENSINO APRENDIZAGEM NA DISCIPLINA PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA", sob a orientação do Professor Ronaldo Rocha Bastos, PhD.*  
Bom trabalho.

Abraços,

[REDACTED]

Diretoria Acadêmica



## ANEXO B- Avaliação a Distância 2019/1

**PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA / ESTATÍSTICA I**  
**AVALIAÇÃO À DISTÂNCIA 1 - (AD1)**

1º Semestre de 2019

Profª. Keila Mara Cassiano

**Gabarito**

1. **(5,0 pontos)** A tabela abaixo apresenta as frequências de renda familiar (em reais) de 50 famílias pesquisadas.

Classes	Frequências Simples Absoluta ( $n_i$ )	Ponto Médio ( $x_i$ )	( $n_i x_i$ )	Frequência Acumulada	Frequência Acumulada (%)
2.500- 3.500	12				
3.500- 4.500	3				
4.500- 5.500	15				
5.500- 6.500	2				
6.500- 7.500	5				
7.500- 8.500	13				
Total	50				

- (a) **(2,0 pt)** Complete a tabela;  
 (b) **(1,0 pt)** Obtenha a renda média;  
 (c) **(1,0 pt)** Obtenha a renda modal;  
 (d) **(1,0 pt)** Obtenha a mediana.
2. **(5,0 pontos)** Considere o diagrama de ramo e folhas variando de 120 a 868:

1	20	51	55	62	83	
2	00	10	90	98		
3	12	13	26	55	62	70
4	00	01	60			
5	05	12	50	52		
6	22	88				
7	23	55	69			
8	48	50	68			

Construa uma tabela de distribuição de frequências (frequências simples absolutas e relativas e frequências acumuladas absolutas e relativas) para dados agrupados utilizando 5 classes.

**Gabarito:**

1. (a) Para completar a tabela, devemos preencher com os pontos médios das classes e as frequências acumuladas percentuais. Assim:

Classes	Frequências Simples Absoluta ( $n_i$ )	Ponto Médio ( $x_i$ )	( $n_i x_i$ )	Frequência Acumulada	Frequência Acumulada (%)
2.500– 3.500	12	3.000	36.000	12	24
3.500– 4.500	3	4.000	12.000	15	30
4.500– 5.500	15	5.000	75.000	30	60
5.500– 6.500	2	6.000	12.000	32	64
6.500– 7.500	5	7.000	35.000	37	74
7.500– 8.500	13	8.000	104.000	50	100
Total	50		274.000		

- (b) Média:

$$\bar{X} = \frac{\sum n_i x_i}{n} = \frac{274.000}{50} = 5.480.$$

- (c) Moda:

A moda é o ponto médio da classe de maior frequência:

Assim:

$$x^* = 5.000.$$

- (d) Mediana:

Para o cálculo da mediana, consideremos a classe que apresenta mais de 50% dos dados. Pela frequência acumulada percentual, temos que a classe é 5.000 a 7.000. Logo:

$$\begin{aligned} \frac{5.500 - 4.500}{Q_2 - 4.500} &= \frac{60\% - 30\%}{50\% - 30\%} \Rightarrow \\ \frac{1.000}{Q_2 - 4.500} &= \frac{30}{20} \Rightarrow \\ 20.000 &= 30Q_2 - 135.000 \Rightarrow \\ 30Q_2 &= 135.000 + 20.000 \Rightarrow \\ 30Q_2 &= 155.000 \Rightarrow \\ Q_2 &= \frac{155.000}{30} \Rightarrow \\ Q_2 &= 5.166,67. \end{aligned}$$

2. Para construir a tabela de distribuição de frequências para dados agrupados é necessário seguir os passos adequados:

- A amplitude total dos dados:

$$\Delta = x_{\max} - x_{\min} = 868 - 120 = 748.$$

- Obter o menor múltiplo de 5 maior que 748, que é  $\Delta^* = 750$ .
- Obter a amplitude de classe à partir de  $\Delta^*$ .

$$h = \frac{\Delta^*}{5} = \frac{750}{5} = 150.$$

- Completar as classes:

$$120+150=270$$

$$270+150=420$$

$$420+150=570$$

$$570+150=720$$

$$720+150=870$$

Com isso, poderemos ter a seguinte tabela:

Classes	Frequências Simples		Frequência Acumulada	
	Absoluta	Relativa	Absoluta	Relativa
120- 270				
270- 420				
420- 570				
570- 720				
720-870				
Total				

As frequências simples se referem às contagens das quantidades dos valores em cada classe, levando em consideração que o valor do extremo direito de cada classe só é contabilizado na classe posterior. Desta forma, teremos:

Classes	Frequências Simples		Frequência Acumulada	
	Absoluta	Relativa	Absoluta	Relativa
120- 270	7			
270- 420	10			
420- 570	5			
570- 720	2			
720-870	6			
Total	30			

As demais frequências seguem:

- Frequência Simples Relativa: Basta dividir a frequência absoluta pelo total 30;
- Frequência acumulada absoluta: Basta somar a frequência anterior à frequência atual;

- Frequência acumulada relativa: Basta dividir a frequência acumulada absoluta pelo total 30.

Com isso, obtemos a seguinte tabela:

Classes	Frequências Simples		Frequência Acumulada	
	Absoluta	Relativa	Absoluta	Relativa
120- 270	7	0,23	7	0,23
270- 420	10	0,33	17	0,56
420- 570	5	0,17	22	0,73
570- 720	2	0,07	24	0,80
720- 870	6	0,20	30	1,000
Total	30	1,000		

## ANEXO C- Avaliação a Presencial 2019/1



### AP1 – Probabilidade e Estatística / Estatística I –1/2019

Código da disciplina: Probabilidade e Estatística (Matemática / Química) **EAD01055**

Estatística I (Engenharia de Produção) **EAD01076**

#### GABARITO

Nome: \_\_\_\_\_ Matrícula: \_\_\_\_\_

Polo: \_\_\_\_\_

#### Atenção!

- Para cada folha de respostas que utilizar, **antes de começar a resolver as questões, preencha** (pintando os respectivos espaços na parte superior da folha) o **número do CPF**, o **código da disciplina** (Indicado acima em negrito) e o **número da folha**.

#### PADRÃO DE PREENCHIMENTO NA FOLHA DE RESPOSTAS

UM  
  DOIS  
  TRÊS  
  QUATRO  
  CINCO  
  SEIS  
  SETE  
  OITO  
  NOVE  
  ZERO

- Preencha o número total de folhas somente quando for entregar a prova!

- Identifique a Prova, colocando Nome, Matrícula e Polo.
- É permitido o uso de calculadora, desde que não seja de telefone celular ou de qualquer outro aparelho que permita a conexão à Internet.
- Devolver esta prova e as Folhas de Respostas ao aplicador.
- Somente utilize caneta esferográfica com tinta azul ou preta para registro das resoluções nas Folhas de Respostas.
- As Folhas de Respostas serão o único material considerado para correção. Quaisquer anotações feitas fora deste espaço, mesmo que em folha de rascunho, serão ignoradas.
- Não amasse, dobre ou rasure as Folhas de Respostas, pois isto pode inviabilizar a digitalização e a correção.

#### USE O ENUNCIADO A SEGUIR PARA RESOLVER AS QUESTÕES DE 1 A 3.

Considere a tabela distribuição de frequências de temperaturas (em °C) em 50 cidades diferentes:

Classes (°C)	Pto. Médio ( $x_i$ )	Freq. Abs. ( $n_i$ )	Freq. Relat. (%)	Freq. Acum. Simples	Freq. Acum. Relat. (%)
-25   -15	-20	2	4	2	4
-15   -05	-10	4	8	6	12
-05   05	0	3	6	9	18
05   15	10	6	12	15	30
15   25	20	25	50	40	80
25   35	30	10	20	50	100
Total		50	100		

**Questão 1 [1,0 ponto]** Determine a temperatura média.

**R:**

Para o cálculo da média, vamos fazer  $\sum n_i x_i$  com o produto das colunas Pto. Médio e Freq. Abs. Assim:

$$\bar{X} = \frac{\sum n_i x_i}{n} = \frac{780}{50} = 15,6^\circ\text{C}$$

**Questão 2 [0,5 ponto]** Determine a temperatura modal.

**R:** A moda é o ponto médio da classe de maior frequência. A maior frequência é 25 e é a frequência da classe 15 – 25, cujo ponto médio é 20. Logo:

$$x^* = 20^\circ\text{C}$$

**Questão 3 [1,0 ponto]** Determine a temperatura mediana.

**R:** Para o cálculo da mediana, consideremos a classe que acumula 50% dos dados. Ou seja, busquemos 50% na Frequência Acumulada Relativa (%). Podemos observar que estas frequências pulam de 30% para 80%. Então, a classe que contém a mediana será a classe com esta frequência 80. Ou seja, 15 – 25. Daí, fazendo-se as devidas proporções, temos:

$$\begin{aligned} \frac{80 - 30}{25 - 15} &= \frac{50 - 30}{Q_2 - 15} \\ \frac{50}{10} &= \frac{20}{Q_2 - 15} \\ 50(Q_2 - 15) &= 10 \times 20 \\ 50Q_2 - 750 &= 200 \\ 50Q_2 &= 200 + 750 \\ 50Q_2 &= 950 \\ Q_2 &= \frac{950}{50} \\ Q_2 &= 19^\circ\text{C}. \end{aligned}$$

**USE O ENUNCIADO A SEGUIR PARA RESOLVER AS QUESTÕES DE 4 A 7.**

Considere o diagrama de ramo e folhas com escala 10 | 0 (ou seja, os valores variam de 10 a 90):

1	0	8						
2	4	4	5	5	6			
3	0	1	4	9				
4	7	7	7	7	7	7	7	
5								
6	0							
7	1	5	6	6				
8	1	3						
9	0							

**Questão 4 [0,5 ponto]** Obtenha a moda.

**R:** A moda é o valor de maior frequência. Logo:

$$x^* = 47$$

**Questão 5 [1,0 ponto]** Obtenha a mediana.

**R:** Como  $n = 26$  é par, então a mediana será a média entre os valores  $x_{13}$  e  $x_{14}$ . Assim:

$$Q_2 = \frac{x_{13} + x_{14}}{2} = \frac{47 + 47}{2} = 47.$$

**Questão 6 [1,0 ponto]** Obtenha os quartis  $Q_1$  e  $Q_3$ .

**R:** Os quartis  $Q_1$  e  $Q_3$  são, respectivamente, as medianas da primeira e da segunda metade. Assim:

$$Q_1 = x_7 = 26 \text{ e } Q_3 = x_{20} = 71$$

**Questão 7 [1,0 ponto]** Use a regra para outliers e verifique se há dados discrepantes.

**R:** Para usar a regra é necessário obter o intervalo interquartil  $IQ$ .

$$IQ = Q_3 - Q_1 = 71 - 26 = 45$$

$$Q_1 - 1,5IQ = 26 - (1,5 \times 45) = -41,5$$

$$Q_3 + 1,5IQ = 75 + (1,5 \times 45) = 138,5$$

Como os valores variam de 10 a 90, então **“NÃO HÁ DADOS DISCREPANTES”**

### USE O ENUNCIADO A SEGUIR PARA RESOLVER AS QUESTÕES DE 8 A 11.

Desde o dia 11 de setembro de 2018, as placas de veículos no Brasil passaram a possuir 4 letras (*L*) (de *A* a *Z*, incluindo *K, W, Y*) e 3 algarismos (*N*) (de 0 a 9), de acordo com a ilustração abaixo (*LLL N L NN*), para se adequarem às placas de veículos dos países do Mercosul. Determine quantas são as placas possíveis nas quais:



Fonte: DENATRAN

**Questão 8 [0,5 ponto]** O zero não aparece na última posição.

**R:** Observe que para que o zero não apareça na última posição, esta poderá ter apenas os algarismos de 1 a 9 (9 possibilidades). As demais posições de algarismos permanecem com 10 possibilidades e as posições de letras com 26 possibilidades, cada. Assim:

$$\frac{\quad}{26} \quad \frac{\quad}{26} \quad \frac{\quad}{26} \quad \frac{\quad}{10} \quad \frac{\quad}{26} \quad \frac{\quad}{10} \quad \frac{\quad}{9}$$

$$26 \times 26 \times 26 \times 10 \times 26 \times 10 \times 9 = 26^4 \times 9 \times 10^2 = 411.278.400.$$

**Questão 9 [0,5 ponto]** Não há repetição de letras nem de algarismos.

**R:** Para que não haja repetição de letras nem de algarismos, basta observar que, se uma letra já foi considerada em uma determinada posição, ela não poderá ser considerada nas demais e assim por diante. O mesmo vale para os algarismos. Assim, teremos:

$$\frac{\quad}{26} \quad \frac{\quad}{25} \quad \frac{\quad}{24} \quad \frac{\quad}{10} \quad \frac{\quad}{23} \quad \frac{\quad}{9} \quad \frac{\quad}{8}$$

$$26 \times 25 \times 24 \times 10 \times 23 \times 9 \times 8 = 258.336.000.$$

**Questão 10 [0,5 ponto]** A letra *I* aparece exatamente duas vezes.

**R:** Para se ter a letra *I* exatamente duas vezes em placas onde tem-se quatro letras, teremos  $\binom{4}{2} = 6$  situações. Para cada situação, teremos 25 letras possíveis para cada uma das duas posições restantes e os números podendo ser repetidos à vontade. Assim, teremos:

$$\begin{array}{cccccc} I & I & \frac{\quad}{25} & \frac{\quad}{10} & \frac{\quad}{25} & \frac{\quad}{10} & \frac{\quad}{10} \\ 1 & 1 & & & & & \end{array}$$

$$6 \times 25 \times 10 \times 25 \times 10 \times 10 = 3.750.000.$$

**Questão 11 [0,5 ponto]** A sequência numérica 24 aparece.

**R:** Para que a sequência numérica 24 apareça, os dois últimos algarismos devem estar exatamente nestas posições (2 e 4). As outras posições têm liberdade. Assim:

$$\frac{\quad}{26} \quad \frac{\quad}{26} \quad \frac{\quad}{26} \quad \frac{\quad}{10} \quad \frac{\quad}{26} \quad \frac{2}{1} \quad \frac{4}{1}$$

$$26 \times 26 \times 26 \times 10 \times 26 = 4.569.760.$$

**USE O ENUNCIADO A SEGUIR PARA RESOLVER AS QUESTÕES DE 12 A 14.**

Uma urna contém 6 bolas pretas, 2 bolas brancas e 8 bolas verdes. Uma bola é escolhida ao acaso desta urna. Determine a probabilidade de:

**Questão 12 [0,5 ponto]** A bola ser verde.

**R:** Temos 8 bolas verdes de um total de 16 bolas. Assim:

$$P(\text{Verde}) = \frac{8}{16} = \frac{1}{2}$$

**Questão 13 [0,5 ponto]** A bola ser branca.

**R:** Temos 2 bolas brancas de um total de 16 bolas. Assim:

$$P(\text{Branca}) = \frac{2}{16} = \frac{1}{8}$$

---

**Questão 14 [1,0 ponto]** A bola não ser branca nem verde.

**R:** Como temos apenas bolas brancas, verdes e pretas. Se ela não é nem branca nem verde, então ela é preta. Temos 6 bolas pretas de um total de 16 bolas. Assim:

$$P(\text{Preta}) = \frac{6}{16} = \frac{3}{8}$$