



PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS
MESTRADO PROFISSIONAL EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Raniane Lucimar Almeida de Aquino

**CONHECIMENTO GEOMÉTRICO
NO ESPAÇO E TEMPO PEDAGÓGICOS DE UM
LABORATÓRIO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**

JUIZ DE FORA
2021

Raniane Lucimar Almeida de Aquino

**CONHECIMENTO GEOMÉTRICO
NO ESPAÇO E TEMPO PEDAGÓGICOS DE UM
LABORATÓRIO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Educação Matemática, da Universidade Federal de Juiz de Fora, como requisito parcial a obtenção do grau de Mestre em Educação Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Adlai Ralph Detoni

Juiz de Fora
2021

Raniane Lucimar Almeida De Aquino

**Conhecimento Geométrico no espaço e tempo pedagógicos de um Laboratório de
Educação Matemática**

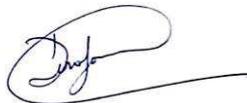
Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Federal de Juiz de Fora como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Educação Matemática. Área de concentração: Educação Matemática.

Aprovada em 20 de agosto de 2021

BANCA EXAMINADORA



Prof. Dr. Adlai Ralph Detoni - Orientador
Universidade Federal de Juiz de Fora



Prof.^a. Dr.^a. Dora Soraia Kindel
Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro



Prof. Dr. Marco Aurélio Kistemann Junior
Universidade Federal de Juiz de Fora

Aos meus amados pais, Lucimar e Léa, e ao meu grande mestre, Adlai.

AGRADECIMENTOS

A Deus, por me permitir viver essa experiência, que tanto me ensinou.

Aos meus queridos pais, Lucimar e Léa, que me formaram, antes de mais nada, humana. Que sempre me incentivaram e deram condições para que eu pudesse dedicar aos estudos.

Às minhas irmãs, minhas maiores parceiras, Ariane e Djulliane, por todo apoio e por acreditarem na minha capacidade de ir além.

Ao meu amado sobrinho e afilhado, Miguel, por trazer tanta alegria à nossa vida.

Ao meu orientador, professor e amigo, Adlai, minha eterna gratidão por toda compreensão, apoio e empenho, por estar sempre tão disposto, paciente e dedicado.

A todos os meus amigos que sonharam junto comigo. Principalmente à Cris, companheira em toda minha trajetória acadêmica e meu grande exemplo de perseverança, dedicação e amor pela profissão.

Aos colegas de mestrado, pelas enriquecedoras discussões e trocas.

Aos meus professores, por todo conhecimento compartilhado. Especialmente ao Leonardo, ao Marco e à Soraia, pelas excelentes contribuições.

*“Recria tua vida, sempre, sempre.
Remove pedras
e planta roseiras
e faz doces.
Recomeça”.*

Cora Coralina

RESUMO

Este trabalho faz parte de uma pesquisa sediada no Mestrado Profissional em Educação Matemática da Universidade Federal de Juiz de Fora, que tem por objetivo refletir sobre a vivência no ambiente Laboratório de Educação Matemática (LEM) a partir de atividades em Geometria. O presente estudo investigou como o conhecimento é constituído por meio de atividades geométricas que possuem caráter investigativo, nas quais os participantes interagem, conjecturam, discutem, refletem e compartilham ideias de forma autônoma, enquanto o professor assume o papel de mediador, fazendo intervenções pontuais. Discute-se a presença de materiais didáticos manipuláveis em sua dinamicidade e possibilidade de maior exploração sensível e intelectual. Enfatiza-se a importância pedagógica da construção desses materiais, além da sua manipulação, priorizando significados epistemológicos. Foi realizada uma revisão bibliográfica afim de entender o contexto atual do ensino da geometria escolar no Brasil, os significados científicos do LEM e a aplicabilidade dos materiais manipulativos. Empreendeu-se uma pesquisa de campo para viver o fenômeno de alunos do quarto ciclo do Ensino Fundamental habitarem e experienciarem esse ambiente. Para isso, foi aplicado um jogo, Geodrez, em que todas as peças, incluindo tabuleiro, foram construídas utilizando régua e compasso. As análises dos dados foram feitas sob o olhar fenomenológico, utilizando o recurso metodológico ideográfico das cenas significativas e nomotético, por convergências de significados. Compreendeu-se a pertinência pedagógica de um LEM como alternativa didática para o trabalho com a matemática escolar.

Palavras-chave: Pensamento geométrico; Material Didático Manipulável; Fenomenologia; Geodrez.

ABSTRACT

This work is part of a research effort carried out at the Professional Master's in Mathematics Education programme of Universidade Federal de Juiz de Fora. Our aim was to reflect on experiences from Geometry activities taking place at the Laboratory of Mathematics Education (LEM). In this study, we investigated how knowledge is built through investigative Geometry activities, in which participants interact with each other, make inferences, debate, analyze, and share ideas autonomously. Meanwhile, the teacher acts as a mediator, making punctual interventions. We discuss the dynamic properties of manipulative didactic materials, as well as their potential for greater sensitive and intellectual applications. We highlight the pedagogical importance of these materials, in addition to their manipulation, prioritizing epistemological significances. A literature review was carried out in order to understand the current context of Geometry teaching in Brazilian schools, the scientific significance of LEM, and the applicability of manipulative materials. We carried out fieldwork efforts in order to assess the phenomenon of fourth year Primary School students experiencing this environment. To achieve this purpose, students were assigned to play the "Geodrez" game. The game's board and pieces were built using a ruler and a compass. Data analysis was carried out under a phenomenological perspective, using ideographic methods on significant scenes, and nomothetic methods to converge results. We understand the pedagogic relevance of a LEM being a didactic alternative for school-level mathematic assignments.

Key words: Geometric Thinking; Manipulable Didactic Materials; Phenomenology; Geodrez.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	7
2	COMPREENSÃO DO HORIZONTE DA PESQUISA	9
2.1	A Problemática da geometria escolar	9
2.2	Documentos norteadores.....	11
2.2.1	Parâmetros Curriculares Nacionais	11
2.2.2	Base Nacional Comum Curricular	14
2.3	Laboratório de Educação Matemática	16
2.4	A construção do conhecimento geométrico na ênfase das experiências práticas; Materiais Didáticos Manipuláveis	23
2.5	Investigações Matemáticas	32
3	UMA PESQUISA DE CAMPO PARA ENFRENTAMENTO DAS INQUIETAÇÕES 36	
3.1	A questão	36
3.2	Pensamento metodológico para enfrentamento da questão: fundamentos teóricos 37	
3.3	O campo da pesquisa	38
3.4	Produção e organização dos dados	42
4	ANÁLISES	44
4.1	Análise Ideográfica	44
4.2	Análise Nomotética.....	80
4.2.1	Núcleos de ideias	81
4.2.2	Núcleos mais abrangentes	88
5	SÍNTESE TRANSITÓRIA	100
6	PRODUTO EDUCACIONAL	102
	REFERÊNCIAS	103
	APÊNDICE A - ATIVIDADE GEODREZ	107
	APÊNDICE B – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO	113

1 INTRODUÇÃO

O mestrado me apareceu como oportunidade de tentar superar certos incômodos ocorridos na graduação, especialmente, para mim, os ligados à compreensão da Geometria, desde seu estatuto como ciência até a realidade de seu ensino e sua aprendizagem escolar. Mesmo tendo chance a uma formação geométrica mais aprofundada em disciplinas e iniciações científicas, convivi com toda a conhecida problemática que a envolve como seu abandono ou menosprezo, que foram levados por diversas razões, entre elas uma deficiente formação de professores, sua abordagem falha nos livros didáticos, entre outros, como causas ideológicas e políticas.

Desde a educação básica, tive gosto e interesse especial pela Geometria, apesar de ter conhecimento apenas da euclidiana, tanto plana quanto espacial. Incomodada com seu tratamento em sala de aula e ainda com outras questões associadas ao seu ensino e sua aprendizagem, nasceu o desejo de compreender mais profundamente e cientificamente essa problemática, almejando, também, poder contribuir efetivamente para as práticas escolares.

Junto a minha entrada para os estudos de mestrado fui convidada para integrar a equipe nascente do LaCEM, que vem a ser o Laboratório de Ciências e Educação Matemática, da Universidade Federal de Juiz de Fora. Com isso, logo me descortinou o horizonte de produção de atividades e materiais voltados para situações educacionais em que estudantes visitam o Centro de Ciências desta universidade, para experienciarem a Matemática.

Nesse movimento, fui criando e contribuindo para a criação de atividades experimentais em Geometria. Com isso, fui me envolvendo em estudar os chamados materiais didáticos manipuláveis e suas potencialidades pedagógicas.

Abrir uma pesquisa no horizonte de um Laboratório de Educação Matemática (LEM) foi, para mim, iniciar um mundo novo de ideias, uma vez que nunca havia lidado com essa possibilidade didática em minha formação ou caminhada profissional. Percebi que cheguei ao grupo em um momento em que todos buscavam fundamentações teóricas para a compreensão do fenômeno LEM.

A busca dos significados científicos de um LEM me pôs na tarefa de uma revisão de literatura sobre publicações acerca disso. Iniciei minha procura em sites de pesquisa, como o *Google* e o *Google Acadêmico*, e no banco de teses e dissertações. Utilizei combinações de palavras chave que envolviam laboratório, ensino, educação, Matemática e Geometria. Além disso, recebi indicações de leitura pelo próprio orientador e pelo grupo de pesquisa do LaCEM. Fui constatando que não estava sozinha nesse horizonte, tendo acesso a uma certa quantidade

de material publicado em dissertações e um livro sobre o tema. Em artigos de revistas científicas havia pouca densidade de presença desse assunto, em comparação aos demais, na produção de educadores matemáticos. Encontrei maior facilidade para encontrar publicações em anais de congressos.

Fui percebendo a inexistência de uma linha diretriz que daria um norte teórico a um pensamento sobre o LEM e que traria um sentido comunitário de um constructo científico mínimo aos pesquisadores brasileiros no tema, apesar de que cada um tenha publicado em bases teóricas que satisfazem a organização de seus textos. Intuí que esse fato, pelo menos em parte, devia-se a que os textos se dirigem a explorar mais a ideia de um laboratório de ensino, e não um Laboratório de Educação Matemática.

Penso que reflexões sobre a presença do LEM no nosso cenário educacional deveriam trazer questões de natureza de metodologia didática, de aspectos de uma organização pedagógica tais como o tempo e o espaço, da filosofia educacional do LEM, da compreensão epistemológica sobre a peculiar produção do conhecimento, dos métodos que advêm do uso do material manipulativo, entre outras. Contudo, a literatura que encontrei, mesmo com os vãos indicados acima, deixa apontamentos possíveis para criarmos uma compreensão sobre a problemática do laboratório para o cenário educacional em matemática.

Minha compreensão caminhou numa trilha que sabia ser promissora, mas teve suas sombras e obstáculos, estes que geraram incômodos em minha vontade de esgotar um saber acerca do trabalho pedagógico num laboratório. Intuí que a direção de uma interrogação para os meus estudos seria a de *como alunos podem produzir conhecimento geométrico em ação com materiais didáticos em um Laboratório de Educação Matemática*.

Indicados por pesquisadores, segui os sinais que me pareceram orientadores de um melhor caminhar, e acabei por traçar próprias veredas, movimento como o que iniciei a seguir, num primeiro esforço de articulação teórica. Esta dissertação se estrutura para realizar uma revisão bibliográfica (capítulo 2), para apresentar a metodologia de pesquisa abraçada para dar conta da interrogação construída (capítulo 3), para mostrar os movimentos de análises dos dados e constituição das convergências – correspondentes às categorizações – (capítulo 4), para apresentar interpretação dos resultados (capítulo 5) e para, dentro da especificação de um mestrado profissional, falar do Produto Educacional vinculado (capítulo 6).

No momento em que o mestrado se inaugurou para mim, e passei a fazer parte de um grupo de estudos e a ser orientada academicamente, continuei na autoria deste texto, porém na primeira pessoa do plural.

2 COMPREENSÃO DO HORIZONTE DA PESQUISA

Dos incômodos a uma decisão de enfrentá-los como pesquisadores, perguntamo-nos, inicialmente, como eles se põem num horizonte que lhes seriam próprios? Nesse momento, buscamos uma reflexão a partir de uma busca de ideias que estruturam o mundo que acolhe o ambiente daquilo que pretendemos estudar: esse mundo é o da geometria escolar, ou do conhecimento em geometria que está junto às propostas educacionais.

Por meio da contribuição de outros pesquisadores, empreendemos a seguir compreender esse mundo da geometria para, finalmente, entendermos como nele se põe os Laboratórios de Educação Matemática e sua pedagogia.

2.1 A PROBLEMÁTICA DA GEOMETRIA ESCOLAR

Aqui iniciamos uma revisão bibliográfica, no intento de compreender no estágio de partida, o ambiente das ideias que vão contextualizar nossa pesquisa. A primeira compreensão pretendida é a do cenário mais aberto, o que abarca a geometria escolar brasileira.

O ensino de Geometria no Brasil se mantém sob constantes análises e críticas. As causas são inúmeras, mas duas delas se destacam. A primeira deve-se à realidade dos professores da educação básica, pois não se sentem, e até mesmo não estão, de fato, preparados para aplicá-la. A segunda está relacionada à estrutura dos livros didáticos. Como consequência, é comum o conteúdo geométrico ser abandonado. Entre as justificativas, está a falta de tempo, o que sugere que a aritmética e a álgebra são mais relevantes. Lorenzato (1995) relata que

No Brasil, já fomos mais além: a Geometria está ausente ou quase ausente da sala de aula. Vários trabalhos de pesquisadores brasileiros, entre eles Peres (1991) e Pavanello (1993), confirmam essa lamentável realidade educacional. E por que essa omissão? [...] a primeira é que muitos professores não detêm os conhecimentos geométricos necessários para realização de suas práticas pedagógicas. A segunda causa da omissão geométrica deve-se à exagerada importância que, entre nós, desempenha o livro didático, quer devido à má formação de nossos professores, quer devido à estafante jornada de trabalho a que estão submetidos (LORENZATO, 1995, p. 3-4)

A Geometria é ofertada, como lamenta Lorenzato (1995, p. 4), “como um conjunto de definições, propriedades, nomes e fórmulas, desligado de quaisquer aplicações ou explicações de natureza histórica ou lógica; noutros a Geometria é reduzida a meia dúzia de formas banais do mundo físico”.

Para Pavanello (1993), apesar de ser reflexo de uma tendência geral, que se refere a um abandono curricular da geometria, diz que este foi mais evidente nas escolas públicas, principalmente após a promulgação da Lei 5692/71, que concedia liberdade às escolas quanto à elaboração de seus programas, possibilitando que os professores de matemática, inseguros para lecionar geometria, excluíssem-na de suas ementas escolares.

Para compreender o cenário atual sobre o ensino e a aprendizagem de Geometria no Brasil, o Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática (GREPEM) da Universidade Federal de Juiz de Fora realizou uma pesquisa documental a partir dos artigos publicados em periódicos da área de Educação Matemática no período de 2000 a 2014. A análise mostrou um aumento significativo de trabalhos publicados relacionados a essa temática, sendo abordados diferentes aspectos, como, por exemplo, as geometrias não-euclidianas, - que dificilmente compõem os programas da Educação Básica -, até mesmo os da Educação Superior. Entretanto, a abordagem predominante dos conceitos e conteúdos permanece sendo a axiomática.

Mesmo os trabalhos que apresentam de maneira prática esses conteúdos, de alguma forma, apoiam-se nos postulados de Euclides. Por mais que se tente pensar os elementos geométricos, isso só acontece pelo viés teórico, tornando-se dicotômico, o que também influencia o processo de ensino e de aprendizagem. (GREPEM, 2015, p. 11)

Apesar da crítica feita, esse resultado foi considerado um avanço pelo grupo quando comparado à situação de abandono fortemente estabelecido na década de 1990.

Começamos a cogitar que algumas ações poderiam ser capazes de aprimorar esse cenário. Entre elas, estão os recursos que podem ser utilizados para contribuir para a aprendizagem e compreensão dos conceitos geométricos e auxiliar o professor na tarefa de ensinar os conteúdos oferecendo estratégias que vão além de cumprir o currículo e, ainda, explorar realmente o pensamento geométrico, evitando exercícios mecânicos e algoritmizados.

Nesta revisão, percebemos que é de extrema importância que o pensamento geométrico seja desenvolvido já durante a infância, visto que tópicos de geometria (como paralelismo, perpendicularismo, proporcionalidade, noções espaciais, formas, semelhanças, congruências, etc) estão presentes em situações encontradas na vida escolar e no cotidiano das pessoas.

Pesquisas psicológicas indicam que a aprendizagem geométrica é necessária ao desenvolvimento da criança, pois inúmeras situações escolares requerem percepção espacial [...]. A Geometria pode ser, ainda, um excelente meio para a criança indicar seu nível de compreensão, seu raciocínio, suas dificuldades ou soluções. (LORENZATO, 1995, p. 5)

Essa citação, entendemos preliminarmente, é significativa para quem trabalha com atividades em laboratório, uma vez que muitas ideias geométricas são vividas, mesmo em estágio intuitivo, antes que se a tenha estudado na escola.

Outro aspecto relevante para este estudo é a utilização dos materiais manipuláveis e que ao serem disponibilizados como recursos na formação do professor, possam ser mais uma alternativa para contribuir com a sua formação e com isso modificar a sua prática. Entretanto, é incomum que as escolas públicas tenham um espaço apropriado para trabalhar com esses materiais, e até mesmo armazená-los, tampouco para elaborar e desenvolver atividades.

Com a articulação dessa visão sobre a problemática do ensino de geometria e em vista do que pensamos ao nos posicionarmos nela, seguimos a constituição de nosso horizonte de pesquisa trazendo compreensões dos documentos oficiais, de propostas metodológicas alternativas e da produção do conhecimento matemático em laboratórios de ensino.

2.2 DOCUMENTOS NORTEADORES

Entendemos que uma compreensão do que pode ser realizado em termos de educação geométrica pode vir da leitura dos documentos nacionais que se projetam em orientar a formação e prática dos currículos. Nos preocupamos, aqui, em recuperar os PCNs, mesmo com o entendimento que a compreensão da BNCC seja mais importante, por sua atualidade. Nos dois documentos, procuramos uma leitura mais focada na questão dos laboratórios de aprendizagem da matemática.

2.2.1 Parâmetros Curriculares Nacionais

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) são diretrizes para a educação básica que têm como objetivo orientar os educadores em suas práticas escolares no Brasil. Desta forma, mostra-se como um importante documento para nortear essa pesquisa. Entre os objetivos gerais apresentados para a educação, está o propósito de fomentar um ambiente no qual o aluno possa se integrar no curso de sua própria formação, entendida desde já em uma multiplicidade de características desejadas: pensamento crítico, agir em diálogo com outros, assumir posições, dominar linguagens, lidar com informações e assumir responsabilidades metodológicas, como está exposto no quadro abaixo.

QUADRO 1 – OBJETIVOS GERAIS

- posicionar-se de maneira crítica, responsável e construtiva nas diferentes situações sociais, utilizando o diálogo como forma de mediar conflitos e de tomar decisões coletivas;
- utilizar as diferentes linguagens — verbal, matemática, gráfica, plástica e corporal — como meio para produzir, expressar e comunicar suas ideias, interpretar e usufruir das produções culturais, em contextos públicos e privados, atendendo a diferentes intenções e situações de comunicação;
- saber utilizar diferentes fontes de informação e recursos tecnológicos para adquirir e construir conhecimentos;
- questionar a realidade formulando-se problemas e tratando de resolvê-los, utilizando para isso o pensamento lógico, a criatividade, a intuição, a capacidade de análise crítica, selecionando procedimentos e verificando sua adequação.

Fonte: PCN (1998)

Pensamos que o trabalho em um LEM abarca os elementos principais que estão expostos nesses quatro tópicos que buscamos nos PCNs. Não estando a reboque de um material ou de um professor expositivo, um participante, de atividades propostas num LEM, conforme entendemos, assume a tarefa de constituir resultados, o que embute a elaboração do conhecimento que ali se quer realizar.

Entre os tópicos característicos da área de Matemática, nas considerações preliminares dos PCNs, existem pontos relevantes que devemos trazer. Uma perspectiva importante é destacada: “A atividade matemática escolar não é “olhar para coisas prontas e definitivas”, mas a construção e a apropriação de um conhecimento pelo aluno, que se servirá dele para compreender e transformar sua realidade” (PCN, 1998). E, ainda,

A aprendizagem em Matemática está ligada à compreensão, isto é, à apreensão do significado; apreender o significado de um objeto ou acontecimento pressupõe vê-lo em suas relações com outros objetos e acontecimentos. Assim, o tratamento dos conteúdos em compartimentos estanques e numa rígida sucessão linear deve dar lugar a uma abordagem em que as conexões sejam favorecidas e destacadas. O significado da Matemática para o aluno resulta das conexões que ele estabelece entre ela e as demais disciplinas, entre ela e seu cotidiano e das conexões que ele estabelece entre os diferentes temas matemáticos. (PCN, 1998, p. 19)

Tratando-se dos materiais didáticos, o documento defende sua aplicabilidade em contextos que estimulem reflexões.

Recursos didáticos como jogos, livros, vídeos, calculadoras, computadores e outros materiais têm um papel importante no processo de ensino e aprendizagem. Contudo, eles precisam estar integrados a situações que levem ao exercício da análise e da reflexão, em última instância, a base da atividade matemática. (PCN, 1998, p. 19)

Quando esses materiais são inseridos na prática escolar sem propósito, o texto alerta que os resultados pedagógicos se mostram contrários à sugestão acima citada, pois, “nem mesmo a exploração de materiais didáticos tem contribuído para uma aprendizagem mais eficaz, por ser realizada em contextos pouco significativos e de forma muitas vezes artificial” (PCN, 1998). Entendemos que essas orientações são precisas para quem vai desenvolver ações em um LEM.

De fato, a inserção de um laboratório capaz de oferecer o desenvolvimento de atividade com princípio e fim numa mesma sessão deve ensejar uma autonomia frente ao modo como os conceitos matemáticos são trabalhados numa escola, divorciando-se de objetivos comuns e valorizando a diversidade de oportunidade de modos de aprendizagem.

Sobre as relações professor-aluno e aluno-aluno, salienta que a tradicional maneira de se tentar ensinar matemática, sustentada na tríade definição-exemplo-exercício, tem se mostrado falha. Aos alunos que conseguem bons aproveitamentos, nos parâmetros desse método, não é garantida a aprendizagem, é apenas garantida a capacidade de reprodução.

Tradicionalmente, a prática mais frequente no ensino de Matemática era aquela em que o professor apresentava o conteúdo oralmente, partindo de definições, exemplos, demonstração de propriedades, seguidos de exercícios de aprendizagem, fixação e aplicação, e pressupunha que o aluno aprendia pela reprodução. Considerava-se que uma reprodução correta era evidência de que ocorrera a aprendizagem. Essa prática de ensino mostrou-se ineficaz, pois a reprodução correta poderia ser apenas uma simples indicação de que o aluno aprendeu a reproduzir, mas não apreendeu o conteúdo. (PCN, 1998, p. 37)

A perspectiva que enxerga o aluno como agente ativo na construção do seu saber é cada vez mais presente e exige que a postura do professor mude. O professor assume novos papéis. Como organizador da aprendizagem, ele deve selecionar os problemas que tornam possíveis a construção de conceitos e potencializam a resolução. Como consultor, deve fazer intervenções apropriadas compartilhando informações que os alunos não conseguiriam sozinhos. Como mediador, tem a função de proporcionar debates sobre os métodos utilizados pelos alunos e os resultados encontrados, orientar sobre as tomadas de decisões durante as atividades, questionar, contestar, entre outros. Finalmente, como controlador, tem o dever de estabelecer condições e prazos.

Como um incentivador da aprendizagem, o professor estimula a cooperação entre os alunos, tão importante quanto a própria interação adulto/criança. A confrontação daquilo que cada criança pensa com o que pensam seus colegas, seu professor e demais pessoas com quem convive é uma forma de aprendizagem significativa, principalmente por pressupor a necessidade de formulação de argumentos (dizendo, descrevendo, expressando) e a de comprová-los (convencendo, questionando). (PCN, 1998, p. 38)

O que essa citação traz, bem como várias outras passagens dos Parâmetros, é um afastamento da visão do conhecimento matemático já estruturado, com seu conjunto de verdades – seus axiomas – apenas posto para que os alunos tomem conhecimento. Eles não explicitam o termo ‘axiomática’, mas entendemos que está referido o que esta forma estrutural da matemática contempla para o ensino. Com indicações do documento em outra direção, mesmo ao se falar em demonstrações, estas estão vinculadas a etapas de métodos didáticos que premiam algum protagonismo dos alunos na produção do conhecimento.

Ao fazermos essa leitura dos PCNs em atenção ao nosso objeto de estudo, o LEM, apesar do termo e da ideia de laboratório não serem referenciados, percebemos parâmetros possíveis de serem levados para constituir-se um pensamento sobre como os laboratórios podem e devem conduzir o trabalho epistemológico. Talvez, pensamos, para alguns termos e conceitos presentes no documento seria interessante reflexões e ampliações. Como exemplo, o papel do professor numa prática didática, de *incentivador* e *estimulador* poderia ser entendido como organizador e mediador, condição essa, especialmente, que se põe como tarefa da formação do professor.

2.2.2 Base Nacional Comum Curricular

No fluxo da visão crítica sobre o ensino mais tradicional da geometria que vamos realizando neste texto, a Base Nacional Comum Curricular, BNCC, documento norteador de currículos empreendida ao longo de anos e ultimada em 2017, traz indicações que são alentadoras. Seus textos apresentam sugestões acompanhadas de um posicionamento crítico:

Na Matemática escolar, o processo de aprender uma noção em um contexto, abstrair e depois aplicá-la em outro contexto envolve capacidades essenciais, como formular, empregar, interpretar e avaliar – criar, enfim –, e não somente a resolução de enunciados típicos que são, muitas vezes, meros exercícios e apenas simulam alguma aprendizagem (BNCC, 2017, p. 275).

E, ainda,

A Geometria não pode ficar reduzida a mera aplicação de fórmulas de cálculo de área e de volume nem a aplicações numéricas imediatas de teoremas sobre relações de proporcionalidade em situações relativas a feixes de retas paralelas cortadas por retas secantes ou do teorema de Pitágoras (BNCC, 2017, p. 270).

A BNCC defende que o discente, principalmente dos anos finais do Ensino Fundamental, deve conseguir articular os elementos da Matemática suficientemente para realizar associações que relacionem os elementos do mundo físico aos elementos matemáticos e, ainda, fazer induções e conjecturas: “assim, espera-se que eles desenvolvam a capacidade de identificar oportunidades de utilização da matemática para resolver problemas, aplicando conceitos, procedimentos e resultados para obter soluções e interpretá-las segundo os contextos das situações” (BNCC, 2017, p. 263).

A Geometria, uma das unidades temáticas do BNCC, é especialmente propícia para realizar leituras matemáticas do mundo real, pois proporciona o estudo do espaço e das formas. Entre conceitos importantes destacados pelo documento, estão os de congruência, semelhança e transformações geométricas: “Nessa etapa, devem ser enfatizadas também as tarefas que

analisam e produzem transformações e ampliações/reduções de figuras geométricas planas, identificando seus elementos variantes e invariantes, de modo a desenvolver os conceitos de congruência e semelhança” (BNCC, 2017, p. 270).

Desta maneira, a BNCC se posiciona orientada pelo pressuposto de que a aprendizagem matemática está ligada a apropriação do conhecimento e dos objetos matemáticos de suas diversas áreas, entre conceitos e propriedades, passíveis à aplicação dentro e fora da escola.

Os significados desses objetos resultam das conexões que os alunos estabelecem entre eles e os demais componentes, entre eles e seu cotidiano e entre os diferentes temas matemáticos. Desse modo, recursos didáticos como malhas quadriculadas, ábacos, jogos, livros, vídeos, calculadoras, planilhas eletrônicas e softwares de geometria dinâmica têm um papel essencial para a compreensão e utilização das noções matemáticas. Entretanto, esses materiais precisam estar integrados a situações que levem à reflexão e à sistematização, para que se inicie um processo de formalização. (BNCC, 2017, p. 274)

Não é tarefa nossa aqui entendemos que o que é isto, a formalização, que é um rico tema para desvelamento por pesquisadores da Educação Matemática. Vemos a questão da formalização como um fenômeno, tal como a fenomenologia nos indica sobre as coisas do mundo, nunca estando em estado cristalino. Ela está na matemática e no seu ensino de forma velada. Na matemática, como em seu ensino, muitas vezes a formalização foi similar à disciplinarização do pensar e do escrever matemática. Neste aspecto é que vemos fazer mais sentido a axiomática – que, entendemos, também é um fenômeno. Ela aparece como uma baliza oculta para orientação curricular e mesmo tentativa de hegemonização de um pensamento pedagógico; muitas vezes é uma moeda de troca quando partes conflitantes debatem sobre currículos matemáticos: assim como, entendemos, defensores do rigor formal aceitam pinceladas nesta direção, defensores de uma ampliação dos objetivos educacionais sugerem vieses alternativos, muitas vezes na direção de se valorizar a intuição.

Sem explicitar o termo *axiomática*, no entanto a BNCC nos diz:

Apesar de a Matemática ser, por excelência, uma ciência hipotético-dedutiva, porque suas demonstrações se apoiam sobre um sistema de axiomas e postulados, é de fundamental importância também considerar o papel heurístico das experimentações na aprendizagem da Matemática. (BNCC, p. 265, 2017)

Consideramos interessante o termo *heurístico* aparecer para contrapontuar a fala sobre o estatuto hipotético-dedutivo, bastante alegado e pouco refletido, ao nosso ver. Lembrando Arquimedes como quem cultuou o espírito da descoberta com sua *eureka*, vemos que é considerado pela comunidade matemática, mas apenas, entendemos, na linha do curioso e do folclórico, referendando a ideia da genialidade personalizada que acompanha a mitologia

matemática. Por outro lado, pouco se debate que suas descobertas, ocorridas até em seus banhos de imersão, não se coadunam com o trabalho formalista, exatamente.

Com relação ao termo *hipotético-dedutivo*, como binômio fica incontestada sua filiação a um sentido mais formal da ciência matemática, mas, não está tão fora das orientações para trabalhos de experimentação – especialmente em ambientes de grupo – a presença do ato de formular hipóteses, talvez diluído no de conjecturar. Também, se considerarmos a dedução como processo de demonstrar uma afirmação se firmando em suposições já sacramentadas, se formos menos rigorosos – sem deixar de sermos responsáveis epistemologicamente – podemos enxergar a presença do esforço dedutivo em ações didáticas práticas dialogadas, levando-se em conta suposições estabelecidas localmente para uma afirmação validada também localmente.

Por fim, entendemos que a BNCC, nesse sentido muito próximo dos PCNs, apesar de não explicitar e perspectivar o trabalho pedagógico em um LEM, abre portas para ambientações alternativas para a geometria escolar, em termos de objetivos, metodologias e valores.

2.3 LABORATÓRIO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

O que é um laboratório? O que é um Laboratório de Educação Matemática (LEM)? O que difere um Laboratório de Educação Matemática de um Laboratório de Matemática (LM)?

A palavra laboratório é originada do latim *laboratorĭum* e significa, de acordo com o dicionário Michaelis, “local ou sala especial de trabalho, experimentação e investigações científicas, equipada com aparelhagem específica para pesquisa e experimentos”. Segundo Oliveira (1983, p. 82), esse ambiente denominado Laboratório é entendido como “o espaço onde se criam situações e condições para levantar problemas, elaborar hipóteses, analisar resultados e propor novas situações ou soluções para situações detectadas”.

O laboratório, abrangendo o de Matemática, para Aguiar (1999, apud BENINI, 2006, p. 12), “é um lugar onde ocorrem experiências intencionalmente provocadas, com o intuito de despertar no aluno a curiosidade e o espírito de investigação, para que ele as transforme em conhecimento e modifique a sua maneira de pensar e agir sobre o mundo”. Segundo Ewbank:

A expressão Laboratório de Matemática é utilizada para representar um lugar, um processo, um procedimento. Com o sentido de lugar, é uma sala estruturada para experimentos matemáticos e atividades práticas. O termo também é utilizado para caracterizar uma abordagem utilizada em sala de aula onde os alunos trabalham de uma maneira informal, se movimentam, discutem, escolhem seus materiais e métodos e geralmente fazem e descobrem a Matemática por si próprios (EWBANK, 1977, p. 214, apud TURRIONI, 2004, p.62).

Rodrigues (2011) traz os diferentes tipos de abordagem do Laboratório em Matemática em sete categorias:

- I. Laboratório/ Depósito-arquivo
- II. Laboratório/ Sala de aula
- III. Laboratório/ Disciplina
- IV. Laboratório/ Laboratório de Tecnologia
- V. Laboratório/ Tradicional – Laboratório de Matemática
- VI. Laboratório/ Sala Ambiente – Laboratório de Ensino de Matemática
- VII. Laboratório/ Agente de formação – Laboratório de Educação Matemática

O “Laboratório/ Depósito-arquivo” é entendido pelo pesquisador “apenas como um lugar, um depósito de materiais que deverá servir de apoio, em especial ao professor, para a realização de suas atividades práticas fora desse ambiente” (RODRIGUES, 2011, p. 59), o que explica, de acordo com o autor, ser a modalidade que menos proporciona a aproximação entre professores e alunos dentro do seu espaço físico, pois, como a sua caracterização deixa implícito, este espaço não abrigará momentos como aulas de Matemática.

O autor traz visões de outros pesquisadores para caracterizar o “Laboratório/ Sala de aula”. Para Lorenzato (2009), muitos professores defendem que todas as salas de aulas devem ser um laboratório e que esse pensamento enfraquece a concepção de um LEM, desestimulando sua construção em um ambiente próprio. Entretanto, cita Aguiar (1999) quando diz que “o ambiente da sala de aula pode ser pensado e entendido como um tipo de laboratório, uma vez que muitas experiências que ocorrem nesse lugar não necessitam que o mesmo esteja abarrotado de materiais didáticos” (RODRIGUES, 2011, p. 61) e, ainda, que grande parte dessas experiências “ocorrem no campo das ideias, no uso da imaginação e provocam discussões, investigações e pesquisas.” (AGUIAR, 1999, p.144, apud RODRIGUES, 2011, p. 61).

O “Laboratório/ Disciplina”, para Rodrigues (2011), é componente curricular em parte dos cursos de licenciatura em Matemática direcionado ao conhecimento e uso de um laboratório no ensino e na aprendizagem da Matemática, abordando conteúdos da Educação Básica por meio de estudo, pesquisa, manipulação e confecção de materiais didáticos.

Para Rodrigues (2011), o “Laboratório/ Laboratório de Tecnologia” permeia concepções desde as mais simples, como o Laboratório de Informática, até a mais abrangente, que vai “além do espaço físico, constituindo-se num ambiente com dimensão infraestrutural e dimensão conceitual” (RODRIGUES, 2011, p. 64).

O “Laboratório/ Tradicional”, o Laboratório de Matemática, de acordo com o autor, “vem a se constituir num espaço para introduzir os alunos na experiência e vivência das etapas

que compõe o método científico” (RODRIGUES, 2011, p. 67). E, diferentemente da sala de aula, é nele que “o professor de Matemática dispõe de toda uma infraestrutura preparada para o desenvolvimento de experiências com materiais didáticos” (RODRIGUES, 2011, p. 67).

O “Laboratório/ Sala Ambiente”, o Laboratório de Ensino de Matemática, para Rodrigues (2011), “tem como foco central a realização de atividades de ensino com ênfase na vivência de processos que auxiliam a construção do conhecimento matemático, bem como a realização de atividades que promovam o desenvolvimento de atitudes nos alunos” (RODRIGUES, 2011, p. 68). Procurando por uma descrição do espaço físico desse laboratório, encontrou em Aguiar (1999) a proposta de uma junção dos espaços físicos do Laboratório Tradicional com o da sala de aula, evitando que a teoria da sala de aula se separe da prática do laboratório.

A sétima e última categoria, “Laboratório/ Agente de Formação”, o Laboratório de Educação Matemática, para Rodrigues (2011), engloba a concepção de sala ambiente, assim como a de outros pesquisadores, vindo a ter “como foco central a realização de atividades de ensino, pesquisa e extensão com ênfase na formação inicial e continuada de professores em Matemática” (RODRIGUES, 2011, p. 72).

Buscando uma definição para o Laboratório de Educação Matemática, Perez (1993) sugere

“a existência de um laboratório que, além de se constituir num espaço físico destinado a guardar materiais didáticos, deve ser um ambiente agradável, onde os presentes se sintam à vontade e dispostos a pensar, criar, construir e descobrir estratégias de Educação Matemática que visem à melhoria do ensino e da aprendizagem de Matemática”. (PEREZ, 1993, apud PEREZ & TURRIONI, 2004, p. 62)

Enquanto Varizo (2007), esclarecendo sua escolha pelo termo Laboratório de Educação Matemática, em detrimento de Laboratório de Ensino de Matemática, analisa que:

O dicionário Aurélio diz que a palavra laboratório significa: “*lugar onde se faz estudos experimentais de qualquer ramo da ciência*”. Portanto, o que dá nome ao laboratório é a ciência objeto de seus estudos e experiências. No nosso caso, o objeto de estudos e experiências são as ciências da Educação voltadas para a Educação Matemática. (VARIZO, 2007, p. 2).

Pensemos que mais do que a especificação do termo, adotando ‘Laboratório de Educação Matemática’ cria-se um compromisso – a partir do político pedagógico - mais claro, com práticas escudadas em resultados de pesquisas considerados importantes pela comunidade científica que estuda o fenômeno da educação matemática. O modo de se ensinar matemática hegemônico atualmente no Brasil, basicamente a tríade definição-exemplo-exercício, não tem mostrado resultados satisfatórios. Portanto, metodologias alternativas que possibilitem ao aluno

ser o centro da aprendizagem, tornando-o pensante, reflexivo, criativo e crítico, são emergentes. Nesse contexto, o LEM é uma possibilidade pertinente, já que se propõe a atender significativamente tais demandas. Para Perez et al. (2002);

O quadro educacional brasileiro é insatisfatório e é necessário a instalação de uma “nova educação” que não busque capacitar os alunos em habilidades específicas, e sim crie ambientes que preparem cidadãos críticos, livres e questionadores. (PEREZ, 2002, apud ROSSY, 2014, p. 18)

A autora complementa;

No sentido de promover uma educação mais consistente e adequada às novas demandas, é que o Laboratório de Educação Matemática (LEM) se apresenta, nesse contexto, como uma pertinente alternativa, capaz de contribuir com mudanças significativas no cenário da educação brasileira. (ROSSY, 2014, p.23)

O LEM, desse modo, deve ser um componente da escola. Um lugar apropriado para atender às diversas necessidades que os processos de ensino e de aprendizagem demanda, oferecendo possibilidades para trabalhar alternativas metodologias. Deve ir além de um depósito de materiais. Esse ambiente deve proporcionar diferentes funcionalidades a seus usuários. Deve ser possível planejar e ministrar aulas, criar e desenvolver atividades, receber os alunos para esclarecimentos de dúvidas, discutir projetos, dentre outras. Deve ser um espaço no qual a matemática é acessível.

É uma sala-ambiente para estruturar, organizar, planejar e fazer acontecer o pensar matemático, é um espaço para facilitar tanto ao aluno como ao professor, questionar, conjecturar, procurar, experimentar, analisar e concluir, enfim, aprender e principalmente aprender a aprender. (LORENZATO, 2009, p. 7).

Um importante quesito a ser considerado para a sua concepção é seu público, pois para cada segmento, da educação infantil ao ensino médio, existe uma necessidade diferente a ser atendida e os materiais devem ser adequados para isso.

O aspecto caracterizador predominante se estende ao espaço. Para Rossy (2014), fundamentado nas ideias de Cabral (2010), que resume uma concepção de LEM baseada da tríade espaço-atitude-intenção,

A materialização do LEM ocorre, nessa perspectiva, a partir da união de um espaço físico (podendo ou não ser a sala de aula), com a atitude do professor em propor situações de ensino que visem a uma aprendizagem mais crítica e, portanto, mais completa, de seu aluno. E por fim, essa atitude que consubstancia as ações do professor, precisa estar revestida de uma intencionalidade pedagógica com a qual o docente propõe e dirige suas atividades. (ROSSY, 2014, p. 19-20)

De acordo com Lorenzato (2009), o LEM pode se dedicar, em particular, “à criação de situações pedagógicas desafiadoras e para auxiliar no equacionamento de situações previstas

pelo professor em seu planejamento, mas imprevistas na prática, em virtude dos questionamentos dos alunos durante as aulas” (LORENZATO, 2009, p. 7).

O LEM possui como aliados os materiais didáticos (MD) manipuláveis, que, de acordo com Rossy (2014), possibilitam ao aluno a exploração, podendo extrair conclusões e construir seu próprio conhecimento, com intermédio do professor. A autora nos diz que, nesse contexto, “o aluno participa ativamente da construção de seu próprio conhecimento matemático, além de desenvolver melhores relações sociais reforçadas pelo convívio em grupo com os colegas de classe” (ROSSY, 2014, p. 29).

Lorenzato (2009, p. 12) mostra que existem objeções em relação ao LEM por parte dos professores, em que muitos não têm conhecimento sobre, enquanto outros o rejeitam sem ao menos experimentar e alguns o empregam de maneira inadequada. Entre as justificativas, são destaques:

QUADRO 2 – OBJEÇÕES AO LEM

- O LEM é caro, exige materiais que a escola não dá ao professor e raríssimas escolas possuem um LEM;
- O LEM exige do professor uma boa formação;
- O LEM possibilita o “uso pelo uso”;
- O LEM não pode ser aplicado a todos os assuntos do programa;
- O LEM não pode ser usado em classes numerosas;
- O LEM exige do professor mais tempo para ensinar;
- É mais difícil lecionar usando o LEM;
- O LEM pode induzir o aluno a aceitar como verdadeiras as propriedades matemáticas que lhes foram propiciadas pelo material manipulável ou gráfico.

Fonte: Lorenzato (2009)

Concordamos com as preocupações críticas que Lorenzato expõe, e os aspectos que ele elenca passam a ser foco de nossas pesquisas, quando compromissamos ao final delas manifestar contribuições que julgarmos procedentes.

Em contrapartida ao primeiro item, o autor traz que a sua construção, com a colaboração dos alunos, inclusive utilizando materiais recicláveis e sucatas, é uma ótima oportunidade para as escolas que não possuem um LEM, pois, assim, a aplicabilidade dos materiais produzidos se torna conhecida, fato que pode não acontecer com os materiais recebidos prontos, posteriormente levados ao desuso.

Sobre a formação, o autor enfatiza que qualquer método, para produzir uma aprendizagem significativa, exige uma boa formação do profissional, além de ser obrigação estar bem preparado ao assumir tal responsabilidade.

Assim como todo instrumento ou meio, Lorenzato (2009) deixa claro que o LEM possibilita o “uso pelo uso” tanto quanto o mau uso, e que depende o professor estar em posse de seus saberes para utilizá-lo adequadamente.

É concordado pelo autor que o LEM não é capaz de remediar toda e qualquer dificuldade para o ensino, não sendo o caminho para toda prática pedagógica, porém “pode disponibilizar uma diversificação de meios e uma excelente prontidão ao uso deles como nenhuma outra alternativa oferece” (LORENZATO, 2009, p. 13).

Em relação à aplicabilidade do LEM em turmas numerosas, o autor sugere que, até trinta alunos, é possível dividi-los em subgrupos, com o professor atendendo cada subgrupo, enquanto esses estudam um mesmo tema e utilizam do mesmo material. No caso de turmas ainda maiores, infelizmente, o material deixa de ser para manipulação individual e passa a ser para observação coletiva, na qual o professor manipula e os alunos observam.

Para tratar da questão em que o LEM exige do professor mais tempo para ensinar, o autor fez alguns questionamentos: “com o LEM o rendimento dos alunos melhora? Os alunos preferem aulas com ou sem o LEM? Por quê?” (LORENZATO, 2009, p. 13). Esclarece que as respostas a essas perguntas dependem dos professores, alunos e escola, mas que é provável que, ao surgirem questões não previstas no planejamento do professor, e caso ele dedique tempo aplica-las, um tempo maior será empregado. Porém, como o LEM no geral possibilita “facilitar” a aprendizagem, o tempo será otimizado.

Sobre a dificuldade ser maior utilizando o LEM, o autor esclarece que os alunos trabalham mais do que quando apenas assistem à explanação do professor em sala de aula, ou seja, levam os alunos a uma mudança de comportamento, claramente positiva. Sendo assim, é exigida do professor uma conduta diferente da tradicional, pois situações não previstas no planejamento podem ocorrer.

A respeito da possibilidade de o LEM induzir o aluno a aceitar como verdadeiras as propriedades matemáticas que lhes foram propiciadas pelo material manipulável ou gráfico, o autor esclarece que, até certa idade, quando o raciocínio lógico-dedutivo ainda não apareceu, é desejável que tal afirmação seja verdadeira, pois confiam no que veem. Após adquirirem o poder de dedução lógica, é sugerido mostrar sofismas, falácias e paradoxos matemáticos, para que percebam que conclusões baseadas na intuição podem se contrapor às verdades apontadas pelo raciocínio lógico-dedutivo. Entretanto, seria desastroso “conduzir os alunos à total descrença em tudo que a observação e a intuição nos revelam ou sugerem”.

O LEM, mesmo em condições desfavoráveis, pode tornar o trabalho gratificante para o professor e a aprendizagem compreensiva e agradável para o aluno, se o professor possuir conhecimento, crença e engenhosidade. Conhecimento porque, tendo em vista que ninguém ensina o que não sabe, é preciso conhecer matemática mas também metodologia de ensino e psicologia, enfim, possuir uma boa formação matemática e pedagógica; crença porque, como tudo na vida, é preciso acreditar naquilo que se deseja fazer, transformar ou construir; e engenhosidade porque, muito frequentemente, é exigida do professor uma boa dose de criatividade, não só para conceber, planejar, montar e implementar o LEM, como também para orientar seus alunos e transformá-los em estudantes e, de preferência, em aprendizes também. (LORENZATO, 2009, p. 7 – 8)

O que dissemos acima, sobre as características da linguagem que permeiam as atividades, na comunicação das pessoas envolvidas, já se mostra na apresentação de textos. Em relação ao enunciado das atividades, é preciso que este seja convidativo, aberto ao diálogo e que sugira a colaboratividade. Além disso, deve gerar expectativa de descoberta e entusiasmo que justifique o trabalho em conjunto. Esses aspectos podem estar dependentes do quanto os alunos se sintam exploradores de novos caminhos e modos de constituição de conhecimentos. Como para Pinheiro, entendemos que isso não ocorra apenas por relaxamento em propostas:

Elaborar uma tarefa exploratória não se trata de um caso simples, um objetivo deve ser pensado, bem como os meios necessários para alcançá-lo. O encaminhamento deve ser cuidadosamente apresentado de forma a “direcionar” os alunos à concepção de determinado conceito. (PINHEIRO, 2013, p. 52)

O pensamento metodológico sobre proposição de atividades em um LEM, entendemos, vem de um processo de formação do professor, que pode ser num processo de formação continuada, conforme vivenciamos ao nos engajarmos junto ao Laboratório de Ciências e Educação Matemática (LaCEM), que é um dos laboratórios do Centro de Ciências da Universidade Federal de Juiz de Fora. A equipe se constitui por docentes, mestrandos e graduandos.

O Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, iniciou o projeto, abraçado pelo Centro de Ciências, da criação de um laboratório de Educação Matemática, ocupando o espaço destinado, até então, a um laboratório de Ciências multiusuário.

A ideia inicial era trabalhar com alunos da graduação em Licenciatura em Matemática e bolsistas do Treinamento Profissional. Entretanto sobreveio a oportunidade de abrir as portas do LaCEM para integrar à visitação espontânea do Centro, no modelo que se mantém até os dias atuais.

Em sua primeira manifestação pública mais articulada, em 22 de junho de 2018, O LaCEM fez parte do III CIMAI – Encontro de Práticas em Ciências e Matemática nos anos iniciais –, que ocorreu no Centro de Ciências da UFJF, oferecendo uma oficina para os professores participantes com duas atividades realizadas no Geoplano.

Além da significativa experiência para os membros do laboratório que acabara de nascer, eventos como esse foram contribuindo para sua consolidação, pois a partir deles, o espaço começou a receber visitas espontâneas, que abrangem o público em geral, frequentes e alunos da graduação durante a realização de disciplinas.

Pouco tempo depois, o LaCEM foi convidado a participar da visita agendada. Esta visita recebe escolas ou grupos de pessoas que se inscrevem para conhecer os espaços diferenciados do Centro de Ciências, como o planetário, observatório e laboratórios.

O LaCEM se tornou um laboratório de formação inicial, devido a participação dos alunos da graduação em Licenciatura em Matemática, e também um laboratório de formação continuada, devido aos cursos e atendimentos a professores. Além disso, faz parte fixamente do roteiro de visita espontânea do Centro de Ciências, com atividades, jogos, materiais manipulativos e etc., e da visita agendada, com atividades orientadas.

2.4 A CONSTRUÇÃO DO CONHECIMENTO GEOMÉTRICO NA ÊNFASE DAS EXPERIÊNCIAS PRÁTICAS; MATERIAIS DIDÁTICOS MANIPULÁVEIS

Logo que superamos a possibilidade mais usual e preferida das escolas em geral para a construção do conhecimento geométrico, que reconhecemos sinteticamente com metodologia expositiva e seus desdobramentos tais como o trabalho sobre uma lista de exercícios, podemos intencional uma educação mediada com o uso de materiais que abrem espaço para uma construção assistida com a experimentação.

Diferente dos modos tradicionais, cujas propostas jazem tácitas, sobrevém a tarefa de explicitar as propostas em atividades experimentais. Questionamentos acerca dos valores epistemológicos implicados na educação geométrica mediada na experimentação vêm de todos os lados, devendo, entendemos, também vir de quem a propõe. (Se) perguntar como se dá a constituição do conhecimento geométrico num ambiente de manipulação de materiais é uma ação sadia e sempre importante.

Esse questionamento começa a ser enfrentado, em nosso mundo ocidental, ainda no século XIX, quando as propostas educacionais incorporam em parte os avanços das ciências sociais à época. Aqui em nosso texto, vamos considerar que é um fato que a escola incorporou positivamente os materiais manipuláveis em seus currículos, não nos ocupando de defender essa prática. Interessamos refletir junto às ideias vindas da literatura inerente, para o caso do

ensino e da aprendizagem da matemática, disciplina escolar cuja ciência de base é reconhecida como a mais discursiva e menos empírica de todas.

Não criamos expectativa de respostas taxativas para a questão acima frisada, e, obviamente, nossos estudos e pesquisas aqui poderão, ao final, contribuir para algumas perspectivas de seu enfrentamento. Reconhecemos que há algumas dimensões segundo as quais os valores pedagógicos dos materiais manipuláveis podem ser enfocados, tais como a Psicopedagogia, a História da Educação Matemática, entre outros. Porém, buscaremos uma compreensão epistemológica, conforme está no horizonte dos pesquisadores em Filosofia da Educação Matemática.

Entenderemos o ser epistemológico compreendendo o sujeito cognoscente, mas, também, estaremos na busca da compreensão da ocupação que as pessoas têm em tarefa pedagógica, próximo ao que Oliveira (2017) expõe a partir de leituras husserlianas:

“Em “A origem da Geometria”, Edmund Husserl, num misto de preocupação filosófica e pedagógica, pergunta ‘qual a origem da geometria?’, não a origem histórica da ciência, mas, em que momento, a um jovem aprendiz, a geometria se manifesta de modo que ele reconhece estar diante de um fazer distinto de outros, da álgebra, da física em geral, de uma ciência empírica, etc. Esse apronto husserliano indica o que entendemos por epistemológico, firmando sentido no que uma pessoa constitui quando está diante de um constructo científico. Estendemos a questão da origem à manutenção do sentido de uma ciência quando um aprendiz vagueia em seus vãos, fazendo ligações, ampliando o campo conceitual, entre outras possibilidades, que está assegurado por este sentido.” (p. 38)

Pensando a educação, essa autora entende “que a ciência tem de ocorrer em nós, nos atribuindo significados ao sermos postos diante de sua apresentação” (OLIVEIRA, 2017, p. 38). Aproveitamos dela que a ida de um participante¹ a um laboratório no qual se pratica a geometria não é somente sentir que está praticando conceitos geométricos que ele, de algum modo, já tem da ciência que estuda na escola. É também ele deixar ampliar essa ciência para novas experiências intelectuais; é ele se pôr a sentir como um ser pedagógico.

Esse sentido husserliano de compreensão da Geometria e de seus objetos, entendemos, ganha importância especial quando investigamos a construção de conhecimento que envolve aspectos intuitivos e iniciativa criadora, em ambientes de experimentação. Para Paulo (2010), responder à pergunta “o que é o conhecimento geométrico?” não é simplesmente olhar para o que está posto, “requer uma interrogação e uma natureza investigativa que revelem os processos

¹ O termo “participante” será empregado para significar aquele que pratica atividades em um laboratório. Pretendemos que ele estenda sua significação para além de ser um aprendiz - pois também é um desenvolvedor - e de ser um estudante, para não caracterizar aquele que está em sala de aula.

pelos quais é possível ensinar e aprender Geometria. Ou seja, trata-se de uma questão que deve considerar aspectos ontológicos e epistemológicos” (PAULO, 2010, p. 170).

Paulo (2010) traz a recomendação metodológica, vinda dos PCNs e da maioria dos textos disponíveis nas publicações dos estudiosos brasileiros que debatem o ensino de Geometria, que defende esse ensino a partir da experiência com objetos físicos se baseando na ideia de que o raciocínio intuitivo pode favorecer as generalizações e que a utilização de certos recursos didáticos auxilia o desenvolvimento do pensar geométrico. Porém, a autora salienta que

Ao privilegiar os aspectos intuitivos (a manipulação de objetos físicos ou desenhos) sem discutirmos a concepção que os embasa, estamos correndo o risco de que o professor interprete a construção do conhecimento geométrico com base nos aspectos métricos e de reconhecimento de figuras, desprezando a questão central relativa à gênese do próprio conhecimento. (PAULO, 2010, p. 170).

Na linha de compreendermos mais profundamente o estatuto da intuição, consideramos a manifestação do conhecimento matemático estendido à apreciação estética, perspectiva trazida por Cifuentes (2005); para o autor, a experiência estética é entendida como “o prazer da apreensão do belo”, enquanto a estética é entendida como “a ciência do conhecimento sensível” (p. 56). Cifuentes acredita “existe um conteúdo estético na matemática [...] que pode ser “apercebido” pelo intelecto” (p. 58).

Para não significar o sentido estético como uma contemplação passiva frente a uma obra acabada – como é visto, costumeiramente, a matemática como ciência -, Cifuentes nos mostra aspectos diferenciadores, como o contexto. “Contextualizar um objeto é dar um referencial espaço-temporal ao objeto, de modo que, do ponto de vista estético, o contexto passa a formar parte do próprio objeto como sugerido por Aristóteles, embora a ‘realidade’ do contexto possa ser diferente da realidade do objeto” (CIFUENTES, 2005, p. 66).

Entendemos que existe uma diferença quando um mesmo objeto matemático é tratado em sala de aula usual e tratado em um laboratório. Essa diferença está não só na apresentação – recursos, tempo didático – como também nos desdobramentos do que foi alcançado de uma forma ou de outra, por exemplo, nas aplicações do teorema. Os diferentes contextos são determinantes.

Ao propor uma metodologia para o trabalho didático atento à estética, Cifuentes ressalva que, alguns desafios para esse ensino precisam ser superados. O primeiro deles é transformar “habilidade em sensibilidade, para poder aceder ao conhecimento matemático através da sua apreciação estética” (CIFUENTES, 2003, p. 74). Finalizando essa questão, ele estende esse desafio para o de reconhecer as diferenças que marcam o que é o conteúdo científico e o que é

o conteúdo estético da matemática. Para nós, são questões importantes para produção do conhecimento matemático em ambientes de experimentação, uma vez que habilidades – especialmente motoras – são exercidas em prol de uma sensibilidade que já se põe além de meramente ação de órgãos sensoriais, uma vez de quem manipula o faz refletindo no que experimenta. Se o horizonte que está posto é matemático, as reflexões vão buscar atinência com o que se aproxima deste âmbito.

Cifuentes contrapõe-se à tradição de se pensar o conhecimento matemático como puramente racional, valorizando a intuição matemática e a visualização e, para isso, traz a concepção de Aristóteles, contrariando as ideias de Platão, “para quem os objetos matemáticos pertencem ao mundo das formas ou das ideias, [acreditando que eles] têm sua origem na experiência sensível e são obtidos por abstração de objetos concretos” (CIFUENTES, 2005, p. 56). De fato, é notório como a consideração do mundo empírico contribui na educação para o experimentalismo didático, em alternativa ao ensino mais contemplativo.

Ainda, para Cifuentes (2005) “o estético não é apenas um olhar sobre a matemática” (p. 58); ele acredita que “existe um conteúdo estético na matemática, e esse conteúdo está ligado ao que pode ser ‘apercebido’ pelo intelecto” (p. 58). Considera que “são valores estéticos da matemática, por exemplo, a perfeição, a simetria, a forma, o contexto, o contraste, a ordem, o equilíbrio, a simplicidade e a abstração, também a liberdade” (p. 58):

O estético é expressivo e toda forma de expressividade supõe uma linguagem. A linguagem é captadora de conhecimentos. A linguagem formal não pode captar o conhecimento emotivo e, por isso, no caso da apreciação estética da matemática, necessitamos de uma linguagem visual. O visual na matemática não deve ser entendido só em relação à percepção física, senão também a um certo tipo de percepção intelectual, ligada fortemente à intuição matemática (CIFUENTES, 2005, p. 58)

Para esse autor (2005), a “capacidade de ‘ver’ através do intelecto, além de ser natural, pode ser desenvolvida” (p. 59). Para que isso aconteça, é necessária uma “alfabetização visual: é a necessidade de uma linguagem visual rumo à elaboração de uma conceituação visual” (p. 59). Essa linguagem visual se expressa através da visualização.

Gusmão (2013, p. 117) entende que o estudo da Geometria “pode ser favorecido pela visualização, já que para compreender os conceitos geométricos é exigido do aluno um alto grau de imaginação e intuição”. A autora concebe visualização como “um processo de formar imagens mentais, com o intuito de capturar e comunicar determinados conceitos matemáticos, com vistas a auxiliar na resolução de diversos problemas, especialmente, os geométricos” (p. 115). Para Gusmão, é “uma forma de estimular o pensamento, a imaginação, a intuição e a sensibilidade” (p. 115):

Explorar os conceitos geométricos; estimular a intuição, a imaginação e a visualização; perceber a passagem dos objetos do mundo físico para suas representações simbólicas, e vice-versa, são ações que podem ser mediadas por metodologias diferenciadas em sala de aula e pela introdução de processos lúdicos de aprendizagem, como por exemplo os jogos. Essas metodologias e recursos podem permitir que o aluno manuseie e realize uma imagem mental de objetos matemáticos, além de estimular os sentidos e não apenas as linguagens. (GUSMÃO, 2013, p. 125 – 126)

A visualização é um dos elementos dos Laboratórios de Educação Matemática, fortemente presentes em atividades de Geometria, que sinalizam preocupações ou valores epistemológicos. Kallef (1994), resumindo as ideias dos níveis de Van Hiele (1986), diz que a visualização, ou reconhecimento, é considerada do primeiro nível entre os cinco descritos. É o estágio no qual o aluno raciocina basicamente através das considerações visuais, levando em conta os conceitos geométricos como um todo. E ainda, esclarece que “figuras geométricas são reconhecidas pela aparência global, podendo ser chamadas de triângulo, quadrado, etc., mas os alunos não explicitam as propriedades de identificação das mesmas”. Nessa linha, Oshima e Pavanello (2010, p. 4), dizem que a construção de objetos são uma forma de aprender a visualizar o espaço tridimensional, pois nesse momento os alunos têm “oportunidade de aprenderem o *vocabulário* específico relacionado aos entes geométricos e de estabelecerem relações entre eles”. Ainda, Scheffer (2006, p. 97) nos diz que “o exercício de observação, descrição, representação e análise, [...] favorecem a formação de imagem, o que fundamenta o *pensamento geométrico*”.

Entendemos, no que trouxemos em contribuição, que apesar de uma diversidade de visões sobre a prática da Geometria, há vários elementos que fomentam uma educação geométrica alternativa à tradição de sala de aula, na direção do trabalho didático manipulativo e em ambiente de laboratório. Os autores que trabalhamos nessa seção contribuem para dar estatuto filosófico científico sobre temas da ação experimental que lhes conferem valores políticos pedagógicos e valores epistemológicos, ajudando a reconhecer a pertinência do conhecimento matemático constituído em laboratórios.

Pelas características didáticas do trabalho num LEM, é importante que façamos, aqui, uma breve discussão acerca dos materiais didáticos manipuláveis. Ao lidarmos com a Matemática, essa discussão se torna complexa, uma vez que esta disciplina do pensamento humano é entendida, usualmente, como do âmbito do abstrato, das puras ideias, sendo que muitas vezes o aporte de materiais manipuláveis é posto como um valor de uma empiria que vem apenas para ilustrar conceitos puros.

Uma definição de material didático (MD) temos por Lorenzato (2009, p. 18): “é qualquer instrumento útil ao processo de ensino e aprendizagem”. Logo, são considerados MD

o giz, a calculadora, o livro, o caderno, os jogos, um vídeo, um filme, etc. Entre esses, por esse autor, estão os materiais didáticos manipuláveis, que os dividem em duas categorias: os estáticos, que não possibilitam mudanças em sua forma, e os dinâmicos, que permitem transformações por continuidade. Segundo Kindel e Oliveira (2017, p. 63, apud ALVES, 2019, p. 6),

Materiais manipuláveis são objetos, instrumentos ou outros meios, que têm aplicação nos afazeres do dia a dia, ou que são utilizados para representar uma ideia, e que os estudantes podem sentir, tocar, manipular e movimentar para ajuda-los a descobrir, entender ou consolidar conceitos fundamentais nas diferentes fases de aprendizagem.

Alves (2019) mostra o entendimento de Kindel e Oliveira (2017) que, segundo essas autoras, a compreensão sobre material manipulável varia entre os pesquisadores dependendo dos objetivos de sua utilização ou das possibilidades de interação com esses materiais. Além disso, sua representação inclui aparelhos tecnológicos, possibilitando que o material manipulável seja físico ou virtual. E, ainda, que ele pode ser estruturado, sendo desenvolvido com a finalidade explícita de auxiliar na construção do conhecimento matemático, e não estruturado, sendo aqueles materiais do uso cotidiano, com outras funcionalidades, mas que podem ser usados com fins didáticos, como os canudos, atilhos, palitos e outros. Inserimos, aqui, uma compreensão extensiva a essas categorias para demarcar possibilidades, como a de materiais que são estruturados, mas não *originalmente* com finalidade didática, mas são customizados para isso. Muitos jogos têm sua estruturação alhures customizadas para a matemática, e um exemplo marcante disso é o milenar jogo de Xadrez.

A importância dos materiais didáticos manipuláveis para o ensino e para a aprendizagem de matemática é legítima para muitos pesquisadores. Ottesbach e Pavanello (1998), indicando um valor pedagógico fundamental, defendem que

O uso de material didático (MD) proporciona aos alunos participar de atividades manipulativas e visuais que podem servir de suporte para sua atividade cognitiva, bem como podem ser de grande importância no processo de ensino e promover a compreensão de conceitos e propriedades matemáticas.

Lorenzato amplia esse valor, trazendo a importância de uma psicologia social que resultaria em um ganho epistemológico, dizendo que;

“Ninguém ama o que não conhece”: este pensamento explica porque tantos alunos não gostam da Matemática. Se a eles não foi dado conhecer a Matemática, como podem vir a admirá-la? No entanto, com o auxílio do material didático, o professor pode, se aplicá-lo corretamente, conseguir uma aprendizagem com compreensão, que tenha significado para o aluno, diminuindo, assim, o risco de serem criadas ou reforçadas falsas crenças referentes à Matemática, tais como ser ela uma disciplina “só para poucos privilegiados”, “pronta”, “muito difícil”, etc. (LORENZATO, 2002)

Entre as variadas funções do MD, eles podem, segundo Lorenzato (2009, p. 18), “dependendo do objetivo a que se prestam: apresentar um assunto, motivar os alunos, auxiliar a memorização de resultados e facilitar a redescoberta”. E, ainda, afirma Turrioni (2004) que o material concreto “facilita a observação e a análise, desenvolve o raciocínio lógico, crítico e científico, é fundamental para o ensino experimental e é excelente para auxiliar o aluno na construção dos seus conhecimentos” (TURRIONI, 2004, p. 66).

Segundo Serrazina (1990, p. 1) “a construção de conceitos matemáticos é um processo longo que requer o envolvimento ativo do aluno que vai progredindo do concreto para o abstrato”. Dessa forma, Rodrigues (2011) destaca que “acredita-se que o material didático concreto pode ter um importante papel nesse processo, atuando como meio auxiliar de ensino, podendo ser um recurso capaz de catalisar experiências individuais de aprendizagem na construção dos conceitos matemáticos” (RODRIGUES, 2011, p. 54).

Conforme Vale (1999), Piaget defende que a aprendizagem significativa ocorre através de experiências ativas ou do tipo “mãos-à-obra” conciliadas à reflexão consciente. De acordo com a autora,

As imagens mentais e as ideias abstratas dos alunos são baseadas nas suas experiências. Assim os alunos que veem e manipulam vários tipos de objetos têm imagens mentais mais claras e podem representar ideias abstratas mais completamente do que aqueles cujas experiências são mais pobres (VALE, 1999, p. 3).

Segundo Alves (2019), o uso de materiais lúdicos e manipulativos podem contribuir significativamente na integração de conceitos teóricos e aplicação de fórmulas com atividades que gerem reflexão, constituindo uma das múltiplas formas de aprender.

Fiorentini e Miorim (1990) ressaltam que, motivados pelas dificuldades que encontram em sala de aula, os professores buscam cada vez mais, através de encontros, conferências e cursos, pelos jogos e por novos materiais didáticos com a ideia de que esses seriam a salvação, mesmo não tendo clareza das razões fundamentais pelas quais esses materiais são importantes para o ensino e para a aprendizagem de matemática. Costumam justificar sua aplicabilidade através da crença de que a matemática deve partir do concreto para o abstrato, do caráter “motivador” e até mesmo do “divertimento” capaz de tornar as aulas mais interessantes para os alunos (FIORENTINI; MIORIM, 1990, p. 1). Segundo Rêgo e Rêgo (2009), muitos profissionais utilizam os materiais didáticos com finalidade em si mesmo, “sem ter em vista nem o conceito matemático a eles relacionado, nem os obstáculos cognitivos à sua construção, priorizando, portanto, características lúdicas e estéticas dos materiais” (RÊGO e RÊGO, 2009, p. 128).

Alves (2019) traz uma reflexão de Kindel e Oliveira (2017) a respeito da utilização dos materiais manipuláveis para o ensino da matemática:

O uso de materiais manipuláveis não pressupõe, necessariamente, um estímulo a ludicidade como solução para todos os problemas da aprendizagem matemática dos estudantes. A ludicidade pode em um primeiro momento tornar o processo de aprender mais suave e agradável. Mas só fará sentido se vier acompanhado de propostas de reflexão, de “pensar sobre” e “falar sobre”. (KINDEL; OLIVEIRA, 2017, p. 65, apud ALVES, 2019, p. 7).

A ação manipulativa necessita reflexão. Por mais sofisticado que seja o material didático manipulável, “nunca ultrapassa a categoria de meio auxiliar de ensino, de alternativa metodológica à disposição do professor e do aluno, e, como tal, o MD não é garantia de um bom ensino, nem de uma aprendizagem significativa e não substitui o professor.” (LORENZATO, 2009, p.18).

Lorenzato (2009) esclarece que não basta ter e usar esses materiais. É preciso possuir conhecimento sobre eles, compreender seus limites e saber quando, como e por quê aplicá-los. Caso contrário, seu uso pode, além de não contribuir, prejudicar a aprendizagem. Na mesma ideia, Murari (2011) nos lembra que “há de se ter um olhar circunspecto para que a utilização de materiais manipulativos proporcione um resultado eficaz no processo de ensino e aprendizagem” (MURARI, 2011, p. 191), ou seja, é preciso ter uma visão crítica, pois, estes recursos “podem se tornar facilitadores, ou mesmo complicadores quando não têm relação com os conceitos trabalhados” (MURARI, 2011, p. 191).

Os professores devem se atentar aos obstáculos cognitivos relacionados à tridimensionalidade dos MD. Kaleff (2009) destaca que

Outro aspecto a ser considerado pelo professor é o da possível inadequação do material didático como veículo de um conceito matemático. Esse é o caso dos materiais didáticos que, em virtude das características inerentes à natureza do material com o qual foram fabricados, potencializam o surgimento de obstáculos cognitivos relacionados à tridimensionalidade espacial. Tem sido observado que tanto crianças como professores de matemática do ensino básico apresentam uma variedade de prováveis obstáculos cognitivos quando necessitam representar os conceitos matemáticos na forma de desenhos e diagramas, aparentemente em razão dos tais aspectos relacionados à tridimensionalidade dos materiais concretos utilizados. (KALEFF, 2009, p. 128)

Passos (2009) observa que, muitas vezes, os alunos não relacionam as interações com o material concreto à matemática formal: “os resultados negativos com materiais concretos podem estar ligados à distância existente entre o material concreto e as relações matemáticas que temos a intenção que eles representem, e também à seleção dos materiais na sala de aula” (PASSOS, 2009, p. 80). Matos e Serrazina explicam:

Se os alunos não trazem com eles os conhecimentos que o professor espera, não é fácil para os alunos relacionarem as suas interações com os materiais com as estruturas existentes. Eles não interpretam os materiais como o professor espera e o uso de materiais concretos dará provavelmente origem apenas a conexões ao acaso. (MATOS e SERRAZINA, 1996, p. 196)

Segundo Passos (2009), qualquer material concreto pode possibilitar que o aluno reflita, conjecture, formule questões, faça novas perguntas e descubra estruturas, porém, o que eles devem construir, com a intermediação do professor, não estão nos materiais de forma empírica. “Os conceitos serão formados pela ação interiorizada do aluno, pelo significado que dão às suas ações, às formulações que enunciam, às verificações que realizam” (PASSOS, 2009, p. 81).

Para que haja uma experiência matemática que envolva existencialmente o aluno, é recomendável que este, de acordo com Lorenzato (2009), além de explorar e refletir sobre o material didático, também participe de sua construção, pois é nesse momento que surgem imprevistos e desafios, conduzindo os alunos a conjecturar e descobrir caminhos e soluções.

O conceito de experiência proposto por Bondía (2002) é pertinente à experiência vivida em um Laboratório de Educação Matemática, pois, de acordo com o autor, “a experiência é o que *nos passa*, o que *nos acontece*, o que *nos toca*. Não o que se passa, não o que acontece, ou o que toca” (BONDÍA, 2002, p. 21).

A utilização desse tipo de ferramenta proporciona complicadores como a possibilidade de observações, constatações, descobertas e levantamento de hipóteses não previstas, e até não conhecidas, pelo professor (LORENZATO, 2009, p. 29), porém essa dinamicidade é uma das riquezas do MD e torna possível o aumento da qualidade da atividade. Além disso, para Alves (2019),

O professor precisa capacitar-se para uma efetiva mediação no processo de ensino e aprendizagem, de forma crítica e reflexiva, habilitando-o a identificar e dirimir os obstáculos cognitivos que poderão surgir aos alunos durante a manipulação e exploração de tais materiais. (ALVES, 2019, p. 8).

Destacaram Rêgo e Rêgo (2009, p. 54) cuidados básicos que o professor deve ter ao utilizar materiais didáticos manipuláveis:

QUADRO 3 – CUIDADOS BÁSICOS PARA UTILIZAÇÃO DE MATERIAIS DIDÁTICOS
MANIPULÁVEIS

I.	Dar tempo para que os alunos conheçam o material (inicialmente é importante que os alunos o explorem livremente);
II.	Incentivar a comunicação e troca de ideias, além de discutir com a turma os diferentes processos, resultados e estratégias envolvidos;
III.	Mediar, sempre que necessário, o desenvolvimento das atividades por meio de perguntas ou da indicação de materiais de apoio, solicitando o registro individual ou coletivo das ações realizadas, conclusões e dúvidas;
IV.	Realizar uma escolha responsável e criteriosa do material;
V.	Planejar com antecedência as atividades, procurando conhecer bem os recursos a serem utilizados, para que possam ser explorados de forma eficiente, usando o bom senso para adequá-los às necessidades da turma, estando aberto a sugestões e modificações ao longo do processo, e
VI.	Sempre que possível, estimular a participação do aluno e de outros professores na confecção do material.

Fonte: Lorenzato (2009)

Apesar de nós não seguirmos nessa discussão, entendemos que seja imprescindível refletir e discutir todas essas questões que os autores citados relacionam, desde a sua presença na formação inicial do professor até em situações de sua vida profissional que se oportunizam exigindo que ele lide com alternativas metodológicas para o ensino e a aprendizagem.

2.5 INVESTIGAÇÕES MATEMÁTICAS

Nos últimos anos, o professor de matemática que se forma em sua graduação está constantemente posto diante da crítica às metodologias didáticas baseadas em esquemas associados à exposição de conteúdos pelo professor e ações reativas por parte dos alunos em exercícios teóricos escritos. Há, naturalmente por essas características, um contraponto proposto a partir de outros elementos: diálogos, reestruturação do poder em sala de aula, manipulações e conteúdos a serem constituídos em ação coletiva. O conjunto de contribuições teóricas que oferecem metodologias para aulas investigativas aparecem como uma das principais alternativas.

Vivendo esse horizonte e assumindo participação em um Laboratório de Educação Matemática, interseções entre os sentidos pedagógico e investigativo foram nos tornando pertinentes e possíveis. Começamos a articular que ações em LEMs estão muito comumente relacionadas com o espírito de investigação, bem como com o trabalho em grupo.

Em Oliveira (2017), a autora mostra intenção em compreender a metodologia investigativa e colaborativa, em aspectos relevantes como a epistemologia, ou seja, como é produzido e o que resulta ser o conhecimento, na tipicidade de Laboratórios virtuais. Inicialmente, abre a discussão sobre interação, aquela voltada para a “construção do

conhecimento e exploração das ideias matemáticas” (OLIVEIRA, 2017, p. 30). Sua perspectiva pedagógica, que reflete sua intenção de educação para sujeitos críticos e autônomos, é construída junto a outros autores buscando a interação e a colaboração entre esses sujeitos. Para Oliveira (2017),

A colaboração pode ser vista como um desencadeamento da interação direcionada a resolução de um determinado problema, em que um grupo interagindo pode elaborar uma solução colaborada, onde todos co-participaram de forma significativa para o produto final (OLIVEIRA, 2017, p. 30 – 31).

Entendemos que as atividades de investigação na sala de aula estimulam uma nova postura dos alunos em relação à matemática quando comparada ao padrão mecânico dos exercícios. Requer autonomia, iniciativa, raciocínio e apropriação de conhecimentos.

Na história, vemos resíduos de percepções de que em alguns momentos o trabalho do matemático criador de matemática é um trabalho criativo e perscrutador. Vemos ocorrer isso em Ponte (2009, p. 13), que, para estruturar sua proposta metodológica, toma como ponto de partida o fato de que "para os matemáticos profissionais, investigar é descobrir relações entre objetos matemáticos conhecidos ou desconhecidos, procurando identificar as respectivas propriedades". Ele afirma que

podemos dizer que a realização de uma investigação matemática envolve quatro momentos principais. O primeiro abrange o reconhecimento da situação, a sua exploração preliminar e a formulação de questões. O segundo momento refere-se ao processo de formulação de conjecturas. O terceiro inclui a realização de testes e o eventual refinamento das conjecturas. E, finalmente, o último diz respeito à argumentação, à demonstração e avaliação do trabalho realizado. (PONTE, 2009, p. 20)

Reconhecemos nessa citação elementos que são comuns à metodologia da Resolução de Problemas, que conhecemos da Educação Matemática. Nossa referência principal recai sobre o autor acima citado em vista de entendermos que suas contribuições para ações didáticas em um LEM são significativas, mesmo que sua publicação mais conhecida se dirija à sala de aula. Os elementos didáticos e epistemológicos dessa citação nos dizem de possibilidades do que pode ocorrer como constituintes do conhecimento matemático em um laboratório.

No ambiente escolar, o significado e o processo de investigar descritos podem sugerir ações: os alunos sendo levados a ler a proposta de uma atividade, reconhecer o que se pede, formular questões, formular conjecturas, testar, provar para situações generalizadas e avaliar.

Consideramos pertinentes os cuidados metodológicos que esse pesquisador indica. É importante que os primeiros contatos com esse estilo sejam bem cuidadosos e esclarecidos, para que surjam intimidade e liberdade entre as atividades e os discentes. Quanto ao professor, é necessário que tenha sabedoria para intervir quando e quanto preciso. Para isso, é indicado que

faça um acompanhamento durante o andamento da investigação e que colha informações desse processo. E, ainda, que esteja flexível às imprevisibilidades que na grande maioria das vezes irão surgir.

Ainda segundo Ponte (2009, p. 71), "A Geometria é particularmente propícia, desde os primeiros anos de escolaridade, a um ensino fortemente baseado na exploração de situações de natureza exploratória e investigativa". Ponte (2009) busca em Freudenthal (1973) a ideia de que, "em vez de apresentar aos alunos uma organização global da Geometria, podem ser proporcionadas experiências em que eles sejam convidados a organizar um pequeno número de resultados conjecturados por eles" (FREUDENTHAL, 1973, apud PONTE, 2009, p. 88). Entendemos ser importante essa ideia aplicada em atividades em um LEM, quando uma globalidade local é mais pertinente.

Entendemos que as atividades de cunho investigativo realçam a atenção para a experimentação que as atividades presentes em um Laboratório de Educação Matemática exigem. Ampliando as possibilidades do LEM, compreendemos que este ambiente se mostra propício para o desenvolvimento da proposta metodológica de um ensino por Atividades, em que elas devem estimular o aluno a constituir conceitos, refletindo sobre as situações conduzidas pelo professor, a partir de sequências lógico-didáticas preparadas por ele, conforme Rossy argumenta:

[...] a metodologia de Ensino de Matemática por Atividades perpassa por um caminho que tem como objetivo envolver o aluno em um ambiente de constante exploração do conhecimento, orientado pelo professor, buscando o desenvolvimento de sua criatividade e criticidade, realizando escolhas e pensando de maneira decisiva na realização de problemas do cotidiano. (ROSSY, 2014, p. 34)

A proposta de sempre levar os alunos a realizarem essas ações dialogando com seus colegas e professores nos interessa, uma vez que atividades em um LEM, conforme entendemos ser metodologicamente interessante, são levadas em grupo. O diálogo constitutivo de conhecimento deve se dar a partir de uma interação plena e um efetivo exercício da colaboração. Pinheiro (2013) questiona sobre onde se aprende a ser colaborativo, preocupando-se sobre a necessidade de a escola empreender uma cultura de ela própria ser um espaço de encontro e projetos comuns. Ele diz, incorporando ideias vygotskianas, que "as características que determinam a colaboratividade surgem da interação dialética do ser humano com seu meio sociocultural" (PINHEIRO, 2013, p. 44).

Analisando o processo de aprendizagem por colaboração, apoiamo-nos nas ideias de Pinheiro (2013), que diz que nesse processo os alunos são livres para tomarem suas decisões, assumindo uma postura autônoma e se colocando como agentes do conhecimento, enquanto o

professor assume a postura de mediador, de incentivador do aprendizado, podemos perceber a afinidade com as ações vividas no LEM.

É durante a investigação que acontecem as discussões, críticas e reflexões, que são feitas até que o grupo chegue a um consenso. Nesse momento, existe espaço para que as ideias se complementem, ou até refutem conjecturas sugeridas, acrescentando qualidade e dinamicidade à interação.

As trocas entre colegas, os múltiplos posicionamentos diante das informações disponíveis, os debates e análises críticas auxiliam a compreensão e elaboração cognitiva do indivíduo e do grupo. As múltiplas interações e trocas comunicativas entre parceiros do ato de aprender possibilitam que estes conhecimentos sejam permanentemente reconstruídos e reelaborados. (PINHEIRO, 2013, p. 46 apud KENSKI, 2008, p.12)

Pinheiro acrescenta

Ponte (1999) enfatiza também que pertence ao momento investigativo, à confraternização final de ideias apuradas e conhecimentos apreendidos; uma oportunidade de repensar e reforçar o que foi feito, de aprender com os erros, de agregar valores ao trabalho colaborativo, visto que este momento sugere o falar e o escutar o outro. (PINHEIRO, 2013, p. 55)

Além do que já foi posto aqui acerca da interação, consideramos que a sua ocorrência em atividades de um Laboratório deve se mostrar entre as pessoas que participam e entre elas e os materiais manipulativos, e, também, entre elas *por meio* do material que manipulam. Esse último aspecto, entendemos, pode ser potencializado se a proposta de ação envolve a construção de objetos materiais – jogos, aparelhos, etc. -, e não só o uso deles.

3 UMA PESQUISA DE CAMPO PARA ENFRENTAMENTO DAS INQUIETAÇÕES

Após dialogar com os pesquisadores que encontramos serem para nós contribuintes, achamo-nos numa posição em que todos os nossos incômodos de conhecimento podem ser melhor compreendidos e articulados em um só – ainda que amplo – questionamento. A quem perguntaremos? Em que ambiente conviveremos para buscar material para nosso esclarecimento?

O modo com que nos dispomos a compreender o tema que focamos nos leva a uma metodologia que premia ouvir sujeitos desenvolvendo ações num laboratório, ou seja, uma pesquisa de campo neste ambiente. As manifestações genuínas dos sujeitos entendemos, dão a nós oportunidade de vislumbrar como ele vai se constituindo como ambiente físico e pedagógico em seu espaço e tempo. Nesse sentido, nossa pesquisa se faz possível no âmbito de uma pesquisa qualitativa segundo o olhar fenomenológico.

A priori temos inquietações, que se articulam e tornam-se questões. Entendemos que há um fundamento teórico-filosófico que nos dá um pensamento metodológico afim com o que estamos vivendo em nossos incômodos e, trazendo ao nosso contexto, buscamos entender COMO o laboratório pode oferecer um aprendizado significativo. Não queremos testar um problema detectado, queremos saber como o conhecimento acontece e se constitui dentro do LEM.

Compreendemos que são legítimas investigações sobre questões pontuais através de uma atividade manipulativa, com tempo e material determinados porém, neste estudo não serão o modelo que pensamos ser inerente às nossas intenções metodológicas.

3.1 A QUESTÃO

A constituição de uma questão para inquérito certamente é um processo meticuloso, trazendo elementos do vivido pelo pesquisador e maturado nos movimentos que ele faz em suas escolhas teóricas. Aqui neste texto, fizemos um trabalho de pesquisa em literatura sobre todos os aspectos que conseguimos ver que estruturariam um entendimento a nos capacitar inquirir acerca do fenômeno da constituição do conhecimento geométrico em um ambiente de LEM.

Foi-nos importante constituir uma estruturação de ideias sobre o estado da arte do ensino de geometria no Brasil, donde inquietações comunitárias já puderam ser sentidas. A opção por nos deter nos documentos norteadores para a educação geométrica não só nos dá a expectativa

sobre o que se quer, mas também sustenta o quanto as práticas educacionais em laboratórios têm de importância. A revisão bibliográfica sobre materiais manipuláveis, bem como as sugestões de metodologias didáticas alternativas às usuais, foram importantes para refletirmos acerca do que pensávamos, mas ainda num estágio teórico inicial, sobre potencialidades de um ambiente didático. Finalmente, ter estudado com mais precisão o horizonte da produção do conhecimento matemático em laboratórios, e ter chegado à compreensões sobre o amadurecimento de nossa comunidade científica para constituir visões assentadas sobre o que vem a ser um Laboratório de Educação Matemática, foi-nos mostrando o que são os verdadeiros incômodos, organizando os nossos e dando a eles um refinamento.

Ao aceitar o convite para integrar a equipe do LaCEM, como narramos nesta dissertação, a autora aceitou também o desafio de contribuir para a construção, a partir de um ponto zero local, de um Laboratório de Educação Matemática. Esse espaço, desconhecido até aquele instante, ficou insidioso que iria se tornar o palco de uma pesquisa.

Inicialmente, foi preciso entender o LEM em sua teoria. Vivê-lo em seu cotidiano foi buscar por definições e diferenciações em relação a outros laboratórios que produzem matemática, entender o espaço que ocupa, ou que poderia ocupar, nas escolas, considerando os pontos de vista que carregam aprovações e/ou objeções e, também, compreender os materiais que o compõem. Entre muitas outras interrogações, viver o LaCEM nos fez carrear todo o incômodo que o movimento teórico descrito ajudou a ser estruturado e posto na forma escrita. Esse último movimento resulta redigirmos a questão que norteará nossas investigações: como participantes manifestam conhecimentos geométricos em um LEM quando materiais didáticos manipulativos se fazem presentes como recurso pedagógico?

3.2 PENSAMENTO METODOLÓGICO PARA ENFRENTAMENTO DA QUESTÃO: FUNDAMENTOS TEÓRICOS

Para uma investigação consciente, devemos nos perguntar, de acordo com Bicudo (2011): “quais as características do que quero conhecer?” e “como proceder para avançar no conhecimento disso que me proponho a conhecer?”. As respostas lineares, segundo a pesquisadora, não satisfazem essas perguntas, pois sua lógica se sustenta em fundamentos teóricos tomados como verdades.

Por Bicudo (2011), ao sintetizar aspectos cruciais à Fenomenologia, tem-se que

Fenomenologia é uma palavra composta pelos termos *fenômeno* mais *lógos*. Fenômeno diz do que se mostra na intuição ou percepção e *lógos* diz do articulado nos atos da consciência em cujo processo organizador a linguagem está presente, tanto como estrutura, quanto como possibilidade de comunicação e, em consequência, de retenção em produtos culturais postos à disposição no mundo-vida. (BICUDO, 2011, p. 29 – 30)

Para a pesquisadora, ao dizer que “fenômeno é o que se mostra em um ato de intuição ou de preparação, [essa corrente filosófica está dizendo que] não se trata de tomar sujeito e objeto como geneticamente separados no processo de conhecer [e sim que] fenômeno é o que se mostra no ato de intuição efetuado por um sujeito individualmente contextualizado, que olha em direção ao que se mostra de modo atento e que percebe isso que se mostra. [Portanto] fenômeno e sujeito são correlatos e estão unidos no próprio ato de aparecer (BICUDO, 2011, p. 30). Tomando esses pontos como preceitos, desde já entendemos que o sentido que buscamos não está fundado em atividades que projetamos, mas em como nossos sujeitos as experienciam.

Para nós que estamos em busca de uma compreensão de algo que está no mundo (da Educação) e não em busca de explicações para aquilo que já conhecemos, torna-se interessante uma metodologia que não promete resultados finais, mas realizações intelectuais ao longo da jornada. Para Bicudo (2011), “o pesquisador está junto com a pesquisa, em processo de realização, tomando consciência e refletindo passo a passo, junto com seus colegas, o significado do efetuado olhado da perspectiva da interrogação e na dimensão do mundo-vida” (BICUDO, 2011, p. 39).

3.3 O CAMPO DA PESQUISA

A partir de nossas leituras sobre a metodologia fenomenológica, entendemos que o campo de pesquisa deve ter um desenho que favoreça aspectos que sustentam a filosofia do método. Inicialmente, queremos produzir dados que venham de manifestações dos sujeitos acerca de jogos, de laboratório e de conhecimentos geométricos constituídos com eles, e não dados que objetivem esses três elementos tomados como coisas em si. Outro aspecto traz a preocupação em trabalhar com atividades com abertura de propósitos, tanto em seus desdobramentos didáticos, em que o diálogo entre sujeitos ocorra genuinamente, quanto no empreendimento de uma epistemologia aberta e criativa. Por fim, uma liberdade no tempo das ações deve estar acima da intenção de chegar ao final que a atividade objetiva.

Precisamos aqui o que entendemos por uma atividade com propósitos abertos. Nosso horizonte é uma pesquisa de campo que visa a compreensões sobre o que não conhecemos

ainda, essencialmente qualitativa. Isso, entendemos, justifica buscarmos liberdade de discussões e manifestações pelos sujeitos para que nos enriqueçam com dados em perspectivas que, talvez, só vão se mostrar no curso das ações. Vemos afinidade desse nosso pensamento com o que Ponte (2009, p. 15), recuperando o que Poincaré diz acerca da intuição para com o trabalho criativo, quando este fala de uma atividade inconsciente, escudada numa apreciação estética da Matemática. Segundo Ponte, num processo de criação tal como esse, permite-se descobertas inesperadas e movimentos de avanço e recuo que lhe dão dinâmica. Complementar a isso, D'Ambrosio (2014, p. 86) sustenta que um caráter experimental vinculado ao ensino de Matemática pode contribuir para melhoria de rendimentos escolares, ligação que não está em nossa questão de pesquisa, mas que orienta também nossa proposta.

Procuramos evitar o termo atividade aberta, pois isso pode dar um sentido de concepção delimitada conceitualmente, o que não é intenção teórica nossa aqui. Por outro lado, mesmo estando num ambiente didático, não estamos pensando em uma atividade que poderia ser também atividade de sala de aula, encaixada nas ações regulares do fluxo de uma disciplina. Os propósitos abertos que intencionamos estarão mais presentes devido às ações em torno da proposta levada aos participantes do que ela em si, que poderá ter suas regulações naturalmente inerentes, por ser uma atividade com início, meio e fim.

Tendo esses pressupostos, procurávamos por uma atividade que condissesse com o contexto LEM e que pudessem ser trabalhados conceitos geométricos não só em sua prática, mas também na confecção do material que a suporta. Fizemos uma intensa busca por sugestões em livros, artigos científicos e dissertações. Também iniciamos busca no site de pesquisa *Google*, no qual encontramos o catálogo Atividades de Laboratório de Ensino de Matemática. Selecionamos as que atendiam às características acima mencionadas e decidimos pela intitulada “Traversi”.

Esta atividade se apresenta como um recurso para trabalhar nomes, definições e propriedades de figuras geométricas planas, e ainda, aperfeiçoar o raciocínio lógico e a capacidade de elaborar estratégias. Trata-se de um jogo de tabuleiro quadriculado e peças com formatos básicos de círculos, quadrados, losangos e triângulos, que se movimentam de acordo com o sentido de seus lados e, no caso dos círculos, em todas as direções disciplinadas, conforme vemos no apêndice correspondente (Apêndice A), da atividade já adaptada. Propõe-se como uma atividade para laboratórios, mas é sugerida também para ser aplicada em sala de aula, exposições e atividades extracurriculares. Durante a confecção é oportunizado ao aplicador estimular reflexões sobre essas figuras, que visam atingir os objetivos referidos.

Intuímos que ela poderia ser um ponto de partida para o que queríamos. Fizemos adaptações, como modificar o tabuleiro do jogo e diminuir a quantidade de peças a fim de torná-lo mais sucinto; detalhar, valorizando, as construções, propondo que elas devessem ser feitas com régua e compasso. Optamos por alterar o nome para Geodrez, inspirando-nos nas características semelhantes ao Xadrez, pelo tabuleiro e pela movimentação específica de cada tipo de peça. A concepção que ultimamos e levamos para as ações da pesquisa, apresentamos em apêndice (Apêndice A).

Com horizonte de uma atividade de pesquisa, pensamos que as construções com régua e compasso poderiam enriquecê-la, pois possibilitariam trabalhar conceitos como paralelismo e perpendicularismo, assim como as propriedades das figuras geométricas círculo, triângulo, quadrado e losango, e a transformação Simetria, já previstas no Traversi. Além disso, julgamos pertinente, sempre que oportuno, exercitar o manuseio dos instrumentos de desenho, mesmo para aqueles que não possuem conhecimento de como usá-los nesses casos, evidenciando como essas ferramentas, utilizadas desde a Grécia Antiga, cabem num LEM.

Entendemos que, ao ampliar o momento de confecção, sugerido por Lorenzato (2009), além de contribuir para a construção e composição do próprio laboratório, pode-se causar um sentimento de pertencimento ao espaço àqueles participantes, o que seria o ideal.

Nossa preparação para estar com os sujeitos em ação passou por aspectos ligados a, por um lado, estarmos atentos a não trazer concepções próprias – de conhecimento matemático, pedagógico, entre outros -, como nos diz a literatura fenomenológica desde Husserl. Essa atenção, sobremaneira, nos orientaria em nosso papel de mediador e organização durante as ações. Por outro lado, nos escudamos em toda a literatura em Educação Matemática que estudamos para compreender as significações atribuídas pelos sujeitos, na expectativa do que eles manifestam em percepções, do que conjecturam, validam ou refutam resultados, trocam informações dialogadas e constituem conhecimentos.

Correlato a todo nosso histórico apresentado nesta pesquisa, planejamos realizar a pesquisa de campo no Laboratório de Ciências e Educação Matemática (LaCEM) da UFJF.

Preparada a atividade e definido o local de aplicação, procedemos a definição do grupo de sujeitos que, segundo vínhamos pensando, seriam convidados. Tínhamos cogitado inscrever nossa atividade de pesquisa junto àquelas que estávamos frequentemente trabalhando com público diverso e aleatório que visitava o Centro de Ciências ou com estudantes em sessões agendadas pelas escolas, mas receamos que a necessidade de gravação, a agilização da questão de autorização por parte dos envolvidos, bem como a atenção mais dirigida dos pesquisadores tornassem esses públicos inviáveis.

Desse modo, o convite se estendeu a todos os alunos das duas turmas do oitavo ano do Ensino Fundamental de uma escola da rede estadual de ensino de Minas Gerais, na qual a pesquisadora regia aulas. A vice-direção acolheu a ideia proposta, dando aval institucional. Foi prestado os devidos esclarecimentos como número mínimo e máximo de participantes, autorização de um responsável por escrito e assinatura do TCLE (Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (Apêndice B). Entre os alunos que cumpriram os requisitos, quatro estiveram presentes no local e horário combinados.

Os participantes chegaram ao campus separadamente. Uns sozinhos, outros acompanhados dos pais. Em todos eram percebidos olhares curiosos e certa ansiedade para saber o que lhes esperava ao adentrar às portas do Centro de Ciências. Perguntavam a todo momento o que seria feito e qual seria o papel de cada um, numa interessante mostra de que a mudança de ambiente didático os faz repensar-se como alunos. Ao entrar no LaCEM, demonstraram estar maravilhados com o ambiente e sedentos para desbravar aquele espaço. Logo se puseram a olhar, tocar e manipular. Por iniciativa própria, experimentaram desafios, jogos e brincadeiras que estavam à mão. Ora individualmente, ora em duplas.

Figura 1 – Centro de Ciências (UFJF)



Foto: Ciro Cavalcanti/UFJF

Passado esse primeiro momento, fomos nos posicionando frente à bancada principal de trabalho, na qual todos os materiais que implicariam na atividade estavam já organizados. Lembramos aos participantes que, por se tratar de uma pesquisa de campo, seria necessário realizar registros e portanto, um gravador de áudio seria acionado, o que causou certa timidez e preocupação com o que poderiam dizer. Essa preocupação foi esquecida logo nos primeiros minutos.

Partimos para a atividade que envolvia uso de régua e compasso para início da construção do material. Ficou perceptível que existia alguma insegurança ao responderem os questionamentos feitos pela pesquisadora e ao tomarem decisões quanto à utilização dos instrumentos de desenho, o que acabou estimulando a colaboratividade entre eles, cada um

colocando-se a complementar as respostas dos demais ou ainda, auxiliando no manuseio e no uso das ferramentas.

Toda a atividade, desde o momento de reconhecimento do espaço até definição do campeão da partida jogada, foi concluída no tempo previsto pelos pesquisadores, cerca de 2 horas e 30 minutos.

Ao final, os participantes registraram suas impressões por escrito. A pesquisadora sugeriu três perguntas que pudessem direcioná-los: “Qual a sua opinião sobre a atividade realizada?”, “Qual a sua opinião sobre o LaCEM?” e “Você gostaria que houvesse um Laboratório de Educação Matemática em sua escola?”. A intenção era que obtivéssemos um feedback não só sobre a atividade realizada e o conhecimento geométrico construído, mas também sobre o que ela despertou, sobre como se sentiram ao habitar aquele lugar e sobre como e se eles associaram o LEM ao espaço escolar, sendo pertinente ou não o ter na escola.

3.4 PRODUÇÃO E ORGANIZAÇÃO DOS DADOS

Os quatro participantes da atividade de pesquisa levaram bom tempo na etapa de preparação do material do jogo, trabalhando em equipe e ultimando um conjunto de tabuleiro e peças. Todo o desenvolvimento dessa etapa foi gravado em áudio.

Em seguida, os participantes começaram a jogar o Geodrez, usando tabuleiro e peças que produziram. Optaram por jogarem cada um sendo um competidor individual.

Por fim, a pesquisadora, que ocupava o papel de mediadora na atividade, solicitou que cada um dos quatro participantes respondesse, por escrito, a três questões formuladas. Esse material gerou dados que também foram tratados em análises, ainda que explicitado, de modo distinto dos que foram produzidos a partir da gravação de áudio.

Os dados coletados na etapa de confecção por meio de gravações de áudio foram transcritos buscando descrever intenções, entonações e ruídos, procurando se aproximar ao máximo do que o sujeito tentava expressar. Quando foram feitas as transcrições, procuramos recuperar a memória de gestos e olhares observados durante a sua produção em campo.

No caso das três perguntas e suas respostas por escrito, a transcrição foi obviamente, fac-símile.

As transcrições começaram logo que se pôde, para que essa memória não se esvaísse. A forma de texto que optamos foi próxima a uma escrita dramaturgica, na qual além de falas, são feitos apontamentos esclarecedores de fisionomias e detalhes do ambiente.

Para organizar e posteriormente analisar os dados, utilizamos o recurso metodológico das *cenas significativas* para realizar recortes na transcrição. Os pesquisadores que propõem esse recurso querem buscar “como o sentido do todo se impõe nas descrições das ações dos sujeitos, levando-nos a considerá-las em conjuntos significativos articulados” (DETONI, PAULO, 2011, p. 100). Argumentam que não há uma fala crucial – ou gesto – que exponha esse sentido. Buscam em Merleau-Ponty a preocupação em se dar conta de um todo de significação: “conta-se que a gravação de uma conversa que parecera brilhante dá em seguida, a impressão de indigência. Falta-lhe a presença dos que falavam, os gestos, as fisionomias, a sensação do acontecimento sobrevindo, do improvisado continuando.” (DETONI, PAULO, 2011, p. 104, apud MERLEAU-PONTY, 1984, p. 155). Essa preocupação crítica foi assumida por nós, que entendemos que a dinâmica de ações dialogadas pelos sujeitos seria melhor descrita dentro desse recurso metodológico.

Sendo assim, após transcrever todo o áudio com a máxima riqueza possível de detalhes, fizemos uma leitura atenta, pois as cenas não estão naturalmente demarcadas no fluxo do ocorrido. As transcrições foram recortadas na intencionalidade de nossa questão, assim gerando cada cena. É pertinente esclarecer que o recorte não é um ato arbitrário; no fluxo temporal das transcrições, localizamos um questionamento nascer no diálogo dos sujeitos, que se ocupam dele até que, de alguma forma, esgotam-no. Isso configura uma unidade no fluxo, uma cena.

4 ANÁLISES

Conforme compreendemos do que os pesquisadores fenomenológicos que atuam na Educação Matemática consideram pertinente em metodologia de análise de dados, faremos dois movimentos principais: o ideográfico e o nomotético. Descrevemos cada um deles em seguida, numa trajetória de pensar a partir das manifestações dos sujeitos e até a constituição de categorias abertas, que é o modo mais articulado de levarmos nossas contribuições à nossa comunidade científica.

4.1 ANÁLISE IDEOGRÁFICA

Já para nossa tarefa de refletir sobre os dados, recorreremos à uma apresentação visual em forma de um quadro com três colunas. Na primeira, colamos toda a transcrição feita, indicando os recortes das manifestações dos sujeitos, numerando e demarcando o início e fim de cada cena. Na segunda, procedemos a interpretação das manifestações originais, passando da linguagem do sujeito para a nossa, numa tradução que se investe já de uma compreensão do que ocorreu em campo. Na terceira, expomos, como numa segunda compreensão e já numa escrita mais concisa e mais próxima ao estilo de nossa comunidade científica, o que designamos Ideias, que são constructos articuladores iniciais daquilo que compreendemos ser a estrutura do fenômeno que focamos na pesquisa.

Quando se processam as análises ideográficas, buscamos as ideias reveladas nos discursos dos sujeitos, e “é o pesquisador que passa a ser atribuidor de significados” (DETONI, PAULO, 2011, p. 117). Esses autores esclarecem também que “o sentido que o fenômeno fez aos sujeitos situados é agora, na intenção comungada pelo pesquisador, redescrito em primeiras ideias articuladas” (DETONI, PAULO, 2011, p. 117 - 118).

Na perspectiva fenomenológica, a partir de manifestações genuínas, situadas e espontâneas dos sujeitos de pesquisa, o pesquisador deve realizar movimentos de compreensão do fenômeno praticando a *epoché*, elemento metodológico sugerido por Husserl que leva a uma suspensão de valores e juízos pessoais e profissionais, com o intuito de se chegar à *coisa-mesma*, ao que se mostra – se mostrando a quem tem intencionalidade de ver. É interessante lembrar que essa sugestão husserliana vem de um longo percurso na trajetória intelectual desse filósofo, desde que, de aluno dileto de Weistrass, ele põe em dúvida a potencialidade da lógica

matemática levar-nos a uma compreensão do mundo e seus fenômenos, o que era uma tendência científica geral por volta dos anos de sua formação acadêmica.

As análises ideográficas objetivam compreender das manifestações dos sujeitos suas percepções, visões, argumentações e os modos com os quais eles entendem o que se passa e se faz nas ações de uma experimentação. Mediante a passagem interpretativa, da 1ª para a 2ª coluna, realizada pelos próprios pesquisadores, testemunhas do vivido no campo, essa se incumbem de pôr em linguagem mais formal o manifestado, inclusive com algumas inserções esclarecedoras do ambiente como um todo do que não foi registrado em gravações.

Feita a interpretação, numa segunda passagem, agora da 2ª para 3ª coluna, os pesquisadores criam um texto em que articulam as ideias que entendem ser as que os sujeitos oferecem para determinado momento das ações. O quadro a seguir é, então, o resultado de todo esse movimento ideográfico. As ideias que aparecem na 3ª coluna são múltiplas, uma vez que vários aspectos podem ser compreendidos das manifestações dos sujeitos, desde os ligados ao ambiente didático até as visões de mundo dos sujeitos, dentro do que os pesquisadores consideram ser *modos* de estruturação do fenômeno posto em inquérito, e respostas direcionadas ao *como* que está na articulação da questão de pesquisa.

As ideias interpretadas por nós, na terceira coluna dos quadros, recebem o código no formato **IN-n**, em que **I** significa Ideia, **N** é a numeração da cena e **n** é a numeração da ideia. Por exemplo, o código I2.1-1 quer dizer a ideia 1 da cena 2.1. Esse código será importante para referências que vão ocorrer quando das análises nomotéticas.

QUADRO 4 – TRANSCRIÇÕES, INTERPRETAÇÕES E ANÁLISES IDEOGRÁFICAS

2º Momento: Construção		
Sobre a bancada estavam os materiais necessários para a construção: papéis, compassos, réguas, tesouras, canetas, lápis, lápis de cor, giz de cera, borracha e apontador. Como havia quatro alunos participantes, foi constituído um grupo. Todos tinham materiais para serem usados individualmente.		
Cena 2.1		
INTERAÇÃO	INTERPRETAÇÃO	IDEIAS
<p>MEDIADORA: <i>Bom, gente! Primeira coisa é... eu vou explicar para vocês qual será a atividade. A gente vai montar um jogo que se chama Geodrez. Eu tenho um modelo aqui, parecido. A gente vai montar o tabuleiro de xadrez...</i></p> <p>AP1: (Cochichando) <i>Com forma geométrica...</i></p> <p>MEDIADORA: <i>...com forma geométrica. Muito bem, AP1! Pode falar mais alto, tá?</i></p> <p>AP1: <i>Ah, tá!</i> (risos)</p> <p>MEDIADORA: <i>...com formas geométricas. E como que a gente vai fazer isso? Vamos montar o tabuleiro e configurar as peças usando régua e compasso.</i></p> <p>AP4: <i>Uhum</i> (assentindo por todos).</p>	<p>A mediadora vai articulando a abertura do horizonte para se fazer geometria e a participante ratifica sua fala como que dizendo “vamos fazer geometria”.</p> <p>A mediadora clama pela participação de todos e os risos ocorridos mostram o aceite ao convite.</p>	<p>Os sujeitos respondem à abertura para a Geometria e vão se acomodando em suas posturas. (I2.1-1)</p>

	A cena se fecha com todos se colocando em expectativa de realizar as tarefas que se encaminharam.	
Cena 2.2		
INTERAÇÃO	INTERPRETAÇÃO	IDEIAS
MEDIADORA (que passou a expor oralmente em tom de monólogo): <i>Bom, quando a gente, é... melhor, quando os matemáticos começaram a utilizar dessas ferramentas, régua e compasso, não existia na régua nenhum tipo de medida. Então, eles construíam figuras geométricas, resolviam problemas de geometria, usando somente esses dois instrumentos e conseguiam provar resultados matemáticos. Como a gente tá construindo um jogo e esse jogo tem limitação de tamanho, por exemplo, a peça não pode ser maior que a casinha do tabuleiro, então a gente vai utilizar de medidas, também, para poder construir essas pecinhas.</i> (os participantes acompanham o relato atentamente mostrando compreender sua pertinência)	A mediadora faz uma exposição que achou pertinente fazer e os participantes escutam atenta e educadamente, mas não se manifestam.	Ambiente ainda se constituindo nas aberturas de horizontes geométricos. (I2.2-1)
Cena 2.3		
INTERAÇÃO	INTERPRETAÇÃO	IDEIAS
MEDIADORA: <i>Ok! Primeira coisa... (em tom baixo) eu vou pegar a régua aqui... Eu vou perguntar uma coisa para vocês: em relação ao quadrado, o que é que a gente consegue dizer sobre a figura geométrica “quadrado”?</i> {Fala simultânea} AP4: <i>Que todos os lados...</i> AP1: <i>Que todos os lados têm...</i> AP1: (Em tom confiante) <i>Todos os lados têm a mesma medida!</i> MEDIADORA: <i>Todos os lados têm a mesma medida e mais o quê?</i> AP1: (Após suspiro) <i>Formado por linhas que não se cruzam.</i> AP2: <i>Hã? Mas...?</i> MEDIADORA: <i>Acabam se cruzando, né?</i> AP2: <i>É... acabam...</i> MEDIADORA: <i>Nos vert...</i> AP1: <i>Ah, é!</i> MEDIADORA: <i>Nas... Nos vértices. Mais o quê?</i> AP1: <i>Nos vértices...</i> AP2: <i>E... não... esquece! Eu ia falar uma coisa sem lógica.</i> MEDIADORA: <i>Pode ficar à vontade, AP2...</i> AP2: <i>Não... é... todos os ângulos têm 90... graus.</i> MEDIADORA: <i>Perfeito!</i> AP1: (Em tom confiante) <i>Eu acho que é 90.</i> MEDIADORA: <i>É isso mesmo!</i> AP1: (Confirmando) <i>É.</i>	A mediadora se preocupa em encaminhar o início da construção de uma forma questionadora que permite abertura de discussão. Participante responde com confiança, atendendo um dos objetivos da pergunta ao perceber que outro aluno participante havia tido raciocínio similar. Ao dizer que o quadrado é formado por linhas que não se cruzam, subentende-se que a participante estava se referindo aos pares de lados paralelos. A participante mostra ter referência em relação a alguma propriedade do quadrado, mas titubeia em que seu pensamento seja coerente. Ao ser encorajada pela mediadora, respondeu, com hesitação, sobre os ângulos do quadrado de forma correta. A participante se põe confiante sobre a afirmação da colega.	Ambiente permite apropriação e expressão de conhecimento geométrico teórico. (I2.3-1) Os diálogos marcam a característica do espaço de produção do conhecimento. (I2.3-2) Tentativa de expressar o (um) pensamento abstrato que é requerido quando se pensa em linhas (não) se cruzando. (I2.3-3) Conhecimento geométrico escolar é revisitado. (I2.3-4) O ambiente é fundo que permite meneios intelectuais para a praticante construir dialogando. (I2.3-5) Os diálogos seguem oportunizando a construção coletiva do conhecimento. (I2.3-6)
Cena 2.4		
INTERAÇÃO	INTERPRETAÇÃO	IDEIAS

<p>MEDIADORA: <i>Os quatro ângulos do quadrado têm a mesma medida, de 90 graus, como a AP2 observou. Então, primeira coisa, nosso tabuleiro de xadrez vai ter a medida de 28 centímetros por 28 centímetros. Como é um tabuleiro de xadrez, são 64 quadradinhos no tabuleiro. (Mostrando o tabuleiro já confeccionado) Esse aqui é um pouquinho maior, tem uma dimensão maior. Então, eu tenho que ter... como que eu posso fazer para construir e colocar dentro de um quadrado, de 28 por 28, 64 quadradinhos?</i></p> <p>AP2: <i>Hum?!</i> (silêncio)</p> <p>AP1: <i>(Dirigindo-se à AP2, cochichando) Acho que eu buguei...</i></p> <p>AP 2: <i>(Respondendo à AP1) É, eu também buguei (risos)... Como assim? É... fazer um... é... isso...</i></p> <p>MEDIADORA: <i>Se você pensar no lado do quadrado grande e se você tem que colocar 8 quadradinhos, como que você vai saber o tamanho desses quadradinhos?</i> (silêncio)</p> <p>AP1: <i>(suspiro)</i> (cochichos)</p> <p>MEDIADORA: <i>O lado do quadrado tem 28 centímetros e eu preciso construir, na lateral, 8 quadradinhos, certo?</i></p> <p>AP2: <i>Aham!</i></p> <p>MEDIADORA: <i>Para se caber 64 no tabuleiro eu não tenho que ter 8 por 8?</i></p> <p>AP2: <i>Uhum!</i></p> <p>AP1: <i>Uhum!</i></p> <p>MEDIADORA: <i>Não é?</i></p> <p>AP2: <i>Ah, entendi!</i></p> <p>AP4: <i>(cochicho) Multiplicar!</i></p> <p>AP2: <i>Dividir?</i></p> <p>MEDIADORA: <i>Dividir! Dividir quem por quem?</i></p> <p>AP2: <i>É... é... 20cm que você falou?</i></p> <p>MEDIADORA: <i>28!</i></p> <p>AP2: <i>Isso! 28... Por...</i></p> <p>AP1: <i>8... Por 8!</i></p> <p>MEDIADORA: <i>Por 8! Perfeito! Então qual vai ser a medida do lado dos quadradinhos? (mostrando os materiais sobre a bancada) Podem usar... tem lápis, papel...</i> (silêncio)</p> <p>AP2: <i>É 28 por 8?</i></p> <p>MEDIADORA: <i>28 por 8!</i> (silêncio enquanto faziam a conta) (cochichos)</p>	<p>Falta de entendimento sobre a questão colocada.</p> <p>Interação entre os participantes.</p> <p>Tentativa de responder à pergunta.</p> <p>Palpite correto dando forma ao raciocínio.</p> <p>Dúvida sobre os dados da questão.</p> <p>Palpite correto dando continuidade ao raciocínio.</p> <p>Palpite correto finalizando o raciocínio e prosseguindo para os cálculos.</p>	<p>Diálogos mostram o fluxo de constituição do conhecimento se iniciando, com participantes se presenciando com informalidade de linguagem. (I2.4-1)</p> <p>Conhecimento matemático escolar é revisitado e apropriado. (I2.4 - 2)</p>
Cena 2.5		
INTERAÇÃO	INTERPRETAÇÃO	IDEIAS
<p>AP1: <i>Acho que eu tô errando, não sei...</i></p> <p>MEDIADORA: <i>Tá certo, AP1! Continue.</i> (Silêncio)</p> <p>MEDIADORA: <i>(Dirigindo-se à AP3) AP3, não quer... vai querer arriscar?</i></p> <p>AP1: <i>3,5!</i></p> <p>AP2: <i>3,05! 0,5...?</i></p> <p>AP1: <i>3,5!</i></p> <p>MEDIADORA: <i>3,5.</i></p>	<p>Dúvida quanto ao algoritmo da divisão quando o quociente é um número decimal.</p> <p>Confronto de resultados causando dúvida na participante.</p> <p>Interação entre os participantes quando há a tentativa de explicar</p>	<p>Conhecimento matemático escolar é revisitado,</p>

<p>AP2: Ah, tá! 3,5! É porque coloquei a vírgula errado...</p> <p>AP1: É porque... 40 por 8...</p> <p>MEDIADORA: É só a vírgula...</p> <p>AP2: É só a vírgula, eu confundi.</p> <p>AP1: Só a vírgula!</p> <p>AP2: Era o 0 embaixo...</p> <p>AP1: Oh, gente! Eu acho... Eu achei que não era pra ser número com vírgula, mas foi...</p> <p>MEDIADORA: Não, pode ser! Não tem nenhum problema! Não tenham medo do número com vírgula... (risos)</p>	<p>ao colega um raciocínio por aproximação.</p> <p>Surpresa ao concluir que o resultado se trata de um número decimal quando se esperava obter um número inteiro.</p> <p>Momento de descontração entre a mediadora e os participantes.</p>	<p>apropriando-se em sua linguagem. (I2.5 - 1)</p>
Cena 2.6		
INTERAÇÃO	INTERPRETAÇÃO	IDEIAS
<p>MEDIADORA: Então, ok! Agora a gente vai começar a construir o nosso tabuleiro. A gente tem essa folha em branco, vocês vão recortar um quadrado de 28 centímetros por 28 centímetros.</p> <p>AP2: Quem sabe cortar direito? {Fala simultânea}</p> <p>AP1: Eu corto tudo torto.</p> <p>MEDIADORA: Agora, a primeira coisa...</p> <p>MEDIADORA: Como que a gente vai garantir que isso é um quadrado de ângulos 90 graus?</p> <p>AP1: Todos os lados têm que ter a mesma... largura.</p> <p>MEDIADORA: Sim! Mas isso pode acontecer e os ângulos não serem 90, assim como em um paralelogramo.</p> <p>AP1: Ih...</p> <p>AP2: Paralelogramo é... Aquele que é assim? Como que é? (Desenha uma representação de um paralelogramo na folha de papel) Tá... tá... assim...</p> <p>AP1: Uhum!</p> <p>MEDIADORA: É possível esses quatro lados serem iguais, mas o ângulo não ser de 90 graus.</p> <p>AP2: É, o ângulo não é de 90 graus.</p> <p>MEDIADORA: Como que a gente vai com... é... garantir que esse ângulo vai ser 90? Utilizando o esquadro! (Enquanto mostra a ferramenta)</p> <p>AP2: Ah, sim!</p> <p>MEDIADORA: (Apontando para o ângulo reto do esquadro) Tá vendo esse... esse ângulo aqui? É de quanto?</p> <p>AP2: Ele é de 90 graus!</p> <p>MEDIADORA: 90 graus! Então esse esquadro vai dar sustentabilidade pra gente apoiar a régua e garantir que o ângulo entre dois... duas linhas... será de 90 graus.</p>	<p>Torto, como uma alusão à certeza de linhas paralelas</p> <p>A participante conclui que para se obter um quadrado, respeitando a medida de 90 graus de cada ângulo, basta que os lados tenham a mesma medida.</p> <p>A mediadora mostra, com o exemplo do paralelogramo, que ter a mesma medida em todos os quatro lados não garante que a figura seja um quadrado.</p> <p>A participante tem dúvidas sobre a forma geométrica paralelogramo e desenha uma representação para confirmar o que pensa.</p> <p>Após intervenção da mediadora, a participante conclui que é possível uma figura geométrica ter quatro lados iguais e seus ângulos não serem de 90 graus.</p> <p>Ao ver o esquadro, a participante nota seu ângulo de 90 graus.</p>	<p>Vocabulário alternativo dando valor ao trabalho matemático. (I2.6 - 1)</p> <p>Apropriação de conhecimento geométrico teórico nas ações dialogadas, com questionamentos por critérios de sua validação (I2.6 - 2)</p> <p>Corpo e movimento em expressividade geométrica. (I2.6 - 3)</p> <p>Compreensão do conhecimento geométrico por meio de gabarito aludido. (I2.6 - 4)</p>
Cena 2.7		
INTERAÇÃO	INTERPRETAÇÃO	IDEIAS
<p>MEDIADORA: Agora eu vou... é... colocar aqui na lousa e vocês acompanham fazendo no papel, tá?</p> <p>AP2: Uhum!</p> <p>MEDIADORA: Usa primeiro a folha... {Fala simultânea}</p> <p>AP2: Aham! A folhinha pequena.</p>	<p>A mediadora sugere aos participantes que usem papel ofício, como rascunho, para que, após saberem todo o processo, realize-a no papel cartão, o definitivo.</p>	<p>A adesão de todos é inconteste, na compreensão geral de empreender tarefa em grupo (I2.7 - 1)</p>

<p>MEDIADORA: ...depois a gente leva pro papel cartão. AP1: Vamos fazer na folha do AP4 porque a do AP4 tá vazia. (Cochichos) AP1: Caraca, vei! 28... a folha não dá 28. (Dirigindo-se à mediadora) A folha não tem 28 [centímetros]! MEDIADORA: Ah, não precisa ser 28 aí, tá? AP1: Ah, tá! MEDIADORA: Porque ela é menor. 28 a gente vai garantir só lá na... no papel cartão. AP1: (Referindo-se ao compasso para lousas) Que legal... o “bagui” (bagulho)! AP4: (Comentário fora do contexto) Já entendi... AP1: Parece um compasso, só que é de caneta... AP2: (Espantada) “BAGUI”?... MEDIADORA: É um compasso! AP1: Era um compasso... é, “bagui”!</p>	<p>A participante entende que o rascunho deve ser feito na escala original (28cm) e confronta-se com a limitação do papel, que possui medidas menores.</p> <p>A mediadora esclarece o papel do rascunho na construção definitiva.</p> <p>A participante se mostra admirada ao ver o compasso para lousas e, não sabendo como nomear, refere-se a ele como “bagui” querendo dizer um bagulho (uma coisa, um objeto).</p>	<p>O grupo segue reconhecendo o material, as características dele têm de ser apropriadas pelos participantes, envolvendo trabalhar com elementos gráficos matemáticos. (I2.7 - 2)</p> <p>O micromundo vai se fazendo com seus apetrechos. (I2.7 - 3)</p>
Cena 2.8		
INTERAÇÃO	INTERPRETAÇÃO	IDEIAS
<p>MEDIADORA: Olha só! Eu não tenho uma régua reta aqui (se referindo à régua tradicional), como vocês têm essa grande. Mas, é... vocês podem usar dois esquadros e eu vou usar um esquadro, que tem um ângulo de 90, e vou o usar o transferidor só pra apoiar a parte reta da... do transferidor, ok? AP1: Uhum! AP2: Uhum! MEDIADORA: Então vocês vão acompanhar comigo aqui... AP1: (cochichando) Não entendi. (risos) MEDIADORA: Façam um traço... (risos) MEDIADORA: ...apoiado na régua... na folha de vocês. AP1: (Dirigindo-se à AP2): Duvida como eu vou usar [fala não identificada]? AP4: Em qualquer lugar? {Fala simultânea} AP1: Na folha! MEDIADORA: De preferência na horizontal... MEDIADORA: Que eu acho mais tranquilo de fazer. AP1: Horizontal deitado, né? AP4: Mas... MEDIADORA: Ah... mas pode ser vertical... AP2: Qualquer medida, né? AP1: Qualquer medida. MEDIADORA: Qualquer medida. Só pra gente aprender como fazer o quadrado, tá? (barulho estridente da caneta riscando a lousa) AP2: (Contorcendo-se) Ai, que nervoso! AP1: Quer usar esse? MEDIADORA: Só vai ser um pouco difícil... AP1: (Apontando para um lápis em cima da bancada) Ali tem um lápis ali, AP2. (Cochichos) (Enquanto faziam o traço, cochichavam entre si) AP4: Como é que é? Até 30...? AP1: Eu fiz do 2 até o 24. AP2: Ai... eu tenho muito nervoso do quadro riscando.</p>	<p>A mediadora esclarece que, por não ter disponível uma régua para lousas, usaria a base do transferidor como apoio para o esquadro.</p> <p>Os participantes assentem.</p> <p>A mediadora recomenda que os participantes acompanhem sua construção da lousa, reproduzindo em suas folhas.</p> <p>O participante procura esclarecer onde deveria realizar sua construção.</p> <p>Em resposta, a colega responde prontamente “na folha” enquanto a mediadora sugere a folha na horizontal, mas logo esclarece que poderia ser feito na vertical, pois a posição não interfere.</p> <p>A mediadora inicialmente corresponde ao hábito de estabelecer modos, mas rapidamente se dá conta que o sujeito está livre para tomar essa decisão, sem interferir no resultado da construção.</p>	<p>O participante procura orientação como quem está habituado a seguir o que, o quando e o onde. (I2.8 - 1)</p> <p>A participante mostra necessidade da confirmação ao estar autônoma para arbitrar uma medida. (I2.8 - 2)</p> <p>Emoções e características pessoais são trazidas para o processo elaborativo. (I2.8 - 3)</p>

<p>AP1: <i>Eu fiz torto ainda, olha...</i> AP4: <i>Ficou bom?... Ficou ruim?</i> (Cochichos) MEDIADORA: <i>Foi?</i> AP2: <i>Foi.</i> AP1: <i>Foi.</i> AP4: <i>Eu acho que foi...</i></p>	<p>A participante, interagindo com outra, confirma se poderia escolher uma medida, obtendo validação tanto da colega quanto da mediadora.</p>	
Cena 2.9		
INTERAÇÃO	INTERPRETAÇÃO	IDEIAS
<p>MEDIADORA: (Enquanto posiciona o esquadro na lousa) <i>Agora vocês vão apoiar o esquadro nessa posição, sendo que, a parte superior vai ter que estar alinhada com a linha que vocês desenharam no... na folha de vocês.</i> AP1: (Dirigindo-se à mediadora) <i>Como assim?</i> (Dirigindo-se à AP2) <i>Voei, AP2!</i> AP2: (Em resposta) <i>Eu também vo... pera!</i> AP1: <i>Eu vo-ei!</i> (Cochichos) MEDIADORA: <i>Foi?</i> {Fala simultânea} AP2: <i>É... assim?</i> AP1: <i>Foi... eu acho...</i> AP1: <i>Assim?</i> MEDIADORA: <i>Sim!</i> AP1: <i>É!</i> MEDIADORA: <i>O importante é que o ângulo de 90 graus apareça, tanto do lado direito quanto do esquerdo, tanto faz... A questão é a seguinte: vocês vão apoiar o esquadro e a régua você apoia no ângulo de 90 graus.</i> (cochichos) MEDIADORA: (Enquanto usa um transferidor para apoiar o esquadro) <i>Esquece essa parte do transferidor, tá? Pensa só na régua.</i> (cochichos) MEDIADORA: (Percebendo que a construção na lousa estava distante) <i>Eu acho que vai ser melhor construir com vocês aí no papel.</i> AP1: (Dirigindo-se aos colegas) <i>Eu acho que vai ser aqui, vei.</i> MEDIADORA: (Cochichando) <i>Esse instrumento gigante aqui...</i> (diálogo entre o grupo) AP1: (Dirigindo-se à AP2) <i>Quer usar aqui, AP2?</i> AP2: <i>Hã?</i> AP4: (Indicando sua construção no papel) <i>Assim, ó?!</i> AP1: (Indicando sua construção no papel) <i>Eu acho que é assim, ó!</i> AP4: <i>Eu fiz assim. Usa assim...</i> AP1: <i>Eu acho que é assim!</i> AP4: <i>Tem que fazer reto também?</i> AP1: <i>Tem que descer o negócio! Meu quadrado vai ser esse tamanho aqui, ó!</i> AP4: <i>Tá bom?</i> MEDIADORA: <i>Precisa ser grande não, tá, gente?!</i> AP1: <i>O tamanho que ficou...</i> AP2: <i>Aí quando vai ver o tamanho...</i></p>	<p>A mediadora mostra como se deve posicionar o esquadro para seguir com o próximo passo da construção.</p> <p>As participantes demonstram não entender a instrução da mediadora.</p> <p>Após realizarem o traçado, confirmam com a mediadora e obtêm validação.</p> <p>A mediadora esclarece que o esquadro deve ser apoiado, alinhado com o traçado, de forma que seja possível riscar uma nova linha, cuja posição se encontra a 90° da primeira.</p> <p>A mediadora questiona se não havia material extra para construção disponível e a participante nega. Logo a mediadora se prontifica a disponibilizá-lo.</p> <p>A mediadora percebe que construir na lousa, diante de apenas quatro participantes, estava sendo desnecessário. Logo, sentou-se junto a eles, à bancada do laboratório, e realizou os procedimentos no papel.</p> <p>Os participantes interagem a fim de compartilharem seus modos de construção.</p> <p>Percebendo que os participantes estavam construindo seus quadrados com dimensões exageradas, a mediadora intervém.</p>	<p>Desorientação legítima do confronto com a novidade do material e do modo de se fazer Geometria. (I2.9 - 1)</p> <p>Necessidade de aprovação do sujeito que ocupa o lugar de quem orienta. (I2.9 - 2)</p> <p>O geométrico se amplia para o conhecimento gráfico (I2.9 - 3)</p> <p>Imprevisibilidade natural do ambiente laboratório. (I2.9 - 4)</p> <p>A mediadora se mostra sensível ao cenário e aproxima-se aos sujeitos. Põe-se junto. (I2.9 - 5)</p> <p>Os diálogos marcam a característica do espaço de produção do conhecimento. (I2.9 - 6)</p> <p>Os participantes se movem para criar um espaço de realização do geométrico, com linguagem informal significativa. (I2.9 - 7)</p>

<p>AP1: (Falando em tom de risada) <i>Ó o tamanho da folha... meu quadrado deu aqui, ó!</i></p> <p>AP4: (Após cochicho não identificado) <i>Errado... tá torto, ainda.</i></p> <p>MEDIADORA: (Dirigindo-se à AP2 enquanto entrega a régua) <i>Aqui!</i></p> <p>AP4: (Cochichando para AP1) <i>Tô entendendo não...</i></p> <p>MEDIADORA: <i>Vou assentar do lado de vocês porque eu acho que vai ficar mais fácil de vocês entenderem o que que eu tô fazendo... Vou usar um trans... um... um esquadro como régua, tá?! Só pra apoio...</i></p> <p>AP1: (Dirigindo-se ao AP4 e mostrando o compasso) <i>Eu acho que não sei usar isso aqui... Eu nunca soube usar isso aqui.</i></p> <p>AP4: (Em resposta) <i>É só segurar...</i></p> <p>AP2: (Dirigindo-se à AP1) <i>Olha que fofo, AP1! Olha que fofo!</i></p> <p>AP1: (Em resposta, com tom de risada) <i>Eu não sei fazer um círculo.</i></p> <p>MEDIADORA: <i>Ó, vou fazer o traçado, voltando o passo lá do quadro, ok? Depois eu apoio o transferidor (referindo-se ao esquadro) na linha que tem o traçado e uso a régua, vocês têm a régua normal, apoiando na parte do ângulo de 90 graus.</i></p> <p>AP2: <i>Aí risca...</i></p> <p>MEDIADORA: <i>Isso! Agora eu tiro o esquadro e risco. Eu garanto que esse ângulo aqui (indicando o ângulo construído) é de 90 graus.</i></p> <p>AP4: <i>Eu fiz aqui... [fala não identificada]</i></p> <p>MEDIADORA: <i>Sempre traçando apoiando no esquadro, tá?</i> (Silêncio)</p> <p>MEDIADORA: <i>Mesma coisa...</i></p> <p>AP1: (Dirigindo-se ao AP4) <i>Pra mim é um triângulo isso aí...</i></p> <p>MEDIADORA: <i>Ó, agora vocês têm um L com ângulo de 90 graus, certo?</i></p> <p>AP1: <i>Uhum!</i></p> <p>AP4: (Dirigindo-se à mediadora e indicando sua construção) <i>Um U ou um L?</i></p> <p>MEDIADORA: <i>Só porque você já riscou a mais...</i></p> <p>AP4: (Gargalhadas)</p> <p>MEDIADORA: <i>...mas é que a gente precisa de uma medida. Agora entra o compasso...</i></p> <p>AP1: <i>Ai, meu Deus do céu! (Suspira)</i></p>	<p>A mediadora não tinha disponível uma régua também para a construção no papel, logo utilizou outro esquadro, assim como fez com o transferidor, e esclareceu aos participantes essa decisão.</p> <p>A participante manifesta não ter conseguido manusear um compasso em experiências anteriores. Seu colega, reagindo à sua fala, mostra como fazê-lo. Uma terceira participante exibe à primeira, orgulhosa, seu círculo desenhado no papel e o caracteriza como “fofo”.</p> <p>A mediadora retoma o passo feito na lousa e prossegue a construção.</p> <p>A participante interage com a mediadora em sua construção mostrando estar compreendendo o movimento.</p> <p>AP1 traz sua experiência de triângulo para ajudar sua compreensão</p> <p>Para o participante a fala da mediadora se confronta com o que encontra em sua folha. Ela descreve obter um “L” (a representação de um ângulo de 90 graus), enquanto ele observa ter obtido um “U” (a representação de duas paralelas cortadas por uma transversal em 90 graus).</p> <p>Percebendo o conflito, a mediadora esclarece que a diferença se deu pelo traçado a mais que o participante havia feito.</p> <p>Dando-se conta do ocorrido, o participante gargalha.</p> <p>A mediadora explica que para traçar pela terceira vez era preciso determinar a medida do lado do quadrado que desejavam construir. Para isso, utilizariam o compasso.</p>	<p>Imprevisibilidade natural do ambiente laboratório. (I2.9 - 8)</p> <p>Os diálogos e interações marcam a característica do espaço de produção do conhecimento. (I2.9 - 9)</p> <p>Os objetos matemáticos vão ficando familiares. (I2.9 - 10)</p> <p>A participante se coloca como quem está acompanhando, envolvida, produzindo. (I2.9 - 11)</p> <p>Alusões linguísticas permitem diálogo geométrico. (I2.9 - 12)</p> <p>Sinais de descontração e leveza. (I2.9 - 13)</p>
---	---	---

	A participante 1 reage à fala da mediadora demonstrando nervosismo.	A participante dá indícios que teme utilizar compassos. (I2.9 - 14)
Cena 2.10		
INTERAÇÃO	INTERPRETAÇÃO	IDEIAS
<p>MEDIADORA: <i>Se você quer, por exemplo, um... um quadrado de lado 5 centímetros, você marca o compasso lá na régua. Marca a abertura de 5 centímetros.</i></p> <p>AP1: (Dirigindo-se ao AP4) <i>Do 0 ao 5, [fala não identificada], só vai do 1 ao 4.</i></p> <p>MEDIADORA: <i>Do 0 ao 5, do 2 ao 7... contanto que a distância seja 5 centímetros.</i></p> <p>AP1: <i>Eu acho que foi...</i></p> <p>AP2: (Dirigindo-se à AP1) <i>É de qual lado que é pra botar isso?</i></p> <p>AP1: <i>O QUÊ?!</i></p> <p>MEDIADORA: <i>Calma aí! Vamos abrir primeiro o compasso...</i></p> <p>AP1: (Dirigindo-se à AP2) <i>Só confere aí se tem 5 centímetros.</i></p> <p>MEDIADORA: <i>...em 5 centímetros.</i></p> <p>AP1: (Dirigindo-se à AP2) <i>O meu tá com 5.</i></p> <p>AP4: <i>Nossa! O da AP2 tá perfeito!</i></p> <p>MEDIADORA: <i>Meu compasso tá com a ponta ruim. (Dirigindo-se à AP3) Entendeu, AP3?</i></p> <p>AP3: (Em resposta) <i>Não.</i></p> <p>MEDIADORA: (Enquanto refaz a construção mostrando para AP3 e a AP3 reproduz em sua folha) <i>Apoia na régua a abertura de 5 centímetros. (Referindo-se à força que AP3 coloca sobre o compasso) Cuidado, tá?! Senão ele quebra! Assim, ó! Apoiando na folha, ó!</i></p> <p>MEDIADORA: (Enquanto mede a abertura do compasso) <i>Se eu tô no 12, tenho que ir até qual?</i></p> <p>AP3: <i>17!</i></p> <p>MEDIADORA: <i>17. Fez a medida, essa é a... 5 centímetros, tá?</i></p> <p>AP3: <i>Uhum!</i></p> <p>MEDIADORA: <i>Todo mundo com a abertura de 5 centímetros?</i></p> <p>AP1: <i>Sim!</i></p> <p>AP2: <i>Uhum!</i></p> <p>MEDIADORA: <i>Agora a gente apoia a ponta seca, que é esse... essa parte de ferro...</i></p> <p>AP1: <i>Que fura...</i></p> <p>MEDIADORA: <i>Isso, fura. Cuidado! (Continuando a fala anterior) ...no cruzamento das duas linhas.</i></p> <p>AP2: <i>Uhum!</i></p> <p>MEDIADORA: <i>Você vai riscar, é, delicadamente uma linha com a parte de grafite e a outra linha também com a parte de grafite.</i></p> <p>AP4: <i>Pera aí, pera aí... É poder ir até onde aqui?</i></p> <p>MEDIADORA: <i>São 5 centímetros, a abertura.</i></p> <p>AP4: <i>Tá, tá...</i></p> <p>AP1: <i>A minha ficou meio torto, mas foi...</i></p> <p>MEDIADORA: <i>É só deli... é... delicadamente, tá, gente?!</i></p> <p>AP1: (Em tom de risada) <i>"Delicadamente". Eu fiz um risco desse tamanho. (Dirigindo-se à AP2) Foi fraco...</i></p>	<p>A mediadora explica que a função do compasso é delimitar o lado do quadrado a ser construído.</p> <p>A mediadora esclarece que não importam as referências utilizadas na régua e sim que a abertura seja 5 centímetros.</p> <p>A mediadora reinicia a construção em particular com essa participante.</p> <p>A mediadora prossegue. O uso do material vai sendo compreendido em suas implicações.</p> <p>Após a mediadora sugerir que o traçado fosse feito de forma delicada, a participante debocha</p>	<p>Os participantes ouvem as orientações e em seguida já são ativos nelas. (I2.10 - 1)</p> <p>A mediadora se mostra sensível às necessidades de uma participante. (I2.10 - 2)</p> <p>Participantes acolhem o uso do material. (I2.10 - 3)</p> <p>Ambiente descontraído e focado nas tarefas. (I2.10 - 4)</p> <p>Sinais de descontração e leveza. (I2.10 - 5)</p>

<p>AP2: <i>É, o meu ficou muito fraquinho, mas ficou...</i> MEDIADORA: <i>Então tá ótimo!</i> [falas simultâneas não identificadas] AP3: <i>Assim?</i> MEDIADORA: <i>Não... não precisava cruzar, mas ok! Era só você fazer uma marcação, AP3! (Indicando no papel) Faz uma marcação aqui e outra aqui, ó.</i> AP3: <i>Tem borracha?</i> MEDIADORA: (Entrega a borracha) (cochichos) MEDIADORA: <i>Apoie no cruzamento das linhas, faço uma marcação numa linha, faço uma marcação na outra.</i> (cochichos) MEDIADORA: <i>Ok? Agora a gente volta pra régua e pro esquadro, pra terminar de construir os outros lados.</i></p>	<p>do próprio risco, insinuando que ele era demasiadamente grande, sendo indelicado.</p> <p>A participante, ao fazer a marcação nos traços, esboça um arco indo de um lado ao outro e a mediadora intervém dizendo ser desnecessário, pois era preciso apenas definir um ponto em cada lado.</p>	<p>Compreensão dos valores gráficos, a partir do material. (I2.10 - 6)</p> <p>Desorientação legítima diante da novidade do modo de se fazer Geometria. (I2.10 - 7)</p>
Cena 2.11		
INTERAÇÃO	INTERPRETAÇÃO	IDEIAS
<p>AP2: <i>Gente, eu não sabia pra quê que isso daqui existia e agora eu tô aprendendo!</i> (Risos) AP1: <i>Eu sabia... direto o antig... minha escola pedia. Eu nunca usei.</i> MEDIADORA: <i>Vou apoiar de novo nessa linha, só que encontrando a pontinha lá na marcação que eu fiz com o compasso.</i> AP1: (Cochichando com fala arrastada) <i>Qual linha?!</i> AP3: <i>Como é que é?</i> MEDIADORA: <i>Tá ruim de enxergar? Vocês preferem no quadro ou aqui?</i> {fala simultânea} AP2: <i>Oi? Ah! Aqui tá bom!</i> AP1: <i>Aqui tá bom!</i> AP4: <i>Assim tá melhor!</i> AP2: <i>Assim mesmo, tipo... Ah, tá! Acho que entendi...</i> MEDIADORA: <i>Esse é o encontro das minhas retas e aqui tá a marcação que eu fiz com o compasso. Eu vou e coloco a... o esquadro alinhado com essa linha que eu fiz do quadrado com a pontinha do esquadro lá na marcação que eu fiz com o compasso, certo?</i> AP2: <i>Certo!</i> MEDIADORA: <i>Agora eu vou pegar a régua...</i> AP1: <i>Uhum...</i> MEDIADORA: <i>Vocês têm a régua, eu não tenho aqui. (Continuando a fala anterior) ...e vou apoiar de novo no outro lado do esquadro.</i> AP1: <i>E fazer o risco...</i> MEDIADORA: <i>Apoio! Isso! Agora eu tiro o esquadro e faço o traçado.</i> AP1: <i>Eu fiz o risco com o esquadro, porque eu usei o lado reto dele.</i> AP3: <i>E o quê? E fazer o quê?</i> AP1: <i>Ah, não! Tá torto!</i> (Risos) MEDIADORA: <i>Apoie a régua, agora você faz o traçado... (Dirigindo-se à AP3) Sem mexer a mão, tá, AP3?!</i> AP1: <i>Eu acho que o meu foi...</i> AP3: <i>Ih, vou ter que fazer de novo!</i> AP1: <i>Acho que o meu foi, não foi, Mediadora? Fiz com o esquadro não...</i></p>	<p>A participante demonstra não ter conhecimento sobre a função do compasso e mostra-se satisfeita por estar tendo a oportunidade de aprender a usar e a manusear.</p> <p>Enquanto isso, outra participante diz saber sua função, mas nunca ter utilizado, mesmo sendo pedida por outra escola a aquisição do material.</p> <p>Após os participantes demonstrarem incompreensão sobre a instrução dada, a mediadora mostra preocupação em atendê-los, mas ouve que a forma que estava era a melhor e prossegue, reexplicando.</p> <p>Participantes demonstram compreensão.</p> <p>Os participantes demonstram descontração com suas construções.</p>	<p>Atribuição de valor epistemológico para o material. (I2.11 - 1)</p> <p>Afirmção dos ganhos, em conhecimento, que a atividade está proporcionando aos participantes. (I2.11 - 2)</p> <p>Crítica às exigências de materiais feitas por outras instituições, visto que não os utilizam. (I2.11 - 3)</p> <p>Participantes mostram que dão valor epistemológico às construções. (I2.11 - 4)</p> <p>Participantes já oferecem modos de usar material. (I2.11 - 5)</p> <p>Sinais de descontração e leveza. (I2.11 - 6)</p> <p>Linguagem fomentando fluidez. (I2.11 - 7)</p>

<p>AP4: <i>Como é que faz isso?</i> AP2: <i>Nossa! Tá um quadradinho de todo mundo pequenininho e tá... (risos) aqui o meu quadrado gigante.</i> MEDIADORA: <i>Foi, AP3?</i> AP2: <i>O meu ia ocupar a folha inteira!</i> (Cochichos) (A mediadora ensina à AP3, separadamente, como fazer a construção e manusear os instrumentos. Enquanto isso, os demais conversam assuntos paralelos.)</p>	<p>A mediadora percebe que um participante tem dificuldade em se comunicar quando a fala se direciona ao grupo todo.</p>	
Cena 2.12		
INTERAÇÃO	INTERPRETAÇÃO	IDEIAS
<p>MEDIADORA: (Retomando) <i>Vou pegar de novo o compasso, que tá com a marcação de 5 centímetros, e faço a mesma coisa, o mesmo processo: coloco a ponta seca lá no cruzamento das duas linhas e faço a marcação delicada no outro lado do quadrado.</i> (Dirigindo-se ao AP4) <i>Mas bem no cruzamento mesmo...</i> AP4: <i>Assim?</i> AP1: <i>A ponta seca...</i> AP2: <i>Ficou lindo!</i> AP1: (Dirigindo-se à mediadora) <i>No cruzamento de qual lado?</i> MEDIADORA: (Dirigindo-se ao AP4) <i>Você tá forçando...</i> AP4: <i>Assim?</i> MEDIADORA: <i>Isso!</i> AP2: <i>Eita! Calma! Pera!</i> AP1: <i>O meu não tá indo não...</i> MEDIADORA: (Dirigindo-se à AP1) <i>Agora é aqui, ó...</i> AP4: (Em resposta) <i>É 5 centímetros!</i> AP1: (Ironicamente) <i>E isso aqui tem quanto? 2?</i> AP4: (Debochando) <i>Deve ter, olha aí...</i> AP1: (Medindo a abertura) <i>0 a...</i> MEDIADORA: (Dirigindo-se à AP3) <i>Risca aqui!</i> (AP3 faz a marcação após modificar a abertura de 5cm) <i>Só que agora já saiu a marcação... tem que ser 5 centímetros. Mede na régua, AP3, a abertura do compasso...</i> AP2: <i>Ai, o meu vai dar errado... por alguma coisa o meu tá dando no meio...</i> AP1: <i>Aham! O meu também tá dando no meio... aqui, ó...</i> MEDIADORA: (Dirigindo-se à AP2) <i>Oi?!</i> AP2: <i>O meu tá dando aqui no meio.</i> MEDIADORA: <i>Não, mas... você já riscou aqui...</i> AP2: <i>Ah, tá! Ahhh!</i> AP1: <i>É, tô viajando!</i> MEDIADORA: <i>Agora apoia aqui também e risca aqui.</i> {fala simultânea} AP2: <i>Ah, sim! Eu entendi agora!</i> AP1: <i>O meu risco tá dando aqui, ó...</i> {fala simultânea} AP4: <i>Entendeu?</i> MEDIADORA: <i>Tem que ter dois risquinhos.</i> AP1: <i>Meu risco tá dando aqui, ó...</i></p>	<p>A mediadora retoma os passos já instruídos com o objetivo de também esclarecer pontos que não ficaram claros.</p> <p>A mediadora mostra preocupação com o manuseio correto e delicado que o compasso exige.</p> <p>Participantes demonstram conflito com o que percebem da construção executada.</p> <p>Os participantes interagem com brincadeiras, mas demonstram estar compreendendo a ponto de sugerir critérios de validação</p> <p>A mediadora atende separadamente a participante 3.</p> <p>A participante demonstra obter divergência na construção. A participante se mostra na mesma situação da colega.</p> <p>A mediadora percebe que a participante utiliza o mesmo vértice para fazer as duas marcações, enquanto deveria utilizar um vértice pra cada delimitação dos lados.</p>	<p>O trabalho com o material permite construções em que todos dialogam suas compreensões. (I2.12 - 1)</p> <p>O manuseio correto dos instrumentos é preocupação. (I2.12 - 2)</p> <p>Os diálogos e interações marcam a característica do espaço de produção do conhecimento. (I2.12 - 3)</p> <p>Diálogos sobre critérios de validação que emergem. (I2.12 - 4)</p> <p>Intervenção da mediadora é naturalmente incorporada e dá prosseguimentos. (I2.12 - 5)</p> <p>Os diálogos e interações marcam a característica do espaço de produção do conhecimento. (I2.12 - 6)</p>

<p>MEDIADORA: <i>Tem que dar certinho. Tem que ser bem certinho lá no cruzamento.</i></p> <p>AP1: <i>O meu tá dando aqui.</i></p> <p>MEDIADORA: <i>Isso, querida! Tá certo! Agora você apoia no outro vértice.</i></p> <p>AP2: <i>Agora é aqui no outro, por isso! Nós duas tá igual sonsa apoiando aqui tentando chegar aqui (risos).</i></p> <p>AP1: <i>É! Acho que foi!</i></p> <p>AP4: <i>Conseguiram?</i></p> <p>AP1: <i>O meu ficou todo lascado, eu furei o negócio.</i></p> <p>MEDIADORA: <i>Foi?</i></p> <p>AP1: <i>Acho que foi...</i></p> <p>AP4: <i>É fácil, gente!</i></p> <p>(A mediadora reexplica para AP3 como fazer a construção, separadamente. Enquanto isso, os demais conversam sobre assuntos paralelos)</p>	<p>Após interações, as participantes consertam suas construções com entendimento.</p> <p>A mediadora atende particularmente a participante 3.</p>	
Cena 2.13		
INTERAÇÃO	INTERPRETAÇÃO	IDEIAS
<p>MEDIADORA: <i>Todo mundo tem as duas marcações?</i></p> <p>AP1: (Referindo-se ao compasso) <i>Ainda bem que eu quero ser dentista e não vou ter que precisar de usar isso aqui (risos).</i></p> <p>MEDIADORA: <i>Agora a gente traça uma outra linha, a quarta linha, ligando esses pontinhos, dessa marcação com a primeira que a gente fez.</i></p> <p>AP1: (Cochichando) <i>Pera aí...</i></p> <p>AP4: <i>Ah...</i></p> <p>AP1: <i>Ah, vai ficar torta... (risos)</i></p> <p>MEDIADORA: <i>Liga essa nessa...</i></p> <p>AP1: (Dirigindo-se à mediadora) <i>O meu vai ficar torto!</i></p> <p>MEDIADORA: (Dirigindo-se à AP1) <i>O seu não tá com 5 centímetros, AP1.</i></p> <p>AP1: <i>Eu apertei ele aqui agora.</i></p> <p>MEDIADORA: <i>Agora vê lá no papel... (silêncio)</i></p> <p>MEDIADORA: <i>Essa... ó...</i></p> <p>AP1: (Sussurrando) <i>O meu tá ficando errado...</i></p> <p>MEDIADORA: (Mostrando no papel) <i>Quando você apoia aqui (referindo-se ao primeiro vértice), você tem que traçar aqui. Quando você apoia aqui (referindo-se ao segundo vértice), você traça aqui.</i></p> <p>AP1: <i>Huum...</i></p> <p>AP2: (Risos) <i>Fiz igual, tá?! Fiz igual ao meu. O meu também tava um pouquinho...</i></p> <p>AP1: <i>Ainda me chama de sonsa...</i></p> <p>MEDIADORA: <i>Certo?</i></p> <p>AP1: <i>Eu fiz o traço tudo torto porque eu não tenho problema... eu não tenho problema em fazer um traço reto, mas foi!</i></p> <p>AP4: <i>Ficou bonito o meu, tá?!</i></p> <p>AP1: <i>Olha o meu!</i></p> <p>MEDIADORA: <i>E assim você constrói o quadrado!</i></p>	<p>A mediadora confere se todos os participantes se encontram no mesmo passo.</p> <p>A participante brinca com o fato de desejar uma profissão que não exige o uso do instrumento compasso, ironizando a dificuldade que sente em utilizá-lo.</p> <p>A participante mostra estar constantemente preocupada com a perfeição de sua construção.</p> <p>A mediadora percebe que a abertura do compasso da participante 1 foi modificada.</p> <p>A mediadora reexplica o passo e a participante finalmente compreende, sendo apoiada pela colega, que diz ter feito a mesma confusão.</p> <p>Participantes demonstram satisfação com suas construções, finalizando seus quadrados.</p>	<p>Participante reflete sobre o que faz, projetando em sua vida futura. (I2.13 - 1)</p> <p>A participante mostra que sua insegurança é também uma compreensão do que faz com o compasso. (I2.13 - 2)</p> <p>Fluxo da comunicação oral e corporal comporta termos alternativos e mantém ambiente lúdico. (I2.13 - 3)</p> <p>Os diálogos e interações marcam a característica do espaço de produção do conhecimento. (I2.13 - 4)</p> <p>Sucesso da atividade com material é comprovada com o sucesso das construções. (I2.13 - 5)</p> <p>Sinais de contentamento e entusiasmo com o aprendizado constituído por meio das ações. (I2.13 - 6)</p>
Cena 2.14		
INTERAÇÃO	INTERPRETAÇÃO	IDEIAS
<p>MEDIADORA: <i>Como que a gente vai fazer no tabuleiro?</i></p>	<p>A mediadora questiona como a mesma construção do quadrado,</p>	<p>A mediadora anuncia um desafio preocupante, mas</p>

<p>AP1: <i>Ihhhh...</i> MEDIADORA: <i>A nossa sorte é que a gente já tem o ângulo de 90 graus certinho aqui (mostrando o corte natural da cartolina). Ok?</i> AP2: <i>Uhum!</i> MEDIADORA: <i>Então a gente vai usar o esquadro...</i> (silêncio) AP4: (Fala prolongada) <i>Calma...</i> MEDIADORA: <i>Primeiro a régua, pera aí... Vou usar a régua pra marcar os 28 centímetros que é o tamanho do nosso tabuleiro.</i> AP1: <i>28 tá aí... pode riscar!</i> (Dirigindo-se ao AP4) <i>Pequeninho, AP4! É um risco, você fez uma bolinha.</i> MEDIADORA: <i>Deixe-me fazer o contrário, AP4... Como tá no 40, você risca lá no 12...</i> AP4: <i>12?</i> AP1: (Suspira) <i>E se eu riscar em cima?</i> MEDIADORA: <i>É! Por que 28... ó, 40 menos 28... 28... 40 menos 28 é 12, ok? Então esse aqui vai ser o lado do nosso quadrado. A mesma coisa aqui, do 0 ao 28.</i> AP1: (Dirigindo-se à AP2) <i>AP2, marca aqui! Porque o meu não vai dar...</i> AP2: <i>Tá!</i> MEDIADORA: <i>Ok?</i> AP2: <i>Não sei fazer um risco, gente!</i> (Risos) AP1: <i>Tá igual o AP4...</i> MEDIADORA: <i>Agora a gente usa a régua lá no 28. Tá vendo que essa parte dela tá certinha com o 28?</i> AP2: <i>Uhum!</i> MEDIADORA: <i>Vou colocar o esquadro aqui pra garantir...</i> (silêncio) MEDIADORA: <i>Alinhei com a base do papel e alinhei lá no 28. Agora a gente apoia a régua e traça o primeiro lado do quadrado. O terceiro, no caso.</i> AP1: <i>Isso [não] vai dar...!</i> MEDIADORA: <i>Você não confia em mim?</i> AP2: (risos) AP1: (Em tom de risada) <i>Eu não confio nem mim mesma. Se bobear eu vou reto assim...</i> AP2: (Em tom de risada) <i>A Mediadora até sussurrou: "você não confia em mim mesma?"</i> (Risos) AP4: (Risos) AP1: <i>Não!</i> (Risos) <i>É porque, mediadora, outro dia eu fui riscar na esco... no caderno, eu fiz assim, ó... foi lá longe!</i> MEDIADORA: <i>Eu tô brincando com você!</i> (Risos) AP1: <i>Eu tenho medo de régua!</i> MEDIADORA: <i>Certo?</i></p>	<p>feita no papel ofício, poderia ser feita na cartolina e encontra como resposta uma expressão que revela um impasse. Logo a mediadora apresenta a solução: usar o mesmo material, ou seja, usar o esquadro. Agora, nas medidas previstas. E, ainda, mostra que, como o corte da cartolina obedece 90 graus, os primeiros passos serão desnecessários.</p> <p>Com a colaboração dos participantes, a mediadora indica como deveria ser feito, obtendo resposta rápida de entendimento do processo, mas dúvidas nas referências da régua. Após esclarecimento, a construção segue.</p> <p>A mediadora segue a construção do terceiro lado do quadrado com o acompanhamento de todos.</p> <p>A participante 1 demonstra não ter confiança que o procedimento será bem-sucedido, tendo como resposta uma brincadeira em tom de ironia da mediadora, descontraindo o ambiente. Os demais entram no clima.</p>	<p>participante mostra confiança em ser possível seguirem com as ações. (I2.14 - 1)</p> <p>Interação e colaboração. (I2.14 - 2)</p> <p>Aritmética é pensada para ajudar no que se projeta. (I2.14 - 3)</p> <p>Os participantes criam uma dinâmica produtiva, dialogada e pensante. (I2.14 - 4)</p> <p>Diálogos fluem, do geométrico aos termos informais. (I2.14 - 5)</p> <p>Interação e colaboração. (I2.14 - 6)</p> <p>Interação com sinais de descontração e leveza. (I2.14 - 7)</p>
Cena 2.15		
INTERAÇÃO	INTERPRETAÇÃO	IDEIAS
<p>MEDIADORA: <i>Agora como que a gente faz pra poder traçar o último?</i> AP2: <i>Aí, vai...</i> MEDIADORA: <i>Primeiro a gente marca os 28, né?</i> AP2: <i>...marcar com o com... pass... hã?! Tá. Pera. Esquece!</i> MEDIADORA: <i>Vamos marcar os 28 centímetros aqui...</i></p>	<p>A mediadora questiona como seria o processo para o quarto e último lado do quadrado ser traçado.</p> <p>A participante inaugura uma ideia, titubeando, sobre usar o compasso, até se dar conta que</p>	<p>Mediadora organiza os movimentos, mas o diálogo flui em compreensões compartilhadas. (I2.15 - 1)</p> <p>Empreendimento do corpo para envolvimento construtivo. (I2.15 - 2)</p>

<p>AP2: <i>Aham!</i> AP1: <i>Eu acho que fui até demais... (Risos)</i> MEDIADORA: <i>Marca lá no... o 0 lá...</i> AP1: <i>Acho que eu subi demais, não foi não?</i> MEDIADORA: <i>Isso...</i> AP1: <i>Vai marcando aqui... tá vendo?</i> MEDIADORA: <i>É o lado do quadrado! Agora como que a gente vai fazer pra riscar o último?</i> AP2: <i>Aí vai encontrar pontinha com pontinha?</i> MEDIADORA: <i>Isso!</i> (Silêncio) AP2: <i>Espera, deixa eu segurar pra você!</i> AP1: <i>Aí, AP2! Aquelas: “Você não confia em mim?” (Risos)</i> MEDIADORA: <i>Com essa sua firmeza no lápis...</i> AP2: <i>Né?!</i> AP1: <i>É porque eu tenho medo de... (Risos)</i></p>	<p>ele não daria conta de obter a abertura da medida necessária.</p> <p>Logo a mediadora sugere a marcação com a régua nos lados já construídos.</p> <p>A participante 2 consente, enquanto a participante 1 coloca em ação.</p> <p>A mediadora questiona como se daria o passo final.</p> <p>A participante 2 sugere, de forma correta, ligar os pontos definidos.</p> <p>Interação com brincadeiras e risos.</p>	<p>Sinais de descontração e leveza, em diálogos que movimentam as compreensões. (I2.15 - 3)</p>
Cena 2.16		
INTERAÇÃO	INTERPRETAÇÃO	IDEIAS
<p>MEDIADORA: <i>Pronto! Agora a gente recorta...</i> AP1: <i>Se eu fizer forte, tá errado?</i> MEDIADORA: <i>...nosso quadrado!</i> AP1: <i>Quem corta reto? Eu corto torto!</i> AP2: <i>Eu não corto reto, mas tipo...</i> AP1: <i>Aham! Eu tenho... aquela... hashtag problema, tá ligado?</i> AP2: <i>Quando eu faço plaquinha no mercado da minha mãe, primeiro eu dobro e depois eu corto.</i> MEDIADORA: <i>Mas esse papel é muito grosso...</i> AP2: <i>É... se dobrar...</i> MEDIADORA: <i>Se você dobrar, vai acontecer co... igual aconteceu comigo, olha só, como que ficou torto... (mostrando o papel recortado antes do início da construção) Melhor recortar...</i> AP3: <i>Quer que eu faça?</i> (Silêncio)</p>	<p>A mediadora segue o procedimento sugerindo o passo do recorte.</p> <p>Participante pergunta quem deles recorta em linha reta, justificando que não tem habilidade suficiente.</p> <p>Participante utiliza do seu conhecimento fora do ambiente escolar para sugerir uma forma prática para executar o corte.</p> <p>A mediadora intervém mostrando como o procedimento sugerido não seria adequado ao tipo de papel que seria recortado, devido sua espessura.</p> <p>O ambiente é tomado pelos sons e ruídos do recorte.</p>	<p>Interação. (I2.16 - 1)</p> <p>Conhecimento de mundo é revisitado. Apropriação de modos de se fazer, de manipular. (I2.16 - 2)</p> <p>Material é explorado com ideias que emergem de todos. (I2.16 - 3)</p> <p>Característica do ambiente Laboratório. (I2.16 - 4)</p>
Cena 2.17		
INTERAÇÃO	INTERPRETAÇÃO	IDEIAS
<p>MEDIADORA: <i>Bom! Agora como que a gente pode fazer pra poder traçar todos os quadradinhos nesse tabuleiro?</i> AP1: <i>É...</i> AP2: <i>É...</i> AP1: <i>Medir 3,5 centímetros por 3,5?</i> MEDIADORA: <i>Perfeito! Podem começar.</i> (Assunto paralelo) MEDIADORA: (Referindo-se às marcações) <i>Lembrem-se de colocar bem pequenininho pra não marcar o tabuleiro.</i> (Assunto paralelo enquanto quadriculavam o tabuleiro) AP2: (Dirigindo-se à AP1) <i>API, me ajuda aqui!</i></p>	<p>A mediadora questiona sobre o procedimento a ser feito para quadricular o tabuleiro.</p> <p>A participante lembra a medida necessária para o lado de cada quadradinho a ser construído no tabuleiro.</p> <p>Os participantes agem colaborativamente nas decisões da construção.</p>	<p>Participante sugere modos de se agir. (I2.17 - 1)</p> <p>Conhecimento produzido revisitado contribuindo em tomadas de decisão. (I2.17 - 2)</p> <p>Interação e colaboração. (I2.17 - 3)</p>

<p>AP1: <i>Opa... ajuda!</i> AP4: <i>É pra marcar 28...</i> AP2: <i>Não, é 3,5. 3,5.</i> AP4: <i>Por 28, lembra?</i> AP2: <i>Não! 28 a gente já marcou, agora a gente vai marcar 3,5 por 3,5, pera!</i> AP1: (Em confirmação, dirigindo-se à AP2 enquanto a mesma fazia a marcação) <i>3,5... 3 e meio é antes do 3 e do 4. Certinho!</i> AP2: (Sussurrando) <i>Aqui... Agora do 4 até aqui já é meio, então vai até o 7.</i> MEDIADORA: <i>Pega um lápis melhor, essa ponta aí tá quebrada.</i> AP2: <i>Eu acho que eu... não, eu ia fazer uma co... eu ia fazer uma coisa muito errada.</i> MEDIADORA: <i>Pera aí, AP2!</i> AP2: <i>É pra medir até do 0 até o 3.</i> MEDIADORA: <i>Is... 3 e meio, né? Que é o lado do nosso quadradinho.</i> AP2: <i>Aham, isso! Aí... é... do 0 até o 3 e meio?</i> MEDIADORA: <i>O lado do quadrado...</i> AP2: <i>É que eu tava medindo do 1 até o 3 e meio... era do 0.</i> (Silêncio) (Cochichos) (Assuntos paralelos e risadas enquanto AP2 quadricula o tabuleiro)</p>	<p>A participante indica que o 3,5 está entre o 3 e o 4.</p> <p>A participante indica que do 3,5 ao 4 é 0,5, então para completar os 3,5, é realizar a marcação no 7.</p> <p>A participante se mostra confusa em relação ao ponto inicial de referência da régua. Inicialmente, usa o referencial 1 como inicial, indo até o 3, totalizando 2 centímetros e percebe que deve usar o 0 como referência inicial.</p> <p>Ambiente descontraído enquanto conversam sobre assuntos paralelos à construção.</p>	<p>Apropriação de conhecimento matemático. (I2.17 - 4)</p> <p>A confecção real permite critérios de verificação. (I2.17 - 5)</p> <p>Laboratório permite ambiente desarraigado de silêncio impositivo. (I2.17 - 6)</p>
Cena 2.18		
INTERAÇÃO	INTERPRETAÇÃO	IDEIAS
<p>AP3: <i>Difícil que... quer que eu te ajudo?</i> AP2: <i>Sim! Rapidinho, é só... ah, pode deixar, pera aí... agora a régua aqui no 0... (Dirigindo-se à AP3) Isso, segura a régua pra mim. Não, calma! Mas não fica mexendo não...</i> AP3: <i>Pera aí...</i> AP2: <i>Não, pera, não! Deixa eu arrumar aqui de novo. Não pode ficar mexendo com a régua. Segura a régua assim...</i> AP3: <i>Deu!</i> AP2: (Aliviada) <i>Foi! Agora tem que marcar aqui também.</i> AP3: <i>De novo?</i> AP2: <i>Sim! É porque, ó... tem que marcar assim, ó...</i> AP3: <i>Oh! É mágico!</i> MEDIADORA: <i>Deu certinho, AP2?</i> AP2: <i>Eu acho que deu!</i> MEDIADORA: <i>Deixe-me...</i> AP2: <i>Não?! Aham! Aí tem que marcar aqui também, né?</i> MEDIADORA: <i>Todos os lados. (Dirigindo-se ao restante do grupo) Vamos ajudar a AP2 aqui, gente?!</i> AP2: <i>Alguém segura aqui pra mim?</i> AP1: <i>Eu seguro! Eu fui encher a garrafa e o AP4 tirando...</i> AP2: (Risos) AP1: (Fala alongada) <i>Pa-ra! Eu tô quase...</i> AP2: <i>Gente, para que eu vou começar a rir! (Risos)</i> AP1: <i>É porque o AP4 fica tirando foto minha, eu comecei a rir e ele ficou rindo um tempão. Vou</i></p>	<p>A participante 3, interagindo como em poucos momentos, prontifica-se a ajudar na construção.</p> <p>Interação entre as participantes.</p> <p>A participante 2 demonstra calma e delicadeza ao explicar os procedimentos à participante 3.</p> <p>A participante reage: "Oh! É mágico!". Demonstrando, assim, envolvimento e satisfação.</p> <p>A mediadora convida o restante do grupo a colaborar, fazendo brincadeira e descontraído o ambiente, mais uma vez.</p> <p>O participante 4 diz que a colega, participante 2, é inteligente, então conseguiria fazer a construção sozinha. Em resposta, a participante 1 justifica esse pensamento ao dizer que a colega é boa em Geometria e que havia</p>	<p>Interação e colaboração; materiais têm uso colaborado. (I2.18 - 1)</p> <p>Participantes se mostram sensíveis às necessidades de colegas. (I2.18 - 2)</p> <p>Diálogos que ocorrem no uso de materiais revelam colaboratividade e compreensões mútuas. (I2.18 - 3)</p> <p>Sinais de contentamento e entusiasmo diante da construção. (I2.18 - 4)</p> <p>Sinais de descontração e leveza, sem deixar a tarefa de construção de lado. (I2.18 - 5)</p> <p>Interação e colaboração. (I2.18 - 6)</p> <p>O estereótipo que associa o talento matemático à inteligência se mostra presente. (I2.18 - 7)</p>

<p><i>segurar a régua, tá fia?! É, a AP2 tá fazendo tudo sozinha...</i></p> <p>AP4: <i>Inteligente, deixa ela!</i></p> <p>AP1: <i>É que ela é boa em geometria. Descobri agora.</i></p> <p>AP2: <i>Não, espera...</i></p> <p>AP3: <i>Gente, tá gravando aí, ó...</i></p> <p>AP1: <i>A AP2 fica pagando de... [termo pejorativo], não é possível! A AP2 é mó inteligentona...</i></p> <p>AP2: <i>Não, gente! É porque... ah... é porque, porque...</i></p> <p>(Risos)</p> <p>(Assunto continua em paralelo à atividade)</p>	<p>descoberto essa habilidade nessa atividade.</p>	
Cena 2.19		
INTERAÇÃO	INTERPRETAÇÃO	IDEIAS
<p>AP2: <i>É pra marcar aqui e aqui também, pra encontrar?</i></p> <p>AP1: <i>Aham!</i></p> <p>MEDIADORA: <i>Perfeito!</i></p> <p>AP1: <i>Quer que eu seguro?</i></p> <p>MEDIADORA: (Dirigindo-se à AP2) <i>Pode pedir ajuda deles, tá?</i></p> <p>{fala simultânea}</p> <p>AP2: <i>Isso, se quiser marcar...</i></p> <p>AP1: <i>Então... eu não sei...</i></p> <p>AP2: <i>Vai, marca aí!</i></p> <p>AP1: <i>Marcar eu não sei, gente!</i></p> <p>MEDIADORA: <i>Apesar dela estar treinadinha já... rapidinho ela acha...</i></p> <p>AP3: <i>Pega mais...</i></p> <p>MEDIADORA: <i>Vai mais pra beiradinha...</i></p> <p>AP2: <i>É! Vai, deixa o 0 aqui...</i></p> <p>AP1: <i>AP2, você vai me ajudar, que eu não sei como risca...</i></p> <p>MEDIADORA: <i>Alinha a régua, tá?</i></p> <p>AP1: <i>Gente, finge que eu tô sabendo, porque eu acho que tá tudo errado.</i></p> <p>AP2: <i>Marca no 7!</i></p> <p>AP1: <i>É no 7, né?</i></p> <p>AP2: <i>Rapidinho, deixa eu apagar aqui...</i></p> <p>AP1: <i>Eu tô falando que eu não sei...</i></p> <p>AP2: <i>É porque você vai contando de 3 e meio, de 3 e meio. Igual, tipo, 3 e meio mais 3 e meio, 7. Aí você vai marcar no 7.</i></p> <p>AP1: <i>Obrigada! Aí depois eu marco aonde?</i> (Risos)</p> <p>AP2: <i>10 e meio!</i></p> <p>MEDIADORA: <i>AP4, senta aqui do meu lado!</i></p> <p>AP2: <i>7, 10 e meio, 14...</i></p> <p>AP1: <i>E meio, né?!</i></p> <p>AP2: <i>Não, 14, normal.</i></p> <p>AP1: <i>Até aqui 14...</i></p> <p>AP2: <i>Agora... espera... aí, do 14 eu esqueci, espera.</i></p> <p>(Sussurrando) <i>1, 2, 3, meio... 17 e meio...</i></p> <p>AP1: (Referindo-se ao traço da marcação) <i>Tô marcando deitado, mas tá bom.</i></p> <p>AP2: <i>Ah, pera! Calma! Isso do... ah, tá... esse daqui, hã?!</i></p> <p>AP1: <i>18.</i></p> <p>AP2: <i>Ah, tá! 18!</i></p> <p>AP1: <i>18...</i></p> <p>AP2: <i>20.</i></p> <p>MEDIADORA: <i>Opa! Não é no 20 não.</i></p>	<p>A participante confirma onde deveriam ser feitas as marcações. A expressão <i>pra encontrar</i> sugere um modo de pesquisa geométrico</p> <p>A mediadora sugere à participante 2 que peça ajuda, caso queira, ao restante dos colegas, mesmo mostrando destreza.</p> <p>A participante 2 se propõe a auxiliar a participante 1, que declara não saber realizar as marcações corretamente.</p> <p>A participante esclarece que a distância de um ponto a outro deve ser 3,5cm. Portanto, se houve marcação no 3,5, a próxima deve ser feita no 7, e assim por diante.</p>	<p>Diálogo matemático flui, com uso natural dos materiais e corpos. (I2.19 - 1)</p> <p>Papéis são assumidos na condução dos raciocínios construtivos. (I2.19 - 2)</p> <p>Interação e colaboração com presença do lúdico. (I2.19 - 3)</p> <p>Apropriação de conhecimento matemático para a situação, com aritmética auxiliando pensamento geométrico. (I2.19 - 4)</p>

<p>AP2: Não, não é no 20... é...</p> <p>AP1: É no 20 e meio, acho...</p> <p>AP2: É, viajei! É... não... eu acho que é 21. Ai, não sei! Pera!</p> <p>AP1: 20 e meio.</p> <p>MEDIADORA: 17 e meio mais 3 e meio?</p> <p>AP2: É... 17 e... é... 21 e meio. Ou não?! 20 e meio?! Ai...</p> <p>MEDIADORA: 21, gente! Calma!</p> <p>AP2: Isso! É!</p> <p>MEDIADORA: Cuidado, ficou to... ficou tortinho. Senão fica...</p> <p>AP1: Ficou torto mesmo.</p> <p>MEDIADORA: Melhor apagar, porque ele tá... não tá na reta do 21.</p> <p>AP2: Ai, gente, eu acho que é 20, é 20 e meio, tipo... ah, é 21 e meio. Ai, gente, eu tô muito confusa.</p> <p>MEDIADORA: 21 certinho. Ó, a régua já “descoisou” aqui no 0.</p> <p>AP2: Sim! Agora... espera! Cadê o do... cadê a marcação do 17?</p> <p>MEDIADORA: 17 e meio. Coloca outro [risco]...</p> <p>AP2: Ai, 17 e meio!</p> <p>MEDIADORA: Isso!</p> <p>AP2: 20 e... 24 e meio.</p> <p>AP1: É!</p> <p>AP2: Foi!</p>	<p>A mediadora intervém quando as participantes ameaçam cometer um erro na marcação, comprometendo o processo. Mas logo se dão conta e procuram consertar o raciocínio.</p> <p>A participante demonstra nervosismo ao realizar o cálculo mentalmente.</p> <p>A mediadora insiste que a régua deve respeitar a referência inicial e se manter alinhada à borda do papel cartolina.</p>	<p>Intervenção pertinente. (I2.19 - 5)</p> <p>Termos são postos para constituir-se uma linguagem fluida alternativa à formal da matemática. (I2.19 - 6)</p> <p>Constituição de conhecimento. (I2.19 - 7)</p> <p>Julgamentos e escolhas como iniciativas de conhecimento apropriado. (I2.19 - 8)</p>
Cena 2.20		
INTERAÇÃO	INTERPRETAÇÃO	IDEIAS
<p>AP1: Agora é você, AP4.</p> <p>AP2: Agora é você. (Assunto paralelo)</p> <p>AP2: Vai, AP4!</p> <p>AP1: Coitada, a AP2 tá fazendo tudo. Eu fiz 1, a AP2 fez 2. Você faz 1 e eu faço 2.</p> <p>AP4: Ela tá fazendo agora, deixa ela...</p> <p>AP1: Era pra você fazer né?! Nem você nem a outra menina fez. Eu fiz pouco, porque...</p> <p>AP1: A AP2 decorou, olha...</p> <p>AP2: Não, não decorei não. Só decorei até o 10 e meio, depois...</p> <p>AP1: Eu acho que era... 17 e meio. 20...</p> <p>AP2: 21...</p> <p>AP1: E acho que era 24 e meio, né? 24 e meio. Ai, decorei só...</p> <p>AP2: Tem alguma coisa errada...</p> <p>MEDIADORA: A AP2 marcou o 24.</p> <p>AP2: É! Ah, é! O 24 e meio, eu marquei o 24. Isso aí!</p> <p>AP1: Não, não, não, não... isso!</p> <p>AP4: AP1, segura a régua pra ela.</p>	<p>Terminaram a marcação do terceiro lado e designaram o quarto ao participante 4.</p> <p>Os participantes decidem, buscando equivalência na quantidade de trabalho, as funções.</p> <p>A participante nota que a colega decorou todos os pontos que deveriam conter marcações.</p>	<p>Interação. (I2.20 - 1)</p> <p>Os processos construtivos vão sendo familiarizados e dialogados. (I2.20 - 2)</p> <p>Interação e colaboração. (I2.20 - 3)</p>
Cena 2.21		
INTERAÇÃO	INTERPRETAÇÃO	IDEIAS
<p>MEDIADORA: Show! E agora?</p> <p>AP2: Vez do AP4.</p> <p>AP1: Agora você só risca um no outro, AP4.</p> <p>AP2: É, é só você, ó... você pega aqui, ó... encontrei esse com esse e risca...</p> <p>AP1: Enquanto o AP4 podia fazer esse, a gente podia fazer as formas geométricas de uma vez, né?</p> <p>MEDIADORA: Oi?!</p>	<p>A participante sugere que, com o objetivo de agilizar, enquanto o AP4 termina a marcação do tabuleiro, o restante inicia as peças do jogo. Porém, a mediadora esclarece que cada um fará seu conjunto de peças.</p>	<p>Os participantes assumem papéis de condução do processo, sugerindo passos. (I2.21 - 1)</p>

<p>AP1: Enquanto o AP4 termina de fazer aí, a gente podia fazer as formas geométricas. AP2: Espera... MEDIADORA: Não, é rapidinho! Aí, as formas geométricas, cada um vai fazer o seu. AP4: Tá ficando torto! AP2: Deixa eu segurar a régua pra você, espera. AP1: Então... uma coisa... cada forma vai ter uma função, igual é no xadrez mesmo? Ah, não! É na dama, né?! MEDIADORA: Xadrez! Cada peça tem um mov... (Cochichos) (Assuntos paralelos enquanto colorem o tabuleiro)</p>	<p>Participantes demonstram trabalhar colaborativamente.</p> <p>A participante associa as peças do Geodrez às peças do xadrez, no qual cada uma faz o seu próprio movimento.</p>	<p>Interação e colaboração. (I2.21 - 2)</p> <p>Conhecimento de mundo é trazido à atividade. (I2.21 - 3)</p>
Cena 2.22		
INTERAÇÃO	INTERPRETAÇÃO	IDEIAS
<p>MEDIADORA: (Enquanto distribuía as folhas em branco) <i>Aqui, AP4.</i> AP4: <i>É pra fazer o que aqui? Não entendi até agora.</i> MEDIADORA: <i>A gente vai construir as pecinhas.</i> AP1: <i>Eu não quero fazer o círculo! Nem o quadrado!</i></p> <p>{fala simultânea} MEDIADORA: <i>Primeira coisa que a gente vai fazer...</i> AP4: <i>Ahhh... a gente vai fazer um...</i> AP1: <i>Triângulo!</i> MEDIADORA: <i>Vocês vão marcar no cantinho...</i> AP1: <i>Pode usar a canetinha?</i> AP4: <i>Não, ah, não...</i> MEDIADORA: <i>Um lápis, por favor. Precisa ser fininho.</i> (Dirigindo-se ao AP4 enquanto o mesmo pegava o esquadro) <i>Calma, deixa esse de lado um pouquinho.</i> AP1: <i>Ai, me dá esse lápis aí, AP2. Dá o apontador, AP4.</i> MEDIADORA: <i>Primeiro a gente vai aprender a construir, depois a gente constrói no papel de verdade, igual a gente fez com o tabuleiro, tá?</i> AP2: <i>Aham!</i> (Assunto paralelo) MEDIADORA: <i>Vamos lá, gente! Primeira coisa: a gente vai fazer um tracinho na folha de ofício de tamanho 3 centímetros.</i> AP4: <i>Tem que ser esquadro ou tem que ser...?</i> AP1: <i>Régua.</i> MEDIADORA: <i>Régua. É porque eu não tenho régua.</i> MEDIADORA: <i>Um traço de 3 centímetros no papel. Sejam o mais exato possível, tá?</i> AP3: <i>Ih, aqui não tem 3 centímetros não.</i> AP1: <i>Pronto!</i> AP2: <i>Eu fiz uma leve ...</i> MEDIADORA: <i>Aí escreve assim, embaixo dele, "3 centímetros".</i> AP1: <i>Tem que ser no meio ou pode ser... Ah, tá.</i> MEDIADORA: <i>Só pra não perder... [a abertura]. Agora, embaixo, a gente vai fazer um... deixa eu pensar... de 2 centímetros.</i> AP1: (Cochichando) <i>Depois o de 1 centímetro...</i></p>	<p>Escolhas do participante denotam visões geométricas dele. Todavia, envolve-se rapidamente nesse momento da atividade.</p> <p>Apesar de o que importa é a graduação, o estatuto de cada instrumento é lembrado pelo participante.</p> <p>A mediadora instrui traçarem um segmento de 3cm., apoiados na régua, e assinalando sua medida logo abaixo do traço. Entrosamento já dá entendimento a todos.</p> <p>Acompanhando os passos, a participante sugere que haverá um terceiro traço medindo 1cm. O processo segue com todos podendo dar sugestões.</p> <p>Desafia aos colegas que está certa.</p> <p>As indicações da mediadora estão plenamente no fluxo das compreensões dialogadas</p> <p>Incoerência observada no tamanho dos traçados que deveriam ser iguais.</p> <p>A mediadora percebe que o participante mediu 0,5cm, ao</p>	<p>Julgamento geométrico é sinal também de compreensão. (I2.22 - 1)</p> <p>A habilidade do manuseio do compasso é um fator influente para escolha de tarefas. (I2.22 - 2)</p> <p>O material em si é tema das ações. (I2.22 - 3)</p> <p>A adesão é de todos e com comprometimento didático. (I2.22 - 4)</p> <p>Participante se coloca como quem está acompanhando, envolvido. (I2.22 - 5)</p> <p>O raciocínio de graduação de medidas é de todos e em linguagem alternativa para o puro geométrico (I2.22 - 6)</p> <p>Interação plena no diálogo matemático (I2.22 - 7)</p> <p>Ambiente didático comprometido por todos (I2.22 - 8)</p>

<p>AP4: <i>Embaixo muito embaixo ou um pouquinho embaixo?</i> AP1: (Risos) MEDIADORA: <i>Tanto faz! É só...</i> AP1: <i>Posso fazer do lado? (Risos) Mentira, esquece.</i> MEDIADORA: <i>Pode. Ai você escreve embaixo “2 centímetros”.</i> AP1: (Cochichando) <i>Agora é 1, quer ver?</i> MEDIADORA: <i>1 e meio, agora.</i> AP1: <i>Ai que rai...</i> AP4: <i>Mas tem o 1.</i> AP3: <i>Beleza! Que número mesmo?</i> MEDIADORA: <i>3, 2... Escreve embaixo pra não perder. É 1 e meio.</i> AP4: <i>Nossa, é pequenininho.</i> MEDIADORA: <i>É.</i> AP2: <i>O meu foi um pouquinho maior que isso.</i> MEDIADORA: <i>Isso tá errado, AP4. Tá muito pequeno. É 1 e meio, não é meio só não.</i> AP1: <i>Hum.</i> AP4: <i>1... e meio, não?</i> MEDIADORA: <i>Não. 1 e meio é o tamanho, do 0 até o 1,5.</i> AP4: <i>Ah, é! (Risos)</i> MEDIADORA: <i>Foi, AP3?</i> (A mediadora se dirige à AP3 para corrigir suas marcações e, enquanto isso, os demais conversam paralelamente)</p>	<p>invés de 1,5cm, partindo do 1 ao 1,5, ao invés de partir do 0 ao 1,5. O ambiente permite que ela individualize a ação.</p>	
Cena 2.23		
INTERAÇÃO	INTERPRETAÇÃO	IDEIAS
<p>MEDIADORA: <i>Agora a gente vai aprender a construir as figuras na folha. O quadradinho a gente já aprendeu. Vamos relembra como é que é?</i> AP1: <i>Vamos, porque eu esqueci.</i> AP4: <i>3 centímetros?</i> AP1: <i>Tem que ser menor o quadrado, né?!</i> (Conversa paralela) MEDIADORA: <i>Tá! Agora a gente risca na folha um traçado pequeno, mas não precisa ter medida não.</i> AP4: <i>Até qual, gente?</i> MEDIADORA: <i>Não precisa ter medida.</i> AP1: <i>Pode ser até o 10, porque eu sou dessas.</i> MEDIADORA: (Dirigindo-se ao AP4) <i>Faz aqui no cantinho...</i> AP3: <i>Quanto mesmo?</i> AP4: <i>Pode ser assim?</i> MEDIADORA: <i>Um traçado sem medida. Isso. Pequeno, de preferência.</i> AP4: <i>Até o s...</i> AP1: <i>Eu fiz até o 10.</i> AP4: <i>...sss... o 7.</i> AP2: (Tom de ironia) <i>Nossa, pequeno!</i> AP1: <i>“Pequeno”. (Risos)</i> AP2: <i>Pequeno pra AP1, imagina se fosse grande...</i> AP1: (Risos) <i>AP4, pequeno!</i> MEDIADORA: <i>Não faz muito em cima da folha, não. Porque tem que ser mais pra baixo, ele tem que caber um quadradinho aqui.</i> AP2: <i>Ah, tá!</i> (Cochichos)</p>	<p>A mediadora prossegue, e os participantes afirmam o que seria necessário.</p> <p>Mesmo com o indicado o participante questiona a medida necessária, sendo respondido pela colega e pela mediadora num diálogo fluido e compreensível</p> <p>A mediadora contribui na definição do espaço gráfico, em que é imediatamente compreendida</p> <p>A mediadora esclarece à participante que deve segurar a régua firmemente, para que o traçado não se desalinh.</p> <p>A mediadora auxilia a participante a posicionar o</p>	<p>Revisita à construção mostra que o constituído é compreendido por todos. (I2.23 - 1)</p> <p>Material e ações passadas estão em sintonia com a fluidez do pensamento geométrico comungado. (I2.23 - 2)</p> <p>Os modos de proceder são sugeridos e compreendidos. (I2.23 - 3)</p> <p>O manuseio correto dos instrumentos é preocupação. (I2.23 - 4)</p> <p>Corpo empreendido nos movimentos conjugados para juntos usarem o material. (I2.23 - 5)</p>

<p>AP3: <i>Nossa, eu errei de novo!</i> MEDIADORA: <i>Firma a régua, AP3! Firma a régua...</i> AP3: <i>Tô com sono...</i> MEDIADORA: <i>...na bancada.</i> AP3: <i>Eu não tô aguentando, eu tô com sono.</i> AP1: <i>Deu?</i> MEDIADORA: (Dirigindo-se à AP3) <i>Apaga esse de cima, aí.</i> (Assunto paralelo) MEDIADORA: <i>Apoia direitinho, tá? Não, AP3! O esquadro tem que ter esse ângulo... Isso! Alinha com o seu traço... É o contrário, AP3. AP3! AP3!</i> AP3: <i>Hum?</i> MEDIADORA: <i>Você tira a régua... oh, você tira o esquadro e deixa a régua. Isso! Isso, muito bem!</i> AP4: <i>Tem que ser grande?</i> AP1: <i>No final fiz com o esquadro e deu errado...</i> MEDIADORA: <i>Oi?!</i> AP4: <i>Tem que ser grande ou pode ser pequeno?</i> MEDIADORA: <i>Pode ser pequeno...</i> AP1: <i>Ah, fiz um risco grande, mas acho que não tem problema não...</i> MEDIADORA: <i>É, desse tamanho aí tá bom.</i> (silêncio enquanto os participantes operam) MEDIADORA: <i>Tá bom! Tá ótimo! Beleza...</i> AP1: <i>A Mediadora só fala pequeno e olha o tanto do negócio que eu faço...</i> MEDIADORA: <i>Agora a gente vai voltar. Vai marcar lá n... o compasso...</i> AP2: <i>5 centímetros, né?</i> MEDIADORA: <i>...no de 3 centímetros.</i> AP2: <i>3.</i> AP3: <i>3 centímetros?</i> MEDIADORA: <i>Lembra o risquinho que a gente fez, de 3 centímetros, no canto da folha?</i> AP2: <i>Era 5, não?!?</i> MEDIADORA: <i>O de 5 era só o exemplo.</i> AP2: <i>Ah, sim! Viajei.</i> MEDIADORA: <i>Marca aí, 3 centímetros.</i> AP4: <i>Já marquei. Pronto!</i> AP2: <i>Ah, tá! Era pra marcar aqui. Nossa, viajei!</i> AP1: <i>É, uai, por isso que eu falei.</i> AP2: <i>Não, eu tava marcando na régua.</i> MEDIADORA: <i>AP3!</i> AP3: <i>Hum...</i> MEDIADORA: <i>Usa a folha! Olha o tracinho de 3 centímetros que você tem aí...</i> AP4: <i>Assim, professora?</i> MEDIADORA: <i>Isso! Perfeito, AP4! (Dirigindo-se a todos) Coloca...</i> AP1: <i>Marquei!</i> MEDIADORA: <i>Marcou? (Dirigindo-se à AP3) Foi, AP3?</i> (Silêncio)</p>	<p>esquadro de forma que o segundo traçado esteja a 90 graus do primeiro. E, ainda, que o movimento correto é, após posicionar o esquadro e a régua, retirar o esquadro e permanecer com a régua, para então realizar o segundo traço, apoiado nela.</p> <p>A participante diz que exagerou na medida do traçado, mas entendendo que isso não interfere na construção.</p> <p>A mediadora prossegue, substituindo a régua e o esquadro pelo compasso, com abertura de 3cm.</p> <p>Relembrando do traçado de 3 centímetros feito no início da construção do quadrado, a mediadora sugere que os participantes o usem para medir a abertura do compasso.</p> <p>Há uma confusão entre a medida do exemplo e a medida definitiva, mas logo é esclarecida.</p> <p>Os sucessos são ao direito de todos, que extasiam</p> <p>São notáveis os silêncios da participante diante de perguntas feitas pela mediadora.</p>	<p>A participante se mostra esclarecida e compreende o papel dos instrumentos. (I2.23 - 6)</p> <p>A manipulação segue com participantes assumindo tarefas. (I2.23 - 7)</p> <p>Processos construtivos são dialogados fluentemente. (I2.23 - 8)</p> <p>A participante dá sinais de cansaço. (I2.23 - 9)</p>
Cena 2.24		
INTERAÇÃO	INTERPRETAÇÃO	IDEIAS
<p>MEDIADORA: <i>Coloca a pontinha no cruzamento das linhas, a ponta seca, e risca com o grafite as duas linhas que você tem, ó... (Cochicho) Minha ponta tá</i></p>	<p>A mediadora instrui aos participantes quanto as</p>	

<p><i>ruim aqui. (Após o AP4 oferecer o compasso) Não, eu já fiz. Obrigada! (Dirigindo-se à AP3) AP3...</i> (Assunto paralelo enquanto a mediadora ampara a AP3 na construção)</p> <p>AP1: <i>Mediadora, eu acho que tô errando o lado do negócio.</i></p> <p>MEDIADORA: <i>Deixa eu ver seu desenho...</i></p> <p>AP4: (Referindo-se ao compasso) <i>Eu não sei nem aonde que tem que pegar...</i></p> <p>MEDIADORA: <i>Você tem que apoiar, no caso aí na sua li... Tira o esquadro, senão não enxergo o seu desenho. Tem que fazer as duas marcações, AP1. Nas duas linhas. Isso!</i></p> <p>AP4: <i>E agora?</i></p> <p>MEDIADORA: <i>Então você apoia nessa linha que tá aqui, vertical... O contrário. Gira o esquadro. Girou demais, pera aí...</i></p> <p>AP1: (Risos) <i>Girei demais!</i></p> <p>MEDIADORA: <i>Assim, ó... pra você poder apoiar a régua aqui e traçar a de lá.</i></p> <p>AP1: <i>Entendi.</i></p> <p>MEDIADORA: <i>Foi, AP3?</i> (Silêncio...)</p> <p>MEDIADORA: <i>Agora apoia a régua no esquadro...</i> (Cochichos)</p> <p>AP1: <i>O meu vai ficar torto, quer ver?! Porque eu não tenho coordenação motora pra régua.</i></p> <p>MEDIADORA: <i>O lado de 90... isso! Tem que ser, ó... a pontinha do esquadro tem que tá nesse risquinho que você fez.</i></p> <p>AP1: <i>O meu não tá ficando quadrado não, vai ficar um triângulo... um retângulo. Eu tô fazendo [algo...]</i></p> <p>MEDIADORA: (Dirigindo-se à AP1) <i>Vai chegar no quadrado. Tá certo! (Dirigindo-se à AP3) Apoiou?</i></p> <p>AP1: <i>Mas se eu colocar aqui, ó...</i></p> <p>AP2: <i>Aí depois...</i></p> <p>MEDIADORA: <i>Tira o esquadro...</i></p> <p>AP1: <i>Mas se eu pôr aqui, vai ficar um retângulo.</i></p> <p>MEDIADORA: <i>...e faz o traço.</i></p> <p>AP2: <i>Ah, mas vai ser aqui... é, vai ser aqui...</i></p> <p>MEDIADORA: <i>Cadê o compasso?</i></p> <p>AP4: <i>A AP2 fica tremendo...</i></p> <p>MEDIADORA: (Dirigindo-se ao AP4) <i>Me empresta meu compasso? Não, o meu tá aqui!</i></p> <p>AP1: <i>Ô, mediadora, eu sou boa em Matemática, mas dia de final de semana eu fico sonsando.</i></p> <p>MEDIADORA: <i>Agora vai na li... no encontro, de novo, e faz outro traçado.</i></p> <p>AP1: <i>Ai...</i></p> <p>AP2: <i>Na linha, depois risca de novo.</i></p> <p>MEDIADORA: <i>No encontro das linhas com a ponta seca e traça... (Dirigindo-se à AP3) AP3, você riscou pro outro lado. Você precisa fazer um quadrado, AP3. Esse é o lado do quadrado, então você tem que riscar é pra baixo.</i></p> <p>AP4: <i>É 3 centímetros, né?!</i></p> <p>AP1: <i>Eu acho que foi!</i></p>	<p>marcações que delimitam os lados do quadrado.</p> <p>A mediadora percebe a necessidade de auxiliar particularmente a participante 3.</p> <p>A participante se dirige à mediadora sugerindo que está cometendo um erro na construção.</p> <p>A mediadora se prontifica a analisar sua construção.</p> <p>O participante revela não saber manusear o compasso.</p> <p>O participante acompanha a instrução e questiona o próximo passo.</p> <p>Descontraída, a participante acusa seu erro.</p> <p>A mediadora confere se a participante 3 concluiu o procedimento e obtém silêncio como resposta.</p> <p>A participante aponta, novamente, não ter coordenação motora para manusear os instrumentos.</p> <p>A participante manifesta que sua construção está se transformando em um retângulo e que está fazendo algo de errado para que isso esteja acontecendo.</p> <p>A mediadora a tranquiliza dizendo que está no caminho certo.</p> <p>A participante diz de sua relação para com a matemática, em detalhes de seu cotidiano.</p> <p>A mediadora corrige o procedimento feito pela participante 3, alertando que deve visualizar o quadrado a ser construído.</p>	<p>A interseção da mediadora mostra ser acolhida pela participante. (I2.24 - 1)</p> <p>Manifestação de um juízo que mostra compreensão do que fazem. (I2.24 - 2)</p> <p>O participante se mostra envolvido nas relações entre instrumentos e sentidos geométricos. (I2.24 - 3)</p> <p>Erros e acertos se sucedem num clima de descontração. (I2.24 - 4)</p> <p>O silêncio está dizendo. (I2.24 - 5)</p> <p>Empreendimento do corpo na consciência de que está lidando com algo novo. (I2.24 - 6)</p> <p>Diálogos característicos do espaço de produção do conhecimento. (I2.24 - 7)</p> <p>Manifestação do ser matemático, quando a participante justifica sua destreza. (I2.24 - 8)</p> <p>Os diálogos e interações marcam a característica do espaço de produção do conhecimento. (I2.24 - 9)</p>
Cena 2.25		

INTERAÇÃO	INTERPRETAÇÃO	IDEIAS
<p>MEDIADORA: (Dirigindo-se à AP3) <i>Você riscou pra cima...</i> (Assunto paralelo enquanto a mediadora auxilia a AP3)</p> <p>MEDIADORA: (Referindo-se ao quarto lado do quadrado) <i>Agora junta os dois.</i></p> <p>AP1: <i>Juntei.</i></p> <p>AP2: <i>Juntei.</i></p> <p>AP4: <i>O meu ficou torto...</i></p> <p>AP1: <i>Eu sou adiantada. Mentira!... Minha mãe tem dia que pergunta se eu nasci de 1 mês, porque eu sou...</i></p> <p>MEDIADORA: <i>Prestaram atenção em como faz a construção, gente?</i></p> <p>AP2: <i>Sim!</i></p> <p>AP1: <i>Medianamente...</i></p> <p>AP4: <i>Sim!</i></p> <p>MEDIADORA: <i>Fechou o quadradinho?</i></p> <p>AP1: <i>Agora faz um triângulo aqui no meio, quer ver?!</i></p> <p>AP4: <i>Pera aí, pera aí, pera aí...</i></p> <p>AP2: <i>Ah, tá! Não era pra fazer isso daqui não...</i></p> <p>AP4: <i>Hã...</i></p> <p>AP1: <i>Ah, eu fiz!</i></p> <p>MEDIADORA: <i>Fechou o quadradinho, né?</i></p> <p>AP4: <i>Tipo assim, vamos fazer uma medida de qualquer...</i></p> <p>AP1: <i>Fiz os quatro lados, porque...</i></p> <p>MEDIADORA: (Dirigindo-se à AP3) <i>Fechou o quadradinho, aqui, ó...</i> (Dirigindo-se a todos) <i>Beleza! Então o quadrado é assim que constrói.</i></p>	<p>A mediadora percebe o erro da participante 3 e auxilia-a na construção.</p> <p>A mediadora prossegue.</p> <p>Habilidades como aluno é levada em paralelo ao cotidiano</p> <p>A mediadora confere se os participantes estavam atentos à construção feita até o momento. E, em seguida, se o quadrado havia sido finalizado por todos, porém, essa resposta foi negativa.</p> <p>A participante palpita que o triângulo será construído de forma inscrita no quadrado.</p> <p>Os participantes interagem.</p> <p>A mediadora confere nas folhas de cada um se a construção do quadrado foi feita. Após afirmação, prossegue.</p>	<p>Intervenção pertinente, que é prontamente acolhida em diálogo. (I2.25 - 1)</p> <p>Manifestação do ser matemático. (I2.25 - 2)</p> <p>Participantes assumem o ritmo do processo construtivo. (I2.25 - 3)</p> <p>Participante se mostra envolvido, produzindo significados e sugestões de soluções. (I2.25 - 4)</p>
Cena 2.26		
INTERAÇÃO	INTERPRETAÇÃO	IDEIAS
<p>MEDIADORA: <i>Agora a gente vai construir o triângulo. Primeira coisa: façam um traço de 3 centímetros no papel.</i></p> <p>AP1: <i>Deu uma tremidinha...</i></p> <p>AP4: <i>Ai, some daqui...</i></p> <p>AP1: <i>Vocês vão fazer os triângulos, tá, gente?! Pelo amor de Deus!</i></p> <p>AP4: (Cochichando) <i>3 centímetros...</i></p> <p>MEDIADORA: <i>Todo mundo vai fazer todas as figuras.</i></p> <p>AP4: <i>Acho que é de 1 a 3, você quer dizer...</i></p> <p>AP1: <i>O círculo... então, eu não sei fazer o círculo não!</i></p> <p>MEDIADORA: <i>É o mais fácil. (Dirigindo-se à AP3) Fez o traço? (Dirigindo-se a todos) Agora a gente pega o compasso...</i></p> <p>AP4: <i>Marca...</i></p> <p>MEDIADORA: <i>...3 centímetros. Ele já tá marcadinho os 3 centímetros do quadrado, não tá?! Coloca a ponta seca na pontinha...</i></p> <p>AP1: <i>Qualquer uma?</i> (Segue-se um diálogo em que quase todos brincam sobre descontrole motor)</p> <p>MEDIADORA: <i>E risca pra cima, assim, ó... um semicírculo. (Dirigindo-se à AP3) Risca, AP3!</i></p> <p>AP4: <i>Ai, fiz errado! (Suspira)</i></p> <p>AP1: <i>Assim?!</i></p> <p>MEDIADORA: <i>AP4, você troca de lado comigo? Porque eu explico à AP3 melhor...</i></p>	<p>A mediadora inicia a instrução para construção do triângulo.</p> <p>A participante demonstra insegurança, novamente, para construir o triângulo, mas com uma dose de charme.</p> <p>A participante diz não saber fazer o círculo e a mediadora esclarece que é a construção mais simples entre as figuras.</p> <p>A mediadora pede para que os participantes aproveitem a abertura atual do compasso, em 3cm, para realizar a marcação dos lados do triângulo.</p> <p>Os participantes interagem com brincadeiras em relação à imprecisão ao utilizar o compasso</p> <p>A participante demonstra clareza em identificar que o semicírculo é a metade de um círculo.</p>	<p>Nova etapa se inicia e os comandos são compreendidos de imediato. (I2.26 - 1)</p> <p>Participante antevê que nova forma geométrica requer atenção. Colaboração é posta em clima ameno. (I2.26 - 2)</p> <p>O sujeito se expressa dizendo que não atende a uma demanda percebida para execução da atividade. No caso, a habilidade do manuseio do compasso. (I2.26 - 3)</p> <p>Compasso é compreendido como algo que traz rigor. (I2.26 - 4)</p> <p>Sinais de descontração junto à expressividade sobre o geométrico. (I2.26 - 5)</p>

<p>AP2: Tá! Eu fiz um círculo, literalmente...</p> <p>AP1: Deixa eu ver como é que você fez... Eu fiz isso... um semicírculo, metade de um círculo.</p> <p>(Enquanto isso a mediadora reexplica à AP3)</p>		<p>Apropriação de conhecimento geométrico teórico por meio da linguagem que transita a formal e a informal. (I2.26 - 6)</p>
Cena 2.27		
INTERAÇÃO	INTERPRETAÇÃO	IDEIAS
<p>AP1: Ô, carambola!</p> <p>AP4: Eu não sei... eu não sei usar compasso.</p> <p>AP1: Eu falei que não sei usar compasso!!</p> <p>AP4: É assim que ficou? O meu ficou assim!</p> <p>AP1: Mais pra cima, AP4...</p> <p>AP4: Tá 3 centímetros!!</p> <p>AP1: Ela falou pra ficar mais pra cima o meu e o meu é igual ao seu.</p> <p>(Cochichos)</p> <p>MEDIADORA: Gente, agora usa a outra pontinha e faz a mesma coisa.</p> <p>AP4: Ai, professora! O meu não deu certo não!</p> <p>AP1: Acabei de tirar os 3 centímetros...</p> <p>AP2: Ai, gente, eu fiz (...)! </p> <p>AP4: Professora, o meu não deu certo. Não sei se é muito alto e...</p> <p>MEDIADORA: Pera aí, deixa eu medir o seu...</p> <p>AP1: Eu fiz um círculo inteiro.</p> <p>MEDIADORA: Pode ser também! Tá certinho! (Dirigindo-se ao AP4) Deixa eu ver seu compasso... (Após verificar) Seu compasso tá grande. Vou fazer pra baixo, tá, AP4?! A ponta...</p> <p>AP1: Vê se foi, professora.</p> <p>MEDIADORA: (Dirigindo-se ao AP4) Entendeu?</p> <p>AP1: Ah, esse é pra baixo agora?</p> <p>MEDIADORA: Não, é que do AP4 tá sujo, aí eu fiz pra baixo...</p> <p>AP1: Assim?</p> <p>MEDIADORA: Cruzou, não cruzou?</p> <p>AP1: Aqui eu apaguei porque juntou.</p> <p>AP4: Ah, então vou ter que virar o meu, né?!</p> <p>MEDIADORA: É! Agora faz na outra ponta.</p> <p>AP4: Outra ponta?</p> <p>AP1: Só passar aqui...</p> <p>MEDIADORA: Até cruzar os dois semicírculos. Agora você vai pegar... cadê meu lápis? Vou usar esse lápis... Vai ligar o cruzamento do compasso até a pontinha do traço e o outro cruzamento...</p> <p>AP4: Assim?</p> <p>MEDIADORA: Isso! Tá forçando muito a sua mão, tem que ser mais delicado.</p> <p>AP2: Não, mas... eu acho que não dá...</p> <p>AP1: Um triângulo pra mim era muito mais simples de desenhar.</p> <p>AP2: Não, é porque senão ele fica desalinhado. Ele não fica com os centímetros certinhos.</p> <p>AP4: Ah, entendi...</p>	<p>O participante declara não saber utilizar o compasso.</p> <p>A participante reafirma que não sabe utilizar o compasso.</p> <p>A mediadora esclarece que o passo seguinte é o mesmo que o primeiro.</p> <p>O participante diz que sua construção não está dando certo, então a mediadora confere a abertura do compasso.</p> <p>A participante dialoga sobre a construção e a mediadora esclarece que convém.</p> <p>A participante confere se procedeu corretamente.</p> <p>A mediadora instrui o participante.</p> <p>A mediadora esclarece que o compasso exige delicadeza em seu manuseio.</p> <p>A participante declara que havia imaginado que a construção do triângulo seria mais simples e ouve da colega uma explicação pertinente.</p>	<p>A habilidade do manuseio do compasso abre espaço para colaboratividade, com instalação de um ambiente crítico. (I2.27 - 1)</p> <p>Atividade permite aprofundar o conhecimento sobre os instrumentos. (I2.27 - 2)</p> <p>Os participantes sugerem modos de construir. (I2.27 - 3)</p> <p>Os diálogos permitem que todos vão seguindo juntos em compreensão. (I2.27 - 4)</p> <p>Nuanças do uso do material vão sendo postas. (I2.27 - 5)</p> <p>Considerações geométricas vão sendo articuladas em diálogo. (I2.27 - 6)</p> <p>Os diálogos marcam a característica do espaço de produção do conhecimento. (I2.27 - 7)</p>
Cena 2.28		
INTERAÇÃO	INTERPRETAÇÃO	IDEIAS

<p>MEDIADORA: Certo? Agora eu vou pegar... AP2: (Com voz aguda) Ai, meu triângulo tá perfeito, ó! AP1: Olha o meu! AP2: Olha o meu que perfeito! AP1: O meu parece um triângulo... MEDIADORA: (Dirigindo-se à AP2) Nossa, ficou lindo mesmo! AP2: A AP1: "o meu parece um triângulo!". AP4: Foi o melhor triângulo que fiz na minha vida... AP1: Aqueles... AP2: (Em tom de ironia) Não, é uma esfera. AP1: (Risos) O meu parece um triângulo!</p>	<p>A participante demonstra satisfação ao concluir sua construção e mostra-a aos colegas.</p> <p>O participante declara ter sido a melhor representação de um triângulo que havia desenhado até o momento.</p>	<p>Sinais de contentamento e entusiasmo com o aprendizado construído através da atividade. (I2.28 - 1)</p> <p>A geometria e seus objetos são ressignificados por todos, para o que trazem o contexto de seu cotidiano. (I2.28 - 2)</p>
Cena 2.29		
INTERAÇÃO	INTERPRETAÇÃO	IDEIAS
<p>MEDIADORA: Certo, AP3? Esse é o triângulo! Agora a gente vai aprender a fazer o losango. AP2: Ai meu... AP1: "Losângulo" é qual? AP4: O quê que é "losângulo"? AP1: Losango é esse aqui ó... AP2: Losango é esse... MEDIADORA: É aquele docinho de leite, assim... AP1: Qual é a diferença do losango pro triângulo? Ah, o losango é esse... (Enquanto desenha no papel) MEDIADORA: Isso! AP2: Ah, um negócio assim... (Enquanto desenha no papel)</p>	<p>a construção do losango é um prosseguimento natural no fluxo de diálogos</p> <p>A participante 1 questiona a diferença entre losango e triângulo, mas logo se lembra e esboça no papel, a fim de uma confirmação.</p>	<p>Interação abre novo horizonte de significações geométricas (I2.29 - 1)</p> <p>Discussão sobre nomes e associações da forma vão dando fluxo ao processo. (I2.29 - 2)</p> <p>Reafirmação do conhecimento geométrico através de representação gráfica. (I2.29 - 3)</p>
Cena 2.30		
INTERAÇÃO	INTERPRETAÇÃO	IDEIAS
<p>MEDIADORA: Vamos, AP3! (Dirigindo-se a todos) Agora vocês vão fazer um traçado de 2,8 centímetros. (Conversa paralela) AP1: Ô, professora, eu não consigo contar isso daqui não... AP2: Eu consigo! Quer ajuda? É só você ver se esse daqui tá no meio, é porque ele é o 5. Ai é só você contar do 5 pra cima. AP4: O meu deu certo! MEDIADORA: 2,8? AP4: Uhum! AP1: Assim né? AP4: Não, tá errado. AP1: Pra mim tá quase 3 centímetros. MEDIADORA: 2,8 agora, o tracinho. AP4: Ficou certo. AP2: Nossa, o AP4 descobriu uma coisa muito importante. AP4: (Risos) MEDIADORA: (Dirigindo-se à AP3) AP3, 2,8. O seu tá grande. AP2: Faz assim, ó... MEDIADORA: Você tem que medir aqui, ó... 2,8 na régua. Do 0 até o 2 e você conta 8 tracinhos. Vai dar aqui.</p>	<p>A participante sente dificuldade para realizar a medição e tem ajuda da outra participante, que se prontifica a auxiliá-la, mostrando que o ponto médio entre o 2 e o 3 significava 5mm</p> <p>As interações são também por meio de interposição de críticas e elogios</p>	<p>Interação e colaboração. (I2.30 - 1)</p> <p>Apropriação de conhecimento geométrico mediante aprendizagens colaboradas sobre uso do instrumento. (I2.30 - 2)</p> <p>A mediadora se mostra sensível às necessidades da participante 3. (I2.30 - 3)</p>
Cena 2.31		
INTERAÇÃO	INTERPRETAÇÃO	IDEIAS
<p>AP4: Existe um triângulo de 6 pontas? AP2: Existe, você não sabia não? São duas pirâmides, uma pra cima e uma pra baixo.</p>	<p>O participante traz uma questão extensiva permitida no ambiente lúdico</p>	<p>Expressão de um pensamento abstrato</p>

<p>AP1: <i>É... é, uai.</i> (Mudam de assunto, paralelo à construção, enquanto a mediadora auxilia a AP3, e vão buscar água)</p>	<p>A fala dos participantes sugere que o triângulo de 6 pontas, para eles, poderia ser o tetraedro.</p> <p>Os participantes não prosseguem o assunto, retirando-se do laboratório.</p>	<p>extensivo ao que se constrói. (I2.31 - 1)</p> <p>O ambiente é fundo que permite menceios intelectuais. (I2.31 - 2)</p> <p>Os diálogos oportunizam a construção coletiva do conhecimento. (I2.31 - 3)</p>
Cena 2.32		
INTERAÇÃO	INTERPRETAÇÃO	IDEIAS
<p>AP1: <i>Então, agora é o quê?</i> MEDIADORA: <i>Terminar o losango.</i> AP4: <i>Tá. É... um risquinho assim...</i> AP2: <i>A esfera é... vai usar só o compasso, né? Pra desenhar a esfera...</i> MEDIADORA: <i>A circunferência.</i> (Dirigindo-se à AP3) <i>Vamos, AP3?</i> (Dirigindo-se a todos) <i>Agora, gente... a gente vai medir o compasso na marcação de 2 centímetros.</i> AP1: <i>Vou acertar, ó... Chutei e não foi que acertei mesmo?</i> MEDIADORA: <i>2 centímetros. Viu, AP3?</i> (Assunto paralelo) MEDIADORA: <i>Agora a gente vai usar aquele traço de 2,8 centímetros pra fazer o losango, igual a gente fez com o triângulo, só que a gente vai girar tanto pra cima...</i> {fala simultânea} AP2: <i>Quanto pra baixo.</i> AP4: <i>Tanto pra baixo.</i> AP4: <i>Desenhar um meio círculo?</i> MEDIADORA: <i>Isso! Pode ser um meio círculo.</i> AP1: <i>Pera aí que agora o meu deu m****...</i> AP4: <i>Aí tem que usar de 2... a ré... de 2 centímetros aqui?</i> AP1: <i>Mediadora, eu acho que o meu deu (...), sabe?!</i> MEDIADORA: <i>O seu tá com 8... 2,8 mesmo?</i> AP4: <i>Aqui... ai... aqui tá... aqui tá 2.</i> AP2: <i>Ah, é 2,8?</i> MEDIADORA: <i>Uhum.</i> AP2: <i>É 2,8?</i> MEDIADORA: <i>Não.</i> AP2: <i>Ah, tá!</i> MEDIADORA: <i>O compasso 2, mas o tracinho 2,8.</i> AP2: <i>Até levei um susto. Já ia falar “meu Deus, fiz tudo errado!”.</i> AP1: <i>Assim, Mediadora?</i> MEDIADORA: (Dirigindo-se à AP3) <i>Foi, AP3?</i> AP4: <i>Assim?</i> MEDIADORA: <i>Isso! Agora faz com a outra ponta também, até cruzar os dois.</i> AP1: <i>Nossa, demorou um tempão pra poder fazer um lado.</i> AP2: <i>Digamos que eu fiz uma leve (...), eu acho.</i> AP1: <i>Eu também... eu tenho certeza que eu fiz uma...</i> MEDIADORA: <i>Fez nada, gente.</i> AP1: <i>Tem que começar de baixo pra cima, mas comecei de cima pra baixo. Alá, ficou torto!</i></p>	<p>Em retorno, o fluxo dialogal não se altera</p> <p>Apesar de associações de nomes equivocadas, diálogos expressivos dão fluxo ao processo</p> <p>A mediadora prossegue.</p> <p>A participante confirma se o esboço sugerido pela mediadora se tratava de um semicírculo e obtém resposta afirmativa.</p> <p>A participante declara que sua construção deu errado.</p> <p>A mediadora questiona se o traço base, que gera uma das diagonais, está correta.</p> <p>Interações permitem que as compreensões sejam autônomas</p> <p>A participante busca por afirmação da mediadora a respeito da construção até o momento e recebe-a, além da próxima instrução, que é a repetição do passo feito, ficando desapontada.</p> <p>Todos têm segurança de expressarem-se aos outros</p>	<p>Compreensão das potencialidades geométricas do material. (I2.32 - 1)</p> <p>Horizonte comum permite compreensões acima de nomes proferidos. (I2.32 - 2)</p> <p>Os participantes se mostram acompanhando, envolvidos. (I2.32 - 3)</p> <p>Apropriação de conhecimento geométrico teórico na autocrítica. (I2.32 - 4)</p> <p>Interação de participante com mediadora mostram relação saudável e produtiva. (I2.32 - 5)</p> <p>Necessidade de aprovação de quem ocupa o lugar de quem orienta. (I2.32 - 6)</p> <p>Comprometimentos mútuos seguem em clima lúdico. (I2.32 - 7)</p>

<p>AP2: <i>Foi... tá... fá... tá, foi!</i> AP1: (Referindo-se à construção pelo compasso) <i>Tá, foi! Mas não voltou...</i> AP2: (Dirigindo-se ao AP4) <i>Por que você falou que não, mas falou "que lindo"?</i> AP4: <i>Porque eu não sei fazer. (Risos)</i> MEDIADORA: (Dirigindo-se à AP3) <i>Firmou, você gira...</i></p>		
Cena 2.33		
INTERAÇÃO	INTERPRETAÇÃO	IDEIAS
<p>AP1: <i>Mediadora, até que... é... deu pra... esse ano a gente vai ter que aprender a usar compasso?</i> AP4: <i>Hã?!</i> MEDIADORA: (Exclamando quando o compasso desliza a ponta seca) <i>Ai...</i> AP1: (Dirigindo-se aos colegas) <i>Se a gente tiver que usar isso aqui esse ano, gente, eu vou morrer!</i> {fala simultânea} AP4: [fala não identificada] <i>...eu tô aprendendo hoje!</i> AP1: <i>Eu não tô conseguindo fazer um círculo com isso aqui. Tenta fazer um círculo com isso aqui!</i> AP4: <i>No sexto ano pediu e o professor nem usou.</i> AP1: <i>É...</i> MEDIADORA: <i>Certo?</i> AP1: <i>Pediram compasso pra mim e eu nem usei, eu não comprei. Eu usei o da minha amiga. Nem o da minha amiga...</i></p>	<p>sem abrir mão de realizar as tarefas, os participantes refletem sobre a novidade do compasso</p>	<p>O uso do instrumento traz uma discussão curricular e projeção de seus estudos matemáticos. (I2.33 - 1)</p> <p>Participante insere problemática do instrumento em seu cotidiano. (I2.33 - 2)</p> <p>Sinais de contentamento com o aprendizado constituído por meio da/na atividade. (I2.33 - 3)</p>
Cena 2.34		
INTERAÇÃO	INTERPRETAÇÃO	IDEIAS
<p>MEDIADORA: <i>Agora a gente vai ligar os encontros dos círculos tanto de cima quanto embaixo nas pontinhas.</i> AP1: <i>Eu usando...</i> AP4: <i>Hã?! Ah! Fazer um triângulo, só que...</i> AP1: <i>Como assim? Ah, tá! Agora é com o lápis, né?</i> MEDIADORA: <i>Isso! (Dirigindo-se à AP3) Certo, AP3?</i> AP1: <i>Como assim? Voada...</i> AP4: <i>Mas a marcação de 8 centímetros ou de... 2? Dentro do círculo?</i> {fala simultânea} MEDIADORA: (Indicando no papel) <i>Você vai ligar esse pontinho aqui...</i> AP4: <i>Aqui, aqui?</i> MEDIADORA: <i>...de fora, tá vendo?</i> AP4: <i>Ah, tá, tá... de fora. Ah, tá, achei que era de dentro.</i> MEDIADORA: <i>Eu acho que na hora de fazer no papel a gente vai poder fazer maior.</i> AP4: <i>Fica tão difícil de fazer...</i> AP1: <i>Eu acho que foi. Foi!</i> AP4: <i>É fácil, mas...</i> (Assunto paralelo) MEDIADORA: <i>Pronto! Então a gente aprendeu a fazer o losango agora.</i></p>	<p>A mediadora instrui que o próximo passo será ligar os pontos de interseção dos semicírculos às extremidades do traçado inicial, definindo os lados do losango.</p> <p>A mediadora esclarece, mostrando nos esboços feitos pelos participantes no papel, o próximo passo.</p> <p>A mediadora percebe que a medida realizada no rascunho será insuficiente para a construção definitiva.</p> <p>O participante titubeia ao dizer sua opinião em relação à construção.</p>	<p>Diálogo geométrico se estabelece a partir do espaço gráfico, com ampla participação. (I2.34 - 1)</p> <p>Linguagem informal da mediadora é aceita como matemática. (I2.34 - 2)</p> <p>Desafios e sucessos vão no fluxo de construção colaborada, com o espaço gráfico fomentando compreensões. (I2.34 - 3)</p>
Cena 2.35		
INTERAÇÃO	INTERPRETAÇÃO	IDEIAS

<p>MEDIADORA: <i>E por último, e mais simples, o círculo.</i></p> <p>AP1: <i>Círculo eu não sei fazer.</i></p> <p>MEDIADORA: (Enquanto desenha no papel) <i>Pega o compasso, marca no 1 e meio...</i></p> <p>AP1: <i>Gente, é pra fazer um círculo agora?</i></p> <p>AP4: <i>Nossa, o da professora tá perfeito! O meu tá horrível!</i></p> <p>AP1: (Após fazer a construção no papel) <i>Ficou uma circunferência per-feita, entendeu?</i></p> <p>AP4: <i>Olha o meu!</i></p> <p>AP1: <i>Bora calcular uma circunferência! O número pi vezes... (Risos)</i></p> <p>AP4: <i>Pera aí! É pra fazer o quê?</i></p> <p>AP1: <i>...o diâmetro... (risos)</i></p> <p>AP4: <i>Medir 1,5?</i></p> <p>MEDIADORA: <i>1,5.</i></p> <p>AP1: <i>Como é que fazia, gente? Eu... (Dirigindo-se à mediadora) Tá vendo, Mediadora?! Eu falei que eu desaprendia as coisas...</i></p> <p>AP4: <i>1,5 é o...</i></p> <p>AP1: <i>A circunferência é como?</i></p> <p>AP4: <i>Pi é quanto mesmo? 3,14?</i></p> <p>AP1: <i>O pi é quanto?! É... 3,14... não, eu acho que é o... é...</i></p> <p>MEDIADORA: (Dirigindo-se à AP3) <i>Só firmar a ponta seca e girar o compasso.</i></p> <p>AP4: <i>Não, o phi é 3,14. O...</i></p> <p>AP1: <i>O phi que é 1,6.</i></p> <p>AP4: <i>É 1,6?</i></p> <p>AP1: <i>61! Ou tá errado?</i></p> <p>AP4: <i>Eu não lembro não, gente.</i></p> <p>MEDIADORA: <i>Phi é 1,618.</i></p>	<p>A mediadora inicia a construção do círculo. O espaço gráfico e o instrumento permitem expressão de expectativas pessoais e imediatos critérios de avaliação</p> <p>A participante ironiza sua construção, fazendo uma reflexão epistemológica</p> <p>A participante brinca com os conhecimentos vistos no ano escolar sobre a relação entre a circunferência e a constante π.</p> <p>A participante confunde os valores aproximados das constantes π e ϕ.</p>	<p>Sinais de descontração e leveza quando o conhecimento geométrico teórico é revisitado e trazido para o fluxo de discussões. (I2.35 - 1)</p> <p>Fluxo de diálogos abertos permite discussão cultural matemática mais ampla que o que seria necessário. (I2.35 - 2)</p> <p>Os diálogos marcam a característica do espaço de produção do conhecimento. (I2.35 - 3)</p>
Cena 2.36		
INTERAÇÃO	INTERPRETAÇÃO	IDEIAS
<p>AP4: <i>É pra fazer o círculo agora, professora?</i></p> <p>AP1: <i>Hã?!</i></p> <p>MEDIADORA: <i>Sim, senhor!</i></p> <p>AP4: <i>Hã...</i></p> <p>AP1: (Referindo-se ao regulador do compasso) <i>É porque meu negocinho soltou aqui. Eu tô tentando botar.</i></p> <p>AP4: <i>É só rodar, então?</i></p> <p>MEDIADORA: (Em resposta à AP1) <i>O meu também tá quebrando tudo. (Dirigindo-se ao AP4) Hã?!</i></p> <p>AP4: <i>É só fazer assim?</i></p> <p>MEDIADORA: <i>Isso. Firma e roda.</i></p> <p>AP1: <i>É porque, mediadora, tem um problema chamado...</i></p> <p>AP2: <i>Eu até furei a folha.</i></p> <p>MEDIADORA: (Dirigindo-se à AP3 e referindo-se ao compasso) <i>Deixa essa mão mais leve. Você está pesando muito a mão. Você tem que forçar aqui e não aqui, entendeu? Você está forçando os dois, aí ele não desliza.</i></p> <p>AP1: <i>Ahá! Foi metade do círculo, dá?</i></p> <p>MEDIADORA: <i>Não, tem que ser ele inteiro.</i></p> <p>AP1: <i>Ah...</i></p> <p>MEDIADORA: (Cochicho) <i>Ui, saiu também. (Dirigindo-se ao grupo) Foi? AP3 já foi.</i></p>	<p>O participante confirma sobre a figura geométrica que deve ser construída e se, para isso, basta girar o compasso.</p> <p>A mediadora responde positivamente, instruindo que basta girar após apoiar a ponta seca.</p> <p>A mediadora insiste que o compasso exige delicadeza e que, para que a ponta de grafite deslize, apenas a ponta seca deve estar firme.</p> <p>A participante finalmente revela ter aprendido a manusear o compasso, rindo do tempo que levou, e fazendo referências extratemporais.</p>	<p>Os diálogos marcam a característica do espaço de produção do conhecimento. (I2.36 - 1)</p> <p>O manuseio correto dos instrumentos é preocupação. (I2.36 - 2)</p> <p>Aprendizagem sobre material. (I2.36 - 3)</p> <p>Sinais de contentamento e entusiasmo com uma reflexão sobre o aprendizado matemático em geral. (I2.36 - 4)</p>

<p>AP1: (Fala entusiasmada) <i>Eu aprendi a fazer! Eu demorei meia hora (gargalhada). A colega (fala o nome dela) ... é isso que [ela] não entendia a matéria, entendeu?</i></p> <p>MEDIADORA: <i>Certo?</i></p> <p>AP4: <i>Todo mundo andou?</i></p> <p>AP1: <i>Certo!</i></p>		
Cena 2.37		
INTERAÇÃO	INTERPRETAÇÃO	IDEIAS
<p>MEDIADORA: <i>Agora a gente vai fazer as construções na folha. Valendo agora, direitinho, tá?</i></p> <p>AP2: <i>Ai meu Deus do céu...</i></p> <p>AP4: <i>Mas tem que ser quantas?</i> {fala simultânea}</p> <p>MEDIADORA: <i>Uma de cada.</i></p> <p>AP2: <i>Ai, graças a Deus, só uma.</i></p> <p>AP1: <i>Vou começar pelo círculo que eu acho que é...</i></p> <p>AP4: <i>O círculo é muito fácil, né?!</i></p> <p>MEDIADORA: <i>Ah, outra coisa! Faz no verso. Na parte...</i></p> <p>AP1: <i>Escura.</i></p> <p>MEDIADORA: <i>...escura, porque você pode apagar à vontade se der errado, tá?</i></p> <p>AP1: <i>O círculo é 1,7... 1,5!</i></p> <p>MEDIADORA: <i>1,5. Pode usar as marcações que vocês têm na folha aí.</i></p>	<p>A mediadora instrui aos participantes que realizem as construções definitivas no papel cartão, uma de cada figura geométrica, das quatro aprendidas.</p> <p>Os participantes opinam sobre o círculo ser o mais simples.</p> <p>A mediadora sugere que façam as construções no verso do papel cartão, pois, caso cometam algum erro, não comprometem a peça.</p>	<p>Os diálogos marcam a característica do espaço de produção do conhecimento. Um participante mostra que seus temores foram superados. (I2.37 - 1)</p>
Cena 2.38		
INTERAÇÃO	INTERPRETAÇÃO	IDEIAS
<p>AP4: <i>Eu esqueci como faz o quadrado. (risos)</i></p> <p>AP1: <i>O quadrado eu não lembro muito bem não. O triângulo eu lembro mais.</i> [...]</p> <p>AP2: <i>É... 3cm pra fazer esse daqui, não é?</i></p> <p>MEDIADORA: <i>Sim!</i></p> <p>AP4: <i>Ai, eu fiz aqui no canto...</i></p> <p>AP1: <i>"3cm" (risos).</i></p> <p>AP4: <i>...não tem 3 centímetros aqui.</i></p> <p>AP2: <i>É, cm, cm!</i></p> <p>AP4: <i>Me empresta a borracha?</i></p> <p>AP2: <i>É que eu tava fazendo com 2, por isso que tava dando errado.</i></p> <p>AP4: (Falando consigo) <i>Tá muito grande. Tem mais de 1 e meio...</i></p> <p>MEDIADORA: (Dirigindo-se à AP3) <i>AP3, o seu tá muito grande. Ele aumentou, o compasso, tá vendo?</i></p> <p>AP1: <i>Eu acho que foi, né, Mediadora?</i></p> <p>MEDIADORA: (Dirigindo-se à AP3) <i>É 1 e meio, a medida do círculo.</i></p> <p>AP1: <i>Foi?</i></p> <p>MEDIADORA: (Dirigindo-se à AP1) <i>Foi.</i></p> <p>AP1: <i>Aleluia!</i></p>	<p>Participantes voltam a dizer que não se lembram com clareza sobre uma construção, mas o diálogo mostra que eles mesmo superaram obstáculos.</p> <p>A mediadora pouco tem de interferir.</p> <p>A participante procura afirmação da mediadora sobre sua construção e recebe-a, sentindo-se aliviada.</p>	<p>Ambiente e colaboratividade geram sucesso e segurança. (I2.38 - 1)</p> <p>Intervenções são acolhidas naturalmente. (I2.38 - 2)</p> <p>Necessidade de aprovação do sujeito que ocupa o lugar de quem orienta. (I2.38 - 3)</p>
Cena 2.39		
INTERAÇÃO	INTERPRETAÇÃO	IDEIAS
<p>AP1: <i>Alá, a AP2 já tá acabando já.</i></p> <p>AP4: <i>A AP2 é inteligente.</i></p>	<p>Os participantes voltam a acusar a inteligência da colega devido à sua destreza durante a atividade,</p>	<p>O trabalho matemático manipulativo abre portas</p>

<p>AP1: <i>É, eu não sei... ah... não sei... ou a AP2 fica pagando de sonsa e burra, porque aqui a AP2 é mó inteligentona, na escola nem parece.</i></p> <p>AP3: <i>Não, é... tipo... é porque tem matéria que eu entendo. Igual, em geometria eu sou boa, mas igual, nesse de... igual...</i></p> <p>AP1: <i>Geometria eu sei, mas...</i> {fala simultânea}</p> <p>AP4: [fala não identificada]</p> <p>AP2: [fala não identificada]</p> <p>AP2: <i>...aí eu era boa.</i></p> <p>AP1: <i>O quadrado é quanto?</i> [falas simultâneas não identificadas]</p> <p>AP2: [...] <i>de geometria. No ano passado...</i></p> <p>AP1: <i>O triângulo é?</i> {fala simultânea}</p> <p>AP2: <i>Ou eu fechava, ou eu tirava, tipo, quase...</i></p> <p>MEDIADORA: <i>3 centímetros.</i> {fala simultânea}</p> <p>AP4: <i>Ou eu fechava... ou eu fechava ou eu tirava 0. Não, ou tirava 0 ou eu tirava zero.</i></p> <p>AP1: <i>Aqui? E o compasso, né?</i></p> <p>MEDIADORA: <i>É, os dois.</i></p> <p>AP4: <i>3!</i></p> <p>AP1: <i>Da outra vez era 2,8, não? Ah, não, 2,8 era o losango.</i> {fala simultânea}</p> <p>MEDIADORA: <i>Pera aí, gente. Pera aí, pera aí. Eu acho que vou até aumentar.</i></p> <p>AP4: <i>É pra medir quanto, o círculo?</i></p> <p>AP4: <i>É 3 centímetros o circ... o quadrado?</i></p> <p>AP1: <i>Eu posso fazer 4 centímetros no triângulo e 3...</i></p> <p>MEDIADORA: <i>O quadrado é 3 centímetros.</i> (Dirigindo-se à AP2) <i>Tá quebrada.</i></p> <p>AP3: [fala não identificada]</p>	<p>comparando com os resultados obtidos na escola.</p> <p>Participantes refletem sobre a matemática escolar e se posicionam como estudantes</p> <p>A mediadora percebe que deve aumentar a medida da diagonal do losango e pede aos participantes que esperem para construir apenas quando a nova medida for estabelecida.</p> <p>Os participantes confirmam sobre as medidas necessárias para a construção das demais figuras geométricas.</p>	<p>para desabrochar de talentos obscurizados em outros ambientes escolares. (I2.39 - 1)</p> <p>O estereótipo que associa o talento matemático à inteligência se mostra presente. (I2.39 - 2)</p> <p>Fluxos de diálogos com assuntos paralelos e pertinentes são acolhidos no ambiente, em discussão curricular, existencial e epistemológica. (I2.39 - 3)</p> <p>Imprevisibilidade natural do ambiente laboratório, com participação de todos. (I2.39 - 4)</p>
Cena 2.40		
INTERAÇÃO	INTERPRETAÇÃO	IDEIAS
<p>AP2: <i>O losango é 2 e m...</i></p> <p>AP4: <i>Ah, tá!</i></p> <p>AP2: <i>Dois vírgula quanto?</i></p> <p>AP1: <i>2,8.</i></p> <p>AP2: <i>2,8.</i></p> <p>AP1: <i>O triângulo é 3, né?</i></p> <p>MEDIADORA: (Dirigindo-se à AP3) <i>Não. Aí primeiro você faz a base do triângulo, ó... a base.</i></p> <p>AP1: <i>O triângulo é 3, não é?</i></p> <p>MEDIADORA: <i>3 centímetros. Isso.</i> {fala simultânea}</p> <p>AP1: <i>O triângulo é 3, o compasso 2?!</i></p> <p>AP2: <i>Hum, fiz errado...</i> {fala simultânea}</p> <p>AP2: <i>Ai, nossa, que legal. Eu fiz errado o triângulo.</i></p> <p>MEDIADORA: <i>Tudo 3.</i></p> <p>AP2: <i>Cadê a borracha?</i></p> <p>AP4: <i>É, vou fazer o...</i></p> <p>MEDIADORA: <i>Tá ali.</i> (Conversa paralela)</p>	<p>Os participantes confirmam sobre as medidas necessárias para a construção das figuras geométricas.</p> <p>A mediadora relembra os passos e as medidas de algumas construções.</p>	<p>Atividade permite que se revise as construções. (I2.40 - 1)</p> <p>Mesmo com insucessos, os participantes se mostram animados. (I2.40 - 2)</p>
Cena 2.41		
INTERAÇÃO	INTERPRETAÇÃO	IDEIAS

<p>AP4: Ah, pera aí. É uma medida, é qualquer, tipo... até...</p> <p>MEDIADORA: 3 centímetros.</p> <p>AP4: É só 3?</p> <p>MEDIADORA: Se vai do 1, é do 1 até o 4. 0 até o 3. Assim vai fazendo, entendeu?</p> <p>AP2: Agora me bateu um ódio, porque eu achei que tinha feito errado, mas eu fiz certo.</p> <p>MEDIADORA: Você conta assim: se você começar aqui no 27, você conta 1, 2, 3... vai até o 30.</p> <p>AP4: Ah, é! Aí você pega esse aqui e vai até aqui, mais ou menos, né?</p> <p>MEDIADORA: Você vai fazer o quadrado?</p> <p>AP4: É.</p> <p>MEDIADORA: Ah, tá. O quadrado faz livre. Faz um tamanho...</p> <p>AP4: Então!</p> <p>MEDIADORA: ...livre.</p> <p>AP4: É isso que tô falando, tipo...</p> <p>MEDIADORA: Hum, tá.</p> <p>AP4: Até o s... 6.</p> <p>MEDIADORA: Usa um pedaço da régua que não tá quebrado, porque esse aqui tá dando diferença. {fala simultânea}</p> <p>AP1: (Fala entusiasmada) Fiz um triângulo!</p> <p>MEDIADORA: O quadrado é o mais enjoadado.</p>	<p>A mediadora volta a explicar sobre as referências da régua.</p> <p>Sentimentos acompanham reflexão sobre aprendizagem</p>	<p>Participantes trazem os avanços de aprendizagem para eles como um todo. (12.41 - 1)</p> <p>Entusiasmo dá o tom do ambiente de produção. (12.41 - 2)</p>
Cena 2.42		
INTERAÇÃO	INTERPRETAÇÃO	IDEIAS
<p>AP1: O triângulo foi, eu acho.</p> <p>MEDIADORA: Foi.</p> <p>AP4: Aquelas, né?!</p> <p>AP1: Acho que foi.</p> <p>MEDIADORA: Deixe-me ver esse triângulo aí. Eu estou achando que ele tá meio torto...</p> <p>AP1: Eu também tô achando (risos). Eu não reparei bem...</p> <p>AP4: Pera aí, mas é que...</p> <p>MEDIADORA: Ele tá torto, querida!</p> <p>AP1: Hum...</p> <p>MEDIADORA: Arruma esse compasso aí.</p> <p>AP4: Faz de novo. (Dirigindo-se à mediadora) Aí aqui é pra marcar 3 centímetros? Assim?</p> <p>MEDIADORA: Você marca os 3 centímetros com o compasso.</p> <p>AP1: Eu queria fazer nos "zói" pra ver se dá...</p> <p>AP4: E a régua, tipo, assim?!</p> <p>MEDIADORA: Ah, tá. Pode ser.</p> <p>AP4: (Risos)</p> <p>MEDIADORA: Mas é porque eu... tá, pode ser, não sei. (Após AP4 fazer corretamente a marcação) Aí, foi.</p> <p>AP1: É que eu tô com agonia toda hora pra saber se eu fecho.</p> <p>MEDIADORA: (Dirigindo-se ao AP4, indicando no papel) Agora você risca daqui até aqui e daqui até aqui com a régua.</p> <p>AP4: (Cochichando) Vou ficar quieto pra não falar [...] ... (Dirigindo-se à mediadora) E vai agora... daqui... pera aí, mas aqui não vai dar. (Assunto paralelo)</p>	<p>A participante diz achar que concluiu corretamente a construção do triângulo.</p> <p>A mediadora percebe que há algo errado, com consentimento da participante, e constata que estava certa.</p> <p>A mediadora percebe que há irregularidade na abertura do compasso.</p> <p>A participante admite não ter conferido a medida da abertura do compasso, atribuindo um valor por aproximação.</p> <p>A mediadora instrui a participante a finalizar corretamente sua construção.</p>	<p>Intervenção pertinente da mediadora é acolhida agradavelmente. Diálogos mostram fluxo produtivo na troca de conhecimentos. (12.42 - 1)</p> <p>O sujeito estabelece o seu modo de construção, com seus critérios. (12.42 - 2)</p>
Cena 2.43		

INTERAÇÃO	INTERPRETAÇÃO	IDEIAS
<p>AP4: Assim, aí...</p> <p>MEDIADORA: 3. É que tá muito grande.</p> <p>AP4: É 3, não?</p> <p>MEDIADORA: Não. Deu 4 e cacetada. São 3 centímetros.</p> <p>AP4: Borracha, alguém? AP2?</p> <p>MEDIADORA: AP3 já fez o círculo e o triângulo. (Dirigindo-se à AP3) AP3, qual você vai fazer agora?</p> <p>AP3: (Mostra na folha)</p> <p>MEDIADORA: Losango? Você faz a base 3 centímetros. (Dirigindo-se ao grupo) Vai ser 2,8 mais não, tá, gente?! 3 centímetros.</p> <p>AP1: Eu acho que continua torto...</p> <p>AP2: Eu já fiz 2,8.</p> <p>MEDIADORA: Ah, tem problema não.</p> <p>AP4: Agora ficou bom.</p> <p>AP1: (Dirigindo-se à mediadora) Agora ficou bom? {fala simultânea}</p> <p>AP4: Nossa, gente, [fala não identificada].</p>	<p>A mediadora percebe divergência na medida feita pelo participante para o lado do triângulo.</p> <p>A mediadora estabelece a nova medida de 3cm para a diagonal, traço inicial, do losango.</p>	<p>Novas medidas são mote para diálogo construtivo seguir. (I2.43 - 1)</p>
Cena 2.44		
INTERAÇÃO	INTERPRETAÇÃO	IDEIAS
<p>AP1: Será que dá pra fazer o losango com esses triângulos aqui? Não, né?</p> <p>MEDIADORA: Não, porque você vai recortar... ahhh, o que tá torto? Não.</p> <p>AP1: Não, né?!</p> <p>AP4: Como que eu não peguei isso daqui? Eu tô cego?</p> <p>AP1: Eu tô igual a tal... Ai, ferrou... ah, não, tá dentro demais.</p> <p>MEDIADORA: (Dirigindo-se à AP3) Pronto. Agora gira, marca 2 centímetros aqui...</p> <p>AP4: Eu falei de 6 centímetros.</p> <p>AP1: A base do losango agora é 3.</p> <p>AP2: É 3 centímetros, né?! Que bota pra fazer o quadrado?</p> <p>MEDIADORA: É.</p> <p>AP1: E a base do losango?</p> <p>MEDIADORA: A base 3 e o compasso 2. (Dirigindo-se ao AP4) Deixa espaço pra recortar pra cima e pra baixo.</p> <p>AP1: (Falando consigo) Beleza...</p> <p>AP4: Só porque fiz um grande, professora?</p>	<p>A participante questiona se seria possível aproveitar as construções dos triângulos já feitas para construir o losango e obtém uma resposta negativa da mediadora.</p> <p>A participante confere a medida necessária para o lado do quadrado.</p> <p>Após ser questionada, a mediadora esclarece que a diagonal, base da construção, do losango deve medir 3cm e a abertura do compasso deve ser de 2cm.</p>	<p>Especulações geométricas tomam corpo. (I2.44 - 1)</p> <p>Linguagem informal é característica do ambiente, que segue sendo acolhedor de significações geométricas. (I2.44 - 2)</p>
Cena 2.45		
INTERAÇÃO	INTERPRETAÇÃO	IDEIAS
<p>MEDIADORA: (Referindo-se ao manuseio do compasso, dirigindo-se ao AP4) Firma aqui. Esse você desliza, tá?</p> <p>AP1: Beleza. Ai como é que faz isso mesmo, gente?</p> <p>MEDIADORA: (Dirigindo-se ao AP4) Firma...</p> <p>AP1: Oh!</p> <p>MEDIADORA: ...a ponta seca, deslizando o grafite. (Silêncio)</p> <p>AP4: (Cochicho). Melhor?</p> <p>MEDIADORA: Sim. Deixe-me ver se tá certinho...</p> <p>AP4: Eu media muito...</p> <p>AP2: Eita! {fala simultânea}</p> <p>AP4: Acho que eu não medi o compasso.</p> <p>AP1: Ai AP2...</p>	<p>A mediadora volta a esclarecer que para o manuseio do compasso, é necessário firmar a ponta seca e deslizar a ponta de grafite.</p> <p>A participante 2 volta a ser elogiada por sua destreza nas construções.</p>	<p>O manuseio correto dos instrumentos é preocupação no empreendimento do corpo. (I2.45 - 1)</p> <p>Ser rápido em concluir as construções se mostra sinônimo de ser bom. (I2.45 - 2)</p>

AP1: <i>A AP2 é mó boa, vei. Tá acabando.</i>		
Cena 2.46		
INTERAÇÃO	INTERPRETAÇÃO	IDEIAS
<p>MEDIADORA: (Dirigindo-se ao AP4) <i>Tem que medir 3 centímetros. Cuidado pra não sair essa marcação.</i></p> <p>AP1: <i>Eu lá ia esbarrando em você, AP2.</i></p> <p>AP4: <i>Nossa, é que eu medi o meu errado.</i></p> <p>MEDIADORA: <i>Tem que pegar aqui, ó... onde cruzou você baixa lá no...</i></p> <p>AP4: (Enquanto desenha na folha) <i>Tá. Ai daqui... Ai junta aqui...</i></p> <p>MEDIADORA: <i>Aí faz a mesma coisa desse lado. Apoia o esquadro... lembrou?... aqui e apoia a régua.</i></p> <p>AP1: <i>Foi? Deve ter riscado errado, quer ver?</i></p> <p>AP4: <i>Não salvou...</i></p>	<p>A mediadora chama atenção do participante para que ele não modifique a abertura do compasso.</p> <p>Ao perceber que, de fato, a abertura estava errada, deu-se conta de que não havia feito a medição.</p> <p>A mediadora volta a instruir sobre a construção do quadrado.</p>	<p>O participante apresenta capacidade de autocrítica. (I2.46 - 1)</p> <p>Diálogos mostram fluxo construtivo no qual capacidade de refletir sobre o que fazem sobressai. (I2.46 - 2)</p>
Cena 2.47		
INTERAÇÃO	INTERPRETAÇÃO	IDEIAS
<p>AP2: (Dirigindo-se à mediadora) <i>Pode recortar?</i></p> <p>AP1: (Dirigindo-se ao AP4) <i>Não? Tá bom?</i></p> <p>MEDIADORA: <i>Já acabou?</i></p> <p>AP2: <i>Aham!</i></p> <p>MEDIADORA: <i>Seu quadrado tem 3 centímetros?</i></p> <p>AP2: <i>Eu acho que tem... pera, deixa eu ver.</i></p> <p>MEDIADORA: <i>Ficou muito grande...</i></p> <p>AP1: <i>Em?! Tá ruim?</i></p> <p>AP3: <i>3 centímetros?</i></p> <p>MEDIADORA: <i>Não, tá ótimo! Pode recortar.</i></p> <p>AP1: <i>Ah, é porque ficou 3, né?!</i></p> <p>AP2: <i>Tem.</i></p> <p>MEDIADORA: <i>Tem? (Dirigindo-se a todos) Ó, gente, eu tô achando que vai ter que diminuir esse quadrado aí. Ele tá muito grande.</i></p> <p>AP2: <i>Aham!</i></p> <p>AP4: <i>O meu tá pequeno.</i></p> <p>AP2: <i>2 centímetros?</i></p> <p>MEDIADORA: <i>Pode colocar 2 e meio.</i></p> <p>AP2: <i>2 e meio?!</i></p> <p>MEDIADORA: <i>AP4, sinto muito. (Risos) Depois você vai poder aproveitar, calma aí... ah, não, já tá quase no final...</i></p> <p>AP1: <i>Como é que faz o quadrado?</i></p> <p>MEDIADORA: <i>Senão vai ficar muito grande.</i></p> <p>AP2: <i>Aham!</i></p>	<p>A participante, após finalizar suas construções, pede confirmação à mediadora para seguir para o recorte das figuras geométricas.</p> <p>Questionados, participantes têm argumentos para dialogar.</p> <p>Após confirmar que o quadrado possuía os 3cm previstos, a mediadora conclui que a medida ideal deve ser menor, para que não sobressaia no quadriculado do tabuleiro. Sugere então a nova medida de 2,5cm.</p>	<p>Participante busca por consentimento, entendendo o papel de mediação. (I2.47 - 1)</p> <p>Intervenção pertinente da mediadora expõe ambiente salutar de produção. (I2.47 - 2)</p> <p>Imprevisibilidade natural do ambiente laboratório é superada com empreendimento de todos. (I2.47 - 3)</p>
Cena 2.48		
INTERAÇÃO	INTERPRETAÇÃO	IDEIAS
<p>AP1: <i>Eu sempre esqueço como é que faz o quadrado.</i></p> <p>AP2: <i>Alá! Você vai pegar...</i></p> <p>AP1: <i>O compasso é quanto também?</i></p> <p>AP2: <i>3.</i></p> <p>AP1: (Dirigindo-se à mediadora) <i>O compasso vai continuar 3?</i></p> <p>MEDIADORA: (Dirigindo-se ao AP4) <i>Pode aproveitar o seu, que tá um pouco menor.</i></p> <p>AP1: (Dirigindo-se à mediadora) <i>O compasso vai continuar 3?</i></p> <p>AP4: <i>É pra fazer o que agora?</i></p> <p>MEDIADORA: <i>Do qual?</i></p> <p>AP1: <i>Quadrado.</i></p> <p>MEDIADORA: <i>Coloca 2 e meio agora.</i></p>	<p>A participante, como seus colegas, relata esquecer constantemente o passo a passo para a construção do quadrado.</p> <p>O instrumento já ganha familiaridade</p> <p>Os participantes voltam a confirmar as medidas estabelecidas.</p>	<p>Os diálogos marcam a característica do espaço de produção do conhecimento. (I2.48 - 1)</p> <p>Diálogo geométrico incorpora papel do instrumento. (I2.48 - 2)</p> <p>Linguagem informal já incorpora a lida com o instrumento. (I2.48 - 3)</p>

<p>(Assunto paralelo) MEDIADORA: <i>Porque senão esse...</i> AP1: <i>Eu sou meio burra né?! Eu tô fazendo a parte escura...</i> MEDIADORA: <i>...quadrado vai ficar muito grande.</i> AP1: <i>Tá. Ai o quadrado é aqui... Como é que faz o quadrado? A gente sempre fez...</i> MEDIADORA: (Dirigindo-se à AP1) <i>Apoia o compasso... oh, o esquadro e a régua.</i> AP4: <i>Qual compasso que você quer? 2 e meio?</i> AP2: <i>Uhum!</i> MEDIADORA: (Dirigindo-se à AP1) <i>Lembrou?</i> AP1: <i>Ai... eu já tava lá na circunferência...</i> (Dirigindo-se à mediadora) <i>Compasso e a régua aqui?</i> MEDIADORA: <i>Uhum!</i> AP4: <i>Assim ficou legal? Pronto...</i> MEDIADORA: <i>Não, tá ótimo! Agora o seu falta o triângulo, né?! E o losango.</i> AP1: <i>Ah, fiz o... até embaixo, porque é 2. Ai pega...</i> MEDIADORA: <i>Marca os 2 e meio nas duas linhas, isso.</i> AP4: <i>O triângulo é 1 e meio, né?!</i> MEDIADORA: <i>O triângulo são 3 centímetros.</i> AP4: <i>Ah, tá.</i></p>	<p>A mediadora participa da construção do quadrado em harmonia com participante</p>	<p>Ambiente permite colaborações fluentes. (I2.48 - 4)</p> <p>Sugestões são prontamente entendidas nas compreensões geométricas solidificadas. (I2.48 - 5)</p>
Cena 2.49		
INTERAÇÃO	INTERPRETAÇÃO	IDEIAS
<p>AP4: <i>Como é que faz o triângulo?</i> MEDIADORA: <i>Vamos lá!</i> [...] AP2: <i>Gente, eu ainda acho que o meu losango ficou parecendo um quadrado...</i> AP1: (Dizendo com segurança que a afirmação é óbvia) <i>Losango parece um quadrado.</i> AP2: (Dirigindo-se à AP1) <i>Me empresta seu losango, deixa eu ver.</i> MEDIADORA: <i>É um... é mais tortinho.</i> AP2: <i>Não, o seu ficou... o seu ainda ficou mais coisa que o meu, ó. Me empresta o seu que eu vou recortar, tipo, meio que por cima., porque o meu ficou muito...</i> AP1: <i>Uhum!</i> AP2: <i>...parecendo um quadrado.</i> AP1: <i>Doida!</i> (Assunto paralelo) (Som dos recortes) AP4: <i>Aqueles que não vieram se arrependeram!</i> MEDIADORA: <i>Tomara! (Risos)</i> (Assuntos paralelos) MEDIADORA: <i>Pronto, gente! Vamos abrir um espacinho pra gente aprender a jogar agora.</i></p>	<p>O participante pergunta sobre a construção do triângulo mais para pontuar o momento.</p> <p>A participante está querendo dizer que as angulações de seu losango estão próximas demais de 90 graus.</p> <p>Ouvindo essa afirmação, a participante 1 diz com propriedade que os losangos parecem quadrados.</p> <p>A mediadora diz sobre a diferença que deveria ser notável nas angulações.</p> <p>A participante 2 aproveita a peça da colega para ajustar a sua, ao invés de construí-la novamente.</p> <p>O ambiente é tomado pelos sons e ruídos dos recortes.</p> <p>O participante sugere ter sido a atividade proveitosa e saudável.</p> <p>A mediadora encerra o momento das construções e inaugura o momento do jogo.</p>	<p>Apropriação de conhecimento geométrico com ampla troca de significações oportunas. (I2.49 - 1)</p> <p>Trocas dialogais mostram descontração do ambiente produtivo. (I2.49 - 2)</p> <p>Linguagem informal dá conta de sustentar trocas geométricas. (I2.49 - 3)</p> <p>O ambiente permite cumprimento das tarefas construtivas e trocas de compreensões. (I2.49 - 4)</p> <p>O sujeito sugere modos construtivos próprios. (I2.49 - 5)</p> <p>Participante leva o momento em que está para o conjunto de todas as atividades da escola. (I2.49 - 6)</p> <p>Aprendizado constituído por meio da atividade e com a experiência vivida no laboratório. (I2.49 - 7)</p>

Em um terceiro momento, a mediadora conduziu uma conversa sobre elementos da Geometria, aproveitando o gancho ao tema que a atividade havia proporcionado.

QUADRO 5 – RETORNO DOS PARTICIPANTES

Cena 3		
INTERAÇÃO	INTERPRETAÇÃO	IDEIAS
<p>MEDIADORA: <i>O que é que a gente consegue falar a respeito do triângulo?</i> {fala simultânea}</p> <p>AP1: <i>Hum...</i></p> <p>AP4: <i>Ah...</i> (Silêncio)</p> <p>AP1: <i>Aquelas... É uma figura que possui três lados!</i> (risos)</p> <p>MEDIADORA: <i>Sim! É exatamente isso... A figura que tem três lados e mais o quê?</i></p> <p>AP2: <i>Ele tem...</i></p> <p>[...]</p> <p>MEDIADORA: <i>Quando tem três lados iguais ele se chama o quê?</i></p> <p>AP2: <i>Equilátero!</i></p> <p>MEDIADORA: <i>Equilátero! Quando tem dois lados iguais?</i></p> <p>AP2: (Cochichando) <i>Ai, gente!</i></p> <p>AP1: <i>Eu sabia...</i></p> <p>AP2: <i>Eu também! Eu sabia os três...</i></p> <p>AP1: <i>Eu sabia os três! Não, eu sabia dois... Vamos focar! Eu sabia o equilátero e mais um, vei...</i></p> <p>MEDIADORA: <i>E?</i></p> <p>AP4: <i>Escaleno?</i></p> <p>MEDIADORA: <i>Escaleno é um tipo, mas de três...?</i></p> <p>AP2: <i>De três lados diferentes!</i></p> <p>[...]</p> <p>MEDIADORA: <i>E o terceiro?</i></p> <p>AP1: <i>E?...?</i></p> <p>AP2: <i>O terceiro eu sabia...</i></p> <p>AP1: <i>É sério! Eu sabia dois...</i></p> <p>AP4: <i>Cala a b... shh... pra eu pensar?</i> (Dirigindo-se à mediadora) <i>Isósceles?</i></p> <p>MEDIADORA: <i>Isósceles, perfeito! E a respeito do círculo? Que a gente já estudou esse ano...</i> (silêncio)</p> <p>MEDIADORA: <i>Do que a gente precisa para ter um círculo?</i></p> <p>AP4: <i>Hum?</i></p> <p>AP2: <i>Não é aquele número phi, não?</i> (cochicho)</p> <p>AP1: <i>É alguma coisa que a gente estudou sobre o círculo...</i></p> <p>AP4: <i>Eu não lembro...</i></p> <p>[...]</p> <p>AP2: <i>Multiplicado pelo raio? Era o raio?</i></p> <p>MEDIADORA: <i>Tem o raio... E qual outro?</i></p> <p>AP1: <i>Raio, diâmetro...</i></p> <p>AP2: <i>Comprimento...</i></p> <p>AP4: <i>Raio, diâmetro...</i></p>	<p>Os participantes não mostram o mesmo ímpeto de pensar Geometria como fizeram durante a atividade. Com delongas, respondem à mediadora. Reagiram como se as provocações soassem extemporâneas.</p>	<p>Choque entre a Geometria que vem do manipulativo e a que projeta a aprendida em sala de aula. (I3 – 1)</p>

<p>AP2: <i>E circunferência!</i> MEDIADORA: <i>E qual é o outro detalhe do círculo?</i> AP1: <i>O número phi?</i> AP2: <i>Phi não, gente! Ai...</i> MEDIADORA: <i>A coisa mais simples que tem...</i> AP1: <i>Ele não possui linhas retas?</i> [...] AP4: <i>O...</i> AP1: <i>Ah, ela tinha falado! A Mediadora falou agora pouco!</i> AP3: <i>O c...</i> MEDIADORA: <i>Oi?! Aquele pontinho onde tem a marca do... da ponta seca.</i> [...] AP1: <i>(Firmemente) O Centro!</i> MEDIADORA: <i>O centro.</i> AP1: <i>Ahhh...</i> [...] MEDIADORA: <i>E o losango? O que vocês conseguem dizer sobre o losango?</i> AP1: <i>Ele possui quatro lados, seus ângulos são diferentes...</i> MEDIADORA: <i>Todos os quatro são diferentes?</i> AP1: <i>Não! Dois ângulos diferentes...</i> MEDIADORA: <i>Dois a dois?</i> AP1: <i>Dois a dois!</i> MEDIADORA: <i>O que mais? E os lados dele, o que vocês conseguem dizer?</i> AP1: <i>Ah, vei, que são tortos.</i> AP2: <i>Gente, sobre o losango eu não lembro.</i> MEDIADORA: <i>Sobre a medida dos lados...</i> AP1: <i>Losango o quê?</i> [...] MEDIADORA: <i>...com ângulos diferentes. Vocês sabem me dizer a diferença do losango para o quadrado?</i> AP2: <i>O quadrado pode ser losango, mas o losango não pode ser quadrado? É isso?</i> AP1: <i>Ahã! Tinha um negócio mais ou menos assim... {fala simultânea}</i> [...] AP1: <i>Porque ele não possui o mesmo ângulo em todas as partes!</i> MEDIADORA: <i>Muito boa essa observação, mas vamos aprimorar ela: todo quadrado é losango?</i> AP2: <i>Sim.</i> MEDIADORA: <i>Sim. Todo losango é quadrado? {fala simultânea}</i> AP1: <i>Não.</i> AP2: <i>Não.</i> MEDIADORA: <i>Não. Muito bom!</i> [...] MEDIADORA: <i>Exatamente. Esse era um ponto bom. Agora eu queria que vocês falassem a opinião de vocês. O que você acharam do laboratório e, principalmente, o que vocês acharam da atividade que a gente fez.</i> AP2: <i>Ah, eu gostei.</i> AP1: <i>É, eu gostei pra caramba.</i></p>	<p>Discussão mais profunda e profícua acerca de figuras geométricas, com fluxo dialogal.</p> <p>Manifestações intensas da experiência vivida.</p>	<p>Ambiente gerado durante a atividade permite diálogos complementares. (I3 – 2)</p> <p>Aprovação do LEM. (I3 – 3).</p>
--	---	---

<p>AP1: <i>Aquelas... eu não gostei da dificuldade dos negócios. (Risos) Mentira!</i></p> <p>[...]</p> <p>MEDIADORA: <i>E terceira: vocês gostariam que a escola de vocês tivesse um Laboratório de Educação Matemática?</i></p> <p>AP4: <i>Óbvio!</i></p> <p>AP2: <i>Com certeza!</i></p> <p>AP1: <i>Com certeza!</i></p>		
---	--	--

Fonte: dos autores (2019)

O quarto momento foi dedicado aos registros por escrito, no qual os participantes opinaram sobre a experiência vivida no LEM e a possibilidade de ter um em sua escola.

QUADRO 6 – REGISTROS POR ESCRITO

Cena 4.1		
1ª pergunta: Qual a sua opinião sobre a atividade realizada?		
INTERAÇÃO	INTERPRETAÇÃO	IDEIAS
<p>AP 1: <i>“Gostei, pois o jogo me ensinou a fazer de forma aprofundada as formas geométricas e a calcular seus ângulos.”</i></p> <p>AP 2: <i>“Eu gostei muito da atividade, pois foi um grande aprendizado e eu me diverti demais aprendendo. Eu gostaria muito que minha escola tivesse atividades parecidas.”</i></p> <p>AP 3: <i>“Atividade eu gostei pouco. Estava muito difícil, mas a professora me ajudou, aí eu gostei.”</i></p> <p>AP 4: <i>“Eu gostei de fazer as formas geométricas na folha e de jogar esse jogo de tabuleiro. E também ganhei, ele é fácil. Os jogos são muito legais e educativos sobre Matemática.”</i></p>	<p>Todos gostaram de participar.</p> <p>Oportunidade de aprender de forma diferente.</p> <p>O lúdico é valorizado.</p> <p>É apontado o valor da interação.</p> <p>O jogo é reconhecido como de valor didático.</p>	<p>Satisfação afetiva, lúdica e epistemológica. (I4.1 – 1)</p>
Cena 4.2		
2ª pergunta: Qual a sua opinião sobre o LaCEM?		
INTERAÇÃO	INTERPRETAÇÃO	IDEIAS
<p>AP 1: <i>“Gostei muito dos jogos expostos, pois eles precisam de lógica e de raciocínio matemático, como o labirinto, arranha-céu, quadrado mágico e kalah.”</i></p> <p>AP 2: <i>“Gostei muito de cada desafio do laboratório, pois eles trabalham com a mente e são muito legais. [...] Eu amei vir aqui hoje. Valeu super a pena visitar aqui.”</i></p> <p>AP 3: <i>“Eu gostei muito de conhecer e eu gostei muito”</i></p> <p>AP 4: <i>“Eu gostei de vir no LaCEM, eu acho que quem não veio perdeu a chance de conhecer este lugar maravilhoso.”</i></p>	<p>Aprovação do LEM como ambiente matemático, de encontro de pessoas.</p>	<p>Afirmação do LEM como um espaço significativo na escola. (I4.2 – 1)</p>
Cena 4.3		
3ª pergunta: Você gostaria que houvesse um Laboratório de Educação Matemática na sua escola?		
INTERAÇÃO	INTERPRETAÇÃO	IDEIAS
<p>AP 1: <i>“Sim, eu queria que houvesse um laboratório de matemática na escola, pois é muito legal e vale a pena vir visitar.”</i></p> <p>AP 2: <i>“Eu gostei muito do LaCEM e eu acho que na minha escola poderia ter um laboratório de Matemática, pois é uma maneira diferente de aprender e muito mais divertida.”</i></p> <p>AP 3: <i>“Eu gostaria sim. É muito legal e dá pra aprender coisas legais. Eu quero sim na escola”</i></p> <p>AP 4: <i>“Eu acho que sim, porque tem Matemática em tudo e para mim é a matéria mais importante de todas.”</i></p>	<p>Participantes fazem sugestões curriculares, vislumbrando novos modos de trabalhar a Matemática.</p>	<p>Ratificação da validade das atividades manipulativas. (I4.3 – 1)</p>

Fonte: dos autores (2019)

4.2 ANÁLISE NOMOTÉTICA

A partir da indicação metodológica de Husserl, os pesquisadores fenomenólogos chamam os movimentos de busca de convergência nas análises de redução. “A redução não é um movimento de simplificação, mas de abrangência da complexidade” (Venturin, 2015, p. 447). Ele explicita esse preceito metodológico:

“Redução é um movimento de buscar convergências de sentidos e significados de ideias expressas pelos sujeitos, articulando-os em ideias mais abrangentes, a qual se busca nomear de modo a indicar sentidos e significados que abrangem. Na medida em que as reduções vão sendo realizadas, o movimento do pensar presente nas articulações em curso conduz para ideias cada vez mais abrangentes, ou seja, para núcleo de ideias que revela aspectos essenciais do fenômeno investigado.” (Idem, Ibidem, p. 447)

As explicitações desse autor embasam as nossas intenções de procedimento nesse movimento de análise nomotética, que para ele

“... significa a reunião dos sentidos e significados percebidos e explicitados em núcleos de ideias [...] que abarcam a todos aqueles sentidos e significados. Efetuamos [...] reduções [...] buscando o que dizem ao serem reunidas articuladamente mediante um pensar reflexivo atento que tem como foco a interrogação. O pesquisador, com a interrogação sempre viva, mediante reduções sucessivas aponta convergências que expressam o que está sendo dito do fenômeno, ou seja, ideias nucleares que dizem de sua estrutura.” (Idem, Ibidem, p. 447)

Concluídas as análises ideográficas, iniciamos um movimento de interpretação da terceira coluna, a das ideias, convergindo-as em oito núcleos de significação: Interação e Colaboração, Expressão do Geométrico, Visões da Matemática, Potencialidades do Material Gerar Processos de Conhecimento, Lúdico, Empreendimento do Corpo, Linguagem e Ambiente Enquanto Acolhimento.

As ideias vêm das manifestações dos sujeitos e têm múltiplas direções. Cada Núcleo é um sentido que foi nomeado por nós a partir de uma leitura compreensiva dessas ideias e quando percebemos determinada direção destas. Uma vez atribuído um nome, como sendo significativo de uma perspectiva do fenômeno que investigamos, passamos a vasculhar todas as outras ideias para identificar outras manifestações desse nome. Por exemplo, na primeira manifestação cronológica percebida por nós em que o lúdico reveste de sentido aquilo que está sendo manifesto por sujeitos, lançamos mão desse nome, e com esse entendimento buscamos em todas as ideias seguintes a presença, ou não, do sentido do lúdico. Desse modo, no que articulamos como Núcleo do Lúdico, estão representados vários modos nos quais, interpretamos, o lúdico contribui para constituir conhecimento.

A convergência para esses oito núcleos foi importante para que a compreensão do fenômeno que vivenciamos em uma atividade de laboratório ganhasse uma articulação com mais clareza. Eles nos ajudam a responder nossa questão – *como participantes manifestam conhecimentos geométricos em um LEM quando materiais didáticos manipulativos se fazem presentes como recurso pedagógico?* – quando devemos ter um discurso mais estruturado para enfrentá-la. Esse enfrentamento ganha nosso último esforço ao percebermos que alguns Núcleos podem ser agrupados e convergidos em mais um movimento interpretativo nosso, uma nova redução, quando realizamos os Núcleos Mais Abrangentes.

Chegamos a dois Núcleos Mais Abrangentes: do geométrico e do pedagógico constituído no Laboratório. Eles abarcam os dois aspectos que compreendemos, permitem olharmos e compreendermos o que foi vivido e pensado junto à questão norteadora de nossa pesquisa. O Geométrico é o que nomeamos para reunir aquilo que é significativo para entendermos como a Geometria – seus objetos, seus conceitos, seus métodos – foi realizada, e o Pedagógico é o que nomeamos para abrangermos todas as significações do que foi viver o sentido educacional em suas várias direções.

4.2.1 Núcleos de ideias

1. Núcleo de Interação e Colaboração

Quando falamos em interação estamos atentos às várias relações: entre os participantes, entre eles e a mediadora, entre eles e o material, entre a tarefa e todos que estão ali para assumi-la e empreendê-la e entre todos e as potencialidades espaço-temporais do laboratório. Com relação à colaboração, que foi pensada para ocorrer, ela está na constituição do conhecimento geométrico e na habitação comum do ambiente.

Foram características para agrupamento neste núcleo:

O acolhimento ao convite à interação; o diálogo colaborativo como marca de um ambiente coletivo; a liberdade expressiva que o ambiente permitiu; a maneira natural com a qual os participantes se põem em tarefa; a assumpção de que tarefa é de todos; os participantes vão construindo confiança uns nos outros e na mediadora; o respeito à hierarquia, mesmo com liberdade de agir e decidir; compreensões de termos não formais, ou seja, respeito às linguagens utilizadas; presença de fortes sinais de colaboração para novos aprendizados como o uso dos instrumentos gráficos; os participantes coelaboram critérios de avaliação; interação envolvendo

falas e movimentos corporais; interação mostrando afetividade; metacompreensões – além do conseguido nas ações em si – colaboradas; interação com o material e interações mútuas potencializadas por ele; horizonte da expressão gráfica é plenamente coelaborado; compartilhamento do sucesso e da segurança sobre o constituído.

Na tabela abaixo, relacionamos todas as ideias que entendemos convergir para este núcleo.

Tabela 1 – Interação e Colaboração

Interação e Colaboração				
I2.1 – 1	I2.3 – 2	I2.3 – 5	I2.3 – 6	I2.4 – 1
I2.6 – 2	I2.7 – 1	I2.8 – 1	I2.9 – 2	I2.9 – 5
I2.9 – 9	I2.9 – 11	I2.12 – 4	I2.12 – 5	I2.14 – 2
I2.14 – 4	I2.14 – 6	I2.15 – 1	I2.15 – 2	I2.16 – 1
I2.16 – 3	I2.17 – 3	I2.18 – 1	I2.18 – 2	I2.18 – 3
I2.18 – 6	I2.19 – 3	I2.20 – 1	I2.20 – 2	I2.20 – 3
I2.21 – 1	I2.21 – 2	I2.22 – 5	I2.23 – 8	I2.24 – 1
I2.24 – 2	I2.25 – 1	I2.25 – 4	I2.26 – 1	I2.26 – 2
I2.27 – 1	I2.27 – 4	I2.27 – 7	I2.29 – 1	I2.30 – 1
I2.30 – 2	I2.32 – 3	I2.32 – 5	I2.34 – 1	I2.35 – 1
I2.38 – 1	I2.39 – 3	I2.39 – 4	I2.42 – 1	I2.43 – 1
I2.46 – 2	I2.47 – 1	I2.47 – 2	I2.48 – 1	I2.48 – 4
I2.49 – 1	I2.49 – 2	I2.49 – 4		

Fonte: dos autores (2021)

2. Núcleo da Expressão do Geométrico

Pensamos esse núcleo em atinência às ideias mais próximas do conhecimento geométrico especificamente dito. Mas, a produção dos sujeitos é mais rica e contextual do que simples falas matemáticas. As ideias que analisamos mostram a importância da preparação do material do jogo como também uma atividade de laboratório, uma vez que pudemos acompanhar como que os participantes têm larga oportunidade de se manifestar pelo conhecimento constituído.

Foram características na constituição deste núcleo:

A constituição do conhecimento se dá em um horizonte de atribuição de significados; o conhecimento prévio se faz presente; a liberdade de linguajar, afluindo o coloquial e o matemático para uma compreensão comum; vocabulário aberto, também posto como tarefa

epistemológica; conjecturação e proposta de critérios (aspecto metodológico da ação intelectual dos participantes); ampliação para o gráfico do espaço de atribuição de significados geométricos; atividade em laboratório não prescinde de autoridade de aprovação; material como fomentador do conhecimento geométrico; diálogos geométricos dão o fluxo da constituição do conhecimento; emergência de valores gráficos como estruturantes do geométrico; metacompreensão do material e metacompreensão da atividade; sucesso da atividade com material comprovada com o sucesso das construções; interações matemáticas vão se fazendo corriqueiras; o mundo do cotidiano é trazido para referências matemáticas; diversos papéis são assumidos e trocados com constância; habilidade corporal se mostra um fator de valorização pessoal para a matemática; clima de descontração contribui para que erros e acertos vão dinamizando a constituição de conhecimento; participantes atribuem valor epistemológico sobre o material.

Na seguinte tabela, relacionamos as ideias que entendemos convergir para estruturar este núcleo.

Tabela 2 – Expressão do Geométrico

Expressão do Geométrico				
I2.2 - 1	I2.3 - 1	I2.3 - 3	I2.3 - 4	I2.4 - 1
I2.4 - 2	I2.5 - 1	I2.6 - 1	I2.6 - 2	I2.6 - 4
I2.7 - 2	I2.8 - 2	I2.9 - 1	I2.9 - 3	I2.9 - 6
I2.9 - 7	I2.9 - 10	I2.9 - 12	I2.10 - 6	I2.10 - 7
I2.11 - 1	I2.11 - 2	I2.11 - 4	I2.11 - 5	I2.12 - 1
I2.12 - 4	I2.12 - 6	I2.13 - 4	I2.13 - 5	I2.14 - 3
I2.14 - 4	I2.14 - 5	I2.15 - 1	I2.16 - 2	I2.17 - 1
I2.17 - 2	I2.17 - 4	I2.17 - 5	I2.19 - 1	I2.19 - 2
I2.19 - 4	I2.19 - 6	I2.19 - 7	I2.19 - 8	I2.21 - 1
I2.22 - 1	I2.22 - 2	I2.22 - 6	I2.22 - 7	I2.23 - 1
I2.23 - 2	I2.23 - 3	I2.23 - 8	I2.24 - 2	I2.24 - 3
I2.24 - 4	I2.24 - 7	I2.25 - 1	I2.25 - 3	I2.25 - 4
I2.26 - 2	I2.26 - 5	I2.26 - 6	I2.27 - 1	I2.27 - 3
I2.27 - 6	I2.27 - 7	I2.28 - 2	I2.29 - 1	I2.29 - 2
I2.29 - 3	I2.30 - 2	I2.31 - 1	I2.32 - 4	I2.33 - 1
I2.34 - 1	I2.34 - 3	I2.35 - 1	I2.35 - 2	I2.36 - 4
I2.40 - 1	I2.41 - 1	I2.42 - 1	I2.42 - 2	I2.43 - 1
I2.44 - 1	I2.44 - 2	I2.46 - 1	I2.46 - 2	I2.48 - 1
I2.48 - 5	I2.49 - 1	I2.49 - 3	I2.49 - 5	

Fonte: dos autores (2021)

3. Núcleo de Visões da Matemática

Nos dados de nossa pesquisa percebe-se uma constante metacompreensão da Matemática, uma reflexão que não está ligada diretamente ao conhecimento de objetos. No entanto, entendemos, essa presença contribui para constituir o horizonte de produção do conhecimento, humanizando o processado e fomentando união de interesses.

São manifestações ocasionais, porém pertinentes, que ocorrem na liberdade de diálogos complementares. Mostram aspectos com os quais os participantes veem a Matemática, como ciência e como fato de seu cotidiano escolar. Percebe-se que essas manifestações são quase sempre de júbilo/satisfação/contentamento, porque interpretamos, eles sentem que estão se religando à Matemática. Cada manifestação traz também a função de estruturar o que pensam sobre a Matemática, algumas vezes estendendo a presença dela, que é levada para fora de seu mundo normal, a escola, estruturando-a também socialmente.

Os participantes nos forneceram dados que interpretamos como Ideias pertinentes à nossa questão, listadas abaixo.

Tabela 3 – Visões da Matemática

Visões da Matemática				
I2.3 - 1	I2.9 - 14	I2.11 - 3	I2.13 - 1	I2.14 - 1
I2.16 - 2	I2.17 - 2	I2.18 - 7	I2.19 - 4	I2.21 - 3
I2.24 - 8	I2.25 - 2	I2.26 - 3	I2.28 - 2	I2.33 - 2
I2.36 - 4	I2.37 - 1	I2.39 - 2	I2.39 - 3	I2.45 - 2
I2.49 - 6				

Fonte: dos autores (2021)

4. Núcleo de Potencialidades do Material Gerar Processos de Conhecimento

Neste núcleo estamos nos referindo aos materiais manipuláveis concernentes à produção do suporte físico do jogo, como também aos instrumentos para construções geométricas utilizados. Despertou-nos a atenção, tendo em vista a atividade nossa à questão da pesquisa, três instâncias que se relacionam ao uso dos materiais: a maneira que as manipulações ativam o caráter lúdico que sustenta o tipo de ambiente produtivo em um laboratório; também é importante notar como que o material se torna um fundo para que as pessoas manipulem e pensem coletivamente, fazendo elos de interação entre os participantes; por fim, percebemos

que todos os momentos em que o conhecimento vai se constituindo em avanços marcantes, é com o material que os sujeitos estão, manipulando e pensando geometricamente.

A tabela 4 abaixo reúne as Ideias que nos permitiram erigir este núcleo.

Tabela 4 – Potencialidades do Material Gerar Processos de Conhecimento

Potencialidades do Material Gerar Processos de Conhecimento				
I2.6 - 4	I2.7 - 2	I2.7 - 3	I2.8 - 1	I2.9 - 1
I2.9 - 3	I2.9 - 14	I2.10 - 1	I2.10 - 3	I2.10 - 6
I2.11 - 1	I2.11 - 4	I2.11 - 5	I2.12 - 1	I2.12 - 2
I2.12 - 5	I2.13 - 2	I2.13 - 5	I2.16 - 3	I2.18 - 1
I2.18 - 3	I2.19 - 1	I2.19 - 8	I2.22 - 2	I2.22 - 3
I2.23 - 2	I2.23 - 4	I2.23 - 5	I2.23 - 6	I2.23 - 7
I2.24 - 6	I2.24 - 7	I2.26 - 3	I2.26 - 4	I2.27 - 1
I2.27 - 2	I2.27 - 5	I2.30 - 2	I2.32 - 1	I2.33 - 1
I2.35 - 3	I2.36 - 1	I2.36 - 2	I2.36 - 3	I2.39 - 1
I2.48 - 2	I2.48 - 3	I2.48 - 4		

Fonte: dos autores (2021)

5. Núcleo do Lúdico

Mesmo quando se tratando de dados registrados sobre ações construtivas para o jogo Geodrez, e não sobre o jogado nele exatamente, eles mostram uma intensa manifestação de um espírito lúdico que se criou no ambiente, junto às manipulações e, principalmente, pelas atitudes dos participantes. O lúdico aparece como um modo com o qual os sujeitos respondem à nossa questão de pesquisa. Não nos interessaria se se tratasse do lúdico simplesmente em si, mas sim esse aspecto associado à produção do conhecimento, ao aprendizado do que se oportuniza na atividade e na constituição do ambiente como um todo, especialmente nas relações produtivas entre os participantes.

As Ideias que identificamos na análise ideográfica podem ser descritas em mais de uma direção, e sua manifestação é sempre feita em linguagem livre, característica da ludicidade. Em várias delas, perfazendo quase que um sentido geral, vimos a presença de um ambiente leve e descontraído capaz de dar aos participantes o necessário desligamento dos padrões de conduta como alunos de uma sala de aula usual. Isso entendemos, é um fundamento para que se efetivem todas as características que estudamos como próprias de um laboratório saudável.

Podemos perceber as incidências do sentido desse lúdico ao longo de todas as ações gravadas. Na tabela abaixo, indicamos essas incidências.

Tabela 5 – Lúdico

Lúdico				
I2.7 - 2	I2.7 - 3	I2.8 - 3	I2.9 - 9	I2.9 - 11
I2.9 - 12	I2.9 - 13	I2.10 - 1	I2.10 - 4	I2.10 - 5
I2.11 - 6	I2.12 - 3	I2.12 - 6	I2.13 - 3	I2.13 - 4
I2.13 - 6	I2.14 - 4	I2.14 - 5	I2.14 - 7	I2.15 - 3
I2.16 - 1	I2.16 - 4	I2.17 - 6	I2.18 - 4	I2.18 - 5
I2.19 - 3	I2.22 - 8	I2.23 - 2	I2.24 - 4	I2.25 - 4
I2.26 - 2	I2.26 - 5	I2.28 - 1	I2.31 - 3	I2.32 - 7
I2.33 - 3	I2.35 - 1	I2.35 - 2	I2.36 - 4	I2.40 - 2
I2.41 - 2	I2.49 - 2			

Fonte: dos autores (2021)

6. Núcleo do Empreendimento do Corpo

Durante toda a atividade os sujeitos ficaram disponíveis para movimentos e ações em que o corpo, de fato, atuava. A arquitetura do laboratório os punha, preferencialmente, em pé em torno da bancada. Falamos do corpo empreendido quando suas ações são significativas para constituição do conhecimento, e apesar de reconhecermos que uma gravação também visual nos forneceria dados mais completos sobre gestualidades e expressões fisionômicas, as identificações que fizemos, que se tornaram as ideias que confluem para este núcleo, mostram que a ação corporal, especialmente pelo tato e pela visão, é importante para complementar sentidos matemáticos nas interações entre os participantes.

Na cena 2.45, vemos que a ação motora dos sujeitos é imprescindível para que eles constituam o desenvolvimento das ideias necessárias para lidar com o material, os instrumentos e os objetos geométricos que estão implicados na tarefa. De um modo geral, percebemos que, onde a destreza corporal se evidencia, vem junto disto um desenlace do pensamento geométrico que vem sendo constituído.

A percepção que tivemos da importância de evidenciação da presença corporal constituiu o conjunto de Ideias tabeladas abaixo.

Tabela 6 – Empreendimento do Corpo

Empreendimento do Corpo				
I2.6 - 3	I2.15 - 2	I2.18 - 4	I2.19 - 1	I2.23 - 5
I2.24 - 6	I2.24 - 8	I2.45 - 1		

Fonte: dos autores (2021)

7. Núcleo da Linguagem

Obviamente que todo processo de educação tem na linguagem um fator de presença sempre importante, mesmo nas mais tradicionais aulas expositivas. Constituímos este núcleo como forma de explicitarmos as características que observamos em nossa pesquisa e consideramos significativo evidenciar como afins às práticas didáticas num LEM.

Expressões da linguagem coloquial dando conta do pensamento e comunicação geométricos são corriqueiras, com termos informais marcando a presença didática dos participantes ao manifestarem dúvidas, sucessos e desejos, com o horizonte de significação geométrico acolhendo o uso de termos a princípio indevidos. A presença e compreensão coletiva de vocabulário alternativo foi imprescindível para agilizar o diálogo matemático, com aceitação comum de termos usuais compreendendo os instrumentos usados – que não eram familiares para a maioria - e dando conta do prosseguimento do diálogo geométrico.

Também a ludicidade se sustenta em uma linguagem fluida e informal que mantém as compreensões como coletivas. Silêncios e cochichos marcam o andamento didático. Observamos a importância de ocorrer uma discussão sobre nomes e ela comportar o complemento de uma linguagem gráfica.

Uma série de manifestações dos participantes nos mostraram a possibilidade de analisar Ideias que, abaixo, estruturam este núcleo.

Tabela 7 – Linguagem

Linguagem				
I2.3 - 3	I2.4 - 1	I2.5 - 1	I2.6 - 1	I2.9 - 7
I2.9 - 12	I2.11 - 7	I2.13 - 3	I2.19 - 6	I2.22 - 6
I2.23 - 9	I2.24 - 5	I2.29 - 2	I2.29 - 3	I2.32 - 2
I2.34 - 2	I2.44 - 2	I2.48 - 3	I2.49 - 3	

Fonte: dos autores (2021)

8. Núcleo do Ambiente Enquanto Acolhimento

Ao pensar em laboratório, trazemos em questão os verbos “usar” e “habitar”. Entendemos que uma sessão de experimentação em um laboratório requer que as pessoas habitem o ambiente como habitam todos os ambientes seus cotidianos: constituindo ali um espaço de vivência.

O laboratório é um espaço e é um tempo. Mas, ele tem suas peculiaridades espaço-temporais, e a constituição de seu ambiente é nitidamente ditada em como todas as pessoas que estão ali em ação realizam essa espaçoteporalidade, que também é a constituição do ritmo didático. Os dados de nossa pesquisa mostram muito dessa caracterização.

No laboratório as pessoas respondem à abertura que dá com uma postura afim de pertencerem ao grupo, às intenções das tarefas. Em nossa pesquisa vimos que a abertura do horizonte de constituição do conhecimento se faz junto com a constituição do ambiente. As pessoas se sentirem à vontade para dialogar, são para nosso entendimento sinais de que o laboratório está funcionando, acolhendo. Vimos o laboratório ocorrer como um espaço cênico para a expressividade corporal, todos se sentindo pertencentes.

O ambiente é um espaço para afetividades, mas não dispensa a autoridade do mediador que, certamente, evita reproduzir o uso dessa autoridade como numa sala de aula normal. É ele que deve primeiro lidar com as imprevisibilidades naturais do ambiente laboratório.

Este núcleo foi constituído na compreensão de sentido comum a partir das ideias abaixo:

Tabela 8 – Ambiente Enquanto Acolhimento

Ambiente enquanto acolhimento				
I2.1 - 1	I2.2 - 1	I2.3 - 5	I2.6 - 3	I2.7 - 1
I2.9 - 2	I2.9 - 4	I2.9 - 5	I2.9 - 6	I2.9 - 8
I2.10 - 2	I2.10 - 4	I2.10 - 7	I2.12 - 3	I2.13 - 5
I2.14 - 1	I2.15 - 1	I2.16 - 4	I2.17 - 5	I2.17 - 6
I2.18 - 2	I2.18 - 5	I2.19 - 2	I2.19 - 5	I2.20 - 2
I2.21 - 1	I2.22 - 4	I2.22 - 8	I2.23 - 6	I2.23 - 7
I2.23 - 9	I2.24 - 1	I2.24 - 9	I2.26 - 3	I2.31 - 2
I2.32 - 6	I2.32 - 7	I2.33 - 3	I2.34 - 3	I2.35 - 2
I2.37 - 1	I2.38 - 1	I2.38 - 2	I2.38 - 3	I2.39 - 1
I2.39 - 3	I2.39 - 4	I2.41 - 2	I2.44 - 2	I2.47 - 1
I2.47 - 2	I2.47 - 3	I2.49 - 4		

Fonte: dos autores (2021)

4.2.2 Núcleos mais abrangentes

I. Núcleo abrangente do pedagógico constituído no laboratório

Neste primeiro núcleo mais abrangente, a convergência de ideias se faz na direção do estatuto pedagógico que compreendemos ter ocorrido em nossa pesquisa de campo. Esse estatuto foi percebido por nós na relevância que vários modos de os participantes manifestarem

sua presença na atividade apontaram na direção de valores que dão importância ao educacional, enquanto uma base para que as propostas didáticas e a constituição do conhecimento se façam. Essa relevância se mostrou com mais evidência em cinco núcleos que estruturamos como grupos de ideias afins: o Núcleo da Interação e Colaboração, o do Lúdico, o núcleo do Corpo Empreendido, o da Linguagem e o do Ambiente Enquanto Acolhimento.

As ideias que trazemos aqui ajudam-nos nas análises, que estruturamos em texto sobre como que em um Laboratório de Educação Matemática a tarefa pedagógica para com a Matemática pode se dar.

O que os nossos sujeitos manifestam em suas ações, corrobora com todos os aspectos teóricos que fundamentamos nessa dissertação acerca da importância pedagógica da interação e da colaboração entre participantes de uma atividade em laboratório.

Na interação ocorrida nas atividades, como já afirmamos, observamos entre os vários elementos do ambiente: pessoas, materiais e proposta didática. Toda essa variedade tem valores pedagógicos consideráveis. As atividades vivenciadas foram fundadas no diálogo entre todos os participantes e a mediadora, com significativa presença daqueles na determinação dos rumos da realização das tarefas, e a mediadora sem o papel professoral de ensinar, mas de orientar. O conhecimento constituído inegavelmente é tributário desse processo. Os participantes manifestam-se não só no âmbito de objetos matemáticos, mas também sugerindo critérios e processos sobre o que fazem. Observa-se que as operações necessárias vão se tornando, em um crescendo, familiares a todos. Os participantes vão constituindo estatuto epistemológico para os materiais e o espaço gráfico com os quais interagem de forma espontânea.

Na atividade experienciada fica perceptível que o conhecimento constituído é de todos, com a característica de um aprendizado consensual mediante diálogos críticos, oportunizando o empoderamento pedagógico aos participantes. Todos seguem juntos, compreendem os obstáculos e dividem os sucessos. Cada um fica sensível ao outro, escutando sua contribuição e considerando suas dúvidas e dificuldades.

AP3: Difícil que... quer que eu te ajudo?

AP2: Sim! Rapidinho, é só... ah, pode deixar, pera aí... agora a régua aqui no 0...

(Dirigindo-se à AP3) Isso, segura a régua pra mim. Não, calma! Mas não fica mexendo não...

AP3: Pera aí...

AP2: Não, pera, não! Deixa eu arrumar aqui de novo. Não pode ficar mexendo com a régua. Segura a régua assim...

AP3: Deu!

AP2: (Aliviada) *Foi! Agora tem que marcar aqui também.*

AP3: *De novo?*

AP2: *Sim! É porque, ó... tem que marcar assim, ó...*

AP3: *Oh! É mágico! (Cena 2.18)*

O lúdico ajuda a agregar, a se pôr em tarefa, contribui para a formação da coletividade, dá sentidos complementares para o conhecimento matemático que está sendo constituído, alimenta o sentimento estético para a Matemática, corrobora para o estar no ambiente. O lúdico traz expectativas para o que se vai fazer, sempre expresso com contentamento. Ele contribui para informalizar o ambiente, ajudando na adesão a novos procedimentos ainda não dominados.

MEDIADORA: *Alinhei com a base do papel e alinhei lá no 28. Agora a gente apoia a régua e traça o primeiro lado do quadrado. O terceiro, no caso.*

AP1: *Isso [não] vai dar...!*

MEDIADORA: *Você não confia em mim?*

AP2: (risos)

AP1: (Em tom de risada) *Eu não confio nem em mim mesma. Se bobear eu vou reto assim...*

AP2: (Em tom de risada) *A mediadora até sussurrou: "você não confia em mim mesma?"* (Risos)

AP4: (Risos)

AP1: *Não!* (Risos) *É porque, mediadora, outro dia eu fui riscar na esco... no caderno, eu fiz assim, ó... foi lá longe!*

MEDIADORA: *Eu tô brincando com você!* (Risos) (Cena 2.14)

O lúdico permite a entrada em cena de sentimentos pessoais que vão marcando a presença de cada um na construção coletiva. Os participantes desenvolvem as ações matemáticas como tarefas de construção de etapas de uma gincana, e as formalidades se diluem em estado de espírito solto. Há uma descontração mesmo se realizando o geométrico com determinação, o que se mostra em alusões linguísticas livres de formalidades, mas que deixa todos em comprometimento com o que se está produzindo. O lúdico está plenamente expresso em várias manifestações orais, muitas delas constitutivas do geométrico, e se mostrou um modo significativo na constituição do sentido pedagógico da atividade no laboratório.

Uma das manifestações do lúdico está quando os participantes lidam com os instrumentos de desenho e desenvolvem os espaços gráficos inerentes da atividade. Sabemos que, em geral nossos alunos têm uma resistência inicial ao uso deles, para depois irem aceitando

sua presença na produção do conhecimento matemático. Isso ocorreu em nossa atividade gravada e percebemos como aos poucos os participantes deixam que essa parte gráfica seja ao mesmo tempo agradável e produtiva. Na cena 2.10, o uso do material e as ações gráficas contribuem para a criação de relações desprendidas de rigores formais, porém ricas em permitir produção de diálogos geométricos.

MEDIADORA: *Todo mundo com a abertura de 5 centímetros?*

AP1: *Sim!*

AP2: *Unhun!*

MEDIADORA: *Agora a gente apoia a ponta seca, que é esse... essa parte de ferro...*

AP1: *Que fura...*

MEDIADORA: *Isso, fura. Cuidado! (Continuando a fala anterior) ...no cruzamento das duas linhas.*

AP2: *Unhun!*

MEDIADORA: *Você vai riscar, é, delicadamente uma linha com a parte de grafite e a outra linha também com a parte de grafite.*

AP4: *Pera aí, pera aí... É poder ir até onde aqui?*

MEDIADORA: *São 5 centímetros, a abertura.*

AP4: *Tá, tá...*

AP1: *A minha ficou meio torto, mas foi...*

MEDIADORA: *É só deli... é... delicadamente, tá, gente?!*

AP1: (Em tom de risada) *“Delicadamente”. Eu fiz um risco desse tamanho.*

(Dirigindo-se à AP2) *Foi fraco...*

AP2: *É, o meu ficou muito fraquinho, mas ficou...*

MEDIADORA: *Então tá ótimo! (Cena 2.10)*

Conforme falamos, não entendemos o corpo apenas como um operador fisiológico para algo que se pensa. O corpo desenha, fala, gesticula, estando sempre em disponibilidade na fluência do diálogo matemático. A presença do corpo que age está nas manifestações verbais dos participantes para referirem sobre o que realizam: fazer, apoiar, firmar, tirar, girar, tremer, termos que mostram expressividade, que vimos também em gestos, e apontam para uma significação geométrica.

AP3: *Nossa, eu errei de novo!*

MEDIADORA: *Firma a régua, AP3! Firma a régua...*

AP3: *Tô com sono... (Cena 2.23)*

É uma característica pedagógica importante a não disciplinarização dos corpos estando em um laboratório, comparando com o que é comum em salas de aula em geral. Liberando o corpo para mais ações, resulta ampliar a participação de cada um na constituição do conhecimento, disponibilizando-o à proposta de manipulação de material instrumental e o material em construção, e à ocupação de bancadas e toda arquitetura física e temporal da atividade. A liberdade de ação contribui para se estar em uma situação e inaugurar outra, incidindo no ritmo didático.

AP2: *Paralelogramo é... Aquele que é assim? Como que é? (Desenha uma representação de um paralelogramo na folha de papel) Tá... tá... assim... (Cena 2.6)*

Um aspecto significativo, a coordenação motora acaba sendo assumida pelos próprios participantes, como um fator de aprendizagem, tanto como obstáculo quanto como tarefa a desenvolver, mostrando uma característica pedagógica importante do laboratório, que é poder – mas também ter que saber – lidar com essa questão.

MEDIADORA: *Agora apoia a régua no esquadro...*
(Cochichos)

AP1: *O meu vai ficar torto, quer ver?! Porque eu não tenho coordenação motora pra régua. (Cena 2.24)*

O ambiente de produção de conhecimento é inaugurado quando o horizonte para significações geométricas se põe convidativo. Sendo uma atividade aberta e investigativa, a concorrência de uma variedade de linguagens é uma ocorrência desejada quando se quer que valores pedagógicos ampliados se realizem. Uma primeira característica que nossos dados apresentam é a informalidade da linguagem oral, o que contribui para dar fluxo às compreensões comuns e dar descontração ao ambiente produtivo. Termos geométricos começam a fluir junto a não geométricos para a constituição do pensamento coletivo, mesmo quando, a partir de um participante, o que se quer é uma abstração. Nessa característica também se faz presente a linguagem aritmética, que ocorre junto às outras sem quebra do fluxo de constituição do conhecimento. Termos coloquiais reforçam respeito aos valores matemáticos (torto/paralelismo/perpendicularismo), inclusive na discussão explícita sobre termos geométricos e formas, contribuindo para a configuração matemática dos diálogos.

Na proposta pedagógica empreendida, em que as ações são vividas ativamente por todos; gestos, fisionomias, silêncios e movimentos significativo do geométrico são percebidos

complementares ao que se expressa oralmente, como na alusão a símbolos que os participantes buscam no ambiente e no cotidiano comum para dar mais fluxo aos diálogos. A linguagem gráfica também fornece referências para isso.

AP4: *Aqueles que não vieram se arrependeram!* (Cena 2.49)

Em se tratando de um laboratório, o próprio cenário dele, com suas bancadas, espaços de trabalho e acervo disponíveis ao olhar e manuseios curiosos, já antecipa uma ambientação para o trabalho pedagógico.

Todo ambiente didático aguarda que os participantes se coloquem em posturas convenientes com as ações que se projetam para ele. No caso de um LEM, em que se propõe presenças ativas, os participantes devem ser convidados para se sentirem à/com vontade. Percebemos que essas posturas vão se fazendo aos poucos, à medida que a tarefa comum vai sendo compreendida e se tornando familiar e instigadora.

O ambiente vai se constituindo por liberdades na expressividade corporal e verbal e também pelos silêncios não impositivos, assim como cochichos e assuntos paralelos, mas cobra a adesão de todos. Apesar de não se dispensar uma autoridade, os papéis de conduzir o fluxo de trabalho são facultados a todos, permitindo tanto ações em que todos operam ao mesmo tempo quanto até relações bilaterais. Percebemos que o ambiente pode ser ao mesmo tempo descontraído e focado, que são duas características que também observamos para o lúdico.

O ambiente permite cumprimento das tarefas construtivas e trocas de compreensões coelaboradas, em que manifestações de contentamento e entusiasmo vêm para contribuir para a coesão do grupo. Isso contribui para que a confiança em dar conta do que é requerido também seja em grupo.

MEDIADORA: *Certo? Agora eu vou pegar...*

AP2: (Com voz aguda) *Ai, meu triângulo tá perfeito, ó!*

AP1: *Olha o meu!*

AP2: *Olha o meu que perfeito!*

AP1: *O meu parece um triângulo...*

MEDIADORA: (Dirigindo-se à AP2) *Nossa, ficou lindo mesmo!*

AP2: *A AP1: “o meu parece um triângulo!”.*

AP4: *Foi o melhor triângulo que fiz na minha vida...*

AP1: *Aqueles...*

AP2: (Em tom de ironia) *Não, é uma esfera.*

AP1: (Risos) *O meu parece um triângulo!* (Cena 2.28)

A ocorrência em tempo real de uma construção efetiva de material (o jogo projetado) deixa o ambiente ser oportuno para criatividade epistemológica. O ambiente vai sendo constituído junto com a familiarização de todos na tarefa, e se instaura na liberdade e iniciativa, caminhando com ânimo e cansaço, também constituinte. Os participantes se sentem tranquilos ao se depararem com algum obstáculo, como no manuseio do compasso, por exemplo.

Percebemos também, que o trabalho matemático manipulativo contribui para o desabrochar de talentos obscurecidos em outros ambientes escolares; alunos que não têm bom desempenho na sala de aula usual, mostram distintas performances no ambiente de um LEM. Observa-se a alguns participantes desabrocharem como atribuidores de significados matemáticos, incidindo na autoestima como alunos, como produtores de matemática.

AP1: *Alá, a AP2 já tá acabando já.*

AP4: *A AP2 é inteligente.*

AP1: *É, eu não sei... ah... não sei... ou a AP2 fica pagando de sonsa e [termo pejorativo], porque aqui a AP2 é mó inteligentona, na escola nem parece.*

AP3: *Não, é... tipo... é porque tem matéria que eu entendo. Igual, em geometria eu sou boa, mas igual, nesse de... igual...*

AP1: *Geometria eu sei, mas...*

{fala simultânea}

AP2: *...aí eu era boa.*

AP1: *O quadrado é quanto?*

[falas simultâneas não identificadas]

AP2: *[...] de geometria. No ano passado...*

AP1: *O triângulo é?*

{fala simultânea}

AP2: *Ou eu fechava, ou eu tirava, tipo, quase...*

MEDIADORA: *3 centímetros.*

{fala simultânea}

AP4: *Ou eu fechava... ou eu fechava ou eu tirava 0. Não, ou tirava 0 ou eu tirava zero.*

AP1: *Aqui? E o compasso, né?*

MEDIADORA: *É, os dois. (Cena 2.39)*

O conhecimento tem a característica do ambiente em que se dá – desde a sala de aula regular – e, no Laboratório, o andamento didático é dado pelo empreendimento nas tarefas, com todos os participantes tornando-o um espaço de desafios matemáticos. O tempo didático se

compõe também de silêncios e de ruídos do trabalho, com conversas paralelas se permitindo sem ofender o andamento comum, e o sério e o descontraído se complementam.

O que os participantes unanimemente manifestam nas cenas 3, 4.2 e 4.3 nas análises ideográficas deixam incontestes o reconhecimento deles para com o potencial pedagógico que tem um LEM, aprovando suas possibilidades didáticas e desejando que as escolas possuam instalações como esta, para o cotidiano de suas práticas curriculares.

II. Núcleo abrangente do geométrico

Neste núcleo fizemos convergir os núcleos de ideias mais diretamente ligados à constituição do conhecimento geométrico, que é uma meta objetiva proposta na atividade que envolveu a todos. Nas análises aqui, no entanto, não apontamos especificamente a constituição de objetos matemáticos – isso está esmiuçado nas linhas do material transcrito – porque, como exemplo, o modo com que os participantes compreenderam o paralelismo no contexto de suas ações foi, para nossas análises, mais importante que a compreensão em si do paralelismo.

Com as ideias dos núcleos Expressão do Geométrico, as Visões da Matemática e as Potencialidades do Material Gerar Processos de Conhecimento, elaboramos um texto que nos ajuda a compor as compreensões de todos os modos com os quais os participantes constituíram o horizonte geométrico e o ocuparam com descobertas e elaborações, dando conta das tarefas.

AP2: *Tá! Eu fiz um círculo, literalmente...*

AP1: *Deixa eu ver como é que você fez... Eu fiz isso... um semicírculo, metade de um círculo. (Cena 2.26)*

Nossa pesquisa se fez em um ambiente didático e pedagógico em que o conhecimento geométrico foi trabalhado fora da perspectiva que o vê em um texto pronto e deve ser compreendido pelos aprendizes. Vimos que os participantes, nas tarefas empreendidas, trabalharam na direção de eles mesmos verem nascer tanto os objetos como o enredo geométricos que estavam projetados na atividade. Sem a figura de um professor apresentando conteúdos, o conhecimento geométrico é constituído a partir da perspectiva de uma abertura de um horizonte para seguintes futuras atribuições de significados e os participantes vão se apropriando e expressando o geométrico em uma situação de novidade, dialogada com o conhecimento teórico da Geometria que eles já têm. Um exemplo disso é uma discussão sobre paralelismo, que se dá em um fluxo de conversas em que eles tentam dar conta de uma abstração.

MEDIADORA: *Então, ok! Agora a gente vai começar a construir o nosso tabuleiro. A gente tem essa folha em branco, vocês vão recortar um quadrado de 28 centímetros por 28 centímetros.*

AP2: *Quem sabe cortar direito?*

{Fala simultânea}

AP1: *Eu corto tudo torto.*

MEDIADORA: *Agora, a primeira coisa... (Cena 2.6)*

MEDIADORA: *[...] o que é que a gente consegue dizer sobre a figura geométrica “quadrado”?*

{Fala simultânea}

AP4: *Que todos os lados...*

AP1: *Que todos os lados têm...*

AP1: *(Em tom confiante) Todos os lados têm a mesma medida!*

MEDIADORA: *Todos os lados têm a mesma medida e mais o quê?*

AP1: *(Após suspiro) Formado por linhas que não se cruzam.*

AP2: *Hã? Mas...?*

MEDIADORA: *Acabam se cruzando, né?*

AP2: *É... acabam...*

MEDIADORA: *Nos vert...*

AP1: *Ah, é!*

MEDIADORA: *Nas... Nos vértices. Mais o quê?*

AP1: *Nos vértices... (Cena 2.3)*

O horizonte de atribuição de significados geométricos está sempre presente, mesmo realizado com uma linguagem formal, acrescido de termos alternativos, às vezes referências no cotidiano, mas atinente a valores matemáticos. Tudo contribui para que os participantes vão dando sentido e familiaridade ao geométrico.

Os participantes assumem o espaço gráfico e o material – o de construção do jogo e o instrumental de desenho – como doadores de significados para o conhecimento constituindo-se, ainda que mostrem um certo grau de perplexidade, legítima no confronto da novidade do material, como um modo de se fazer geometria e o que é usual para eles no cotidiano escolar.

Ainda que peçam reconhecimento pela autoridade da mediadora, muitas vezes os participantes se investem de uma autonomia fazendo sugestões para direcionar os procedimentos. As especulações geométricas vão se tornando um modo comum de encaminhar soluções, acompanhadas de um julgamento geométrico, sinais também de compreensão do que

fazem. Em vários momentos, vê-se que a constituição do geométrico vai além de compreender objetos, quando os participantes sugerem critérios de validação de processos e resultados. Os participantes assumem o instrumental como doador de significados, como no caso de uso de gabaritos que substanciam objetos geométricos, tornando-se ativos proponentes no uso do material, atribuindo valores epistemológicos às construções gráficas, que também sugerem critérios de validação de resultados.

MEDIADORA: *Como que a gente vai com... é... garantir que esse ângulo vai ser 90? Utilizando o esquadro!* (Enquanto mostra a ferramenta)

AP2: *Ah, sim!*

MEDIADORA: (Apontando para o ângulo reto do esquadro) *Tá vendo esse... esse ângulo aqui? É de quanto?*

AP2: *Ele é de 90 graus!* (Cena 2.6)

Os significados aritméticos, quando se fazem presentes, coadunam com os geométricos quando os participantes trabalham com medidas, sem interromper o fluxo do pensamento matemático que está em curso.

É importante ressaltar, ao estarmos falando da abrangência pedagógica sobre a produção do conhecimento, que a satisfação do grupo com os resultados que vão sendo conseguidos é um valor significativo para que a proposta do trabalho em grupo se realize. As manifestações dessa satisfação são indicativos da validação do conhecimento matemático produzido em um LEM como uma alternativa àquele que é produzido em sala de aula.

O material manipulativo e o instrumental de desenho foram presenças significativas para o desenvolvimento epistemológico das atividades. Os espaços gráfico e visual permitiram uma ampliação do pensamento matemático para além das reflexões dos participantes sobre objetos geométricos.

Como atividades que lançam mão desses materiais não são corriqueiras, um horizonte deve ser aberto para que o micromundo gráfico seja aceito e habitado por todos, pois ele cria exigências próprias para ser (aceito como) produtor de Geometria. Isso vai se fazendo em seguidas compreensões e trocas de significados.

Os participantes vão aceitando trabalhar com instrumental de desenho não sem buscar a superação de traumas e despreparos anteriores. Uma vez que isso ocorre, os entendimentos sobre o que fazer nas tarefas vai fluindo. Manusear corretamente, preocupação com a destreza e com o controle motor, são valores que emergem com o trabalho gráfico. Eles são entendidos pertinentes quando os resultados obtidos graficamente contribuem para a constituição do

conhecimento geométrico. Entendemos que todo esse movimento dá outros sentidos pedagógicos para o trabalho manipulativo.

AP1: *Mediadora, até que... é... deu pra... esse ano a gente vai ter que aprender a usar compasso?*

AP4: *Hã?!*

MEDIADORA: (Exclamando quando o compasso desliza a ponta seca no papel) *Ai...*

AP1: (Dirigindo-se aos colegas) *Se a gente tiver que usar isso aqui esse ano, gente, eu vou morrer!*

{fala simultânea}

AP4: [fala não identificada] *...eu tô aprendendo hoje!*

AP1: *Eu não tô conseguindo fazer um círculo com isso aqui. Tenta fazer um círculo com isso aqui!*

AP4: *No sexto ano pediu e o professor nem usou.*

AP1: *É...*

MEDIADORA: *Certo?*

AP1: *Pediram compasso pra mim e eu nem usei, eu não comprei. Eu usei o da minha amiga. Nem o da minha amiga... (Cena 2.33)*

O material sendo comum a todos na atividade reforça que o trabalho sobre o gráfico é um ponto para interações e colaborações, quase sempre resultando em ações e compreensões coletivas. O trabalho manipulativo anuncia um espaço pedagógico para novas competências matemáticas, que, como vimos acima, dão valores aos participantes distintos do que ocorrem na escola como um todo.

AP1: (Fala entusiasmada) *Eu aprendi a fazer! Eu demorei meia hora (gargalhada). A colega (fala o nome dela) ... é isso que [ela] não entendia a matéria, entendeu? (Cena 2.36)*

Visões que os participantes têm e vão manifestando sobre a Matemática, como ciência e como tarefa escolar deles, aparecem com valor pedagógico pois contribuem para o andamento das realizações e da agregação de todos para o comum. Vimos que o ambiente de realização da atividade permitiu reflexões sobre alguns aspectos que a Matemática tem na vida e no cotidiano dos participantes.

Os participantes refletem sobre a importância ou desimportância de aspectos da Matemática em sua futura vida profissional, bem como trazem referências de seus cotidianos para dar fluxo aos diálogos que vão constituindo o conhecimento. Mesmo a vida escolar deles

ganha reflexões em comparações com o que estão fazendo, inclusive os bons resultados que vão auferindo nas ações.

Os participantes vão sugerindo e aceitando novos modos de desenvolver ações matemáticas, quando são autônomos para tomadas de decisão, o que amplia o papel deles na aprendizagem matemática. A interdisciplinaridade entre o aritmético e o geométrico mostra como eles transitam entre linguagens e muitas vezes o fluxo de diálogos abertos permite discussão natural matemática mais ampla do que seria necessário dentro de uma ação específica.

Os participantes comentam comparativamente com outras instâncias escolares, a pertinência de se trabalhar com espaço gráfico e seu instrumental específico, mostrando novos valores sobre competências matemáticas. Tudo isso mostra que a atividade no laboratório é capaz de suscitar uma reflexão crítica pedagógica/curricular, apontando para um redimensionamento do trabalho com a Matemática na vida escolar deles.

Vimos explícitas manifestações dos participantes na direção de repensar o seu ser como aluno de Matemática quando justificam positivamente novas competências, ressignificando criticamente os estereótipos que existem na escola, especialmente sobre indivíduos e suas relações com esta disciplina.

AP4: Inteligente, deixa ela!

AP1: É que ela é boa em geometria. Descobri agora.

AP2: Não, espera...

AP3: Gente, tá gravando aí, ó...

AP1: A AP2 fica pagando de... [termo pejorativo], não é possível! A AP2 é mó inteligentona...

AP2: Não, gente! É porque... ah... é porque, porque... (Risos) (Cena 2.18)

5 SÍNTESE TRANSITÓRIA

Optamos por nomear este capítulo como “Síntese Transitória” partindo da ideia de que, como acredita Husserl, ao nos debruçar sobre um tema, não é possível esgotá-lo, ou seja, resolvê-lo absolutamente. Acompanhando o pensamento fenomenológico, desde o início de nossa pesquisa respondemos a muitas questões, mas também formulamos outras. Estas já em novas perspectivas mais articuladas e com outras percepções. Por exemplo, começamos indagando “*o que é um laboratório?*” e percebemos que responder a essa pergunta não é simples, pois laboratórios são um mundo de possibilidades. Existe uma enorme multiplicidade na compreensão de um laboratório. Pudemos entender que não existe um laboratório, e sim experiências em laboratório e o que nós estamos propondo aqui é mais uma delas. O movimento que fizemos ao construir cada capítulo desse texto nos fez transitar entre essas percepções.

O “como”, expresso em nossa interrogação, é desenvolvido em uma multiplicidade de *modos*, como quando os sujeitos brincam, interagem, pensam com as mãos, pensam com o gráfico e assim por diante, tal como tentamos descrever em sua totalidade na concepção dos núcleos constituídos em nossas análises, sempre a partir das manifestações genuínas dos sujeitos. O Geodrez é um exemplo de uma oportunidade de experienciar a Geometria em um laboratório. É um modo que suscita modos. A nossa pergunta continua, porém agora temos uma série de novos apontamentos de como ela pode ser enfrentada.

A formação como Mestre implica o vivenciamento, o aprendizado e o domínio, ao menos inicial, de uma metodologia de pesquisa. Ao emprendermos isso, além de nos tonarmos conhecedores, sentimos que temos outra visão do que é a Ciência, redobrando os valores que vamos aprendendo a reconhecer nela desde que iniciamos nossa vida acadêmica. Passamos a entender que estudamos o fenômeno LEM *segundo* um olhar, uma metodologia.

A experiência de pesquisar em torno de uma atividade em um LEM nos permite confirmar uma série de apontamentos que buscamos na literatura e que corroboramos com o que vivenciamos e refletimos, a saber as diversas possibilidades de um laboratório ser ao menos um suplemento da sala de aula. Podemos fazer em um laboratório tarefas didáticas que não podemos realizar em outro ambiente escolar. Um laboratório é capaz de dinamizar a pedagogia da Matemática em uma escola, ampliando os modos epistemológicos para a produção do conhecimento matemático.

Não foi proposta neste nosso estudo investigar a relação de produção do conhecimento do aluno que vai ao laboratório praticar e retorna à sua rotina em sala de aula. É uma direção que gostaríamos de ocupar como pesquisadores, ou ver colegas dando conta dela. De nossa

própria experiência, vimos dificuldade em relacionar esses dois âmbitos, mas em alguns momentos nossos alunos tomaram iniciativa de buscar referências em situações de produção de conhecimento que vivenciaram no laboratório.

Em nossa pesquisa, optamos por uma atividade em torno de um jogo. Para muitos, o jogo é a forma de ocupar alunos em laboratório mais distante do sisudo ambiente da sala de aula tradicional. Nossas reflexões corroboram uma série de autores que mostram a possibilidade de jogos serem oportunidades pedagógicas comprometidas com o currículo matemático da escola, ao permitirem um modo alternativo de produzir conhecimento matemático.

A atividade de nossa pesquisa de campo ocorreu em um ambiente sofisticado, em termos de instalações e investimento. Todavia, ela se realizou basicamente em uma bancada, com materiais simples e, em grande parte, autoconfeccionados. Isso nos faz ver que, mesmo que um laboratório seja um armário de sala de aula, ele é legítimo. Uma sala de aula pode ser um espaço físico para experimentações, apesar de que, como refletimos em nossas análises, a constituição de um ambiente pedagógico com o espírito de um laboratório é uma tarefa do professor e dos alunos.

A unanimidade de nossos sujeitos para com a validade da presença de um LEM em suas vidas escolares é significativa, pois acompanhada de depoimentos espontâneos e caracterizados por referências a um trabalho matemático. Do modo que estes foram proferidos, e depois de todo empreendimento que vimos nas atividades, afasta-nos do receio de que a ida ao laboratório é agradável porque é apenas um lazer – cuidado que a escola deve antecipar.

A experiência da pesquisa nos fez corroborar com aqueles que acreditam que modos didáticos alternativos são importantes para ampliar a possibilidade de os alunos conceberem a Matemática em sua cientificidade e vivenciarem modos significativos de produzir conhecimento ao estarem com seus objetos e métodos em ações nas quais eles podem também ser protagonistas.

6 PRODUTO EDUCACIONAL

Nosso Produto Educacional proposto é uma atividade didática em torno do jogo Geodrez (apêndice A). Conforme nos certificou a experimentação que realizamos, indicamos que seja praticada a atividade mais completa, abarcando uma primeira etapa de preparação do material para o jogo, uma etapa do jogo propriamente dito e uma etapa final na qual o professor pode, mediante uso de formulários ou não, desenvolver uma discussão na direção de todos refletirem sobre a experiência geométrica que tiveram especialmente elaborando ratificação de conhecimentos constituídos. Porém, a primeira etapa pode ser dispensada, até porque um grupo de alunos pode estar vivenciando o jogo mais de uma vez.

As ações preparatórias da atividade amplamente analisadas nesta dissertação que relata a experiência nossa vivida em Laboratório, não só têm importância como uma etapa da atividade em curso como é uma experiência nela mesma, na consolidação curricular de uma prática de construção matemática dialogada e refletida.

Entendemos que o Geodrez, como muitos Produtos Educacionais desenvolvidos nos Mestrados Profissionais, contribui para que os profissionais da educação constituam a cultura de realizar mais amiúde atividades envolvendo jogos e situações didáticas alternativas, seja num Laboratório instituído como tal ou mesmo em um que se faça a partir de uma sala de aula customizada.

Assim como fizemos ao projetar o Geodrez, a partir de uma adaptação de um jogo já existente – o Traversi –, sugerimos que novas adaptações possam ser feitas a partir dele. Acreditamos que ele possa ser jogado, por exemplo, num início de aula, e essa atividade ser complementada por outra ação didática, como exercícios propostos pelo professor.

REFERÊNCIAS

AGUIAR, M. **Uma idéia para o laboratório de matemática**. São Paulo – SP: USP, 1999. Dissertação de Mestrado. Orientador: Nilson José Machado.

ALVES, N. F. **Conhecendo e explorando materiais manipuláveis: uma perspectiva para um Laboratório de Educação Matemática no CEDERJ**. 2019, 127f. Dissertação de Mestrado – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica, 2019.

BICUDO, M. A. V. Aspectos da pesquisa qualitativa efetuada em uma abordagem fenomenológica. *In*: _____. (org.). **Pesquisa Qualitativa segundo a visão fenomenológica**. São Paulo: Cortez, 2011.

BONDÍA, Jorge Larrosa. Notas sobre a experiência e o saber da experiência. **Revista Brasileira de Educação** nº19, 2002.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, DF, 2017. Disponível em: < <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/> >. Acesso em: fev. 2019

_____. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais**. Brasília: MEC/SEF, 1998. Disponível em: < <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf> >. Acesso em: mar. 2019

CIFUENTES, J. C. Fundamentos Estéticos da Matemática: da habilidade à sensibilidade. *In*: BICUDO, M. A. V. (org.). **Filosofia da Educação Matemática: concepções e movimento**. Brasília: Plano Editora, 2003. p. 59 – 79.

_____. Uma via estética de acesso ao conhecimento matemático. **Boletim GEPEN**, Rio de Janeiro, n. 46, p. 55 – 72, 2005.

CLEMENTE, J. C. et al. **Ensino e Aprendizagem da Geometria: um estudo a partir dos periódicos em Educação Matemática**. Disponível em: < <https://docplayer.com.br/37530378-Ensino-e-aprendizagem-da-geometria-um-estudo-a-partir-dos-periodicos-em-educacao-matematica.html> >. Acesso em: jul. de 2021.

D'AMBROSIO, U. **Educação Matemática: da teoria à prática**. 23. ed. São Paulo, SP: Papyrus, 2014.

DETONI, A. R.; PAULO, R. M. A organização dos dados da pesquisa em cena: um movimento possível de análise. *In*: BICUDO, M. A. V. (org.). **Pesquisa Qualitativa segundo a visão fenomenológica**. São Paulo: Cortez, 2011.

FIorentini, D.; Miorim, M. Â. **Uma reflexão sobre o uso de materiais concretos e jogos no ensino da Matemática**. SP: Boletim SBEM, n. 7, jul./ago. 1990.

GUSMÃO, L. D. **Educação Matemática pela arte: uma defesa da educação da sensibilidade no campo da Matemática**. 2013, 154f. Dissertação de Mestrado – Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2013.

KALEFF, A. M. M. R. Do fazer concreto ao desenho em geometria: ações e atividades desenvolvidas no laboratório de ensino de geometria da Universidade Federal Fluminense. *In*: LORENZATO, Sérgio. **Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores**. Campinas: Autores Associados, 2009, 2ed. Coleção Formação de Professores. p.113-134.

KALLEF, A. M. M. R.; HENRIQUE, A. S.; REI, D. M.; FIGUEIREDO, L. G., Desenvolvimento do Pensamento Geométrico – o modelo de Van Hiele. **Bolema**, Rio Claro, n. 10, 1994. p. 21 – 30.

KINDEL, D. S.; OLIVEIRA, R. O uso de materiais manipuláveis na alfabetização Matemática. *In*: MAIA, Madeline G. B.; BRIÃO, Gabriela F. (Org.). **Alfabetização matemática: perspectivas atuais**. Curitiba, PR: CRV, 2017, p. 61-81.

LORENZATO, S. (ORG). **O Laboratório do Ensino de Matemática na Formação de Professores** – Campinas, S.P. Autores Associados, 2009, 2 ed. Coleção Formação de Professores.

_____. **Manipulando ideias matemáticas**. UNICAMP –FE, set. 2002. Mimeografado.

_____. **Por que não ensinar Geometria?** *In*: A Educação Matemática em Revista. Blumenau: SBEM, ano III, n. 4, 1995, p. 3-13.

MARTINHÃO, A. N. *et al.* **Atividades de Laboratório de Ensino de Matemática**. Maringá, 2009. Disponível em: < <http://www.dma.uem.br/matematica/texto1.pdf> >. Acesso em: 29 jun. 2021.

MATOS, J. M., SERRAZINA, M. de L. **Didática da matemática**. Lisboa, Universidade Aberta, 1996.

MICHAELIS. **Moderno dicionário da língua portuguesa**. Disponível em: < <http://michaelis.uol.com.br/moderno-portugues/> >. Acesso em abr. 2019

MURARI, C. Experienciando Materiais Manipulativos para o Ensino e a Aprendizagem da Matemática. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 25, n. 41, p. 187-211, dez. 2011.

OLIVEIRA, A. M. N. **Laboratório de Ensino e Aprendizagem em Matemática: As razões de sua necessidade**. Curitiba, PR. 1983. Dissertação de Mestrado. UFPR

OLIVEIRA, D. B. S. **A Constituição de Conhecimento Colaborado em Geometria das Transformações com Ferramentas Dinâmicas**. 2017, 169f. Dissertação de Mestrado – Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2017.

OSHIMA, I. S., PAVANELLO, R. M. **O Laboratório de Ensino de Matemática e a Aprendizagem de Geometria**. Disponível em: < <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/232-4.pdf> >. Acesso em 9 fev. 2019.

OTTEBACH, R. C., PAVANELLO, R. M. **Laboratório de Ensino e Aprendizagem da Matemática na Apreciação de Professores**. Disponível em: < https://www.researchgate.net/profile/Regina_Pavanello/publication/268008280_LABORATORIO_DE_ENSINO_E_APRENDIZAGEM_DA_MATEMATICA_NA_APRECIACAO_DE_PROFESSORES/links/553a86bf0cf2c415bb08e5b5/LABORATORIO-DE-ENSINO-E-APRENDIZAGEM-DA-MATEMATICA-NA-APRECIACAO-DE-PROFESSORES.pdf > . Acesso em: 10 set. 2018.

PASSOS, C. L. B. Materiais manipuláveis como recurso didático na formação de professores de matemática. *In*: LORENZATO, Sergio (org.). **O laboratório de ensino de matemática na formação de professores**. 2. ed. Campinas: Autores Associados, 2009. p. 77-92.

PAULO, R. M. O significado dos diagramas na produção do conhecimento geométrico. *In*: BICUDO, M. A. V. (org.) **Filosofia da Educação Matemática: fenomenologia, concepções, possibilidades didático-pedagógicas**. São Paulo: Ed. Unesp, 2010. p. 169 – 192.

PAVANELLO, R. O abandono do ensino de Geometria no Brasil: causas e consequências. *In*: **Zetetiké**, v. 1, n. 1, 1993.

_____. Prática Reflexiva do Professor de Matemática. *In* BICUDO M.A.V. & BORBA, M. de C. **Educação Matemática: pesquisa em movimento**. São Paulo: Cortez, 2004, p.250-263.

PINHEIRO, J. M. L. **A Aprendizagem Significativa em Ambientes Colaborativo-investigativos: um estudo de conceitos de Geometria Analítica Plana**. 2013, 202f. Dissertação de Mestrado – Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2013.

PONTE, J. P. da. **Investigações Matemáticas na Sala de Aula**/João Pedro da Ponte, Joana Brocardo, Hélia Oliveira. 2ª Edição. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2009.

RÊGO, R.M.; RÊGO, R.G. Desenvolvimento e uso de materiais didáticos no ensino de matemática. *In*: LORENZATO, Sérgio. **Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores**. Campinas: Autores Associados, 2009, 2ed. Coleção Formação de Professores. p.39-56

RODRIGUES, F. C. **Laboratório de Educação Matemática: descobrindo as potencialidades do seu uso em um curso de formação de professores**. 195f. Dissertação de Mestrado – Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2011.

ROSSY, N. da C. **Fração e sua representação como medida de comprimento: uma experiência de ensino-aprendizagem no contexto de um laboratório de Educação Matemática**. 2014. 131f. Dissertação de Mestrado - Universidade Federal do Pará, Belém, 2014.

SCHEFFER, N. F. O LEM na discussão de conceitos de geometria a partir das mídias: dobradura e software dinâmico. *In*: Lorenzato, S. (org.). **O Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores**. Campinas: Autores Associados, 2006. p. 93-112.

SERRAZINA, M. L. **Os materiais e o ensino da Matemática**. *Educação e Matemática*, n. 13, jan/mar., 1990. (Editorial)

TURRIONI, A. M. S. **O Laboratório de Educação Matemática na Formação Inicial de Professores**. 2004. 163f. Dissertação de Mestrado – Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2004.

VALE, I. **Materiais manipuláveis na sala de aula: o que se diz, o que se faz**. *In: APM* (Eds.), *Actas do ProfMat 99*, Lisboa: APM, 1999, p.111-120.

VAN-HIELE, P. M. **Structure and Insight**. Academic Press Orlando, FL, USA, 1986.

VARIZO, Z. C. M. **O Laboratório de Educação Matemática do IME/UFG: do sonho à realidade**. *In: IX Encontro Nacional de Educação Matemática, 2007*, Belo Horizonte. *Diálogos entre a pesquisa e a prática educativa*. BELO HORIZONTE: SCIMSA, 2007.

VENTURIN, J.A. **A educação matemática no Brasil da perspectiva do discurso de pesquisadores**. Tese (doutorado). Rio Claro, Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, p. 447. 2015

APÊNDICE A - ATIVIDADE GEODREZ

Ambiente: Laboratório de Educação Matemática ou sala de aula customizada

Público: Ensino Fundamental II – 8º e 9º ano

Tempo: o jogo em si é jogado em torno de 15 minutos. Para a confecção, dimensionamos de 2 a 3 tempos de 50 minutos cada, a depender da experiência que os alunos tenham com material de desenho.

Objetivo geral: Revisar e comparar definições e propriedades das figuras geométricas planas e identificar conceitos da transformação geométrica Simetria.

Objetivos específicos:

- Manusear adequadamente as ferramentas régua e compasso;
- Reconhecer, diferenciar e definir, quanto aos lados e ângulos, cada uma das figuras geométricas planas trabalhadas;
- Comparar quadrados e losangos e constatar que todo quadrado é um losango, porém nem todo losango é quadrado;
- Compreender propriedades da simetria.

Materiais necessários para 1 jogo:

- 5 folhas de papel cartão de cores distintas, sendo uma delas da cor branca;
- 5 lápis de cor, sendo 1 na cor preta (os alunos podem compartilhar seu uso, mas, sendo assim, o tempo para construção irá aumentar) e 4 nas cores escolhidas para os papéis cartão (exceto da cor branca);
- 1 a 4 régua;
- 1 a 4 esquadros;
- 1 a 4 compassos;
- 1 a 4 tesouras.

(os alunos podem compartilhar o uso de régua, esquadros, compassos e tesouras, mas, sendo assim, o tempo para construção irá aumentar).

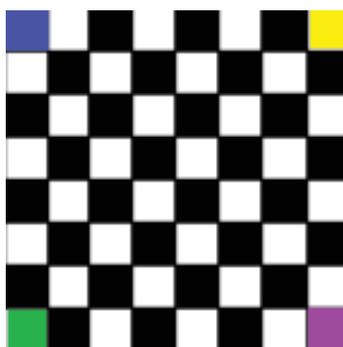
1º momento: confecção do material manipulável

Faz-se a divisão em grupos de quatro participantes, de modo que cada grupo esteja de posse do material necessário para construção;

Começa-se com a construção do tabuleiro (cada grupo deve fazer o seu).

- I. Desenhe, utilizando régua e compasso, e recorte, no papel cartão, um quadrado de lado 28 cm;
- II. Subdivida, utilizando régua e compasso, esse quadrado em 64 quadradinhos de 3,5 cm de lado;
- III. Pinte, alternadamente, um quadradinho de preto e o outro deixe em branco, como em um tabuleiro de xadrez, deixando os quadradinhos dos cantos sem preenchimento, pois estes deverão ser pintados com as cores escolhidas para as peças, como nas figuras abaixo:

Figura 2 – Tabuleiro Geodrez



Fonte: Dos autores (2019)

Durante a construção do tabuleiro, questiona-se:

- O que é um quadrado?
- O que podemos falar a respeito dos seus lados?
- O que podemos falar a respeito dos seus ângulos?
- Como construir 64 quadradinhos dentro do quadrado de lado 28 cm?
- Qual é a área do quadrado grande (tabuleiro)?
- Qual será a área de cada quadradinho?

O segundo passo é a construção das peças também utilizando régua e compasso. Como os participantes estarão divididos em grupos de quatro, cada um fará um conjunto de peças.

Cada jogador escolherá uma cor do papel cartão e confeccionará quatro peças, sendo elas: 1 quadrado de lado 3 cm; 1 losango de lado 2 cm e uma diagonal 2,8 cm; 1 círculo de raio 1,5 cm e 1 triângulo equilátero de lado 3 cm.

Enquanto aos alunos constroem as peças, questiona-se:

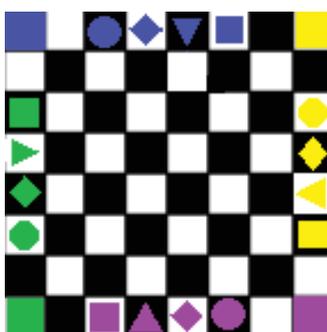
- Como construir um círculo?
- Como construir um losango?
- O que podemos falar a respeito de seus lados?
- Quais características possuem os losangos?
- Um quadrado é um losango? (Nesse momento é sugerida a comparação das definições dessas figuras)
- Como construir um triângulo equilátero?
- O que podemos falar a respeito dos lados dos triângulos equiláteros?
- O que podemos falar a respeito dos ângulos dos triângulos equiláteros?

2º momento: o jogo

O Geodrez pode ser jogado em dois formatos: individual ou por equipes. No formato individual, admite-se 2 ou 4 jogadores (nesse caso, um jogador terá 1 ou 3 adversários), em que cada um manipula um conjunto de peças. No formato por equipes, um jogador principal pode consultar estrategicamente outros colegas que não sejam seus adversários. O objetivo de cada competidor é atravessar suas quatro peças por todo o tabuleiro, até a borda oposta, quando irá recolher cada uma delas. Será o vencedor aquele que recolher primeiro todas as suas peças. Para isso, deve-se obedecer às seguintes regras:

I. Cada jogador escolhe um conjunto de peças e as coloca sobre o tabuleiro, conforme a figura 2, seguindo a ordem: quadrado, triângulo, losango e círculo.

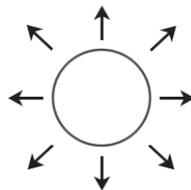
Figura 3 - Tabuleiro do Geodrez com as peças inicialmente posicionadas.



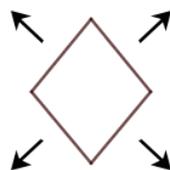
Fonte: Dos autores (2019)

II. Movimentação das peças: verticalmente (para frente e para trás), horizontalmente (para direita e para esquerda) e diagonalmente (avanço e recuo).

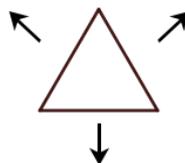
- ❖ Círculos, em todas as direções;



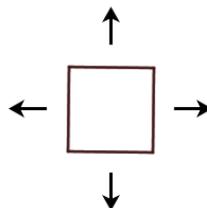
- ❖ Losangos, diagonalmente: avanço e recuo;



- ❖ Triângulos, para trás e avanço nas diagonais;



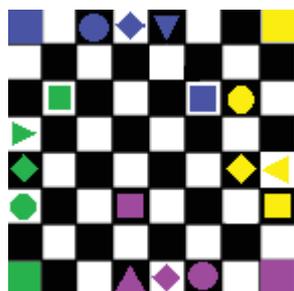
- ❖ Quadrados, para frente e para trás; para direita e para a esquerda.



III. As peças podem se mover da casa na qual estão para uma casa vazia, adjacente ou não (nesse caso, através de um pulo). Só se pode saltar uma peça a cada pulo. Todo pulo se caracteriza pela peça sair da sua posição original e ocupar uma posição simétrica a esta em relação à peça pulada. As peças puladas não são capturadas e nem voltam para o início do jogo, com exceção do círculo, que quando for pulado, deve voltar à sua posição inicial;

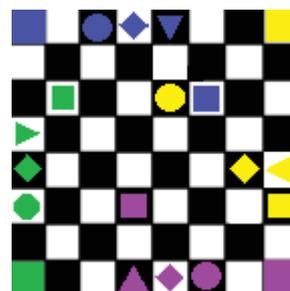
Exemplo 1 - Pulo curto: o jogador das peças amarelas executa um pulo curto com o círculo amarelo sobre o quadrado azul (posições inicial e final do círculo amarelo são simétricas em relação ao quadrado azul).

Figura 4 - posição inicial do círculo amarelo



Fonte: Dos autores (2021)

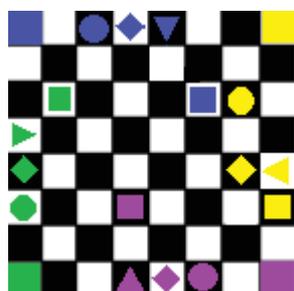
Figura 5 - posição final do círculo amarelo



Fonte: Dos autores (2019)

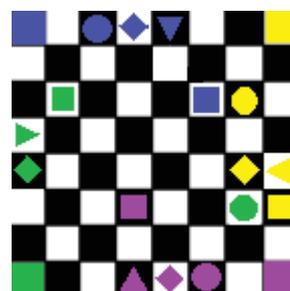
Exemplo 2 – Pulo longo: o jogador das peças verdes executa um pulo longo com o círculo verde sobre o quadrado roxo (posições inicial e final do círculo verde são simétricas em relação ao quadrado roxo).

Figura 6 - posição inicial do círculo verde



Fonte: Dos autores (2021)

Figura 7 - posição final do círculo verde



Fonte: Dos autores (2021)

O jogador pode fazer pulos longos e curtos em série, como num jogo de Damas, em uma mesma jogada, desde que estejam de acordo com as regras ditas acima.

Ao explicar as regras para os alunos, didaticamente questiona-se:

- O que é Simetria?
- O que torna um movimento simétrico?

IV. As casas coloridas, aquelas dos cantos do tabuleiro, não podem ser ocupadas;

V. Uma maneira de o jogo terminar é quando um dos jogadores recolhe todas as suas peças, tornando-se o vencedor. Porém, o jogo pode continuar sem este, determinando-se os 2º, 3º e 4º lugares.

APÊNDICE B – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Eu, _____,
de nacionalidade _____, idade _____, estado civil _____,
profissão _____, endereço _____
_____ e RG _____, responsável pelo(a) aluno(a)
_____, que está sendo
convidado(a) a participar de um estudo denominado ATIVIDADES EM GEOMETRIA EM
LABORATÓRIOS DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, cujo objetivo é contribuir para o ensino
de Geometria atualmente praticado no Brasil.

A sua participação no referido estudo será no sentido de visitar o Laboratório de
Ciências e Educação Matemática do Centro de Ciências da Universidade Federal de Juiz de
Fora, realizar a atividade *Geodrez*, participando da construção e execução do jogo, e manifestar
suas impressões diante da mesma.

Fui alertado(a) que a atividade será registrada, através de filmagens e fotografias, a fim
de geração de dados para futuras análises e produção de resultados. Além disso, esses registros
poderão ser apresentados a colegas pesquisadores do Programa de Mestrado na disciplina
ATIVIDADE DE DOCÊNCIA SUPERVISIONADA I.

Estou ciente de que sua privacidade será respeitada, ou seja, seu nome ou qualquer outro
dado ou elemento que possa, de qualquer forma, lhe identificar, será mantido em sigilo.

Também fui informado(a) de que posso recusar a participação do estudo, ou retirar meu
consentimento a qualquer momento, sem precisar justificar.

A pesquisadora envolvida com o referido projeto é Raniane Lucimar Almeida de
Aquino, mestranda no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade
Federal de Juiz de Fora e com ela poderei manter contato pelo telefone (32) 984537074.

Enfim, tendo sido orientado(a) quanto ao teor de todo o aqui mencionado e
compreendido a natureza e o objetivo do já referido estudo, manifesto meu livre consentimento
em autorizar, estando totalmente ciente de que não há nenhum valor econômico, a receber ou a
pagar, pela sua participação.

Juiz de Fora, 25 de maio de 2019.

Nome e assinatura do responsável pelo sujeito da pesquisa

Nome e assinatura da pesquisadora responsável