

UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO E MECÂNICA
CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

Mateus de Landa Couto

**ESTUDO COMPARATIVO ENTRE O MÉTODO VORTEX LATTICE E
ANÁLISE CFD PARA A OBTENÇÃO DE CARREGAMENTOS
AERODINÂMICOS**

Juiz de Fora

2020

Mateus de Landa Couto

**ESTUDO COMPARATIVO ENTRE O MÉTODO VORTEX LATTICE E
ANÁLISE CFD PARA A OBTENÇÃO DE CARREGAMENTOS
AERODINÂMICOS**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Faculdade de Engenharia da Universidade Federal de Juiz de Fora, como requisito parcial para a obtenção do título de Bacharel em Engenharia Mecânica.

Orientador: MSc. Vitor Mainenti Leal Lopes

Juiz de Fora

2020

Mateus de Landa Couto

**ESTUDO COMPARATIVO ENTRE O MÉTODO VORTEX LATTICE E
ANÁLISE CFD PARA A OBTENÇÃO DE CARREGAMENTOS
AERODINÂMICOS**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Faculdade de Engenharia da Universidade Federal de Juiz de Fora, como requisito parcial para a obtenção do título de Bacharel em Engenharia Mecânica.

Aprovada em 27 de Novembro de 2020.

BANCA EXAMINADORA

MSc. Vitor Mainenti Leal Lopes - Orientador
Universidade Federal de Juiz de Fora

Dra Patrícia Habib Hallak
Universidade Federal de Juiz de Fora

Eng. Mateus Grassano Lattari
Universidade Federal de Juiz de Fora

Ficha catalográfica elaborada através do programa de geração automática da Biblioteca Universitária da UFJF, com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

de Landa Couto, Mateus.

ESTUDO COMPARATIVO ENTRE O MÉTODO VORTEX LATTICE E ANÁLISE CFD PARA A OBTENÇÃO DE CARREGAMENTOS AERODINÂMICOS / Mateus de Landa Couto. -- 2020.

97 p.

Orientador: Vitor Mainenti Leal Lopes

Trabalho de Conclusão de Curso (graduação) - Universidade Federal de Juiz de Fora, Faculdade de Engenharia, 2020.

1. Carregamentos aerodinâmicos. 2. Vortex Lattice Method. 3. OpenFoam. 4. Baixo Reynolds. 5. CFD. I. Mainenti Leal Lopes, Vitor, orient. II. Título.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente gostaria de agradecer a Deus, aos meus pais, Ana Cristina e Marco Antônio, por toda a dedicação, carinho e apoio em toda a minha vida, ao meu irmão Lucas, pela amizade, incentivo e motivação. Aos meus avós, em especial agradeço ao meu avô Lando, cujo grande exemplo de engenhosidade e persistência inspiraram e cultivaram, desde cedo, meu amor pela engenharia mecânica.

Agradeço também ao meu orientador, Vitor Mainenti, pelo suporte e confiança neste trabalho. Por fim gostaria de agradecer à Equipe Microraptor Aerodesign UFJF e aos seus membros, que me proporcionaram a melhor fase da minha graduação, por tudo o que aprendi no aerodesign e por ter inspirado a realização deste trabalho.

RESUMO

O presente trabalho trata de um estudo comparativo entre dois métodos de análise utilizados para a obtenção da distribuição dos carregamentos aerodinâmicos nas superfícies sustentadoras de uma aeronave, sendo estes o método *Vortex Lattice*, utilizando o *software* XFLR5; e a análise CFD, utilizando o *software* *OpenFoam*. Para tal, tomar-se-á por objeto de estudo uma aeronave radiocontrolada, de perfil cargueiro, projetada e construída pela equipe Microraptor de aerodesign para sua participação na temporada de 2019 da competição SAE BRASIL Aerodesign. Dessa forma, este estudo busca avaliar o custo benefício entre esses métodos para a obtenção dos coeficientes aerodinâmicos de uma asa submetida a um baixo número de Reynolds.

Palavras-chave: Carregamentos aerodinâmicos. *Vortex Lattice Method*. XFLR5. *OpenFoam*. CFD. Baixo Reynolds.

ABSTRACT

The following work consists on a comparative study between two methods used for calculating aerodynamic loads on the lifting surfaces on an aircraft. Said methods are the Vortex Lattice Method applied on the XFLR5 software and CFD analysis on the OpenFoam software. To this end, a radio controlled cargo aircraft, will be taken as the object of study, designed and built by the Microraptor aerodesign team for the 2019 season of the SAE BRASIL Aerodesign competition. Thus, this study seeks to evaluate the cost-benefit of each methods to obtain the aerodynamic coefficients of a wing submitted to a low Reynolds number.

Keywords: Aerodynamic loads. *Vortex Lattice Method*. XFLR5. *OpenFoam*. CFD. Low Reynolds.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Solução tipo Vórtice Bidimensional: Adaptado de [ANDERSON, 2010]	21
Figura 2 – Escoamento em uma asa bidimensional: Adaptado de [SCHLICHTING, 1979]	21
Figura 3 – Distribuição de painéis em um perfil arbitrário: Adaptado de [ANDERSON, 2010]	23
Figura 4 – Combinação de escoamentos fonte e sumidouro gerando uma superfície arbitrária: Adaptado de [ANDERSON, 2010]	23
Figura 5 – Vista dos vórtices aplicados aos painéis de um perfil arbitrário: Adaptado de [ANDERSON, 2010]	23
Figura 6 – Representação dos vórtices de ponta de asa: Adaptado de [ANDERSON, 2010]	24
Figura 7 – Downash e Arrasto Induzido: Adaptado de [ANDERSON, 2010]	25
Figura 8 – Lei de Biot-Savart para um filamento de vórtice: Adaptado de [ANDERSON, 2010]	26
Figura 9 – Representação dos vórtices livres a jusante da asa finita: Adaptado de [ANDERSON, 2010]	27
Figura 10 – Vórtice de ferradura representado uma asa finita: Adaptado de [ANDERSON, 2010]	27
Figura 11 – Distribuição de circulação ao longo da envergadura: Adaptado de [ANDERSON, 2010]	28
Figura 12 – Asa arbitrária representada pelo VLM: Adaptado de [ANDERSON, 2010]	29
Figura 13 – Ponto de controle e vórtice ferradura para um único painel: Adaptado de [ANDERSON, 2010]	29
Figura 14 – Média temporal da velocidade e parcela das flutuações: Adaptado de [VERSTEEG, 1995]	33
Figura 15 – Representação do Vórtice Ferradura: Adaptado de [ANDERSON, 2010]	38
Figura 16 – Velocidade induzida por um segmento linear AB de vórtice: Adaptado de [ANDERSON, 2010]	38
Figura 17 – Vórtices Ferradura distribuídos ao longo da corda de uma asa: Adaptado de [DEPERROIS, 2009]	39
Figura 18 – Representação do perfil SELIG 1210 original em vermelho e a versão modificada em azul: Cedido pela equipe Microraptor	45
Figura 19 – Asa utilizada pela aeronave AM202: Cedido pela equipe Microraptor	46
Figura 20 – Domínio para a análise do escoamento ao redor da asa. Fonte: Autor	49
Figura 21 – Malha utilizada nas análises em CFD. Fonte: Autor	51
Figura 22 – Distribuições de painéis ao longo da corda de uma asa no <i>software</i> XFLR5. Fonte: Autor	51
Figura 23 – Distribuições de painéis ao longo da envergadura de uma asa no <i>software</i> XLFR5. Fonte: Autor	52
Figura 24 – Malha utilizada para a realização das análises em VLM no <i>software</i> XLFR5. Respectivamente: vista superior da asa; vista lateral da asa; vista isométrica, com destaque para o refinamento na ponta da asa. Fonte: Autor	52

Figura 25 – Geometria da partição de asa ensaiada em túnel de vento: Cedido pela equipe Microraptor	54
Figura 26 – Dimensões da câmara de ensaios do túnel de vento: Cedido pela equipe do LAExp da UFMG	54
Figura 27 – Ensaio em túnel de vento com o gabarito para verificação do ângulo de ataque para $\alpha = 0^\circ$ (à esquerda) e $\alpha = 12^\circ$ (à direita): Cedido pela equipe Microraptor	55
Figura 28 – Gráficos dos coeficientes de sustentação (à esquerda) e de arrasto (à direita) em função do ângulo de ataque obtidos em ensaio de túnel de vento e análises em CFD e VLM. Fonte: Autor	57
Figura 29 – Gráfico comparativo entre as polares de arrasto geradas pelos resultados do ensaio em túnel de vento e pelas análises em CFD e VLM. Fonte: Autor	58
Figura 30 – Campos de pressão (à esquerda) e velocidade (à direita) ao redor da asa ensaiada ($Re = 300.000$ e $\alpha = 0^\circ$)	59
Figura 31 – Campos de pressão (à esquerda) e velocidade (à direita) ao redor da asa ensaiada ($Re = 300.000$ e $\alpha = 12^\circ$)	59
Figura 32 – Fronteiras do domínio para a análise do escoamento ao redor da asa. Fonte: Autor	61
Figura 33 – Convergência dos coeficientes aerodinâmicos para um Reynolds de 150.000. Fonte: Autor	63
Figura 34 – Convergência dos coeficientes aerodinâmicos para um Reynolds de 200.000. Fonte: Autor	63
Figura 35 – Convergência dos coeficientes aerodinâmicos para um Reynolds de 250.000. Fonte: Autor	64
Figura 36 – Campos de pressão (à esquerda) e velocidade (à direita) ao redor da asa analisada para $\alpha = 0^\circ$ (acima), $\alpha = 9^\circ$ (abaixo) e $Re = 150.000$. Fonte: Autor	64
Figura 37 – Campos de pressão (à esquerda) e velocidade (à direita) ao redor da asa analisada para $\alpha = 0^\circ$ (acima), $\alpha = 9^\circ$ (abaixo) e $Re = 200.000$. Fonte: Autor	65
Figura 38 – Campos de pressão (à esquerda) e velocidade (à direita) ao redor da asa analisada para $\alpha = 0^\circ$ (acima), $\alpha = 9^\circ$ (abaixo) e $Re = 250.000$. Fonte: Autor	65
Figura 39 – Campos de pressão (à esquerda) e velocidade (à direita) ao redor da asa ensaiada ($Re = 200.000$ e $\alpha = 9, 1^\circ$). Fonte: Autor	66
Figura 40 – Gráficos dos coeficientes aerodinâmicos em função do ângulo de ataque. Fonte: Autor	68

Figura 41 – Gráfico comparativo entre as polares de arrasto geradas pelo XFLR5 e o *OpenFoam*. Fonte: Autor 68

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Dimensões do domínio	48
Tabela 2 – Parâmetros utilizados para a malha VLM	53
Tabela 3 – Esquemas numéricos usados no <i>fvSchemes</i>	56
Tabela 4 – Resultados do ensaio de túnel de vento e as análises de validação em CFD e VLM	56
Tabela 5 – Erro relativo entre o ensaio de túnel de vento e as análises de validação em CFD e VLM	57
Tabela 6 – Tabela dos parâmetros adotados para as análises em VLM	60
Tabela 7 – Condições iniciais de velocidade e pressão	61
Tabela 8 – Condições iniciais de k , ω e nut	62
Tabela 9 – Valores de U^* , k^* e ω^* para cada valor de Reynolds simulado.	62
Tabela 10 – Resultados das análises em VLM e CFD	67
Tabela 11 – Erro relativo entre os resultados das análises em VLM com relação às análises CFD	69

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
CAD	Projeto assistido por computador (<i>Computer Aided Design</i>)
CFD	Dinâmica dos fluidos computacional (<i>Computational Fluid Dynamics</i>)
DNS	<i>Direct Numerical Simulation</i>
LAExp	Laboratório de Aerodinâmica Experimental
LES	<i>Large Eddy Simulation</i>
RANS	<i>Reynolds Averaged Navier-Stokes</i>
SST	<i>Shear Stress Transport</i>
SSTT	<i>Shear Stress Transport de transição</i>
UFJF	Universidade Federal de Juiz de Fora
UFMG	Universidade Federal de Minas Gerais
VANT	Veículo aéreo não tripulado
VLM	Método da rede de vórtices (<i>Vortex Lattice Method</i>)

LISTA DE SÍMBOLOS

c	Corda do aerofólio
C_D	Coefficiente adimensional de arrasto
C_L	Coefficiente adimensional de sustentação
D	Força de arrasto
D_f	Arrasto de fricção
D_i	Arrasto induzido
D_p	Arrasto de pressão devido à separação
$f(x, t)$	Campo força por unidade de massa
$f_i(x, t)$	i -ésima componente do campo $f(x, t)$
g_i	i -ésima componente do campo gravitacional
k	Energia cinética turbulenta
$k(x, t)$	Campo energia cinética turbulenta
l	Comprimento da envergadura da asa
L	Força de sustentação
L_c	Comprimento característico do escoamento
n	Versor normal
n_{seg}	Número de segmentos de um vórtice
$p(x, t)$	Campo pressão
$\langle p(x, t) \rangle$	Campo de pressão média
P	Produção de energia cinética turbulenta por unidade de massa
\tilde{P}	Termo de produção modificado unindo os modelos $k - \varepsilon$ e $k - \omega$
q_∞	Pressão dinâmica
Re	Número de Reynolds
Re_t	Número de Reynolds turbulento
\tilde{r}_i	Vetor distância de um ponto a outro

S	Área de asa projetada em planta
S_{ij}	Tensor taxa de deformação
$S_{\bar{ij}}$	Tensor taxa média de deformação
t	Tempo
T	Período
T_u	Intensidade de turbulência
v	Velocidade flutuante ou aleatória do escoamento
v_i	i -ésima componente de velocidade flutuante do escoamento
$v(x, t)$	Campo velocidade flutuante ou aleatória
$v_i(x, t)$	i -ésima componente do campo velocidade flutuante ou aleatória $v(x, t)$
v_*	Velocidade característica para camada de mistura
V	Velocidade do escoamento
$V(x, t)$	Campo velocidade
$V_i(x, t)$	i -ésima componente do campo velocidade $V(x, t)$
V_∞	Velocidade do escoamento livre distante do corpo
$V_0(x)$	Condição inicial para o campo velocidade
$\langle V \rangle$	Velocidade média do escoamento
$\langle V(x, t) \rangle$	Campo velocidade média
$\langle V_i \rangle$	i -ésima componente do campo velocidade média $\langle V(x, t) \rangle$
\tilde{V}_{ijk}	Velocidade induzida por um segmento de vórtice em um painel
\vec{V}_{ind}	Vetor velocidade induzida por um segmento linear de vórtice VLM
\vec{V}_m	Componentes de manobra no escoamento no VLM
\vec{V}_∞	Componentes do escoamento livre no VLM
w	Downwash
w_{ij}	Coefficientes de influência geométricos das velocidades induzidas por um vórtice ferradura

x	Vetor posição ou ponto no espaço euclidiano
x_i	i-ésima coordenada do ponto x
y	Distância à parede
α	Ângulo de ataque
α_{eff}	Ângulo de ataque efetivo
α_i	Ângulo de ataque induzido
Γ	Circulação ou intensidade de um vórtice
δ_{ij}	Delta de Dirac
ε	Dissipação de energia cinética turbulenta por unidade de massa
μ	Viscosidade absoluta do fluido
μ_t	Viscosidade turbulenta
μ_t/μ	Viscosidade turbulenta relativa
ν	Viscosidade cinemática do fluido
ν_t	Viscosidade cinemática turbulenta
ν_{ef}	Viscosidade efetiva
$\nu_{ef}(x, t)$	Campo viscosidade efetiva
$\tilde{\nu}$	Viscosidade turbulenta modificada
ρ	Densidade do fluido
$\rho(x, t)$	Densidade do fluido
σ_k	Número de turbulência de Prandtl para energia cinética
τ	Tensão de cisalhamento
τ_{ij}	Tensor de Reynolds
$\Phi(x, t)$	Função potencial de velocidade do escoamento
ω	Dissipação de energia cinética turbulenta por unidade de energia
Ω	Distorção angular
Ω_{ij}	Tensor distorção angular

∇	Operador diferencial nabla
Δ	Operador diferencial laplaciano
$\langle \rangle$	Média temporal para um termo contido, ou covariância
$d\mathbf{l}$	Segmento de filamento de vórtice tridimensional
$d\mathbf{l}$	Faixa de largura infinitesimal na LLT
$\frac{D}{Dt}$	Derivada material, hidrodinâmica ou substantiva
$\frac{\partial}{\partial t}$	Derivada parcial com relação à variável tempo
$\frac{\partial}{\partial x_i}$	Derivada parcial com relação à i -ésima coordenada espacial

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	17
1.1	Considerações iniciais	17
1.2	Motivação	17
1.3	Objetivos	18
1.3.1	Objetivo Geral	18
1.3.2	Objetivo Específico	18
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	19
2.1	Escoamento Potencial	19
2.1.1	Teorema de Kutta-Joukowski	21
2.1.2	Método dos Painéis	22
2.2	Escoamento Tridimensional	24
2.2.1	<i>Downwash</i> e Arrasto induzido	24
2.2.2	Teorema de Helmholtz e Lei de Biot-Savart	26
2.2.3	Teoria da Linha Sustentadora de Prandtl	26
2.2.4	<i>Vortex-Lattice Method</i> (VLM)	28
2.3	<i>Computational Fluid Dynamics</i> (CFD)	30
2.4	Modelagem de Turbulência	30
2.4.1	Equações Médias de Reynolds	32
2.4.1.1	Média temporal e decomposição de Reynolds	32
2.4.1.2	Equação média de Reynolds	33
2.4.1.3	Tensor de Reynolds	34
2.4.1.4	Hipótese de Boussinesq	34
2.4.2	Modelos de Turbulência	35
2.4.2.1	Modelo $k-\varepsilon$	36
2.4.2.2	Modelo $k-\omega$	36
2.4.2.3	Modelo $k-\omega$ <i>Shear Stress Transport</i>	36
2.4.2.4	Modelo $k-\omega$ <i>Shear Stress Transport de Transição</i>	37
3	METODOLOGIA	38
3.1	<i>Vortex Lattice Method</i>	38
3.1.1	XFLR5	40
3.2	Modelo de Turbulência	41
3.2.1	Modelo $k-\omega$ <i>Shear Stress Transport</i>	42
3.3	Aerofólio e Asa	45
3.4	Modelagem Numérica	45

3.4.1	<i>OpenFoam</i>	46
3.4.1.1	Pasta 0	47
3.4.1.2	Pasta <i>constant</i>	47
3.4.1.3	Pasta <i>system</i>	47
3.4.2	Geração e convergência de malha	48
3.4.2.1	Malha CFD	48
3.4.2.2	Malha VLM	50
3.5	Validação do Modelo	53
3.5.1	Ensaio em Túnel de Vento	53
4	RESULTADOS E ANÁLISES	60
4.1	Parâmetros VLM	60
4.2	Parâmetros CFD	60
4.3	Análises em <i>OpenFoam</i>	62
4.4	Resultado comparativo	66
5	CONCLUSÕES	70
5.1	Sugestões para Trabalhos Futuros	71
	Referências	72
	REFERÊNCIAS	72
	APÊNDICE A – Arquivos pasta 0	74
	APÊNDICE B – Arquivos pasta <i>constant</i>	82
	APÊNDICE C – Arquivos pasta <i>system</i>	84
	ANEXO A – TERMO DE AUTENTICIDADE	96

1 INTRODUÇÃO

1.1 Considerações iniciais

Partindo do entendimento de que o estudo dos carregamentos aerodinâmicos atuantes na asa e nos estabilizadores de uma aeronave compõe parte vital de qualquer projeto aeronáutico, busca-se cada vez mais ferramentas para o aperfeiçoamento do cálculo de tais cargas. Compreende-se que o cálculo de tais carregamentos, se bem executado, possibilita a otimização dos componentes estruturais da aeronave, acarretando em benefícios ao longo da execução do projeto proposto, elevando a capacidade de carga paga da aeronave uma vez que seu peso vazio foi reduzido [RAYMER, 1992]. Tal importância não se faz menor quando se trata de um estudo aplicado às aeronaves destinadas à competição SAE BRASIL AeroDesign.

A competição referida consiste no projeto e fabricação de uma aeronave radio-controlada de perfil cargueiro destinada a cumprir uma missão, sendo dividida em três categorias, Micro, Regular e Advanced. A categoria Micro, na qual a aeronave estudada se encaixa, impõe o uso de motor elétrico e a desmontagem da aeronave após o término da missão. Nessa categoria a missão consiste em levar duas cargas pagas, uma fixa e outra que deve ser extraída com o uso de um paraquedas, ambas devem ter a mesma massa.

Será realizado no presente trabalho o estudo da asa de uma aeronave desenvolvida pela Equipe MicroRaptor da UFJF destinada à 21ª edição da competição SAE BRASIL AeroDesign, destacando-se para importância da produção de uma estrutura leve que, para uma dada geometria da aeronave e configuração de grupo motopropulsor, possibilitará uma carga paga mais elevada - o que, conseqüentemente, em termos de competição, oferecerá uma maior pontuação. Portanto, a maneira como se distribui a sustentação ao longo de uma asa finita, seja sobre a asa propriamente dita, seja sobre os estabilizadores, é de fundamental importância no cálculo dos esforços atuantes nestes componentes, pois a distribuição das cargas impacta nas tensões de flexão as quais a estrutura deve resistir. Existem diversos modelos que descrevem este problema, desde a solução proposta por Ludwig Prandtl no início do século XX e simplificada pelo método de Schrenk até os métodos computacionais modernos, como placa plana, VLM (Método da Folha de Vórtices *Vortex Lattice Method*) e CFD (Dinâmica dos Fluidos Computacional - *Computational Fluid Dynamics*) [RAYMER, 1992]. Sendo o foco desse estudo destinado aos dois últimos.

1.2 Motivação

Dada a relevância da participação em projetos de extensão na formação profissional dos estudantes e tendo em vista a necessidade de aprimoramento constantes dos conhecimentos e métodos utilizados, em específico, pela equipe Microraptor, o presente trabalho

busca colaborar com o crescimento técnico da mesma. A obtenção e cálculo preciso dos carregamentos aerodinâmicos atuantes nas superfícies sustentadoras de aeronaves configura uma área de conhecimento ainda pouco explorada por grande parte das equipes participantes na competição SAE Brasil de aerodesign. Muitas delas recorrem ao uso de métodos analíticos aproximados, como o método de Schrenk [SCHRENK, 1940], e normas de aviação que superestimam as cargas tornando-as incompatíveis com certos aspectos do aerodesign que requer aeronaves leves, no limite da resistência dos materiais com que são fabricadas para buscar uma pontuação competitiva. O aprofundamento nesses estudos também é de grande importância para a melhoria do embasamento teórico dos relatórios produzidos pelas equipes e dos métodos utilizados pelas mesmas.

Dito isto, o presente estudo irá tratar de um dos modelos numéricos para cálculo de carregamentos em asas, utilizado pela equipe Microraptor através do *software* XFLR5, buscando validá-lo a partir da comparação com um modelo computacional mais sofisticado e confiável. Esta verificação se justifica uma vez que o *software* XFLR5 possui menor custo computacional em comparação com *softwares* mais sofisticados de análise de fluidos, como o OpenFoam, o que torna seu uso atrativo, dado que análises em CFD podem demorar várias horas atrasando a entrega de dados dinâmica necessária para o andamento de um projeto multidisciplinar como o aerodesign.

1.3 Objetivos

1.3.1 Objetivo Geral

O presente trabalho tem como objetivo geral validar o método *Vortex Lattice* para a obtenção de carregamentos aerodinâmicos para a asa de uma aeronave, tendo em vista sua aplicação dentro de projetos de aerodesign. O objeto de estudo final deste trabalho será a aeronave radiocontrolada desenvolvida pela equipe de competição Microraptor da Universidade Federal de Juiz de Fora durante a temporada de 2019.

1.3.2 Objetivo Específico

Para que o objetivo principal deste trabalho seja alcançado, faz-se necessário cumprir as seguintes etapas:

- Aplicar ambos os métodos em uma asa destinada à competição SAE Brasil Aerodesign;
- Avaliar a diferença percentual existente entre os resultados do VLM e de CFD;
- Comparar o custo benefício entre o VLM e análise CFD, buscando avaliar qual o método mais vantajoso para o cálculo dos carregamentos na asa de uma aeronave radiocontrolada;

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

O escoamento de um fluido newtoniano, com densidade e viscosidade constantes, é regido por equações chamadas Equações de Navier-Stokes [WHITE, 2010], nomeadas em homenagem a Claude-Louis Navier e Sir George G. Stokes creditados pela dedução das mesmas. Apesar de descreverem bem o escoamento de um fluido as equações de Navier-Stokes não possuem uma solução geral conhecida, especialmente em geometrias complexas com efeitos viscosos intensos. Ludwig Prandtl apresentou uma alternativa para contornar essa dificuldade através da teoria da camada limite, a qual sugere que os efeitos viscosos ocorrerem apenas em uma camada muito próxima ao corpo, chamada camada limite [PRANDTL, 1921], dessa forma o escoamento pode ser dividido em duas regiões distintas. Na região viscosa, próxima ao corpo e situada dentro da camada limite, as forças viscosas governam o escoamento, na região potencial, afastada do corpo e situada afastada da camada limite, as forças inerciais governam o escoamento.

Outra prática comum no estudo de aerodinâmica em aeronaves, sobretudo no projeto de asas e empenagens, além da separação do escoamento potencial e viscoso, trata-se da distinção do escoamento de acordo com suas características bidimensionais ou tridimensionais:

Escoamento Bidimensional: Trata do escoamento ao redor do perfil aerodinâmico, desconsiderando o fluxo de ar que ocorre na direção da envergadura, no sentido da raiz para a ponta da asa. Dessa forma considera-se uma seção de asa infinita, sem os efeitos tridimensionais associados à ponta da asa.

Escoamento Tridimensional: Trata do escoamento que ocorre em uma asa finita, real. Nele surgem efeitos associados à ponta da asa, término da superfície sustentadora.

Durante o projeto da aeronave essas distinções são frequentemente utilizadas em diferentes etapas de projeto. Os resultados de análises bidimensionais são utilizados principalmente no estudo e na escolha do perfil aerodinâmico mais adequado, por exemplo. Ao passo que os resultados da análise tridimensional são usados ao longo de todo o projeto aeronáutico, desde a definição do grupo moto propulsor ao cálculo das cargas aerodinâmicas utilizadas no dimensionamento estrutural da superfície sustentadora. Também é frequente o uso de métodos computacionais que se utilizam das informações obtidas no tratamento bidimensional para estimar os efeitos tridimensionais que ocorrem na asa.

2.1 Escoamento Potencial

Para descrever o escoamento em um perfil aerodinâmico, faz-se necessário introduzir alguns conceitos e simplificações, assume-se que o escoamento que interage com o corpo

pode ser tratado como não viscoso e irrotacional, simplificando a formulação das equações que permitem calcular e descrever o comportamento do fluido em escoamento. Em velocidades com número de Mach abaixo de 0,3 (30% da velocidade do som no meio), é possível assumir o escoamento como incompressível, ou seja, a densidade do fluido se mantém constante. Essas considerações podem ser descritas como:

- O escoamento irrotacional:

$$\nabla \times V = 0 \quad (2.1)$$

$$\nabla \times \nabla \Phi = 0 \quad (2.2)$$

$$V = \nabla \Phi \quad (2.3)$$

Onde (V) é a velocidade do escoamento e (Φ) a função potencial de velocidade do escoamento.

- O escoamento incompressível:

$$\nabla \cdot V = 0 \quad (2.4)$$

Combinando as equações (2.3) e (2.4) obtém-se a Equação de Laplace, que deve ser satisfeita para definir o escoamento como potencial:

$$\nabla(\nabla \Phi) = 0 \quad (2.5)$$

Das soluções elementares a equação de Laplace, apenas a do tipo vórtice pode ser usada para modelar escoamentos que envolvam sustentação finita e é usada para modelar a teoria da linha sustentadora, da qual deriva o método *Vortex Lattice*. Segundo a definição do escoamento tipo vórtice bidimensional (Figura 1), ele é irrotacional, ou seja, as partículas não giram em torno de seu próprio eixo ($\nabla \times V = 0$) em todas as partes [ANDERSON, 2010].

O potencial de velocidade (Φ) de um escoamento tipo vórtice com circulação (Γ) é dado pela equação (2.6)

$$\Phi = \frac{\Gamma}{2\pi} \theta \quad (2.6)$$

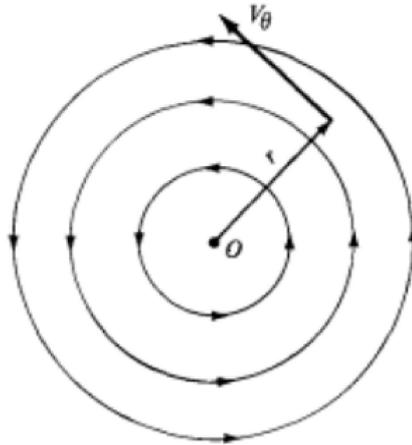


Figura 1 – Solução tipo Vórtice Bidimensional: Adaptado de [ANDERSON, 2010]

2.1.1 Teorema de Kutta-Joukowski

Em outra simplificação comum na teoria de geração de sustentação (bidimensional) assume-se que o corpo gerador de sustentação como um cilindro posicionado perpendicularmente ao escoamento se estendendo ao infinito. Kutta e Joukowski concluíram que para tornar fisicamente viável o estudo do escoamento através de um perfil aerodinâmico, sem a necessidade de resolver as equações de Navier-Stokes para avaliar a região viscosa, é necessário considerar a existência de uma circulação no escoamento ao redor do perfil aerodinâmico [ASHLEY, 1985]. Esse comportamento do escoamento próximo ao aerofólio é ilustrado pela Figura 2. Define-se a sustentação L a partir da circulação do escoamento próximo ao corpo e é resultado da diferença de pressão entre o intradorso e o extradorso. A partir disso e da equação de Bernoulli conclui-se que as velocidades e pressões no intradorso e extradorso serão, respectivamente, maiores e menores do que no escoamento livre.

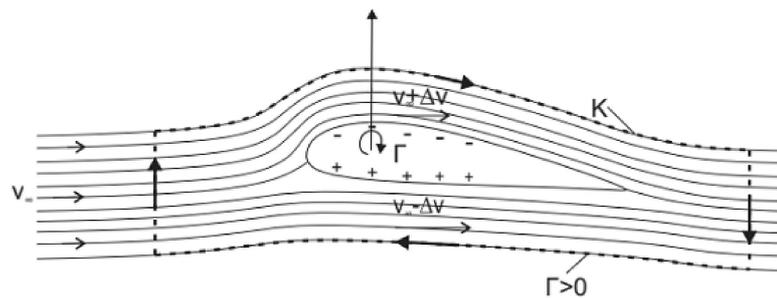


Figura 2 – Escoamento em uma asa bidimensional: Adaptado de [SCHLICHTING, 1979]

$$\frac{1}{2}V^2 + \Psi + \frac{p}{\rho} = \text{constante} \quad (2.7)$$

onde V é a velocidade em um ponto P do escoamento, Ψ é o potencial gravitacional (desprezível), p é a pressão no ponto P e ρ a densidade do fluido.

Segundo o apresentado na Figura 2 a circulação é definida como:

$$\Gamma = \oint_K \mathbf{V} \cdot d\mathbf{l} \quad (2.8)$$

onde K é uma linha qualquer, formando uma curva fechada, que contorna o aerofólio na região fora da camada limite, V é a velocidade local do escoamento e dl é um vetor de comprimento infinitesimal ao longo da linha K .

Observando a Figura 2 percebe-se que a circulação, quando tomada como a integral de linha da velocidade ao longo da curva K , possui um valor finito. Consequentemente, no campo próximo ao aerofólio a circulação também é finita. O campo de velocidades gerado é representado por um vórtice ligado ao aerofólio que gira em sentido horário.

Define-se o teorema de Kutta-Joukowski como a relação entre a sustentação L' gerada por uma unidade de envergadura e a circulação Γ para o problema bidimensional, onde ρ_∞ e V_∞ são, respectivamente, a densidade e a velocidade do escoamento afastado.

$$L' = \rho_\infty V_\infty \Gamma \quad (2.9)$$

2.1.2 Método dos Painéis

O método dos painéis se utiliza da teoria de escoamento potencial para descrever os efeitos aerodinâmicos ao redor de um corpo, constituindo uma alternativa computacionalmente barata à tradicional análise em CFD (*Computational Fluid Dynamics*). Esse método assume um escoamento irrotacional e invíscido e, a partir da equação de Laplace (2.5), resolve o escoamento potencial ao redor do corpo, sendo comum utilizá-lo para obter as características de perfis aerodinâmicos. A equação pode ser resolvida utilizando as condições de contorno de Dirichlet e Neumann que assumem a velocidade normal à superfície nula e o gradiente de velocidades no interior do corpo nulo, respectivamente.

A aplicação desse método é feita através da distribuição de painéis que descrevem a superfície analisada. O perfil é descrito por um conjunto de pontos (pontos de contorno) que definem, de forma discreta, a sua geometria e são ligados dois a dois por segmentos de reta (painéis) delimitando o contorno do perfil. Em cada um desses painéis é inserido um ponto de controle, para o qual são definidas condições de contorno e a velocidade é calculada. A velocidade externa à superfície é calculada computando as informações de cada um dos dos painéis, resultando na intensidade e direção da mesma.

Através da distribuição de elementos de fonte e sumidouro em cada um dos painéis cria-se o efeito de o perfil simulado se comportar como uma superfície sólida, gerando um fluxo tangente à sua superfície, garantindo uma condição de impermeabilidade. (Figura 4).

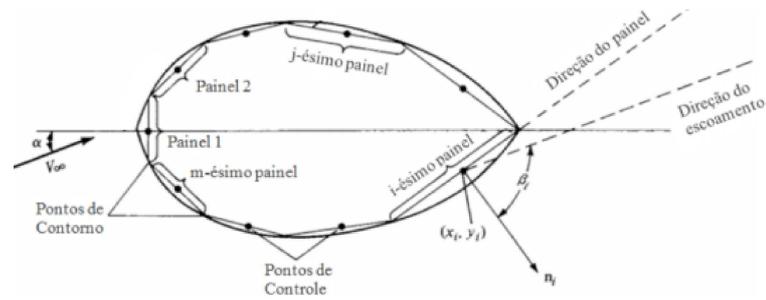


Figura 3 – Distribuição de painéis em um perfil arbitrário: Adaptado de [ANDERSON, 2010]

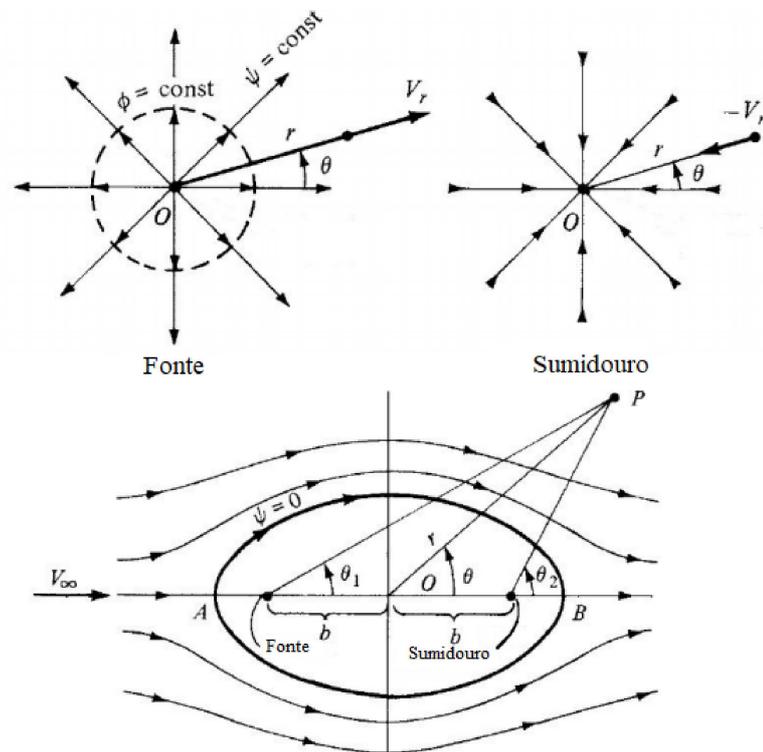


Figura 4 – Combinação de escoamentos fonte e sumidouro gerando uma superfície arbitrária: Adaptado de [ANDERSON, 2010]

A distribuição de fontes e sumidouros tem por objetivo apenas delimitar a superfície do perfil, ao passo que a geração de sustentação está associada à circulação ao redor do corpo. A circulação é simulada através da distribuição de escoamentos do tipo vórtice em cada um dos painéis que compõe o perfil, cada um deles possui uma intensidade proporcional à velocidade tangente ao respectivo painel (Figura 5).

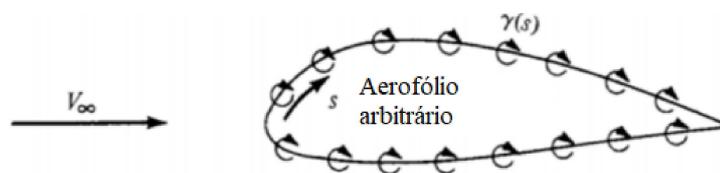


Figura 5 – Vista dos vórtices aplicados aos painéis de um perfil arbitrário: Adaptado de [ANDERSON, 2010]

A circulação total ao redor do perfil é obtida através da integração das circulações em cada um dos vórtices na superfície.

$$\Gamma = \int \gamma ds \quad (2.10)$$

Dessa forma, a partir da circulação total ao redor do perfil obtém-se a sustentação gerada pelo perfil através da aplicação do teorema de Kutta-Joukowski (2.9). Percebe-se que quanto mais painéis forem utilizados na descrição do perfil, mais fiéis serão a representação da geometria e as forças aerodinâmicas calculadas.

2.2 Escoamento Tridimensional

2.2.1 *Downwash* e Arrasto induzido

Em uma asa finita a diferença de pressão existente entre o intradorso e o extradorso da asa é reduzida na região próxima às pontas, até atingir zero nas extremidades. Isso se deve à tendência do escoamento com maior pressão no intradorso de desviar-se para a região de menor pressão no extradorso. Na Figura 6, a equalização das pressões nas pontas da asa causa uma deflexão do escoamento para dentro no extradorso e para fora no intradorso. A diferença na direção dos escoamentos gera dois vórtices nas pontas das asas com rotação em sentidos opostos.

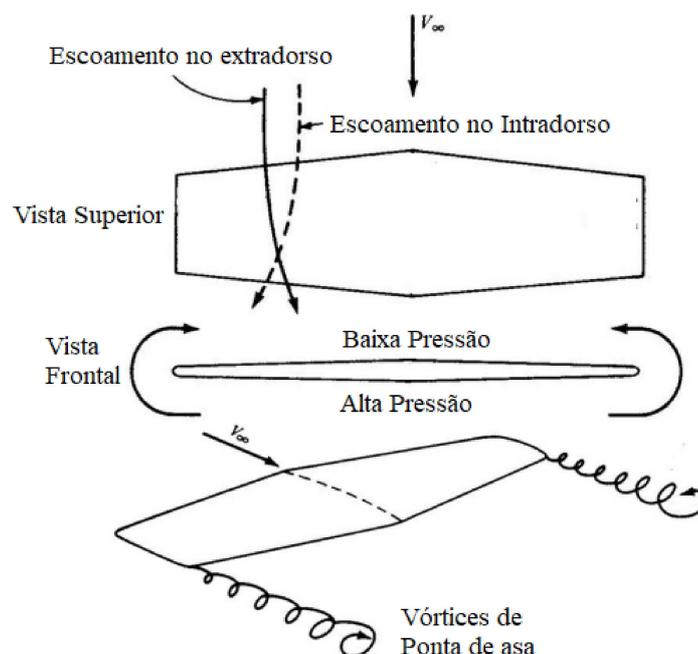


Figura 6 – Representação dos vórtices de ponta de asa: Adaptado de [ANDERSON, 2010]

Esses vórtices, chamados de vórtices de ponta de asa, induzem componentes de velocidade no escoamento ao redor da asa, gerando uma componente vertical para baixo a jusante da asa nas partes mais distantes da ponta e, próximo à ponta, devido aos vórtices,

há tendência de inversão no sentido vertical dessa componente. Na direção da envergadura da asa, os vórtices de ponta induzem uma componente de velocidade com sentido da ponta para a raiz da asa no extradorso e sentido oposto no intradorso. Esta componente vertical é chamada *downwash* (w) [ANDERSON, 2010], que combina-se com a velocidade do escoamento livre (V_∞), alterando a direção do escoamento próximo à asa, produzindo um escoamento relativo local, inclinado para baixo na vizinhança de cada seção da asa.

O ângulo de ataque geométrico (α) é formado entre a linha de corda, uma linha imaginária que liga ao bordo de ataque ao bordo de fuga da asa e a partir da qual mede-se o ângulo de ataque, e a direção de V_∞ . O vento relativo local está inclinado para baixo da direção de V_∞ pelo ângulo de ataque induzido (α_i). Conforme exposto na Figura 7, o *downwash* e a inclinação do vento relativo tem dois efeitos na seção da asa:

- 1 O ângulo de ataque efetivo na seção local é o ângulo formado entre a corda e o vento relativo local: $\alpha_{eff} = \alpha - \alpha_i$.
- 2 O vetor de sustentação local é perpendicular ao vento relativo local e por isso está inclinado para trás de α_i .

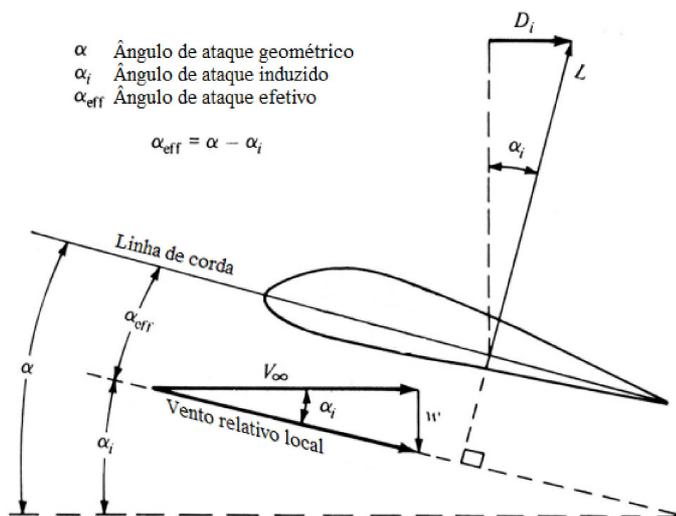


Figura 7 – Downwash e Arrasto Induzido: Adaptado de [ANDERSON, 2010]

Assim, o *downwash* (w), em uma asa finita, gera uma redução no ângulo de ataque efetivo de cada uma das suas seções e a sustentação, perpendicular ao vento relativo local, se divide em uma componente de sustentação na direção de V_∞ e uma componente perpendicular a essa, chamada de arrasto induzido, (D_i).

O arrasto total numa asa subsônica real é a soma do arrasto induzido (D_i) do arrasto de fricção (D_f) e do arrasto de pressão devido à separação (D_p).

2.2.2 Teorema de Helmholtz e Lei de Biot-Savart

O escoamento do tipo vórtice, quando analisado tridimensionalmente, é chamado filamento de vórtice tridimensional. Aplicando o teorema do divergente em uma superfície ao redor do filamento, é possível mostrar que a intensidade do filamento não pode mudar, ou seja, a circulação se mantém constante ao longo de todo o filamento. Dessa forma, o primeiro e segundo teorema de Helmholtz são descritos como se segue:

- 1 A intensidade Γ de um filamento de vórtice é constante ao longo de seu comprimento
- 2 Um filamento de vórtice não pode terminar no escoamento, devendo se estender até \pm infinito, terminar em um contorno sólido, ou formar um circuito fechado.

A lei de Biot-Savart (Figura 8) em aerodinâmica descreve um campo de velocidades $d\mathbf{V}$ induzido em um ponto P por um segmento do filamento de vórtice tridimensional $d\mathbf{l}$ de intensidade Γ , como mostrado pela equação (2.7):

$$dV = \frac{\Gamma}{4\pi} \frac{d\mathbf{l} \times \mathbf{r}}{\|\mathbf{r}\|^3} \quad (2.11)$$

onde \mathbf{r} é o raio do vetor que se origina no elemento de filamento do vórtice $d\mathbf{l}$ até o ponto P .

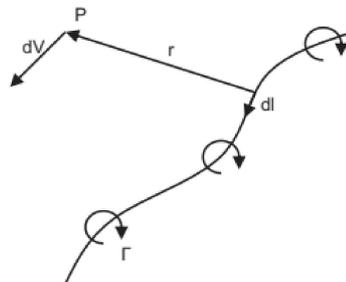


Figura 8 – Lei de Biot-Savart para um filamento de vórtice: Adaptado de [ANDERSON, 2010]

2.2.3 Teoria da Linha Sustentadora de Prandtl

A teoria da linha sustentadora de Prandtl foi um dos primeiros meios de se prever as propriedades aerodinâmicas de uma asa finita e ainda hoje é utilizada nas fases preliminares de um projeto aeronáutico. Desenvolvida por Ludwig Prandtl entre 1911 e 1918 [ANDERSON, 2010], esta teoria para descrição do comportamento aerodinâmico de uma asa finita é fundamental para o desenvolvimento do método *Vortex Lattice* utilizado nesse trabalho.

Dessa forma uma asa finita pode ser, teoricamente, representada por uma linha normal ao escoamento, chamada de vórtice ligado ou linha sustentadora. Os vórtices de

ponta de asa, ou vórtices livres, estão ligados à linha sustentadora e ao vórtice de partida, que se encontra no escoamento a jusante da asa afastado da mesma. Dessa forma, o vórtice ligado na asa, os vórtices livres conectados e o vórtice de partida formam uma linha de vórtice fechada (Figura 9) cumprindo o estipulado em um dos teoremas de Helmholtz.

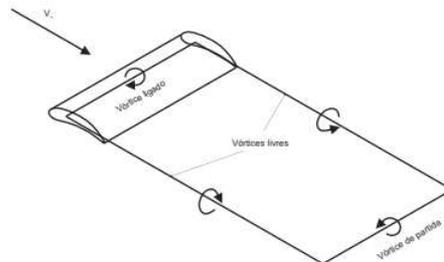


Figura 9 – Representação dos vórtices livres a jusante da asa finita: Adaptado de [ANDERSON, 2010]

O vórtice de partida pode, muitas das vezes, ser desconsiderado, uma vez que assume-se que a asa moveu-se no escoamento e está afastada o suficiente para não sofrer influência desse vórtice. Dessa forma, o sistema de vórtices resultante (Figura 10) é formado pelo vórtice ligado e dois vórtices livres conectados às pontas da asa que estendem-se ao infinito, ainda respeitando o teorema de Helmholtz. Esse sistema de vórtices com direção à jusante da asa é conhecido como vórtice ferradura.

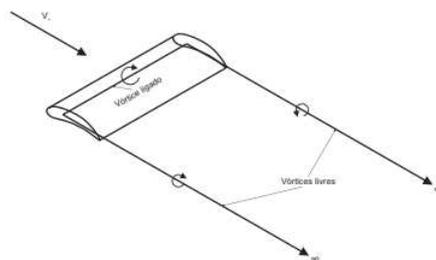


Figura 10 – Vórtice de ferradura representado uma asa finita: Adaptado de [ANDERSON, 2010]

Para descrever fielmente o comportamento aerodinâmico de uma asa finita, o uso de apenas um vórtice ligado para representar a asa é insuficiente. A equalização de pressões nas pontas da asa faz com que existam diferentes valores de circulação ao longo da envergadura (Figura 11). Sendo então necessário fazer um refinamento nos vórtices livres para obter-se uma distribuição de circulação e, conseqüentemente, de sustentação coerente.

Como a distribuição de circulação varia com a posição na envergadura $\Gamma = \Gamma(y)$, esta pode ser substituída por uma distribuição em funções degraus, a cada um coloca-se um vórtice livre de circulação $\Delta\Gamma$. Dessa forma a asa é representada por uma rede de

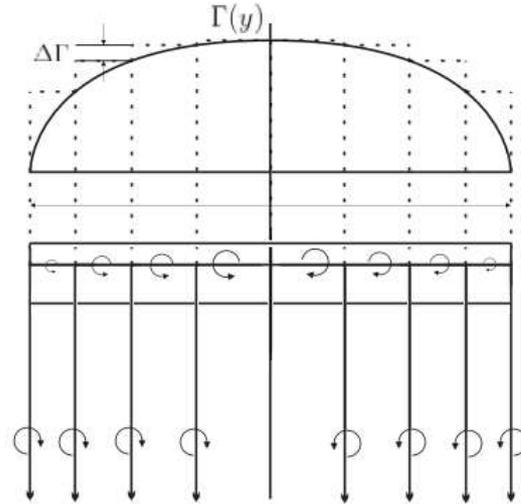


Figura 11 – Distribuição de circulação ao longo da envergadura: Adaptado de [ANDERSON, 2010]

vórtices, na qual uma faixa com largura infinitesimal dy tem uma circulação de intensidade

$$d\Gamma = \left(\frac{d\Gamma}{dy} \right) dy \quad (2.12)$$

Desta forma a sustentação atuante em uma asa representada pela teoria da linha sustentadora é calculada de forma analítica integrando-se a distribuição de circulação ao longo da envergadura, seguido o teorema de Kutta-Joukowski, equação (2.6).

$$L' = \rho_{\infty} V_{\infty} \int_{-b/2}^{b/2} \Gamma(y) dy \quad (2.13)$$

2.2.4 *Vortex-Lattice Method* (VLM)

A teoria da linha sustentadora descrita na subseção anterior fornece resultados aceitáveis para asas retas de alongamento moderado a alto, porém, quando o objetivo é analisar asas trapezoidais, com enflechamento, diedro ou torção, esse método não consegue descrever fielmente a asa. De forma a solucionar esse problema foi desenvolvido o método da rede de vórtices (*Vortex-Lattice Method*) que permite uma maior variedade de geometrias de asa, bem como a análise de mais de uma superfície sustentadora como, por exemplo, estabilizadores e biplanos, além de computar a interferência entre elas [MIRANDA, 1977]. Sendo possível inclusive analisar a aeronave em condições que apresentem um ângulo de derrapagem, ou seja, a linha de corda da asa não está paralela ao escoamento. O método *Vortex-Lattice* modela a asa como uma superfície plana, dividida em painéis nos eixos x, y com vórtices ferradura ligados cada um deles, chamada superfície sustentadora (Figura 12). Cada um desses vórtices ferradura é resolvido de forma análoga ao realizado na teoria

da linha sustentadora e a contribuição de cada um deles é compilada para calcular as forças aerodinâmicas globais da asa.

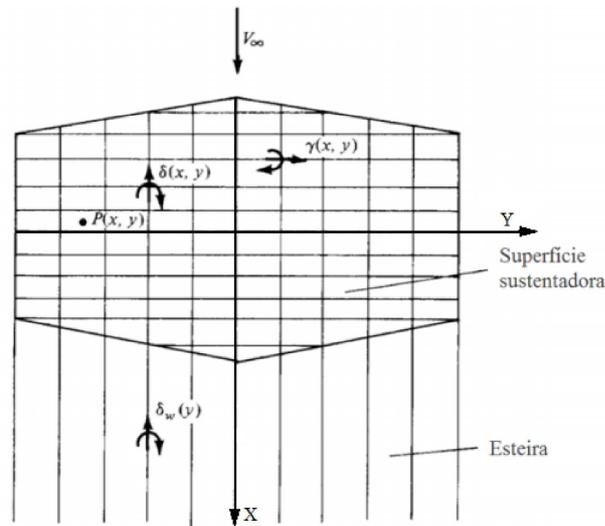


Figura 12 – Asa arbitrária representada pelo VLM: Adaptado de [ANDERSON, 2010]

Os vórtices são posicionados em um ponto a $1/4$ do comprimento do painel no eixo x e no centro no eixo y . Assim como na análise bidimensional, a sustentação gerada por cada vórtice é calculada para os painéis a partir do chamado ponto de controle (Figura 13).

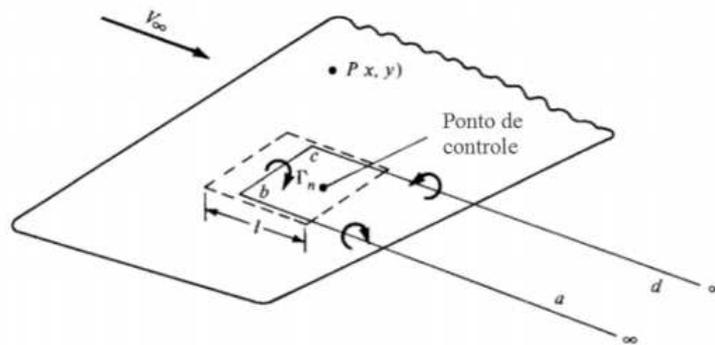


Figura 13 – Ponto de controle e vórtice ferradura para um único painel: Adaptado de [ANDERSON, 2010]

A intensidade dos vórtices ligados a cada painel varia ao longo dos eixos x e y . Desta forma a variação em y representa a perda de sustentação que ocorre próximo às pontas da asa e a variação em x representa a distribuição da pressão atuante ao longo da corda da asa.

2.3 Computational Fluid Dynamics (CFD)

A Dinâmica dos Fluidos Computacional (*Computational Fluid Dynamics*) se utiliza de modelos computacionais para resolver as equações matemáticas da teoria da mecânica e dinâmica dos fluidos, uma vez que muitos dos problemas são complexos demais para se chegar em uma solução analítica. Essa ferramenta é amplamente utilizada em aplicações científicas e industriais em diversos problemas que envolvam o escoamento de fluidos, como em veículos marítimos e aéreos, bombas, turbinas, trocadores de calor e, como é o caso do presente trabalho, em projetos de aeronaves [VERSTEEG, 1995].

Os métodos numéricos de análise do escoamento de fluidos surgiram de forma a complementar a análise das equações teóricas e os experimentos práticos realizados, visto que em diversas situações não é possível chegar a uma solução analítica e a construção e ensaio de um problema em laboratório, sendo que esses ensaios demandam muito tempo para sua execução e apresentam um custo elevado [VERSTEEG, 1995] e [SCHLICHTING, 1979]. O uso da CFD, assim como os outros métodos, possui seus pontos negativos, como a complexidade em se gerar uma malha associada à escolha do modelo de turbulência que melhor represente o problema estudado, demandando um elevado custo computacional. Sendo que mesmo nos computadores atuais as análises podem demorar muitas horas e, a depender do hardware disponível, até mesmo dias.

Entre as grandezas físicas mais comumente computadas em CFD estão pressão (p) e velocidade (V), provenientes da equação da continuidade e da equação de Navier-Stokes.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho \mathbf{V}) = 0 \quad (2.14)$$

$$\rho \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + \rho \mathbf{V} \cdot \nabla \mathbf{V} = \rho \mathbf{g} - \nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{V} \quad (2.15)$$

A equação 2.14 é a equação da continuidade e a equação 2.15 é a equação de Navier-Stokes. Nas quais ρ representa a densidade do fluido, g denota a constante gravitacional, μ é a viscosidade dinâmica do fluido e o termo Φ é a função de dissipação viscosa para energia [WHITE, 2010].

Os problemas a serem resolvidos pela CFD dependem das condições de contorno fornecidas pelo usuário. Essas correspondem às hipóteses de definição do domínio da solução. A partir das variáveis processadas diretamente pelo software (pressão, velocidade, temperatura), pode-se obter variáveis indiretas.

2.4 Modelagem de Turbulência

Os problemas envolvendo escoamento de fluidos podem ser classificados de diversas maneiras, sendo uma das mais importantes o regime laminar ou turbulento. Esse regime

de escoamento tem grande influência em parâmetros significantes para a engenharia, como por exemplo, a perda de carga em um duto, pressão exercida na parede, dissipação de calor, entre outros. Uma das formas de classificar o escoamento em laminar ou turbulento é por meio do número adimensional conhecido como número de Reynolds (2.16). Essa grandeza é dada pela relação entre as forças inerciais e viscosas.

$$Re = \frac{\rho V L_c}{\mu} \quad (2.16)$$

Onde ρ é a densidade e μ a viscosidade dinâmica do fluido, V é a velocidade do escoamento e L_c o comprimento característico do escoamento.

O escoamento laminar possui um comportamento bem definido, ordenado, com linhas de corrente uniformes, as taxas de difusão e perda de energia nesse tipo de escoamento são baixas. O turbulento é caracterizado como irregular, com altas taxas de transferência de calor, massa, momento, perda de energia e difusividade, com elevada formação de vórtices no escoamento. Quando as características inerciais do escoamento, numerador do número de Reynolds, são muito maiores que as viscosas, denominador do número de Reynolds, o escoamento é caracterizado como turbulento [WHITE, 2010].

As equações de Navier-Stokes (2.15) descrevem a física envolvida no escoamento turbulento, porém na prática torna-se inviável resolvê-la diretamente, sendo muito demorada para obter soluções diretas. Devido à dificuldade em uma solução direta das equações de Navier-Stokes surge a necessidade da criação de modelos matemáticos que permitam solucionar os problemas de escoamento turbulento de maneira menos onerosa, esses modelos se utilizam de aproximações e simplificações que permitem a solução do escoamento. O uso dos modelos de turbulência também permitem a análise de escoamentos laminares, com baixos números de Reynolds, cada um apresentando maior ou menor precisão nos resultados.

Os modelos de turbulência podem ser divididos em três grandes categorias, simulação numérica direta (DNS - *direct numerical simulation*), simulação das grandes escalas (LES - *large-eddy simulation*) e equações médias de Reynolds (RANS - *Reynolds Averaged Navier-Stokes*):

DNS: Nessa categoria a solução é obtida exclusivamente pela solução das equações de Navier-Stokes, determinando diretamente o campo de velocidades do escoamento, para esse caso a malha que representa o domínio estudado deve ser altamente refinada para resolver todas as escalas de turbulência até a camada limite. Isso implica em malhas impraticáveis para aplicações complexas, pois seu custo computacional está relacionado a Re^3 [POPE, 2000].

LES: Nesse método as equações não são resolvidas para todo o campo de velocidades do

escoamento, considerando apenas as grandes escalas turbulentas, sendo essas as mais significativas. Esse modelo estabelece um filtro, associado ao tamanho dos elementos, que separa as grandes escalas das menores escalas. As grandes escalas são resolvidas explicitamente, enquanto as menores são representadas por modelos que tem por base a viscosidade turbulenta. Apesar de apresentar um custo computacional menor que o DNS, o LES ainda possui um custo elevado, por necessitar de um alto refino de malha, tornando esse método pouco utilizado.

RANS: Nessa categoria estão enquadrados a maioria dos modelos de turbulência utilizados na indústria que serão tratados adiante. Esses modelos resolvem o escoamento se utilizando das médias temporais das equações de Navier-Stokes para obter as equações médias de Reynolds. Devido a esse tratamento das equações, aliado à não linearidade das equações de conservação, surge a necessidade de um termo adicional chamado tensor de Reynolds. Cada um dos modelos nessa categoria possui uma forma de modelar e resolver os tensores. Essa abordagem das equações de Navier-Stokes é comparativamente mais barata, do ponto de vista computacional, e de mais fácil aplicação que as anteriores, sendo amplamente utilizada na indústria.

2.4.1 Equações Médias de Reynolds

2.4.1.1 Média temporal e decomposição de Reynolds

Devido à natureza aleatória dos escoamentos turbulentos, há uma grande dificuldade em se modelar o problema pois todas as características de dissipação energética com influência nos resultados do escoamento têm que ser levadas em conta. Dessa forma, abordar a resolução das equações que descrevem o modelo do ponto de vista estatístico simplifica o problema e torna sua solução viável.

Considerar a média temporal do escoamento é apropriado quando se trata de um escoamento estacionário, ou seja, um escoamento turbulento que, na média, não varia com o tempo. Dessa forma, para uma variável $f(x, t)$, onde x denota as três direções do espaço, define-se a média temporal ($\langle f(x, t) \rangle$) como [WILCOX, 1993]:

$$\langle f(x, t) \rangle = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_t^{t+T} f(x, t) dt \quad (2.17)$$

Tomando um turbulento com campo de velocidades instantâneo $V_i(\mathbf{x}, t)$, esse pode ser descrito como a soma de uma parcela média ($\langle V_i(\mathbf{x}) \rangle$) com uma parcela referente às flutuações ($v_i(\mathbf{x}, t)$), dessa forma define-se a decomposição de Reynolds:

$$V_i(\mathbf{x}, t) = \langle V_i(\mathbf{x}) \rangle + v_i(\mathbf{x}, t) \quad (2.18)$$

A decomposição de Reynolds pode ser representada de forma gráfica pela figura 14 que apresenta a parcela média do campo de velocidades e a parcela das flutuações.

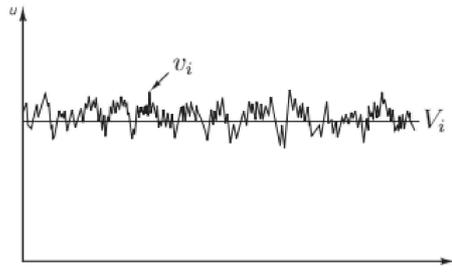


Figura 14 – Média temporal da velocidade e parcela das flutuações: Adaptado de [VERSTEEG, 1995]

2.4.1.2 Equação média de Reynolds

Aplicando a decomposição de Reynolds (2.18) na equação da continuidade (2.14), tem-se:

$$\nabla (V) = \nabla (\langle V \rangle + v) = 0 \quad (2.19)$$

Considerando apenas a parcela referente à média temporal, a equação da continuidade é ainda mais simplificada:

$$\nabla (\langle V \rangle) = 0 \quad (2.20)$$

Devido à parcela não linear da equação de Navier-Stokes, faz-se necessário considerá-la em etapas [WILCOX, 1993]. Primeiramente descreve-se a derivada material na forma conservativa:

$$\frac{DV_j}{Dt} = \frac{\partial V_j}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (V_i V_j) \quad (2.21)$$

A média temporal da derivada material é dada por:

$$\left\langle \frac{DV_j}{Dt} \right\rangle = \frac{\partial \langle V_j \rangle}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} \langle V_i V_j \rangle \quad (2.22)$$

Aplicando a decomposição de Reynolds no termo não linear, a relação se torna:

$$\begin{aligned} \langle V_i V_j \rangle &= \langle (\langle V_i \rangle + v_i) (\langle V_j \rangle + v_j) \rangle \\ &= \langle \langle V_i \rangle \langle V_j \rangle + v_i \langle V_j \rangle + v_j \langle V_i \rangle + v_i v_j \rangle \\ &= \langle V_i \rangle \langle V_j \rangle + \langle v_i v_j \rangle \end{aligned} \quad (2.23)$$

Ao substituir a forma reduzida da equação 2.23 na equação 2.22 tem-se:

$$\begin{aligned}
\left\langle \frac{DV_j}{Dt} \right\rangle &= \frac{\partial \langle V_j \rangle}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\langle V_i \rangle \langle V_j \rangle + \langle v_i v_j \rangle) \\
&= \frac{\partial \langle V_j \rangle}{\partial t} + \langle V_i \rangle \frac{\partial \langle V_j \rangle}{\partial x_i} + \langle V_j \rangle \frac{\partial \langle V_i \rangle}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_i} \langle v_i v_j \rangle \\
&= \frac{\partial \langle V_j \rangle}{\partial t} + \langle V_i \rangle \frac{\partial \langle V_j \rangle}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_i} \langle v_i v_j \rangle
\end{aligned} \tag{2.24}$$

Conforme a equação 2.20 o termo $\frac{\partial \langle V_i \rangle}{\partial x_i}$ é nulo, dessa forma foi omitido na última igualdade. Dessa forma a equação 2.24 fornece a média da derivada material e é possível obter a equação média de Reynolds, ou *Reynolds Averaged Navier-Stokes* [WILCOX, 1993]

$$\rho \frac{\partial \langle V_j \rangle}{\partial t} + \rho \langle V_i \rangle \frac{\partial \langle V_j \rangle}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\mu \left(\frac{\partial \langle V_i \rangle}{\partial x_j} + \frac{\partial \langle V_j \rangle}{\partial x_i} \right) - \delta_{ij} \langle p \rangle - \rho \langle v_i v_j \rangle \right] \tag{2.25}$$

2.4.1.3 Tensor de Reynolds

Na equação média de Reynolds (2.25), os termos do lado direito da igualdade denotam tensões presentes no escoamento do fluido, respectivamente, tensões viscosas, tensões oriundas do campo de pressões e, por fim, as tensões de Reynolds que podem ser escritas como τ_{ij} que representa a média temporal do fluxo de momento devido às flutuações da parcela aleatória da média de Reynolds. Dessa forma as tensões de Reynolds são fundamentais para a resolução da equação de Reynolds, por descreverem os menores vórtices da turbulência, além de provarem matematicamente a ocorrência da turbulência [POPE, 2000].

$$\tau_{ij} = -\rho \begin{vmatrix} \langle v_1 v_1 \rangle & \langle v_1 v_2 \rangle & \langle v_1 v_3 \rangle \\ \langle v_2 v_1 \rangle & \langle v_2 v_2 \rangle & \langle v_2 v_3 \rangle \\ \langle v_3 v_1 \rangle & \langle v_3 v_2 \rangle & \langle v_3 v_3 \rangle \end{vmatrix} \tag{2.26}$$

2.4.1.4 Hipótese de Boussinesq

A introdução do tensor de Reynolds na formulação gera 6 novas incógnitas que devem ser calculadas. Esse problema relacionado ao fechamento das equações foi resolvido pelo matemático e físico Joseph Valentin Boussinesq, que propôs que o tensor de Reynolds deve ser proporcional aos valores médios de deformação [VERSTEEG, 1995]. Nessa hipótese a viscosidade da turbulência é tratada como uma analogia para a relação entre tensão e taxa de deformação de um fluido newtoniano. De acordo com o proposto por

Boussinesq o desvio isotrópico do tensor de Reynolds pode ser considerado proporcional à taxa média de deformação (\bar{S}_{ij}), ou seja:

$$\begin{aligned} -\rho \langle v_i v_j \rangle + \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij} &= \rho v_t \left(\frac{\partial \langle V_i \rangle}{\partial x_j} + \frac{\partial \langle V_j \rangle}{\partial x_i} \right) \\ &= 2\rho v_t \bar{S}_{ij} \end{aligned} \quad (2.27)$$

onde v_t denota a viscosidade cinemática turbulenta.

Ao incorporar a hipótese de Boussinesq na equação média de Reynolds (2.25), esta relação torna-se:

$$\frac{\partial \langle V_j \rangle}{\partial t} + \langle V_i \rangle \frac{\partial \langle V_j \rangle}{\partial x_i} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\langle p \rangle + \frac{2}{3} \rho k \right) + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[v_{ef} \left(\frac{\partial \langle V_i \rangle}{\partial x_j} + \frac{\partial \langle V_j \rangle}{\partial x_i} \right) \right] \quad (2.28)$$

A hipótese de Boussinesq possui aproximações e limitações, essas limitações foram amplamente exploradas pela modelagem, de modo a fornecer resultados precisos e confiáveis, porém aos modelos associa-se um custo computacional elevado.

2.4.2 Modelos de Turbulência

A representação da física envolvida no escoamento na forma de equações matemáticas que permitam a resolução do escoamento de forma viável, a formulação e escolha do modelo de turbulência apresenta uma grande dificuldade e pode levar a resultados incorretos nas simulações. Com o objetivo de desenvolver uma representação fiel da física envolvida, Prandtl, Taylor e von Kármán, buscavam uma forma de modelar a turbulência que fornecesse bons resultados com uma baixa complexidade associada [WILCOX, 1993]. Durante o desenvolvimento dos diversos modelos de turbulência propostos, buscou-se adequá-los de maneira a representar diferentes classes de escoamento, sendo essas diferenciadas pelo número de Reynolds, instensidade de turbulência, compressibilidade do fluido, por exemplo.

Dos modelos de turbulência existentes, aqueles a serem abordados pertencem à classe dos modelos baseados na energia turbulenta, de duas equações: k - ε e k - ω [WILCOX, 1993]. Mais tarde algumas modificações para o modelo k - ω foram propostas visando melhorar a forma como este trata a separação de camada limite, os gradientes adversos de pressão e a transição entre o regime laminar e turbulento, que antes forneciam resultados menos satisfatórios em comparação à abordagem experimental. A partir dessas modificações foram criados outros dois modelos baseados do k - ω : o modelo k - ω *Shear Stress Transport* e o modelo k - ω *Shear Stress Transport de Transição*. Os modelos mencionados serão descritos a seguir e a formulação matemática do modelo a ser usado no presente trabalho será descrita no capítulo de metodologia.

2.4.2.1 Modelo $k-\varepsilon$

O modelo $k-\varepsilon$ é um dos modelos de duas equações mais abordados na literatura, sua criação é atribuída a Jones e Launder (1972) e os seus coeficientes foram otimizados por Launder e Sharma (1974). Fundamentalmente o modelo se baseia em duas equações, uma equação de transporte para energia cinética de turbulência (k) e uma equação de taxa de dissipação de energia cinética turbulenta (ε).

Esse é considerado o mais simples dos modelos de turbulência completos, tendo a mais ampla variedade de aplicabilidade, estando presente na maioria dos *softwares* de CFD [POPE, 2000]. Apesar de possuir boa acurácia para escoamentos simples, ele perde precisão com o aumento da complexidade do problema, por exemplo em casos de desprendimento da camada limite, gradientes de pressão significativos, fluidos em rotação ou em superfícies curvadas. Muitas das fontes de erro associadas estão relacionadas à hipótese de viscosidade turbulenta e da equação de ε , por possuir uma formulação fortemente empírica.

2.4.2.2 Modelo $k-\omega$

Em 1942, Kolmogorov propôs o modelo de turbulência $k-\omega$ baseado nas equações de transporte para cinética turbulenta (k) e da taxa de dissipação específica (ω), definida como dissipação de energia cinética turbulenta por unidade de energia cinética turbulenta ($\omega \propto \varepsilon/k$). Dos modelos de turbulência completos, este é considerado o segundo mais usado [POPE, 2000]. Possuindo maior precisão e convergência de dados em escoamentos com camada limite, sendo superior a outros modelos do ponto de vista da estabilidade numérica e é tão preciso quanto qualquer outro modelo na previsão dos perfis médios de fluxo, pois não envolve as funções complexas não lineares de amortecimento. No entanto, uma das desvantagens desse modelo está em não prever de forma precisa o comportamento do fluido no escoamento livre, afastado do corpo, uma vez que para o modelo necessita-se de uma condição de contorno diferente de zero nesta situação, sendo a solução final do modelo muito sensível a este valor [MENTER, 1994].

2.4.2.3 Modelo $k-\omega$ *Shear Stress Transport*

O modelo $k-\omega$ *Shear Stress Transport*(SST), proposto por Menter em um artigo de 1994 [MENTER, 1994]. O modelo foi formulado de maneira a combinar a precisão e robustez do modelo $k-\omega$ na região próxima à parede, com as vantagens apresentadas pelo modelo $k-\varepsilon$ na região de escoamento livre. Para associar os pontos fortes de cada modelo, foi proposto uma transição do modelo $k-\omega$ para o modelo $k-\varepsilon$ conforme o escoamento se distancia do corpo estudado. A transição ocorre a uma distância onde as características do modelo $k-\omega$ deixam de ser vantajosas e torna-se mais conveniente aproveitar características

do modelo $k-\varepsilon$. Dessa forma, modelo $k-\omega$ SST se mostra preciso e confiável para uma grande variedade de escoamentos.

2.4.2.4 Modelo $k-\omega$ Shear Stress Transport de Transição

Conforme os estudos de escoamentos em aerofólios descobriram que poderia haver a transição de laminar para turbulento em uma mesma condição de número de Reynolds, fez-se necessária a criação de um modelo que conseguisse descrever fielmente esse fenômeno. Os modelos existentes, ao se deparar com essa situação, consideravam o escoamento predominantemente turbulento, essa consideração leva a erros relacionados principalmente ao superdimensionamento dos valores associados à difusividade. Para solucionar esses casos, criou-se o modelo $k-\omega$ SST de transição (SSTT), apresentando melhores resultados porém com uma complexidade maior na sua formulação.

O modelo SSTT trata-se de uma expansão do modelo $k-\omega$ SST, contendo as equações de transporte do modelo base e incluindo equações de transporte, envolvendo intermitência e critério de transição.

3 METODOLOGIA

3.1 *Vortex Lattice Method*

No método *Vortex Lattice*, brevemente abordado anteriormente, utilizam-se singularidades chamadas de vórtices ferradura para modelar o escoamento sobre os painéis que definem a asa, essa geometria respeita Teorema de Helmholtz, que postula que um filamento de vórtice deve estender-se ao infinito ou formar um circuito fechado e sua intensidade deve ser constante por toda a sua extensão. A figura 15 ilustra um vórtice ferradura onde o vórtice ligado se estende do ponto A ao B e os vórtices livres se estendem das extremidades do vórtice ligado ao infinito.

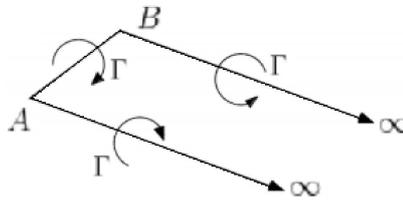


Figura 15 – Representação do Vórtice Ferradura: Adaptado de [ANDERSON, 2010]

A velocidade induzida por um filamento de vórtice de intensidade Γ em um ponto do escoamento é dada pela lei de Bio-Savart (equação 2.11). Porém Phillips e Snyder (2000) descrevem uma forma mais prática de se calcular a velocidade induzida por um segmento de vórtice que se estende do ponto A ao B (figura 16) é a utilização da equação de Bio-Savart trabalhada e já resolvida para esse caso, considerando um segmento de vórtice reto e de comprimento e distância ao ponto P arbitária.

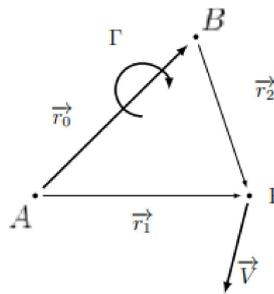


Figura 16 – Velocidade induzida por um segmento linear AB de vórtice: Adaptado de [ANDERSON, 2010]

$$\vec{V}_{ind} = \frac{\Gamma}{4\pi} \frac{\vec{r}_1 \times \vec{r}_2}{|\vec{r}_1 \times \vec{r}_2|^2} \vec{r}_0 \cdot \left(\frac{\vec{r}_1}{|\vec{r}_1|} - \frac{\vec{r}_2}{|\vec{r}_2|} \right) \quad (3.1)$$

Nota-se que, para um vórtice ferradura os segmentos que se estendem ao infinito tem sua influência sobre o ponto P cancelada pelo sentido da vorticidade.

O método *Vortex Lattice* considera um escoamento incompressível, não viscoso, irrotacional e que deve atender à condição de tangência, ou seja, a componente de velocidade normal à superfície deve ser nula. Essa condição de tangência em cascas de perfil arqueado é obtida com a inserção de painéis ao longo da corda da mesma tanto quanto ao longo de sua envergadura, como mostrado na figura 17.

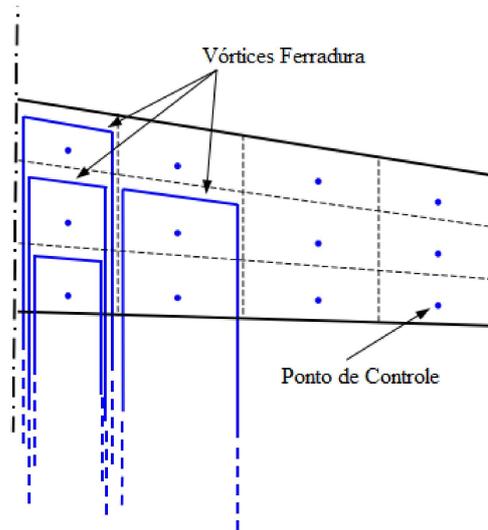


Figura 17 – Vórtices Ferradura distribuídos ao longo da corda de uma asa: Adaptado de [DEPERROIS, 2009]

Para calcular as forças aerodinâmicas atuantes sobre uma superfície sustentadora, utilizando o método *Vortex Lattice*, deve-se resolver o sistema linear abaixo (equação 3.2), no qual w_{ij} denota os coeficientes de influência geométricos das velocidades induzidas pelo vórtice j no ponto de controle i ; Γ_{ij} é a intensidade do vórtice j ; e B_i denota a velocidade do escoamento não perturbado, incluindo as componente de manobra (rolamento, arfagem e guinada).

$$\begin{bmatrix} w_{11} & w_{12} & \cdots & w_{1n} \\ w_{21} & w_{22} & \cdots & w_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ w_{m1} & w_{m2} & \cdots & w_{mn} \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} \Gamma_1 \\ \Gamma_2 \\ \vdots \\ \Gamma_n \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} B_1 \\ B_2 \\ \vdots \\ B_n \end{Bmatrix} \quad (3.2)$$

Conforme pode-se perceber na equação 3.2 as únicas incógnitas desse método são as intensidades dos vórtices ligados (Γ), as demais variáveis são dependentes exclusivamente da geometria da asa, posição dos painéis no espaço e do escoamento livre.

Os coeficientes de influência w_{ij} podem ser calculados a partir da equação 3.3:

$$w_{ij} = \sum_{n_{seg}}^{k=1} V_{ijk}^{\vec{}} \cdot \vec{n}_i \quad (3.3)$$

na qual \vec{n}_i é o vetor normal ao painel do ponto de controle i , \vec{V}_{ijk} é a velocidade induzida pelo segmento k do vórtice j no painel i (equação 3.1) e n_{seg} é o número de segmentos do vórtice adotado, sendo que no caso do vórtice ferradura convencional, $n_{seg} = 3$.

Os termos independentes do sistema são as influências do escoamento livre sobre cada painel, somadas às componentes devido a manobra:

$$B_i = (\vec{V}_\infty + \vec{V}_m) \cdot \vec{n}_i \quad (3.4)$$

na qual as influências do escoamento livre são:

$$\vec{V}_\infty = V_\infty [\cos(\alpha)\cos(\beta)i - \cos(\alpha)\sin(\beta)j + \sin(\alpha)k] \quad (3.5)$$

e as influências de manobra são:

$$\vec{V}_m = \vec{r}_{3/4} \times \vec{\Omega} \quad (3.6)$$

Na equação 3.5, V_∞ é o módulo da velocidade do escoamento livre, α e β são os ângulos de ataque e de derrapagem, respectivamente. Na equação 3.6, $\vec{\Omega} = [pqr]$ indica as componentes da velocidade angular de manobra; e $\vec{r}_{3/4}$ é a distância do ponto de controle do painel até o centro de rotação da aeronave.

Após obter-se as intensidades (Γ) dos vórtices ligados aos painéis, é possível calcular as forças aerodinâmicas atuantes na superfície sustentadora através do teorema de Kutta-Joukowski (equação 2.9), que numa notação vetorial para cada um dos painéis pode ser escrito como:

$$\vec{F} = \rho \vec{V}_{1/4} \times \vec{\Gamma}_{lig} \quad (3.7)$$

Na qual ρ é a densidade do fluido, $\vec{V}_{1/4}$ a velocidade total em $1/4$ da corda do painel, incluindo a velocidade do escoamento livre, velocidade induzida pelo vórtice e as componentes de manobra e $\vec{\Gamma}_{lig}$ a intensidade do vórtice ligado aos painéis.

3.1.1 XFLR5

O *software* XFLR5 foi escolhido para a realização das análises utilizando o método *vortex lattice*, uma vez que o mesmo foi desenvolvido para análises aerodinâmicas em escoamentos bidimensionais e tridimensionais com baixo número de Reynolds ($Re < 10^6$) e incompressíveis, onde o número de *Mach* é inferior a 0,3. Desta forma o *software* foi utilizado em sua faixa ótima de operação, visto que a asa analisada foi aplicada em um

VANT destinado à competição *SAE BRASIL AeroDesign* onde os valores de Reynolds estão abaixo dos 400.000 e os de *Mach* são inferiores a $0,1$.

O XFLR5 é um *software* de código aberto, desenvolvido por André Deperrois [DEPERROIS, 2009] e baseado no algoritmo XFOIL de Mark Drela [DRELA, 1989]. Para as análises tridimensionais o *software* possui rotinas de cálculo implementadas que permitem o calcular os coeficientes aerodinâmicos de asas e aeronaves de forma rápida, utilizando uma interpolação dos resultados de análises bidimensionais feitas pelo algoritmo XFOIL incluído no *software*, os efeitos tridimensionais podem ser calculados por um modelo não-linear da teoria da linha sustentadora, método dos painéis tridimensional ou pelo método *Vortex Lattice*, sendo que esse último é o método utilizado no presente trabalho.

Apesar de ser um software otimizado para realizar análises aerodinâmicas e de estabilidade de forma rápida e confiável, com uma boa aplicabilidade nas análises de projeto conceitual e preliminar, o XFLR5 possui limitações no que tange à influência das características viscosas do escoamento, fornecendo valores de arrasto inferiores ao realista, a forma como o *software* lineariza a curva de coeficiente de sustentação por ângulo de ataque pode prejudicar a previsão do comportamento da asa após o estol, em certos casos sequer é possível prever o comportamento após esse fenômeno, fenômenos como a bolha de separação laminar também não são previstos [COMMUNIER, 2015].

3.2 Modelo de Turbulência

A escolha do modelo de turbulência adequado ao problema estudado, escoamento de baixo número de Reynolds em uma asa com perfil de alta sustentação, representa uma etapa crucial do estudo realizado.

O trabalho realizado por Ciro Martins (2016) [MARTINS, 2016] em um estudo sobre aerodinâmica de baixo Reynolds comparando os resultados obtidos com os modelos de turbulência citados anteriormente. O trabalho concluiu que, para escoamentos desse tipo, os modelos $k-\omega$ SST e $k-\omega$ SSTT fornecem resultados ao menos 2% mais precisos que os demais. Isso se deve à maior complexidade física dos modelos. Entre os dois modelos, o SST se destacou para $Re < 200000$, enquanto o modelo SSTT apresentou melhores resultados para $Re \geq 250000$.

Levando em consideração o modelo que atendesse a um custo computacional aceitável e a faixa de Reynolds a ser analisada ($150.000 < Re \leq 250.000$), baseada nos valores atingidos em voo pela aeronave estudada, optou-se por utilizar o modelo $k-\omega$ SST dada a sua boa precisão.

3.2.1 Modelo k - ω *Shear Stress Transport*

Conforme dito anteriormente, o modelo k - ω *SST* foi proposto para escoamentos aerodinâmicos com gradientes adversos de pressão e separação da camada limite, aliando a robustez do modelo \mathbf{k} - ω na proximidade da parede e a independência do k - ε no escoamento livre.

Para descrever matematicamente o modelo, inicialmente, define-se a equação de transporte de ω :

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \langle V_i \rangle \frac{\partial \omega}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\left(v + \frac{v_t}{\sigma_\omega} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + C_{\omega_1} \frac{P_\omega}{k} - C_{\omega_2} \omega^2 \quad (3.8)$$

Essa equação demonstra a grande sensibilidade do modelo \mathbf{k} - ω às condições de contorno nas proximidades do perfil, bem como as distorções na modelagem do escoamento livre. Para contornar essa deficiência o modelo SST modifica a equação de transporte de ω incluindo informações de ε :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \omega}{\partial t} + \langle V_i \rangle \frac{\partial \omega}{\partial x_i} &= \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\left(v + \frac{v_t}{\sigma_\omega} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + \\ &+ (C_{\varepsilon_1} - 1) \frac{P_\omega}{k} - (C_{\varepsilon_2} - 1) \omega^2 + \frac{2v_t}{\sigma_\omega k} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \frac{\partial k}{\partial x_j} \end{aligned} \quad (3.9)$$

Sendo a equação de transporte de ε :

$$\varepsilon = C_\mu k^2 \rho \frac{1}{\mu} \left(\frac{\mu_t}{\mu} \right)^{-1} \quad (3.10)$$

As equações 3.9 e 3.10 são multiplicadas por funções de combinação (equações 3.19 e 3.20) e somadas para utilizar as especialidades dos dois modelos de turbulência conforme o necessário.

Para resolver o modelo de turbulência duas equações principais precisam ser solucionadas, a equação de transporte de k e a de ω .

A equação de transporte de k :

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \langle V_i \rangle \frac{\partial k}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\left(v + \frac{v_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + P - \varepsilon \quad (3.11)$$

tem seu termo de produção alterado:

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \langle V_i \rangle \frac{\partial k}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\left(v + \frac{v_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + \tilde{P} - \varepsilon \quad (3.12)$$

Sendo que o termo de produção \tilde{P} tem por função unir os dois modelos de turbulência (k - ε e k - ω), sendo explicitado por:

$$\tilde{P} = \min(P, 10 \cdot \beta^* k \omega) \quad (3.13)$$

onde:

$$P = v_t \frac{\partial \langle V_i \rangle}{\partial x_j} \left(\frac{\partial \langle V_i \rangle}{\partial x_j} + \frac{\partial \langle V_j \rangle}{\partial x_i} \right) \quad (3.14)$$

e:

$$\beta^* = 0,09 \quad (3.15)$$

A dissipação de energia cinética turbulenta (ε) é obtida da seguinte forma:

$$\varepsilon = \beta^* k \omega \quad (3.16)$$

A equação de transporte da taxa de dissipação específica (ω) é dada por:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \omega}{\partial t} + \langle V_i \rangle \frac{\partial \omega}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\left(v + \frac{v_t}{\sigma_\omega} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + \\ + \frac{\alpha}{v_t} \tilde{P} - \beta \omega^2 + 2(1 - F_1) \frac{1}{\omega \sigma_{\omega,2}} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \frac{\partial k}{\partial x_j} \end{aligned} \quad (3.17)$$

na qual a viscosidade turbulenta (v_t) é:

$$v_t = \frac{k}{\omega} \frac{1}{\max\left(\frac{1}{\alpha^*}, \frac{S \cdot F_2}{a_1 \omega}\right)} \quad (3.18)$$

As funções de combinação (equações 3.19 e 3.20) atuam como multiplicadores das equações de transporte, para permitir a união dos dois modelos base, são definidas da seguinte maneira:

$$F_1 = \tanh \left\{ \left\{ \min \left[\max \left(\frac{\sqrt{k}}{\beta^* \omega y}, \frac{500v}{y^2 \omega} \right), \frac{4\rho \sigma_{\omega,2} k}{CD_{k\omega} y^2} \right] \right\}^4 \right\} \quad (3.19)$$

onde

$$CD_{k\omega} = \max \left(2\rho \sigma_{\omega,2} \frac{1}{\omega} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \frac{\partial k}{\partial x_j}, 10^{-10} \right) \quad (3.20)$$

e

$$F_2 = \tanh \left\{ \left[\min \left[\max \left(\frac{2\sqrt{k}}{\beta^* \omega y}, \frac{500v}{y^2 \omega} \right) \right]^2 \right] \right\} \quad (3.21)$$

sendo y a distância até a parede mais próxima.

O valor de S na equação de viscosidade turbulenta (3.18) está relacionada à taxa de deformação de , então:

$$S \equiv \sqrt{2\bar{S}_{ij}\bar{S}_{ji}} \quad (3.22)$$

sendo:

$$\bar{S}_{ij} \equiv \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \langle V_i \rangle}{\partial x_j} + \frac{\partial \langle V_j \rangle}{\partial x_i} \right) \quad (3.23)$$

$$\alpha^* = \alpha_\infty^* \left(\frac{\alpha_0^* + Re_t/R_k}{1 + Re_t/R_k} \right) \quad (3.24)$$

$$Re = \frac{\rho k}{\mu \omega}, R_k = 6, \alpha_0^* = 0,024, \alpha_\infty^* = 1 \quad (3.25)$$

Analisando a função F_1 , ela alia características dos modelos $k-\varepsilon$ e $k-\omega$, possuindo valores nulos quando distante do perfil e valor unitário próximo a camada limite.

As demais variáveis do modelo SST ($\alpha, \beta, \sigma_\omega, \sigma_k$) são calculadas baseadas na combinação dos modelos $k-\varepsilon$ e $k-\omega$, usando a função de combinação F_1 .

Essa combinação de características dos modelos é feita da seguinte forma:

$$\alpha = \alpha_1 F_1 + \alpha_2 (1 - F_1) \quad (3.26)$$

As demais variáveis possuem valores constantes

$$\begin{aligned} \beta^* &= 0,09, a_1 = 5/9, \beta_1 = 3/40, \sigma_{k,1} = 0,85, \\ \sigma_{\omega,1} &= 0,5, \alpha_2 = 0,44, \beta_2 = 0,0828, \sigma_{\omega,2} = 0,856 \end{aligned} \quad (3.27)$$

Por fim, para descrever o modelo de turbulência $k-\omega$ SST por completo, faz-se necessário fornecer ao problema as condições de contorno características do mesmo:

$$k = \frac{3}{2} (V \cdot Tu)^2 \quad (3.28)$$

$$\omega = k\rho \frac{1}{\mu} \left(\frac{\mu_t}{\mu} \right)^{-1} \quad (3.29)$$

3.3 Aerofólio e Asa

Como dito anteriormente na introdução deste trabalho, para a realização das simulações deste trabalho, será uma asa projetada pela equipe Microraptor da UFJF para a aeronave usada na competição SAE BRASIL AeroDesign em 2019. É, portanto, necessário abordá-la antes de iniciar a geração da malha para as análises.

A asa estudada possui um perfil de alta sustentação, sendo este uma versão modificada do perfil de alta sustentação SELIG 1210 modificado para permitir uma melhor fabricabilidade, característica importante do ponto de vista do AeroDesign. Conforme a figura 18 mostra, o bordo de fuga do perfil foi modificado para se tornar mais espesso, uma vez que sua geometria original resultaria em um bordo de fuga fino e frágil, dificultando sua fabricabilidade e transporte.



Figura 18 – Representação do perfil SELIG 1210 original em vermelho e a versão modificada em azul: Cedido pela equipe Microraptor

Com base neste perfil aerodinâmico foi projetada uma asa que atendesse aos requisitos da missão, resultando em uma asa de $2700mm$ de envergadura e $270mm$ de corda.

Nos estudos realizados para a asa no âmbito do aerodesign a região da fuselagem é desconsiderada, por não contribuir para a geração de sustentação e a influência da mesma no arrasto da aeronave é considerada em estudos globais da aeronave, em contraste com considerá-la nos estudos específicos sobre asa. Para efeitos das análises realizadas neste trabalho, devido à simetria existente na asa com relação ao plano médio da aeronave, será considerada apenas a semi-envergadura da asa ($1350mm$) criando-se um plano de simetria na região da raiz da asa e modelando apenas um lado da mesma.

3.4 Modelagem Numérica

As análises em CFD apresentadas neste trabalho foram realizadas utilizando o *software OpenFoam*, uma ferramenta de código aberto que utiliza a linguagem de programação *C++* em uma biblioteca de códigos destinados à modelagem e realização das simulações. A discretização das equações é feita pelo método dos volumes finitos (VFM - *Finite Volume Method*). A versão utilizada para as análises foi o *OpenFoam v7* e sua utilização será brevemente detalhada após a descrição da asa a ser estudada.

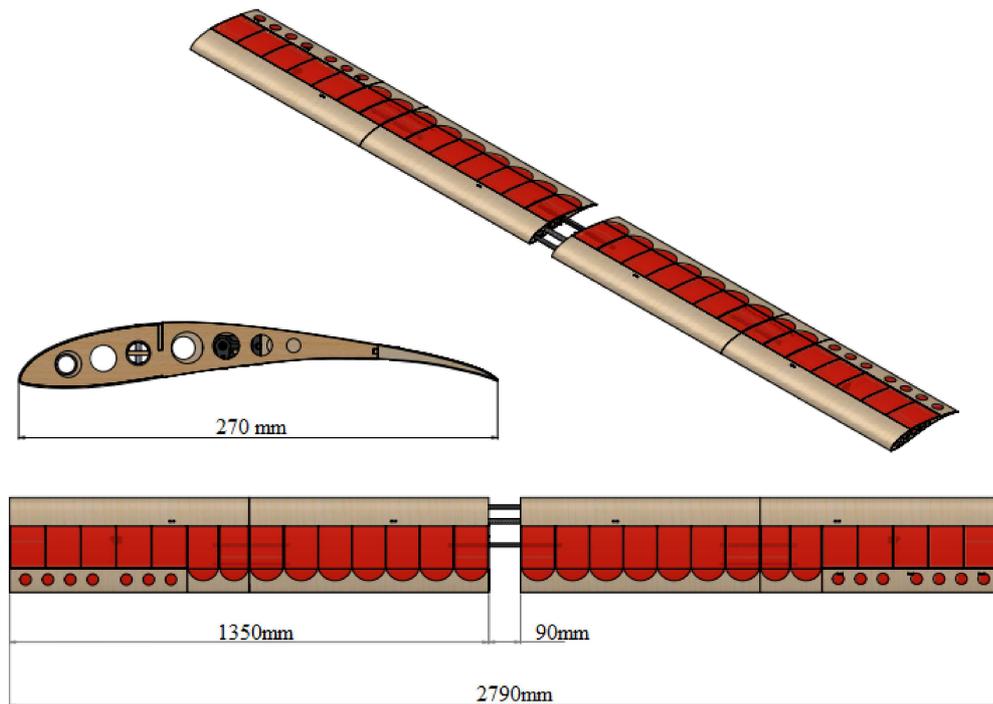


Figura 19 – Asa utilizada pela aeronave AM202: Cedido pela equipe Microraptor

3.4.1 *OpenFoam*

Diferente dos programas mais difundidos destinados a CFD, que possuem uma interface gráfica por padrão, o uso do *OpenFoam* se dá por meio de linhas de código em um terminal do *Linux*. Ele segue uma estrutura de pastas que deve ser respeitada para a realização das análises, executando rotinas pré-programadas que acessam e buscam as informações necessárias nas pastas e arquivos corretamente nomeados. A pasta destinada à análise deve conter outras três sub-pastas, sendo elas:

Pasta 0: Contém as condições de contorno e parâmetros iniciais do escoamento;

Pasta constant: Contém as informações da malha, geometria do corpo analisado e propriedades do fluido;

Pasta system: Contém configurações da simulação, critérios de convergência, algoritmos de solução e configurações do gerador de malha.

O *OpenFoam* possui um gerador de malha, *blockMesh*, a partir do qual cria-se o domínio e uma malha inicial para o problema a partir das informações fornecidas em um arquivo de formato *C++*. O refinamento da malha, bem como a importação da geometria estudada, são realizados pelo *snappyHexMesh* que gera uma malha tridimensional, hexaédrica que é iterativamente refinada e ajustada à geometria conforme as definições do usuário. Para a solução numérica, o *software* possui diversos algoritmos, destinados a

diferentes tipos de problemas. O *solver* utilizado neste trabalho foi o algoritmo SIMPLE (*Semi-Implicit Pressure Linked equations*), destinado a escoamentos incompressíveis, turbulentos e de regime permanente. Desenvolvido por Brian Spalding e Suhas Patankar em 1972 e pode ser resumido como um procedimento iterativo de estimativa e correção para o cálculo de pressão [VERSTEEG, 1995].

3.4.1.1 Pasta 0

Conforme brevemente dito, a pasta 0 contém as condições de contorno e os parâmetros do escoamento para cada fronteira do problema. Os arquivos que definem as condições iniciais do escoamento são os de pressão (p) e velocidade (U). A depender do modelo de turbulência escolhido, é necessário definir as condições de contorno das constantes características do modelo. Como neste trabalho optou-se por pelo modelo de turbulência $k-\omega$ SST, os arquivos necessário são k , ω e nut , que definem, respectivamente, a energia cinética turbulenta, a taxa de dissipação turbulenta e a viscosidade turbulenta.

3.4.1.2 Pasta *constant*

A pasta *constant* contém as informações da geometria analisada, contida na sub-pasta *trisurface* na forma de um arquivo de extensão *.stl* gerado a partir de um programa de CAD (*Computer Assisted Design*). As informações da malha estão contidas na sub-pasta *polyMesh*, gerada automaticamente pelos geradores de malha do *OpenFoam*, *blockMesh* e *snappyHexMesh*. Ainda na pasta *constant* as propriedades do fluido e a definição do modelo de turbulência são descritas nos arquivos *transportProperties* e *turbulenceProperties*. No problema estudado o fluido usado é o ar, cuja viscosidade cinemática e densidade adotadas foram os valores padrão nas condições normais de temperatura e pressão, inseridas em *transportProperties*. No arquivo *turbulenceProperties* define-se o modelo de turbulência utilizado, neste caso, o $k-\omega$ SST.

3.4.1.3 Pasta *system*

Na pasta *system* são armazenados arquivos referentes à geração da malha e características da simulação, os algoritmos de resolução, critério de convergência e tempo. Sendo esses arquivos os *blockMeshDict* e *snappyHexMeshDict*, referentes à geração da malha utilizando o próprio *OpenFoam*, o *controlDict*, o *fvSchemes* e o *fvSolution*.

Os arquivos *blockMeshDict* e *snappyHexMeshDict* contém as informações utilizadas pelos geradores da malha do *OpenFoam*. No primeiro cria-se as fronteiras do problema a partir de um hexaedro que define o domínio partindo de pontos no espaço fornecidos pelo usuário e nomea-se cada uma de suas faces de acordo com a fronteira que a mesma representa (ex: *inlet*, *outlet*, *simmetryPlane*, *wall*; *empty*).

No arquivo *snappyHexMeshDict* define-se os parâmetros de refinamento da malha grosseira gerada anteriormente, a geometria do corpo analisado é extraída e uma malha mais refinada é gerada ao seu redor com um nível de refinamento especificado pelo usuário (*refinementSurfaces*), sendo este um número inteiro que representa quantas vezes os hexaedros originais (gerados pelo *blockMesh*) serão sub-divididos, o programa então adequa as células geradas à superfície no processo chamado de "*snapping*" que dá nome ao gerador de malha. Por fim são geradas camadas de células alinhadas à superfície, conforme os parâmetros definidos pelo usuário, essas "*layers*" tem por função refinar a malha próxima ao perfil, permitindo ao *software* calcular os parâmetros na região da camada limite.

No arquivo *controlDict* estão definidas a duração máxima, em número de iterações, da simulação, a cada quantas iterações será feito o armazenamento detalhado dos dados, além de bibliotecas referentes a dados a serem calculados. Em uma simulação o *OpenFoam* armazena as informações de velocidade e pressão a cada iteração, porém, para esse trabalho é necessário calcular os coeficientes aerodinâmicos da asa estudada e para obtê-los utiliza-se a função *forceCoeffs* a partir da qual o próprio *OpenFoam* realiza o cálculo dos coeficientes de sustentação e arrasto.

No arquivo *fvSolution* são definidos os critérios de convergência para a análise, quando os resíduos atingem um valor suficientemente pequenos a análise é considerada convergente. Em *fvSchemes* estão contidos os esquemas numéricos usados na resolução das derivadas utilizadas durante a resolução do problema analisado, estes esquemas variam conforme a necessidade do usuário e da simulação. O próprio *software OpenFoam* conta com tutoriais que exemplificam diferentes problemas, sendo possível basear-se naqueles que se assemelham ao caso estudado para auxiliar na definição dos parâmetros.

3.4.2 Geração e convergência de malha

3.4.2.1 Malha CFD

Para a realização das análises de CFD que simulam o escoamento tridimensional sobre a asa foi definido um domínio hexaédrico de dimensões que permitam obter resultados realistas sem desconsiderar os fenômenos aerodinâmicos e impedir a influência das fronteiras sobre o escoamento no corpo estudado.

Distância da asa às fronteiras do domínio	
Superior	10*c
Inferior	10*c
Inlet	10*c
Outlet	20*c
Symmetry plane	0
Side	3*1

Tabela 1 – Dimensões do domínio

As distâncias são tomadas com relação à origem, posicionada no centro aerodinâmico do perfil na raiz da asa. Essa posição para a origem foi adotada, pois para esse ponto o momento aerodinâmico atuante na asa é aproximadamente constante com relação ao ângulo de ataque e assume-se que esse é o eixo em torno do qual o ângulo de ataque varia. Sendo que as variáveis c e l denotam, respectivamente, a corda da asa analisada e a envergadura da mesma. A figura 20 ilustra as dimensões do domínio definido para as análises.

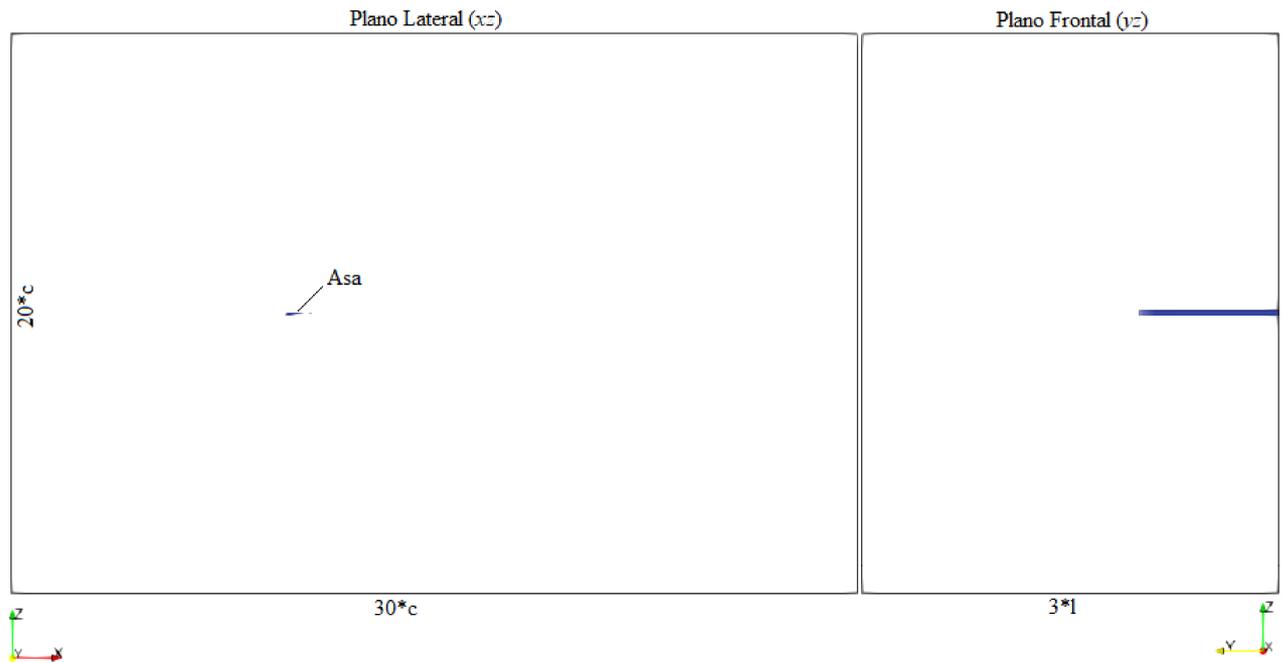


Figura 20 – Domínio para a análise do escoamento ao redor da asa. Fonte: Autor

A escolha e refinamento da malha se deu através de um processo iterativo em que se testou malhas com níveis progressivamente mais elevados de refino, crescimento e número de camadas (*layers*) que representam a região de camada limite, verificando-se a qualidade dos resultados, precisão e custo computacional das análises. Com esse processo busca-se uma malha que possa ser considerada convergente, ou seja, um refinamento além deste não gera ganhos significativos no resultado [MARTINS, 2016]. Verificou-se que, para a obtenção de bons resultados, a malha necessária geraria um custo computacional muito elevado, tornando as análises demasiadamente demoradas. Dessa forma buscou-se associar o refinamento da malha ao uso de funções de parede que permitam a modelagem, a certo nível, dos efeitos que ocorrem na região de camada limite em uma malha fornecendo resultados satisfatórios com um custo computacional aceitável.

Como forma de verificar o erro relativo inerente à malha com abordagem de função de parede, foi realizada uma comparação entre a malha mais refinada e a malha com os parâmetros adotados para este trabalho e abordagem de função de parede. As análises realizadas com uma malha suficientemente refinada convergiram após, em média, 2000 iterações em um tempo de análise de aproximadamente 50 horas, ao passo que com o uso das funções de parede a convergência das análises se deu dentro de 700 iterações e aproximadamente 15 horas fornecendo um resultado com diferença relativa de 5% considerada satisfatória dada a redução expressiva do custo computacional.

Para malha utilizada nas análises finais obteve-se um $y^+ < 15$, desta forma a primeira célula encontra-se dentro da região de amortecimento da camada limite e, para essa região as funções de parede baseadas nas propostas de Launder-Spalding são as que melhor modelam os efeitos próximos ao corpo. As funções de parede implementadas no *OpenFoam* são modeladas para atender a uma amplitude de y^+ que engloba tanto a sub-camada viscosa do escoamento ($y^+ < 5$), a região de amortecimento ($5 < y^+ < 30$) e a área logarítmica ($30 < y^+ < 200$) existente para a viscosidade turbulenta. Essa abordagem permitiu resultados satisfatórios considerando o uso das funções de parede. A malha tridimensional usada nas análises finais é composta por 1114204 células e está ilustrada na figura 21.

3.4.2.2 Malha VLM

Em contraste à uma malha refinada e computacionalmente onerosa necessária para a realização das análises de CFD, o método *Vortex Lattice* requer uma malha simplificada, sendo apenas uma representação da asa analisada em planta dividida em painéis (figura 24).

Apesar da simplicidade da malha necessária para a realização de uma análise em VLM sua discretização influencia na qualidade dos resultados. É necessária uma distribuição de painéis suficientemente refinada para representar fielmente o perfil aerodinâmico e a

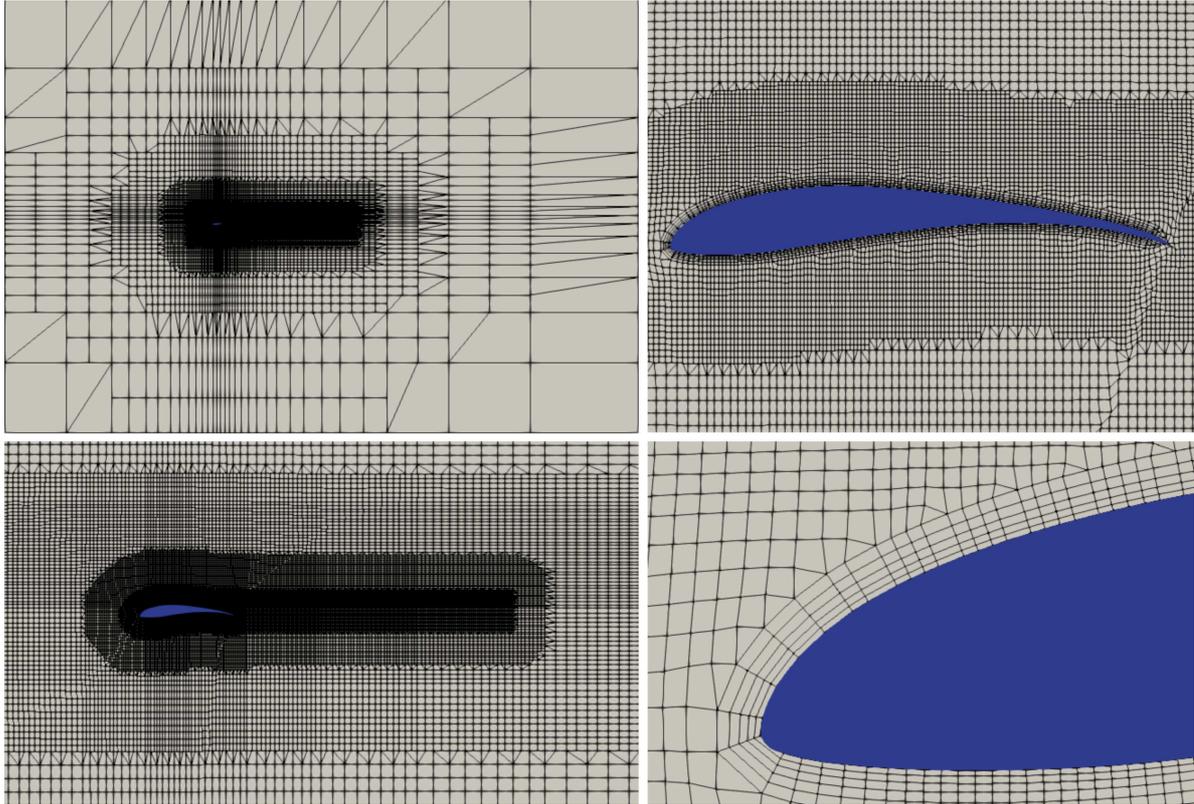


Figura 21 – Malha utilizada nas análises em CFD. Fonte: Autor

asa considerada, sendo que uma discretização grosseira gera resultados que não condizem com a realidade e um refinamento demasiadamente elevado não influencia na qualidade dos resultados. A distribuição dos painéis ao longo da corda da asa, bem como da envergadura, também influencia nos resultados de forma que uma maior concentração de painéis nos bordos de fuga e ataque, assim como na ponta da asa ajuda a representar melhor os fenômenos aerodinâmicos em específico os vórtices de ponta de asa que geram o arrasto induzido. As figuras 22 e 23 mostram diferentes distribuições de painéis em uma malha VLM adotadas pelo *software* XFLR5.

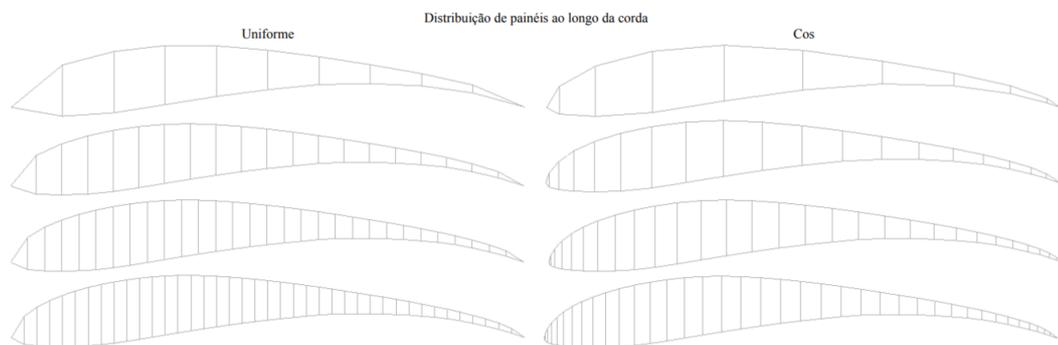


Figura 22 – Distribuições de painéis ao longo da corda de uma asa no *software* XFLR5. Fonte: Autor

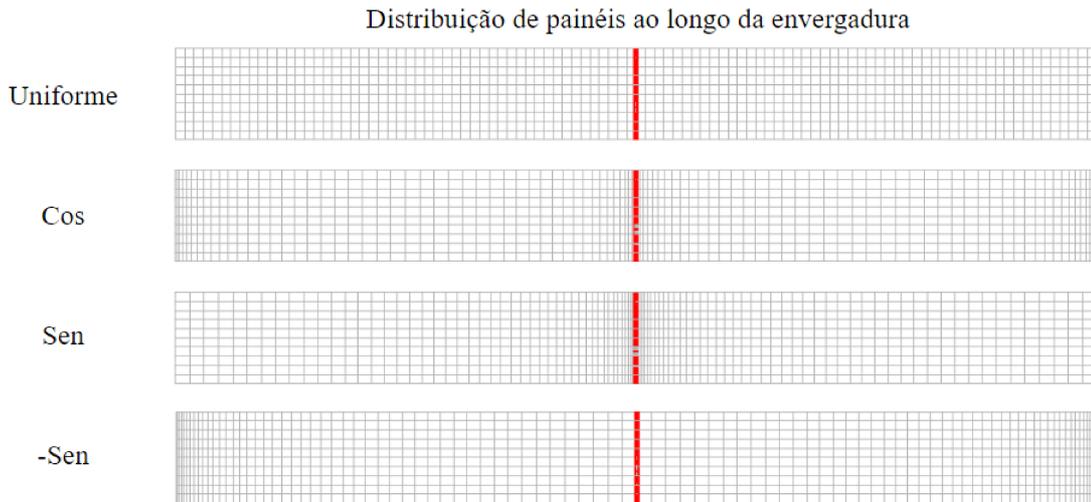


Figura 23 – Distribuições de painéis ao longo da envergadura de uma asa no *software* XLFR5.
Fonte: Autor

Assim como para a malha gerada para as análises em CFD, foram comparadas diferentes malhas em busca dos melhores resultados. Os parâmetros adotados na malha utilizada para as análises VLM (figura 24) estão expostos na tabela 2.

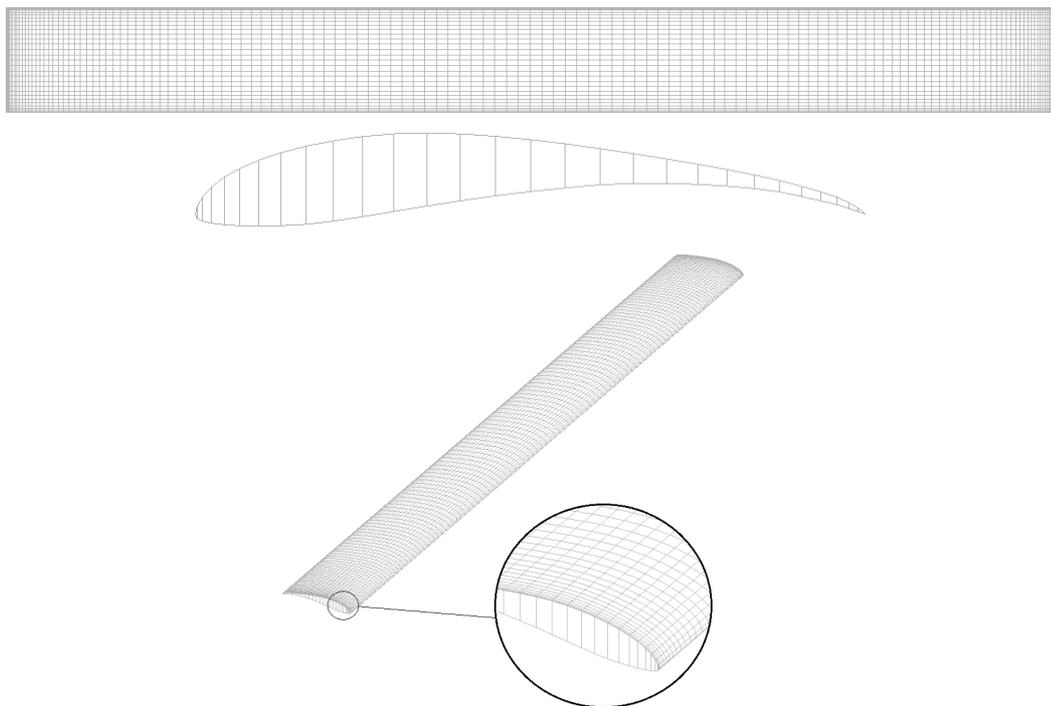


Figura 24 – Malha utilizada para a realização das análises em VLM no *software* XLFR5. Respe-
tivamente: vista superior da asa; vista lateral da asa; vista isométrica, com destaque
para o refinamento na ponta da asa. Fonte: Autor

Parâmetros da malha VLM		
	Envergadura (eixo y)	Corda (eixo x)
Dimensão (m)	2,7	0,27
Número de painéis	140	30
Distribuição	-Sen	Cos

Tabela 2 – Parâmetros utilizados para a malha VLM

3.5 Validação do Modelo

Como forma de calibrar e validar um modelo numérico que possa ser utilizado nas análises da asa estudada neste trabalho, foi realizada uma série de testes comparando os coeficientes de sustentação e arrasto obtidos pelo *OpenFoam* com aqueles obtidos em um ensaio de túnel de vento.

3.5.1 Ensaio em Túnel de Vento

O ensaio em túnel de vento utilizado como forma de validação para as análises em CFD foi realizado pela equipe Microraptor da UFJF no ano de 2019. O ensaio foi realizado no túnel de vento do Laboratório de Aerodinâmica Experimental (LAExp) na Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG), o acesso às instalações foi disponibilizado pelo Professor Guilherme de Souza Papini. O teste foi realizado para mensurar as forças de sustentação e arrasto geradas pelos efeitos de escoamento tridimensionais em uma asa finita.

A partição de asa ensaiada foi dimensionada para evitar a interferência das paredes do túnel de vento no escoamento e utilizou um perfil de alta sustentação (SELIG 1223) modificado para permitir melhor fabricabilidade, reduzindo a fragilidade do bordo de fuga. A partição de asa possui uma envergadura de $500mm$, corda de $280mm$ e área em planta de $140000mm^2$ (Figura 25). A corda da seção ensaiada foi dimensionada de forma a atingir valores de Reynolds similares àqueles atingidos nos ensaios em vôo realizados pela equipe e a envergadura foi dimensionada de maneira a reduzir a influência das paredes da câmara de ensaios no escoamento.

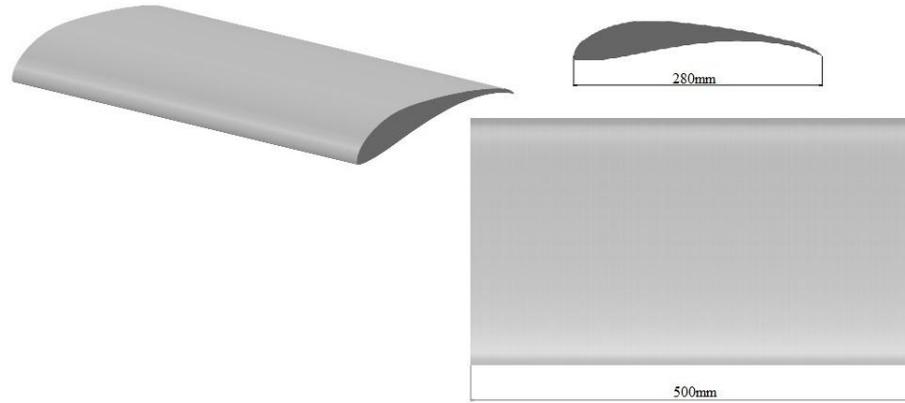


Figura 25 – Geometria da partição de asa ensaiada em túnel de vento: Cedido pela equipe Microraptor

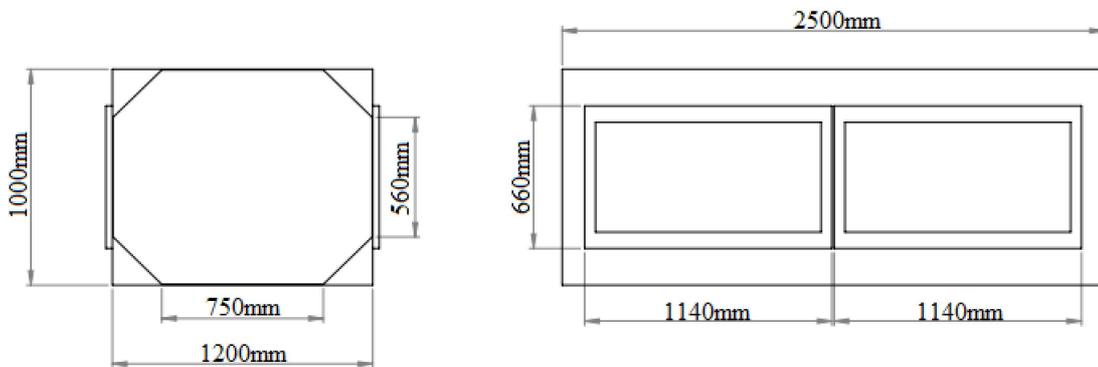


Figura 26 – Dimensões da câmara de ensaios do túnel de vento: Cedido pela equipe do LAExp da UFMG

A coleta de dados foi realizada com uma célula de carga e os suportes e gabaritos desenvolvidos pela equipe Microraptor permitiram abranger uma amplitude de ângulos de ataque (α) de 0° a 12° (Figura 28).

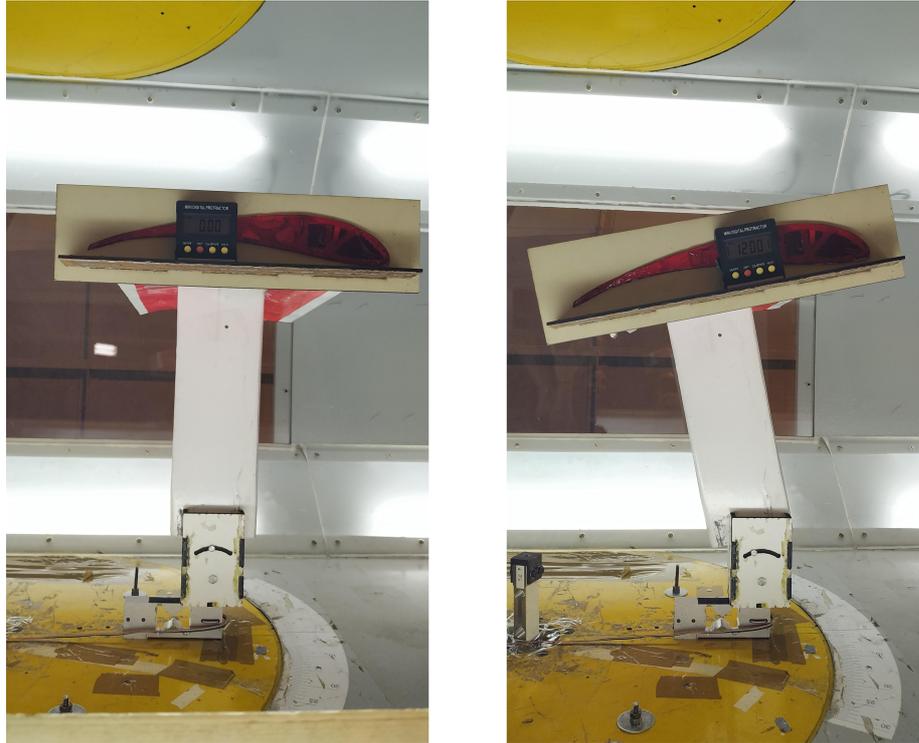


Figura 27 – Ensaio em túnel de vento com o gabarito para verificação do ângulo de ataque para $\alpha = 0^\circ$ (à esquerda) e $\alpha = 12^\circ$ (à direita): Cedido pela equipe Microraptor

O arrasto gerado pelo suporte do ensaio foi mensurado em um ensaio sem a presença da partição de asa e subtraído do valor obtido, para o conjunto asa e suporte, para avaliar apenas o arrasto gerado pela partição de asa ensaiada. Os dados obtidos no ensaio foram adimensionalizados com relação à área da asa e à velocidade. O objetivo disto é obter os coeficientes de sustentação e arrasto da mesma, dados pelas equações 3.30 e 3.31, nas quais L é a força de sustentação, D a força de arrasto, V a velocidade do escoamento e S a área de asa.

$$C_L = \frac{L}{\frac{1}{2}\rho V^2 S} \quad (3.30)$$

$$C_D = \frac{D}{\frac{1}{2}\rho V^2 S} \quad (3.31)$$

Para a realização das análises no *OpenFoam v7* usando o modelo $k-\omega$ *SST*, o regime de escoamento a ser reproduzido foi estudado e das técnicas apropriadas para cada solução foram avaliadas. Desta forma foram definidos os esquemas numéricos (Tabela 3) usados para resolver as derivadas utilizadas na análise do problema estudado. A intensidade de turbulência utilizada nas simulações foi de 1%, esse valor foi estimado com base no comportamento predominantemente laminar esperado do escoamento, uma vez que não foi possível se obter os valores de intensidade de turbulência do túnel de vento nos ensaios.

Derivada temporal $\partial/\partial t$		
Discretização	Descrição do esquema	
Estacionário	Estabelece a derivada temporal como nula	
Gradiente (Termo difusivo) ∇		
Discretização	Interpolação	Descrição do esquema
Gauss	linear	Integração Gaussiana com interpolação linear
Divergente (Termo convectivo) ∇		
Discretização	Interpolação	Descrição do esquema
Gauss	linearUpwind	Segunda ordem, ilimitado
Laplaciano ∇^2		
Discretização	Interpolação	Descrição do esquema
Gauss	linear corrected	Segunda ordem, ilimitado, conservativo

Tabela 3 – Esquemas numéricos usados no *fvSchemes*

A seguir são expostos os resultados obtidos pela comparação entre o ensaio de túnel de vento e as análises em CFD utilizando o *OpenFoam* e as análises em VLM utilizando o XFLR5, para uma velocidade de $15m/s$.

Reynolds 300.000 (15 m/s)						
		C_L			C_D	
α	Túnel de Vento	OpenFoam	XFLR5	Túnel de Vento	OpenFoam	XFLR5
0°	0,4474	0,4787	0,5850	0,1350	0,1175	0,0940
3°	0,6880	0,6742	0,7000	0,1626	0,1431	0,1150
6°	0,7277	0,7568	0,8100	0,1763	0,1658	0,1430
9°	0,9985	0,9486	0,9130	0,2561	0,2100	0,1750
12°	1,1679	1,0511	1,0100	0,2652	0,2440	0,2120

Tabela 4 – Resultados do ensaio de túnel de vento e as análises de validação em CFD e VLM

A tabela 5 expõe o desvio relativo entre os dois *softwares* utilizados e o ensaio realizado em túnel de vento. Avaliando as diferenças percentuais entre o ensaio e as análises pode-se perceber que o *OpenFoam* forneceu resultados com um erro razoavelmente baixo considerando o ensaio realizado e o compromisso entre refinamento de malha e custo computacional, na forma do uso das funções de parede. Os resultados obtidos em análise VLM pelo XFLR5 apresentaram, em média, um erro similar ao esperado.

Erro relativo entre o ensaio e as análises em software				
α	C_L		C_D	
	OpenFoam	XFLR5	OpenFoam	XFLR5
0	12%	31%	-16%	-30%
3	-5%	2%	-15%	-29%
6	4%	11%	-5%	-19%
9	-7%	-9%	-20%	-32%
12	-9%	-14%	-10%	-20%
Erro Médio	-1%	4%	-13%	-26%
Desvio Padrão	9%	18%	6%	6%

Tabela 5 – Erro relativo entre o ensaio de túnel de vento e as análises de validação em CFD e VLM

Esses resultados também podem ser comparados através dos gráficos de C_L vs α e C_D vs α (Figura 28) e da polar de arrasto (Figura 29):

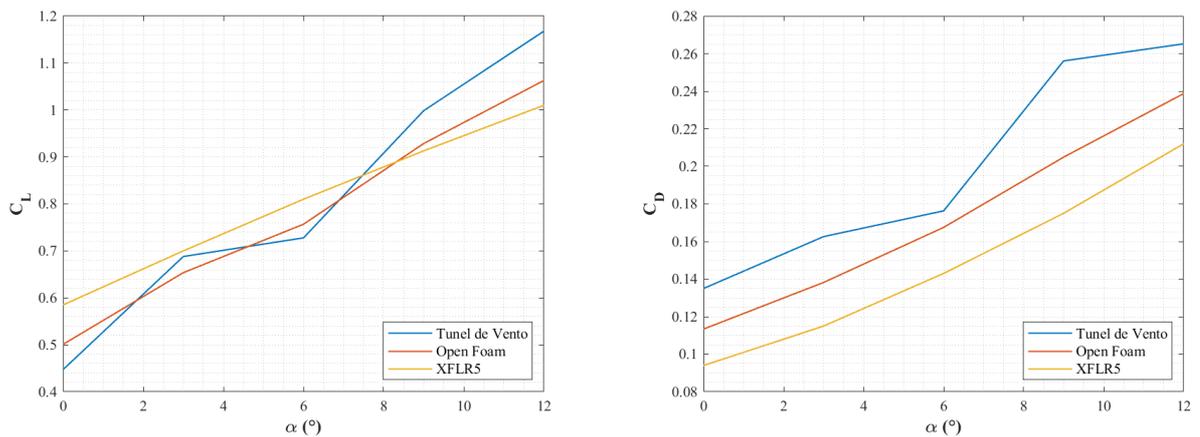


Figura 28 – Gráficos dos coeficientes de sustentação (à esquerda) e de arrasto (à direita) em função do ângulo de ataque obtidos em ensaio de túnel de vento e análises em CFD e VLM. Fonte: Autor

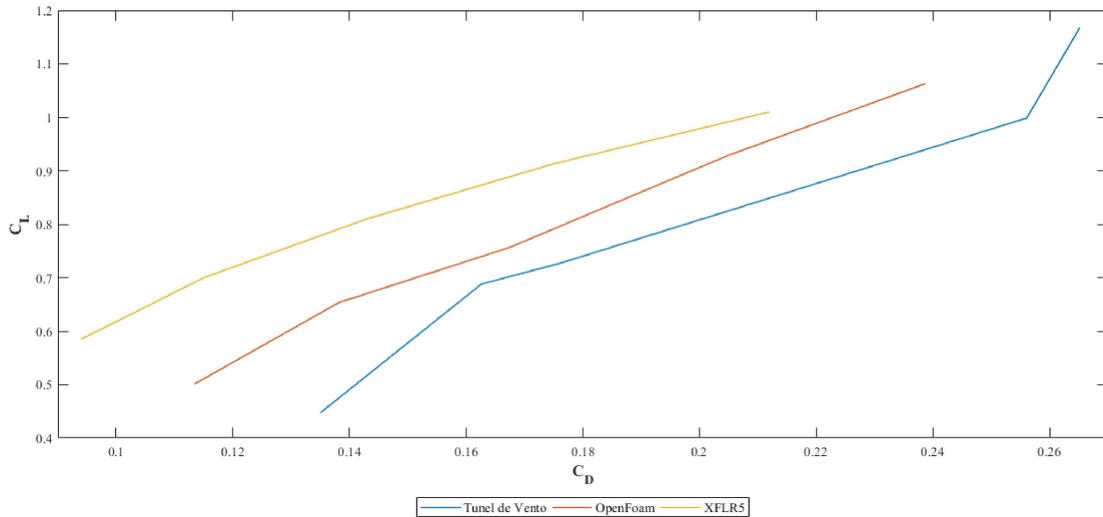


Figura 29 – Gráfico comparativo entre as polares de arrasto geradas pelos resultados do ensaio em túnel de vento e pelas análises em CFD e VLM. Fonte: Autor

Os resultados apresentados podem ser considerados aceitáveis para uma comparação entre uma simulação em CFD do tipo RANS e um ensaio em túnel de vento para escoamento de baixo número de Reynolds. Entre os fatores que introduzem diferenças nos resultados entre o ensaio e as análises, erros devidos à malha, ao modelo usado na função de parede, ao modelo de turbulência e erros inerentes ao ensaio prático, não foi possível quantificar as contribuições de cada variável. Porém em uma análise qualitativa dos resultados pode-se dizer que a parte mais significativa do erro está relacionada à análise em CFD. Ao observar as curvas C_L vs α e C_D vs α (Figura 28 dos valores ensaiados, seu perfil difere do esperado, ao passo que para as análises em CFD e VLM o perfil dos gráficos é mais condizente com o esperado teoricamente, desta forma pode-se inferir que os erros de ensaio não são desprezíveis. O gráfico da polar de arrasto (Figura 29) relaciona os coeficientes de sustentação e arrasto, sendo uma forma comparar a eficiência aerodinâmica entre duas aeronaves ou perfis aerodinâmicos, sendo desejável que para um mesmo C_L o C_D seja o menor possível, nos resultados apresentados é possível perceber que o VLM superestima a eficiência aerodinâmica da asa.

Seguem abaixo (figuras 30 a 31) os resultados gráficos dos campos de velocidade e pressão sobre a partição de asa analisada para os ângulos de ataque mínimo e máximo (0° a 12°).

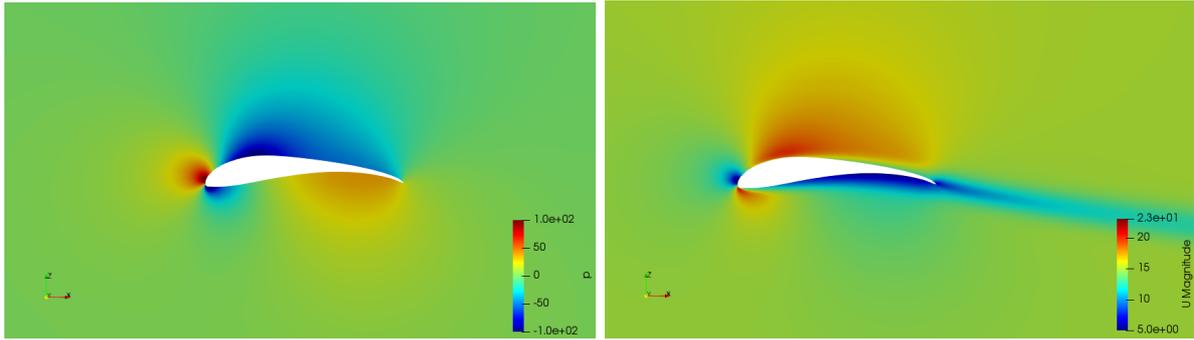


Figura 30 – Campos de pressão (à esquerda) e velocidade (à direita) ao redor da asa ensaiada ($Re = 300.000$ e $\alpha = 0^\circ$)

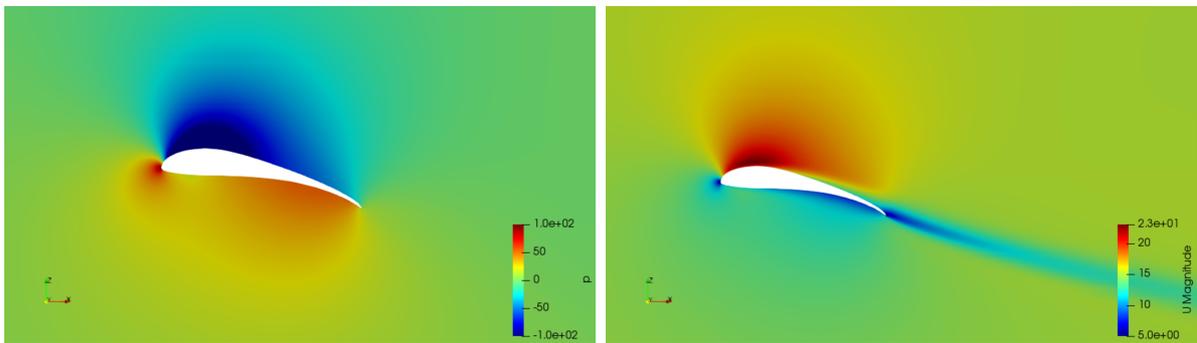


Figura 31 – Campos de pressão (à esquerda) e velocidade (à direita) ao redor da asa ensaiada ($Re = 300.000$ e $\alpha = 12^\circ$)

Analisando visualmente os campos de velocidade e pressão é possível observar o comportamento teoricamente esperado para o escoamento sobre uma asa, havendo uma queda de velocidade acompanhada de um aumento de pressão no intradorso, bem como um aumento de velocidade acompanhado de uma redução na pressão no extradorso. Observando o comportamento da velocidade ao longo da corda da asa, observa-se um aumento na espessura da camada limite conforme o escoamento se aproxima do bordo de fuga. Também é possível verificar que o escoamento é desviado para baixo ao sair do bordo de fuga, comportamento coerente com o *downwash* abordado anteriormente, sendo este fenômeno fundamental para a formulação da teoria do VLM.

4 RESULTADOS E ANÁLISES

Conforme estabelecido nos objetivos deste trabalho, nesta seção serão os resultados das análises CFD e VLM para a asa projetada pela equipe Microraptor para a 21ª competição SAE BRASIL de aerodesign submetida aos Reynolds de 150.000 , 200.000 e 250.000 , valores comumente atingidos em voo pelas aeronaves da competição. Para a aeronave analisada estes valores traduzem-se em velocidades de voo de $9m/s$, $12,5m/s$ e $15m/s$ respectivamente. Inicialmente serão expostos os parâmetros de entrada utilizados em ambos os softwares, XFLR5 e *OpenFoam*, em seguida os resultados das análises em CFD serão discutidos e, por fim, ambos os métodos terão seus resultados avaliados comparativamente.

4.1 Parâmetros VLM

Para a obtenção dos coeficientes de sustentação e arrasto pelo *Vortex Lattice Method* utilizou-se o *software* XFLR5 v6.47, baseado no algoritmo XFOIL de Mark Drela [DRELA, 1989], sua versão mais recente até a data do presente trabalho. A tabela 6 expõe os parâmetros utilizados para as análises em VLM, com exceção daqueles utilizados para a malha, sendo que estes já foram expostos na tabela 1.

Parâmetros utilizados em análise VLM	
ρ	$1,225kg/m^3$
ν	$1,72 \times 10^{-5} m^2/s$
Envergadura	$2,7m$
Corda	$0,27m$
Área de asa	$0,729m^2$
Perfil Aerodinâmico	S1210 modificado
Método de análise	Vórtice Ferradura
Tipo de análise	Velocidade Fixa
Velocidade de escoamento	$9m/s$ $12,5m/s$ $15m/s$

Tabela 6 – Tabela dos parâmetros adotados para as análises em VLM

4.2 Parâmetros CFD

Para a realização das análises foi utilizado o *OpenFoam v7* e o modelo $k-\omega$ SST. Todos os dados foram posteriormente processados em MATLAB para a verificação da convergência, resíduos e construção dos gráficos. Para realizar a simulação é necessário especificar as condições de contorno das fronteiras do problema. A figura 32 ilustra as fronteiras do problema respectivamente nomeadas e as tabelas 7 e 8 especificam as condições de contorno em cada uma das fronteiras do domínio.

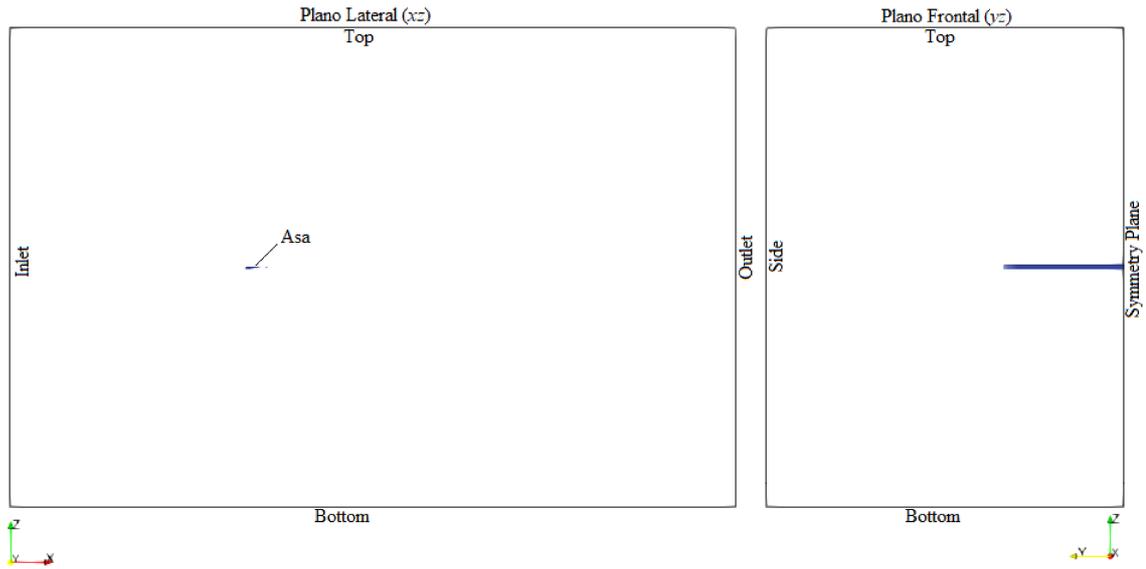


Figura 32 – Fronteiras do domínio para a análise do escoamento ao redor da asa. Fonte: Autor

Condições de contorno nas fronteiras		
	U	p
Top	type - freestreamVelocity; freestreamValue - uniform ($U^* 0 0$);	type - zeroGradient;
Bottom	type - freestreamVelocity; freestreamValue - uniform ($U^* 0 0$);	type - zeroGradient;
Inlet	type - freestreamVelocity; freestreamValue - uniform ($U^* 0 0$);	type - zeroGradient;
Outlet	type - freestreamVelocity; freestreamValue - uniform ($U^* 0 0$);	type - freestreamPressure; freestreamValue - uniform 0;
Asa	type - noSlip;	type - zeroGradient;
Symmetry Plane	type - symmetryPlane;	type - symmetryPlane;
Side	type - freestreamVelocity; freestreamValue - uniform ($U^* 0 0$);	type - zeroGradient;

Onde U^* denota a velocidade do escoamento usada na simulação

Tabela 7 – Condições iniciais de velocidade e pressão

Além das condições de contorno nas fronteiras do domínio, os esquemas numéricos usados para resolver as derivadas utilizadas nas simulações foram definidos anteriormente (Tabela 3). Por fim é necessário definir os critérios de convergência adotados para que o algoritmo de resolução, uma vez que os resíduos entre as iterações de cada variável atinjam valores suficientemente pequenos, considere a análise como convergente e encerre o processo iterativo. Estes e todos os demais arquivos utilizados na realização das análises estarão anexados ao final deste trabalho.

Condições de contorno nas fronteiras			
	k	ω	nut
Top	type - fixedValue; value - uniform k^* ;	type - fixedValue; value - uniform ω^* ;	type - calculated; value - uniform 0;
Bottom	type - fixedValue; value - uniform k^* ;	type - fixedValue; value - uniform ω^* ;	type - calculated; value - uniform 0;
Inlet	type - fixedValue; value - uniform k^* ;	type - fixedValue; value - uniform ω^* ;	type - calculated; value - uniform 0;
Outlet	type - zeroGradient;	type - zeroGradient;	type - calculated; value - uniform 0;
Asa	type - kLowReWallFunction; value - uniform 1e-12;	type - omegaWallFunction; value - uniform ω^* ;	type - nutUSpaldingWallFunction; value - uniform 1e-12;
Symmetry Plane	type - symmetryPlane;	type - symmetryPlane;	type - symmetryPlane;
Side	type - fixedValue; value - uniform k^* ;	type - fixedValue; value - uniform ω^* ;	type - calculated; value - uniform 0;

Onde k^* e ω^* denotam os valores calculados e usados na simulação

Tabela 8 – Condições iniciais de k , ω e nut

Re	U^*	k^*	ω^*
150000	9 m/s	0,01215	5,83212
200000	12,5 m/s	0,00589	4,05008
250000	15 m/s	0,03375	9,72019

Tabela 9 – Valores de U^* , k^* e ω^* para cada valor de Reynolds simulado.

4.3 Análises em *OpenFoam*

As simulações foram realizadas para uma geometria tridimensional, submetida a um escoamento de baixo número de Reynolds, regime estacionário, incompressível, com uma baixa intensidade de turbulência. Foi adotado como algoritmo de resolução o *SimpleFoam*, baseado no algoritmo SIMPLE destinado a escoamentos incompressíveis, turbulentos e de regime permanente [VERSTEEG, 1995]. Para essas condições de escoamento o modelo k - ω *SST* foi escolhido por apresentar os melhores resultados para a faixa de Reynolds adotada ($150.000 < Re \leq 250.000$) quando comparado aos demais modelos da abordagem RANS [MARTINS, 2016]. Os ângulos de ataque analisados variaram de 0° a 9° em incrementos de $1,5^\circ$.

Foi analisada a convergência dos coeficientes de sustentação e arrasto para cada ângulo de ataque (Figuras 33 a 35), os gráficos mostram a convergência dos resultados em função do número de iterações. Para a maioria as análises realizadas a convergência se deu em pouco mais de 700 iterações, os critérios de convergência adotados foram baseados no valor dos resíduos de cada variável entre as iterações. Adotou-se como critério de convergência um resíduo de 10^{-5} para todas as variáveis, uma vez que os valores se estabilizassem abaixo deste valor de referência a análise é considerada convergente e o algoritmo de resolução encerra o processo iterativo. Usando a função *foamLog* o *OpenFoam* converte o arquivo de saída padrão em arquivos de texto independentes para cada variável, facilitando o pós-processamento.

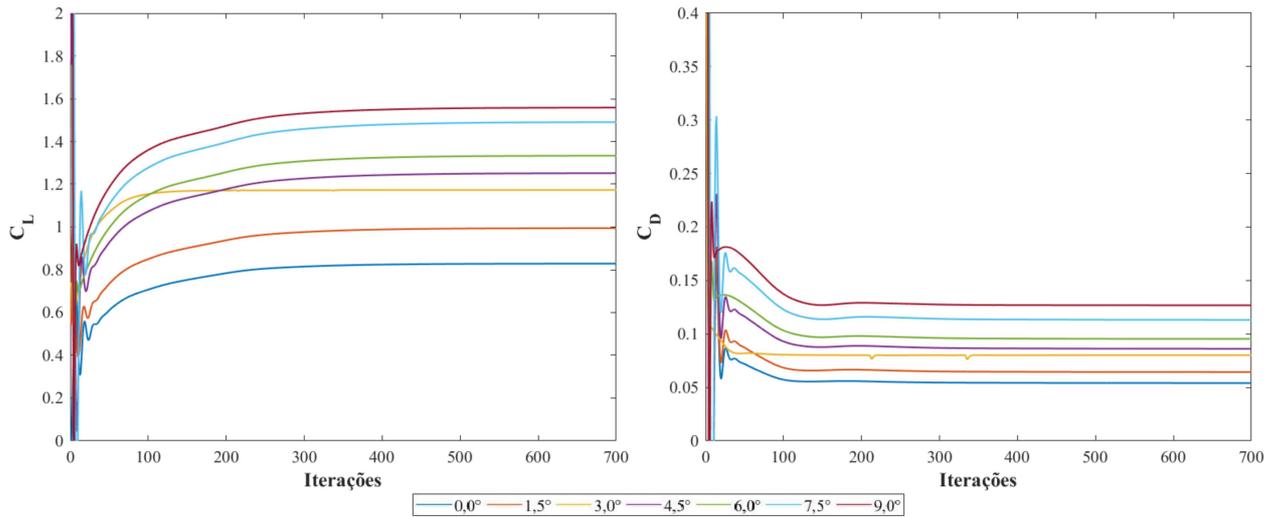


Figura 33 – Convergência dos coeficientes aerodinâmicos para um Reynolds de 150.000. Fonte: Autor

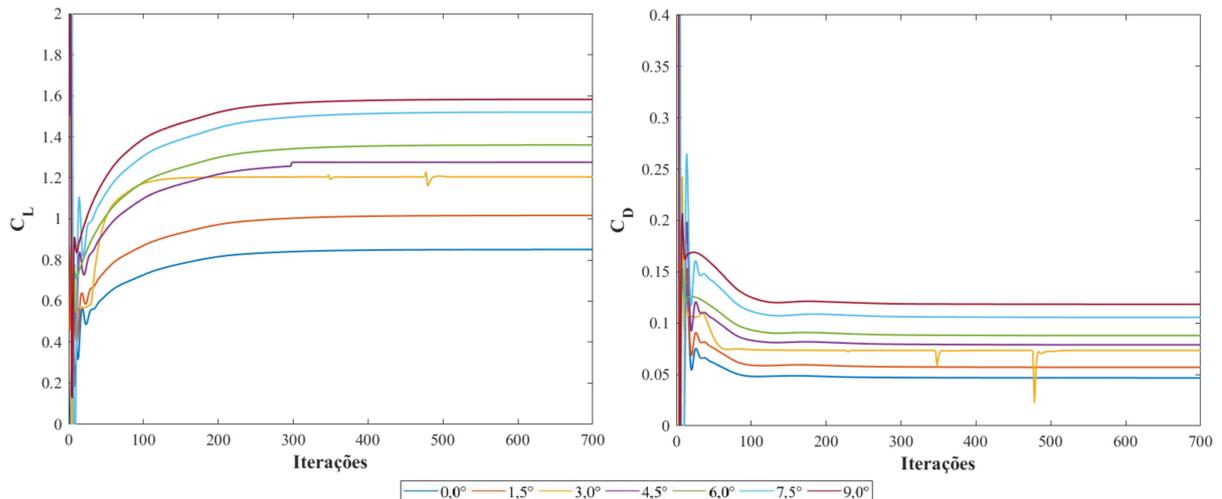


Figura 34 – Convergência dos coeficientes aerodinâmicos para um Reynolds de 200.000. Fonte: Autor

Os gráficos mostram que, dentro de 300 iterações, as análises já se aproximam de ser convergentes. Porém, ao inspecionar os arquivos de saída do *OpenFoam* foi possível perceber variações nos coeficientes aerodinâmicos na quarta casa decimal e resíduos da ordem de 10^{-4} para as componentes de velocidade. Para todos os valores de Reynolds as análises com ângulo de ataque de 3° foram as que demandaram mais iterações antes de convergir, convergindo apenas após 800 iterações, e apresentaram picos ao longo das análises destoando das demais. A malha usada para este ângulo de ataque foi reavaliada, em busca de células problemáticas que estivessem interferindo nos resultados, estes no entanto não se alteraram.

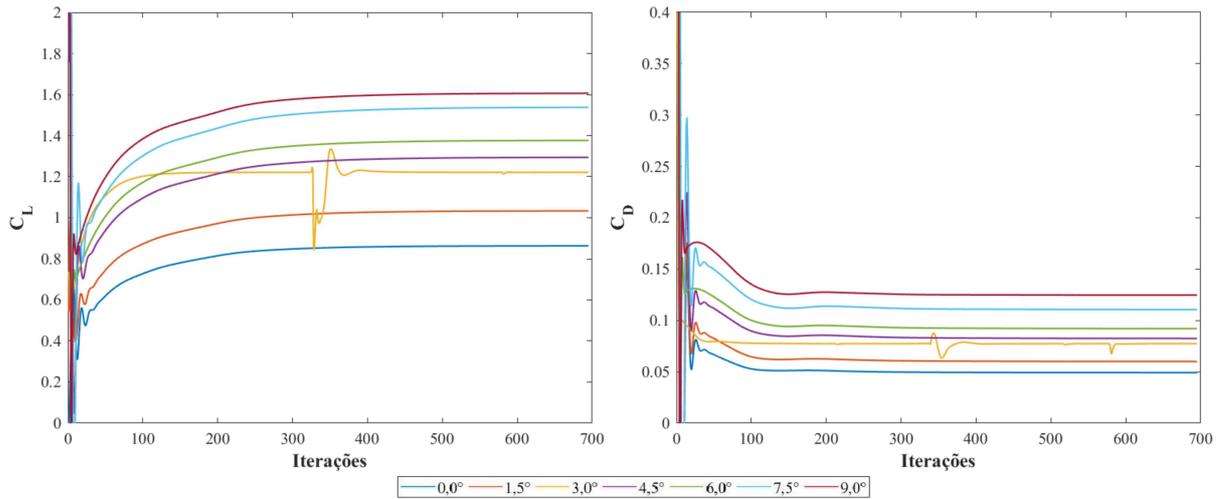


Figura 35 – Convergência dos coeficientes aerodinâmicos para um Reynolds de 250.000. Fonte: Autor

Seguem abaixo (figuras 36 a 38) os resultados gráficos dos campos de velocidade e pressão sobre asa analisada para os ângulos de ataque mínimo e máximo (0° a 12°) submetida aos três valores de Reynolds analisados.

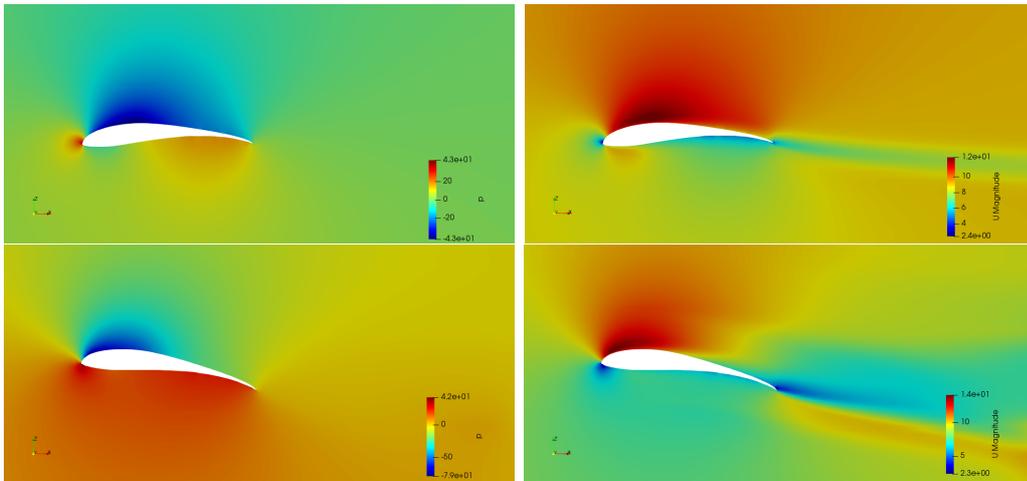


Figura 36 – Campos de pressão (à esquerda) e velocidade (à direita) ao redor da asa analisada para $\alpha = 0^\circ$ (acima), $\alpha = 9^\circ$ (abaixo) e $Re = 150.000$. Fonte: Autor

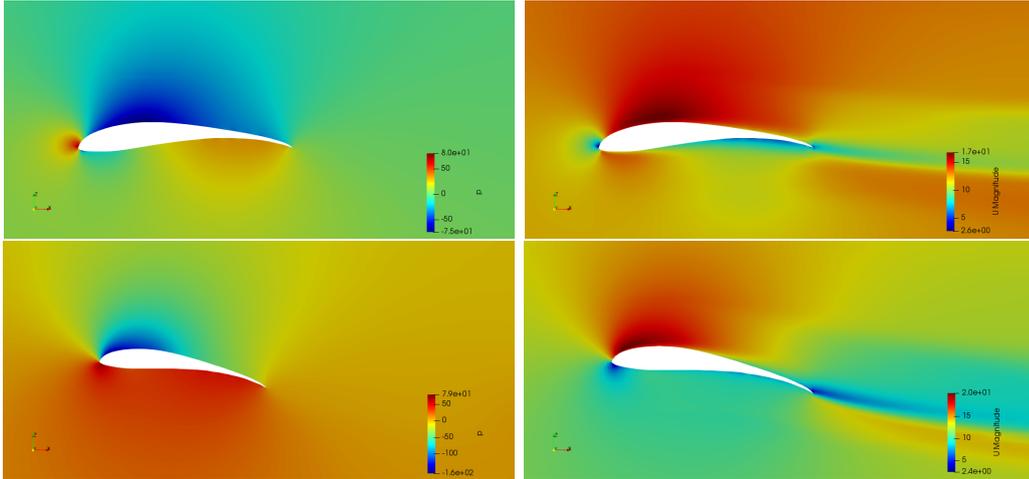


Figura 37 – Campos de pressão (à esquerda) e velocidade (à direita) ao redor da asa analisada para $\alpha = 0^\circ$ (acima), $\alpha = 9^\circ$ (abaixo) e $Re = 200.000$. Fonte: Autor

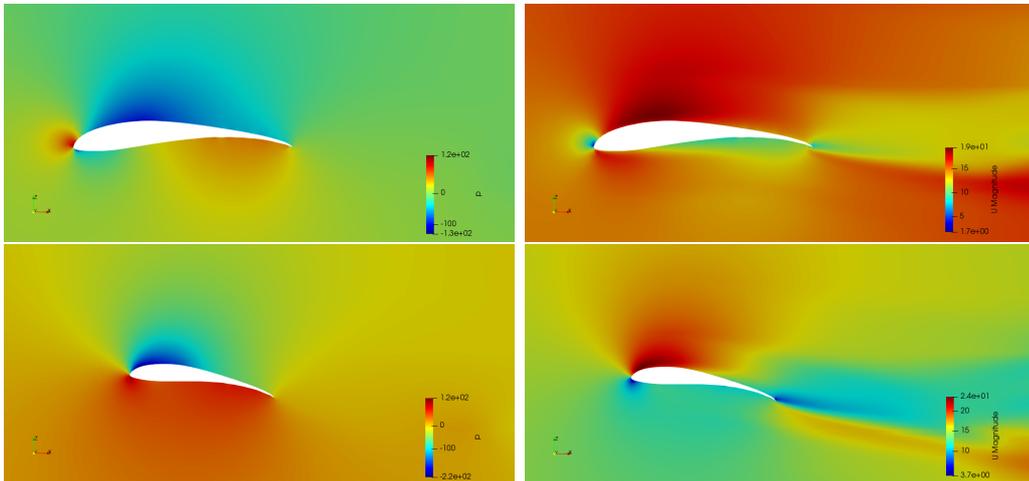


Figura 38 – Campos de pressão (à esquerda) e velocidade (à direita) ao redor da asa analisada para $\alpha = 0^\circ$ (acima), $\alpha = 9^\circ$ (abaixo) e $Re = 250.000$. Fonte: Autor

As análises foram realizadas apenas até o ângulo de estol previsto pelo XFLR5, 9° , pois simulações para ângulos maiores não contribuiriam para a comparação entre os métodos proposta neste trabalho. Porém, analisando visualmente os campos de velocidade e pressão, não foi possível observar o descolamento da camada limite próximo ao bordo de fuga no ângulo de 9° , fenômeno indicativo do estol, desta forma considerou-se relevante averiguar quão precisa é a previsão de estol do VLM. Para tal, foram realizadas simulações para ângulos de ataque maiores, de $9,5^\circ$ e $9,1^\circ$, partindo do maior valor até o mais próximo do previsto pelo XFLR5, para ambas as análises foi possível observar que a aeronave estaria acima do ângulo de estol.

Analisando os campos de velocidade e pressão para um ângulo de $9,1^\circ$, valor imediatamente superior ao máximo atingido pela asa no XFLR5, pode-se visualizar o descolamento do escoamento (Figura 39) o que indica uma previsão de estol equivalente

para ambos os softwares.

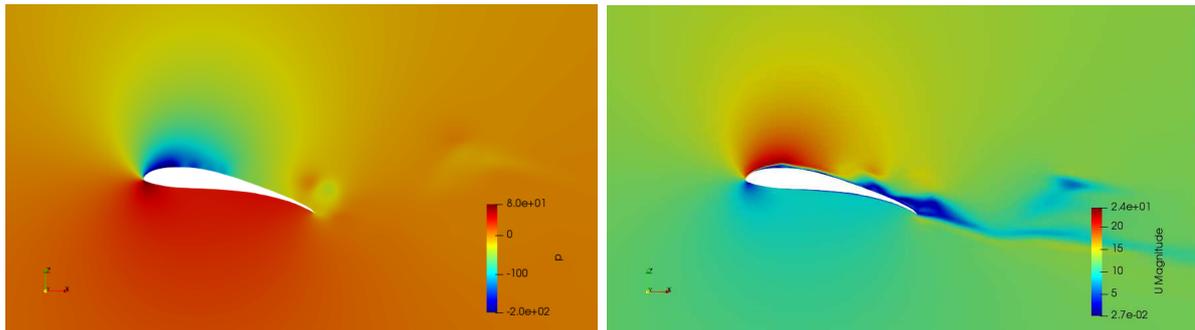


Figura 39 – Campos de pressão (à esquerda) e velocidade (à direita) ao redor da asa ensaiada ($Re = 200.000$ e $\alpha = 9, 1^\circ$). Fonte: Autor

4.4 Resultado comparativo

Para cumprir os objetivos deste trabalho, ambos os métodos de análise, o VLM aplicado no XFLR5 e a CFD aplicada no *OpenFoam*, devem ser comparados. Dado que o XFLR5 fornece apenas os coeficientes aerodinâmicos, não sendo possível avaliar os campos de velocidade e pressão ou o perfil do escoamento tridimensional sobre a asa, é necessário extrair das análises em CFD os coeficientes aerodinâmicos adimensionais de sustentação e arrasto, C_L e C_D , respectivamente. Para a obtenção destes coeficientes o *OpenFoam v7* conta com uma função chamada *forceCoeffs* na qual é necessário inserir a velocidade do escoamento, direção e sentido adotados para as forças de sustentação e arrasto, comprimento característico do corpo ou, no caso de uma asa, a corda do perfil aerodinâmico e a área de referência adotada, neste caso, a área em planta da asa.

Ambos os *softwares* fornecem seus arquivos de saída em formato de documento de texto, sendo necessário extraí-los utilizando o MATLAB de forma a gerar uma matriz com o ângulo de ataque, C_L e C_D para ambos os *softwares*. Desta forma, a tabela 10 expõe os resultados das análises realizadas.

Reynolds	Alpha	C_L		C_D	
		XFLR5	OpenFoam	XFLR5	OpenFoam
150.000	0,0	0,8534	0,8289	0,0418	0,0541
	1,5	0,9791	0,9949	0,0500	0,0644
	3,0	1,1037	1,1719	0,0594	0,0801
	4,5	1,2271	1,2522	0,0700	0,0861
	6,0	1,3489	1,3340	0,0813	0,0953
	7,5	1,4692	1,4912	0,0938	0,1131
	9,0	1,5877	1,5588	0,1100	0,1268
200.000	0,0	0,8534	0,8510	0,0398	0,0467
	1,5	0,9791	1,0169	0,0479	0,0570
	3,0	1,1037	1,2029	0,0572	0,0720
	4,5	1,2271	1,2761	0,0675	0,0789
	6,0	1,3489	1,3602	0,0786	0,0879
	7,5	1,4692	1,5207	0,0909	0,1056
	9,0	1,5877	1,5825	0,1055	0,1184
250.000	0,0	0,8534	0,8633	0,0388	0,0492
	1,5	0,9791	1,0335	0,0469	0,0601
	3,0	1,1037	1,2212	0,0561	0,0774
	4,5	1,2271	1,2944	0,0664	0,0825
	6,0	1,3489	1,3770	0,0775	0,0921
	7,5	1,4692	1,5384	0,0897	0,1106
	9,0	1,5877	1,6065	0,1045	0,1247

Tabela 10 – Resultados das análises em VLM e CFD

Esses resultados também podem ser comparados através dos gráficos de C_L vs α e C_D vs α (Figura 40), construídos para todos os valores de número de Reynolds analisados de forma a verificar a variação dos valores com o aumento da velocidade:

Comparando os gráficos acima é possível perceber que os resultados para o coeficiente de sustentação são bastante próximos entre os *softwares* e os coeficientes de arrasto apresentam uma diferença mais expressiva, o que era previsto, uma vez que o VLM não possui meios de modelar o arrasto na região da camada limite do escoamento. É possível observar, porém, que para o ângulo de ataque de $\alpha = 3^\circ$ houve uma discrepância maior que o esperado, corroborando com o observado anteriormente nos gráficos de convergência. Apesar das flutuações existentes nos resultados de análise CFD, é possível perceber que a tendência dos dados possui o mesmo perfil que o apresentado pelo VLM, sendo linear para a sustentação e próximo a uma parábola para o arrasto.

A figura 41 ilustra as polares de arrasto da asa estudada para a faixa de número de Reynolds considerada, este gráfico que relaciona os coeficientes de sustentação e arrasto é utilizado no projeto aeronáutico para comparar a eficiência aerodinâmica entre duas aeronaves ou perfis aerodinâmicos, sendo desejável que para um mesmo C_L o C_D seja o menor possível. Comparando as polares geradas pelos *softwares* percebe-se que, ao usar o

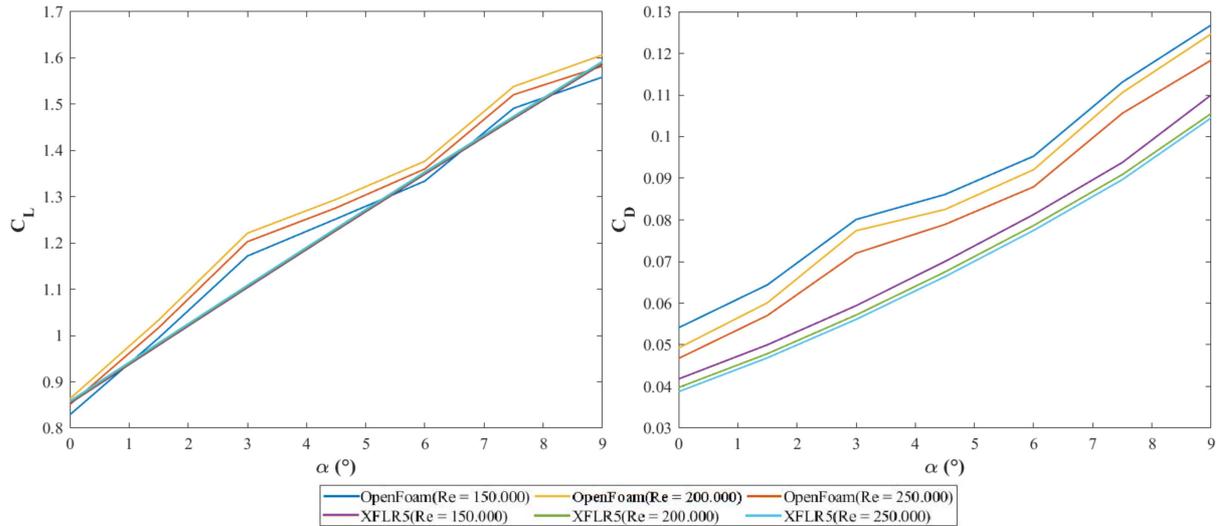


Figura 40 – Gráficos dos coeficientes aerodinâmicos em função do ângulo de ataque. Fonte: Autor

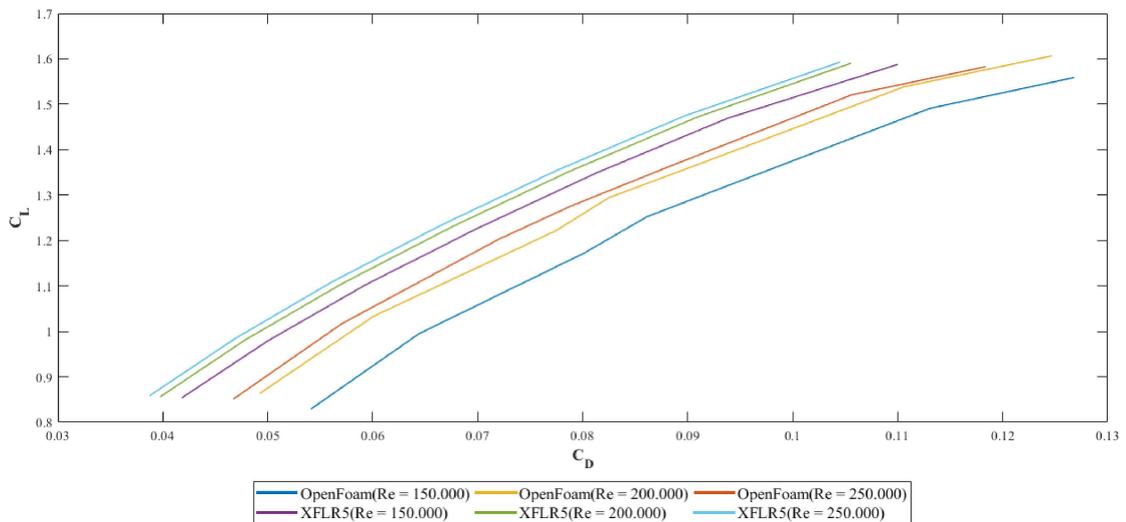


Figura 41 – Gráfico comparativo entre as polares de arrasto geradas pelo XFLR5 e o *OpenFoam*. Fonte: Autor

VLM, superestima-se a eficiência aerodinâmica.

Para avaliar quantitativamente as diferenças entre os métodos é conveniente avaliar o erro percentual relativo entre estes. Conforme a tabela 11, tendo por valores de referência as análises em CFD realizadas no *OpenFoam*, obteve-se um erro médio de 3,5% para o coeficiente de sustentação sendo que os valores foram consistentemente próximos, com exceção das análises a $\alpha = 3^\circ$ cuja diferença percentual elevada contribuiriam para um desvio padrão relativamente alto. O erro observado no coeficiente de arrasto flutuou em torno de 18,8%, com um desvio padrão proporcionalmente menor quando comparado ao obtido no coeficiente de sustentação.

Reynolds	Alpha	C_L	C_D
150.000	0,0	-0,3%	17,5%
	1,5	3,9%	19,2%
	3,0	9,0%	26,0%
	4,5	4,0%	16,9%
	6,0	0,8%	11,8%
	7,5	3,5%	16,2%
	9,0	-0,3%	12,2%
	200.000	0,0	-0,3%
1,5		3,9%	19,2%
3,0		9,0%	26,0%
4,5		4,0%	16,9%
6,0		0,8%	11,8%
7,5		3,5%	16,2%
9,0		-0,3%	12,2%
250.000		0,0	1,2%
	1,5	5,6%	28,2%
	3,0	10,6%	38,0%
	4,5	5,5%	24,3%
	6,0	2,1%	18,8%
	7,5	4,7%	23,3%
	9,0	1,2%	19,3%
	Média		3,5%
Desvio Padrão		3,2%	6,6%

Tabela 11 – Erro relativo entre os resultados das análises em VLM com relação às análises CFD

Os resultados observados, com um erro de 3,5% para a sustentação e 18,8% para o arrasto se mostram coerentes com o esperado, apresentando valores próximos do obtido por [COMMUNIER, 2015].

5 CONCLUSÕES

O presente trabalho teve por objetivos validar o método *Vortex Lattice*, no *software* XFLR5, para sua aplicação no cálculo dos carregamentos aerodinâmicos em uma aeronave destinada a um projeto de aerodesign, bem como avaliar o custo benefício de cada um dos métodos de análise aerodinâmica. Desta forma, como pode ser observado dos resultados obtidos neste trabalho foi possível verificar que o VLM é uma ferramenta eficaz na obtenção dos coeficientes aerodinâmicos de uma aeronave. A deficiência deste método na avaliação das forças de arrasto se mostra coerente com a literatura e representa seu principal ponto negativo, este no entanto é compensado pela praticidade, sendo possível uma obtenção agilizada de resultados atendendo à necessidade do projeto de aerodesign, no qual a troca de dados entre as áreas de projeto deve dar-se de forma dinâmica. Considerando o ponto de vista estrutural da asa estudada, as forças de arrasto representam um carregamento menos severo que as forças de sustentação, desta forma é possível utilizar-se o VLM com fatores de correção aplicados nos carregamentos para fazer o dimensionamento estrutural da asa.

Avaliando o custo benefício entre os métodos de análise destaca-se que, apesar de mais preciso e robusto, o *OpenFoam* apresenta um custo computacional elevado e a curva de aprendizado da CFD configura uma barreira de entrada para muitos estudantes que ingressam no aerodesign, barreira esta que uma vez ultrapassada abre ao estudante e à equipe um leque de possibilidades de aprimoramento de estudos e projetos.

Pode-se concluir que, no âmbito do aerodesing, projeto no qual a dinâmica de repasse de dados é intensa, *softwares* que realizam simulações pelo VLM possuem sua aplicação satisfatória nas etapas de projeto que requerem uma agilidade maior na obtenção de dados como, por exemplo, nas etapas iniciais onde se avaliam diversas geometrias de aeronave em um curto espaço de tempo durante a otimização multidisciplinar onde avalia-se qual a geometria ótima da aeronave. Outra aplicação para o VLM se dá na etapa de cálculo dos carregamentos aerodinâmicos nas superfícies sustentadoras, asa e estabilizadores, onde se faz necessário simular diversas situações de voo estruturalmente críticas com um prazo restrito de realização das análises, para o qual as simulações em CFD causariam um gargalo no repasse de dados. Da mesma forma os *softwares* que realizam análises de CFD podem ter sua aplicação direcionada às análises globais da aeronave como, por exemplo, a avaliação do arrasto total da aeronave e verificação da ocorrência de estol profundo, fenômeno para o qual a esteira do escoamento da asa interfere no escoamento dos estabilizadores levando-os ao estol em uma condição que pode ser irreversível em voo levando à queda da aeronave.

5.1 Sugestões para Trabalhos Futuros

Futuramente recomenda-se a realização de ensaios de túnel de vento com diferentes modelos de asa em escala. Isso deve-se ao fato de o ensaio realizado pela equipe Microraptor utilizar uma partição de asa com um alongamento muito reduzido no qual a envergadura possui menos do dobro da dimensão da corda, desta forma os vórtices de ponta de asa dominam o escoamento dificultando a realização das análises tanto em CFD quanto VLM. Sugere-se que os ensaios utilizem alongamentos mais condizentes com os utilizados nos projetos de aerodesign da equipe. Aliado a isso também é conveniente avaliar a aplicação de diferentes modelos de turbulência em conjunto com os ensaios de túnel de vento e simulações VLM. O objetivo é verificar a acurácia de cada um quando submetidos à análise de diferentes geometrias de asa e perfis aerodinâmicos, gerando assim uma base de dados.

REFERÊNCIAS

- [ANDERSON, 2010] ANDERSON, John D. *Fundamentals of Aerodynamics*. 5. ed. McGrawHill, 2010
- [ASHLEY, 1985] ASHLEY, H.; LANDAHL, M. *Aerodynamics of wings and bodies*. 1. ed. New York: Dover Publications Inc, 1985.
- [COMMUNIER, 2015] COMMUNIER, David et al. *Aero Structural Modeling of A Wing Using CATIA V5 And XFLR5 Software And Experimental Validation Using The Price-Paidoussis Wing Tunnel*. AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conference , Dallas, TX, p. 1-17, jun. 2015.
- [DEPERROIS, 2009] DEPERROIS, André. *XFLR5 Analysis of foils and wings operating at low Reynolds numbers. Guidelines for XFLR5*, 2009.
- [DRELA, 1989] DRELA, Mark. *XFOIL: An analysis and design system for low Reynolds number airfoils*. Em: *Low Reynolds number aerodynamics*. Springer, Berlin, Heidelberg, 1989. p. 1-12.
- [MARTINS, 2016] MARTINS, Ciro Sobrinho Campolina Martins. Modelos de turbulência em aerodinâmica de aerofólios sob baixos números de Reynolds: uma analítica comparativa. UFJF, 2016
- [MENTER, 1994] MENTER, Florian. R. *Two equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications*. *AIAA Journal*, agosto de 1994.
- [MIRANDA, 1977] MIRANDA, L. R.; Elliott R. D.; Baker, W. M.;" A Generalized Vortex Lattice Method for Subsonic and Supersonic Flow Applications", NASA CR 2865, 1977.
- [POPE, 2000] POPE, Stephen B. *Turbulent flows*. Cambridge: Cambridge University Press, 2000.
- [PRANDTL, 1921] PRANDTL, L." Applications of modern hydrodynamics to aeronautics"; NACA-116, 1921.
- [PRANDTL, 1928] PRANDTL, L. Motion of fluids with very low viscosity. Washington, DC, 1928. 17 p. (NACA-TM-452).
- [RAYMER, 1992] RAYMER, Daniel P. *Aircraft Design: A Conceptual Approach*. 5. ed. American Institute Of Aeronautics And Astronautics, 1992.
- [SCHLICHTING, 1979] SCHLICHTING, H. „1979, Boundary-Layer Theory.
- [SCHRENK, 1940] SCHRENK, Oster; *A simple approximation method for obtaining the spanwise lift distribution*, *Technical Memorandums, National Advisory Committee for Aeronautics, Washington, EUA.*, 1940.
- [VERSTEEG, 1995] VERSTEEG, H. K.; MALALASEKERA, W. An introduction to computational fluid dynamics. 1. ed. England. Longman Group, 1995.
- [WHITE, 2010] WHITE, Frank M. *Mecânica dos Fluidos*. 6. ed. McGraw-Hill, 2010.

[WILCOX, 1993] WILCOX, David, C. Turbulence modeling for CFD. USA: DCW Industries, 1993

APÊNDICE A – Arquivos pasta 0

- Arquivo de U - Pasta 0

```

/*-----*- C++ -*-----*\
===== |
\\      / F i e l d      | OpenFOAM: The Open Source CFD Toolbox
\\      / O p e r a t i o n      | Website: https://openfoam.org
\\      / A n d      | Version: 7
  \\/      M a n i p u l a t i o n      |
/*-----*-*/

FoamFile
{
    version      2.0;
    format      ascii;
    class      volVectorField;
    object      U;
}

// ***** //
dimensions      [0 1 -1 0 0 0 0];
internalField    uniform (12.5 0 0);
boundaryField
{
    Top
    {
        type      freestreamVelocity;
        freestreamValue $internalField;
    }
    Bottom
    {
        type      freestreamVelocity;
        freestreamValue $internalField;
    }
    Inlet
    {
        type      freestreamVelocity;
        freestreamValue $internalField;
    }
    Outlet
    {

```

```

        type          freestreamVelocity;
        freestreamValue $internalField;
    }
    Asa
    {
        type          noSlip;
    }
    Symmetry Plane
    {
        type          symmetryPlane;
    }
    Side
    {
        type          freestreamVelocity;
        freestreamValue $internalField;
    }
}
// ***** //

```

- Arquivo de p - Pasta 0

```

/*-----* C++ -*-----*\
===== |
\\      / F i e l d      | OpenFOAM: The Open Source CFD Toolbox
\\      / O p e r a t i o n      | Website: https://openfoam.org
\\      / A n d      | Version: 7
  \\\\   M a n i p u l a t i o n      |
/*-----*/

FoamFile
{
    version      2.0;
    format       ascii;
    class        volScalarField;
    object       p;
}
// ***** //

dimensions      [0 2 -2 0 0 0 0];
internalField   uniform 0;
boundaryField

```

```

{
  Top
  {
    type          freestreamPressure;
    freestreamValue $internalField;
  }
  Bottom
  {
    type          freestreamPressure;
    freestreamValue $internalField;
  }
  Inlet
  {
    type          freestreamPressure;
    freestreamValue $internalField;
  }
  Outlet
  {
    type          freestreamPressure;
    freestreamValue $internalField;
  }
  Asa
  {
    type          zeroGradient;
  }
  Symmetry Plane
  {
    type          symmetryPlane;
  }
  Side
  {
    type          freestreamPressure;
    freestreamValue $internalField;
  }
}
// ***** //

```

- Arquivo de *k* - Pasta 0

```

/*-----*- C++ -*-----*\
===== |
\\      / F i e l d      | OpenFOAM: The Open Source CFD Toolbox
\\      / O p e r a t i o n      | Website: https://openfoam.org
\\      / A n d      | Version: 7
  \\/      M a n i p u l a t i o n      |
\*-----*/
FoamFile
{
    version      2.0;
    format       binary;
    class        volScalarField;
    location     "0";
    object       k;
}
// ***** //
dimensions      [0 2 -2 0 0 0 0];
internalField   uniform 0.00586;
boundaryField
{
    Top
    {
        type          fixedValue;
        inletValue    $internalField;
        value          $internalField;
    }
    Bottom
    {
        type          fixedValue;
        value          $internalField;
    }
    Inlet
    {
        type          fixedValue;
        value          $internalField;
    }
    Outlet
    {
        type          zeroGradient;
    }
}

```

```

    }
    SymmetryPlane
    {
        type            symmetryPlane;
    }
    Asa
    {
        type            kLowReWallFunction;
        value           uniform 1e-12;
    }
    Side
    {
        type            fixedValue;
        value           $internalField;
    }
}
// ***** //

```

- Arquivo de *omega* - Pasta 0

```

/*-----* C++ *-----*\
===== |
\\      / F i e l d      | OpenFOAM: The Open Source CFD Toolbox
\\      / O p e r a t i o n | Website: https://openfoam.org
\\      / A n d           | Version: 7
  \\    / M a n i p u l a t i o n |
\*-----*/
FoamFile
{
    version    2.0;
    format     binary;
    class      volScalarField;
    location   "0";
    object     omega;
}
// ***** //

dimensions   [0 0 -1 0 0 0 0];

```

```
internalField    uniform 4.0501;

boundaryField
{
    Top
    {
        type            fixedValue;
        inletValue      $internalField;
        value            $internalField;
    }
    Bottom
    {
        type            fixedValue;
        value            $internalField;
    }
    Inlet
    {
        type            fixedValue;
        value            $internalField;
    }
    Outlet
    {
        type            zeroGradient;
    }
    Symmetry Plane
    {
        type            symmetryPlane;
    }
    Asa
    {
        type            omegaWallFunction;
        value            $internalField;
    }
    Side
    {
        type            fixedValue;
        value            $internalField;
    }
}
```

```
// ***** //
```

- Archivo de *nut* - Pasta 0

```
/*-----*- C++ -*-----*\
===== |
\\ / F i e l d | OpenFOAM: The Open Source CFD Toolbox
\\ / O p e r a t i o n | Website: https://openfoam.org
\\ / A n d | Version: 7
\\ / M a n i p u l a t i o n |
/*-----*/
FoamFile
{
    version      2.0;
    format       binary;
    class        volScalarField;
    location     "0";
    object       nut;
}
// ***** //
dimensions      [0 2 -1 0 0 0 0];
internalField   uniform 1e-06;
boundaryField
{
    Top
    {
        type      calculated;
        value     uniform 0;
    }
    Bottom
    {
        type      calculated;
        value     uniform 0;
    }
    Inlet
    {
        type      calculated;
        value     uniform 0;
    }
}
```

```
Outlet
{
    type            calculated;
    value           uniform 0;
}
Symmetry Plane
{
    type            symmetryPlane;
}
Asa
{
    type            nutUSpaldingWallFunction;
    Ks              uniform 0.0001;
    Cs              uniform 0.5;
    value           uniform 1e-12;
}
Side
{
    type            calculated;
    value           uniform 0;
}
}
// ***** //
```

APÊNDICE B – Arquivos pasta *constant*

- Arquivo de *transportProperties* - Pasta *constant*

```

/*-----*- C++ -*-----*\
===== |
\\      /  F ield      | OpenFOAM: The Open Source CFD Toolbox
\\      /  O peration  | Website:  https://openfoam.org
  \\    /   A nd       | Version:  7
    \\/    M anipulation |

/*-----*- C++ -*-----*\
FoamFile
{
    version      2.0;
    format       ascii;
    class        dictionary;
    location     "constant";
    object       transportProperties;
}
// ***** //
transportModel  Newtonian;
rho             [1 -3 0 0 0 0 0] 1.225;
nu              [0 2 -1 0 0 0 0] 1.72e-05;
// ***** //

```

- Arquivo de *turbulenceProperties* - Pasta *constant*

```

/*-----*- C++ -*-----*\
===== |
\\      /  F ield      | OpenFOAM: The Open Source CFD Toolbox
\\      /  O peration  | Website:  https://openfoam.org
  \\    /   A nd       | Version:  7
    \\/    M anipulation |

/*-----*- C++ -*-----*\
FoamFile
{
    version      2.0;
    format       ascii;
    class        dictionary;

```

```
        location    "constant";
        object      turbulenceProperties;
    }
    // ***** //
simulationType RAS;
RAS
{
    RASModel        kOmegaSST;
    turbulence       on;
    printCoeffs     on;
}
// ***** //
```

APÊNDICE C – Arquivos pasta *system*

- Arquivo de *blockMeshDict* - Pasta *system*

```

/*-----*- C++ -*-----*\
=====          |
\\      /  F ield      | OpenFOAM: The Open Source CFD Toolbox
\\      /  O peration   | Website:  https://openfoam.org
\\      /  A nd         | Version:   7
  \\/      M anipulation |

/*-----*-
FoamFile
{
    version      2.0;
    format       ascii;
    class        dictionary;
    object       blockMeshDict;
}
// ***** //
convertToMeters 1;
vertices
(
    (-2.7 0 -2.7)    // 0
    (5.4 0 -2.7)    // 1
    (5.4 4 -2.7)    // 2
    (-2.7 4 -2.7)   // 3
    (0 0 -2.7)     // 4
    (0 4 -2.7)     // 5

    (-2.7 0 0)     // 6
    (5.4 0 0)      // 7
    (5.4 4 0)      // 8
    (-2.7 4 0)     // 9
    (0 0 0)        // 10
    (0 4 0)        // 11

    (-2.7 0 2.7)   // 12
    (5.4 0 2.7)   // 13
    (5.4 4 2.7)   // 14
    (-2.7 4 2.7)  // 15

```

```

(0 0 2.7) // 16
(0 4 2.7) // 17

);
blocks
(
  hex (0 4 5 3 6 10 11 9) (8 7 7) simpleGrading (0.12 8 0.12)
  hex (6 10 11 9 12 16 17 15) (8 7 7) simpleGrading (0.12 8 8.33)
  hex (4 1 2 5 10 7 8 11) (10 7 7) simpleGrading (12 8 0.12)
  hex (10 7 8 11 16 13 14 17) (10 7 7) simpleGrading (12 8 8.33)
);
edges
(
);
boundary
(
  Top
  {
    type patch;
    faces
    (
      (12 16 17 15)
      (16 13 14 17)
    );
  }
  Outlet
  {
    type patch;
    faces
    (
      (1 2 8 7)
      (7 8 14 13)
    );
  }
  Inlet
  {
    type patch;
    faces
    (

```

```

        (0 6 9 3)
        (6 12 15 9)
    );
}
Bottom
{
    type patch;
    faces
    (
        (0 3 5 4)
        (4 5 2 1)
    );
}
SymmetryPlane
{
    type symmetryPlane;
    faces
    (
(0 4 10 6)
(4 1 7 10)
(6 10 16 12)
(10 7 13 16)
    );
}
Side
{
    type patch;
    faces
    (
        (3 9 11 5)
        (5 11 8 2)
        (9 15 17 11)
        (11 17 14 8)
    );
}
);
mergePatchPairs
(
);

```

```
// ***** //
```

- Archivo de *snappyHexMeshDict* - Pasta *system*

```
/*-----*- C++ -*-----*\
===== |
\\      /  F i e l d      | OpenFOAM: The Open Source CFD Toolbox
\\      /  O p e r a t i o n | Website: https://openfoam.org
\\      /  A n d           | Version: 7
  \\    /  M a n i p u l a t i o n |

\*-----*/
FoamFile
{
    version      2.0;
    format       ascii;
    class        dictionary;
    object       snappyHexMeshDict;
}
// ***** //
castellatedMesh true;
snap            true;
addLayers       true;

geometry
{
    Asa
    {
        type triSurfaceMesh;
        file "Asa.stl";
    }
    refinementBox
    {
        type searchableBox;
        min (-0.5 0 -0.4);
        max ( 2.5 2 0.4);
    }
    refinementBox2
    {
        type searchableBox;

```

```
        min (0.15 0 -0.06);
        max (1 1.45 0.06);
    }
refinementBox3
{
    type searchableBox;
    min (-0.1 1.3 -0.06);
    max (1 1.45 0.06);
}
};
{
    maxLocalCells 6000000;
    maxGlobalCells 9000000;
    minRefinementCells 3;
    maxLoadUnbalance 0.90;
    nCellsBetweenLevels 25;
    refinementSurfaces
    {
        Asa
        {
            level (6 6);
        }
    }
    refinementRegions
    {
        refinementBox
        {
            mode inside;
            levels ((4 4));
        }
        refinementBox2
        {
            mode inside;
            levels ((6 6));
        }
        refinementBox3
        {
            mode inside;
            levels ((6 6));
        }
    }
}
```

```
    }

    }
    locationInMesh (2 3 0);
}
snapControls
{
    nSmoothPatch 3;
    tolerance 2.0;
    nSolveIter 30;
    nRelaxIter 5;
    nFeatureSnapIter 10;
    implicitFeatureSnap true;
    explicitFeatureSnap false;
    multiRegionFeatureSnap false;
}
addLayersControls
{
    relativeSizes true;
    layers
    {
        "(Asa).*"
        {
            nSurfaceLayers 5;
        }
    }
    expansionRatio 1.2;
    finalLayerThickness 0.75;
    minThickness 0.0001;
    nGrow 0;
    featureAngle 60;
    slipFeatureAngle 30;
    nRelaxIter 5;
    nSmoothSurfaceNormals 1;
    nSmoothNormals 3;
    nSmoothThickness 10;
    maxFaceThicknessRatio 0.5;
    maxThicknessToMedialRatio 0.3;
    minMedianAxisAngle 90;
```

```

        nBufferCellsNoExtrude 0;
        nLayerIter 50;
    }
    meshQualityControls
    {
        #include "meshQualityDict"
    }
    writeFlags
    (
        scalarLevels
        layerSets
        layerFields
    );
    mergeTolerance 1e-6;
    // ***** //

```

- Archivo de *controlDict* - Pasta *system*

```

/*-----* C++ -*-----*\
===== |
\\ / F i e l d | OpenFOAM: The Open Source CFD Toolbox
\\ / O p e r a t i o n | Website: https://openfoam.org
\\ / A n d | Version: 7
  \\ / M a n i p u l a t i o n |
\*-----*/
FoamFile
{
    version      2.0;
    format       ascii;
    class        dictionary;
    location     "system";
    object       controlDict;
}
// ***** //
application    simpleFoam;
startFrom      latestTime;
startTime      0;
stopAt         endTime;
endTime        1000;

```

```

deltaT      1;
writeControl  timeStep;
writeInterval 10;
purgeWrite   0;
writeFormat  ascii;
writePrecision 6;
writeCompression off;
timeFormat   general;
timePrecision 6;
runTimeModifiable true;
functions
{
    #include "forceCoeffs"
    yPlus1
    {
        type          yPlus;
        libs          ("libfieldFunctionObjects.so");
    }
}
// ***** //

```

- Arquivo de *forceCoeffs* - Pasta *system*

```

/*-----*- C++ -*-----*\
===== |
\\      /  F i e l d      | OpenFOAM: The Open Source CFD Toolbox
\\      /  O p e r a t i o n | Website: https://openfoam.org
\\      /  A n d           | Version: 7
  \\/    M a n i p u l a t i o n |
/*-----*/

forceCoeffs1
{
    type          forceCoeffs;
    libs          ("libforces.so");
    writeControl  timeStep;
    timeInterval  1;
    log           yes;
    patches       (fuse);
    rho           rhoInf;
}

```

```

rhoInf      1.084;
liftDir     (0 0 1);
dragDir     (1 0 0);
CofR       (0 0 0);
pitchAxis   (0 1 0);
magUInf     12.5;
lRef        0.27;
Aref        0.3645;
binData
{
    nBin      50;
    direction (0 1 0);
    cumulative yes;
}
}
// ***** //

```

- Arquivo de *fvSolution* - Pasta *system*

```

/*-----*- C++ -*-----*\
===== |
\\      /  F i e l d      | OpenFOAM: The Open Source CFD Toolbox
\\      /  O p e r a t i o n  | Website: https://openfoam.org
\\      /  A n d            | Version: 7
  \\/    M a n i p u l a t i o n  |
/*-----*-//
FoamFile
{
    version      2.0;
    format       ascii;
    class        dictionary;
    location     "system";
    object       fvSolution;
}
// ***** //
solvers
{
    p
    {

```

```

        solver          GAMG;
        tolerance       1e-05;
        relTol          0.05;
        smoother        GaussSeidel;
    }

    "(U|k|epsilon|omega|f|v2|nut)"
    {
        solver          smoothSolver;
        smoother        symGaussSeidel;
        tolerance       1e-05;
        relTol          0.05;
    }
}
SIMPLE
{
    nNonOrthogonalCorrectors 1;
    consistent             yes;
    residualControl
    {
        p                  1e-5;
        U                  1e-5;
        "(k|epsilon|omega|f|v2|nut)" 1e-5;
    }
}
relaxationFactors
{
    fields
    {
p 0.3;
    }
    equations
    {
        U                  0.7;
        "(k|epsilon|omega|f|v2|nut)" 0.7;
    }
}
// ***** //

```

- Archivo de *fvSchemes* - Pasta *system*

```

/*-----*- C++ -*-----*\
=====          |
\\      /  F ield      | OpenFOAM: The Open Source CFD Toolbox
\\      /  O peration   | Website:  https://openfoam.org
\\      /  A nd         | Version:   7
  \\/      M anipulation |

\*-----*-*/
FoamFile
{
    version      2.0;
    format       ascii;
    class        dictionary;
    location     "system";
    object       fvSchemes;
}
// ***** //
ddtSchemes
{
    default      steadyState;
}
gradSchemes
{
    default      Gauss linear;
}
divSchemes
{
    default      none;
    div(phi,k)   Gauss linearUpwind;
    div(phi,omega) Gauss linearUpwind;
    div(phi,U)   Gauss linearUpwind grad(U);
    div((nuEff*dev2(T(grad(U)))) Gauss linearUpwind;
}
laplacianSchemes
{
    default      Gauss linear corrected;
}
interpolationSchemes
{

```

```
        default          linear;
    }
    snGradSchemes
    {
        default          corrected;
    }
    wallDist
    {
        method meshWave;
    }
    // ***** //
```

ANEXO A – TERMO DE AUTENTICIDADE**UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA
FACULDADE DE ENGENHARIA****Termo de Declaração de Autenticidade de Autoria**

Declaro, sob as penas da lei e para os devidos fins, junto à Universidade Federal de Juiz de Fora, que meu Trabalho de Conclusão de Curso do Curso de Graduação em Engenharia Mecânica é original, de minha única e exclusiva autoria. E não se trata de cópia integral ou parcial de textos e trabalhos de autoria de outrem, seja em formato de papel, eletrônico, digital, áudio-visual ou qualquer outro meio.

Declaro ainda ter total conhecimento e compreensão do que é considerado plágio, não apenas a cópia integral do trabalho, mas também de parte dele, inclusive de artigos e/ou parágrafos, sem citação do autor ou de sua fonte.

Declaro, por fim, ter total conhecimento e compreensão das punições decorrentes da prática de plágio, através das sanções civis previstas na lei do direito autoral¹ e criminais previstas no Código Penal², além das cominações administrativas e acadêmicas que poderão resultar em reprovação no Trabalho de Conclusão de Curso.

Juiz de Fora, 14 de Novembro de 2020.

Mateus de Landa Couto

Nome completo – Mateus de Landa Couto
Matrícula: 201471073 – CPF: 109.274.976-46

¹ LEI N° 9.610, DE 19 DE FEVEREIRO DE 1998. Altera, atualiza e consolida a legislação sobre direitos autorais e dá outras providências.

² Art. 184. Violar direitos de autor e os que lhe são conexos: Pena – detenção, de 3 (três) meses a 1 (um) ano, ou multa.