

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA
FACULDADE DE ENGENHARIA
PROGRAMA DE PÓS GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL**

Cláudio Horta Barbosa de Resende

**Otimização estrutural de pórticos espaciais de aço via algoritmos de evolução
diferencial**

Juiz de Fora

2020

Cláudio Horta Barbosa de Resende

**Otimização estrutural de pórticos espaciais de aço via algoritmos de evolução
diferencial**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal de Juiz de Fora como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil. Área de concentração: Estruturas e Materiais.

Orientador: D.Sc. Afonso Celso de Castro Lemonge

Coorientadora: D.Sc. Patrícia Habib Hallak

Juiz de Fora

2020

Ficha catalográfica elaborada através do Modelo Latex do CDC da UFJF
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

Resende, Cláudio Horta Barbosa de.

Otimização estrutural de pórticos espaciais de aço via algoritmos de
evolução diferencial / Cláudio Horta Barbosa de Resende. – 2020.

113 p. : il.

Orientador: Afonso Celso de Castro Lemonge

Coorientadora: Patrícia Habib Hallak

Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Juiz de Fora, Faculdade
de Engenharia. Programa de Pós Graduação em Engenharia Civil, 2020.

1. Otimização Estrutural. 2. Estruturas Metálicas. 3. Evolução
Diferencial. I. Lemonge, Afonso Celso de Castro. II. Hallak, Patrícia Habib.
III. Título.

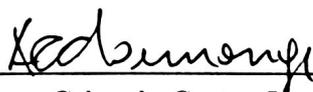
Cláudio Horta Barbosa de Resende

Otimização Estrutural de Pórticos Espaciais de Aço via Algoritmos de Evolução Diferencial

Dissertação apresentada ao Programa de Pós Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal de Juiz de Fora como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil. Área de concentração: Estruturas e Materiais.

Aprovada em 02 de março de 2020

BANCA EXAMINADORA



D.Sc. Afonso Celso de Castro Lemonge - Orientador
Universidade Federal de Juiz de Fora



D.Sc. Patrícia Habib Hallak - Coorientadora
Universidade Federal de Juiz de Fora



Dr. Eng. Civil Alexandre Abrahão Cury
Universidade Federal de Juiz de Fora



D.Sc. Moacir Kripka
Universidade de Passo Fundo

RESUMO

Os pórticos espaciais de aço são sistemas estruturais vastamente aplicados nos mais diversos ramos da engenharia civil. Aplicações comuns desse tipo de estrutura são encontradas em prédios residenciais ou comerciais, galpões industriais, almoxarifados, aeroportos, hospitais, centros culturais como museus, estádios desportivos, entre outros. À medida que as construções vão se tornando cada vez mais altas, fatores como deslocamentos horizontais devido às cargas de vento, frequências naturais de vibração e estabilidade global da estrutura passam a ser mais relevantes em relação às restrições de resistência. Com o avanço da engenharia, veio a necessidade de projetos cada vez mais competitivos e otimizados, despertando a procura de metodologias computacionais capazes de resolver tais problemas. Nas últimas décadas as meta-heurísticas vieram mostrando eficiência e robustez crescentes na solução de problemas dessa natureza. Esta dissertação faz um estudo de otimização estrutural via algoritmos de evolução diferencial aplicado aos pórticos espaciais de aço, tendo como caráter inovador a adição de restrições relativas ao comportamento dinâmico e à estabilidade global da estrutura, em geral negligenciadas. Três conjuntos de experimentos são conduzidos, nos quais análises de sistemas estruturais contraventados e não-contraventados, bem como estudos para restrição de cardinalidade e agrupamento automático de membros são levados em consideração na otimização das estruturas de aço.

Palavras-chave: Otimização Estrutural. Pórticos Espaciais. Evolução Diferencial. Estruturas de Aço. Dinâmica das Estruturas. Estabilidade Estrutural. Restrição de Cardinalidade.

ABSTRACT

Spatial steel frames are structural systems widely applied in the most diverse branches of civil engineering. Common applications of this type of structure are found in residential and commercial buildings, industrial sheds, warehouses, airports, hospitals, cultural centers such as museums, sports stadiums, among others. In taller buildings, factors such as horizontal displacements due to wind loads, natural frequencies of vibration, and global stability become more relevant. With the advancement of engineering, the need for increasingly competitive and optimized projects emerged, arousing the search for computational methodologies capable of solving such problems. In the last decades, meta-heuristics have proven increasing efficiency and robustness in solving problems of this nature. This dissertation makes a study of structural optimization via differential evolution algorithms applied to spatial steel frames, having as an innovative point the addition of constraints related to the dynamic behavior and the global stability of the structure, in general neglected. Three sets of experiments are conducted, in which analyses of braced and unbraced structural systems, as well as studies for cardinality constraints and automatic member grouping, are taken into account in the steel frames optimization problems.

Keywords: Structural Optimization. Spatial Frames. Differential Evolution. Steel Structures. Structures Dynamics. Structure Stability. Cardinality Constraints.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1	- Tipos de otimização estrutural	24
Figura 2	- Pórtico espacial genérico.	25
Figura 3	- Elemento de pórtico espacial - coordenadas locais.	26
Figura 4	- Elemento de pórtico espacial - coordenadas globais.	26
Figura 5	- Rotação β em torno do eixo y	28
Figura 6	- Rotação γ em torno do eixo z_β	28
Figura 7	- Rotação α em torno do eixo x_m	29
Figura 8	- Exemplo da Operação vetorial do DE em 2D.	37
Figura 9	- Esquema 2D de vetores teste possíveis.	38
Fluxograma 1	- Fluxograma do algoritmo de evolução diferencial.	42
Figura 10	- Pórtico de 39 barras.	44
Figura 11	- Pórtico de 39 barras - Cargas devido ao vento.	45
Figura 12	- Pórtico de 39 barras - Cargas Gravitacionais.	46
Figura 13	- Experimento 1.1 - Melhor Solução e Campo de Deslocamentos.	47
Figura 14	- Experimento 1.2 - Agrupamento de Membros.	49
Figura 15	- Experimento 1.2 - Melhor Solução e Campo de Deslocamentos.	50
Figura 16	-Pórtico de 78 barras.	51
Figura 17	- Experimento 1.3.1 - Agrupamento de Membros Pórtico de 78 barras com 2 grupos.	52
Figura 18	- Experimento 1.3.1 - Melhor Solução e Campo de Deslocamentos.	53
Figura 19	- Experimento 1.3.2 - Agrupamento de Membros - Pórtico de 78 barras com 4 grupos.	54
Figura 20	- Experimento 1.3.2 - Melhor Solução e Campo de Deslocamentos.	55
Figura 21	- Experimento 1.3.3 - Agrupamento de Membros - Pórtico de 78 barras com 8 grupos.	56
Figura 22	- Experimento 1.3.3 - Melhor Solução e Campo de Deslocamentos.	57
Figura 23	- Pórtico de 144 barras.	58
Figura 24	- Experimento 1.4 - Agrupamento de Membros - Pórtico de 144 barras.	59
Figura 25	- Experimento 1.4 - Melhor Solução e Campo de Deslocamentos.	60
Gráfico 1	- Experimento 1.3 - Curva Trade Off.	61
Figura 26	- Domo de 120 barras.	63
Figura 27	- Módulo padrão e pré agrupamento.	63
Figura 28	- Domo de 120 barras - Cargas de projeto.	64
Figura 29	- Domo de 120 barras - Diagrama de esforços normais.	64
Figura 30	- Seção tubular genérica.	65
Gráfico 2	- Variação do fator de redução global com a esbeltez reduzida para barras de seções tubulares.	67

Figura 31	- Experimento 2 - Vetor candidato com restrição de cardinalidade.	69
Figura 32	- Experimento 2 - Melhor Solução para $m = 1$.	70
Figura 33	- Experimento 2 - Melhor Solução para $m = 2$.	70
Figura 34	- Experimento 2 - Melhor Solução para $m = 3$.	71
Figura 35	- Experimento 2 - Melhor Solução para $m = 4$.	71
Figura 36	- Experimento 2 - Melhor Solução para o caso sem restrição de cardinalidade.	71
Gráfico 3	- Curva de trade-off relacionando a quantidade de seções com o peso total.	72
Gráfico 4	- Variação do fator de redução global com a esbeltez reduzida para barras de seções abertas duplamente simétricas.	77
Figura 37	- Pórtico de 6 andares e 78 barras.	79
Figura 38	- Experimento 3.1 - Melhor solução encontrada destacando os perfis diferentes dos pilares.	80
Gráfico 5	- Resultados da equação de interação de esforços para todos os elementos do pórtico de 6 andares e 78 barras.	81
Gráfico 6	- Resultado da equação de restrição de esforço cortante para todos os elementos do pórtico de 6 andares e 78 barras.	81
Gráfico 7	- Valores dos deslocamentos inter pavimentos para todos os andares do pórtico de 6 andares e 78 barras.	81
Figura 39	- Pórtico de 4 andares e 428 barras - visão 3D.	82
Figura 40	- Pórtico de 4 andares e 428 barras - visão em planta.	83
Gráfico 8	- Resultados da equação de interação de esforços para todos os elementos do pórtico de 4 andares e 428 barras.	85
Gráfico 9	- Resultado da equação de restrição de esforço cortante para todos os elementos do pórtico de 4 andares e 428 barra.	85
Gráfico 10	- Valores dos deslocamentos inter pavimentos para todos os andares do pórtico de 4 andares e 428 barra.	85
Figura 41	- Experimento 3.2 - Melhor solução encontrada destacando os perfis diferentes dos pilares.	86
Figura 42	- Pórtico de 10 andares e 290 barras - visão 3D e fachadas.	87
Figura 43	- Experimento 3.3 - Carga de vento atuante na estrutura na visão 3D à esquerda. À direita é mostrado os cortes detalhando as cargas nos pilares de canto e de meio, respectivamente.	89
Figura 44	- Experimento 3.3 - Cargas gravitacionais atuantes nas vigas externas e internas.	89
Gráfico 11	- Resultados da equação de interação de esforços para todos os elementos do pórtico de 10 andares e 290 barras.	91

Gráfico 12	- Resultado da equação de restrição de esforço cortante para todos os elementos do pórtico de 10 andares e 290 barra.	91
Gráfico 13	-Valores dos deslocamentos inter pavimentos para todos os andares do pórtico de 10 andares e 290 barra.	91
Figura 45	- Experimento 3.3 - Melhor solução encontrada destacando os perfis diferentes dos pilares.	92
Figura 46	- Pórtico contraventado de 10 andares e 370 barras - visão 3D e fachadas.	93
Gráfico 14	-Resultados da equação de interação de esforços para todos os elementos do pórtico de 10 andares e 370 barras.	95
Gráfico 15	- Resultado da equação de restrição de esforço cortante para todos os elementos do pórtico de 10 andares e 370 barra.	95
Gráfico 16	- Valores dos deslocamentos inter pavimentos para todos os andares do pórtico de 10 andares e 370 barra.	95
Figura 47	- Experimento 3.4 - Melhor solução encontrada destacando os perfis diferentes dos pilares.	96
Figura 48	- Melhor solução encontrada para o pórtico de 10 andares e 290 barras sem restrição de cardinalidade os perfis estão detalhados na Tabela 22.	98
Figura 49	- Melhor solução encontrada para o pórtico de 10 andares e 290 barras, definindo $m=1$, segundo a Tabela 25, atribuindo apenas o perfil W 360x101 para todos os pilares.	98
Figura 50	- Melhor solução encontrada para o pórtico de 10 andares e 290 barras, definindo $m=2$, segundo a Tabela 25, onde azul representa o perfil W 360x101 e vermelho W 250x62.	98
Figura 51	- Melhor solução encontrada para o pórtico de 10 andares e 290 barras, definindo $m=4$, segundo a Tabela 25, onde azul representa o perfil W 360x122, verde W 360x91 e vermelho W200x52.	98
Figura 52	- Melhor solução encontrada para o pórtico de 10 andares e 370 barras sem restrição de cardinalidade os perfis estão detalhados na Tabela 24.	100
Figura 53	- Melhor solução encontrada para o pórtico de 10 andares e 370 barras, definindo $m=1$, segundo a Tabela 26, atribuindo apenas o perfil W 360x91 para todos os pilares.	100
Figura 54	- Melhor solução encontrada para o pórtico de 10 andares e 290 barras, definindo $m=2$, segundo a Tabela 26, onde azul representa o perfil W 360x91 e vermelho W 200x35,9.	100

Figura 55	- Melhor solução encontrada para o pórtico de 10 andares e 370 barras, definindo $m=4$, segundo a Tabela 26, onde azul representa o perfil W 360x91, verde W 360x101, vermelho W 200x46 e laranja W 150x22,5.	100
Gráfico 17	- Variação do peso com o número de diferentes perfis empregados para os pilares para os pórticos de 290 (Azul) e 370 (Vermelho) membros.	104
Gráfico 18	- Variação da primeira frequência natural de vibração com o número de diferentes perfis empregados para os pilares para os pórticos de 290 (Azul) e 370 (Vermelho) membros.	104
Gráfico 19	- Variação do fator de carga crítica com o número de diferentes perfis empregados para os pilares para os pórticos de 290 (Azul) e 370 (Vermelho) membros.	104
Gráfico 20	- Variação do deslocamento horizontal no topo com o número de diferentes perfis empregados para os pilares para os pórticos de 290 (Azul) e 370 (Vermelho) membros.	104

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Trabalhos relativos à pórticos espaciais publicados nos últimos cinco anos	23
Tabela 2 – Espaço de Busca	43
Tabela 3 – Experimento 1.2 - Agrupamento de Membros - Pórtico de 39 barras	48
Tabela 4 – Experimento 1.2 - Melhor Solução	49
Tabela 5 – Experimento 1.3.1 - Agrupamento de Membros - Pórtico de 78 barras com 2 grupos	51
Tabela 6 – Experimento 1.3.1 - Melhor Solução	52
Tabela 7 – Experimento 1.3.2 - Agrupamento de Membros - Pórtico de 78 barras com 4 grupos	53
Tabela 8 – Experimento 1.3.2 - Melhor Solução	54
Tabela 9 – Experimento 1.3.3 - Agrupamento de Membros - Pórtico de 78 barras com 8 grupos	55
Tabela 10 – Experimento 1.3.3 - Melhor Solução	56
Tabela 11 – Experimento 1.4 - Agrupamento de Membros - Pórtico de 144 barras	58
Tabela 12 – Experimento 1.4 - Melhor Solução	59
Tabela 13 – Experimento 1.3 - Resultados	61
Tabela 14 – Experimento 2 - Propriedades dos Nós	63
Tabela 15 – Experimento 2 - Variáveis de projeto D , t_i ($i = 1, 7$) e peso total $W(\mathbf{x})$ para $m = 1$, $m = 2$, $m = 3$, $m = 4$ e sem restrição de cardinalidade (no c.c.)	70
Tabela 16 – Experimento 3.1 - Agrupamento de Membros - Pórtico de 78 barras.	80
Tabela 17 – Experimento 3.1 - Melhor resultado encontrado para o pórtico de 6 andares e 78 barras com os perfis atribuídos para cada grupo, os valores das restrições e o peso total da estrutura $W(\mathbf{x})$	80
Tabela 18 – Experimento 3.2 - Agrupamento de Membros - Pórtico de 428 barras.	83
Tabela 19 – Experimento 3.2 - Melhor resultado encontrado para o pórtico de 4 andares e 428 barras com os perfis atribuídos para cada grupo, os valores das restrições e o peso total da estrutura $W(\mathbf{x})$	84
Tabela 20 – Experimento 3.3 - Agrupamento de Membros - Pórtico de 290 barras.	88
Tabela 21 – Experimento 3.3 - Carga de vento atuante nos pilares (kN/m).	88
Tabela 22 – Experimento 3.3 - Melhor resultado encontrado para o pórtico de 10 andares e 290 barras com os perfis atribuídos para cada grupo, os valores das restrições e o peso total da estrutura $W(\mathbf{x})$	90
Tabela 23 – Experimento 3.4 - Agrupamento de Membros - Pórtico de 370 barras.	93

Tabela 24 – Experimento 3.4 - Melhor resultado encontrado para o pórtico de 10 andares e 370 barras com os perfis atribuídos para cada grupo, os valores das restrições e o peso total da estrutura $W(\mathbf{x})$	94
Tabela 25 – Melhores resultados para o pórtico de 10 andares e 290 barras, definindo $m = 1$, $m = 2$, e $m = 4$	97
Tabela 26 – Melhores resultados para o pórtico de 10 andares e 370 barras, definindo $m = 1$, $m = 2$, e $m = 4$	99
Tabela 27 – Resultados estatísticos - $W(\mathbf{x})$ (kg).	105

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	17
1.1	JUSTIFICATIVA	19
1.2	OBJETIVOS	19
1.2.1	Objetivo Principal	19
1.2.2	Objetivos Específicos	19
1.3	ESTRUTURA DO TRABALHO	20
2	OTIMIZAÇÃO ESTRUTURAL	21
2.1	REVISÃO DA LITERATURA	21
2.2	TIPOS DE OTIMIZAÇÃO ESTRUTURAL	23
2.2.1	Otimização Paramétrica	23
2.2.2	Otimização de Forma	23
2.2.3	Otimização de Topologia	23
2.3	FORMULAÇÃO DO PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO ESTRUTURAL	24
3	ANÁLISE MATRICIAL DE PÓRTICO ESPACIAL	25
3.1	ELEMENTO DE PÓRTICO ESPACIAL	25
3.2	MATRIZ DE ROTAÇÃO E REFERENCIAL GLOBAL	27
3.3	AÇÕES NAS EXTREMIDADES DOS MEMBROS	30
3.4	ANÁLISE DINÂMICA	31
3.5	ANÁLISE DA ESTABILIDADE GLOBAL	32
4	ALGORITMO DE EVOLUÇÃO DIFERENCIAL	35
4.1	ESTRUTURA DA POPULAÇÃO	35
4.2	INICIALIZAÇÃO DA POPULAÇÃO	35
4.3	MUTAÇÃO	36
4.4	CROSSOVER	37
4.5	SELEÇÃO	38
4.6	DESCRIÇÃO DO ALGORITMO DO DE	39
4.7	MÉTODO DE PENALIZAÇÃO ADAPTATIVA - APM	39
5	EXPERIMENTOS NUMÉRICOS	41
5.1	CONJUNTO DE EXPERIMENTOS 1	41
5.1.1	Formulação do Problema de Otimização	41
5.1.2	Espaço de Busca	43
5.1.3	Cargas de Projeto	43
5.1.3.1	<i>Cargas devido ao Vento</i>	44
5.1.3.2	<i>Cargas Gravitacionais</i>	45
5.1.4	Experimento 1.1 - Pórtico de 39 barras - Sem restrição de frequência natural de vibração	47

5.1.5	Experimento 1.2 - Pórtico de 39 barras - Com restrição de frequência natural de vibração	48
5.1.6	Experimento 1.3 - Pórtico de 78 barras - Sem restrição de frequência natural de vibração	50
5.1.6.1	<i>Experimento 1.3.1 - Pórtico de 78 barras - 2 Grupos</i>	<i>51</i>
5.1.6.2	<i>Experimento 1.3.2 - Pórtico de 78 barras - 4 Grupos</i>	<i>53</i>
5.1.6.3	<i>Experimento 1.3.3 - Pórtico de 78 barras - 8 Grupos</i>	<i>55</i>
5.1.7	Experimento 1.4 - Pórtico de 144 barras - Com restrição de frequência natural de vibração	57
5.1.8	Análise de Resultados - Conjunto de Experimentos 1	60
5.2	CONJUNTO DE EXPERIMENTOS 2	62
5.2.1	Descrição da Estrutura e Cargas de Projeto	62
5.2.2	Formulação do Problema de Otimização	64
5.2.3	Restrição de Cardinalidade e Agrupamento Automático de Mem- bros	68
5.2.4	Experimento 2 - Domo de 120 barras	69
5.2.5	Análise dos Resultados - Conjunto de Experimentos 2	69
5.3	CONJUNTO DE EXPERIMENTOS 3	72
5.3.1	Formulação do Problema de Otimização	73
5.3.1.1	<i>Restrições de deslocamentos</i>	<i>74</i>
5.3.1.2	<i>Restrição de frequência natural de vibração</i>	<i>74</i>
5.3.1.3	<i>Restrição de estabilidade global</i>	<i>75</i>
5.3.1.4	<i>Restrições de resistência</i>	<i>75</i>
5.3.1.5	<i>Restrições geométricas</i>	<i>78</i>
5.3.2	Experimento 3.1 - Pórtico de 6 andares e 78 barras	78
5.3.3	Experimento 3.2 - Pórtico de 4 andares e 428 barras	82
5.3.4	Experimento 3.3 - Pórtico de 10 andares e 290 barras	86
5.3.5	Experimento 3.4 - Pórtico de 10 andares e 370 barras	92
5.3.6	Experimentos Adicionais com Restrição de Cardinalidade	96
5.3.7	Análise dos Resultados - Conjunto de Experimentos 3	101
6	CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS	107
	REFERÊNCIAS	109

1 INTRODUÇÃO

Os pórticos espaciais de aço são sistemas estruturais vastamente aplicados nos mais diversos ramos da engenharia civil. Aplicações comuns desse tipo de estrutura são encontradas em prédios residenciais ou comerciais, galpões industriais, almoxarifados, aeroportos, hospitais, centros culturais como museus, estádios desportivos, entre outros. Apesar de no Brasil ser um sistema construtivo emergente, no âmbito mundial já é um sistema consolidado que apresenta diversas vantagens quando comparado ao sistema tradicional de concreto armado moldado *in loco*. Dentre essas vantagens, pode-se destacar:

- a) a alta resistência do aço quando comparado com outros materiais;
- b) a homogeneidade do material e o alto padrão de qualidade, visto que é fabricado em ambientes industriais de produção controlada;
- c) os elementos metálicos podem ser desmontados e substituídos com facilidade, também permitindo reforços estruturais quando necessário;
- d) possibilidade de reaproveitamento do material;
- e) menor consumo de água e geração de resíduos;
- f) menor prazo de execução.

Vantagens relativas ao menor custo na administração devido ao menor número de operários e a economia nas fundações devido à redução de peso, podem ser acrescentadas como vantagens indiretas. (1)

À medida que a engenharia evolui e os projetos tem que se tornar mais competitivos, um estudo de otimização estrutural começa a se tornar cada vez mais necessário. Tal estudo pode ter objetivos ligados à minimização de custo, ou maximização de desempenho, obviamente respeitando os requisitos de segurança e serviço recomendados pelas normas técnicas. Segundo Farkas e Jarami, ao estudar um processo de otimização estrutural, um engenheiro deve conhecer bem o comportamento da estrutura, suas tensões, deformações, deslocamentos, estabilidade, frequências naturais de vibração, entre outros. É também importante ter uma boa técnica para resolver o problema, o que leva a diversos estudos de métodos de busca para problemas de otimização dos mais variados possíveis. (2)

O problema de otimização estrutural de prédios altos em aço é normalmente governado pela estabilidade estrutural, pelos deslocamentos horizontais devido às cargas de vento e pelo comportamento dinâmico, para os quais a estrutura deve apresentar estabilidade e rigidez necessárias para absorver os esforços e atender às restrições normativas.

A formulação do problema de otimização depende da definição de alguns parâmetros. Primeiramente, é definida uma ou mais funções objetivo que se deseja minimizar ou

maximizar; geralmente uma função que define o peso ou o custo da estrutura é tomada como objetivo de minimização. Os problemas de otimização que apresentam apenas uma função objetivo, são classificados como mono-objetivos, já os que apresentam mais de uma, são chamados multi-objetivos. As variáveis que compõem essa função são denominadas variáveis de projeto. A solução de um problema de otimização de n variáveis, será o conjunto de n variáveis que minimizem o custo da estrutura, por exemplo. O domínio do qual as variáveis de projeto fazem parte é chamado de espaço de busca, que pode ser contínuo, discreto ou misto. Outra definição importante no problema de otimizações são as restrições, que vão delimitar o deslocamento, esforços ou tensões, frequências naturais de vibração, estabilidade global, entre outros.

A estrutura a ser otimizada, está sujeita a uma série de ações externas que serão responsáveis por gerar os esforços internos. Essas ações são classificadas pela NBR8800:2008 como: permanentes (peso próprio da estrutura e de elementos construtivos não estruturais como alvenaria, revestimentos, etc), variáveis (sobrecarga de uso e ocupação da estrutura, contemplando pessoas, móveis, cargas de depósitos, etc) e excepcionais (são ações de rara ocorrência, porém tem que ser previstas em situações específicas, por exemplo: choque de veículos, explosões de gás, choque de aviões, incêndios, etc). (3)

Diferentes métodos de otimização foram desenvolvidos ao longo dos anos para os mais variados tipos de problemas e peculiaridades de suas características. Esses métodos são basicamente divididos em dois grupos, os determinísticos e os probabilísticos. O primeiro deles, também conhecido como métodos clássicos, se baseia em formulações matemáticas, muitas vezes complexas e estão restritos a aplicações onde a função objetivo deve apresentar características como diferenciabilidade, convexidade e continuidade em todo o seu domínio. Já os probabilísticos, ou as meta-heurísticas, são mecanismos de investigação, muitas vezes bioinspirados, que consistem em um processo evolutivo onde uma população de soluções candidatas evoluem ao longo de gerações até um dado critério de parada. Apesar de, normalmente, apresentarem um custo computacional mais elevado que os métodos determinísticos, as meta-heurísticas tem como vantagem de ser aplicáveis em problemas de funções objetivos de alta complexidade e espaços de busca não contínuos, como é o caso dos experimentos numéricos abordados nesse trabalho.

Por conta da complexidade dos problemas presentes em diversos ramos da engenharia, as meta-heurísticas se mostraram poderosas ferramentas na busca por uma solução ótima através de processos evolutivos, como exemplos de mecanismos de busca com aplicação no ramo da otimização estrutural pode-se citar: Algoritmos Genéticos (Holland), Otimização inspirada em Colônia de Formigas (ACO) (Colorni *et al.*), Evolução Diferencial (DE) (Storn e Price), Otimização por Enxame de Partículas (PSO) (Eberhart e Kennedy), dentre outros. (4–7)

1.1 JUSTIFICATIVA

A necessidade de aplicação de técnicas de otimização nos projetos de engenharia vem se tornando cada vez mais evidente. Tratando-se de estruturas especificamente, sistemas de pórticos planos e treliças vêm sendo estudados nos últimos anos com aparições mais frequentes na literatura. As estruturas de pórticos espaciais, por apresentarem mais graus de liberdade por nó, e dependerem de uma gama maior de propriedades geométricas para determinação de deslocamentos e esforços internos, estão ainda em menor número na literatura quando comparada com as treliças e pórticos planos. A grande motivação desse trabalho é aplicar a Evolução Diferencial como meta-heurística de otimização, acoplada com uma metodologia específica de tratamento de restrições chamada de APM (*Adaptive Penalty Method*), introduzida por Barbosa e Lemonge em 2002, a estruturas metálicas em escala real, considerando cargas de projeto e restrições normativas, aproximando, assim, o estudo acadêmico da otimização estrutural a projetos reais de estruturas de aço. (8)

1.2 OBJETIVOS

Os objetivos desse trabalho são divididos nessa seção em objetivo principal, que envolve o caráter inovador da dissertação e em objetivos específicos que representam as etapas e estudos comparativos para atingir o objetivo principal.

1.2.1 Objetivo Principal

O objetivo principal dessa dissertação, que apresenta um aspecto inovador, é a consideração de frequências naturais de vibração e estabilidade global da estrutura como restrições adicionais na formulação dos problemas de pórticos espaciais.

Essas restrições em geral não são consideradas nos problemas de otimização encontrados na literatura. Por exemplo, as cargas críticas são cheçadas apenas no âmbito dos elementos estruturais, através da consideração da Carga de Crítica de Euler. Poucos estudos são encontrados considerando as frequências naturais de vibração como restrições nas formulações dos problemas de otimização de pórticos espaciais. (9, 10)

1.2.2 Objetivos Específicos

Como objetivos específicos, pode-se citar:

- a) implementar um simulador de pórtico espacial capaz de determinar deslocamentos nodais, esforços solicitantes e resistentes de cada membro, frequências naturais de vibração e fator de carga crítica referente à estabilidade global da estrutura;

- b) acoplar o simulador ao otimizador DE, para definir as soluções candidatas mais bem adaptadas no processo evolutivo;
- c) conduzir três conjuntos de experimentos de modelagem numérica de pórticos espaciais, de complexidade gradativa, com intuito de refinar a formulação do problema de otimização tratado de um para o outro;
- d) aplicar estudos de restrição de cardinalidade e agrupamento automático de membros e analisar diferentes soluções para um diferente número de perfis empregados;
- e) estudar a efetividade do sistema de contraventamento tanto na melhoria da estabilidade, quanto no comportamento dinâmico e otimização do peso.

1.3 ESTRUTURA DO TRABALHO

A estrutura dessa dissertação é dividida em seis capítulos. O primeiro capítulo apresenta um conteúdo introdutório, abordando justificativa, objetivos e metodologia de trabalho. O segundo capítulo tem como principais objetivos introduzir o tema da otimização estrutural e prover ao leitor bibliografias presentes na literatura relevantes ao tema em questão. Os capítulos 3 e 4 fazem uma abordagem sucinta da análise matricial de pórtico espacial e do algoritmo de evolução diferencial, respectivamente. Os experimentos numéricos e as análises dos resultados de cada conjunto apresentado estão presentes no capítulo 5 e, finalmente, conclusões e trabalhos futuros no capítulo 6.

2 OTIMIZAÇÃO ESTRUTURAL

Um problema de otimização estrutural, como já abordado anteriormente, consiste na busca de uma solução factível (que atenda às restrições de segurança e rigidez), que minimize ou maximize uma função objetivo. Se a solução atingir um máximo ou mínimo global, ela é designada solução ótima.

Geralmente, em problemas de engenharia, é visada a minimização do custo ou a maximização do desempenho. No caso específico de estruturas de aço, procura-se minimizar o peso, que conseqüentemente acarreta em um menor custo de material empregado. Há, na literatura, estudos desenvolvidos onde são tomadas como objetivo funções de custo mais elaboradas, que levam em consideração material empregado, dispositivos de ligações, transporte, montagem, e custos extras envolvendo a preparação da superfície, pintura, corte e solda. (11)

Como maximização do desempenho, pode-se desejar, por exemplo, que uma estrutura tenha o menor deslocamento horizontal possível, ou a soma dos deslocamentos deve ser a menor possível, ou a primeira frequência natural de vibração deve ser a maior possível, ou ainda, o fator de carga crítica referente à instabilidade global deve ser o maior possível.

2.1 REVISÃO DA LITERATURA

Nos problemas de otimização estrutural de pórticos espaciais de aço, as variáveis de projeto, em geral, são discretas, ou seja, índices inteiros que apontam para perfis metálicos retirados de uma tabela comercial de algum fornecedor. Devido a isso, métodos de otimização determinísticos, também conhecidos como métodos clássicos, muitas vezes não são aplicáveis, pois dependem de uma formulação matemática complexa onde os espaços de busca e funções objetivos são restritos a apresentarem propriedades como continuidade, suavidade e diferenciabilidade. Nas últimas décadas, as meta-heurísticas, que são mecanismos de busca baseados em processos evolutivos, vem ganhado espaço no ramo da otimização estrutural e tem se mostrado cada vez mais eficientes. Esse capítulo tem como objetivo prover ao leitor publicações relevantes na literatura referentes à otimização estrutural, sem a pretensão de aprofundar em cada uma das referências citadas.

No início da década de 90, os estudos acerca da aplicação das meta-heurísticas em otimização estrutural se intensificaram e ganharam mais campos de aplicação. Em 1991, Saka (12) conduziu estudos preliminares em otimização de pórticos planos de aço considerando a instabilidade dos elementos comprimidos, um ano após, Rajeev e Krishnamoorthy (13) estudaram procedimentos discretos de otimização com algoritmo genético, aplicados a treliças planas e espaciais. No mesmo ano, Chan (14) aplicou critérios de otimização a prédios altos de aço, tratados como pórticos planos sob restrições de

deslocamentos horizontais com variáveis de projeto retiradas de tabelas comerciais de perfis metálicos. Em 1993, Chan e Grierson (15), propuseram uma técnica de redimensionamento para o mesmo problema de edifícios altos em aço considerando os múltiplos deslocamentos relativos inter-pavimentos como restrições. Pouco tempo depois, Adeli *et al.* (16) estudaram otimização de grandes estruturas com restrições de tensões e deslocamentos via algoritmo genético. Já no final dos anos 90, Memari e Madhkhan (17) desenvolveram um programa chamado OPTEQ, com intuito de otimizar pórticos planos de aço sujeitos à cargas laterais com restrições de tensões admissíveis e deslocamentos máximos horizontais segundo a AISC (*American Institute of Steel Constructuion*) (18).

Nas últimas décadas, Liang *et al.* (19) investigaram diferentes configurações de sistemas de contraventamento, através de otimização topológica, para edificações de múltiplos andares em aço. No mesmo ano, Salajegheh (9) estudou a otimização de pórticos espaciais de aço submetidos a restrições de frequências naturais de vibração. Em 2004, Pavlovčič *et al.* (11) propuseram uma função para análise de custo nos problemas de otimização de pórticos de aço, em 2007, Saka (20) trabalhou com busca estocástica baseada em fenômenos naturais para a otimização estrutural de pórticos metálicos. Três anos depois, Hasańgebi *et al.* (21, 22) estudaram o desempenho do recozimento simulado melhorado como meta-heurística aplicada à otimização estrutural e fizeram um estudo comparativo de vários métodos não determinísticos aplicados à otimização de pórticos de aço em escala real. No ano seguinte, Lemonge *et al.* (23) propuseram um método para restrição de cardinalidade e agrupamento automático de membros, também aplicado primeiramente a pórticos de aço. Em 2012, Kaveh e Talatahari (24) aplicaram a busca por sistemas carregados a pórticos planos e espaciais de aço, tendo como restrições as equações de interação de esforços para flexão composta da AISC (18), deslocamentos laterais máximos e deslocamentos relativos inter-pavimentos. Em 2013, Azad e Hasańgebi (25), aplicaram uma estratégia de limite superior a pórticos espaciais de aço otimizados por meta-heurísticas. Um ano após, Maheri e Narimani (26), aplicaram um algoritmo de busca harmônica melhorado em otimização de pórticos de aço.

Nos últimos cinco anos, artigos relevantes foram publicados na área de otimização estrutural de pórticos de aço, apresentando os mais diversos métodos de busca para diferentes estruturas submetidas a diferentes conjuntos de restrições. Com o intuito de apontar ao leitor literaturas recentes, relativas ao tema abordado nesta dissertação, podem ser citados: Kaveh *et al.* (27), Azad e Hasańgebi (28), Talatahari *et al.* (29), Jalili *et al.* (30), Çarbas (31), Aydođdu *et al.* (32), Saka *et al.* (33), Çarbas (34), Hasańgebi (35), Kaveh e BolandGerami (36), Maheri *et al.* (37), Maheri e Talezadeh (38), Artar e Dalođlu (39), Gholizadeh e Milany (40), Kaveh e Ghazaan (41), Vargas *et al.* (42) e Zakian (10). A Tabela 1 sintetiza os trabalhos publicados nos últimos cinco anos citados, destacando as restrições aplicadas em cada um, que são divididas em deslocamentos (D), resistência (R), frequência natural de vibração (F), estabilidade global (E) e restrições geométricas (G).

Tabela 1 – Trabalhos relativos à pórticos espaciais publicados nos últimos cinco anos

Ano	Autores	Algoritmo	Restrições				
			D	R	F	E	G
2015	Kaveh et al.	Cuckoo Search	x	x			x
2015	Azad e Hasańgebi	Stochastic Search	x	x			
2016	Jalili et al.	Biogeography-based	x	x			
2016	Çarbas	Enhanced Firefly	x	x			x
2016	Aydođdu et al.	Artificial Bee Colony	x	x			x
2016	Saka et al.	Swarm Intelligence	x	x			x
2017	Çarbas	Biogeography-based	x	x			x
2017	Hasańgebi	Parallel Evolution	x	x			x
2017	Kaveh e BolandGerami	Collinding Body	x	x			x
2017	Maheri et al.	Enhanced Honey Bee	x	x			
2018	Maheri e Talezadeh	Imperialist Competitive	x	x			
2018	Artar e Dalođlu	Harmony Search	x	x			x
2018	Gholizadeh e Milany	Improved Fireworks	x	x			
2018	Kaveh e Ghazaan	Estudo Comparativo	x	x			x
2019	Zakian	Estudo Comparativo			x		

Fonte: Elaborado pelo Autor (2020).

2.2 TIPOS DE OTIMIZAÇÃO ESTRUTURAL

Os problemas de otimização estrutural podem ser divididos em três tipos: otimização paramétrica (*sizing*), otimização de forma (*shape*) e otimização de topologia (*topology*). Eles podem considerar apenas um desses tipos, ou otimizar estruturas considerando dois ou três aspectos simultaneamente.

2.2.1 Otimização Paramétrica

A otimização de dimensionamento consiste basicamente em um problema no qual as variáveis de projeto (estruturas de barras) estão ligadas às dimensões da seção transversal. Logo, a estrutura já tem uma forma e uma topologia definida, restringindo a busca a determinar qual o conjunto de seções transversais minimizam o peso da estrutura e atendem às restrições.

2.2.2 Otimização de Forma

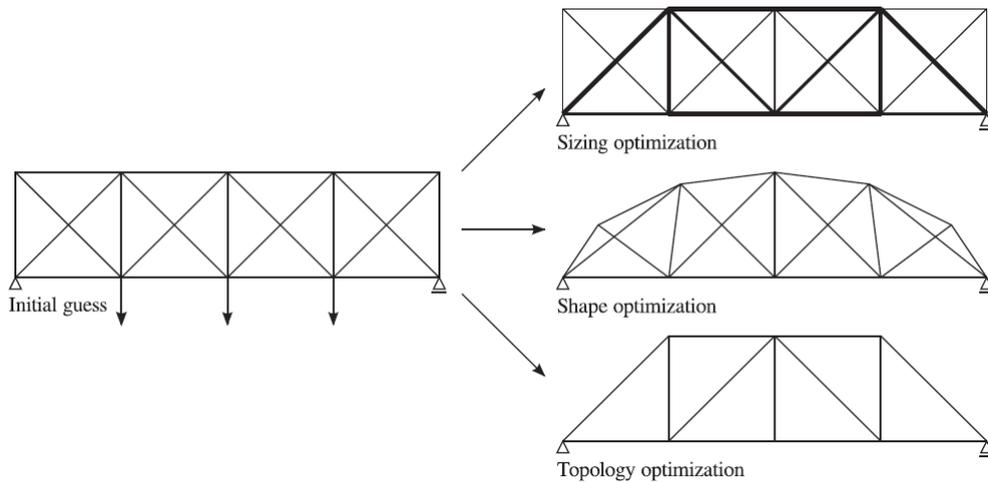
A otimização de forma está ligada a mudança da geometria da estrutura em questão para minimizar a função objetivo. No caso de estruturas reticuladas, como as treliças por exemplo, as variáveis de projeto podem ser as coordenadas dos nós da treliça. Obviamente, em nós onde há deslocamento ou força prescrita não é possível mexer na sua posição.

2.2.3 Otimização de Topologia

A otimização de topologia está ligada a retirada de materiais subutilizados de um domínio com o intuito de diminuir o peso. Numa estrutura reticulada, pode-se criar um

domínio com inúmeras barras e ir removendo os elementos menos solicitados. No caso dos pórticos espaciais de aço, a mudança em um sistema de contraventamento, por exemplo, são considerações que levam em conta a topologia da estrutura. A Figura 1, retirada de (43), exemplifica os três tipos de otimização tratadas de separadamente.

Figura 1 - Tipos de otimização estrutural



Fonte: Gandomi *et al.* *Metaheuristic Applications in Structures and Infrastructure* (43).

2.3 FORMULAÇÃO DO PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO ESTRUTURAL

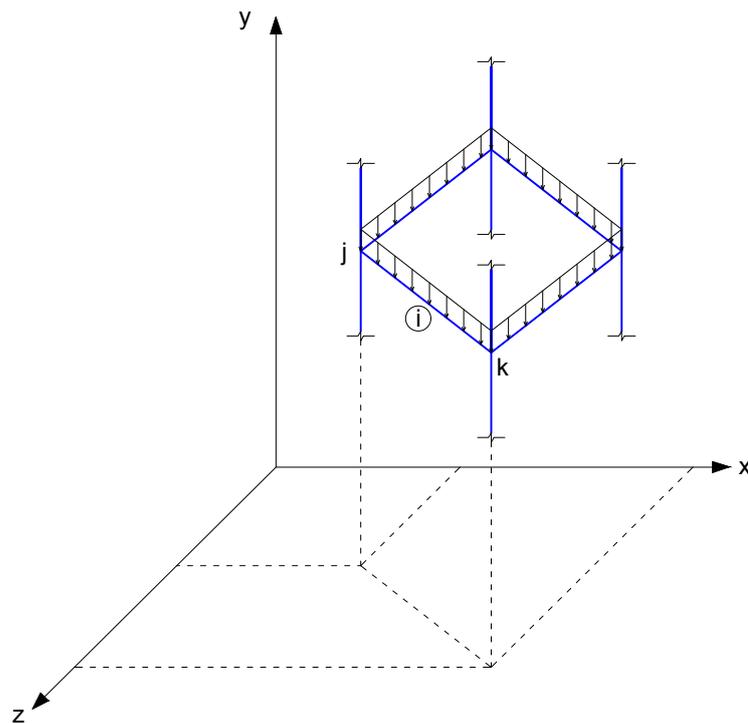
A formulação do problema de otimização estrutural, pode ser matematicamente feita conforme é mostrado na Equação (2.1). Nessa equação, $f(\mathbf{x})$ é a função objetivo, \mathbf{x} é o vetor composto por n variáveis de projeto, $g_i(\mathbf{x})$ e $h_i(\mathbf{x})$ são as restrições de desigualdade e igualdade, respectivamente, podendo ser funções lineares ou não-lineares das variáveis de projeto. O conjunto X é um paralelepípedo em \mathbb{R}^n definido pelos limites superiores (\mathbf{x}_i^U) e inferiores (\mathbf{x}_i^L) das variáveis de projeto. Um vetor $\mathbf{x} \in X$ que satisfaz todas as restrições do problema é chamado de uma solução factível.

$$\begin{aligned}
 & \text{minimize } f(\mathbf{x}), \text{ sendo } \mathbf{x} = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}, \text{ submetido a:} \\
 & g_i(\mathbf{x}) \leq 0 \text{ para } i = 1, 2, \dots, m \\
 & h_i(\mathbf{x}) = 0 \text{ para } i = 1, 2, \dots, l \\
 & \mathbf{x} \in X \subset \mathbb{R}^n \\
 & X = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n \mid \mathbf{x}_i^L \leq \mathbf{x}_i \leq \mathbf{x}_i^U, \ i = 1, 2, \dots, n\}
 \end{aligned} \tag{2.1}$$

3 ANÁLISE MATRICIAL DE PÓRTICO ESPACIAL

Nesse capítulo será abordada de forma sucinta a formulação matricial de pórticos espaciais que foi implementada, com intuito de calcular deslocamentos nodais, esforços nas barras, frequências naturais de vibração e fator de carga crítica para estabilidade global. A Figura 2, mostra um pórtico espacial genérico solicitado por cargas uniformemente distribuídas sobre as vigas destacando um elemento i de nó inicial j e nó final k . É assumido que os nós do pórtico são ligações rígidas e podem tanto transladar nas três direções quanto rotacionar em torno das mesmas, totalizando seis graus de liberdade por nó. Logo, todas as possibilidades de deslocamentos nodais devem ser consideradas nesse tipo de estrutura. (44)

Figura 2 - Pórtico espacial genérico.



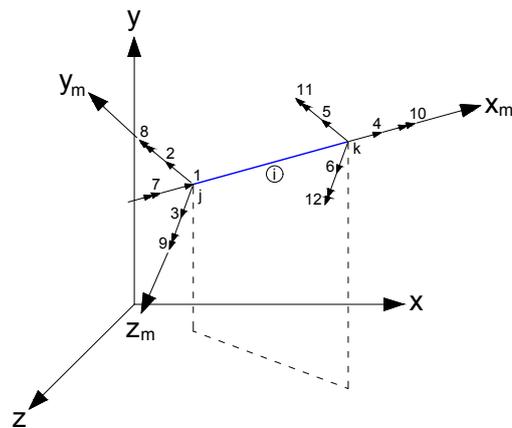
Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

3.1 ELEMENTO DE PÓRTICO ESPACIAL

Cada elemento genérico de pórtico espacial (i) é dotado de dois nós (j e k), totalizando doze graus de liberdade, seis para cada nó. A Figura 3 mostra o mapeamento dos doze graus de liberdade do elemento i em coordenadas locais, onde x_m coincide com o eixo da barra tomado em sentido positivo na direção do nó inicial para o final, y_m e z_m

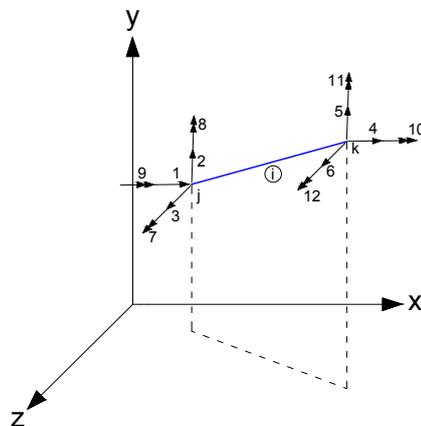
são escolhidos como sendo os eixos principais de menor e maior inércia da seção transversal, respectivamente. Porém, para resolver o problema de uma grande estrutura com barras de orientações variadas, é necessário que se adote um sistema de eixos de coordenadas globais, para o qual os graus de liberdade locais devem projetar suas componentes (Figura 4). Logo, as matrizes de rigidez dos elementos em coordenadas locais devem sofrer uma transformação linear de rotação para passar para o referencial global da estrutura.

Figura 3 - Elemento de pórtico espacial - coordenadas locais.



Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

Figura 4 - Elemento de pórtico espacial - coordenadas globais.



Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

A matriz de rigidez elástica de elemento de pórtico espacial em coordenadas locais, $[K_{e,l}]$, é descrita na Equação (3.1), onde E é o módulo de elasticidade longitudinal do material, G é o módulo de elasticidade transversal, L é o comprimento do elemento, A é a área da seção transversal, I_x é a inércia à torção, I_y e I_z são os momentos de inércia em torno dos dois eixos principais de menor e maior inércia, respectivamente.

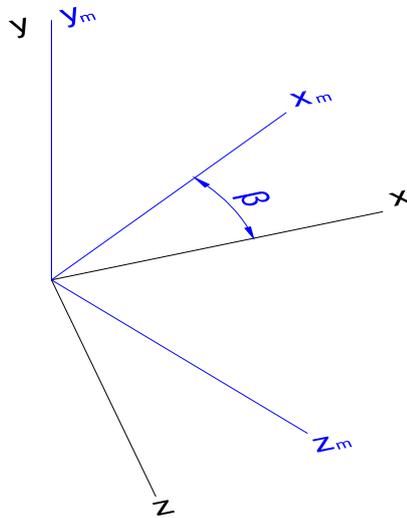
$$[K_{e,l}] = E \begin{bmatrix} \frac{A_x}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{A_x}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & \frac{12I_z}{L^3} & 0 & 0 & 0 & \frac{6I_x}{L^2} & 0 & -\frac{12I_z}{L^3} & 0 & 0 & 0 & \frac{6I_x}{L^2} & 0 \\ & & \frac{12I_y}{L^3} & 0 & -\frac{6I_y}{L^2} & 0 & 0 & 0 & -\frac{12I_y}{L^3} & 0 & -\frac{6I_y}{L^2} & 0 & 0 \\ & & & \frac{GI_x}{EL} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{GI_x}{EL} & 0 & 0 & 0 \\ & & & & \frac{4I_y}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{6I_y}{L^2} & 0 & \frac{2I_y}{L^2} & 0 & 0 \\ & & & & & \frac{4I_z}{L^2} & 0 & -\frac{6I_z}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{2I_z}{L^2} & 0 \\ & & & & & & \frac{A_x}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & & \frac{12I_z}{L^3} & 0 & 0 & 0 & -\frac{6I_x}{L^2} & 0 \\ & & & & & & & & \frac{12I_y}{L^3} & 0 & \frac{6I_y}{L^2} & 0 & 0 \\ & & & & & & & & & \frac{GI_x}{EL} & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & & & & & \frac{4I_y}{L^2} & 0 & 0 \\ & & & & & & & & & & & \frac{4I_z}{L^2} & 0 \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

sim.

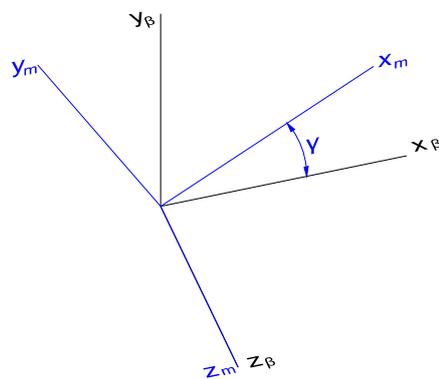
3.2 MATRIZ DE ROTAÇÃO E REFERENCIAL GLOBAL

A matriz de rotação depende particularmente da orientação dos eixos locais. Nas estruturas metálicas em geral, quando há o emprego de perfis W, os eixos principais de inércia designados localmente como y_m e z_m estão contidos nos planos vertical e horizontal, respectivamente. Porém, uma barra de um pórtico espacial de aço pode ter seus eixos principais em direções quaisquer, rotacionados de um ângulo α em torno do eixo x_m como mostra a Figura 7. A matriz de rotação, obtida conforme a Equação (3.2), é determinada como sendo três rotações sucessivas. A primeira, uma rotação de um ângulo β em torno do eixo y (Figura 5), a segunda, um ângulo γ em torno do eixo z_β (Figura 6) e finalmente a terceira correspondendo a um ângulo α em relação ao eixo x_m (Figura 7). (44)

$$[R] = [R_\alpha][R_\gamma][R_\beta] \quad (3.2)$$

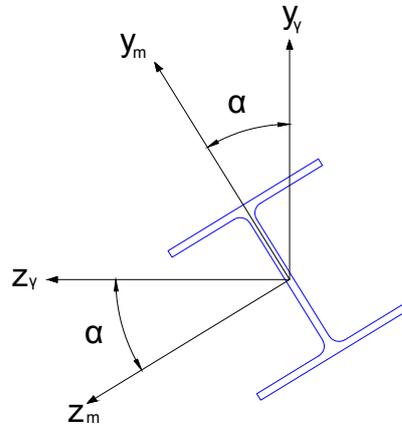
Figura 5 - Rotação β em torno do eixo y .

Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

Figura 6 - Rotação γ em torno do eixo z_β .

Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

Figura 7 - Rotação α em torno do eixo x_m .



Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

A matriz resultante da Equação (3.2) é expressa em em função dos cossenos diretores na Equação (3.3), designados C_x , C_y e C_z . A matriz de rotação para elementos verticais (Equação (3.4)) é diferente da matriz para os demais membros nessa formulação. (44)

Para pórticos espaciais, a matriz de transformação de rotação é dada pela matriz $[R_T]$ (Equação (3.5)) e, finalmente, de posse da matriz $[R_T]$ é possível avaliar a matriz de elemento nas coordenadas globais da estrutura ($[K_{e,g}]$) através da expressão dada na Equação (3.6).

$$[R] = \begin{bmatrix} C_x & C_y & C_z \\ \frac{-C_x C_y \cos(\alpha) - C_z \sin(\alpha)}{\sqrt{C_x^2 + C_z^2}} & (\sqrt{C_x^2 + C_z^2}) \cos(\alpha) & \frac{-C_y C_z \cos(\alpha) + C_x \sin(\alpha)}{\sqrt{C_x^2 + C_z^2}} \\ \frac{C_x C_y \sin(\alpha) - C_z \cos(\alpha)}{\sqrt{C_x^2 + C_z^2}} & -(\sqrt{C_x^2 + C_z^2}) \sin(\alpha) & \frac{C_y C_z \sin(\alpha) + C_x \cos(\alpha)}{\sqrt{C_x^2 + C_z^2}} \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

$$[R_{vert}] = \begin{bmatrix} 0 & C_y & 0 \\ -C_y \cos(\alpha) & 0 & \sin(\alpha) \\ C_y \sin(\alpha) & 0 & \cos(\alpha) \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

$$[R_T] = \begin{bmatrix} [R] & 0 & 0 & 0 \\ 0 & [R] & 0 & 0 \\ 0 & 0 & [R] & 0 \\ 0 & 0 & 0 & [R] \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

$$[K_{e,g}] = [R_T^T][K_{e,l}][R_T] \quad (3.6)$$

Após avaliar a matriz de rigidez elástica de cada elemento no referencial global ($[K_{e,g}]$) é possível determinar a matriz de rigidez global de toda a estrutura ($[K]$). A matriz de rigidez global de dimensão ($m \times m$), onde $m = \text{número de nós} \times 6$ (graus de liberdade por nó), é determinada através de um *assembly*, processo no qual cada matriz de elemento dá sua contribuição para seus respectivos graus de liberdade, mapeados na estrutura global. Tendo a matriz de rigidez global da estrutura determinada, determina-se os deslocamentos nodais em coordenadas globais ($\{u_g\}$) resolvendo a Equação (3.7), que nada mais é do que a extensão da Lei de Hooke.

$$\begin{aligned} \{f_g\} &= [K]\{u_g\} \\ \{u_g\} &= [K]^{-1}\{f_g\} \end{aligned} \quad (3.7)$$

3.3 AÇÕES NAS EXTREMIDADES DOS MEMBROS

Com o intuito de determinar os esforços solicitantes em uma estrutura reticulada, deve-se conhecer as ações nas extremidades de cada membro da estrutura e o carregamento fora dos nós. Para isso, é preciso a priori, rotacionar os deslocamentos nodais obtidos em coordenadas globais ($\{u_g\}$), através da transformação de rotação descrita na Equação (3.8), determinando o vetor de deslocamentos nas extremidades de cada membro em coordenadas locais ($\{u_l\}$).

$$\{u_l\} = [R_T]\{u_g\} \quad (3.8)$$

As ações nas extremidades de cada elemento i ($[A_m]_i$) serão resultado do produto da matriz de rigidez do elemento no referencial local ($[K_{e,l}]_i$) pelo vetor de deslocamentos em coordenadas locais ($\{u_l\}_i$), mais uma parcela que contempla os esforços de reação devido a cargas aplicadas ao longo do elemento, chamadas de ações de engastamento perfeito ($[A_{ml}]_i$). A Equação (3.9) descreve a expressão matricial que calcula as ações nas extremidades dos membros.

$$[A_m]_i = [A_{ml}]_i + [K_{e,l}]_i\{u_l\}_i \quad (3.9)$$

3.4 ANÁLISE DINÂMICA

O objetivo de se realizar a análise dinâmica dos pórticos espaciais nesse trabalho, é calcular as frequências naturais de vibração da estrutura com o intuito de tomá-las como restrição dos problemas estruturais evitando, assim, vibrações indesejadas inerentes a uma estrutura muito flexível ou ressonâncias com cargas variáveis de solicitações frequentes. A Equação (3.10) descreve o equilíbrio de sistemas dinâmicos discretizados, onde $[M]\{\ddot{u}\}$, $[C]\{\dot{u}\}$ e $[K]\{u\}$ são, respectivamente, as forças inerciais, as forças de amortecimento e as forças elásticas. As forças inerciais são obtidas pela multiplicação da matriz de massa $[M]$ pelo vetor de aceleração $\{\ddot{u}\}$, as forças de amortecimento pelo produto da matriz de amortecimento $[C]$ pelo vetor de velocidade $\{\dot{u}\}$ e as forças elásticas, já abordadas nesse texto (Eq. (3.7)), pela aplicação da matriz de rigidez $[K]$ ao vetor de deslocamentos $\{u\}$. O vetor de forças $\{f\}$ representa as forças externas de excitação atuantes na estrutura. (45)

$$[M]\{\ddot{u}\} + [C]\{\dot{u}\} + [K]\{u\} = \{f\} \quad (3.10)$$

Para determinar as frequências naturais de uma estrutura em vibrações livres, que é o objetivo em questão, deve-se desconsiderar as parcelas da equação matricial de equilíbrio relativas às forças de amortecimento e às forças de excitação, reduzindo a Equação (3.10) a (3.11).

$$[M]\{\ddot{u}\} + [K]\{u\} = 0 \quad (3.11)$$

A determinação das frequências naturais de vibração da estrutura se resume a resolver o problema de autovalor e autovetor da Equação (3.12). Para um sistema estrutural com n graus de liberdade, pode-se obter n soluções, onde os autovalores são as frequências naturais de vibração (ω_i) associadas aos autovetores que representam os modos de vibração da estrutura ($[\Phi_i]$) com $i = 1, 2, \dots, N$. (46)

$$([K] - \omega_i^2[M])[\Phi_i] = 0 \quad (3.12)$$

A matriz de massa do elemento de pórtico espacial no referencial local ($[M_{e,l}]$), é descrita pela Equação (3.13), onde L é o comprimento da barra, A é a área da seção transversal, ρ é a massa específica do material e $r_x = \sqrt{I_x/A}$ é o raio de giração da seção em torno do eixo de maior inércia. (46)

As mesmas matrizes de transformação, que foram utilizadas na matriz de rigidez, são utilizadas aqui para avaliação da matriz de massa do elemento nas coordenadas globais da estrutura $[M_{e,g}]$ (Equação 3.14). De forma análoga à geração da matriz de rigidez global ($[K]$), é possível gerar a matriz de massa global da estrutura ($[M]$) através do *assembly* das matrizes locais mapeadas segundo os graus de liberdade globais. De posse da matriz

de massa e de rigidez da estrutura, basta resolver o problema de autovalor generalizado (Equação 3.12).

$$[M_{e,l}] = \frac{\rho AL}{420} \begin{bmatrix} 140 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 70 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & 156 & 0 & 0 & 0 & -22L & 0 & 54 & 0 & 0 & 0 & 13L \\ & & 156 & 0 & -22L & 0 & 0 & 0 & 54 & 0 & 13L & 0 \\ & & & \frac{140I_x}{A} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{70I_x}{A} & 0 & 0 \\ & & & & 4L^2 & 0 & 0 & 0 & -13L & 0 & -3L^2 & 0 \\ & & & & & 4L^2 & 0 & -13L & 0 & 0 & 0 & -3L^2 \\ & & & & & & 140 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & & 156 & 0 & 0 & 0 & 22L \\ & & & & & & & & 156 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & & & & 0 & 22L & 0 \\ & & & & & & & & & \frac{140I_x}{A} & 0 & 0 \\ & & & & & & & & & & 4L^2 & \\ & & & & & & & & & & & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

$$[M_{e,g}] = [R_T^T][M_{e,l}][R_T] \quad (3.14)$$

3.5 ANÁLISE DA ESTABILIDADE GLOBAL

A análise da estabilidade global de pórticos espaciais, se faz necessária nesse trabalho pelo intuito de se determinar o fator de carga crítica de instabilidade estrutural. Para tal, uma análise elástica de segunda ordem deve ser realizada, na qual, os efeitos dos deslocamentos e deformações da estrutura são levados em consideração na formulação da equação de equilíbrio (Equação (3.15)), ocasionando uma alteração na matriz de rigidez global da estrutura. (47)

$$([K] + [K_g])\{d\Delta\} = \{df\} \quad (3.15)$$

A matriz de rigidez geométrica $[K_g]$ representa a alteração na rigidez da estrutura devido aos efeitos dos deslocamentos e deformações em consideração. O vetor $\{d\Delta\}$ e $\{df\}$, são, respectivamente, vetores de deslocamentos e cargas incrementais. Para se determinar os fatores de carga crítica de flambagem elástica, deve-se considerar a equação de equilíbrio no estado crítico em sua forma de problema de autovalor generalizado (Equação (3.16)), similar ao problema das frequências naturais de vibração para análise dinâmica.

$$([K] + \lambda[K_g])\{\Delta\} = 0 \quad (3.16)$$

Na expressão acima, $[K_g]$ é a matriz de rigidez geométrica avaliada para um dado carregamento de referência $\{P_{ref}\}$, do qual assume-se que a distribuição de esforços internos gerados leva à carga crítica $\{P_{crit}\}$, ou seja, qualquer redistribuição de esforços entre o carregamento referência e a carga crítica é desconsiderada. Por esse motivo essa abordagem é também chamada de análise de estabilidade linear. O autovalor λ é um fator de carga

associado a um modo de flambagem global $\{\Delta\}$ (autovetor), que faz referência à $\{P_{ref}\}$. A matriz de rigidez geométrica do elemento de pórtico espacial em coordenadas locais ($[K_{g,e,l}]$) é detalhada na Equação (3.17), onde T e L são, respectivamente, o esforço axial atuante na barra e o comprimento da mesma. Logicamente, a matriz local precisa passar pelas mesmas transformações de rotação e *assembly* já mencionadas anteriormente para a geração da matriz de rigidez geométrica global da estrutura ($[K_g]$). (47)

$$[K_{g,e,l}] = \frac{T}{L} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & \frac{6}{5} & 0 & 0 & 0 & \frac{L}{10} & 0 & -\frac{6}{5} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{L}{10} \\ & & \frac{6}{5} & 0 & -\frac{L}{10} & 0 & 0 & 0 & -\frac{6}{5} & 0 & -\frac{L}{10} & 0 & 0 \\ & & & \frac{I_t}{A} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{I_t}{A} & 0 & 0 & 0 \\ & & & & \frac{2L^2}{15} & 0 & 0 & 0 & \frac{L}{10} & 0 & -\frac{L^2}{30} & 0 & 0 \\ & & & & & \frac{2L^2}{15} & 0 & -\frac{L}{10} & 0 & 0 & 0 & -\frac{L^2}{30} & 0 \\ & & & & & & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & & \frac{6}{5} & 0 & 0 & 0 & -\frac{L}{10} & 0 \\ & & & & & & & & \frac{6}{5} & 0 & \frac{L}{10} & 0 & 0 \\ & & & \text{sim.} & & & & & & \frac{I_t}{A} & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & & & & & \frac{2L^2}{15} & 0 & 0 \\ & & & & & & & & & & & \frac{2L^2}{15} & 0 \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

4 ALGORITMO DE EVOLUÇÃO DIFERENCIAL

O Algoritmo de Evolução Diferencial (DE), introduzido por Storn e Price em 1995, é um algoritmo evolutivo de otimização que consiste na geração e evolução de uma população de vetores candidatos (soluções candidatas) com variáveis reais contínuas. O método é dotado de robustez e simplicidade de implementação computacional e vem mostrando eficácia na solução de problemas de otimização, estando consolidado como um método fácil, confiável e rápido. (6)

4.1 ESTRUTURA DA POPULAÇÃO

A população do DE consiste em Np vetores candidatos de D -dimensões, onde Np é o tamanho da população e D é a dimensão do vetor ou simplesmente o número de variáveis de projeto. A população atual, expressa por $\mathbf{P}_{\mathbf{x},g}$, é composta de vetores candidatos $\mathbf{x}_{i,g}$, pertencentes à uma determinada geração, indicada pelo subíndice g . O número máximo de gerações é indicado por g_{max} , o índice i faz referência ao indivíduo da população e o índice j à variável de projeto (Equação (4.1)). (48)

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_{\mathbf{x},g} &= (\mathbf{x}_{i,g}), & i = 0, 1, \dots, Np - 1, & \quad g = 0, 1, \dots, g_{max} \\ \mathbf{x}_{i,g} &= x_{j,i,g}, & j = 0, 1, \dots, D - 1 \end{aligned} \quad (4.1)$$

Após a inicialização, o DE gera uma população intermediária de vetores mutantes ($\mathbf{v}_{i,g}$), expressa por $\mathbf{P}_{\mathbf{v},g}$ (Equação (4.2)).

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_{\mathbf{v},g} &= (\mathbf{v}_{i,g}), & i = 0, 1, \dots, Np - 1, & \quad g = 0, 1, \dots, g_{max} \\ \mathbf{v}_{i,g} &= v_{j,i,g}, & j = 0, 1, \dots, D - 1 \end{aligned} \quad (4.2)$$

Cada vetor da atual população é combinado com um mutante, gerando uma população teste ($\mathbf{P}_{\mathbf{u},g}$) que consiste em Np vetores teste ($\mathbf{u}_{i,g}$) (Equação (4.3)).

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_{\mathbf{u},g} &= (\mathbf{u}_{i,g}), & i = 0, 1, \dots, Np - 1, & \quad g = 0, 1, \dots, g_{max} \\ \mathbf{u}_{i,g} &= u_{j,i,g}, & j = 0, 1, \dots, D - 1 \end{aligned} \quad (4.3)$$

Os vetores teste ($\mathbf{u}_{i,g}$) substituem os vetores mutantes ($\mathbf{v}_{i,g}$) e, caso apresentem uma melhor aptidão ao problema, seguem para a próxima geração no lugar do vetor da população atual em questão ($\mathbf{x}_{i,g}$).

4.2 INICIALIZAÇÃO DA POPULAÇÃO

Para que a população seja iniciada, deve-se determinar *a priori* os limites superior e inferior de cada variável de projeto, esses valores são armazenados em vetores \mathbf{b}_u e \mathbf{b}_l ,

onde os subíndices u (*upper bound*) e l (*lower bound*) fazem referência aos limites superior e inferior respectivamente. Após ter definido os parâmetros limites de cada variável, a população é gerada aleatoriamente dentro do intervalo determinado. A Equação 4.4 mostra a geração do j -ésimo parâmetro do i -ésimo vetor para o valor inicial ($g = 0$).

$$x_{j,i,0} = rand_j(0, 1) \times (b_{j,u} - b_{j,l}) + b_{j,l} \quad (4.4)$$

O número $rand_j(0, 1)$ gera um valor aleatório de uma distribuição uniforme entre zero e um, enquanto o subíndice j indica que um novo valor aleatório será gerado para cada parâmetro j . Para variáveis discretas ou inteiras, os parâmetros devem ser tratados como contínuos e arredondados posteriormente. Este é o caso das variáveis tratadas nessa dissertação: índices inteiros que apontam para perfis metálicos em uma tabela comercial.

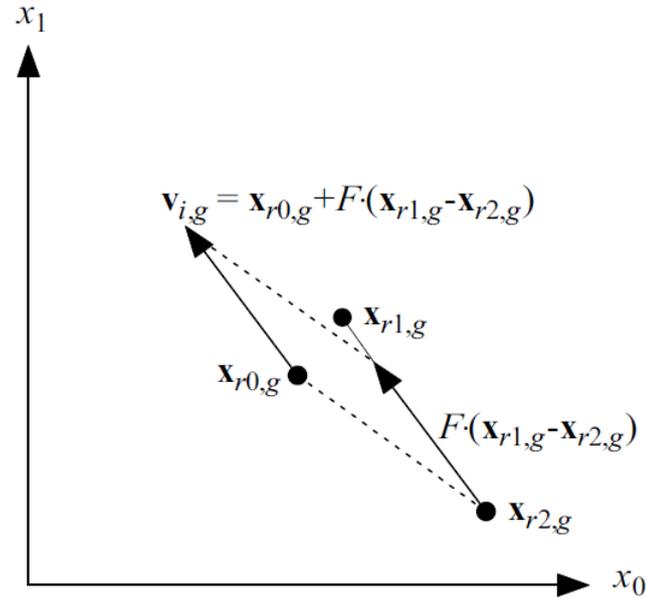
4.3 MUTAÇÃO

Após ser inicializada, o DE muta e recombina a população para produzir uma população de Np vetores experimentais, onde Np é o número de indivíduos (vetores). Em particular, a mutação diferencial consiste em realizar uma subtração entre dois vetores, ponderar o módulo do vetor resultante por um número real positivo pré-determinado ($F \in (0, 1)$) e somar o resultado a um terceiro vetor, todos escolhidos aleatoriamente. A Equação (4.5) mostra como é feita essa combinação entre três vetores aleatórios para criar o vetor mutante $\mathbf{v}_{i,g}$.

$$\mathbf{v}_{i,g} = \mathbf{x}_{r0,g} + F \times (\mathbf{x}_{r1,g} - \mathbf{x}_{r2,g}) \quad (4.5)$$

O índice $r0$ faz referência ao vetor denominado “vetor base” ($\mathbf{x}_{r0,g}$) e é determinado de forma aleatória com a restrição de ser diferente do índice i do vetor denominado “vetor alvo” ($\mathbf{x}_{i,g}$). Os índices $r1$ e $r2$ pertencentes ao chamados “vetores de diferença” ($\mathbf{x}_{r1,g}$, $\mathbf{x}_{r2,g}$), são também determinados de forma aleatória, com a premissa de serem também diferentes dos índices do vetor base e do vetor alvo ($r0$ e i , respectivamente). A Figura 8 mostra um esquema, para uma situação simplificada de duas variáveis de projeto ($D = 2$), de como é realizada a combinação para gerar o vetor mutante ($\mathbf{v}_{i,g}$).

Figura 8 - Exemplo da Operação vetorial do DE em 2D.



Fonte: K. Price *et al.* *Differential evolution: a practical approach to global optimization.* (48)

4.4 CROSSOVER

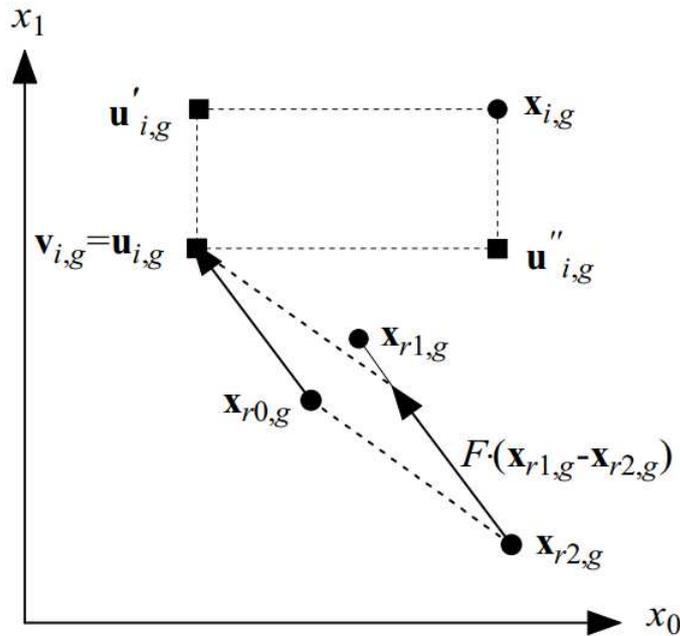
A estratégia de busca por mutação diferencial também conta com cruzamento uniforme (*uniform crossover*), que consiste em varrer cada vetor e comparar com um vetor mutante para gerar um vetor teste ($\mathbf{u}_{i,g}$). Esse cruzamento se dá por um parâmetro chamado de probabilidade de cruzamento ($Cr \in [0, 1]$), definido previamente pelo usuário. A Equação 4.6 sintetiza o cruzamento no DE.

$$\mathbf{u}_{i,g} = (u_{j,i,g}) = \begin{cases} v_{j,i,g} & \text{se } rand_j(0, 1) \leq Cr \quad \text{ou} \quad j = j_{rand} \\ x_{j,i,g} & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (4.6)$$

A probabilidade de crossover (Cr) é o valor que determinará qual a porcentagem de parâmetros a serem herdados do vetor mutante. Para determinar qual vetor contribuirá na geração de cada parâmetro do vetor teste ($\mathbf{u}_{i,g}$), um número aleatório $rand_j$ é gerado para cada parâmetro j e comparado com Cr . Caso esse número seja menor ou igual a Cr o parâmetro é herdado do vetor mutante, caso contrário, o parâmetro do vetor da população atual é mantido. Além disso, um parâmetro do teste com índice aleatório j_{rand} é retirado do vetor mutante para garantir que não haja duplicação do vetor $\mathbf{x}_{i,g}$, com isso, Cr só aumenta a probabilidade real (p_{Cr}) de que o parâmetro j seja herdado do vetor mutante. A Figura 9 mostra os possíveis vetores testes ($\mathbf{u}_{i,g}$, $\mathbf{u}'_{i,g}$ e $\mathbf{u}''_{i,g}$) resultantes

de um cruzamento uniforme do vetor mutante ($\mathbf{v}_{i,g}$) com o vetor alvo ($\mathbf{x}_{i,g}$), dadas as possibilidades de herança de cada parâmetro.

Figura 9 - Esquema 2D de vetores teste possíveis.



Fonte: K. Price et al. *Differential evolution: a practical approach to global optimization*. (48)

4.5 SELEÇÃO

Para realizar a seleção do vetor e determinar qual vetor passará para a próxima geração, é necessário avaliar o valor da função objetivo do vetor teste ($f(\mathbf{u}_{i,g})$) e do vetor alvo ($f(\mathbf{x}_{i,g})$). Caso o vetor teste apresente um valor menor da função objetivo que o vetor alvo ele toma seu lugar na próxima geração, caso contrário, o vetor alvo prevalece e se mantém na próxima geração. A Equação (4.7) explicita o processo de seleção do DE.

$$\mathbf{x}_{i,g+1} = \begin{cases} \mathbf{u}_{i,g} & \text{se } f(\mathbf{u}_{i,g}) \leq f(\mathbf{x}_{i,g}) \\ \mathbf{x}_{j,i,g} & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (4.7)$$

Uma vez definida a população da nova geração ($\mathbf{P}_{\mathbf{x},g+1}$), todo o processo de mutação, cruzamento e seleção é repetido até que se atinja um critério de parada, por exemplo, atingir um número máximo de gerações (g_{max}) pré estabelecido pelo usuário, ou que se encontre uma solução ótima (todos os indivíduos da população se tornam idênticos).

4.6 DESCRIÇÃO DO ALGORITMO DO DE

A simplicidade do *loop* de geração e teste do DE se torna aparente quando as equações 4.5 e 4.7 são combinadas (Eq. 4.8).

$$\begin{aligned}
 u_{j,r0,g} &= \begin{cases} x_{j,r0,g} + F \times (x_{j,r1,g} - x_{j,r2,g}), & \text{se } \text{rand}_j(0,1) \leq Cr \text{ ou } j = j_{rand} \\ x_{j,i,g} & \text{caso contrário} \end{cases} \\
 j &= 0, 1, \dots, D - 1 \quad j_{rand} \in \{0, 1, \dots, D - 1\} \\
 i &= 0, 1, \dots, Np - 1 \\
 g &= 0, 1, \dots, g_{max} \\
 r0, r1, r2 &\in \{0, 1, \dots, Np - 1\} \quad r0 \neq r1 \neq r2 \neq i \\
 \mathbf{x}_{i,g+1} &= \begin{cases} \mathbf{u}_{i,g} & \text{se } f(\mathbf{u}_{i,g}) \leq f(\mathbf{x}_{i,g}) \\ x_{j,i,g} & \text{caso contrário} \end{cases}
 \end{aligned} \tag{4.8}$$

4.7 MÉTODO DE PENALIZAÇÃO ADAPTATIVA - APM

Para tratar as violações de restrições, diferentes estratégias de penalização, com intuito de impedir que uma solução inactível seja bem ranqueada, devem ser adotadas. Os métodos de penalização adaptativa, são assim denominados, devido à sua característica de ajustar os valores dos coeficientes de penalização a medida em que o processo evolutivo se desenvolve. O método *APM* (*Adaptive Penalty Method*), proposto por Barbosa e Lemonoge em 2002, é a estratégia de penalização que será adotada para tratamento de restrições nesse trabalho. (8) O *APM* consiste em adaptar os coeficientes de penalização de cada restrição com informações extraídas de toda a população, como por exemplo a média da função objetivo. O método define a função aptidão como a função objetivo mais a penalização da mesma devido à violação de restrições pelo vetor candidato. Por exemplo, uma possível solução candidata terá seu peso aumentado se infringir restrições do problema, sendo assim penalizada em relação a uma solução que respeitar todas as restrições. A Equação (4.9) descreve a função aptidão $F(\mathbf{x})$.

$$F(\mathbf{x}) = \begin{cases} f(\mathbf{x}) & \text{se } \mathbf{x} \text{ for factível} \\ \bar{f}(\mathbf{x}) + \sum_{jj}^{nc} k_{jj} v_{jj}(\mathbf{x}) & \text{caso contrário} \end{cases} \tag{4.9}$$

onde $f(\mathbf{x})$ é função objetivo de um vetor candidato sem penalização e $\bar{f}(\mathbf{x})$ é

definido pela Equação (4.10).

$$\bar{f}(\mathbf{x}) \begin{cases} f(\mathbf{x}) & \text{se } f(\mathbf{x}) > \langle f(\mathbf{x}) \rangle \\ \langle f(\mathbf{x}) \rangle & \text{se } f(\mathbf{x}) \leq \langle f(\mathbf{x}) \rangle \end{cases} \quad (4.10)$$

onde $\langle f(\mathbf{x}) \rangle$ é o valor médio da função objetivo da população de vetores atual. O parâmetro de penalidade k_{jj} é definido na Equação (4.11), onde $\langle v_l(\mathbf{x}) \rangle$ é a média de violações da l -ésima restrição do problema.

$$k_{jj} = |\langle W(\mathbf{x}) \rangle| \frac{\langle v_{jj}(\mathbf{x}) \rangle}{\sum_{l=1}^{nc} [\langle v_l(\mathbf{x}) \rangle]^2} \quad (4.11)$$

5 EXPERIMENTOS NUMÉRICOS

Os experimentos numéricos realizados nessa dissertação podem ser divididos em três conjuntos. O primeiro consiste em uma série de experimentos preliminares de pórticos de pequeno e médio portes, considerando apenas deslocamentos máximos devido às ações do vento e frequências naturais de vibração como restrições do problema. O segundo conjunto trata de otimização de estruturas em forma de domos modeladas como pórticos espaciais, onde são considerados aspectos estéticos da estrutura e, neste caso, os perfis tubulares devem apresentar somente um valor para o diâmetro externo e variar as espessuras para atender às solicitações impostas. Por fim, pórticos maiores com inúmeras restrições são estudados, envolvendo restrições de frequência, estabilidade global, deslocamentos máximos e relativos, esforços solicitantes, restrições geométricas e de cardinalidade com agrupamento automático de membros. A metodologia do trabalho consiste em implementação computacional em Matlab[®]. É utilizado o SAP2000[®] para confrontar os resultados do simulador programado em Matlab[®] e para geração das imagens dos modelos. O fluxograma do algoritmo de busca é mostrado no Fluxograma 1, onde na janela de seleção do vetor do teste ou alvo (passo 5), é quando o simulador é rodado para definir se a solução é factível e qual o seu peso, no intuito de ranquear a solução candidata no processo evolutivo.

5.1 CONJUNTO DE EXPERIMENTOS 1

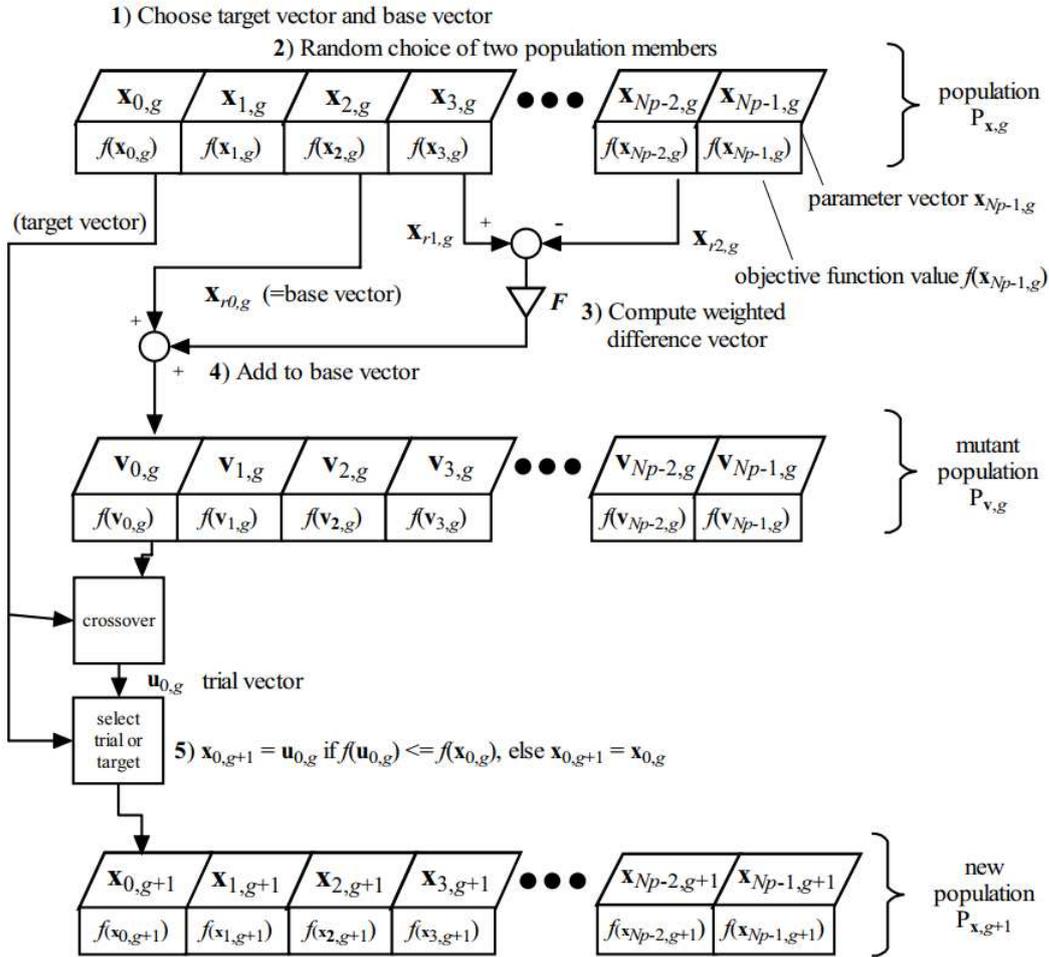
O primeiro conjunto de experimentos consiste em pórticos de pequeno e médio porte com poucas restrições. O primeiro grupo de testes é composto por quatro experimentos envolvendo três diferentes modelos de pórticos espaciais: um pórtico de três andares composto de 39 barras não contraventado, um pórtico de seis andares com 78 barras não contraventado e um pórtico de seis andares com 144 barras contraventado. O intuito desses primeiros experimentos é achar soluções mais leves que atendam as restrições de deslocamentos máximos admissíveis no topo devido às cargas de vento e frequência natural mínima de vibração. (49)

5.1.1 Formulação do Problema de Otimização

O problema de otimização tratado nessa seção consiste na minimização de peso de pórticos espaciais compostos de N membros submetidos a restrições de deslocamentos horizontais máximos admissíveis e frequências naturais de vibração.

O objetivo é encontrar um vetor de índices inteiros \mathbf{x} (Eq. (5.1)), que aponta para perfis comerciais onde cada índice i aponta para as propriedades geométricas do i -ésimo perfil, como, por exemplo, área da seção transversal (A_i), momentos de inércia em relação aos eixos principais (I_{x_i} , I_{y_i}), inércia à torção (I_t), entre outros. Essas propriedades são

Fluxograma 1 - Fluxograma do algoritmo de evolução diferencial.



Fonte: K. Price *et al.* *Differential evolution: a practical approach to global optimization* (48)

usadas para definir uma solução candidata no processo evolutivo.

$$\mathbf{x} = \{I_1, I_2, \dots, I_i\} \quad (5.1)$$

A função objetivo $W(\mathbf{x})$, descrita na Equação 5.2, é o peso total da estrutura. Nessa equação, L_i é o comprimento, A_i é a área da seção transversal e ρ_i é a massa específica do i -ésimo elemento.

$$W(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^N \rho_i A_i L_i \quad (5.2)$$

As restrições de deslocamento máximo admissível e mínima frequência natural de vibração permitida são descritas nas Equações (5.3) e (5.4), onde $\delta_{max}(\mathbf{x})$ é o deslocamento horizontal máximo no topo da estrutura e $\bar{\delta} = H/400$ é o deslocamento horizontal

admissível para edifícios de estruturas em aço em função da altura total da construção H recomendado pela NBR 8800:2008 (3). Quanto às restrições de frequência, $f_1(\mathbf{x})$ é a primeira frequência natural de vibração e $\bar{f}_1 = 4$ Hz é a mínima frequência natural de vibração recomendável, também pela NBR 8800:2008. (3)

$$\frac{\delta_{max}(\mathbf{x})}{\bar{\delta}} - 1 \leq 0 \quad (5.3)$$

$$1 - \frac{f_1(\mathbf{x})}{\bar{f}_1} \leq 0 \quad (5.4)$$

5.1.2 Espaço de Busca

O espaço de busca é composto por perfis W laminados e é subdividido em dois espaços, um para pilares e outro para vigas, contendo 29 e 56 diferentes perfis, respectivamente (Tabela 2).

Tabela 2 – Espaço de Busca

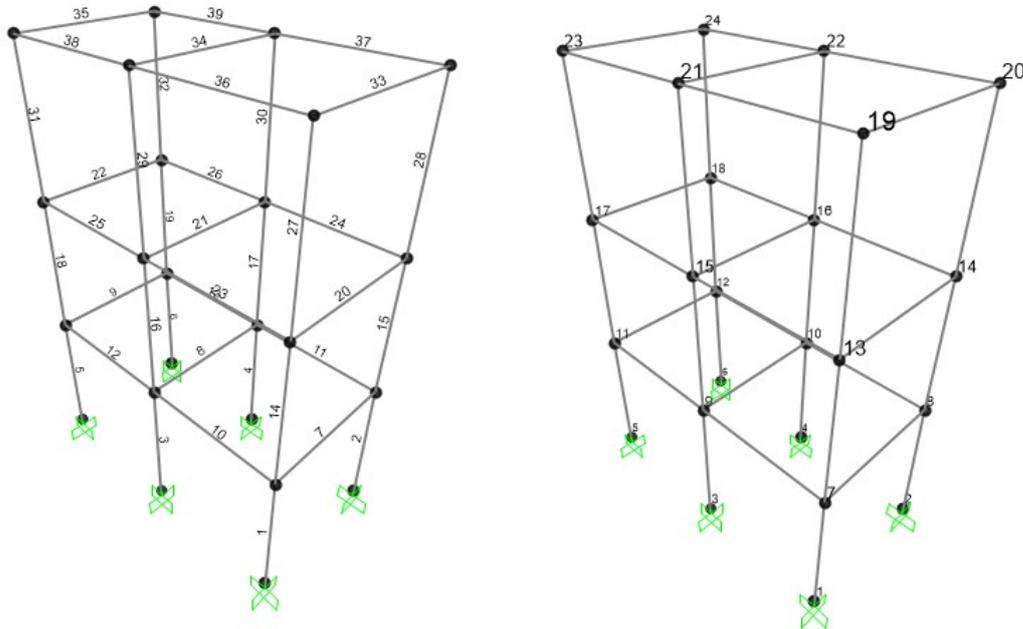
Perfis para Pilares		Perfis para Vigas			
W 150x22,5	W 250x89	W 150x13	W 310x21	W 410x38,8	W 530x66
W 150x29,8	W 250x101	W 150x18	W 310x23,8	W 410x46,1	W 530x72
W 150x37,1	W 250x115	W 150x24	W 310x28,3	W 410x53	W 530x74
W 200x35,9	W 310x79	W 200x15	W 310x32,7	W 410x60	W 530x82
W 200x41,7	W 310x93	W 200x19,3	W 310x38,7	W 410x67	W 530x85
W 200x46,1	W 310x97	W 200x22,5	W 310x44,5	W 410x75	W 530x92
W 200x52	W 310x107	W 200x26,6	W 310x52	W 410x85	W 530x101
W 200x53	W 310x110	W 200x31,3	W 360x32,9	W 460x52	W 530x109
W 200x59	W 310x117	W 250x17,9	W 360x39	W 460x60	W 610x101
W 200x71	W 310x125	W 250x22,3	W 360x44	W 460x68	W 610x113
W 200x86	W 360x91	W 250x25,3	W 360x51	W 460x74	W 610x125
W 250x62	W 360x101	W 250x28,4	W 360x57,8	W 460x82	
W 250x73	W 360x110	W 250x32,7	W 360x64	W 460x89	
W 250x80	W 360x122	W 250x38,5	W 360x72	W 460x97	
W 250x85		W 250x44,8	W 360x79	W 460x106	

Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

5.1.3 Cargas de Projeto

O primeiro pórtico 3D modelado é um pórtico simples de 3 andares, com 3 m de largura, 6 m de comprimento e 9 m de altura igualmente espaçados. A estrutura é solicitada à pressão de vento e cargas gravitacionais. O modelo em elementos finitos da estrutura, constituído de 39 barras e 24 nós, é descrito na Figura 10.

Figura 10 - Pórtico de 39 barras.



Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

5.1.3.1 Cargas devido ao Vento

Para determinar as cargas atuantes nas colunas devido ao vento, primeiramente é necessário determinar a pressão dinâmica (q) atuante na área de maior fachada, conforme é recomendado pela NBR 6123 (50). Para isso, deve-se determinar a velocidade característica do vento (V_k), que é função da velocidade básica do vento (V_0). A velocidade básica do vento é definida pela NBR 6123 (50) como a velocidade de uma rajada de 3 segundos, excedida em média uma vez em 50 anos, a 10 m acima do terreno, em campo aberto e plano. A velocidade básica utilizada para o cálculo nesses experimentos foi tomada igual a de Juiz de Fora - MG, $V_0=35\text{m/s}$. A velocidade característica é definida pelas equações 5.5 e 5.6, onde S_1 , S_2 e S_3 são fatores de ponderação denominados fator topográfico, fator de rugosidade do terreno e fator estatístico. O fator de rugosidade do terreno S_2 varia com a altura. Porém, para edifícios baixos, como é o caso do estudado nesse exemplo numérico, essa variação é muito pequena e pouco relevante. Logo pode-se tomar como constante estando a favor da segurança. Para experimentos mais complexos de edifícios mais altos que serão abordados nas seções subsequentes, essa variação será levada em conta.

$$V_k = V_0 S_1 S_2 S_3 \quad (5.5)$$

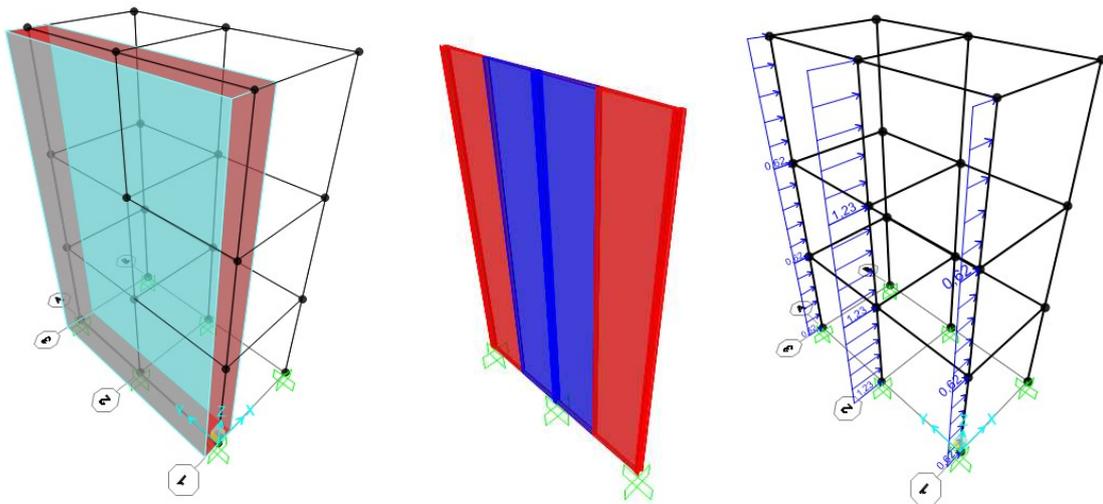
$$V_k = 35 \times 1,0 \times 0,74 \times 1,0 = 25,9 \text{ m/s} \quad (5.6)$$

Com a velocidade característica calculada, é possível definir a pressão dinâmica devido ao vento, que, nesse exemplo, será atuante na área da maior fachada. A equação 5.7 mostra o cálculo da pressão dinâmica (q).

$$q = 0,613 \times V_k^2 = 0,613 \times 25,9^2 = 411,21 \text{ N/m}^2 \quad (5.7)$$

A pressão dinâmica atuante na área da maior fachada da estrutura $q=0,411 \text{ kN/m}^2$, deve ser transferida como carga distribuída atuante nos pilares de acordo com sua área de contribuição. A Figura 11 mostra o caminhamento da carga da fachada para as colunas, onde a área em vermelho ($A_c=13,5 \text{ m}^2$) corresponde à área de contribuição dos pilares de canto e a área em azul ($A_m=27 \text{ m}^2$), à área de contribuição dos pilares de meio. As Equações 5.8 e 5.9 mostram o cálculo das cargas distribuídas nas colunas. Nestas, os subíndices c e m referem-se, respectivamente, aos pilares de canto e interno.

Figura 11 - Pórtico de 39 barras - Cargas devido ao vento.



Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

$$P_c = 0,411 \times 13,5/9,0 = 0,62 \text{ kN/m} \quad (5.8)$$

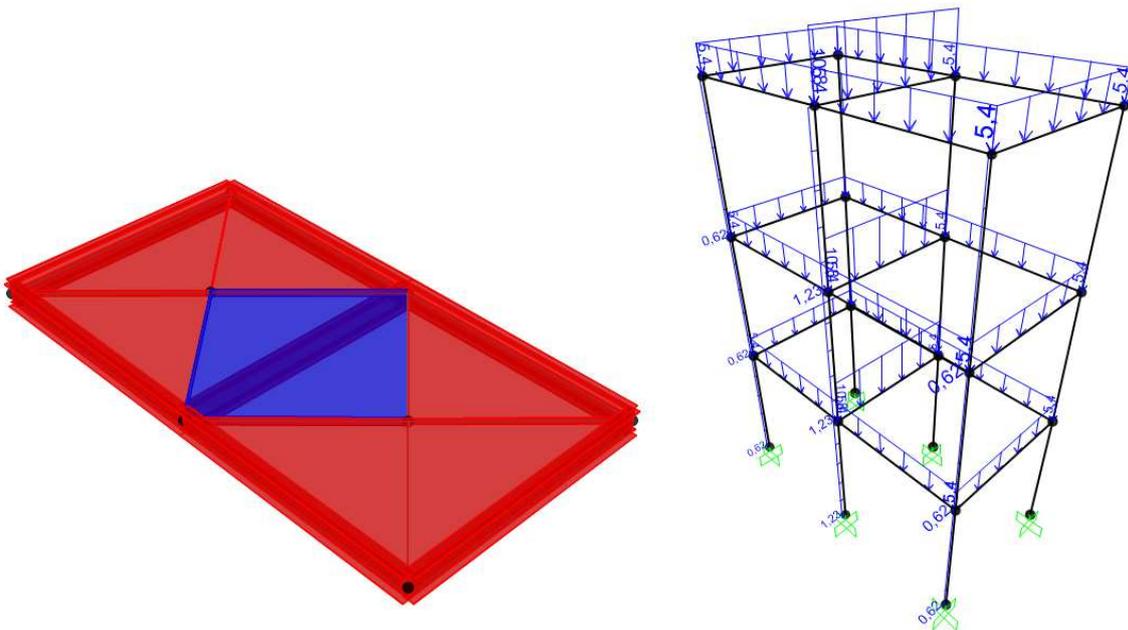
$$P_m = 0,411 \times 27,0/9,0 = 1,23 \text{ kN/m} \quad (5.9)$$

5.1.3.2 Cargas Gravitacionais

Para esse problema, as cargas devido à gravidade são divididas em dois grupos, o das cargas permanentes, inerente ao peso próprio dos elementos construtivos em geral e as cargas variáveis ou acidentais, inerentes à sobrecarga de ocupação. O peso próprio

da estrutura de aço varia para cada solução candidata, visto que é função da massa por metro linear do perfil, por isso é computado separadamente. As cargas permanentes e variáveis agindo sobre o piso são, respectivamente, 3 kN/m^2 e 2 kN/m^2 . As vigas internas, por terem uma área de contribuição maior, serão mais solicitadas que as vigas externas. A Figura 12 mostra as áreas de contribuição das vigas, destacando em azul a parcela de carga absorvida pelas vigas internas ($A_i = 4,5\text{m}^2$) e, em vermelho, a parcela de contribuição das vigas externas ($A_e = 2,25\text{m}^2$), bem como a carga atuante nas vigas já linearizada. Uma simples combinação de carga é feita utilizando os fatores de ponderação de 1,4 para cargas permanentes e 1,5 para cargas variáveis em geral, segundo recomendações da NBR 8681 (51). As equações 5.10 e 5.11 resumem os cálculos das cargas gravitacionais de projeto utilizadas nesse exemplo, onde P_i é a carga atuante nas vigas internas e P_e a carga atuante nas vigas externas.

Figura 12 - Pórtico de 39 barras - Pórtico de 39 barras - Cargas Gravitacionais.



Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

$$P_i = (1,4 \times 3 + 1,5 \times 2) \times (4,5/3) = 10,8 \text{ kN/m} \quad (5.10)$$

$$P_e = (1,4 \times 3 + 1,5 \times 2) \times (2,25/3) = 5,4 \text{ kN/m} \quad (5.11)$$

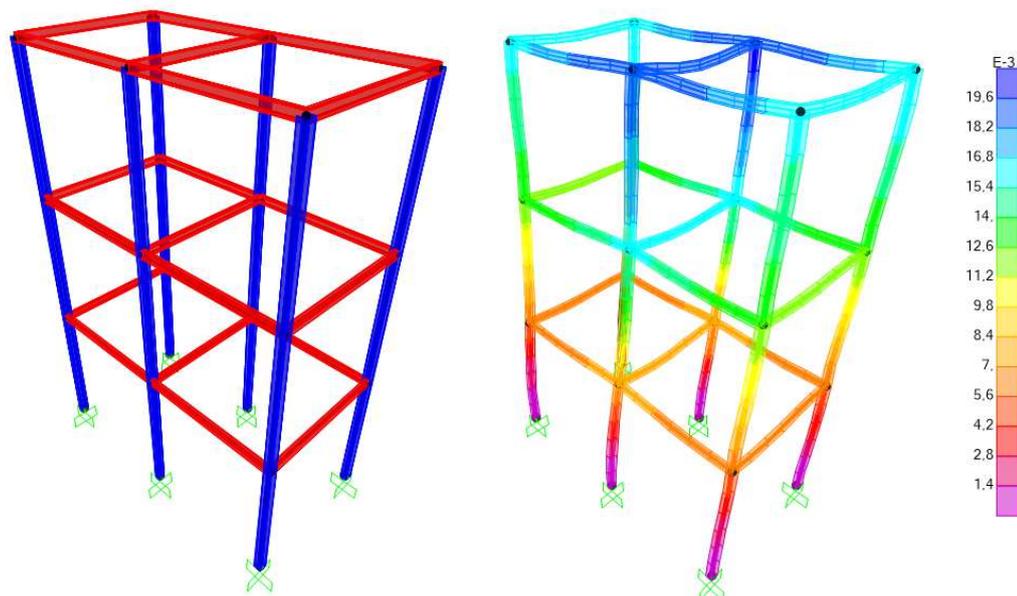
5.1.4 Experimento 1.1 - Pórtico de 39 barras - Sem restrição de frequência natural de vibração

O primeiro experimento consiste em minimizar o peso do pórtico de 39 barras descrito na Figura 11 considerando os carregamentos de projeto levantados na seção anterior. Como restrição do problema, tem-se apenas o deslocamento máximo admissível no topo da estrutura ($\bar{\delta}$) que varia de acordo com a altura do edifício (H). Para a estrutura em questão $H=9000$ mm e o deslocamento máximo é calculado conforme a equação 5.12.

$$\bar{\delta} = \frac{H}{400} = \frac{9000}{400} = 22,5 \text{ mm} \quad (5.12)$$

Para esse problema, os parâmetros do DE utilizados foram: cinco execuções independentes, 100 gerações e uma população de 50 vetores candidatos. Todas as soluções encontradas ao final do processo evolutivo foram idênticas e o campo de deslocamentos da estrutura são mostrados na Figura 13. A solução para esse problema inicial, foi encontrada com ambos os perfis mais leves do espaço de busca, tanto para os pilares (W 150 x 22,5) destacados em azul, quanto para as vigas (W 150 x 13). O peso final computado da estrutura total foi de $W(\mathbf{x})=2050$ kg e o deslocamento máximo $\delta_{max}(\mathbf{x})=19,6$ mm, mostrando uma solução factível dentro das restrições impostas.

Figura 13 - Pórtico de 39 barras - Experimento 1.1 - Melhor Solução e Campo de Deslocamentos.



Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

5.1.5 Experimento 1.2 - Pórtico de 39 barras - Com restrição de frequência natural de vibração

O segundo experimento possui as mesmas características do modelo do primeiro, porém é considerada uma restrição de frequência natural de vibração mínima admissível, que para esse experimento, é adotado no valor de $\bar{f}_1=4$ Hz. As frequências naturais de vibração são obtidas através da solução do problema de autovalor já descrito anteriormente na Equação (3.12). As Equações (5.13) e (5.14) descrevem, respectivamente, as restrições de deslocamentos e frequências específicas para esse problema.

$$\frac{\delta_{max}(\mathbf{x})}{22,5} - 1 \leq 0 \quad (5.13)$$

$$1 - \frac{f_1(\mathbf{x})}{4} \leq 0 \quad (5.14)$$

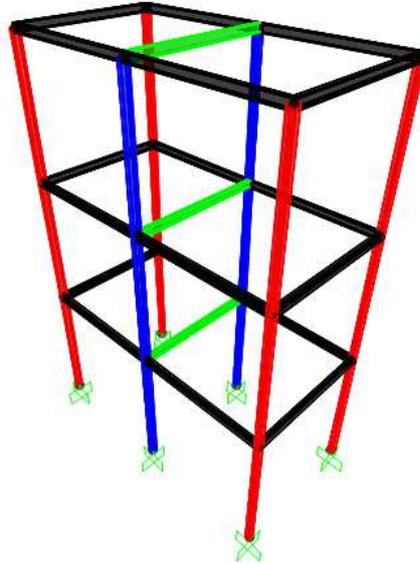
Um agrupamento preliminar em função da solicitação dos membros e da geometria da estrutura é adotado, diminuindo, assim, o número de variáveis do projeto e conservando a simetria da estrutura. Logo, os membros são divididos em quatro grupos: pilares de canto (PC), pilares de meio (PM), vigas internas (VI) e vigas externas (VE). Isto é interessante para estruturas otimizadas, pois diminui o número de perfis diferentes empregados, bem como minimiza custos de fabricação, transporte, rastreabilidade, execução de ligações entre outros. O agrupamento é detalhado na Tabela 3 e na Figura 14.

Tabela 3 – Experimento 1.2 - Agrupamento de Membros - Pórtico de 39 barras

Grupo	Características	Cor
1	Pilares de Canto	Vermelho
2	Pilares de Meio	Azul
3	Vigas Internas	Verde
4	Vigas Externas	Preto

Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

Figura 14 - Experimento 1.2 - Agrupamento de Membros.



Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

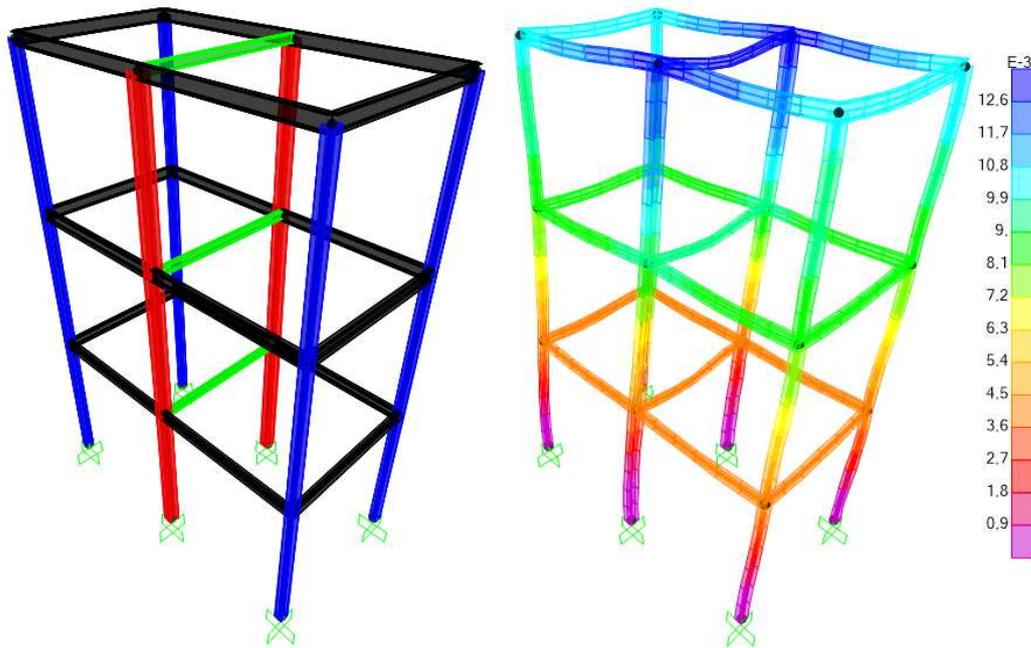
Os parâmetros do DE utilizados para o experimento 1.2 foram os mesmos empregados no exemplo 1.1. A Tabela 4 e a Figura 15 detalham o melhor resultado obtido. É interessante notar que, ao procurar satisfazer a restrição de frequência natural de vibração mínima, o algoritmo teve que distribuir as massas ao longo da estrutura de forma a ganhar rigidez, reduzindo assim o deslocamento máximo lateral computado $\delta_{max}(\mathbf{x})=12,9$ mm, em relação ao primeiro exemplo. A estrutura ficou um pouco mais pesada $W(\mathbf{x})=2587$ kg, mostrando que a restrição de frequência foi mandatória nesse problema, que apresentou uma estrutura com primeira frequência natural de vibração igual a $f_1(\mathbf{x})= 4,14$ Hz, bem próxima da frequência mínima admissível.

Tabela 4 – Experimento 1.2 - Melhor Solução

Grupo	Características	Cor	Perfis
1	Pilares de Canto	Azul	W 150 x 22.5
2	Pilares de Meio	Vermelho	W 200 x 46.1
3	Vigas Internas	Verde	W 150 x 13
4	Vigas Externas	Preto	W 200 x 15
	$\delta_{max}(\mathbf{x})$		12.9 mm
	$f_1(\mathbf{x})$		4.14 Hz
	$W(\mathbf{x})$		2587 kg

Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

Figura 15 - Experimento 1.2 - Agrupamento de Membros.



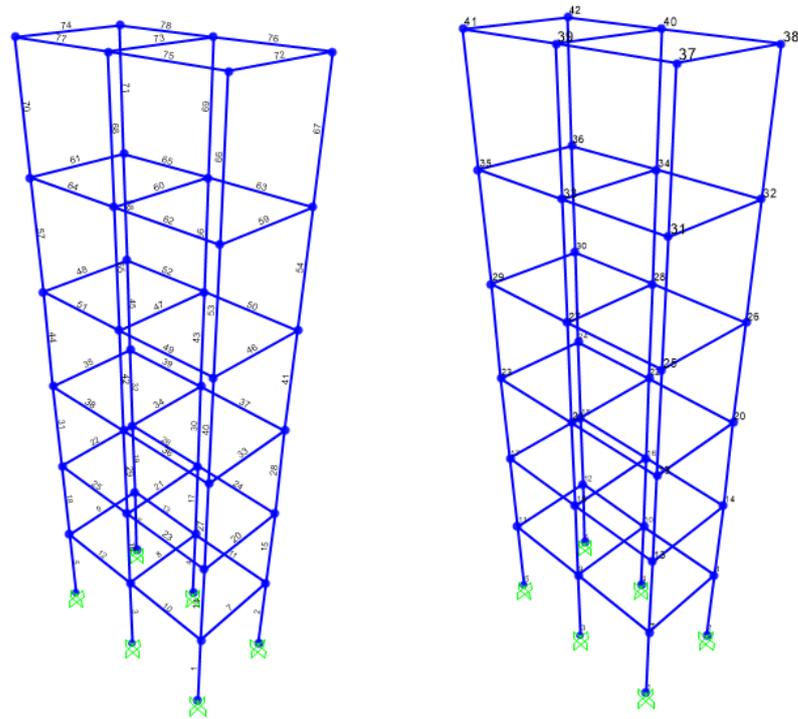
Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

5.1.6 Experimento 1.3 - Pórtico de 78 barras - Sem restrição de frequência natural de vibração

O terceiro experimento realizado consiste em otimizar a estrutura de um pórtico de seis andares com mesma seção tipo do pórtico abordado nos experimentos 1.1 e 1.2. O modelo consiste em um pórtico de 78 elementos e 42 nós, mostrado na Figura 16. Para esta estrutura, foi mantido *a priori*, apenas a restrição a deslocamentos máximos no topo, pois não foram encontradas soluções factíveis com os perfis disponíveis no espaço de busca que atendesse à restrição de uma primeira frequência natural de vibração superior à 4 Hz. Para resolver esse problema um novo modelo de seis andares contraventado de 144 barras é proposto no experimento 1.4. O experimento 1.3 também propõe uma variação no número de grupos em que os perfis são divididos, estudando, assim, a variação no peso da melhor solução encontrada em função do número de seções transversais distintas empregadas. Para tal, três sub-experimentos são conduzidos com dois, quatro e oito diferentes agrupamentos, respectivamente. As cargas de vento e de gravidade são mantidas igual a dos dois primeiros problemas. O deslocamento máximo admissível passa a ser $\bar{\delta}=45$ mm, conforme mostrado na equação 5.15.

$$\bar{\delta} = \frac{H}{400} = \frac{18000}{400} = 45 \text{ mm} \quad (5.15)$$

Figura 16 - Experimento 1.2 - Pórtico de 78 barras.



Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

5.1.6.1 Experimento 1.3.1 - Pórtico de 78 barras - 2 Grupos

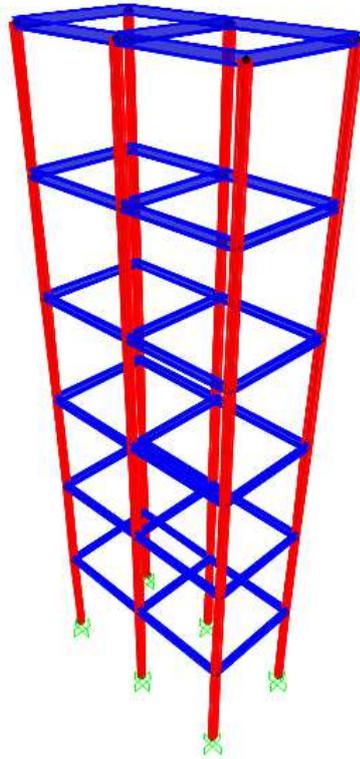
Primeiramente, será considerado no problema a possibilidade de uso de apenas dois perfis distintos na estrutura, um para todos os pilares e um para todas as vigas. O agrupamento de membros é descrito na Tabela 5 e Figura 17.

Tabela 5 – Experimento 1.3.1 - Agrupamento de Membros - Pórtico de 78 barras com 2 grupos

Grupo	Características	Cor
1	Pilares	Vermelho
2	Vigas	Azul

Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

Figura 17 - Experimento 1.2 - Experimento 1.3.1 - Agrupamento de Membros Pórtico de 78 barras com 2 grupos.



Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

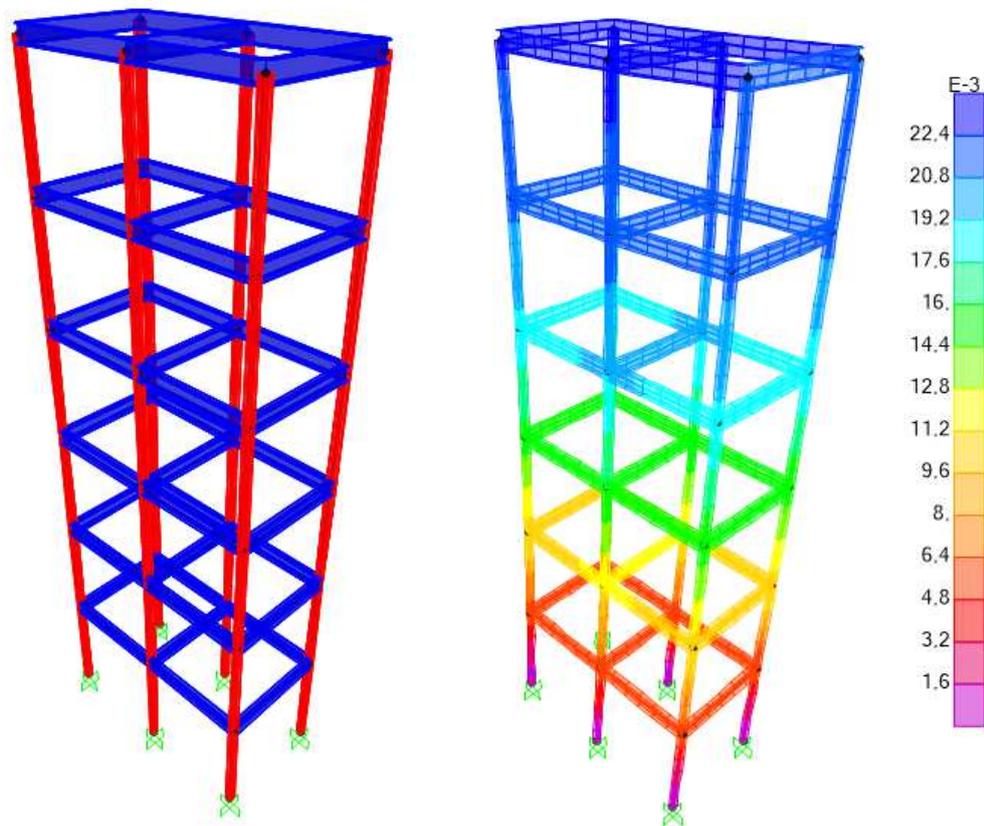
Os parâmetros do DE foram os mesmos utilizados nos experimentos anteriores e o os detalhes do melhor resultado encontrado estão descritos na Tabela 6 e na Figura 18.

Tabela 6 – Experimento 1.3.1 - Melhor Solução

Grupo	Características	Cor	Perfil
1	Pilares	Vermelho	W 150 x 29.8
2	Vigas	Azul	W 360 x 44
$\delta_{max}(\mathbf{x})$			22.6 mm
$W(\mathbf{x})$			8971 kg

Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

Figura 18 - Experimento 1.3.1 - Melhor Solução e Campo de Deslocamentos.



Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

5.1.6.2 Experimento 1.3.2 - Pórtico de 78 barras - 4 Grupos

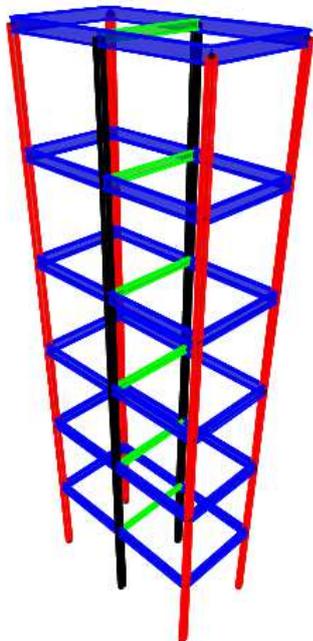
O segundo experimento é feito com quatro grupos distintos de perfis, conforme descrito na Tabela 7 e Figura 19. Os resultados da melhor solução encontrada estão detalhados na Tabela 8 e Figura 20.

Tabela 7 – Experimento 1.3.2 - Agrupamento de Membros - Pórtico de 78 barras com 4 grupos

Grupo	Características	Cor
1	Pilares de Canto	Vermelho
2	Pilares de Meio	Preto
3	Vigas Internas	Verde
4	Vigas Externas	Azul

Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

Figura 19 - Experimento 1.3.2 - Agrupamento de Membros - Pórtico de 78 barras com 4 grupos.



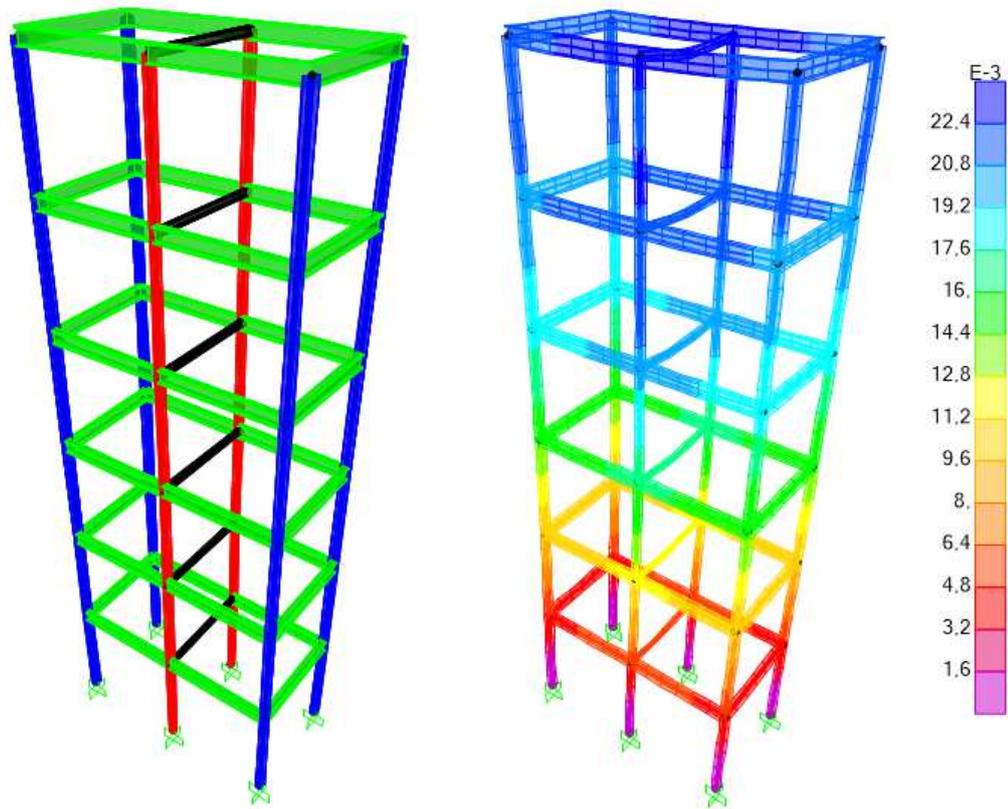
Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

Tabela 8 – Experimento 1.3.2 - Melhor Solução

Grupo	Características	Cor	Perfil
1	Pilares de Canto	Azul	W 200 x 35.9
2	Pilares de Meio	Vermelho	W 150 x 22.5
3	Vigas Internas	Preto	W 150 x 13
4	Vigas Externas	Verde	W 310 x 38.7
$\delta_{max}(\mathbf{x})$			23 mm
$W(\mathbf{x})$			7851 kg

Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

Figura 20 - Experimento 1.3.2 - Melhor Solução e Campo de Deslocamentos.



Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

5.1.6.3 Experimento 1.3.3 - Pórtico de 78 barras - 8 Grupos

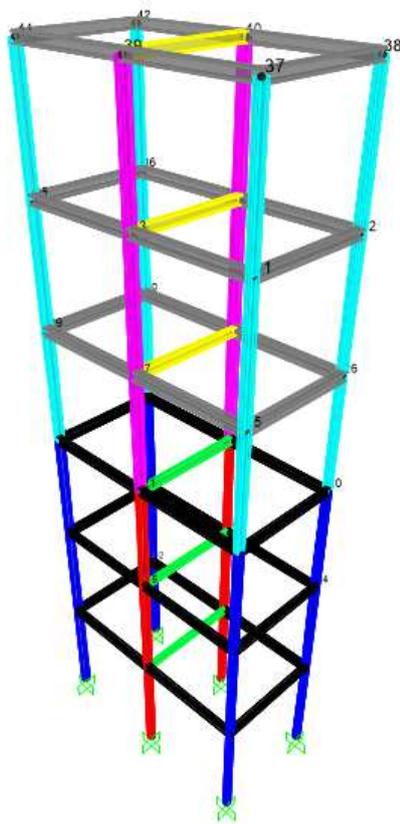
Finalmente, o mesmo problema é resolvido, agora com os membros divididos em oito diferentes grupos, o agrupamento de membros é descrito na Tabela 9 e na Figura 21. Os resultados da melhor solução obtida estão detalhados na Tabela 10 e na Figura 22.

Tabela 9 – Experimento 1.3.3 - Agrupamento de Membros - Pórtico de 78 barras com 8 grupos

Grupo	Característica	Andares	Cor
1	Pilares de Canto	1-3	Azul
2	Pilares de Meio	1-3	Vermelho
3	Vigas Internas	1-3	Verde
4	Vigas Externas	1-3	Preto
5	Pilares de Canto	4-6	Ciano
6	Pilares de Meio	4-6	Magenta
7	Vigas Interna	4-6	Amarelo
8	Vigas Externas	4-6	Cinza

Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

Figura 21 - Experimento 1.3.3 - Agrupamento de Membros - Pórtico de 78 barras com 8 grupos.



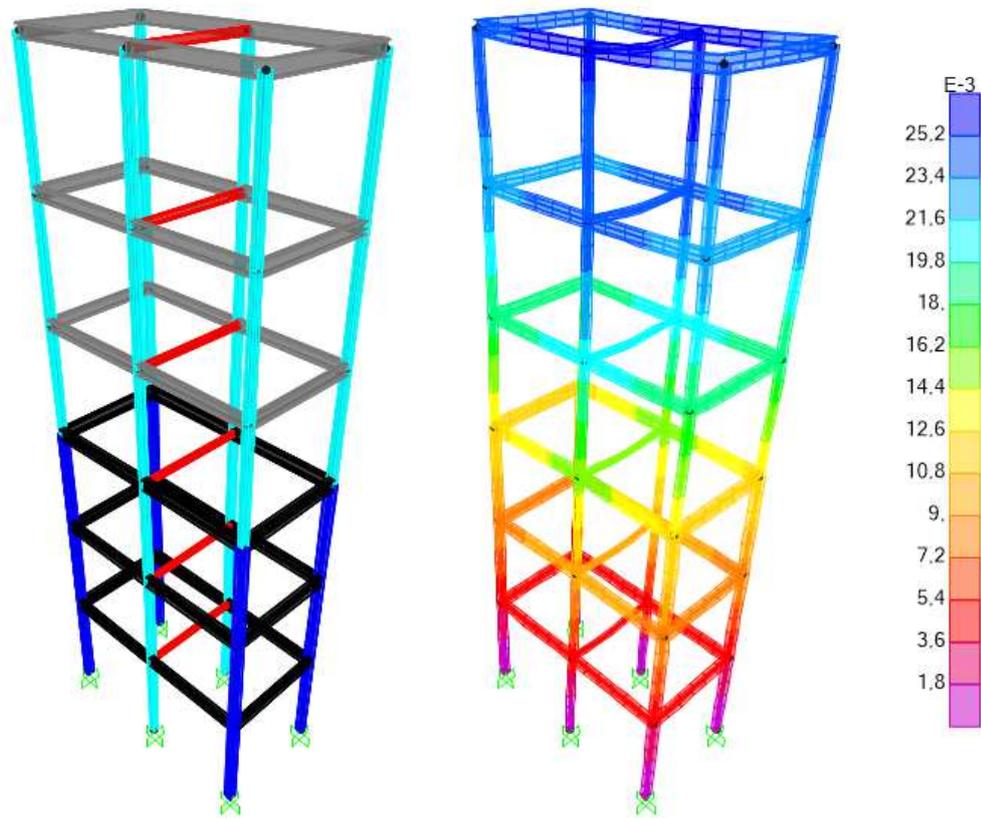
Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

Tabela 10 – Experimento 1.3.3 - Melhor Solução

Grupo	Característica	Andares	Cor	Perfil
1	Pilares de Canto	1-3	Azul	W 200 x 46.1
2	Pilares de Meio	1-3	Ciano	W 150 x 22.5
3	Vigas Internas	1-3	Vermelho	W 150 x 13
4	Vigas Externas	1-3	Preto	W 310 x 38.7
5	Pilares de Canto	4-6	Ciano	W 150 x 22.5
6	Pilares de Meio	4-6	Ciano	W 150 x 22.5
7	Vigas Interna	4-6	Vermelho	W 150 x 13
8	Vigas Externas	4-6	Cinza	W 250 x 32.7
$\delta_{max}(\mathbf{x})$				26 mm
$W(\mathbf{x})$				7421 kg

Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

Figura 22 - Experimento 1.3.3 - Melhor Solução e Campo de Deslocamentos.



Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

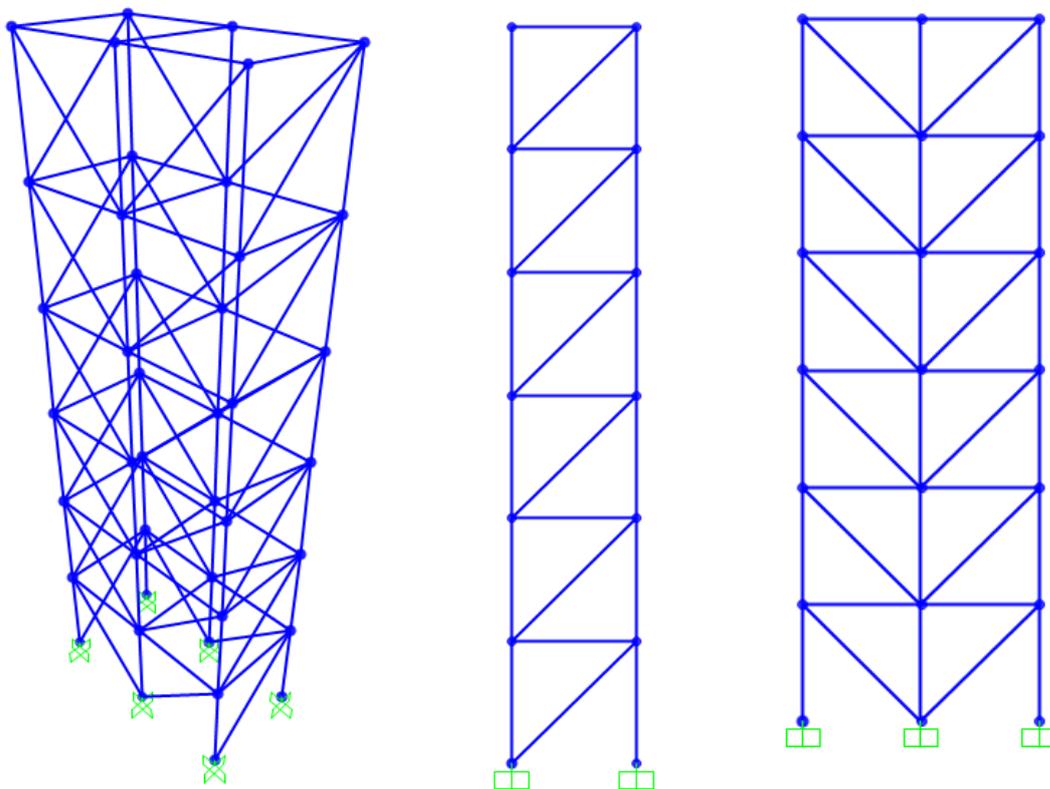
5.1.7 Experimento 1.4 - Pórtico de 144 barras - Com restrição de frequência natural de vibração

Esse problema considera o deslocamento máximo e a primeira frequência natural de vibração como restrição do problema para o pórtico de seis andares (Equações (5.16) e (5.17)). Como já abordado anteriormente, a configuração dos experimentos anteriores (1.3) não conseguiu apresentar soluções factíveis para a restrição da frequência. Devido a isto, um novo modelo contraventado com os mesmos 42 nós, porém com 144 barras, foi apresentado para distribuir melhor as massas estruturais da estrutura e aumentar a rigidez, podendo assim contornar o problema de flexibilidade apresentado pelo pórtico de 78 barras. A Figura 23 mostra o modelo do pórtico de 144 barras em 3D e com as vistas de suas duas fachadas.

$$\frac{\delta_{max}(\mathbf{x})}{45} - 1 \leq 0 \quad (5.16)$$

$$1 - \frac{f_1(\mathbf{x})}{4} \leq 0 \quad (5.17)$$

Figura 23 - Experimento 1.3.2 - Pórtico de 144 barras.



Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

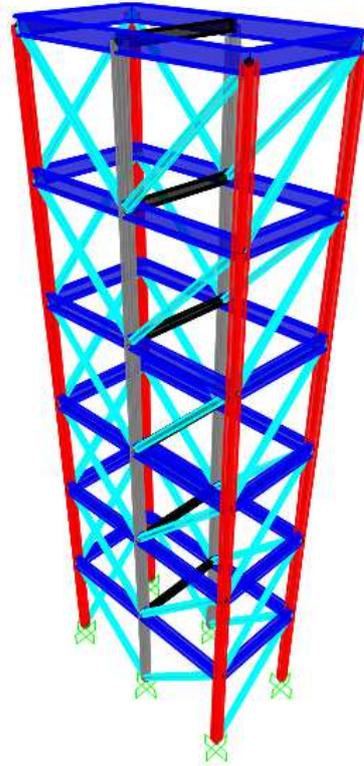
Para este novo modelo, os elementos são divididos em cinco grupos, detalhados na Tabela 11 e na Figura 24.

Tabela 11 – Experimento 1.4 - Agrupamento de Membros - Pórtico de 144 barras

Grupo	Característica	Cor
1	Pilares de Canto	Vermelho
2	Pilares de Meio	Cinza
3	Vigas Internas	Preto
4	Vigas Externas	Azul
5	Barras de Contraventamento	Ciano

Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

Figura 24 - Experimento 1.4 - Agrupamento de Membros - Pórtico de 144 barras.



Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

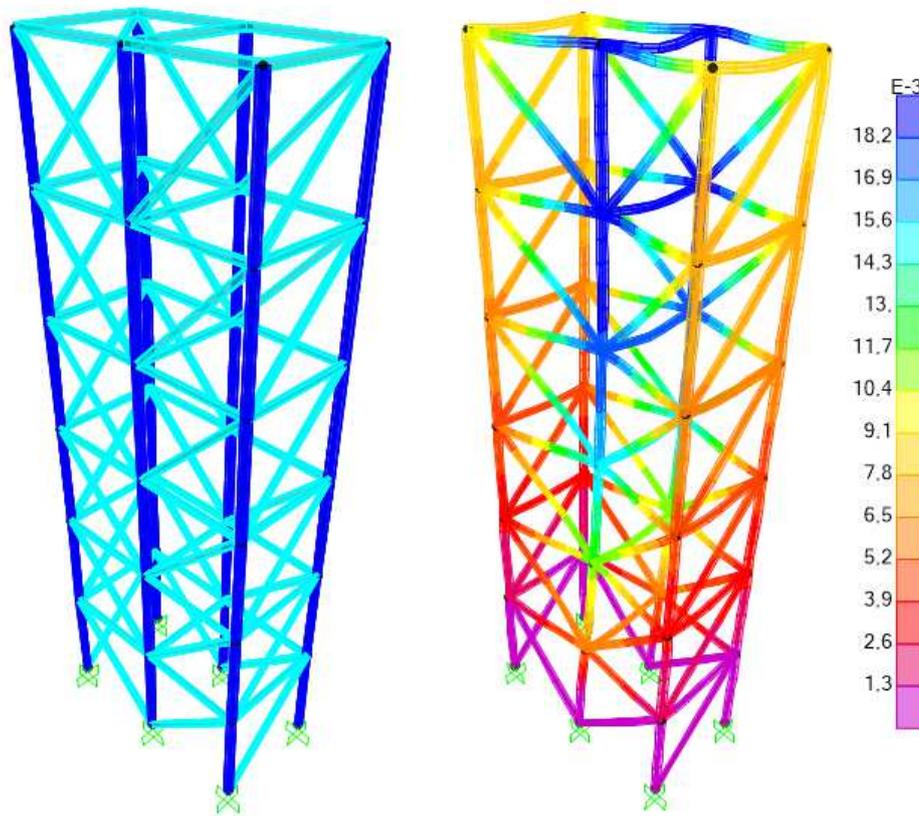
O melhor resultado obtido para esse experimento, também com os parâmetros do DE mantidos igual aos dos demais, apresentou a estrutura mais leve de todo o conjunto de experimentos dos pórticos de seis andares. Mesmo com um número maior de membros, a estrutura conseguiu leveza, rigidez a deslocamentos horizontais e atingiu a frequência mínima determinada na restrição antes infactível para o modelo de 78 barras. O melhor resultado obtido está detalhado na Tabela 12 e na Figura 25.

Tabela 12 – Experimento 1.4 - Melhor Solução

Grupo	Característica	Cor	Perfil
1	Pilares de Canto	Azul	W 150 x 22.5
2	Pilares de Meio	Azul	W 150 x 22.5
3	Vigas Internas	Ciano	W 150 x 13
4	Vigas Externas	Ciano	W 150 x 13
5	Barras de Contraventamento	Ciano	W 150 x 13
	$\delta_{max}(\mathbf{x})$		19 mm
	$f_1(\mathbf{x})$		4,38 Hz
	$W(\mathbf{x})$		6091 kg

Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

Figura 25 - Experimento 1.4 - Melhor Solução e Campo de Deslocamentos.



Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

5.1.8 Análise de Resultados - Conjunto de Experimentos 1

Nos dois primeiros experimentos, que foram realizados em um modelo de pórtico de três andares com 39 barras, foi possível verificar a importância da consideração da frequência natural de vibração como restrição do problema. Essa restrição é, em geral, negligenciada na grande maioria dos problemas de otimização estrutural. Para o caso de pórticos espaciais, especificamente de aço, tema de estudo desta dissertação, à medida em que a estrutura se torna mais alta, há um aumento considerável na flexibilidade, fazendo com que deslocamentos laterais devido às cargas de vento e frequências de vibração se tornem restrições cada vez mais relevantes. O fato de a estrutura do experimento 1.2 ($W(\mathbf{x}) = 2587$ kg) ter sido mais pesada que a estrutura do experimento 1.1 ($W(\mathbf{x}) = 2050$ kg), é justificado pela necessidade de ganho de rigidez, através de uma melhor distribuição de massa para respeitar a restrição de frequência natural de vibração mínima.

O experimento 1.3, relativo ao pórtico de seis andares com 78 barras, foi subdividido em três experimentos com membros vinculados em diferentes grupos. Para esse experimento, apenas o deslocamento máximo foi tomado como restrição do problema e os membros foram divididos em dois, quatro e oito grupos respectivamente, e, como esperado, houve

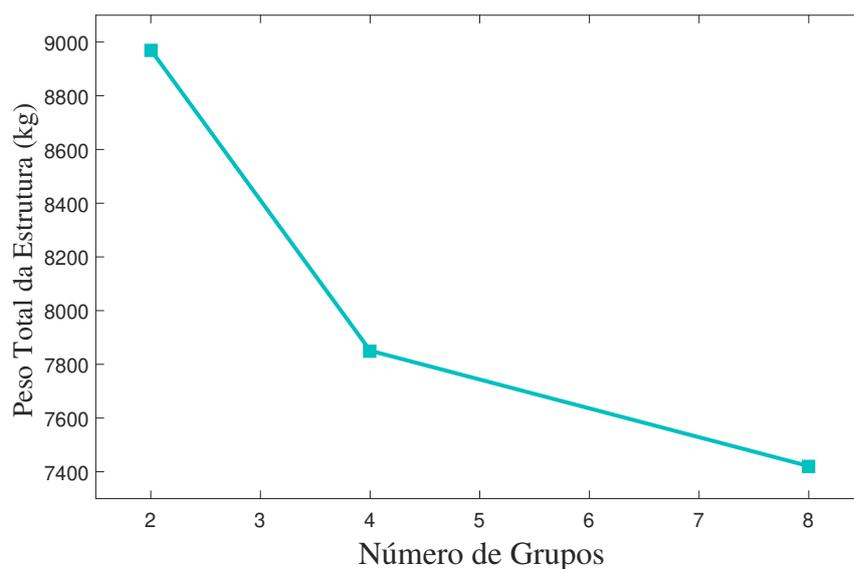
um decréscimo no peso da melhor solução encontrada à medida em que houve aumento no número de perfis empregados. Outra análise pertinente a ser feita é de que na solução em que os membros foram divididos em oito grupos, a melhor solução encontrada apresentou apenas cinco seções transversais diferentes. A Tabela 13 resume os resultados obtidos nos experimentos 1.3 e o Gráfico 1 mostra uma curva de *trade-off*, destacando as melhores soluções encontradas confrontadas com o número de diferentes agrupamentos de membros. É possível notar na curva que a relação número de perfis empregados x peso da estrutura, não é linear. Logo um grande aumento na diversidade de perfis empregados em um projeto não necessariamente leva a uma estrutura proporcionalmente mais leve, o que mostra que estruturas podem ser otimizadas restringindo o número de perfis sem perda de eficiência estrutural, mantendo, assim, ganhos em outras vertentes, tais como fabricação, rastreamento, estoque, transporte, conferência, montagem, estética e execução de ligações.

Tabela 13 – Experimento 1.3 - Resultados

Número de Grupos	Deslocamento Máximo (mm)	Peso (kg)
2	22.6	8971
4	23	7851
8	26	7421

Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

Gráfico 1 - Experimento 1.3 - Curva Trade Off.



Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

Outro ponto importante a ser analisado foi o fato de não serem encontradas soluções factíveis para o pórtico de seis andares sem contraventamento, quando considerada a

restrição referente à primeira frequência natural de vibração. Esse fato motivou a concepção de um novo modelo, o pórtico de 144 barras, aumentando a rigidez da estrutura para possibilitar uma solução factível. Assim, um sistema de contravento diagonal foi considerado no novo modelo, aumentando o número total de membros. O resultado do experimento 4 foi muito interessante, levando a uma estrutura mais leve que os outros três experimentos (3.1, 3.2 e 3.3), mesmo apresentando uma geometria mais complexa. Com isso, é evidenciada a importância do contraventamento nos pórticos espaciais, não apenas em relação à sua estabilidade e rigidez, mas também para melhorar seu comportamento dinâmico.

5.2 CONJUNTO DE EXPERIMENTOS 2

O segundo conjunto de experimentos consiste na otimização de estruturas em forma de domos considerando aspectos estéticos. Estruturas em domos de grande escala são comumente empregadas em edifícios culturais como estádios, ginásios esportivos, hangares e assim por diante. Devido ao grande número de pessoas que interagem com o espaço, a arquitetura e os aspectos estéticos são pontos importantes na concepção da estrutura. Nesse caso, os diâmetros externos serão constantes e os internos podem variar. Isso proporciona a “sensação” de que foi empregada a mesma seção transversal para todas as barras, trazendo um “conforto visual” para o usuário. Cinco sub-experimentos, com diferentes números de seções transversais empregadas, são conduzidos e os resultados são comparados nesta seção.

5.2.1 Descrição da Estrutura e Cargas de Projeto

A estrutura abordada neste problema consiste no domo de 120 barras apresentada na Figura 26. O domo de 120 barras é composto de doze módulos padrão de dez barras e sete nós, o qual se repete a cada 30° em torno do eixo vertical central. Um agrupamento preliminar com base na simetria da estrutura e similaridade dos membros é definido, no qual o módulo padrão é dividido em sete diferentes grupos: um(azul), dois(verde), três(ciano), quatro(preto), cinco(magenta), seis(vermelho) e sete(amarelo). A Figura 27 mostra o módulo padrão com os nós identificados e o agrupamento original de membros definidos por cores. As coordenadas dos nós, o carregamento de projeto e os deslocamentos verticais máximos admissíveis, que entrarão como uma das restrições do problema tratadas na seção subsequente, estão detalhados na Tabela 14. A Figura 28 mostra as cargas de projeto atuantes na estrutura e a Figura 29 o diagrama de esforços axiais nas barras, onde a cor azul faz referência à tração e vermelho à compressão. Já que a estrutura é hiperestática, os esforços variam a medida que a seção transversal dos membros varia e, conseqüentemente, a matriz de rigidez se modifica. Independente disto, é possível extrair informações interessantes do diagrama de esforços normais, observando que as barras solicitadas aos maiores esforços de compressão são as mais curtas e, portanto, estão sujeitas

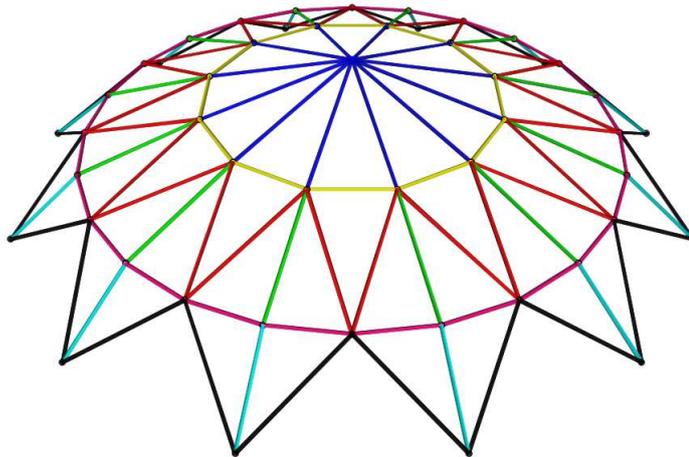
a uma menor perda de efetividade com a esbeltez, devido ao fenômeno da flambagem.

Tabela 14 – Experimento 2 - Propriedades dos Nós

Nó	x_1 (m)	x_2 (m)	x_3 (m)	Carga Vertical (kN)	Desl. Admissível (mm)
1	0	0	7	120	17.5
2	6.941	0	5	60	17.5
3	12.5	0	3	20	12.5
4	15.89	0	0	0	0
5	12.0741	3.2352	3	20	12.5
6	12.0741	-3.2352	3	20	12.5
7	6.0111	-3.4705	5	60	17.5

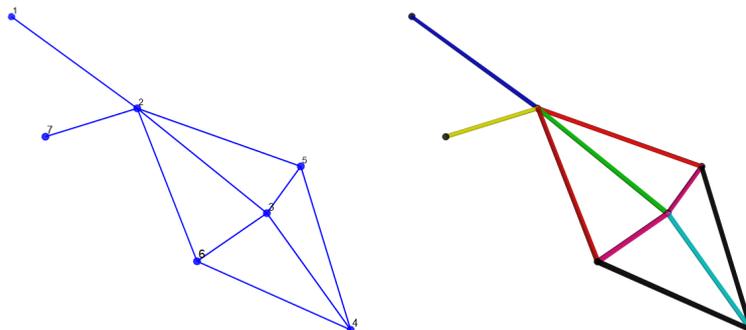
Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

Figura 26 - Experimento 1.4 - Domo de 120 barras.



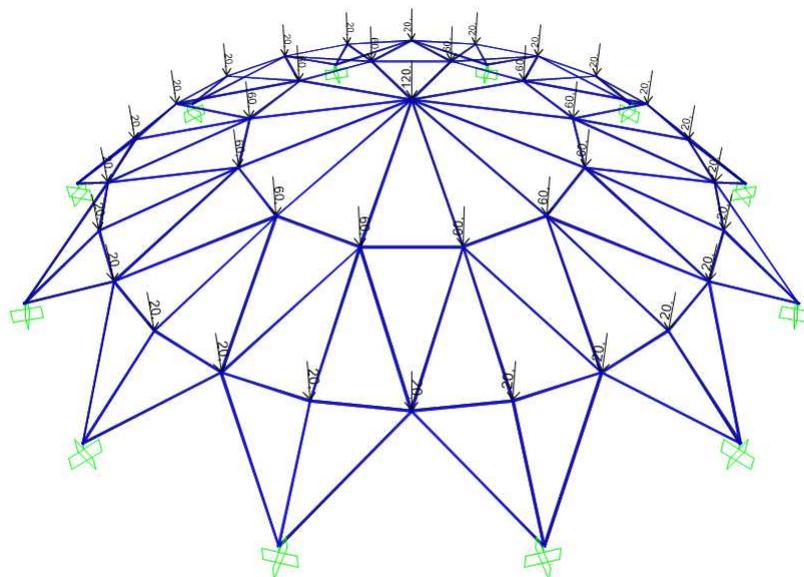
Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

Figura 27 - Módulo padrão e pré agrupamento.



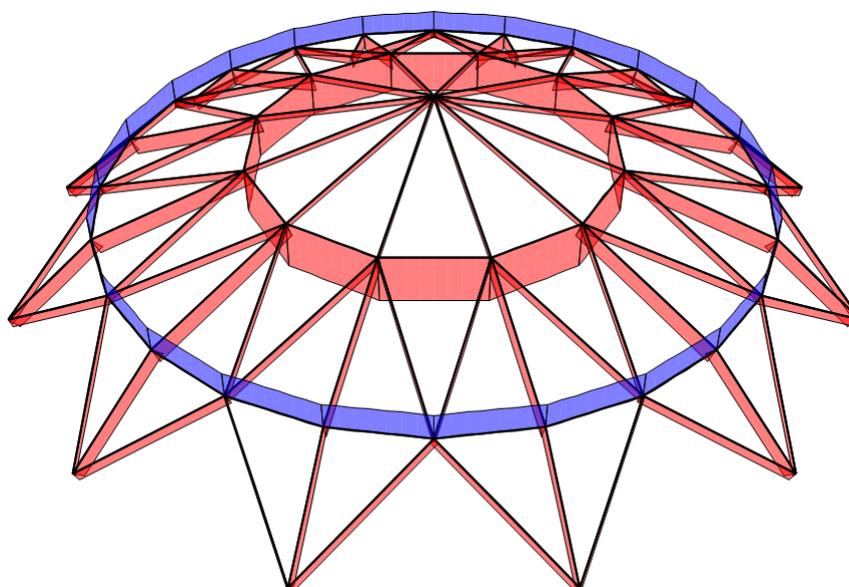
Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

Figura 28 - Domo de 120 barras - Cargas de projeto.



Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

Figura 29 - Domo de 120 barras - Diagrama de esforços normais.



Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

5.2.2 Formulação do Problema de Otimização

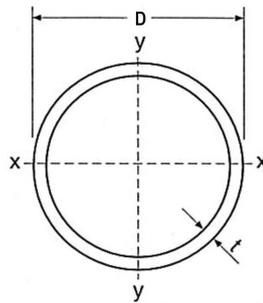
O problema de otimização consiste em minimizar o peso da estrutura do domo de 120 barras, considerando os deslocamentos verticais nos nós, carga axial admissível e frequência natural de vibração como restrições do problema. O objetivo é encontrar um

conjunto \mathbf{x} de áreas de uma seção circular vazada (equação 5.18), definidas pelo diâmetro externo (D) e diferentes espessuras (t), que minimizem o peso total da estrutura ($W(\mathbf{x})$), definido pela equação 5.19, onde N é o número de membros que compõe a estrutura, $\rho = 7850 \text{ kg/m}^3$ é a massa específica do aço, L_i e A_i são respectivamente o comprimento e a área da seção transversal do i -ésimo membro. O espaço de busca consiste em variáveis de projeto contínuas definidas pelo diâmetro externo e pela espessura da parede do tubo, as quais tem seus limites superior e inferior definidos nas Equações (5.20) e (5.21). Uma seção tubular genérica é mostrada na Figura 30 e as propriedades geométricas calculadas conforme é detalhado nas Equações (5.22), (5.23) e (5.24), onde A é a área da seção transversal, $I_x = I_y$ o momento de inércia em torno de qualquer eixo que passe pelo centroide da seção e I_o é o momento polar de inércia, que para o caso de seções circulares e anelares, é equivalente ao momento de inércia à torção.

$$\mathbf{x} = \{A_1, A_2, \dots, A_N\} \quad (5.18)$$

$$W(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^N \rho A_i L_i \quad (5.19)$$

Figura 30 - Seção tubular genérica.



Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

$$60 \text{ mm} \leq D \leq 350 \text{ mm} \quad (5.20)$$

$$3,5 \text{ mm} \leq t \leq 25 \text{ mm} \quad (5.21)$$

$$A = \frac{\pi}{4} [D^2 - (D - 2t)^2] \quad (5.22)$$

$$I_x = I_y = \frac{\pi}{64} [D^4 - (D - 2t)^4] \quad (5.23)$$

$$I_o = \frac{\pi}{32}[D^4 - (D - 2t)^4] \quad (5.24)$$

A exemplo das estruturas já abordadas no primeiro conjunto de experimentos, o domo de 120 barras está restrito a deslocamentos máximos, neste caso verticais, e a uma mínima frequência natural de vibração que, obviamente, depende das áreas das seções transversais (equações 5.25 e 5.26). A frequência mínima permitida para essa estrutura é $\bar{f}_1 = 7$ Hz e $\bar{\delta}$ são os deslocamentos verticais máximos admissíveis por nó, já detalhados na Tabela 14.

$$\frac{\delta(\mathbf{x})}{\bar{\delta}} - 1 \leq 0 \quad (5.25)$$

$$1 - \frac{f_1(\mathbf{x})}{f_1} \leq 0 \quad (5.26)$$

Os membros da estrutura devem ser dimensionados ao esforço axial solicitante, que deve ser menor que o esforço axial resistente. Como as cargas estão aplicadas diretamente nos nós da estrutura, os efeitos das tensões normais são majoritariamente proveniente dos esforços de tração e compressão atuante nas barras, pelo fato do efeito da flexão ser muito pequeno, este não será levado em consideração nesse problema. A restrição de esforços é descrita na equação 5.27, onde P_r é a força axial solicitante e P_c é a força axial resistente, determinadas em conformidade com a NBR 16239:2013 - Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto em edificações com perfis tubulares (52).

$$\frac{P_r}{P_c} - 1 \leq 0 \quad (5.27)$$

A força axial resistente de cálculo é determinada de forma diferente para membros solicitados à tração ($P_r > 0$) e para membros solicitados à compressão ($P_r < 0$) devido à perda de efetividade da peça causada pelo efeito da flambagem (Equação (5.28)).

$$P_c = \begin{cases} \frac{f_y A}{\gamma_{a1}} & \text{se } P_r \geq 0 \\ \frac{\chi f_y A}{\gamma_{a1}} & \text{se } P_r < 0 \end{cases} \quad (5.28)$$

Nessas expressões, $f_y = 245$ MPa a tensão de escoamento do aço, A é a área da seção transversal da barra, e $\gamma_{a1} = 1,10$ é o fator de segurança para dimensionamento de estruturas metálicas no escoamento definido pela NBR 8800:2008 (3). Para as barras solicitadas à compressão, um fator de redução global χ , que considera efeitos devido a excentricidade de aplicação de carga, imperfeições geométricas iniciais e carga crítica de flambagem elástica, deve ser considerado para o efeito de flambagem global por flexão e

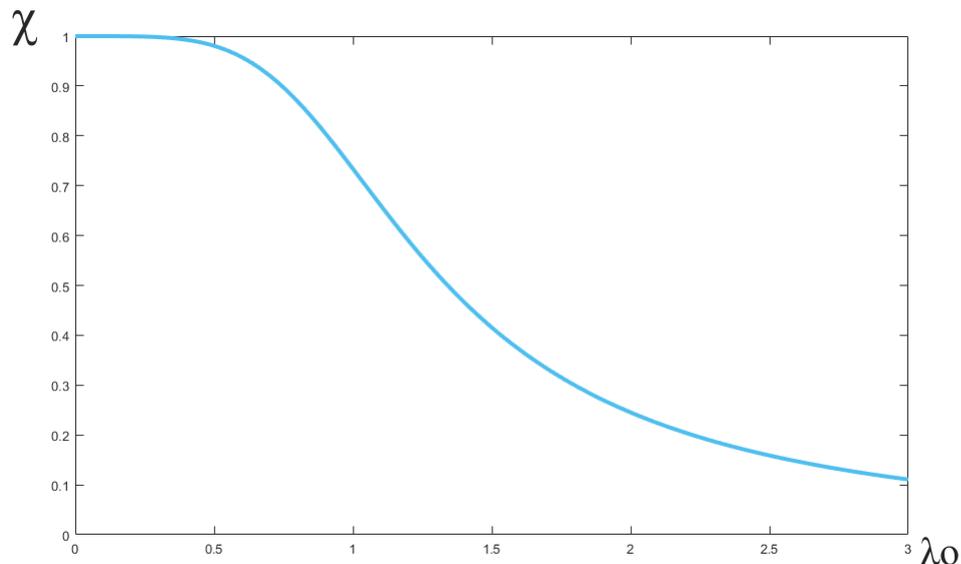
flexo-torção do elemento. Para determinar χ , deve-se primeiramente determinar a esbeltez reduzida da peça (λ_o), calculada conforme a Equação (5.29), onde P_{cr} é a carga crítica de flambagem elástica de Euler (Equação (5.30)), na qual I é o momento de inércia em torno de qualquer eixo que passa pelo centroide da seção, $E = 200$ GPa é o módulo de elasticidade transversal do aço e L_b é o comprimento efetivo de flambagem, adotado nesse problema, de forma conservadora, igual ao comprimento destravado da peça. O fator de redução χ para seções tubulares é calculado conforme mostra a Equação (5.31), ele representa uma perda de efetividade da peça à medida que há aumento da esbeltez reduzida. O Gráfico 2 mostra a variação do fator de redução devido à flambagem global (χ) com a esbeltez reduzida (λ_o) para barras de seções tubulares.

$$\lambda_o = \sqrt{\frac{f_y A}{P_{cr}}} \quad (5.29)$$

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{L_b^2} \quad (5.30)$$

$$\chi = \frac{1}{(1 + \lambda_o^{4,48})^{0,24}} \quad (5.31)$$

Gráfico 2 - Variação do fator de redução global com a esbeltez reduzida para barras de seções tubulares.



Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

5.2.3 Restrição de Cardinalidade e Agrupamento Automático de Membros

Em um projeto estrutural real, é desejável que o projetista possa escolher o número máximo de seções transversais distintas a serem empregadas na estrutura. No caso de pórticos espaciais de aço, o número restrito de perfis utilizados pode levar a diversas vantagens de custo-benefício, das quais pode-se citar: conservação da simetria da estrutura; economia na fabricação, na montagem e na solda; melhoria na logística quanto à estocagem, checagem e rastreabilidade das peças; entre outros.

Uma codificação especial para o Algoritmo Genético baseada em restrição de cardinalidade e agrupamento automático de membro é proposta em (23, 53, 54) e estendida a diversos problemas de otimização já apresentados na literatura, como em (55–59).

Esta codificação é utilizada neste experimento para encontrar o melhor agrupamento de membros para um número restrito de perfis empregados na estrutura, previamente definido pelo projetista. Além disso, o projetista fica livre da tarefa de definir qual agrupamento deve ser feito, deixando que o algoritmo associe os elementos de forma a atender as restrições e otimizar a estrutura.

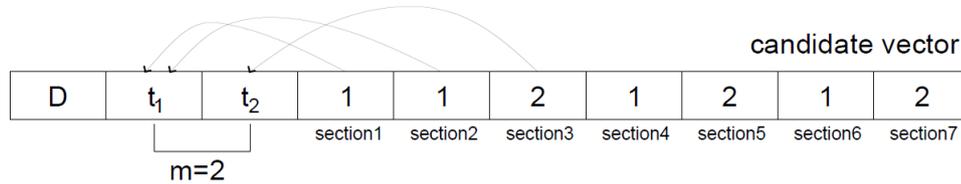
O procedimento consiste em vincular as variáveis a um número máximo de grupos previamente definidos pelo projetista. Por este motivo, deve-se considerar restrições adicionais ao problema de otimização em relação ao número máximo de diferentes áreas de seção permitidas (m). Obviamente, m não pode ser maior que o número de membros ($m \leq N$). A restrição adicional de cardinalidade requer que não sejam utilizadas mais que m diferentes seções transversais, como é explícito na Equação (5.32), proposta por Barbosa e Lemonge em 2005. Nestas expressões, as áreas das seções transversais S_j , $j = 1, 2, \dots, m$ são desconhecidas, mas pertencem a um conjunto $S = \{A_1, A_2, \dots, A_M\}$ onde ($M > m$). (53)

$$A_i \in C_m = \{S_1, S_2, \dots, S_m\} \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (5.32)$$

A Figura 31 exemplifica um vetor candidato com restrição de cardinalidade ($m = 2$) para o agrupamento automático de membros. A estrutura, com seus elementos previamente vinculados em sete grupos, foi detalhada na Figura 26. Os valores correspondentes aos sete grupos variam continuamente entre um e o número máximo de diferentes seções transversais que podem ser empregadas (m) e, então, são arredondados para se tornarem um número inteiro. Como o diâmetro externo deve ser o mesmo para toda a estrutura, esse número aponta para a espessura correspondente, definindo a área de seção transversal para este grupo. Em outras palavras, D é a variável de projeto referente ao diâmetro externo, t_1 e t_2 são as diferentes espessuras possíveis, para um problema com restrição de cardinalidade $m = 2$. O restante das variáveis de projeto são as sete seções transversais (no máximo dois valores distintos, isto é, $m = 2$) a serem atribuídas aos membros do

módulo padrão e, conseqüentemente, a toda a estrutura.

Figura 31 - Experimento 2 - Vetor candidato com restrição de cardinalidade.



Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

5.2.4 Experimento 2 - Domo de 120 barras

O experimento 2, como já abordado anteriormente, consiste em cinco sub experimentos com diferentes restrições de cardinalidade, para $m = 1$, $m = 2$, $m = 3$, $m = 4$ e sem restrição de cardinalidade. A melhor solução de cada experimento é a estrutura mais leve encontrada após dez execuções independentes, com 50 vetores candidatos e 200 gerações.

5.2.5 Análise dos Resultados - Conjunto de Experimentos 2

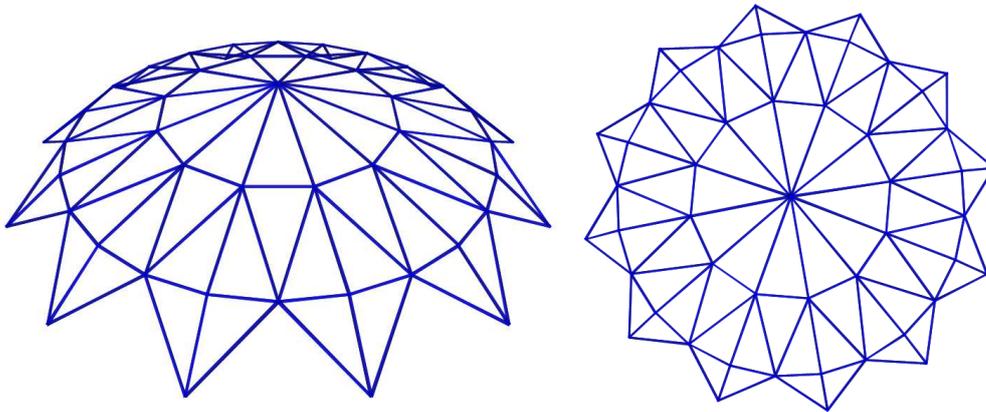
A Tabela 15 mostra as variáveis de projeto D , t_i ($i = 1a7$) para as melhores soluções encontradas, bem como o peso total para $m = 1$, $m = 2$, $m = 3$, $m = 4$ e sem restrição de cardinalidade (no c.c.). Como esperado, o peso do melhor resultado encontrado $W(\mathbf{x})$ diminuiu quando a restrição de cardinalidade foi aumentada de $m = 1$ (Figura 35) para $m = 2$ (Figura 36) e $m = 3$ (Figura 37). No entanto, quando é estabelecida a cardinalidade $m = 4$ (Figura 38), a melhor solução encontrada é exatamente a mesma de $m = 3$, indicando que uma possível solução ótima do problema foi alcançada com apenas três áreas transversais distintas. Pode-se observar que o experimento sem restrição de cardinalidade (Figura 39), no qual era permitido o uso de sete seções transversais diferentes, de acordo com o agrupamento original de membros, alcançou uma solução pior do que os experimentos com restrições de cardinalidade ($m = 2$, $m = 3$ e $m = 4$). Isso mostra que os membros foram agrupados automaticamente de maneira mais eficiente. Definindo $m = 3$ ou $m = 4$, o peso final ($W(\mathbf{x})=7212$ kg, para três ou quatro seções transversais distintas), foi de 97% do peso final encontrado quando não há restrições de cardinalidades impostas ($W(\mathbf{x})=7404$ kg, para sete seções transversais distintas). O Gráfico 3 mostra a curva de *trade-off* que relaciona a variação do peso total da estrutura com a restrição do número de seções transversais adotada. As Figuras de 32 a 36 mostram as melhores soluções encontradas para $m = 1$, $m = 2$, $m = 3$, $m = 4$ e para o problema sem a restrição de cardinalidade, respectivamente.

Tabela 15 – Experimento 2 - Variáveis de projeto D , t_i ($i = 1, 7$) e peso total $W(\mathbf{x})$ para $m = 1$, $m = 2$, $m = 3$, $m = 4$ e sem restrição de cardinalidade (no c.c.)

m	D (mm)	t_1 (Azul)	t_2 (Vermelho)	t_3 (Verde)	t_4 (Preto)	t_5 (Ciano)	t_6 (Magenta)	t_7 (Amarelo)	$W(\mathbf{x})$ (kg)
1	155.5	3.5	-	-	-	-	-	-	8223
2	85.3	7.3	3.5	-	-	-	-	-	7319
3	87.6	6.5	3.5	9.7	-	-	-	-	7212
4	87.6	9.7	6.5	6.5	3.5	-	-	-	7212
no.c.c.	91.4	3.5	10.1	3.5	6.9	6.3	5.0	4.1	7407

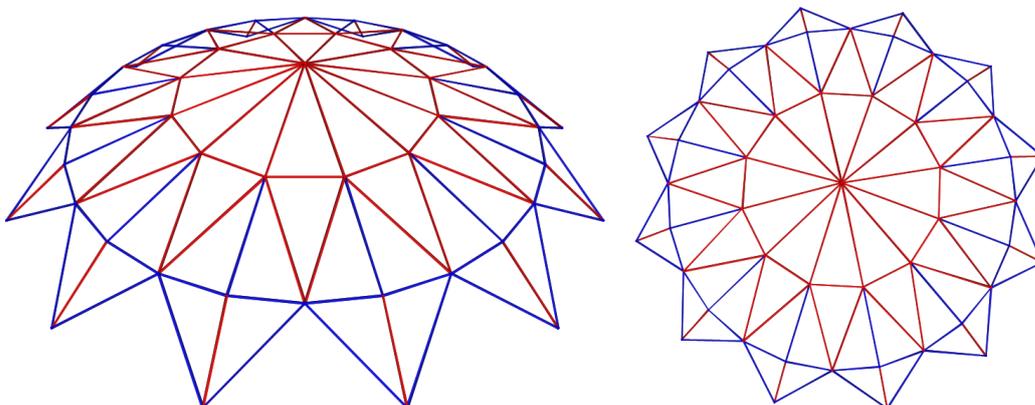
Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

Figura 32 - Experimento 2 - Melhor Solução para $m = 1$.

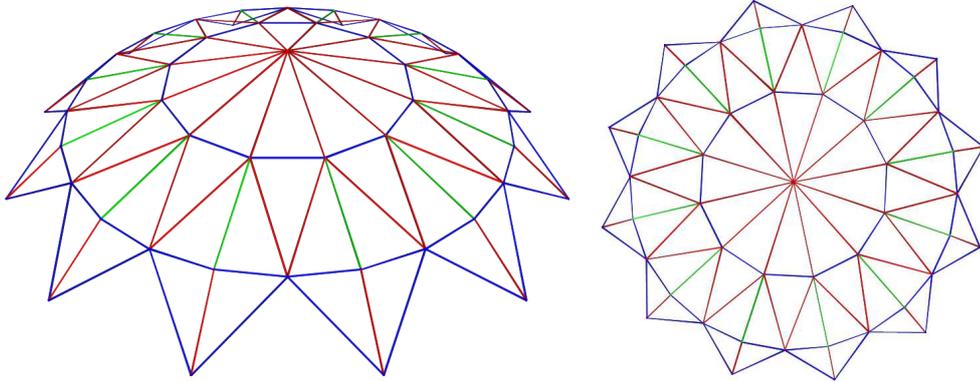


Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

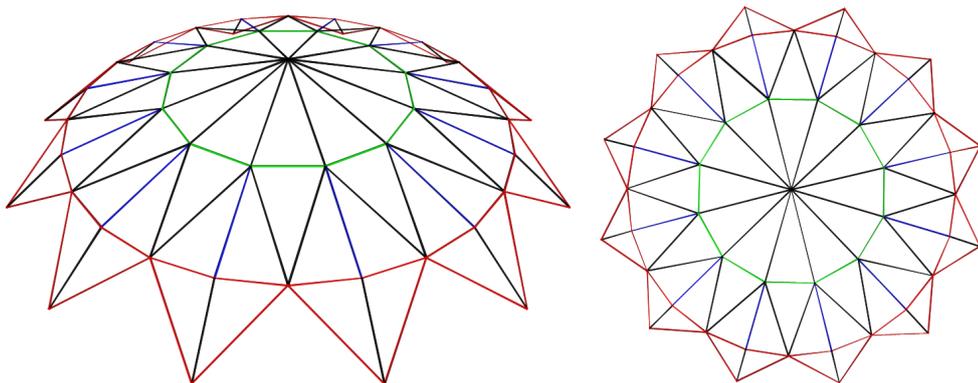
Figura 33 - Experimento 2 - Melhor Solução para $m = 2$.



Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

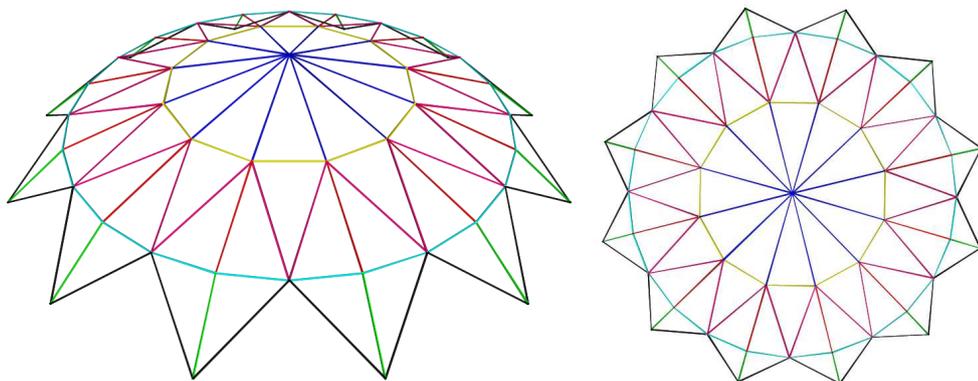
Figura 34 - Experimento 2 - Melhor Solução para $m = 3$.

Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

Figura 35 - Experimento 2 - Melhor Solução para $m = 4$.

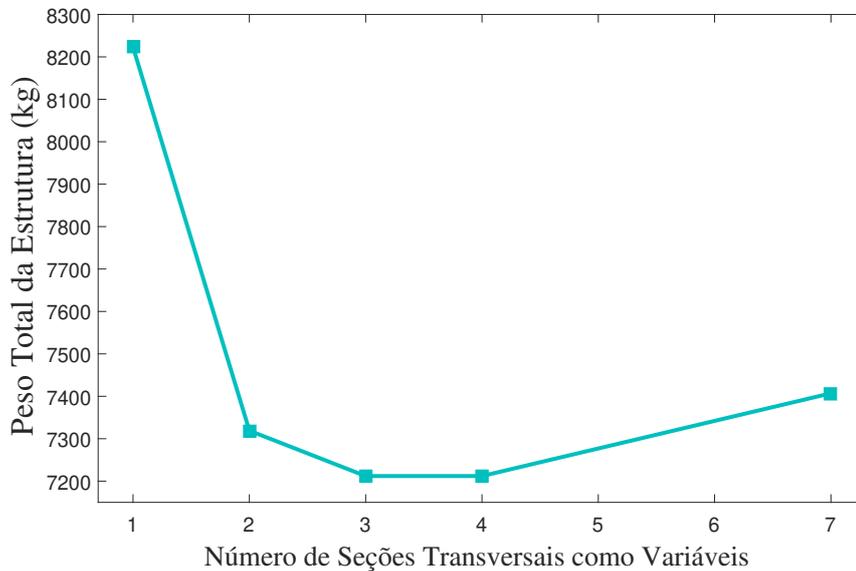
Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

Figura 36 - Experimento 2 - Melhor Solução para o caso sem restrição de cardinalidade.



Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

Gráfico 3 - Curva de trade-off relacionando a quantidade de seções com o peso total.



Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

5.3 CONJUNTO DE EXPERIMENTOS 3

O terceiro conjunto de experimentos consiste em consolidar todas as restrições de projeto já empregadas nos dois últimos e adicionar as restrições normativas para dimensionamento de estruturas de aço previstas na NBR 8800 (3). É importante ressaltar que as restrições adotadas neste problema também atendem à AISC (18), visto que a NBR 8800 é inspirada na norma americana. Nesse conjunto de experimentos, quatro modelos de pórticos espaciais são analisados:

- a) o pórtico de 6 andares e 78 barras, já abordado anteriormente no experimento 1.3;
- b) um pórtico de 4 andares e 428 barras;
- c) um pórtico de dez andares e 290 barras;
- d) um pórtico de dez andares contraventado de 370 barras.

As restrições de projeto nesse conjunto de experimentos são:

- a) o deslocamento máximo horizontal;
- b) o máximo deslocamento relativo inter pavimentos;
- c) a equação de interação de esforços para flexão composta;

- d) o máximo esforço cortante permitido para o estado limite de plastificação da alma por cisalhamento;
- e) a mínima frequência natural de vibração permitida;
- f) o fator de carga crítica para estabilidade global da estrutura;
- g) restrição geométrica de encaixe de pilares na qual o perfil de um pilar superior não deve ter altura ou massa maiores que o perfil do pilar inferior.

Com o intuito de fazer um estudo adicional aplicando a restrição de cardinalidade para os pilares, seis experimentos adicionais são conduzidos, três para o modelo não contraventado de 290 barras e três para o modelo contraventado de 370 barras, fazendo $m = 1$, $m = 2$ e $m = 4$. Lembra-se que m é o número máximo de perfis distintos a serem empregados nos pilares. Estes experimentos tem, como caráter inovador a outros similares já realizados na literatura, o fato de considerar a frequência natural de vibração e o fator de carga crítica de estabilidade global como restrições adicionais as impostas pela norma e normalmente adotadas nas formulações dos problemas de otimização de pórticos espaciais.

Os espaços de busca de perfis para pilares e vigas são os mesmos já definidos para o conjunto de experimentos 1 descrito na Tabela 2. Para as estruturas de aço tratadas neste experimento $\rho = 7850 \text{ kg/m}^3$ é a massa específica do aço, $E = 200 \text{ GPa}$ é o módulo de elasticidade longitudinal, $G = 77 \text{ GPa}$ é o módulo de elasticidade transversal, $f_y = 250 \text{ MPa}$ é a tensão de escoamento do aço e $\gamma_{a1} = 1,10$ é o coeficiente de segurança para o estado limite de escoamento de acordo com a NBR 8800:2008. (3)

A primeira frequência natural de vibração deve ser igual ou maior que $\bar{f}_1 = 2 \text{ Hz}$, que é considerada a frequência natural do caminhar humano. (60)

É importante ressaltar que as lajes de concreto trabalhando como diafragmas rígidos e as paredes de cisalhamento, possivelmente presentes na estrutura, não serão consideradas neste problema de otimização. Logo, com o pórtico de aço apresentando uma rigidez suficiente para possibilitar uma frequência natural de vibração maior ou igual a 2 Hz, a estrutura final, enrijecida pelos elementos estruturais de concreto, apresentará uma frequência natural de vibração maior que a do pórtico de aço sozinho.

Os parâmetros do DE adotados nesses experimentos são: $C_r = 0.9$ é a taxa de cruzamento, $M = 0.1$ é a probabilidade de mutação e $F = 0.4$ é o fator de escalonamento. Esses parâmetros foram adotados devido a uma boa performance já testada em um trabalho anterior. (61)

5.3.1 Formulação do Problema de Otimização

A exemplo dos experimentos anteriores tratados nesta dissertação, o problema de otimização deste conjunto de experimentos consiste na minimização do peso de pórticos

espaciais de aço. O objetivo é encontrar um vetor de índices inteiros \mathbf{x} (Equação (5.33)) que aponta para perfis comerciais de aço. O i -ésimo índice aponta para as propriedades geométricas, como a área da seção transversal (A_i), os momentos de inércia em torno dos eixos principais (I_{x_i}, I_{y_i}), o momento de inércia à torção (I_{t_i}), entre outros.

$$\mathbf{x} = \{I_1, I_2, \dots, I_i\} \quad (5.33)$$

A função objetivo $W(\mathbf{x})$ (Equação (5.34)) a ser minimizada, é expressa como o peso total da estrutura, onde L_i , A_i e ρ_i são o comprimento, a área da seção transversal e a massa específica do i -ésimo membro.

$$W(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^N \rho_i A_i L_i \quad (5.34)$$

5.3.1.1 Restrições de deslocamentos

As restrições de deslocamentos são o máximo deslocamento horizontal no topo da estrutura e o máximo deslocamento relativo inter pavimentos (Equação (5.36)). Nestas expressões, o deslocamento horizontal $\delta(\mathbf{x})$ não deve ser maior que $\bar{\delta} = H/400$ (Equação (5.35)), sendo H a altura total da estrutura. O deslocamento relativo inter pavimentos $d(\mathbf{x})$ deve ser menor que $\bar{d} = h/500$, sendo h o pé direito de cada pavimento. Os deslocamentos admissíveis são definidos pela NBR 8800:2008. (3)

$$\frac{\delta(\mathbf{x})}{\bar{\delta}} - 1 \leq 0 \quad (5.35)$$

$$\frac{d(\mathbf{x})}{\bar{d}} - 1 \leq 0 \quad (5.36)$$

5.3.1.2 Restrição de frequência natural de vibração

Com o intuito de evitar excesso de vibrações indesejadas e possibilidade de ressonância com cargas dinâmicas frequentes, a primeira frequência natural de vibração $f_1(\mathbf{x})$ deve ser maior que uma frequência de vibração mínima admissível \bar{f}_1 , esta restrição é definida pela Equação (5.37).

$$1 - \frac{f_1(\mathbf{x})}{\bar{f}_1} \leq 0 \quad (5.37)$$

As frequências naturais de vibração são obtidas através dos autovalores da matriz descrita na Equação (5.38), onde $[M]$ é a matriz de massa f_{m_f} são os autovalores corres-

pondentes às m_f frequências naturais de vibração da estrutura. Os autovetores, relativos aos modos de vibração da estrutura também são resultados dessa análise. (46)

$$[(f_{m_f}^2 \times [M]) + [K]] \quad (5.38)$$

5.3.1.3 Restrição de estabilidade global

Para garantir a estabilidade global da estrutura, o fator de carga crítica $\lambda_{crt}(\mathbf{x})$ deve ser igual ou maior que $\lambda_{crt}^- = 1$, conforme é mostrado na Equação (5.39).

$$1 - \frac{\lambda_{crt}(\mathbf{x})}{\lambda_{crt}^-} \leq 0 \quad (5.39)$$

De forma similar ao problema da frequência, os fatores de carga crítica $\lambda_{crt}(\mathbf{x})$, relativos à estabilidade global, são obtidos através dos autovalores da matriz descrita na Equação (5.40). Onde $[K_G]$ é a matriz de rigidez geométrica da estrutura descrita por McGuire *et al.* (47) e λ_{m_λ} são os equivalentes autovalores em respeito aos m_λ fatores de carga crítica da estrutura. Essa análise também contempla os autovetores, correspondentes ao modo de flambagem da estrutura após atingir o estado pós crítico.

$$[[K] + \lambda_{m_\lambda} [K_G]] \quad (5.40)$$

5.3.1.4 Restrições de resistência

Os elementos estruturais serão dimensionados pelo método dos estados limites e devem obedecer as Equações (5.41) e (5.42), que referem-se às expressões de interação de esforços combinados para flexão composta e à equação que determina o estado limite de plastificação da alma por cisalhamento para seções duplamente simétricas, respectivamente. Ambas as restrições são propostas tanto pela NBR 8800:2008 quanto pela AISC. Onde N_{Sd} , $M_{x,Sd}$, e $M_{y,Sd}$ são o esforço axial, o momento em torno do eixo de maior inércia e o momento em torno do eixo de menor inércia solicitantes de projeto, respectivamente. O esforço axial e os momentos em torno dos eixos de maior e menor inércia resistentes de projeto são designados N_{Rd} , $M_{x,Rd}$, e $M_{y,Rd}$, respectivamente. Para a equação que rege o estado limite último de escoamento da alma por cisalhamento, V_{Sd} e V_{Rd} são os esforços cortantes solicitante e resistente de projeto, respectivamente. (3), (18))

$$\begin{cases} \frac{N_{Sd}}{N_{Rd}} + \frac{8}{9} \left(\frac{M_{x,Sd}}{M_{x,Rd}} + \frac{M_{y,Sd}}{M_{y,Rd}} \right) - 1 \leq 0 & se \quad \frac{N_{Sd}}{N_{Rd}} \geq 0.2 \\ \frac{N_{Sd}}{2N_{Rd}} + \left(\frac{M_{x,Sd}}{M_{x,Rd}} + \frac{M_{y,Sd}}{M_{y,Rd}} \right) - 1 \leq 0 & se \quad \frac{N_{Sd}}{N_{Rd}} < 0.2 \end{cases} \quad (5.41)$$

$$\frac{V_{Sd}}{V_{Rd}} - 1 \leq 0 \quad (5.42)$$

Devido à perda de efetividade na compressão por instabilidade geométrica, peças comprimidas ($N_{Sd} < 0$), sujeitas ao fenômeno da flambagem, terão seu esforço axial resistente de projeto (N_{Rd}) calculado de forma diferente que as peças solicitadas à tração ($N_{Sd} \geq 0$). As expressões descritas na Equação (5.43) determinam como é feito o cálculo do esforço axial resistente de projeto caso a peça esteja comprimida ou tracionada.

$$N_{Rd} = \begin{cases} \frac{f_y A}{\gamma_{a1}} & \text{se } N_{Sd} \geq 0 \\ \frac{Q\chi f_y A}{\gamma_{a1}} & \text{se } N_{Sd} < 0 \end{cases} \quad (5.43)$$

Para as expressões descritas na Equação (5.43), f_y é a tensão de escoamento do aço, A é a área da seção transversal da barra e γ_{a1} é o fator de segurança para o estado limite de escoamento. Para peças solicitadas à compressão, dois fatores de redução são aplicados, um relativo à flambagem global da barra (χ) e outro relativo à flambagem local dos elementos que compõem a seção (Q). Como todas as seções do espaço de busca são compactas, não há flambagem local, pois o escoamento ocorre antes que haja a instabilidade da mesa ou da alma. Logo para os casos tratados nesse experimento $Q = 1,0$. Porém, o efeito da flambagem global da barra pode ocorrer, logo o fator de redução $\chi \in (0, 1)$ deve ser calculado. Esse fator de redução, análogo ao já calculado para seções tubulares, considera efeitos das imperfeições geométricas da peça, excentricidade de aplicação da carga e a existência de tensões residuais devido ao resfriamento não uniforme na fabricação de perfis laminados. Para determinar χ , uma propriedade denominada esbeltez reduzida (λ_o) deve ser calculada conforme mostrado na Equação (5.44), onde N_e é a Carga Crítica de Euler para flambagem elástica, definida como sendo o menor valor entre N_{ex} , N_{ey} e N_{ez} , Equações ((5.45), (5.46) e (5.47)). I_x e I_y são os momentos de inércia em torno dos eixos principais de maior e menor inércia respectivamente, E é o módulo de elasticidade longitudinal do aço, G é o módulo de elasticidade transversal do aço, KL é o comprimento efetivo de flambagem, C_w é a constante de empenamento da seção, I_t é a inércia a torção ou Constante de Saint-Venant e r_o é o raio de giração polar da seção. (3)

$$\lambda_o = \sqrt{\frac{f_y A}{N_e}} \quad (5.44)$$

$$N_{ex} = \frac{\pi^2 E I_x}{(K_x L_x)^2} \quad (5.45)$$

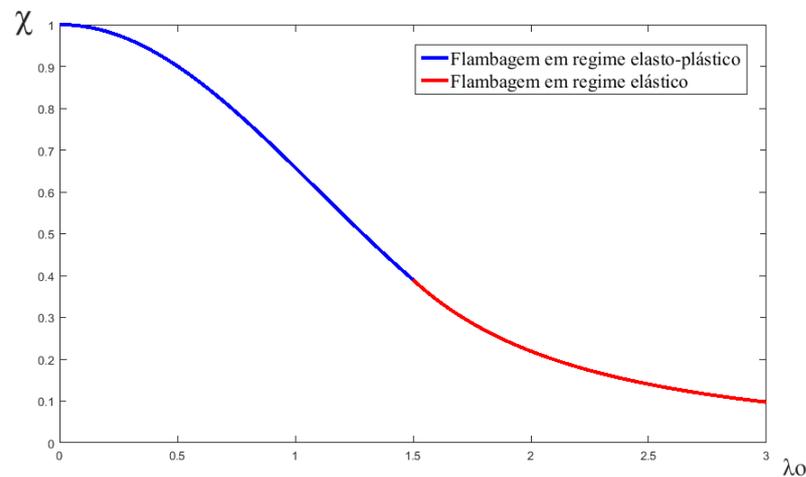
$$N_{ey} = \frac{\pi^2 E I_y}{(K_y L_y)^2} \quad (5.46)$$

$$N_{ez} = \frac{1}{r_o^2} \left(\frac{\pi^2 EC_w}{(K_z L_z)^2} + GI_t \right) \quad (5.47)$$

O fator de redução χ diminui conforme a esbeltez reduzida (λ_o) aumenta, o que é de se esperar visto que a perda de efetividade é maior em peças mais esbeltas. As expressões empíricas que definem χ são dadas pela Equação (5.48), nas quais se $\lambda_o \leq 1.5$ há flambagem em regime elasto-plástico e se $\lambda_o > 1.5$ a flambagem ocorre em regime elástico. O Gráfico 4 mostra a variação do χ com λ_o destacando os estados de flambagem elástica e flambagem elasto-plástica.

$$\chi = \begin{cases} 0,658\lambda_o^2 & se \quad \lambda_o \leq 1.5 \\ \frac{0,877}{\lambda_o^2} & se \quad \lambda_o > 1.5 \end{cases} \quad (5.48)$$

Gráfico 4 - Variação do fator de redução global com a esbeltez reduzida para barras de seções abertas duplamente simétricas.



Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

Os momentos fletores resistentes de projeto são definidos conforme as Equações (5.49) e (5.50), nas quais W_x e W_y são os módulos resistentes elásticos em torno dos eixos principais de inércia, $\sigma_r = 0,3f_y$ é a tensão residual devido ao processo de laminação dos perfis, que devem ser consideradas no dimensionamento à flexão. É importante ressaltar que todas as vigas apresentam a mesa comprimida travada lateralmente e todas as seções do espaço de busca são compactas. Essas considerações permitem não levar em conta os

efeitos da flambagem lateral com torção e das flambagens locais da mesa ou alma.

$$M_{x,Rd} = \frac{W_x(f_y - \sigma_r)}{\gamma_{a1}} = \frac{0.7W_x f_y}{\gamma_{a1}} \quad (5.49)$$

$$M_{y,Rd} = \frac{0.7W_y f_y}{\gamma_{a1}} \quad (5.50)$$

Finalmente, o esforço cortante resistente de cálculo é dado pela Equação (5.51), onde A_w é a área da alma ou área efetiva de cisalhamento, sendo definida como a espessura da alma multiplicada pela altura total do perfil.

$$V_c = \frac{0.6A_w f_y}{\gamma_{a1}} \quad (5.51)$$

5.3.1.5 Restrições geométricas

Vários aspectos de montagem da estrutura podem ser adotados como restrições geométricas, porém, o mais importante dentre eles refere-se à ligação pilar-pilar, que é o considerado nesse conjunto de experimentos. Esta restrição basicamente impede que perfis com altura ou massa linear maior sejam encaixados sobre perfis com altura ou massa linear menor. Estas restrições são definidas nas Equações (5.52) e (5.53), onde $dp_i(\mathbf{x})$ e $dp_{i-1}(\mathbf{x})$ são as alturas dos perfis W selecionados para os grupos i e $i - 1$, respectivamente. De forma análoga $ms_i(\mathbf{x})$ e $ms_{i-1}(\mathbf{x})$ são as massas por metro linear dos perfis selecionados para os grupos i e $i - 1$, respectivamente. NG_c é o número total de grupos de pilares.

$$\frac{dp_i(\mathbf{x})}{dp_{i-1}(\mathbf{x})} - 1 \leq 0 \quad i = 1, NG_c \quad (5.52)$$

$$\frac{ms_i(\mathbf{x})}{ms_{i-1}(\mathbf{x})} - 1 \leq 0 \quad i = 1, NG_c \quad (5.53)$$

5.3.2 Experimento 3.1 - Pórtico de 6 andares e 78 barras

O primeiro experimento deste terceiro conjunto é um pórtico espacial de 6 andares, composto de 78 barras e 42 nós, modelo que já foi abordado nos experimentos 1.3. O pórtico em questão é novamente apresentado na Figura 37. Todas os pilares e colunas tem o comprimento igual a três metros. A estrutura está submetida a cargas gravitacionais de 10 kN/m nas vigas externas e 20 kN/m nas vigas internas. A pressão dinâmica atuante na fachada maior gerada pelo vento é calculada conforme a NBR6123:1988 para uma velocidade básica de 35m/s. Como a altura ainda não é muito significativa a carga de vento foi aproximada por uma carga média distribuída de 3,17 kN/m nos pilares de canto e 6,34 kN/m nos pilares de meio. (50)

Os elementos são associados em oito diferentes grupos detalhados na Tabela 16. O deslocamento horizontal máximo admissível no topo é $\bar{\delta} = 45$ mm e o deslocamento relativo inter pavimentos máximo admissível é $\bar{d} = 6$ mm. Dez execuções independentes com 150 gerações e uma população de 50 vetores candidatos são os dados do processo evolutivo.

A melhor solução encontrada é detalhada na Tabela 17, a qual apresenta todos os perfis atribuídos para cada grupo de pilares e vigas, a primeira frequência natural de vibração ($f_1(\mathbf{x})$), o fator de carga crítica ($\lambda_{crt}(\mathbf{x})$), o deslocamento máximo horizontal $\delta_{max}(\mathbf{x})$ o o valor do peso total da estrutura $W(\mathbf{x})$.

A Figura 38 ilustra a melhor solução encontrada, destacando os diferentes perfis encontrados para os pilares com cores. Os resultados das restrições da equação de interação de esforços combinados para flexão composta e da equação de restrição de esforço cortante para cada elemento são descritos nos Gráficos 5 e 6, respectivamente. O valor do deslocamento inter pavimentos para cada andar é fornecido no Gráfico 7.

Figura 37 - Pórtico de 6 andares e 78 barras.

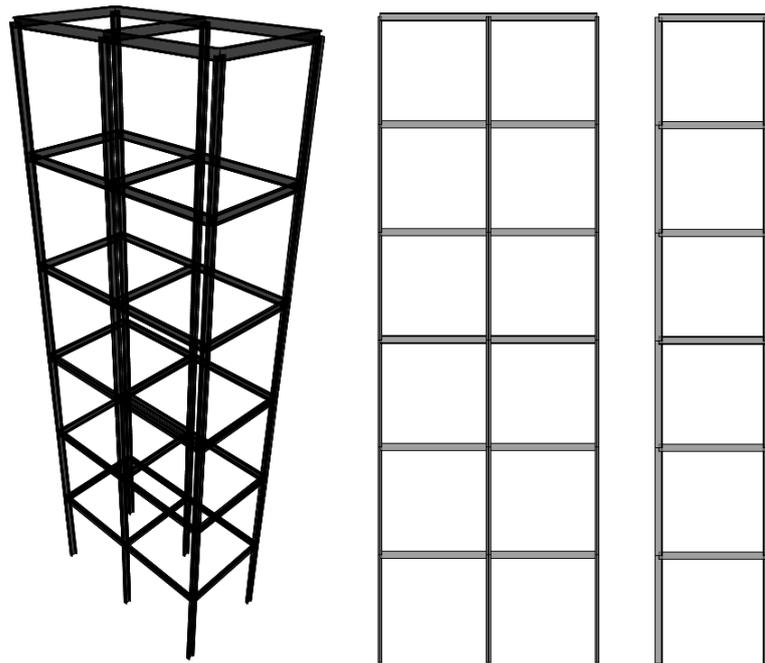


Tabela 16 – Experimento 3.1 - Agrupamento de Membros - Pórtico de 78 barras.

Grupo	Características	Andares	Grupo	Características	Andares
1	Pilares de Canto	1,2,3	5	Vigas Externas	1,2,3
2	Pilares de Meio	1,2,3	6	Vigas Internas	1,2,3
3	Pilares de Canto	4,5,6	7	Vigas Externas	4,5,6
4	Pilares de Meio	4,5,6	8	Vigas Internas	4,5,6

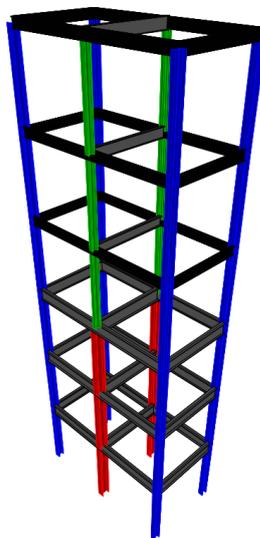
Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

Tabela 17 – Experimento 3.1 - Melhor resultado encontrado para o pórtico de 6 andares e 78 barras com os perfis atribuídos para cada grupo, os valores das restrições e o peso total da estrutura $W(\mathbf{x})$.

Grupo	Características	Andares	Perfis
1	Pilares de Canto	1,2,3	W 250x62
2	Pilares de Meio	1,2,3	W 360x91
3	Pilares de Canto	4,5,6	W 250x62
4	Pilares de Meio	4,5,6	W 200x35.9
5	Vigas Externas	1,2,3	W 460x52
6	Vigas Internas	1,2,3	W 530x66
7	Vigas Externas	4,5,6	W 310x23.8
8	Vigas Internas	4,5,6	W 360x32.9
$\delta_{max}(\mathbf{x})=38.9$ mm			$f_1(\mathbf{x})= 3.36$ Hz
$\lambda_{crt}(\mathbf{x})=18.79$			$W(\mathbf{x})=11795$ kg

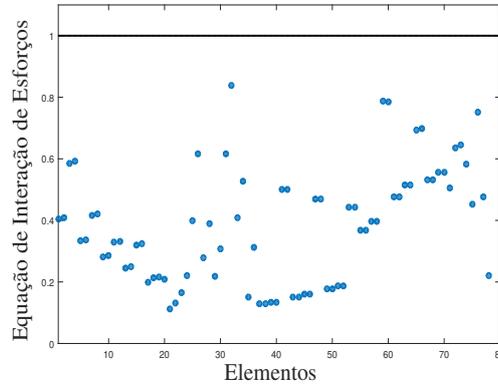
Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

Figura 38 - Experimento 3.1 - Melhor solução encontrada destacando os perfis diferentes dos pilares.



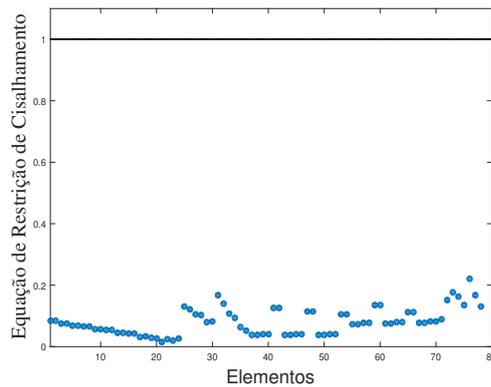
Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

Gráfico 5 - Resultados da equação de interação de esforços para todos os elementos do pórtico de 6 andares e 78 barras.



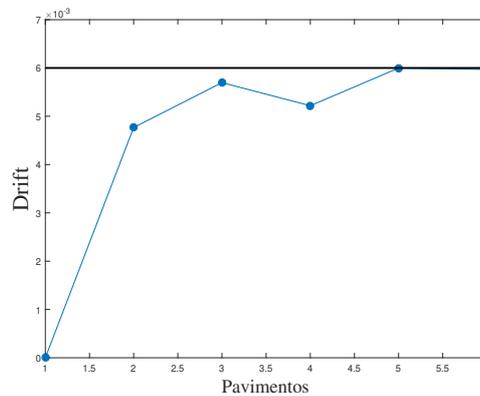
Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

Gráfico 6 - Resultado da equação de restrição de esforço cortante para todos os elementos do pórtico de 6 andares e 78 barras.



Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

Gráfico 7 - Valores dos deslocamentos inter pavimentos para todos os andares do pórtico de 6 andares e 78 barras.



Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

5.3.3 Experimento 3.2 - Pórtico de 4 andares e 428 barras

O modelo do segundo experimento é um pórtico espacial de 4 andares, composto de 428 barras e 172 nós, mostrado nas Figuras 39 e 40. Este experimento é inspirado em um pórtico espacial descrito por Aydoğdu *et al.*. (32)

Os membros são associados em 20 diferentes grupos, descritos na Tabela 18. A pressão dinâmica devido ao vento, segue o mesmo valor do experimento anterior, isto é, 3,17 kN/m nos pilares de canto e 6,34 kN/m nos pilares de meio atuando na direção perpendicular à maior fachada. As cargas gravitacionais são as mesmas do experimento anterior.

O deslocamento máximo horizontal admissível é $\bar{\delta} = 35$ mm e máximo deslocamento inter pavimentos permitido é de $\bar{d} = 7$ mm. Dez execuções independentes com 300 gerações para uma população de 50 vetores candidatos são os parâmetros do DE.

A melhor solução encontrada é detalhada na Tabela 19, apresentando todos os perfis atribuídos para cada grupo de pilares e vigas, a primeira frequência natural de vibração ($f_1(\mathbf{x})$), o fator de carga crítica ($\lambda_{crit}(\mathbf{x})$), o deslocamento máximo horizontal $\delta_{max}(\mathbf{x})$ o valor do peso total da estrutura $W(\mathbf{x})$.

A Figura 41 mostra a melhor solução encontrada destacando os diferentes perfis empregados nos pilares com diferentes cores. Os resultados das restrições de resistência da equação de interação de esforços para flexão composta e da equação de esforço cortante de plastificação da alma para cada elemento, são mostrados nos Gráficos 8 e 9, respectivamente. Os deslocamentos laterais relativos inter pavimentos, são descritos no Gráfico 10.

Figura 39 - Pórtico de 4 andares e 428 barras - visão 3D.

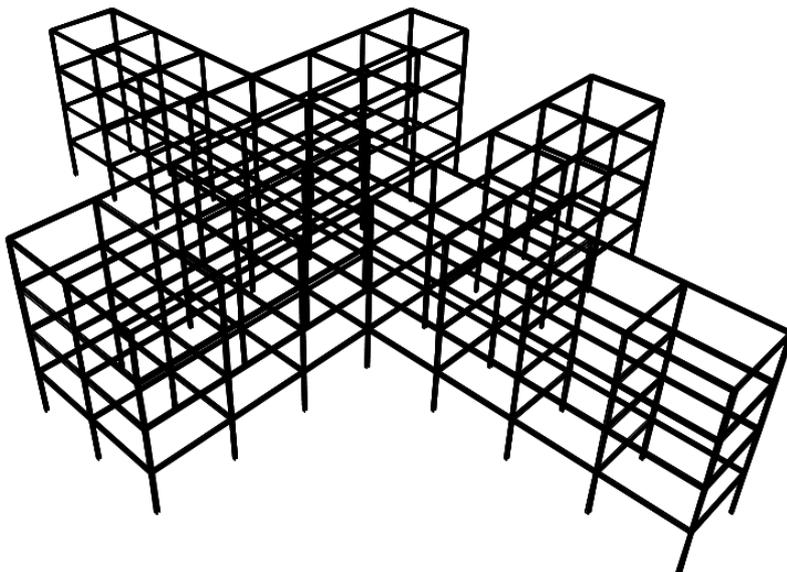
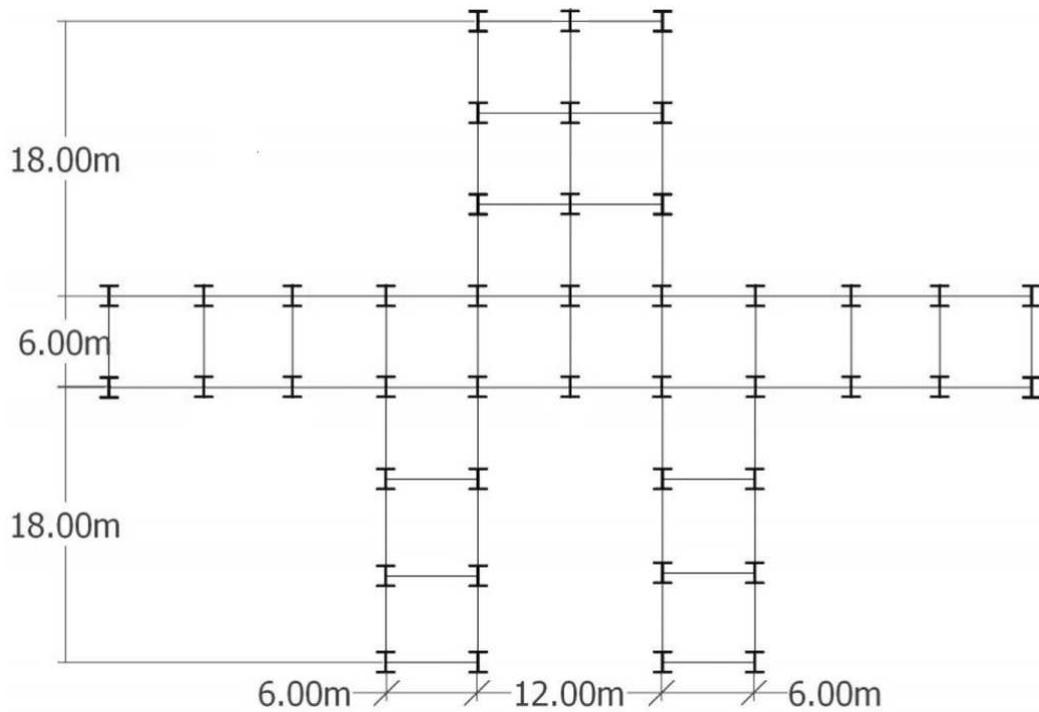


Figura 40 - Pórtico de 4 andares e 428 barras - visão em planta.



Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

Tabela 18 – Experimento 3.2 - Agrupamento de Membros - Pórtico de 428 barras.

Grupo	Características	Andares	Grupo	Características	Andares
1	Pilares de Canto	1	11	Pilares Externos	4
2	Pilares Externos	1	12	Pilares Internos	4
3	Pilares Internos	1	13	Vigas Externas	1
4	Pilares de Canto	2	14	Vigas Internas	1
5	Pilares Externos	2	15	Vigas Externas	2
6	Pilares Internos	2	16	Vigas Internas	2
7	Pilares de Canto	3	17	Vigas Externas	3
8	Pilares Externos	3	18	Vigas Internas	3
9	Pilares Internos	3	19	Vigas Externas	4
10	Pilares de Canto	4	20	Vigas Internas	4

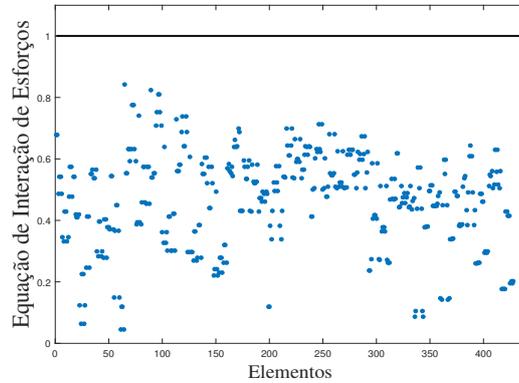
Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

Tabela 19 – Experimento 3.2 - Melhor resultado encontrado para o pórtico de 4 andares e 428 barras com os perfis atribuídos para cada grupo, os valores das restrições e o peso total da estrutura $W(\mathbf{x})$.

Grupo	Características	Andar	Perfis
1	Pilares de Canto	1	W 250x80
2	Pilares Externos	1	W 360x101
3	Pilares Internos	1	W 360x110
4	Pilares de Canto	2	W 200x46.1
5	Pilares Externos	2	W 200x35.9
6	Pilares Internos	2	W 250x80
7	Pilares de Canto	3	W 200x46.1
8	Pilares Externos	3	W 200x59
9	Pilares Internos	3	W 200x71
10	Pilares de Canto	4	W 200x35.9
11	Pilares Externos	4	W 200x41.7
12	Pilares Internos	4	W 150x37.1
13	Vigas Externas	1	W 360x32.9
14	Vigas Internas	1	W 460x52
15	Vigas Externas	2	W 360x44
16	Vigas Internas	2	W 460x52
17	Vigas Externas	3	W 410x38.8
18	Vigas Internas	3	W 460x52
19	Vigas Externas	4	W 360x32.9
20	Vigas Internas	4	W 410x53
			$\delta_{max}(\mathbf{x})=31.3$ mm
			$f_1(\mathbf{x})= 2.58$ Hz
			$\lambda_{crt}(\mathbf{x})=7.86$
			$W(\mathbf{x})=105109$ kg

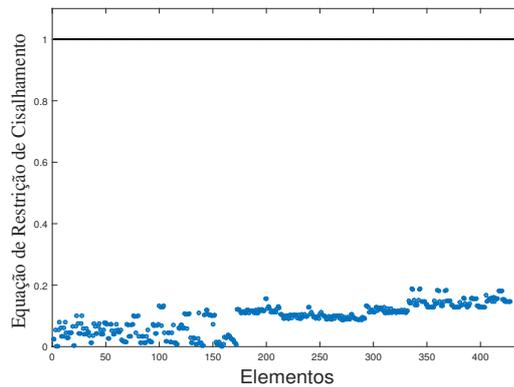
Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

Gráfico 8 - Resultados da equação de interação de esforços para todos os elementos do pórtico de 4 andares e 428 barras.



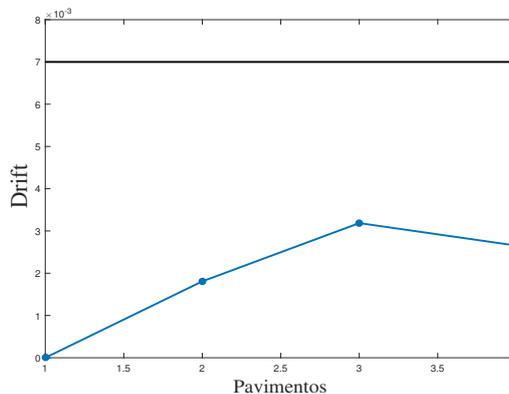
Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

Gráfico 9 - Resultado da equação de restrição de esforço cortante para todos os elementos do pórtico de 4 andares e 428 barra.



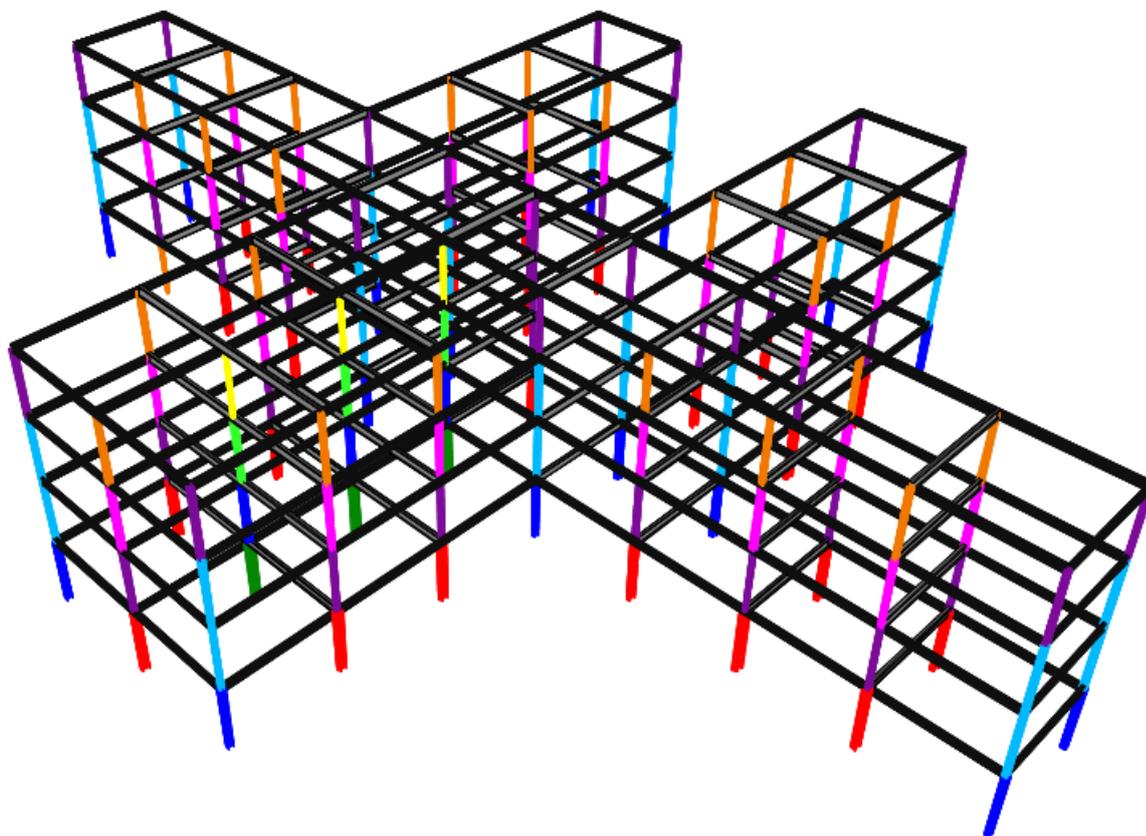
Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

Gráfico 10 - Valores dos deslocamentos inter pavimentos para todos os andares do pórtico de 4 andares e 428 barra.



Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

Figura 41 - Experimento 3.2 - Melhor solução encontrada destacando os perfis diferentes dos pilares.



Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

5.3.4 Experimento 3.3 - Pórtico de 10 andares e 290 barras

O terceiro experimento tratado nessa seção consiste na minimização do peso de um pórtico espacial de 10 andares, 290 barras e 132 nós, ilustrado na Figura 42. Todas as vigas possuem seis metros e os pilares 3,5 metros de comprimento. As barras são associadas em 20 diferentes grupos detalhados na Tabela 20. A estrutura é inspirada em um exemplo apresentado por Talatahari *et al.* (29)

A Figura 43 ilustra as cargas distribuídas horizontais atuantes nos pilares devido ao vento. A estrutura está sujeita à cargas gravitacionais atuante sobre as vigas ilustradas na Figura 44, os valores são de 10 kN/m nas vigas externas, 20 kN/m nas vigas internas, 7,5 kN/m nas vigas externas da cobertura e 15 kN/m nas vigas internas da cobertura. As cargas devido à pressão do vento atuante na fachada mais larga, são calculadas conforme a NBR 6123:1988 para uma velocidade básica de 35 m/s e estão descritas na Tabela 21. (50)

A restrição de deslocamento horizontal máximo no topo é de $\bar{\delta} = 85$ mm e de deslocamento máximo inter pavimentos é de $\bar{d} = 7$ mm. Dez execuções independentes com

uma população de 50 vetores candidatos e 250 gerações são os parâmetros do DE.

Nenhuma das dez execuções independentes encontraram soluções factíveis, devido à restrição da primeira frequência natural de vibração (deve ser maior que $\bar{f}_1 = 2$ Hz). Para contornar essa infactibilidade, um sistema de contraventamento é introduzido à configuração original da estrutura para satisfazer à restrição de frequência. O modelo contraventado será discutido posteriormente no próximo experimento. Isso mostra a importância de considerar a frequência natural de vibração da estrutura como uma restrição na formulação do problema de otimização. Ainda que não satisfazendo essa restrição, foi decidido apresentar as melhores soluções encontradas para o modelo de 10 andares e 290 barras.

A melhor solução encontrada é detalhada na Tabela 22, apresentando todos os perfis atribuídos para cada grupo de pilares e vigas, a primeira frequência natural de vibração ($f_1(\mathbf{x})$), o fator de carga crítica ($\lambda_{crt}(\mathbf{x})$), o deslocamento máximo horizontal $\delta_{max}(\mathbf{x})$ e o valor do peso total da estrutura $W(\mathbf{x})$.

A Figura 45 mostra a melhor solução encontrada destacando os diferentes perfis empregados nos pilares com diferentes cores. Os resultados das restrições de resistência da equação de interação de esforços para flexão composta e da equação de esforço cortante de plastificação da alma para cada elemento, são mostrados nos Gráficos 11 e 12, respectivamente. Os deslocamentos laterais relativos inter pavimentos, são descritos no Gráfico 13.

Figura 42 - Pórtico de 10 andares e 290 barras - visão 3D e fachadas.

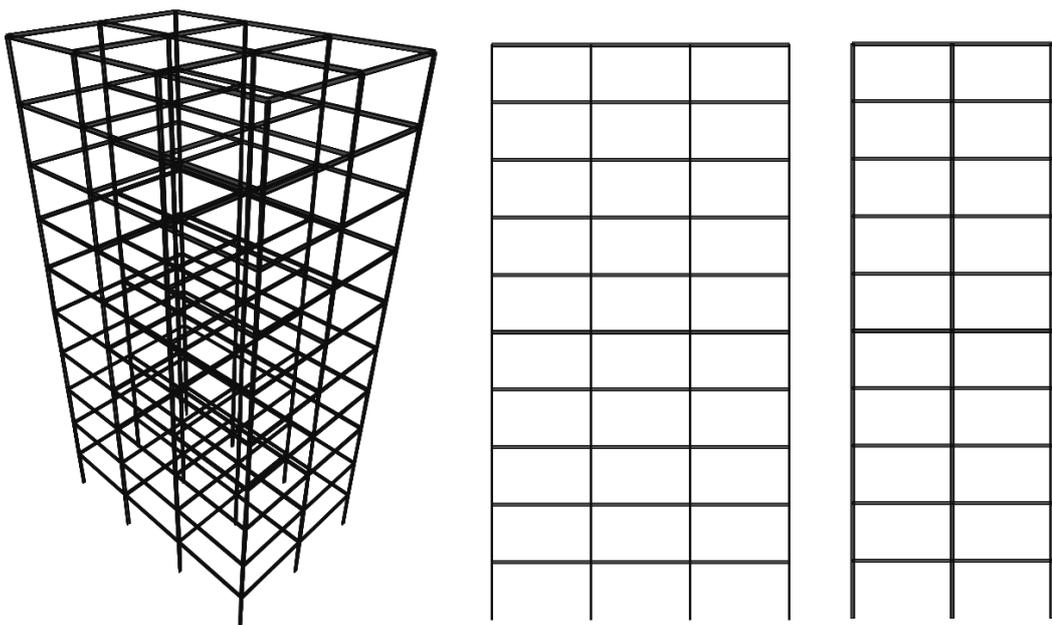


Tabela 20 – Experimento 3.3 - Agrupamento de Membros - Pórtico de 290 barras.

Grupo	Características	Andares	Grupo	Características	Andares
1	Pilares de Canto	1,2,3	11	Pilares Externos	10
2	Pilares Externos	1,2,3	12	Pilares Internos	10
3	Pilares Internos	1,2,3	13	Vigas Externas	1,2,3
4	Pilares de Canto	4,5,6	14	Vigas Internas	1,2,3
5	Pilares Externos	4,5,6	15	Vigas Externas	4,5,6
6	Pilares Internos	4,5,6	16	Vigas Internas	4,5,6
7	Pilares de Canto	7,8,9	17	Vigas Externas	7,8,9
8	Pilares Externos	7,8,9	18	Vigas Internas	7,8,9
9	Pilares Internos	7,8,9	19	Vigas Externas	10
10	Pilares de Canto	10	20	Vigas Internas	10

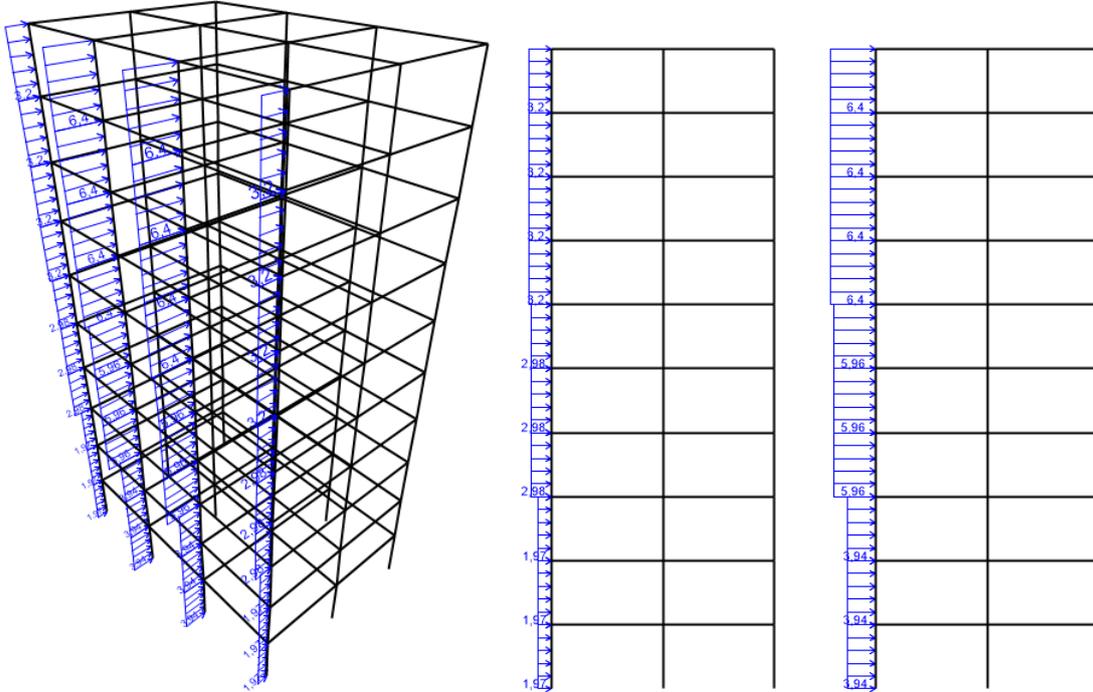
Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

Tabela 21 – Experimento 3.3 - Carga de vento atuante nos pilares (kN/m).

Andar	Pilares de Canto	Pilares Externos
1	1.97	3.94
2	1.97	3.94
3	1.97	3.94
4	2.98	5.96
5	2.98	5.96
6	2.98	5.96
7	3.20	6.40
8	3.20	6.40
9	3.20	6.40
10	3.20	6.40

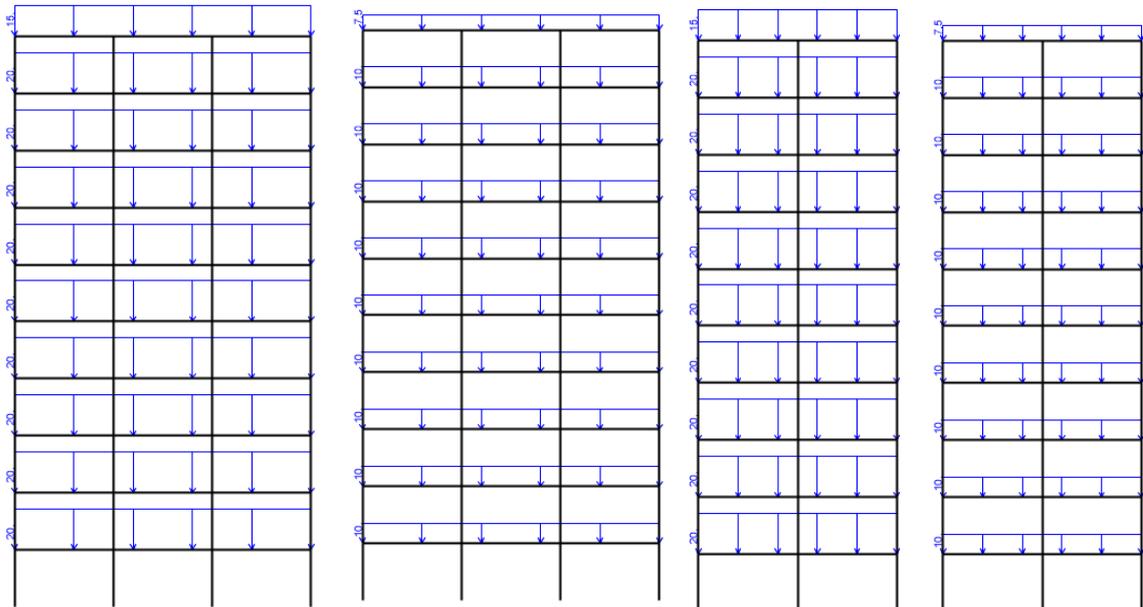
Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

Figura 43 - Experimento 3.3 - Carga de vento atuante na estrutura na visão 3D à esquerda. À direita é mostrado os cortes detalhando as cargas nos pilares de canto e de meio, respectivamente.



Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

Figura 44 - Experimento 3.3 - Cargas gravitacionais atuantes nas vigas externas e internas.



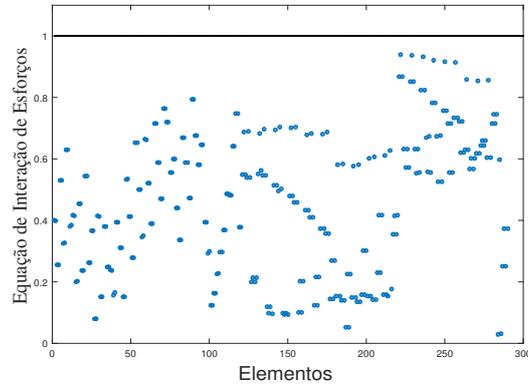
Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

Tabela 22 – Experimento 3.3 - Melhor resultado encontrado para o pórtico de 10 andares e 290 barras com os perfis atribuídos para cada grupo, os valores das restrições e o peso total da estrutura $W(\mathbf{x})$.

Grupo	Características	Andares	Perfis
1	Pilares de Canto	1,2,3	W 360x91
2	Pilares Externos	1,2,3	W 360x101
3	Pilares Internos	1,2,3	W 360x101
4	Pilares de Canto	4,5,6	W 250x62
5	Pilares Externos	4,5,6	W 360x101
6	Pilares Internos	4,5,6	W 310x110
7	Pilares de Canto	7,8,9	W 200x41.7
8	Pilares Externos	7,8,9	W 250x62
9	Pilares Internos	7,8,9	W 310x97
10	Pilares de Canto	10	W 150x29.8
11	Pilares Externos	10	W 150x29.8
12	Pilares Internos	10	W 150x22.5
13	Vigas Externas	1,2,3	W 410x38.8
14	Vigas Internas	1,2,3	W 610x113
15	Vigas Externas	4,5,6	W 410x38.8
16	Vigas Internas	4,5,6	W 610x101
17	Vigas Externas	7,8,9	W 360x32.9
18	Vigas Internas	7,8,9	W 530x72
19	Vigas Externas	10	W 360x32.9
20	Vigas Internas	10	W 310x32.7
		$\delta_{max}(\mathbf{x})=73.5$ mm	$f_1(\mathbf{x})= 1.26$ Hz
		$\lambda_{crt}(\mathbf{x})=6.45$	$W(\mathbf{x})=93804$ kg

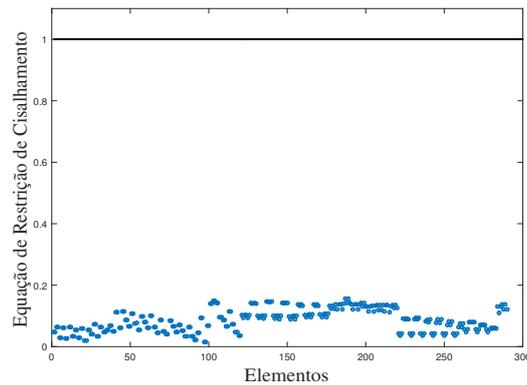
Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

Gráfico 11 - Resultados da equação de interação de esforços para todos os elementos do pórtico de 10 andares e 290 barras.



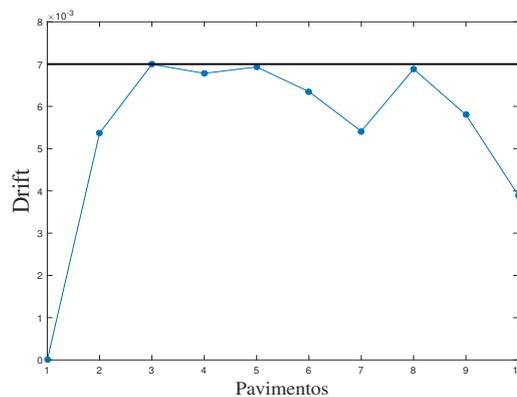
Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

Gráfico 12 - Resultado da equação de restrição de esforço cortante para todos os elementos do pórtico de 10 andares e 290 barra.



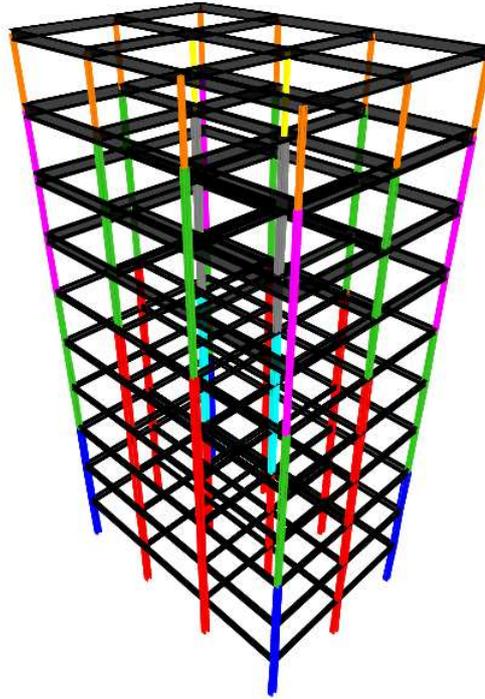
Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

Gráfico 13 - Valores dos deslocamentos inter pavimentos para todos os andares do pórtico de 10 andares e 290 barra.



Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

Figura 45 - Experimento 3.3 - Melhor solução encontrada destacando os perfis diferentes dos pilares.



Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

5.3.5 Experimento 3.4 - Pórtico de 10 andares e 370 barras

Como observado no experimento anterior, para contornar o problema da restrição de frequência não respeitada, um sistema de contraventamento é proposto visando melhorar o comportamento dinâmico da estrutura e prevenir frequências naturais de vibração inferiores à 2 Hz. Dessa forma, um sistema de contraventamento diagonal é proposto, adicionando 80 elementos à estrutura do experimento 3.3, gerando um modelo contraventado de 10 andares e 370 barras, ilustrado na Figura 46. Os elementos do sistema de contraventamento são associados em um grupo extra conforme mostrado na Tabela 23.

As cargas atuantes nas vigas e nos pilares são as mesmas do exemplo anterior, dez execuções independentes com 300 gerações e uma população de 50 vetores candidatos são os dados do processo evolutivo.

O melhor resultado encontrado é detalhado na Tabela 24, apresentando todos os perfis atribuídos para cada grupo de pilares e vigas, a primeira frequência natural de vibração ($f_1(\mathbf{x})$), o fator de carga crítica ($\lambda_{crt}(\mathbf{x})$), o deslocamento máximo horizontal $\delta_{max}(\mathbf{x})$ o o valor do peso total da estrutura $W(\mathbf{x})$.

A Figura 47 ilustra o melhor resultado encontrado para o experimento 3.4, destacando os diferentes perfis empregados para os pilares com diferentes cores. Os resultados

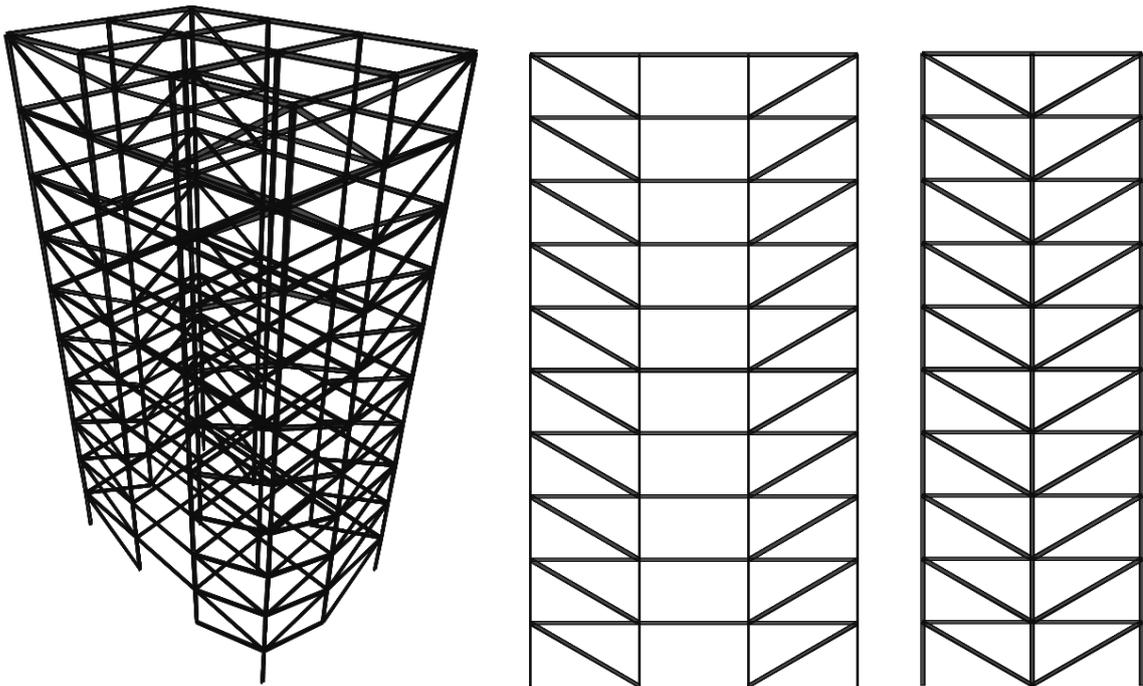
das restrições de resistência da equação de interação de esforços para flexão composta e da equação de esforço cortante de plastificação da alma para cada elemento, são mostrados nos Gráficos 14 e 15, respectivamente. Os deslocamentos laterais relativos inter pavimentos, são descritos no Gráfico 16.

Tabela 23 – Experimento 3.4 - Agrupamento de Membros - Pórtico de 370 barras.

Grupo	Características	Andares	Grupo	Características	Andares
1	Pilares de Canto	1,2,3	12	Pilares Internos	10
2	Pilares Externos	1,2,3	13	Vigas Externas	1,2,3
3	Pilares Internos	1,2,3	14	Vigas Internas	1,2,3
4	Pilares de Canto	4,5,6	15	Vigas Externas	4,5,6
5	Pilares Externos	4,5,6	16	Vigas Internas	4,5,6
6	Pilares Internos	4,5,6	17	Vigas Externas	7,8,9
7	Pilares de Canto	7,8,9	18	Vigas Internas	7,8,9
8	Pilares Externos	7,8,9	19	Vigas Externas	10
9	Pilares Internos	7,8,9	20	Vigas Internas	10
10	Pilares de Canto	10	21	Contraventamento	1-10
11	Pilares Externos	10			

Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

Figura 46 - Pórtico contraventado de 10 andares e 370 barras - visão 3D e fachadas.



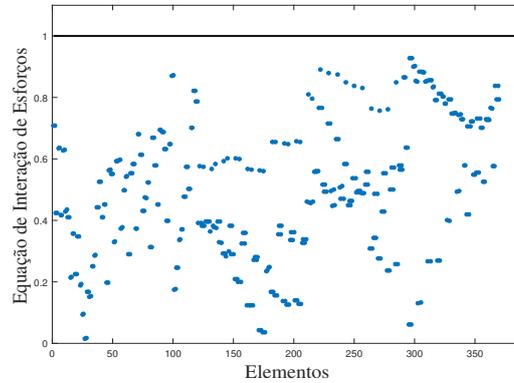
Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

Tabela 24 – Experimento 3.4 - Melhor resultado encontrado para o pórtico de 10 andares e 370 barras com os perfis atribuídos para cada grupo, os valores das restrições e o peso total da estrutura $W(\mathbf{x})$.

Grupo	Características	Andares	Perfis
1	Pilares de Canto	1,2,3	W 360x91
2	Pilares Externos	1,2,3	W 360x101
3	Pilares Internos	1,2,3	W 360x110
4	Pilares de Canto	4,5,6	W 200x53
5	Pilares Externos	4,5,6	W 310x79
6	Pilares Internos	4,5,6	W 360x110
7	Pilares de Canto	7,8,9	W 150x22.5
8	Pilares Externos	7,8,9	W 200x52
9	Pilares Internos	7,8,9	W 250x89
10	Pilares de Canto	10	W 150x22.5
11	Pilares Externos	10	W 150x22.5
12	Pilares Internos	10	W 150x37.1
13	Vigas Externas	1,2,3	W 360x32.9
14	Vigas Internas	1,2,3	W 530x82
15	Vigas Externas	4,5,6	W 360x32.9
16	Vigas Internas	4,5,6	W 530x72
17	Vigas Externas	7,8,9	W 410x38.8
18	Vigas Internas	7,8,9	W 460x52
19	Vigas Externas	10	W 610x101
20	Vigas Internas	10	W 460x97
21	Contraventamento	1-10	W 150x18
			$\delta_{max}(\mathbf{x})=50.7$ mm
			$\lambda_{crt}(\mathbf{x})=7.77$
			$f_1(\mathbf{x})= 2.06$ Hz
			$W(\mathbf{x})=94655$ kg

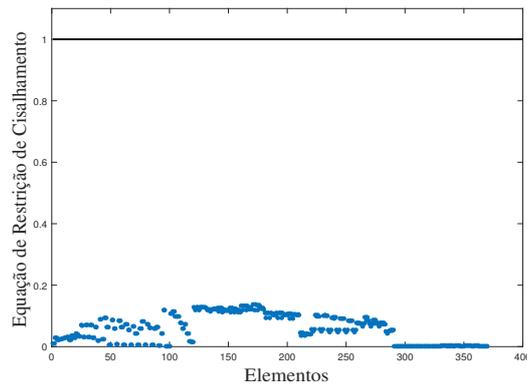
Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

Gráfico 14 - Resultados da equação de interação de esforços para todos os elementos do pórtico de 10 andares e 370 barras.



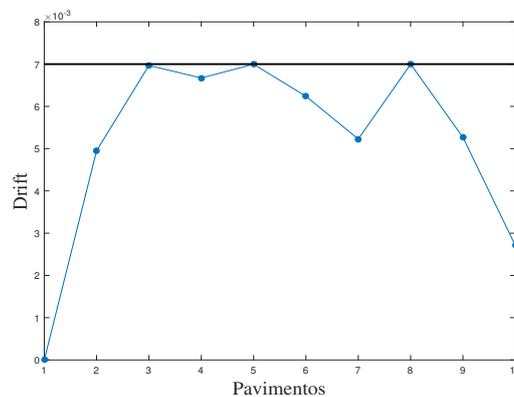
Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

Gráfico 15 - Resultado da equação de restrição de esforço cortante para todos os elementos do pórtico de 10 andares e 370 barra.



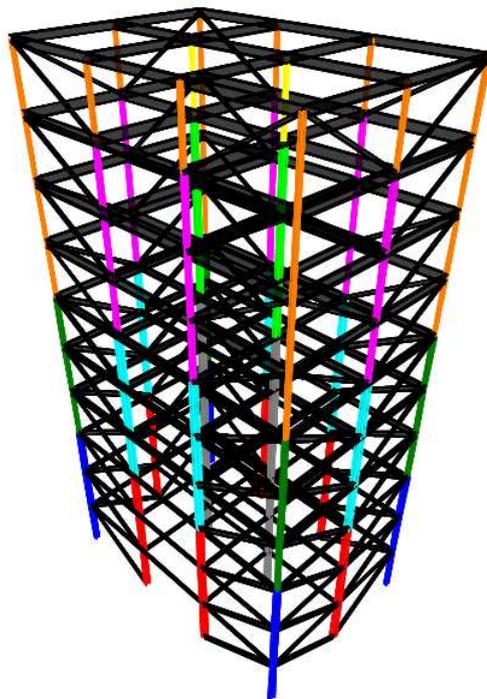
Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

Gráfico 16 - Valores dos deslocamentos inter pavimentos para todos os andares do pórtico de 10 andares e 370 barra.



Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

Figura 47 - Experimento 3.4 - Melhor solução encontrada destacando os perfis diferentes dos pilares.



Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

5.3.6 Experimentos Adicionais com Restrição de Cardinalidade

Com o intuito de estudar o agrupamento automático de barras, a exemplo do que foi feito no caso dos domos, seis experimentos extras são conduzidos nessa seção, três para cada um dos dois últimos experimentos tratados: o pórtico não contraventado de 10 andares e 290 barras e o pórtico contraventado de 10 andares e 370 barras. Para cada um dos três experimentos adicionais, foi considerado $m = 1$, $m = 2$ e $m = 4$, onde m é o número máximo de diferentes perfis que podem ser empregados nos pilares.

Os parâmetros do DE, cargas e restrições são os mesmo dos apresentados para os dois últimos experimentos. Os melhores resultados encontrados para os três experimentos adicionais ($m = 1$, $m = 2$ e $m = 4$) para ambos os modelos de 290 e 370 barras estão detalhados nas Tabelas 25 e 26, respectivamente. Nestas tabelas, os tipos dos elementos são definidos como: Pilares de Canto (PC), Pilares Externos (PE), Pilares Internos (PI), Vigas Externas (VE), Vigas Internas (VI) e Elementos de Contraventamento (EC).

As Figuras de 48 a 51 mostram as melhores soluções encontradas para o pórtico espacial de 290 barras e as Figuras de 52 a 55 para o modelo de 370 barras, respectivamente. Nessas Figuras, os diferentes perfis atribuídos aos pilares são destacados com diferentes cores com intuito de prover ao leitor detalhes de como os membros são associados em cada solução.

Tabela 25 – Melhores resultados para o pórtico de 10 andares e 290 barras, definindo $m = 1$, $m = 2$, e $m = 4$.

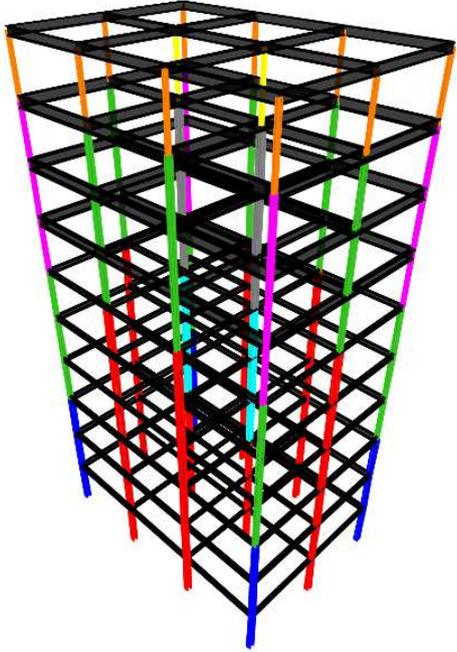
Grupo	Tipo	Andares	Perfis	Grupo	Tipo	Andares	Perfis
1	PC	1,2,3	W 360x101	11	PE	10	W 360x101
2	PE	1,2,3	W 360x101	12	PI	10	W 360x101
3	PI	1,2,3	W 360x101	13	VE	1,2,3	W 410x38.8
4	PC	4,5,6	W 360x101	14	VI	1,2,3	W 610x125
5	PE	4,5,6	W 360x101	15	VE	4,5,6	W 410x38.8
6	PI	4,5,6	W 360x101	16	VI	4,5,6	W 530x92
7	PC	7,8,9	W 360x101	17	VE	7,8,9	W 360x32.9
8	PE	7,8,9	W 360x101	18	VI	7,8,9	W 410x46.1
9	PI	7,8,9	W 360x101	19	VE	10	W 310x28.3
10	PC	10	W 360x101	20	VI	10	W 310x23.8
$m=1$	$\delta_{max}(\mathbf{x})$ 67.5 mm		$f_1(\mathbf{x})$ 1.19 Hz		$\lambda_{crt}(\mathbf{x})$ 6.46		$W(\mathbf{x})$ 98914 kg

Grupo	Tipo	Andares	Perfis	Grupo	Tipo	Andares	Perfis
1	PC	1,2,3	W 360x101	11	PE	10	W 250x62
2	PE	1,2,3	W 360x101	12	PI	10	W 250x62
3	PI	1,2,3	W 360x101	13	VE	1,2,3	W 410x38.8
4	PC	4,5,6	W 250x62	14	VI	1,2,3	W 610x113
5	PE	4,5,6	W 360x101	15	VE	4,5,6	W 410x38.8
6	PI	4,5,6	W 360x101	16	VI	4,5,6	W 530x92
7	PC	7,8,9	W 250x62	17	VE	7,8,9	W 310x32.7
8	PE	7,8,9	W 250x62	18	VI	7,8,9	W 530x66
9	PI	7,8,9	W 360x101	19	VE	10	W 310x38.7
10	PC	10	W 250x62	20	VI	10	W 310x28.3
$m=2$	$\delta_{max}(\mathbf{x})$ 72.9 mm		$f_1(\mathbf{x})$ 1.23 Hz		$\lambda_{crt}(\mathbf{x})=6.99$ 6.99		$W(\mathbf{x})$ 95286 kg

Grupo	Tipo	Andares	Perfis	Grupo	Tipo	Andares	Perfis
1	PC	1,2,3	W 360x91	11	PE	10	W 200x52
2	PE	1,2,3	W 360x122	12	PI	10	W 200x52
3	PI	1,2,3	W 360x122	13	VE	1,2,3	W 410x38.8
4	PC	4,5,6	W 200x52	14	VI	1,2,3	W 610x101
5	PE	4,5,6	W 360x122	15	VE	4,5,6	W 410x38.8
6	PI	4,5,6	W 360x122	16	VI	4,5,6	W 530x82
7	PC	7,8,9	W 200x52	17	VE	7,8,9	W 360x32.9
8	PE	7,8,9	W 360x122	18	VI	7,8,9	W 410x46.1
9	PI	7,8,9	W 360x122	19	VE	10	W 360x32.9
10	PC	10	W 200x52	20	VI	10	W 310x32.7
$m=4$	$\delta_{max}(\mathbf{x})$ 72.9 mm		$f_1(\mathbf{x})$ 1.26 Hz		$\lambda_{crt}(\mathbf{x})$ 6.95		$W(\mathbf{x})$ 93774 kg

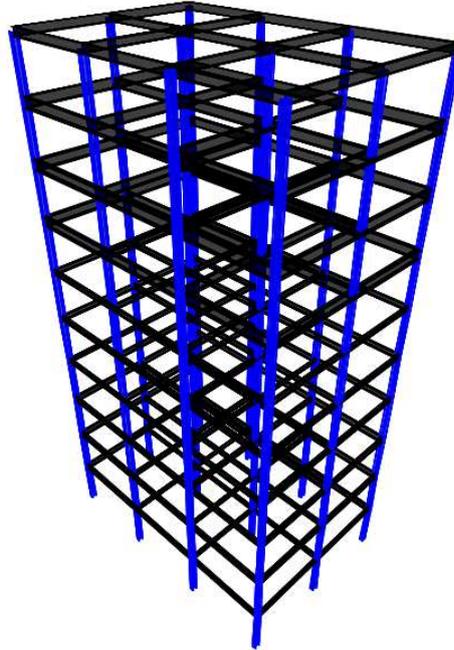
Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

Figura 48 - Melhor solução encontrada para o pórtico de 10 andares e 290 barras sem restrição de cardinalidade os perfis estão detalhados na Tabela 22.



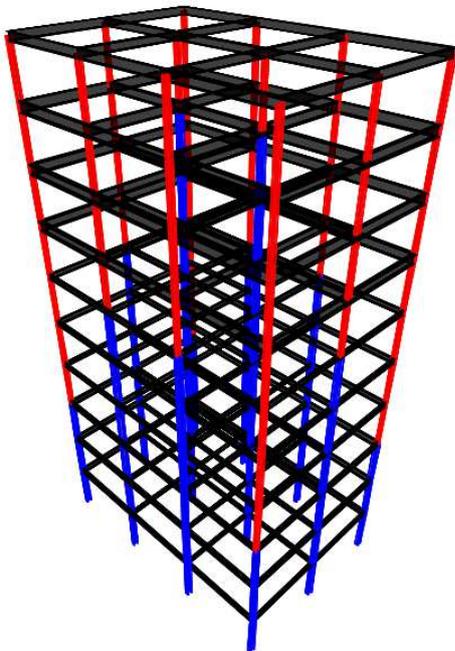
Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

Figura 49 - Melhor solução encontrada para o pórtico de 10 andares e 290 barras, definindo $m=1$, segundo a Tabela 25, atribuindo apenas o perfil W 360x101 para todos os pilares.



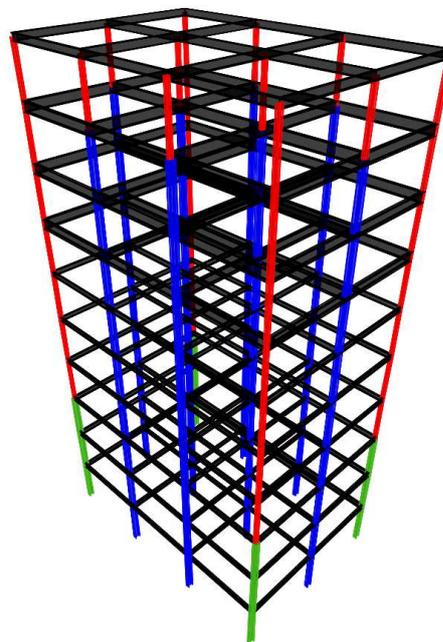
Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

Figura 50 - Melhor solução encontrada para o pórtico de 10 andares e 290 barras, definindo $m=2$, segundo a Tabela 25, onde azul representa o perfil W 360x101 e vermelho W 250x62.



Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

Figura 51 - Melhor solução encontrada para o pórtico de 10 andares e 290 barras, definindo $m=4$, segundo a Tabela 25, onde azul representa o perfil W 360x122, verde W 360x91 e vermelho W200x52.



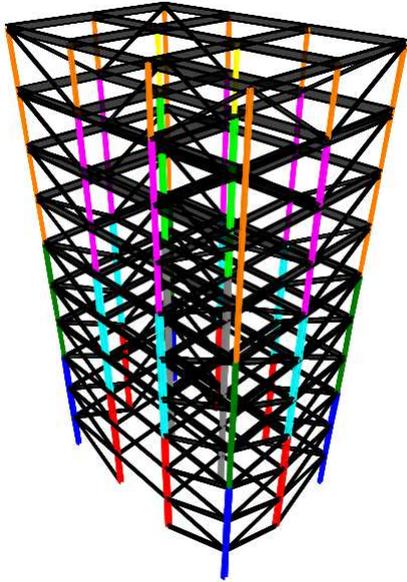
Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

Tabela 26 – Melhores resultados para o pórtico de 10 andares e 370 barras, definindo $m = 1$, $m = 2$, e $m = 4$.

Grupo	Tipo	Andares	Perfis	Grupo	Tipo	Andares	Perfis
1	PC	1,2,3	W 360x91	12	PI	10	W 360x91
2	PE	1,2,3	W 360x91	13	VE	1,2,3	W 310x28.3
3	PI	1,2,3	W 360x91	14	VI	1,2,3	W 610x101
4	PC	4,5,6	W 360x91	15	VE	4,5,6	W 260x32.7
5	PE	4,5,6	W 360x91	16	VI	4,5,6	W 530x66
6	PI	4,5,6	W 360x91	17	VE	7,8,9	W 310x38.7
7	PC	7,8,9	W 360x91	18	VI	7,8,9	W 360x44
8	PE	7,8,9	W 360x91	19	VE	10	W 310x38.7
9	PI	7,8,9	W 360x91	20	VI	10	W 410x46.1
10	PC	10	W 360x91	21	EC	1-10	W 150x18
11	PE	10	W 360x91				
$m=1$	$\delta_{max}(\mathbf{x})$		$f_1(\mathbf{x})$		$\lambda_{crt}(\mathbf{x})$		$W(\mathbf{x})$
	55.6 mm		2.01 Hz		7.09		97705 kg
Grupo	Tipo	Andares	Perfis	Grupo	Tipo	Andares	Perfis
1	PC	1,2,3	W 360x91	12	PI	10	W 200x35.9
2	PE	1,2,3	W 360x91	13	VE	1,2,3	W 310x28.3
3	PI	1,2,3	W 360x91	14	VI	1,2,3	W 610x101
4	PC	4,5,6	W 360x91	15	VE	4,5,6	W 260x28.4
5	PE	4,5,6	W 360x91	16	VI	4,5,6	W 530x66
6	PI	4,5,6	W 360x91	17	VE	7,8,9	W 310x38.7
7	PC	7,8,9	W 360x91	18	VI	7,8,9	W 410x60
8	PE	7,8,9	W 200x35.9	19	VE	10	W 360x72
9	PI	7,8,9	W 360x91	20	VI	10	W 460x52
10	PC	10	W 200x35.9	21	EC	1-10	W 150x18
11	PE	10	W 200x35.9				
$m=2$	$\delta_{max}(\mathbf{x})$		$f_1(\mathbf{x})$		$\lambda_{crt}(\mathbf{x})$		$W(\mathbf{x})$
	53 mm		2.06 Hz		7.13		95175 kg
Grupo	Tipo	Andares	Perfis	Grupo	Tipo	Andares	Perfis
1	PC	1,2,3	W 360x91	12	PI	10	W 150x37.1
2	PE	1,2,3	W 360x91	13	VE	1,2,3	W 360x32.9
3	PI	1,2,3	W 360x101	14	VI	1,2,3	W 530x82
4	PC	4,5,6	W 200x46.1	15	VE	4,5,6	W 360x32.9
5	PE	4,5,6	W 360x91	16	VI	4,5,6	W 530x72
6	PI	4,5,6	W 360x101	17	VE	7,8,9	W 410x38.8
7	PC	7,8,9	W 150x22.5	18	VI	7,8,9	W 460x52
8	PE	7,8,9	W 200x46.1	19	VE	10	W 610x101
9	PI	7,8,9	W 360x101	20	VI	10	W 460x97
10	PC	10	W 150x22.5	21	EC	1-10	W 150x18
11	PE	10	W 150x22.5				
$m=4$	$\delta_{max}(\mathbf{x})$		$f_1(\mathbf{x})$		$\lambda_{crt}(\mathbf{x})$		$W(\mathbf{x})$ kg
	57.2 mm		2.01 Hz		7.13		93122 kg

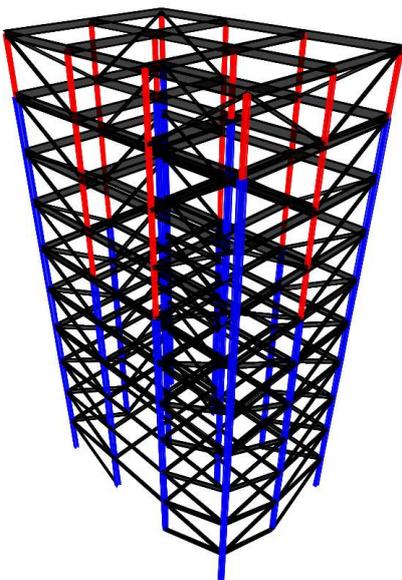
Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

Figura 52 - Melhor solução encontrada para o pórtico de 10 andares e 370 barras sem restrição de cardinalidade os perfis estão detalhados na Tabela 24.



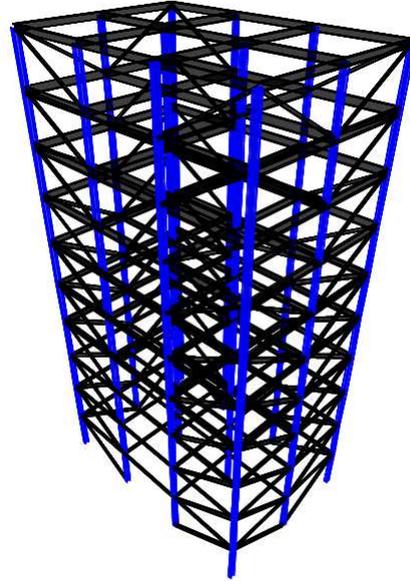
Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

Figura 54 - Melhor solução encontrada para o pórtico de 10 andares e 370 barras, definindo $m=2$, segundo a Tabela 26, onde azul representa o perfil W 360x91 e vermelho W 200x35,9.



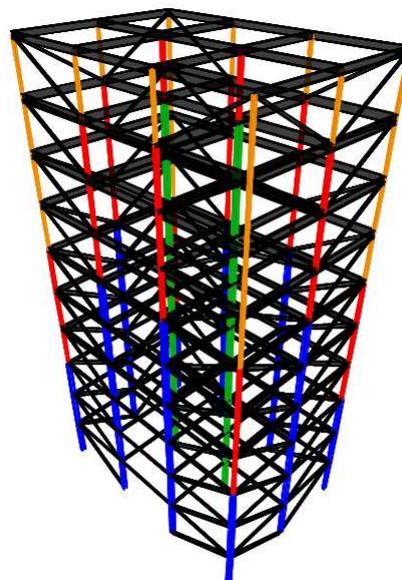
Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

Figura 53 - Melhor solução encontrada para o pórtico de 10 andares e 370 barras, definindo $m=1$, segundo a Tabela 26, atribuindo apenas o perfil W 360x91 para todos os pilares.



Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

Figura 55 - Melhor solução encontrada para o pórtico de 10 andares e 370 barras, definindo $m=4$, segundo a Tabela 26, onde azul representa o perfil W 360x91, verde W 360x101, vermelho W 200x46 e laranja W 150x22,5.



Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

5.3.7 Análise dos Resultados - Conjunto de Experimentos 3

O primeiro experimento 3.1 consistiu em um pórtico espacial de 6 andares e 78 barras, que já havia sido abordado nos experimentos 1.3 com restrições e carregamentos diferentes. Observando o Gráfico 7 é possível notar que o deslocamento horizontal inter pavimentos foi uma restrição ativa do problema. A melhor solução encontrada para o experimento 3.1 apresentou $W(\mathbf{x})=11795$ kg, $\delta_{max}(\mathbf{x})=38.9$ mm, $f_1(\mathbf{x})= 3.36$ Hz e $\lambda_{crt}(\mathbf{x})=18.79$.

A segunda estrutura tratada nesta seção, foi o pórtico espacial de 4 andares e 428 barras. É interessante notar, para esse modelo, que os deslocamentos horizontais da melhor solução encontrada foram pequenos, assim como a estrutura teve uma boa performance quanto ao comportamento dinâmico e ao fator de carga crítica (Tabela 19 e Gráficos 8, 9 e 10. Isso porque se trata de uma estrutura não muito alta, com uma considerável área de pavimento tipo e muitos pilares engastados, fazendo com que a estrutura tenha rigidez e seja menos susceptível a carregamentos laterais, instabilidade e vibrações indesejadas. O melhor resultado encontrado apresentou $W(\mathbf{x})=105109$ kg, $\delta_{max}(\mathbf{x})=31.3$ mm, $f_1(\mathbf{x})= 2.58$ Hz e $\lambda_{crt}(\mathbf{x})=7.86$.

Para o pórtico espacial de 10 andares e 290 barras, mais alto que os dois primeiros experimentos, o comportamento dinâmico, a estabilidade global e os deslocamentos horizontais devido ao vento começam a se tornar mais relevantes. Como já observado previamente, não foram encontradas soluções factíveis que satisfizessem o mínimo valor definido como restrição da primeira frequência natural de vibração, $\bar{f}_1 = 2$ Hz.

Desconsiderando a restrição de frequência natural de vibração na formulação do problema, os valores encontrados para a melhor solução, de acordo com a Tabela 22, foram: $W(\mathbf{x})=93804$ kg, $\delta_{max}(\mathbf{x})=73.5$ mm, $f_1(\mathbf{x})= 1.26$ Hz e $\lambda_{crt}(\mathbf{x})=6.45$. Além disso, também é possível notar, a partir da Figura 58, que o deslocamento inter pavimentos foi uma restrição ativa.

Com o intuito de aumentar a rigidez da estrutura e melhorar seu comportamento dinâmico, um sistema de contravento diagonal foi proposto para o pórtico de 10 andares e 290 barras. Tal sistema adicionou a estrutura 80 novas barras, levando a um modelo de 10 andares e 370 barras, que foi o objeto de estudo no experimento 3.4, do qual a melhor solução apresentou os seguintes parâmetros: $W=94655$ kg, $\delta_{max}(\mathbf{x})=50.7$ mm, $f_1(\mathbf{x})= 2.06$ Hz e $\lambda_{crt}(\mathbf{x})=7.77$ (Tabela 24). A primeira frequência natural de vibração mínima foi atendida e aparece como restrição ativa juntamente com o deslocamento inter pavimentos, como pode ser observado no Gráfico 16. Uma análise comparativa entre a primeira solução (sem contraventamento) e a segunda solução (com contraventamento) mostra que a segunda obteve um peso 0,89 % superior para um ganho em valor da frequência de 63 %. Além disto, o sistema de contraventamento causou um aumento em 20 % na carga crítica e um ganho de rigidez que é indicado pela diminuição em 31 % do

deslocamento máximo. Isso enfatiza a efetividade de um sistema de contraventamento, não somente para absorver cargas laterais, como também para melhorar o comportamento dinâmico e a estabilidade global da estrutura, mostrando que com um ganho ínfimo de peso sua performance aumenta consideravelmente. Essa análise demonstra a importância da consideração da frequência natural de vibração como restrição nos problemas de pórticos espaciais de aço.

Finalmente, experimentos adicionais foram conduzidos com o intuito de estudar o efeito da restrição do número de diferentes seções transversais empregadas nos pilares. Foram realizados três experimentos extras para cada um dos dois modelos de 10 andares, o com 290 barras e o com 370 barras, considerando a utilização de apenas um perfil para todos os pilares ($m = 1$), de no máximo dois perfis para os pilares ($m = 2$) e de no máximo quatro perfis para os pilares ($m = 4$). Dos resultados obtidos, pontos interessantes podem ser ressaltados. Os pilares da melhor solução encontrada para o pórtico de 370 barras quando $m = 1$ (Figura 53), apresentaram o perfil W 360x91, que é mais leve que o perfil W 360x101, atribuído aos pilares do pórtico de 290 barras (Figura 49). Isso mostra como o sistema de contraventamento alivia as cargas axiais nos pilares, o mesmo acontece quando $m = 2$ e $m = 4$.

Outro ponto importante a ser observado é que, para o modelo contraventado, quando $m = 4$, a melhor solução encontrada apresenta o perfil W 360x101 nos pilares internos (destacados em verde na Figura 72), que possui maior rigidez à flexão maior que os demais. Esses pilares simulam um núcleo rígido de inércia, muito comum em torno dos *shafts* de elevadores em edificações altas, tendo função de garantir a estabilidade global e o desempenho dinâmico, trabalhando em conjunto com o sistema de contraventamento.

No Gráfico 17 é mostrada a variação do peso total da estrutura com o número de perfis empregados nos pilares. Como esperado, há uma tendência na diminuição do peso da estrutura conforme aumenta a diversidade de perfis empregados nos pilares. Porém, é possível notar que para o pórtico de 290 barras, a melhor solução com oito perfis diferentes, de peso $W(\mathbf{x})=93804$ kg (Tabela 22) é ligeiramente mais pesada que a melhor solução encontrada com apenas três perfis diferentes, quando foi definido $m = 4$, de peso $W(\mathbf{x})=93774$ kg (Tabela 25), resultando em uma diferença de 30 kg (0.032 %). Isso se torna mais evidente quando é analisado o pórtico de 370 barras, onde a melhor solução com dez perfis empregados para os pilares, sem restrição de cardinalidade, apresenta um peso de $W(\mathbf{x})=94655$ kg (Tabela 24), maior que a solução com somente quatro perfis diferentes, na qual $W(\mathbf{x})=93122$ kg (Tabela 26), quando foi definido $m = 4$, resultado em uma diferença de 1543 kg (1.63 %). Ainda que as diferenças nos pesos não sejam tão expressivas, é importante salientar que o número de diferentes perfis metálicos empregados nos pilares é significativamente reduzido.

Com o intuito de reforçar o que já foi observado anteriormente, é importante notar

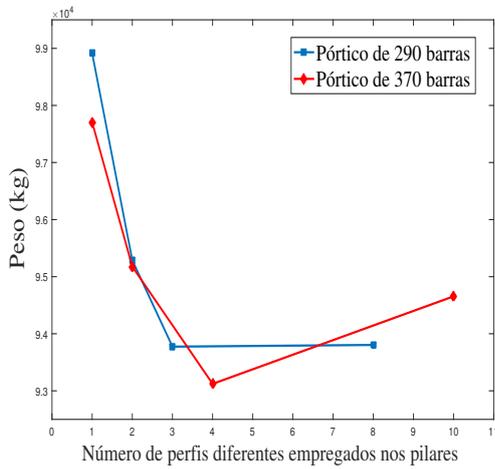
que, mesmo permitindo que m perfis diferentes sejam utilizados nos pilares, o algoritmo pode achar uma solução mais leve com um número menor que m , como ocorre com o pórtico de 290 barras quando é definido $m = 4$ e apenas três perfis são empregados na melhor solução encontrada. As curvas de *Trade-off* apresentadas nos Gráficos de 17 a 20, mostram a variação do peso, da primeira frequência natural de vibração, do fator de carga crítica e do máximo deslocamento horizontal com o número de perfis diferentes empregados nos pilares, respectivamente.

É possível observar que o modelo sem contraventamento apresenta uma primeira frequência natural de vibração consideravelmente mais baixa, que o modelo contraventado. Também, como já esperado, o modelo com sistema de contraventamento apresenta fatores de carga crítica maiores e deslocamentos máximos horizontais menores (Gráficos 19 e 20). Enfatiza-se, mais uma vez, a importância de um sistema de contraventamento em questões relacionadas à estabilidade global e ao comportamento dinâmico da estrutura.

Os dados estatísticos da última geração das melhores execuções estão descritos na Tabela 27. Quando são comparadas as soluções para os pórticos de 290 e 370 barras para $m = 4$ (Tabelas 25 e 26) é possível tirar conclusões importantes:

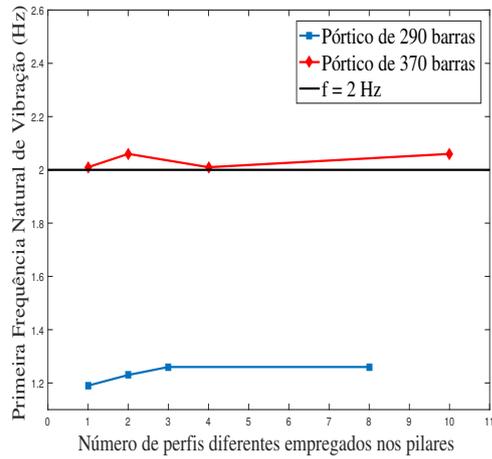
- a) o peso obtido para o pórtico de 370 barras foi $W(\mathbf{x})=93112$ kg, melhor que todas as soluções com e sem restrição de cardinalidade para ambos experimentos, contra $W(\mathbf{x})=93774$ kg para o pórtico de 290 barras;
- b) o deslocamento horizontal no topo máximo para o pórtico de 290 barras foi $\delta_{max}(\mathbf{x})=57,2$ mm contra $\delta_{max}(\mathbf{x})=72,9$ mm do modelo de 290 barras;
- c) o fator de carga crítica para o pórtico de 370 barras foi de $\lambda_{crt}(\mathbf{x})=7,13$ contra $\lambda_{crt}(\mathbf{x})=6,96$ para o pórtico de 290 barras;
- d) a primeira frequência natural de vibração para pórtico de 370 barras foi de $f_1(\mathbf{x})= 2.01$ Hz contra $f_1(\mathbf{x})= 1.26$ Hz (Infactível) do pórtico de 290 barras;
- e) o modelo contraventado apresenta 80 membros a mais que o modelo não contraventado, que, a princípio, poderia levar à uma estrutura mais pesada. Porém o sistema de contraventamento contribui aliviando as cargas dos pilares e vigas, reduzindo o peso total da estrutura.

Gráfico 17 - Variação do peso com o número de diferentes perfis empregados para os pilares para os pórticos de 290 (Azul) e 370 (Vermelho) membros.



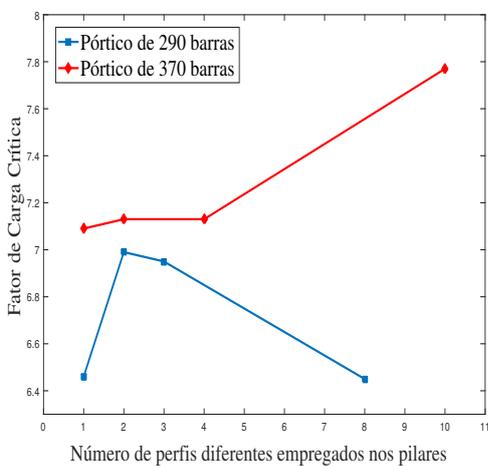
Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

Gráfico 18 - Variação da primeira frequência natural de vibração com o número de diferentes perfis empregados para os pilares para os pórticos de 290 (Azul) e 370 (Vermelho) membros.



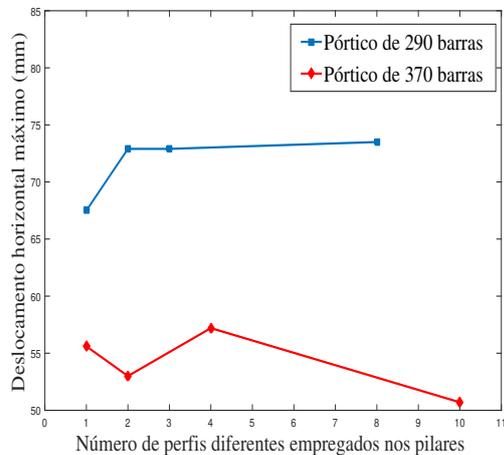
Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

Gráfico 19 - Variação do fator de carga crítica com o número de diferentes perfis empregados para os pilares para os pórticos de 290 (Azul) e 370 (Vermelho) membros.



Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

Gráfico 20 - Variação do deslocamento horizontal no topo com o número de diferentes perfis empregados para os pilares para os pórticos de 290 (Azul) e 370 (Vermelho) membros.



Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

Tabela 27 – Resultados estatísticos - $W(\mathbf{x})$ (kg).

Pórtico de 6 andares e 78 barras					
m	Melhor	Mediana	Média	Desvio Padrão	Pior
no.c.c.	11795	11910	11920	78.46	12293
Pórtico de 4 andares e 428 barras					
m	Melhor	Mediana	Média	Desvio Padrão	Pior
no.c.c.	105109	111754	111681	2854	118023
Pórtico de 10 andares e 290 barras					
m	Melhor	Mediana	Média	Desvio Padrão	Pior
no.c.c.	93804	95143	95191	1526	104714
1	98914	98914	98914	0	98914
2	95286	98427	98341	1928	107573
4	93774	95031	95219	918	98029
Pórtico de 10 andares e 370 barras					
m	Melhor	Mediana	Média	Desvio Padrão	Pior
no c.c.	94655	95596	95835	1126	102662
1	97705	98058	98074	296	98824
2	95175	97283	97497	1159	100921
4	93122	94911	95459	2487	105190

Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

6 CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

O principal objetivo do trabalho foi considerar a frequência natural de vibração e a estabilidade global da estrutura como restrições na formulação do problema de otimização estrutural, aplicando a Evolução Diferencial como meta-heurística a problemas de pórticos espaciais de aço. Várias conclusões interessantes em torno dos três conjuntos de experimentos tratados nessa dissertação podem ser levantadas. O primeiro conjunto consistiu em experimentos preliminares considerando pórticos de três e seis andares com restrições apenas de deslocamento máximo e frequência. No segundo conjunto de experimentos, domos estruturais compostos por barras de perfis tubulares foram modelados, considerando agrupamento automático de membros, restrição de cardinalidade e restrições de dimensionamento a esforços axiais nas barras. Finalmente, o último conjunto de experimentos trouxe modelos mais complexos, nos quais foram incluídas na formulação do problema restrições de dimensionamento para esforços combinados e cisalhamento, restrições de estabilidade global e restrições geométricas de encaixe de pilares.

Com relação ao primeiro conjunto de experimentos, que consistiu na otimização de pórticos de pequena complexidade, com restrições de apenas deslocamentos e frequências, conclusões importantes puderam ser tiradas. A tendência de decréscimo no peso da estrutura não possui um comportamento linear com o aumento da variedade de perfis empregados, podendo-se optar por uma solução levemente mais pesada com um número consideravelmente menor de seções transversais atribuídas. Outra conclusão importante foi a de que a medida que a altura aumentou a frequência natural se tornou uma restrição ativa e inviabilizou soluções para o modelo sem contraventamento. Ao se propor um sistema de contraventamento, a restrição de frequência foi atendida, acontecendo algo similar no conjunto de experimentos 3.

No segundo conjunto de experimentos, estruturas em forma de domos modeladas como pórtico espacial foram otimizadas considerando aspectos estéticos (o diâmetro externo das seções tubulares deveria ser igual). Os experimentos tratados nesse segundo grupo, proveram resultados muito interessantes, nos quais soluções com restrição de cardinalidade e agrupamento automático de membros apresentaram estruturas mais leves do que a solução sem restrição de cardinalidade. Pode-se tirar como conclusão que a aplicação do mecanismo, além de deixar o problema menos complexo computacionalmente, pois diminui o número de variáveis de projeto, pode encontrar uma solução melhor empregando menos perfis diferentes.

O terceiro conjunto de experimentos teve na sua formulação, não só as restrições de projeto previstas em norma, como também restrições adicionais como a de frequência natural de vibração e carga crítica de estabilidade global. Nas análises apresentadas para esse grupo de experimentos, foi possível concluir que essas restrições, com destaque para a

restrição de frequência, não deve ser negligenciada nos problemas de otimização. A adoção de um sistema de contraventamento se provou uma alternativa interessante para evitar frequências naturais de vibração abaixo do mínimo admissível. Outra conclusão reforçada nesse conjunto de experimentos foi a eficiência do agrupamento automático de membros e restrição de cardinalidade, que, devido à metodologia, foi possível chegar a uma solução mais leve de todas para o pórtico de 10 andares, com apenas quatro perfis atribuídos aos pilares e respeitando todas as restrições.

Como conclusão geral é possível afirmar que a dissertação atingiu aos objetivos previamente estabelecidos, conseguindo chegar a resultados muito interessantes e com grandes possibilidades e vertentes para continuidade de pesquisa.

Como trabalhos futuros, é esperado incluir aspectos relacionados a deformações plásticas, que levam a análises não-lineares devido a perda de rigidez da seção com escoamento parcial e redistribuição de tensões, bem como estudos de otimização baseada em incertezas, onde a plastificação total da seção é associada a uma falha localizada. Também tem-se a pretensão de incluir mais restrições ao problema como flecha máxima em vigas e efeitos de flambagem local com o intuito de adicionar ao espaço de busca seções não compactas. Experimentos relacionados à topologia de sistemas de contraventamento, melhor orientação dos eixos x - e y - dos pilares como variáveis de projetos e otimização multi-objetivo com pórticos espaciais estão em fase inicial de estudo.

REFERÊNCIAS

- 1 BELLEI, I. H. *et al.* **Edifícios de Múltiplos Andares em Aço**. 2 ed. São Paulo: Pini, 2008.
- 2 FARKAS, J.; JÁRMAI, K. **Design and Optimization of Metal Structures**. Amsterdã: Elsevier, 2008.
- 3 ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 8800:2008**. Projeto de Estruturas de Aço e de Estruturas Mistas de Aço e Concreto de Edifícios. Rio de Janeiro, 2008.
- 4 HOLLAND, J. H. Genetic algorithms and the optimal allocation of trials. **SIAM Journal on Computing**, SIAM [S.1], v. 2, n. 2, p. 88–105, 1973.
- 5 COLORNI, A. *et al.* Distributed optimization by ant colonies. **Proceedings of the first European conference on artificial life**. [S.l.]. v. 142, p. 134–142, 1991.
- 6 STORN, R.; PRICE, K. Differential evolution—a simple and efficient adaptive scheme for global optimization over continuous spaces. **Journal of Global Optimization**, [S.l.], v. 11, p. 341–359, 1997.
- 7 EBERHART, R.; KENNEDY, J. A new optimizer using particle swarm theory. **Proceedings of the Sixth International Symposium on Micro Machine and Human Science**. [S.l.], p. 39–43, 1995.
- 8 BARBOSA, H. J. C.; LEMONGE, A. C. C. An adaptive penalty scheme in genetic algorithms for constrained optimization problems. In: **GECCO**. [S.l.: s.n.], v. 2, p. 287–294, 2002.
- 9 SALAJEGHEH, E. Optimum design of steel space frames with frequency constraints using three point rayleigh quotient approximation. **Journal of Constructional Steel Research**, Elsevier, v. 54, n. 2, p. 305–313, 2000.
- 10 ZAKIAN, P. Meta-heuristic design optimization of steel moment resisting frames subjected to natural frequency constraints. **Advances in Engineering Software**, Elsevier, v. 135, 2019.
- 11 PAVLOVČIČ, L. *et al.* Cost function analysis in the structural optimization of steel frames. **Structural and Multidisciplinary Optimization**, Springer, v. 28, n. 4, p. 286–295, 2004.
- 12 SAKA, M. Optimum design of steel frames with stability constraints. **Computers & Structures**, Elsevier, v. 41, n. 6, p. 1365–1377, 1991.
- 13 RAJEEV, S.; KRISHNAMOORTHY, C. Discrete optimization of structures using genetic algorithms. **Journal of Structural Engineering**, American Society of Civil Engineers, v. 118, n. 5, p. 1233–1250, 1992.
- 14 CHAN, C. M. An optimality criteria algorithm for tall steel building design using commercial standard sections. **Structural Optimization**, Springer, v. 5, n. 1-2, p. 26–29, 1992.

- 15 CHAN, C. M.; GRIERSON, D. E. An efficient resizing technique for the design of tall steel buildings subject to multiple drift constraints. **The Structural Design of Tall Buildings**, Wiley Online Library, v. 2, n. 1, p. 17–32, 1993.
- 16 ADELI, H.; CHENG, N.-T. Concurrent genetic algorithms for optimization of large structures. **Journal of Aerospace Engineering**, American Society of Civil Engineers, v. 7, n. 3, p. 276–296, 1994.
- 17 MEMARI, A. M.; MADHKHAN, M. Optimal design of steel frames subject to gravity and seismic codes' prescribed lateral forces. **Structural Optimization**, Springer, v. 18, n. 1, p. 56–66, 1999.
- 18 ANSI, B. AISC 360-16. **Specification for structural steel buildings**. Chicago: American Institute of Steel Construction, 2016.
- 19 LIANG, Q. Q. *et al.* Optimal topology design of bracing systems for multistory steel frames. **Journal of Structural Engineering**, American Society of Civil Engineers, v. 126, n. 7, p. 823–829, 2000.
- 20 SAKA, M. Optimum design of steel frames using stochastic search techniques based on natural phenomena: a review. *In*: TOPPING, B. H. V. **Civil engineering computations: tools and techniques**. [S.l.]: Saxe-Coburg Publications, p. 105–147, 2007.
- 21 HASANÇEBI, O. *et al.* Improving the performance of simulated annealing in structural optimization. **Structural and Multidisciplinary Optimization**, Springer, v. 41, n. 2, p. 189–203, 2010.
- 22 HASANÇEBI, O. *et al.* Comparison of non-deterministic search techniques in the optimum design of real size steel frames. **Computers & Structures**, Elsevier, v. 88, n. 17-18, p. 1033–1048, 2010.
- 23 LEMONGE, A. C. C. *et al.* Multiple cardinality constraints and automatic member grouping in the optimal design of steel framed structures. **Engineering Structures**, Elsevier, v. 33, n. 2, p. 433–444, 2011.
- 24 KAVEH, A.; TALATAHARI, S. Charged system search for optimal design of frame structures. **Applied Soft Computing**, Elsevier, v. 12, n. 1, p. 382–393, 2012.
- 25 AZAD, S. K.; HASANÇEBI, O. Upper bound strategy for metaheuristic based design optimization of steel frames. **Advances in Engineering Software**, Elsevier, v. 57, p. 19–32, 2013.
- 26 MAHERI, M. R.; NARIMANI, M. An enhanced harmony search algorithm for optimum design of side sway steel frames. **Computers & Structures**, Elsevier, v. 136, p. 78–89, 2014.
- 27 KAVEH, A. *et al.* Seismic optimal design of 3d steel frames using cuckoo search algorithm. **The Structural Design of Tall and Special Buildings**, Wiley Online Library, v. 24, n. 3, p. 210–227, 2015.
- 28 AZAD, S. K.; HASANÇEBI, O. Computationally efficient discrete sizing of steel frames via guided stochastic search heuristic. **Computers & Structures**, Elsevier, v. 156, p. 12–28, 2015.

- 29 TALATAHARI, S. *et al.* Optimum design of frame structures using the eagle strategy with differential evolution. **Engineering Structures**, Elsevier, v. 91, p. 16–25, 2015.
- 30 JALILI, S. *et al.* A biogeography-based optimization for optimum discrete design of skeletal structures. **Engineering Optimization**, v. 48, n. 9, p. 1491–1514, 2016.
- 31 ÇARBAŞ, S. Design optimization of steel frames using an enhanced firefly algorithm. **Engineering Optimization**, v. 48, n. 12, p. 2007–2025, 2016.
- 32 AYDOĞDU, İ. *et al.* Design optimization of real world steel space frames using artificial bee colony algorithm with levy flight distribution. **Advances in engineering software**, Elsevier, v. 92, p. 1–14, 2016.
- 33 SAKA, M. P. *et al.* Use of swarm intelligence in structural steel design optimization. *In*: YANG, X. **Metaheuristics and Optimization in Civil Engineering**. Nova Iorque: Springer, 2016. p. 43–73.
- 34 ÇARBAŞ, S. Optimum structural design of spatial steel frames via biogeography-based optimization. **Neural Computing and Applications**, Springer, v. 28, n. 6, p. 1525–1539, 2017.
- 35 HASANÇEBİ, O. Cost efficiency analysis of steel frameworks for economical design of multi-storey buildings. **Journal of Constructional Steel Research**, Elsevier, v. 128, p. 380–396, 2017.
- 36 KAVEH, A.; BOLANDGERAMI, A. Optimal design of large-scale space steel frames using cascade enhanced colliding body optimization. **Structural and Multidisciplinary Optimization**, Springer, v. 55, n. 1, p. 237–256, 2017.
- 37 MAHERİ, M. R. *et al.* An enhanced honey bee mating optimization algorithm for design of side sway steel frames. **Advances in Engineering Software**, Elsevier, v. 109, p. 62–72, 2017.
- 38 MAHERİ, M. R.; TALEZADEH, M. An enhanced imperialist competitive algorithm for optimum design of skeletal structures. **Swarm and Evolutionary Computation**, Elsevier, v. 40, p. 24–36, 2018.
- 39 ARTAR, M.; DALOĞLU, A. T. Optimum weight design of steel space frames with semi-rigid connections using harmony search and genetic algorithms. **Neural Computing and Applications**, Springer, v. 29, n. 11, p. 1089–1100, 2018.
- 40 GHOLIZADEH, S.; MILANY, A. An improved fireworks algorithm for discrete sizing optimization of steel skeletal structures. **Engineering Optimization**, v. 50, n. 11, p. 1829–1849, 2018.
- 41 KAVEH, A.; GHAZAN, M. I. Optimum seismic design of 3d irregular steel frames using recently developed metaheuristic algorithms. **Journal of Computing in Civil Engineering**, American Society of Civil Engineers, v. 32, n. 3, p. 040180151-040180159, 2018.
- 42 VARGAS, D. E. *et al.* Differential evolution with the adaptive penalty method for structural multi-objective optimization. **Optimization and Engineering**, Springer, v. 20, n. 1, p. 65–88, 2019.

- 43 GANDOMI, A. H. *et al.* **Metaheuristic applications in structures and infrastructures**. Londres: Elsevier, 2013.
- 44 WEAVER, W.; GERE, J. M. **Matrix analysis of framed structures**. Nova Iorque: Springer science & business media, 2012.
- 45 CLOUGH, R.; PENZIEN, J. **Dynamics of Structures**. Berkeley: Computer & Structures, Inc., 1995.
- 46 BATHE, K.-J. **Finite element procedures**. [S.l.]: Prentice Hall, 2006.
- 47 MCGUIRE, W. *et al.* **Matrix structural analysis**. Nova Iorque: John Wiley & Sons, 1982.
- 48 PRICE, K. *et al.* **Differential evolution: a practical approach to global optimization**. Berlim: Springer Science & Business Media, 2006.
- 49 RESENDE, C. H. *et al.* Design optimization of 3d steel frameworks under constraints of natural frequencies of vibration. *In: KENTLI, A. Truss and Frames-Recent Advances and New Perspectives*. Londres: IntechOpen, 2019.
- 50 ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6123:1988**. Forças devidas ao vento em edificações. Rio de Janeiro, 1988.
- 51 ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 8681:2003**. Ações e segurança nas estruturas. Rio de Janeiro, 2003.
- 52 ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 16239:2013**. Projetos de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto em edificações com perfis tubulares. Rio de Janeiro, 2013.
- 53 BARBOSA, H. J.; LEMONGE, A. C. A genetic algorithm encoding for a class of cardinality constraints. *In: CONFERENCE ON GENETIC AND EVOLUTIONARY COMPUTATION*, 7., 2005. **Anais[...]**. Washington : ACM, 2005. p. 1193–1200.
- 54 BARBOSA, H. *et al.* A genetic algorithm encoding for cardinality constraints and automatic variable linking in structural optimization. **Engineering Structures**, v. 30, p. 3708–3723, 2008.
- 55 LEMONGE, A. *et al.* A genetic algorithm for topology optimization of dome structures. *In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON ENGINEERING OPTIMIZATION ENGOPT*, 2., 2010. **Anais[...]**. Lisboa, 2010.
- 56 LIU, X. *et al.* Singular optimum topology of skeletal structures with frequency constraints by AGGA. **Structural and Multidisciplinary Optimization**, Springer, v. 45, n. 3, p. 451–466, 2012.
- 57 KRIPKA, M. *et al.* Structural optimization of reinforced concrete building grillages considering cardinality constraints. *In: WORLD CONGRESS ON STRUCTURAL AND MULTIDISCIPLINARY OPTIMIZATION*, 10., 2013. **Anais[...]**. Orlando, 2013.

- 58 CARVALHO, J. P. *et al.* Truss optimization with multiple frequency constraints and automatic member grouping **Structural and Multidisciplinary Optimization**. Springer, v. 57, n. 2, p. 547–577, 2018.
- 59 BOSCARDIN, J. T. *et al.* Optimization of reinforced concrete building frames with automated grouping of columns. **Automation in Construction**, Elsevier, v. 104, p. 331–340, 2019.
- 60 JI, T.; PACHI, A. Frequency and velocity of people walking. **Structural Engineer**, v. 84, n. 3, p. 36–40, 2005.
- 61 CARVALHO, J. P. G. **Otimização estrutural mono e multi-objetivo de treliças considerando frequências naturais de vibração, carga crítica de flambagem e agrupamento ótimo de barras e materiais**. 2019. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Faculdade de Engenharia. Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2019.