

Universidade Federal de Juiz de Fora
Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática
Mestrado Profissional em Educação Matemática

Heloisa Almeida de Figueiredo

**Construção do Conhecimento de Medidas de Tendência Central com Alunos do Ensino
Fundamental: Reflexões sobre uma Sequência Didática**

Juiz de Fora
2020

Heloísa Almeida de Figueiredo

Construção do Conhecimento de Medidas de Tendência Central com Alunos do Ensino Fundamental: Reflexões sobre uma Sequência Didática

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Educação Matemática, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Educação Matemática.

Orientador(a): Prof(a) Dr(a) Chang Kuo Rodrigues

Juiz de Fora

2020

Figueiredo, Heloisa.

Construção do conhecimento de medidas de tendência central com alunos do ensino fundamental: reflexões sobre uma sequência didática / Heloisa Figueiredo. -- 2020.

87 f.

Orientador: Chang Rodrigues

Dissertação (mestrado profissional) - Universidade Federal de Juiz de Fora, Instituto de Ciências Exatas. Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, 2020.

1. Educação Estatística. 2. Medidas de Centralidade. 3. Engenharia Didática. I. Rodrigues, Chang, orient. II. Título.

Heloísa Almeida de Figueiredo

Construção do Conhecimento de Medidas de Tendência Central com Alunos do Ensino Fundamental: Reflexões sobre uma Sequência Didática

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Educação Matemática, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Educação Matemática.

Aprovada em 05 de junho de 2020

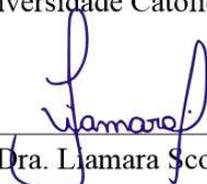
BANCA EXAMINADORA



Profa. Dra. Chang Kuo Rodrigues - Orientadora
Universidade Federal de Juiz de Fora



Profa. Dra. Cileda de Queiroz e Silva Coutinho
Pontifícia Universidade Católica de São Paulo



Profa. Dra. Llamara Scortegagna
Universidade Federal de Juiz de Fora

AGRADECIMENTOS

Aos meus pais que mais uma vez, acreditaram no poder da educação mesmo com pouco estudo formal. Nada do que foi construído até este dia seria possível sem o apoio incondicional deles. Dona Djanira e Seu Aluizio, muito obrigada por me fazer acreditar que nenhum sonho é impossível.

Ao Marcelo, que durante esta jornada passou de namorado a marido e continua sendo um grande parceiro para todas as horas de angústia e de alegria. Obrigada por sonhar junto comigo.

Ao meu irmão Allan, que mesmo de longe é um exemplo de inteligência e de como viver esta vida desde a infância. Pelo sobrinho Augusto, que me alegra com seus vídeos durante os momentos de incerteza.

Aos meus amigos de mestrado, por todo apoio logístico das aulas de quinta e sexta quando se mora em outra cidade e pelas ótimas discussões em sala de aula.

Aos meus alunos que me fazem aprender todos os dias.

À professora Dra. Chang Kuo Rodrigues pelas contribuições e pela ajuda em qualquer momento para realização deste trabalho.

Aos professores participantes da banca examinadora, Professora Dra. Ciledae Professora Dra. Liamara, pelas contribuições realizadas no exame de qualificação e pela disposição em continuar colaborando com este trabalho.

Muito obrigado a todos e todas!

“Não há ensino sem pesquisa e pesquisa sem ensino. Ensino porque busco, porque indaguei, porque indago e me indago. Pesquisa para conhecer o que ainda não conheço e comunicar ou anunciar a novidade”

Paulo Freire(FREIRE, 1996, p. 32)

RESUMO

Este trabalho é o resultado de uma pesquisa que foi desenvolvida no Mestrado Profissional em Educação Matemática da Universidade de Juiz de Fora, cujo tema está pautado na construção do conhecimento de Medidas de Tendência Central por meio de uma sequência didática. O objetivo principal é analisar e compreender as possíveis contribuições de uma sequência didática sobre Medidas de Centralidade com alunos do oitavo ano do Ensino Fundamental. Nessa direção, a pergunta que norteia a pesquisa é: de que forma uma sequência didática pode contribuir para a construção do conceito de Medidas de Tendência Central por parte dos alunos da 8º ano do Ensino Fundamental de uma escola da Rede Particular do Rio de Janeiro? A partir dos pressupostos da Engenharia Didática como metodologia de pesquisa e utilizando a Teoria das Situações Didáticas como embasamento teórico, foi possível analisar o material obtido, discutir e responder à questão citada, despontando assim, o Produto Educacional deste estudo. Como resultado, identificamos três características de uma sequência didática que favorece a construção do conceito de centralidade, sendo elas: exemplos e realidades inseridas no contexto dos alunos, o trabalho em grupo e a valorização das resoluções pela ideia não-formal dos conceitos e não somente com a utilização de cálculos. Além disso, a pesquisa enfatiza as competências da Literacia Estatística, o Pensamento e o raciocínio estatístico para o estudo dessas medidas, que puderam ser validadas na pesquisa.

Palavras-chave: Educação Estatística. Medidas de Centralidade. Ensino Fundamental. Teoria das Situações Didáticas. Engenharia Didática.

ABSTRACT

This work is the result of a research that was developed in the Professional Masters in Mathematical Education at the Federal University of Juiz de Fora, whose theme is based on the construction of the knowledge of Measures of Central Tendency through a didactic sequence and of how the statistical literacy of students can be favored by it. The main goal was to analyze and understand the possible contributions of a didactic sequence in the construction of the knowledge of the Measures of Central Tendency and in the development of the statistical literacy of students of the eighth year of Elementary School. In this sense, the question that impelled the accomplishment of this research is: “how can a didactic sequence contribute to the construction of the concept of Measures of Central Tendency by students of the 8th year of elementary school at a private school in Rio de Janeiro?”. To answer this question, the study is based on the theory of didactic situations for reflection, analysis and discussion of the results obtained. In order to carry out this work, the assumptions of Didactic Engineering were adopted as the research methodology, so that it allowed to make the activities arising from a Didactic Sequence feasible, which will be the Educational Product of this study. As a result, we identified three characteristics of a didactic sequence that favors the construction of the concept of centrality, which are: examples and realities inserted in the context of the students, group work and the valuation of resolutions by the non-formal idea of the concepts and not only with the use of calculations. In addition, the research emphasizes the skills of Statistical Literacy, Thought and statistical reasoning for the study of these measures, which could be validated in the research.

Keywords: Statistical Education. Centrality Measures. Elementary School. Theory of Didactic Situations. Didactic Engineering.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 -	Literacia, pensamento e raciocínio.....	30
Quadro 1 -	Conjunto de dados.....	36
Quadro 2 -	Critérios para RSL	51
Figura 2 -	Significado de Média 1.....	63
Figura 3 -	Significado de Média 2.....	63
Figura 4 -	Significado de Moda	63
Figura 5.. -	Significado de Mediana	64
Figura 6 -	Notícia 1.....	64
Figura 7 -	Notícia 2.....	64
Figura 8 -	Notícia 3.....	65
Figura 9 -	Primeira tarefa (Letra a)	66
Figura 10 -	Primeira tarefa (Letra b)	67
Figura 11 -	Segunda tarefa.....	67
Figura 12 -	Segunda tarefa (Letra b)	68
Figura 13 -	Cálculo do tempo médio.....	68
Figura 14 -	Não ordenação dos dados 1.....	69
Figura 15 -	Não ordenação dos dados 2.....	69
Figura 16 -	Terceira tarefa (letra a)	70
Figura 17 -	Terceira tarefa (Letra b)	71
Figura 18 -	Comparação salarial.....	71
Figura 19 -	Situação de validação e Moda.....	72
Figura 20 -	Organização de elementos da Moda.....	73
Figura 21 -	Cálculo da Média.....	74
Figura 22 -	Resolução pela ideia não-formal de Mediana.....	75
Figura 23 -	Tarefa da atividade adidática.....	76

LISTA DE TABELA

Tabela 1 - Tempo gasto e desempenho de um jogador	68
---	----

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	10
2	ENGENHARIA DIDÁTICA COMO METODOLOGIA DA PESQUISA E PRESSUPOSTOS TEÓRICOS DA TEORIA DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS E DA LITERACIA ESTATÍSTICA	14
3	ANÁLISES PRELIMINARES	17
3.1	EDUCAÇÃO ESTATÍSTICA	17
3.2	EDUCAÇÃO ESTATÍSTICA NO ENSINO FUNDAMENTAL	20
3.3	LITERACIA ESTATÍSTICA, O PENSAMENTO E O RACÍOCÍNIO ESTATÍSTICOS	24
3.4	MEDIDAS DE TENDÊNCIA CENTRAL	31
3.5	A TEORIA DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS	37
3.6	SEQUÊNCIA DIDÁTICA	41
4	DOCUMENTOS OFICIAIS	44
4.1	BASE NACIONAL COMUM CURRICULAR – BNCC	44
4.2	CURRÍCULO MÍNIMO DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO	47
5	REVISÃO SISTEMÁTICA DA LITERATURA	50
6	CONCEPÇÃO E ANÁLISE <i>A PRIORI</i>	58
7	EXPERIMENTAÇÃO	62
8	ANÁLISE <i>A POSTERIORI</i> DA ENGENHARIA DIDÁTICA	77
9	CONSIDERAÇÕES FINAIS	82
	REFERÊNCIAS	84
	APÊNDICE A – Tarefas Propostas	86

1 INTRODUÇÃO

Ao longo da trajetória no mercado de trabalho, a professora-pesquisadora teve oportunidade de trabalhar com dados estatísticos e perceber o quanto esse tema é relevante para a boa leitura do mundo de um modo geral. Olhando para sala de aula, torna-se um assunto importante tanto na interdisciplinaridade que pode haver com outras disciplinas, tais como Biologia e Geografia, quanto na formação de cidadãos críticos. Por isso, acredita-se que a Estatística é uma ótima forma de inserir a Matemática em outros contextos, além de trazer discussões pertinentes para sala de aula.

Com isso, a motivação desse trabalho se deu pela observação de como os conteúdos em Estatística são expostos nas aulas de Matemática. Tendo como base a prática pessoal e a observação de professores, compreende-se que a exposição de tais conteúdos geralmente é feita por meio de fórmulas e questões pouco desafiadoras.

Segundo Campos (2013), a preocupação de relacionar a Matemática e o cotidiano, e a necessidade da abordagem dos conteúdos estatísticos na direção de uma formação ampla faz crescer a presença e justifica a inserção desses temas no Ensino Básico. Esta pesquisa tenta despertar nos alunos e nos professores a necessidade de discutir os conceitos que adentram para o conhecimento das Medidas de Tendência Central, além de elaborar problemas que são atuais e paralelos à realidade dos alunos.

Para Wild e Pfannkuch (1998), aprender, geralmente, é muito mais do que coletar informações, envolvendo sintetização de novas ideias e informações já existentes. Por isso, é essencial em qualquer área é o desenvolvimento de uma estrutura teórica para dar sentido à nossa experiência, aprender com ela e transferir as percepções para outros, ou seja, o objetivo final da investigação estatística é aprender na esfera do contexto.

Seguindo essa direção, pode-se dizer que o trabalho é o desenvolvimento da estrutura teórica que dá sentido às experiências da vida real do aluno e ao que se aprende na escola.

O tema proposto pode e deve ser tratado de forma articulada com a variabilidade e, logo, com a ideia de dispersão em torno das Medidas de Tendência Central, porém, vale ressaltar que a noção de variabilidade para este nível de aprendizagem requer cuidado e atenção maiores. Por isso, devido ao tempo da pesquisa de mestrado e ao intuito de fomentar a investigação na área de conceitos básicos da Estatística, o trabalho não abordou com os alunos temas que envolvessem a ideia de variabilidade como, por exemplo, amplitude e dispersão.

Nesse sentido, o que se pretende responder e o que incentiva a realização desta pesquisa é: **de que forma uma sequência didática pode contribuir para a construção do conceito de Medidas de Tendência Central por parte dos alunos do 8º ano do Ensino Fundamental de uma escola da Rede Particular do Rio de Janeiro?**

A partir dos pressupostos da Engenharia Didática como metodologia de pesquisa, utilizando a Teoria das Situações Didáticas como embasamento teórico, será possível analisar o material obtido, discutir e responder à questão citada.

Sendo assim, para Almouloud (2007), a Engenharia Didática, vista como metodologia de pesquisa, é caracterizada por um esquema experimental com base em “realizações didáticas” em sala de aula e, dentre essas realizações, destaca-se uma sequência didática confeccionada para sua validação como Produto Educacional da pesquisa.

A sequência didática aqui proposta refere-se a um conjunto de atividades planejadas e encadeadas para colocar os sujeitos em situação de aprendizagem de conceitos sobre Média, Moda e Mediana, dando aos alunos oportunidade de investigar e explorar situações-problema de forma autônoma, assumindo a responsabilidade pelo seu aprendizado (ZABALA, 1998).

O objetivo geral é **analisar de que forma uma sequência didática pode contribuir para a construção do conceito de Medidas de Tendência Central por parte dos alunos do 8º ano do Ensino Fundamental de uma escola da Rede Particular do Rio de Janeiro.**

Além disso, como objetivos específicos, investigar trabalhos que utilizam a sequência didática para o ensino de conteúdos matemáticos segundo os documentos oficiais norteadores do currículo brasileiro (BNCC e o Currículo Mínimo do Estado do Rio de Janeiro) e as possíveis contribuições da sequência didática elaborada para o desenvolvimento da Literacia Estatística, Pensamento Estatístico e Raciocínio Estatístico.

Nesse intuito, justificando os objetivos da pesquisa e da confecção de uma sequência didática, utilizamos os argumentos de Amaral (2017), quando diz que se deve promover um processo de ensino e de aprendizagem em Estatística e Probabilidade que parta da intuição das crianças, considerando os conhecimentos já adquiridos, suas opiniões e as relações que são capazes de estabelecer. Além disso, é importante frisar que é preciso gerar atividades de ensino que ofereçam aos alunos a oportunidade de realizar experiências, descobrir propriedades, estabelecer relações entre elas, construir hipóteses e testá-las, sistematizando determinado conceito.

Pensando em como os alunos na Educação Básica recebem as informações transmitidas pelo professor e como interpretam as Medidas de Centralidade, surgiu o tema da pesquisa, ou seja, o trabalho está apoiado na Educação Estatística, que pode ser definida como

o estudo da compreensão de como a pessoa aprende Estatística, envolvendo aspectos cognitivos e afetivos e o desenvolvimento de abordagens didáticas e de materiais de ensino (CARZOLA, 2017). Logo, o tema é sobre o processo de ensino e de aprendizagem das Medidas de Tendência Central: Média, Moda e Mediana no Ensino Fundamental.

Esse assunto está presente na Base Nacional Comum Curricular, com uma unidade temática própria chamada Probabilidade e Estatística. Por isso apresentamos os aspectos que podem favorecer o ensino das Medidas de Centralidade de acordo com a unidade temática.

A pesquisa limita-se aos alunos do Ensino Básico, especificamente do Ensino Fundamental. Diante disso, colheu-se informações sobre como se pode construir o conceito de Medidas de Tendência Central com os alunos do Ensino Fundamental.

A hipótese da pesquisa parte do princípio de que uma sequência didática pode favorecer a construção de conhecimento sobre Medidas de Tendência Central.

Tendo em vista a motivação e os problemas citados, buscando ser consistente com a teoria e os fatos, pretendeu-se encontrar uma forma de construir situações que envolvam Medidas de Centralidade a partir da vida cotidiana do aluno, com contribuições na compreensão das medidas tanto em suas vidas fora da escola quanto na alfabetização estatística do aluno.

Como resultado obtido pela pesquisa, destacamos que uma sequência pode contribuir para a construção do conceito de Medidas de Centralidade quando os exemplos utilizados estão inseridos na realidade dos alunos, quando eles trabalham em grupo e quando o professor valoriza a resolução das tarefas pela ideia não formal dos conceitos previstos.

O trabalho está estruturado em 6 capítulos, seguindo os pressupostos da Engenharia Didática. No primeiro capítulo, que é este no qual decorremos, está listado os objetivos e a questão de pesquisa, além de como o trabalho irá se desenvolver. No segundo capítulo, está exposta a metodologia adotada para realização da pesquisa, que é a Engenharia Didática.

No terceiro capítulo, está descrito os pressupostos teóricos para o desenvolvimento da pesquisa, sendo eles: a Educação Estatística, a Literacia Estatística, o raciocínio e o pensamento estatísticos, as Medidas de Tendência Central e a Teoria das Situações Didáticas. Relatam-se, ainda, as considerações sobre o quadro teórico didático geral sobre o assunto em questão, encerrando, assim, a fase das análises preliminares da Engenharia Didática.

No capítulo quatro, fazemos uma análise do tema na Base Nacional Comum Curricular e de como ele se apresenta nos diversos anos de escolaridade. Além disso,

observamos como o Currículo Mínimo do Estado do Rio de Janeiro aborda as Medidas de Tendência Central.

No capítulo cinco, fizemos uma Revisão Sistemática da Literatura o que nos permitiu apresentar pesquisas que puderam auxiliar com resultados e conceitos utilizados para este trabalho, corroborando assim, os nossos argumentos.

No capítulo seis, está presente a fase da Engenharia Didática, que consiste na concepção e análise *a priori*, ou seja, a delimitação de certo número de variáveis pertinentes ao sistema sobre o qual o ensino pode atuar, as variáveis de pesquisa que permitirão alcançar os objetivos já citados, além de trazerem à tona reflexão e discussão sobre os resultados obtidos.

No sétimo capítulo, escrevemos sobre como foi conduzida a fase da Engenharia Didática denominada Experimentação, ou seja, como colhemos os dados para discussão no trabalho.

No oitavo capítulo, são apresentadas as análises posteriores da Engenharia Didática, ou seja, aqui há a confrontação entre as questões levantadas na análise *a priori*: serão refutadas ou validadas a partir da experimentação.

Para finalizar, fizemos um apanhado geral de toda a pesquisa no último capítulo, tecendo as considerações finais.

2 ENGENHARIA DIDÁTICA COMO METODOLOGIA DA PESQUISA

A metodologia usada segue os pressupostos da Engenharia Didática, que, segundo Artigue (1995), é caracterizada por um esquema experimental baseado nas “realizações didáticas” na sala de aula, ou seja, sobre concepção, realização, observação e análise de sequências de ensino.

O termo “Engenharia Didática” é empregado nas pesquisas da Didática da Matemática, que inclui uma parte experimental desde a década de 1980 (MACHADO, 2002). Este estudo desenvolveu-se na França, a partir da década de 70, em um contexto marcado pela reforma da Matemática Moderna. As primeiras pesquisas apoiaram-se em alguns aspectos fundamentais do construtivismo de Piaget, como a noção de desenvolvimento cognitivo e o papel central da ação nesse processo. De acordo com essa concepção, o conhecimento está, de fato, intimamente ligado à ação e à experiência do sujeito e tem sua origem na atividade do sujeito em relação aos objetos. A ideia é estudar os problemas de ensino de conceitos matemáticos em razão das exigências próprias do saber matemático (ALMOULOU, 2007).

Sendo assim, segundo Pais (2002), a Engenharia Didática tem como objeto de estudo a elaboração de conceitos e teorias que sejam compatíveis com a especificidade educacional do saber escolar matemático, procurando manter fortes vínculos com a formação de conceitos matemáticos. Essa tendência visa compreender as condições de produção, registro e comunicação do conteúdo escolar da Matemática e de suas consequências didáticas, além de estabelecer conexões entre teoria e prática. Nesse sentido, Almouloud (2007) defende que:

[...] a Engenharia Didática, vista como metodologia de pesquisa, caracteriza-se, em primeiro lugar, por um esquema experimental baseado em “realizações didáticas” em sala de aula, isto é, na construção, realização, observação e análise das sessões de ensino. Pode ser caracterizada também como pesquisa experimental pelo registro em que se situa e pelos modos de validação que lhe são associados: a comparação entre análise *a priori* e análise *a posteriori*. (ALMOULOU, 2007, p.152)

Acredita-se que essa metodologia é especialmente adequada para professores-pesquisadores que estão presentes na sala de aula, do Ensino Básico ou superior, pois modifica o olhar do professor perante as dificuldades do aluno e aguça seu sentido para o desenvolvimento de atividades em diversos contextos e conteúdos.

Para Artigue (1995), a metodologia da Engenharia Didática também é caracterizada, em comparação a outros tipos de pesquisa baseados em experimentação na aula, pelo registro em que está localizada e pelas formas de validação em que está associada. De fato, algumas

investigações fazem comparações estatísticas de desempenho de grupos e grupos experimentais de controle, mas não é o caso da Engenharia Didática, que, pelo contrário, está apoiada no registro dos estudos de caso, cuja validação é essencialmente interna, baseada no confronto entre a análise *a priori* e análise *a posteriori*.

Artigue (1988 apud MACHADO, 2002) caracteriza a Engenharia Didática como um esquema experimental baseado em “realizações didáticas” feitas em sala de aula, isto é, sobre concepção, a realização, a observação e a análise de sequências de ensino.

Para elucidação de como essa metodologia de pesquisa funciona, seguiremos Machado (2002), quando diz que o processo experimental da Engenharia Didática é composto por quatro fases, sendo elas: análises preliminares, concepção e análise *a priori* das situações didáticas, experimentação e análise *a posteriori* e validação (da hipótese).

Para o mesmo autor, Machado (2002), as análises preliminares são feitas principalmente para dar embasamento à concepção da metodologia de pesquisa da Engenharia Didática, elas são retomadas e aprofundadas durante o transcorrer do trabalho. Almouloud (2007) afirma que um dos objetivos das análises preliminares é identificar os problemas de ensino e aprendizagem do objeto de estudo, além de delinear de modo fundamentado as questões, as hipóteses, os fundamentos teóricos e metodológicos da pesquisa.

Ainda para Machado (2002), a segunda fase da Engenharia Didática, a concepção e análise *a priori*, comporta uma parte de descrição e outra de previsão, e está centrada nas características de uma situação didática que se quis criar e que se quer aplicar aos alunos que estão inseridos na pesquisa. Para Almouloud (2007), a finalidade dessa fase é elaborar e analisar uma sequência didática para responder às questões e validar as hipóteses levantadas na fase anterior.

Machado (2002) diz que a fase da experimentação é a fase da realização da Engenharia Didática com certa população de alunos. Esse é o momento de colocar em funcionamento tudo que foi construído durante as outras fases.

Essa fase é seguida da análise *a posteriori* e validação que se apoia nos dados recolhidos na fase da experimentação. Para Almouloud (2007), esse momento caracteriza-se pelo conjunto de resultados que se pode tirar da exploração dos dados recolhidos, contribuindo para a melhoria dos conhecimentos didáticos que se tem sobre as condições da transmissão do saber.

A confrontação das análises *a priori* e *a posteriori* que se validam ou se refutam as hipóteses levantadas no início da Engenharia Didática é a última fase da pesquisa, bem como a validação da hipótese inicialmente levantada. O objetivo é relacionar as observações com os

objetivos definidos *a priori* e estimar a reprodutibilidade e a regularidade dos fenômenos didáticos encontrados (AMOULOU, 2007).

Todas as fases da Engenharia Didática estarão presentes e, para o próximo capítulo, inicia-se a primeira fase propriamente dita: as análises preliminares. No capítulo em questão tem-se os pressupostos teóricos para o desenvolvimento da pesquisa, além das definições dos assuntos em questão.

3 ANÁLISES PRELIMINARES

Segundo Machado (2002), as análises preliminares da Engenharia Didática são feitas a partir das considerações sobre o quadro teórico didático geral e sobre os conhecimentos didáticos já adquiridos pelos alunos sobre o assunto em questão.

Considera-se que, segundo Almouloud (2007), um dos objetivos seja identificar os problemas de ensino e de aprendizagem do objeto de estudo e delinear de modo fundamentado as questões, as hipóteses, os fundamentos teóricos e os procedimentos metodológicos da pesquisa.

Sendo assim, no próximo tópico vamos fundamentar as questões levantadas por essa pesquisa, além de abordar teoricamente e metodologicamente as bases do trabalho, descrevendo o que é a Educação Estatística e a importância de seu ensino e aprendizagem na sala de aula.

3.1 EDUCACAO ESTATÍSTICA

Antes de falar em Educação Estatística, é importante definir o que é propriamente a Estatística. Para Bayer (2005), a palavra estatística tem origem no termo em latim *status*, traduzido como o estudo do Estado e significava, originalmente, uma coleção de informação de interesse para o estado sobre população e economia. Essas informações eram coletadas objetivando o resumo de informações indispensáveis para os governantes conhecerem suas nações e para a construção de programas de governo.

Esse conceito se modernizou, e hoje a Estatística é utilizada em diversos campos do cotidiano, principalmente para fornecer informações de determinado interesse.

Ainda para Bayer (2005, p.108), com a modernização do conceito no fim do século XVIII, a Estatística foi definida como sendo “o estudo quantitativo de certos fenômenos sociais, destinados à informação dos homens de Estado”. Desde então essa definição tem agregado uma série de outras funções, além, é claro, a de fornecer informações aos nossos governantes.

Apesar de ser usada constantemente no mundo atual, a utilização da Estatística como suporte para a tomada de decisões é verificada também no mundo antigo, e indícios de sua utilização são encontrados até na era antes de Cristo. Tais necessidades que exigiam o conhecimento numérico começaram a surgir, pois contar e recensear foram uma preocupação

na maioria das culturas. O primeiro dado estatístico disponível foi o de registros egípcios de presos de guerra na data de 5000 a.C.

Em 3000 a.C. existem também registros egípcios da falta de mão de obra relacionada a construção de pirâmides (BAYER, 2005). Percebe-se que a utilização da Estatística como recurso para mostrar a realidade já estava presente antes do homem compreender e desenvolver cálculos avançados. De uma maneira rústica, os dados eram utilizados para a resolução de algum problema, processo visto a partir da evolução da Matemática que conhecemos.

Já no Brasil, ainda segundo Bayer (2005), no ano de 1872, houve o primeiro censo geral da população brasileira, feito por José Maria da Silva Paranhos, conhecido como Visconde do Rio Branco (1819-1880) e, em 1936, temos a Criação do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE).

A Educação Estatística surgiu da necessidade de adaptação às propostas da UNESCO, que incentivou o desenvolvimento de pesquisas que pudessem dar maior atenção para a Educação e para a Estatística, bem como a formação de um programa internacional que pudesse ir ao encontro dessas necessidades. Com esse propósito, foram criados comitês e associações com o objetivo de promover e fomentar estudos e debates sobre a Educação Estatística. (BAYER, 2005)

Para Batanero (2001), há alguns anos, poucos pesquisadores estavam interessados nos problemas de ensino e aprendizagem de Estatística, porém, atualmente, estamos assistindo a um aumento de publicações, projetos curriculares e pesquisas relacionadas a esse tema. Isso porque, recentemente, a Estatística foi incorporada aos currículos de Ensino Básico de diversos países, além de estar no currículo de muitos cursos de ensino superior. Esse interesse, no entanto, não é exclusivo da comunidade de Educação Matemática. As preocupações sobre questões didáticas e a formação de profissionais e usuários de Estatística têm sido permanente para os próprios estatísticos e as pesquisas sobre raciocínio estatístico tiveram grande auge no campo da Psicologia.

Ainda para Batanero (2001), o rápido desenvolvimento da Estatística como ciência e a utilidade dos objetos estatísticos nas pesquisas, de um modo geral, favoreceram a ligação entre Educação Matemática e Educação Estatística. Além, é claro, da tecnologia e o benefício das técnicas de Estatística na vida profissional e da presença das estatísticas nas comunicações. Tudo isso facilitou o uso de seus elementos para um número crescente de pessoas, causando uma grande demanda por treinamento básico na área, ou seja, uma necessidade de que os professores se preparem para ministrar aulas nesse sentido.

Os novos currículos do Ensino Básico incluem recomendações generalizadas sobre o ensino de Estatística, é o que afirma Batanero (2011). No entanto, na prática ainda há professores que incluem o tópico de forma robotizada, ou, no pior dos casos, é feito apenas por meio de fórmulas. Isso é um problema, principalmente porque estamos caminhando em direção a uma sociedade cada vez mais informatizada e uma compreensão das técnicas básicas de análise de dados e sua interpretação adequada são cada vez mais importantes, justificando, assim, a importância de saber as técnicas.

A Estatística como ciência passa por um período de notável expansão, com muitos procedimentos disponíveis, e com isso se afasta cada vez mais da Matemática, que prioriza os saberes científicos. Em contrapartida, é importante experimentar e avaliar métodos de ensino adaptados para natureza específica das estatísticas, visto que nem sempre os princípios gerais do ensino da Matemática podem ser aplicados (BATANERO, 2001).

A própria natureza da Estatística é muito diferente do que os alunos estão acostumados na aula de Matemática ao obter um determinado resultado. O que pode apontar esse fator são as discussões sobre a interpretação e aplicação de conceitos básicos como probabilidade, aleatoriedade, independência ou contraste de hipóteses, visto que essas controvérsias não existem em Álgebra ou Geometria. As dimensões políticas e éticas no uso de estatísticas, além do possível abuso dos dados e informações estatísticas, contribuem para a especificidade do campo. (BATANERO, 2001).

Com a natureza interdisciplinar do tema, conceitos estatísticos aparecem em outras disciplinas, como Ciências Sociais, Biologia e Geografia, assim os professores muitas vezes são impulsionados a ensinar Estatística, o que pode causar conflitos quando as definições ou propriedades apresentadas não coincidem com as ensinadas na aula de Matemática. (BATANERO, 2001).

Desse modo, para Campos et al. (2013), os estudantes tendem a equiparar a Estatística à Matemática e esperam que o foco esteja em números, fórmulas e cálculos em geral, sempre com uma resposta exata. Comumente, ficam desconfortáveis em ter que trabalhar com coleta de dados, com diferentes formas de interpretação e com uso extensivo da habilidade de escrever e se comunicar. O entendimento de que Estatística não é apenas Matemática possibilitou o aparecimento de um novo campo de estudo, que foi chamado de Educação Estatística. Sendo assim, a Educação Estatística se difere da Educação Matemática, pois necessita dar ênfase às questões específicas ao ensino e aprendizagem de Estatística, que podem estar presentes ou não no trabalho com a Matemática.

O trabalho com Estatística na escola propicia o desenvolvimento do pensamento estatístico, a vivência de um trabalho interdisciplinar e possibilita abordar temas transversais. Sendo assim, o pensamento estatístico amplia as formas de pensar, valorizando o mundo das incertezas. Muitas vezes o aluno, acostumado a um pensamento determinístico, tende a aceitar como certa a previsão de um resultado a partir da maior frequência de um evento. Por exemplo, ao perceber que todos os seus colegas têm medo do escuro, concluem como certeza que um novo colega terá também medo do escuro. O trabalho com o pensamento estatístico auxiliará o aluno a perceber que sua previsão não necessariamente ocorrerá. (CARZOLA, 2017).

Sendo assim, ainda segundo Carzola (2017), a Educação Estatística é o estudo da compreensão de como as pessoas aprendem Estatística, envolvendo os aspectos cognitivos e afetivos, o desenvolvimento de abordagens didáticas e de materiais de ensino. Para isso, a Educação Estatística precisa da contribuição da Educação Matemática, da Psicologia, da Pedagogia, da Filosofia, da Matemática, além da própria Estatística.

Para que seja inserida de maneira apropriada na escola, que os alunos encontrem apoio no conhecimento do professor e, ainda, para que as pesquisas possam ter reconhecimento e impacto real no Ensino Básico, é necessário que haja, além de profissionais interessados nesses temas, uma rede de troca de experiências e de compartilhamento de saberes.

Com isso, a preocupação principal neste momento e para o futuro é a preparação de professores das escolas de Ensino Fundamental e Médio para o ensino de Estatística. (BAYER, 2005).

Considerando o que foi descrito sobre a Educação Estatística e de como diversos autores abordam o tema, expõe-se no próximo tópico mais especificamente como a Educação Estatística desenvolve-se na pesquisa para o Ensino Fundamental.

3.2 EDUCAÇÃO ESTATÍSTICA NO ENSINO FUNDAMENTAL

O documento anterior à Base Nacional Comum Curricular, chamado Parâmetros Nacionais Curriculares, criado em meados da década de 1990, já trazia um bloco dedicado aos conceitos e procedimentos relacionados à Probabilidade, Estatística e Combinatória e encontram-se agrupados no bloco “Tratamento da Informação” (BRASIL, 1997). Esse documento constituiu um referencial de qualidade para a Educação no Ensino Fundamental em todo o país. Sua função foi orientar e garantir a coerência dos investimentos no sistema educacional, socializando discussões, pesquisas e recomendações, subsidiando a participação

de técnicos e professores brasileiros, principalmente daqueles que se encontram mais isolados, com menor contato com a produção pedagógica da época.

Um dos objetivos gerais desse documento foi questionar a realidade a partir de formulações e resoluções de problemas, utilizando para isso o pensamento lógico, a criatividade, a intuição, a capacidade de análise crítica, selecionando procedimentos e verificando sua adequação (BRASIL, 1997). Ainda que Os Parâmetros Curriculares Nacionais e a Base Nacional Comum Curricular sejam documentos distintos, uma vez que a BNCC é muito mais detalhada em relação às competências e habilidades a serem estudadas, esse é um aspecto importante para trazer à tona, visto que o trabalho desenvolvido procura formular problemas que utilizem o pensamento estatístico, na tentativa de resolvê-los de forma que estimulem a capacidade crítica dos alunos.

No mesmo bloco citado no parágrafo anterior, os PCN abordam rapidamente oito conteúdos conceituais e procedimentais e, vale destacar, dentre eles a obtenção e interpretação de Média Aritmética, que é apenas uma das Medidas de Tendência Central, mas já mostra que o tema estava sendo tratado de alguma forma.

Segundo Estevam (2010), Os Parâmetros Curriculares Nacionais sugerem que abordagem de temas ligada a Estatística e Probabilidade devem estar presentes em todo o processo escolar, desde a Educação Infantil, a fim de proporcionar às crianças a observação de situações de incerteza e o desenvolvimento do raciocínio combinatório, que lhes permita reconhecer, organizar e representar informações, estimulando a noção de possibilidades.

Outro documento normativo e analisado para realização da pesquisa foi o currículo mínimo do Estado do Rio de Janeiro. Esse documento, da Secretaria de Educação do Estado do Rio de Janeiro, foi publicado em fevereiro de 2011, como uma proposta de um Currículo Mínimo de Matemática¹, e foi encaminhada a todas as escolas da Rede Estadual de Ensino com o objetivo de ser executada durante o ano letivo. A proposta citada foi construída com a participação de professores que enviaram sugestões via *e-mail*, bem como por discussões presenciais.

O referido documento, no Campo do tratamento da informação, localizado no quarto bimestre do 8º ano do Ensino Fundamental, contém o tópico: Medidas de Tendência Central. Neste texto, as indicações são diretas e não possuem nenhuma indicação ao professor sobre como abordar esse tipo de conteúdo em sala de aula.

Para os professores, ficam apenas as indicações de conteúdos como os listados abaixo:

¹Disponível em: <<https://cedcrj.files.wordpress.com/2018/03/matemc3a1tica.pdf>> Acesso em: 08 set. 2019

Compreender as Medidas de Tendência Central: Média, moda, Mediana; resolver problemas que envolvam as Medidas de Tendência Central; ler e interpretar dados em tabelas e gráficos de barras e de setores; construir gráficos de barras e de setores, a partir de dados fornecidos em tabelas. (RIO DE JANEIRO, 2012, p. 11).

Percebe-se pela leitura do documento que as indicações são dadas de forma rápida e estruturadas, de acordo com a separação dos níveis Fundamental e Médio, além da divisão por bimestres. É importante ressaltar que mesmo de forma curta, aparece o tema das Medidas de Tendência Central, em consonância com o que está sendo tratado nesse trabalho.

Em contrapartida, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) homologada em dezembro de 2017, que será mais detalhada ao longo do trabalho, traz indicações mais completas para o ensino de Estatística, tal como deve ser tratado na unidade temática de Probabilidade e Estatística. Ela propõe a abordagem de conceitos, fatos e procedimentos presentes em muitas situações-problema da vida cotidiana, das ciências e da tecnologia.

Na Base Nacional Comum Curricular, todos os segmentos do Ensino Fundamental possuem as indicações para o ensino de Probabilidade e Estatística. As Medidas de Tendência Central estão alocadas, bem como no caso do Currículo Mínimo do Estado do Rio de Janeiro, no oitavo ano do Ensino Fundamental.

As indicações para o ensino desses conteúdos são claras e específicas: obter os valores de Medidas de Tendência Central de uma pesquisa Estatística (Média, Moda e Mediana) com a compreensão de seus significados e relacioná-los com a dispersão de dados, indicada pela amplitude.

Pode-se perceber uma diferença entre o que era abordado nos Parâmetros Curriculares Nacionais e nas novas indicações da Base Nacional Comum Curricular, pelo menos para o que se refere neste trabalho. O ganho conceitual foi notável, com indicações mais esclarecedoras e diretas sobre o que tratar em sala de aula e quais competências devem ser abordadas com os alunos.

Internacionalmente, a *American Statistical Association* – ASA foi responsável pela elaboração do GAISE (Relatório de Avaliação e Instrução em Educação Estatística) em agosto de 2007, um documento que fornece um marco conceitual para o ensino da Estatística do Ensino Básico nos Estados Unidos.

Segundo este documento (FRANKLIN et al., 2007), o ensino de Estatística deve conter os itens abaixo, desde a pré-escola até o último ano, permitindo que os alunos:

- formulem perguntas que possam ser abordadas com dados e assim, coletar, organizar e exibir estes dados para respondê-las;
- selecione e use métodos estatísticos apropriados para analisar dados;
- desenvolva e avalie inferências e previsões que são baseadas em dados;
- entenda e aplique conceitos básicos de probabilidade.

O documento apresenta a Literacia Estatística como objetivo principal da Educação Estatística, na medida em que cada vez mais o cotidiano é orientado por números e informações que necessitam de um raciocínio estatístico adequado para lidar, de forma inteligente, com exigências relacionadas à cidadania, emprego e família, a fim de subsidiar uma vida saudável e produtiva (ASA, 2005).

Ainda para o documento Gaise (FRANKLIN et al., 2007), a Literacia Estatística envolve uma dose saudável de ceticismo sobre descobertas “científicas”. Como, por exemplo, as informações sobre efeitos colaterais do tratamento de algum remédio são confiáveis? Estatisticamente, uma pessoa com conhecimentos estatísticos deve fazer essas perguntas e ser capaz de respondê-las de maneira inteligente.

Uma pessoa que acabou de sair do Ensino Médio, segundo o documento, será capaz de entender as conclusões de investigações científicas e oferecer um parecer informado sobre a legitimidade dos resultados. Esse conhecimento capacita as pessoas, dando-lhes ferramentas para pensar por si mesmos, fazer perguntas inteligentes, e confrontar a autenticidade dos dados com confiança. Essas são habilidades necessárias para sobreviver no mundo moderno. (FRANKLIN et al., 2007)

Para o Gaise (FRANKLIN et al., 2007), não é suficiente desenvolver a literacia somente no Ensino Médio, pois os conteúdos para tomada de decisão precisam ser expostos com tempo para o desenvolvimento do aluno. Por isso, o caminho mais certo para que os alunos atinjam o nível de habilidade necessário é iniciar o processo de Educação Estatística no Ensino Fundamental e continuar fortalecendo e expandindo habilidades de pensamento estatístico dos alunos em todos os anos do Ensino Fundamental e Médio.

Muitos trabalhos de especialização, mestrado e doutorado que versam sobre Educação Estatística usam como referência o documento Gaise (FRANKLIN et al., 2007). Isso pode ser explicado pela importância da regulamentação do Ensino de Estatística. Além disso, o documento traz uma série de exemplos de como conceitos estatísticos podem ser tratados de forma acessível para alunos dos diversos níveis escolares.

Outro motivo para pesquisadores tomarem como base o documento é a falta de algo parecido no Brasil. Apesar de documentos reguladores e indicativos para a Educação, não há nada tão específico e que demonstre a importância desses conteúdos para os alunos dentro e fora da sala de aula.

Descrito a importância da Literacia Estatística no documento do Gaise e de como ainda faltam documentos reguladores para o desenvolvimento dela no Brasil, faz-se necessário descrever essa competência, que pode ser vista como o entendimento e a interpretação da informação estatística apresentada. No tópico seguinte, relata-se de forma detalhada a sua relevância.

3.3 LITERACIA ESTATÍSTICA, O PENSAMENTO E O RACIOCÍNIO ESTATÍSTICOS

Para Campos, Wodewotzki e Jacobini (2011), a abordagem por competências é uma maneira de encarar seriamente o desafio de ensinar conteúdos estatísticos. Diante disso, analisaremos diversos autores que nos ajudam a encontrar as definições de Literacia Estatística, pensamento e raciocínio estatísticos e, com isso, a estimular essas competências por meio da sequência didática que vamos produzir.

Para Campos, Wodewotzki e Jacobini (2011), essas capacidades devem representar objetivos a serem perseguidos pelos professores no âmbito do ensino de Estatística. Assim, a ideia é que possa haver uma atuação conjunta entre professores e alunos que favoreça a vivência dessas capacidades, possibilitando assim a construção e o desenvolvimento contínuo delas.

Sendo assim, nos próximos tópicos definiremos as três competências para o ensino de Estatística que vão nortear nosso trabalho de elaboração da sequência didática e de análise dos resultados.

Para Ordy (2013), a palavra *literacy*, na língua inglesa, é abordada com diferentes perspectivas conceituais de modo que engloba, inicialmente, a preocupação com a habilidade de *codificare*, decodificar a linguagem escrita (aprender o alfabeto), ou seja, um construto unitário, que chega a um final descritível e controlável pela aquisição de habilidades específicas.

Essa palavra pode ser traduzida como alfabetização, porém, no português, não retrata a ideia completa de literacia pela qual foi abordada no parágrafo anterior. Por isso, nesse trabalho, será usada a palavra literacia para o tratamento do tema.

Para Rumsey (2002), qualquer educador que ensine estatística concorda que o objetivo do ensino desse tema é aumentar a conscientização dos alunos sobre os dados na vida cotidiana, além de prepará-los para uma carreira na "era da informação" de hoje. Para atingir esse objetivo, é preciso trabalhar em direção a duas finalidades principais, a saber: primeira, desejamos que nossos alunos sejam bons "cidadãos estatísticos", entendendo as estatísticas suficientemente bem para poder assimilar as informações pelas quais são inundados diariamente, pensar criticamente sobre elas e tomar boas decisões com base nessas informações. Alguns pesquisadores chamam isso de "alfabetização estatística".

Ainda para Rumsey (2002), a segunda finalidade no ensino de Estatística é desenvolver habilidades de cientistas em nossos alunos. Deve-se garantir o uso do método científico de modo que os alunos sejam capazes de identificar perguntas, coletar evidências (dados), descobrir e aplicar ferramentas para interpretar os dados, comunicar e trocar resultados. Embora seja verdade que muitos dos alunos não realizem um estudo científico próprio, é difícil imaginar um estudante na sociedade de hoje que não se depare com dados ou resultados estatísticos ao longo de uma carreira, independente de qual seja. A Estatística está envolvida em todos os aspectos do método científico.

Para atingir essas duas finalidades descritas pela autora, é preciso que os alunos entendam e usem as ideias estatísticas em níveis diferentes. Eles necessitam ainda de um certo nível de compreensão das ideias e principalmente dos termos e linguagem que são básicos da Estatística.

No entanto, ser um bom cidadão estatístico e cientista de pesquisa exige mais do que isso, requer que o aluno seja capaz de explicar, decidir, julgar, avaliar e tomar decisões sobre as informações. Isso requer habilidades adicionais ao raciocínio e ao pensamento estatístico, mas a base para essas habilidades deve ser primeiramente desenvolvida no nível de Literacia Estatística. (RUMSEY, 2002).

Sendo assim, por mais que o aluno desenvolva projetos avançados de Estatística, independente da finalidade, é necessário que todo o aprendizado nos conceitos seja iniciado pela Literacia Estatística.

O trabalho discutirá a definição adotada por Gal (2002) sobre Literacia Estatística como sendo a capacidade de interpretar, avaliar criticamente e, se necessário, comunicar informações estatísticas, argumentos e mensagens.

Admitindo que existem muitas definições pertinentes para as competências ligadas a Educação Estatística, também será usada como norte para futuras análises a ideia de que para Campos, Wodewotzki e Jacobini (2011), a Literacia Estatística inclui habilidades básicas e

importantes que podem ser usadas no entendimento de informações estatísticas. Com isso, essas habilidades incluem as capacidades de organizar dados, construir e apresentar tabelas e trabalhar com diferentes representações dos dados.

Para Gal (2002), lidar com problemas matemáticos ou com mensagens estatísticas apresenta várias exigências sobre as habilidades de alfabetização dos leitores. Ou seja, os leitores precisam estar cientes dos significados de certos termos estatísticos utilizados nos meios de comunicação, como, por exemplo, na época das eleições, em que os termos “amostra”, “porcentagem”, “Média”, “Intervalo de confiança” podem ter significado diferente do que é usado na forma coloquial. Nas mensagens, podem usar termos técnicos de forma profissionalmente apropriada, mas podem conter jargão estatístico que é ambíguo ou errôneo.

Segundo Gal (2002), a Literacia Estatística é uma das habilidades principais dos cidadãos em sociedades que são carregadas de informação e é apresentada como um resultado esperado da escolaridade e como um componente necessário de um aluno alfabetizado. A Alfabetização Estatística ainda pode ser entendida para denotar um conhecimento mínimo (talvez formal) de conceitos e procedimentos estatísticos básicos.

Ainda segundo Gal (2002), há cinco itens fundamentais no conhecimento estatístico que são exigidos para Alfabetização Estatística. São eles: saber por que os dados são necessários e como os dados podem ser produzidos; familiaridade com termos básicos e ideias relacionadas à estatística descritiva; familiaridade com termos básicos e ideias relacionadas à exibições gráficas e tabulares; entendendo noções básicas de probabilidade; saber como conclusões ou inferências estatísticas são atingidas.

Esses itens foram identificados a partir de estudos com professores de Matemática e Estatística. Vale destacar que, no item de familiaridade com termos básicos e ideias relacionadas à estatística descritiva, um desses termos básicos que o autor cita são as Medidas de Tendência Central, principalmente a Média aritmética, além da Mediana. Em Gal (2002), tem-se que:

O argumento que é desejável que os consumidores de relatórios estatísticos saibam que Médias e Medianas são maneiras simples de resumir um conjunto de dados e mostrar seu "centro"; que significa que são afetados por valores extremos, mais do que Medianas; e que as medidas de centro podem induzir ao erro quando a distribuição ou forma dos dados nos quais se baseiam é muito desigual. (GAL, 2002, p.22).

Gal (2002) mostra exemplos referentes a porcentagens e cálculos de Média e Medianas, que implicam na interpretação de estatísticas aparentemente simples, relatadas na

mídia e que requerem alguma familiaridade com suas derivações. Com isso, segue-se que os adultos devem entender, pelo menos informalmente, conteúdos envolvidos na geração de certos indicadores estatísticos, bem como a conexão Matemática entre estatísticas de resumo, gráficos e os dados brutos em que eles são baseados.

Para Wild (2017), a maioria das pessoas que estuda Estatística não a usará em suas vidas profissionais, no entanto, de maneira recorrente, situações em que se pode utilizar os dados estatísticos surgirão.

Na leitura de Gal (2002), também se encontra que a maioria dos adultos é consumidora de dados e não produtora, por isso eles precisam entender algumas maneiras típicas de resumir dados, por meio de Médias ou Medianas, porcentagens ou gráficos.

Além do que foi citado no parágrafo anterior, outra importância de desenvolver a Literacia Estatística na escola foi descrito em Gal (2002), pois alguns aspectos do conhecimento estatístico se sobrepõem ao conhecimento matemático, como, por exemplo, a diferença de procedimentos computacionais utilizados para encontrar Medianas e Média e suas implicações para a interpretação de estatísticas em condições diferentes.

Ou seja, o que interessa na pesquisa não é apenas como os alunos vão chegar ao resultado, mas o olhar crítico sobre o problema que lhes for apresentado, questão que está consonante com a definição proposta por Gal e descrita no início deste tópico.

Desenvolver e estimular a Literacia Estatística no indivíduo a partir de Medidas de Tendência Central é o foco da pesquisa, ainda que para Gal (2002) a Literacia Estatística deva ser considerada como um conjunto de capacidades que podem existir para diferentes graus dentro do mesmo indivíduo, dependendo dos contextos em que ele é invocado ou aplicado.

Segundo Gal (2002), Literacia Estatística é retratada como a capacidade de interpretar, avaliar criticamente e comunicar informações e mensagens estatísticas. Argumenta-se que o comportamento estatisticamente alfabetizado é baseado na ativação conjunta de cinco bases de conhecimento (alfabetização, Estatística, Matemática, contexto e crítica). Porém, um questionamento apropriado para complementar essa definição foi feita por Wild (2017): o que significa ser estatisticamente alfabetizado à medida que começamos os anos 2020?

Aqui nota-se a distinção entre a palavra “alfabetizado” em consonância com literacia. Isso porque literacia é um termo da língua inglesa que se refere, segundo o dicionário *online* Aurélio, à capacidade de ler, escrever, compreender e de interpretar o que é lido; letramento, alfabetismo, qualidade da pessoa letrada, de quem é capaz de adquirir conhecimento por meio da escrita e da leitura, para desenvolver suas capacidades, sendo derivação da palavra *literacy*.

Wild (2017) responde a sua pergunta escrevendo que o conhecimento estatístico deve se concentrar na compreensão humana dos dados e no que os dados podem ou não representar. Assim, para que algo seja classificado como importante para alfabetização estatística, precisa-se pensar o que é provável que seja um empoderamento e de valor duradouro diante dos avanços tecnológicos e das mudanças sociais.

Explorando a pergunta feita por Wild (2017) e procurando respostas, entende-se que as bases de conhecimento que precisam ser ativadas para alguém ser alfabetizado estatisticamente estão mudando rapidamente como resultado de revoluções tecnológicas em curso, principalmente em como nós nos comunicamos e como podemos obter e colher benefícios dos dados. Conseqüentemente, as pesquisas em Educação Estatística devem investigar as necessidades emergentes e conceber novamente a Literacia Estatística, garantindo que ela ainda possa gerar benefícios duradouros no mundo, com isso, temos que o aprendizado tem com objetivo a Literacia. Isso envolve priorizar entendimentos conceituais que melhorem a compreensão dos dados e o que os dados podem e não podem fazer.

É importante ressaltar que, segundo Campos, Wodewotzki e Jacobini (2011), os estudos no âmbito da Educação Estatística apresentam nem seus aspectos teóricos como relevante no processo pedagógico de conteúdos estatísticos o desenvolvimento de três competências, que são relacionadas entre si: a Literacia Estatística, o Pensamento Estatístico e o Raciocínio Estatístico. Essas competências, alicerçadas principalmente na interpretação e na compressão de informações de forma crítica, estão associadas à formação do aluno para o mundo real.

Campos, Wodewotzki e Jacobini (2011) definem o Raciocínio Estatístico como a conexão ou a combinação de ideias e conceitos estatísticos. Significa, ainda, compreender um processo estatístico e ser capaz de explicá-lo, além de interpretar por completo os resultados de um problema baseado em dados reais.

Garfield e Gal (1999 apud CAMPOS; WODEWOTZKI; JACOBINI, 2011) estabelecem alguns tipos específicos de raciocínio que são desejáveis para que os estudantes desenvolvam em suas aprendizagens de Estatística, que são: Raciocínio sobre dados, Raciocínio sobre representação dos dados, Raciocínio sobre medidas estatísticas, Raciocínio sobre incerteza, Raciocínio sobre amostras e Raciocínio sobre associações.

Frisamos aqui o Raciocínio sobre medidas estatísticas que, segundo os autores, busca entender o que as medidas de posição e variabilidade dizem a respeito do conjunto de dados, quais são as medidas apropriadas em cada caso e como elas representam esse conjunto. Além disso, espera-se que os alunos usem as medidas de Tendência Central para comparar

diferentes distribuições e entender que amostras grandes são melhores do que as pequenas para fazer previsões.

Esperamos que, com a Sequência Didática desenvolvida a partir dessa pesquisa, possamos ajudar os alunos a aprimorar suas aprendizagens em Estatística a partir do raciocínio estatístico. Para isso, desenvolvemos uma Sequência Didática que permite que os alunos entendam quais são as medidas apropriadas em cada caso e o que elas representam nesse conjunto, além de comparar diferentes distribuições e diferenças entre as Medidas de Tendência Central.

Outro ponto a ser destacado na leitura de Campos, Wodewotzki e Jacobini (2011) é a ocorrência de raciocínios incorretos nos estudantes, frequentemente baseados no senso comum ou no entendimento sobre assuntos estatísticos sem base formal. Alguns deles são sobre Média, probabilidade, amostragem, sobre a lei dos pequenos números e sobre a representatividade e equiprobabilidade.

O propósito da pesquisa também pode ser visto como uma ferramenta para auxiliar nas impressões errôneas dos alunos. Segundo Campos, Wodewotzki e Jacobini (2011), os estudantes tratam a Média como Moda, pois é o número mais comum. Além disso, para os estudantes, os conjuntos de dados devem sempre ser comparados exclusivamente pelas suas Médias, ao invés de considerar a necessidade de outras medidas.

A outra competência associada à Educação Estatística seria o Pensamento Estatístico, que para Campos, Wodewotzki e Jacobini (2011) é a capacidade de relacionar dados quantitativos com situações concretas, admitindo a presença da variabilidade e da incerteza, além de escolher adequadamente as ferramentas estatísticas, enxergar o processo de maneira global, explorar os dados além do que os textos prescrevem e questionar espontaneamente os dados e os resultados.

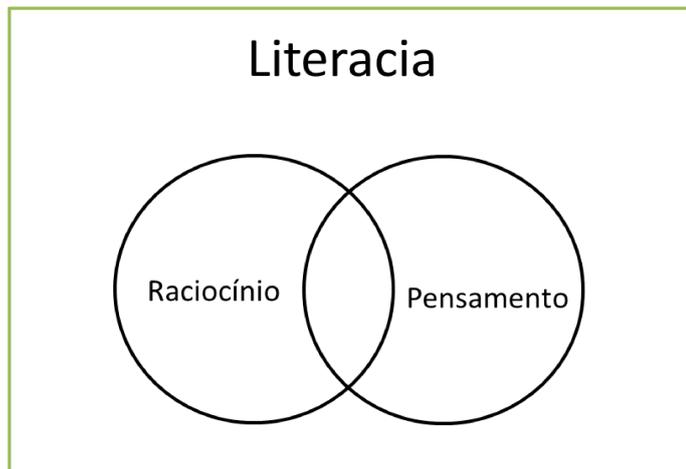
Para os autores, uma das formas de encorajar o pensamento estatístico é não aceitar nenhum resultado numérico sem que esse seja relacionado ao contexto, à questão original proposta pelo problema. Ou seja, é fundamental que as situações trabalhadas com os estudantes contenham dados com algum significado além de todo resultado encontrado a partir de um problema, ou seja, ele deve ser questionado em comparação com o enunciado para comprovar sua autenticidade.

Há uma interpretação, apresentada em DelMas (2002), em que o autor apresenta a Literacia Estatística como uma competência de abrangência geral, com o pensamento e o raciocínio incluídos em seu domínio. Ou seja, um cidadão estatisticamente letrado tem o pensamento e o raciocínio totalmente desenvolvidos. Essa definição é mais ampla e difícil de

ser almejada, pois requer do aluno do Ensino Básico uma grande vivência nos conteúdos de Estatística, tanto na sala de aula quanto fora dela.

Para DelMas (2002), tal como ilustrado na Figura 1, em um conteúdo específico pode-se usar abordagens que enfatizem cada uma das três capacidades de maneira independente, Literacia, Pensamento e Raciocínio, e ainda dentro do mesmo conteúdo podem ser desenvolvidas atividades que verifiquem as três competências simultaneamente.

Figura 1 –Literacia, Pensamento e Raciocínio Estatístico



Fonte: DelMas, 2002 p.4

Assim, para Campos, Wodewotzki e Jacobini (2011) os professores devem atuar junto aos alunos de modo a favorecer a vivência dessas capacidades, possibilitando assim a construção e o desenvolvimento contínuo delas. Além disso, o desenvolvimento das capacidades deve ser um objetivo perseguido pelo professor mediante a elaboração de estratégias de sala de aula planejadas para esse fim.

Apesar de muitas definições e maneiras como os professores encaram a Literacia Estatística pelo mundo, Rumsey (2002) define que uma competência Estatística envolve os seguintes componentes:

- conscientização de dados;
- uma compreensão de certos conceitos estatísticos e terminologia básicos;
- conhecimento dos conceitos básicos de coleta de dados e geração de estatísticas descritivas;
- habilidades básicas de interpretação (a capacidade de descrever o que os resultados significam no contexto do problema);

- habilidades básicas de comunicação (poder explicar os resultados para outra pessoa).

Neste item do trabalho, falamos sobre o que são e a importância das competências Literacia Estatística, pensamento e raciocínios estatísticos no ensino de Estatística. Sobre esse tema, Rumsey (2005) alega que é importante sempre apresentar um problema estatístico em um contexto relevante. Assim, na medida em que os alunos aprendem mais, eles fazem perguntas mais envolvidas e compreendem melhor os assuntos, permitindo que os professores encorajem essas competências. Cada vez que eles passam pelo processo, reforçam sua compreensão de termos, conceitos e suas habilidades de raciocínio e pensamento.

No próximo item, trataremos das Medidas de Tendência Central, conteúdo matemático que compõe esta pesquisa. Trazemos as definições de Moda, Média e Mediana sob a perspectiva de autores que abordam esses temas de uma forma que não valorize apenas a fórmulas e processos de cálculos.

3.4 MEDIDAS DE TENDÊNCIA CENTRAL

Para Diniz (2010), as Medidas de Tendência Central têm esse nome pelo fato de os dados observados tenderem, em geral, a se agrupar em torno de valores centrais. Os principais elementos das Medidas de Tendência Central são a Média, a Mediana e a Moda.

Começaremos a tratar de uma das medidas mais conhecidas e utilizadas pelos estudantes, a Média aritmética. Isso pode ser explicado pela presença dessa medida em muitos momentos do cotidiano, sobretudo na mídia, daí a importância desse conhecimento pelos alunos.

Para Batanero (2000), os novos currículos incorporam o ensino de Estatística nas escolas, enfatizando a abordagem exploratória e o trabalho dos alunos com projetos interdisciplinares abertos. Para abordar com sucesso a proposta, o professor deve estar ciente da complexidade dos conceitos estatísticos, incluindo os conceitos ditos "elementares", cujo significado deve ser progressivamente construído, como, por exemplo, os componentes do significado das medidas de posição central.

Batanero (2000) defende que a compreensão de um conceito não pode ser reduzida a conhecer as definições e as propriedades, mas a reconhecer os problemas quando deve ser usado, as notações e palavras com as quais denotamos e, em geral, todas as suas representações, capacidade operacional nos diferentes algoritmos e procedimentos

relacionados com o conceito e capacidade de argumentar e justificar propriedades, relações e soluções de problemas.

Seguindo as ideias apresentadas nesse trabalho, Teixeira (2013) não recomenda que essas medidas sejam apresentadas aos alunos de maneira mecânica, tendo em vista que os conceitos são apresentados muitas vezes desprovidos de significados por meio da ênfase que é dada ao aspecto algorítmico de uso de fórmulas e de cálculos, sem interpretação acerca dos resultados obtidos. O presente trabalho se guiou a partir dessa ideia, para que cada vez mais os alunos entendam a utilidade das Medidas de Tendência Central.

Para as definições e comentários que se darão a seguir, é importante definir o conceito de variável dado por Moore (2014), que é qualquer característica de um indivíduo. Uma variável pode tomar valores diferentes para indivíduos distintos.

Esse conceito de variável separa-se em dois grupos. Ainda para Moore (2014), uma variável qualitativa indica a qual de diversos grupos ou categorias um indivíduo pertence. E uma variável quantitativa toma valores numéricos com os quais tem sentido efetuar operações aritméticas, como adicionar ou tomar Médias. Algumas Medidas de Tendência Central fazem sentido apenas para um tipo de variável.

Sendo assim, para Moore (2014), a Média aritmética é uma das Medidas de Tendência Central mais utilizada no cotidiano. Isso pode ilustrar um fato importante a respeito da Média como medida de centro: ela é sensível à influência de umas poucas observações extremas; os valores podem ser discrepantes, mas uma distribuição assimétrica, mesmo que não tenha valores discrepantes, também puxa a Média para sua calda mais longa.

Dessa forma, para a obtenção de uma Média que retrate de forma mais real o conjunto de dados, sempre é indicado que se tenha um bom número de amostras. Muitas vezes isso não é possível, portanto, é importante comentar essa necessidade com os alunos.

Para Batanero (2000), além de ser um dos principais conceitos estatísticos e estar baseada na construção de outros, a Média tem muitas aplicações em questões práticas da vida cotidiana, principalmente a Média ponderada. Basta lembrar conceitos como índices de preços, expectativa de vida ou renda per capita.

Para Gal (1995), como futuros consumidores de informação estatística, os alunos devem ter consciência das várias interpretações da palavra "Média" e capacidade de distinguir significados cotidianos e estatísticos em discurso de sala de aula.

Com isso, de forma prática, a Média aritmética é determinada pelo resultado da divisão do somatório dos números dados pela quantidade de números somados.

Para ilustrar como a Média aritmética pode ser utilizada na Estatística, usaremos um exemplo de Moore (2014) que traz um estudo feito na Suíça. A pesquisa focalizou o número de histerectomias (remoção do útero) realizadas por médicos (homens) em um ano. Eis os dados para uma amostra de 15 médicos:

27 50 33 25 86 25 85 31 37 44 20 36 59 34 28

Observa-se que há dois valores discrepantes na extremidade direita, correspondente a números altos.

Somando-se a estes valores e dividindo-se por 15, obtém-se 41,3. A partir desse resultado, observa-se que apenas cinco dos 15 médicos fizeram mais do que o número médio de histerectomias. Isso porque, como citado acima, os dois valores discrepantes, que são 85 e 86, puxam a Média para cima. Fazendo o mesmo cálculo para os 13 médicos restantes, obtém-se 34,5. Trata-se de uma Média aritmética, mas não do número de operações realizadas por um médico típico.

O exemplo ilustra um fato importante a respeito da Média como Medida de Tendência Central: ela é sensível à influência de umas poucas observações extremas.

Diniz (2010) elucida que a Média pode ser calculada apenas se a variável envolvida na pesquisa for quantitativa. Não faz sentido calcular a Média aritmética para variáveis qualitativas. Por exemplo, não é possível calcular a cor Média de uma camiseta preferida por um grupo de pessoas ou o time médio de futebol para o qual a maioria dos alunos de uma classe torce, tendo em vista que a variável “cor” é qualitativa. Ou seja, ao se trabalhar com Média, deve-se estar atento para a natureza da variável e, nesse caso, deve ser quantitativa.

Utiliza-se a Média para observar o valor em torno do qual os dados se distribuem. Na realização de uma pesquisa estatística entre diferentes grupos, se for possível calcular a Média, ficará mais fácil estabelecer uma comparação entre esses grupos e perceber tendências.

O cálculo da Média Aritmética é frequentemente usado nas escolas para efetuar a Média Final das notas dos alunos e é por isso que muitas vezes essa é a medida de centralidade que é mais utilizada e compreendida por eles, fato que foi comprovado pelos resultados da experiência.

A Média não é o único elemento que caracteriza o centro de uma distribuição. Outra ideia interessante é utilizar o “valor do meio” de um conjunto de dados. Essa ideia é caracterizada pela Mediana.

Moore (2014) define Mediana da distribuição como o número tal que metade das observações seja menor e metade seja maior do que ele. Embora a ideia para encontrar a

Mediana como ponto médio de uma distribuição seja simples, necessita-se de uma regra para pôr a ideia em prática.

Segundo essas regras ordenam-se as observações, da menor para maior. Se o número de observações for ímpar, a Mediana é o elemento que está associado ao termo do centro na lista ordenada. Se o número de observações for par, a Mediana é a Média aritmética simples das duas observações centrais na lista ordenada.

Moore (2014) alerta para a necessidade de ordenar as observações antes de determinar a Mediana, pois, em uma ordem arbitrária, a observação do meio não tem qualquer significado especial.

Diniz (2010) define que a Mediana pode ser calculada para variáveis qualitativas ordenáveis e para variáveis quantitativas. Uma das funções mais importantes da Mediana é auxiliar a entender a razão pela qual a Média sofre variações acentuadas, isso porque uma discrepância na Mediana interfere na Média, fazendo com que ela aumente ou diminua muito. Além disso, todos os conjuntos finitos de números têm Mediana.

Para elucidação do que foi dito acima, foi utilizado um exemplo para comparação entre Média e Mediana em Moore (2014), que pede para encontrar a Mediana do número de histerectomias realizadas por 15 médicos. Os dados, já em ordem crescente, são os seguintes:

20 25 25 27 28 31 33 34 36 37 44 50 59 85 86

Como há um número ímpar nas observações, há apenas uma observação central: 34 é a Mediana, pois há sete observações à sua esquerda e sete à sua direita.

Ainda seguindo o exemplo, tem-se um estudo suíço que também focalizou uma amostra de 10 médicas. Os números de histerectomias realizadas por essas médicas (já dispostos em ordem) foram:

5 7 10 14 18 19 25 29 31 33

Aqui, não há uma observação central, e sim um par central, constituído pelos números 18 e 19 na lista, que têm quatro observações à direita e quatro à sua esquerda. A Mediana está a meio caminho entre essas duas observações. Para encontrá-la, basta calcular a Média entre esses dois números, obtendo 18,5.

Uma das conclusões importantes desse estudo explicita que uma médica típica fez muito menos histerectomias do que o médico típico.

Esse exemplo ilustra uma diferença importante entre a Média e a Mediana. O exemplo que ilustrou a ideia de Média mostra como dois valores discrepantes puxam a Média para cima, mas não têm qualquer influência na Mediana, suas duas observações na metade superior dos dados. A Mediana permaneceria a mesma se um médico tivesse realizado 1000 operações.

Para Moore (2014), ainda assim não se pode concluir que, como não é influenciada por algumas observações extremas, a Mediana deve ser sempre preferida à Média, isso porque dependendo da distribuição, nem sempre a Média fica no centro. Ainda assim, a Média e a Mediana convergem para a ideia do centro, de maneiras diferentes e ambas têm suas utilidades.

A partir do exemplo exposto anteriormente, deve-se utilizar a Mediana se queremos o número de histerectomias realizadas por um médico típico. Já a Média deve ser utilizada se estamos interessados também no número total de operações realizadas por todos os médicos.

Seguindo ainda Moore (2014), a Média e a Mediana de uma destruição simétrica estão próximas uma da outra. Se a distribuição é exatamente simétrica, a Média e a Mediana coincidem. Se a distribuição é assimétrica, a Média está mais afastada do que a Mediana, no sentido de ter uma probabilidade de ocorrência muito baixa.

Por exemplo, a destruição dos preços de apartamentos em um bairro é nitidamente assimétrica; há muitos apartamentos de preço médio, e uns poucos apartamentos de luxo que são muito caros. Esses poucos apartamentos de luxo puxam a Média para cima, mas não afetam a Mediana. Os relatórios sobre preço de casas, rendas e outras distribuições acentuadamente assimétricas em geral se referem à Mediana (“valor típico”) e não à Média (“valor da Média”) (MOORE, 2014).

Quando se pergunta sobre o significado de Média ou das medidas de posição central, observa-se que o significado tem um caráter complexo e pode-se identificar, segundo Batanero (2000), os seguintes tipos de elementos:

- elementos extensivos: o campo do problema do qual o objeto surge;
- elementos de atuação: as práticas usadas na solução de problemas, como encontrar o valor mais frequente em uma tabela de frequência, calcular as frequências acumuladas e encontrar o valor correspondente do número total de dados;
- elementos ostensivos: notações, gráficos, palavras e, em geral, todas representações do objeto abstrato como os termos "Média", "valor médio", "Média" que se pode usar para se referir ao conceito;
- elementos intensivos: Definições e propriedades características e suas relações com outros conceitos;
- elementos validativos: As demonstrações usadas para testar as propriedades do conceito e que se tornam parte de seu significado e os argumentos usados para mostrar a outras pessoas a solução de problemas. (BATANERO, 2000, p.126).

Os problemas, em geral, não aparecem isoladamente e muitos deles são compartilhados por vários meios da sociedade. O que se diferencia são os métodos para

resolução deles, por exemplo, problemas de Média aparecem para muitos campos de pesquisa, tais como Agronomia e Astronomia, mas os instrumentos disponíveis são muito diferentes em ambos os casos, de modo que o significado de um conceito matemático varia pela instituição considerada.

Mais especificamente na escola, segundo Batanero (2000), os currículos propõem que os alunos sejam ensinados:

- a definição da Média, Mediana e moda no caso mais simples, utilizando uma notação simples (soma e ponderação são evitadas);
- alguns exemplos de aplicação, limitando o cálculo de Medidas de Tendência Central para simples conjuntos de dados, e fazê-lo manualmente ou com a calculadora;
- identificação de outras Medidas de Tendência Central (Mediana, moda). (BATANERO, 2000, p. 132).

Para Batanero (2000), na vida cotidiana a Média está presente na mídia e no trabalho profissional, como, por exemplo, quando se analisa os índices da evolução do mercado de ações, preços, produção, emprego e outros indicadores econômicos. Por outro lado, o conhecimento sobre cada objeto matemático (como a Média) não foi sempre o mesmo que o atual, mas desenvolveu-se lentamente ao longo do tempo. Como problemas progressivamente diferentes e mais complexos foram resolvidos, o objeto se desenvolve e completa em seu significado.

A última Medida de Tendência Central abordada nesse trabalho será a Moda.

Para Diniz (2010), Moda de um conjunto de valores é o elemento que ocorre mais frequentemente dentro desse conjunto. A Moda pode ser calculada para qualquer tipo de variável e sua função é possibilitar a percepção de uma forte tendência, de uma preferência ou de uma rejeição evidente.

Um conjunto de dados pode não ter Moda por não ter um único elemento que ocorra mais frequentemente que outro. Utilizando o exemplo de Diniz (2010), tem-se, conforme Quadro 1:

Quadro 1 – Conjunto de dados

Conjunto de dados	Valores mais frequentes
7 9 9 9 10 10 12	9
3 5 8 10 12 15 16	Não há
3 4 4 4 5 5 7 7 7	4 e 7

Fonte: Diniz, 2010.

Observa-se que no primeiro conjunto de dados o valor mais frequente é 9, logo, a Moda desse conjunto de dados é 9. No segundo caso, não há um único valor que seja mais frequente, assim não há Moda. No terceiro caso, há dois valores com o mesmo número de frequências. Temos assim, uma situação bimodal, ou seja, esse conjunto de dados possui duas Modas.

A Média, Moda e Mediana são medidas diferentes do centro de uma distribuição. Para Moore (2014), por si só, uma medida de centro pode ser enganosa. Por exemplo, dois países com mesma renda familiar Mediana são muito diferentes se um tem extremos de riqueza e de pobreza e o outro apresenta pequena variação entre as rendas familiares. O que, muitas vezes, interessa para a Estatística e para um olhar mais crítico sobre um conjunto de dados é a dispersão ou variabilidade das rendas. Uma maneira de medir dispersão é calcular a amplitude, que é a diferença entre a maior e a menor observação.

Apesar da importância da amplitude para uma análise mais detalhada de um conjunto de dados, por conta de a pesquisa ser realizada em uma turma do Ensino Fundamental que não conhecia as Medidas de Tendência Central e, além disso, com o tempo curto para sua realização, foi comentado com os alunos sobre a amplitude, mas as situações didáticas ficaram focadas apenas nas Medidas de Tendência Central.

Assim, para o próximo item, o trabalho descreve a Teoria das Situações Didáticas, referencial teórico que irá subsidiar as ações e as análises dos resultados da pesquisa com os alunos.

3.5 TEORIA DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS

A Teoria das Situações Didáticas foi desenvolvida por Guy Brousseau, no final da década de 1960, com intuito de modelar o processo de ensino e aprendizagem dos conceitos matemáticos. Essa teoria trata de formas de apresentação do conteúdo matemático aos alunos, possibilitando melhor compreender o fenômeno da aprendizagem Matemática.

O estudo das Situações Didáticas, feito por Brousseau (1996), foi suscitado pela indagação de uma aplicação prática dos conceitos da Didática da Matemática, considerando o espaço vivo de uma sala de aula. Para tanto, definiu-se que uma Situação Didática é formada pelas múltiplas relações pedagógicas estabelecidas entre o professor, os alunos e o saber, com a finalidade de desenvolver atividades voltadas para o ensino e para a aprendizagem de um conteúdo específico. Para Freitas (2002), trata-se de um referencial para Educação

Matemática que, por um lado, valoriza os conhecimentos mobilizados pelo aluno e seu envolvimento na construção do saber matemático e, por outro, valoriza o trabalho do professor, que consiste, fundamentalmente, em criar condições suficientes para que o aluno se aproprie de conteúdos matemáticos específicos.

Para Almouloud (2007), o objetivo da Teoria das Situações é caracterizar um processo de aprendizagem por uma série de situações reprodutíveis, conduzido frequentemente pelo comportamento dos alunos que pode ser modificado decorrente ao conjunto de conhecimentos que são direcionados para a aprendizagem. Por isso, o objeto central de estudo nessa teoria não é o sujeito cognitivo, mas a situação didática em que são identificadas as interações estabelecidas entre professor, aluno e saber.

Seguindo essa linha, professor, aluno e saber constituem a parte necessária para caracterizar o espaço vivo de uma sala de aula. Aspecto importante a ser analisado nas situações didáticas, segundo Pais (2002), é o problema da apresentação do conteúdo em um contexto que seja significativo para o aluno, caso contrário, perde-se a extensão de seus valores educativos. Por isso, a Teoria das Situações Didáticas é colocada a partir da questão que consiste na forma de apresentação do conteúdo, buscando um campo de significado do saber para o aluno.

Nesse sentido, o significado do saber matemático escolar deve ser elaborado em sintonia com a Situação Didática e, por isso,

[...] o objeto central de estudo nessa teoria não é o sujeito cognitivo, mas a situação didática na qual são identificadas as interações estabelecidas entre professor, aluno e saber. O estudo procura teorizar os fenômenos ligados a essas interações, buscando a especificidade do conhecimento ensinado. (ALMOULOU, 2007, p.32).

Brousseau (1996) afirma que a Teoria das Situações Didáticas busca criar um modelo de interação entre o aprendiz, o saber e o *milieu* (ou meio) no qual a aprendizagem deve se desenrolar.

Um dos pontos fundamentais que dá suporte a essa teoria é justamente a noção de *milieu* (meio), que foi desenvolvida para analisar, de um lado, as relações entre alunos, os conhecimentos ou saberes e as situações e, por outro lado, as relações entre os próprios conhecimentos e entre as situações. Para Freitas (2002), ao organizar o meio, o professor cria expectativas na construção dos saberes dos alunos, que por sua vez também observam o trabalho do professor e buscam entender quais são as regras do jogo para direcionarem suas ações.

Sendo assim, ainda em Freitas (2002), o meio é o local onde ocorrem as interações do sujeito, é o sistema antagonista no qual ele age. É no meio que se provocam mudanças visando desestabilizar o sistema didático e o surgimento de conflitos, contradições e possibilidades de aprendizagem de novos conhecimentos. Num dado meio, em cada momento, as situações didáticas são regidas por um conjunto de obrigações recíprocas entre aluno, professor e um conteúdo em jogo, o que se denomina contrato didático.

Essencialmente, para Silva (2002),

[...] o contrato didático é o conjunto das condições que determinam, quase sempre, aquilo que cada um dos dois parceiros (professor e aluno) da relação didática tem a responsabilidade de gerenciar e aquilo que tem que prestar conta ao outro. (SILVA, 2002, p.71).

Assim, o contrato estabelece as atribuições dos parceiros da relação didática no processo de aquisição do conhecimento pelos alunos. Encarar o ensino como a transferência, ao aluno, da responsabilidade do uso e da construção do saber pode mascarar uma situação de contradição. Aprender implica, por si mesmo, que o aluno aceite a relação didática, mas que a considere provisória e se esforce para “caminhar com seus próprios pés”.

Almouloud (2007) alega que a noção de contrato didático permite distinguir a situação didática da situação problema: na primeira, manifesta-se o desejo de ensinar que envolve, pelo menos, uma situação problema e um contrato didático.

Brousseau (1996) teoriza os fenômenos ligados a essas interações, buscando a especificidade do conhecimento ensinado.

Sendo assim, mediante ao que foi exposto anteriormente, o alicerce teórico dessa pesquisa é a Teoria das Situações Didáticas. A escolha dessa teoria surgiu quando ficou clara a importância de se compreender a aprendizagem das Medidas de Tendência Central no Ensino Fundamental, por meio de um contrato didático que estimule os alunos com situações-problema, instigue seus conhecimentos e desperte seu interesse, fazendo com que sejam responsáveis pelo seu próprio conhecimento.

Freitas (2002) argumenta que essa teoria representa uma referência para o processo de aprendizagem Matemática em sala de aula envolvendo professor, aluno e conhecimento matemático.

Nesse sentido, Freitas (2002) defende que o processo de ensino e de aprendizagem Matemática é impulsionado pelas atividades envolvendo resolução de problemas. O trabalho pedagógico tem início com a escolha de um problema que deve ser compatível com o nível de conhecimento do aluno. Para descrever as relações do aluno com a diversidade de

possibilidades de utilização do saber, Brousseau (1996) desenvolveu uma tipologia de situações didáticas analisando as principais atividades específicas da aprendizagem da Matemática.

Nos termos de Almouloud (2007), para analisar o processo de aprendizagem, a Teoria das Situações Didáticas observa e decompõe esse processo em quatro fases diferentes, nas quais o saber tem funções diferentes e o aprendiz não tem a mesma relação com o saber. As fases estão interligadas e podem ser denominadas de situações de ação, de formulação, de validação e de institucionalização.

Freitas (2002) diz que o significado do saber matemático escolar, para o aluno, é fortemente influenciado pela forma como o conteúdo lhe é apresentado. Por isso, o envolvimento do aluno depende da estruturação das diferentes atividades de aprendizagem de uma situação didática.

Assim, na Teoria das Situações Didáticas para Almouloud (2007), uma situação de ação é dada quando, para o aluno, a melhor solução de um problema, nas condições propostas, é o conhecimento a ensinar. Assim, o aluno pode agir sobre essa situação e ela irá retornar informações sobre sua ação.

Ainda para o mesmo autor, uma boa situação de ação não é somente uma situação de manipulação livre ou que exige uma lista de instruções para seu desenvolvimento. A situação deve permitir ao aluno fazer o julgamento do resultado de sua ação e de acordo com o *milieu*, sem a intervenção do mestre, ajustá-lo.

Almouloud (2007) afirma que em uma situação de formulação é o momento em que o aluno ou grupo de alunos explicita, por escrito ou oralmente, as ferramentas que utilizou para solução encontrada. O objetivo dessa situação é a troca de informações, que podem ser escritas ou orais.

Na situação de validação, o aluno utiliza mecanismos de prova em que o saber é utilizado com essa finalidade, ou seja, é a etapa na qual o aprendiz deve mostrar a validade do modelo por ele criado, submetendo a mensagem Matemática ao julgamento de um interlocutor. (AMOULOU, 2007).

Finalmente, ainda para Almouloud (2007), as situações de institucionalização visam estabelecer o caráter de objetividade e de universalidade do conhecimento. O objetivo dessas situações é que o aluno tenha compreensão de que o conceito aprendido pode ser aplicado em outros contextos, até mesmo fora da escola.

Nesses termos, segundo Freitas (2002), o objetivo principal da Educação Matemática não é só a valorização exclusiva do conteúdo, mas, acima de tudo, é a promoção existencial

dos alunos por meio do saber matemático. As situações didáticas possibilitam uma melhor definição do significado do saber escolar para o aluno. Elas podem ainda ser planejadas cuidadosamente pelo professor, de modo que estimulem essa conscientização.

No próximo item, o trabalho discorre sobre uma parte essencial que culminará da pesquisa que é o produto educacional. Neste, será desenvolvida uma sequência didática pautada nos pressupostos da Educação Estatística.

3.6 SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Para começar a abordagem sobre sequência didática, é necessário definir a noção de atividade. Utilizando Zabala (1998), as atividades ou tarefas são unidades básicas do processo de ensino e aprendizagem, cujas diversas variáveis apresentam estabilidade e diferenciação:

[...] determinadas relações interativas professor/alunos e alunos/alunos, uma organização em grupos, determinados conteúdos de aprendizagem, certos recursos didáticos, uma distribuição do tempo e do espaço, um critério avaliador; tudo isto em torno de determinadas intenções educacionais, mais ou menos explícitas. (ZABALA, 1998, p. 15).

As especificidades das tarefas estão a cargo do que o professor irá planejar para os alunos e de como eles irão reagir ao que é proposto. Além disso, variam-se também em como a organização para a tarefa se dará. Nesse sentido, não se trata apenas da intenção do professor, mas de como os alunos reagirão a partir de suas atitudes.

Zabala (1998) afirma que uma sequência didática pode ser definida como um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim conhecidos tanto pelos professores como pelos alunos.

Além disso, também para Zabala (1998), as sequências de atividades de ensino e aprendizagem, ou sequências didáticas, são uma maneira de encadear e articular as diferentes atividades ao longo de um objetivo educacional determinado. Assim, poderemos analisar as diferentes formas de intervenção segundo as atividades que se realizam e, principalmente, pelo sentido que adquirem quanto a uma sequência orientada para a realização de determinados objetivos educativos. As sequências podem indicar a função que tem cada uma das atividades na construção do conhecimento ou da aprendizagem de diferentes conteúdos e, portanto, avaliar a pertinência ou não de cada uma delas, a falta de outras ou a ênfase que devemos lhes atribuir.

Assim, foi realizada a organização de uma sequência didática por meio da estruturação de um quadro teórico geral da situação atual do Ensino de Estatística na Educação do Estado do Rio de Janeiro e no Brasil.

A análise está em consonância com o que diz Almouloud (2007) sobre o que se deve conter nas análises preliminares da Engenharia Didática. Segundo o autor, nessa fase deve-se fazer uma análise das propostas curriculares e dos Parâmetros Curriculares Nacionais que foram substituídos pela Base Nacional Comum Curricular e, além disso, levantar referências bibliográficas sobre os fatores que interferem no processo de ensino e de aprendizagem do objeto em questão.

Foi elaborada uma Sequência Didática composta em 5 momentos com objetivo de construir com os alunos o conceito de Medidas de Tendência Central. No primeiro momento, a ideia da professora-pesquisadora foi de entender o que os alunos já possuem de conhecimento prévio sobre o tema. Por isso, nesse primeiro encontro houve uma discussão sobre Estatística e Medidas de Centralidade para compreender o que os alunos sabiam previamente sobre o assunto.

No segundo momento, o objetivo foi conversar sobre as Medidas de Centralidade que estão envolvidas em algum tema, que será trazido por eles próprios. Por isso, os alunos buscaram, em publicações de jornais, revistas e em blogs, matérias que utilizaram as Medidas de Centralidade para tratar de algum tema. Cada aluno irá falar sobre o material que trouxe.

Para o terceiro, foi apresentado formalmente os conteúdos de Medidas Tendência Central para os alunos. O objetivo foi de que os conceitos sejam assimilados após as ideias discutidas. A aula foi ministrada por meio de slides, utilizando as ideias conceituais exploradas anteriormente nesse trabalho.

Quase finalizando a construção do conhecimento de Medidas de Tendência Central, ocorreu uma nova discussão entre alunos e professora-pesquisadora. O objetivo agora foi, com maior propriedade, adentrar nos conceitos propriamente ditos, visto que tiveram conhecimento na aula anterior.

Para fechar o ciclo, foi proposta a resolução de tarefas aos alunos. A dinâmica envolveu que a turma se dividisse em grupos de três alunos para realização das atividades.

Vale ressaltar que, como uma das exigências para conclusão do curso de mestrado, desenvolvemos um produto educacional relacionado à pesquisa conforme Apêndice A. A sequência didática resultou no produto educacional que foi produzido e validado com base nos pressupostos da Engenharia Didática.

No próximo item, o tema proposto será a Base Nacional Comum Curricular, documento que entrou em vigor nas escolas em 2018. Como será descrito esse documento dá forma para os níveis e anos escolares no Brasil, além de indicar aos professores o que é necessário para os alunos em determinado ano. A BNCC aborda em muitos aspectos a Estatística e traz o uso das Medidas de Tendência Central em várias etapas escolares.

Além disso, é um capítulo que vem depois da contextualização dos conceitos e do desenvolvimento da Sequência Didática, tendo em vista que devemos compreender em que ano do Ensino Fundamental esses temas são alocados para, então, conseguirmos compreender as indicações sugeridas na Base.

4 DOCUMENTOS OFICIAIS

Tal como anunciado anteriormente, este capítulo reforça o tema diante de dois documentos oficiais, a Base Nacional Comum Curricular, sob o ponto de vista global, já que é um documento que serve para todo o território nacional e o Currículo Mínimo do Estado do Rio de Janeiro, sob o ponto de vista local, que subsidia as escolas do estado em que ocorre a pesquisa.

4.1 A BASE NACIONAL COMUM CURRICULAR

A Base Nacional Comum Curricular é um documento normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que os alunos devem desenvolver ao longo das etapas da Educação Básica. Espera-se que a BNCC ajude a superar a fragmentação das políticas educacionais, enseje o fortalecimento do regime de colaboração entre as três esferas de governo e seja balizadora da qualidade da educação. Sua formulação, sob coordenação do Ministério da Educação, contou com a participação dos Estados, do Distrito Federal e dos Municípios, depois de ampla consulta à comunidade educacional e à sociedade. (BRASIL, 2017).

Ao longo dos anos finais do Ensino Fundamental, os estudantes se deparam com desafios de maior complexidade, sobretudo devido à necessidade de se apropriarem das diferentes lógicas de organização dos conhecimentos relacionados às áreas. Tendo em vista essa maior especialização, é importante, nos vários componentes curriculares, retomar e ressignificar as aprendizagens dos anos iniciais do Ensino Fundamental.

De acordo com a BNCC (2017), espera-se que os alunos do Ensino Fundamental nos anos finais desenvolvam a capacidade de identificar oportunidades de utilização da Matemática para resolver problemas, aplicando conceitos, procedimentos e resultados para obter soluções e interpretá-las segundo os contextos das situações.

A Base Nacional Comum Curricular cita no seu capítulo dedicado à Matemática que:

[...] o Ensino Fundamental deve ter compromisso com o desenvolvimento do letramento matemático definido como as competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, de modo a favorecer o estabelecimento de conjecturas, a formulação e a resolução de problemas em uma variedade de contextos, utilizando conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas Matemáticas. (BRASIL, 2017, p.33).

A BNCC propõe cinco unidades temáticas que correlacionam e orientam a formulação de habilidades a serem desenvolvidas ao longo do Ensino Fundamental, sendo elas: Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas, Probabilidade e Estatística.

A unidade temática Números tem como finalidade desenvolver o pensamento numérico, que implica o conhecimento de maneiras de quantificar atributos de objetos e de julgar e interpretar argumentos baseados em quantidades (BRASIL, 2017). Essa unidade temática pode facilitar o estudo da Estatística, ou seja, quando o professor ensina temas em Estatística, é necessário que o aluno tenha alguns conhecimentos prévios para o entendimento de tais conteúdos.

A unidade temática Álgebra, por sua vez, tem como finalidade o desenvolvimento de um tipo especial de pensamento – pensamento algébrico – que é essencial para utilizar modelos matemáticos na compreensão, representação e análise de relações quantitativas de grandezas e, também, de situações e estruturas Matemáticas, fazendo uso de letras e outros símbolos (BRASIL, 2017). Essas unidades temáticas podem receber ênfase diferente, a depender do ano de escolarização. Espera-se que a Álgebra contribua com o Ensino de Estatística no sentido do reconhecimento no cálculo de fórmulas e entendimento dos processos para obtenção das Medidas de Tendência Central, por exemplo.

A Unidade Temática de Geometria envolve o estudo de um amplo conjunto de conceitos e procedimentos necessários para resolver problemas do mundo físico e de diferentes áreas do conhecimento (BRASIL, 2017). O ensino de Geometria pode contribuir para Estatística como, por exemplo, na Média Geométrica que é utilizada para interpretações geométricas, mas vale ressaltar que não é discutida nesse trabalho, podendo fazer parte em pesquisas futuras.

As medidas quantificam grandezas do mundo físico e são fundamentais para a compreensão da realidade. Assim, a unidade temática Grandezas e Medidas, ao propor o estudo das medidas e das relações entre elas – ou seja, das relações métricas –, favorece a integração da Matemática a outras áreas de conhecimento (BRASIL, 2017). Essas outras áreas do conhecimento propostas pela BNCC podem também integrar trabalho de pesquisa utilizando Estatística com Geografia, por exemplo.

Finalmente, a BNCC aborda a unidade temática da Probabilidade e Estatística para o estudo da incerteza e o tratamento de dados. Propõe-se a abordagem de conceitos, fatos e procedimentos presentes em muitas situações-problema da vida cotidiana, das ciências e da tecnologia. De modo mais modesto que o Gaise, por exemplo, a BNCC alega que todos os cidadãos precisam desenvolver habilidades para coletar, organizar, representar, interpretar e

analisar dados em uma variedade de contextos, de maneira a fazer julgamentos bem fundamentados e tomar as decisões adequadas.

Como já foi descrito nesse trabalho, além de fazer julgamento bem fundamentado e tomar decisões adequadas, muitos alunos tendem a encontrar a importância do estudo estatístico nas profissões que almejam seguir, ou seja, também se faz necessário na construção de um conhecimento que será utilizado a longo prazo.

O ponto principal desta unidade temática é o que tange o papel das Medidas de Tendência Central no Ensino Fundamental – anos finais. Segundo o documento, a expectativa é a de que os alunos saibam planejar e construir relatórios de pesquisas estatísticas descritivas, incluindo Medidas de Tendência Central e construção de tabelas e diversos tipos de gráfico. Esse planejamento inclui a definição de questões relevantes e da população a ser pesquisada (BRASIL, 2017).

Na seção em que o documento aborda os temas específicos de cada ano do Ensino Fundamental, a parte que se refere ao sexto ano não aborda nenhum aspecto relacionado às Medidas de Tendência Central.

Já no sétimo ano, na unidade temática de probabilidade e estatística, a Média e a amplitude de um conjunto de dados são alguns dos objetos de conhecimento. Além disso, as habilidades a serem desenvolvidas nesse objeto de conhecimento são: compreender, em contextos significativos, o significado de Média estatística como indicador da tendência de uma pesquisa, calcular seu valor e relacioná-lo, intuitivamente, com a amplitude do conjunto de dados.

Nessa parte da unidade temática é importante ressaltar que o uso da Média está mais ligado à compreensão desse conhecimento do que ao cálculo, compreensão que está intimamente ligada ao desenvolvimento das habilidades em contextos significativos.

No oitavo ano, a unidade temática da probabilidade estatística já aborda as Medidas de Tendência Central e de dispersão. As habilidades a serem desenvolvidas são: obter os valores de Medidas de Tendência Central de uma pesquisa estatística (Média, Moda e Mediana) com a compreensão de seus significados e relacioná-los com a dispersão de dados, indicada pela amplitude.

Ressalta-se que, segundo a BNCC, a atividade desenvolvida nesse trabalho está em conformidade com o ano sugerido. Além disso, trata o conteúdo como está escrito no documento.

No 9º ano, o último ano do Ensino Fundamental, a sugestão para o ensino de Medidas de Tendência Central é a execução de uma pesquisa amostral envolvendo o tema da realidade

social, comunicando os resultados por meio de relatório contendo avaliação de Medidas de Tendência Central e da amplitude.

Observa-se a importância do aprendizado significativo sobre o tema de Medidas de Tendência Central no oitavo ano do Ensino Fundamental, visto que o assunto será revisitado de outras maneiras.

O trabalho não aborda o tema no Ensino Médio, mas acreditamos ser pertinente ressaltar que a BNCC indica o ensino das Medidas de Tendência Central nesse nível, tanto o cálculo quanto a interpretação (Média, Moda, Mediana) e das medidas de dispersão (amplitude, variância e desvio padrão).

O documento propõe ainda para o Ensino Médio que, no desenvolvimento de habilidades relativas à Estatística, os estudantes tenham oportunidades não apenas de interpretar estatísticas divulgadas pela mídia, mas, sobretudo, de planejar e executar pesquisa amostral, interpretando as Medidas de Tendência Central e de comunicar os resultados obtidos por meio de relatórios. (BRASIL, 2017).

No próximo item, discorre-se sobre o currículo mínimo do Rio de Janeiro que é o local onde a pesquisa será desenvolvida e sobre como estas diretrizes definem o ensino das escolas públicas e particulares do Estado.

4.2 CURRÍCULO MÍNIMO DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO

A Secretaria de Estado de Educação do Rio de Janeiro elaborou e apresentou, em 2011, o Currículo Mínimo para a Rede de Ensino desse estado. Essa foi uma mudança curricular para o ensino da Matemática na rede estadual. O documento serve como referência a todas escolas do Estado, apresentando as competências e habilidades que devem estar nos planos de curso e nas aulas.

O objetivo do Currículo Mínimo, segundo o documento (RIO DE JANEIRO, 2013), é orientar, de forma clara e objetiva, os itens que não podem faltar no processo de ensino e aprendizagem em cada disciplina, de acordo com o ano de escolaridade. Com isso, espera-se que o conteúdo seja comum a todos e que esteja alinhado com as atuais necessidades de ensino.

Segundo Tarlitz (2017), essa foi uma mudança significativa, uma vez que a rede da SEEDUC/RJ é composta por mil quinhentos e trinta e sete unidades escolares, doze mil professores de Matemática e um milhão de alunos aproximadamente.

Ainda segundo Tarliz (2017), a orientação anterior ao Currículo Mínimo visava fundamentalmente atender às exigências do Ministério da Educação (MEC) no âmbito do documento Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio, daí se buscou ajustar o currículo de Matemática ao tratamento da informação e a uma aplicabilidade científica e de cotidiano. Nesse sentido, ocorreram apenas ajustes e recomendações metodológicas. Não houve inserção ou supressão de conteúdos curriculares.

A motivação para o Estado do Rio elaborar seu próprio documento foi o fato de ter ocupado o 26º lugar no ranking do Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB) dos estados brasileiros com Média de 2,9 pontos, em contraponto a uma Média desejada de 6 pontos. (TARLIZ, 2017)

O Currículo Mínimo visa estabelecer as habilidades e competências essenciais de cada ano/série e deve ser entendido como uma base comum a toda rede de escolas estaduais do ensino regular. (RIO DE JANEIRO, 2013).

Segundo o documento, acredita-se que o Currículo Mínimo amplia a autonomia docente, tendo em vista que o professor tem liberdade para avançar e aprofundar os conteúdos, sempre que observar que sua turma demonstra condições de acompanhar o trabalho proposto. Esse pode ser um dos motivos para as indicações presentes no Currículo Mínimo serem as mais objetivas possíveis. Não há qualquer indicação de como os conteúdos devem ser trabalhados em sala de aula, fica tudo a cargo do professor.

Observa-se que se faz necessário, nesse documento, uma atualização, visto que os Parâmetros Nacionais Curriculares se tornaram desatualizados e foram substituídos pela Base Nacional Comum Curricular. A meta que foi estabelecida pelo Estado pode estar superestimada, já que o Estado aumentou sua Média no IDEB, mas não alcançou o esperado. Não há nenhuma movimentação na Secretaria de Educação do estado do Rio de Janeiro para atualização desse documento.

Falando mais especificamente, o Currículo Mínimo traz a palavra Estatística apenas no 3º ano do Ensino Médio, com o capítulo intitulado de Estatística: Medidas de Centralidade e dispersão.

Porém, no oitavo ano do Ensino Fundamental, o documento indica que seja abordado o tema Medidas de Tendência Central. Na descrição do tema, constam apenas indicações diretas e que sugerem a aplicação de fórmulas e pouco conhecimento sobre a importância dessa temática.

Com isso, percebe-se que o Currículo Mínimo do Estado do Rio de Janeiro não mostra indicadores de como os professores podem abordar a Estatística. Assim é relevante a presença

de um trabalho como esse, que tenha sugestões de como o professor pode agir diante de conteúdos que necessitem de abordagens mais realistas.

A Secretaria de Educação do Estado do Rio de Janeiro ainda não se pronunciou sobre a adaptação do estado à Base Nacional Comum Curricular. Ou seja, de acordo com o Ministério da Educação, todas as escolas, independente da esfera, particular ou privada, devem se adequar ao documento normativo mais recente. Logo, espera-se que o Currículo Mínimo do Estado do Rio de Janeiro seja substituído pela nova BNCC.

No próximo item, aborda-se a revisão da literatura sobre o tema Educação Estatística e apresentamos os textos que nos auxiliaram para realização deste trabalho.

5 REVISÃO SISTEMÁTICA DA LITERATURA

Nesta seção apresentaremos alguns trabalhos acadêmicos que possuem afinidade com a nossa pesquisa e que se relacionam aos temas de Educação Estatística e Literacia Estatística.

Para selecionar esses trabalhos, foi realizada uma pesquisa específica, chamada Revisão Sistemática da Literatura que, segundo Rodrigues et al (2016), é um dos meios para identificar, avaliar e interpretar toda pesquisa pertinente a uma pergunta de pesquisa em particular.

Sendo assim, Sampaio (2006) alega que uma Revisão Sistemática, assim como outros tipos de estudo de revisão, é uma forma de pesquisa que utiliza como fonte de dados a literatura sobre determinado tema. Logo, seu resultado não é uma simples relação cronológica ou uma exposição descritiva de uma temática, pois a revisão sistemática deve se constituir em um trabalho reflexivo, crítico e compreensivo a respeito do material analisado.

Para Sampaio (2006), a Revisão Sistemática da Literatura possui 5 passos a serem descritos a seguir: o primeiro deles é a definição da pergunta, o segundo passo é buscar a evidência, ou seja, nesta etapa os pesquisadores devem se certificar de que todos os artigos importantes ou que possam ter algum impacto na conclusão da revisão sejam incluídos. No terceiro passo, necessita-se revisar e selecionar os estudos. No passo quatro, analisa-se a qualidade metodológica dos estudos, ou seja, nesta fase é importante que os pesquisadores considerem todas as possíveis fontes que podem comprometer a relevância do estudo em análise. No quinto e último passo, apresentam-se os resultados.

Outras razões mais específicas que justificam o uso da Revisão Sistemática foram descritas em Kitchenham (2004), são elas:

- Resumir alguma evidência existente sobre uma determinada teoria ou tecnologia, por exemplo;
- Identificar pontos em aberto para a pesquisa e questão, possibilitando a definição de áreas em que mais investigações devem ser realizadas;
- Prover embasamento para novas atividades de pesquisa.

O escopo para aplicação da revisão sistemática da literatura para essa pesquisa relaciona-se à Educação Estatística, focando no Ensino Fundamental, especificamente o ensino das Medidas de Tendência Central na construção do conhecimento de Literacia Estatística.

Assim, vale retomar a questão de pesquisa: "De que forma uma sequência didática pode contribuir para a construção do conceito de Medidas de Tendência Central por parte dos

alunos da 8º ano do Ensino Fundamental de uma escola da Rede Particular do Rio de Janeiro?".

Estipulam-se, assim, os critérios para a realização da revisão sistemática da literatura a partir dessa questão de pesquisa apresentada, a saber:

- intervenção: trabalhos que apresentam um estudo sobre as Medidas de Centralidade no Ensino Fundamental;
- efeito: a partir dos trabalhos encontrados, verificar quais são as pesquisas que utilizam as Medidas de Tendência Central e sobre o que elas tratam;
- medida de desfecho: quantidade de dissertações ou teses publicadas sobre Medidas de Tendência Central no Ensino Fundamental;
- população: quantidade de dissertações e teses relacionadas com Medidas de Tendência Central e sua importância no ensino de Estatística no Ensino Fundamental;
- problema: as Medidas de Tendência Central são importantes no desenvolvimento da Literacia estatística em alunos do Ensino Fundamental?

O Quadro 2 apresenta os critérios para a realização da Revisão Sistemática da Literatura (RSL) a partir da questão de pesquisa.

Quadro 2 – Critérios para RSL

Critério	Descrição
Seleção de Fontes	Será constituída em bases de dados eletrônicos. Será considerada a busca por artigos de conferências cuja temática seja Medidas de Tendência Central, além de utilizar o tema de Educação Estatística deste trabalho.
Palavras – chave	Medidas de Tendência Central, Medidas de Centralidade, Ensino Médio, Literacia estatística
Idioma dos estudos	Português
Métodos de busca de fontes	As fontes serão acessadas via web. No contexto desta revisão não será considerada a busca manual
Listagem de fontes	Google Acadêmico
Tipos das Fontes	Artigos, teses ou dissertações
Critérios de Inclusão e Exclusão de Artigos	Os artigos devem estar disponíveis na web; Os trabalhos devem considerar as Medidas de Tendência Central no ensino de estatística, além da Literacia estatística na construção do conhecimento desse assunto.

Fonte: Dados da pesquisa

Para a escolha das fontes de dados, foi aplicada a estratégia de buscar no Google Acadêmico, para identificação de artigos pertinentes ao tema da investigação, as dissertações e teses identificadas, que foram selecionadas pela leitura e verificação dos critérios de inclusão e exclusão estabelecidos, conforme Quadro 2.

Na Revisão Sistemática da Literatura, é necessário restringir o escopo das buscas. Essa restrição pode variar de acordo com *string*, ou seja, um conjunto de descritores com alguns operadores booleanos: *AND*, *OR*, parênteses, e considera o periódico em que a busca é realizada e o local onde as palavras serão procuradas, ou seja, no texto ou no resumo.

A *string* utilizada para seleção dos trabalhos foi ("Medidas de Tendência Central" OR "Medidas de Centralidade") AND ("ensino fundamental") AND ("Literacia estatística" OR "letramento estatístico") AND ("Teoria das Situações Didáticas").

A escolha dessas palavras-chave se deu por conta do tema do trabalho, além de seguir Rodrigues et al (2016), quando diz que as palavras-chave precisam ser sensíveis o suficiente para acessar adequadamente o fenômeno, indicando um número representativo de trabalhos. Porém, não podem ser sensíveis demais, retornando muitos resultados, inviabilizando o projeto de revisão.

Esclarecemos que a palavra-chave Literacia Estatística foi incluída, pois seguimos a definição de DelMas (2002), em que o autor apresenta a Literacia estatística como uma competência de abrangência geral, com o pensamento e o raciocínio incluídos em seu domínio. Ou seja, um cidadão estatisticamente letrado tem o pensamento e o raciocínio totalmente desenvolvidos. Por isso, acreditamos que, quando usamos a Literacia Estatística, estamos abrangendo também o raciocínio e o pensamento estatísticos.

Como resultado da busca realizada no Google Acadêmico, definido na lista de fontes dos critérios para realização da Revisão Sistemática, encontraram-se 10 resultados para a *string* utilizada, no período de 2013 a 2019.

O primeiro deles tem o título de “Contribuições do GeoGebra nas dialéticas de uma situação didática para o estudo das Medidas de Tendência Central” e foi desenvolvido por José Ronaldo Alves Araújo e Celina Aparecida Almeida Pereira Abar. Esse trabalho foi publicado pela revista Educação Matemática Debate, organizada pela Universidade Estadual de Montes Claros – Unimontes.

Esse artigo é oriundo dos resultados de uma pesquisa de mestrado que teve como objetivo desenvolver e aplicar uma proposta de atividades visando à construção de significados das Medidas de Tendência Central, a partir da mobilização de conhecimentos

prévios dos participantes, utilizando-se dos pressupostos da Engenharia Didática. O trabalho em questão foi apresentado no Encontro Nacional de Educação Matemática, realizado em julho de 2019. A pesquisa realizada no mestrado utilizou como aporte teórico a Teoria das Situações Didáticas de Brousseau (1986), especificamente as dialéticas de ação, formulação e validação e a institucionalização propostas por essa teoria.

Observa-se, com a leitura do texto, que o autor utiliza a mesma metodologia de pesquisa que está sendo desenvolvida neste trabalho. Sendo assim, as variáveis de ordem geral e as variáveis locais se apresentam de forma diferente das que foram definidas por nós, pois o trabalho de Araújo (2018) se distingue principalmente pelo uso da tecnologia digital em sala de aula e pelo uso do programa GeoGebra.

Bem como será apresentado nesta pesquisa, Araújo (2018) realizou as análises preliminares dos pressupostos da Engenharia Didática a partir da literatura revisada, sendo ela os Parâmetros Curriculares Nacionais, a Base Nacional Comum Curricular e o Currículo de Matemática de São Paulo, outra diferença entre a pesquisa de Araújo (2018) e a nossa.

Como resultado obtido na investigação, as contribuições do GeoGebra para o estudo das Medidas de Tendência Central vão ao encontro da vantagem didática observada nas múltiplas representações do GeoGebra, que permitem trabalhar com elementos matemáticos e, neste caso, estatísticos em sala de aula.

Observa-se que os resultados dessa pesquisa versam principalmente sobre a contribuição do GeoGebra para o estudo sobre Medidas de Tendência Central e, por isso, não pode ser aplicada neste trabalho. Ainda assim, observa-se a construção das situações didáticas propostas por Brousseau, assim, o trabalho se tornou útil para nós.

O segundo dos trabalhos encontrados é de autoria de Cássio Cristiano Giordano, sob o título de “O desenvolvimento do letramento estatístico por meio de projetos: um estudo com alunos do Ensino Médio”. Pela leitura do próprio título observa-se que o trabalho concentra seus resultados em alunos do Ensino Médio e, por isso, não será discutido nesta revisão da literatura.

O terceiro trabalho que se mostrou em nossa pesquisa é intitulado de “Situações didáticas e educação estatística: uma proposta de aprendizagem no estudo de centralidade para o ensino médio”, do autor Sandro Grossi Nascimento. A pesquisa foi desenvolvida no Programa de Mestrado em Educação Matemática da Universidade Federal de Juiz de Fora. O objetivo do trabalho é investigar atividades didáticas de estatística para alunos do Ensino Médio. A Metodologia de pesquisa utilizada na pesquisa foi a Engenharia Didática, bem como nosso trabalho.

O trabalho de Nascimento (2015) nos amparou em muitos momentos da pesquisa, quando se tratava das definições de Medidas de Centralidade e a própria metodologia de pesquisa que se iguala a pesquisa que desenvolvemos. Além disso, a base teórica utilizada na pesquisa foi a Teoria das Situações Didáticas de Brousseau.

Os resultados da pesquisa de Nascimento (2015) apontam que o objetivo de procurar uma forma de contribuir para o processo de ensino e aprendizagem dessas medidas de centralidade foi, em grande parte, com êxito, baseado no desenrolar das atividades didáticas, demonstrando a segurança e desenvoltura dos alunos na elaboração das ideias de centralidade, gerando apropriação do conceito dessas medidas. Procuramos desenvolver um trabalho que encontre parte desses objetivos, com um olhar no Ensino Fundamental.

Novamente, no quarto trabalho encontrado, também de autoria de Cássio Cristiano Giordano, sob o título de “Projetos interdisciplinares e letramento estatístico”, observou-se pela leitura do resumo que os sujeitos de pesquisa foram alunos do 3º ano do Ensino Médio, portanto, fora do público alvo da nossa pesquisa.

No quinto trabalho, identificado pelo Google Acadêmico, cujo autor é Douglas Willian Nogueira de Souza, sob o título “Mobilização do letramento estatístico articulado ao contexto socioambiental”, observou-se pela leitura do resumo que o objetivo da pesquisa foi analisar se o letramento estatístico ocorre em alunos do 5º ano do Ensino Fundamental por meio da articulação com o contexto socioambiental. Logo, novamente, está fora do nosso objeto de estudo, que são os alunos do Ensino Fundamental II.

O sexto trabalho exposto pela pesquisa, com o título de “Atividade para o estudo das Medidas de Tendência Central: uma proposta com apoio do GeoGebra”, com autoria de José Ronaldo Alves de Araújo, é a dissertação de mestrado citada no primeiro artigo identificado pela pesquisa no Google Acadêmico, já descrito anteriormente na revisão. A dissertação de mestrado foi defendida pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, no ano de 2018.

Na sétima indicação feita pelo *site*, encontramos o trabalho de Gláucia Garcia Bandeira de Vargas, cujo título é “A metodologia da resolução de problemas e o ensino de estatística no nono ano do Ensino Fundamental”. Segundo o resumo, o objetivo do trabalho é investigar a contribuição da Metodologia de Resolução de Problemas no ensino de Estatística para alunos do nono ano do Ensino Fundamental. Apesar da metodologia não ter ligação com a que adotamos em nossa pesquisa, foi interessante observar as questões e problemas que o estudo apresenta, além de seus resultados.

O problema da pesquisa que orienta o trabalho de Vargas (2013) é delimitado pelas contribuições da metodologia da resolução de problemas na aprendizagem dos conceitos de

Estatística por alunos do nono ano do Ensino Fundamental. Como esse trabalho está alocado no Ensino Fundamental II, é importante verificar como foi conduzido.

As questões da pesquisa citada interessam um ponto importante que intersecta no nosso trabalho. Quais são os conhecimentos dos alunos pesquisados sobre conteúdos de pesquisa? Além disso, outra questão é: quais são as estratégias de ensino que podem ser empregadas para auxiliar os alunos e superar suas dificuldades na resolução de problemas de estatística?

O objetivo específico da pesquisa é analisar o aprendizado de conceitos estatísticos como Média, Mediana e Moda. O trabalho apresenta a descrição de uma aplicação de uma sequência didática que nos ajudou a desenvolver a sequência didática em nosso estudo.

Como resultado, o trabalho trouxe à tona as dificuldades dos alunos nas questões mais desafiadoras da sequência didática. Essas dificuldades não devem gerar surpresa, pois há uma combinação de fatores que geram essas dificuldades, tais como: o ambiente pouco desafiador de sala de aula, livros didáticos inadequados e a pouca cobrança por desempenho naturalmente produz dificuldade no aprendizado, dificuldades que foram encontradas também na realização de nosso trabalho.

Vargas (2013) alega que superar esses obstáculos só foi possível porque os conceitos teóricos de Estatística foram trazidos para o mundo dos alunos em situações-problema preparados com base na realidade social e econômica deles e de suas famílias, um dos pressupostos utilizado em nossa pesquisa na expectativa da superação de obstáculos dos alunos de nossa realidade.

No trabalho de Marcelo Calixtro Haubert, cujo título é “Uma medida saudável: uma abordagem de Educação Estatística no Ensino Médio associada à área da saúde”, observa-se na leitura do título e do resumo que se trata de uma pesquisa voltada para o Ensino Médio e, por isso, não será considerada para o nosso trabalho.

Por conseguinte, foram encontrados 10 trabalhos utilizando a *string* descrita anteriormente e com a limitação de tempo entre 2013 e 2019. Dos 10 trabalhos, apenas 3 se conectam com a nossa pesquisa, no sentido de serem desenvolvidos com alunos do Ensino Fundamental, trazerem o tema de Medidas de Tendência Central ou utilizarem os pressupostos da Engenharia Didática. Um dos trabalhos é a dissertação de mestrado de José Ronaldo Alves Araújo e o outro é um artigo do mesmo autor, que traz algumas discussões realizadas no Encontro Nacional de Educação Matemática de 2019.

Ainda dentro Revisão Sistemática da Literatura, pesquisamos em revistas, jornais, eventos e periódicos que são notoriamente reconhecidos na área de Educação Estatística.

As revistas consultadas foram a *Zetetiké*, que é uma publicação institucional da Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas, onde encontramos dois artigos com o tema de Educação Estatística. Outras importantes publicações com edições temáticas em Educação Estatística foram: *Bolema*, edição de 2011, *Vidya*, edição de 2016 e *Educação Matemática Pesquisa*, edição de 2016, avaliadas como periódicos QUALIS A2 pela CAPES.

Nacionalmente, destacamos a importância do Grupo de Trabalho 12, formado por pesquisadores que atuam na área de Educação Estatística e estão vinculados a Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM). Segundo o *site* da SBEM, o grupo tem como objetivo estudar e compreender como ocorre o ensino e a aprendizagem em Estatística, o que envolve os aspectos cognitivos e afetivos deste processo, além da epistemologia dos conceitos estatísticos e o desenvolvimento de métodos e materiais de ensino etc., visando o desenvolvimento do letramento estatístico.

Em âmbito internacional, foram lidos artigos do *Teaching Statistics Journal*, um periódico publicado pela Associação Americana de Estatística, que propõe a divulgação do conhecimento sendo acessível para a melhoria do ensino de Estatística em todos os níveis. Reconhecidamente como uma editora virtual, responsável por jornais, livros e revistas em todas áreas de pesquisa científica, inclusive Educação Matemática e Educação Estatística, foram pesquisados artigos publicados pela *Springer*.

Ainda internacionalmente, dois grupos de pesquisa se destacam em número de publicações e qualidade dos trabalhos. O primeiro deles, na Espanha, é coordenado pela Dra. Carmem Batanero, Professora do Departamento de Didática da Matemática da Universidade de Granada. Esse grupo se destaca pelos trabalhos em diversos níveis escolares, desde o Ensino Básico até o Ensino Superior. Além disso, sua página na *internet* conta com atualizações constantes de artigos, livros e projeto sem Didática da probabilidade, Didática da Estatística, inferência, combinatória e formação de professores.

No grupo de pesquisa da Dra. Carmem Batanero, segundo sua página na *internet*, destaca-se o trabalho nos diferentes aspectos que compõem a didática da probabilidade e da Estatística (concepções e raciocínio dos alunos, análise epistemológica, materiais e recursos para a sala de aula). Dentre esses trabalhos, aqueles que foram considerados mais interessantes para compartilhar com outros professores e pesquisadores estiveram compilados em um livro muito utilizado nas pesquisas relacionadas.

Outro grupo importante na promoção da Educação Estatística está situado na Nova Zelândia, coordenado pelo Dr. Chris Wild. Trabalhos desses grupos e pertinentes à nossa pesquisa foram incorporados de acordo com a leitura.

A Conferência Internacional sobre Ensino de Estatística (ICOTS) é realizada a cada quatro anos em diferentes partes do mundo. O principal objetivo do ICOTS é dar a educadores e profissionais de Estatística em todo o mundo a oportunidade de trocar informações, ideias e experiências, apresentar inovações e pesquisas recentes no campo da Educação em Estatística e expandir seus colaboradores. Por conta de sua importância na área, foram lidos periódicos da última edição do evento, que ocorreu em 2018.

As publicações em âmbito nacional e internacional citadas serviram como embasamento para a pesquisa e todo o desenvolvimento das ideias que foram descritas no presente trabalho.

6 CONCEPÇÕES E ANÁLISE *A PRIORI*

Segundo Almouloud (2007), para garantir o alcance dos objetivos traçados no decorrer da pesquisa, o pesquisador deve elaborar e analisar uma sequência de situações-problema. Então, o pesquisador necessita escolher as variáveis didáticas que podem provocar as mudanças desejadas, no que diz respeito ao processo de ensino e de aprendizagem do objeto matemático proposto no trabalho.

Com isso, Almouloud (2007) expõe que o propósito dessa fase da Engenharia Didática é determinar como as escolhas efetuadas permitem controlar os comportamentos dos alunos e explicar seu sentido.

São dois tipos de variáveis didáticas definidos por Artigue (1988 apud ALMOULOU, 2007). As variáveis macrodidáticas ou globais são relativas à organização global da Engenharia, as variáveis microdidáticas ou locais são relativas à organização local da Engenharia, isto é, a organização de uma sessão ou de uma fase.

No caso específico da pesquisa, foram feitas as escolhas globais, sendo elas: introduzir o estudo das Medidas de Tendência Central apresentando possíveis integrações de diferentes áreas e contextualização; valorizar os problemas que instiguem nos alunos ideias sobre as Medidas de Centralidade e não apenas os procedimentos numéricos e enfatizar as competências da Literacia estatística, o pensamento e o raciocínio estatísticos para o estudo das Medidas de Centralidade.

A partir das variáveis globais descritas, escolheram-se as variáveis microdidáticas, que podem ser descritas como: realizar uma sequência de ações com uma turma de alunos, com duração de 50 minutos por encontro, sendo realizados cinco encontros; explorar os assuntos que serão tratados a partir das reportagens encontradas pelos alunos; incentivar entre os alunos a socialização das ideias compreendidas para resolução das tarefas; aplicar atividades para resolução sobre Medidas de Centralidade e utilização dessas medidas sob o ponto de vista das competências estatística de literacia estatística, pensamento e raciocínio estatísticos.

As escolhas dessas variáveis foram feitas por conta da experiência da professora pesquisadora em contato com a turma e com a vivência dela na escola.

Nesta fase da Engenharia Didática, seguimos o indicado por Almouloud (2007) e elaboramos uma Sequência Didática, composta de 5 momentos com os alunos. Eles nos auxiliaram a encontrar as respostas para a questão que norteia essa pesquisa.

No primeiro momento, a professora-pesquisadora fez uma discussão sobre estatística e medidas de centralidade. O objetivo é compreender o que os alunos sabem previamente sobre

o assunto. Esperava-se que os alunos se lembrassem da Medida de Tendência Central que tiveram contato no ano anterior que, segundo a BNCC, é a Média, presente no 7º ano Ensino Fundamental. As outras medidas, que são Moda e Mediana não fazem parte do currículo dos alunos até este momento então, não há a possibilidade de os alunos saberem os conceitos, ao menos que já tenham ouvido falar em um contexto fora da escola.

A importância desta situação para o aluno é relembrar algum possível conceito que já foi visto no ano anterior e, a partir disso, entender do que estamos tratando nas próximas etapas. Um comportamento possível neste momento é que os alunos não se lembrem de terem tido qualquer tipo de contato com os conceitos e registrem no papel que não sabem do que se trata tal palavra.

No segundo momento, fizemos o reconhecimento das medidas de centralidade, em que os alunos foram buscar em publicações de jornais, revistas e em blogs materiais que utilizam medidas de centralidade para tratar de algum tema. Cada aluno deveria falar sobre o material que havia trazido. O objetivo desse momento é entender se o aluno consegue localizar essas palavras nos meios de comunicação. Esperava-se que os alunos encontrassem reportagens que continham as palavras: Média, Moda e Mediana.

Neste momento foi importante para o aluno, pois o condicionou a uma leitura crítica das reportagens que estavam sendo vinculadas com este tema. Até mesmo para quando uma notícia fosse dada na televisão. Um comportamento possível neste momento da Sequência Didática é que o aluno não consiga localizar estas palavras na mídia impressa, pelo fato de não compreender a diferença entre essas palavras e qualquer outra que esteja presente na notícia.

No terceiro momento, a ideia foi compreender os conceitos de medidas de centralidade. Fizemos a apresentação formal dos conceitos de Medidas de Centralidade. Neste momento foi importante a professora encontrar estratégias para o ensino dos conteúdos, de forma que os alunos interagissem na aula. O ideal seria utilizar os exemplos que os alunos trouxessem, de forma que fossem destrinchados para maior entendimento da reportagem ou matéria.

A importância desse momento para o aluno foi grande, pois até o momento não havia sido discutido com eles sobre as ideias formais de Medida de Centralidade. Alguns alunos podem ter a ideia apenas de Média, porém, Mediana e Moda não é comum ser do conhecimento do aluno. Para que os próximos momentos façam sentido para o aprendizado dos alunos, foi preciso que os conceitos estivessem claro no entendimento. O comportamento

esperado do aluno neste momento é que aprenda de forma clara e fosse evitada qualquer dúvida neste assunto.

No quarto momento, a ideia foi de conversar sobre a assimilação do conteúdo apresentado. Neste momento, os alunos iriam fazer uma nova discussão sobre o tema da pesquisa, porém com maior propriedade, pois foram apresentados aos conceitos formais na atividade anterior.

Muitos alunos conseguiram corroborar as ideias que tiveram inicialmente, mesmo que acrescentando conhecimentos novos e aprofundados que foram obtidos na aula anterior.

Esta etapa foi muito importante para eles, houve liberdade para conversar sobre algum ponto que não tivesse ficado claro e fazer um contraponto do que foi respondido na primeira etapa de toda Sequência Didática, em que escreveram sobre o que acreditavam significar tais palavras.

Esperava-se que os alunos conseguissem participar desse momento, lembrando o que descreveram anteriormente e que, caso respondessem coisas distantes da definição, pudessem fazer um contraponto de suas percepções.

No quinto e último momento, foi a resolução da tarefa proposta. Os alunos se dividiram em grupos de 3 para resolução das atividades propostas pela professora sobre o tema. O ponto chave desta pesquisa e da sequência didática em si, é a resolução das tarefas. Elas foram pensadas de forma a estimular as situações de ação, de formulação, de validação e de institucionalização, que foram descritas anteriormente neste trabalho.

O propósito desses momentos foi para que os alunos consigam compreender as tarefas da atividade e que compartilhem com os amigos de grupo as possíveis respostas e, diante disso, que fosse permitido o desenvolvimento das Competências da Educação Estatística. O comportamento esperado dos alunos nesta etapa foi que eles conseguissem entrelaçar os momentos da Sequência Didática para chegar a discutir e encontrar a solução das tarefas propostas.

A pesquisadora/professora possui cinco tempos semanais de 50 minutos cada. A turma é composta de 23 alunos, pouco interessados nas aulas de Matemática, mas possuem bom relacionamento interpessoal entre os colegas e com a professora.

As sequências didáticas desenvolvidas pela professora-pesquisadora se caracterizam por serem sequências que exploram o pensamento estatístico do aluno e tiram o foco do ensino nas fórmulas e na repetição dos exercícios. As situações descritas neste trabalho são de cunho exploratório e que exigem do aluno certo grau de tomada de decisão.

Leva-se em consideração o que Gal (1995) diz que para avaliar a compreensão dos alunos sobre as Médias, os professores devem usar tarefas que apresentem uma necessidade genuína de usar uma Média. O conhecimento dos alunos sobre a Média deve também ser examinado a partir de tarefas interpretativas, em parte porque na realidade, há poucos, ou nenhum, casos em que os cidadãos têm valores calculados.

Entende-se que essa situação se torna importante para o aluno logo após a discussão e aprendizado do tema. É interessante que se observe a aplicação dos conteúdos e de como se pode usar em temas variados na vida fora da escola. As situações foram organizadas de modo que o aluno seja responsável pelo seu aprendizado.

No próximo capítulo, entraremos na fase da Engenharia Didática determinada de experimentação. Será descrito como os alunos se comportam mediante aos desafios propostos.

7 EXPERIMENTAÇÃO

A elaboração e a experimentação da sequência de ensino contendo a exposição do tema e as situações-problema fundamentaram-se na Teoria das Situações Didáticas de Brousseau (1986), que permeia o processo de ensino e aprendizagem com situações de ação, de formulação, de validação e da institucionalização do conhecimento. A finalidade das situações desenvolvidas é a construção do conhecimento em Medidas de Tendência Central, por parte dos alunos do 8º ano do Ensino Fundamental.

Para aplicação das atividades, foi separado um momento nas aulas da professora-pesquisadora, visto que as situações analisadas foram realizadas com os alunos da turma em que a professora ministra aulas.

Para iniciar a fase da experimentação, foi realizado o contrato didático. Aos estudantes, foi explicado que seria realizada uma série de atividades envolvendo as Medidas de Centralidade, que na primeira aula teríamos uma conversa sobre o que já sabiam sobre o assunto, e que fariam registros após a conversa. Foi explicado também que os alunos poderiam socializar o conhecimento (caso tivessem) de forma a ajudar o colega a entender os conceitos, e que, ao final da série de atividades, seriam disponibilizadas tarefas em que a professora/pesquisadora estaria à disposição para sanar as dúvidas interpretativas e algébricas dos alunos em relação às questões, porém sem intervir na descrição das resoluções, caracterizando, assim, uma situação adidática (BROUSSEAU, 1986).

Durante a fase da experimentação, foram coletados vários dados para composição da pesquisa, como as reportagens que foram coletadas pelos alunos, as resoluções de questões propostas, as dúvidas, os erros que ocorreram durante a etapa, que serão discutidos na análise *a posteriori*.

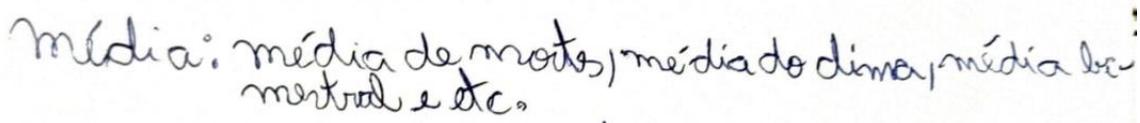
Diante das tarefas que foram propostas aos alunos, esclarecemos que identificamos as situações didáticas e adidáticas, conforme foram aplicadas. Isso porque para Pais (2002), em torno de uma situação didática pode haver uma diversidade de situações adidáticas.

Para Brousseau (1986), quando o aluno coloca em funcionamento as diretrizes indicadas pelo professor e é capaz por ele mesmo de utilizar o conhecimento que está construindo em uma situação não prevista, de qualquer contexto de ensino e também na ausência de qualquer professor, está ocorrendo **então o que pode ser chamado de situação adidática**.

Na primeira aula proposta pela sequência didática, a ideia foi fazer uma discussão sobre Estatística e Medidas de Centralidade, a fim de compreender o que os alunos sabiam

previamente sobre o assunto. Inicialmente, as respostas dos alunos concentraram-se em dar exemplos do que eles conheciam das palavras que integram as Medidas de Tendência Central que foram expostas pela professora. Nota-se nos exemplos dados pelas Figuras 2 e 3 e na análise dos outros trabalhos que a média bimestral foi citada intensamente, isso porque é a realidade que os alunos encontram na própria escola.

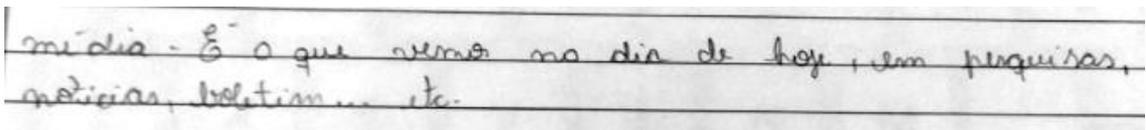
Figura 2– Significado de Média 1



Média: média de meses, média de clima, média bimestral e etc.

Fonte: Dados da pesquisa

Figura 3– Significado de Média 2

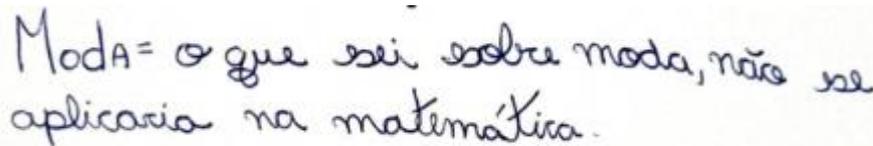


Média - é o que ocorre no dia de hoje, em pesquisas, notícias, boletins, etc.

Fonte: Dados da pesquisa

Sobre Moda, que é uma das medidas menos utilizadas pela mídia, as respostas dos alunos foram vagas e demonstraram com clareza que eles não conhecem esse conceito matemático, conforme a resposta dada na Figura 4.

Figura 4– Significado de Moda



Moda = o que sei sobre moda, não se aplicaria na matemática.

Fonte: Dados da pesquisa

Bem como o conceito de Moda, a Mediana é uma das medidas que não são comumente utilizadas pelos exemplos para os alunos. Neste caso, Figura 5, fica claro que o conceito de Mediana foi utilizado pelo aluno da forma que é apresentado no dicionário, ou talvez o que o aluno já escutou em algum momento.

Figura 5 – Significado de Mediana

Fonte: Dados da pesquisa

Ao final do primeiro momento, foi solicitado aos alunos que observassem e trouxessem para o segundo momento revistas, jornais e páginas da *internet*, textos que apresentassem as Medidas de Tendência Central. Como esperado, pelo que já foi discutido anteriormente, os alunos foram unânimes em apresentar reportagens que mostrassem apenas o uso da Média. Seguem três exemplos do que foi mostrado e discutido, Figuras 6, 7 e 8.

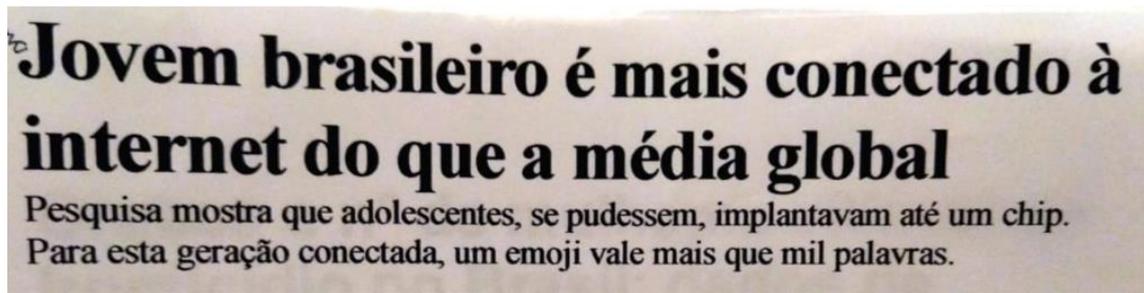
Figura 6– Notícia 1

Fonte: Dados da pesquisa

Figura 7– Notícia 2

Fonte: Dados da pesquisa

Figura 8– Notícia 3



Fonte: Dados da pesquisa

Observamos que nas reportagens das Figuras 6 e 7 não há a palavra “Média” nos títulos. Discutimos com os alunos que trouxeram esses trechos o porquê de terem identificado a palavra nesse contexto. Os alunos alegaram que a porcentagem que aparece no título os confundiu. Os alunos também alegaram que no texto das reportagens há muitos momentos em que o autor fala de aumento e decréscimo, o que causou confusão para obter o que foi solicitado.

Além disso, percebe-se que os assuntos trazidos pelos alunos foram interessantes e produziram um engajamento na discussão proposta. Por mais que não estivéssemos falando de conteúdos matemáticos propriamente ditos, pudemos discutir assuntos em que a Matemática está inserida.

Esse momento pode ser embasado nas ideias de Carzola (2017), pois o trabalho com Estatística na escola propicia o desenvolvimento do pensamento estatístico, a vivência de um trabalho interdisciplinar e possibilita abordar temas transversais.

No terceiro momento dos encontros, houve a exposição dos conceitos de Medidas de Tendência Central para os alunos. O conteúdo utilizado está exposto neste trabalho. Foi curioso perceber alguns estudantes comentando sobre como esses temas são importantes e interessantes.

No quarto encontro, pôde-se falar sobre as Medidas de Tendência Central, bem como aconteceu no primeiro momento. Porém, por agora, os alunos puderam falar com mais propriedade, pois já conheciam as medidas que foram apresentadas formalmente na outra aula.

Para finalizar a sequência e seguindo as indicações de Brousseau (1996), foram elaboradas tarefas baseadas sobre o que foi discutido com os alunos. Os assuntos abordados são contemporâneos e a participação dos alunos foi notória.

Lembrando do que foi escrito anteriormente no trabalho, serão apresentadas agora as tarefas que foram disponibilizadas aos alunos e ficou caracterizada uma intenção, por parte do professor, de possibilitar ao aluno a aprendizagem de um determinado conteúdo, nesse caso as Medidas de Tendência Central.

As tarefas que serão apresentadas a seguir foram elaboradas de acordo com as ideias de Literacia Estatística, Pensamento e Raciocínio Estatísticos que foram descritas anteriormente no trabalho. Para tanto, dividimos a turma em grupos de três alunos e realizamos a tarefa em dois momentos. Cada momento está dividido em três questões que estão divididas dessa maneira de acordo com as variáveis microdidáticas.

No primeiro item, o tema foi o serviço de *streaming* que oferece acesso a mais de 30 milhões de músicas. Nesse serviço, existem vários recortes personalizados que cada usuário pode fazer para descobrir quem é o artista mais escutado, músicas mais ouvidas, além de outros recursos.

No primeiro tópico abordado, foi perguntado aos alunos qual Medida de Tendência Central eles usariam para apresentar para o consumidor os artistas mais ouvidos e músicas mais ouvidas, como se pode observar na Figura 9.

Figura 9 – Primeira tarefa (Letra a)

No fim de 2018, o *Sportify* trouxe algumas novidades interessantes. Além dos tradicionais artistas mais ouvidos, músicas mais ouvidas e quantas horas você passou usando a plataforma, é possível descobrir qual a música mais antiga que você ouviu nesse ano (em “idade” de gravação) e até os artistas de qual signo você mais consumiu pelo *streaming*.

- a) Seguindo essa ideia do *Sportify*, qual medida de tendência central você usaria para apresentar para o consumidor os artistas mais ouvidos e músicas mais ouvidas?

Fonte: Dados da pesquisa

As respostas ao problema apresentaram apenas duas medidas: Média e Moda. Não foi discutido com os alunos sobre variáveis quantitativas e qualitativas, mas acredita-se que os trabalhos que responderam “Média” não compreenderam que para obter a Média é preciso de dados numéricos. Ou seja, para a resposta deste quesito não é possível apresentar a “Média” das músicas durante um ano e, sim, a mais ouvida, nesse caso, a Moda.

Ainda relacionado ao assunto, o outro item pede para o aluno criar uma informação e fornecer aos usuários do *streaming*. A partir de uma das três Medidas de Tendência Central (Média, moda ou Mediana), pergunta-se qual informação o aluno acha que seria mais relevante, tal como mostra a Figura 10.

Figura 10 – Primeira tarefa (Letra b)

Todo ano é necessário que o serviço de *streaming* apresente novidades, principalmente para captar mais clientes. Vamos supor que você crie uma nova informação para fornecer para esses usuários. Usando uma das três medidas de tendência central (média ou moda ou mediana) da estatística, qual informação você acha que seria mais relevante?

Fonte: Dados da pesquisa

Unanimemente, os alunos responderam “Mediana” a essa pergunta, sem muitas explicações. Pode-se observar a resposta como fuga para uma Medida de Tendência Central que é desconhecida por eles, pois não houve embasamento nas explicações.

O item número 2 da sequência didática é voltado para o entendimento que os alunos tiveram das diferentes formas de calcular da Média, Moda e Mediana. O problema pode ser identificado como uma situação de ação, pois o aluno pode realizar determinadas ações mais imediatas, que resultam na produção de um conhecimento de natureza mais operacional, neste caso, a obtenção da Média, Moda e Mediana por meio das fórmulas.

Foi lançado uma discussão sobre o tempo que os jovens passam em um jogo famoso de celular. A Figura 11 apresenta como foi exposta aos alunos a tarefa e a Tabela 1 como foi apresentada aos alunos sobre o tema.

Figura 11 – Segunda tarefa

Foi medido através de um aplicativo de celular o tempo que um aluno passa em determinado jogo que consiste em personagens que caem de paraquedas em uma ilha em busca de armas e equipamentos a fim de encontrar outros jogadores para eliminá-los. Observe a tabela abaixo e responda as questões

Fonte: Dados da pesquisa

Tabela 1 – Tempo gasto e desempenho de um jogador

Jogador	Vidas perdidas no jogo	Tempo de jogo
Segunda	7	45 min
Terça	12	2h13min
Quarta	10	52 min
Quinta	8	1h13min
Sexta	16	2h18min
Sábado	21	4h47min
Domingo	13	3h37min

Fonte: Dados da pesquisa

No item a, pediu-se que os alunos calculassem o tempo médio que o jovem em questão passou no jogo. Observa-se que a pergunta é indicativa, não oferecendo dificuldades de interpretação, como está apresentado na Figura 12.

Figura 12– Segunda tarefa (Letra b)

a) Qual foi o tempo médio que este aluno passou jogando ao celular?

Fonte: Dados da pesquisa

De um modo geral, a dificuldade do questionamento era a apresentação dos números entre horas e minutos. Os alunos obtiveram bons resultados, apesar de algumas respostas apresentarem dados como 15,7. Esse valor não faz sentido ao que foi perguntado.

Por outro lado, grande parte da turma passou os valores para minutos e obteve a resposta correta, como indicado na Figura 13.

Figura 13 – Cálculo do tempo médio

a) Qual foi o tempo médio que este aluno passou jogando ao celular?

$$\frac{45 + 133 + 52 + 73 + 138 + 287 + 217}{7} = \frac{945}{7} = 135$$

2h 15 min

Fonte: Dados da pesquisa

Para finalizar o item, foi questionado qual foi a Mediana das vidas que foram perdidas pelo jogador no jogo. Alguns alunos não colocaram em ordem, como indicado nas Figuras 14 e 15.

Figura 14 - Não ordenação dos dados 1

c) Qual foi a mediana de vidas perdidas nesse jogo?

$$4, 5, 2, 5, 2, 1, 2, 4, 3 = 2, 4$$

$$\frac{2+1}{2} = \frac{3}{2} = 1,5$$

Fonte: Dados da pesquisa

Figura 15 - Não ordenação dos dados 2

c) Qual foi a mediana de vidas perdidas nesse jogo?

$$7, 12, 10, 8, 16, 21, 13 = 8$$

$$R = 8$$

Fonte: Dados da pesquisa

Por outro lado, grande parte dos alunos respondeu de forma correta, colocando os dados corretamente em ordem crescente e encontrando Mediana.

Nessas circunstâncias, observou-se que os alunos forneceram uma solução e não argumentaram e nem explicitaram os mecanismos utilizados na elaboração. Essa é uma característica da situação de ação (BROUSSEAU, 1986).

O item final levanta uma questão sobre salários, como está descrito na Figura 15. A primeira tarefa foi considerar que todas as pessoas que receberam algum rendimento em 2017 obtiveram uma diminuição em sua renda Média: quem ganhava R\$ 2.124,00 em 2016 passou a ganhar R\$ 2.112,00 em 2017, um recuo de 0,99% ou de R\$ 12,00. Assim, perguntou-se: “você acha que todas as pessoas que receberam algum rendimento em 2017 passaram a receber menos?”, como mostra a Figura 16.

Figura 16 – Terceira tarefa (letra a)

Considerando todas as pessoas que receberam algum rendimento, a renda média caiu em 2017: passou de R\$ 2.124, em 2016, para R\$ 2.112, em 2017, um recuo de 0,99% ou de R\$ 12,00.

a) Você acha que todas as pessoas que receberam algum rendimento em 2017 passaram a receber menos?

Fonte: Dados da pesquisa

As respostas para o questionamento foram unânimes: Todos os alunos responderam sim. Pode-se interpretar que os alunos não compreenderam o significado de renda Média, ou, ainda, que entendem a ideia de Média, mas não fizeram a ligação entre a palavra e o conceito apresentado.

Esse tema é distante da realidade dos alunos, fato que ficou comprovado com as respostas pouco interessadas dos alunos. Outra observação que comprova o fato do pouco interesse dos alunos foram os comentários no momento da realização da tarefa. Os alunos que responderam tranquilamente os outros dois problemas propostos levantaram questões como “não consigo pensar, não tem conta para fazer”.

A situação foi identificada como situação de formulação, pois os alunos mostraram familiaridade com as informações teóricas retratadas no problema de uma forma elaborada, utilizando uma linguagem apropriada para viabilizar seu uso na teoria. Chegou-se nessa conclusão, pois, apesar dos alunos encontrarem dificuldades para realização da tarefa, foram feitas afirmações relativas ao problema. Não foi indicado o porquê das coisas que estavam explícitas no problema, o que pode ser caracterizado como de importância para a compreensão dos termos utilizados.

O que foi pedido no item b está descrito a seguir: Quase 30% da renda do Brasil estão nas mãos de apenas 1% dos habitantes do país, a maior concentração de renda no mundo. É o que indica a Pesquisa Desigualdade Mundial 2018, coordenada, entre outros, pelo economista francês Thomas Piketty. O grupo, composto por centenas de estudiosos, disponibilizou um banco de dados que permite comparar a evolução da desigualdade de renda no mundo nos últimos anos. Imagine que em uma cidade com 100 habitantes exista uma fábrica que emprega 60% desses funcionários em atividades primárias. Outros 10% da população dessa cidade são os donos desta fábrica. Então, vamos supor que:

- 10% recebam R\$ 10.000,00 mensalmente e
- 60% recebam R\$ 2.000,00 mensalmente

Calcule a moda, Média e Mediana dos funcionários dessa fábrica. Você acredita que os 60% da população estão ganhando mais do que os donos? A Figura 17 mostra a tarefa.

Figura 17– Terceira tarefa (Letra b)

Quase 30% da renda do Brasil está nas mãos de apenas 1% dos habitantes do país, a maior concentração de renda no mundo. É o que indica a Pesquisa Desigualdade Mundial 2018, coordenada, entre outros, pelo economista francês Thomas Piketty. O grupo, composto por centenas de estudiosos, disponibilizou banco de dados que permite comparar a evolução da desigualdade de renda no mundo nos últimos anos.

Imagine que em uma cidade com 100 habitantes exista uma fábrica que emprega 60% desses funcionários em atividades primárias. Outros 10% da população dessa cidade são os donos desta fábrica. Então, vamos supor que:

- 10% receba R\$ 10.000,00 mensalmente e
- 60% receba R\$ 2.000,00 mensalmente

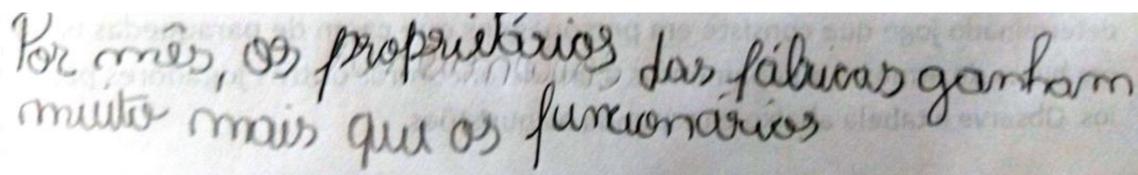
Calcule a moda, media e mediana dos funcionários dessa fábrica. Você acredita que os 60% da população estão ganhando mais do que os donos?

Fonte: Dados da pesquisa

O item b no mesmo contexto levanta a questão de que poucas pessoas ganham muito e muitas pessoas ganham pouco. Esse item também trazia informações em porcentagem, o que foi um impasse, visto que não foi abordado esse tema.

Percebeu-se pelas respostas dos alunos que a descrição do que foi pedido está ambígua e até mesmo confusa. Ainda assim, alguns alunos se arriscaram na resposta, conforme mostra a Figura 18.

Figura 18 –Comparação salarial



Por mês, os proprietários das fábricas ganham muito mais que os funcionários

Fonte: Dados da pesquisa

Apesar de nenhuma das repostas chegar ao esperado, foram levantadas questões interessantes como a da Figura 10.

Apesar das situações descritas terem sido, inicialmente, planejadas para serem aplicadas como situações didáticas, segundo Freitas (2002), uma vez estabelecida uma

intenção de ensino através da resolução de um problema, é principalmente a presença, a valorização e a funcionalidade de situações adidáticas no transcorrer de uma situação didática que diferenciam fundamentalmente essas duas formas de ensinar.

A parte positiva do trabalho com as atividades é a importância de uma abordagem construtivista do saber matemático. Nesse sentido, cada conhecimento matemático pode ser caracterizado por uma ou mais situações adidáticas que lhe dão sentido e compõem um trabalho com finalidade didática (FREITAS, 2002).

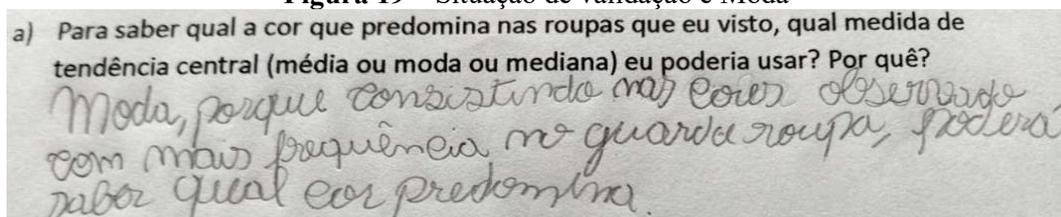
Vale lembrar que para Freitas (2002), uma situação adidática caracteriza-se essencialmente pelo fato de representar determinados momentos do processo de aprendizagem nos quais o aluno trabalha de maneira independente, não sofrendo nenhum tipo de controle direto do professor relativo ao conteúdo matemático que está sendo tratado.

Ressaltamos ainda que até mesmo quando o professor prepara, organiza a situação e tem controle sobre o andamento dela, não o tem sobre o saber. O aluno pode vivenciar o momento como se fosse um pesquisador que busca encontrar solução sem a ajuda do mestre. Toda vez que for possível caracterizar uma intenção, por parte do professor, de orientação de um aluno para a aprendizagem de um determinado conteúdo específico, fica caracterizado a existência de uma situação didática, portanto, toda situação adidática é um tipo de situação didática (FREITAS, 2002).

Foi apresentado aos alunos um problema sobre uma pessoa que gostaria de contabilizar as roupas que possui no guarda-roupa, a começar pelas cores, sabendo que ela tem muitas roupas coloridas. No primeiro item, pergunta-se a partir da separação dessas roupas pelas cores que predominam na vestimenta da pessoa e, assim, perguntar: qual Medida de Tendência Central (Média, Moda ou Mediana) poderia se usar? Por quê?

A resposta esperada para o problema é que os alunos concluíssem que a Moda é a Medida de Tendência Central mais indicada para o caso, já que se podem identificar as amostras que mais aparecem no conjunto de dados. Um grupo de alunos obteve respostas similares, como está apresentado na Figura 19.

Figura 19 – Situação de validação e Moda



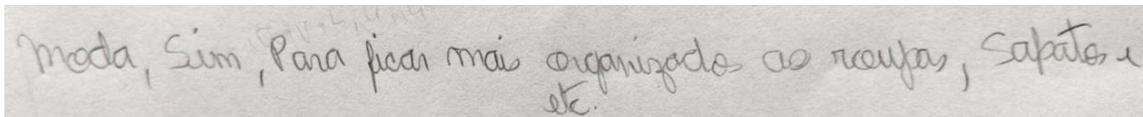
Fonte: Dados da pesquisa

De fato, essa é uma situação de validação na TSD, porque a resposta permite ser compartilhada com o grupo e legitimada como tal. Segundo Pais (2002), uma situação de validação é aquela em que o aluno já utiliza mecanismos de prova e o saber já elaborado por ele passa a ser usado com uma finalidade de natureza essencialmente teórica. Ainda de acordo com Pais (2002), o aluno pode utilizar a explicação para validar uma proposição, visto que a explicação está condicionada ao plano estrito da compreensão individual.

Entendemos que os alunos aos quais foram submetidos à pesquisa ainda não estão no nível de provar conteúdos matemáticos, por mais que, muitas vezes, essas situações estejam diretamente voltadas para o problema de verdade. Mas, ainda para Pais (2002), o aluno pode fazer um tipo de prova – mesmo que informalmente – visto que a prova se caracteriza como um procedimento de validação que se estende ao nível de um contexto social limitado, como é o caso do grupo em que os alunos estão inseridos.

No segundo caso, Figura 20, os alunos do grupo responderam a Medida de Tendência Central Moda, mas a justificativa não é correta. A Moda pode até ser usada para organização de roupas e sapatos, mas essa não é a pergunta do problema.

Figura 20 – Organização de elementos da moda



Fonte: Dados da pesquisa

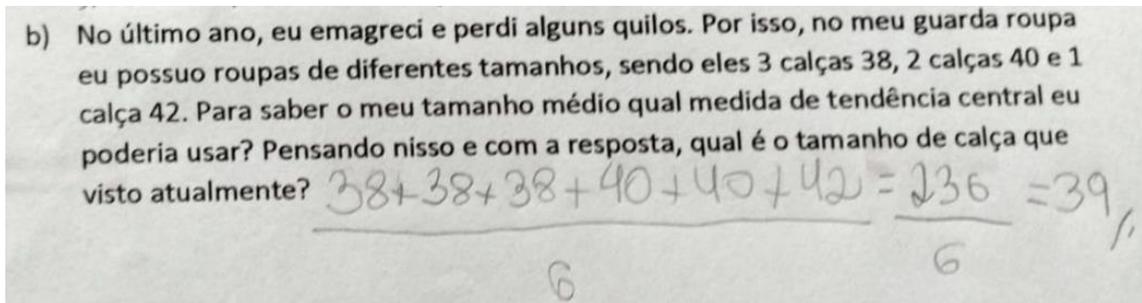
Ainda nesse contexto de organização de roupas em um armário, o segundo item informou aos alunos que esta pessoa possui roupas de diferentes tamanhos, sendo eles 3: calças 38, 2 calças 40 e 1 calça 42. Para saber o tamanho médio, qual Medida de Tendência Central se poderia usar? Pensando nisso, qual é o tamanho de calça que ela veste atualmente?

A resposta ideal para o problema é que a Medida de Tendência Central, nesse caso, seria a Média. Pelo cálculo da Média, a pessoa veste 39,3, porém não existe esse número de manequim. Assim, pode-se aproximar para o valor mais próximo que existe para uma calça. Pode-se ainda alegar que a Média não é suficiente para precisar o tamanho de calça que a pessoa veste.

Na resposta de um grupo que está ilustrada na Figura 21, o grupo até fez o esperado para o cálculo da Média, mas aproximou o valor obtido para 39. No campo da Matemática, dentro da escola, na sala de aula, essa aproximação é perfeitamente aceitável. Porém, quando

se fala de números de manequins de roupas, não há, no Brasil, roupas com o tamanho 39 e, por isso, a aproximação mais correta a se fazer seria para 40.

Figura 21 – Cálculo da Média



Fonte: Dados da pesquisa

A situação pode ser descrita como situação de validação, pois, para responder ao item b) era necessário explorar e analisar se sua teoria era válida ou não, para a resolução da atividade adidática. Apesar das respostas incorretas obtidas pelos alunos, sabemos que seria importante para resolução se a Média fosse usada para esse fim e se o número obtido pudesse representar o tamanho de calça usada pela pessoa em questão.

O próximo item propunha ao aluno a ideia de que, em um grupo com 14 jovens de idades diferentes, era necessário que se dividissem em duas partes, de acordo com suas idades, de modo que as partes tenham o mesmo número de jovens. Qual Medida de Tendência Central se usaria nesse caso? A resposta ideal para o questionamento seria a Mediana, visto que pela sua definição temos a distribuição como o número tal que metade das observações seja menor e metade seja maior do que ele.

O grupo apresentado abaixo utilizou corretamente a ideia de Mediana, mesmo que sem escrever a definição de Moore (2014) que mostra a Mediana como o número tal que metade das observações seja menor e metade seja maior do que ele. O grupo empregou de maneira não-formal o conceito, como mostra a Figura 22.

Figura 23– Tarefa da atividade adidática

As 4 notas de um aluno durante o ano letivo em matemática foram

4 6 8 7

De que modo você interpretaria a média deste aluno?

() Ela representa uma pontuação média. Se todas notas tivessem sido a mesma, cada uma delas seria a média

() Ela é o ponto do meio no conjunto de notas. Isto é, metade das notas foi maior que a média e a outra metade foi menor.

Fonte: Dados da pesquisa

Esse item foi muito desafiador para os alunos, pois três grupos responderam alternativas que não eram esperadas, tendo em vista que para a tarefa a resposta é a primeira opção.

Como conclusão das atividades propostas, levamos em conta o que foi descrito por Freitas (2002), que a Educação Matemática não é só a valorização exclusiva do conteúdo, mas, acima de tudo, é a promoção existencial do aluno em função do saber matemático, ou seja, a Educação Matemática não valoriza somente o conteúdo mas, sobretudo, o sucesso do aluno quando aprende Matemática.

8 ANÁLISE *A POSTERIORI* DA ENGENHARIA DIDÁTICA

Nesta última fase da Engenharia Didática, vamos analisar os dados colhidos durante a experimentação constante das observações realizadas em cada sessão de ensino, assim como das produções dos alunos.

Para Almouloud (2007), o momento é para tirar conclusões da exploração de dados recolhidos e encontrar onde há contribuição para melhoria dos conhecimentos didáticos que se têm sobre as condições em que é permitido o saber chegar aos alunos.

Além disso, iremos retomar as variáveis que foram levantadas na análise *a priori* da Engenharia Didática, que nos ajudará a responder à pergunta que iniciou o trabalho.

A primeira atividade foi elaborada com o intuito de investigar qual das Medidas de Tendência Central era conhecida pelos alunos. Foi possível verificar que alguns alunos conheciam a Média, pois é uma das medidas que mais aparecem nos noticiários e é amplamente usada no contexto escolar.

Na segunda atividade, os alunos trouxeram notícias que apresentavam as Medidas de Tendência Central. Nesse momento, pudemos observar que alguns alunos não souberam identificar a presença dessas palavras, isso porque em algumas notícias não havia a presença delas. Os alunos alegaram que a porcentagem confundiu a identificação.

Na terceira atividade, os alunos participaram de uma aula expositiva sobre as Medidas de Tendência central. A aula estava embasada nas habilidades da BNCC, quando aborda a unidade temática da Probabilidade e Estatística, para o estudo da incerteza e o tratamento de dados. Propusemos uma abordagem de conceitos, fatos e procedimentos presentes em muitas situações-problema da vida cotidiana, das ciências e da tecnologia.

Na quarta atividade, os alunos expuseram suas ideias sobre o tema, bem como fizeram no primeiro momento. A diferença entre as duas atividades é que, agora, os alunos puderam falar já inteirados sobre as definições das Medidas de Tendência Central.

Para finalizar, propusemos um conjunto de tarefas que resumissem as ideias abordadas no processo em questão, para que pudessemos abordar a Literacia Estatística, o Raciocínio e o Pensamento estatísticos.

Ao confrontarmos a análise *a priori* e a análise *a posteriori*, feita a partir da experimentação em uma realidade específica, considera-se que a hipótese que trata sobre uma sequência didática, de favorecer a construção de conhecimento sobre Medidas de Tendência Central, prevista na análise *a priori*, é válida. Notou-se que os alunos participantes desenvolveram ideias sobre o tema, ainda que tenhamos trabalhado por pouco tempo.

Vale ressaltar que a Literacia Estatística, o raciocínio e o pensamento estatístico são competências que levam tempo para serem desenvolvidas com os alunos. Além disso, lembramos que esse foi o primeiro contato dos alunos com os temas, e que esperamos aprofundá-los posteriormente.

Essa ideia está inserida no documento Gaise (2005), quando diz que não é suficiente desenvolver a literacia somente no Ensino Médio, pois os conteúdos para tomada de decisão precisam ser expostos com tempo para o desenvolvimento do aluno. Por isso, o caminho mais apropriado para que os alunos atinjam o nível de habilidade necessário é iniciar o processo de Educação Estatística no Ensino Fundamental e continuar fortalecendo e expandindo habilidades de pensamento estatístico dos alunos em todos os anos do Ensino Fundamental e Médio.

Com isso, recapitulando a questão que motivou a pesquisa, temos: **de que forma uma sequência didática pode contribuir para a construção do conceito de Medidas de Tendência Central por parte dos alunos do 8º ano do Ensino Fundamental de uma escola da Rede Particular do Rio de Janeiro?**

Para responder à pergunta, a pesquisa foi iniciada em uma turma de oitavo ano de um colégio da rede particular do Estado do Rio de Janeiro. Neste ano escolar, foi escolhido, de acordo com a BNCC e o Currículo Mínimo que vigoram nas Escolas do Estado do Rio, o oitavo ano do Ensino Fundamental, tendo em vista que os alunos devem aprender sobre as Medidas de Centralidade.

As informações obtidas a partir da análise *a priori* da Engenharia Didática deram suporte à análise do trabalho. Além disso, o referencial teórico definido pela Teoria das Situações Didáticas de Brousseau embasa o que vamos validar ou refutar em relação ao que foi proposto no início da pesquisa. O olhar sob a perspectiva da Educação Estatística nos auxiliou a entender o desenvolvimento das habilidades propostas pela BNCC.

Na primeira atividade, quando fizemos a retomada do estudo de Média, Moda e Mediana, observamos que os alunos compreendiam pouco sobre o assunto.

Nesse primeiro momento, obtivemos 17 relatos sobre o que os alunos já conheciam sobre as Medidas de Tendência Central. Destes, 13 alunos responderam sobre o que era Média utilizando exemplos, tais como: “Média do bimestre”, “Média de mortes” ou “Média de temperatura”.

O dado nos mostra que muito mais do que fórmulas e procedimentos, os alunos recordam da utilização de certo conceito matemático. De alguma forma, os estudantes aprenderam as definições, mas lembram apenas dos exemplos que são usados no seu

cotidiano, tal como descrito em Gal (1995), quando diz que, para avaliar a compreensão dos alunos sobre as Médias, os professores devem usar tarefas que apresentem uma necessidade genuína de usar uma Média.

Esse pensamento ajuda a responder a nossa questão de pesquisa, pois corrobora a ideia de que professores precisam usar exemplos e realidades inseridas no contexto dos alunos para que eles possam enxergar alguma realidade nas ideias abordadas.

É importante frisar que, segundo a BNCC, o conceito de Média está inserido nos conteúdos do sétimo ano. Ou seja, o resultado nos indica que, no ano anterior, possivelmente, os alunos tiveram acesso ao conteúdo em questão, porém lembram-se pouco do que foi visto, apenas dos exemplos que podem ser utilizados por eles na vida prática.

Os outros alunos que não responderam com exemplos arriscaram-se em alguma definição, tal como “medida que indica a maior parte”, ou ainda “quantidade de acontecimentos dependendo de alguma coisa”.

Para a medida Moda, grande parte dos alunos escreveu ser algo que está todo mundo usando, ou ainda “é o que dá mais visualização na *internet* e vira moda”. Nota-se que os alunos não conhecem o conceito matemático, mas conhecem a palavra homônima. Destaque para a resposta “o que eu sei sobre moda não se aplica à Matemática”, que justifica a conclusão anterior.

Na Mediana, muitos alunos responderam que não tinham estudado o termo anteriormente. Assim como para Moda, a resposta de uma aluna foi usando o termo já conhecido no português: “Mediana é como parâmetro, como por exemplo: o salário dele é mediano”. É importante que os estudantes façam conexões das palavras com os conceitos matemáticos, mas que saibam o significado do uso dessas palavras na Matemática.

Na observação de cada grupo, foi perceptível como a interação e a estimulação numa atividade é importante para o desenvolvimento do problema em questão. Os grupos foram escolhidos pelos próprios alunos e o trabalho desenvolvido por eles na discussão das atividades foi muito bom, apesar de algumas distrações no caminho. Essa constatação também nos auxilia a responder à questão da pesquisa, pois mostra que uma sequência didática é favorecida pelo trabalho em grupo.

A mudança da parte simplesmente algorítmica dos problemas estatísticos para o uso do Pensamento Estatístico quer dizer que, durante a análise *a priori* e as análises preliminares do trabalho, observou-se que os alunos se atentam muitas vezes ao uso das fórmulas quando tal conteúdo é de importância para a vida fora da sala de aula.

Como definido anteriormente, para Campos, Wodewotzki e Jacobini (2011), o Pensamento Estatístico é a capacidade de relacionar dados quantitativos com situações concretas, escolhendo adequadamente as ferramentas estatísticas. Ou seja, exatamente o que foi proposto aos alunos nas atividades didáticas e adidáticas, quando falamos do *streaming* de músicas e dos jogos muito utilizados pelos alunos.

Em relação às atividades citadas, o objetivo da professora-pesquisadora foi que as fórmulas fossem deixadas de lado para que as respostas fossem todas baseadas na utilização das ideias que os alunos se apropriaram sobre os conceitos de Média, Moda e Mediana, estimulando as competências de Literacia Estatística, Raciocínio e Pensamento estatísticos.

Esse dado também nos auxilia a responder à questão de pesquisa, pois como acontece na Figura 14, a Resolução pela ideia não-formal de Mediana mostra que os alunos podem expressar o Pensamento estatístico de maneira que não somente com a utilização dos cálculos.

Seguimos Campos, Wodewotzki e Jacobini (2011), para enfatizar o que foi mostrado, que é preciso tomar medidas para estimular o Raciocínio Estatístico, também se torna necessário estabelecer maneiras eficazes de avaliar esse desenvolvimento nos estudantes. Acreditamos que essa Sequência Didática é uma das maneiras de avaliar o desenvolvimento dos estudantes.

Os processos de cálculos estão próximos das situações de ação. Isso porque os alunos estiveram ativamente empenhados na busca da solução do problema proposto, que desempenharam ações imediatas. Ou seja, sem pensar nas ideias que estavam utilizando, aplicaram as fórmulas indeterminadamente.

Segundo Pais (2002), mesmo que procedimentos mais imediatos estejam associados a alguma teoria, o que está em jogo não é a explicação dessa referência teórica. Os resultados da experimentação nos ajudam a concluir que uma Sequência Didática para contribuir na construção do conceito de Medidas de Tendência Central deve conter as situações de ação.

Isso pode ser explicado por conta de o aluno estar tão condicionado a encontrar a resposta correta em Matemática, que acha que não há como discutir conceitos aplicações. Vimos isso na experimentação: para uma aluna, estava difícil porque Matemática sem fazer conta é difícil.

Para o tema proposto na pesquisa, as situações de ação são situações em que os alunos encontraram mais facilidade, visto que, no ano anterior, aprenderam Média de maneira tradicional, apenas com a fórmula, sem nenhum questionamento sobre o tema. Quebrando a barreira desse raciocínio, de fato fica difícil para o aluno.

Bem como tratado por Pais (2002), nas situações de ação predomina o aspecto experimento, permanecendo ainda recuado o aspecto teórico dos conceitos envolvidos.

O que queremos dizer é que para uma completa construção do conhecimento, queremos que o aluno aprenda desde o começo sem a assimilação de fórmulas e procedimentos de cálculo. Como a professora iniciou com a turma no oitavo ano, não pode afirmar com clareza como foi feita a introdução do tema Média. O que se pode afirmar é que durante a aula explicativa sobre o tema, muitos alunos falaram já ter conhecimento da fórmula que foi exposta posteriormente.

Ainda assim, podemos dizer que o método utilizado pela professora na introdução dos conceitos de outras Medidas de Tendência Central e mesmo na Média não esteve focado nas fórmulas – apesar de ensiná-las –, mas em referenciais teóricos da pesquisa, com o intuito de ensinar aos alunos sobre o tema de modo a estimular a Literacia Estatística, o Pensamento e o Raciocínio estatísticos.

Na Sequência Didática proposta, além das discussões promovidas nos primeiros momentos, observa-se que na própria situação há a necessidade de interpretação – na primeira pergunta, sobre o *streaming* de música, por exemplo –, ou seja, é necessário avaliar criticamente, pois não é exigido que o aluno calcule a Média, Moda ou Mediana. Na verdade, o aluno necessita se inteirar do assunto, ler o que está sendo proposto e responder, sem fórmula, ao que está sendo pedido.

Apesar do equívoco inicial dos alunos, verifica-se que as hipóteses previstas na análise *a priori* para as ações de ensino foram confirmadas no contexto em que foi aplicada a pesquisa, validando, assim, a Engenharia Didática.

9 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Partindo das ideias expostas neste trabalho, voltamos à questão que mobilizou toda pesquisa e nos fez chegar até aqui:

De que forma uma sequência didática pode contribuir para a construção do conceito de Medidas de Tendência Central por parte dos alunos da 8º ano do Ensino Fundamental de uma escola da Rede Particular do Rio de Janeiro?

A questão foi respondida utilizando o embasamento teórico da Teoria das Situações Didáticas de Brousseau (1996), por ser uma referência para o processo de aprendizagem Matemática em sala de aula, envolvendo professor, aluno e conhecimento matemático.

Assim, de acordo com os resultados, uma Sequência Didática pode contribuir para a construção do conceito de Medidas de Tendência Central quando possui as variáveis que foram tratadas anteriormente. Ou seja, é necessário valorizar os problemas que instiguem nos alunos ideias sobre as Medidas de Centralidade e não apenas os procedimentos numéricos, além de enfatizar as competências da Literacia Estatística, o Pensamento e o raciocínio estatísticos para o estudo das Medidas de Centralidade, que puderam ser validadas na pesquisa.

A metodologia de pesquisa utilizada seguiu os pressupostos da Engenharia Didática, proposta por Artigue (1995), pois essa metodologia se constitui com a finalidade de analisar as situações didáticas, objetos de estudo da Didática da Matemática.

As competências estatísticas que foram definidas no início do trabalho foram desenvolvidas nos alunos por meio da Sequência Didática proposta, visto que continha questões em que foi necessário ler, interpretar e comunicar informações estatísticas.

Durante a realização da Sequência Didática, podemos observar que houve participação dos alunos nas tarefas propostas, quando em outras aulas não havia. Os alunos desinteressados participaram dos momentos de discussão em que o tema permeava diversas vezes, assuntos fora da Matemática, mas que envolviam a temática das Medidas de Centralidade.

Podemos concluir, então, que a utilização dessa Sequência Didática pode motivar os alunos e trazer para sala de aula temas atuais presentes em reportagens dispostas na mídia, que estão diariamente no cotidiano dos estudantes.

O objetivo de **investigar o processo de construção de conhecimentos de Medidas de Tendência Central por parte dos alunos do Ensino Fundamental, em uma turma do**

oitavo ano, foi alcançado por meio dos referenciais teóricos e metodológicos expostos anteriormente.

O conteúdo das Medidas de Centralidade está presente na BNCC, no Ensino Fundamental e no Ensino Médio, além da palavra Média aparecer constantemente nos noticiários. Isso indica, para nós, pesquisadores, que esse assunto não está esgotado e há lacunas para pesquisas que tragam informações sobre o tema.

Como possível continuação da pesquisa, acreditamos que o trabalho com as Medidas de Centralidade associadas à amplitude dos dados seria interessante para alunos que já tenham contato com as definições de Média, Moda e Mediana, tais como alunos do Ensino Médio.

Como resultados encontrados, destacamos que uma Sequência Didática contribui para a construção do conceito de medidas de tendência central, a partir de exemplos advindos da realidade inserida no contexto dos alunos, quando é realizada na forma de trabalho em grupos e quando o professor valoriza a resolução pela ideia não formal de determinado conteúdo.

A importância dos resultados alcançados mostra para os professores de Matemática que há pouco espaço para um ensino que prioriza fórmulas e procedimentos, em qualquer conteúdo específico. Vale alertar que se faz necessário utilizar metodologias que tragam discussão e que gerem a participação dos alunos nas aulas de Matemática.

REFERÊNCIAS

- ALMOULOUD, S. A. **Fundamentos da didática da Matemática**. Curitiba: Ed. UFPR, 2007.
- ARTIGUE, M. Ingeniería Didáctica. In: ARTIGUE, Michelle; DOUADY, Régine; MORENO, Luiz; GOMEZ, Pedro. **Ingeniería Didáctica em Educación Matemática**. 1995, p. 61-97.
- AMARAL, M. H. **A estatística e a formação inicial com alunos de um curso de pedagogia**: reflexões sobre uma sequência didática. Dissertação (Dissertação em mestrado profissional em Ensino de Matemática) – PUC/SP, 2007.
- BATANERO, C. **Didáctica de la Estadística**. Granada. Universidad de Granada, Espanha, 2001.
- BAYER, A.; BITTENCOURT, H.R.; ECHEVESTE, S.; ROCHA, J. Educação Estatística: perspectivas e desafios. **Acta scientiae**, Canoas/RS, v. 7, n. 1, p. 103-109, 2005.
- BRASIL, Ministério da Educação. Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental. Brasília, MEC/SEF. 1997.
- BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2017. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_20dez_site.pdf>. Acesso em: 13 ago 2019.
- BROUSSEAU, G. Fundamentos e métodos da didáctica da Matemática. In. BRUN, J. **Didáctica das Matemáticas**. Lisboa: Horizontes Pedagógicos, p.13 -65, 1996.
- CAMPOS, C. R; WODEWOTZKI, M. L. L.; JACOBINI, O. **Educação Estatística**: teoria e prática em ambientes de modelagem Matemática. Belo Horizonte: Autêntica, 2013.
- COSTA, A. B. C.; ZOLTOWSKI, A. P. C. Como escrever um artigo de revisão sistemática. In: KOLLER, S.H.;COUTO, M. C. P.P.;HOHENDORFF, J.(Ed.), **Manual de produção científica**. Porto Alegre, RS: Grupo A, 2014, p.55-70.
- DELMAS, R. C., Statistical literacy, reasoning and thinking: a commentary. **Jornal of statistics education**, v. 10, n. 3, 2002.
- DINIZ, M. I.; SMOLE K. S. **Matemática Ensino Médio**. São Paulo: Saraiva, 2010,.
- FREITAS, J.L.M. Situações didáticas, Machado, S.D.A. (org). **Educação Matemática**: Uma (nova) introdução, São Paulo: Educ., 2002, p. 77-111.(Série Trilhas)
- FREIRE, P. **Pedagogia da autonomia**: saberes necessários à prática educativa. 25. ed. São Paulo: Paz e Terra, 1996.
- GAL, I. Adults' Statistical Literacy: Meanings, Components, Responsibilities. **International Statistical Review**, Voorburg, v. 70, n. 1, p. 1-25, abr. 2002.

KITCHENHAM, B. **Procedures for performing systematic reviews**. Disponível em: <<http://www.it.hiof.no/~haraldh/misc/2016-08-22-smat/Kitchenham-Systematic-Review-2004.pdf>> Acesso em: 27 ago. 2019.

MACHADO, S. D. A. Engenharia Didática. In: MACHADO, S. D. A. (Org.) **Educação Matemática: uma (nova) introdução**. 3. ed. São Paulo: EDUC, p.233 - 247, 2008.

MOORE, D. S. **A Estatística Básica e sua prática**. 5 ed. Rio de Janeiro: LTC, 2013.

ODY, M. C. **Literacia estatística e Probabilística no Ensino Médio**. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática). Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Rio Grande do Sul: PUCRS, 2013.

PAIS, L.C. **Didática da Matemática: uma análise da influência francesa**. Belo Horizonte: Autêntica, 2002. (Coleção Tendências em Educação Matemática)

POMMER, M. W. **A Engenharia Didática em sala de aula: elementos básicos e uma ilustração envolvendo as Equações Diofantinas Lineares**. São Paulo, 2013. Disponível em: <<http://stoa.usp.br/wmpommer/files/3915/20692/Livro+Eng%C2%AA+Did%C3%A1tica+2013.pdf>>. Acesso em: 10 abr. 2015.

RIO DE JANEIRO. **Currículo Mínimo**. Governo do Estado do Rio de Janeiro. Secretaria de Estado de Educação, Rio de Janeiro, 2012. Disponível em: <<http://www.professores.imuff.mat.br/hjbortol/disciplinas/2012.2/esp00001/arquivos/seerj.pdf>> Acesso em: 20 mar. 2019.

RUMSEY, D. J. **Statisticalliteracy as a goal for introductory statistics courses**. Journal of Statistics Education, 10(3), 2002. Disponível em: <<http://www.amstat.org/publications/jse/v10n3/rumsey2.html>>. Acesso em: 15 jun. 2019.

SBEM. Sociedade Brasileira de Educação Matemática, disponível em: <http://www.sbembrasil.org.br/sbembrasil/index.php/grupo-de-trabalho/gt/gt-12>. Acesso em: 12 ago. 2019

TARLIZ, L.; ALBERNAZ, J. Currículo mínimo de Matemática proposto pela SEEDUC/RJ: pontuações acerca do processo de elaboração e instituição. **e-Curriculum**, v. 17, n 2, 2019.

WILD, C. J. Statistical literacy as theearth moves, **Statistics Education Research Journal**, Maio, 2017. Disponível em: <<http://iase-web.org/Publications.php?p=SERJ>> Acesso em: 14 jul. 2019

WILD, C.; PFANNKUCH, M. Statistical thinking in empirical enquiry. **International Statistical Review**, Voorburg, n. 67, p. 223-265, 1999.

ZABALA, A. **A prática educativa: como ensinar**. Porto Alegre: Artmed, 1998.

Apêndice A - TAREFAS PROPOSTAS

Tarefa 1) No fim de 2018, o *Spotify* trouxe algumas novidades interessantes. Além dos tradicionais artistas mais ouvidos, músicas mais ouvidas e quantas horas você passou usando a plataforma, é possível descobrir qual a música mais antiga que você ouviu nesse ano (em “idade” de gravação) e até os artistas de qual signo você mais consumiu pelo *streaming*.

a) Seguindo essa ideia do *Spotify*, qual medida de tendência central você usaria para apresentar para o consumidor os artistas mais ouvidos e músicas mais ouvidas?

Resposta: A medida de Tendência Central para representar os artistas mais ouvidos e as músicas mais ouvidas pode ser a moda.

b) Todo ano é necessário que o serviço de *streaming* apresente novidades, principalmente para captar mais clientes. Vamos supor que você crie uma nova informação para fornecer para esses usuários. Usando uma das três medidas de tendência central (média ou moda ou mediana) da estatística, qual informação você acha que seria mais relevante?

Resposta pessoal

Tarefa 2) Foi medido através de um aplicativo de celular o tempo que um aluno passa em determinado jogo que consiste em personagens que caem de pára-quedas em uma ilha em busca de armas e equipamentos a fim de encontrar outros jogadores para eliminá-los. Observe a tabela abaixo e responda as questões:

Jogador	Vidas perdidas no jogo	Tempo de jogo
Segunda	7	45min
Terça	12	2h13min
Quarta	10	52min
Quinta	8	1h13min
Sexta	16	2h18min
Sábado	21	4h47min
Domingo	13	3h37min

a) Qual foi o tempo médio que este aluno passou jogando ao celular?

Resposta: Nesta tarefa é importante passar todas as medidas para minutos, obtendo 945 minutos. Dividimos por 7 e obtemos o total de 135 minutos. Ou ainda 2 horas e 15 minutos.

b) Qual foi o tempo modal que este aluno passou jogando ao celular?

Resposta: Precisamos obter a moda. Observando os dados da tabela em “Tempo de jogo”, não há nenhum dado que se repita, logo esse conjunto de dados é amodal, ou seja, não possui moda.

c) Qual foi a mediana de vidas perdidas nesse jogo?

Resposta: Neste caso, é importante observar a coluna “Vidas perdidas no jogo” para encontrar a medida desses números. O importante na mediana é colocar em ordem crescente antes de qualquer análise. Após isso, devemos observar as o número que fica centralizado, ou seja, existe a mesma quantia de números antes e depois dele. Neste caso, é o número 13.

Tarefa 3) Considerando todas as pessoas que receberam algum rendimento, a renda média caiu em 2017: passou de R\$ 2.124, em 2016, para R\$ 2.112, em 2017, um recuo de 0,99% ou de R\$ 12,00.

a) Você acha que todas as pessoas que receberam algum rendimento em 2017 passaram a receber menos?

Resposta: Não, pois a renda é média. Não é um valor individual.

b) Quase 30% da renda do Brasil está nas mãos de apenas 1% dos habitantes do país, a maior concentração de renda no mundo. É o que indica a Pesquisa Desigualdade Mundial 2018, coordenada, entre outros, pelo economista francês Thomas Piketty. O grupo, composto por centenas de estudiosos, disponibilizou banco de dados que permite comparar a evolução da desigualdade de renda no mundo nos últimos anos.

Imagine que em uma cidade com 100 habitantes exista uma fábrica que emprega 60% desses funcionários em atividades primárias. Outros 10% da população dessa cidade são os donos desta fábrica. Então, vamos supor que:

- 10% receba R\$ 10.000,00 mensalmente e

- 60% receba R\$ 1.000,00 mensalmente

Calcule a moda, média e mediana dos funcionários dessa fábrica. Você acredita que os 60% da população estão ganhando mais do que os donos?

Resposta:

10 donos – R\$ 100.000,00

60 funcionários – R\$ 60.000,00

A moda é R\$ 1.000,00, pois existem mais funcionários do que donos.

A média é aproximadamente R\$ 2.275,00

A mediana é R\$ 1.000,00.

Esta tarefa é interessante para os alunos pensarem na concentração de renda que vivemos hoje no mundo. Mesmo que os funcionários sejam em número bem maior

ainda ganham, todos eles, menos que os donos, quando somamos as quantias. Ou seja, nesta cidade, 60% da população ganha menos que os donos das fábricas.