

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA
FACULDADE DE ENGENHARIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL**

Matheus Fernandes Dal-Sasso

**Análise computacional do dano em estruturas de concreto submetidas a altas
temperaturas**

Juiz de Fora

2021

Matheus Fernandes Dal-Sasso

Análise computacional do dano em estruturas de concreto submetidas a altas temperaturas

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal de Juiz de Fora como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil. Área de concentração: Estruturas e Materiais.

Orientadora: Prof. Dr. Michèle Cristina Resende Farage

Coorientadora: Prof. Dr. Flávia de Souza Bastos

Juiz de Fora

2021

Ficha catalográfica elaborada através do Modelo Latex do CDC da UFJF
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

Dal-Sasso, Matheus Fernandes.

Análise computacional do dano em estruturas de concreto submetidas a altas temperaturas / Matheus Fernandes Dal-Sasso. – 2021.

114 f. : il.

Orientadora: Michèle Cristina Resende Farage

Coorientadora: Flávia de Souza Bastos

Dissertação de Mestrado – Universidade Federal de Juiz de Fora, Faculdade de Engenharia. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, 2021.

1. Dano. 2. Termomecânico. 3. Concreto. I. Farage, Michèle Cristina Resende, orient. II. Bastos, Flávia de Souza, coorient. III. Título.

Matheus Fernandes Dal-Sasso

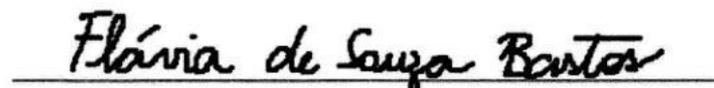
Análise computacional do dano em estruturas de concreto submetidas a altas temperaturas

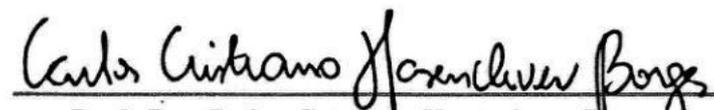
Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal de Juiz de Fora como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil. Área de concentração: Estruturas e Materiais.

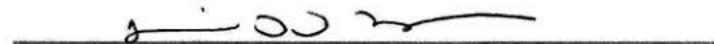
Aprovada em 30 de Julho de 2021

BANCA EXAMINADORA


Prof. Dr. Michèle Cristina Resende Farage -
Orientadora
Universidade Federal de Juiz de Fora


Prof. Dr. Flávia de Souza Bastos - Coorientadora
Universidade Federal de Juiz de Fora


Prof. Dr. Carlos Cristiano Hasenclever Borges
Universidade Federal de Juiz de Fora


Prof. Dr. Givanildo Alves de Azeredo
Universidade Federal da Paraíba

Dedico este trabalho à minha família.

AGRADECIMENTOS

Em tempos tão difíceis, as dificuldades inerentes à produção científica se potencializaram cada vez mais. Se não fosse pelo incentivo emocional e intelectual de tantas pessoas, com certeza essa dissertação não seria possível.

Agradeço primeiramente a Deus e a Nossa Senhora, por terem me guiado em todas as decisões e por terem me dado forças para superar todos os obstáculos.

À minha vó Ana (in memoriam) por ser meu anjo da guarda e minha intercessora.

Aos meus pais Ivaldo e Elizete por serem os maiores incentivadores de meus estudos e por nunca medirem esforços para que eu sempre tivesse acesso a todas as melhores oportunidades. Obrigado por tanto. Eu devo tudo a vocês.

À minha irmã Nayara por torcer sempre por mim e por me apoiar em todas as decisões. Obrigado por cuidar de mim e por lutar por meus sonhos.

À Ana, por todo companheirismo e amor dedicados a mim. Obrigado por entender minha ausência e por me levantar nos momentos difíceis.

Às queridas professoras Michèle e Flávia, por terem acreditado sempre em mim e em minha capacidade. Obrigado por tantos ensinamentos, pela paciência e por todo reconhecimento. Eu devo o sucesso deste trabalho a vocês.

Ao Túllio pela amizade, pela confiança e pelos momentos de distração.

Ao Wesley pela amizade, por lembrar de mim em suas orações e por sempre me ouvir com tanto afeto.

À Kimberly pela amizade, por se fazer presente e por vibrar a cada vitória minha.

Ao Lucas e aos meus padrinhos José Carlos e Ana Maria pela hospitalidade e por todo apoio. Vocês foram essenciais.

Ao Lucas Lucinda por dividir tantas angústias comigo, a Illa por todo carinho e ao Michel pelas risadas. Obrigado por diminuírem as minhas saudades em Juiz de Fora. Vou levar vocês para a vida.

Aos colegas do Programa de Pós Graduação em Engenharia Civil (PEC) por todo suporte, pelas discussões, pelos momentos de lazer e por compartilharem tantos conhecimentos.

À Lahis por toda ajuda e por dividir seu trabalho comigo.

Ao Aldemon por todos auxílios prestados.

A todos os professores do PEC, que contribuíram de alguma forma com a construção deste trabalho. Obrigado por todas experiências e saberes transmitidos.

À Tatiana e a todos funcionários do PEC por todo empenho e dedicação.

À Jordana pelo profissionalismo e por me ajudar a reconectar com a melhor versão de mim.

A todos familiares, amigos, colegas e profissionais, que de alguma forma tornaram possível este projeto.

À Universidade Federal de Juiz de Fora e em especial ao PEC por toda infraestrutura, por ter me proporcionado um recomeço com tantos desafios e me feito evoluir tanto, pessoalmente e profissionalmente.

À FAPEMIG pelo suporte financeiro.

RESUMO

O concreto é uma mistura hábil de componentes comuns da superfície terrestre, o que, associado ao fato de não requerer mão de obra altamente qualificada para sua produção e ao seu bom desempenho térmico e mecânico, o torna o material construtivo mais utilizado pelo homem. Nesse contexto, o desenvolvimento urbano e a conseqüente evolução da construção civil proporcionaram uma crescente sofisticação das estruturas de concreto, implicando em solicitações de uso cada vez mais severas, como é o caso da submissão a gradientes térmicos, que pode fazer parte da condição de uso da estrutura, e estar prevista em projeto, ou ocorrer de forma acidental através de incêndios. Sendo assim, é necessário desenvolver modelos realistas, capazes de prever com confiabilidade, o comportamento dessas estruturas. Porém, esse não é um processo simples, uma vez que esse material apresenta uma microestrutura altamente complexa e heterogênea, o que aliado aos mecanismos de fissuração, resulta no seu comportamento não linear. Visando contribuir com este cenário, foi analisado computacionalmente o comportamento termomecânico de estruturas de concreto submetidas a altas temperaturas, empregando um conjunto de dados experimentais fornecidos pela Universidade Cergy-Pontoise, na França. Para isso, foram gerados corpos de prova sintéticos bidimensionais e tridimensionais, a partir dos quais foram feitas simulações utilizando o programa comercial de elementos finitos Abaqus e seu recurso de subrotinas. Através da implementação do modelo de dano de Mazars (1984), foi avaliada a evolução do dano, comparando os resultados das geometrias consideradas, constatando-se a congruência entre as mesmas. Para tal, foram utilizados problemas inversos para obtenção de parâmetros e propriedades desconhecidas, e foram desenvolvidos três modelos, sendo um elástico, um térmico e um termomecânico. Posteriormente, foi realizado o estudo da influência dos parâmetros do modelo de dano de Mazars (1984) na evolução do módulo de Young. Por fim, foi avaliado o impacto da granulometria e do volume relativo dos agregados no processo de danificação do concreto. Os resultados obtidos atestaram a eficácia da metodologia proposta.

Palavras-chave: Dano. Termomecânico. Concreto.

ABSTRACT

Concrete is a handy mixture of typical components of the earth's surface. It is associated with the fact that it does not require highly qualified labor for its production and good thermal and mechanical performance, making it the most used construction material. In this context, urban development and the consequent evolution of civil construction provided an increasing sophistication of concrete structures, implying increasingly severe requests for use, as in the case of submission to thermal gradients, which may be part of the condition of use of the structure, and be planned in design, or occur accidentally through fires. Therefore, it is necessary to develop realistic models capable of reliably predicting these structures' behavior. However, this is not a simple process. Once the microstructure of this material is highly complex and heterogeneous, what is associated with the cracking mechanisms, results in its non-linear behavior. Aiming to contribute to this scenario, the thermomechanical behavior of concrete structures submitted to high temperatures was analyzed computationally, using a set of experimental data provided by the Cergy-Pontoise University in France. For this, two-dimensional and three-dimensional synthetic specimens were generated, from which simulations were made using the commercial finite element program Abaqus and its subroutine resource. Through the implementation of the Mazars (1984) damage model, the damage evolution was evaluated, comparing the results of the considered geometries, verifying the congruence between them. For this purpose, inverse problems were used to obtain unknown parameters and properties, and three models were developed, one elastic, one thermal and one thermomechanical. Subsequently, the study of the influence of the parameters of the damage model Mazars (1984) on the evolution of Young's modulus was carried out. Finally, the impact of the granulometry and the relative volume of the aggregates on the concrete damage process was evaluated. The results obtained attest to the effectiveness of the proposed methodology.

Keywords: Damage. Thermomechanical. Concrete.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Consumo nacional de cimento Portland	15
Figura 2 – Incêndio no edifício Wilton Paes de Almeida	17
Figura 3 – Macroestrutura do concreto	24
Figura 4 – Microestrutura do concreto	26
Figura 5 – Volume de controle diferencial $dx \cdot dy \cdot dz$	27
Figura 6 – Condição de contorno e inicial para a formulação térmica	29
Figura 7 – Forças de corpo e superfície agindo em uma porção arbitrária do contínuo	30
Figura 8 – Mudança de configuração em um corpo submetido a solicitações externas	33
Figura 9 – Condições de contorno da formulação mecânica	38
Figura 10 – Elemento de volume representativo	39
Figura 11 – Elemento de volume representativo solicitado uniaxialmente	40
Figura 12 – Comportamento mecânico experimental e do modelo de dano de Mazars (1984)	42
Figura 13 – Procedimento para a construção de um modelo genérico no software Abaqus	45
Figura 14 – Estrutura de uma subrotina UMAT	46
Figura 15 – Procedimento de confecção e armazenamento dos corpos de prova	48
Figura 16 – Corpos de prova sendo aquecidos	49
Figura 17 – Ensaio de compressão uniaxial	49
Figura 18 – Relação entre o módulo de Young experimental e a temperatura do concreto com granito vermelho	50
Figura 19 – Simetrias consideradas nos corpos de prova e área hachurada implementada	51
Figura 20 – Curva granulométrica do granito vermelho	51
Figura 21 – Geometrias dos modelos considerados	53
Figura 22 – Restrições consideradas no modelo elástico	54
Figura 23 – Convergência de malha no modelo elástico	55
Figura 24 – Malhas geradas para cada modelo	56
Figura 25 – Procedimento para obtenção dos parâmetros mecânicos iniciais	57
Figura 26 – Restrições consideradas no modelo térmico	58
Figura 27 – Restrições consideradas no modelo térmico bifásico 3D	59
Figura 28 – Relação entre o coeficiente de expansão térmica e a temperatura	59
Figura 29 – Relação entre o calor específico relativo do concreto e a temperatura	60
Figura 30 – Convergência de malha no modelo térmico para os modelos bidimensionais	61

Figura 31 – Malha gerada para o modelo tridimensional vista em uma seção	62
Figura 32 – Procedimento para obtenção dos parâmetros mecânicos complementares	64
Figura 33 – Evolução do módulo de Young pela temperatura, para o concreto e suas fases	64
Figura 34 – Restrições consideradas no modelo termomecânico	66
Figura 35 – Convergência de malha no modelo termomecânico	67
Figura 36 – Procedimento para obtenção dos parâmetros de Mazars (1984)	69
Figura 37 – Estrutura da subrotina UMAT implementada	71
Figura 38 – Campo de temperaturas, em K, para o modelo bifásico bidimensional	74
Figura 39 – Campo de temperaturas, em K, para o modelo trifásico bidimensional	74
Figura 40 – Campo de temperaturas, em K, para o modelo bifásico tridimensional	74
Figura 41 – Relação da temperatura média (interna) e a temperatura aplicada (externa)	75
Figura 42 – Mapa de dano (adimensional) para o modelo bifásico bidimensional	76
Figura 43 – Mapa de dano (adimensional) para o modelo trifásico bidimensional	76
Figura 44 – Mapa de dano (adimensional) para o modelo bifásico tridimensional	77
Figura 45 – Evolução do dano para o concreto e suas fases	77
Figura 46 – Mapa de módulo de Young, em MPa, para o modelo bifásico bidimensional	78
Figura 47 – Mapa de módulo de Young, em MPa, para o modelo trifásico bidimensional	78
Figura 48 – Mapa de módulo de Young, em MPa, para o modelo bifásico tridimensional	79
Figura 49 – Relação do módulo de Young e o dano	79
Figura 50 – Evolução do módulo de Young para o concreto	80
Figura 51 – Evolução do módulo de Young para o concreto e suas fases e comparação dos resultados numéricos (N) e experimentais (E) para os modelos bidimensionais	80
Figura 52 – Evolução do módulo de Young para o concreto e suas fases e comparação dos resultados numéricos (N) e experimentais (E) para o modelo bifásico 3D	81
Figura 53 – Estudo da influência de A_t e B_t para o modelo bifásico bidimensional	81
Figura 54 – Estudo da influência de ϵ_{d0} para o modelo bifásico bidimensional	82
Figura 55 – Estudo da influência dos parâmetros de Mazars (1984) para o modelo trifásico bidimensional	82
Figura 56 – Estudo da influência dos parâmetros de Mazars (1984) para o modelo bifásico tridimensional	83

Figura 57 – Mapa de dano final (adimensional) para os modelos com parâmetros de compressão	84
Figura 58 – Mapa de módulo de Young final, em MPa, para os modelos com parâmetros de compressão	85
Figura 59 – Comparativo da evolução do módulo de Young para o concreto nos modelos com apenas parâmetros de tração (T) e que também incluem os de compressão (T,C)	85
Figura 60 – Curvas granulométricas geradas para os modelos bidimensionais (2D) e para o modelo tridimensional (3D)	87
Figura 61 – Geometrias geradas para o modelo bifásico bidimensional	87
Figura 62 – Geometrias geradas para o modelo trifásico bidimensional	88
Figura 63 – Geometrias geradas para o modelo bifásico tridimensional	88
Figura 64 – Campo de temperaturas final para o modelo trifásico e bifásico bidimensional	89
Figura 65 – Campo de temperaturas final para o modelo bifásico tridimensional	89
Figura 66 – Mapa de dano final (adimensional) para o modelo bifásico bidimensional	90
Figura 67 – Mapa de dano final (adimensional) para o modelo trifásico bidimensional	90
Figura 68 – Mapa de dano final (adimensional) para o modelo bifásico tridimensional	91
Figura 69 – Evolução do dano no concreto para cada geometria considerada nos modelos bidimensionais	92
Figura 70 – Mapa de módulo de Young final, em MPa, para o modelo bifásico bidimensional	93
Figura 71 – Mapa de módulo de Young final, em MPa, para o modelo trifásico bidimensional	93
Figura 72 – Mapa de módulo de Young final, em MPa, para o modelo bifásico tridimensional	94
Figura 73 – Evolução do módulo de Young do concreto para cada geometria considerada	94
Figura 74 – Geometrias geradas para o modelo bifásico bidimensional	97
Figura 75 – Geometrias geradas para o modelo trifásico bidimensional	98
Figura 76 – Geometrias geradas para o modelo bifásico tridimensional	98
Figura 77 – Campo de temperaturas final para os modelos trifásico e bifásico bidimensional	99
Figura 78 – Campo de temperaturas final para o modelo bifásico tridimensional	99
Figura 79 – Mapa de dano final (adimensional) para o modelo bifásico bidimensional	100

Figura 80 – Mapa de dano final (adimensional) para o modelo trifásico bidimensional	101
Figura 81 – Mapa de dano final (adimensional) para o modelo bifásico tridimensional	101
Figura 82 – Evolução do dano no concreto para cada geometria considerada	102
Figura 83 – Mapa de módulo de Young final, em MPa, para o modelo bifásico bidimensional	103
Figura 84 – Mapa de módulo de Young final, em MPa, para o modelo trifásico bidimensional	103
Figura 85 – Mapa de módulo de Young final, em MPa, para o modelo bifásico tridimensional	104
Figura 86 – Evolução do módulo de Young no concreto para cada geometria considerada	105

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Propriedades elásticas dos materiais	57
Tabela 2 – Propriedades térmicas dos materiais, sendo T a temperatura considerada	60
Tabela 3 – Parâmetros ajustados para o modelo de Mazars (1984)	70
Tabela 4 – Comparação entre os módulos de Young numéricos e experimentais do concreto	76
Tabela 5 – Avaliação dos parâmetros α_t e α_c	83
Tabela 6 – Parâmetros ajustados para o modelo de Mazars (1984) considerando também A_c e B_c	84
Tabela 7 – Temperatura média no corpo de prova para a temperatura externa de 803,15K	90
Tabela 8 – Dano médio no corpo de prova para a temperatura externa final de 803,15K	92
Tabela 9 – Módulo de Young médio no corpo de prova para a temperatura externa de 803,15K	95
Tabela 10 – Temperatura média no corpo de prova para a temperatura externa de 803,15K	100
Tabela 11 – Comparação da temperatura média nos corpos de prova com 40% de volume em agregados para a temperatura externa de 803,15K	100
Tabela 12 – Comparação do dano médio nos corpos de prova com 40% de volume em agregados para a temperatura externa de 803,15K	103
Tabela 13 – Comparação do módulo de Young médio no corpo de prova com 40% de volume em agregados para a temperatura externa de 803,15K	105

SUMÁRIO

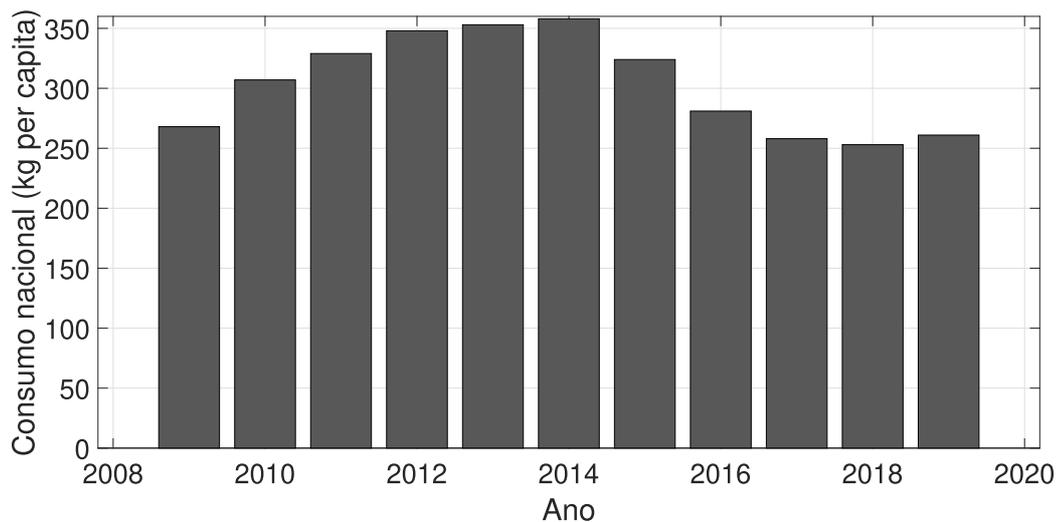
1	INTRODUÇÃO	15
1.1	OBJETIVO GERAL	17
1.1.1	Objetivos específicos	18
1.2	TRABALHOS RELACIONADOS	18
1.2.1	Comportamento termomecânico do concreto	18
1.2.2	Modelos de dano no contínuo	20
1.2.3	Linha de pesquisa	21
1.3	ESTRUTURA DO TEXTO	22
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	24
2.1	ESTRUTURA DO CONCRETO	24
2.1.1	Agregados	25
2.1.2	Matriz de argamassa	25
2.1.3	Zona de transição na interface	25
2.2	FORMULAÇÃO TÉRMICA	26
2.2.1	Equação geral da condução de calor	27
2.2.2	Condições iniciais e de contorno	29
2.3	FORMULAÇÃO MECÂNICA	30
2.3.1	Deformações	32
2.3.2	Relação constitutiva: Lei de Hooke	34
2.3.3	Casos particulares: estados planos	36
2.3.4	Condições de contorno	38
2.4	DANO NO CONTÍNUO	38
2.4.1	Formulação básica	39
2.5	O MODELO DE DANO DE MAZARS	42
2.6	O ABAQUS	44
2.6.1	Subrotinas de usuário	45
3	METODOLOGIA	47
3.1	DADOS EXPERIMENTAIS	48
3.2	OBTENÇÃO DAS GEOMETRIAS	50
3.3	MODELO ELÁSTICO	53
3.4	MODELO TÉRMICO	58
3.5	MODELO TERMOMECÂNICO	62
3.5.1	Implementação do modelo de dano de Mazars	65
3.5.2	Subrotina UMAT	70
4	RESULTADOS	73
4.1	AVALIAÇÃO DO DANO	73
4.2	ANÁLISE PARAMÉTRICA DO MODELO DE DANO DE MAZARS	81

4.3	ESTUDO DA INFLUÊNCIA DOS AGREGADOS NO DANO	86
4.3.1	Avaliação da influência da granulometria	86
4.3.2	Análise da influência do volume relativo	96
5	CONCLUSÃO	106
5.1	TRABALHOS FUTUROS	108
	REFERÊNCIAS	109

1 INTRODUÇÃO

A Associação Brasileira de Normas Técnicas define, através da NBR 12655 (ABNT, 2006), que concreto é um material formado pela mistura homogênea de cimento, agregados miúdo e graúdo e água, que desenvolve suas propriedades pelo endurecimento da pasta de cimento (cimento e água). De acordo com Monteiro et al. (2017), ele é o elemento construtivo mais utilizado pelo homem, sendo o seu consumo mundial de aproximadamente 4,7 toneladas por habitante por ano (ISO, 2020), cerca de 33 bilhões de toneladas anuais, valor esse que é inferior apenas ao consumo de água. A demanda nacional pode ser estimada como sendo sete vezes a de cimento Portland (MONTEIRO et al., 2017), que é um dos principais componentes desse material. No gráfico da Figura 1 é apresentado o atual cenário nacional desse insumo, segundo dados do Sindicato Nacional da Indústria do Cimento (SNIC, 2020).

Figura 1 – Consumo nacional de cimento Portland



Fonte: Adaptado de SNIC (2020).

Mesmo sendo muito bem definido pelas normas existentes e por pesquisadores de todo o mundo, os conhecimentos em relação às bases físicas das propriedades do concreto foram considerados limitados por Mazars (1984), em contraposição à crescente sofisticação das estruturas que implicavam em solicitações de uso cada vez mais severas, como elevadas tensões, esforços dinâmicos, choques térmicos, ambiente corrosivo, dentre outras. Atualmente, constatam-se poucas alterações nesse quadro, apesar da existência de diversos estudos sobre o comportamento desse material (SANTOS, N., 2015; SOARES, 2018), destacando-se a relevância da simulação computacional de elementos de concreto em serviço, para garantir que, além de econômicas, as estruturas também sejam seguras.

Nesse contexto, fica evidenciada a importância do estudo dos fenômenos térmicos,

aplicados a estruturas de concreto. Estas podem ser submetidas a elevadas temperaturas acidentalmente ou em condições normais de serviço (FERREIRA, 2011). O primeiro caso ocorre principalmente devido a incêndios e, dado o baixo controle que se tem sobre este tipo de evento, o mesmo é responsável por grandes danos às estruturas podendo levar ao colapso das mesmas. Já o segundo caso corresponde a menores variações térmicas, que são previstas e consideradas no próprio projeto das estruturas, como ocorre na indústria química, reatores nucleares, alto-fornos, reservatórios para processos químicos e elementos estruturais de proteção contra fogo ou localizados próximos a máquinas de calor (BAZANT; KAPLAN, 1996).

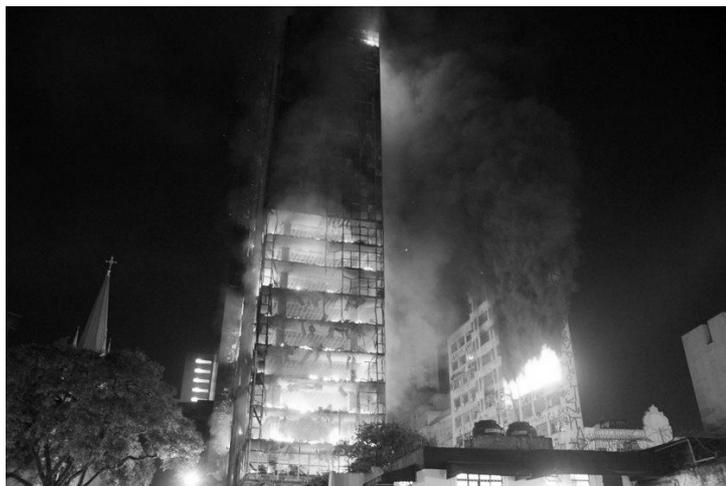
Em relação à ocorrência de incêndios, existem estruturas que por sua natureza estão mais sujeitas a eventos de grandes proporções como edifícios industriais em geral, edifícios-garagem, túneis e armazéns de produtos radioativos, pirotécnicos e inflamáveis (RAZAFINJATO, 2015). Nesses casos, a existência de materiais altamente combustíveis e explosivos, associada à baixa ventilação ambiente, resulta em temperaturas mais significativas em um intervalo de tempo reduzido. Conforme a Federação Internacional do Concreto, a temperatura máxima atingida em construções de maneira geral é de 1000°C , porém esse valor chega a 1100°C para a indústria petroquímica e 1350°C para túneis (FIB, 2007).

Independentemente da origem, o acontecimento desse fenômeno está fortemente associado à perda de patrimônio material e de vidas humanas. Em 2018, o incêndio no edifício Wilton Paes de Almeida, em São Paulo (Figura 2), que possuía 24 andares e foi construído na década de 60, resultou em 7 vítimas fatais além de duas pessoas consideradas desaparecidas (FERNANDES, 2021). Um projeto estrutural mais adequado poderia ter evitado a ruína da estrutura do edifício Wilton Paes de Almeida (JL, 2019) ou ao menos desacelerado esse processo, garantindo um maior tempo de evacuação, reduzindo assim os danos associados.

As estruturas de concreto, em condições normais de exposição, são sujeitas a temperaturas abaixo de 50°C (BAZANT; KAPLAN, 1996). Com a modernização da engenharia, novas concepções estruturais levaram à utilização desse material em condições severas, suscitando o surgimento de concretos refratários capazes de suportar temperaturas de 500° até 2000° . Dentre os fatores que podem alterar a capacidade resistente desses elementos construtivos destacam-se a forma e espessura dos mesmos, o fator água-cimento e conseqüentemente a porosidade do material produzido, a incorporação de aditivos que reduzam pressões de vapor excessivas, a adição de fibras de reforço e a escolha do agregado utilizado.

Quando comparado a outros insumos, nota-se um melhor desempenho termomecânico do concreto justificado pelas características dos materiais que o compõem, como a incombustibilidade em relação à madeira, e coeficientes de dilatação e condutibilidade

Figura 2 – Incêndio no edifício Wilton Paes de Almeida



Fonte: JL (2019).

térmica inferiores, bem como maior calor específico, em relação ao aço (ROCHA, 2018). No entanto, verifica-se que com o aumento da temperatura, ocorre significativa redução do módulo de elasticidade e da resistência característica dos elementos de concreto, que provoca a perda de rigidez, podendo levá-los à ruptura (RAZAFINJATO, 2015).

Apesar dos esforços iniciais, é um processo árduo elaborar modelos realistas do concreto de forma que seu desempenho possa ser previsto com confiabilidade. Isso se deve ao fato da microestrutura desse material ser altamente complexa e heterogênea, o que resulta no seu comportamento não linear (MEHTA; MONTEIRO, 2008). Sendo assim, com o objetivo de mudar este cenário e contribuir com o estudo do comportamento do concreto em situações extremas de temperatura, uma linha de pesquisa envolvendo modelagem computacional do concreto vem sendo desenvolvida na Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF). Dentre os trabalhos produzidos até o momento, pode-se mencionar Amaral (2011), Ferreira (2011), Amaral (2014), Mendes (2014), Assis (2016), Bonifácio (2017), Garcia (2017), Soares (2018) e Assis (2019).

Nesse sentido, este trabalho se insere nessa linha de pesquisa como uma continuação da dissertação de Assis (2019). Tem-se como suas principais contribuições: o aprimoramento da modelagem geométrica, com a generalização para análise de problemas tridimensionais, e ajustes na representação dos efeitos físicos da temperatura sobre as propriedades do material.

1.1 OBJETIVO GERAL

O objetivo geral deste estudo é a simulação termomecânica de estruturas de concreto submetidas a altas temperaturas, através de um programa de elementos finitos, utilizando o modelo de dano de Mazars (1984).

1.1.1 Objetivos específicos

Como objetivo específico tem-se o aprimoramento dos resultados obtidos por Assis (2019), através de considerações físicas obtidas em parceria com a Universidade Cergy-Pontoise, destacando-se:

- a) o aprimoramento da representação geométrica dos modelos bidimensionais bifásico e trifásico adotada na geração dos corpos de prova sintéticos;
- b) o aprimoramento da representação dos efeitos físicos da temperatura sobre as propriedades dos materiais;
- c) a obtenção de resultados numéricos capazes de representar de modo adequado os fenômenos observados em laboratório.
- d) a generalização das simulações através da utilização de corpos de prova sintéticos de geometria tridimensional, e a respectiva implementação do modelo de dano de Mazars (1984) para a mesma.

Além disso, tem-se também como objetivo específico a avaliação do dano em corpos de prova sintéticos sujeitos a expansão térmica. Ainda, a análise numérica do impacto dos parâmetros do modelo em questão nos resultados obtidos. Por fim, o estudo da influência da granulometria dos agregados e do volume relativo dos mesmos no processo de danificação do concreto, para todas geometrias consideradas, destacando-se os cenários mais críticos.

1.2 TRABALHOS RELACIONADOS

Nesta seção são apresentados trabalhos relacionados que buscam compreender o comportamento termomecânico do concreto em altas temperaturas. Ainda, são revisados estudos relacionados a aplicação e ao desenvolvimento de modelos de dano no contínuo. Por último, são mostrados os trabalhos que compõem a linha de pesquisa envolvendo a modelagem computacional do concreto na Universidade Federal de Juiz de Fora.

1.2.1 Comportamento termomecânico do concreto

Segundo Cuoghi (2006), o risco de incêndio e seus prejuízos às vidas humanas tornaram-se cada vez maiores com o desenvolvimento urbano e a consequente evolução da construção civil. Devido a isso, evidencia-se o crescente interesse da comunidade acadêmica em relação ao estudo do comportamento de estruturas de concreto submetidas a altas temperaturas. Nesse contexto, se inserem diversos estudos externos à Universidade Federal de Juiz de Fora.

Dentre esses estudos, Souza e Moreno (2010) investigaram a perda de resistência de concretos produzidos com diferentes tipos de agregados, expostos às temperaturas de 300°C

e 600°C. Além disso, foi avaliada a influência de diferentes processos de reidratação nas propriedades mecânicas do material. Eles constataram um forte decréscimo da resistência à compressão para a temperatura de 600°C. Ainda, concluíram que a reidratação do concreto contribui para recuperar parte significativa dessa resistência e do módulo elástico, independente do tipo de agregado que foi utilizado na sua composição. Essa recuperação foi maior nos corpos de prova imersos em água, do que nos expostos ao ar, independente do tempo de reidratação considerado.

Por sua vez, Fanton (2019) analisou o comportamento termomecânico de lajes de concreto armado em situação de incêndio, através de *softwares* de elementos finitos, calibrando os seus modelos considerando ensaios experimentais obtidos na literatura. A partir desse estudo, foi constatado um melhor comportamento do concreto produzido com agregado calcário, em contraposição ao agregado silicoso, evidenciando a influência da escolha dos materiais que compõem o concreto na resistência ao fogo da estrutura originada.

Já Teixeira (2018) avaliou a interferência da resistência característica (f_{ck}), do nível de temperatura atingido e do tipo de resfriamento, na resistência e no módulo de elasticidade do concreto pós incêndio. Ele concluiu que para um valor menor de resistência característica, maior é a perda de rigidez. Ainda, verificou que o efeito da reidratação era benéfico para concretos expostos a temperaturas de 400°C a 800°C. Além disso, constatou que o resfriamento realizado de maneira brusca (jatos de água fria) resulta em uma maior redução nas propriedades mecânicas residuais do que o lento (correntes de ar). Lorenzon (2014) chegou à mesma conclusão em relação ao tipo de resfriamento utilizado, ao fazer um estudo da resistência residual do concreto submetido a diferentes temperaturas e tempos de exposição. Ela também observou que para maiores tempos de exposição, maior é a perda de resistência à compressão do material.

Com relação à modelagem computacional, Ribeiro (2009) desenvolveu um sistema computacional para a simulação do comportamento de elementos estruturais em situação de incêndio, considerando uma análise termomecânica transiente em modelos tridimensionais. Posteriormente, Padre et al. (2019) utilizaram o programa criado, e desenvolveram um algoritmo para a verificação da resistência de seções de concreto armado à flexão composta oblíqua em temperatura ambiente e em incêndio. Outros pesquisadores que realizaram estudos semelhantes envolvendo modelagem computacional são: Lemos (2014), Ferreira (2019) e Araújo (2019).

Em relação ao programa Abaqus, Filho (2018) realizou uma análise numérica do efeito de altas temperaturas em lajes de concreto armado, tomando como referência órgãos normativos. Para a simulação computacional foi feita uma análise sequencial (térmica e mecânica), e os resultados experimentais foram validados através de dados experimentais disponíveis na literatura. De maneira muito semelhante, Quispe et al. (2020) fizeram um

estudo numérico e térmico em prismas de alvenaria estrutural com blocos de concreto e cerâmicos.

1.2.2 Modelos de dano no contínuo

Além dos trabalhos já apresentados, existe uma diversidade de estudos relacionados à aplicação e desenvolvimento de modelos baseados na mecânica do dano no contínuo. Dentre esses, Pituba e Lacerda (2012) propuseram um modelo que admite o concreto como um meio inicialmente isotrópico que passa a apresentar deformações plásticas, bimodularidade e anisotropia induzida pelo dano. Segundo os autores, o modelo anisotrópico em questão conduziu a um resultado mais realista para estruturas de concreto armado, implementadas a partir de geometrias bidimensionais, quando comparado ao de Mazars (1984), que admite um dano isotrópico.

Já Fernandes (2010) e Santos, S. (2015), que também simularam estruturas de concreto armado, utilizaram um modelo de dano baseado em duas variáveis escalares, uma para tração e outra para compressão, a partir do método de elementos finitos em estado plano de tensões. Esse modelo compartilha diversas premissas com o de Mazars (1984), embora as leis evolutivas do dano e o critério de início do processo de danificação do concreto sejam bem distintos. Para o aço foi utilizado um modelo elastoplástico com endurecimento. Em ambos estudos, a modelagem numérica conduziu a resultados condizentes com os dados experimentais.

Em relação à modelagem constitutiva baseada na mecânica do dano, Gonçalves (2003) propôs um modelo para representar o acúmulo de degradação no concreto devido a cargas repetidas (fadiga). Já Santos (2018) apresentou um modelo para descrição do comportamento do concreto submetido a confinamento uniforme. Ainda, Coelho (2017) e Nardi (2020) desenvolveram modelos considerando a teoria do dano concentrado, que permite supor que o dano exista apenas em rótulas plásticas da estrutura, o que conduz à redução do custo computacional. Por último, Araújo (2003) formulou e implementou um modelo de dano pro concreto considerando o fenômeno de fricção interna nas faces das fissuras que se formam durante a danificação desse material.

Penna (2011), por sua vez, realizou um estudo sobre a formulação multipotencial para modelos de degradação elástica. No mesmo, ele propôs uma unificação teórica que permitia a generalização da modelagem constitutiva. Nesse contexto, a estrutura teórica unificada criada pelo autor, e posteriormente implementada e validada, permitiu a inclusão de outros modelos constitutivos, fossem eles baseados em tensão, deformação, grandezas termodinâmicas ou variáveis de dano. Com isso, foram avaliados modelos de dano isotrópico e ortotrópico, disponíveis na literatura, e também foi desenvolvido um modelo de dano denominado volumétrico.

Em relação ao estudo de formulações clássicas de dano no contínuo, Neto (2019)

simulou o comportamento de barragens através do modelo de Cervera et al. (1996), obtendo bons resultados. Por sua vez, Pituba (1998) avaliou alguns modelos, dentre eles o de Mazars (1984) e o de Álvares (1993), comparando os resultados numéricos obtidos com referências experimentais. O autor considerou que o modelo de Mazars (1984) apresentou resultados satisfatórios levando em conta as suas hipóteses simplificadoras adotadas. Ainda, reconheceu a sua capacidade em se aproximar da realidade a partir da incorporação de alguns procedimentos em sua formulação.

Com relação à aplicação do modelo de dano de Mazars (1984), Codes (2006) descreveu o comportamento de concretos submetidos ao processo de corrosão, considerando que o dano total era composto por uma parcela de dano devido a cargas mecânicas, e outra parcela devido ao efeito do processo corrosivo propriamente dito. O autor concluiu que para esse problema, o dano devido à compressão era mais significativo do que o devido à tração, embora ambos possuíssem mesma ordem de grandeza. Nesse sentido, Liberati et al. (2013) também simularam o efeito da corrosão através do modelo de Mazars (1984), no intuito de analisar a resistência de vigas de concreto armado.

Visando combater a dificuldade associada à calibração dos parâmetros internos do modelo de Mazars (1984), Nogueira (2012) propôs uma metodologia para obtenção dos mesmos via método dos mínimos quadrados e de leis constitutivas teóricas. Foi verificado que os parâmetros obtidos nem sempre estavam nos limites pré-estabelecidos por Mazars (1984), constatando que esses limites podiam ser ampliados. Através de dados numéricos e experimentais, o método proposto foi validado demonstrando boa capacidade de calibração do modelo em questão.

1.2.3 Linha de pesquisa

Ademais, existe na Universidade Federal de Juiz de Fora uma linha de pesquisa a partir da qual diversos trabalhos foram originados, tendo como objetivo a modelagem computacional do concreto submetido a elevadas temperaturas. Dentre esses estudos, Amaral (2011) avaliou a precisão dos valores de distribuição de temperatura nos pontos das seções consideradas, realizando uma análise térmica em regime não-linear, com a imposição da curva de incêndio-padrão, utilizando o Método dos Elementos Finitos através do *software* comercial Abaqus.

Já Ferreira (2011) estudou o comportamento termo-hídrico de estruturas compostas por bicamadas rocha-concreto, através da submissão de concretos convencionais e de alto desempenho a temperaturas de 750°C. Os dados obtidos da análise experimental foram utilizados na implementação de um modelo termo-hídrico no *software* livre Cast3m. Posteriormente, Amaral (2014) incorporou neste o acoplamento mecânico através do modelo de dano de Mazars (1984). Soares (2018) deu continuidade a este estudo, considerando uma avaliação termo-hídrica do comportamento do concreto, através de análises paramétricas e

da comparação dos resultados obtidos com a literatura.

Por sua vez, Mendes (2014) realizou a modelagem computacional mecânica em um modelo bifásico, composto por argamassa e agregado leve, utilizando o Cast3m. Já Assis (2016), fez uma análise mecânica considerando um modelo homogêneo através da implementação de uma sub-rotina UMAT, que possibilitou a inclusão do modelo de dano de Mazars (1984) no Abaqus.

Bonifácio (2017) elaborou uma estratégia computacional para a avaliação de propriedades mecânicas do concreto de agregado leve, por meio da combinação da modelagem do concreto via elementos finitos associadas a métodos de inteligência computacional. Em seu trabalho, Bonifácio (2017) desenvolveu um algoritmo em linguagem Python, capaz de gerar corpos-de-prova de concreto bifásicos, com agregados circulares distribuídos de forma aleatória em sua seção. Utilizando este algoritmo, Garcia (2017) construiu uma metodologia de obtenção das propriedades mecânicas dos agregados leves presentes em concreto, via simulação computacional de ensaios de compressão uniaxial em corpos de prova.

Por fim, Assis (2019) avaliou o comportamento termomecânico do concreto submetido a altas temperaturas, através do modelo de dano de Mazars (1984), utilizando uma subrotina UMAT no Abaqus. Para isso, implementou corpos de prova de concreto em duas geometrias planas distintas: a bifásica, composta pelas fases argamassa e agregado, e a trifásica, composta também pela zona de transição entre o agregado e a pasta de argamassa, considerando simplificações na curva granulométrica do agregado graúdo. Em seu estudo, Assis (2019) assumiu que todos os componentes do concreto sofriam dano com a elevação da temperatura, e ainda, estimou o valor do módulo elástico homogenizado da seção a partir da média ponderada dos módulos de cada componente, pela área total dos mesmos. Além disso, as propriedades térmicas foram consideradas constantes em seu valor ambiente durante a elevação da temperatura.

1.3 ESTRUTURA DO TEXTO

Esta dissertação é composta por seis capítulos, incluindo o presente, onde foi realizada uma breve introdução sobre o tema abordado, destacando-se sua relevância e justificativa. Além disso, foram apresentados os objetivos pretendidos nesta pesquisa e foi feito um levantamento de trabalhos relacionados.

No segundo capítulo é feita uma revisão bibliográfica. Também é trazida uma discussão sobre a estrutura do concreto e é exibida a formulação térmica e mecânica que descreve o problema proposto. Ainda, é mostrada a fundamentação teórica de modelos de dano no contínuo e especificamente do modelo de dano de Mazars (1984). Por fim são abordados os métodos e recursos computacionais empregados neste estudo.

No terceiro capítulo é apresentada a metodologia utilizada para alcançar os objetivos propostos. No quarto capítulo são mostrados os resultados obtidos através deste trabalho. Por fim, no quinto capítulo, são feitas as considerações finais e as conclusões alcançadas, além de sugestões para trabalhos futuros.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

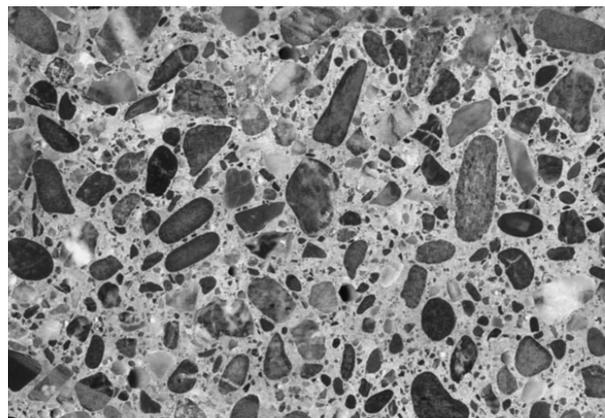
Neste capítulo, primeiramente, é trazida uma discussão sobre a estrutura do concreto e é exibida a formulação térmica e mecânica que rege o problema proposto. Em seguida, é apresentada a fundamentação teórica de modelos de dano no contínuo e especificamente do modelo de dano de Mazars (1984). Por fim, são mostrados os recursos computacionais utilizados na simulação computacional.

2.1 ESTRUTURA DO CONCRETO

O concreto é produzido a partir do endurecimento de uma mistura homogênea de cimento, agregados graúdo e miúdo e água. Apesar disso, o mesmo apresenta uma microestrutura altamente complexa e heterogênea o que faz com que os modelos teóricos da relação microestrutura-propriedade não tenham muito uso prático para o concreto (MEHTA; MONTEIRO, 2008). Portanto, ainda há muito o que ser desenvolvido em termos de previsibilidade das propriedades e consequente comportamento estrutural desse componente construtivo.

Define-se como macroestrutura de um material os elementos que são visíveis a olho nu em uma seção qualquer do mesmo (MEHTA; MONTEIRO, 2008). Desse modo, identifica-se na macroestrutura do concreto duas fases distintas, sendo ela composta pelos agregados graúdos dispersos aleatoriamente na matriz de argamassa, que é resultante da mistura dos agregados miúdos e da pasta de cimento hidratado, como é apresentado na Figura 3.

Figura 3 – Macroestrutura do concreto



Fonte: Mehta e Monteiro (2008).

Já a microestrutura representa a porção com grandeza microscópica da macroestrutura (MEHTA; MONTEIRO, 2008). Nesse contexto, em nível microscópico se torna evidente que as fases constituintes do concreto não são homogêneas entre si, e ainda, não

são distribuídas de forma homogênea na seção. Com isso, existem regiões na matriz de argamassa que são consideravelmente densas e regiões que são extremamente porosas, sendo essas últimas localizadas na interface argamassa-agregado. Logo, deve-se considerar uma terceira fase constituinte do concreto, denominada zona de transição na interface (ZTI), uma vez que a microestrutura na vizinhança dos agregados graúdos é muito diferente das demais regiões da matriz de argamassa.

Sendo assim, em uma abordagem macroscópica o concreto é considerado um material bifásico formado pelas fases agregado graúdo e matriz de argamassa. Por sua vez, em uma abordagem microscópica o concreto é considerado um material trifásico composto também pela zona de transição na interface argamassa-agregado. Portanto, o conhecimento de cada uma dessas fases e da sua contribuição nas propriedades finais desse material é determinante na escolha da abordagem mais adequada para a modelagem que deseja-se realizar.

2.1.1 Agregados

De acordo com a NBR 9935 (ABNT, 2011), agregados são materiais pétreos granulares, geralmente inertes, com dimensões e propriedades adequadas para a preparação de argamassa ou concreto. Eles formam a fase que é a principal responsável por algumas importantes propriedades físicas do concreto, como a massa unitária e o módulo de elasticidade (MEHTA; MONTEIRO, 2008). Além disso, conferem estabilidade dimensional e afetam diretamente a retração sofrida durante o endurecimento desse material, e a resistência à abrasão (FERREIRA, 2011).

2.1.2 Matriz de argamassa

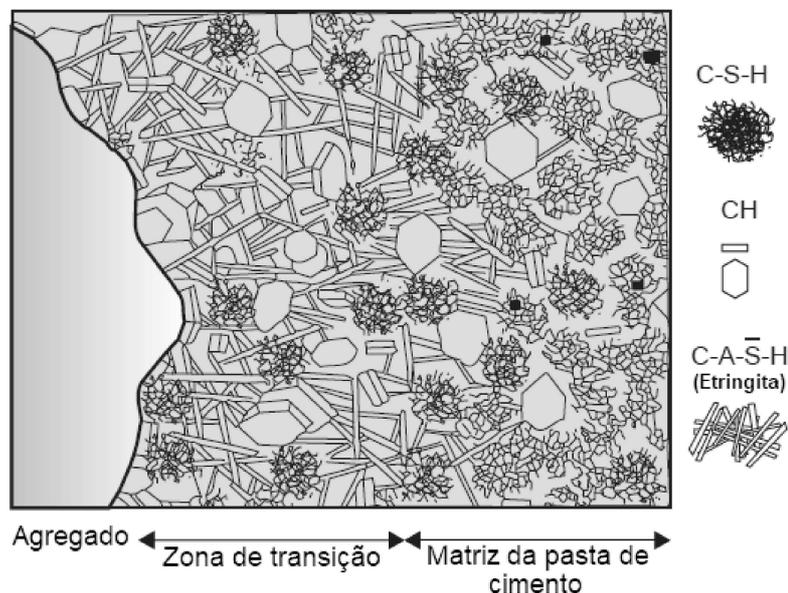
A matriz de argamassa é o produto resultante da mistura de cimento, agregado miúdo e água. Dado isto, sabe-se que o aglomerante mais comum utilizado atualmente na produção desse componente estrutural é o cimento Portland, um aglomerante hidráulico obtido pela moagem de clínquer Portland, que, por sua vez, é um produto constituído em sua maior parte de silicatos de cálcio, ao qual se adiciona durante a operação a quantidade necessária de uma ou mais formas de sulfato de cálcio de acordo com a NBR 5732 (ABNT, 1991).

2.1.3 Zona de transição na interface

A zona de transição na interface argamassa-agregado representa uma fase microscópica do concreto, que embora seja composta pelos mesmos elementos da matriz da pasta de cimento hidratada, possui microestrutura e propriedades significativamente distintas da mesma. Isso pode ser observado na Figura 4. Fica evidente portanto, a necessidade de

se considerar a zona de transição como uma nova fase desse material, juntamente com os agregados, e a matriz de argamassa.

Figura 4 – Microestrutura do concreto



Fonte: Adaptado de Mehta e Monteiro (2008).

Segundo Mehta e Monteiro (2008), as dificuldades experimentais fazem com que não existam dados precisos sobre a zona de transição na interface. Sabe-se que durante o preparo do concreto, formam-se filmes de água nas superfícies dos agregados graúdos, elevando o valor da relação água/cimento nessa região. Em consequência disso, os produtos cristalinos que são originados nas proximidades dos agregados graúdos possuem cristais maiores dos originados na matriz de argamassa, formando uma estrutura mais porosa e portanto, menos resistente.

2.2 FORMULAÇÃO TÉRMICA

Incêndios são fenômenos excepcionais, responsáveis por uma ação térmica de elevada intensidade em um curto período de tempo. Desta forma, altas temperaturas são atingidas, uma vez que os mecanismos de transmissão de calor não são capazes de dispersar rapidamente a energia liberada na reação de combustão (CUOGHI, 2006).

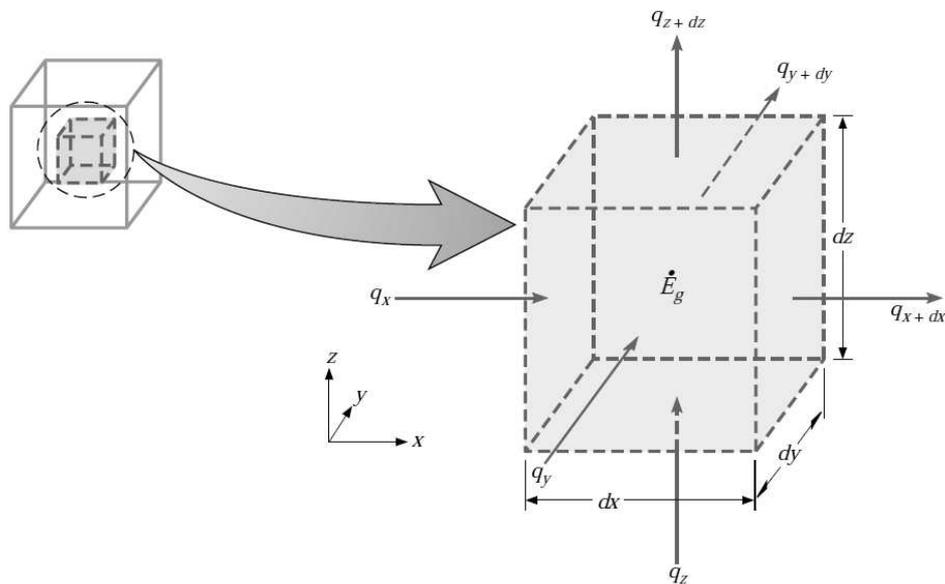
A transferência de energia térmica, como calor, ocorre do meio de maior temperatura para o de menor temperatura segundo três mecanismos: condução, convecção e radiação (ÇENGEL; GHAJAR, 2011). A condução é a transferência de calor das partículas mais energéticas para partículas vizinhas menos energéticas, como resultado da interação entre elas. A convecção é o modo de transferência de energia entre a superfície sólida e o fluido adjacente, que está em movimento. Por fim, a radiação é a energia emitida pela matéria sob a forma de ondas eletromagnéticas.

Na ocorrência de um incêndio, há uma atuação combinada destes três mecanismos, apesar disso, no interior da massa de concreto há predominância do fluxo de calor por condução (BRITTEZ, 2011). Devido a isso, neste estudo considerou-se a propagação de calor exclusivamente por condução.

2.2.1 Equação geral da condução de calor

A partir de um meio homogêneo extrai-se um volume de controle diferencial $dx \cdot dy \cdot dz$, como é apresentado na Figura 5.

Figura 5 – Volume de controle diferencial $dx \cdot dy \cdot dz$



Fonte: Adaptado de Incropera et al. (2007).

Existindo gradientes de temperatura, irá ocorrer transferência de calor através de cada uma das superfícies de controle, nas direções x , y e z , sendo as taxas de transferência de calor q_x , q_y e q_z , respectivamente. A taxa de condução de calor nas superfícies opostas pode ser expressa como uma expansão em série de Taylor na qual, desprezando-se os termos de ordem superior, obtém-se:

$$q_{x+dx} = q_x + \frac{\partial q_x}{\partial x} dx \quad (2.1a)$$

$$q_{y+dy} = q_y + \frac{\partial q_y}{\partial y} dy \quad (2.1b)$$

$$q_{z+dz} = q_z + \frac{\partial q_z}{\partial z} dz \quad (2.1c)$$

Caso exista uma fonte geradora de energia dentro do volume de controle, a taxa de geração de energia térmica será:

$$\dot{E}_g = Q dx dy dz \quad (2.2)$$

onde Q é a taxa de geração de energia por unidade de volume.

A energia térmica armazenada no interior do volume de controle é dada por:

$$\dot{E}_{acu} = \rho c \frac{\partial T}{\partial t} dx dy dz \quad (2.3)$$

onde ρ é a densidade do material, c o calor específico, T a temperatura e t o tempo. O termo $\rho c \partial T / \partial t$ representa a taxa de variação com o tempo da energia sensível do meio (INCROPERA et al., 2007).

Sendo \dot{E}_{ent} a taxa de entrada de calor no volume de controle, e \dot{E}_{sai} a de saída, tem-se através do princípio da conservação de energia, o balanço térmico:

$$\dot{E}_{ent} + \dot{E}_g - \dot{E}_{sai} = \dot{E}_{acu} \quad (2.4)$$

Substituindo as Equações 2.2 e 2.3 em 2.4, e conhecendo os termos \dot{E}_{ent} e \dot{E}_{sai} , obtém-se:

$$q_x + q_y + q_z + Q dx dy dz - q_{x+dx} - q_{y+dy} - q_{z+dz} = \rho c \frac{\partial T}{\partial t} dx dy dz \quad (2.5)$$

Substituindo as Equações 2.1 em 2.5 encontramos:

$$-\frac{\partial q_x}{\partial x} dx - \frac{\partial q_y}{\partial y} dy - \frac{\partial q_z}{\partial z} dz + Q dx dy dz = \rho c \frac{\partial T}{\partial t} dx dy dz \quad (2.6)$$

Segundo a lei de Fourier, as taxas de transferência de calor por condução são dadas por:

$$q_x = -\kappa dy dz \frac{\partial T}{\partial x} \quad (2.7a)$$

$$q_y = -\kappa dx dz \frac{\partial T}{\partial y} \quad (2.7b)$$

$$q_z = -\kappa dx dy \frac{\partial T}{\partial z} \quad (2.7c)$$

onde κ é a condutividade térmica do material.

Por fim substituindo as Equações 2.7 em 2.6 e dividindo os termos pelo volume infinitesimal $dx \cdot dy \cdot dz$ chegamos a:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\kappa \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\kappa \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\kappa \frac{\partial T}{\partial z} \right) + Q = \rho c \frac{\partial T}{\partial t} \quad (2.8)$$

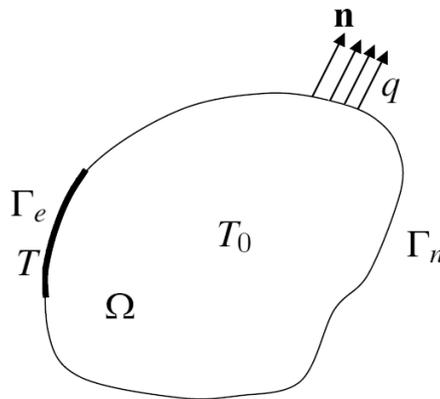
A Equação 2.8 é a equação geral da condução de calor em coordenadas retangulares (ÇENGEL; GHAJAR, 2011).

2.2.2 Condições iniciais e de contorno

As condições iniciais, assim como as condições de contorno, permitem reduzir o número de incógnitas associadas à equação diferencial da condução do calor (Equação 2.8), tornando-a solucionável. Portanto é através das mesmas, que um problema genérico é conduzido a um caso particular.

Seja o volume de controle demonstrado na Figura 6, composto pelo domínio Ω e pelo contorno Γ , sendo a interseção de Ω e Γ nula. O contorno é dividido em duas parcelas, Γ_e e Γ_n , que não possuem pontos em comum.

Figura 6 – Condição de contorno e inicial para a formulação térmica



Fonte: Adaptado de Ribeiro (2004).

Nesse sentido, a condição inicial representa o campo de temperaturas no tempo inicial ($t = t_0$) e no domínio Ω , ou seja:

$$T(x, y, z, t) = T(x, y, z, 0) = T_0(x, y, z) \quad \text{em } \Omega \quad (2.9)$$

Além da condição inicial é necessário conhecer as condições de contorno. Essas são divididas em essenciais ou de Dirichlet, e naturais ou de Neumann. As condições

de contorno essenciais correspondem à especificação da temperatura em uma parte do contorno:

$$T = T(x, y, z, t) \text{ em } \Gamma_e \quad (2.10)$$

Já as condições de contorno naturais correspondem a fluxos de calor prescritos numa parte do contorno, que possui direção normal n em relação ao mesmo:

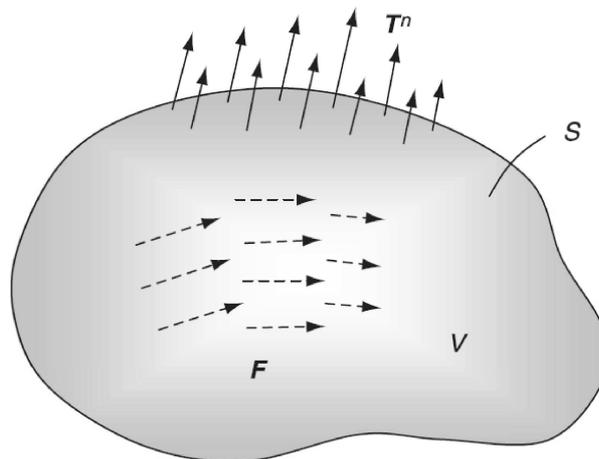
$$q = \kappa \frac{\partial T}{\partial n} = q(x, y, z, t) \text{ em } \Gamma_n \quad (2.11)$$

2.3 FORMULAÇÃO MECÂNICA

O campo de tensão em um sólido elástico é continuamente distribuído dentro do corpo sendo exclusivamente determinável a partir das cargas aplicadas (SADD, 2014). Sendo assim, para que o corpo esteja em equilíbrio, as equações de equilíbrio estático devem ser satisfeitas, ou seja, o somatório de forças e momentos é zero, tanto para o corpo, quanto para as partes individuais que o compõe.

Seja o subdomínio fechado da Figura 7, extraído de um corpo em equilíbrio, que possui volume V e superfície S , estando submetido a forças de superfície T^n e forças de corpo F , distribuídas de maneira genérica.

Figura 7 – Forças de corpo e superfície agindo em uma porção arbitrária do contínuo



Fonte: Sadd (2014).

Pela conservação do momento linear tem-se que a resultante das forças atuantes na região são nulas, ou seja:

$$\iint_S T_i^n dS + \iiint_V F_i dV = 0 \quad (2.12)$$

As forças de superfície podem ser reescritas em função da tensão (σ) e da normal unitária ao plano em que elas atuam (n), segundo a seguinte equação:

$$T_i^n = \sigma_{ji}n_j \quad (2.13)$$

Aplicando a Equação 2.13 em 2.12 obtém-se:

$$\iint_S \sigma_{ji}n_j dS + \iiint_V F_i dV = 0 \quad (2.14)$$

O teorema de Gauss, conhecido como teorema da divergência, afirma que caso S seja uma superfície contínua por partes que delimita um volume no espaço V , e ainda, caso o campo vetorial u seja contínuo, e com primeiras derivadas contínuas em V , pode-se escrever que:

$$\iint_S u \cdot n dS = \iiint_V \nabla \cdot u dV = 0 \quad (2.15)$$

em que ∇ representa o operador diferencial, tal que, $\nabla \cdot u$, para as direções x , y e z do espaço cartesiano, sendo $u = (u_x, u_y, u_z)$ é dado por:

$$\nabla = \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \quad (2.16)$$

Aplicando o teorema descrito na Equação 2.15, reescreve-se a equação 2.14 transformando a integral de superfície para integral de volume:

$$\iiint_V (\sigma_{ji,j} + F_i) dV = 0 \quad (2.17)$$

Uma vez que o integrando é contínuo, e V é uma região arbitrária, tem-se que, para que a integral no volume seja nula, o integrando deverá ser nulo também. Assim:

$$\sigma_{ji,j} + F_i = 0 \quad (2.18)$$

Pela simetria do tensor de tensões temos que $\tau_{xy} = \tau_{yx}$, $\tau_{xz} = \tau_{zx}$ e $\tau_{yz} = \tau_{zy}$, ou seja, $\sigma_{ji} = \sigma_{ij}$. Portanto, a Equação 2.18 também pode ser escrita como:

$$\sigma_{ij,j} + F_i = 0 \quad (2.19)$$

Desenvolvendo a Equação 2.19 em notação escalar encontramos:

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} + F_x = 0 \quad (2.20a)$$

$$\frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} + F_y = 0 \quad (2.20b)$$

$$\frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + F_z = 0 \quad (2.20c)$$

As Equações 2.20 são denominadas Equações de Navier. O tensor de tensões associado é:

$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

Esse tensor pode ser escrito na forma de um vetor coluna, como sendo:

$$\sigma_v = \left[\sigma_x \quad \sigma_y \quad \sigma_z \quad \tau_{yz} \quad \tau_{xz} \quad \tau_{xy} \right]^T = \left[\sigma_1 \quad \sigma_2 \quad \sigma_3 \quad \sigma_4 \quad \sigma_5 \quad \sigma_6 \right]^T \quad (2.22)$$

Essa notação é denominada notação de Voigt, que possui ampla utilização na modelagem computacional, uma vez que permite reduzir a ordem do tensor e eliminar componentes simétricas, o que conseqüentemente diminui o recurso computacional necessário na implementação do modelo em questão.

Sendo seis as componentes distintas do tensor de tensões, evidencia-se que as mesmas não podem ser determinadas apenas com as Equações 2.20a, 2.20b e 2.20c.

2.3.1 Deformações

Seja $\mathbf{u} = (u, v, w)$ o campo de deslocamentos através do qual um corpo deformável passa de uma configuração inicial A a uma configuração final deformada A^* , conforme apresentado na Figura 8.

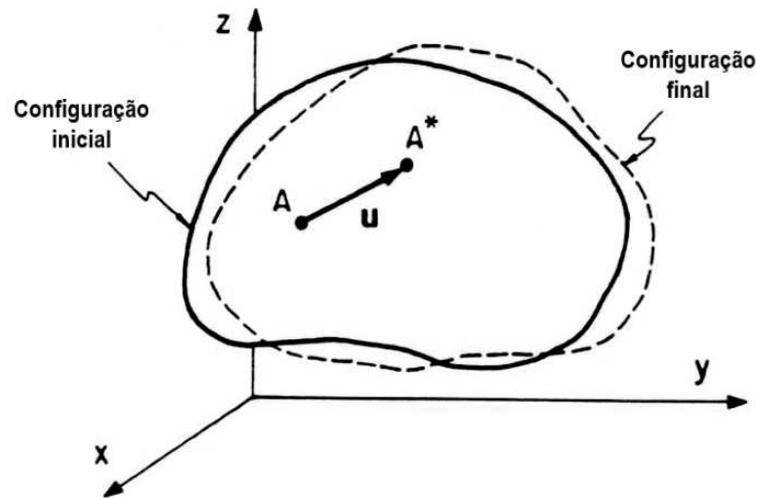
Assumindo o regime de pequenos deslocamentos, o tensor de deformações fica determinado por:

$$\epsilon = \frac{1}{2} \left[\nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T \right] \quad (2.23)$$

em que ∇ representa o operador diferencial, tal que, $\nabla \mathbf{u}$ é dado por:

$$\nabla \mathbf{u} = \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} & \frac{\partial u}{\partial y} & \frac{\partial u}{\partial z} \\ \frac{\partial v}{\partial x} & \frac{\partial v}{\partial y} & \frac{\partial v}{\partial z} \\ \frac{\partial w}{\partial x} & \frac{\partial w}{\partial y} & \frac{\partial w}{\partial z} \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

Figura 8 – Mudança de configuração em um corpo submetido a solicitações externas



Fonte: Adaptado de Villaça e Garcia (1998).

Sendo assim, obtém-se:

$$\epsilon_{ij} = \frac{1}{2} (u_{i,j} + u_{j,i}) \quad (2.25)$$

O tensor de deformações que também é simétrico, ou seja, $\epsilon_{ij} = \epsilon_{ji}$, pode ser escrito na forma matricial como:

$$\epsilon = \begin{bmatrix} \epsilon_x & \epsilon_{xy} & \epsilon_{xz} \\ \epsilon_{yx} & \epsilon_y & \epsilon_{yz} \\ \epsilon_{zx} & \epsilon_{zy} & \epsilon_z \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

As deformações angulares podem ser obtidas através das seguintes equações:

$$\gamma_{xy} = 2\epsilon_{xy} \quad (2.27a)$$

$$\gamma_{xz} = 2\epsilon_{xz} \quad (2.27b)$$

$$\gamma_{yz} = 2\epsilon_{yz} \quad (2.27c)$$

Com isso o tensor de deformações em notação de Voigt fica:

$$\epsilon_v = \left[\epsilon_x \quad \epsilon_y \quad \epsilon_z \quad 2\epsilon_{yz} \quad 2\epsilon_{xz} \quad 2\epsilon_{xy} \right]^T = \left[\epsilon_1 \quad \epsilon_2 \quad \epsilon_3 \quad \epsilon_4 \quad \epsilon_5 \quad \epsilon_6 \right]^T \quad (2.28)$$

Além disso, pode-se calcular as deformações térmicas a partir da equação:

$$\epsilon_{ij}^{(T)} = \alpha_{ij} \Delta T \quad (2.29)$$

onde ΔT é a diferença entre a temperatura atual e a temperatura ambiente ($T - T_0$), e α_{ij} é o tensor dos coeficientes de expansão térmica.

Caso o material seja isotrópico a seguinte relação se torna verdadeira:

$$\alpha_x = \alpha_y = \alpha_z = \alpha \quad (2.30)$$

e conseqüentemente:

$$\epsilon_x^{(T)} = \epsilon_y^{(T)} = \epsilon_z^{(T)} = \alpha \Delta T \quad (2.31a)$$

$$\epsilon_{xy}^{(T)} = \epsilon_{yz}^{(T)} = \epsilon_{zx}^{(T)} = 0 \quad (2.31b)$$

2.3.2 Relação constitutiva: Lei de Hooke

Segundo Villaça e Garcia (1998), as relações constitutivas são responsáveis por ligar as componentes de tensão às de deformação, caracterizando o comportamento físico do material. Nesse contexto, a lei de Hooke representa um dos modelos mais simples, descrevendo o comportamento de materiais lineares elásticos. Em sua forma geral e tridimensional, tem-se:

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \epsilon_{kl} \quad (2.32)$$

em que C_{ijkl} é um tensor de quarta ordem cujas componentes incluem todos os parâmetros utilizados para a caracterização do material.

Mesmo considerando a simetria dos tensores de tensão e de deformação, ainda restariam 36 componentes distintas no tensor de elasticidade C . Porém, uma vez que o material seja considerado isotrópico, apenas dois parâmetros independentes são necessários e a Equação 2.32 se resume a:

$$\sigma_{ij} = \lambda \epsilon_{kk} \delta_{ij} + 2\mu \epsilon_{ij} \quad (2.33)$$

onde δ_{ij} é conhecido como delta de Kronecker, tal que:

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{se } i = j \\ 0, & \text{se } i \neq j \end{cases} \quad (2.34)$$

ainda, λ e μ são as constantes de Lamé, definidas respectivamente por:

$$\lambda = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} \quad (2.35)$$

e

$$\mu = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (2.36)$$

em que E é o módulo de Young do material, e ν o coeficiente de Poisson.

Pode-se reescrever a Equação 2.33 na forma escalar e individual, assim:

$$\sigma_x = \lambda(\epsilon_x + \epsilon_y + \epsilon_z) + 2\mu\epsilon_x \quad (2.37a)$$

$$\sigma_y = \lambda(\epsilon_x + \epsilon_y + \epsilon_z) + 2\mu\epsilon_y \quad (2.37b)$$

$$\sigma_z = \lambda(\epsilon_x + \epsilon_y + \epsilon_z) + 2\mu\epsilon_z \quad (2.37c)$$

$$\tau_{xy} = 2\mu\epsilon_{xy} \quad (2.37d)$$

$$\tau_{yz} = 2\mu\epsilon_{yz} \quad (2.37e)$$

$$\tau_{zx} = 2\mu\epsilon_{zx} \quad (2.37f)$$

As Equações 2.33 e 2.37 representam a lei de Hooke para sólidos isotrópicos elásticos lineares. Nesse contexto, a matriz constitutiva C , que correlaciona as seis componentes distintas de tensão (Equação 2.22) e deformação (Equação 2.28) é:

$$C = \begin{bmatrix} \lambda + 2\mu & \lambda & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda + 2\mu & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda & \lambda + 2\mu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu \end{bmatrix} \quad (2.38)$$

tal que:

$$\begin{bmatrix} \sigma_x & \sigma_y & \sigma_z & \tau_{yz} & \tau_{xz} & \tau_{xy} \end{bmatrix}^T = C \begin{bmatrix} \epsilon_x & \epsilon_y & \epsilon_z & 2\epsilon_{yz} & 2\epsilon_{xz} & 2\epsilon_{xy} \end{bmatrix}^T \quad (2.39)$$

Mantendo-se válidas as hipóteses anteriores, é possível calcular a tensão associada às deformações térmicas (Equação 2.29), através da lei de Hooke (Equação 2.37). Sendo assim, tem-se que:

$$\sigma_{ij}^{(T)} = -(3\lambda + 2\mu)\alpha\Delta T\delta_{ij} \quad (2.40)$$

em que α é o coeficiente de expansão térmica do material. Logo:

$$\sigma_x^{(T)} = \sigma_y^{(T)} = \sigma_z^{(T)} = -(3\lambda + 2\mu)\alpha\Delta T \quad (2.41a)$$

$$\tau_{xy}^{(T)} = \tau_{yz}^{(T)} = \tau_{zx}^{(T)} = 0 \quad (2.41b)$$

Acoplando as tensões térmicas (Equação 2.40) na Equação 2.33, encontra-se as tensões termomecânicas, tais que:

$$\sigma_{ij} = \lambda \epsilon_{kk} \delta_{ij} + 2\mu \epsilon_{ij} - (3\lambda + 2\mu) \alpha \Delta T \delta_{ij} \quad (2.42)$$

onde σ_{ij} é o tensor de tensões termomecânicas.

Portanto a equação 2.37 se torna:

$$\sigma_x = \lambda(\epsilon_x + \epsilon_y + \epsilon_z) + 2\mu\epsilon_x - (3\lambda + 2\mu)\alpha\Delta T \quad (2.43a)$$

$$\sigma_y = \lambda(\epsilon_x + \epsilon_y + \epsilon_z) + 2\mu\epsilon_y - (3\lambda + 2\mu)\alpha\Delta T \quad (2.43b)$$

$$\sigma_z = \lambda(\epsilon_x + \epsilon_y + \epsilon_z) + 2\mu\epsilon_z - (3\lambda + 2\mu)\alpha\Delta T \quad (2.43c)$$

$$\tau_{xy} = 2\mu\epsilon_{xy} \quad (2.43d)$$

$$\tau_{yz} = 2\mu\epsilon_{yz} \quad (2.43e)$$

$$\tau_{zx} = 2\mu\epsilon_{zx} \quad (2.43f)$$

2.3.3 Casos particulares: estados planos

Um grande desafio quando se fala em modelagem computacional está relacionado às limitações impostas pelo recurso computacional. Nesse sentido, alguns problemas de engenharia permitem a simplificação de um estado triaxial de tensões e deformações, em um estado plano de tensões ou plano de deformações, o que tornam os modelos mais simples de serem implementados.

Assim, se considera que um material se encontra no estado plano de deformações quando:

$$\epsilon_z = \epsilon_{xz} = \epsilon_{yz} = 0 \quad (2.44)$$

Com isso, a matriz constitutiva C , que traduz a lei de Hooke para o estado plano de deformações, correlacionando as três componentes distintas de tensão e deformação é:

$$C = \begin{bmatrix} \lambda + 2\mu & \lambda & 0 \\ \lambda & \lambda + 2\mu & 0 \\ 0 & 0 & \mu \end{bmatrix} \quad (2.45)$$

tal que:

$$\begin{bmatrix} \sigma_x & \sigma_y & \tau_{xy} \end{bmatrix}^T = C \begin{bmatrix} \epsilon_x & \epsilon_y & 2\epsilon_{xy} \end{bmatrix}^T \quad (2.46)$$

Nesse caso as tensões podem ser escritas em função das deformações do seguinte modo:

$$\sigma_x = \lambda(\epsilon_x + \epsilon_y) + 2\mu\epsilon_x - (3\lambda + 2\mu)\alpha\Delta T \quad (2.47a)$$

$$\sigma_y = \lambda(\epsilon_x + \epsilon_y) + 2\mu\epsilon_y - (3\lambda + 2\mu)\alpha\Delta T \quad (2.47b)$$

$$\sigma_z = \nu(\sigma_x + \sigma_y) - E\alpha\Delta T \quad (2.47c)$$

$$\tau_{xy} = 2\mu\epsilon_{xy} \quad (2.47d)$$

$$\tau_{yz} = 0 \quad (2.47e)$$

$$\tau_{zx} = 0 \quad (2.47f)$$

Em contrapartida, se diz que um material está no estado plano de tensões quando:

$$\sigma_z = \tau_{xz} = \tau_{yz} = 0 \quad (2.48)$$

A matriz constitutiva C , que traduz a lei de Hooke para o estado plano de tensões, considerando a Equação 2.46 é:

$$C = \frac{E}{1 - \nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \quad (2.49)$$

Nesse caso as deformações podem ser escritas em função das tensões do seguinte modo:

$$\epsilon_x = \frac{1}{E}(\sigma_x - \nu\sigma_y) + \alpha\Delta T \quad (2.50a)$$

$$\epsilon_y = \frac{1}{E}(\sigma_y - \nu\sigma_x) + \alpha\Delta T \quad (2.50b)$$

$$\epsilon_z = -\frac{\nu}{E}(\sigma_x + \sigma_y) + \alpha\Delta T \quad (2.50c)$$

$$\epsilon_{xy} = \frac{1 + \nu}{E}\tau_{xy} \quad (2.50d)$$

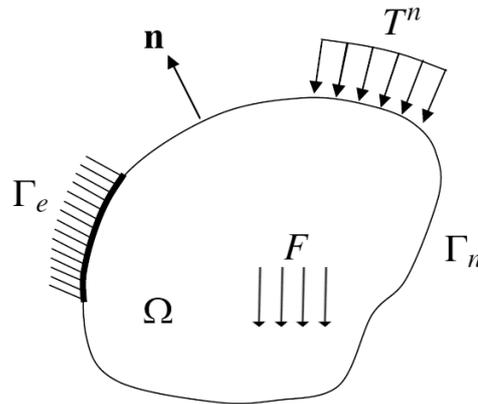
$$\epsilon_{yz} = 0 \quad (2.50e)$$

$$\epsilon_{zx} = 0 \quad (2.50f)$$

2.3.4 Condições de contorno

Seja o volume de controle demonstrado na Figura 6, composto pelo domínio Ω e pelo contorno Γ , sendo a interseção de Ω e Γ nula. O contorno é dividido em duas parcelas, Γ_e e Γ_n , que não possuem pontos em comum.

Figura 9 – Condições de contorno da formulação mecânica



Fonte: Adaptado de Ribeiro (2004).

Como visto, as condições de contorno são divididas em essenciais ou de Dirichlet, e naturais ou de Neumann. As condições de contorno essenciais correspondem à especificação dos deslocamentos em uma parte do contorno:

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}(u, v, w) \quad \text{em } \Gamma_e \quad (2.51)$$

Já as condições de contorno naturais correspondem à forças de superfície prescritas numa parte do contorno:

$$\sigma_{ji}n_j = T_i^n \quad \text{em } \Gamma_n \quad (2.52)$$

em que n é o vetor unitário normal a superfície em questão.

2.4 DANO NO CONTÍNUO

Segundo Lemaitre (1996), a mecânica do dano é o estudo dos mecanismos envolvidos na deterioração dos materiais quando estes estão submetidos a carregamentos. Nesse contexto, a teoria do dano contínuo está baseada na termodinâmica de processos irreversíveis e na teoria geral das variáveis de estado (SIMO; JU, 1987).

Dano é o processo físico através do qual os materiais se degradam (LEMAITRE, 1996), sendo essa degradação resultante do surgimento, crescimento e coalescência de microfissuras e micro vazios (SIMO; JU, 1987). O dano não é uma grandeza física mensurável, mas pode ser traduzido no âmbito da modelagem matemática, através da

redução progressiva de uma propriedade mecânica global, como o módulo de Young do material (PITUBA, 1998).

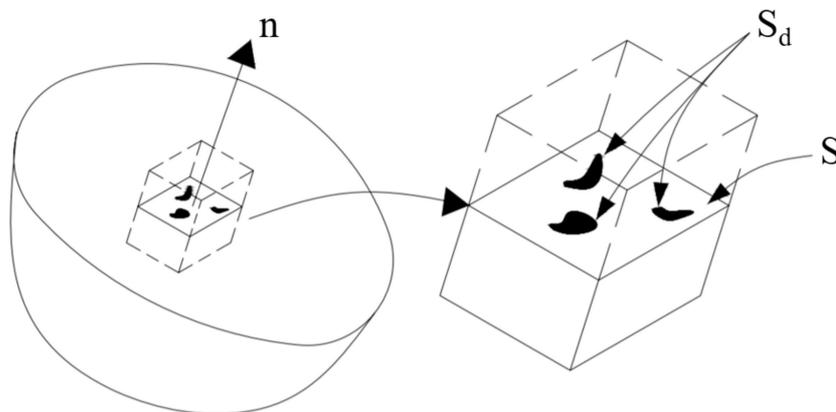
De acordo com Mazars e Cabot (1996), quando materiais de comportamento frágil, ou quase frágil, são submetidos a cargas mecânicas externas, eles exibem uma resposta não linear que se deve principalmente ao dano por microfissuras. Este é o caso de compósitos de cimento, como o concreto, cujo o comportamento não-linear é explicado pela perda de rigidez mediante a evolução da fissuração para níveis de carregamento crescentes (NOGUEIRA, 2012). Sendo assim, a mecânica do dano é capaz de formular modelos realísticos para as estruturas de concreto (PITUBA, 1998), descrevendo seu comportamento de maneira adequada.

Para Cervera et al. (1996), modelos de dano contínuo podem ser utilizados para materiais tão distintos, como metais, cerâmicas, rochas, além do concreto, e dentro de uma ampla gama de aplicações, como fluência, fadiga, ruptura progressiva, entre outras. De acordo com os mesmos, a popularidade deste modelo é oriunda da sua simplicidade intrínseca, da versatilidade de abordagem e da sua consistência, devido às suas bases teóricas.

2.4.1 Formulação básica

Segundo Lemaitre (1996), o dano pode ser quantificado a partir de um elemento de volume representativo extraído de um sólido com defeitos em sua microestrutura, como é apresentado na Figura 10, onde n é o vetor normal que representa a orientação do plano de secção do sólido, S_d a área danificada, e S a área total.

Figura 10 – Elemento de volume representativo



Fonte: Adaptado de Pedrini (2008).

Esse elemento deve ser suficientemente grande para que se possa admitir a continuidade e homogeneidade da distribuição de defeitos nele contido (ARAÚJO, 2003). Ao

mesmo tempo, deve ser pequeno para que seja considerado um ponto material do contínuo (PITUBA, 1998).

O modelo isotrópico de dano propõe que, independente da direção, o comportamento das microfissuras é o mesmo (PEDRINI, 2008). Sendo assim, no caso isotrópico unidimensional, a variável de dano que independe de n pode ser escrita como:

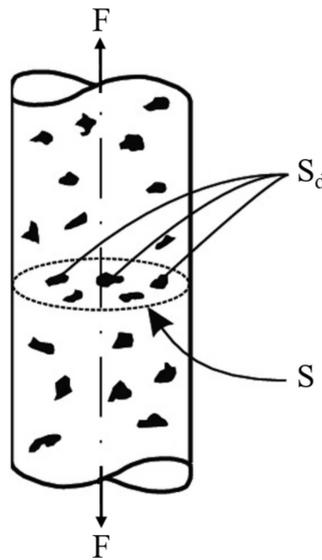
$$d = \frac{S_d}{S} \quad (2.53)$$

em que:

$$d = \begin{cases} 0, & \text{material íntegro} \\ 0 < d < 1, & \text{material parcialmente danificado} \\ 1, & \text{material completamente danificado} \end{cases}$$

Seja o elemento da Figura 11, que é solicitado uniaxialmente pela força F .

Figura 11 – Elemento de volume representativo solicitado uniaxialmente



Fonte: Adaptado de Lemaitre (1996).

A tensão normal nominal é calculada como:

$$\sigma = \frac{F}{S} \quad (2.54)$$

Uma vez que nas superfícies das microfissuras ou micro vazios não existem forças atuando, é possível introduzir o conceito de tensão efetiva, relacionado à superfície que resiste efetivamente aos esforços. A tensão efetiva é dada por:

$$\tilde{\sigma} = \frac{F}{\tilde{S}} \quad (2.55)$$

em que \tilde{S} é a área efetiva obtida como:

$$\tilde{S} = S - S_d \quad (2.56)$$

Substituindo 2.53 em 2.56, tem-se:

$$\tilde{S} = S(1 - d) \quad (2.57)$$

Substituindo as Equações 2.54 e 2.57 em 2.55, obtemos:

$$\tilde{\sigma} = \frac{\sigma}{(1 - d)} \quad (2.58)$$

onde:

$$\tilde{\sigma} = \begin{cases} \sigma, & \text{material íntegro} \\ \sigma < \tilde{\sigma} < \infty, & \text{material parcialmente danificado} \\ \rightarrow \infty, & \text{material completamente danificado} \end{cases}$$

De acordo com Lemaitre (1996), o princípio da deformação equivalente estabelece que qualquer equação constitutiva para um material danificado pode ser obtida da mesma maneira que para um material íntegro, substituindo-se a tensão nominal pela tensão efetiva.

Considerando que o material é elástico linear, e regido portanto pelo lei de Hooke, temos:

$$\tilde{\sigma} = E\epsilon \quad (2.59)$$

Substituindo 2.58 em 2.59 encontramos:

$$\sigma = (1 - d)E\epsilon \quad (2.60)$$

Comparando a Equação 2.60 com a lei de Hooke para um material íntegro, obtemos a seguinte expressão para o módulo de Young do material danificado:

$$E_d = (1 - d)E \quad (2.61)$$

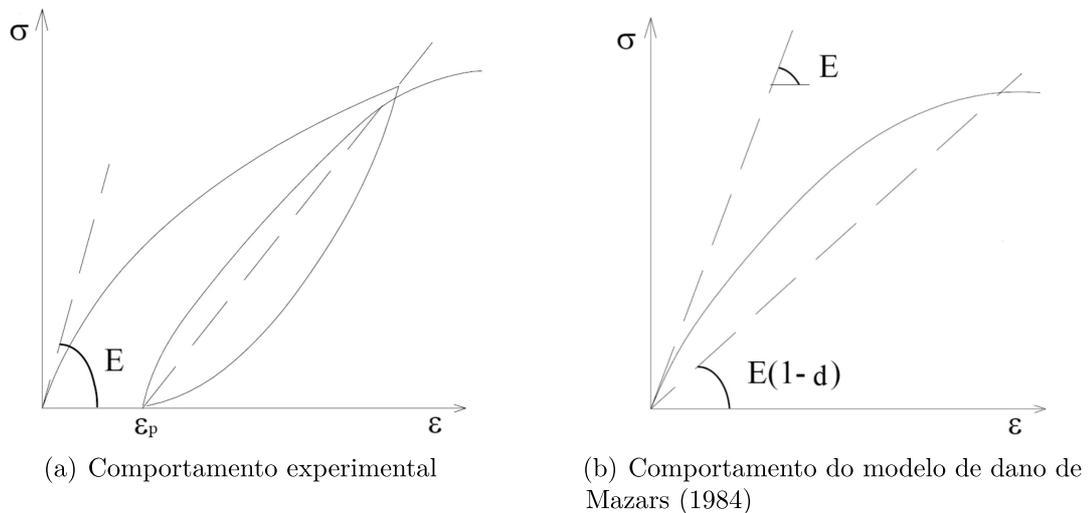
O cálculo do dano e a lei evolutiva do mesmo variam de acordo com o modelo considerado. Diversos são os trabalhos correlacionados a essa metodologia, dos quais cita-se Mazars (1984), Mazars e Lemaitre (1984), Simo e Ju (1987), Lemaitre e Chaboche (1990), Ju (1990), dentre outros.

2.5 O MODELO DE DANO DE MAZARS

Mazars (1984) desenvolveu um modelo em que o concreto comporta-se como um meio elástico danificável, onde qualquer manifestação de plasticidade ou viscosidade é, portanto, ignorada. Considerou ainda, que o dano é isotrópico, reduzindo as variáveis associadas ao dano, a uma única variável escalar d , facilitando a sua identificação e consequentemente, o cálculo estrutural.

Sabe-se, experimentalmente, que quando um elemento de concreto é solicitado até uma tensão que seja superior a do limite elástico linear, ao ser descarregado, o mesmo apresentará uma deformação permanente (ÁLVARES, 1993), também denominada deformação plástica. Este comportamento é apresentado na Figura 12(a). Mazars (1984) simplifica esse fenômeno, traduzindo-o através de uma modificação no comportamento elástico do material por meio da redução de seu módulo de Young, como pode ser visto na Figura 12(b).

Figura 12 – Comportamento mecânico experimental e do modelo de dano de Mazars (1984)



Fonte: Adaptado de Pituba (1998).

Neste modelo, o dano é relacionado diretamente à existência de deformações positivas. Sendo assim, surge o conceito de deformação equivalente, que é responsável por traduzir um estado triaxial em um estado uniaxial. Essa metodologia permite caracterizar o estado local de deformação do material, dando a mesma importância às três direções do espaço, permitindo a obtenção de resultados a partir da tração uniaxial equivalente.

A deformação equivalente $\tilde{\epsilon}$, é calculada como:

$$\tilde{\epsilon} = \sqrt{\sum_{i=1}^n [(\epsilon_i)_+]^2} \quad (2.62)$$

em que $n = 3$ para o caso tridimensional e $n = 2$ para o caso bidimensional, ainda:

$$(\epsilon_i)_+ = \begin{cases} \epsilon_i, & \text{se } \epsilon_i > 0 \\ 0, & \text{se } \epsilon_i \leq 0 \end{cases} \quad (2.63)$$

sendo ϵ_i as deformações principais.

A deformação de referência (ϵ_{d0}) é obtida a partir de uma abordagem probabilística do dano em função de parâmetros característicos do material. É por convenção a deformação para a qual a tensão é máxima em um ensaio de tração uniaxial (ÁLVARES, 1993), sendo os limites experimentais para essa $0,5 \cdot 10^{-4} < \epsilon_{d0} < 1,5 \cdot 10^{-4}$ (MAZARS, 1984). Quando a deformação equivalente for igual ou superior a deformação de referência ($\tilde{\epsilon} \geq \epsilon_{d0}$), o processo de danificação do material é iniciado.

Para Mazars (1984), a assimetria do comportamento mecânico do concreto se deve à existência de dois tipos de dano: o direto, em que ocorre o desenvolvimento de fissuras perpendicularmente ao esforço de tração, e o transmitido, cujo desenvolvimento de fissuras ocorre paralelamente ao esforço de compressão. Sendo assim, tem-se que o dano progride mais rapidamente na tração. A lei de evolução de dano por tração (t) e por compressão (c) é dada por:

$$d_{t,c} = 1 - \frac{\epsilon_{d0}(1 - A_{t,c})}{\tilde{\epsilon}} - \frac{A_{t,c}}{e^{B_{t,c}(\tilde{\epsilon} - \epsilon_{d0})}} \quad (2.64)$$

Apesar da função ser a mesma, a escolha de constantes A e B distintas conduz a leis assimétricas, sendo os limites experimentais sugeridos por Mazars (1984) para os parâmetros de tração $0,7 < A_t < 1,0$ e $10^4 < B_t < 10^5$, e para os parâmetros de compressão $1,0 < A_c < 1,5$ e $10^3 < B_c < 2,0 \cdot 10^3$.

O estado de danificação do material é dado por uma combinação linear dos dois danos d_t e d_c , a partir da seguinte equação:

$$d = \alpha_t d_t + \alpha_c d_c \quad (2.65)$$

em que:

$$\alpha_t = \sum_{i=1}^n H_i \frac{\epsilon_{ti}(\epsilon_{ti} + \epsilon_{ci})}{\tilde{\epsilon}^2} \quad (2.66)$$

e

$$\alpha_c = \sum_{i=1}^n H_i \frac{\epsilon_{ci}(\epsilon_{ti} + \epsilon_{ci})}{\tilde{\epsilon}^2} \quad (2.67)$$

sendo:

$$H_i = \begin{cases} 0, & \text{se } \epsilon_{ti} + \epsilon_{ci} < 0 \\ 1, & \text{se } \epsilon_{ti} + \epsilon_{ci} \geq 0 \end{cases} \quad (2.68)$$

onde ϵ_{ti} e ϵ_{ci} são, respectivamente, as parcelas positiva e negativa de cada componente ϵ_i do tensor de deformações principais.

Para todas as diferentes combinações de esforços solicitantes, obtém-se que:

$$\alpha_t + \alpha_c = 1 \quad (2.69)$$

Sendo assim, no caso de uma tração pura temos que:

$$\alpha_t = 1 \quad (2.70a)$$

$$\alpha_c = 0 \quad (2.70b)$$

$$d = d_t \quad (2.70c)$$

E no caso de uma compressão pura:

$$\alpha_t = 0 \quad (2.71a)$$

$$\alpha_c = 1 \quad (2.71b)$$

$$d = d_c \quad (2.71c)$$

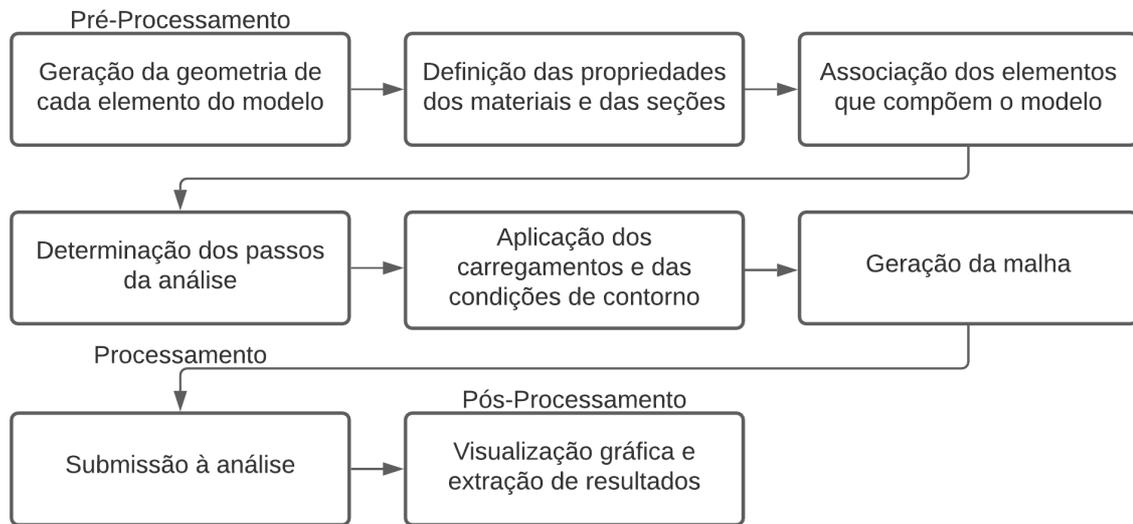
2.6 O ABAQUS

Abaqus é um pacote de programas que possibilita a solução completa de problemas de engenharia de rotina e sofisticados, cobrindo um vasto espectro de aplicações industriais, através da utilização do Método de Elementos Finitos (SIMULIA, 2020). O mesmo é comercializado pela *Dassalt Systemes S.A.* por meio da marca SIMULIA.

O Abaqus/CAE conta com uma grande diversidade de modelos constitutivos disponíveis em sua biblioteca, que variam desde modelos mais simples, como o elástico e plástico, a mais complexos, como o hiperelástico, viscoelástico e modelos de dano específicos, por exemplo. Isso, associado aos variados tipos de carregamentos e condições de contorno que podem ser considerados, permite representar uma infinidade de problemas fundamentados na mecânica do contínuo. Além disso, o software possibilita a implementação de subrotinas de usuário que viabilizam a consideração de modelos que não constem na biblioteca do mesmo, o que faz com que o programa seja uma opção extremamente completa em termos de modelagem computacional.

Portanto, a implementação de um modelo genérico em elementos finitos utilizando o Abaqus segue os passos apresentados na Figura 13.

Figura 13 – Procedimento para a construção de um modelo genérico no software Abaqus



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

2.6.1 Subrotinas de usuário

As subrotinas de usuário proporcionam o aumento da funcionalidade de diversos recursos do Abaqus para os quais os métodos usuais de entrada de dados podem ser muito restritivos (ABAQUS, 2011). Elas são portanto, uma ferramenta poderosa e flexível que auxilia na análise computacional, através da consideração de um modelo numérico que tenha as características mais próximas possíveis do modelo desejado.

Uma subrotina de usuário deve ser escrita em linguagem Fortran, seguindo uma estrutura padrão, devendo ser incluída no modelo em questão para que seja processada no momento da análise, conforme determina o manual do Abaqus (2011). Além disso, destaca-se que cada processador (Abaqus/Standart, Abaqus/Explicit ou Abaqus/CFD) possui suas próprias subrotinas compatíveis. Dentre as diversas existentes no programa destaca-se a UMAT, que foi empregada para a implementação do Modelo de Dano de Mazars (1984), que não faz parte da biblioteca do Abaqus.

A escolha da mesma é justificada pelo desacoplamento realizado no modelo termomecânico com dano em dois outros modelos, sendo um puramente térmico, e outro mecânico com dano, que por possuir o campo de temperaturas do modelo térmico como carregamento também pode ser denominado de termomecânico. Uma vez que o dano está presente somente na modelagem mecânica, foi preciso apenas definir o comportamento constitutivo mecânico do material, sendo o modelo térmico solucionável sem a necessidade de qualquer subrotina de usuário.

A estrutura base de uma subrotina UMAT é apresentada na Figura 14. O item

1 da mesma maneira carrega as variáveis internas do Abaqus que são associadas, por definição, a parâmetros específicos do modelo. No item 2 é incluído um arquivo instalado junto ao software que traz informações relacionadas às variáveis do item 1 (ASSIS, 2019) e ao Abaqus/Standart. No item 3 é declarada a dimensão de cada variável que compõe o modelo, sejam elas internas ou criadas pelo usuário. É no item 4 que a subrotina é escrita, sendo obrigatório que sejam definidas alguns parâmetros para que a mesma funcione de maneira adequada. Por fim, no item 5 os resultados obtidos para cada variável são retornados ao Abaqus.

Figura 14 – Estrutura de uma subrotina UMAT

```

SUBROUTINE UMAT (STRESS, STATEV, DDSDDDE, SSE, SPD, SCD,
  1 RPL, DDSDDT, DRPLDE, DRPLDT,
  2 STRAN, DSTRAN, TIME, DTIME, TEMP, DTEMP, PREDEF, DPRED, CMNAME,
  3 NDI, NSHR, NTENS, NSTATV, PROPS, NPROPS, COORDS, DROT, PNEWDT,
  4 CELENT, DFGRD0, DFGRD1, NOEL, NPT, LAYER, KSPT, JSTEP, KINC)
C
C   INCLUDE 'ABA_PARAM.INC'
C
C   CHARACTER*80 CMNAME
C   DIMENSION STRESS (NTENS), STATEV (NSTATV),
  1 DDSDDDE (NTENS, NTENS), DDSDDT (NTENS), DRPLDE (NTENS),
  2 STRAN (NTENS), DSTRAN (NTENS), TIME (2), PREDEF (1), DPRED (1),
  3 PROPS (NPROPS), COORDS (3), DROT (3, 3), DFGRD0 (3, 3), DFGRD1 (3, 3),
  4 JSTEP (4)

  user coding to define DDSDDDE, STRESS, STATEV, SSE, SPD, SCD
  and, if necessary, RPL, DDSDDT, DRPLDE, DRPLDT, PNEWDT

RETURN
END

```

Fonte: Adaptado de Abaqus (2011).

3 METODOLOGIA

No intuito de se analisar computacionalmente o dano em estruturas de concreto submetidas a altas temperaturas, foi utilizado um conjunto de dados experimentais fornecidos pela Universidade Cergy-Pontoise na França, oriundos do trabalho desenvolvido por Razafinjato (2015).

Primeiramente, gerou-se a geometria dos corpos de prova cilíndricos através do algoritmo criado por Bonifácio (2017). Foram consideradas três geometrias distintas, das quais duas eram bidimensionais, sendo uma bifásica, constituída da matriz de argamassa e dos agregados graúdos, e outra trifásica, constituída pela matriz de argamassa, pelos agregados graúdos, e pela zona de transição na interface argamassa-agregado. A terceira geometria era tridimensional e bifásica.

Em seguida, um modelo mecânico elástico linear foi desenvolvido no Abaqus com o intuito de se obter as propriedades mecânicas iniciais desconhecidas, via ajuste numérico, sendo elas o módulo de Young do agregado e o coeficiente de Poisson das fases que compõem o concreto.

De posse dessas propriedades, um modelo térmico foi implementado no Abaqus, obtendo-se o campo de temperaturas atuante, a partir das condições consideradas, em todo o domínio do problema.

Posteriormente, obteve-se as propriedades mecânicas complementares necessárias, em função da temperatura, via ajuste numérico. Nesse sentido, o modelo mecânico elástico foi utilizado para que, a partir do módulo de Young experimental do concreto, fosse determinado o módulo de Young experimental de cada fase que o constitui para cada temperatura avaliada.

Por fim, um modelo termomecânico foi desenvolvido no Abaqus, no qual aplicou-se o campo de temperaturas obtido como carregamento térmico. Uma vez que, para a análise do processo de danificação do concreto, utilizou-se o modelo de dano de Mazars (1984), que não é disponível na biblioteca do Abaqus, uma subrotina UMAT precisou ser implementada a partir da estrutura base desenvolvida por Assis (2019), incluindo assim esse modelo no *software* em questão. Visto que os parâmetros de Mazars (1984) eram desconhecidos, foi necessário resolver um último ajuste numérico para a sua obtenção.

A partir dos resultados do modelo de dano, a homogeneização do módulo de Young do concreto, considerando o módulo Young de cada fase constituinte do mesmo, foi realizada através do modelo mecânico elástico.

A seguir serão detalhadas cada uma dessas etapas.

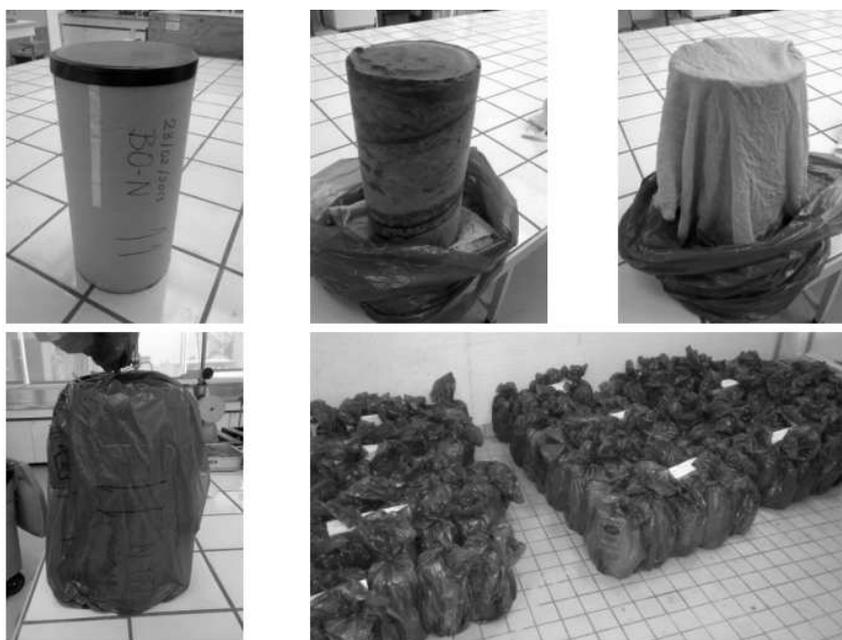
3.1 DADOS EXPERIMENTAIS

Como citado anteriormente, os dados experimentais utilizados neste trabalho foram disponibilizados pela Universidade Cergy-Pontoise por meio de uma tese de doutorado desenvolvida por Razafinjato (2015). Nessa tese, foi estudado o comportamento do concreto em altas temperatura, através da influência da natureza do agregado graúdo.

Foram utilizados para isso quatro agregados graúdos distintos, de dimensões contidas no intervalo de 4-20mm, dos quais dois eram de natureza calcária: calcário preto (N) e calcário branco (B), e dois de natureza silicosa: granito vermelho (G) e sílex marrom (X). Na produção dos concretos foi utilizada uma argamassa composta de areia sílico-calcária (SC) e cimento CEM I 52,5N, produzindo-se assim quatro diferentes concretos: NC-N, NC-B, NC-X e NC-G. “NC” se refere a classe de resistência C30/37, considerada comum, e a última letra faz referência ao agregado graúdo.

Segundo Razafinjato (2015), foram moldados corpos de prova cilíndricos de diâmetro de 150mm e altura de 300mm, com 40% do volume constituído de agregado graúdo. Após preparados, os corpos de prova foram mantidos nos moldes com suas tampas pelas primeiras 24 horas. Em seguida, eles foram desenformados, envoltos em panos umedecidos, colocados em sacos plásticos herméticos com identificação e armazenados até completarem 90 dias de maturação, como pode ser visto na Figura 15.

Figura 15 – Procedimento de confecção e armazenamento dos corpos de prova



Fonte: Razafinjato (2015).

Depois desse período, os corpos de prova foram submetidos a ciclos de aquecimento/resfriamento numa taxa de 0,5K/min, para que os gradientes térmicos fossem reduzidos, até as temperaturas de 573,15K, 723,15K, 873,15K e 1023,15K. Depois de

atingida a temperatura do patamar em questão, a mesma era mantida por duas horas, até que o resfriamento fosse iniciado. Na Figura 16 é apresentado o forno utilizado no processo de aquecimento dos corpos de prova.

Figura 16 – Corpos de prova sendo aquecidos



Fonte: Razafinjato (2015).

Após a temperatura ambiente ser mantida por duas horas, os corpos de prova foram levados a uma prensa, onde através do ensaio de compressão uniaxial obteve-se o módulo de Young residual para as temperaturas consideradas, como é apresentado na Figura 17. Ressalta-se que para a temperatura de 1023,15K o ensaio não pôde ser realizado devido ao grau de danificação do corpo de prova.

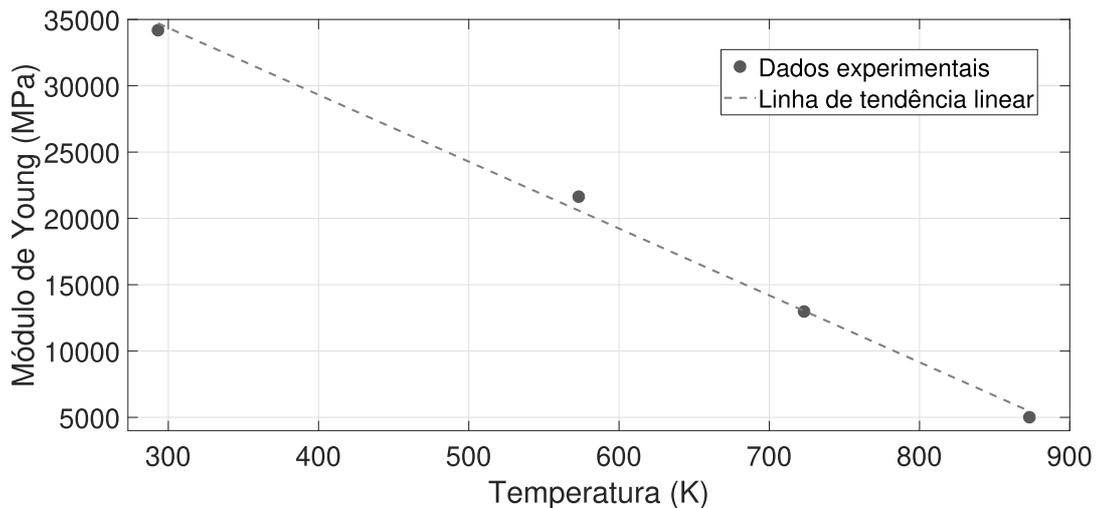
Figura 17 – Ensaio de compressão uniaxial



Fonte: Razafinjato (2015).

Os resultados obtidos para o concreto produzido com granito vermelho, que foi o objeto de estudo deste trabalho, são apresentados na Figura 18, onde é possível ver a relação entre o módulo de Young experimental e as temperaturas consideradas, além da linha de tendência linear dos resultados experimentais, determinada através do Método dos Mínimos Quadrados.

Figura 18 – Relação entre o módulo de Young experimental e a temperatura do concreto com granito vermelho



Fonte: Adaptado de Razafinjato (2015).

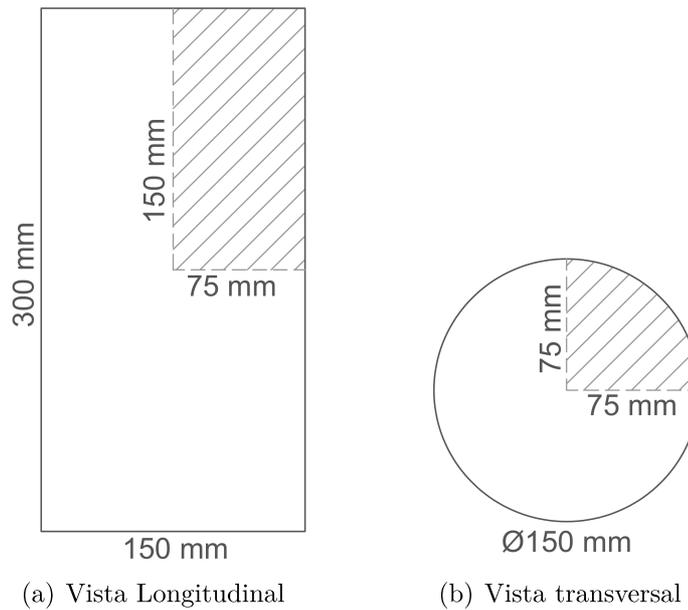
3.2 OBTENÇÃO DAS GEOMETRIAS

Para a obtenção das geometrias dos corpos de prova, levou-se em conta a simetria planar e a axissimetria dos mesmos no intuito de reduzir o gasto de recurso computacional necessário nas simulações utilizando o programa Abaqus. Sendo assim, para a geometria bidimensional, considerou-se a simetria apresentada na Figura 19(a), reduzindo a seção a 1/4 da original. Para a geometria tridimensional, foi considerado também a simetria mostrada na Figura 19(b), gerando um corpo de prova com 1/8 do volume original.

O concreto foi tratado como um material heterogêneo bifásico e trifásico. No primeiro caso, foram consideradas as fases argamassa e agregado graúdo, e no segundo caso, foi incluído também a zona de transição na interface (ZTI). Como dito anteriormente, essa zona é caracterizada pela elevada porosidade resultante do maior tamanho dos cristais hidratados na região, que são formados pela maior concentração de água que é aderida à superfície dos agregados graúdos (MEHTA; MONTEIRO, 2008). Portanto, a zona de transição é o elo mais fraco que compõe o concreto, possuindo dimensões entre 0,01mm e 0,05mm.

O granito vermelho, que foi o agregado utilizado neste estudo, possui a distribuição granulométrica apresentada na Figura 20. Esse foi representado através de círculos no

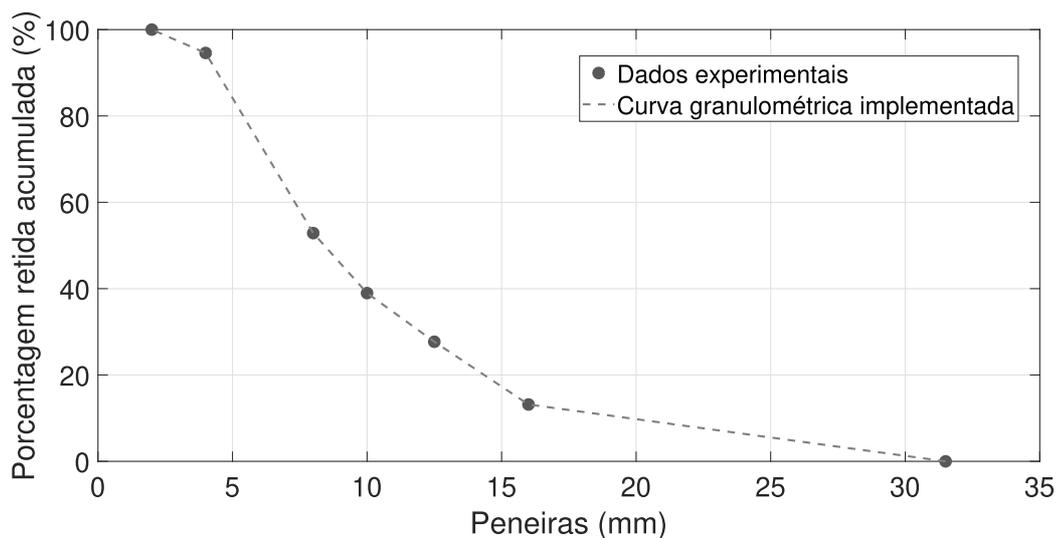
Figura 19 – Simetrias consideradas nos corpos de prova e área hachurada implementada



Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

modelo bidimensional, e esferas no modelo tridimensional. A espessura da zona de transição foi adotada como 0,05mm. Devido à pequena dimensão dessa zona, o modelo trifásico foi gerado apenas em geometria bidimensional, uma vez que os elementos tridimensionais se distorciam nessa região, impedindo a análise.

Figura 20 – Curva granulométrica do granito vermelho



Fonte: Adaptado de Razafinjato (2015).

O raio dos agregados e sua disposição no corpo de prova foram obtidos utilizando o algoritmo desenvolvido por Bonifácio (2017), em linguagem Python, capaz de simular a sua distribuição aleatória. Para tal, é necessário informar as dimensões do corpo de prova,

a porcentagem de volume ocupada por agregados, e a sua curva granulométrica. Esse algoritmo, em sua versão bidimensional, segue os seguintes passos:

- a) cálculo aleatório do número de círculos para cada diâmetro de acordo com o volume relativo de agregados na amostra e a faixa granulométrica;
- b) posicionamento dos círculos dentro do corpo de prova no sentido da base para o topo;
- c) descarte dos círculos que eventualmente tenham sido inseridos fora dos limites do corpo de prova ou posicionados sobrepostos a outros círculos;
- d) redistribuição proporcional do espaço livre entre o último círculo posicionado e o topo do corpo de prova;
- e) cálculo da distância máxima entre os círculos para garantir que todos estejam no interior do corpo de prova;
- f) movimentação aleatória de cada círculo a partir de um valor percentual da distância máxima ao seu centro;
- g) verificação da ocorrência de colisão do círculo em sua nova posição com os demais: em caso afirmativo o círculo é mantido na posição original, caso contrário o mesmo é movimentado para a nova posição;
- h) repetição dos passos e), f) e g) “ n ” vezes, com o intuito de garantir a aleatoriedade da distribuição.

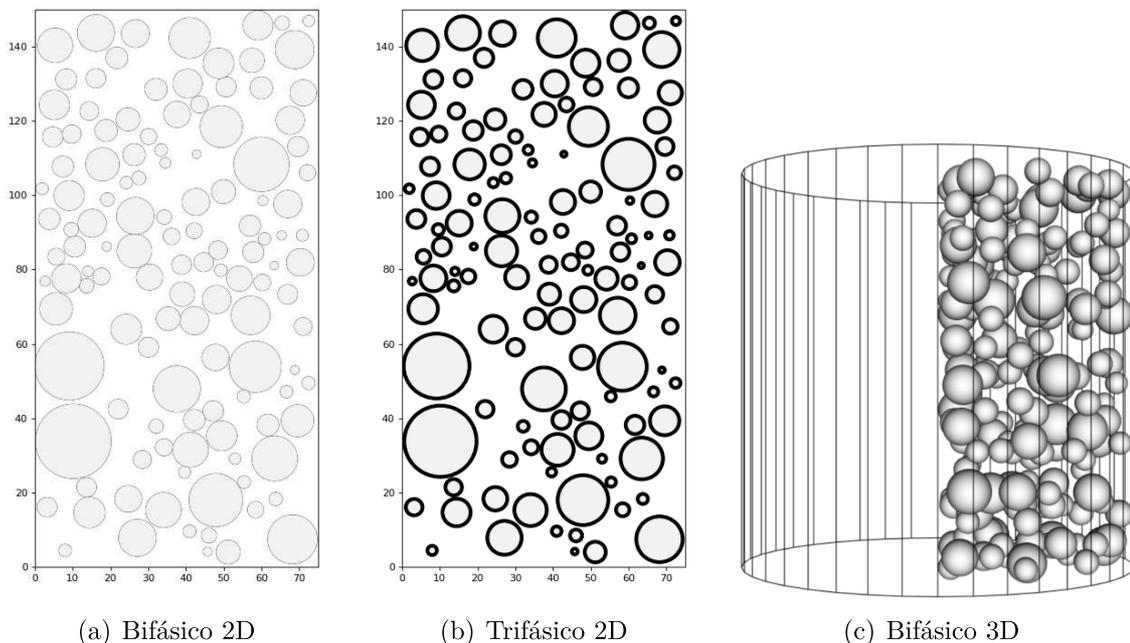
Esse algoritmo considera o concreto como um material bifásico. Sendo assim, para a geração do modelo trifásico bidimensional, foi necessária uma adaptação no intuito de representar a zona de transição na interface adequadamente. Para tal, Assis (2019) considerou círculos de diâmetro $d + 2e$, em que d é o diâmetro do agregado, e e é a espessura da zona de transição, ou seja, 0,05mm. A partir da distribuição obtida, círculos de diâmetro d eram gerados concêntricos aos primeiros, de tal forma que o círculo interno representasse o agregado e a região entre o círculo interno e externo, a zona de transição.

O algoritmo tridimensional segue os mesmos passos descritos para o bidimensional, sendo necessária apenas a substituição das partes que tratam dos círculos pelas esferas, da área pelo volume, e do retângulo, que representa o corpo de prova, pelo cilindro (BONIFÁCIO, 2017). Apesar disso, verificou-se que o algoritmo não apresentava convergência nos passos b) e c), para a curva granulométrica do granito vermelho, quando solicitado um volume relativo de agregado de 40%. Mesmo que essa porcentagem fosse reduzida, notava-se que o resultado do algoritmo não correspondia a uma distribuição aleatória, ficando os agregados agrupados em sucessivos planos horizontais, mesmo com um elevado valor de n . Isso se deve ao fato do espaço livre disponível no passo d) ser reduzido, em função do elevado número de agregados gerados para a distribuição considerada, e com isso os passos seguintes não funcionam adequadamente.

Devido a isso, considerando indispensável manter o mesmo volume relativo de agregados, que representa a parcela da seção que não sofre dano com a elevação da temperatura, admitiu-se uma distribuição granulométrica genérica com dimensões entre 8-16mm ao gerar o corpo de prova tridimensional. Em consequência disso, o menor número de agregados que eram criados no corpo de prova permitiu uma grande redução no recurso computacional necessário para simular esse modelo. Ressalta-se que a simplificação granulométrica utilizada não prejudica as análises realizadas, uma vez que posteriormente se avaliará a influência da dimensão dos agregados no dano do concreto.

Os resultados obtidos para $n = 10000$ e 40% de volume relativo de agregado no corpo de prova, são apresentados na Figura 21 para os três modelos considerados.

Figura 21 – Geometrias dos modelos considerados



Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

Como contribuição ao estudo de Assis (2019) tem-se a consideração da real curva granulométrica experimental do granito na implementação geométrica dos modelos bidimensionais.

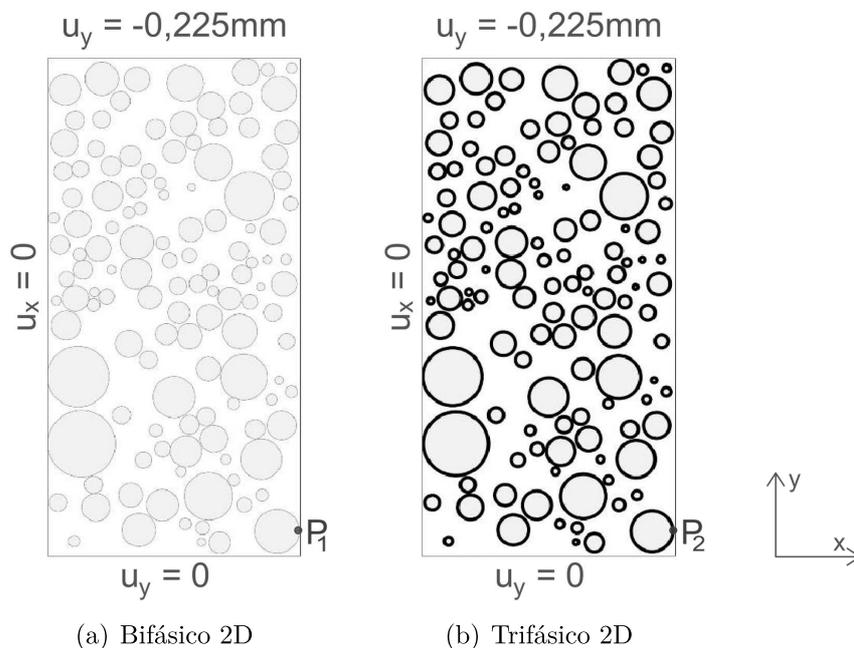
3.3 MODELO ELÁSTICO

Para que o modelo de dano de Mazars (1984) fosse implementado, foi adotado um procedimento de análise. Nesse contexto, dado que o módulo de Young do agregado se mantém constante durante a elevação da temperatura, de acordo com experimentos desenvolvidos pela Universidade Cergy-Pontoise, tem-se módulos significativamente distintos entre as fases do concreto, sendo o da argamassa e da zona de transição consideravelmente

inferiores. Portanto foi necessária uma metodologia específica para a obtenção do módulo de Young homogêneo da seção de concreto, que levasse em conta a contribuição das diferentes fases.

Um modelo mecânico elástico foi desenvolvido no Abaqus, em geometria bidimensional bifásica e trifásica, com restrição de deslocamento horizontal e vertical, na face lateral esquerda e na base, respectivamente, respeitando as condições de simetria do corpo de prova. Em seguida, aplicou-se um deslocamento vertical equivalente a uma deformação de compressão de 1,5‰, ou seja, de 0,225mm, no topo do mesmo, visto que com isso o concreto ainda estaria em seu trecho linear-elástico. Esse procedimento é apresentado na Figura 22.

Figura 22 – Restrições consideradas no modelo elástico



Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

Através de uma análise elástica, foi obtida a reação vertical (R_v) na base do corpo de prova, e calculou-se a tensão de compressão (σ_v) pela seguinte equação:

$$\sigma_v = \frac{R_v}{A_b} = \frac{R_v}{75} \quad (3.1)$$

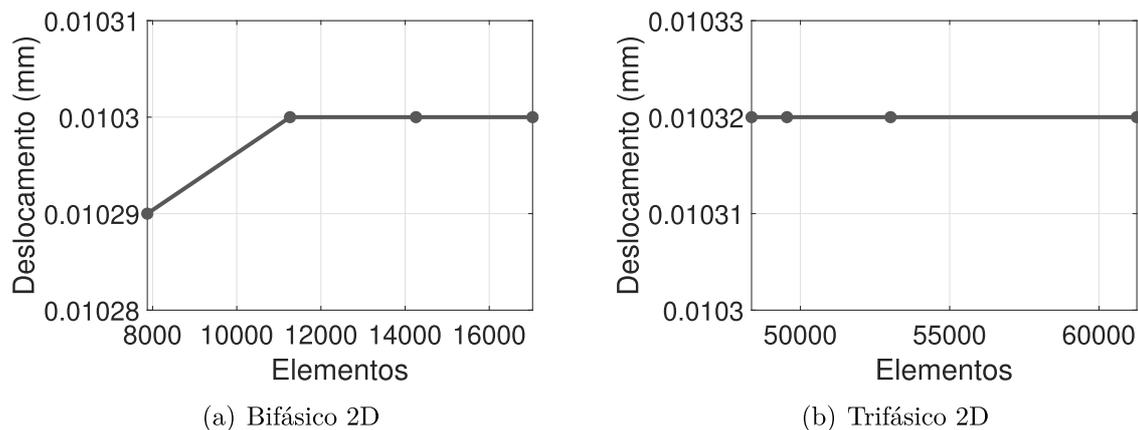
em que A_b é a área da base do corpo de prova em geometria bidimensional.

Uma vez que se conhece a tensão (σ_v) e a deformação imposta ($\epsilon = 1,5\text{‰}$), estando o concreto no seu trecho linear elástico, pode-se calcular o módulo de Young homogeneizado da seção (E) utilizando a lei de Hooke unidimensional:

$$E = \frac{\sigma_v}{\epsilon} = \frac{\sigma_v}{0,0015} \quad (3.2)$$

Para a geração da malha de elementos finitos, considerou-se que a parcela do modelo de formato circular seria discretizada através de elementos triangulares e a parcela restante por elementos quadrilaterais, de tal forma que se reduzia significativamente o número de elementos distorcidos que eram criados pelo Abaqus. Portanto foram utilizados elementos do tipo CPS3 (triângulo de três nós linear para estado plano de tensões) e CPS4 (quadrilátero de quatro nós bilinear para estado plano de tensões). Foi avaliada a convergência da malha através do descolamento vertical no ponto $P_1 = (74,680\text{mm}; 7,416\text{mm}; 0,000\text{mm})$ localizado no contato agregado-argamassa no modelo bifásico e no ponto $P_2 = (74,730\text{mm}; 7,416\text{mm}; 0,000\text{mm})$ localizado no contato zona de transição na interface-argamassa no modelo trifásico. Em ambos casos adotaram-se 10 incrementos de deslocamento e foram estudadas quatro malhas distintas com diferentes números totais de elementos, como é apresentado na Figura 23.

Figura 23 – Convergência de malha no modelo elástico

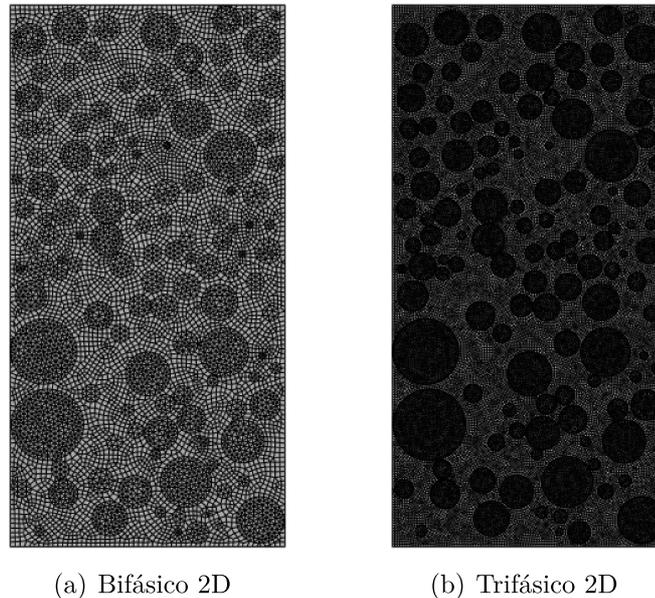


Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Com base nesses resultados foi adotada para o modelo bifásico uma malha com 11265 elementos e para o modelo trifásico uma malha com 48363 elementos. Nos dois casos escolheu-se a malha com o menor número de elementos possível que garantisse a convergência dos resultados, reduzindo assim o gasto de recurso computacional necessário nas simulações. Destaca-se que a malha do modelo trifásico exige um maior grau de discretização (maior número de elementos) devido à presença da zona de transição. É possível observar na Figura 24 a malha gerada para cada modelo. Em relação à convergência do número de incrementos de deslocamento utilizados, não é necessária nenhuma verificação por se tratar de um modelo elástico-linear.

Posteriormente, foram determinadas as propriedades mecânicas iniciais das fases consideradas no modelo bifásico e trifásico. Nesse sentido, o módulo de Young da argamassa era conhecido e desejava-se saber o módulo do agregado e o coeficiente de Poisson da argamassa e do agregado, que originassem um concreto com o módulo de Young obtido experimentalmente por Razafinjato (2015). Para a zona de transição foi considerado um

Figura 24 – Malhas geradas para cada modelo



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

módulo de Young referente a 50% do módulo da argamassa e o mesmo coeficiente de Poisson, assim como recomenda Ramesh et al. (1996), o que permitiu reduzir o número de variáveis a serem determinadas.

Para solucionar esse problema inverso utilizou-se a função *differential_evolution* do pacote *optimize* da biblioteca *SciPy*, em linguagem Python. Essa função permite minimizar uma função objetivo, composta por parâmetros que estejam contidos em um intervalo, ou seja, que possuam limite superior e inferior. Ela foi desenvolvida por Storn e Price (1997) e trata-se de um método de evolução diferencial estocástico (não utiliza métodos de gradiente), que manipula uma população de soluções se inspirando em princípios evolutivos, de genética e de seleção natural, empregando-os para solucionar problemas de otimização contínua.

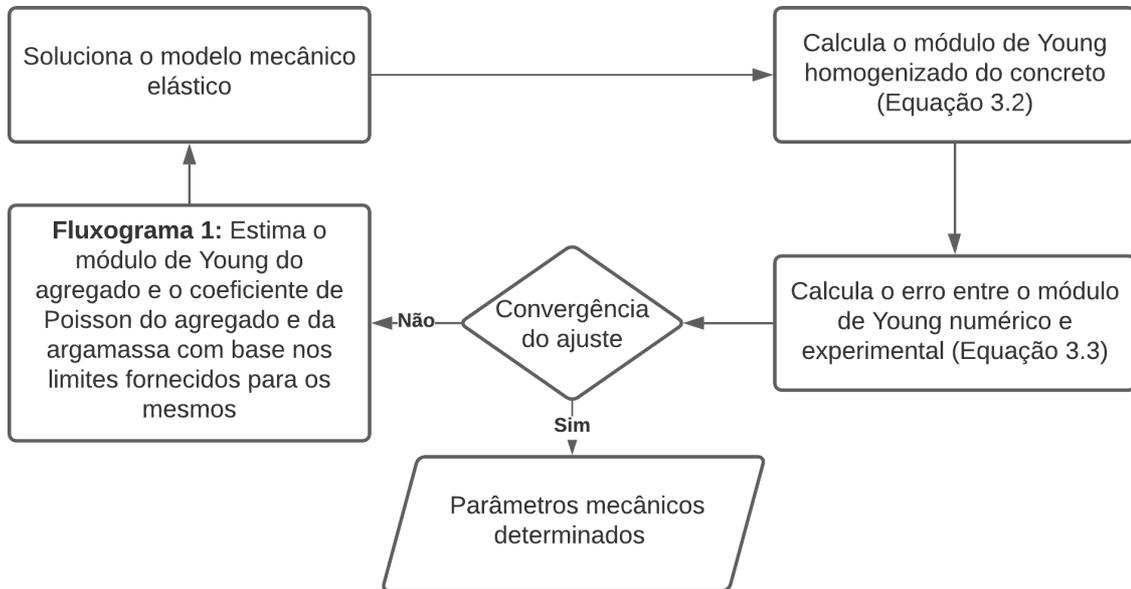
A função objetivo considerada foi o erro entre o módulo de Young experimental (E_{exp}) e numérico (E_{num}) do concreto, sendo o último obtido através da simulação do modelo elástico implementado no Abaqus e da Equação 3.2. Sendo assim, o erro pode ser calculado como:

$$erro = \frac{E_{exp} - E_{num}}{E_{exp}} \quad (3.3)$$

A resolução do problema inverso foi realizada da seguinte maneira: os parâmetros desconhecidos recebiam um valor contido no limite informado; o modelo elástico era simulado no Abaqus e o módulo de Young numérico do concreto era obtido; calculava-se o erro entre o módulo de Young numérico e experimental; repetia-se todos os passos até

verificar a convergência do ajuste. Esse processo é exibido no fluxograma da Figura 25.

Figura 25 – Procedimento para obtenção dos parâmetros mecânicos iniciais



Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

A Tabela 1 apresenta o resultado do ajuste com erros da ordem de 10^{-7} , sendo os limites considerados para os parâmetros sugeridos por Mehta e Monteiro (2008) e Carneiro (1999).

Tabela 1 – Propriedades elásticas dos materiais

Parâmetro	Limites	Modelo bifásico	Modelo trifásico
Módulo de Young do agregado (<i>MPa</i>)	30000 a 50000	39437	40174
Módulo de Young da argamassa (<i>MPa</i>)	–	31000	31000
Módulo de Young da ZTI (<i>MPa</i>)	–	15500	15500
Coefficiente de Poisson do agregado	0,2 a 0,3	0,201	0,226
Coefficiente de Poisson da argamassa	0,1 a 0,2	0,129	0,133
Coefficiente de Poisson da ZTI	0,1 a 0,2	0,129	0,133

Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

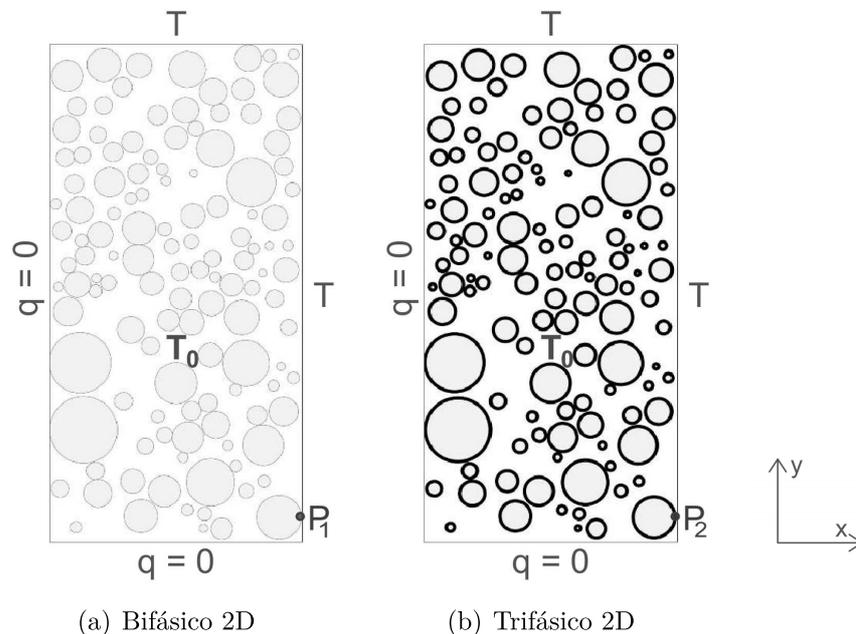
Ressalta-se que foi considerado para o modelo bifásico tridimensional os mesmos parâmetros mecânicos obtidos para o modelo bifásico bidimensional. Isso é justificado pelo elevado tempo que seria necessário para o processamento da malha tridimensional. Além disso, espera-se eliminar outras influências de tal forma que a diferença entre os modelos seja oriunda apenas da análise do processo de danificação para o caso bidimensional e tridimensional. Por fim, destaca-se que a metodologia adotada para a obtenção das propriedades mecânicas simula uma compressão uniaxial, o que valida essa simplificação.

No estudo de Assis (2019) o módulo de Young do concreto era estimado a partir de uma média ponderada dessa propriedade pela área de cada elemento que constituía a malha de elementos finitos. Esta metodologia gera uma aproximação adequada quando os módulos envolvidos no cálculo são próximos entre si. No presente trabalho, tem-se a ocorrência de módulos consideravelmente distintos para as fases constituintes do concreto, o que demandou o ajuste na metodologia de obtenção do módulo de Young homogeneizado do concreto. Com isso, o método descrito nessa seção através do modelo elástico é uma contribuição em relação ao estudo de Assis (2019).

3.4 MODELO TÉRMICO

De posse das propriedades mecânicas, um modelo térmico transiente foi implementado no Abaqus com o intuito de obter o campo de temperaturas atuante na seção. Para tal, considerou-se o fluxo térmico (q) nulo nas faces da seção implementada que representavam a parte interna do corpo de prova, respeitando-se a condição de simetria do mesmo. A temperatura ambiente T_0 foi aplicada em todo o domínio do problema, e posteriormente considerou-se a temperatura T atuante nas faces externas. Esse procedimento pode ser visto nas Figuras 26 e 27.

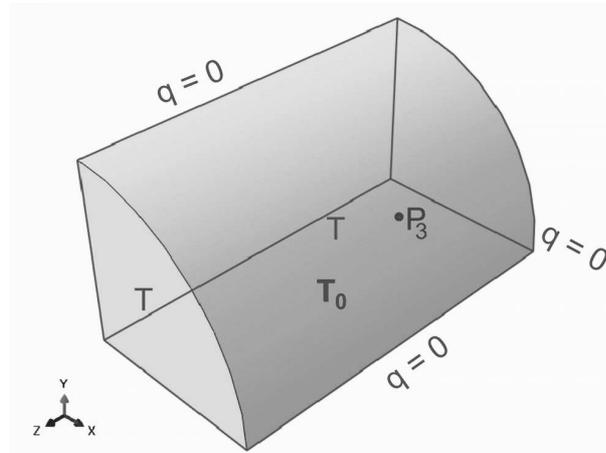
Figura 26 – Restrições consideradas no modelo térmico



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Em relação às propriedades térmicas dos materiais, no trabalho desenvolvido por Razafinjato (2015), foi monitorado apenas o coeficiente de expansão térmica para as fases argamassa e agregado, como é apresentado na Figura 28. Dessa forma, optou-se por representar o modelo térmico até a temperatura limite de 803,15K, uma vez que a partir

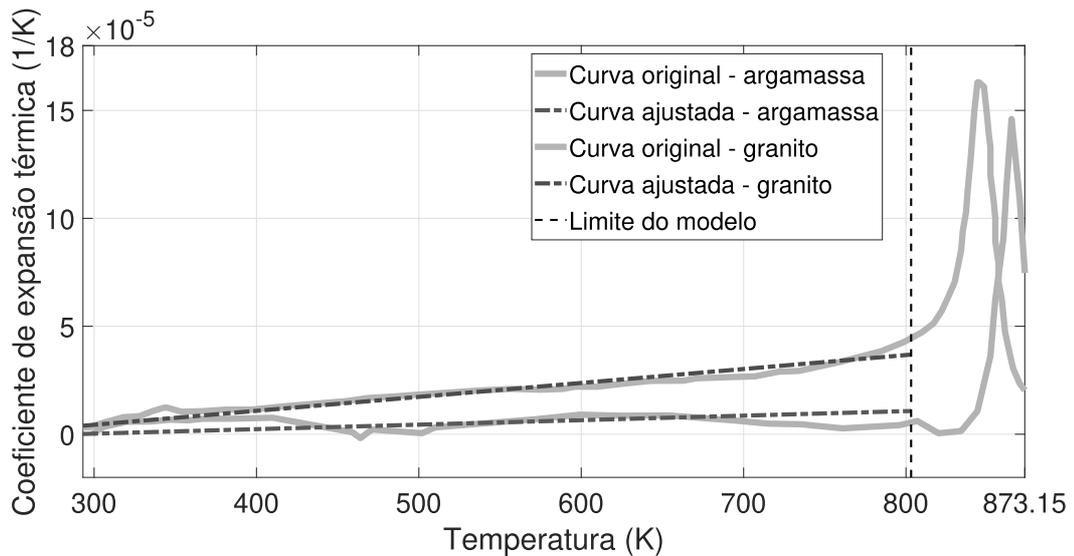
Figura 27 – Restrições consideradas no modelo térmico bifásico 3D



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

da mesma existe uma grande elevação do coeficiente de expansão térmica dos materiais e do calor específico da argamassa, que entram num regime fortemente não linear, o que é descrito por autores como Bazant e Kaplan (1996). A consideração desse fenômeno apenas no coeficiente de expansão térmica resultaria em uma inconsistência física no problema, além de um possível erro numérico de processamento, motivo esse que também levou à adoção da simplificação da curva teórica pela reta que possui o mesmo valor médio, como também mostra a Figura 28.

Figura 28 – Relação entre o coeficiente de expansão térmica e a temperatura

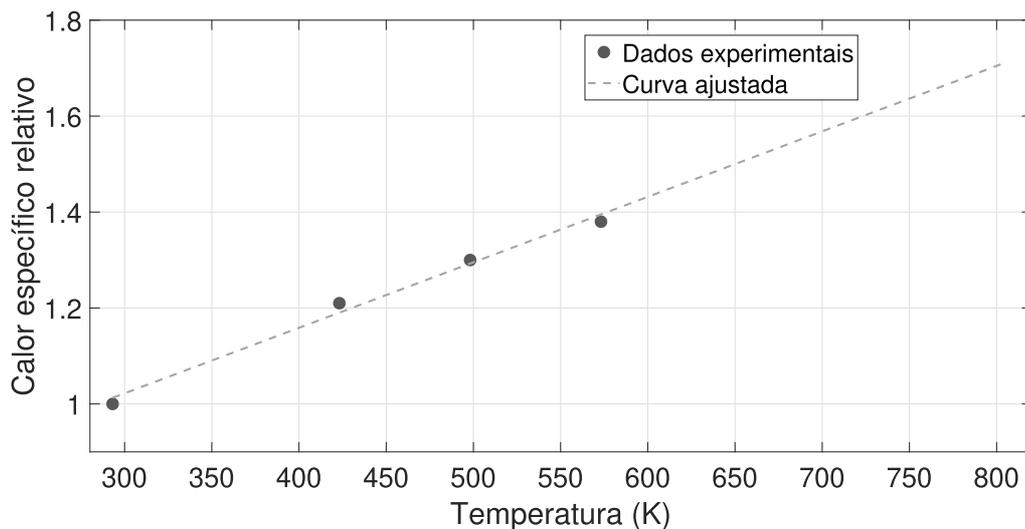


Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

Na ausência de resultados relacionados ao calor específico da argamassa, realizou-se a extrapolação do calor específico do concreto, conforme mostra a Figura 29, assumindo-se que a variação que ocorria neste material era proporcional à que ocorria na argamassa,

visto que o calor específico do granito pode ser considerado constante segundo resultados experimentais obtidos em parceria com a Universidade de Cergy-Pontoise. Na Figura 29, o calor específico relativo representa a relação entre o calor específico na temperatura em questão e o calor específico na temperatura ambiente de 293,15K. A partir da taxa de variação obtida, considerando-se o valor inicial fornecido pela NBR 15220-2 (ABNT, 2005), encontrou-se a reta que descreve a variação dessa propriedade.

Figura 29 – Relação entre o calor específico relativo do concreto e a temperatura



Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

Para a condutividade térmica foram adotados os parâmetros apresentados na NBR 15220-2 (ABNT, 2005) devido à ausência de dados experimentais, enquanto para a densidade adotaram-se os resultados obtidos por Razafinjato (2015). Em relação à zona de transição na interface, admitiram-se as mesmas propriedades da matriz de argamassa, uma vez que não existia outra referência. Na Tabela 2 é apresentado um resumo das propriedades térmicas.

Tabela 2 – Propriedades térmicas dos materiais, sendo T a temperatura considerada

Fase	Cond. térmica ($J/mmKmin$)	Coefficiente de expansão térmica ($1/K$)	Calor específico (J/KgK)	Densidade (Kg/mm^3)
Argamassa	0,069	$(0,021T - 6,00) \cdot 10^{-6}$	$1,392T + 591,90$	$2,252 \cdot 10^{-6}$
Agregado	0,042	$(0,065T - 15,02) \cdot 10^{-6}$	800	$2,500 \cdot 10^{-6}$
ZTI	0,069	$(0,021T - 6,00) \cdot 10^{-6}$	$1,392T + 591,90$	$2,252 \cdot 10^{-6}$

Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

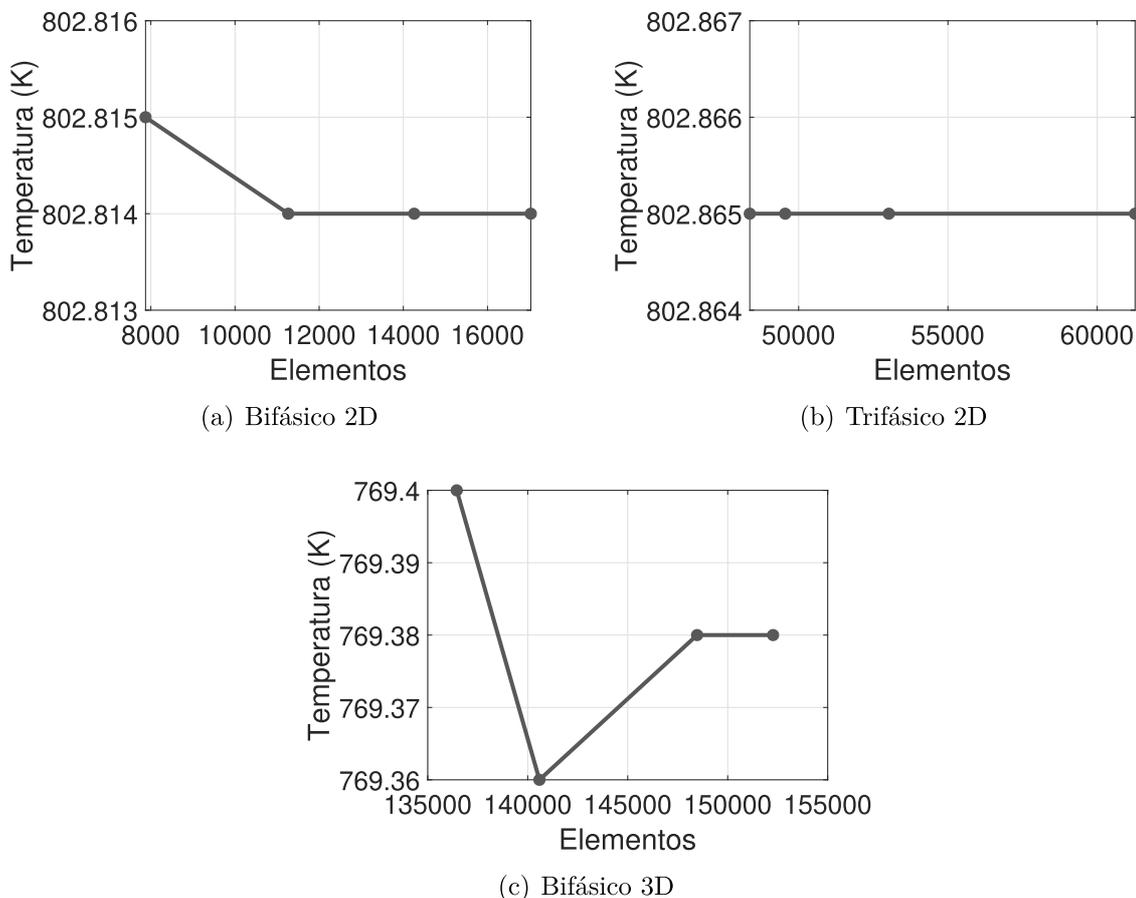
Para a geração da malha de elementos finitos, foi avaliada a convergência dos resultados através da temperatura final nos pontos $P_1 = (74,680mm; 7,416mm; 0,000mm)$ no modelo bifásico bidimensional, $P_2 = (74,730mm; 7,416mm; 0,000mm)$ no modelo trifásico

bidimensional e $P_3 = (19,719\text{mm}; 0,356\text{mm}; 11,558\text{mm})$ no contato agregado-argamassa no modelo bifásico tridimensional. Para os modelos bidimensionais a discretização foi feita através de elementos do tipo DC2D3 (triângulo de três nós linear para transferência de calor) e DC2D4 (quadrilátero de quatro nós bilinear para transferência de calor). Já no modelo tridimensional se utilizou elementos do tipo DC3D4 (tetraedro de quatro nós linear para transferência de calor). No intuito de reproduzir adequadamente o experimento desenvolvido por Razafinjato (2015), foi adotado um passo de tempo de 1 minuto e, considerando a taxa de aquecimento de $0,5\text{K}/\text{min}$, o período total (Pt) da simulação é calculado a partir da temperatura inicial ($293,15\text{K}$) e final ($803,15\text{K}$) como sendo:

$$Pt = \frac{803,15\text{K} - 293,15\text{K}}{0,5\text{K}/\text{min}} = \frac{510\text{K}}{0,5\text{K}/\text{min}} = 1020\text{min}$$

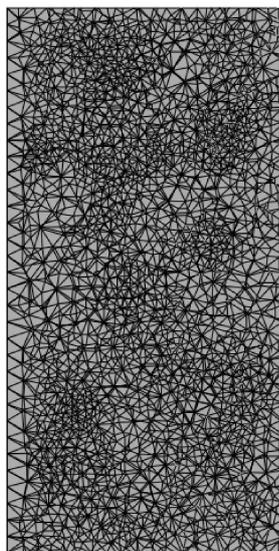
A partir dos resultados obtidos, conforme é apresentado na Figura 30, adotaram-se novamente as mesmas malhas com 11265 e 48363 elementos para os modelos bifásico bidimensional e trifásico bidimensional, respectivamente. Para o modelo bifásico tridimensional foi utilizada a malha com 148470 elementos, observada na Figura 31.

Figura 30 – Convergência de malha no modelo térmico para os modelos bidimensionais



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Figura 31 – Malha gerada para o modelo tridimensional vista em uma seção



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Destaca-se que para o modelo tridimensional adotaram-se duas casas decimais na análise do processo de convergência, sendo esse critério mais flexível justificado pelo alto gasto de recurso computacional e o grande número de elementos finitos associados ao modelo em questão. Em relação à convergência do tamanho de passo de tempo utilizado, não é necessária nenhuma verificação por se tratar de uma análise em estado permanente.

Como contribuição ao trabalho de Assis (2019) tem-se a consideração de propriedades térmicas variáveis com a temperatura (coeficiente de expansão térmica e calor específico), a adaptação dos modelos térmicos bidimensionais e a generalização para o modelo térmico tridimensional.

3.5 MODELO TERMOMECÂNICO

De posse do campo de temperaturas atuante no domínio do problema e das propriedades mecânicas iniciais, tornou-se possível a implementação de um modelo termomecânico capaz de avaliar o processo de danificação do concreto. Porém, primeiramente, a obtenção de algumas propriedades complementares fez-se necessária.

Uma vez que se optou por representar o modelo termomecânico até a temperatura limite de 803,15K, devido a limitações encontradas na modelagem térmica do problema, o valor experimental do módulo de Young do concreto associado a essa temperatura foi obtido através da linha de tendência linear dos dados experimentais, apresentada anteriormente na Figura 18. Esse procedimento permitiu manter o número de referências experimentais constante, apesar da eliminação do resultado relacionado à temperatura de 873,15K.

Além disso, se conhecia apenas o módulo de Young experimental do concreto para as temperaturas de 573,15K, 723,15K e 803,15K, sendo os módulos de Young experimentais das fases que o compõem desconhecidos, com exceção dos valores referentes ao agregado, visto que o mesmo mantém suas propriedades mecânicas constantes com a elevação da temperatura. Nesse sentido, a obtenção do módulo de Young da argamassa e da zona de transição é justificada pelo fato de esses serem parâmetros obtidos diretamente do modelo termomecânico com dano, em contraposição ao módulo de Young do concreto, onde é necessária a homogeneização dos valores obtidos para as fases através do modelo elástico, para a sua obtenção.

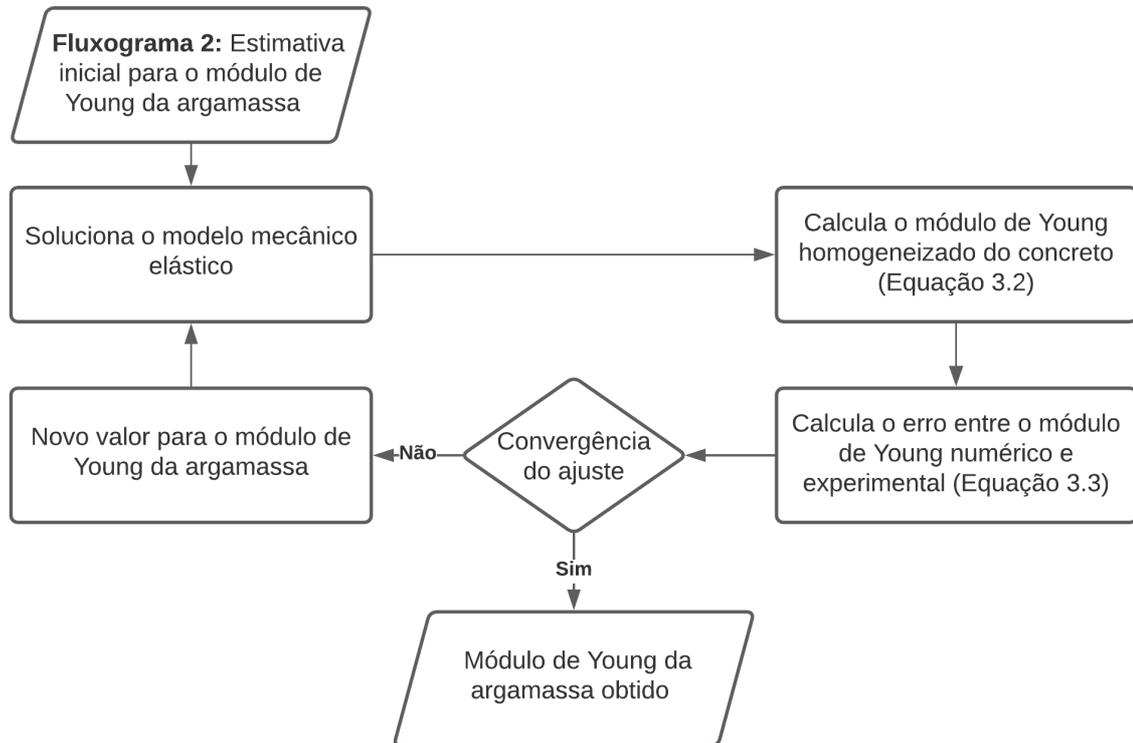
Sendo assim, um segundo problema inverso foi criado, utilizando o modelo elástico apresentado em 3.3. Para isso, foi usada a função f_min do pacote *optimize* da biblioteca *SciPy*, em linguagem Python. Essa função permite minimizar uma função objetivo, que não seja composta por parâmetros contidos em um intervalo, a partir de um valor inicial para as variáveis da mesma. Ela utiliza o algoritmo Nelder-Mead simplex que avalia apenas o valor da função objetivo, não usando suas derivadas no processo, o que a torna aplicável a funções não diferenciáveis (NELDER; MEAD, 1965).

Considerou-se como função objetivo o erro entre o módulo de Young experimental e numérico do concreto, assim como no problema inverso anterior, sendo o erro descrito pela Equação 3.3. Destaca-se que foi utilizada a mesma malha de elementos finitos, e o mesmo número de incrementos, conforme determinado na análise de convergência dos resultados realizada anteriormente.

A resolução desse problema foi realizada da seguinte maneira: para cada temperatura se estabelecia uma estimativa inicial para o módulo de Young da argamassa, sendo o módulo de Young da zona de transição para o modelo trifásico calculado como uma porcentagem desse; o modelo elástico era simulado no Abaqus e o módulo de Young numérico do concreto era obtido; calculava-se o erro entre o módulo de Young numérico e experimental; ajustava-se o valor da estimativa do módulo de Young da argamassa (e consequentemente, da zona de transição, no modelo trifásico) até que fosse verificada a convergência do ajuste. Esse procedimento é apresentado no fluxograma da Figura 32.

Ressalta-se que, inicialmente, considerou-se que o módulo de Young da zona de transição seria 50% do módulo da argamassa para todos os passos de temperatura. Posteriormente, verificou-se que o que ocorria de fato era que, com a elevação da temperatura, essa porcentagem se reduzia, uma vez que o dano evoluía mais rapidamente na zona de transição na interface do que na matriz de argamassa. Obteve-se assim o valor de 39,4%, 29,8% e 24,1% para as temperaturas de 573,15K, 723,15K e 803,15K, respectivamente. Fixadas estas porcentagens, recalculou-se o módulo de Young das fases constituintes do concreto para o caso trifásico. Com relação ao modelo bifásico tridimensional, foram considerados os mesmos resultados obtidos para o modelo bifásico bidimensional.

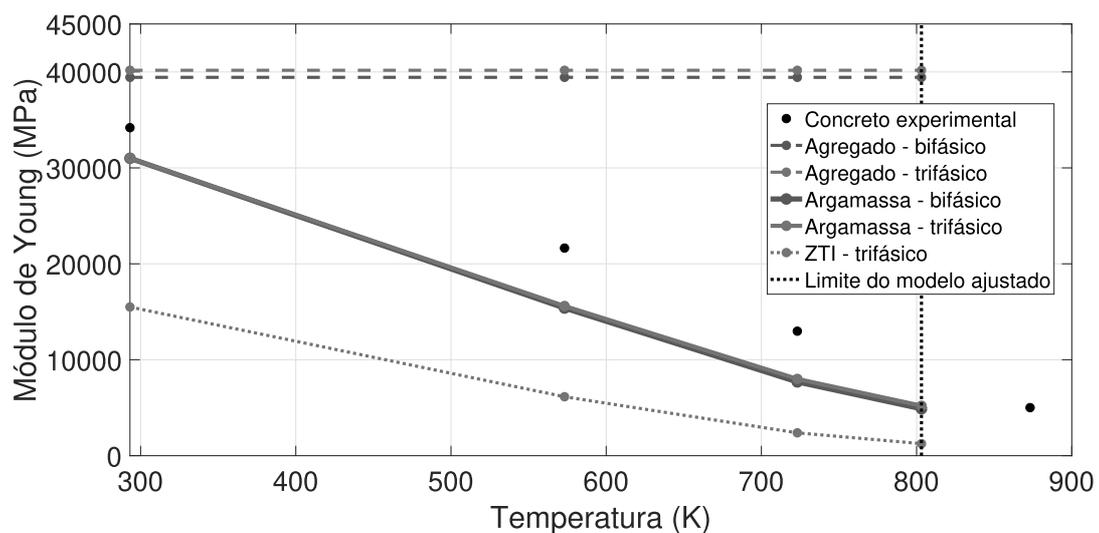
Figura 32 – Procedimento para obtenção dos parâmetros mecânicos complementares



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Sendo assim, é apresentado no gráfico da Figura 33 o resumo das propriedades obtidas, com erros da ordem de 10^{-7} .

Figura 33 – Evolução do módulo de Young pela temperatura, para o concreto e suas fases



Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

3.5.1 Implementação do modelo de dano de Mazars

Uma vez que todas as propriedades mecânicas haviam sido determinadas, o modelo de dano de Mazars (1984) pôde ser implementado. Para tal, a obtenção de cinco parâmetros foi necessária: ϵ_{d0} , que estabelece a deformação equivalente para a qual ocorre o início do processo de danificação; A_t e B_t , que determinam a lei de evolução do dano por tração; A_c e B_c , que determinam a lei de evolução do dano por compressão. Juntamente com as funções peso α_t e α_c , que consideram a contribuição dos dois danos, d_t e d_c respectivamente, o problema poderia ser solucionado. Ressalta-se que foram admitidos os mesmos parâmetros para as fases constituintes do concreto em que se analisou o dano.

Nesse sentido, sabe-se que no modelo térmico usado para representar o experimento realizado por Razafinjato (2015), as temperaturas são crescentes, de modo que sempre são superiores à temperatura inicial. Assim, evidencia-se que as deformações térmicas geradas são positivas, sendo as deformações totais (termomecânicas) predominantemente positivas. Portanto, devido ao baixo nível de compressão, tem-se que α_c é pequeno em relação a α_t e conseqüentemente adota-se que $\alpha_c = 0$ e $\alpha_t = 1$. Logo, constata-se que $d = dt$ (Equação 2.65), e com isso os valores de A_c e B_c se tornam dispensáveis ao problema proposto.

Para a determinação dos demais parâmetros, cujos valores experimentais eram desconhecidos, um problema inverso foi criado. Dessa forma, visto que os limites experimentais para ϵ_{d0} , A_t e B_t sugeridos por Mazars (1984), apresentados em 2.5, levam em consideração uma seção homogênea de concreto, e nesse trabalho foi avaliada uma seção heterogênea com propriedades mecânicas diferentes para cada fase, tais limites não foram fixados. Esse procedimento também é validado por outros autores, que encontraram em seus estudos valores distintos dos propostos por Mazars (1984), como Álvares (1993), Amaral (2014) e Assis (2019).

Já que não se admitiu que as variáveis estavam contidas em um intervalo, foi utilizada novamente a função f_min , que possui convergência significativamente mais rápida do que a função $differential_evolution$. A função objetivo considerada foi o erro entre o módulo de Young numérico (E_{num}^{arg}) e experimental (E_{exp}^{arg}) da argamassa, calculado através da seguinte equação:

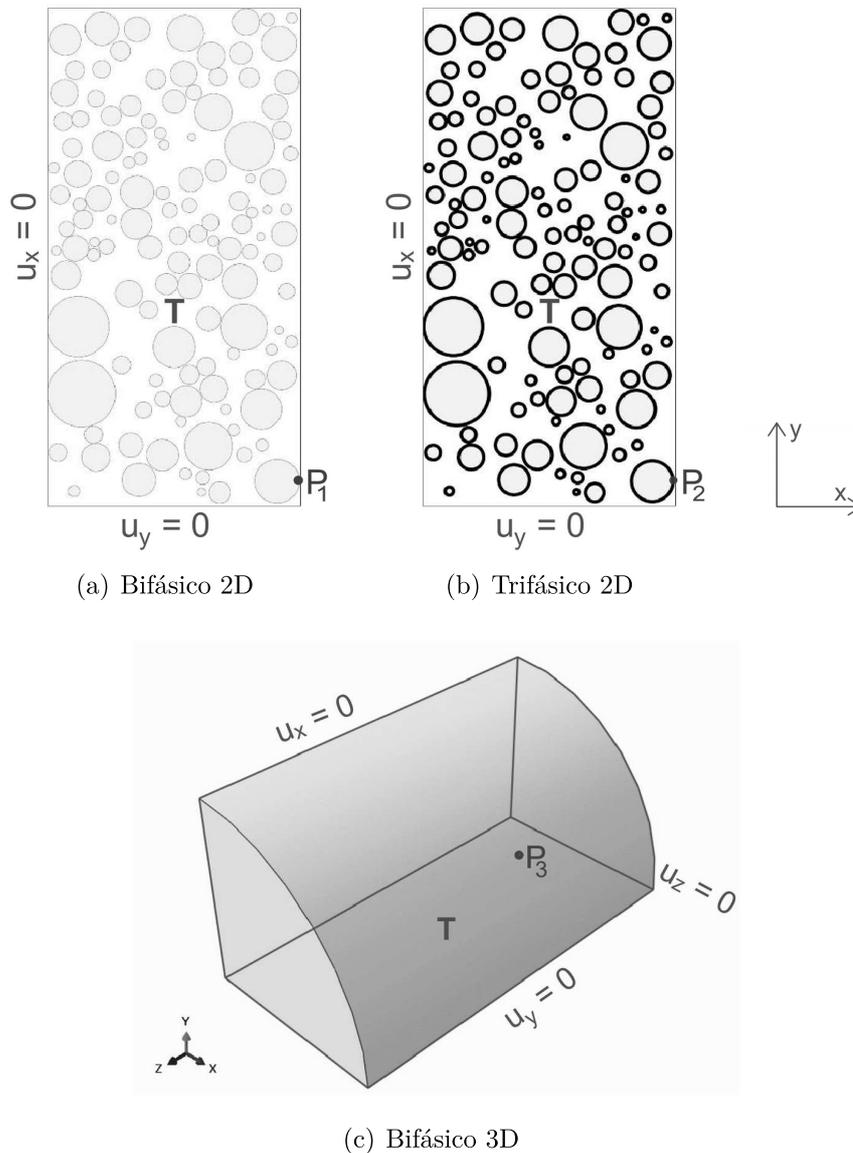
$$erro = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \frac{(E_{exp_i}^{arg} - E_{num_i}^{arg})^2}{E_{exp_i}^{arg}}}{n}} \quad (3.4)$$

em que $n = 4$, uma vez que é verificado o módulo de Young para as temperaturas de 293,15K, 573,15K, 723,15K e 803,15K.

Para a obtenção do módulo de Young numérico, um modelo termomecânico foi implementado com restrição de deslocamento nas faces que representavam a parte interna do corpo de prova. Nesse sentido, o deslocamento era impedido na direção normal a cada

uma dessas, representando a simetria existente no problema, como é mostrado na Figura 34. Foi aplicada a temperatura inicial de 293,15K em toda a seção, e como carregamento atuante foi considerado a distribuição de temperaturas determinada no modelo térmico.

Figura 34 – Restrições consideradas no modelo termomecânico

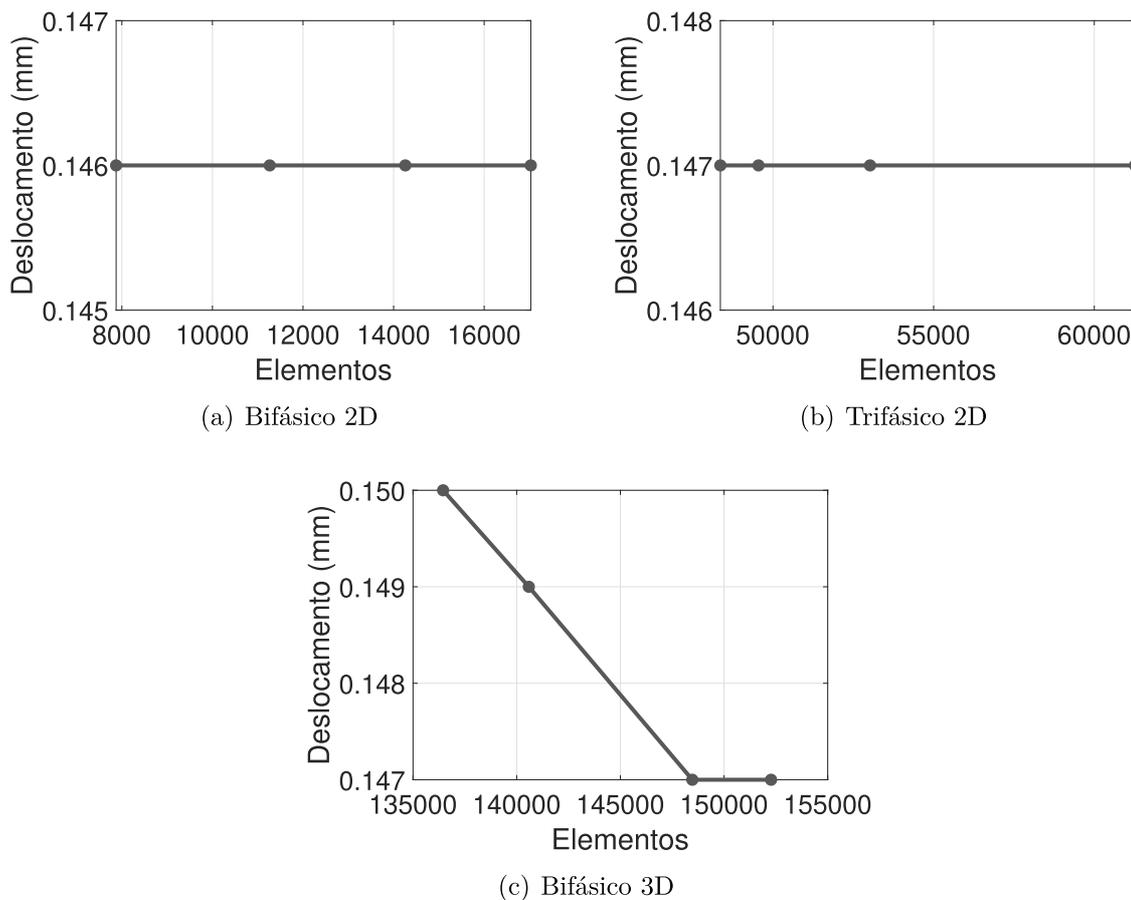


Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Para a escolha da malha que seria utilizada nesse modelo, foi feita a análise da convergência dos resultados. Uma vez que nesse momento os parâmetros de Mazars (1984) eram desconhecidos, o modelo de dano não poderia ser utilizado. Por isso considerou-se que o processo de danificação do concreto não se iniciava em nenhum elemento da malha, deixando o modelo no regime elástico-linear. Assim, analisou-se o deslocamento vertical nos pontos $P_1 = (74,680\text{mm}; 7,416\text{mm}; 0,000\text{mm})$, $P_2 = (74,730\text{mm}; 7,416\text{mm}; 0,000\text{mm})$ e $P_3 = (19,719\text{mm}; 0,356\text{mm}; 11,558\text{mm})$, nos modelo bifásico bidimensional, trifásico

bidimensional e bifásico tridimensional, respectivamente. Para os modelos bidimensionais a discretização foi feita através de elementos do tipo CPS3 (triângulo de três nós linear para estado plano de tensões) e CPS4 (quadrilátero de quatro nós bilinear para estado plano de tensões). Já no modelo tridimensional se utilizou elementos do tipo C3D4 (tetraedro de quatro nós linear para estado triaxial de tensões). Os resultados obtidos são apresentados na Figura 35. Além disso, adotou-se 10 incrementos de carga térmica.

Figura 35 – Convergência de malha no modelo termomecânico



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Como pode ser observado na Figura 35(a) há convergência de malha com 9794 elementos para o modelo bifásico bidimensional, porém destaca-se que é necessário adotar a mesma malha utilizada para o modelo térmico, já que é importante haver correspondência entre os nós gerados em ambos modelos. Em relação à convergência do número de incrementos de carga adotados, não é necessária nenhuma verificação devido ao fato do modelo estar no regime elástico-linear.

A partir da definição dos parâmetros associados à modelagem em elementos finitos, o modelo termomecânico com dano pode ser simulado. Com isso, o módulo de Young numérico da argamassa foi obtido utilizando-se a média ponderada dessa propriedade em todos os m elementos de argamassa que constituem a malha adotada, para cada patamar

de temperatura, a partir da equação:

$$E_{num}^{arg} = \sum_{i=1}^m \frac{(E_{num_m}^{arg} \cdot U_m)}{U} \quad (3.5)$$

em que U_m é a área do elemento m e U a área da seção total, para os modelos bidimensionais, e U_m é o volume do elemento m e U o volume total do sólido implementado, para o modelo tridimensional.

De forma semelhante, para o modelo trifásico, o módulo de Young numérico da zona de transição na interface (E_{num}^{zti}) foi calculado segundo a equação 3.6, em que m é o número total de elementos da malha pertencentes à zona de transição. Destaca-se que foi adotada para este modelo a mesma função objetivo apresentada na Equação 3.4, já que a minimização do erro em relação ao módulo de Young numérico e experimental da argamassa, garantiam também a minimização do erro em relação ao módulo de Young da zona de transição.

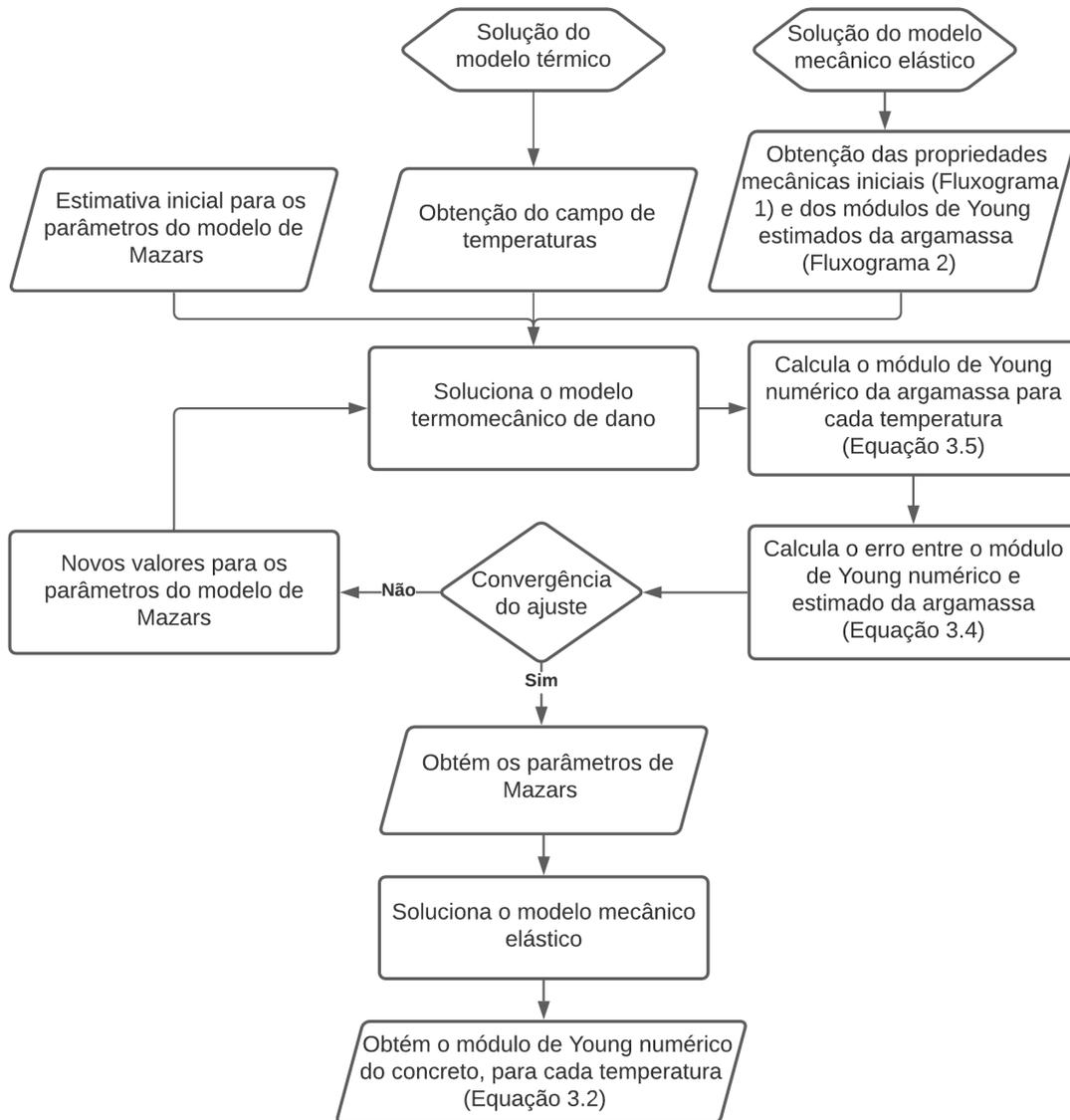
$$E_{num}^{zti} = \sum_{i=1}^m \frac{(E_{num_m}^{zti} \cdot U_m)}{U} \quad (3.6)$$

Por fim destaca-se que resultados experimentais da Universidade de Cergy-Pontoise demonstraram que o módulo de Young do agregado granito se mantém constante com a elevação da temperatura, o que conseqüentemente implica que o modelo de dano deve ser desconsiderado para essa fase. Nesse sentido o valor do módulo de Young numérico para o agregado (E_{num}^{agreg}) é conhecido para qualquer patamar de temperatura, como sendo igual ao próprio módulo inicial ($E_{num_i}^{agreg}$), de tal modo que:

$$E_{num}^{agreg} = E_{num_i}^{agreg} \quad (3.7)$$

Sendo assim, o ajuste numérico foi realizado da seguinte forma: se estabelecia uma estimativa inicial para os parâmetros de Mazars e a partir do campo de temperaturas e das propriedades mecânicas previamente obtidos, o modelo termomecânico com dano era simulado; calculava-se o módulo de Young numérico da argamassa, para as temperaturas de 293,15K, 573,15K, 723,15K e 803,15K, de acordo com a Equação 3.5; determinava-se o erro entre o módulo de Young numérico e experimental da argamassa através da Equação 3.4; ajustava-se a estimativa dos parâmetros de Mazars repetindo esse processo até que a convergência fosse verificada e os valores finais desses parâmetros fossem obtidos. A partir do módulo de Young médio de cada fase constituinte do concreto, o módulo homogeneizado da seção era calculado utilizando o modelo mecânico elástico descrito em 3.3 e a Equação 3.2. Esse procedimento é apresentado no fluxograma da Figura 36.

Figura 36 – Procedimento para obtenção dos parâmetros de Mazars (1984)



Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

De posse do módulo de Young numérico (E_{num}) e experimental (E_{exp}) do concreto, o erro final do ajuste foi determinado segundo a equação:

$$erro = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (E_{exp_i} - E_{num_i})^2}{\frac{\sum_{i=1}^n E_{exp_i}}{n}}} \quad (3.8)$$

em que $n = 4$, já que se considerou o módulo de Young nas temperaturas de 293,15K, 573,15K, 723,15K e 803,15K.

Na Tabela 3 são apresentados os parâmetros de Mazars (1984) e o erro final do ajuste, obtidos para as geometria consideradas. Ressalta-se que existe apenas um caso de parâmetros, para cada modelo, que minimiza o erro desse ajuste, ou seja, existe unicidade

de solução.

Tabela 3 – Parâmetros ajustados para o modelo de Mazars (1984)

Geometria	A_t	B_t	ϵ_{d0}	Erro (%)
Bifásico 2D	0,667	258,12	$3,47 \cdot 10^{-4}$	0,02
Trifásico 2D	0,669	251,50	$3,46 \cdot 10^{-4}$	0,05
Bifásico 3D	0,703	220,43	$3,39 \cdot 10^{-4}$	0,18

Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

Como contribuição ao trabalho de Assis (2019) tem-se o acoplamento da metodologia de cálculo do módulo de Young homogenizado do concreto (apresentada na seção 3.3) ao modelo termomecânico. Além disso, tem-se também a adaptação dos modelos termomecânicos bidimensionais e a generalização para o modelo termomecânico tridimensional.

3.5.2 Subrotina UMAT

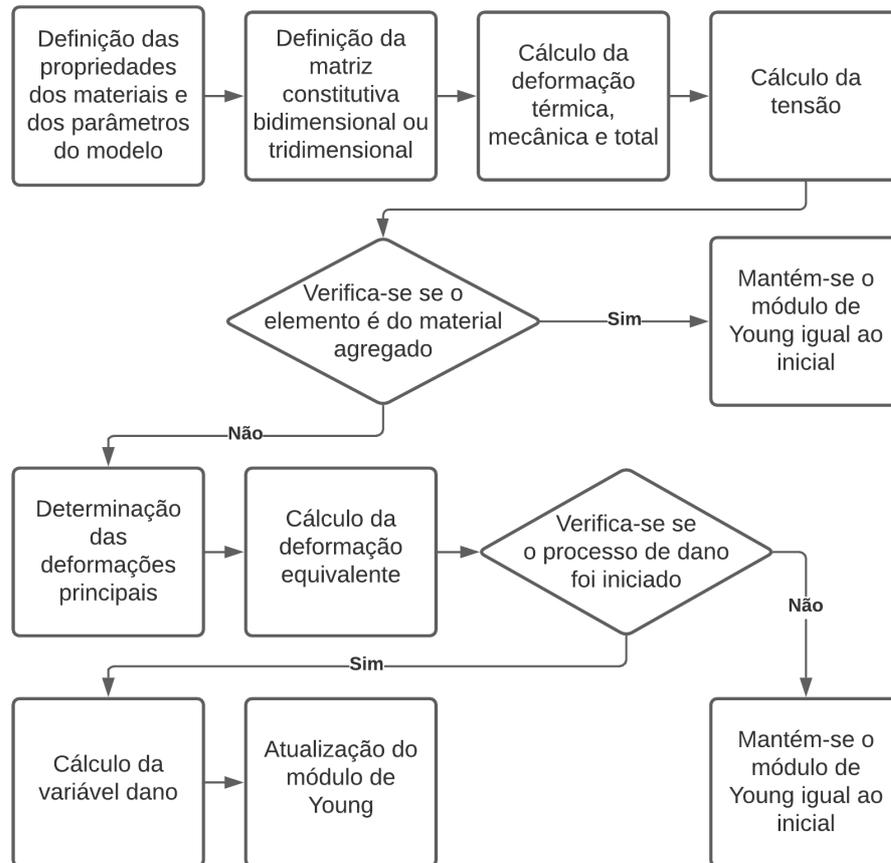
Para a implementação da subrotina UMAT capaz de reproduzir o modelo de dano de Mazars (1984) no *software* Abaqus, utilizou-se a estrutura base desenvolvida por Assis (2019), adaptando-a para que o processo de dano não fosse considerado no agregado, e ainda, que geometrias tridimensionais e estados triaxiais de tensões pudessem ser analisados. Na Figura 37 é mostrado o fluxograma que resume os passos seguidos por essa subrotina.

Primeiramente são definidas todas as propriedades e parâmetros necessários para a análise termomecânica. Nesse sentido, as propriedades mecânicas iniciais dos materiais, módulo de Young e coeficiente de Poisson, e os parâmetros do modelo de dano de Mazars (1984), A_t , B_t , A_c , B_c e ϵ_{d0} , são lidos pela subrotina e armazenados nas variáveis de interesse, a partir do vetor PROPS criado na opção *user material*.

Posteriormente é definida a matriz constitutiva que descreve o comportamento físico no modelo em questão, sendo para a geometria tridimensional a matriz da lei de Hooke para o estado triaxial de tensões (Equação 2.38) e para geometria bidimensional a da lei de Hooke para o estado plano de tensões (Equação 2.49). Essas matrizes são armazenadas na variável interna DDSDDDE.

Em seguida são calculadas as deformações térmicas (Equação 2.29). Para tal é necessário o valor do coeficiente de expansão térmica que, por ser dependente da temperatura, é fornecido em forma de função para a subrotina. Devido a isso, evidencia-se que a simplificação da curva real dessa propriedade por uma função de primeiro grau facilita a implementação computacional do problema. As deformações mecânicas, por sua vez, são obtidas diretamente do Abaqus através do vetor STRAN. A soma dessas duas deformações fornece o valor da deformação total. Uma vez que se conhece a lei

Figura 37 – Estrutura da subrotina UMAT implementada



Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

constitutiva, e o estado de deformações, obtém-se as tensões associadas (Equação 2.42) atribuindo-as ao vetor STRESS.

Depois verifica-se se o elemento finito é do material agregado e caso ele seja o módulo de Young final dele é mantido igual ao inicial. Caso não seja, obtém-se as deformações principais utilizando a função SPRINC. A partir delas calcula-se a deformação equivalente (Equação 2.62) e caso ela seja inferior à deformação de referência, $\tilde{\epsilon} \leq \epsilon_{d0}$, a variável de dano recebe o valor 0 indicando que o processo de danificação do elemento ainda não se iniciou.

Do contrário, se $\tilde{\epsilon} \geq \epsilon_{d0}$, tem-se o início do processo de danificação do elemento. Com isso, determina-se o valor dos coeficientes de combinação α_t e α_c (Equações 2.66 e 2.67) e encontra-se as parcelas d_t e d_c (Equação 2.64) referentes ao dano por tração e compressão, respectivamente. Por fim, o dano total é encontrado considerando a combinação linear dessas parcelas (Equação 2.65) e o módulo de Young do elemento é então atualizado (Equação 2.61).

Após isso, os valores das variáveis que compõem a subrotina são retornados ao Abaqus. Como o modelo é avaliado através de incrementos da carga térmica, todo esse

processo se repete até que seja atingida a carga total.

É importante destacar que a subrotina UMAT foi construída em uma forma mais geral de modo a contribuir com a linha de pesquisa na qual esse trabalho se insere. Sendo assim, para o caso proposto em que $\alpha_t = 1$ e $\alpha_c = 0$ a subrotina foi simplificada de forma que, ao constatar que o critério de iniciação do dano havia sido atendido, o dano total era calculado diretamente do dano por tração d_t (Equação 2.64).

Nesse contexto, ressalta-se que as limitações que permanecem na implementação realizada são oriundas de limitações do próprio modelo de dano de Mazars (1984), onde não é possível analisar estados de carregamentos em que não exista ao menos uma direção principal com deformações positivas. Ainda, uma vez que Mazars (1984) considera que o dano é irreversível, apenas carregamentos monótonos são avaliados pelo mesmo. Segundo o autor, experimentalmente observa-se que não há variação no estado de danificação do concreto durante a descarga e constata-se a continuação da evolução do dano apenas na sobrecarga, ou seja, quando se alcança uma deformação equivalente superior ao valor máximo já atingido para a mesma. Portanto, pode-se simplificar um carregamento não monótono, em um carregamento monótono equivalente, mantendo-se apenas os trechos de sobrecarga, afim de se obter os mesmos resultados quando pensamos exclusivamente na relação do dano, ou do módulo de Young e a temperatura imposta.

Ressalta-se que, em comparação ao procedimento original de Assis (2019), foi possível reduzir o erro médio quadrático, associado à diferença do módulo de Young numérico do concreto em relação à referência experimental, nos modelos bifásico bidimensional e bifásico tridimensional, de 5,74% e 5,75%, para 0,02% e 0,05%, respectivamente.

4 RESULTADOS

Os resultados desta dissertação podem ser divididos em três partes. Na primeira parte (Seção 4.1), através do campo de temperaturas solicitante, dos valores estimados dos parâmetros de Mazars e das propriedades mecânicas dos materiais, o comportamento termomecânico do concreto foi avaliado considerando o modelo de dano de Mazars (1984). Com isso foi possível analisar computacionalmente o estado de danificação de corpos de prova, reproduzindo-se numericamente o experimento desenvolvido por Razafinjato (2015), obtendo-se assim a curva completa da variação do Módulo de Young do concreto em função da temperatura, no intervalo considerado de 293,15K a 803,15K. Para a construção da mesma, assim como das demais curvas extraídas do Abaqus que serão apresentadas, foram utilizados 30 pontos interligados por retas, formando a tendência dos resultados.

Na segunda parte (Seção 4.2), foi realizada uma análise paramétrica da influência dos parâmetros A_t , B_t e ϵ_{d0} na variação do módulo de Young do concreto pela temperatura. Posteriormente, se avaliou o real valor dos coeficientes α_t e α_c e os possíveis impactos da simplificação dos mesmos, e consequente desconsideração de A_c e B_c , nos resultados obtidos.

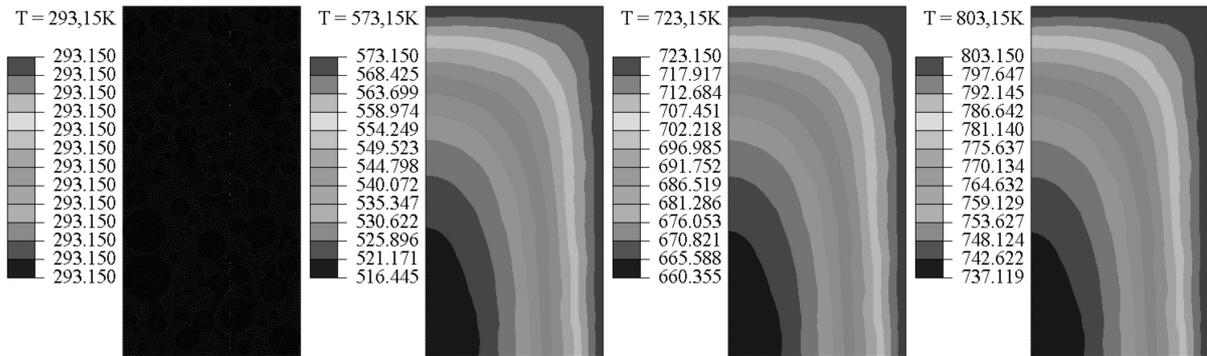
Por fim, na terceira parte (Seção 4.3), estudou-se a influência da dimensão dos agregados no processo de danificação do concreto a partir de diferentes granulometrias. Depois, avaliou-se também o impacto da porcentagem de agregados utilizada, identificando-se, nos dois casos, quais geometrias conduziam a um resultado mais crítico.

4.1 AVALIAÇÃO DO DANO

No intuito de se avaliar computacionalmente o dano em estruturas de concreto submetidas a altas temperaturas, um modelo termomecânico fracamente acoplado foi implementado. Ressalta-se que devido à ausência de todas as propriedades mecânicas do concreto em estado são, um problema inverso foi solucionado para que as mesmas fossem estimadas. Além disso, em relação às propriedades térmicas foi necessário recorrer a referências normativas e artifícios de análise experimental.

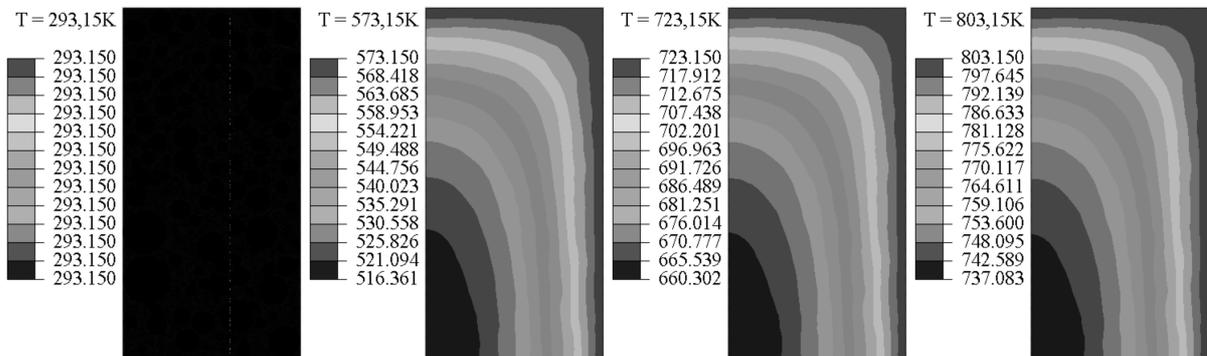
Nesse sentido primeiramente se determinou o campo de temperaturas solicitante na seção do corpo de prova utilizando o modelo térmico, como é apresentado nas Figuras 38, 39 e 40, para os modelos bifásico bidimensional, trifásico bidimensional e bifásico tridimensional, respectivamente. Em todas as figuras, a malha utilizada no problema foi exibida na temperatura inicial (293,15K), para que fosse possível identificá-la e ocultada nos demais patamares de temperatura (573,15K, 723,15K e 803,15K) para melhor visualização dos resultados.

Figura 38 – Campo de temperaturas, em K, para o modelo bifásico bidimensional



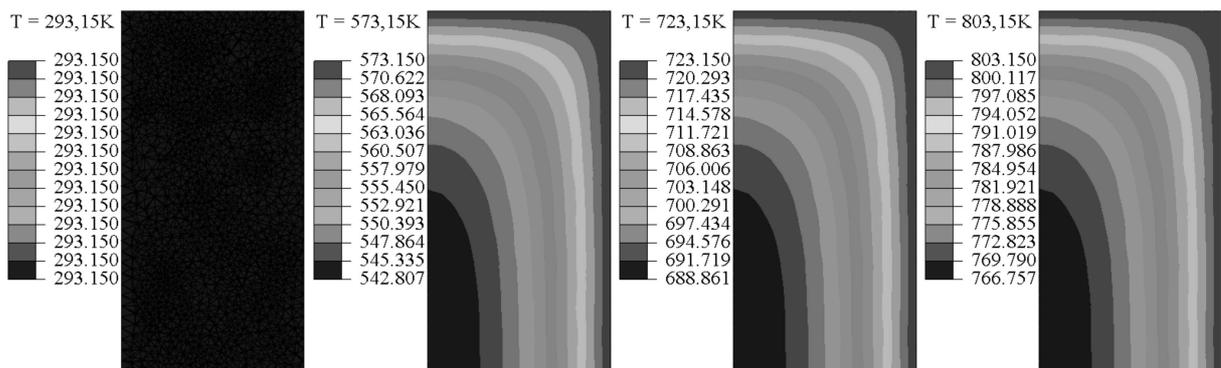
Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Figura 39 – Campo de temperaturas, em K, para o modelo trifásico bidimensional



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Figura 40 – Campo de temperaturas, em K, para o modelo bifásico tridimensional

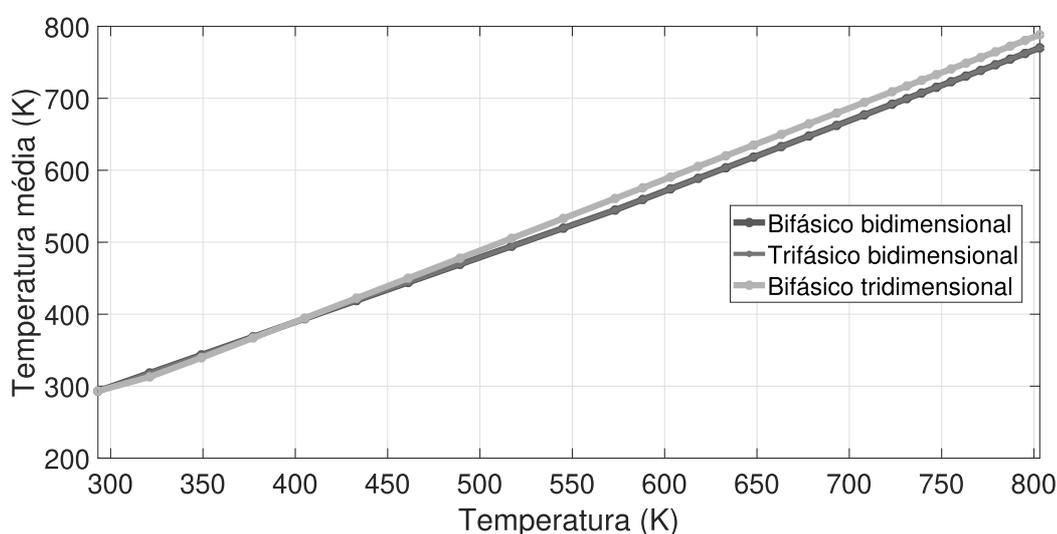


Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Como pode ser observado as maiores temperaturas estão localizadas no topo e na lateral direita, que são as faces externas do corpo de prova que estão em contato direto com a fonte de calor. Conseqüentemente no centro se localizam as temperaturas mínimas, como era esperado. A amplitude térmica foi de 66,0K para os modelos bidimensionais e de 36,4K para o modelo tridimensional.

No gráfico da Figura 41 é mostrada a evolução da temperatura média no corpo de prova em função da temperatura externa imposta. Através da mesma é possível constatar que o modelo térmico conduz a um mesmo resultado para os modelos bidimensionais bifásico e trifásico. Isso ocorre pois apesar do modelo trifásico possuir a zona de transição na interface, as propriedades térmicas consideradas para a mesma são idênticas à da argamassa, fazendo com que ambos modelos bidimensionais sejam idênticos do ponto de vista térmico. Em relação ao modelo tridimensional, se observa uma maior temperatura média, sendo a diferença entre a máxima temperatura obtida no mesmo e nos modelos bidimensionais, de 18,2K para o patamar de 803,15K. Portanto, conclui-se que os modelos bidimensionais subestimam a temperatura média na seção do corpo de prova.

Figura 41 – Relação da temperatura média (interna) e a temperatura aplicada (externa)



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

De posse do campo de temperaturas solicitante e do modelo termomecânico com carregamento térmico, o modelo de dano de Mazars (1984) foi aplicado a partir da construção de uma subrotina UMAT, possibilitando assim avaliar o dano em toda a seção de concreto. Para isso, foi necessário obter via análise inversa as propriedades mecânicas do concreto em estado danificado, para cada patamar de temperatura utilizado como referência (573,15K, 723,15K e 803,15K). Ainda, foi preciso um terceiro problema inverso para que os parâmetros de Mazars (1984) fossem determinados. Na Tabela 4 são apresentados os valores numéricos obtidos para o Módulo de Young do concreto em cada modelo analisado, bem como o erro médio quadrático (Equação 3.8) associado à referência experimental.

Nas Figuras 42, 43 e 44 são apresentados os mapas de dano, para os modelos bifásico bidimensional, trifásico bidimensional e bifásico tridimensional, respectivamente, para as temperaturas $T_0 = 293,15\text{K}$, $T = 573,15\text{K}$, $T = 723,15\text{K}$ e $T = 803,15\text{K}$. Em

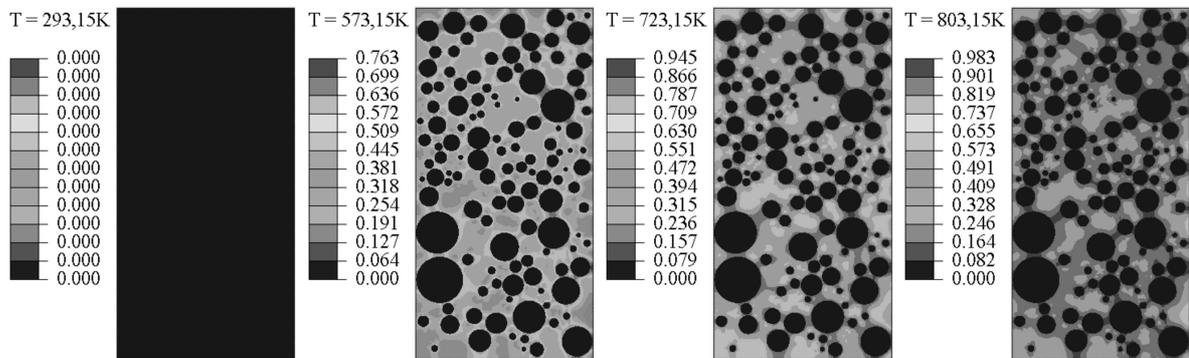
Tabela 4 – Comparação entre os módulos de Young numéricos e experimentais do concreto

	293,15K	573,15K	723,15K	803,15K	Erro %
Referência experimental (MPa)	34190	21640	12980	9000	-
Bifásico bidimensional (MPa)	34190	21643	12976	9001	0,02
Trifásico bidimensional (MPa)	34190	21649	12978	8993	0,05
Bifásico tridimensional (MPa)	34190	21621	13016	8981	0,18

Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

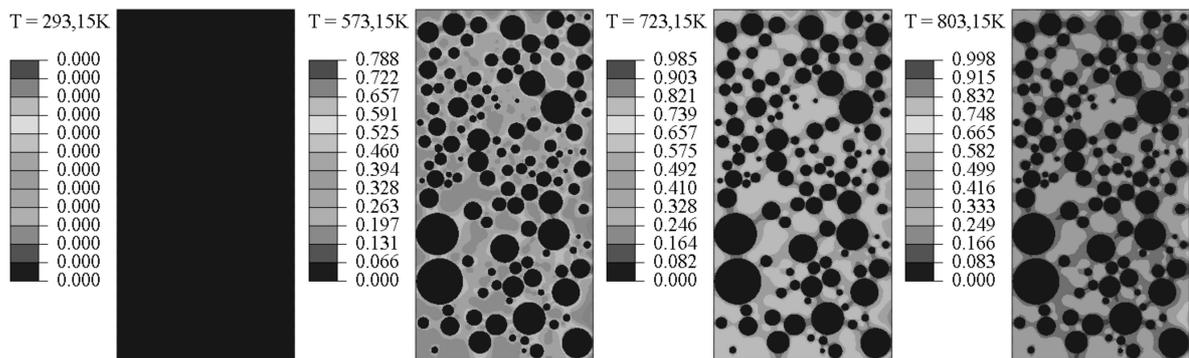
todas elas, a malha utilizada no problema foi ocultada para uma melhor visualização dos resultados.

Figura 42 – Mapa de dano (adimensional) para o modelo bifásico bidimensional



Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

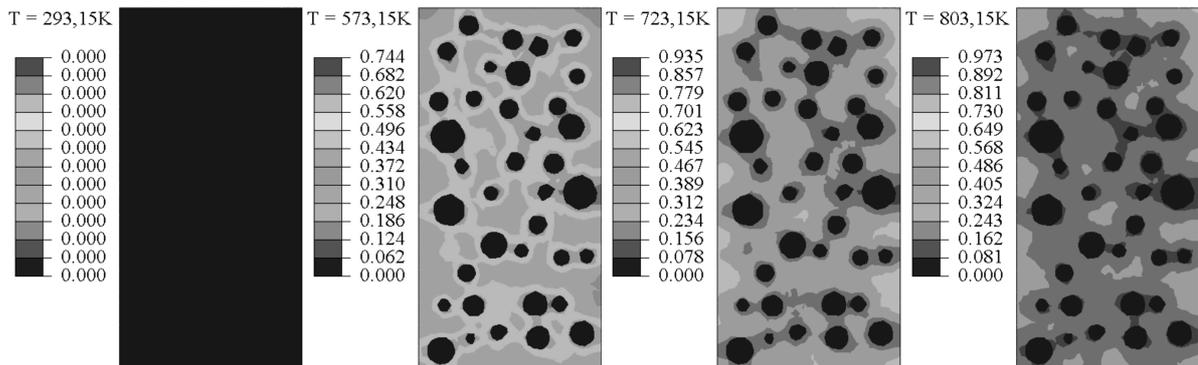
Figura 43 – Mapa de dano (adimensional) para o modelo trifásico bidimensional



Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

Pode-se observar, qualitativamente, a semelhança que existe no perfil de dano para os três modelos analisados, em cada patamar de temperatura considerado. Em todos eles, verifica-se que os maiores danos estão localizados nas regiões mais próximas dos agregados, ou seja, no contato argamassa-agregado para os modelos bifásicos e no contato argamassa-zona de transição na interface para o modelo trifásico. Ainda, nota-se valores consideráveis de dano em toda a seção do corpo de prova. Além disso, para o patamar de 803,15K vê-se um elevado grau de danificação em praticamente toda seção, excluindo-se

Figura 44 – Mapa de dano (adimensional) para o modelo bifásico tridimensional

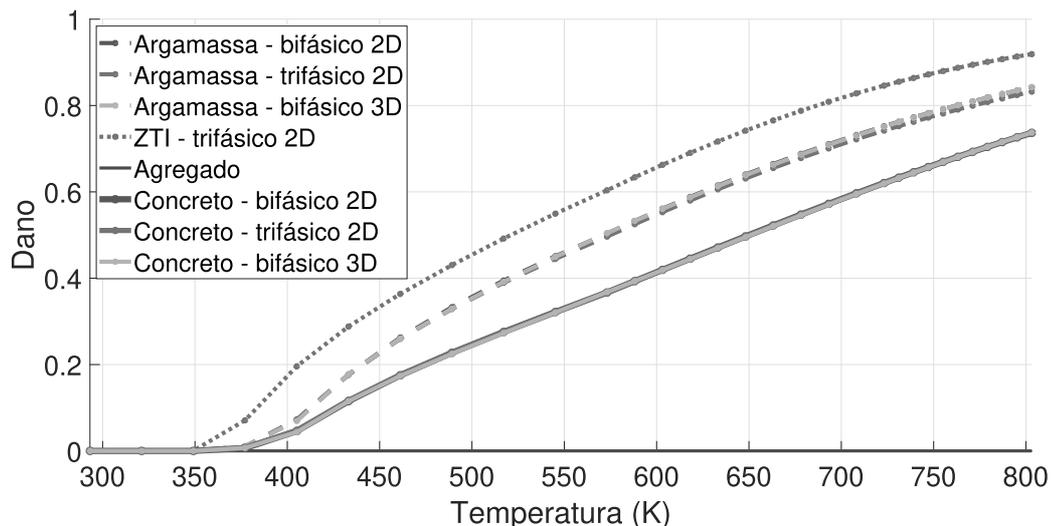


Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

os agregados. Por último pode-se constatar que o modelo tridimensional tem o dano significativamente melhor distribuído pela seção, o que permite inferir que as análises bidimensionais subestimam consideravelmente o estado de danificação da estrutura.

No gráfico da Figura 45 é apresentada a evolução do dano para o concreto e suas fases constituintes, permitindo constatar também, quantitativamente, essa semelhança. No mesmo, os valores de dano para a argamassa e zona de transição na interface são obtidos através da média ponderada dessa propriedade nos respectivos elementos da malha de elementos finitos. Já para o concreto, o dano foi calculado após a homogeneização do módulo de Young das fases que o compõem, usando a Equação 2.61.

Figura 45 – Evolução do dano para o concreto e suas fases



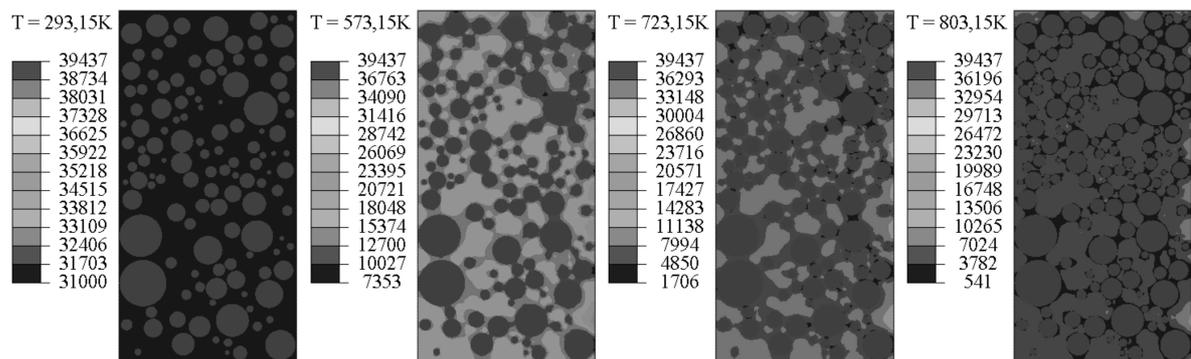
Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

Nota-se que o início do dano para os modelos bifásico bidimensional e bifásico tridimensional ocorre em torno da temperatura de 377K. Já para o modelo trifásico bidimensional, o início do dano se dá em torno de 349K, embora ele seja verificado apenas

na zona de transição na interface, para essa temperatura. Além disso, observa-se que a fase de maior dano para esse último modelo é a zona de transição, que é justamente a região mais próxima aos agregados. Ainda assim, uma vez que essa região corresponde a uma pequena parcela do modelo, devido à sua fina espessura, aliado ao menor dano na matriz argamassa, verifica-se praticamente o mesmo resultado para o concreto, nas três geometrias consideradas, sejam elas bifásicas ou trifásicas. Também, ressalta-se que a presença de uma fase com dano nulo, os agregados, faz com que o dano do concreto seja inferior ao das outras fases que o constituem.

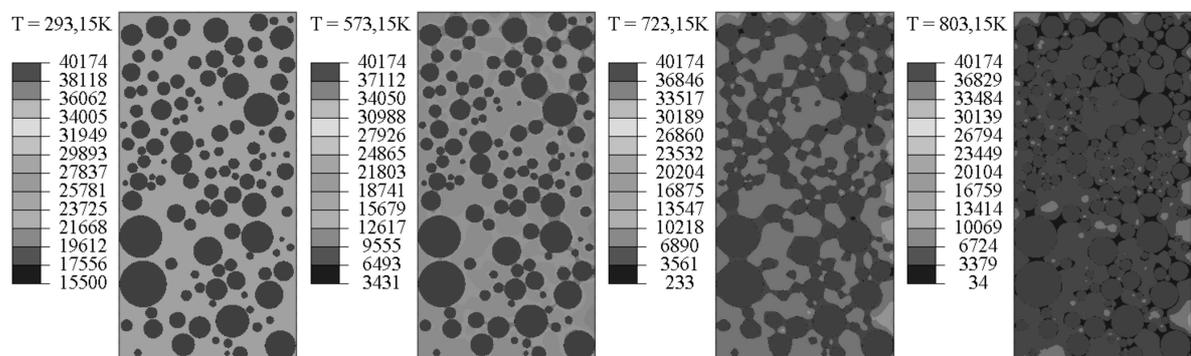
Nas Figuras 46, 47 e 48 são apresentados os mapas de módulo de Young, para os modelos bifásico bidimensional, trifásico bidimensional e bifásico tridimensional, respectivamente, para as temperaturas $T_0 = 293,15\text{K}$, $T = 573,15\text{K}$, $T = 723,15\text{K}$ e $T = 803,15\text{K}$. Em todas elas, a malha utilizada no problema foi novamente ocultada para uma melhor visualização dos resultados.

Figura 46 – Mapa de módulo de Young, em MPa, para o modelo bifásico bidimensional



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

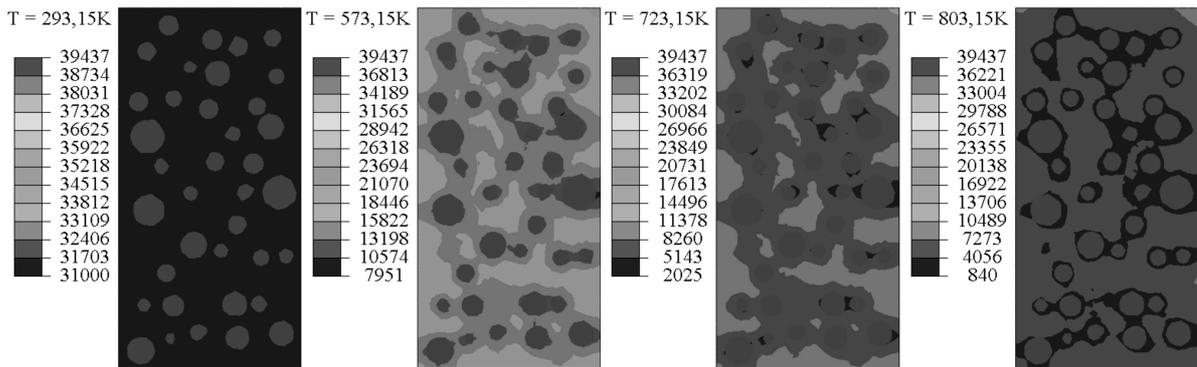
Figura 47 – Mapa de módulo de Young, em MPa, para o modelo trifásico bidimensional



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Uma vez que existe uma relação inversamente proporcional entre o módulo de Young e o dano, nota-se que os maiores valores dessa propriedade se localizam nas regiões mais distantes dos agregados, embora toda a seção (excluindo-se os agregados) tenha seu módulo de Young bastante reduzido no patamar de 803,15K. É possível ver também, que no modelo

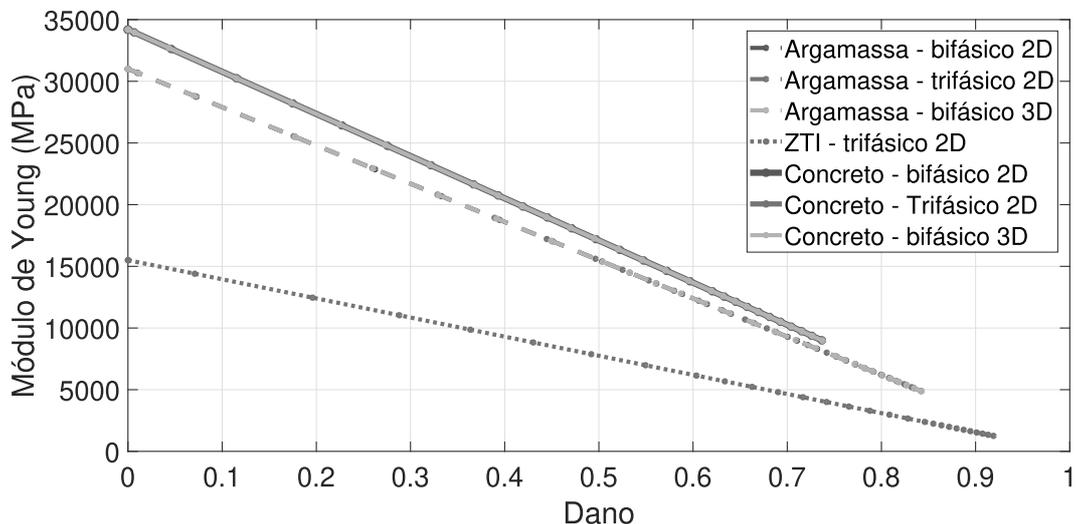
Figura 48 – Mapa de módulo de Young, em MPa, para o modelo bifásico tridimensional



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

trifásico bidimensional são atingidos os menores valores para essa propriedade, seguido do modelo bifásico bidimensional, sendo no modelo bifásico tridimensional encontrados valores superiores que os demais. Isso permite constatar, quantitativamente, sabendo que todas as geometrias conduzem a resultados bastante próximos (Tabela 4), que no modelo bifásico tridimensional o dano se distribui melhor pela seção. No gráfico da Figura 49 é possível notar essa relação inversa, que também é linear, e constatar a coerência da implementação feita.

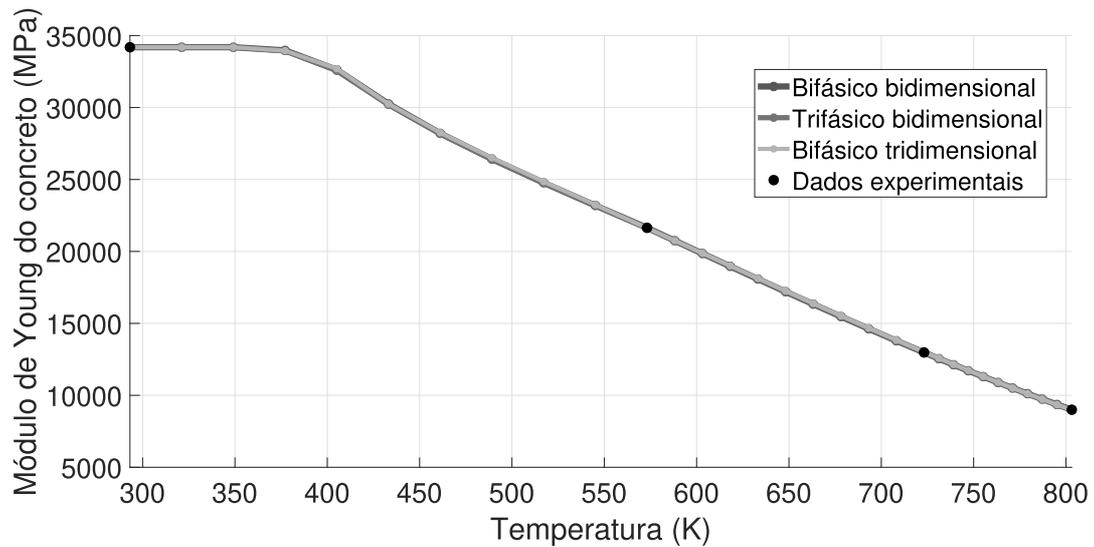
Figura 49 – Relação do módulo de Young e o dano



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

No gráfico da Figura 50 é mostrada a comparação da evolução do módulo de Young para o concreto em cada geometria considerada. Através do mesmo, é possível identificar a proximidade entre os resultados numéricos e experimentais, devido aos baixos valores de erro dos ajustes realizados. Ainda, vê-se a congruência existente entre as diferentes geometrias implementadas.

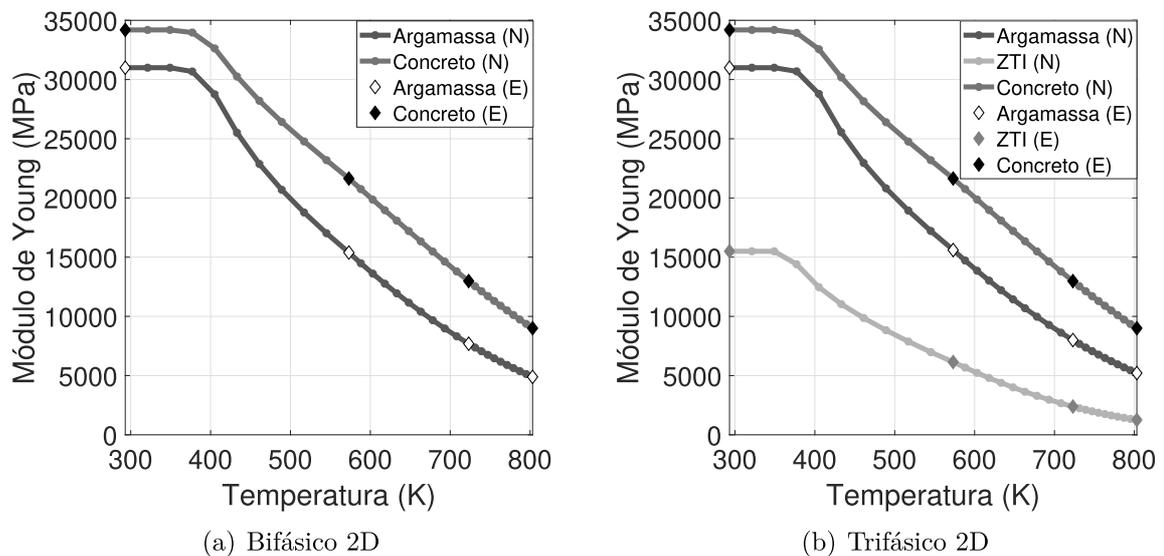
Figura 50 – Evolução do módulo de Young para o concreto



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

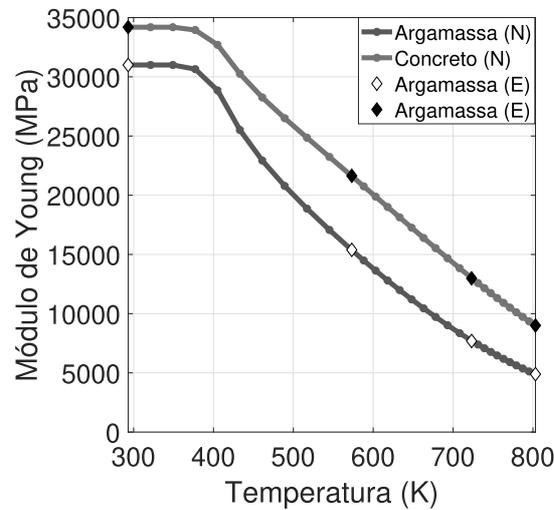
Por fim, nos gráficos das Figuras 51 e 52 são apresentadas as evoluções dos módulos de Young do concreto e suas fases e as comparações entre os resultados numéricos (N) e experimentais (E), para as três geometrias analisadas. Nos mesmos, pode-se estimar o valor dessa propriedade em todo o intervalo de 293,15K a 803,15K. Ainda, observa-se o baixo erro do ajuste realizado, não somente em relação ao concreto, mas também em relação aos valores esperados para a argamassa e para zona de transição (no caso do modelo trifásico bidimensional), garantindo uma boa confiabilidade nos resultados obtidos.

Figura 51 – Evolução do módulo de Young para o concreto e suas fases e comparação dos resultados numéricos (N) e experimentais (E) para os modelos bidimensionais



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Figura 52 – Evolução do módulo de Young para o concreto e suas fases e comparação dos resultados numéricos (N) e experimentais (E) para o modelo bifásico 3D

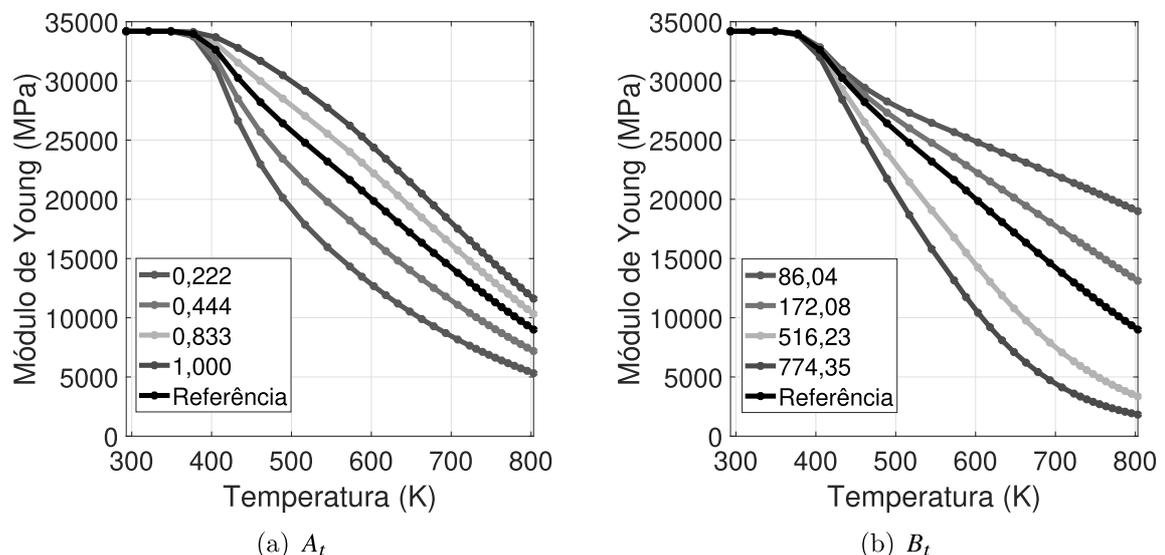


Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

4.2 ANÁLISE PARAMÉTRICA DO MODELO DE DANO DE MAZARS

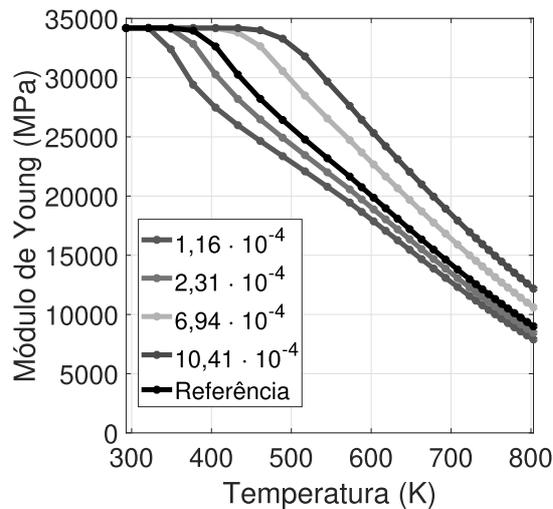
Com intenção de se analisar a influência dos parâmetros envolvidos no modelo de dano de Mazars (1984), visando principalmente avaliar o impacto das simplificações realizadas na etapa anterior, uma série de análises paramétricas foi realizada. Primeiramente, avaliou-se a influência dos parâmetros A_t , B_t e ϵ_{d0} na evolução do módulo de Young do concreto em função da temperatura. Para isso, variou-se o valor de cada parâmetro mantendo-se fixo o valor dos demais, considerando-se como referência os obtidos anteriormente para cada geometria (Tabela 3). Nas Figuras 53 e 54 são mostrados os resultados obtidos para o modelo bifásico bidimensional.

Figura 53 – Estudo da influência de A_t e B_t para o modelo bifásico bidimensional



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

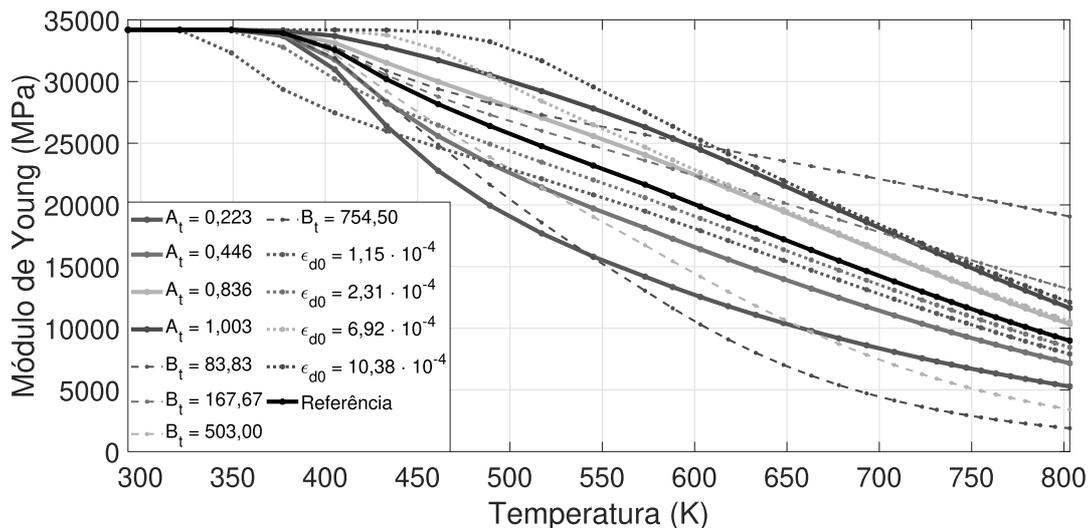
Figura 54 – Estudo da influência de ϵ_{d0} para o modelo bifásico bidimensional



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Pode-se notar que a variação considerada para os parâmetros foi de 3 vezes, 2 vezes, $\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{3}$ do valor de referência, para B_t e ϵ_{d0} , e 1,5 vez, 1,25 vez, $\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{3}$ para A_t , de forma que em todos os casos fossem geradas respostas condizentes. Nas Figuras 55 e 56 são apresentados os resultados para os modelos trifásico bidimensional e bifásico tridimensional, respectivamente, de maneira condensada, uma vez que se observou para as três geometrias um comportamento muito semelhante.

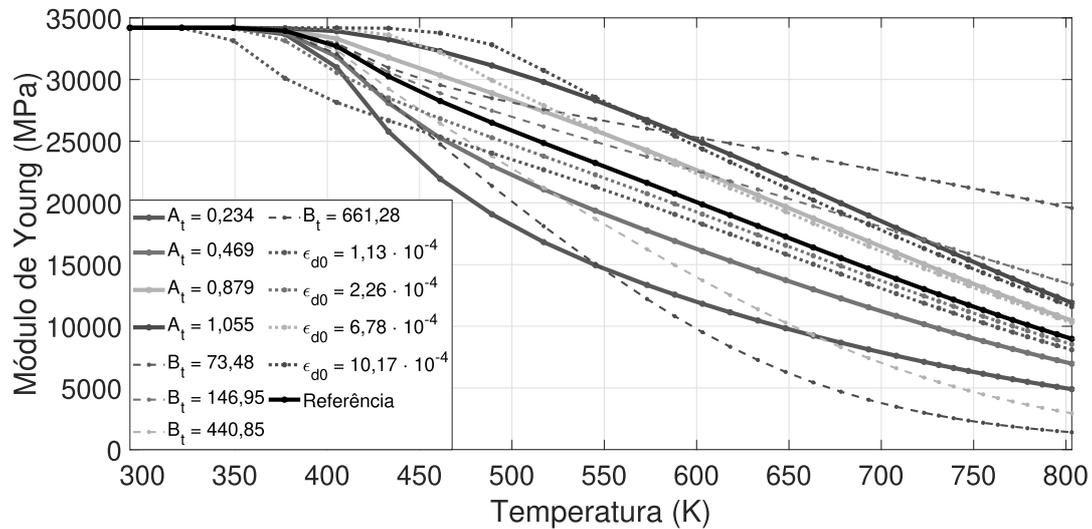
Figura 55 – Estudo da influência dos parâmetros de Mazars (1984) para o modelo trifásico bidimensional



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Nota-se, para todas as geometrias, que quanto maior o valor de A_t maiores são os módulos de Young observados e conseqüentemente menores são os danos. As variações mais expressivas em relação à curva de referência se localizam nos trechos intermediários,

Figura 56 – Estudo da influência dos parâmetros de Mazars (1984) para o modelo bifásico tridimensional



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

principalmente entre 500K e 600K, onde há uma clara diferença na evolução e na curvatura das curvas parametrizadas.

Já para o parâmetro B_t , observa-se que quanto maior seu valor, menores são os módulos de Young associados. Além disso, são os trechos finais, em comparação com a curva de referência, que são bastante modificados predominantemente a partir de 600K.

Por fim, o parâmetro ϵ_{d0} é o responsável por retardar ou adiantar o início do dano na seção e com isso quanto maior ele for, maiores são os módulos de Young obtidos. Portanto, os trechos iniciais, até 500K, são os mais afetados em relação à curva de referência.

Em seguida, avaliou-se o real valor dos coeficientes α_t e α_c analisando o impacto da consideração deles e dos parâmetros A_c e B_c nos resultados encontrados para a avaliação do dano de estruturas de concreto sob expansão térmica. Utilizando a subrotina UMAT em seu caso mais geral, determinou-se os coeficientes de ponderação de tração e compressão, apresentados na Tabela 5, para cada modelo considerado.

Tabela 5 – Avaliação dos parâmetros α_t e α_c

Modelo	α_t	α_c
Bifásico 2D	0,976	0,024
Trifásico 2D	0,976	0,024
Bifásico 3D	0,902	0,098

Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

A partir dos resultados é possível concluir o que já era esperado, ou seja, que o nível de compressão é muito baixo e que α_t tende a 1 e α_c tende a 0, sendo esse esforço

oriundo da dilatação diferencial dentre as diferentes fases do concreto. Apesar disso, considerando ainda que para o modelo bifásico tridimensional possa existir alguma dúvida em relação ao impacto da simplificação dos parâmetros A_c e B_c , todos os modelos foram considerados em sua forma generalizada. Na Tabela 6 são mostrados os parâmetros de Mazars (1984) ajustados para cada geometria analisada, além do erro médio quadrático associado (Equação 3.8).

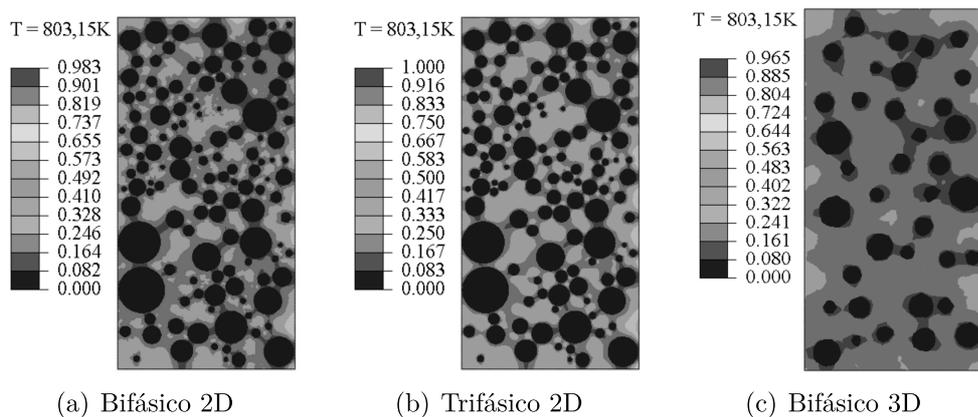
Tabela 6 – Parâmetros ajustados para o modelo de Mazars (1984) considerando também A_c e B_c

Modelo	A_t	B_t	A_c	B_c	ϵ_{d0}	Erro (%)
Bifásico 2D	0,684	260,33	0,096	13,42	$3,51 \cdot 10^{-4}$	0,09
Trifásico 2D	0,713	255,05	0,105	12,06	$3,09 \cdot 10^{-4}$	0,17
Bifásico 3D	0,743	230,21	0,178	54,64	$3,92 \cdot 10^{-4}$	0,10

Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Pode-se observar na Tabela 6 que não existe uma congruência entre os parâmetros dos três modelos, como havia ocorrido para o caso com apenas tração (Tabela 3). Isso acontece, pois diferentemente desse caso, onde existe unicidade de solução, para os modelos que também envolvem compressão não há unicidade de solução, ou seja, para cada ajuste de convergência realizado uma resposta diferente é encontrada. Os mapas de dano para a temperatura final de 803,15K são apresentados na Figura 57 e os mapas de módulo de Young na Figura 58.

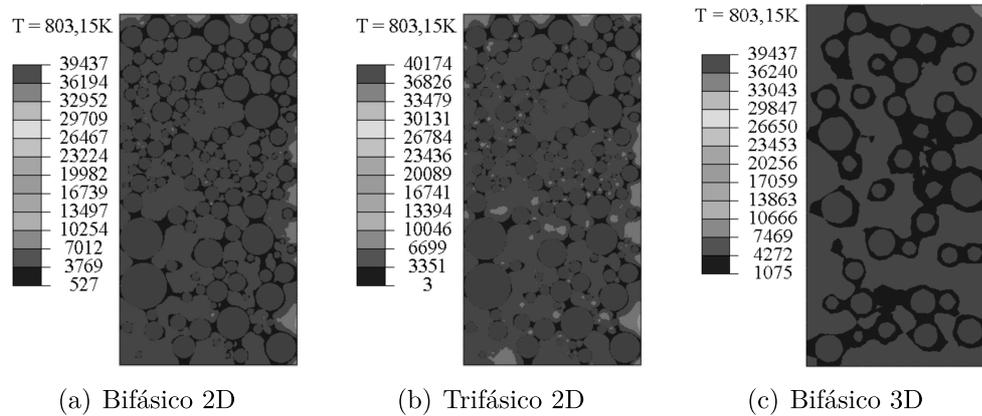
Figura 57 – Mapa de dano final (adimensional) para os modelos com parâmetros de compressão



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

A partir dos mesmos é possível constatar que existem poucas alterações em relação à modelagem anterior (Figuras 42, 43, 44, 46, 47 e 48). Isso fica evidente no gráfico da Figura 59, onde nota-se praticamente os mesmos resultados para os modelos apenas

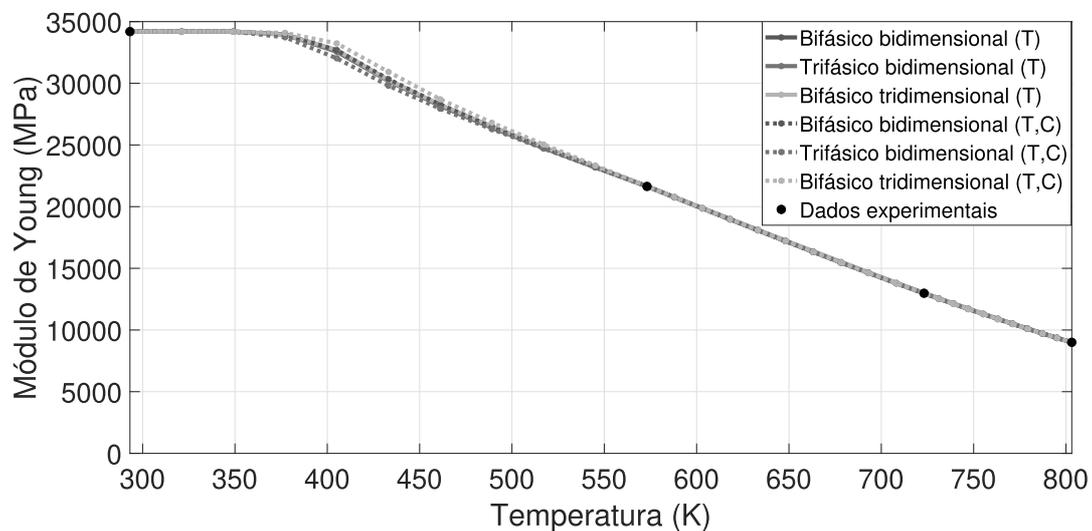
Figura 58 – Mapa de módulo de Young final, em MPa, para os modelos com parâmetros de compressão



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

com parâmetros de tração (T) e para os modelos que também incluem os parâmetros de compressão (C).

Figura 59 – Comparativo da evolução do módulo de Young para o concreto nos modelos com apenas parâmetros de tração (T) e que também incluem os de compressão (T,C)



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Ainda assim, verifica-se uma pequena distinção entre 400K e 500K para as curvas do modelo trifásico bidimensional (C) e bifásico tridimensional (C) em relação às respectivas curvas com apenas parâmetros de tração. Porém destaca-se que essas alterações estão associadas à solução obtida, já que para o modelo bifásico bidimensional, diferentemente dos demais, encontrou-se praticamente o mesmo resultado nos dois casos. Uma vez que cada uma das infinitas soluções do problema em questão conduz a um resultado distinto,

e devido à existência de poucas referências experimentais, não existe um critério que identifique qual é a solução mais adequada a cada caso. Ainda, destaca-se que o resultado apresentado anteriormente (Seção 4.1) é também uma solução do modelo que inclui os parâmetros de compressão, sendo estes tendendo a zero.

Diante do exposto, considerou-se que a simplificação em relação aos esforços de compressão é sim adequada e coerente. Ressalta-se que só foi possível determinar os parâmetros de Mazars (1984) que minimizam o erro do ajuste para o modelo generalizado, tomando como ponto de partida os obtidos para o modelo simplificado (Tabela 3). Isso porque durante a convergência do ajuste, para certas combinações de parâmetros, o Abaqus não gera uma resposta condizente emitindo um erro de processamento. Esse erro não está totalmente associado a elevados graus de danificação e conseqüentemente a baixos valores de módulo de Young sendo a sua origem ainda desconhecida. Quando esse erro ocorre, há uma tendência dos resultados do ajuste pararem de convergir, pois nesses casos uma pequena alteração nos parâmetros conduz a um valor não lógico para a função objetivo.

Por fim destaca-se que a existência de mais de uma solução também é responsável por tornar mais lento esse processo de convergência pois as diversas soluções próximas à estimativa inicial (no caso da função f_{min}) ou contidas no intervalo imposto (no caso da função $differential_evolution$) dificultam a determinação de um só resultado, confundindo o algoritmo da função de otimização utilizada.

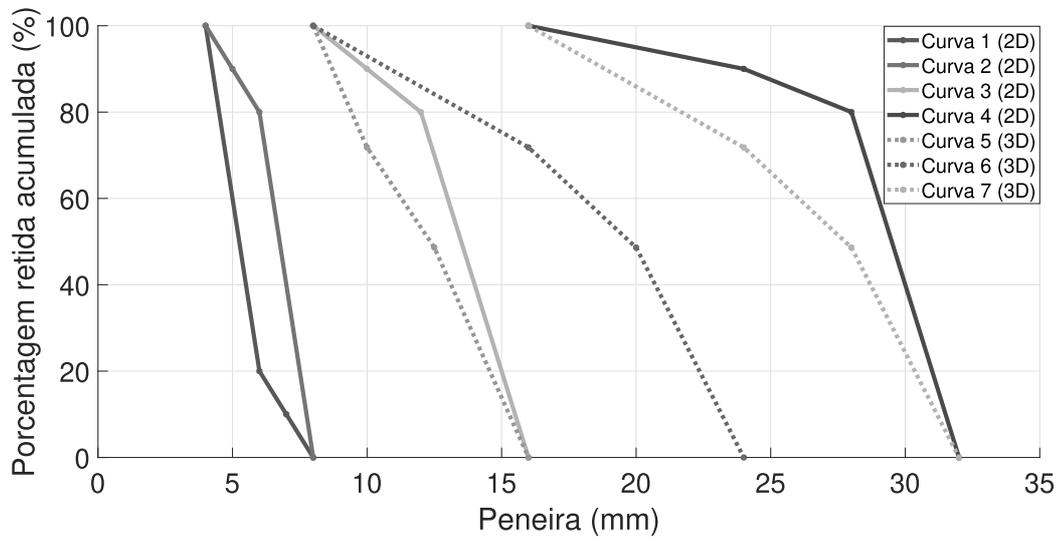
4.3 ESTUDO DA INFLUÊNCIA DOS AGREGADOS NO DANO

Este estudo é dividido em duas partes. Na primeira parte, é avaliada a influência da granulometria do agregado no processo de danificação do concreto. Já na segunda parte, é analisada a influência do volume relativo do agregado.

4.3.1 Avaliação da influência da granulometria

Objetivando-se avaliar a influência da granulometria do agregado no processo de danificação do concreto, foram adotadas curvas granulométricas suficientemente distintas para a geração de corpos de prova sintéticos com agregados de diferentes dimensões. Considerando as limitações do algoritmo de Bonifácio (2017), que é capaz de criar distribuições aleatórias de partículas, escolheu-se para os modelos bidimensionais quatro curvas, em que 80% dos agregados possuem diâmetro de 4mm a 6mm (curva 1), 6mm a 8mm (curva 2), 12mm a 16mm (curva 3) e 28mm a 32mm (curva 4). Para o modelo tridimensional adotou-se três curvas, em que 49% dos agregados possuem diâmetro entre 12,5 e 16mm (curva 5), 20mm e 24mm (curva 6) e 28mm e 32mm (curva 7). Todas essas curvas são apresentadas na Figura 60. Destaca-se que as mesmas não representam um agregado real, sendo elas criadas estrategicamente visando o objetivo em questão.

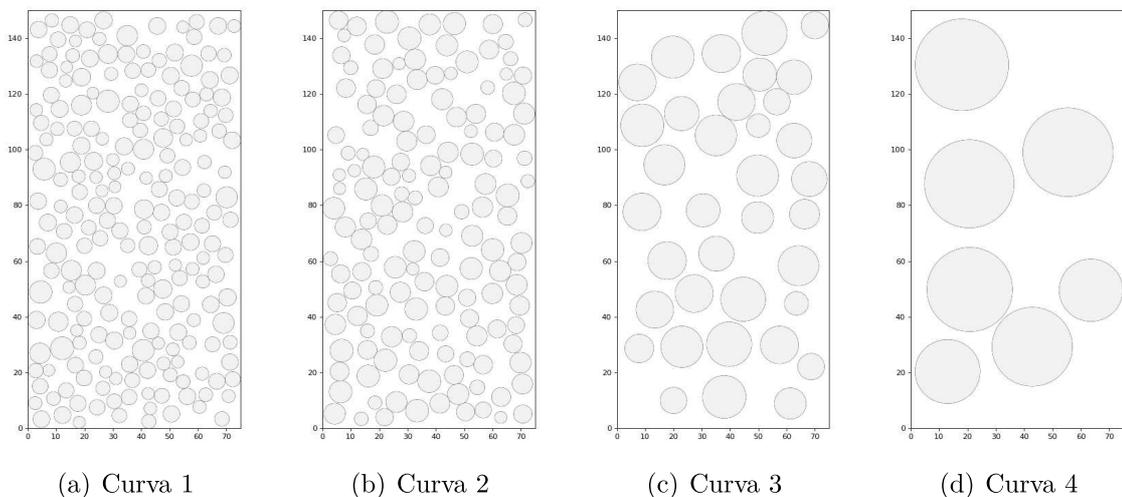
Figura 60 – Curvas granulométricas geradas para os modelos bidimensionais (2D) e para o modelo tridimensional (3D)



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Nas Figuras 61, 62 e 63 são apresentadas as geometrias geradas para o modelo bifásico bidimensional, trifásico bidimensional e bifásico tridimensional, respectivamente. Para todas elas adotou-se o volume relativo de agregado fixo de 40% de tal forma que esse parâmetro não influenciasse nos resultados obtidos. Visualmente evidencia-se a clara distinção que existe entre os corpos de prova de cada curva, existindo uma ordem crescente no tamanho dos agregados das curvas de 1 a 4 (modelos bidimensionais) e de 5 a 7 (modelo tridimensional).

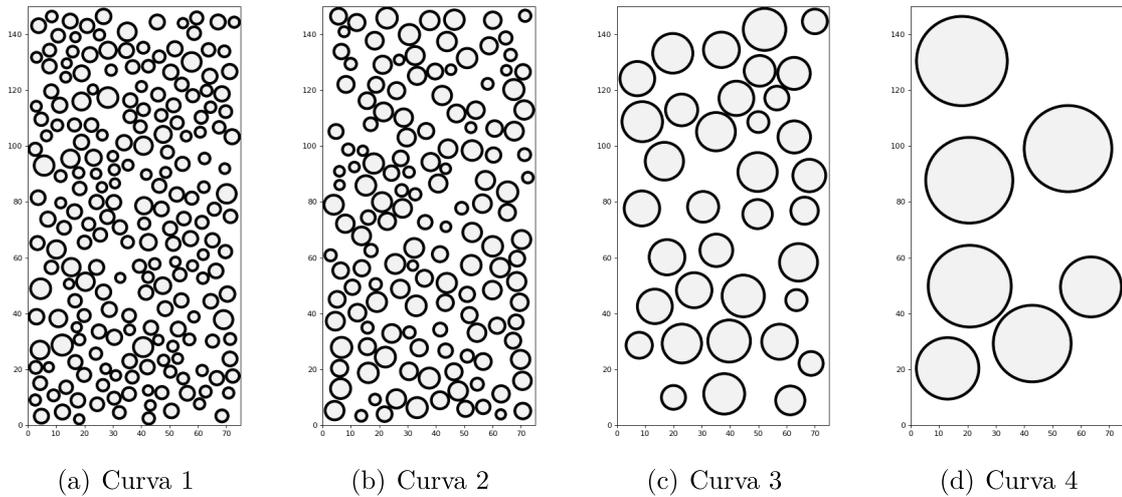
Figura 61 – Geometrias geradas para o modelo bifásico bidimensional



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

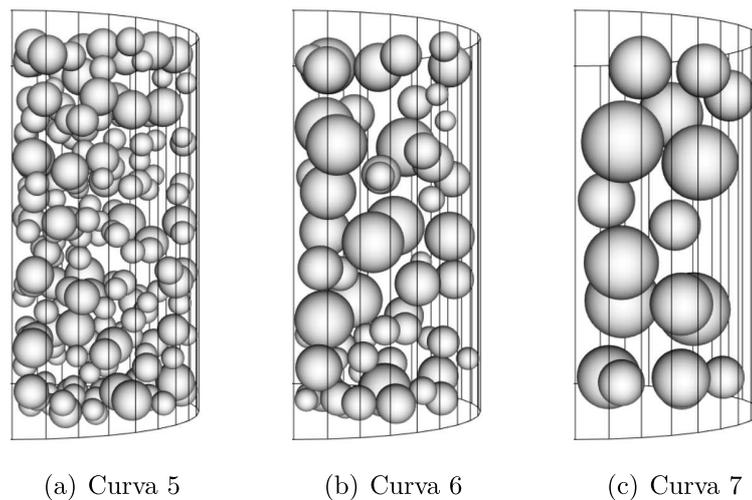
Para a realização da análise do dano do concreto foram considerados os mesmos

Figura 62 – Geometrias geradas para o modelo trifásico bidimensional



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Figura 63 – Geometrias geradas para o modelo bifásico tridimensional

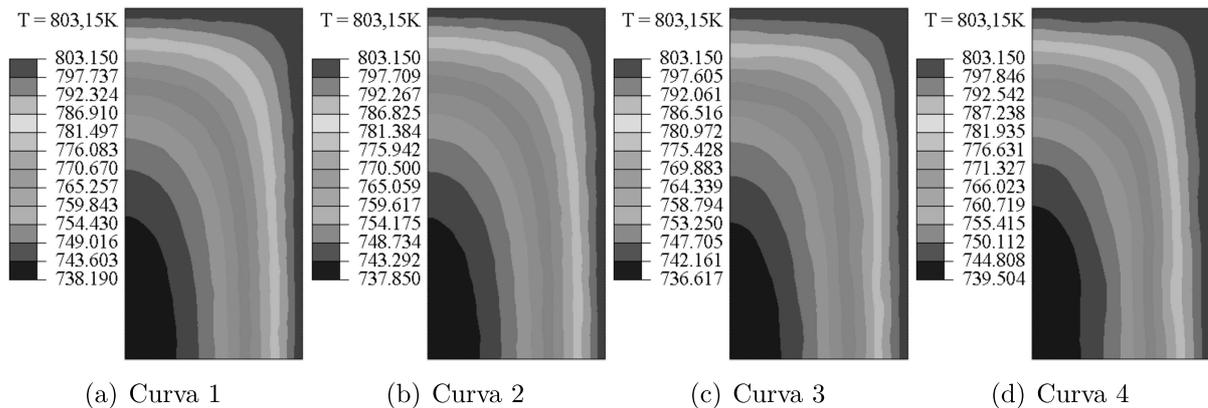


Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

parâmetros mecânicos para o estado íntegro (Tabela 1) e danificado (Figura 33) que os utilizados na Seção 4.1, além dos mesmos parâmetros de Mazars (Tabela 3). Ainda, foi adotado o mesmo tamanho de malha que foi usado para discretizar cada geometria (Figuras 24 e 31). Dessa forma a única variável existente era a dimensão dos agregados que compõem cada modelo.

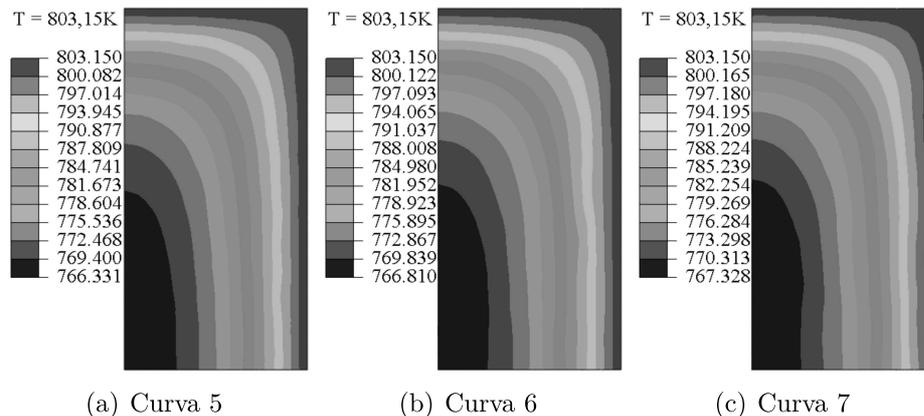
Primeiramente se determinou o campo de temperaturas solicitante através do modelo térmico. Na Figura 64 são apresentados os resultados para o modelo bifásico bidimensional e trifásico bidimensional, que possuem respostas térmicas praticamente idênticas. Na Figura 65, por sua vez, são mostrados os resultados obtidos para o modelo bifásico tridimensional.

Figura 64 – Campo de temperaturas final para o modelo trifásico e bifásico bidimensional



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Figura 65 – Campo de temperaturas final para o modelo bifásico tridimensional



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Todas granulometrias conduziram a resultados térmicos muito semelhantes aos obtidos na Seção 4.1. São apresentadas na Tabela 7 as temperaturas médias nos corpos de prova, gerados a partir de cada uma das curvas granulométricas, em função da temperatura externa final de 803,15K, através da qual é possível analisar as diferenças existentes entre as geometrias. Pode-se observar uma congruência entre os resultados, notando-se diferenças significativas apenas para a curva 4, tanto em relação às diferentes curvas granulométricas implementadas (1, 2, 3 e 4), quanto em relação aos diferentes modelos utilizados (bifásico e trifásico bidimensional). Novamente vê-se que as temperaturas médias segundo o modelo tridimensional são superiores às dos modelos bidimensionais, que subestimam as mesmas.

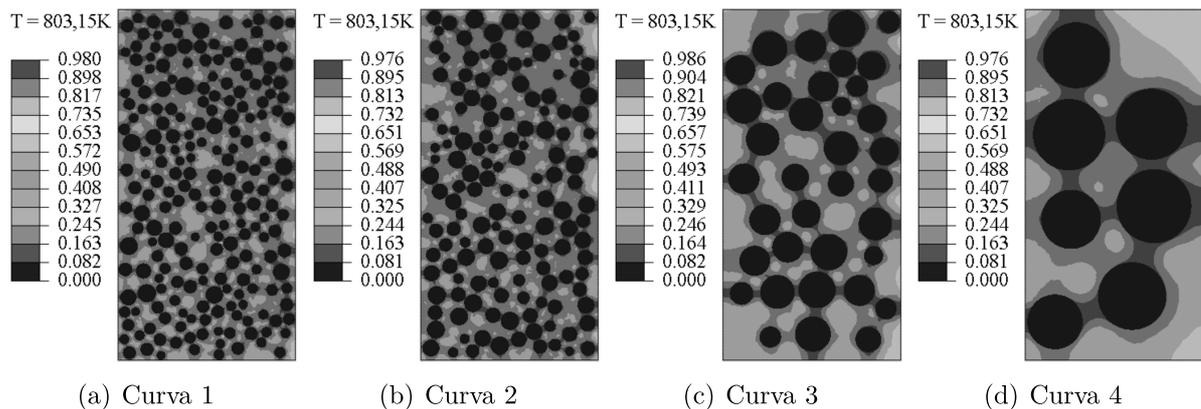
Em seguida, aplicou-se o campo de temperaturas como carregamento térmico no modelo termomecânico associado à subrotina UMAT que implementa o modelo de dano de Mazars (1984) no Abaqus. Nas Figuras 66, 67 e 68 são mostrados os mapas de dano encontrados para o modelo bifásico bidimensional, trifásico bidimensional e bifásico tridimensional, respectivamente.

Tabela 7 – Temperatura média no corpo de prova para a temperatura externa de 803,15K

Curva	1	2	3	4	5	6	7
Bifásico 2D (K)	770,4	770,0	770,4	771,4	-	-	-
Trifásico 2D (K)	770,4	770,0	770,4	772,3	-	-	-
Bifásico 3D (K)	-	-	-	-	788,3	788,4	788,7

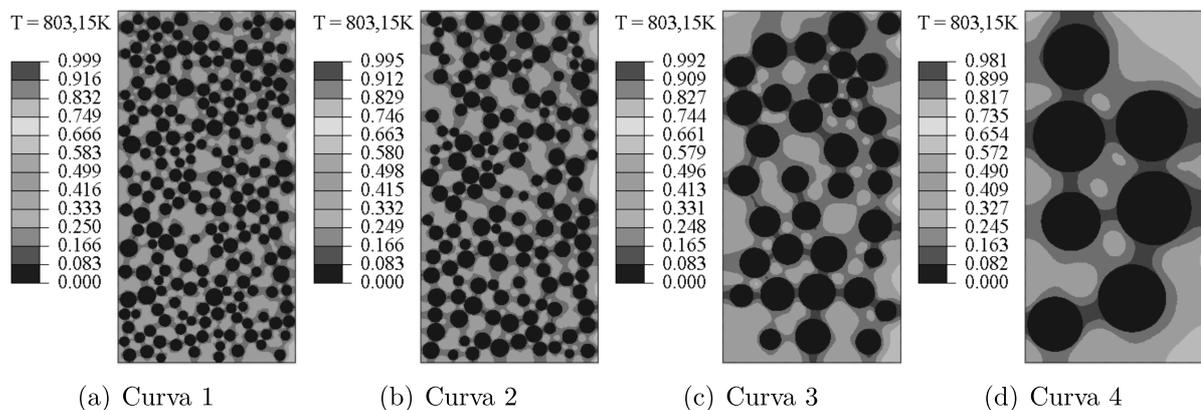
Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Figura 66 – Mapa de dano final (adimensional) para o modelo bifásico bidimensional



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

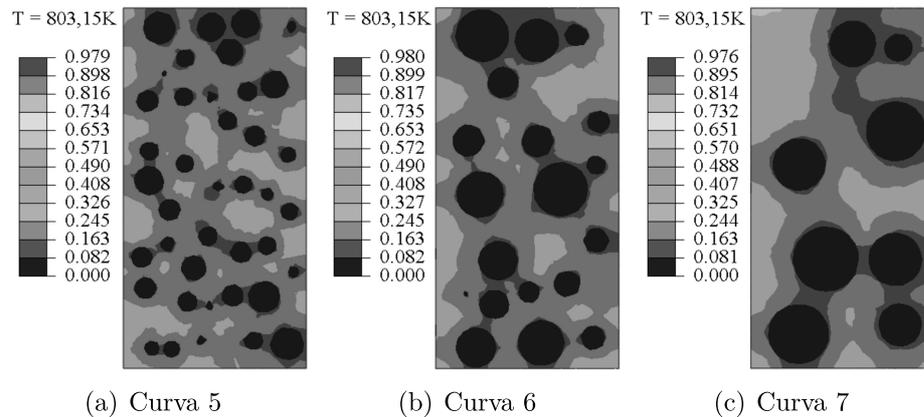
Figura 67 – Mapa de dano final (adimensional) para o modelo trifásico bidimensional



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Pode-se notar que a distribuição dos maiores danos se dá em torno dos agregados para todas as geometrias consideradas, sendo esta uma semelhança entre as mesmas, independente do modelo em questão. Qualitativamente, para os modelos bidimensionais, vê-se que a curva 4, referente aos maiores diâmetros de agregados, é a que possui uma maior concentração e um maior número de elementos vermelhos, que representam os maiores valores de dano, o que implica em uma maior extensão do dano. Apesar disso, é exatamente para essa geometria que surge uma maior quantidade de elementos amarelos

Figura 68 – Mapa de dano final (adimensional) para o modelo bifásico tridimensional



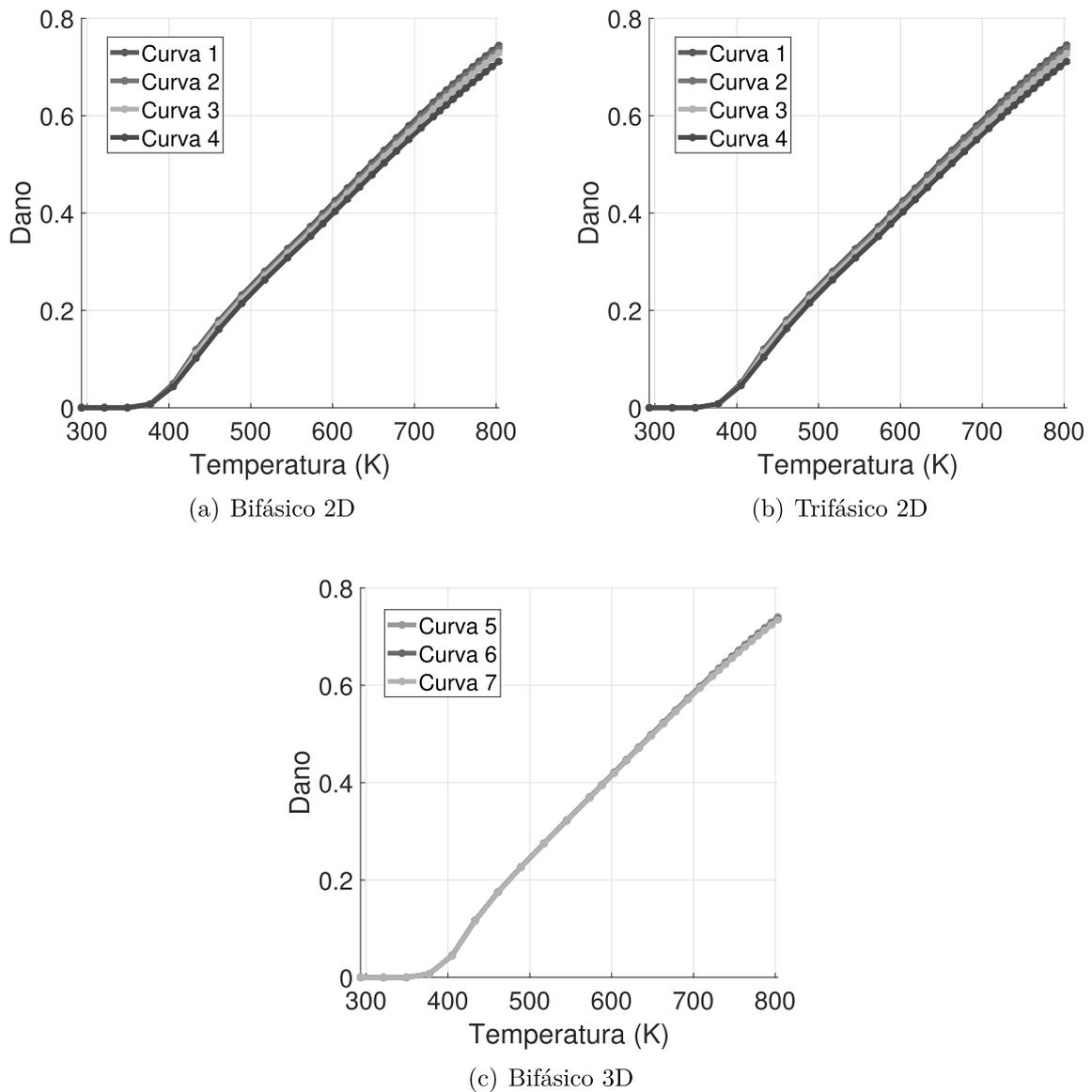
Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

que representam os menores valores de dano observados nas fases argamassa e zona de transição. Esse padrão se mantém, em ordem decrescente de intensidade, para as curvas 3, 2 e 1. Destaca-se que esse mesmo fenômeno é observado para as geometrias tridimensionais, para as curvas 7, 6 e 5 em ordem decrescente de intensidade.

Isso nos leva a crer, em uma análise qualitativa local, considerando regiões específicas dos corpos de prova, que o dano é visualmente maior quanto maiores forem os agregados que os compõem. Já do ponto de vista global, considerando a influência de todos elementos que compõem a malha, a análise qualitativa se torna pouco conclusiva não sendo possível prever o resultado da soma de dois fenômenos opostos. Porém pode-se afirmar que o dano é mais concentrado para maiores agregados e melhor distribuído para menores agregados. Sendo assim, o valor médio do dano no corpo de prova em função da temperatura é apresentado na Figura 69, possibilitando uma análise quantitativa global.

Através da mesma é possível constatar que quanto menores são os agregados maior é o dano médio no concreto composto pelos mesmos, em todos os modelos considerados. Ainda, vê-se que a temperatura de início de dano não sofre influência desse aspecto geométrico e com isso as maiores distinções entre as geometrias avaliadas são observadas nas temperaturas finais. Por fim, para os modelos bidimensionais nota-se um maior impacto da dimensão dos agregados em contraposição ao modelo tridimensional, onde as diferenças observadas foram sutis. Na Tabela 8 é exibido o valor do dano médio no corpo de prova para a temperatura final de 803,15K constatando-se novamente o fato de que menores agregados estão associados a maiores danos globais.

Figura 69 – Evolução do dano no concreto para cada geometria considerada nos modelos bidimensionais



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Tabela 8 – Dano médio no corpo de prova para a temperatura externa final de 803,15K

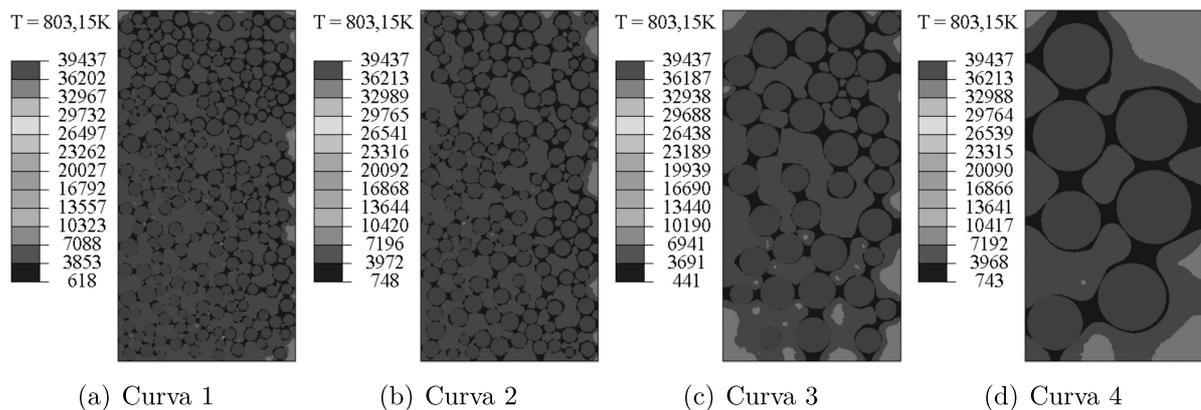
Curva Granulométrica	1	2	3	4	5	6	7
Bifásico 2D	0,744	0,737	0,729	0,711	-	-	-
Trifásico 2D	0,745	0,738	0,728	0,711	-	-	-
Bifásico 3D	-	-	-	-	0,740	0,737	0,734

Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Nas Figuras 70, 71 e 72 são mostrados os mapas de módulo de Young encontrados para o modelo bifásico bidimensional, trifásico bidimensional e bifásico tridimensional, respectivamente, através das quais constata-se a congruência existente nos resultados

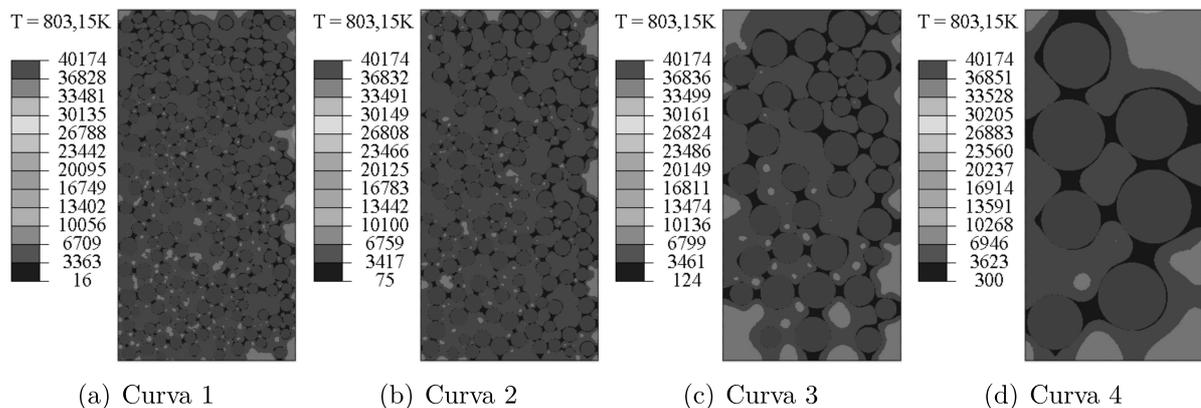
obtidos em cada um desses modelos. Qualitativamente, é possível inferir que partículas de maiores dimensões estão associadas a um maior número de elementos com os menores valores dessa propriedade. Pode-se observar também que os menores módulos de Young se distribuem mais uniformemente nos corpos de prova compostos por menores agregados, e conseqüentemente são mais concentrados nos compostos por maiores agregados. Ainda, tem-se que a localização dessas regiões de menores valores dessa propriedade se dá em torno dos agregados.

Figura 70 – Mapa de módulo de Young final, em MPa, para o modelo bifásico bidimensional



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

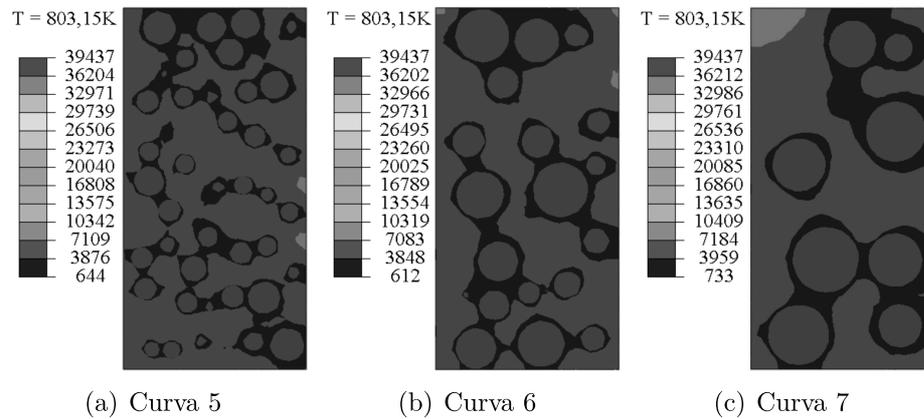
Figura 71 – Mapa de módulo de Young final, em MPa, para o modelo trifásico bidimensional



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

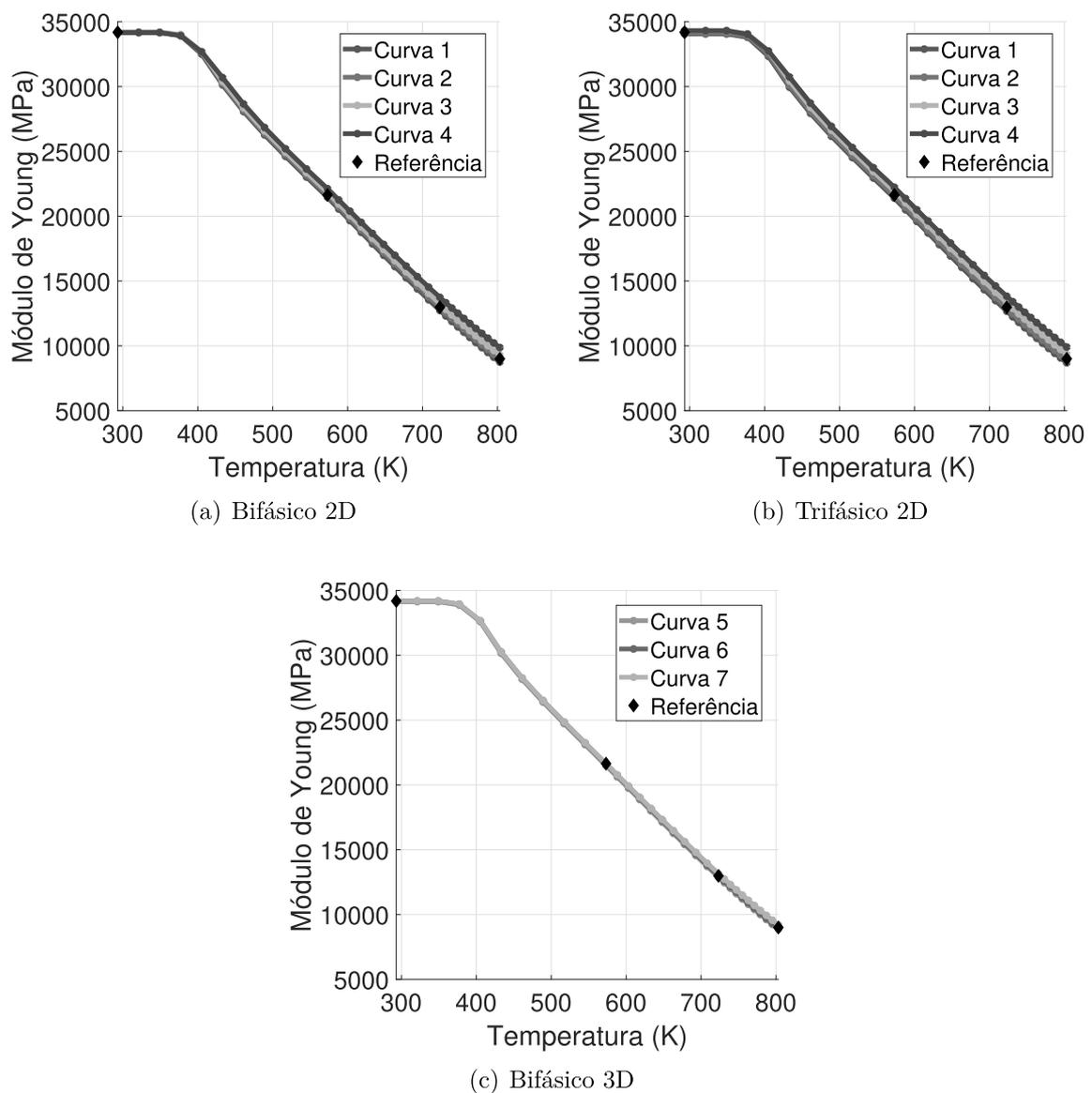
Na Figura 73 é exibida a evolução do módulo de Young do concreto em cada geometria analisada comparando-a com a referência experimental. Através da mesma é possível concluir, quantitativamente, que quanto maiores os agregados, maiores os valores do módulo de Young final. Além disso, pode-se observar que para os modelos bidimensionais a curva 2 é a mais próxima da referência experimental. Já para os modelos tridimensionais, as três curvas conduzem a um resultado muito semelhante. Na Tabela 9 é exibido o valor final do módulo de Young médio para cada modelo na temperatura final de 803,15K, comprovando os aspectos apontados anteriormente.

Figura 72 – Mapa de módulo de Young final, em MPa, para o modelo bifásico tridimensional



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Figura 73 – Evolução do módulo de Young do concreto para cada geometria considerada



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Tabela 9 – Módulo de Young médio no corpo de prova para a temperatura externa de 803,15K

Curva Granulométrica	1	2	3	4	5	6	7
Bifásico 2D (MPa)	8750	8993	9286	9868	-	-	-
Trifásico 2D (MPa)	8692	8929	9350	9906	-	-	-
Bifásico 3D (MPa)	-	-	-	-	8867	8991	9073

Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Em relação à análise da influência da granulometria do agregado no processo de danificação de corpos de prova de concreto sujeitos a solicitações termomecânicas, algumas considerações são pertinentes. Primeiramente esse é um tema onde o número de estudos relacionados são ainda escassos. Além disso, não há um consenso na comunidade científica em relação a qual dimensão resultaria em uma situação de dano mais crítica. Para Nince e Figueiredo (2005), Kong e Sanjayan (2008), Pan et al. (2012) e Ali et al. (2017) menores agregados resultam em um maior deslocamento superficial de corpos de prova submetidos a altas temperaturas. Já Jansson e Boström (2007) concluíram exatamente o oposto, ou seja, que agregados maiores resultam em um estado maior de danificação do concreto. Estudos da Universidade de Cergy-Pontoise convergem para essa segunda hipótese.

Todavia ressalta-se que nas análises experimentais são avaliados aspectos externos de deterioração dos corpos de prova, o que faz com que essa não seja de fato uma avaliação global do efeito do dano, se aproximando mais de um critério local. De fato, esse tipo de análise mais ampla só é viabilizada através da implementação computacional, e não necessariamente conduz a um mesmo resultado.

Também destaca-se que existem os fatores de mistura e homogeneidade que, em se tratando de curvas granulométricas reais, influenciariam consideravelmente nos parâmetros mecânicos e conseqüentemente no dano do concreto. Portanto as semelhanças entre as curvas obtidas tanto para o módulo de Young quanto para o dano podem ser decorrente de limitações do modelo computacional.

Ainda, tem-se que alguns aspectos geométricos dos modelos, relacionados à granulometria dos agregados, não são totalmente reproduzidos computacionalmente. Por exemplo, partículas de grandes dimensões tendem a reter água de exsudação durante o processo de produção do concreto (MEHTA; MONTEIRO, 2008). Isso faz com que surjam regiões mais porosas na parte inferior das mesmas que comprometem a resistência dos elementos produzidos. Esse fenômeno se intensifica para as maiores partículas pois as mesmas tendem a ser mais achatadas e alongadas favorecendo o acúmulo de água.

Porém, no modelo implementado, todos os agregados são representados através de círculos ou esferas desprezando-se qualquer fenômeno relacionado à formação de vazios, regiões porosas e fenômenos termo-hídricos. Sendo assim os resultados obtidos são relacionados apenas à geometria dos agregados, e às propriedades térmicas e mecânicas

consideradas para os mesmos e para as demais fases constituintes de cada modelo, que resultam nas distribuições de dano determinadas anteriormente.

Logo, ajustes nessas propriedades e nos parâmetros utilizados na modelagem podem alterar esses resultados conforme se julgar necessário. Além disso, em relação à sensibilidade dos modelos, que diz respeito à variação que ocorre no dano a partir de uma certa variação nas dimensões dos agregados, tem-se que a mesma é sutil principalmente no modelo tridimensional, mas ainda assim ela existe e é consistente, sendo esses resultados uma contribuição significativa para a linha de pesquisa na qual se insere este trabalho. Um maior detalhamento das propriedades térmicas pode ser determinante para que a mesma se torne mais significativa em modelos futuros.

Nesse sentido, salienta-se que existe uma relação inversamente proporcional entre o diâmetro e a área superficial das partículas, que faz com que para menores agregados a zona de transição na interface se torne maior. Sendo assim, para as curvas 1, 2, 3 e 4, tem-se que 1,56%, 1,27%, 0,63% e 0,28% do modelo, respectivamente, é composto pela zona de transição. Apesar dessa variação, uma vez que se considerou para essa região as mesmas propriedades térmicas da argamassa, na ausência de uma referência mais representativa, o modelo trifásico bidimensional apresentou praticamente a mesma sensibilidade do modelo bifásico bidimensional. Ainda assim, pode-se constatar uma baixa influência dessa fase no modelo como um todo, apesar das simplificações adotadas, já que se considerou seu módulo de Young significativamente reduzido em detrimento do módulo de Young da argamassa. Em relação ao modelo bifásico tridimensional ressalta-se que as limitações envolvidas na geração das granulometrias não permitiu considerar geometrias tão distintas como as consideradas no caso bidimensional.

Por fim, destaca-se que essa análise também foi realizada por Assis (2019) considerando para tal diâmetros fixos para os agregados de 4mm, 8mm, 16mm e 32mm. Contudo não é possível gerar corpos de prova com agregados de apenas uma dimensão, que possuam 40% de volume composto pelos mesmos, utilizando o algoritmo de Bonifácio (2017). Essa limitação fez com que fossem criados corpos de prova com volume relativo de agregados variáveis em torno de 20%, pois a depender do diâmetro em questão o algoritmo só conseguia comportar uma quantidade de partículas significativamente inferior na seção de concreto. Isso comprometeu os resultados obtidos em tal trabalho, fazendo com que eles fossem pouco conclusivos, motivando assim a escolha do processo aqui adotado.

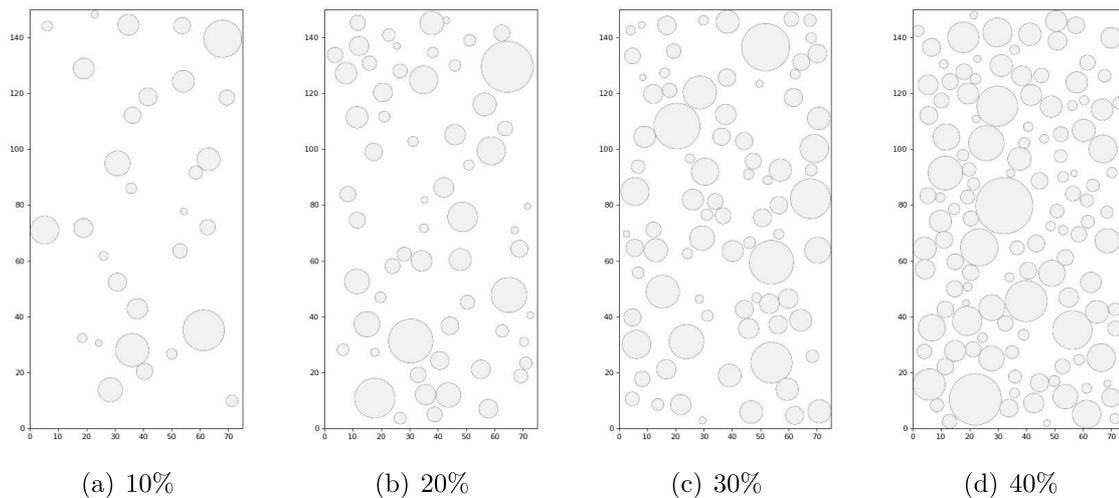
4.3.2 Análise da influência do volume relativo

No intuito de se analisar a influência do volume relativo de agregados no processo de danificação do concreto, foram desenvolvidos corpos de prova sintéticos com diferentes composições. Este estudo foi motivado pela importância que essa fase tem nos perfis obtidos nos mapas de dano, tanto por representarem a parcela do modelo que não se

danifica, quanto por serem fonte de dano nas demais fases devido à dilatação diferencial entre os mesmos e a argamassa no caso dos modelos bifásicos, ou a zona de transição no caso do modelo trifásico. Além disso, foi motivado também pelas limitações encontradas no algoritmo de Bonifácio (2017) através do qual muitas vezes são gerados percentuais de agregados inferiores aos que se deseja, quando são utilizadas curvas granulométricas específicas ou volumes relativos de partículas elevados, sendo necessário ter em mente o impacto desse fenômeno para a construção de modelos futuros com essas características.

Para isso, foram considerados corpos de prova com 10%, 20%, 30% e 40% de volume em agregados, como é mostrado nas Figura 74, 75 e 76, para os modelos bifásico bidimensional, trifásico bidimensional e bifásico tridimensional, respectivamente. Destaca-se que foi utilizada a curva granulométrica do granito vermelho para a geração dos modelos bidimensionais, e para o modelo tridimensional adotou-se a mesma distribuição genérica utilizada anteriormente como alternativa às limitações do algoritmo de Bonifácio (2017), assim como foi feito anteriormente.

Figura 74 – Geometrias geradas para o modelo bifásico bidimensional

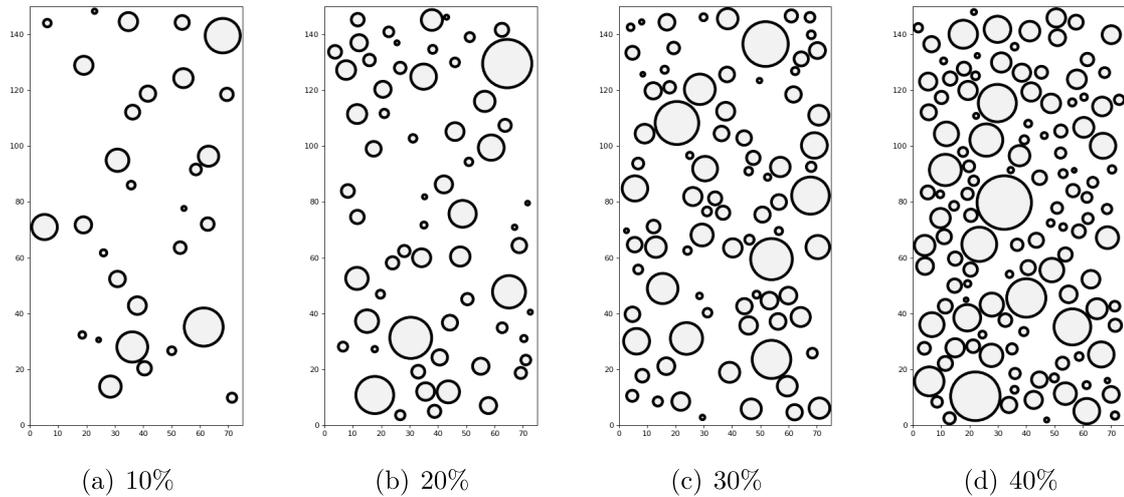


Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Ressalta-se que apesar dos corpos de prova da Seção 4.1 já serem compostos por 40% de agregado, foram criados outros para este estudo, para comparação dos resultados e verificação da influência da topologia nos mesmos. Com isso, as geometrias 74(d), 75(d) e 76(d) equivalem às geometrias 21(a), 21(b) e 21(c), respectivamente. Logo, as mesmas foram criadas segundo os mesmos parâmetros através do algoritmo de Bonifácio (2017), ou seja, mesma curva granulométrica e mesmo volume relativo de agregados, e se diferem apenas pela distribuição aleatória dos raios dos agregados e da disposição aleatória dos mesmos geradas por esse algoritmo.

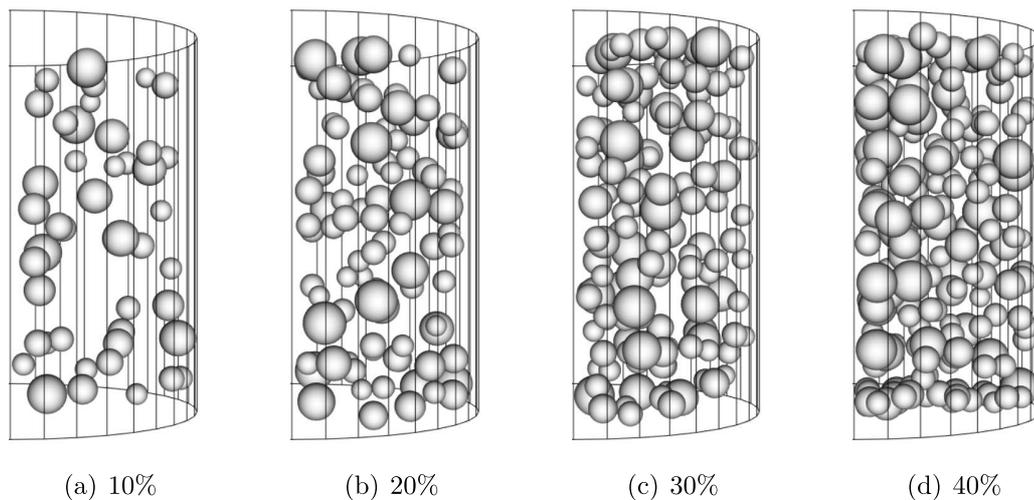
Novamente, para a realização da análise do dano do concreto, foram considerados os mesmos parâmetros mecânicos para o estado íntegro (Tabela 1) e danificado (Figura 33) que os utilizados na Seção 4.1, além dos mesmos parâmetros de Mazars (Tabela 3). Ainda,

Figura 75 – Geometrias geradas para o modelo trifásico bidimensional



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Figura 76 – Geometrias geradas para o modelo bifásico tridimensional

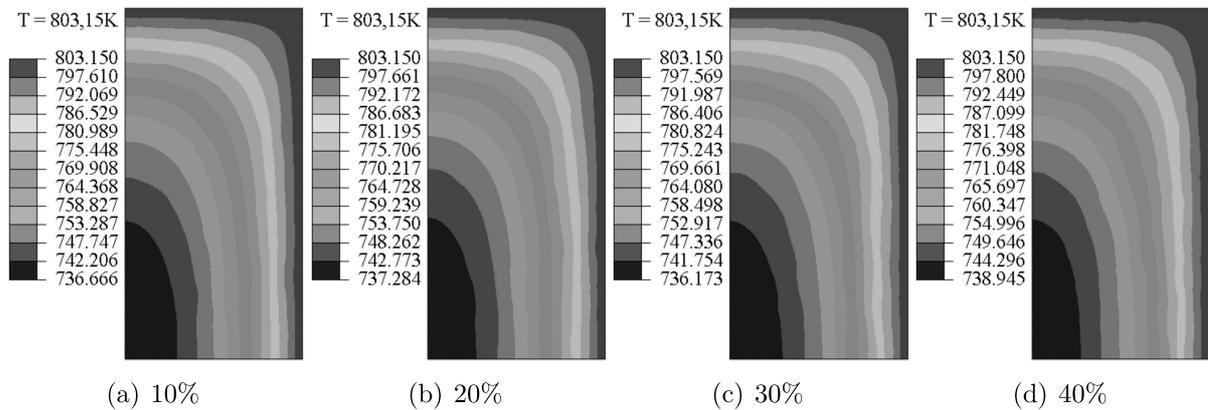


Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

foi adotado o mesmo tamanho de malha que foi usado para discretizar cada geometria (Figuras 24 e 31). Dessa forma a única variável existente era a porcentagem de agregados que compõem cada modelo.

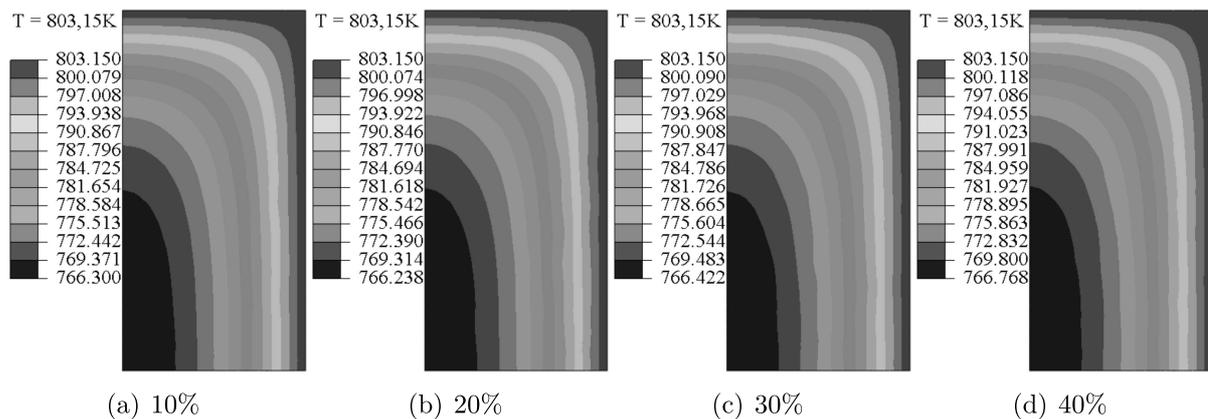
Primeiramente o campo de temperaturas solicitante foi obtido através do modelo térmico. Na Figura 77 são apresentados os resultados para o modelo bifásico bidimensional e trifásico bidimensional e na Figura 78, por sua vez, são mostrados os resultados encontrados para o modelo bifásico tridimensional.

Figura 77 – Campo de temperaturas final para os modelos trifásico e bifásico bidimensional



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Figura 78 – Campo de temperaturas final para o modelo bifásico tridimensional



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Todos os volumes relativos de agregado conduziram a resultados térmicos muito próximos, sendo observadas maiores distinções apenas para o volume relativo de 40% nas geometrias bidimensionais que possuem amplitude térmica ligeiramente superior às demais. Isso fica evidente na Tabela 10, na qual são apresentadas as temperaturas médias em cada corpo de prova considerado, em função da temperatura externa final de 803,15K. A partir da mesma, verifica-se a proximidade dos resultados do modelo bifásico bidimensional e trifásico bidimensional. Ainda nota-se o valor mais elevado para a temperatura média no modelo bifásico tridimensional.

Em relação à análise da influência da topologia, é apresentada na Tabela 11 a comparação entre os resultados obtidos para os corpos de prova com 40% de volume em agregados com os da Seção 4.1. Como pode ser notado tem-se a variação de cerca de 1K na temperatura média final para as geometrias bidimensionais. Testes demonstraram que essa

Tabela 10 – Temperatura média no corpo de prova para a temperatura externa de 803,15K

Volume relativo de agregado	10%	20%	30%	40%
Bifásico 2D (K)	769,6	769,9	769,4	771,2
Trifásico 2D (K)	769,6	769,8	769,4	771,2
Bifásico 3D (K)	788,2	788,1	788,3	788,3

Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

variação geralmente é inferior a esse valor. Além disso os corpos de prova tridimensionais apresentam uma menor distinção de resultados, como pode-se constatar.

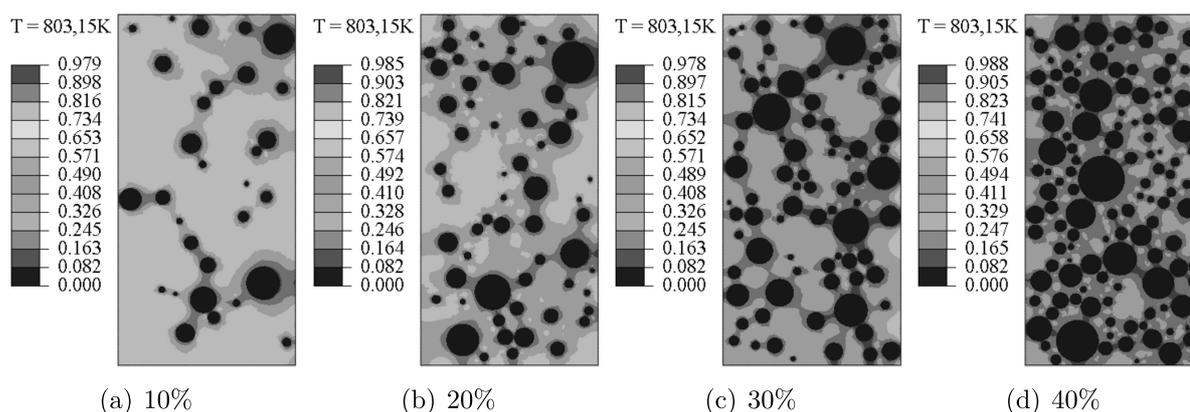
Tabela 11 – Comparação da temperatura média nos corpos de prova com 40% de volume em agregados para a temperatura externa de 803,15K

Resultado	Seção 4.1	Seção 4.3.2
Bifásico 2D (K)	770,1	771,2
Trifásico 2D (K)	770,1	771,2
Bifásico 3D (K)	788,3	788,3

Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Em seguida, o campo de temperaturas obtido foi aplicado no modelo termomecânico capaz de reproduzir o modelo de dano de Mazars (1984). Nas Figuras 79, 80 e 81 são apresentados os mapas de dano determinados para a geometria bifásica bidimensional, trifásica bidimensional e bifásica tridimensional, respectivamente.

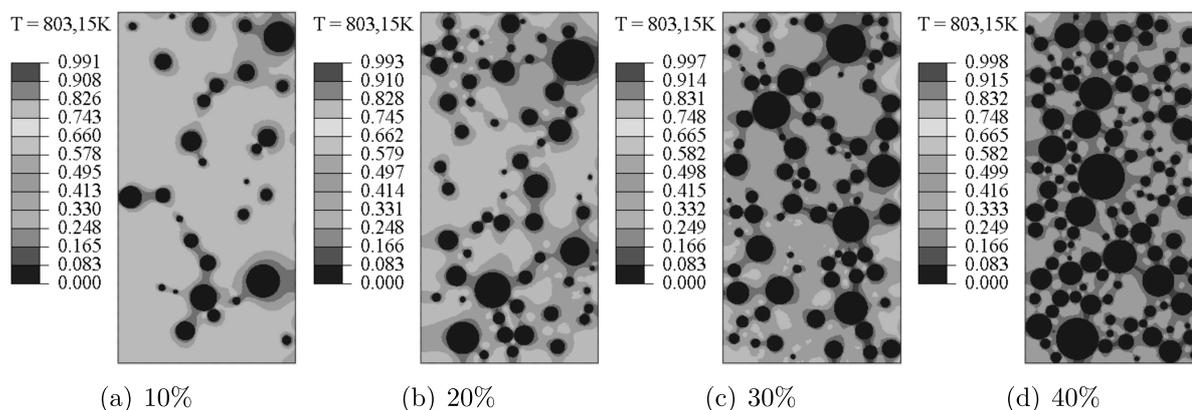
Figura 79 – Mapa de dano final (adimensional) para o modelo bifásico bidimensional



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

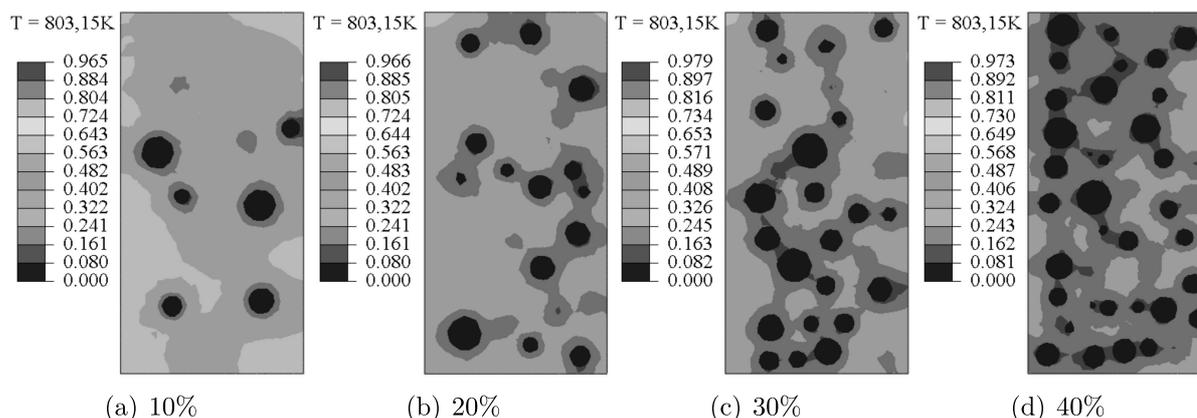
Através das mesmas fica evidente, principalmente para os menores volumes relativos de partículas, que a distribuição dos maiores danos se dá ao redor dos agregados, sendo esta uma semelhança entre todas geometrias avaliadas. Ainda assim, toda a seção, excluindo-se os agregados, apresenta um elevado grau de danificação associado à magnitude das solicitações térmicas. Constata-se, qualitativamente, que quanto maior o volume relativo

Figura 80 – Mapa de dano final (adimensional) para o modelo trifásico bidimensional



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Figura 81 – Mapa de dano final (adimensional) para o modelo bifásico tridimensional



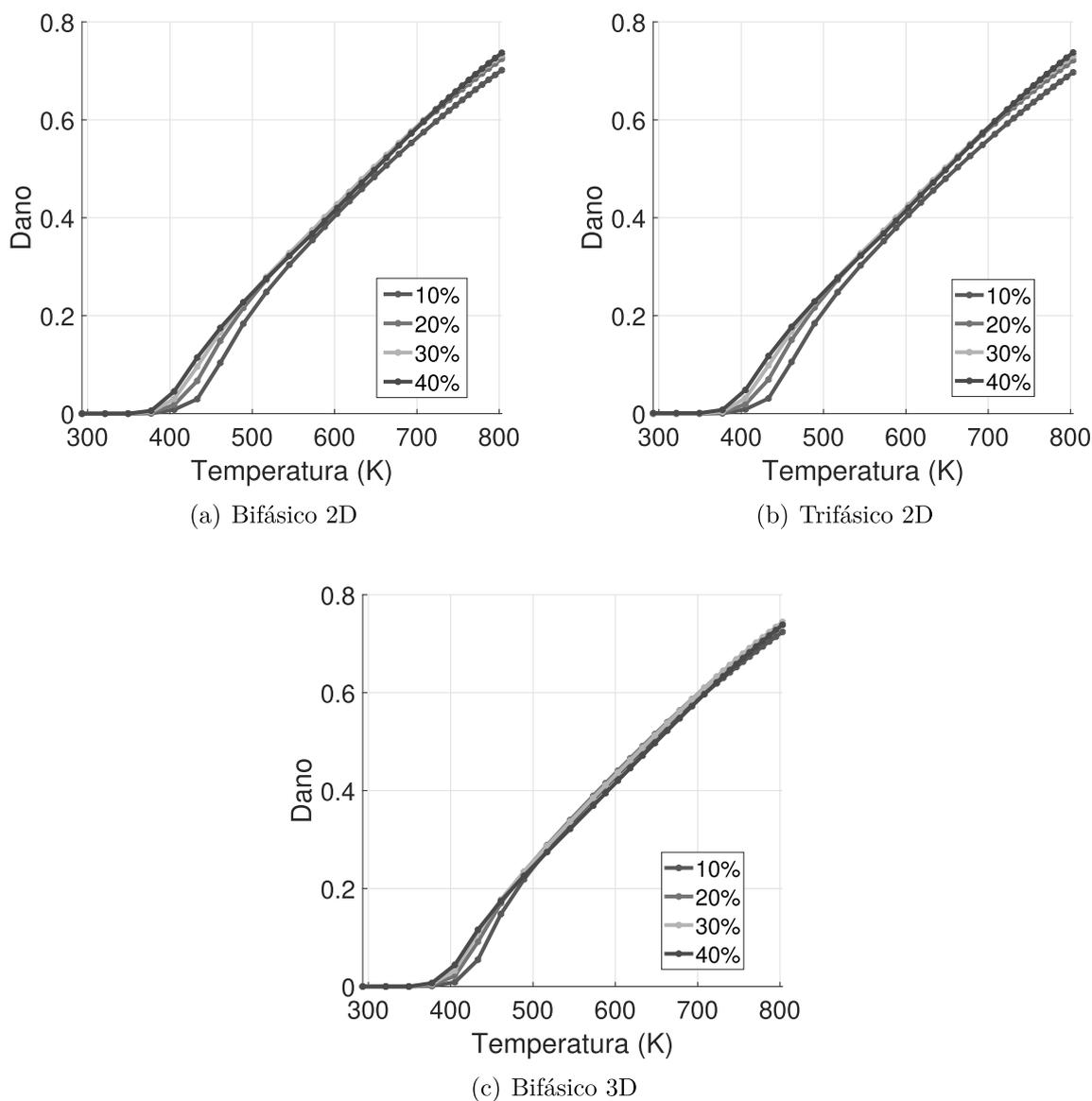
Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

de agregados, maior é o dano na parcela danificável do modelo (argamassa e zona de transição, quando houver). Em contramão disso, observa-se também que ao aumentar o quantitativo de agregados, aumenta-se a parte não danificável do modelo. Esses dois fenômenos, de efeitos opostos, faz com que seja necessária uma análise quantitativa para uma conclusão acerca de qual cenário seja mais crítico.

Logo, na Figura 82 vê-se a evolução do dano no concreto para cada geometria considerada, composta por seus respectivos volumes relativos de agregado. Como pode ser observado, esse parâmetro afeta diretamente a velocidade inicial de propagação do dano, que se torna mais significativa quanto maior for a quantidade de partículas no corpo de prova.

Apesar disso, a partir de aproximadamente 550K para os modelos bidimensionais e 500K para o modelo tridimensional, verifica-se que as diferentes geometrias convergem para um mesmo resultado. Ainda, para temperaturas superiores a 700K nota-se novamente

Figura 82 – Evolução do dano no concreto para cada geometria considerada



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

uma maior distinção entre o dano médio para cada volume relativo de agregado, nos modelos bidimensionais, fato esse que não ocorre no modelo tridimensional em que os resultados permanecem consideravelmente próximos entre si.

No que diz respeito a análise da influência da topologia na evolução do dano, é apresentada na Tabela 12 a comparação entre os resultados obtidos para os corpos de prova com 40% de volume em agregados com os da Seção 4.1. Como pode ser visto, há um alto grau de congruência entre os mesmos.

Nas Figuras 83, 84 e 85 são mostrados os mapas de módulo de Young encontrados para o modelo bifásico bidimensional, trifásico bidimensional e bifásico tridimensional, respectivamente. Vê-se que quanto maior a porcentagem de agregados que compõem

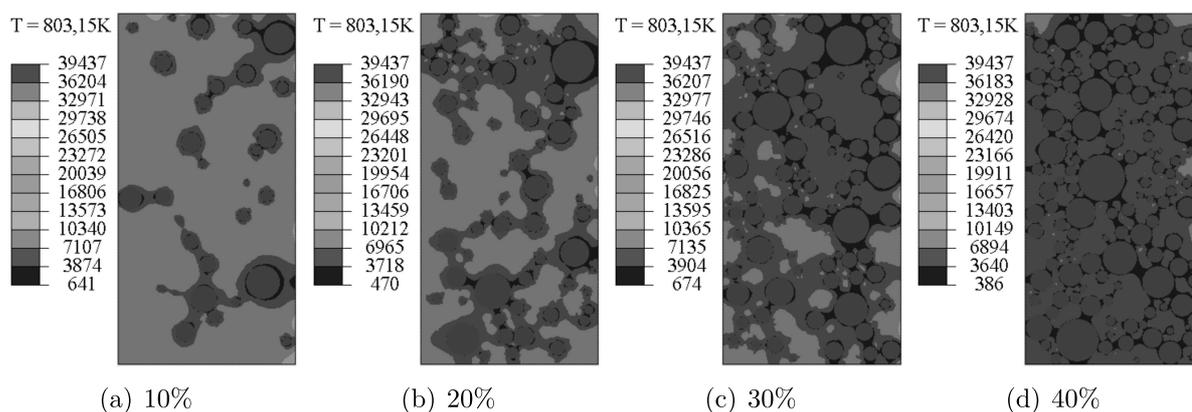
Tabela 12 – Comparação do dano médio nos corpos de prova com 40% de volume em agregados para a temperatura externa de 803,15K

Resultado	Seção 4.1	Seção 4.3.2
Bifásico 2D	0,737	0,737
Trifásico 2D	0,737	0,738
Bifásico 3D	0,737	0,739

Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

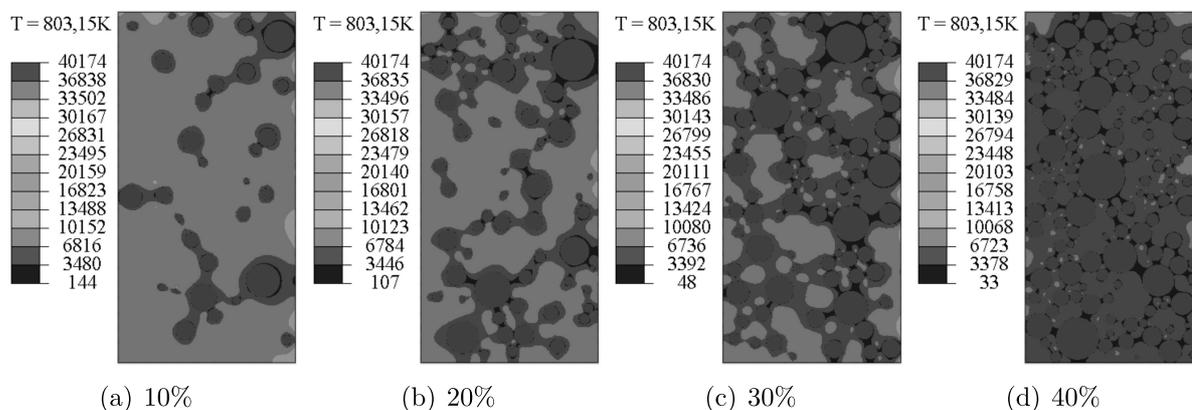
o corpo de prova em questão, menores são os módulos de Young da parcela da seção danificável (argamassa e zona de transição quando houver), como era esperado. Além disso, uma vez que os agregados possuem um valor mais elevado para essa propriedade, em detrimento da argamassa, quanto menor for quantitativo dos mesmos, menor será o módulo de Young homogenizado da seção de concreto.

Figura 83 – Mapa de módulo de Young final, em MPa, para o modelo bifásico bidimensional



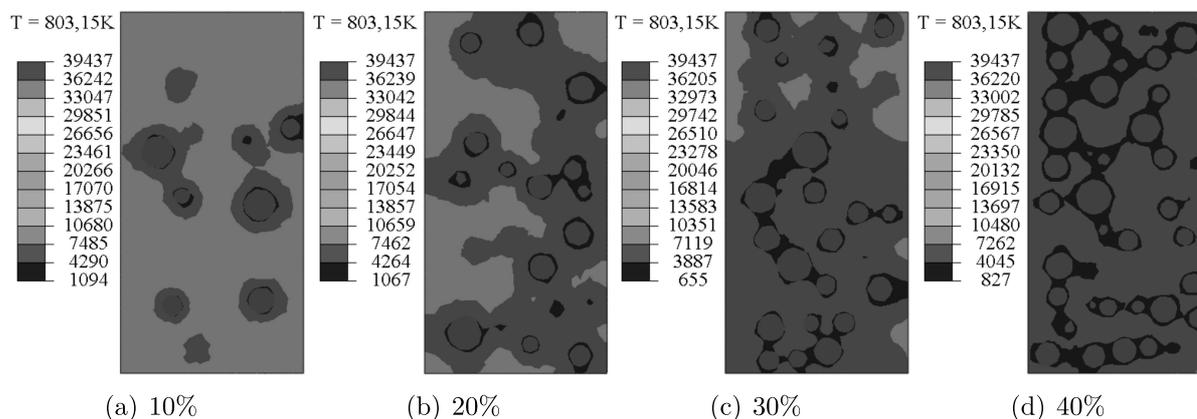
Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Figura 84 – Mapa de módulo de Young final, em MPa, para o modelo trifásico bidimensional



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Figura 85 – Mapa de módulo de Young final, em MPa, para o modelo bifásico tridimensional

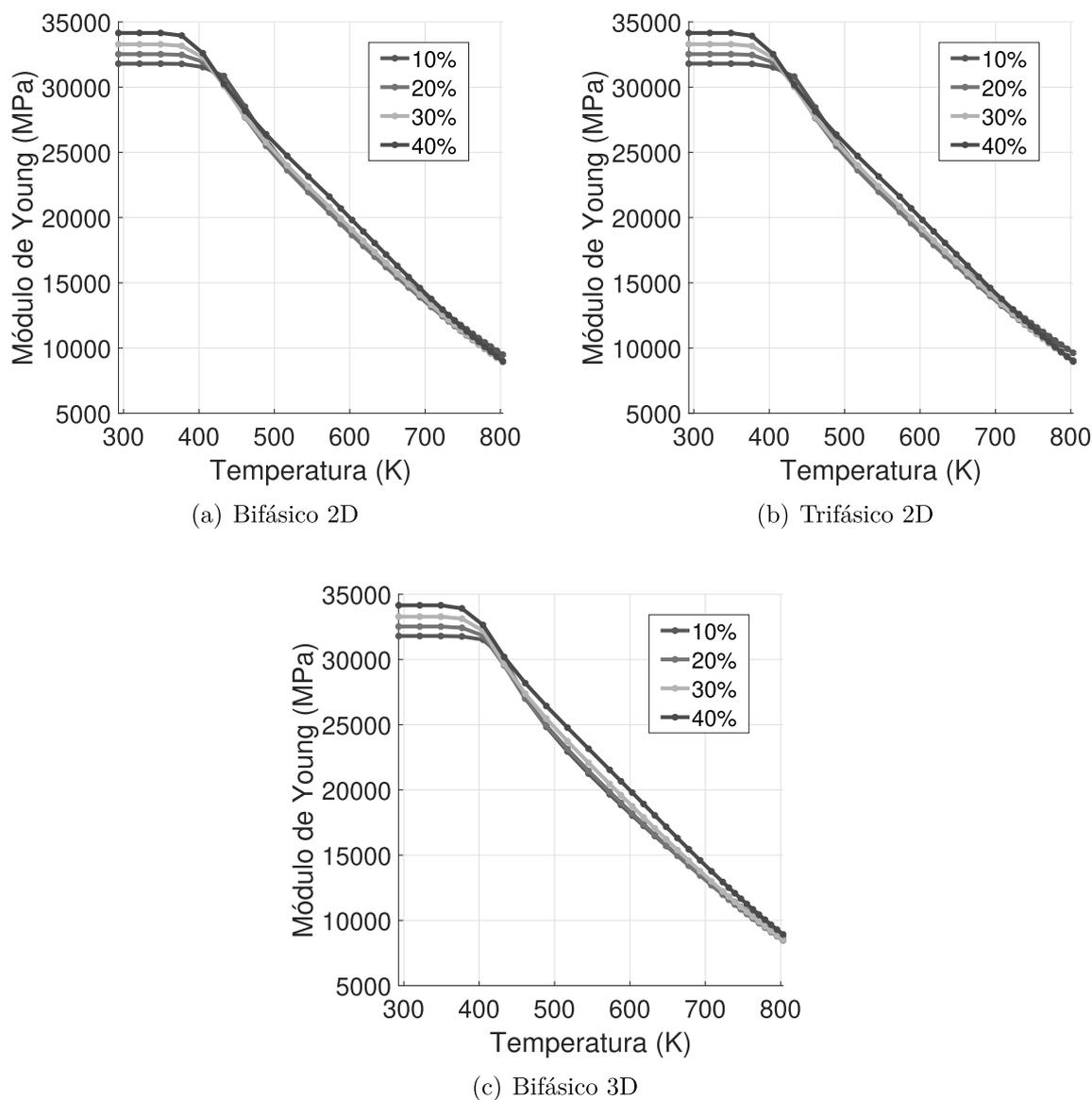


Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Sendo assim, na Figura 86 é apresentada a evolução do módulo de Young médio no concreto para cada geometria analisada. Pode-se verificar que o valor inicial dessa propriedade, referente ao concreto em seu estado íntegro, é maior para os maiores volumes relativos de agregados. Apesar dessa diferença, existe uma significativa proximidade entre os resultados nos demais patamares de temperatura. Ainda, é possível constatar que a porcentagem de partículas que conduz ao módulo de Young que é predominantemente superior aos das demais é a de 40%. Vale destacar que para um mesmo valor de dano, quanto maior for o valor dessa propriedade para o concreto no estado íntegro, maior será o valor da mesma no estado danificado.

No que diz respeito à análise da influência da topologia na evolução do módulo de Young, é apresentado na Tabela 13 a comparação entre os resultados obtidos para os corpos de prova com 40% de volume em agregados com os da Seção 4.1. Como pode ser visto, há um alto grau de congruência entre os mesmos. Ressalta-se que apesar do caráter aleatório do algoritmo de Bonifácio (2017), constatou-se que não há grandes variações entre a quantidade de agregados, bem como nos diâmetros dos mesmos, quando são gerados dois corpos de prova de mesma granulometria e volume relativo de partículas. Isso faz com que a principal diferença existente seja apenas a distribuição dos agregados pela seção, o que em uma análise global, considerando-se todos os elementos que compõem a malha, não é um fator dominante.

Figura 86 – Evolução do módulo de Young no concreto para cada geometria considerada



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Tabela 13 – Comparação do módulo de Young médio no corpo de prova com 40% de volume em agregados para a temperatura externa de 803,15K

Resultado	Seção 4.1	Seção 4.3.2
Bifásico 2D (MPa)	9001	8984
Trifásico 2D (MPa)	8993	8974
Bifásico 3D (MPa)	8981	8922

Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

5 CONCLUSÃO

Os objetivos propostos nesta dissertação foram satisfatoriamente alcançados, uma vez que foi avaliado o comportamento termomecânico de estruturas de concreto submetida a altas temperaturas, através do modelo de dano de Mazars (1984). Além disso, todas as alterações sugeridas, relacionadas aos modelos bidimensionais inicialmente desenvolvidos por Assis (2019), foram de fato implementadas. Ainda, um modelo tridimensional foi criado e a partir da generalização do modelo de dano de Mazars (1984), o mesmo pode ser analisado. Por fim, foi realizada uma análise numérica da influência dos parâmetros envolvidos no modelo em questão e foi feito um estudo do impacto da granulometria e do volume relativo dos agregados no processo de danificação do concreto.

No que diz respeito às alterações propostas ao trabalho de Assis (2019), foi possível aprimorar a representação geométrica dos modelos bidimensionais bifásico e trifásico. Ainda, a implementação computacional foi ajustada de tal forma a se reproduzir o fato do agregado não sofrer dano com a elevação da temperatura e para que fosse possível utilizar propriedades térmicas variáveis com a temperatura para descrever o comportamento dos materiais. Essas alterações permitiram que o modelo se tornasse mais realista. Além disso, foi proposta uma metodologia eficaz para o cálculo do módulo de Young homogenizado do concreto a partir das suas fases constituintes. Essas melhorias permitiram reduzir o erro médio quadrático associado à diferença do módulo de Young numérico e experimental do concreto, nos modelos bifásico bidimensional e bifásico tridimensional, de 5,74% e 5,75%, (ASSIS, 2019) para 0,02% e 0,05%, respectivamente.

Já o modelo tridimensional implementado mostrou-se eficiente para a generalização geométrica do modelo de dano de Mazars (1984). Ressalta-se que o mesmo apresenta limitações, mas estas estão associadas principalmente ao algoritmo de geração da distribuição aleatória dos agregados de Bonifácio (2017), que foi inicialmente criado para curvas granulométricas de agregados leves. Apesar disso, foi possível reproduzir numericamente o experimento de Razafinjato (2015) com um erro médio quadrático de 0,18%.

Os resultados obtidos sobre a avaliação do dano na seção de concreto permitiram constatar a eficiência da metodologia proposta. Salienta-se que através da mesma, é possível obter a curva completa do módulo de Young do concreto no intervalo de temperaturas estudado, a partir de poucas propriedades conhecidas, recorrendo a problemas inversos para o ajuste das desconhecidas e dos parâmetros do modelo. Isso é muito importante devido à dificuldade de se obter experimentalmente algumas propriedades térmicas e mecânicas e os parâmetros de Mazars (1984).

Em relação às três diferentes geometrias simuladas, pôde-se constatar a congruência existente entre as mesmas, fossem elas bifásicas ou trifásicas, bidimensionais ou tridimensionais. Foi observado que em todas elas os maiores danos se dão em torno dos agregados.

Ficou evidente que o modelo bifásico tridimensional possui algumas especificidades, como maior temperatura média e dano mais bem distribuído pela seção, constatando-se que os modelos bidimensionais subestimam esses parâmetros. Apesar disso, numa análise quantitativa, os resultados para o módulo de Young do concreto são praticamente os mesmos. Já o modelo trifásico bidimensional não trouxe muitas contribuições, uma vez que existe uma enorme dificuldade em se encontrar referências sobre as propriedades térmicas da zona de transição na interface, que possui estrutura muito diferente da argamassa. Sendo assim, pode-se afirmar, para o problema proposto, que o modelo bifásico bidimensional é o que proporciona um melhor desempenho, uma vez que o mesmo tem seu tempo de processamento muito reduzido em relação aos demais e devido à verificação de poucas distinções entre essas três geometrias. De todo modo, pode-se estimar o valor do módulo de Young do concreto em todo o intervalo de temperaturas analisado, de 293,15K a 803,15K, utilizando qualquer uma das curvas determinadas numericamente, com baixos erros associados.

O estudo da influência dos parâmetros de Mazars (1984) na evolução do módulo de Young do concreto em função da temperatura, permitiu um maior conhecimento sobre o intervalo de validade dos parâmetros A_t , B_t e ϵ_{d0} quando o concreto é considerado um material heterogêneo, composto por fases, como foi feito neste trabalho. Ainda foi possível estudar o efeito da compressão que surge, mesmo que de forma sutil, em problemas de expansão térmica que possuem dilatação térmica diferencial. Através da avaliação do modelo em sua forma mais generalizada, incluindo-se A_c e B_c , concluiu-se que esses esforços podem ser sim desprezados, já que não alteram significativamente os resultados, e elevam o grau de dificuldade dos ajustes realizados.

Por sua vez, a avaliação da influência da granulometria dos agregados permitiu entender como essa importante fase afeta a distribuição do dano na seção de concreto. Foi possível verificar que maiores partículas fazem com que o dano seja mais concentrado e que menores partículas o torna melhor distribuído pela seção. Quantitativamente se concluiu que o dano médio é maior nos corpos de prova compostos por agregados de menores diâmetros, em todos modelos observados, embora a sensibilidade do modelo tridimensional seja inferior à dos bidimensionais. Através desse resultado pode-se constatar que a simplificação utilizada para a geração da geometria tridimensional não afetou expressivamente os resultados obtidos para a mesma.

Por fim, a análise da influência do volume relativo de agregados permitiu que se concluísse que o volume de 40% de agregados é o que proporciona predominantemente um maior módulo de Young no intervalo de temperaturas considerado, em detrimento aos volumes relativos de 30%, 20% e 10%. Ainda, foi possível realizar uma avaliação do impacto da topologia do corpo de prova nos resultados encontrados, constatando-se que a mesma não é um fator dominante em uma análise global, considerando-se a influência de todos os elementos da malha. A partir desse estudo, é possível estimar como as limitações

do algoritmo de Bonifácio (2017) afetam a evolução do módulo de Young do concreto, quando são gerados quantitativos de agregados inferiores ao solicitado.

5.1 TRABALHOS FUTUROS

Como trabalhos futuros, sugere-se:

- a) adaptar o algoritmo de Bonifácio (2017) para que possam ser geradas distribuições aleatórias de partículas de agregados normais utilizados em concretos comuns, como o granito vermelho, sem tantas limitações;
- b) realizar ensaios para obtenção de dados experimentais mais completos que proporcionem um ajuste mais próximo da realidade e confiável;
- c) implementar o modelo térmico capaz de reproduzir adequadamente o pico que ocorre nas propriedades térmicas;
- d) aprimorar o modelo termomecânico proposto através do acoplamento hídrico ou da consideração de modelos de fissuração;
- e) acoplar as análises da influência da granulometria do agregado e do volume relativo do mesmo no processo de danificação do concreto, através de um problema de otimização.

REFERÊNCIAS

ABAQUS. **Abaqus documentation**. Pawtucket, Estados Unidos, 2011. Disponível em: <http://130.149.89.49:2080/v6.11/>. Acesso em: 17 de jan. de 2021.

ABNT. **NBR 5732**: Cimento portland comum. Rio de Janeiro: Associação Brasileira de Normas Técnicas, 1991.

ABNT. **NBR 15220-2**: Desempenho de edificações - parte 2 - método de cálculo da transmitância térmica, da capacidade térmica, do atraso térmico e do fator solar de elementos e componentes de edificações. Rio de Janeiro: Associação Brasileira de Normas Técnicas, 2005.

ABNT. **NBR 12655**: Concreto de cimento portland – preparo, controle e recebimento – procedimento. Rio de Janeiro: Associação Brasileira de Normas Técnicas, 2006.

ABNT. **NBR 9935**: Agregados - terminologia. Rio de Janeiro: Associação Brasileira de Normas Técnicas, 2011.

ALI, A. Z. M.; SANJAYAN, J. G.; GUERRIERI, M. Specimens size, aggregate size and aggregate type effect on spalling of concrete in fire. **Fire and Materials.**, Vol. 42, p. 59–68, 2017.

ÁLVARES, M. **Um modelo de dano para o concreto**: formulação, identificação paramétrica e aplicação com o emprego do método dos elementos finitos. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 1993.

AMARAL, R. O. **Simulação do comportamento de estruturas de concreto submetidas a incêndios**. Juiz de Fora: Universidade Federal de Juiz de Fora, 2011.

AMARAL, R. O. **Análise computacional termo-mecânica de estruturas de concreto sujeitas a temperaturas elevadas**. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2014.

ARAÚJO, E. M. de. **Análise do comportamento termomecânico do concreto submetido a altas temperaturas por meio de simulações numéricas**. Angicos: Universidade Federal Rural do Semi-Árido, 2019.

ARAÚJO, F. A. **Contribuição ao emprego da mecânica do dano para a análise do comportamento dinâmico não-linear em vigas de concreto armado**. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2003.

ASSIS, L. S. **Análise computacional de estruturas de concreto empregando o modelo de dano de Mazars em uma subrotina UMAT no Abaqus**. Juiz de Fora: Universidade Federal de Juiz de Fora, 2016.

ASSIS, L. S. **Avaliação da influência da temperatura no dano do concreto via modelagem computacional**. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2019.

BAZANT, Z. P.; KAPLAN, M. F. **Concrete at High Temperatures: Material properties and mathematical models**. Harlow, Inglaterra: Editora Longman, 1996.

BONIFÁCIO, A. L. **Estratégia computacional para avaliação de propriedades mecânicas de concreto de agregado leve**. Tese (Doutorado) - Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2017.

BRITEZ, C. A. **Avaliação de pilares de concreto armado colorido de alta resistência, submetidos a elevadas temperaturas**. Dissertação (Mestrado) - Universidade de São Paulo, São Paulo, 2011.

CARNEIRO, A. M. P. **Contribuição ao estudo da influência do agregado nas propriedades de argamassas compostas a partir de curvas granulométricas**. Dissertação (Mestrado) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 1999.

ÇENGEL, Y. A.; GHAJAR, A. J. **Heat and Mass Transfer: Fundamentals and applications**. Nova York: Editora McGraw-Hill, 2011.

CERVERA, M.; OLIVER, J.; MAZOLI, O. A rate-dependent isotropic damage model for the seismic analysis of concrete dams. **Earthquake Engineering and Structural Dynamics**, Vol. 25, p. 987–1010, 1996.

CODES, R. N. **Estudo da mecânica da danificação aplicada ao concreto com efeitos de corrosão**. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2006.

COELHO, K. O. **Modelos numéricos aplicados à modelagem probabilística da degradação mecânica do concreto e corrosão de armaduras**. Dissertação (Mestrado) - Universidade de São Paulo, São Carlos, 2017.

CUOGHI, R. S. **Aspectos de análise de risco das estruturas de concreto em situação de incêndio**. Dissertação (Mestrado) - Universidade de São Paulo, São Paulo, 2006.

FANTON, A. R. **Análise numérica do comportamento termomecânico de lajes de concreto armado expostas ao fogo**. Dissertação (Mestrado) - Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2019.

FERNANDES, H. H. F. **Aplicação de um modelo de dano isotrópico escalar na análise de vigas parede de concreto armado**. Dissertação (Mestrado) - Universidade de Brasília, Brasília, 2010.

FERNANDES, V. **Os maiores incêndios do Brasil**. São Paulo, 2021. Disponível em: www.ofos.com.br/maiores-incendios-do-brasil. Acesso em: 16 de abr. de 2021.

FERREIRA, A. P. G. **Modelagem dos fenômenos de transporte termo-hídricos em meios porosos submetidos a temperaturas elevadas: aplicação a uma bicamada rocha-concreto**. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2011.

FERREIRA, M. W. **Estudo numérico dos efeitos estruturais da exposição de pilares em concreto armado a altas temperaturas**. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2019.

- FIB. **Bulletin 38**: Fire design of concrete structures – materials, structures and modeling – state-of-art report. Lausanne: Fédération Internationale Du Béton, 2007.
- FILHO, H. A. S. **Estudo do comportamento de lajes de concreto armado em situação de incêndio**. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2018.
- GARCIA, P. H. **Abordagem inversa para obtenção de propriedades mecânicas dos agregados em concretos leves por meio de simulação computacional**. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2017.
- GONÇALVES, R. **Análise da propagação de fissuras por fadiga em concreto pelo MEF mediante a mecânica do dano contínuo**. Dissertação (Mestrado) - Universidade de São Paulo, São Carlos, 2003.
- INCROPERA, F. P. et al. **Fundamental of Heat and Mass Transfer**. Hoboken: Editora John Wiley & Sons, 2007.
- ISO. **Concrete, reinforced concrete and pre-stressed concrete**. Tóquio, Japão, 2020. Disponível em: <https://www.iso.org/committee/49898.html>. Acesso em: 27 de out. de 2020.
- JANSSON, R.; BOSTRÖM, L. Experimental study of the influence of polypropylene fibres on material properties and fire spalling of concrete. **Fire Design of Concrete Structures-From Materials Modelling to Structural Performance.**, 2007.
- JL. **Estrutura do prédio Wilton Paes de Almeida propagou o fogo e causou desabamento**. São Paulo, 2019. Disponível em: <https://jornalistaslivres.org/estrutura-do-predio-wilton-paes-propagou-o-fogo-e-causou-desabamento>. Acesso em: 19 de abr. de 2021.
- JU, J. W. Isotropic and anisotropic damage variables in continuum damage mechanics. **Journal of Engineering Mechanics.**, Vol. 116, nº12, p. 2764–2770, 1990.
- KONG, D. L. Y.; SANJAYAN, J. G. Damage behavior of geopolymer composites exposed to elevated temperatures. **Cement and Concrete Composites.**, Vol. 30, nº10, p. 986–991, 2008.
- LEMAITRE, J. **A course on Damage Mechanics**. Heidelberg: Editora Springer, 1996.
- LEMAITRE, J.; CHABOCHE, J. L. **Mechanics of solid materials**. Cambridge, Reino Unido.: Editora Cambridge University, 1990.
- LEMOS, P. S. B. **Estudo de estruturas de concreto sob altas temperaturas através do método de elementos finitos**. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2014.
- LIBERATI, E. A. P. et al. Formulação não linear baseada no modelo de dano de mazars e segunda lei de fick para a análise de estruturas de concreto armado submetidas à penetração de íons de cloreto. **XXXIV Iberian Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering**, 2013.
- LORENZON, A. **Análise da resistência residual do concreto após exposição a altas temperaturas**. Pato Branco: Universidade Tecnológica Federal do Paraná, 2014.

- MAZARS, J. **Application de la mecanique de l'endommagement au comportement non lineaire et a la rupture du beton de structure**. Tese (Doutorado) - Université Pierre et Marie Curie, Paris, França, 1984.
- MAZARS, J.; CABOT, G. P. From damage to fracture mechanics and conversely: a combined aproach. **International Journal of Solids and Structures**, Vol. 33, p. 3327–3342, 1996.
- MAZARS, J.; LEMAITRE, J. Application of continuous damage mechanics to strain and fracture behavior of concrete. **Application Of Fracture Mechanics to Cementitious Composites**, p. 375–378, 1984.
- MEHTA, P. K.; MONTEIRO, P. J. M. **Concreto**: Microestrutura, propriedades e materiais. São Paulo: Editora Ibracon, 2008.
- MENDES, J. C. **Modelagem computacional de concreto leve utilizando o programa CAST3M**. Juiz de Fora: Universidade Federal de Juiz de Fora, 2014.
- MONTEIRO, P. J. M.; MILLER, S. A.; HORVATH, A. Towards sustainable concrete. **Nature Materials**, Vol. 16, p. 698–699, 2017.
- NARDI, D. C. **Modelos de dano para pórticos de aço e de concreto armado**. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal da Integração Latino-Americana, Foz do Iguaçu, 2020.
- NELDER, J. A.; MEAD, R. A simplex method for function minimization. **The Computer Journal**, Vol. 7, p. 308–313, 1965.
- NETO, O. S. B. **Análise de dano em barragens de concreto através do método de elementos finitos**. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal do Pará, Tucuruí, 2019.
- NINCE, A. A.; FIGUEIREDO, A. D. D. The influence of aggregate size in the risk of spalling in normal and high-strenght concrete subjected to hydrocarbon fire. **Proceedings of International Conference on Concrete for Structure.**, 2005.
- NOGUEIRA, C. G. Modelo mecânico para estruturas lineares em concreto armado – uma abordagem acoplada entre a mecânica do dano e algoritmos de otimização. **Engenharia Estudo e Pesquisa**, Vol. 12, n. 2, p. 14–27, 2012.
- PADRE, E. P. G. et al. Algoritmo computacional para verificação de seções de concreto armado em situações de incêndio. **Ibracon Structures and Materials Journal**, Vol. 12, n. 4, p. 932–955, 2019.
- PAN, Z.; SANJAYAN, J. G.; KONG, D. L. Y. Effect of aggregte size on spalling of geopolymer and portland cement concretes subjected to elevated temperatures. **Construct Build Mater.**, Vol. 36, p. 365–372, 2012.
- PEDRINI, R. A. A. **Análise de propagação arbitrária de descontinuidades fortes em sólidos bidimensionais pelo método dos elementos de contorno**. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2008.

PENNA, S. S. **Formulação multipotencial para modelos de degradação elástica: unificação teórica, proposta de novo modelo, implementação computacional e modelagem de estruturas de concreto.** Tese (Doutorado) - Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2011.

PITUBA, J. J. C. **Estudo e aplicação e modelos constitutivos para o concreto fundamentados na mecânica do dano contínuo.** Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 1998.

PITUBA, J. J. C.; LACERDA, M. M. S. Sobre o emprego de modelos simplificados de dano na análise de estruturas em concreto armado. **Ibracon Structures and Materials Journal**, Vol. 5, n. 1, p. 26–37, 2012.

QUISPE, A. P. Q. et al. Efeito de altas temperaturas no concreto. **XLI Ibero-Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering**, 2020.

RAMESH, G.; SOTELINO, E. D.; CHEN, W. F. Effect of transition zone on elastic moduli of concrete materials. **Cement and Concrete Research**, Vol. 26, p. 611–622, 1996.

RAZAFINJATO, R. N. **Comportement des bétons à haute température: influence de la nature du granulat.** Tese (Doutorado) - Université de Cergy-Pontoise, Paris, França, 2015.

RIBEIRO, F. L. B. **Introdução ao Método dos Elementos Finitos.** Rio de Janeiro: Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2004.

RIBEIRO, J. C. L. **Desenvolvimento e aplicação de um sistema computacional para simulação via método dos elementos finitos do comportamento de estruturas de aço e mistas em situação de incêndio.** Tese (Doutorado) - Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2009.

ROCHA, R. A. Efeito da alta temperatura em concretos: uma revisão da literatura. **InterScientia**, Vol. 6, p. 211–227, 2018.

SADD, M. H. **Elasticity: Theory, applications, and numeric.** Waltham: Editora Elsevier, 2014.

SANTOS, F. O. **Modelo constitutivo incremental explícito para o concreto confinado baseado na teoria da plasticidade e dano.** Dissertação (Mestrado) - Universidade de São Paulo, São Carlos, 2018.

SANTOS, N. O. **Modelos de dano para o concreto.** Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2015.

SANTOS, S. B. S. **Aplicação de um modelo de dano isotrópico escalar na análise de estruturas de concreto armado.** Dissertação (Mestrado) - Universidade de Brasília, Brasília, 2015.

SIMO, J. C.; JU, J. W. Strain and stress-based continuum damage models. **International Journal of Solids and Structures**, Vol. 23, p. 821–840, 1987.

- SIMULIA. **Abaqus Unified FEA - Complete solutions for realistic simulation**. Providence, Estados Unidos, 2020. Disponível em: <https://www.3ds.com/products-services/simulia/products/abaqus/>. Acesso em: 17 de jan. de 2021.
- SNIC. **Números da Indústria**. São Paulo, 2020. Disponível em: www.snic.org.br. Acesso em: 27 de out. de 2020.
- SOARES, T. R. L. **Análise e validação de um modelo termo-hídrico do concreto sob temperaturas elevadas**. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2018.
- SOUZA, A. A. A.; MORENO, A. L. Avaliação do tipo de agregado e da reidratação do concreto submetido à elevadas temperaturas. **Ibracon Structures and Materials Journal**, Vol. 3, n. 4, p. 477–493, 2010.
- STORN, R.; PRICE, K. Differential evolution - a simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces. **Journal of Global Optimization.**, Vol. 11, p. 341–359, 1997.
- TEIXEIRA, G. P. **Análise experimental da resistência e do módulo de elasticidade pós incêndio de concretos com agregados da região de Viçosa-MG**. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, 2018.
- VILLAÇA, S. F.; GARCIA, L. F. T. **Introdução à Teoria da Elasticidade**. Rio de Janeiro: Editora COPPE/UFRJ, 1998.