

UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS
DEPARTAMENTO DE ESTATÍSTICA

REBECCA CLÁUDIO CARNEIRO

**ESTUDO DE MÉTODOS PARA AVALIAR AS VARIÁVEIS REPRESENTATIVAS
NAS PUBLICAÇÕES DE UMA EMPRESA VAREJISTA**

Juiz de Fora
2021

REBECCA CLÁUDIO CARNEIRO

**ESTUDO DE MÉTODOS PARA AVALIAR AS VARIÁVEIS REPRESENTATIVAS
NAS PUBLICAÇÕES DE UMA EMPRESA VAREJISTA**

Trabalho de Conclusão de Curso
Apresentado ao departamento de
Estatística da Universidade Federal de
Juiz de Fora, como para obtenção do
título de Bacharel em Estatística.

Prof^a Orientadora: Ângela Mello Coelho

Juiz de Fora

2021

Ficha catalográfica elaborada através do programa de geração automática da Biblioteca Universitária da UFJF, com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

Carneiro, Rebecca Cláudio.

Estudo de métodos para avaliar as variáveis representativas nas publicações de uma empresa varejista / Rebecca Cláudio Carneiro. --2021.
68 p. : il.

Orientadora: Ângela Mello Coelho
Trabalho de Conclusão de Curso (graduação) - Universidade Federal de Juiz de Fora, Instituto de Ciências Exatas, 2021.

1. Instagram. 2. Engajamento. 3. Planejamento de Experimentos .
4. Fatorial Fracionário 2k-p. I. Coelho , Ângela Mello, orient. II. Título.

REBECCA CLÁUDIO CARNEIRO

**ESTUDO DE MÉTODOS PARA AVALIAR AS VARIÁVEIS REPRESENTATIVAS
NAS PUBLICAÇÕES DE UMA EMPRESA VAREJISTA**

Monografia apresentada como pré-requisito para obtenção do título de Bacharel em Estatística pela Universidade Federal de Juiz de Fora , submetida à aprovação da banca examinadora composta pelos seguintes membros:

Aprovada em 03/09/2021

BANCA EXAMINADORA

Prof^a. Dr^a. Ângela Mello Coelho - Orientadora
Universidade Federal de Juiz de Fora

Prof. Dr. Marcel de Toledo Vieira
Universidade Federal de Juiz de Fora

Prof. Dr. Tiago Maia Magalhães
Universidade Federal de Juiz de Fora

Dedico este trabalho aos meus pais Ana e Ildomar,
Que sempre me apoiaram e me ensinaram a nunca
desistir dos meus sonhos.

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar, agradeço à Deus, que me deu forças, sabedoria, discernimento e coragem durante todos esses anos, sem o seu sustento nada seria possível.

Aos meus pais, Ana e Ildomar, meu irmão Matheus, e ao meu namorado Ramon, que muitas vezes sofreram da ausência quando o estudo me chamava. Vocês foram minha base, e meu principal motivo de estar aqui. Obrigada pelo apoio, compreensão, e por nunca me deixarem desistir dessa jornada.

Aos amigos que encontrei nessa caminhada, Ana Paula, Jéssica, Gabriela, Calvin, Carlos Junior. Obrigada pela união ao longo de todos esses anos e pela companhia que tornou toda a nossa caminhada mais leve!

Ao professor Danilo Sampaio do Departamento de Ciências Administrativas e ao colega e especialista de marketing digital Phelipe Zata. Obrigada pelas conversas e orientações que ajudaram a melhor compreensão da plataforma digital.

Aos professores do Departamento de Estatística, que contribuíram para o meu crescimento pessoal e profissional. Em especial à orientadora, Ângela Coelho pelo exemplo, apoio, incentivo e paciência! E também ao professor Marcel Vieira pelo apoio e incentivo durante todos esses anos.

RESUMO

Com o advento da pandemia do COVID-19, percebeu-se a necessidade de acelerar a transformação digital em empresas varejistas, principalmente as menores, que acabaram por sofrer mais com as mudanças impostas nesse período. Uma maneira interessante de aumentar a eficiência das redes sociais, é através da análise das métricas das postagens realizadas, por isso a importância de desenvolver um processo que auxilie essa análise. Diante disso, esse trabalho se propôs a estudar os diferentes métodos de planejamento de experimentos ou DOE (do inglês design of experiments), afim de identificar o método mais adequado para avaliar as variáveis que influenciam significativamente no engajamento das publicações realizadas através da plataforma do Instagram®. Percebeu-se que o fatorial fracionário 2^{k-p} é o método mais indicado para esse estudo, de modo que foi o alvo do trabalho. A metodologia utilizada se baseia nas sete etapas de planejamento de experimentos definidas por (MONTGOMERY, 2017). Obteve-se um plano completo para conduzir o experimento, respeitando as limitações do aplicativo em questão e suas particularidades. Por fim, conclui-se que, o plano aqui desenvolvido pode ser adaptado e estendido para outras áreas diferentes da supracitada, como perfil de consultoria empresarial ou até mesmo de influencers digitais. Permitindo e auxiliando na utilização de métodos estatísticos e análise de dados na tomada de decisão ao se gerenciar uma rede social.

Palavras-chave: Instagram®, Engajamento, Varejo, Planejamento de experimentos, Fatorial Fracionário 2^{k-p} , Matriz experimental.

ABSTRACT

With the event of the COVID-19 pandemic, the need to accelerate the digital transformation in retail companies was realized, especially the smaller ones, which ended up suffering more from the changes imposed during this period. An interesting way to increase the efficiency of social networks is through the analysis of the metrics of the posts made, hence the importance of developing a process that helps them in this regard. Therefore, this work proposed to study the different methods of design of experiments (DOE), in order to identify the most appropriate method to assess the variables that significantly influence the engagement of publications made through the Instagram® platform. It was noticed that the 2^{k-p} fractional factorial is the most suitable method for this study, so it was the target of the work. The methodology used is based on the seven stages of planning experiments defined by (MONTGOMERY, 2017). A complete plan (including an Experimental Matrix) was obtained to conduct the experiment, respecting the limitations of the application in question and its particularities. Finally, it is concluded that the plan developed here extends to areas other than the one mentioned above, such as a business consulting profile or even digital influencers. Allowing and aiding the application of statistical methods and data analysis in decision making when managing a social network.

Keywords: Instagram®, Engagement, Retail, Design of experiments, 2^{k-p} fractional factorial, Experimental matrix.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 01: Modelo geral de um processo.....	19
Figura 02: Caso geral – experimento fatorial de dois fatores.....	24
Figura 03: Experimento fatorial sem interação.....	24
Figura 04: Experimento fatorial com interação.....	25
Figura 05: Região crítica (RC) de um teste bilateral.....	26
Figura 06: Região crítica (RC) de um teste unilateral à esquerda.....	26
Figura 07: Região crítica (RC) de um teste unilateral à direita.....	27
Figura 08: Tipos de erros no teste de hipóteses.....	27
Figura 09: Representação geométrica de contrastes referentes aos efeitos principais e interação do planejamento 2^3	34
Figura 10: Gráfico de probabilidade normal dos efeitos do fatorial 2^4 do Exemplo 6.2 (MONTGOMERY, 2017).....	37
Figura 11: Fluxograma das etapas de DOE.....	46
Figura 12 : Diferentes estruturas de aliases com família diferentes.....	53
Figura 13: Valores Críticos da Distribuição F – Nível de significância 5%.....	65
Figura 14: Valores Críticos da Distribuição F- Nível de significância 1%.....	66

LISTA DE QUADRO

Quadro 01: Métricas do Instagram®.....	16
Quadro 02: Tipos de delimitação de experimentos.....	22
Quadro 03: ANOVA – experimento fatorial de dois fatores.....	29
Quadro 04: Teste estatístico para a ANOVA.....	31
Quadro 05: Matriz de experimento fatorial 2^3	32
Quadro 06: Sinais de contrastes do fatorial 2^3	34
Quadro 07: Caso Geral Da Anova Para Fatorial 2^k	35
Quadro 08: Sinais de contrastes do fatorial 2^2	40
Quadro 09: Sinais De Contrastes Do Fatorial Fracionário 2^{3-1}	40
Quadro 10: Seleção de p geradores.....	43
Quadro 11: Escolha de fatores e níveis.....	47
Quadro 12: Possíveis combinações para um Fatorial com 6 fatores.....	48
Quadro 13: Matriz Experimental Fatorial Fracionário 2^{6-2}	49
Quadro 14: Aliases Fatorial Fracionário 2^{6-2}	51
Quadro 15: Guia para experimento.....	55
Quadro 16: Matriz de Experimento com $E = ABC$ e $F = BCD$	61
Quadro 17: Estrutura de aliases com $E = ABC$ e $F = BCD$	61
Quadro 18: Matriz de Experimento com $E = -ABC$ e $F = BCD$	62
Quadro 19: Estrutura de aliases com $E = -ABC$ e $F = BCD$	62
Quadro 20: Matriz de Experimento com $E = ABC$ e $F = -BCD$	63
Quadro 21: Estrutura de aliases com $E = ABC$ e $F = -BCD$	63
Quadro 22: Matriz de Experimento com $E = -ABC$ e $F = -BCD$	64
Quadro 23: Estrutura de aliases com $E = -ABC$ e $F = -BCD$	64
Quadro 24: Seleção p Geradores para realização do fatorial fracionário.....	67

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	12
1.1	OBJETIVO GERAL	13
1.2	OBJETIVOS ESPECIFICOS	13
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	15
2.1	INSTAGRAM®	15
2.1.1	Métricas	16
2.2	PLANEJAMENTO ESTATÍSTICO DE EXPERIMENTOS	18
2.2.1	Termos e definições.....	20
2.2.2	Princípios básicos	21
2.2.3	Etapas do planejamento	21
2.2.4	Métodos	22
2.3	DELINEAMENTO FATORIAL.....	23
2.3.1	Teste de hipóteses	25
2.3.2	Análise de variância pelo teste de hipóteses.....	28
2.4	DELINEAMENTO FATORIAL 2^k	31
2.4.1	Uma única replicação do delineamento fatorial 2^k	36
2.5	DELINEAMENTO FATORIAIS FRACIONADOS	38
2.5.1	Fração ($\frac{1}{2}$) de um delineamento fatorial 2^k	39
2.5.2	Resolução de delineamento	41
2.5.3	Frações menores de um delineamento fatorial 2^{k-p}	43
3	METODOLOGIA DO TRABALHO	45
4	RESULTADOS	46
4.1	RECONHECIMENTO E RELATO DO PROBLEMA	46
4.2	ESCOLHA DOS FATORES E DOS NÍVEIS	47
4.3	SELEÇÃO DA VARIÁVEL RESPOSTA.....	47
4.4	ESCOLHA DO PLANEJAMENTO EXPERIMENTAL	48

4.5	REALIZAÇÃO DO EXPERIMENTO	49
4.6	ANÁLISE DOS DADOS.....	50
4.7	CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES.....	52
4.8	GUIA DE REALIZAÇÃO DO EXPERIMENTO	54
5	CONCLUSÕES	56
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	58
	APÊNDICE A – CÓDIGO EM R PARA ANÁLISE FATORIAL FRACIONÁRIO	59
	APÊNDICE B – MATRIZ DE EXPERIMENTO E ESTRUTURAS DE ALIASES PARA DIFERENTES FAMILIAS.....	61
	ANEXO A - DISTRIBUIÇÃO F - SNEDECOR	65
	ANEXO B - TABELA SELEÇÃO P GERADORES PARA REALIZAÇÃO DO FATORIAL FRACIONÁRIO	67

1 INTRODUÇÃO

No período de março de 2020 até a data de publicação deste texto (setembro, 2021), observou-se um grande impacto no hábito das pessoas, rotina de empresas e até de lojas físicas devido à pandemia da COVID-19. Diante de muitas incertezas, dificuldades e preocupações, muitas empresas precisaram parar ou minimizar o atendimento presencial e seus consumidores foram incentivados a manter um isolamento social de acordo com as recomendações da organização mundial de saúde (OMS).

No entanto, diante de situações como esta, é importante que as empresas saibam como agir para sobreviver e garantir a sustentabilidade do negócio. De acordo com a reportagem do site (INFOMONEY, 2020): “Os varejistas viram nas vendas por canais digitais a única forma de garantir um respiro enquanto as lojas permaneciam de portas fechadas”. Por conta dessas mudanças, uma das soluções encontradas por estas empresas foi recorrer às mídias sociais, realizando publicações de suas lojas e de seus produtos para que houvesse uma adesão ao esquema de *delivery*.

É notável a força que as redes sociais possuem nas interações sociais e no comportamento do consumidor (BARASC, 2018). Segundo o ranking das redes sociais no ano 2020 realizado por (VOLPATO, 2021), o Instagram® é a 4ª rede social mais usada no Brasil, com 95 milhões de usuários, ficando atrás do Facebook® (130 milhões), Whatsapp® (120 milhões) e Youtube® (105 milhões).

A plataforma do Instagram® é uma oportunidade para divulgar conteúdos de forma visual como fotos, vídeos de curta e longa duração, há também uma funcionalidade conhecida como *stories* em que permanece disponível para visualização fotos e vídeos durante 24 horas. Todas essas funcionalidades possuem um espaço propício para publicações e que qualquer usuário pode realizar em sua conta. Sendo esses usuários pessoas físicas ou grande e pequenas empresas. Entre essas publicações, o usuário pode publicar fotos e vídeos, demonstrando o que almeja transmitir. No caso de empresas, faz-se uso da rede social para divulgar seus produtos.

Para que uma empresa deixe sua marca em uma rede social, é necessário que haja um planejamento de implantação da mesma, ou seja, é preciso conhecer as particularidades do meio de comunicação e perfil do público que se deseja alcançar

com aquele conteúdo. Por isso, através de técnicas de Planejamento de Experimentos, é possível identificar as variáveis que influenciam significativamente no engajamento das publicações realizadas em um perfil de rede social de uma empresa, aumentando assim a conversão de vendas provenientes do aplicativo.

De acordo com (MONTGOMERY, 2017), os experimentos têm como objetivo desenvolver processos robustos, minimamente afetados por fontes externas de variabilidade. A metodologia de Planejamento de Experimentos ou DOE (do inglês Design of Experiments), desenvolvida por Fisher, utiliza ferramentas de controle estatístico para analisar variáveis que impactam no processo e melhorá-lo continuamente. O planejamento diminui o tempo e otimiza a pesquisa, reduzindo a utilização de recursos e trazendo um resultado confiável (com cerca de 95% de confiança, considerando o nível de significância de 5%), de tal forma que a tomada de decisão por parte dos empresários e, em particular, pelas pequenas empresas varejistas — foco deste trabalho — torna-se mais assertiva e possibilita obter melhor resposta aos problemas enfrentados neste ramo de negócios.

Devido o exposto acima, o presente trabalho busca delinear um experimento que possibilite compreender melhor as variáveis representativas das publicações de uma empresa varejista por meio dos métodos do DOE.

1.1 OBJETIVO GERAL

O objetivo inicial desse estudo é identificar a metodologia de planejamento de experimentos para se aplicar na resolução deste problema e, após isso, desenvolver a matriz experimental para futuras aplicações, criando um plano experimental completo.

1.2 OBJETIVOS ESPECIFICOS

Para se alcançar o objetivo geral, uma série de objetivos específicos devem ser conquistados. Eles seguem descritos abaixo.

- Definir e apresentar metodologia científica para o presente trabalho;

- Determinar fatores que influenciam o engajamento das publicações através de consultas a bibliografia especializada e profissionais da área.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Para que seja possível determinar as variáveis representativas em uma publicação, é necessário familiarizar com a funcionalidade do Instagram® e os métodos de planejamento de experimentos. Nas próximas seções será abordada uma revisão bibliográfica de cada uma das áreas citadas.

2.1 INSTAGRAM®

Aplicativo criado por Kevin Systrom e Mike Krieger em outubro 2010 e que até o fim daquele ano já contabilizava um milhão de usuários. Em 2012 foi vendido para a empresa Facebook®. Atualmente é uma das redes sociais que mais cresce no mundo, contendo mais de 1 bilhão de usuários ativos, de acordo com os dados obtidos pela (NEWBERRY, 2021).

O Instagram® é uma rede social com característica visual, seu propósito inicial era de disponibilizar fotos em publicações de forma quadrada, semelhante ao formato de câmeras Polaroid. Contudo, desde a sua primeira versão, foram realizadas diversas atualizações, permitindo publicações em diversos formatos, incluindo vídeos. Atualmente, o aplicativo possui as seguintes funcionalidades:

- *Feed*: Interface principal do aplicativo, em que é possível visualizar informações principais da conta do usuário, como fotos, descrição da conta, quantidade de publicações, quantidade de seguidores (pessoas que acompanham o usuário). Permite também realizar publicações com conteúdo através das legendas e/ou textos nas próprias imagens.
- *Stories*: Espaço em que o usuário pode publicar fotos e vídeos de até quinze segundos e que somem após 24 horas. Possui recursos de interações com o público, como enquetes, quiz de respostas, caixa de perguntas e contagem regressiva de algum evento. Além disso, possui efeitos de vídeo como *Boomerang*, *Superzoom*, *Mãos livres* e etc. Outra funcionalidade importante é a transmissão ao vivo, que permite que os seguidores façam perguntas.

- *Reels*: Espaço em que é possível que o usuário grave, edite e faça publicações de vídeos de quinze a trinta segundos. Recurso possui efeitos e ferramentas para produção do vídeo.
- IGTV: Recurso que permite produzir e publicar vídeos com mais de um minuto de duração com reprodução em tela cheia no formato vertical. Nele também é possível salvar *lives* que são realizadas na plataforma. Os vídeos publicados no IGTV são exibidos em formato curto no *feed*, permitindo que o usuário clique para visualizar a versão completa.

2.1.1 Métricas

O aplicativo fornece métricas que podem ajudar a entender melhor o público e saber se o conteúdo está agradando aqueles que acompanham a conta, de modo a ter sempre uma boa performance. É importante ressaltar que os indicadores estão disponíveis somente para contas comerciais.

Fazendo um bom uso dessas métricas com uma análise de dados é possível definir o tipo de conteúdo que atraem os seguidores. É necessário conhecer as métricas adequadas para a análise de acordo com o objetivo do pesquisador. (AVIS, 2021) destaca algumas dessas métricas, que serão apresentadas no Quadro 01:

Quadro 01: Métricas do Instagram®

Conteúdo (Visão geral feed e stories)	Tipo de publicação; Período; Interações: like, comentários, envio ao direct e salvamentos; Visitas ao perfil; Alcance; Cliques no site; Impressões.
--	---

Stories	Número de visualizações; Interações; Descoberta: alcance, impressões, seguidores, voltar, toque para avançar, próximo story, saídas; Recompartilhamentos; Segmentação de interações: alcance, cliques no link, cliques no site, começaram a seguir, como chegar, compartilhamentos, e-mails, encaminhamentos, impressões, ligações, próximo story, respostas, SMS, saídas, visitas ao perfil e voltar. Lives: alcance de transmissão, pico de visualizações simultâneas, comentários e compartilhamentos.
Reels	Alcance; Reproduções; Interações: like, comentários, envio ao direct e salvamentos.
IGTV	Envolvimento: visualizações, curtidas e comentários; Retenção de público. Atividade Gráfico de alcance e impressões em 7 dias; Números interações em 7 dias. Seguidores Crescimento; Localização; Faixa Etária; Gênero; Média horário e dia da semana.

FONTE: ELABORADO PELA AUTORA

Quando é feita uma publicação no aplicativo, 100% dos seguidores da conta não visualizam aquele post, isso pode ser explicado, porque o algoritmo da plataforma entrega o conteúdo para uma amostra de seguidores, e conforme ocorre uma interação dessa amostra, o aplicativo passa a difundir mais o conteúdo. Com isso, tem-se um número de alcance de postagens (métrica que representa a contagem do número de usuários em que o aplicativo entregou o conteúdo), que atinge o engajamento. O engajamento pode ser calculado através da equação 1, medida em % .

$$\text{Taxa de engajamento por post} = \frac{\text{número de interações}}{\text{número de alcance}} \times 100 \quad (1)$$

Em que:

número de interações = soma de curtidas, comentários, compartilhamentos e salvamentos de uma determinada publicação

número de alcance = contagem do número de usuários em que o aplicativo entregou o conteúdo.

Segundo os especialistas da área de marketing consultados, alguns fatores podem ser interessantes para explicar a atratividade de uma publicação: Sendo, o horário em que foi realizada (acredita-se que os horários de pico são à tarde e à noite), o local do Instagram® onde é publicado o conteúdo (podendo ser no *feed* ou no *reels*), o uso de legenda na publicação (pode variar dependo do conteúdo a ser publicado), o tipo de imagem que atrai o público (pode ser uma arte personalizada pelo profissional de marketing ou o uso de foto ou vídeo que demonstre uma imagem de um objeto, paisagem, ou até mesmo representação de uma pessoa). Acredita-se que uma imagem colorida ou preta e branca pode chamar a atenção dos usuários, além disso, uma estratégia de marketing a ser utilizada nos perfis de empresas varejistas é de escolher o tipo de publicação, podendo ser um comercial indireto (onde é realizado propaganda de um determinado produto demonstrando seus benefícios sem apresentar o respectivo valor), além disso, tem a publicação de humanização (onde pessoas aparecem na publicação fazendo uso do produto).

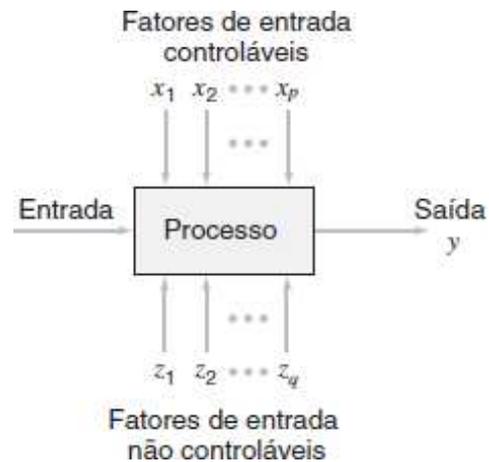
Quanto ao tipo de publicação existem outras classificações, como: Comercial (consta o valor do produto), Educativo (ensina diferentes formas de utilizar um determinado produto) e informativo (extrai informações de fontes publicadas a respeito do produto). Porém o delineamento selecionado como o mais adequado não permite o estudo de mais de duas características por variável de interesse, sendo assim, esses outros tipos de publicação não serão mais mencionados.

2.2 PLANEJAMENTO ESTATÍSTICO DE EXPERIMENTOS

De acordo com (CALEGARE, 2009) um experimento pode ser definido como uma série de ensaios nos quais são feitas mudanças propositalmente nas variáveis de entrada de um processo ou sistema, de tal forma que possam ser observadas as razões para mudanças na variável de saída, conforme demonstrado na Figura 01. Esses

experimentos podem contribuir com a diminuição do tempo de processo e do custo de operações, reduzindo então a variabilidade do processo e aproximando os valores de saída aos requisitos nominais ou alvos.

Figura 01: modelo geral de um processo



FONTE: (MONTGOMERY, 2017)

Conforme foi surgindo a necessidade de uma melhoria de processos em diversas áreas, uma ferramenta tem sido amplamente empregada: o planejamento de experimentos, mais conhecida como DOE, do inglês *Design of Experiment*. É através dela que pode-se aplicar técnicas estatísticas para avaliar as variáveis que impactam em um processo e o melhorar continuamente, ou seja, analisa-se os efeitos que determinadas variáveis possuem sobre uma resposta de interesse. Foi Fisher quem desenvolveu e usou pela primeira vez a metodologia da análise da variância para a pesquisa do projeto experimental.

O uso de um modelo estatístico para planejamento e a análise dos resultados de um experimento é extremamente importante, pois fornece uma interpretação mais precisa do fenômeno a ser investigado. (BUTTON, 2016) destacou alguns benefícios da utilização dessas técnicas, sendo elas:

- Redução do número de ensaios sem prejuízo da qualidade da informação;
- Estudo simultâneo de diversas variáveis, separando seus efeitos;
- Determinação da confiabilidade dos resultados;
- Realização da pesquisa em etapas, em um processo iterativo de acréscimo de novos ensaios;

- Seleção das variáveis que influem em um processo com número reduzido de ensaios;
- Representação do processo estudado através de expressões matemáticas;
- Elaboração de conclusões a partir de resultados qualitativos.

2.2.1 Termos e definições

Para entender melhor as técnicas de experimentação, se faz necessário conhecer bem seus termos e definições.

- **Unidade experimental ou parcela:** é onde será feita a aplicação do tratamento;
- **Fator:** é uma das causas (variáveis) cujos efeitos estão sendo estudados no experimento, podendo ser qualitativo ou quantitativo;
- **Níveis do fator:** são diferentes níveis do fator, que podem ser quantitativos ou qualitativos, e são escolhidos para realizar o experimento;
- **Tratamento:** é o conjunto de níveis para todos os fatores utilizados em um determinado ensaio;
- **Ensaio:** é cada realização do experimento em uma determinada combinação de tratamento. O experimento é constituído pelo conjunto de todos os ensaios realizados nas diversas combinações de tratamentos, com várias réplicas;
- **Repetições:** é o número de vezes que um tratamento aparece no experimento, seu número também vai depender dos recursos disponíveis, o tipo de experimento e também da variabilidade do experimento ou da variável resposta;
- **Variável Resposta:** são variáveis dependentes que sofrem algum efeito nos testes, quando estímulos são provocados propositalmente nos fatores;
- **Matriz de experimentos:** é o plano formal construído para conduzir os experimentos. Nesta matriz são incluídos os fatores de controle, os níveis e tratamentos do experimento;

- **Delineamento de experimentos:** é o plano formal para conduzir o experimento, inclui a escolha dos fatores, níveis, repetições e tratamentos;
- **Croqui:** é um desenho esquemático, que indica a alocação dos tratamentos às unidades experimentais e o resultado do sorteio.

Para mais detalhes, consultar (ANJOS, 2005), (CALEGARE, 2009), (GALDÁMEZ, 2002) e (MONTGOMERY, 2017).

2.2.2 Princípios básicos

Para a realização do experimento, três princípios básicos devem ser seguidos:

- **Repetição:** permite que o valor obtido para cada parcela seja mais confiável, uma vez que os tratamentos terão mais de uma medição, podendo assim obter médias mais precisas.
- **Casualização ou Aleatorização:** dispõem os diferentes tratamentos e suas repetições ao acaso no experimento. Isso faz com que não existam tratamentos que sejam beneficiados por estarem em uma área mais favorável.
- **Controle Local:** permite aumentar a precisão experimental, ao controlar uma possível não homogeneidade da área ou unidade experimental.

2.2.3 Etapas do planejamento

No momento do planejamento, é de extrema importância que o pesquisador conheça bem o meio com que irá trabalhar, para que consiga adaptar a experimentação de acordo com as especificidades da área que será trabalhada.

(MONTGOMERY, 2017) propôs 7 etapas de planejamento de experimentos que evitam eventos inesperados e também facilitam o trabalho do estatístico e do pesquisador.

1. Reconhecimento e relato do problema;
2. Escolha dos fatores e dos níveis;

3. Seleção da variável resposta;
4. Escolha do planejamento experimental;
5. Realização do experimento;
6. Análise dos dados;
7. Conclusões e recomendações.

2.2.4 Métodos

Existem diversos métodos para realizar um delineamento de experimentos, a metodologia a ser utilizada deve ser escolhida estrategicamente atendendo às necessidades, recursos do processo e a forma de aplicação de cada delineamento. Na Quadro 02 estão alguns desses métodos aplicáveis à experimentação.

Quadro 02 : Tipos de delinamento de experimentos

Classificação do Planejamento de Experimentos	Aplicação	Estrutura
Fatorial	Apropriado quando vários fatores devem ser estudados em dois ou mais níveis e as interações entre os fatores podem ser importantes	Em cada repetição completa do experimento todas as combinações possíveis dos níveis dos fatores (tratamentos) são estudadas. A alocação das unidades experimentais aos tratamentos e a ordem de realização dos ensaios são feitas de modo aleatório.
Fatorial 2k	Apropriado quando o número de ensaios necessários para o planejamento em k fatores em 2 níveis é inviável para sua realização.	Fornecer o menor número de ensaios em que k fatores podem ser estudados em um delineamento fatorial completo. É possível investigar as interações entre os fatores.
Fatorial 2k com confundimento	Apropriado quando o número de ensaios necessários para o planejamento em k fatores em 2 níveis é inviável para que sejam realizados sob condições homogêneas	O conjunto completo de tratamentos é dividido em subconjuntos de modo que as interações de ordem mais alta são confundidas com os blocos. São tomadas observações em todos os blocos. Os blocos surgem geralmente como consequência de restrições de tempo, homogeneidade de materiais, etc.

Fatorial 2k fracionário	Apropriado quando existem muitos fatores e não é possível coletar observações em todos os tratamentos	Vários fatores são estudados em dois níveis, mas somente um subconjunto do fatorial completo é executado. A formação dos blocos algumas vezes é possível.
--------------------------------	---	---

FONTE: ADAPTADO DE (TAHARA, 2008)

O foco de estudo desta revisão bibliográfica é em alguns métodos específicos, como o delineamento fatorial completo, fatorial 2^k e fatoriais fracionados. Todos esses planejamentos serão abordados nas próximas seções.

2.3 DELINEAMENTO FATORIAL

(BUTTON, 2016) ressaltou que o planejamento fatorial é indicado para a fase inicial do estudo experimental quando há necessidade de definir os fatores mais importantes e estudar os efeitos sobre a variável resposta, ainda destacou que este planejamento “é um modelo de efeitos fixos, assim os resultados de sua análise não podem ser transferidos para outros níveis que não os analisados no planejamento”.

Um delineamento fatorial pode ser aplicado quando se quer estudar vários fatores de interesse contendo dois ou mais níveis, em tais experimentos, os fatores variam juntos, é através de suas combinações que podemos avaliar se há alguma interação entre essas variáveis. Em geral, os planejamentos fatoriais são mais eficientes para esse tipo de experimento do que aqueles realizados para um único fator.

Os experimentos mais simples deste delineamento envolvem dois fatores, por exemplo, quando há dois fatores denotados por A e B contendo a níveis para o fator A e b níveis para o fator B , para cada repetição tem-se ab combinações possíveis. A Figura 02 ilustra o caso geral para experimento de dois fatores:

Figura 02: caso geral – experimento fatorial de dois fatores

		Factor B			
		1	2	...	b
Factor A	1	$y_{111}, y_{112}, \dots, y_{11n}$	$y_{121}, y_{122}, \dots, y_{12n}$		$y_{1b1}, y_{1b2}, \dots, y_{1bn}$
	2	$y_{211}, y_{212}, \dots, y_{21n}$	$y_{221}, y_{222}, \dots, y_{22n}$		$y_{2b1}, y_{2b2}, \dots, y_{2bn}$
	⋮				
	a	$y_{a11}, y_{a12}, \dots, y_{a1n}$	$y_{a21}, y_{a22}, \dots, y_{a2n}$		$y_{ab1}, y_{ab2}, \dots, y_{abn}$

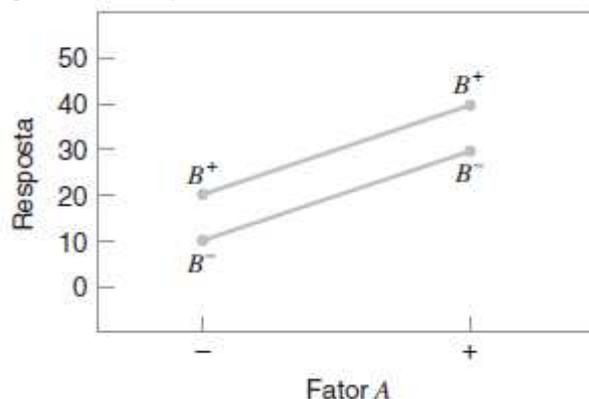
FONTE: (MONTGOMERY, 2017)

Em que: y_{abn} , é a observação da variável resposta do fator A no nível a e do fator B no nível b na n-ésima repetição.

O efeito principal de um fator pode ser definido como a mudança na variável resposta provocada pela mudança no nível do fator, ou seja, se os fatores A e B possuem dois níveis, esses níveis podem ser genericamente chamados de “baixo” e “alto” ou denotados por “-” e “+”.

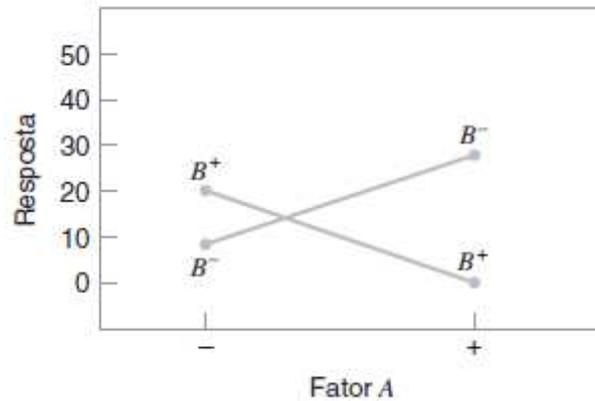
(MONTGOMERY, 2017) afirmou que quando uma interação entre os fatores é muito grande, seus efeitos principais possuem pouco significados. O conceito de interação será ilustrado na Figura 03 e 04:

Figura 03: experimento fatorial sem interação



FONTE: (MONTGOMERY, 2017)

Figura 04: experimento fatorial com interação



FONTE: (MONTGOMERY, 2017)

Essas representações gráficas são úteis na apresentação dos resultados de experimentos, mas é importante ressaltar que uma interação presente nos fatores pode disfarçar a significância dos efeitos principais, por isso os dados da experimentação precisam ser analisados algebricamente através da análise de variância, que será apresentada nas próximas seções.

2.3.1 Teste de hipóteses

Ao realizar uma análise de experimentos, faz-se necessária a utilização de testes estatísticos para avaliar a hipótese a ser testada. Uma breve revisão do conceito de testes de hipóteses que estão relacionados à inferência estatística é apresentada a seguir.

A ideia geral sobre testes de hipótese consiste em estabelecer uma regra em que permite rejeitar, ou não, uma hipótese nula com base nos elementos amostrais. As duas hipóteses complementares em um problema envolvendo um teste de hipóteses são chamadas hipótese nula e hipótese alternativa. Elas são denotadas por H_0 e H_1 , respectivamente.

Por exemplo, se deseja testar se os parâmetros (τ) são iguais tem-se as seguintes hipóteses:

$$\text{Teste bilateral } \begin{cases} H_0: \tau = \tau_i \\ H_1: \tau \neq \tau_i \end{cases}$$

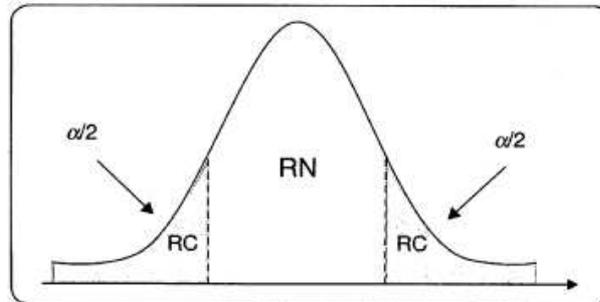
Também é possível testar se os parâmetros são apenas maiores ou apenas menores, por isso tem-se as seguintes hipóteses:

$$\text{Teste unilateral à esquerda } \begin{cases} H_0: \tau \geq \tau_i \\ H_1: \tau < \tau_i \end{cases},$$

$$\text{Teste unilateral à direita } \begin{cases} H_0: \tau \leq \tau_i \\ H_1: \tau > \tau_i \end{cases}.$$

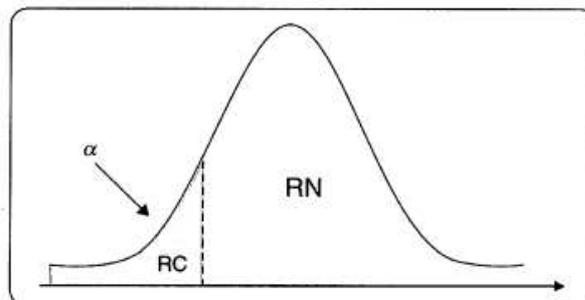
O procedimento tradicional do teste é formular H_0 e H_1 , assim como especificar o nível de significância α ; e de acordo com a distribuição estatística do teste apropriado, pode-se definir a região de rejeição e região de não rejeição da hipótese nula. Com base na amostra obtida por meio do experimento, pode-se calcular o valor de estatística do teste, se esse valor pertencer à região crítica, rejeitamos H_0 . Caso contrário, não rejeita H_0 . Nas Figuras 05, 06 e 07, são apresentadas as regiões críticas (RC) para cada teste, assim como a região de não rejeição da hipótese nula (RN).

Figura 05: Região crítica (RC) de um teste bilateral



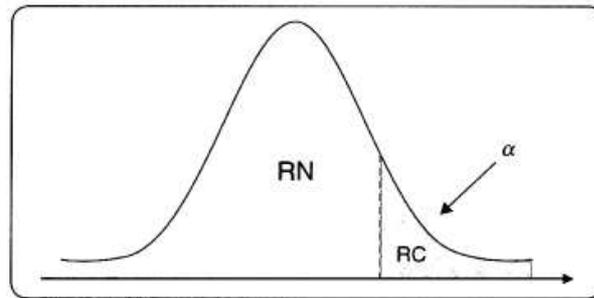
Fonte: (FAVERO, 2020)

Figura 06: Região crítica (RC) de um teste unilateral à esquerda,



Fonte: (FAVERO, 2020)

Figura 07: Região crítica (RC) de um teste unilateral à direita



Fonte: (FAVERO, 2020)

De acordo com (CASELLA, 2010), ao realizar um teste de hipóteses estamos sujeitos a cometer dois tipos de erros, chamados erro tipo I e erro tipo II.

Por definição: o erro tipo I (α) ocorre quando a hipótese nula é verdadeira e o pesquisador a rejeita. Já o erro tipo II (β) ocorre quando a hipótese nula é falsa e o pesquisador não a rejeita. Essas duas situações são descritas na Figura 08:

Figura 08: Tipos de erros no teste de hipóteses

		Decisão	
		Aceitação H_0	Rejeição H_0
Verdade	H_0	Decisão correta	Erro do tipo I
	H_1	Erro do tipo II	Decisão correta

Fonte: (CASELLA, 2010)

Pode-se utilizar o valor-p para verificar se H_0 será rejeitada ou não, ao invés de fixar o nível de significância de um teste como descrito anteriormente no procedimento tradicional. Por isso, compara-se o valor-p obtido para a amostra com o fixado e rejeitamos a H_0 se o valor-p for menor ou igual ao α .

Por definição: para o valor observado na estatística de teste (t), o valor-p corresponde ao menor nível de significância para qual a hipótese H_0 pode ser rejeitada. Importante se atentar à direção em que o teste ocorre, isto é:

$$\text{Se } H_1: \tau < \tau_i \Rightarrow \text{Valor} - p = P(\theta \leq t);$$

$$\text{Se } H_1: \tau > \tau_i \Rightarrow \text{Valor} - p = P(\theta > t);$$

Se $H_1: \tau \neq \tau_i \Rightarrow \text{Valor} - p = 2P(\theta \geq t)$ ou $2P(\theta \leq t)$.

2.3.2 Análise de variância pelo teste de hipóteses

A Análise de Variância (ANOVA) é um teste utilizado para comparar médias de duas ou mais populações, por meio da análise de variâncias amostrais. O objetivo da ANOVA fatorial é determinar se as médias para cada nível do fator são iguais e verificar a interação entre os fatores.

É através do quadro da anova, que é possível analisar o teste de hipóteses que busca avaliar se os fatores possuem ou não uma influência que afete às mudanças da variável resposta. O teste estatístico para essas hipóteses é feito empregando a estatística F de Snedecor. As hipóteses a serem testadas para o caso do fatorial de dois fatores, será descrita abaixo:

Para o efeito principal, tem-se as seguintes hipóteses:

$$H_0: \tau_1 = \tau_2 = \dots = \tau_a = 0$$

$$H_1: \text{Pelo menos um } \tau_i \neq 0$$

$$H_0: \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_b = 0$$

$$H_1: \text{Pelo menos um } \beta_j \neq 0$$

Para o efeito de interação, tem-se as seguintes hipóteses:

$$H_0: (\tau\beta_{ij}) = 0 ; \text{para todo } i, j$$

$$H_1: \text{Pelo menos um } (\tau\beta_{ij}) \neq 0$$

A hipótese nula do teste afirma que as médias populacionais são iguais; se existir pelo menos um grupo com média diferente dos demais, a hipótese nula é rejeitada.

O modelo estatístico das observações para o experimento fatorial de dois fatores pode ser representado pela seguinte equação:

$$Y_{abr} = \mu + \tau_a + \beta_b + (\tau\beta)_{ab} + \varepsilon_{abr}, \begin{cases} a = 1, 2, \dots, A \\ b = 1, 2, \dots, B \\ r = 1, 2, \dots, N \end{cases}$$

Em que:

$a =$ níveis de A;

$b =$ níveis de B;

$r =$ nº de repetições;

$\mu =$ efeito médio geral;

$\tau_a =$ efeito principal do fator A;

$\beta_b =$ efeito principal do fator B;

$(\tau\beta)_{ab} =$ efeito de interação entre A e B;

$\varepsilon_{abr} =$ erro experimental $\sim NID(0, \sigma^2)$.

A ANOVA é baseada na suposição de que os dados representam amostras aleatórias de uma população normal, com mesma variância e com médias populacionais diferentes, por isso o erro experimental (ε_{abr}) assume uma variável aleatória independente com distribuição normal, média zero, e variância constante para todos os níveis dos fatores, isso é: $NID(0, \sigma^2)$.

Para realizar o teste, é necessário avaliar se os pressupostos do modelo, são atendidos, o que pode ser feito realizando testes para verificar a normalidade dos erros, checar a distribuição em torno de zero e a constância da variância. Os testes usais são visualizações gráficas, como: Gráfico de probabilidade Normal, Gráfico de resíduos versus valor estimado, Gráfico de resíduos versus tempo. E também pode-se analisar com uso de testes computacionais como: testes de Shapiro-wilk, Kolmogorov-Smirnov, Anderson-Darling, Lilliefors, Bartlett e etc. Caso os pressupostos não sejam respeitados, faz-se necessário optar para outros métodos de análise, como inferência não paramétrica, ou modelos linearmente generalizados (MLG).

O Quadro 03 da ANOVA para um modelo fatorial de dois fatores com efeitos fixos será ilustrado a seguir. Em que CV é o causa de variação, SQ é a Soma dos quadrados, GL representa o grau de liberdade, QM é quadrado médio e o F é a estatística de teste.

Quadro 03: ANOVA – experimento fatorial de dois fatores

CV	SQ	GL	QM	F
Fator A	SQ_A	A-1	$QM_A = \frac{SQ_A}{A-1}$	$F_0 = \frac{QM_A}{QM_R}$
Fator B	SQ_B	B-1	$QM_B = \frac{SQ_B}{B-1}$	$F_0 = \frac{QM_B}{QM_R}$
Interação AxB	SQ_{AB}	(A-1)(B-1)	$QM_{AB} = \frac{SQ_{AB}}{(A-1)(B-1)}$	$F_0 = \frac{QM_{AB}}{QM_R}$

Resíduos	SQ_R	AB(N-1)	$QM_R = \frac{SQ_R}{AB(N-1)}$	
Total	SQ_T	ABN-1		

FONTE: (MONTGOMERY, 2017)

A soma dos quadrados é obtida pela seguinte expressão:

$$SQ_A = \sum_{a=1}^A \left(\frac{T_a^2}{BN} \right) - \frac{T^2}{ABN}, \text{ onde: } T_a = \sum_{b=1}^B \sum_{r=1}^N y_{abr}$$

$$SQ_B = \sum_{b=1}^B \left(\frac{T_b^2}{AN} \right) - \frac{T^2}{ABN}, \text{ onde: } T_b = \sum_{a=1}^A \sum_{r=1}^N y_{abr}$$

$$SQ_{AB} = \sum_{a=1}^A \sum_{b=1}^B \left(\frac{T_{ab}^2}{N} \right) - \frac{T^2}{ABN} - SQ_A - SQ_B, \text{ onde: } T_{ab} = \sum_{r=1}^N y_{abr}$$

$$SQ_T = \sum_{a=1}^A \sum_{b=1}^B \sum_{r=1}^N y_{abr}^2 - \frac{T^2}{ABN}$$

$$SQ_R = SQ_T - SQ_A - SQ_B - SQ_{AB}$$

Para análise, primeiramente deve-se analisar os efeitos de interação, se eles apresentarem significância, pode-se realizar um estudo de um fator dentro do outro (dependência entre fatores), mas caso apresente insignificância pode-se estudar os fatores separadamente e tirar conclusões independentes. Se esses fatores, apresentarem significância, isso leva a concluir que os efeitos dos fatores influenciam na variável resposta. Para avaliar quais níveis do fator possuem diferença no efeito da média, deve-se aplicar um teste de comparações múltiplas.

No Quadro 04, tem-se o critério de rejeição para a hipótese a ser testada.

Quadro 04 : Teste estatístico para a ANOVA

Hipóteses	Teste estatístico	Critérios de rejeição
$\begin{cases} H_0: \tau_1 = \dots = \tau_a = 0 \\ H_1: \text{Pelo menos um } \tau_i \neq 0 \end{cases}$	$F_0 = \frac{QM_{Efeito}}{QM_{Residuo}}$	$F_0 > F_{(\alpha, w, z)} \begin{cases} \alpha = \text{o nível de significância} \\ w = \text{Grau de liberdade do efeito} \\ z = \text{Grau de liberdade do resíduo} \end{cases}$

FONTE: ELABORADO PELA AUTORA

De uma maneira geral, compara-se as estimativas de variâncias (Quadrados Médios). O quociente de dois quadrados médios resulta em um teste F_0 . No numerador tem-se o quadrado médio (QM_{Efeito}) das variações produzidas por um determinado efeito e, no denominador, o quadrado médio ($QM_{Residuo}$) devido a variações do acaso. Se o valor do teste F_0 for significativo, diz-se que há efeito de tratamentos que diferem entre si por isso rejeita-se a hipótese nula H_0 . Se for não significativo, diz-se que os efeito de tratamentos não diferem entre si, por isso, que não se rejeita H_0 . Espera-se então que variância observada relativa ao efeito do fator de interesse seja maior do que a variância relativa ao erro do acaso.

A Tabela da distribuição F de Snedecor se encontra no anexo A, para os diferentes níveis de significância. Pode-se também obter as probabilidades ou valores da distribuição F de Snedecor utilizando a função *pf* ou *qf*, respectivamente, do *software R*[®], por exemplo.

2.4 DELINEAMENTO FATORIAL 2^k

Um caso especial dos experimentos fatoriais é o delineamento fatorial 2^k , em que deseja-se testar k fatores com 2 níveis cada, resultando em 2^k combinações da matriz experimental, através dela é possível interpretar os efeitos principais e interação dos fatores em estudo. Esse tipo de experimentação é utilizado nos estágios iniciais de pesquisa, na qual existem inúmeros fatores a serem considerados, permitindo seu estudo com um número reduzido de experimentos.

(BUTTON, 2016) afirma que como esse experimento apresenta somente dois níveis para análise de cada fator, assume-se então que a variável de resposta apresenta um

comportamento linear entre esses níveis que podem ser qualitativos ou quantitativos.

Para um delineamento fatorial 2^2 , o modelo estatístico, o teste de hipóteses e as somatórias dos quadrados das diferenças serão idênticas às do planejamento fatorial apresentado na seção anterior, considerando $a=b=2$.

Para ilustrar o procedimento geral desta técnica, considera-se um fatorial 2^3 , ou seja, um delineamento com 3 fatores A, B e C, com 2 níveis cada e 8 combinações possíveis. A matriz de experimentos para o caso do fatorial 2^3 será apresentada no Quadro 05:

Quadro 05: Matriz de experimento fatorial 2^3

Observações	Sequência	Fatores			Resposta
		A	B	C	
1	8	-	-	-	y_1
2	4	+	-	-	y_2
3	2	-	+	-	y_3
4	3	+	+	-	y_4
5	7	-	-	+	y_5
6	1	+	-	+	y_6
7	6	-	+	+	y_7
8	5	+	+	+	y_8

FONTE: MONTEGOMERY (2013)

Para que a matriz de experimentação garanta que as colunas sejam ortogonais entre si, existe uma chamada de “ordem padrão” de organização. Para o caso geral do delineamento 2^k tem-se que para o fator x_k , o sinal alterna em grupos de 2^{k-1} , ou seja, 2^{k-1} vezes “-“ seguido de 2^{k-1} vezes “+”.

No delineamento fatorial 2^3 permite que sejam estimados três efeitos principais (A, B e C), três interações com dois fatores (AB, AC e BC) e uma interação de três fatores (ABC). O modelo estatístico das observações para o experimento fatorial 2^3 pode ser representado pela seguinte equação:

$$Y_{abc} = \mu + \tau_a + \beta_b + \gamma_c + (\tau\beta)_{ab} + (\tau\gamma)_{ac} + (\beta\gamma)_{bc} + (\tau\beta\gamma)_{abc} + \varepsilon_{abcr}$$

$$\begin{cases} a = 1, 2, \dots, A \\ b = 1, 2, \dots, B \\ c = 1, 2, \dots, C \\ r = 1, 2, \dots, N \end{cases}$$

Em que:

$\mu =$ *média geral* ;

$\tau_a =$ *efeito principal do fator A*;

$\beta_b =$ *efeito principal do fator B*;

$\gamma_c =$ *efeito principal do fator C*;

$(\tau\beta)_{ab} =$ *efeito de interação entre A e B*;

$(\tau\gamma)_{ac} =$ *efeito de interação entre A e C*;

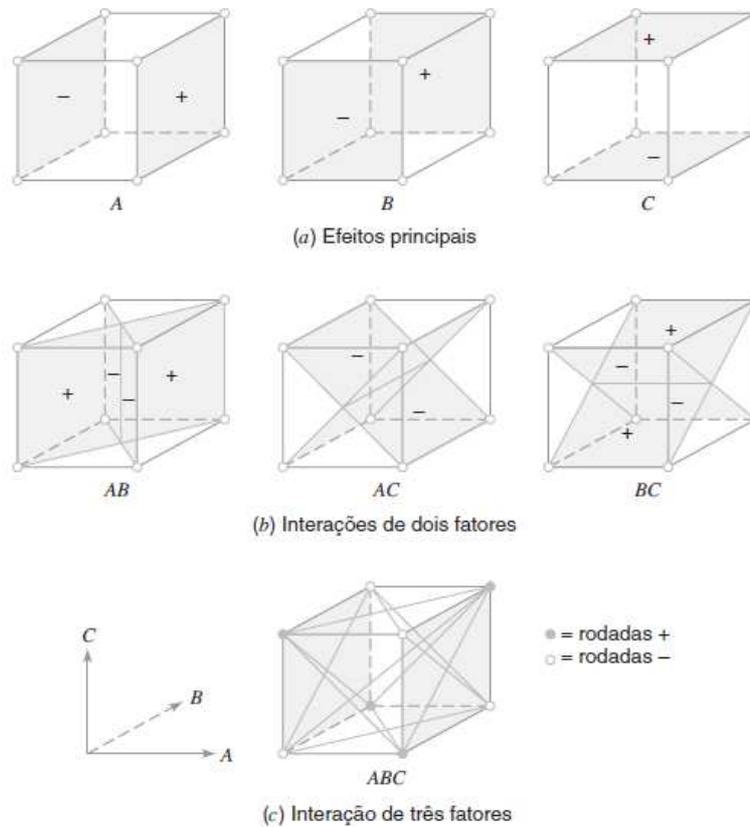
$(\beta\gamma)_{bc} =$ *efeito de interação entre B e C*;

$(\tau\beta\gamma)_{abc} =$ *efeito de interação entre A, B e C*;

$\varepsilon_{abcr} =$ *efeito do erro aleatório*.

Para estimar os efeitos principais e de interação, (MONTGOMERY, 2017) descreveu que podemos utilizar o método geométrico já que o planejamento fatorial 2^3 representa um cubo, tal como apresenta a Figura 09, e também pode-se utilizar o método dos sinais ou seja utilizar uma matriz de contrastes ortogonais deste experimento.

Figura 09: Representação geométrica de contrastes referentes aos efeitos principais e interação do planejamento 2^3



FONTE: (MONTGOMERY, 2017)

Para a construção da Tabela de sinais, vale ressaltar alguns procedimentos: os sinais para os efeitos principais (colunas A, B e C) são obtidos pela associação de um sinal “+” no nível alto e de um sinal “-” no nível baixo, conforme apresentado no Quadro 06. Sendo estabelecidos os sinais para os efeitos principais, os sinais para as colunas restantes são encontrados pela multiplicação das colunas precedentes apropriadas, linha a linha. Por exemplo, os sinais na coluna AC são o produto dos sinais nas colunas A e C.

Quadro 06: Sinais de contrastes do fatorial 2^3

Combinações	Efeito Fatorial						
	A	B	C	AB	AC	BC	ABC
(1)	-	-	-	+	+	+	-
a	+	-	-	-	-	+	+
b	-	+	-	-	+	-	+
ab	+	+	-	+	-	-	-
c	-	-	+	+	-	-	+
ac	+	-	+	-	+	-	-

bc	-	+	+	-	-	+	-
abc	+	+	+	+	+	+	+

FONTE:(MONTGOMERY, 2017)

Logo, as estimativas dos efeitos são determinadas pela soma da multiplicação das combinações (primeira coluna do quadro) pelos sinais correspondentes ao efeito analisado, e dividido pela metade do número total de rodadas deste experimento. Essas estimativas são expressas matematicamente a seguir:

$$Efeito = \frac{\hat{Y}_s}{r2^{k-1}}$$

$$SQ = \frac{(\hat{Y}_i)^2}{r2^k}$$

Em que:

$s = 1, \dots, 7$. Considerando o fatorial 2^3

\hat{Y}_s é o valor do contraste obtido com os totais de tratamentos;

k é a quantidade de fatores;

r é o numero de repetições.

Antes de proceder com a construção do quadro da análise de variância, é importante verificar se o modelo se adapta bem aos dados, analisando se o erro experimental assume uma variável aleatória independente com distribuição normal, com média zero, e variância constante para todos os níveis dos fatores. No Quadro 07 tem-se o caso geral para fatorial 2^k :

Quadro 07: Caso Geral Da Anova Para Fatorial 2^k

CV	SQ	GL	QM	F
<i>K</i> efeitos principais				
A	SQ_A	1	$QM_A = \frac{SQ_A}{1}$	$F_0 = \frac{QM_A}{QM_{Res}}$
B	SQ_B	1	$QM_B = \frac{SQ_B}{1}$	$F_0 = \frac{QM_B}{QM_{Res}}$
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
K	SQ_K	1	$QM_K = \frac{SQ_K}{1}$	$F_0 = \frac{QM_K}{QM_{Res}}$

$\binom{k}{2}$ Interação de dois fatores				
AB	SQ_{AB}	1	$QM_{AB} = \frac{SQ_{AB}}{1}$	$F_0 = \frac{QM_{AB}}{QM_{Res}}$
AC	SQ_{AC}	1	$QM_{AC} = \frac{SQ_{AC}}{1}$	$F_0 = \frac{QM_{AC}}{QM_{Res}}$
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
JK	SQ_{JK}	1	$QM_{JK} = \frac{SQ_{JK}}{1}$	$F_0 = \frac{QM_{JK}}{QM_{Res}}$
$\binom{k}{3}$ Interação de três fatores				
ABC	SQ_{ABC}	1	$QM_{ABC} = \frac{SQ_{ABC}}{1}$	$F_0 = \frac{QM_{ABC}}{QM_{Res}}$
ABD	SQ_{ABD}	1	$QM_{ABD} = \frac{SQ_{ABD}}{1}$	$F_0 = \frac{QM_{ABD}}{QM_{Res}}$
⋮	⋮	⋮		
IJK	SQ_{IJK}	1	$QM_{IJK} = \frac{SQ_{IJK}}{1}$	$F_0 = \frac{QM_{IJK}}{QM_{Res}}$
$\binom{k}{k}$ Interação de K fatores				
ABC...K	$SQ_{ABC...K}$	1	$QM_{ABC...K} = \frac{SQ_{ABC...K}}{1}$	$F_0 = \frac{QM_{ABC...K}}{QM_{Res}}$
Resíduos	SQ_{Res}	$2^K(n-1)$	$QM_{Res} = \frac{SQ_{Res}}{2^K(n-1)}$	
Total	SQ_T	$n2^K-1$		

FONTE: (MONTGOMERY, 2017)

2.4.1 Uma única replicação do delineamento fatorial 2^k

O número de fatores durante um delineamento fatorial 2^k pode ser moderadamente grande aumentando o número de combinações de forma exponencial, ficando proibitivo trabalhar com mais de uma repetição, por isso o experimentador pode escolher manter todos os fatores de interesse e dar continuidade ao experimento sem repetições.

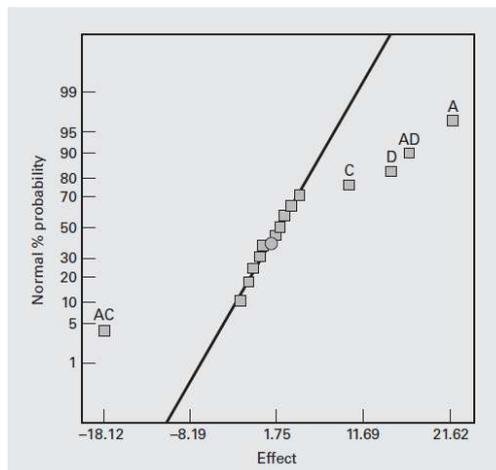
Ao trabalhar com apenas uma única repetição para cada combinação, não é possível estimar o erro aleatório, para minimizar os problemas provenientes desse fato, pode ser indicado afastar os níveis dos fatores de interesse de maneira mais agressiva, a fim de minimizar a proximidade dos efeitos relativos aos diferentes níveis e o erro do acaso. Uma prática comum é realizar o experimento com apenas uma replicação do delineamento fatorial 2^k e, então, combinar as interações de maior

ordem como uma estimativa do erro.

(MONTGOMERY, 2017) destaca que um método útil para avaliar a significância dos fatores nessa situação é realizar a construção do gráfico da probabilidade normal das estimativas dos efeitos. A ideia, é que os efeitos que apresentarem insignificância serão normalmente distribuídos com média zero e variância σ^2 e tendem cair sobre uma linha reta nesse gráfico; já os efeitos significativos ficarão fora dessa reta, ou seja, terão médias diferentes de zero; Assim, o modelo estatístico terá apenas os efeitos com média diferente de zero, baseado no gráfico.

Para ilustrar o método acima, na Figura 10 tem-se um gráfico de probabilidade normal dos efeitos estudados do fatorial 2^4 do exemplo 6.2 (MONTGOMERY 2017 pág 256).

Figura 10: Gráfico de probabilidade normal dos efeitos do fatorial 2^4 do Exemplo 6.2 (MONTGOMERY, 2017)



FONTE: (MONTGOMERY, 2017)

O gráfico de probabilidade normal acima nos mostra que os únicos efeitos que apresentaram significância no exemplo foram os efeitos principais A, C e D, e às interações duplas AC e AD; todos os outros que caíram em cima da reta apresentaram uma insignificância.

Para construção do quadro da ANOVA, será apresentada como causa de variação os efeitos que apresentarem significância, em quanto os outros efeitos serão classificados como resíduo. A soma dos quadrados do resíduo, será também a soma dos quadrados de todos os efeitos que não apresentaram significância anteriormente no gráfico de probabilidade normal.

2.5 DELINEAMENTO FATORIAIS FRACIONADOS

Se o número de fatores em um delineamento fatorial 2^k for aumentado, o número de combinações possíveis aumenta rapidamente, assim como o número de interações de mais alta ordem. Por exemplo, se tivermos que analisar um delineamento 2^5 faz-se necessário aplicar 32 combinações. Só nesse experimento, teríamos 31 graus de liberdade, sendo 5 dos efeitos principais e 10 correspondentes à interação de dois fatores, outros 16 graus de liberdade estarão correspondentes à interação de três fatores e interações mais alta ordem (MONTGOMERY, 2017).

Pode acontecer em uma única repetição desse experimento ultrapassar todos os recursos disponíveis pelo experimentador, além disso, efeitos de mais alta ordem não são significativos e na grande maioria das vezes podem ser desprezados. Por isso pode-se aplicar o delineamento fatorial fracionário, em que temos o interesse em considerar frações do delineamento fatorial 2^k .

Segundo (MONTGOMERY, 2017), o delineamento fatorial fracionário está entre os tipos de experimentação amplamente usados para o desenvolvimento e melhoria de processos e produtos. Importante ressaltar que esse tipo de delineamento é utilizado com frequência em experimentos exploratórios, nos quais queremos encontrar quais fatores possuem, efetivamente, influência sobre determinado resultado. Os experimentos exploratórios são usados em fases iniciais de um delineamento, quando muitos dos fatores inicialmente considerados provavelmente têm pouco ou nenhum efeito na resposta. Os fatores identificados como importantes são, então, investigados mais detalhadamente em experimentos subsequentes.

(MONTGOMERY, 2017), destaca que o sucesso no uso deste experimento está baseado em três ideias principais:

- **Efeitos principais:** Na presença de muitas variáveis, o sistema ou processo será dirigido por alguns efeitos principais e interações de baixa ordem;
- **Propriedades projetivas:** Fatoriais fracionados podem ser projetados para que os fatores mais significantes tenham os maiores efeitos;

- **Experimentos sequenciais:** É possível combinar os ensaios de dois, ou mais fatoriais fracionados para montar sequencialidade em delineamentos grandes para estimar os fatores e interações de interesse.

2.5.1 Fração ($1/2$) de um delineamento fatorial 2^k

Um fatorial fracionário ao meio de um delineamento 2^k contém 2^{k-1} combinações e é, em geral, denominado de delineamento fatorial fracionado 2^{k-1} .

Considerando como exemplo três fatores cada um com dois níveis, e os experimentadores não possuem recursos para executar todas as $2^3 = 8$ combinações de tratamento, mas podem permitir 4 execuções. Isso sugere um fatorial fracionário ao meio, ou seja $2^{3-1} = 4$ combinações de tratamento, chamado de delineamento fatorial fracionado 2^{3-1} .

A Tabela de sinais de contrastes para o fatorial 2^3 foi mostrada na seção anterior, supondo que agora é necessário selecionar apenas metade dessas combinações de tratamentos para realizar o fatorial fracionário 2^{3-1} , a escolha das combinações que deverão ser usadas deve ser feita de acordo com um contraste ortogonal denominado gerador, o contraste geralmente utilizado como o gerador, é aquele relativo ao efeito da interação de maior grau. Para o caso do fatorial fracionário 2^{3-1} , a função gerado será o efeito fatorial de ABC.

Feita a escolha da função geradora, e seu respectivo sinal, pode-se construir uma nova matriz de sinais de contrastes para o fracionário, escrevendo-se as combinações de tratamentos para um fatorial completo em 2^{k-1} , e acrescentando-se, então, o fator que pode ser obtido pelo maior grau de interação do fatorial completo 2^{k-1} . Portanto, um fatorial fracionado 2^{3-1} pode ser obtido escrevendo-se o fatorial 2^{3-1} completo, demonstrado no Quadro 08 e equacionando-se o fator C em relação à interação AB. Então, para gerar a fração principal, usaríamos $C = +AB$ como se segue apresentado no Quadro 09:

Quadro 08: Sinais de contrastes do fatorial 2^2

Combinações	Efeito Fatorial		
	A	B	AB
(1)	-	-	+
a	+	-	-
b	-	+	-
ab	+	+	+

FONTE: (MONTGOMERY, 2017)

Quadro 09: Sinais De Contrastes Do Fatorial Fracionário 2^{3-1}

Combinações	Efeito Fatorial							
	I	A	B	C=A*B	AB	AC	BC	ABC
a	+	+	-	-	-	-	+	+
b	+	-	+	-	-	+	-	+
c	+	-	-	+	+	-	-	+
abc	+	+	+	+	+	+	+	+

FONTE: (MONTGOMERY, 2017)

Para o caso do fatorial fracionário, a estimativa dos constrates e seus efeitos podem ser obtidos através da seguinte expressão matemática:

$$Efeito = \frac{\hat{Y}_s}{\frac{2^{k-1}}{2}}$$

$$SQ = \frac{(\hat{Y}_s)^2}{r2^{k-1}}$$

Em que:

$s = 1, \dots, 7$. Considerando Fatorial Fracionário 2^{3-1}

\hat{Y}_s é o valor do contraste obtido com os totais de tratamentos;

k é a quantidade de fatores;

r é o numero de repetições.

De acordo com os contrastes da Tabela acima, teríamos as seguintes estimativas dos contrastes e seus efeitos:

$$\hat{Y}_A = T_a + T_{abc} - T_b - T_c = \hat{Y}_{BC}$$

$$A = BC = \frac{1}{2}(\hat{Y}_A)$$

É possível observar que a coluna $I = ABC$, isso representa uma relação definidora para esse delineamento. Além disso é possível observar que as colunas: $[A] = [BC]$, $[B] = [AC]$ e $[C] = [AB]$. (MONTGOMERY, 2017) afirma que é impossível diferenciar A e BC, B e AC e C e AB. Por isso, essas duas interações são ditas “confundidas”, ou seja, quando estima-se A, B e C, estão sendo estimados $A + BC$, $B + AC$ e $C + AB$. Dois ou mais efeitos com essa propriedade são chamados de aliases, que representam o resultado direto da replicação fracionada. No exemplo, A e BC são aliases, B e AC são aliases, e C e AB são aliases. Pode-se indicar as aliases pela notação $[A] \rightarrow A + BC$, $[B] \rightarrow B + AC$ e $[C] \rightarrow C + AB$. Diante disso, se assume que as interações BC, AC, AB e ABC são insignificantes, então esse fatorial fracionado poderia ser usado no experimento e poderiam ser estimadas a média geral e os efeitos principais A, B e C.

2.5.2 Resolução de delineamento

Os delineamentos fatoriais fracionados são classificados de acordo com o tipo de “aliases” existentes. Por isso, se denomina resolução de delineamento, e pode ser denotado por algarismos romanos.

(MONTGOMERY, 2017) destaca que ao realizar a metodologia do delineamento fracionado, quanto maior for sua resolução, menos restrições tem-se nas premissas sobre as insignificâncias de algumas interações, as quais serão desprezíveis para que possamos obter uma interpretação única dos resultados.

Usualmente, emprega-se um número romano para indicar a resolução do delineamento; como por exemplo: O delineamento fatorial fracionário 2^{3-1} com a relação definidora $I = ABC$ é de resolução III, o delineamento fatorial fracionário 2^{4-1} com a relação definidora $I = ABCD$ terá resolução IV, assim como o delineamento fatorial fracionário 2^{5-1} com relação definidora $I = ABCDE$ terá resolução V. A classificação de cada resolução será apresentada a seguir:

- **Delineamentos de Resolução III:** Úteis quando se tem o interesse nos efeitos principais, enquanto outros efeitos são assumidos insignificantes;

Nenhum efeito principal será “aliased” de outro efeito principal, mas os efeitos principais estão “aliased” com as interações duplas, e as interações duplas serão “aliased” uma das outras.

$$I = ABC \begin{cases} A. I = A^2BC = BC \\ B. I = AB^2C = AC \\ C. I = ABC^2 = AB \end{cases}$$

- **Delineamentos de Resolução IV:** Úteis quando se tem o interesse nos efeitos principais e em algumas interações duplas, enquanto outros efeitos são assumidos insignificantes; Nenhum efeito principal será “aliased” de outro efeito principal e nem das interações duplas, mas as interações duplas serão “aliased” uma das outras.

$$I = ABCD$$

$$\begin{cases} A. I = A^2BCD = BCD \\ B. I = AB^2CD = ACD \\ C. I = ABC^2D = ABD \end{cases}$$

$$\begin{cases} AB. I = A^2B^2CD = CD \\ AC. I = A^2BC^2D = BD \\ BC. I = AB^2C^2D = AD \end{cases}$$

- **Delineamentos de Resolução V:** Úteis quando se tem o interesse nos efeitos principais e nas interações duplas, enquanto outros efeitos são assumidos insignificantes; Nenhum efeito principal ou interações duplas serão “aliased” de outro efeito principal ou interações duplas, mas as interações duplas serão “aliased” com as interações de três fatores.

$$I = ABCDE$$

$$\begin{cases} A. I = A^2BCDE = BCDE \\ B. I = AB^2CDE = ACDE \\ C. I = ABC^2DE = ABDE \\ D. I = ABCD^2E = ABCE \end{cases}$$

$$\begin{cases} AB. I = A^2B^2CDE = CDE \\ AC. I = A^2BC^2DE = BDE \\ AD. I = A^2BCD^2E = BCE \\ \dots \end{cases}$$

2.5.3 Frações menores de um delineamento fatorial 2^{k-p}

É possível transformar o delineamento fatorial em frações ainda menores, dependendo do número de k fatores a serem analisados. De forma geral, um delineamento fatorial 2^k pode ser ensaiado em uma fração $\frac{1}{2^p}$, denotada por delineamento fatorial fracionário 2^{k-p} . Assim, se for necessário reduzir o experimento em uma fração $\frac{1}{4}$ terá um delineamento fatorial fracionário 2^{k-2} e assim por diante.

A construção de um delineamento com frações menores possui o mesmo procedimento apresentado na seção de fatorial fracionário ao meio, mas requer uma seleção de p geradores para desenvolver o experimento. Essa escolha não é arbitrária, no Quadro 10 é apresentada a seleção dos geradores para que a escolha desses geradores produza um delineamento com estruturas de aliases mais atrativas que outras, isso é, seleciona-se os geradores do experimento de tal forma que esse delineamento apresente uma resolução mais alta possível garantindo que qualquer interação de interesse possa ser estimada.

Quadro 10 : Seleção de p geradores

Número de fatores (k)	Fracionário	Número de combinações	Geradores
3	2_{III}^{3-1}	4	C = ± AB
4	2_{IV}^{4-1}	8	D = ± ABC
5	2_V^{5-1}	16	E = ± ABCD
	2_{III}^{5-2}	8	D = ± AB E = ± AC
6	2_{VI}^{6-1}	32	F = ± ABCDE
	2_{IV}^{6-2}	16	E = ± ABC F = ± BCD
	2_{III}^{6-3}	8	D = ± AB E = ± AC F = ± BC
7	2_{VII}^{7-1}	64	G = ± ABCDEF

	2_{IV}^{7-2}	32	F = ± ABCD G = ± ABDE
	2_{IV}^{7-3}	16	E = ± ABC F = ± BCD G = ± ACD
	2_{III}^{7-4}	8	D = ± AB E = ± AC F = ± BC G = ± ABC

FONTE: (MONTGOMERY, 2017)

(MONTGOMERY, 2017), apresenta um Quadro de seleção de geradores para casos com até 15 fatores em experimentação, essa Tabela se encontra no anexo B.

Feita a escolha dos p geradores do experimento, é possível encontrar também sua relação definidora, multiplicando a coluna geradora por ela mesma, resultando em uma coluna I.

Para ilustrar um exemplo, tem-se um delineamento fatorial 2^7 que resulta em 128 combinações possíveis e deseja-se reduzir essas combinações em uma fração $\frac{1}{2^3}$, logo teremos um delineamento fatorial fracionário 2^{7-3} com apenas 16 combinações. Pela Tabela, esse experimento terá uma resolução IV com os geradores E=ABC, F=BCD e G= ACD, e a relação definidora para esse experimento serão I = ABCE, I=BCDF e I=ACDG.

Uma vez escolhido o delineamento que atenda o interesse do experimentador, basta realizar a experimentação, coletar os dados e realizar a análise de variância para determinar os efeitos com maior importância no estudo.

3 METODOLOGIA DO TRABALHO

O tipo de pesquisa utilizada no presente trabalho foi descritiva e exploratória, visto que, tendo familiaridade com o funcionamento do aplicativo e as métricas indiretas fornecidas pelo mesmo, é possível encontrar maneiras de identificar as variáveis representativas de determinada publicação. Para que isso seja alcançável, a metodologia do trabalho envolve realizar uma revisão bibliográfica de alguns métodos específicos do planejamento de experimentos, como o delineamento fatorial completo, fatorial 2^k e fatoriais fracionados, afim de identificar o método mais adequado para solucionar o problema apresentado.

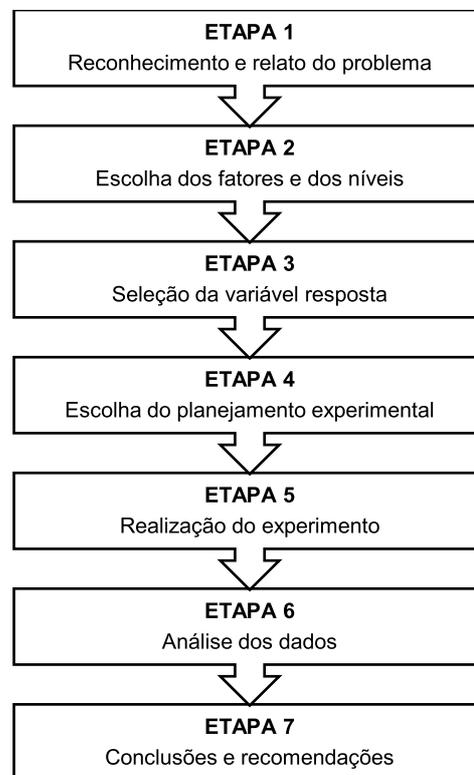
Ao longo da construção da pesquisa, o primeiro procedimento realizado diz respeito do estudo teórico, também encontros com especialistas da plataforma do Instagram® para familiarizar com conteúdo. Em seguida, definiram-se os fatores e a variável resposta que podem ser interessantes de serem investigadas.

Os métodos foram estudados e descritos para melhor interpretação. Com isso pode-se destacar como resultados obtidos deste trabalho: delinear uma matriz experimental e uma guia de experimentação para que seja utilizado como base para futuras aplicações, utilizando a recomendação proposta por (MONTGOMERY, 2017) que consiste no desenvolvimento de sete etapas de planejamento de experimentos.

4 RESULTADOS

De acordo com a fundamentação teórica da plataforma e da metodologia DOE, pode-se dar início à construção da matriz experimental. Vale ressaltar que este capítulo terá um enfoque nas etapas 1 a 4, sendo apresentado recomendações acerca das demais etapas ao final do trabalho. A Figura 11 apresenta um fluxograma das etapas de DOE.

Figura 11: Fluxograma das etapas de DOE



FONTE: ELABORADO PELA AUTOR

4.1 RECONHECIMENTO E RELATO DO PROBLEMA

Diante do exposto na seção de INTRODUÇÃO, uma empresa precisa deixar sua marca nas redes sociais, para que isso ocorra é necessário que haja um planejamento de implantação, conhecendo o perfil do público que se deseja alcançar com a sua publicação. Por meio de técnicas de Planejamento de Experimentos, pode-se identificar as variáveis representativas que aumentam o grau de atratividade das

publicações realizadas em um perfil do Instagram® de uma empresa.

4.2 ESCOLHA DOS FATORES E DOS NÍVEIS

Os fatores são pensados estrategicamente por uma equipe multidisciplinar de marketing digital para que aquele conteúdo seja alcançado por uma quantidade satisfatória de seguidores do perfil. Dessa forma, foram definidos fatores como o horário, local, legenda, origem de imagem, design e tipo de publicação.

Para o fator horário foram definidos como níveis dois horários de pico (sendo aqueles mais afastados um do outro), onde se concentram maior parte de usuários ativos na rede, para o local da publicação foram escolhidos: o feed de conteúdo e reels (funcionalidades que podem levar a um maior alcance), já para o fator legenda definiram-se os níveis: com legenda e sem legenda; o fator origem da imagem tem os níveis: arte e uso de foto/vídeo; para o fator design serão utilizados os níveis: colorido e preto e branco; já para o tipo de publicação foi pensada estrategicamente nos níveis: postagem comercial indireto e humanização; por se tratar de empresas varejistas de lojas online e física – foco deste trabalho. A ilustração dos níveis está representada no Quadro 11.

Quadro 11: Escolha de fatores e níveis

RÓTULO	FATORES	NÍVEIS			
A	<i>HORÁRIO</i>	+	TARDE	—	NOITE
B	<i>LOCAL</i>	+	FEED	—	REELS
C	<i>LEGENDA</i>	+	SIM	—	NÃO
D	<i>ORIGEM DE IMAGEM</i>	+	ARTE	—	FOTO/VÍDEO
E	<i>DESIGN</i>	+	COLORIDO	—	PRETO E BRANCO
F	<i>TIPO DE POST</i>	+	COMERCIAL INDIRETO	—	HUMANIZAÇÃO

FONTE: ELABORADO PELA AUTORA

Importante ressaltar que para determinados tipos de varejo, faz-se necessário pensar em outras estratégias de marketing.

4.3 SELEÇÃO DA VARIÁVEL RESPOSTA

As métricas fornecidas pelo aplicativo são ótimas indicadoras para análise de

dados, mas devem ser escolhidas estrategicamente de acordo com o objetivo da pesquisa.

A variável resposta deve ser estudada devido as mudanças aplicadas nas variáveis de entrada (fatores escolhidos anteriormente), uma métrica que pode ser analisada nessa experimentação é a taxa de engajamento por post, por se tratar de uma métrica que avalia a quantidade de interações de acordo com o alcance que aquela publicação teve. Sua expressão foi dada na expressão 01.

Quanto mais atrativa for uma publicação mais engajamento ela terá, visto que o número de interação e alcance serão elevados, fazendo com que o aplicativo difunda a publicação para uma amostra maior de usuários da plataforma.

4.4 ESCOLHA DO PLANEJAMENTO EXPERIMENTAL

Pela estrutura que o aplicativo possui, não é interessante realizar todas as combinações de tratamentos, dado que o excesso de publicações em curto intervalo de tempo pode ser considerado como uma movimentação suspeita, e o aplicativo pode bloquear as ações do perfil. Além disso, como o objetivo do estudo é avaliar as variáveis representativas da publicação, faz-se necessário aplicar as combinações em um intervalo específico de uma publicação à outra, para que seja alcançada uma amostra representativa de seguidores.

Pela dificuldade técnica para aplicar um fatorial 2^k e com r repetições, faz-se necessário delinear um experimento fatorial 2^k fracionário com uma única repetição.

Feita a escolha dos fatores com 2 níveis cada, tem-se então um delineamento fatorial fracionário 2^{6-2} de resolução IV, ou seja, será possível estimar os efeitos de fatores principais e de algumas interações duplas, enquanto outros efeitos são assumidos negligenciáveis. No Quadro 12 tem-se uma representação do número de ensaios necessários para cada método de experimento, escolheu-se então o que apresenta menor número de rodadas e uma boa resolução.

Quadro 12: Possíveis combinações para um Fatorial com 6 fatores

MÉTODO	COMBINAÇÕES	RESOLUÇÃO
Fatorial 2^6	64 rodadas	-
Fatorial Fracionário 2^{6-1}	32 rodadas	VI
Fatorial Fracionário 2^{6-2}	16 rodadas	IV

Fatorial Fracionário 2 ⁶⁻³	8 rodadas	III
---------------------------------------	-----------	-----

FONTE: ELABORADO PELA AUTORA

4.5 REALIZAÇÃO DO EXPERIMENTO

Para a realização do experimento, deve-se construir uma matriz experimental para dar sequência, importante ressaltar que para seguir o princípio básico do planejamento, as combinações de tratamento devem ser realizadas de forma aleatória, por isso foi realizada uma sequência feita através de sorteio, que se pode realizar utilizando *Software* computacional como por exemplo: *R*[®] (função *sample*), *Excel*[®], ou qualquer outra linguagem de programação. Sendo possível realizar também sorteio de forma tradicional em papel.

Por se tratar de um delineamento fatorial fracionário, deve-se fazer a escolha de *p* geradores. Através da Tabela presente no anexo B, tem-se os geradores E=ABC, F=BCD, e a relação definidora para esse experimento serão I = ABCE, I=BCDF. Com isso, o Quadro 13 apresenta a matriz experimental fatorial fracionário para essa situação.

Quadro 13: Matriz Experimental Fatorial Fracionário 2⁶⁻²

MATRIZ EXPERIMENTAL FATORIAL FRACIONÁRIO 2 ⁶⁻²										
RODADAS	COMBINAÇÕES	SEQUÊNCIA	I	A	B	C	D	E = ABC	F = BCD	RESPOSTA
1	(1)	10	+	-	-	-	-	-	-	y_1
2	ae	16	+	+	-	-	-	+	-	y_2
3	bef	8	+	-	+	-	-	+	+	y_3
4	abf	1	+	+	+	-	-	-	+	y_4
5	cef	2	+	-	-	+	-	+	+	y_5
6	acf	6	+	+	-	+	-	-	+	y_6
7	bc	13	+	-	+	+	-	-	-	y_7
8	abce	12	+	+	+	+	-	+	-	y_8
9	df	3	+	-	-	-	+	-	+	y_9
10	ade	14	+	+	-	-	+	+	+	y_{10}
11	bde	5	+	-	+	-	+	+	-	y_{11}

12	abd	7	+	+	+	-	+	-	-	y_{12}
13	cde	9	+	-	-	+	+	+	-	y_{13}
14	acd	4	+	+	-	+	+	-	-	y_{14}
15	bcdf	11	+	-	+	+	+	-	+	y_{15}
16	abcdef	15	+	+	+	+	+	+	+	y_{16}

FONTE: ELABORADO PELA AUTORA

4.6 ANÁLISE DOS DADOS

Após a realização do experimento descrito na seção anterior, faz-se necessário utilizar ferramentas estatísticas para analisar os resultados observados na variável resposta.

Como este delineamento possui resolução IV, então será possível estimar todos os fatores principais (“aliased” com interações triplas ou quintuplas, frequentemente consideradas negligenciáveis), já as interações duplas estarão todas “aliased” com ao menos uma outra interação dupla, possibilitando verificar se existem interações duplas importantes, mas não sendo possível estimar o valor de uma única, não será possível estimar uma única interação tripla ou de maior grau. É possível definir então suas estruturas de aliases. Pela Tabela fornecida pelo (MONTGOMERY, 2017) a interação generalizada das relações definidoras é dada por $I = ABCE = BCDF = ADEF$, portanto a relação definidora completa é $I = ABCE = BCDF = ADEF$. Será apresentada no Quadro 14 a estrutura de aliases para o delineamento fatorial fracionário 2^{6-2} :

Quadro 14: Aliases Fatorial Fracionário 2^{6-2}

$A = BCE = DEF = ABCDF$	$AD = EF = BCDE = ABCF$
$B = ACE = CDF = ABDEF$	$AE = BC = DF = ABCDEF$
$C = ABE = BDF = ACDEF$	$AF = DE = BCEF = ABCD$
$D = BCF = AEF = ABCDE$	$BD = CF = ACDE = ABEF$
$E = ABC = ADF = BCDEF$	$BF = CD = ACEF = ABDE$
$F = BCD = ADE = ABCEF$	$ABD = CDE = ACF = BEF$
$AB = CE = ACDF = BDEF$	$ACD = BDE = ABF = CEF$
$AC = BE = ABDF = CDEF$	

FORNE: ELABORADO PELA AUTORA

Por isso, se deseja estimar o efeito do fator A, será estimado então $[A] \rightarrow A + BCE + DEF + ABCDF$.

De forma geral, são utilizados *softwares* computacionais como o R^{\circledast} para a realização da análise de dados. A sequência para a análise, será apresentada a seguir:

- Faz-se necessário estimar todos os efeitos de tratamento do delineamento fracionário, e ordenar os efeitos em ordem crescente;
- Plotar as estimativas dos efeitos em um gráfico de probabilidade normal, afim de identificar efeitos que apresentarem significância estatística;
- Construir um novo modelo, considerando os efeitos não significativos como resíduos;

- Realizar análise de gráfica como: gráfico dos resíduos vs valores ajustados, gráfico normal de probabilidades dos resíduos e o gráfico das raízes quadradas dos valores absolutos dos resíduos padronizados vs valores ajustados. Para testar as hipóteses do modelo e verificar se esse está adequado aos dados;
- Construir quadro da ANOVA, considerando os efeitos não significativos como resíduos;
- Se necessário, realizar gráficos a respeito dos efeitos de interação, para estudar um fator dentro do outro (dependência entre fatores).

A análise deve ser feita através da estatística F usada para determinar se o fator está associado com a variável resposta, geralmente utiliza-se o valor-p < 0.05 (nível de significância de 5%) para concluir se a associação existe. O valor-p de referência da estatística do teste F pode ser calculada utilizando a função *pf* no *software R*[®], levando em consideração o grau de liberdade do efeito e resíduo. Ou pode-se obter utilizando métodos mais tradicionais como valores de teste F em tabela, que pode ser encontrada em (MONTGOMERY, 2017).

Após realização da análise, pode-se obter informações de quais fatores possuem um efeito significativo na variável resposta. Para o caso do delineamento fatorial 2^k contendo dois níveis em cada fator, utilizar a estimativa dos coeficientes de regressão para fazer as interpretações pode não ser tão interessante, já que por termos apenas dois níveis por fator, podendo utilizar a regressão linear apenas para verificar se existe diferença entre os níveis, mas não prever o que pode acontecer entre esses níveis. As estimativas do modelo matemático se faz importante para obtenção e análise dos resíduos .

Essa análise pode ser realizada em um *software* estatístico, como o *R*[®]. Para melhor compreensão dos códigos a serem utilizados, tem-se um código no Apêndice A.

4.7 CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

É importante ressaltar que toda análise possui um processo iterativo, com a experimentação formulada anteriormente e com os resultados obtidos são criadas

novas hipóteses que darão origem a novos experimentos. Por isso, o uso de DOE é um ciclo de aprendizagem sobre a pesquisa a ser estudada.

Pode acontecer de uma interação dupla apresentar significância, como observado na Figura 12 abaixo não é possível estimar o valor de uma única interação pois sua estimativa está misturada com outras interações. Uma solução proveniente a essa situação, seria de realizar uma outra matriz de experimento com outra família de p geradores visto que o fracionário 2^{6-2} possui quatro famílias de geradores.

Figura 12 : Diferentes estruturas de aliases com família diferentes

ALIASES	ALIASES
<u>Geradores E = ABC e F = BCD</u>	<u>Geradores E = -ABC e F = BCD</u>
<u>Relação Definidora</u>	<u>Relação Definidora</u>
<u>I = ABCE I = BCDF I = ADEF</u>	<u>I = -ABCE I = BCDF I = -ADEF</u>
A = BCE = ABCDF = DEF	A = -BCE = ABCDF = -DEF
B = ACE = CDF = ABDEF	B = -ACE = CDF = -ABDEF
C = ABE = BDF = ACDEF	C = -ABE = BDF = -ACDEF
D = ABCDE = BCF = AEF	D = -ABCDE = BCF = -AEF
E = ABC = BCDEF = ADF	E = -ABC = BCDEF = -ADF
F = ABCEF = BCD = ADE	F = -ABCEF = BCD = -ADE
AB = CE = ACDF = BDEF	AB = -CE = ACDF = -BDEF
AC = BE = ABDF = CDEF	AC = -BE = ABDF = -CDEF
AD = BCED = ABCF = EF	AD = -BCED = ABCF = -EF
AE = BC = ABCDEF = DF	AE = -BC = ABCDEF = -DF
AF = BCEF = ABCD = DE	AF = -BCEF = ABCD = -DE
BD = ACED = CF = ABEF	BD = -ACED = CF = -ABEF
BF = ACEF = CD = ABDE	BF = -ACEF = CD = -ABDE
ABD = CED = ACF = BEF	ABD = -CED = ACF = -BEF
ACD = BDE = ABF = CEF	ACD = -BDE = ABF = -CEF

FONTE: ELABORADO PELA AUTORA

Considerando o fatorial fracionário escolhido e suas estruturas de aliases por exemplo, se por ventura a interação AB apresentar uma significância durante uma análise com a família de geradores escolhida, selecionamos outra família de geradores de tal forma que a outra interação CE que esteja aliases com AB seja penalizada. Feita a experimentação com novas combinações de tratamento, pode-se combinar os ensaios de ambas experimentações para estimar os fatores e interações de interesse. Essa é uma das propriedades do fatorial fracionário, chamado de experimentos sequenciais.

No Apêndice B, se encontra uma relação de diferentes matrizes de experimentos e suas respectivas estruturas de aliases para cada família selecionada no caso do fatorial fracionário 2^{6-2} .

Importante ressaltar que para o estudo da ANOVA, os pressupostos devem ser respeitados, caso não ocorra, deve-se realizar outras análises através de inferência não paramétrica ou modelos lineares generalizados.

4.8 GUIA DE REALIZAÇÃO DO EXPERIMENTO

Uma guia para realização do experimento pode ser encaminhada aos profissionais de marketing que são responsáveis para publicar os conteúdos no perfil da empresa, respeitando a matriz experimental construída para que a análise seja realizada com eficiência de acordo com os princípios básicos do planejamento de experimento.

É recomendável que as publicações estejam prontas antes da realização do experimento e liberadas de acordo com o a ordem da guia, levando em consideração que a cronologia das publicações não podem sofrer alterações após o início do experimento, por fim, sugere-se que sejam publicadas com um intervalo de um dia para outro, respeitando o sorteio da sequência do experimento (que foi realizado durante a construção da matriz) e o nível que foi selecionado no fator horário.

No Quadro 15, se encontra o guia em formato de planilha com espaço propício para anotações dos resultados.

FONTES: ELABORADO PELA AUTORA

PUBLICAÇÃO (DIA)	HORÁRIO	LOCAL	LEGENDA	FATORES			Número de interações	Alcance	Taxa de engajamento
				ORIGEM DE IMAGEM	DESIGN	TIPO DE POST			
1	TARDE	FEED	NÃO	FOTOVÍDEO	PRETO E BRANCO	COMERCIAL INDIRETO			
2	NOITE	REELS	SIM	FOTOVÍDEO	COLORIDO	COMERCIAL INDIRETO			
3	NOITE	REELS	NÃO	ARTE	PRETO E BRANCO	COMERCIAL INDIRETO			
4	TARDE	REELS	SIM	ARTE	PRETO E BRANCO	HUMANIZAÇÃO			
5	NOITE	FEED	NÃO	ARTE	COLORIDO	HUMANIZAÇÃO			
6	TARDE	REELS	SIM	FOTOVÍDEO	PRETO E BRANCO	COMERCIAL INDIRETO			
7	TARDE	FEED	NÃO	ARTE	PRETO E BRANCO	HUMANIZAÇÃO			
8	NOITE	FEED	NÃO	FOTOVÍDEO	COLORIDO	COMERCIAL INDIRETO			
9	NOITE	REELS	SIM	ARTE	COLORIDO	HUMANIZAÇÃO			
10	NOITE	REELS	NÃO	FOTOVÍDEO	PRETO E BRANCO	HUMANIZAÇÃO			
11	NOITE	FEED	SIM	ARTE	PRETO E BRANCO	COMERCIAL INDIRETO			
12	TARDE	FEED	SIM	FOTOVÍDEO	COLORIDO	HUMANIZAÇÃO			
13	NOITE	FEED	SIM	FOTOVÍDEO	PRETO E BRANCO	HUMANIZAÇÃO			
14	TARDE	REELS	NÃO	ARTE	COLORIDO	COMERCIAL INDIRETO			
15	TARDE	FEED	SIM	ARTE	COLORIDO	COMERCIAL INDIRETO			
16	TARDE	REELS	NÃO	FOTOVÍDEO	COLORIDO	HUMANIZAÇÃO			

Quadro 15: Guia para experimento

5 CONCLUSÕES

O objetivo geral deste trabalho foi estudar as técnicas de planejamento e análise de experimentos para avaliar as variáveis representativas nas publicações de uma empresa varejista.

Para alcançar o objetivo principal, alguns tópicos secundários foram traçados. Na seção de revisão bibliográfica, apresentou-se algumas informações sobre a rede social alvo deste trabalho. Percebeu-se que o aplicativo possui suas próprias características, que, em alguns momentos ajudam e outros atrapalham, de modo que essas limitações foram respeitadas e consideradas ao longo do estudo. Outro ponto interessante é que a rede oferece métricas indiretas, de modo que se faz necessário aplicar uma análise mais aprofundada dos seus resultados para se obter uma relação direta com as métricas que são mais interessantes para o gestor da área.

Seguindo para o tópico seguinte, foram relatadas informações sobre métodos de planejamento de experimentos, destacando-se: Fatorial Completo, Fatorial 2^k e Fatorial Fracionário. Um cuidado que se fez necessário, foi adequar a linguagem estatística para pessoas com conhecimento básico, visto que parte do público alvo deste trabalho são profissionais de marketing. Ainda, com a fundamentação teórica, foi possível identificar a metodologia de planejamento de experimento mais adequada para implementar publicações mais atrativas com mais eficiência. Com isso, a matriz experimental foi delineada de acordo com as especificações do aplicativo.

Com a ajuda da metodologia do planejamento de experimento, pode-se conhecer melhor o perfil dos consumidores e aperfeiçoar as publicações de acordo com as particularidades do público, procurando maximizar a quantidade de usuários ativos na rede.

Na etapa de levantar os fatores que influenciam o engajamento das publicações, fez-se necessário conversar com profissionais da área. Por se tratar de uma rede social em desenvolvimento, foi mais interessante optar por esse caminho, visto que a literatura sobre o assunto se torna obsoleta rapidamente.

De maneira geral, percebeu-se que as limitações do aplicativo influenciaram muito na escolha do método. Como já relatado nos resultados, o Instagram® tende a limitar o alcance das publicações caso certas atitudes sejam tomadas em excesso. Outro ponto interessante é que ele não apresenta o conteúdo postado para todos os

seguidores, de modo que para alcançar todos eles, é necessário entender as preferências do público alvo do perfil. O delineamento fatorial fracionário 2^{k-p} surgiu como mais interessante para esse caso, visto que é um método que pode ser utilizado de forma exploratória para fases iniciais de um delineamento e, posteriormente, após obter os resultados dessa fase, pode-se utilizar outro método para refinar a solução necessária.

Ao longo do processo de confecção do experimento, optou-se por utilizar a metodologia criada por MONTGOMERY, em que este trabalho enfoca 4 das 7 etapas descritas pelo mesmo. Esse processo foi escolhido porque já é um método muito difundido e efetivo.

Com os resultados obtidos, espera-se que os profissionais de marketing possam aplicar os pressupostos aqui apresentados e, assim, conseguir melhorar a eficiência de suas publicações.

Para trabalhos futuros, indica-se aplicar o plano aqui desenvolvido, colher e analisar seus resultados, seja através de um estudo de simulação ou aplicação em dados reais. Outro ponto interessante é modificar as variáveis resposta aqui propostas e verificar a inclusão de novos fatores. É sempre interessante mudar o foco de um trabalho, por exemplo, ao invés de uma empresa varejista, aplicar em uma empresa de consultoria, ou até mesmo para os novos influencers digitais. Por fim, acredita-se que seja de extrema importância utilizar a ideia aqui apresentada em outras redes sociais, tais como Facebook®, LinkedIn®, Youtube® e quaisquer outras redes que venham a surgir.

Como este tema ainda é relativamente novo, não foram encontradas muitas fontes sobre o mesmo, visto que as redes sociais sempre estão em mudança, de modo que pretendeu-se ser uma base para os próximos trabalhos na área. O Instagram® é uma das redes sociais mais complexas quando se fala sobre métricas. Uma série de livros e conteúdos vem sendo publicados para tentar entender o mesmo, de modo que, a estatística deve cada vez mais fazer parte desse mundo como um todo, visto que temos as ferramentas necessárias para lidar com esse mar de informações e dados a que estamos sujeitos todos os dias. Com isso, podemos sempre evoluir e utilizar sempre da melhor forma possível todos os benefícios que o mundo digital nos oferece, propiciando mais tempo e capacidade de mudar o mundo.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ANJOS, Prof. Adilson Dos. **Planejamento de Experimentos I**. 2005. Apostila disponível em: <https://docs.ufpr.br/~aanjos/CE213/apostila.pdf>.

AVIS, Maria Carolina. **Marketing Digital Baseado em Dados: Métricas e Performance**. Curitiba. 1º ed. Inter Saberes, 2021.

BARASCH, Alixandra, ZAUBERMAN, Gal, DIEHL, Kristin. How the intention to Share Can Undermine Enjoyment: Photo-Taking Goals and Evaluation of Experiences. **Journal of Consumer Research**, Oxford University, Vol. 44, p. 1220-1237. 2018.

BUTTON, Prof. Dr. Sérgio Tonini. **Metodologia Para Planejamento Experimental e Análise De Resultados**. 2016. Apostila disponível em: www.fem.unicamp.br/~sergio1/pos-graduacao/IM317/apostila.pdf.

CALEGARE, Álvaro José de Almeida. **Introdução de Delineamento de Experimentos**. São Paulo. 2º ed. Blucher, 2009.

CASELLA George, BERGER, Roger L. **Inferência Estatística**. São Paulo. 2º ed. Cengage Learning, 2010.

FAVERO, Luiz Paulo, BELFIORE Patricia. **Manual de Análise de Dados: Estatística e Modelagem Multivariada com Excel®, SPSS® e Stata®**. Rio de Janeiro. 1º ed. LTC, 2020.

GALDÁMEZ, Edwin Vladimir Cardoza. **Aplicação Das Técnicas De Planejamento E Análise De Experimentos Na Melhoria Da Qualidade De Um Processo De Fabricação De Produtos Plásticos**. 2002. Tese Mestrado (Engenharia de Produção) - Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo. 2002.

INFOMONEY, Equipe. **Como os varejistas estão colocando seus funcionários para vender via redes sociais durante a pandemia**. 2020. Disponível em: <https://www.infomoney.com.br/negocios/como-os-varejistas-estao-colocando-seus-funcionarios-para-vender-via-redes-sociais-durante-a-pandemia/>.

MONTGOMERY, Douglas C. **Design and Analysis of Experiments**. Arizona. 9º ed. Wiley, 2017.

NEWBERRY, Christina. **44 Instagram Stats That Matter to Marketers in 2021**. 2021. Disponível em: <https://blog.hootsuite.com/Instagram-statistics/>.

TAHARA, Sayuri. **PLANEJAMENTO DE EXPERIMENTOS (DOE)**. 2008. Disponível em: www5.eesc.usp.br/portaldeconhecimentos/index.php/por/content/view/full/9417.

VOLPATO, Bruno. **Ranking: as redes sociais mais usadas no Brasil e no mundo, insights e materiais gratuitos**. 2021. Disponível em: resultadosdigitais.com.br/blog/redes-sociais-mais-usadas-no-brasil/.

APÊNDICE A – CÓDIGO EM R PARA ANÁLISE FATORIAL FRACIONÁRIO

CÓDIGO SOFTWARE R®:

#Fatores: (A) = HORÁRIO, (B) = LOCAL, (C) = LEGENDA, (D) = ORIGEM DE IMAGEM, (E) = DESIGN, (F) = TIPO DE POST

#Y = TAXA DE ENGAJAMENTO (variável resposta)

#Geradores escolhidos: E = ABC e F = BCD

library(rsm)

expt = cube(~A+B+C+D, generators = c(E~A*B*C, F~B*C*D), n0=0, reps=1)

#Reproduz as combinações de tratamento na sequência padrão

stdorder(expt)

#Entrada dos dados na sequência padrão

#Resultado do experimento na variável resposta

y_i representa o valor obtido durante a experimentação

$y = c(y_1, y_2, y_3, y_4, y_5, y_6, y_7, y_8, y_9, y_{10}, y_{11}, y_{12}, y_{13}, y_{14}, y_{15}, y_{16})$

#Criando o modelo

modelo = lm(y ~ A*B*C*D*E*F, data=stdorder(expt))

summary(modelo)

#No summary é possível verificar as estimativas dos coeficientes de regressão,

#considerando a variável resposta pode ser explicada pelos fatores. Possível perceber

#que algumas estimativas estão nulas, pois estão aliases com outras.

#Calculo da estimativas dos efeitos

efeitos = na.omit(2*coef(modelo)[-1])

#Estimativa dos efeitos em ordem crescente

sort(efeitos)

#Código para realizar Gráfico de probabilidade normal para efeitos fatoriais
 #Método para identificar efeitos significativos e não significativos, quando o experimento possui apenas uma única replicação.

```
library(car)
qqPlot(efeitos, dist='norm',envelope=.95, main="Gráfico QQ-plot", xlab="Quantis
teóricos", ylab="Estimativas dos efeitos")
#Supondo que os efeitos significativos identificados foram: A, B e (AB + CE)
#Um novo modelo pode ser construído, considerando os outros efeitos e interações
#como resíduos.
```

```
modelo2 = rsm(y ~ FO(A,B) + TWI(A,B), data=stdorder(expt))
summary(modelo2) ## anova
```

#Construção do gráfico dos resíduos vs valores ajustados, gráfico normal de
 #probabilidades dos resíduos e do gráfico das raízes quadradas dos valores absolutos
 #dos resíduos padronizados vs valores ajustados

```
par(mfrow=c(1,3))
plot(modelo2)
par(mfrow=c(1,1))
```

#Construção do Gráfico do efeito da interação AB

```
library(lattice)
#B dentro do fator A
xyplot(y ~ A, groups = B, type="a", data=stdorder(expt),
       ylab="Encolhimento médio (%)",
       auto.key = list(space = "right", points = FALSE, lines = TRUE))
#A dentro do fator B
xyplot(y ~ B, groups = A, type="a", data=stdorder(expt),
       ylab="Encolhimento médio (%)",
       auto.key = list(space = "right", points = FALSE, lines = TRUE))
```

APÊNDICE B – MATRIZ DE EXPERIMENTO E ESTRUTURAS DE ALIASES PARA DIFERENTES FAMILIAS.

Quadro 16 : Matriz de Experimento com E = ABC e F = BCD

Matriz de Experimento com Geradores E = ABC e F = BCD							
Rodadas	A	B	C	D	E	F	
1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
2	1	-1	-1	-1	1	-1	-1
3	-1	1	-1	-1	1	1	1
4	1	1	-1	-1	-1	-1	1
5	-1	-1	1	-1	1	1	1
6	1	-1	1	-1	-1	-1	1
7	-1	1	1	-1	-1	-1	-1
8	1	1	1	-1	1	-1	-1
9	-1	-1	-1	1	-1	-1	1
10	1	-1	-1	1	1	1	1
11	-1	1	-1	1	1	1	-1
12	1	1	-1	1	-1	-1	-1
13	-1	-1	1	1	1	1	-1
14	1	-1	1	1	-1	-1	-1
15	-1	1	1	1	1	-1	1
16	1	1	1	1	1	1	1

FONTE: ELABORADO PELA AUTORA

Quadro 17: Estrutura de aliases com E = ABC e F = BCD

ALIASES
Geradores E = ABC e F = BCD
Relação Definidora
I = ABCE I = BCDF I = ADEF
A = BCE = ABCDF = DEF
B = ACE = CDF = ABDEF
C = ABE = BDF = ACDEF
D = ABCDE = BCF = AEF
E = ABC = BCDEF = ADF
F = ABCEF = BCD = ADE
AB = CE = ACDF = BDEF
AC = BE = ABDF = CDEF
AD = BCED = ABCF = EF
AE = BC = ABCDEF = DF
AF = BCEF = ABCD = DE
BD = ACED = CF = ABEF
BF = ACEF = CD = ABDE
ABD = CED = ACF = BEF
ACD = BDE = ABF = CEF

FONTE: ELABORADO PELA AUTORA

Quadro 18 : Matriz de Experimento com E = -ABC e F = BCD

Matriz de Experimento com Geradores E = -ABC e F = BCD						
Rodadas	A	B	C	D	E	F
1	-1	-1	-1	-1	1	-1
2	1	-1	-1	-1	-1	-1
3	-1	1	-1	-1	-1	1
4	1	1	-1	-1	1	1
5	-1	-1	1	-1	-1	1
6	1	-1	1	-1	1	1
7	-1	1	1	-1	1	-1
8	1	1	1	-1	-1	-1
9	-1	-1	-1	1	1	1
10	1	-1	-1	1	-1	1
11	-1	1	-1	1	-1	-1
12	1	1	-1	1	1	-1
13	-1	-1	1	1	-1	-1
14	1	-1	1	1	1	-1
15	-1	1	1	1	1	1
16	1	1	1	1	-1	1

FONTE: ELABORADO PELA AUTORA

Quadro 19 : Estrutura de aliases com E = -ABC e F = BCD

ALIASES
Geradores E = -ABC e F = BCD
Relação Definidora
I = -ABCE I = BCDF I = -ADEF
A = -BCE = ABCDF = -DEF
B = -ACE = CDF = -ABDEF
C = -ABE = BDF = -ACDEF
D = -ABCDE = BCF = -AEF
E = -ABC = BCDEF = -ADF
F = -ABCEF = BCD = -ADE
AB = -CE = ACDF = -BDEF
AC = -BE = ABDF = -CDEF
AD = -BCED = ABCF = -EF
AE = -BC = ABCDEF = -DF
AF = -BCEF = ABCD = -DE
BD = -ACED = CF = -ABEF
BF = -ACEF = CD = -ABDE
ABD = -CED = ACF = -BEF
ACD = -BDE = ABF = -CEF

FONTE: ELABORADO PELA AUTORA

Quadro 20 : Matriz de Experimento com E = ABC e F = -BCD

Matriz de Experimento com Geradores E = ABC e F = -BCD						
Rodadas	A	B	C	D	E	F
1	-1	-1	-1	-1	-1	1
2	1	-1	-1	-1	1	1
3	-1	1	-1	-1	1	-1
4	1	1	-1	-1	-1	-1
5	-1	-1	1	-1	1	-1
6	1	-1	1	-1	-1	-1
7	-1	1	1	-1	-1	1
8	1	1	1	-1	1	1
9	-1	-1	-1	1	-1	-1
10	1	-1	-1	1	1	-1
11	-1	1	-1	1	1	1
12	1	1	-1	1	-1	1
13	-1	-1	1	1	1	1
14	1	-1	1	1	-1	1
15	-1	1	1	1	-1	-1
16	1	1	1	1	1	-1

FONTE: ELABORADO PELA AUTORA

Quadro 21 : Estrutura de aliases com E = ABC e F = -BCD

ALIASES
Geradores E = ABC e F = -BCD
Relação Definidora
I = ABCE I = -BCDF I = -ADEF
A = BCE = -ABCDF = -DEF
B = ACE = -CDF = -ABDEF
C = ABE = -BDF = -ACDEF
D = ABCDE = -BCF = -AEF
E = ABC = -BCDEF = -ADF
F = ABCEF = -BCD = -ADE
AB = CE = -ACDF = -BDEF
AC = BE = -ABDF = -CDEF
AD = BCED = -ABCF = -EF
AE = BC = -ABCDEF = -DF
AF = BCEF = -ABCD = -DE
BD = ACED = -CF = -ABEF
BF = ACEF = -CD = -ABDE
ABD = CED = -ACF = -BEF
ACD = BDE = -ABF = -CEF

FONTE: ELABORADO PELA AUTORA

Quadro 22 : Matriz de Experimento com E = - ABC e F = - BCD

Matriz de Experimento com Geradores E = -ABC e F = -BCD							
Rodadas	A	B	C	D	E	F	
1	-1	-1	-1	-1	1	1	
2	1	-1	-1	-1	-1	1	
3	-1	1	-1	-1	-1	-1	
4	1	1	-1	-1	1	-1	
5	-1	-1	1	-1	-1	-1	
6	1	-1	1	-1	1	-1	
7	-1	1	1	-1	1	1	
8	1	1	1	-1	-1	1	
9	-1	-1	-1	1	1	-1	
10	1	-1	-1	1	-1	-1	
11	-1	1	-1	1	-1	1	
12	1	1	-1	1	1	1	
13	-1	-1	1	1	-1	1	
14	1	-1	1	1	1	1	
15	-1	1	1	1	1	-1	
16	1	1	1	1	-1	-1	

FONTE: ELABORADO PELA AUTORA

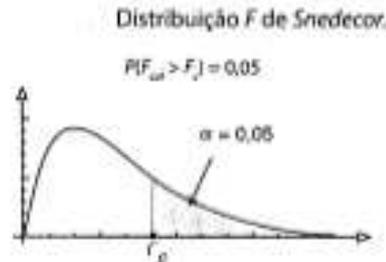
Quadro 23 : Estrutura de aliases com E = - ABC e F = - BCD

ALIASES
Geradores E = -ABC e F = -BCD
Relação Definidora
I = -ABCE I = -BCDF I = ADEF
A = -BCE = -ABCDF = DEF
B = -ACE = -CDF = ABDEF
C = -ABE = -BDF = ACDEF
D = -ABCDE = -BCF = AEF
E = -ABC = -BCDEF = ADF
F = -ABCEF = -BCD = ADE
AB = -CE = -ACDF = BDEF
AC = -BE = -ABDF = CDEF
AD = -BCED = -ABCF = EF
AE = -BC = -ABCDEF = DF
AF = -BCEF = -ABCD = DE
BD = -ACED = -CF = ABEF
BF = -ACEF = -CD = ABDE
ABD = -CED = -ACF = BEF
ACD = -BDE = -ABF = CEF

FONTE: ELABORADO PELA AUTORA

ANEXO A - DISTRIBUIÇÃO F - SNEDECOR

Figura 13: Valores Críticos da Distribuição F – Nível de significância 5%



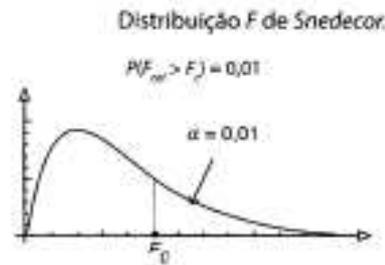
Valores críticos de distribuição F de Snedecor

v_1 denominador	Graus de liberdade no numerador (v_2)									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	161,45	199,50	215,71	224,58	230,16	233,99	236,77	238,88	240,54	241,88
2	18,51	19,00	19,16	19,25	19,30	19,33	19,35	19,37	19,38	19,40
3	10,13	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,89	8,85	8,81	8,79
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,09	6,04	6,00	5,96
5	6,01	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,88	4,82	4,77	4,74
6	5,09	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,21	4,15	4,10	4,06
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,79	3,73	3,68	3,64
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,50	3,44	3,39	3,35
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,29	3,23	3,18	3,14
10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,14	3,07	3,02	2,98
11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,20	3,09	3,01	2,95	2,90	2,85
12	4,75	3,89	3,49	3,26	3,11	3,00	2,91	2,85	2,80	2,75
13	4,67	3,81	3,41	3,18	3,03	2,92	2,83	2,77	2,71	2,67
14	4,60	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,76	2,70	2,65	2,60
15	4,54	3,68	3,29	3,06	2,90	2,79	2,71	2,64	2,59	2,54
16	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,66	2,59	2,54	2,49
17	4,45	3,59	3,20	2,96	2,81	2,70	2,61	2,55	2,49	2,45
18	4,41	3,55	3,16	2,93	2,77	2,66	2,58	2,51	2,46	2,40
19	4,38	3,52	3,13	2,90	2,74	2,63	2,54	2,48	2,42	2,38
20	4,35	3,49	3,10	2,87	2,71	2,60	2,51	2,45	2,39	2,35
21	4,32	3,47	3,07	2,84	2,68	2,57	2,49	2,42	2,37	2,32
22	4,30	3,44	3,05	2,82	2,66	2,55	2,46	2,40	2,34	2,30
23	4,28	3,42	3,03	2,80	2,64	2,53	2,44	2,37	2,32	2,27
24	4,26	3,40	3,01	2,78	2,62	2,51	2,42	2,36	2,30	2,25
25	4,24	3,39	2,99	2,76	2,60	2,49	2,40	2,34	2,28	2,24
26	4,23	3,37	2,98	2,74	2,59	2,47	2,39	2,32	2,27	2,22
27	4,21	3,35	2,96	2,73	2,57	2,46	2,37	2,31	2,25	2,20
28	4,20	3,34	2,95	2,71	2,56	2,45	2,36	2,29	2,24	2,19
29	4,18	3,33	2,93	2,70	2,55	2,43	2,35	2,28	2,22	2,18
30	4,17	3,32	2,92	2,69	2,53	2,42	2,33	2,27	2,21	2,16
35	4,12	3,27	2,87	2,64	2,49	2,37	2,29	2,22	2,16	2,11
40	4,08	3,23	2,84	2,61	2,45	2,34	2,25	2,18	2,12	2,08
45	4,06	3,20	2,81	2,58	2,42	2,31	2,22	2,15	2,10	2,05
50	4,03	3,18	2,79	2,56	2,40	2,29	2,20	2,13	2,07	2,03
100	3,94	3,09	2,70	2,46	2,31	2,19	2,10	2,03	1,97	1,92

(continua)

FONTE: (FAVERO, 2020)

Figura 14: Valores Críticos da Distribuição F- Nível de significância 1%



Valores críticos de distribuição F de Snedecor

v_2 denominador	Graus de liberdade no numerador (v_1)									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	4052,2	4999,3	5403,5	5624,3	5764,0	5859,0	5928,3	5981,0	6022,4	6055,0
2	98,50	99,00	99,16	99,25	99,30	99,33	99,36	99,38	99,39	99,40
3	34,12	30,82	29,46	28,71	28,24	27,91	27,67	27,49	27,34	27,23
4	21,20	18,00	16,69	15,98	15,52	15,21	14,98	14,80	14,66	14,55
5	16,26	13,27	12,06	11,32	10,97	10,67	10,46	10,27	10,10	10,02
6	13,75	10,92	9,78	9,15	8,75	8,47	8,26	8,10	7,98	7,87
7	12,25	9,55	8,45	7,85	7,46	7,19	6,99	6,84	6,72	6,62
8	11,26	8,65	7,59	7,01	6,63	6,37	6,18	6,03	5,91	5,81
9	10,56	8,02	6,99	6,42	6,06	5,80	5,61	5,47	5,35	5,26
10	10,04	7,56	6,55	5,99	5,64	5,39	5,20	5,06	4,94	4,85
11	9,65	7,21	6,22	5,67	5,32	5,07	4,89	4,74	4,63	4,54
12	9,33	6,93	5,95	5,41	5,06	4,82	4,64	4,50	4,39	4,30
13	9,07	6,70	5,74	5,21	4,86	4,62	4,44	4,30	4,19	4,10
14	8,86	6,51	5,56	5,04	4,69	4,46	4,28	4,14	4,03	3,94
15	8,68	6,36	5,42	4,89	4,56	4,32	4,14	4,00	3,89	3,80
16	8,53	6,23	5,29	4,77	4,44	4,20	4,03	3,89	3,78	3,69
17	8,40	6,11	5,19	4,67	4,34	4,10	3,93	3,79	3,68	3,59
18	8,29	6,01	5,09	4,58	4,25	4,01	3,84	3,71	3,60	3,51
19	8,18	5,93	5,01	4,50	4,17	3,94	3,77	3,63	3,52	3,43
20	8,10	5,85	4,94	4,43	4,10	3,87	3,70	3,56	3,46	3,37
21	8,02	5,78	4,87	4,37	4,04	3,81	3,64	3,51	3,40	3,31
22	7,95	5,72	4,82	4,31	3,99	3,76	3,59	3,45	3,35	3,26
23	7,88	5,66	4,76	4,26	3,94	3,71	3,54	3,41	3,30	3,21
24	7,82	5,61	4,72	4,22	3,90	3,67	3,50	3,36	3,26	3,17
25	7,77	5,57	4,68	4,18	3,85	3,63	3,46	3,32	3,22	3,13
26	7,72	5,53	4,64	4,14	3,82	3,59	3,42	3,29	3,18	3,09
27	7,68	5,49	4,60	4,11	3,78	3,56	3,39	3,26	3,15	3,06
28	7,64	5,45	4,57	4,07	3,75	3,53	3,36	3,23	3,12	3,03
29	7,60	5,42	4,54	4,04	3,73	3,50	3,33	3,20	3,09	3,00
30	7,56	5,39	4,51	4,02	3,70	3,47	3,30	3,17	3,07	2,98
35	7,42	5,27	4,40	3,91	3,59	3,37	3,20	3,07	2,90	2,85
40	7,31	5,18	4,31	3,83	3,51	3,29	3,12	2,99	2,89	2,80
45	7,23	5,11	4,25	3,77	3,45	3,23	3,07	2,94	2,83	2,74
50	7,17	5,06	4,20	3,72	3,41	3,19	3,02	2,89	2,78	2,70
100	6,90	4,82	3,98	3,51	3,21	2,99	2,82	2,69	2,59	2,50

FONTE: (FAVERO, 2020)

ANEXO B - TABELA SELEÇÃO P GERADORES PARA REALIZAÇÃO DO FATORIAL FRACIONÁRIO

Quadro 24 : Seleção p Geradores para realização do fatorial fracionário

Selected 2^{k-p} Fractional Factorial Designs											
Number of Factors, k	Fraction	Number of Runs	Design Generators	Number of Factors, k	Fraction	Number of Runs	Design Generators	Number of Factors, k	Fraction	Number of Runs	Design Generators
3	2^{3-1}_{III}	4	$C = \pm AB$	10	2^{9-5}_{III}	16	$E = \pm ABC$	12	2^{12-8}_{III}	16	$L = \pm AC$
4	2^{4-1}_{IV}	8	$D = \pm ABC$				$F = \pm BCD$				$E = \pm ABC$
5	2^{5-1}_{V}	16	$E = \pm ABCD$				$G = \pm ABD$				$F = \pm ABD$
	2^{5-2}_{III}	8	$D = \pm AB$				$H = \pm ABCD$				$G = \pm ACD$
6	2^{6-1}_{VI}	32	$F = \pm ABCDE$				$J = \pm ABC$				$H = \pm BCD$
	2^{6-2}_{IV}	16	$E = \pm ABC$				$H = \pm ABCG$				$J = \pm ABCD$
	2^{6-3}_{III}	8	$F = \pm BCD$				$J = \pm BCDE$				$K = \pm AB$
			$D = \pm AB$				$K = \pm ACDF$				$L = \pm AC$
			$E = \pm AC$				$G = \pm BCD$	13	2^{13-9}_{III}	16	$M = \pm AD$
			$F = \pm BC$				$H = \pm ACDF$				$E = \pm ABC$
7	2^{7-1}_{VII}	64	$G = \pm ABCDEF$				$J = \pm ABDE$				$F = \pm ABD$
	2^{7-2}_{IV}	32	$F = \pm ABCD$				$K = \pm ABCE$				$G = \pm ACD$
			$G = \pm ABDE$				$F = \pm ABCD$				$H = \pm BCD$
			$E = \pm ABC$				$G = \pm ABCE$				$J = \pm ABCD$
			$F = \pm BCD$				$H = \pm ABDE$				$K = \pm AB$
			$G = \pm ACD$				$J = \pm ACDE$				$L = \pm AC$
			$D = \pm AB$				$K = \pm BCDE$				$M = \pm AD$
			$E = \pm AC$				$E = \pm ABC$				$N = \pm BC$
			$F = \pm BC$				$F = \pm BCD$	14	2^{14-10}_{III}	16	$E = \pm ABC$
			$G = \pm ABC$				$G = \pm ACD$				$F = \pm ABD$
8	2^{8-2}_{V}	64	$G = \pm ABCD$				$H = \pm ABD$				$G = \pm ACD$
			$H = \pm ABEF$				$J = \pm ABCD$				$H = \pm BCD$
			$F = \pm ABC$				$K = \pm AB$				$J = \pm ABCD$
			$G = \pm ABD$	11	2^{11-5}_{IV}	64	$G = \pm CDE$				$K = \pm AB$
			$H = \pm BCDE$				$H = \pm ABCD$				$L = \pm AC$
			$E = \pm BCD$				$J = \pm ABF$				$M = \pm AD$
			$F = \pm ACD$				$K = \pm BDEF$				$N = \pm BC$
			$G = \pm ABC$				$L = \pm ADEF$				$O = \pm BD$
			$H = \pm ABCD$				$F = \pm ABC$				$E = \pm ABC$
			$F = \pm ABC$				$G = \pm BCD$	15	2^{15-11}_{III}	16	$F = \pm ABD$
			$G = \pm ACD$				$H = \pm CDE$				$G = \pm ACD$
			$H = \pm ABD$				$J = \pm ACD$				$H = \pm BCD$
			$H = \pm ACDFG$				$K = \pm ADE$				$J = \pm ABCD$
9	2^{9-2}_{VI}	128	$J = \pm BCDFG$				$L = \pm BDE$				$K = \pm AB$
			$G = \pm ABCD$				$E = \pm ABC$				$L = \pm AC$
			$H = \pm ACEF$				$F = \pm BCD$				$M = \pm AD$
			$J = \pm CDEF$				$G = \pm ACD$				$N = \pm BC$
			$F = \pm BCDE$				$J = \pm ABCD$				$O = \pm BD$
			$G = \pm ACDE$				$L = \pm BDE$				$P = \pm CD$
			$H = \pm ABDE$				$F = \pm ABCD$				
			$J = \pm ABCE$				$G = \pm ACD$				
							$K = \pm AB$				

FONTE: (MONTGOMERY, 2017)