

UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA
DOUTORADO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

Felipe de Souza Delgado

**Novo método de fabricação de Redes de Período Longo com baixa perda
dependente da polarização**

Juiz de Fora
2022

Felipe de Souza Delgado

**Novo método de fabricação de Redes de Período Longo com baixa perda
dependente da polarização**

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, área de concentração: Sistemas Eletrônicos, da Faculdade de Engenharia da Universidade Federal de Juiz de Fora como requisito parcial para a obtenção do grau de Doutor.

Orientador: Prof. Dr. Alexandre Bessa dos Santos

Coorientador: Prof. Dr. Andrés Pablo López Barbero

Juiz de Fora

2022

Ficha catalográfica elaborada através do programa de geração automática da Biblioteca Universitária da UFJF, com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

Delgado, Felipe.

Novo método de fabricação de Redes de Período Longo com baixa perda dependente da polarização / Felipe Delgado. -- 2022. 93 f. : il.

Orientador: Alexandre Bessa dos Santos

Coorientador: Andrés Pablo López Barbero

Tese (doutorado) - Universidade Federal de Juiz de Fora, Faculdade de Engenharia. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, 2022.

1. Fibra óptica. 2. Redes de período longo. 3. Perda dependente da polarização. 4. Sensores ópticos. I. Bessa dos Santos, Alexandre, orient. II. López Barbero, Andrés Pablo, coorient. III. Título.

Felipe de Souza Delgado

Novo método de fabricação de Redes de Período Longo com baixa perda dependente da polarização

Tese apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Juiz de Fora como requisito parcial à obtenção do título de Doutor em Engenharia Elétrica. Área de concentração: Sistemas Eletrônicos

Aprovada em 18 de fevereiro de 2022.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Alexandre Bessa dos Santos - Orientador

Universidade Federal de Juiz de Fora

Prof. Dr. Andrés Pablo López Barbero

Universidade Federal Fluminense

Profa. Dra. Maria Thereza Miranda Rocco Giraldi

Instituto Militar de Engenharia

Prof. Dr. Marcelo Eduardo Vieira Segatto

Universidade Federal do Espírito Santo

Prof. Dr. Ulysses Roberto Chaves Vitor

Universidade Federal de Juiz de Fora

Prof. Dr. André Luis Marques Marcato

Universidade Federal de Juiz de Fora

Juiz de Fora, 31/01/2022.



Documento assinado eletronicamente por **Andres PABlo Lopez Barbero, Usuário Externo**, em 18/02/2022, às 12:07, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Alexandre Bessa dos Santos, Professor(a)**, em 20/02/2022, às 11:03, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Andre Luis Marques Marcato, Professor(a)**, em 20/02/2022, às 19:11, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Maria Thereza Miranda Rocco Giraldi, Usuário Externo**, em 21/02/2022, às 09:16, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Ulysses Roberto Chaves Vitor, Professor(a)**, em 22/02/2022, às 16:01, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Marcelo Eduardo Vieira Segatto, Usuário Externo**, em 30/05/2022, às 15:20, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no Portal do SEI-Ufjf (www2.ufjf.br/SEI) através do ícone Conferência de Documentos, informando o código verificador **0661969** e o código CRC **0A893152**.

Dedico este trabalho aos meus pais e avós.

AGRADECIMENTOS

Agradeço, em primeiro lugar, a Deus que me guia e ilumina a minha caminhada diariamente.

Agradeço aos meus pais, Sebastião e Soraya, que me incentivaram nos momentos mais difíceis com muito amor e carinho. Agradeço à minha namorada Amanda pelo amor, carinho, companheirismo e por estar sempre torcendo pelas minhas conquistas. Agradeço aos meus familiares e amigos pelo apoio incondicional recebido para que eu chegasse até aqui. Agradeço ao meu orientador Alexandre Bessa dos Santos por sua competência, apoio e incentivo que contribuíram imensamente para o meu aprendizado e para a conclusão deste trabalho. Por fim, gostaria de agradecer o apoio recebido à Universidade Federal de Juiz de Fora, à CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior), ao CNPq (Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico) e ao Inerge (Instituto Nacional de Ciência e Tecnologia em Energia Elétrica).

“A menos que modifiquemos nossa maneira de pensar, não seremos capazes de resolver os problemas causados pela forma como nos acostumamos a ver o mundo.”
(Albert Einstein).

RESUMO

Este trabalho apresenta uma nova técnica de fabricação de redes de período longo com descargas de arco elétrico tendo em vista o desenvolvimento de dispositivos com perda dependente da polarização reduzida. A perda dependente da polarização elevada é uma característica das redes produzidas por arco elétrico, que resulta em limitações no uso desses dispositivos em aplicações de sensoriamento e comunicações ópticas. A técnica proposta baseia-se na rotação axial da fibra óptica após cada descarga de arco elétrico, de modo que a perturbação assimétrica transversal induzida gire ao longo do eixo da fibra. Dessa forma, procura-se promediar a contribuição da não homogeneidade no índice de refração induzida pontualmente ao longo do comprimento da rede e assim, reduzir os efeitos indesejáveis da perda dependente da polarização. A fabricação de redes de período longo utilizando a técnica de arco elétrico foi descrita, o comportamento da perda dependente da polarização das redes produzidas foi investigado e os resultados experimentais mostram que é possível reduzir substancialmente a perda dependente da polarização nesses dispositivos utilizando a técnica de fabricação proposta. Por fim, é apresentado uma aplicação prática de uma rede produzida com a técnica proposta para o sensoriamento de torção mecânica. Os resultados mostram que é possível fabricar um sensor com sensibilidade à torção linear de $0,197 \text{ nm}/(\text{rad}/\text{m})$, que é superior ao das redes produzidas normalmente por arco elétrico.

Palavras-chave: Fibra óptica. Redes de período longo. Perda dependente da polarização. Sensores ópticos. Comunicações Ópticas.

ABSTRACT

This work presents the fabrication of arc-induced long period fiber gratings with reduced polarization-dependent loss. An important characteristic of arc-induced gratings is their intrinsic high polarization-dependent loss, which limits their use in sensing and optical communications applications. The proposed technique is based on the axial rotation of the optical fiber after each electric arc discharge. The induced transverse asymmetric perturbation rotates along fiber axis. Therefore, it is possible to average the contribution of transverse inhomogeneity of the refractive index induced along the fiber grating length and reduce the undesirable effects of polarization-dependent loss. The fabrication technique was described, the polarization-dependent loss behavior of the produced gratings was investigated. The experimental results show that it is possible to substantially reduce the intrinsic polarization-dependent loss of these gratings. Finally, we investigated the torsion-dependent spectral response of a long period grating. The results show that it is possible to achieve an enhanced linear torsion sensitivity of $0.197 \text{ nm}/(\text{rad}/\text{m})$, which is higher than that of conventional arc-induced long period gratings.

Keywords: Optical fiber. Long period grating. Polarization-dependent loss. Optical sensors. Optical communications.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1	– Estrutura básica de uma fibra óptica.....	19
Quadro 1	– Composição dos modos linearmente polarizados.....	22
Figura 2	– Padrão de intensidade do modo guiado LP_{01}	23
Figura 3	– Padrão de intensidade do modo guiado LP_{11}	23
Figura 4	– Diagrama da condição de casamento de fase de uma FBG.....	25
Figura 5	– Princípio de funcionamento de uma FBG.....	25
Figura 6	– Espectro de reflexão de uma FBG.....	26
Figura 7	– Princípio de funcionamento de uma LPG.....	27
Figura 8	– Diagrama da condição de casamento de fase para uma LPG.....	28
Figura 9	– Distribuição de campo próximo do modo de casca HE_{16} observada em (a) 1 cm e (b) 75 cm após a LPG.....	28
Figura 10	– Simulação do espectro de transmissão de uma LPG.....	30
Figura 11	– Simulação de duas LPGs com tipos diferentes de acoplamento.....	31
Figura 12	– Relação de dispersão para o modo fundamental.....	36
Figura 13	– Relação de dispersão para os modos de casca LP_{0m} : Modelo de duas camadas.....	38
Figura 14	– Relação de dispersão para os modos de casca LP_{1m} com $m \geq 1$: Modelo de duas camadas.....	38
Figura 15	– Relação de dispersão para os modos de casca com $v = 1$: Modelo de três camadas.....	40
Figura 16	– Relação de dispersão para os modos de casca com $v = 2$: Modelo de três camadas.....	41
Figura 17	– Curvas de casamento de fase.....	42
Figura 18	– Distribuição de intensidade do modo fundamental de núcleo LP_{01}	44
Figura 19	– Distribuição de intensidade do modo de casca LP_{02}	45
Figura 20	– Distribuição de intensidade do modo de casca LP_{11}	45
Figura 21	– Componentes radial e azimutal do campo elétrico do modo de casca HE_{12}	49
Figura 22	– Componente longitudinal do campo elétrico do modo de casca HE_{12}	49
Figura 23	– Intensidade radial dos seis primeiros modos de casca com $v = 1$	50
Figura 24	– Distribuição de intensidade do modo de núcleo HE_{11}	51

Figura 25	– Distribuição de intensidade do modo de núcleo HE_{12}	51
Figura 26	– Distribuição de intensidade do modo de núcleo HE_{13}	51
Figura 27	– Distribuição de intensidade do modo de núcleo EH_{11}	52
Figura 28	– Distribuição de intensidade do modo de núcleo EH_{12}	52
Figura 29	– Representação da montagem experimental para a fabricação de LPGs por arco elétrico.....	53
Figura 30	– Representação da montagem experimental para a produção de LPGs com a técnica proposta.....	55
Figura 31	– Representação da montagem experimental para medições da PDL....	57
Figura 32	– Espectros de transmissão da mínima (vermelho) e máxima (azul) transmissão, e PDL (preto) da LPG fabricada com $\theta = 90^\circ$	59
Figura 33	– Espectros de transmissão mínima (vermelho) e máxima (azul) transmissão, e PDL (preto) da LPG fabricada com $\theta = 180^\circ$	59
Figura 34	– Comparação entre os valores de PDL para redes produzidas usando técnicas diferentes.....	60
Figura 35	– Microfotografia da LPG produzida com modulação ponto a ponto.....	65
Figura 36	– (a) Espectro de transmissão da rede produzida com $\Lambda = 530 \mu\text{m}$ e ângulo de rotação axial de fibra de $\theta = 180^\circ$. (b) Simulação das curvas de casamento de fase (linhas sólidas) e valores experimentais (pontos pretos)	65
Figura 37	– Representação da montagem experimental utilizada para os testes de torção mecânica.....	66
Figura 38	– Ajuste experimental de dados do deslocamento do comprimento de onda ressonante dos modos de casca LP_{12} e LP_{13} em função da taxa de torção.....	67
Figura 39	– Deslocamento do vale ressonante relacionado ao modo LP_{12}	68
Figura 40	– Deslocamento do vale ressonante relacionado ao modo LP_{13}	68
Figura 41	– Funções de Bessel (a) de Primeira e (b) de Segunda espécie.....	83
Figura 42	– Funções de Bessel Modificadas (a) de Primeira e (b) de Segunda espécie.....	83

LISTA DE TABELAS

Tabela 1	–	Comparação entre os diferentes tipos de LPGs.....	70
----------	---	---	----

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

LPGs	Redes de período longo (Long period gratings)
UV	Ultravioleta
CO ₂	Dióxido de carbono
PDL	Perda dependente da polarização
SiO ₂	Dióxido de silício
Ge	Germânio
P ₂ O ₅	Pentóxido de fósforo
B ₂ O ₃	Trióxido de boro
F	Flúor
SMF	Fibra óptica monomodo
FBGs	Redes de período curto (Fiber Bragg gratings)
IR	Infravermelho
OSA	Analisador de espectro óptico
BBS	Fonte de banda larga
SOP	Estado de polarização
PC	Controlador de polarização
PDL _{max}	Perda dependente da polarização máxima

LISTA DE SÍMBOLOS

a_1	Raio do núcleo da fibra óptica
n_1	Índice de refração do núcleo da fibra óptica
a_2	Radio da casca da fibra óptica
n_2	Índice de refração da casca da fibra óptica
n_{ext}	Índice de refração do meio externo
E_z	Componente de campo elétrico longitudinal
H_z	Componente de campo magnético longitudinal
HE e EH	Modos híbridos
v	Ordem azimutal
TE e TM	Modos transversos
LP	Modos linearmente polarizados
l	Parâmetro modal
m	Ordem radial
Λ	Periodicidade da rede
β	Constante de propagação
$\Delta\beta$	Constante de propagação diferencial
z	Direção ao longo do eixo longitudinal da fibra
ρ	Direção radial a partir do centro da fibra
φ	Ângulo azimutal no plano da seção transversal da fibra
λ_B	Comprimento de onda de Bragg
n_{ef}	Índice de refração efetivo
T_o	Temperatura inicial
T_f	Temperatura final
λ_{res}	Comprimento de onda ressonante
$n_{\text{ef,nu}}$	Índice de refração efetivo do núcleo
$n_{\text{ef,ca}}$	Índice de refração efetivo da casca
T	Transmissão
δ	Detuning parameter
k_g	Constante de acoplamento
L	Comprimento da rede
ϵ	Permissividade elétrica

ϵ_0	Permissividade elétrica no vácuo
n_0	Índice de refração da fibra não perturbada
$\Delta\lambda_{FWHM}$	Largura de banda total à meia altura
u e w	Números de onda transversos normalizados
J_v	Função de Bessel de Primeira espécie
Y_v	Função de Bessel de Segunda espécie
I_v	Função de Bessel Modificada de Primeira espécie
K_v	Função de Bessel Modificada de Segunda espécie
V	Frequência normalizada da fibra
Z_0	Impedância eletromagnética no vácuo
r	Distância radial em relação ao centro da fibra
b	Índice efetivo normalizado
E_{01}^{nu}	Constante de normalização
E_r	Componente de campo elétrico radial
H_r	Componente de campo magnético radial
E_ϕ	Componente de campo elétrico azimutal
H_ϕ	Componente de campo magnético azimutal
E_{1m}^{ca}	Constante de normalização para os modos de casca
θ	Ângulo de rotação do eixo da fibra
L_0	Comprimento total de fibra óptica sob torção
τ	Torção mecânica
μ	Permeabilidade magnética
μ_0	Permeabilidade magnética no vácuo
n	Índice de refração
c	Velocidade da luz no vácuo
ω	Frequência angular

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	13
1.1	MOTIVAÇÕES E OBJETIVOS.....	13
1.2	PUBLICAÇÕES DECORRENTES DO TRABALHO.....	15
1.2.1	Trabalhos publicados em congressos.....	15
1.2.2	Trabalhos publicados em revistas.....	16
1.3	ESTRUTURA DA TESE.....	17
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	19
2.1	FIBRAS ÓPTICAS.....	19
2.2	MODOS DE PROPAGAÇÃO.....	20
2.3	REDES EM FIBRAS ÓPTICAS.....	24
2.3.1	Redes de Período Curto.....	24
2.3.2	Redes de Período Longo.....	27
3	ANÁLISE NUMÉRICA DE UMA REDE DE PERÍODO LONGO.....	33
3.1	ÍNDICE DE REFRAÇÃO EFETIVO DO MODO DE NÚCLEO.....	34
3.2	MODOS DE CASCA: MODELO DE DUAS CAMADAS.....	36
3.3	MODOS DE CASCA: MODELO DE TRÊS CAMADAS.....	39
3.4	CURVAS DE CASAMENTO DE FASE.....	42
3.5	PADRÕES DE DISTRIBUIÇÃO DE INTENSIDADE.....	43
4	REDES DE PERÍODO LONGO INDUZIDAS POR DESCARGAS DE ARCO ELÉTRICO.....	53
4.1	PERDA DEPENDENTE DA POLARIZAÇÃO EM REDES DE PERÍODO LONGO.....	54
4.2	MEDIÇÃO DA PERDA DEPENDENTE DA POLARIZAÇÃO.....	56
5	SENSORIAMENTO DE TORÇÃO MECÂNICA.....	62
5.1	METODOLOGIA.....	64
5.2	RESULTADOS EXPERIMENTAIS.....	66
6	CONCLUSÃO.....	71
	REFERÊNCIAS.....	72
	APÊNDICE A – PROPAGAÇÃO DE ONDAS EM FIBRAS ÓPTICAS.....	78
	APÊNDICE B – RELAÇÃO DE DISPERSÃO.....	87

1 INTRODUÇÃO

1.1 MOTIVAÇÕES E OBJETIVOS

As fibras ópticas adquiriram grande importância nas últimas décadas em função da rápida evolução do sistema de telecomunicações. Em virtude desse crescimento, a área de instrumentação e medidas que se relaciona ao desenvolvimento de sensores a fibra óptica também se expandiu. Um dos principais motivos para o sucesso das fibras ópticas na área de instrumentação e sensoriamento está relacionado com a utilização das redes de período longo (LPGs).

As LPGs são dispositivos em fibras que, em sua forma mais simples, consistem em uma modulação periódica no índice de refração e geometria ao longo da fibra óptica [1]. Tal modulação pode ser produzida, por exemplo, por meio de descargas de arco elétrico, exposição à lasers UV ou de CO_2 . Os espectros de transmissão dessas redes são caracterizados por vales de atenuação localizados em certos comprimentos de onda, que se relacionam com o acoplamento seletivo do modo fundamental de núcleo para modos de casca quando uma condição de casamento de fase é satisfeita [2].

Esses dispositivos são muito sensíveis às mudanças de parâmetros físicos, como temperatura e deformação [3]. Observa-se essa sensibilidade através do espectro de transmissão dessas redes por meio dos comprimentos de onda de ressonância e intensidades de acoplamento, os quais podem ser alterados ao aquecer ou deformar as redes. Logo, as LPGs se comportam como filtros seletivos em comprimento de onda com aplicações nas áreas de comunicações ópticas e sensoriamento.

Em sistemas de comunicações por fibras ópticas, as LPGs podem ser usadas, por exemplo, para compensação ou medida de dispersão [4,5]. Como compensador, essas redes podem atuar com valores de dispersão altos com razoável razão de compreensão de pulso e pequena ondulação de atraso.

Além disso, pode-se citar outras aplicações em comunicações ópticas como a equalização de ganho de amplificadores a fibra dopada com Érbio e também, o seu uso como filtro de rejeição de banda [6-8]. Nessas aplicações, o desempenho do filtro óptico está diretamente relacionado às suas propriedades de polarização.

Já em aplicações de detecção, essas redes podem ser utilizadas para medição de diversos parâmetros, como temperatura [9], deformação [10], torção [11], corrente elétrica [12] e índice de refração [13]. O monitoramento desses parâmetros é de grande importância e aplicabilidade ao se desenvolver processos químicos e industriais, no monitoramento ambiental, de estruturas e também, na indústria de combustíveis.

Tanto em aplicações na área de comunicações ópticas, quanto em sensoriamento, a perda dependente da polarização (PDL) de uma LPG fabricada por meio de qualquer técnica deve ser considerada. Esse efeito poderá afetar a potência do sinal transmitido no dispositivo LPG e, desta forma, degradar a estabilidade da comunicação ou detecção. Em específico, medições de PDL em redes produzidas por arco elétrico são descritas somente em alguns artigos [53,74], tampouco existem técnicas de fabricação de LPGs com arco elétrico propostas na literatura visando a redução desse fator limitante.

Logo, tendo em vista o potencial desses componentes em aplicações em sistemas de comunicações das próximas gerações, bem como em inúmeras aplicações de sensoriamento, propõe-se uma nova técnica para a fabricação de redes de período longo com arco elétrico para reduzir a PDL.

O método proposto baseia-se na rotação axial da fibra óptica após a aplicação pontual do arco elétrico, de modo que a perturbação assimétrica induzida gire ao longo da direção axial da fibra óptica em cada descarga de arco elétrico. Dessa forma, procura-se reduzir os efeitos indesejáveis da PDL nessas redes, para em seguida aplicar os novos dispositivos produzidos nas áreas de sensoriamento e comunicações ópticas.

Tanto a produção das LPGs quanto a investigação da PDL intrínseca nesses dispositivos ópticos são realizadas nas instalações do Laboratório de Instrumentação e Telemetria do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Juiz de Fora.

Realizou-se também uma aplicação prática a fim de medir a resposta espectral dependente à torção mecânica do sensor produzido. Os resultados mostram que é possível fabricar sensores cuja sensibilidade à torção é maior do que a dos sensores LPGs demonstrados na literatura. Desta forma, o potencial da técnica proposta é ressaltado com significância suficiente tendo em vista a aplicação de LPGs como sensores de torção mecânica.

Por fim, é importante salientar também que se trata de uma técnica de fabricação inovadora que leva em consideração os ângulos, puxamento da fibra e afundamento das marcações no processo de produção de redes de período longo com PDL reduzida.

Então, tal técnica pode solucionar uma das principais limitações existentes nesses dispositivos, tendo em vista que até o momento não há proposto na literatura nenhuma técnica para redução da PDL em redes produzidas com arco elétrico. Assim, o conteúdo e as direções dessa pesquisa promoverão o desenvolvimento de pesquisas na área de instrumentação, sensoriamento e comunicações ópticas.

O objetivo geral deste trabalho é propor uma nova técnica para a fabricação de LPGs com arco elétrico tendo em vista o desenvolvimento de dispositivos com PDL reduzida para a aplicação desses componentes como sensores e em comunicações ópticas. Com relação aos objetivos específicos, pretende-se:

- Investigar a PDL intrínseca das redes de período longo produzidas por arco elétrico produzidas com a técnica tradicional e a técnica proposta.
- Realizar experimentos práticos para a demonstração das redes produzidas em sensoriamento de torção mecânica.

1.2 PUBLICAÇÕES DECORRENTES DO TRABALHO

1.2.1 Trabalhos publicados em congressos

DELGADO, FELIPE; ALVARENGA, ITALO; SILVEIRA, D. D.; COELHO, THIAGO V. N.; BESSA, ALEXANDRE. Arc-induced Long Period Fiber Gratings with Reduced Polarization Dependent Loss. In: MOMAG 2018: 18º SBMO – Simpósio Brasileiro de Micro-ondas e Optoeletrônica e o 13º CBMag – Congresso Brasileiro de Eletromagnetismo, Santa Rita do Sapucaí, 2018.

DELGADO, FELIPE S.; JUCA, MARCO A.; MARCATO, ANDRE L. M.; DOS SANTOS, A. BESSA. Optical Fiber-Based Sensor for Assessing Electric Current in Unmanned Aerial Vehicles with ROS Interface. In: 2018 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA), Brisbane, 2018.

MANUELLA CRUZ DE OLIVEIRA; **DELGADO, F. S.**; JUCA, M. A.; FARACO FILHO, R. L.; SILVEIRA, D. D.; COELHO, T. V.; ALEXANDRE BESSA DOS SANTOS. Optical Fiber Sensor for Carbon Dioxide Measurement Using Tapered Long Period Grating. In: Latin American Workshop on Optical Fiber Sensors, Rio de Janeiro, Brazil, 2019.

DELGADO, F. S.; Deivid Campos; T. V. N. Coelho; A. Bessa dos Santos. Fabrication of Arc-Induced Long Period Fiber Grating with Opposite Point-by-point Modulation. In: Latin American Workshop on Optical Fiber Sensors, Rio de Janeiro, Brazil, 2019.

1.2.2 Trabalhos publicados em revistas

DELGADO, FELIPE S.; DOS SANTOS, A. BESSA. Reduction of intrinsic polarization dependence in arc-induced long-period fiber gratings. OPTICAL ENGINEERING, 2018.

BARINO, FELIPE; **DELGADO, F. S.**; JUCÁ, MARCO AURÉLIO; COELHO, THIAGO V. N.; DOS SANTOS, A. BESSA. Comparison of Regression Methods for Transverse Load Sensor based on Optical Fiber Long-Period Grating. MEASUREMENT, 2019.

DELGADO, FELIPE; BESSA, ALEXANDRE. Comparative study of coupling to symmetric and antisymmetric cladding modes in long-period fiber gratings. JOURNAL OF MODERN OPTICS, 2019.

DELGADO, FELIPE; BESSA, ALEXANDRE. Torsion-dependent spectral response of long-period fiber grating based on electric arc technique with axial rotation of the fiber. MICROWAVE AND OPTICAL TECHNOLOGY LETTERS, 2019.

BARINO, FELIPE; **DELGADO, F. S.**; SANTOS, A. B. Transverse load discrimination in Long-Period Fiber Grating via Artificial Neural Network. JOURNAL

OF MICROWAVES, OPTOELECTRONICS AND ELECTROMAGNETIC APPLICATIONS, 2020.

1.3 ESTRUTURA DA TESE

Para a descrição completa dos estudos desenvolvidos com respeito às redes de período longo em fibras ópticas e a perda dependente da polarização intrínseca a esses dispositivos, esta tese estruturou-se em seis capítulos:

- O Capítulo 1, de carácter introdutório, apresenta as motivações, objetivos e estrutura da tese.
- O Capítulo 2 apresenta conceitos gerais sobre as fibras ópticas e redes em fibras. O conceito de modos de propagação é discutido, assim como a composição dos modos escalares linearmente polarizados. Por fim, são dados exemplos do espectro de transmissão de LPGs com diferentes tipos de acoplamentos de energia.
- O Capítulo 3 analisa as duas principais teorias para modelagem numérica das LPGs tendo em vista maior compreensão do acoplamento e identificação modal nas LPGs.
- O Capítulo 4 apresenta e compara os resultados experimentais relacionados à produção de LPGs com PDL reduzida no Laboratório de Instrumentação e Telemetria da Universidade Federal de Juiz de Fora.
- O Capítulo 5 introduz os conceitos fundamentais para o completo entendimento dos efeitos da torção mecânica em um sensor LPG em fibras ópticas. Além disso, apresenta uma aplicação prática de um sensor LPG fabricado a partir da técnica proposta para a detecção de torção mecânica tendo em vista a interrogação de modos assimétricos visando aumentar à sensibilidade do sensor aos efeitos da torção mecânica.

- O Capítulo 6 conclui a tese e apresenta sugestões de trabalhos futuros.

Adicionalmente, este trabalho possui dois apêndices, os quais contém informações importantes acerca dos temas listados a seguir:

- O Apêndice A apresenta uma descrição detalhada sobre a teoria das ondas eletromagnéticas e modos guiados.
- O Apêndice B apresenta o detalhamento da relação de dispersão para se obter a forma exata dos modos de casca por meio do modelo de Três Camadas.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

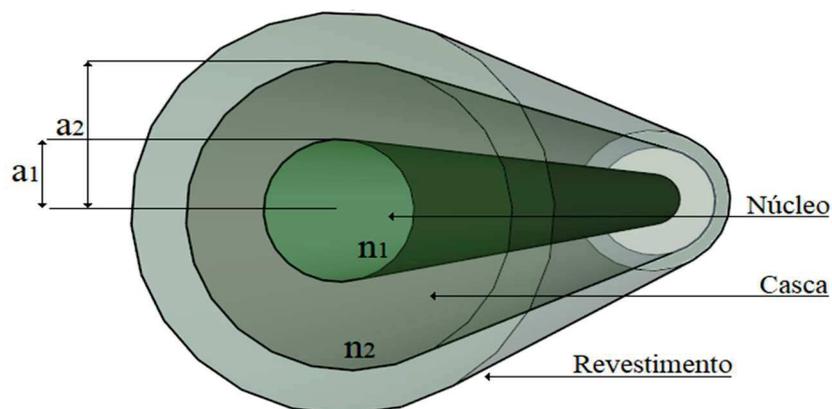
2.1 FIBRAS ÓPTICAS

As fibras ópticas são guias de onda formados por materiais dielétricos, normalmente do composto Dióxido de Silício (SiO_2), utilizados na transmissão de sinais ópticos em diferentes comprimentos de onda entre a região espectral da luz visível até o infravermelho.

A estrutura básica de uma fibra óptica consiste em um núcleo cilíndrico de raio a_1 e índice de refração n_1 , envolvido por uma casca de raio a_2 e índice de refração n_2 , conforme ilustrado na Figura 1. Além disso, externamente à casca, encontra-se o revestimento primário em acrilato. Esse revestimento é de material polimerizado e possui a função de reforçar e proteger o núcleo e a casca da fibra óptica.

As fibras confinam energia eletromagnética na forma de luz em seu interior, levando-a a se propagar na direção longitudinal através do mecanismo da reflexão interna total. Logo, a fim de garantir o fenômeno da reflexão interna total, o índice de refração do núcleo deve ser maior que o índice de refração da casca [14].

Figura 1 – Estrutura básica de uma fibra óptica



Fonte: Elaborada pelo autor.

A diferença entre os índices de refração do núcleo e da casca se deve às diferentes concentrações de elementos dopantes, visto que o processo de dopagem altera determinadas propriedades do vidro, como o ponto de fusão e a viscosidade [15].

Entre os dopantes necessários para a formação do núcleo com o índice de refração desejado, o Germânio (Ge) é o mais utilizado para aumentar o índice de refração do núcleo da fibra [14]. No entanto, outros componentes podem ser utilizados com o objetivo de elevar o índice de refração do núcleo em relação ao da casca, como o Pentóxido de Fósforo (P_2O_5) [14]. Além da dopagem do núcleo da fibra, também pode ocorrer a dopagem da casca. Esse processo pode ser utilizado para reduzir o índice de refração da casca por meio da adição de elementos como o Trióxido de Boro (B_2O_3) e o Flúor (F) [17].

Existem diversas formas e tipos de fibras ópticas, as quais podem ser classificadas em duas categorias com relação ao seu perfil de índice de refração. A distribuição transversal do índice de refração define se a fibra possui perfil de índice degrau ou gradual. As fibras que possuem perfil de índice degrau apresentam índice de refração constante no núcleo e sofrem uma variação brusca na interface entre o núcleo e a casca. Já as fibras de índice gradual têm como característica uma redução gradativa do índice de refração do núcleo em função da distância radial a partir do centro da fibra [17]. Desta forma, a transição do índice de refração do núcleo para a casca se torna suave.

Ambas as fibras de índice degrau e gradual ainda podem ser classificadas de acordo com o número de modos de propagação suportados. São classificadas como monomodo quando a propagação da luz é realizada por um único modo, denominado de modo fundamental, ou então como multimodo, quando o raio do núcleo é maior e assim, permite a transmissão de vários modos [17].

2.2 MODOS DE PROPAGAÇÃO

Os modos guiados obedecem à teoria das ondas eletromagnéticas (conforme discutido detalhadamente no Apêndice A) e normalmente consistem em um conjunto de configurações de campo eletromagnético que formam um padrão de onda estacionária em uma direção transversal à do eixo da fibra.

Em uma fibra óptica monomodo padrão (SMF) ocorre a propagação de um único modo em seu núcleo, chamado de modo fundamental. A maior parte da energia desse modo é guiada no núcleo, no entanto, existe uma certa quantidade de energia que penetra na região da casca. Assim, pode-se dizer que o modo se propaga por um meio híbrido, composto em parte pelo núcleo e em parte pela casca, e pressinta um

índice de refração efetivo, cujo valor encontra-se dentro de uma faixa limitada pelos índices de refração do núcleo e da casca [1], como representado pela inequação (78) definida no Apêndice A.

Além dos modos guiados que se propagam no núcleo da fibra óptica, existem também os modos de casca, de radiação e vazantes. No entanto, esses modos não permitem a propagação eficaz da luz [20]. Os modos de casca ocorrem quando o índice de refração do meio externo n_{ext} é menor que o da casca, de maneira que os modos se propagam por meio da reflexão interna total na interface casca-meio externo. Já os modos de radiação surgem quando o índice de refração do meio externo é igual ao da casca ($n_2 = n_{\text{ext}}$), o que representa uma casca infinita e impossibilita a ocorrência da reflexão interna total. Esses modos tem sua energia perdida por radiação. Por fim, os modos vazantes ocorrem quando o índice de refração do meio externo é maior que o da casca. Embora não ocorra a propagação através da reflexão interna total, alguma energia ainda se propaga por uma certa distância, devido às reflexões de Fresnel na interface interna da fibra [20].

Existem diferentes tipos de modos dependendo do padrão de campo eletromagnético observado num plano perpendicular à direção de propagação da onda. Em geral, as componentes de campo longitudinais E_z e H_z são diferentes de zero, exceto para $v = 0$. Assim, os modos são classificados como modos híbridos e denotados por HE_{vm} ou EH_{vm} , dependendo se H_z ou E_z possui efeito dominante na magnitude do campo transversal. Ainda, no caso especial $v = 0$, os modos HE_{0m} e EH_{0m} são também, chamados de TE_{0m} e TM_{0m} , respectivamente, pois correspondem aos modos de propagação transversal elétrico, $E_z = 0$, e transversal magnético, $H_z = 0$ [17].

Ao tratar-se de modos guiados, utilizam-se duas notações diferentes: os chamados modos linearmente polarizados (LP), híbridos (HE e EH) e transversos (TE e TM). Os modos linearmente polarizados baseiam-se na aproximação de modos fracamente guiados, introduzida por Gloge [24]. Essa aproximação é válida para as fibras monomodo padrão desde que a diferença de índice de refração normalizada $\Delta = 1 - n_2/n_1$, seja da ordem de 0,3% a 1% [25]. Para uma diferença de índice de refração pequena, as componentes longitudinais H_z e E_z podem ser consideradas aproximadamente nulas quando comparadas às componentes transversais, de maneira que se obtém modos cujo campo transversal é essencialmente polarizado

em uma direção. Assim, os modos LP não são os modos exatos da fibra, na verdade são a aproximação das soluções exatas HE, EH, TE e TM.

Cada modo LP_{0m} deriva-se de um modo HE_{1m} . Já os modos LP_{1m} estão relacionados com a combinação dos modos TE_{0m} , TM_{0m} e HE_{2m} , enquanto os modos LP_{lm} com $l \geq 2$ são compostos pelos modos $HE_{l+1,m}$ e $EH_{l-1,m}$ [14]. A relação entre alguns dos modos LP e os modos convencionais é apresentada no Quadro 1.

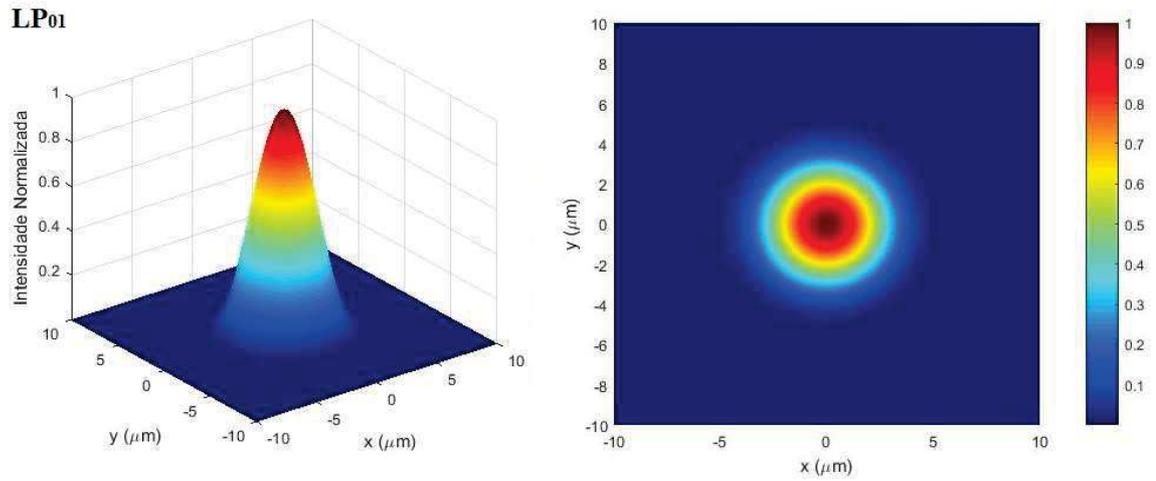
Quadro 1 – Composição dos modos linearmente polarizados

Designação de modos LP_{lm}	Componentes degenerados TE_{vm} , TM_{vm} , EH_{vm} e HE_{vm}
LP_{01}	HE_{11}
LP_{11}	TE_{01} , TM_{01} e HE_{21}
LP_{21}	EH_{11} e HE_{31}
LP_{02}	HE_{12}
LP_{31}	EH_{21} e HE_{41}
LP_{12}	TE_{02} , TM_{02} e HE_{22}
LP_{41}	EH_{31} e HE_{51}
LP_{22}	EH_{12} e HE_{32}
LP_{03}	HE_{13}

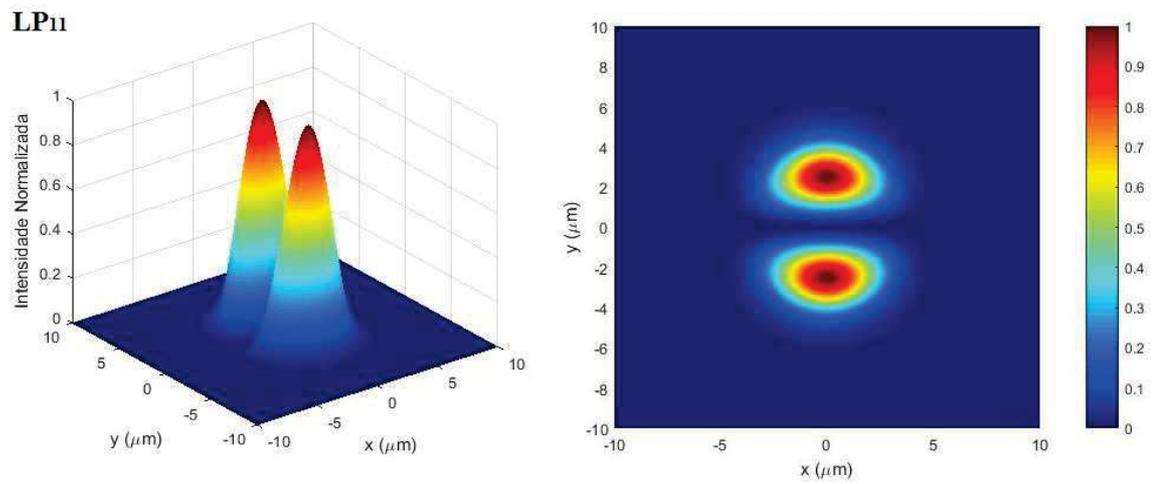
Fonte: Adaptado de [26].

A notação utilizada é LP_{lm} , na qual l é um parâmetro modal representado em termos da ordem azimutal v e $2l$ representa o número de máximos da intensidade do campo em volta do eixo da fibra. Além disso, m representa a ordem radial, que relaciona o número de máximos da intensidade do campo na direção radial entre zero e infinito, conforme podem ser observados nas simulações de distribuição de intensidade normalizada I/I_{max} nas Figuras 2 e 3. Para os modos híbridos HE, tem-se $l = v - 1$, já para os modos EH, $l = v + 1$ [14]. O modo de menor ordem, também chamado de modo fundamental, é denotado por LP_{01} .

As simulações dos modos de ordem mais baixas foram feitas a caráter ilustrativo de acordo com Buck [26] para uma fibra óptica com $a_1 = 4,1 \mu\text{m}$, $n_1 = 1,4592$, $n_2 = 1,4542$ e que opera em monomodo para comprimentos de onda acima de 1300 nm. Assim, realizou-se a simulação em 750 nm onde a fibra suporta mais de um modo de propagação.

Figura 2 – Padrão de intensidade do modo guiado no núcleo LP_{01} 

Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 3 – Padrão de intensidade do modo guiado no núcleo LP_{11} 

Fonte: Elaborada pelo autor.

2.3 REDES EM FIBRAS ÓPTICAS

As redes em fibras ópticas são dispositivos ópticos intrínsecos que possibilitam o controle sobre as propriedades de propagação da luz dentro da fibra e são obtidas através de uma modulação periódica ao longo do eixo longitudinal de uma fibra óptica. Essa modulação pode ser induzida por uma deformação física do material da fibra ou por modulação do índice de refração [1] e satisfaz uma condição de casamento de fase entre um modo guiado e os outros modos, sejam eles de núcleo, de casca ou de radiação [22]. Essa condição de casamento de fase é dependente do comprimento de onda e é dada por [27]:

$$\beta_1 - \beta_2 = \Delta\beta = \frac{2\pi}{\Lambda} \quad (1)$$

Na equação de casamento de fase (1), Λ é a periodicidade da rede, β_1 e β_2 são as constantes de propagação dos modos envolvidos no acoplamento e $\Delta\beta$ é a constante de propagação diferencial.

As redes de difração podem ser classificadas de acordo com o seu período de modulação, em redes de período curto (FBGs – Fiber Bragg Gratings) e redes de período longo (LPGs – Long Period Gratings).

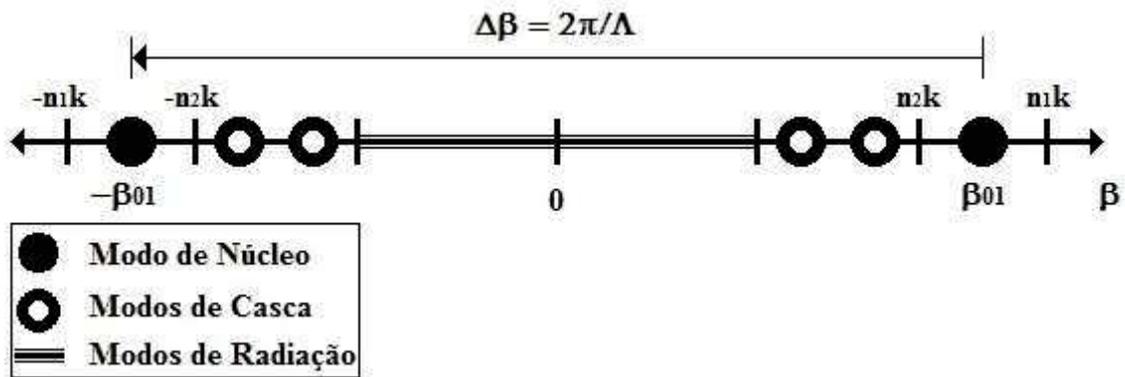
2.3.1 Redes de Período Curto

As redes de Bragg de Período Curto consistem em uma modulação local e periódica do índice de refração do núcleo, geralmente criada pela exposição da fibra a um padrão óptico de interferência ultravioleta. A rede gravada na fibra opera como um filtro que reflete parte do espectro da luz guiada no núcleo da fibra a partir de cada plano de perturbação do índice de refração no núcleo da rede. Tal modulação ocasiona no acoplamento de energia entre os modos LP_{01} co-propagante ($\beta_1 = \beta_{01}$) e contra-propagante ($\beta_2 = -\beta_{01}$) do núcleo [15].

O mecanismo de acoplamento entre esses modos é ilustrado na Figura 4. O eixo horizontal refere-se à constante de propagação β , no qual os modos co-propagantes possuem $\beta > 0$ e os modos contra-propagantes, que propagam na direção $-z$, possuem constante de propagação $\beta < 0$. Além disso, observa-se que para

uma FBG a constante de propagação diferencial $\Delta\beta$ é grande, o que implica em uma periodicidade de rede pequena, normalmente de ordem sub-micrométrica.

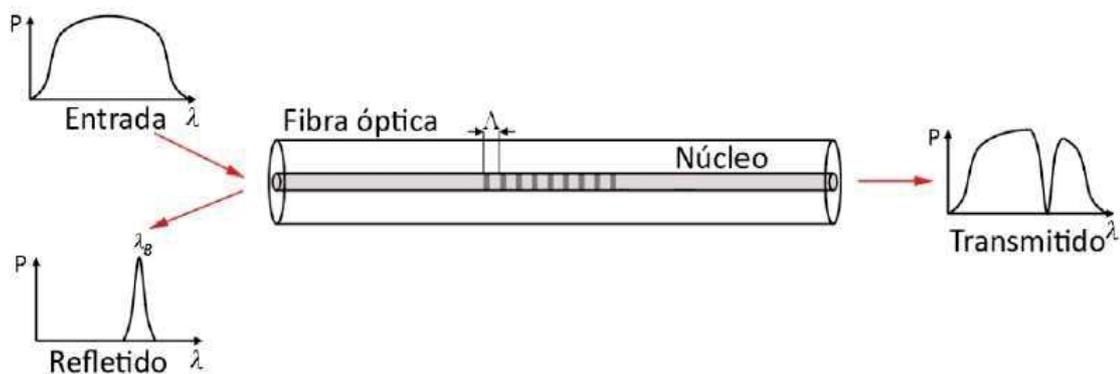
Figura 4 – Diagrama da condição de casamento de fase de uma FBG



Fonte: Adaptado de [28].

O resultado desse acoplamento é a reflexão de um comprimento de onda específico do sinal luminoso incidente na fibra, chamado de comprimento de onda de Bragg λ_B , enquanto o restante do sinal é transmitido através da rede, conforme ilustrado na Figura 5.

Figura 5 – Princípio de funcionamento de uma FBG



Fonte: Adaptado de [29].

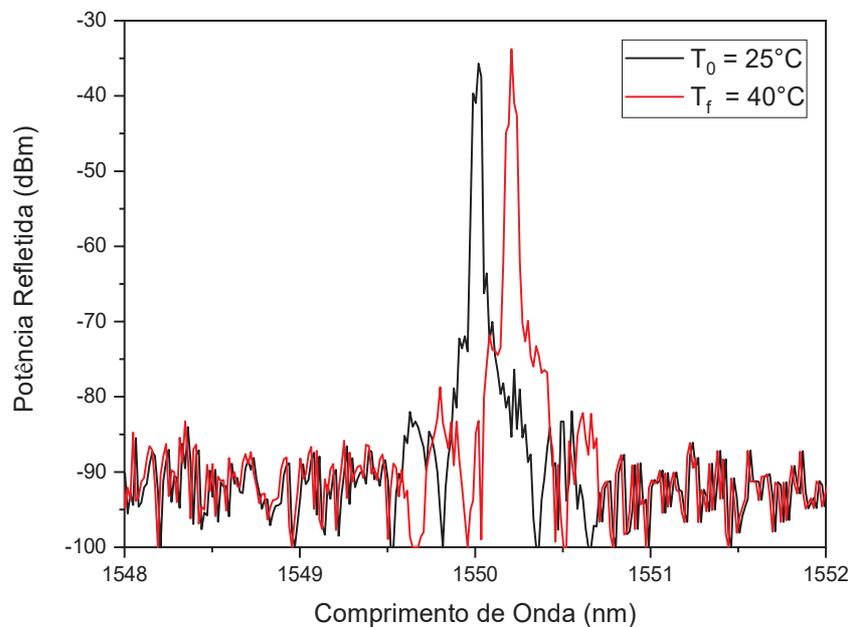
O comprimento de onda de Bragg é governado pelo período da FBG e pelo índice de refração efetivo do modo fundamental de acordo com a condição de Bragg da rede [31]:

$$\lambda_B = 2n_{ef}\Lambda \quad (2)$$

onde Λ é o período de modulação da rede.

A Figura 9 mostra o espectro de reflexão característico de uma FBG simulada com o software OptiGrating v. 4.2.2 com $\Lambda = 0,5 \mu\text{m}$. Nesta simulação o comprimento de onda de Bragg encontra-se em $\lambda_B = 1550 \text{ nm}$ em condições de temperatura ambiente. No entanto, ocorre a variação do comprimento de onda de Bragg quando a rede é submetida a variações de temperatura, conforme observado na Figura 6.

Figura 6 – Espectro de reflexão de uma FBG



Fonte: Elaborada pelo autor.

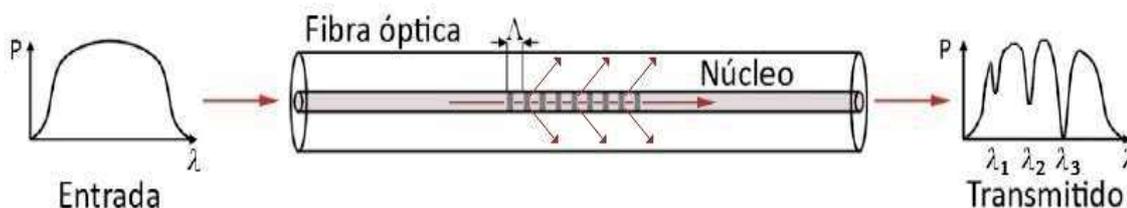
A exposição da rede a estímulos, como variações de temperatura ou deformação, resulta na variação tanto do seu período quanto do índice de refração efetivo do modo fundamental e assim, altera o comprimento de onda de Bragg. Essa característica possibilita o uso das redes de Bragg como elemento sensor de qualquer estímulo que altere a condição de Bragg da rede [2].

2.3.2 Redes de Período Longo

Uma rede de período longo é um dispositivo óptico obtido através de uma modulação periódica no índice de refração da fibra ao longo do seu eixo longitudinal [30]. Existem diversas técnicas de fabricação de LPGs, de maneira que cada método pode induzir alterações no núcleo, ou no núcleo e casca da fibra óptica de acordo com as suas características. Dentre as técnicas utilizadas para a fabricação das LPGs pode-se citar a exposição da fibra óptica à lasers UV [30], CO₂ [32,33], irradiação com pulsos de femtosegundos no infravermelho (IR) [34], indução mecânica [35] e também, a aplicação de arcos elétricos de uma máquina de fusão [1].

Distinguindo-se das FBGs, as LPGs possuem geralmente um período de modulação Λ que varia de 100 μm até 1 mm, conforme ilustrado na Figura 7. Além disso, promovem o acoplamento de energia entre o modo fundamental LP₀₁ de núcleo e os modos de casca co-propagantes.

Figura 7 – Princípio de funcionamento de uma LPG



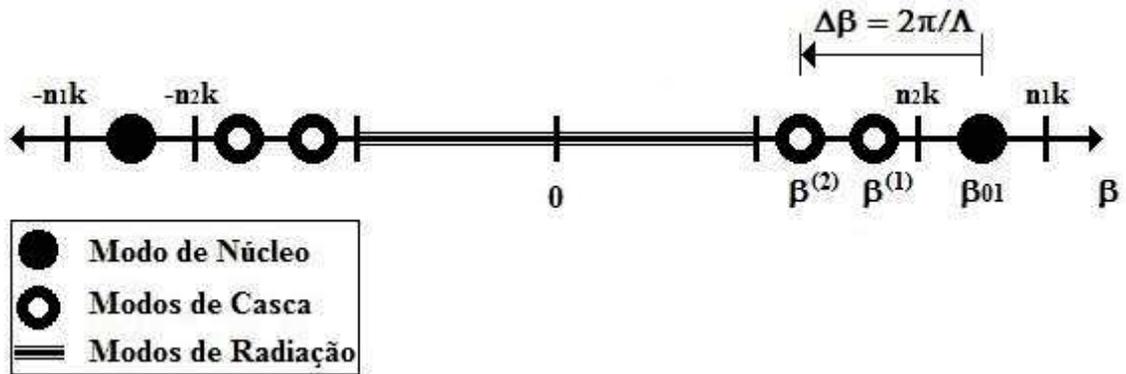
Fonte: Adaptado de [29].

A Figura 8 mostra um exemplo de mecanismo de acoplamento de uma LPG, na qual observa-se a condição de casamento de fase (2) entre o modo fundamental do núcleo ($\beta_1 = \beta_{01}$) com o modo de casca de maior ordem ($\beta_2 = \beta^{(2)}$). O tipo de modo co-propagante de casca que ocorre o acoplamento depende da simetria da perturbação induzida na fibra durante a fabricação da rede.

Fibras simétricas acoplam modos com números azimutais idênticos. Ou seja, o modo fundamental guiado no núcleo interage com os modos azimutalmente simétricos de casca LP_{0m} (HE_{1m} com $m > 1$) quando a perturbação é simétrica. Caso a perturbação induzida seja assimétrica, ocorre o acoplamento para os modos de casca LP_{1m} (HE_{2m} + TE_{0m} + TM_{0m} com $m > 0$) [1]. Neste trabalho, define-se as notações

LP_{01} (HE_{11}) e LP_{02} (HE_{12}) para representar o modo guiado no núcleo e o primeiro modo de casca, respectivamente.

Figura 8 – Diagrama da condição de casamento de fase para uma LPG

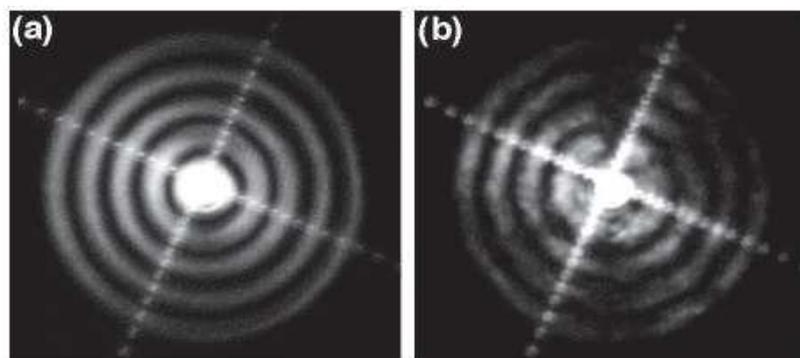


Fonte: Adaptado de [28].

Normalmente, existem centenas de modos de casca em comprimentos de onda na região do infravermelho em fibras ópticas com diâmetro de $125 \mu\text{m}$, de maneira que mais de um modo de casca pode satisfazer a condição de casamento de fase (2) [35].

No entanto, os modos de casca atenuam rapidamente à medida que eles se propagam ao longo da fibra devido às perdas por espalhamento na interface casca-meio externo, curvaturas na fibra e absorção [36]. A Figura 9 ilustra a atenuação do modo de casca HE_{16} através da sua distribuição de campo próximo em diferentes distâncias de propagação após a LPG.

Figura 9 – Distribuição de campo próximo do modo de casca HE_{16} observada em (a) 1 cm e (b) 75 cm após a LPG



Fonte: Adaptado de [36].

A alta atenuação dos modos de casca resulta em um espectro de transmissão que contém uma série de picos de atenuação, também chamados de vales, localizados em comprimentos de onda ressonantes $\lambda_{\text{res}}^{(n)}$. Por meio da equação de casamento de fase relaciona-se um comprimento de onda ressonante discreto, referente ao acoplamento de energia entre o modo fundamental e um determinado modo de casca, com o período de marcação da rede, conforme [35]:

$$\lambda_{\text{res}}^{(n)} = \left(n_{\text{ef,nu}} - n_{\text{ef,ca}}^{(n)} \right) \Lambda \quad (3)$$

onde $n_{\text{ef,nu}}$ é o índice de refração efetivo do modo de núcleo e $n_{\text{ef,ca}}^{(n)}$ é o índice efetivo do n -ésimo modo de casca. A transmissão de cada um desses vales de atenuação é dada por [1]:

$$T = 10 \log \left\{ 1 - \frac{\text{sen}^2 \left[k_g L \sqrt{1 + \left(\frac{\delta}{k_g} \right)^2} \right]}{1 + \left(\frac{\delta}{k_g} \right)^2} \right\} \quad (4)$$

onde δ é chamado de detuning parameter e representa o desvio em relação à condição de casamento de fase (3), expresso por [1]:

$$\delta = \pi \left\{ \frac{n_{\text{ef,nu}} - n_{\text{ef,ca}}^{(n)}}{\lambda_{\text{res}}^{(n)}} - \frac{1}{\Lambda} \right\} \quad (5)$$

e k_g e L representam a constante de acoplamento e o comprimento da rede, respectivamente.

A constante de acoplamento indica a força do acoplamento entre dois modos e é proporcional à integral de sobreposição dos campos modais de núcleo e casca na região alterada pelo método de fabricação da rede.

Tendo em vista que esse trabalho é essencialmente dedicado às redes de período longo produzidas com a técnica de arco elétrico, pode-se obtê-la do coeficiente de acoplamento transversal na região alterada pela descarga do arco, expresso por [1,38]:

$$k_t(z) = \frac{\omega}{4} \int_0^{2\pi} \int_0^{a_2} \Delta\varepsilon(\rho, \phi, z) \mathbf{E}_{\text{nu}}(\rho, \phi) \mathbf{E}_{\text{cas}}^*(\rho, \phi) \rho d\rho d\phi \quad (6)$$

onde $\mathbf{E}_{\text{nu}}(\rho, \phi)$ e $\mathbf{E}_{\text{cas}}^*(\rho, \phi)$ são as componentes de campo transversais dos modos de núcleo e casca. Além disso, $\Delta\varepsilon(\rho, \phi, z)$ é a mudança de permissividade dielétrica da fibra como resultado da perturbação e pode ser relacionada com a variação do índice de refração $\Delta n(\rho, \phi, z)$ de acordo com [38]:

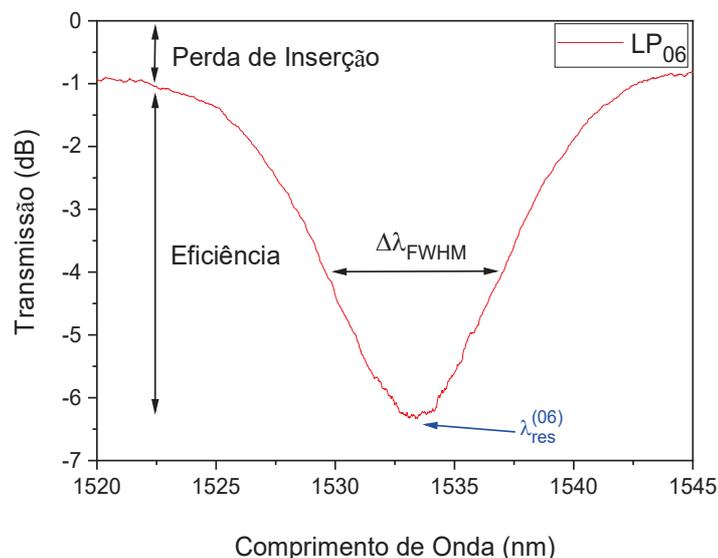
$$\Delta\varepsilon(\rho, \phi, z) \cong 2\varepsilon_0 n_0(\rho) \Delta n(\rho, \phi, z) \quad (7)$$

onde $n_0(\rho)$ é o índice de refração da fibra não perturbada.

Logo, observa-se que a força do acoplamento modal é definida pela perturbação da permissividade e também pela sobreposição modal. Vale ressaltar que as LPGs assimétricas, como as produzidas por arco elétrico, possuem perturbação $\Delta\varepsilon$ como função do ângulo ϕ , conforme pode ser observado nas equações (6) e (7).

A Figura 10 mostra a simulação do espectro de transmissão de uma LPG utilizando o software OptiGrating v. 4.2.2, na qual observa-se o acoplamento do modo fundamental do núcleo para o modo de casca LP_{06} em um comprimento de onda ressonante $\lambda_{\text{res}}^{(06)} = 1533,35$ nm.

Figura 10 – Simulação do espectro de transmissão de uma LPG



Fonte: Elaborada pelo autor.

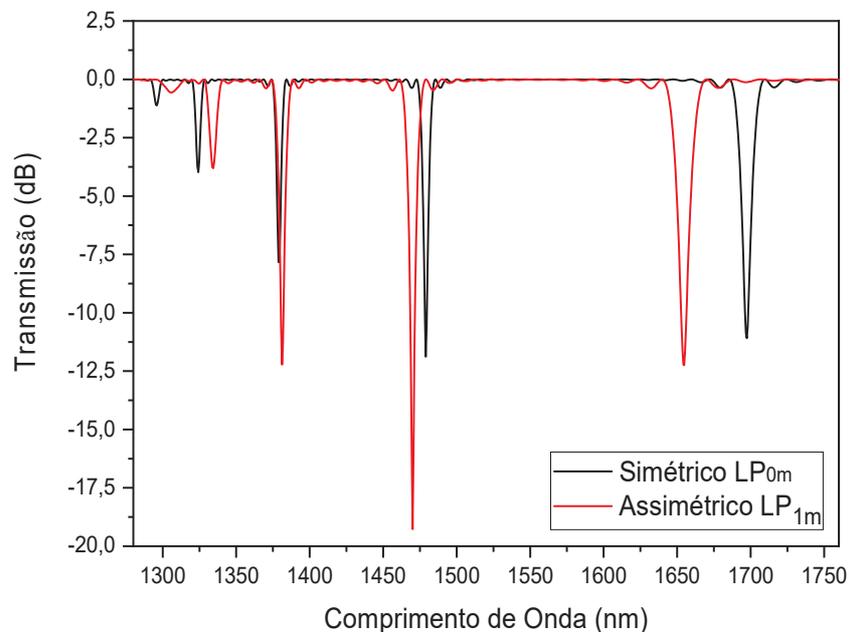
A perda de inserção introduzida pela rede é de aproximadamente 1 dB, fator que está relacionado com a qualidade da LPG produzida, idealmente este deveria apresentar valor igual a zero.

Além disso, pode-se observar outros parâmetros da rede que estão relacionados com o modo de casca para o qual ocorre o acoplamento de energia do modo fundamental, como a eficiência e a largura de banda. Nesse caso, o vale de atenuação tem aproximadamente -5,5 dB de eficiência, que é o quanto de luz que foi acoplada e depende da modificação do índice de refração em cada ponto da gravação [39].

A largura de banda total à meia altura ($\Delta\lambda_{FWHM}$) está associada com a largura em comprimento de onda quando o vale atenua 3 dB, ou seja, quando a atenuação do vale é metade do seu valor máximo. Para o vale ressonante ilustrado na Figura 10, nota-se que a largura de banda $\Delta\lambda_{FWHM}$ é de aproximadamente 7,81 nm.

A Figura 11 mostra os espectros de transmissão de duas LPGs simuladas com tipos de acoplamento distintos.

Figura 11 – Simulação de duas LPGs com tipos diferentes de acoplamento



Fonte: Elaborada pelo autor.

A primeira LPG simulada representa uma rede uniforme, na qual considera-se uma perturbação simétrica confinada no núcleo da fibra, que é o caso de redes induzidas por radiação UV. O período de modulação foi de $\Lambda = 500 \mu\text{m}$ e comprimento de rede $L = 50 \text{ mm}$. Esta LPG apresentou cinco vales de atenuação que correspondem ao acoplamento entre o modo fundamental de núcleo LP_{01} e os modos de casca simétricos LP_{02} , LP_{03} , LP_{04} , LP_{05} e LP_{06} . Já a segunda LPG representa uma rede induzida por arco elétrico simulada com o mesmo período e comprimento de rede e faixa espectral. Pode-se observar que esta rede também possui vales, no entanto, que correspondem ao acoplamento para os modos de casca assimétricos LP_{11} , LP_{12} , LP_{13} , LP_{14} e LP_{15} .

3 ANÁLISE NUMÉRICA DE UMA REDE DE PERÍODO LONGO

No Capítulo 2, discutiu-se a teoria das redes em fibras ópticas, de forma a apresentar alguns conceitos, como o acoplamento entre o modo fundamental do núcleo e modos de casca simétricos e assimétricos. Ainda, introduziu-se o conceito da constante de acoplamento, que é um fator crucial ao determinar a intensidade do acoplamento modal.

O Capítulo 3 irá focar em um estudo numérico utilizando o software MATLAB R2015a para obter as características de propagação do modo fundamental e dos modos de casca e as curvas de casamento de fase.

Vale ressaltar que essas curvas descrevem a relação entre a periodicidade de uma determinada rede e o comprimento de onda no qual ocorre o acoplamento entre o modo de núcleo e os modos de casca. Logo, são importantes, pois permitem concluir para quais modos de casca o modo de núcleo é acoplado ao se trabalhar com fabricação de LPGs por arco elétrico e suas aplicações na área de sensoriamento [1]. Além disso, as curvas de casamento de fase são úteis para o projeto e fabricação das LPGs tendo em vista que fornecem uma indicação do período de modulação necessário para se obter o acoplamento em um determinado comprimento de onda, por exemplo, em 1550 nm.

No que diz respeito à análise numérica, desenvolveu-se os dois modelos teóricos mais discutidos na literatura: o de duas camadas e o de três camadas. Desta forma, é possível compreender os diferentes tipos de acoplamento sem a necessidade de realizar o cálculo das constantes de acoplamento envolvidas na transferência de energia do modo fundamental para cada modo de casca.

O processo de simulação computacional pode ser dividido em duas etapas. Durante a primeira etapa, é necessário obter as constantes de propagação dos modos de núcleo e casca e assim, calcular os índices de refração efetivos desses modos. Enquanto na segunda, deve-se obter as curvas de casamento de fase, logo, utiliza-se o conhecimento dos índices de refração efetivos do modo de núcleo e dos modos de casca. Esses índices efetivos são obtidos durante o processo de simulação para, em seguida, obter os comprimentos de onda ressonantes em função da periodicidade da rede.

Marcuse apresentou um dos primeiros modelos teóricos para calcular de forma aproximada os modos de núcleo e de casca de uma fibra óptica [40]. Anos depois,

Vengsarkar descreveu a transmissão espectral de uma LPG [28]. O modelo proposto, chamado de modelo de duas camadas, simplificou a análise dos modos de casca ao considerar que o efeito do núcleo na interface casca-meio externo é negligenciável.

Um segundo método, conhecido por modelo de três camadas [37,41], distinguiu-se do modelo de duas camadas ao considerar as interfaces núcleo-casca e casca-meio externo para o cálculo dos índices de refração efetivos e campos modais dos modos de núcleo e casca. Assim, o modelo mostrou-se mais completo ao aproximar-se mais do espectro de transmissão real de uma LPG e serviu como referência para o surgimento de modelos teóricos mais complexos [38].

Alguns autores ainda reportaram comparações entre os modelos de duas e três camadas. Por exemplo, em [42] observou-se a necessidade de uma análise através do método de três camadas para projetar LPGs em aplicações de sensores e equalizadores de ganho de amplificadores, visto que a análise simplificada proveniente do método de duas camadas pode introduzir erros no projeto das LPGs.

Além disso, em [43] discutiu-se detalhadamente a diferença entre o cálculo dos índices efetivos de casca para os métodos de duas e três camadas. Com isso, foi possível comparar e também quantificar a diferença espectral de ambos os métodos em relação ao espectro de transmissão real de uma LPG.

3.1 ÍNDICE DE REFRAÇÃO EFETIVO DO MODO DE NÚCLEO

A fim de calcular o índice de refração efetivo do modo guiado no núcleo da fibra, assume-se que a geometria da fibra consiste em um núcleo uniforme envolvido por uma casca homogênea e infinita [26]. Desta forma, o núcleo não é afetado pelo meio externo à fibra que envolve a casca. Além disso, considera-se a que a fibra possui uma diferença de índice de refração normalizada pequena, assim o modo fundamental HE_{11} pode ser descrito em termos da sua aproximação linearmente polarizada LP_{01} .

Logo, utiliza-se a equação característica (80), desenvolvida no Apêndice A, para obter a relação de dispersão para o modo LP_{01} , expressa por [14,26]:

$$u_{nu} \left(\frac{J_1(u_{nu})}{J_0(u_{nu})} \right) = w_{nu} \left(\frac{K_1(w_{nu})}{K_0(w_{nu})} \right) \quad (8)$$

onde J_0 e J_1 são as funções de Bessel de Primeira espécie de ordem zero e um, respectivamente. K_0 e K_1 são as funções de Bessel Modificadas de Segunda espécie de ordem zero e um, respectivamente. Além disso, u_{nu} e w_{nu} são os números de onda transversos normalizados, parâmetros que dependem das características físicas da fibra óptica, e podem ser expressos em termos da frequência normalizada da fibra (V), de acordo com:

$$V = \left(\frac{2\pi a_1}{\lambda} \right) \sqrt{n_1^2 - n_2^2} \quad (9)$$

$$u_{nu} = \sqrt{V^2 - w_{nu}^2} \quad (10)$$

As expressões (9) e (10) podem ser utilizadas em conjunto para solucionar a equação (8). E assim, obter os valores de u_{nu} e w_{nu} e posteriormente, calcular a constante de propagação do modo fundamental [37].

A relação de dispersão (8) deve ser resolvida através de algum método numérico ou gráfico, visto que não existe solução analítica. Neste trabalho, adota-se o método de solução gráfica. Desta forma, plotam-se os lados esquerdo e direito da equação (8) em função de u_{nu} e assim, sob o mesmo eixo, obtém-se graficamente os pontos de interseção, ou seja, os autovalores que representam as raízes desta equação característica. Em uma fibra monomodo padrão, ocorrerá somente um ponto de interseção correspondente ao modo fundamental guiado no núcleo.

Uma vez que se tenha encontrado o autovalor u_{01} para o modo fundamental, a constante de propagação do modo fundamental β_{01} pode ser obtida de acordo com [37]:

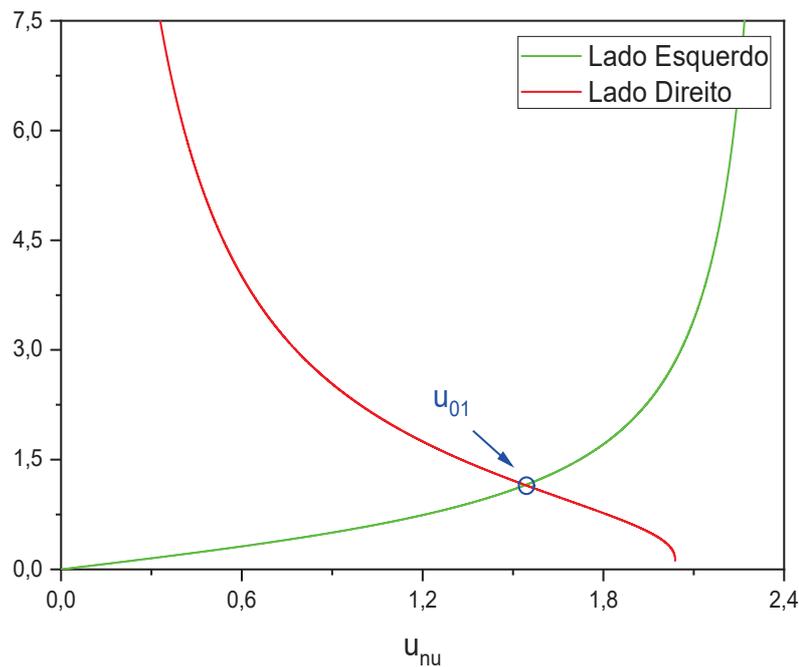
$$\beta_{01} = \sqrt{(kn_1)^2 - \left(\frac{u_{01}}{a_1} \right)^2} = \sqrt{\left(\frac{2\pi}{\lambda} n_1 \right)^2 - \left(\frac{u_{01}}{a_1} \right)^2} \quad (11)$$

Através da equação (11), encontra-se o índice de refração efetivo do núcleo, de acordo com:

$$n_{ef,nu} = \frac{\beta_{01}}{k} = \frac{\beta_{01}\lambda}{2\pi} \quad (12)$$

O resultado da análise numérica apresentada acima é ilustrado na Figura 12. Utilizando os seguintes parâmetros de uma fibra monomodo padrão [44]: $a_1 = 4,1 \mu\text{m}$, $n_1 = 1,44922$, $n_2 = 1,44402$ e comprimento de onda $\lambda = 1550 \text{ nm}$, encontrou-se o índice de refração efetivo do núcleo $n_{\text{ef,nu}} = 1,4462506$. Nota-se que o valor encontrado está dentro do intervalo $n_2 \leq n_{\text{ef,nu}} \leq n_1$.

Figura 12 – Relação de dispersão para o modo fundamental



Fonte: Elaborada pelo autor.

3.2 MODOS DE CASCA: MODELO DE DUAS CAMADAS

A abordagem do modelo de duas camadas permite o cálculo dos índices de refração efetivos dos modos de casca. Neste caso, a representação da geometria da fibra baseia-se somente em duas camadas. Porém, considera-se somente a casca e o meio externo, ignorando a presença do núcleo [44], o que possibilita a aproximação linearmente polarizada dos modos de casca. Além disso, o método considera uma estrutura multimodo de índice degrau, cujo núcleo e casca atuam como uma fibra multimodo e o meio externo como a nova casca da LPG [28]. Essas considerações

levam às seguintes alterações na frequência normalizada e nos números de onda transversos normalizados:

$$V = \left(\frac{2\pi a_2}{\lambda} \right) \sqrt{n_2^2 - n_3^2} \quad (13)$$

$$u_{ca} = \sqrt{V^2 - w_{ca}^2} \quad (14)$$

A relação de dispersão para os modos LP_{lm} que se propagam na casca, também derivada da equação (80) (ver Apêndice A), é expressa na forma da equação de autovalor [24,28]:

$$\frac{1}{u_{ca}} \left(\frac{J_l(u_{ca})}{J_{l-1}(u_{ca})} \right) = - \frac{1}{w_{ca}} \left(\frac{K_l(w_{ca})}{K_{l-1}(w_{ca})} \right) \quad (15)$$

Especificamente para os modos de casca LP_{0m} ($l = 0$ e $m \geq 1$), a equação (80) (ver Apêndice A) toma a seguinte forma [24,28]:

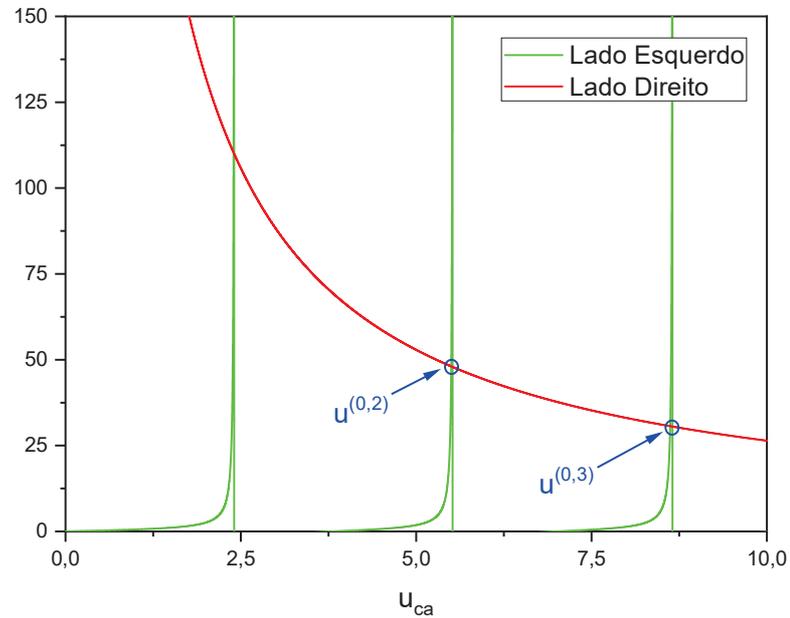
$$u_{ca} \left(\frac{J_1(u_{ca})}{J_0(u_{ca})} \right) = w_{ca} \left(\frac{K_1(w_{ca})}{K_0(w_{ca})} \right) \quad (16)$$

Já para os modos assimétricos, ou seja, modos de casca (LP_{1m} com $m \geq 1$), a equação (80) (ver Apêndice A) pode ser representada conforme [18,28]:

$$\frac{1}{u_{ca}} \left(\frac{J_1(u_{ca})}{J_0(u_{ca})} \right) = - \frac{1}{w_{ca}} \left(\frac{K_1(w_{ca})}{K_0(w_{ca})} \right) \quad (17)$$

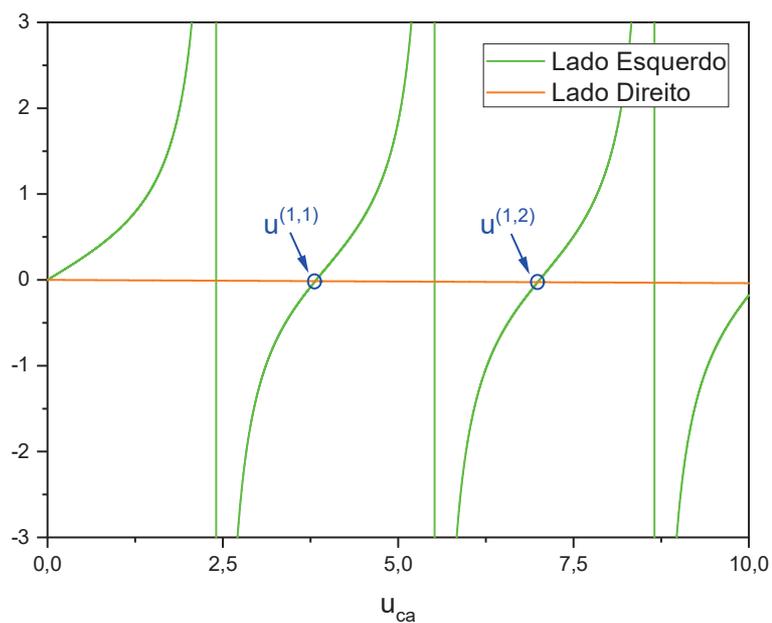
As Figuras 13 e 14 ilustram o método de solução gráfica para os modos de casca simétricos e assimétricos utilizando as equações de autovalor (16) e (17), respectivamente. Utilizou-se os mesmos parâmetros mencionados na análise numérica da Seção 3.1. Em seguida, emprega-se o método de soluções gráficas para encontrar o conjunto de autovalores que satisfazem as relações de dispersão (16) e (17).

Figura 13 – Relação de dispersão para os modos de casca LP_{0m} : Modelo de duas camadas



Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 14 – Relação de dispersão para os modos de casca LP_{1m} com $m \geq 1$: Modelo de duas camadas



Fonte: Elaborada pelo autor.

Em virtude do largo diâmetro da casca, vários modos podem se propagar. As Figuras 13 e 14 ilustram somente alguns dos pontos de interseção dentro da faixa u_{ca} simulada, os quais correspondem à diferentes modos de casca. Visto que nesse método não se considera a presença do núcleo, observa-se que na relação de dispersão para os modos simétricos, a primeira interseção a ser considerada é representada por $u^{(0,2)}$ e corresponde ao primeiro modo de casca LP_{02} [42].

Observa-se também o autovalor $u^{(0,3)}$ relacionado com o modo de casca LP_{03} . Enquanto isso, nota-se que na relação de dispersão para os modos assimétricos, a primeira interseção a ser considerada é denotada por $u^{(1,1)}$, a qual é associada ao modo de casca LP_{11} .

Além disso, é importante notar que as assíntotas nas Figuras 13 e 14 não fazem parte da relação de dispersão (16). Logo, os pontos de interseção com essas retas devem ser desconsiderados. As assíntotas verticais indicam somente que a distância entre a função da relação de dispersão e a reta aproximam-se de zero enquanto elas tendem ao infinito.

A constante de propagação $\beta^{(m)}$ que corresponde ao modo de casca LP_{lm} pode ser obtida de acordo com:

$$\beta^{(m)} = \sqrt{(kn_2)^2 - \left(\frac{u^{(l,m)}}{a_2}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{2\pi}{\lambda} n_2\right)^2 - \left(\frac{u^{(l,m)}}{a_2}\right)^2} \quad (18)$$

Uma vez calculada a constante de propagação, pode-se determinar o índice de refração efetivo do modo de casca de acordo com:

$$n_{ef,ca}^{(m)} = \frac{\beta^{(l,m)}}{k} = \frac{\beta^{(l,m)}\lambda}{2\pi} \quad (19)$$

3.3 MODOS DE CASCA: MODELO DE TRÊS CAMADAS

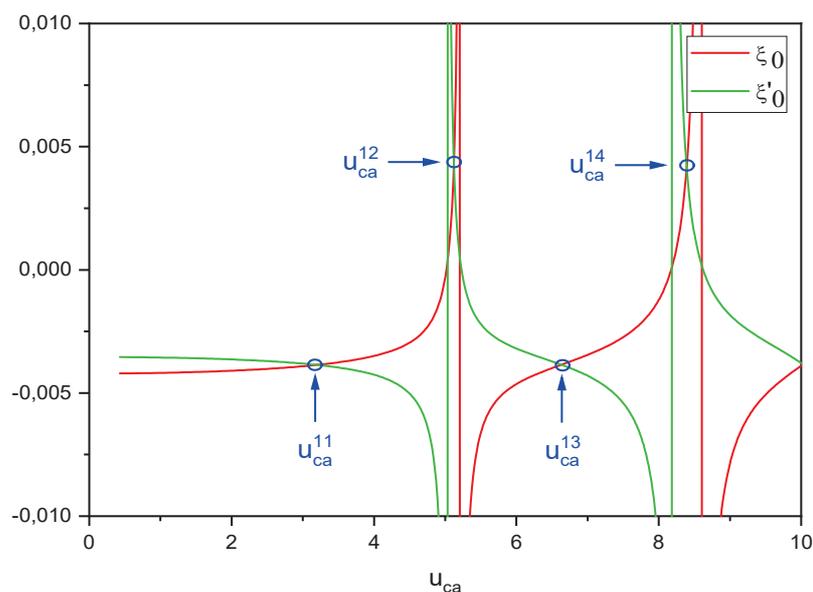
Este método propõe uma descrição mais precisa dos modos de propagação de casca, na qual os modos de casca não são tratados como linearmente polarizados. Além disso, a interface núcleo-casca não é ignorada. Desta forma, supõe-se que o núcleo e a casca são finitos e o meio externo constitui uma camada infinita. Assim, pode-se obter de forma exata os modos de casca HE e EH de acordo com a relação

de dispersão descrita por Erdogan [37,41], que é apresentada em detalhes no Apêndice B.

No caso de uma LPG induzida por radiação UV, a perturbação do índice de refração responsável pelo coeficiente de acoplamento dos modos existe somente no núcleo da fibra. Ou seja, o índice de refração da LPG é modulado uniformemente, consistindo em uma perturbação circularmente simétrica na distribuição de índice de refração em um plano transversal da fibra, excluindo assim, redes com não uniformidades no núcleo [37]. No entanto, uma LPG produzida por arco elétrico apresenta modulação não homogênea do índice de refração da seção transversal da fibra. Desta forma, o modo fundamental acopla para modos de casca assimétricos [1,45,46]

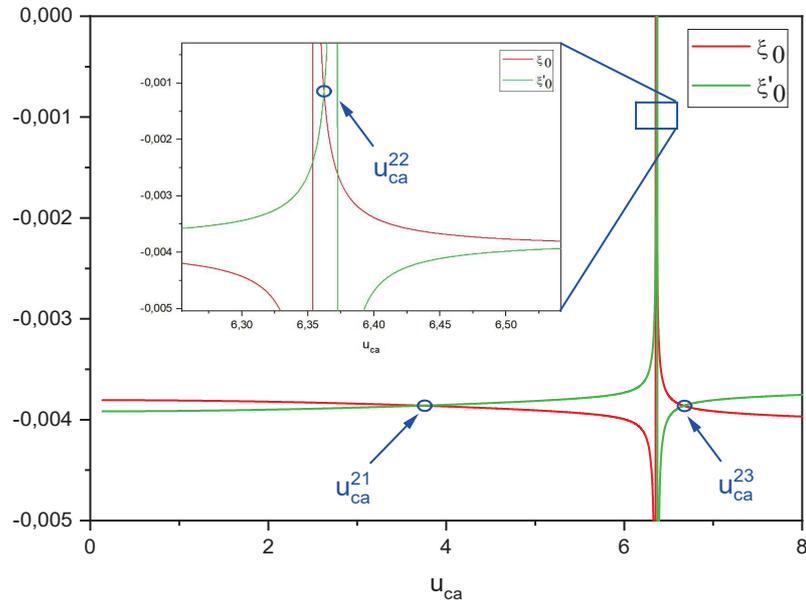
As Figuras 15 e 16 ilustram as relações de dispersão para modos híbridos com ordem azimutal $\nu = 1$ e $\nu = 2$, respectivamente. Adotou-se os parâmetros de uma fibra monomodo mencionados anteriormente na Seção 3.1. Além disso, observa-se alguns dos inúmeros autovalores referentes aos modos de casca HE e EH, esses são referidos como modos de casca ímpares e pares, respectivamente, em termos do modelo proposto por Erdogan [37].

Figura 15 – Relação de dispersão para os modos de casca com $\nu = 1$: Modelo de três camadas



Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 16 – Relação de dispersão para os modos de casca com $\nu = 2$: Modelo de três camadas



Fonte: Elaborada pelo autor.

Na Figura 15, pode-se notar também o autovalor u_{ca}^{11} correspondente ao primeiro modo de casca HE_{12} (LP_{02}). Em seguida, tem-se o autovalor u_{ca}^{12} que corresponde ao modo EH_{11} . E também, os autovalores u_{ca}^{13} e u_{ca}^{14} que estão relacionados com os modos HE_{13} e EH_{12} , respectivamente. Com relação aos modos híbridos com $\nu = 2$, observa-se na Figura 16 a primeira interseção com o autovalor u_{ca}^{21} correspondente ao modo HE_{21} (LP_{11}). Enquanto isso, o autovalor u_{ca}^{23} relaciona-se com o modo assimétrico HE_{23} (LP_{13}). Destaca-se que a relação entre os autovalores e os modos híbridos HE e EH ocorre de maneira sucessiva. Por isso, para $\nu \geq 1$, as soluções ímpares correspondem aos modos HE e as soluções pares correspondem aos modos EH.

Após determinar os autovalores u_{ca}^{vm} , é possível determinar os índices efetivos de cada modo através das equações (18) e (19).

3.4 CURVAS DE CASAMENTO DE FASE

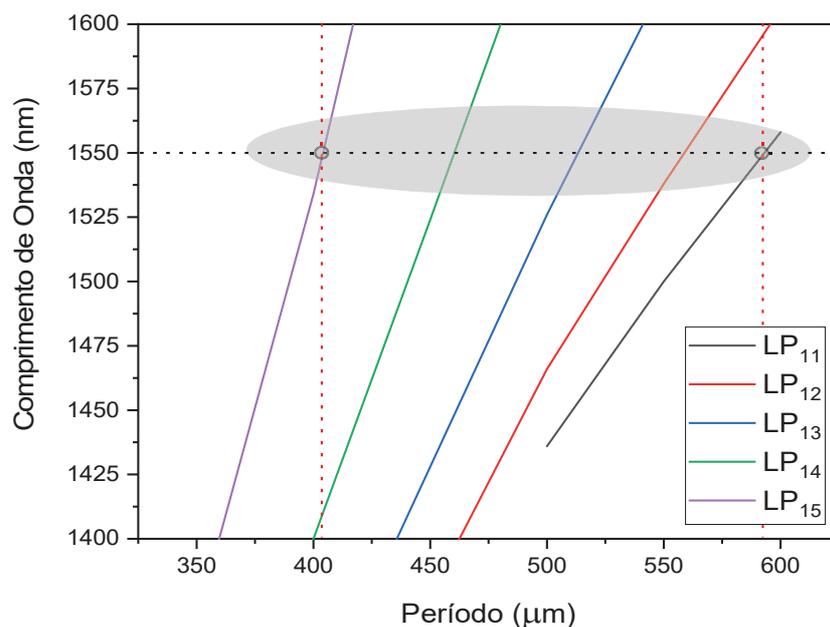
Tendo em vista o conhecimento dos índices efetivos do modo fundamental e dos modos de casca, torna-se possível estimar os comprimentos de onda para o acoplamento modal de uma LPG de acordo com um período de modulação da rede específico. Para isso, utiliza-se a equação de casamento de fase (1) e (3), conforme:

$$\Lambda = \frac{(n_{\text{ef,nu}} - n_{\text{ef,ca}}^{(n)})}{\lambda_{\text{res}}^{(n)}} \quad (20)$$

Logo, nota-se que comprimentos de onda distintos resultam em diferentes valores de período de modulação da rede, que podem então ser plotados em um gráfico de comprimento de onda ressonante em função do período de rede. E assim, obtém as curvas de casamento de fase, que fornecem uma indicação do período de modulação necessário para se alcançar o acoplamento de energia em um determinado comprimento de onda.

A Figura 17 ilustra as curvas de casamento de fase que descrevem o acoplamento de energia entre o modo de núcleo e modos de casca assimétricos.

Figura 17 – Curvas de casamento de fase



Fonte: Elaborada pelo autor.

As especificações dos parâmetros básicos da fibra foram: $a_1 = 4,15 \mu\text{m}$, $a_2 = 62,5 \mu\text{m}$, $n_1 = 1,4494$ e $n_2 = 1,444$. Tendo em vista as diferenças entre os métodos de duas e três camadas, utilizou-se o método de três camadas para encontrar os índices efetivos em virtude de sua maior precisão ao descrever os modos de casca. Além disso, nota-se que para se trabalhar em comprimentos de onda próximos de 1550 nm deve-se considerar períodos de modulação da rede entre aproximadamente 400 μm e 600 μm , conforme destaca-se na Figura 17.

3.5 PADRÕES DE DISTRIBUIÇÃO DE INTENSIDADE

Uma vez que foram encontrados graficamente os autovalores das relações de dispersão para os modos de núcleo e de casca e também, seus respectivos índices de refração efetivos, pode-se obter o padrão distribuição de intensidade de cada modo.

De acordo com Buck [26], os padrões de distribuição de intensidade dos modos de propagação linearmente polarizados podem ser observados experimentalmente no plano transversal à direção de propagação da fibra óptica. Embora as distribuições de intensidade obtidas através da representação LP não sejam completamente precisas, esses perfis de intensidade são úteis para visualizar a distribuição de luz na fibra. Visto que o método descrito considera a aproximação de modos fracamente guiados, deve-se encontrar os autovalores referentes aos modos de núcleo e de casca envolvidos no acoplamento de energia de uma LPG através do modelo de duas camadas descrito na Seção 3.2. A representação da distribuição de intensidade do modo de núcleo LP_{01} , na qual somente o modo exato HE_{11} está presente, é expressa por:

$$I_{LP(0,1)} = \begin{cases} I_0 \left[J_0 \left(\frac{u_{01}r}{a_1} \right) \right]^2 & 0 \leq r \leq a_1 \\ I_0 \left[\left(\frac{J_0(u_{01})}{K_0(w_{01})} \right) \right]^2 \left[K_0 \left(\frac{w_{01}r}{a_1} \right) \right]^2 & r > a_1 \end{cases} \quad (21)$$

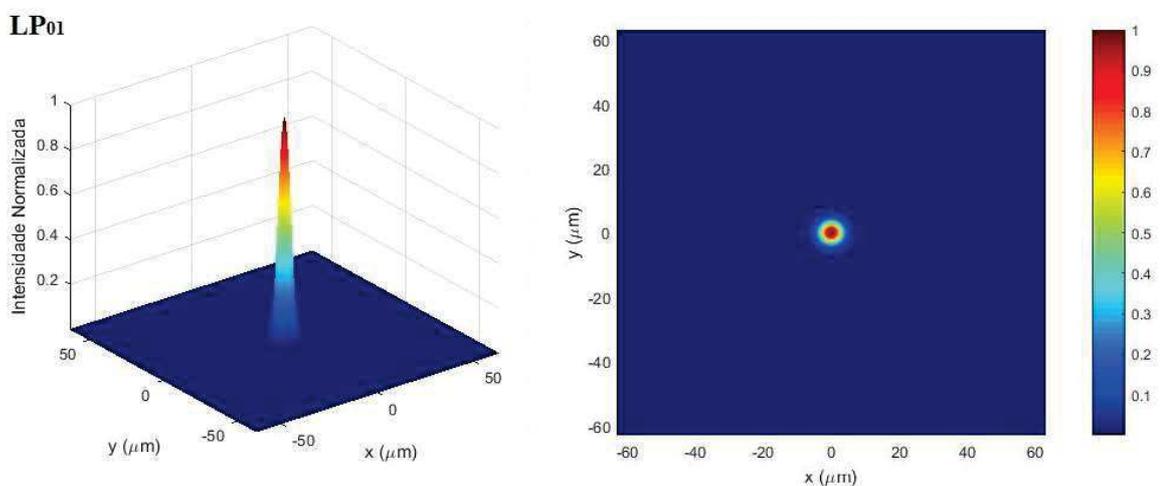
Pode-se representar também o perfil de distribuição de intensidade para os modos linearmente polarizados de casca de acordo com:

$$I_{LP}(l, m) = \begin{cases} I_0 \left[J_1 \left(\frac{u^{(l,m)} r}{a_2} \right) \right]^2 \cos^2(l\phi) & 0 \leq r \leq a_2 \\ I_0 \left[\left(\frac{J_1(u^{(l,m)})}{K_1(w^{(l,m)})} \right) \right]^2 \left[K_0 \left(\frac{w^{(l,m)} r}{a_2} \right) \right]^2 \cos^2(l\phi) & r > a_2 \end{cases} \quad (22)$$

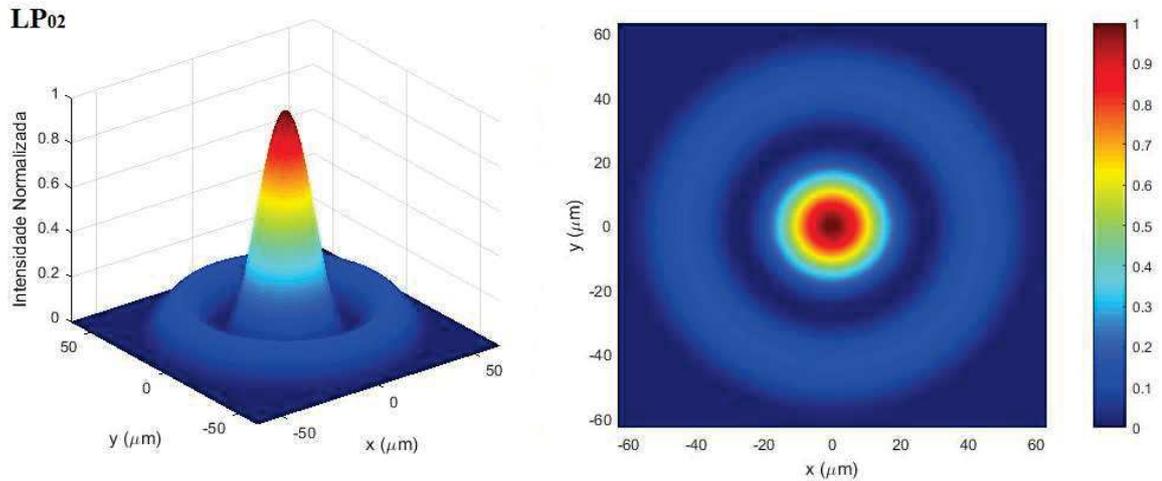
Nas expressões (21) e (22), r é a distância radial em relação ao centro da fibra em $r = 0$ e I_0 é o pico de intensidade. As Figuras 18 a 20 ilustram a representação da distribuição de intensidade de luz no plano transversal ao eixo de propagação da fibra para o modo fundamental de núcleo e alguns modos de casca de acordo com as expressões (21) e (22). Os autovalores referentes aos modos linearmente polarizados de núcleo e de casca necessários para determinar os perfis de intensidade foram encontrados utilizando os parâmetros de uma fibra monomodo padrão mencionados anteriormente na Seção 3.1.

Além disso, pode-se notar na Figura 18 a presença de um pico de intensidade central no modo fundamental LP_{01} . Dentre as outras distribuições de intensidades apresentadas nas Figuras 19 e 20, somente o modo de casca LP_{02} possui pico de intensidade na região central. Essa característica dos modos de propagação sugere que, normalmente, o acoplamento de energia de uma LPG envolve o modo fundamental de núcleo LP_{01} e os modos de casca circularmente simétricos com picos de atenuação na região central da fibra, ou seja, os modos de casca LP_{0m} , $m > 1$ [2], já que a constante de acoplamento envolve a sobreposição de energia relacionada aos campos transversos na fibra, conforme discutido na Seção 2.4.2.

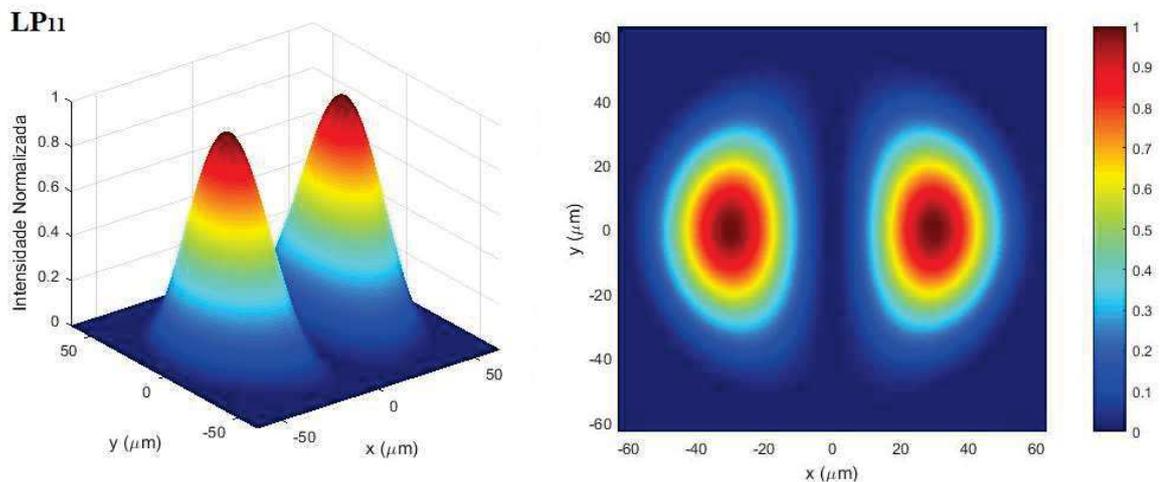
Figura 18 – Distribuição de intensidade do modo fundamental de núcleo LP_{01}



Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 19 – Distribuição de intensidade do modo de casca LP_{02} 

Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 20 – Distribuição de intensidade do modo de casca LP_{11} 

Fonte: Elaborada pelo autor.

Outra forma de obter a distribuição de intensidade dos modos de núcleo e de casca é através das expressões exatas correspondentes aos perfis de campo dos modos híbridos descritas por Erdogan [37,41]. No entanto, o modelo proposto limita-se à análise de redes cuja perturbação induzida no índice do núcleo é circularmente simétrica. Assim, considera-se somente os modos de casca com ordem azimutal $\nu = 1$. Desta maneira, as expressões exatas apresentadas por Erdogan descrevem somente as componentes dos modos de casca ímpares HE_{1m} e pares EH_{1m} .

Para as expressões de campo que descrevem o modo fundamental de núcleo, pode-se aproximar as componentes vetoriais radial e azimutal exatas dos campos do modo HE_{11} na região do núcleo da fibra como:

$$E_r^{nu} \cong iE_{01}^{nu} J_0 \left(\frac{u_{01}r}{a_1} \right) e^{i\phi} e^{i(\beta_{01}z - \omega t)}, \quad r \leq a_1 \quad (23)$$

$$E_\phi^{nu} \cong -E_{01}^{nu} J_0 \left(\frac{u_{01}r}{a_1} \right) e^{i\phi} e^{i(\beta_{01}z - \omega t)}, \quad r \leq a_1 \quad (24)$$

onde E_{01}^{nu} é a constante de normalização, com base em uma potência total de 1 W transmitida pelo modo, expressa por [37,41]:

$$E_{01}^{nu} = \left(\frac{1}{a_1 J_1(u_{01})} \right) \sqrt{\frac{Z_0 b}{\pi n_2 \sqrt{1+2b\Delta}}} \quad (25)$$

onde b é o índice efetivo normalizado dado por:

$$b = \frac{n_{ef}^2 - n_2^2}{n_1^2 - n_2^2} \quad (23)$$

As expressões de campo que representam os modos de casca exatos são mais complexas do que as do núcleo. Nesse caso, deve-se considerar a geometria da fibra de três camadas, uma vez que não se pode ignorar uma das interfaces da fibra. As componentes vetoriais do campo dos modos de casca na região do núcleo ($r \leq a_1$), são dadas por [37,41]:

$$E_r^{ca} = iE_{1m}^{ca} \frac{u_1}{2} \left\{ J_2(u_1 r) + J_0(u_1 r) - \frac{\sigma_2 \xi_0}{n_1^2} [J_2(u_1 r) - J_0(u_1 r)] \right\} e^{i\phi} e^{i(\beta z - \omega t)} \quad (27)$$

$$E_\phi^{ca} = E_{1m}^{ca} \frac{u_1}{2} \left\{ J_2(u_1 r) - J_0(u_1 r) - \frac{\sigma_2 \xi_0}{n_1^2} [J_2(u_1 r) + J_0(u_1 r)] \right\} e^{i\phi} e^{i(\beta z - \omega t)} \quad (28)$$

$$E_z^{ca} = E_{1m}^{ca} \frac{u_1^2 \sigma_2 \xi_0}{n_1^2 \beta} J_1(u_1 r) e^{i\phi} e^{i(\beta z - \omega t)} \quad (29)$$

$$H_r^{ca} = E_{1m}^{ca} \frac{u_1}{2} \{ i\sigma_1 [J_2(u_1 r) - J_0(u_1 r)] - i\xi_0 [J_2(u_1 r) + J_0(u_1 r)] \} e^{i\phi} e^{i(\beta z - \omega t)} \quad (30)$$

$$H_{\phi}^{ca} = -iE_{1m}^{ca} \frac{u_1}{2} \{i\sigma_1 [J_2(u_1 r) + J_0(u_1 r)] + i\xi_0 [J_2(u_1 r) - J_0(u_1 r)]\} e^{i\phi} e^{i(\beta z - \omega t)} \quad (31)$$

$$H_z^{ca} = -iE_{1m}^{ca} \frac{u_1^2 i \sigma_1}{\beta} J_1(u_1 r) e^{i\phi} e^{i(\beta z - \omega t)} \quad (32)$$

Na região da casca ($a_1 < r \leq a_2$) as expressões exatas de campo são representadas por:

$$E_r^{ca} = iE_{1m}^{ca} \frac{\pi a_1 u_1^2 J_1(u_1 a_1)}{2} \left\{ -\frac{F_2}{r} p_1(r) + \frac{1}{u_2 r} q_1(r) - \frac{\sigma_2}{n_2^2} \left[u_2 G_2 r_1(r) - \frac{n_2^2 \xi_0}{n_1^2} s_1(r) \right] \right\} e^{i\phi} e^{i(\beta z - \omega t)} \quad (33)$$

$$E_{\phi}^{ca} = E_{1m}^{ca} \frac{\pi a_1 u_1^2 J_1(u_1 a_1)}{2} \left\{ \frac{\sigma_2}{n_2^2} \left[\frac{G_2}{r} p_1(r) - \frac{n_2^2 \xi_0}{n_1^2 u_2 r} q_1(r) \right] + u_2 F_2 r_1(r) - s_1(r) \right\} e^{i\phi} e^{i(\beta z - \omega t)} \quad (34)$$

$$E_z^{ca} = -E_{1m}^{ca} \frac{\pi a_1 u_1^2 u_2^2 \sigma_2 J_1(u_1 a_1)}{2 n_2^2 \beta} \left[G_2 p_1(r) - \frac{n_2^2 \xi_0}{n_1^2 u_2} q_1(r) \right] e^{i\phi} e^{i(\beta z - \omega t)} \quad (35)$$

$$H_r^{ca} = E_{1m}^{ca} \frac{\pi a_1 u_1^2 J_1(u_1 a_1)}{2} \left\{ -i \frac{G_2}{r} p_1(r) + i \frac{n_2^2 \xi_0}{n_1^2 u_2 r} q_1(r) + i \sigma_1 \left[u_2 F_2 r_1(r) - s_1(r) \right] \right\} e^{i\phi} e^{i(\beta z - \omega t)} \quad (36)$$

$$H_{\phi}^{ca} = iE_{1m}^{ca} \frac{\pi a_1 u_1^2 J_1(u_1 a_1)}{2} \left\{ i \sigma_1 \left[\frac{F_2}{r} p_1(r) - \frac{1}{u_2 r} q_1(r) \right] - i u_2 G_2 r_1(r) + i \frac{n_2^2 \xi_0}{n_1^2} s_1(r) \right\} e^{i\phi} e^{i(\beta z - \omega t)} \quad (37)$$

$$H_z^{ca} = -iE_{1m}^{ca} \frac{\pi a_1 u_1^2 u_2^2 i \sigma_1 J_1(u_1 a_1)}{2 \beta} \left[F_2 p_1(r) - \frac{1}{u_2} q_1(r) \right] e^{i\phi} e^{i(\beta z - \omega t)} \quad (38)$$

E por último, no meio externo ($r > a_2$) as expressões são dadas por:

$$E_r^{ca} = iE_{1m}^{ca} \frac{\pi a_1 u_1^2 u_2^2 J_1(u_1 a_1)}{4w_3 K_1(w_3 a_2)} \left\{ -F_3 [K_2(w_3 r) - K_0(w_3 r)] + \frac{\sigma_2 G_3}{n_3^2} [K_2(w_3 r) + K_0(w_3 r)] \right\} e^{i\phi} e^{i(\beta z - \omega t)} \quad (39)$$

$$E_\phi^{ca} = E_{1m}^{ca} \frac{\pi a_1 u_1^2 u_2^2 J_1(u_1 a_1)}{4w_3 K_1(w_3 a_2)} \left\{ -F_3 [K_2(w_3 r) + K_0(w_3 r)] + \frac{\sigma_2 G_3}{n_3^2} [K_2(w_3 r) - K_0(w_3 r)] \right\} e^{i\phi} e^{i(\beta z - \omega t)} \quad (40)$$

$$E_z^{ca} = E_{1m}^{ca} \frac{\pi a_1 u_1^2 u_2^2 \sigma_2 J_1(u_1 a_1)}{2n_3^2 \beta K_1(w_3 a_2)} G_3 K_1(w_3 r) e^{i\phi} e^{i(\beta z - \omega t)} \quad (41)$$

$$H_r^{ca} = E_{1m}^{ca} \frac{\pi a_1 u_1^2 u_2^2 J_1(u_1 a_1)}{4w_3 K_1(w_3 a_2)} \left\{ -i\sigma_1 [K_2(w_3 r) + K_0(w_3 r)] - iG_3 [K_2(w_3 r) - K_0(w_3 r)] \right\} e^{i\phi} e^{i(\beta z - \omega t)} \quad (42)$$

$$H_\phi^{ca} = iE_{1m}^{ca} \frac{\pi a_1 u_1^2 u_2^2 J_1(u_1 a_1)}{4w_3 K_1(w_3 a_2)} \left\{ i\sigma_1 [K_2(w_3 r) - K_0(w_3 r)] - G_3 [K_2(w_3 r) + K_0(w_3 r)] \right\} e^{i\phi} e^{i(\beta z - \omega t)} \quad (43)$$

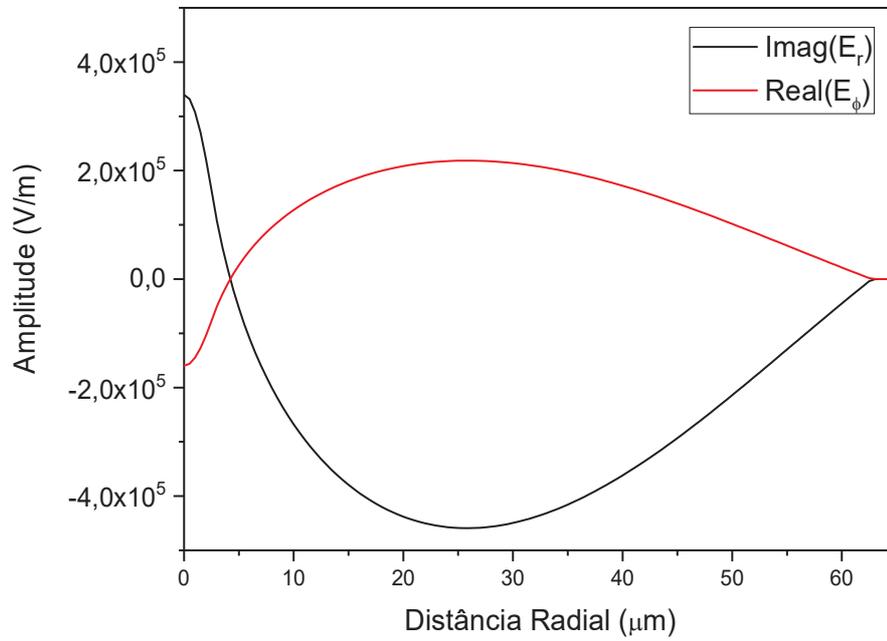
$$H_z^{ca} = iE_{1m}^{ca} \frac{\pi a_1 u_1^2 u_2^2 i\sigma_1 J_1(u_1 a_1)}{2\beta K_1(w_3 a_2)} F_3 K_1(w_3 r) e^{i\phi} e^{i(\beta z - \omega t)} \quad (44)$$

As equações das componentes de campo (27) a (44) e seus parâmetros são definidos de acordo com o desenvolvimento proposto por Vengsarkar [37,41].

As Figuras 21 e 22 ilustram as componentes vetoriais de campo elétrico para o modo de casca HE_{12} em função da distância radial. A LPG utilizada na simulação é descrita pelos seguintes parâmetros: $n_1 = 1,458$, $n_2 = 1,45$, $a_1 = 2,625 \mu\text{m}$ e $a_2 = 62,5 \mu\text{m}$. Observa-se que a componente longitudinal é quase duas ordens de grandeza menor que as componentes transversas. Através das componentes de campo pode-se obter a distribuição transversa de luz na fibra através da intensidade de luz que se propaga ao longo do eixo z . Para os modos de casca com $v = 1$ a intensidade é função da coordenada radial e pode ser expressa através do vetor de Poynting, de acordo com [37]:

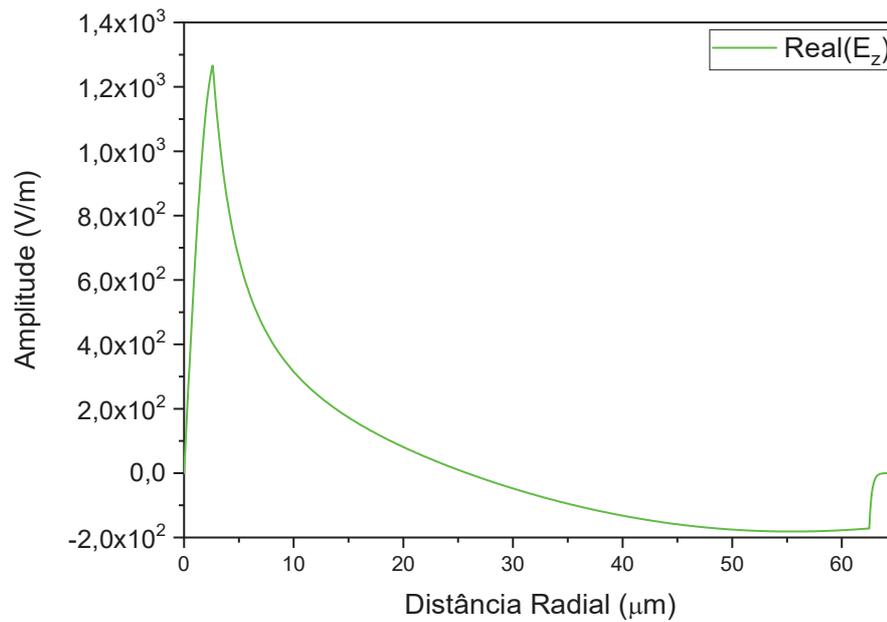
$$I_z(r) = \frac{1}{2} \text{Real}(\vec{E} \times \vec{H}^*). \hat{z} = \frac{1}{2} \text{Real}(E_r^{ca} H_\phi^{ca*} - H_r^{ca*} E_\phi^{ca}) \quad (45)$$

Figura 21 – Componentes radial e azimuthal do campo elétrico do modo de casca HE_{12}



Fonte: Elaborada pelo autor.

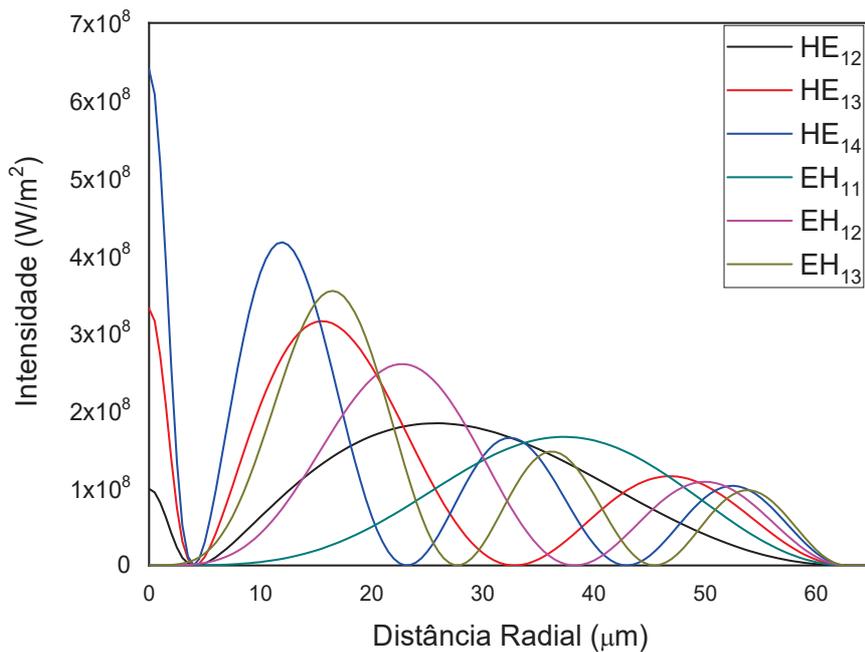
Figura 22 – Componente longitudinal do campo elétrico do modo de casca HE_{12} .



Fonte: Elaborada pelo autor.

A Figura 23 mostra a distribuição dos perfis de intensidade em função da distância radial para os seis primeiros modos de casca com $\nu = 1$. Pode-se notar que os modos de casca pares possuem como característica pouca energia na região do núcleo da fibra, enquanto os modos ímpares possuem um pico localizado no núcleo.

Figura 23 – Intensidade radial dos seis primeiros modos de casca com $\nu = 1$



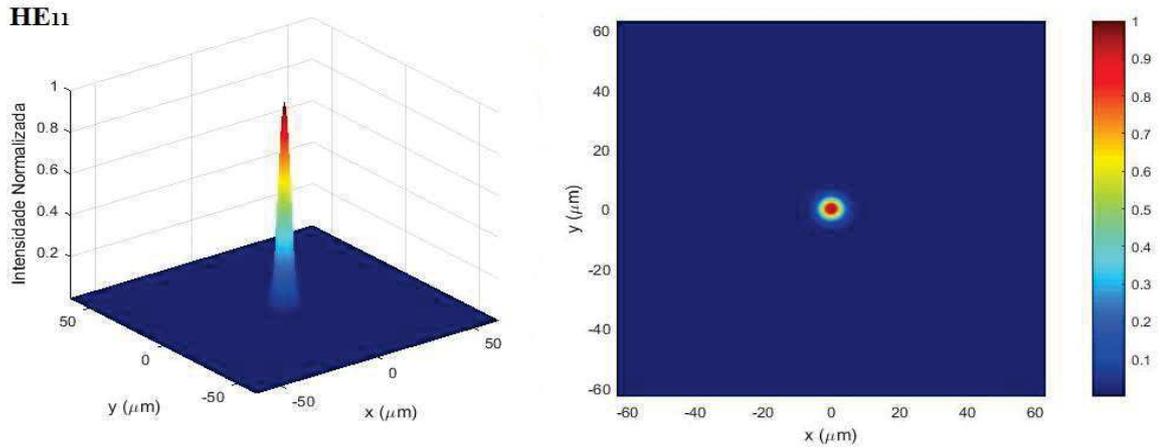
Fonte: Elaborada pelo autor.

Desta forma, espera-se que o acoplamento entre o modo fundamental de núcleo e os modos de casca pares seja muito menor quando comparado aos modos ímpares. É importante mencionar que ao considerar-se a aproximação escalar, os modos de casca LP_{0m} , $m > 1$ correspondem aos modos ímpares dos modos vetoriais de casca.

Essas características dos modos de núcleo e de casca podem ser melhor visualizadas nas Figuras 24 a 28, que representam a distribuição de energia dos modos considerando a geometria da fibra óptica em uma rede espacial.

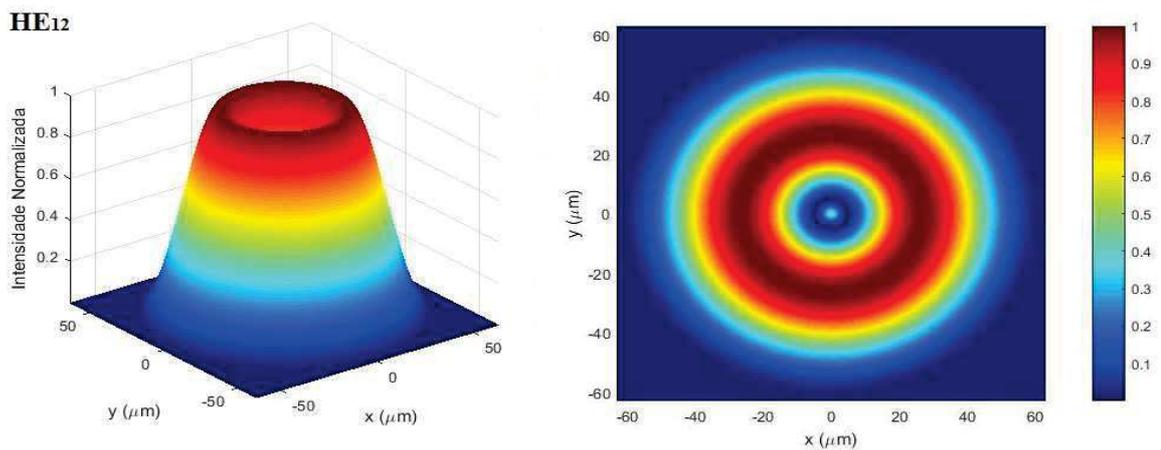
Observa-se que somente os modos ímpares possuem energia na região central da fibra suficiente para gerar um coeficiente de acoplamento significativo. Desta forma, confirma-se o que se discutiu anteriormente ao visualizar as distribuições de intensidade utilizando o modelo de duas camadas.

Figura 24 – Distribuição de intensidade do modo de núcleo HE_{11}



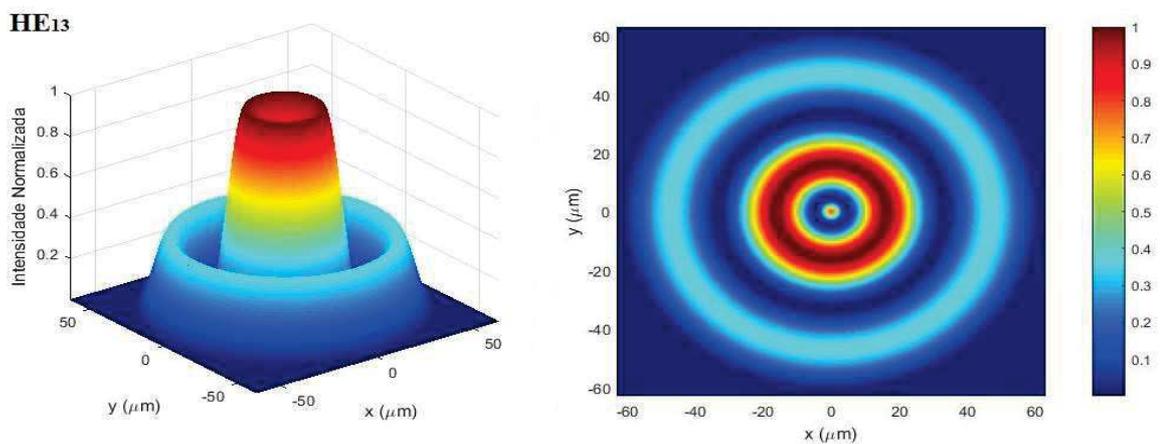
Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 25 – Distribuição de intensidade do modo de núcleo HE_{12}



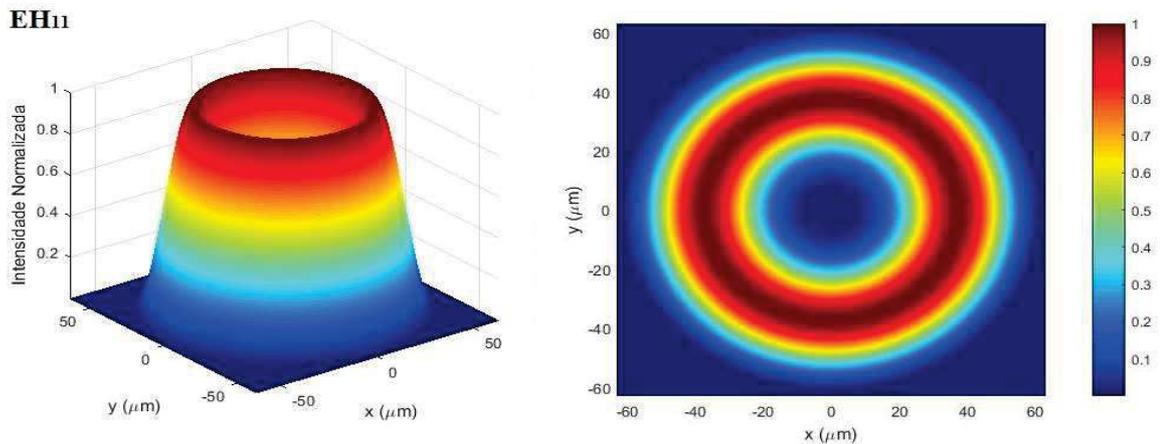
Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 26 – Distribuição de intensidade do modo de núcleo HE_{13}



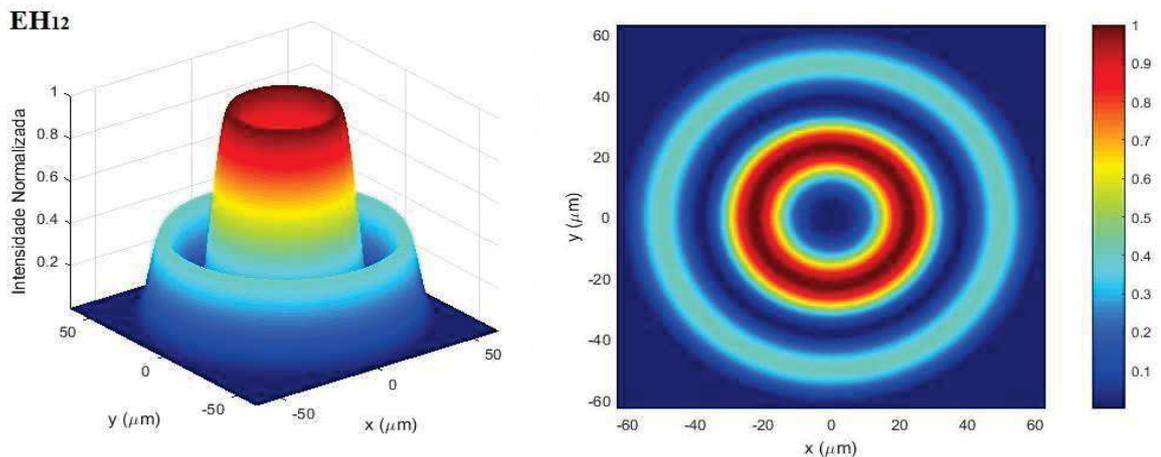
Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 27 – Distribuição de intensidade do modo de núcleo EH_{11}



Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 28 – Distribuição de intensidade do modo de núcleo EH_{12}



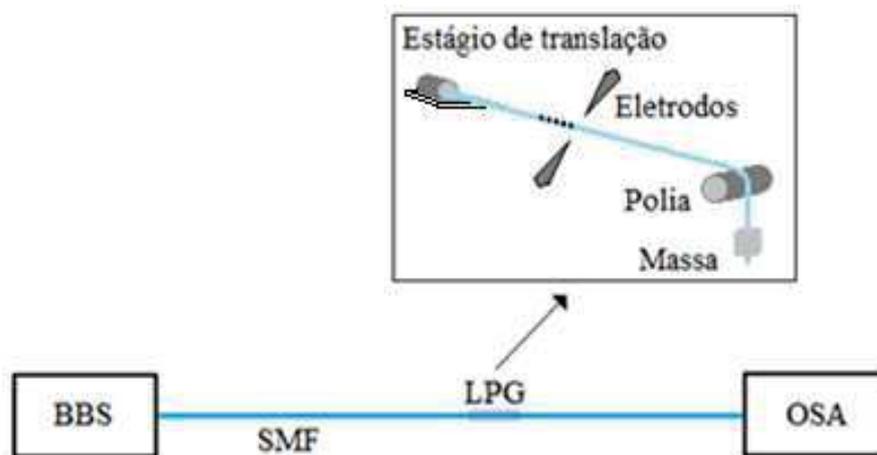
Fonte: Elaborada pelo autor.

Além disso, nota-se que tanto para o modelo de duas camadas, quanto para o modelo de três camadas, normalmente não ocorre o acoplamento de energia para modos assimétricos em uma rede induzida por radiação UV. Isso ocorre em virtude da baixa sobreposição de energia entre o modo fundamental de núcleo e esses modos de casca. A baixa sobreposição de energia causa uma baixíssima constante de acoplamento, sendo o comportamento da constante de acoplamento analisado por Dengpeng [48] e também por Huang [49].

4 REDES DE PERÍODO LONGO INDUZIDAS POR DESCARGAS DE ARCO ELÉTRICO

O processo de produção de LPGs induzidas por arco elétrico consiste em colocar um determinado comprimento de fibra óptica sem o seu revestimento entre os eletrodos de uma máquina de fusão [1,43]. Uma das extremidades da fibra é presa em um suporte de fibra conectado a um estágio de translação. Enquanto a sua outra extremidade passa por uma polia e é presa a uma massa, normalmente de 1 - 40 g, conforme ilustrado na Figura 29.

Figura 29 – Representação da montagem experimental para a fabricação de LPGs por arco elétrico



Fonte: Elaborada pelo autor (2021).

Desta maneira, a fibra é mantida sob tensão axial constante durante todo o processo de gravação. Para criar a perturbação na fibra, uma descarga com uma corrente elétrica de ordem de miliamperes durante alguns milissegundos é aplicada pontualmente a uma pequena região da fibra não revestida.

Em seguida, a fibra é deslocada, através do estágio de translação, em uma distância correspondente ao período de modulação da rede. Por fim, a sequência de descarga de arco elétrico e deslocamento de fibra é repetida diversas vezes até se obter um espectro de transmissão com as características espectrais desejadas, por exemplo, um vale ressonante com uma determinada característica.

Durante o processo de fabricação, pode-se monitorar em tempo real o espectro de transmissão da rede usando um analisador de espectro óptico (OSA), sendo a fonte óptica do circuito garantida, por exemplo, por uma fonte de banda larga (BBS).

Fatores como o tipo de fibra e método de fabricação impactam na simetria dos modos de casca os quais ocorrem os acoplamentos de energia do modo de núcleo, que podem ser simétricos ou assimétricos [1].

A descarga de arco elétrico origina um gradiente de temperatura que irá causar microdeformações assimétricas tanto no núcleo quanto na casca da fibra. Como a perturbação induzida é assimétrica, ocorre acoplamento de energia para os modos de casca assimétricos. Logo, as redes são intrinsecamente birrefringentes, ou seja, possuem PDL. A PDL induzida em uma LPG por arco elétrico é relativamente alta, conforme sua distribuição do índice de refração na seção transversal da fibra é assimétrica. Essa característica pode ser responsável por variações no espectro de transmissão de uma LPG. Desta forma, essas alterações levam à dependência em comprimento de onda da PDL [50].

Nesse contexto, a perda dependente da polarização intrínseca das LPGs produzidas por descargas de arco elétrico pode ser um efeito indesejável ao introduzir limitações em certas aplicações práticas, já que a PDL pode variar com mudanças de temperatura ou deformação [51].

Neste capítulo, propõe-se uma nova técnica de produção de LPGs induzidas por arco elétrico, tendo em vista a redução da PDL. Por fim, avalia-se a nova técnica comparando os resultados obtidos com resultados provenientes das LPGs produzidas normalmente por arco elétrico e outras técnicas de fabricação.

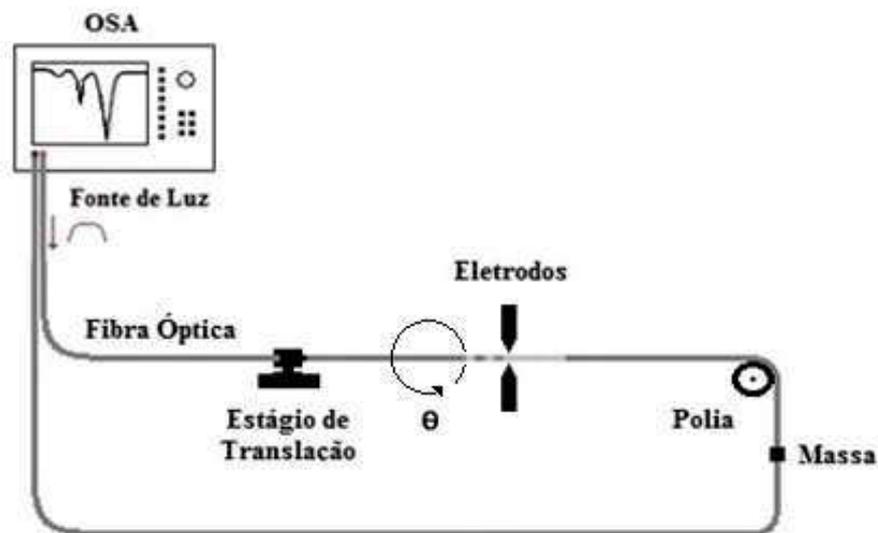
4.1 PERDA DEPENDENTE DA POLARIZAÇÃO EM REDES DE PERÍODO LONGO

As descargas elétricas produzem um gradiente de temperatura considerado a origem da modulação local do índice de refração da fibra, bem como microdeformações na região do núcleo, responsável pela formação da rede [1]. Desta forma, propõe-se aplicar descargas elétricas ao longo da fibra óptica, no entanto, realizando um deslocamento angular de sua estrutura com relação ao seu próprio eixo longitudinal. Logo, a fibra é rotacionada após cada marcação, tendo em vista alterar a região da fibra afetada pela descarga elétrica e assim, promediar os efeitos induzidos ao longo de sua estrutura.

O sistema de fabricação de LPGs utilizado neste trabalho é composto basicamente por um sistema de marcação por fusão, um analisador de espectro óptico da Anritsu modelo MS9740A, um estágio de translação de precisão, uma polia e uma massa de 12 g.

Nessa montagem experimental, o OSA é utilizado para acompanhar o espectro de transmissão da rede durante o processo de fabricação. Utilizou-se como fonte de luz, a fonte interna de banda larga proveniente do OSA, que possui comprimento de onda central em 1550 nm. Além disso, o OSA opera com resoluções entre 1 nm e 0,03 nm com uma precisão em comprimento de onda de ± 20 pm. A representação da montagem experimental pode ser observada na Figura 30.

Figura 30 – Representação da montagem experimental para a produção de LPGs com a técnica proposta



Fonte: Elaborada pelo autor.

O estágio de translação possui resolução linear de 1 μm e a massa fixada na extremidade da fibra a mantém sob uma tensão longitudinal constante de aproximadamente 0,12 N. Deve-se alterar o ângulo de rotação θ do eixo da fibra a partir de um ponto de referência, adotado como a localização da primeira descarga elétrica aplicada na fibra.

Para análise da técnica proposta, foram fabricadas diferentes LPGs com ângulos de rotação de 90° e 180° . Com isso, é possível comparar os resultados de

PDL para as redes produzidas e, por fim, indicar qual ângulo de rotação seria a melhor solução para redução da perda dependente da polarização nas LPGs.

O procedimento de fabricação proposto consiste em duas etapas. A primeira etapa consiste em aplicar a primeira descarga de arco elétrico, mover a fibra de acordo com o período de modulação desejado, que desloca a fibra para a próxima posição longitudinal de descarga de arco e rotação da fibra por um ângulo axial de θ . A segunda etapa consiste em executar a próxima descarga de arco, girar inversamente a fibra óptica, que implica em uma rotação axial de θ na direção oposta ($-\theta$), e translada a fibra na direção z para a próxima posição de descarga do arco elétrico. Então, essas etapas são repetidas muitas vezes até que um espectro de transmissão desejado seja alcançado.

As redes foram produzidas com período de modulação variando de 400 a 600 μm , tendo em vista obter o acoplamento de energia para modos de casca em comprimentos de onda ressonantes próximos a 1550 nm. Além disso, para cada rede produzida variou-se o número de marcações, influenciando no comprimento L da rede. A corrente e duração do arco elétrico são parâmetros que podem ser ajustados na máquina de fusão, enquanto o período de modulação da rede é definido pelo deslocamento do estágio de translação. Desta forma, as redes foram produzidas em uma fibra óptica padrão com potência de arco de 90 bits, tempo de exposição de 0,5 s. Bit é uma unidade de potência nominal relacionada à corrente elétrica analógica digitalizada arbitrada pelo fabricante dos eletrodos.

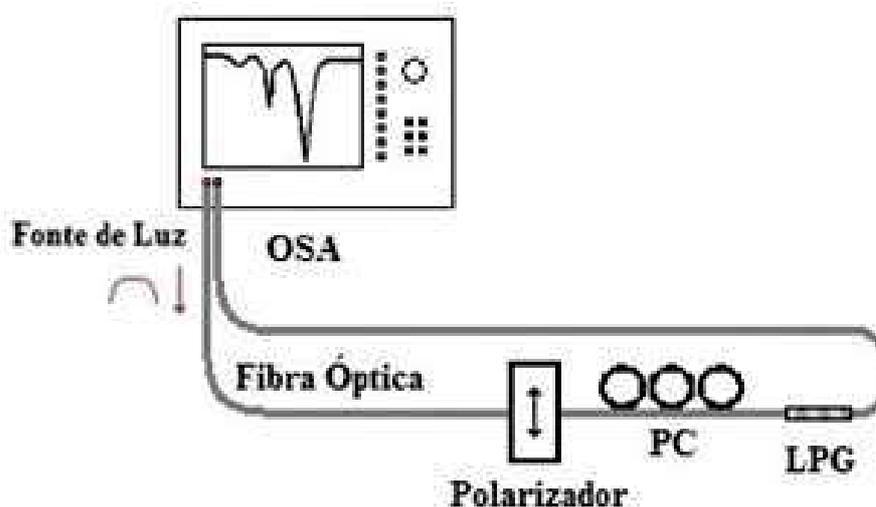
Outra informação importante a ser mencionada é que o tempo de resfriamento entre as marcações é um parâmetro que deve ser levado em consideração. Logo, assegura-se que a fibra óptica esteja em condições de temperatura iguais em cada marcação realizada. Além disso, podem ocorrer outros efeitos indesejáveis na fibra, por exemplo o rompimento ou deformação da fibra.

4.2 MEDIÇÃO DA PERDA DEPENDENTE DA POLARIZAÇÃO

Esta seção relata as propriedades de polarização das redes fabricadas, tendo em vista que o desempenho desses dispositivos em sistemas de telecomunicações e sensoriamento são afetados pela PDL. A PDL se origina da birrefringência que está presente na estrutura da rede e, desta forma, as propriedades de transmissão da rede podem depender do estado de polarização da luz (SOP) de entrada no dispositivo. As

características de polarização das LPGs fabricadas pela técnica proposta foram investigadas utilizando o sistema de medição mostrado na Fig. 31.

Figura 31 – Representação da montagem experimental para medições da PDL



Fonte: Elaborada pelo autor (2021).

A luz de entrada é polarizada linearmente por meio de um polarizador de fibra. O controlador de polarização (PC) possibilita fazer a varredura de todos os SOP de luz incidente sobre a LPG. Em seguida, é determinada a potência máxima e mínima transmitida dentro da faixa de comprimento de onda em torno do comprimento de onda de ressonância de um acoplamento de modo específico. Finalmente, o OSA registra os espectros de transmissão associados com o máximo e o mínimo potência transmitida, e a diferença absoluta entre eles definem a PDL da rede sob investigação [52].

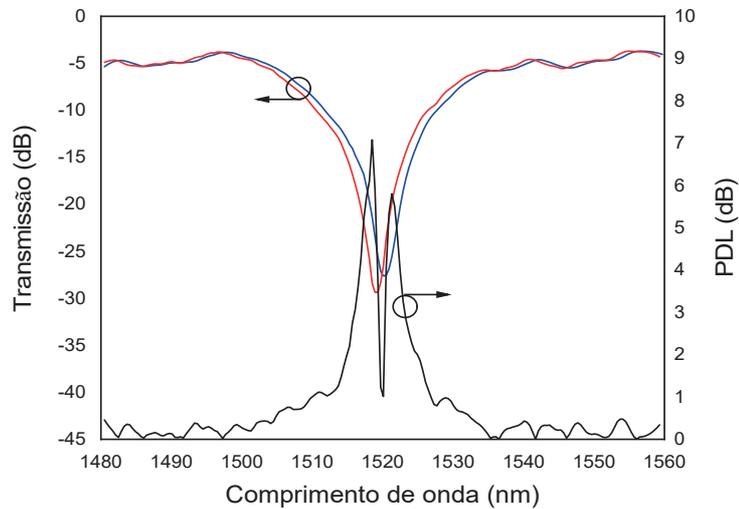
Os valores de PDL são obtidos ao procurar em comprimentos de onda próximos ao comprimento de onda ressonante pela máxima e mínima potência transmitida, que são encontradas ao varrer todos os estados de polarização da luz de entrada na rede. A birrefringência é uma propriedade óptica da fibra com índice de refração que depende da polarização e da direção de propagação da luz. Assim, com a birrefringência induzida na fibra, cada orientação de polarização da luz está associada a um índice de refração distinto na rede, que gera a PDL [50,52]. Além disso, a birrefringência, na maioria dos casos, origina-se de uma variação no perfil do índice de refração azimutal da fibra. Assim, pode-se relacionar as potências máxima e mínima transmitidas com duas orientações de polarização distintas e também, com

diferentes índices de refração, que são responsáveis pela visualização de dois espectros de transmissão referentes aos eixos rápido e lento. É interessante ressaltar que a dependência do índice de refração com a orientação de polarização de entrada na rede é responsável pelas alterações no comprimento de onda ressonante, já que alterações do índice de refração modificam a condição de casamento de fase (3) [1].

Durante os ensaios experimentais, os espectros da rede referentes aos eixos rápido e lento são registrados e assim, determina-se a PDL pela diferença absoluta entre esses espectros. É importante mencionar que o processo de medição dos valores de PDL foi repetido várias vezes e, embora a dependência em comprimento de onda da PDL possa conter algum erro espúrio, ao realizar-se mais medidas melhora-se a determinação do valor médio como estimador do valor máximo da PDL que se deseja conhecer.

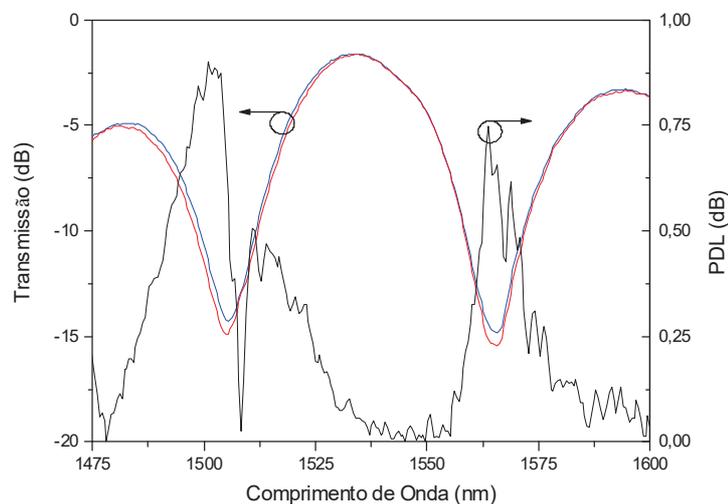
As Figuras 32 e 33 mostram os espectros de transmissão máximo (linha azul) e mínimo (linha vermelha) de redes produzidas com $\theta = 90^\circ$ e $\theta = 180^\circ$, respectivamente. Em específico, observa-se na Figura 32 os espectros de uma LPG produzida com rotação de 90° e período de modulação de $500 \mu\text{m}$ tendo em vista o acoplamento para o modo de casca LP_{13} . O valor máximo para a perda dependente da polarização PDL_{max} , dado como o maior valor de PDL próximo ao comprimento de onda ressonante do vale de atenuação, é $PDL_{\text{max}} = 7 \text{ dB}$ para um vale com atenuação de aproximadamente 25 dB . Observa-se também a variação na localização do comprimento de onda ressonante de aproximadamente $0,7 \text{ nm}$. A separação do comprimento de onda ressonante resulta dos diferentes índices de refração efetivos para o modo de casca em dois SOPs distintos. Nessa situação, o valor máximo de PDL é em torno de 7 dB , que é comparável com valores obtidos para LPGs produzidas com a técnica de descargas de arco elétrico tradicional [1,46]. Logo, observa-se que a produção de redes com ângulo de rotação $\theta = 90^\circ$ não resultou na redução de PDL desejada para esses dispositivos.

Figura 32 – Espectros de transmissão da mínima (vermelho) e máxima (azul) transmissão, e PDL (preto) da LPG fabricada com $\theta = 90^\circ$



Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 33 – Espectros de transmissão da mínima (vermelho) e máxima (azul) transmissão, e PDL (preto) da LPG fabricada com $\theta = 180^\circ$



Fonte: Elaborada pelo autor.

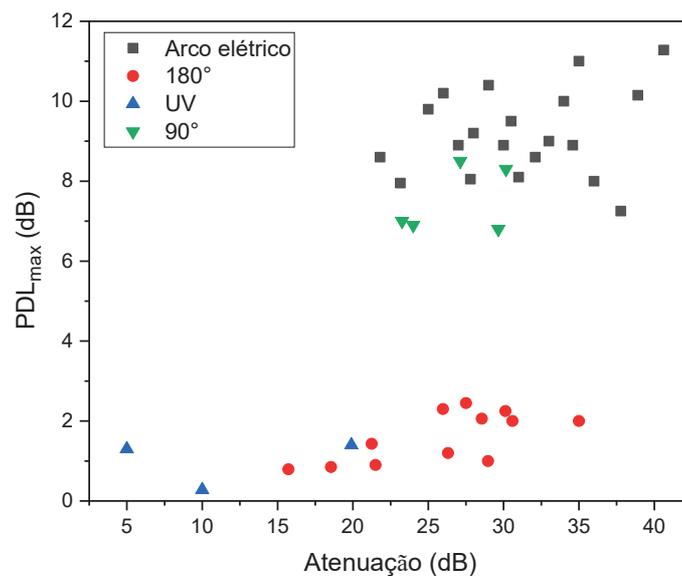
A Figura 33 mostra a PDL para uma LPG produzida com ângulo de rotação $\theta = 180^\circ$ e período de modulação da rede de $530 \mu\text{m}$. Pode-se notar o acoplamento de energia para os modos de casca LP_{12} e LP_{13} localizados em comprimentos de onda de 1505 nm e 1566 nm , respectivamente. Além disso, observa-se a PDL_{max} de

aproximadamente 0,87 dB, um valor notoriamente reduzido em comparação aos valores resultantes da técnica utilizada convencionalmente [1,46].

Com esses resultados nota-se que a assimetria associada à técnica de fabricação está associada ao efeito da polarização nessas redes. A técnica convencional de arco elétrico introduz um estresse lateral que provoca assimetria na fibra. Ao se utilizar um ângulo de rotação da fibra de $\theta = 180^\circ$ entre as descargas de arco elétrico no momento da produção da rede, promedia-se o efeito assimétrico introduzido na rede e, desta forma, desfavorecendo o efeito da PDL intrínseca dessas redes.

Por fim, realizou-se uma comparação entre os valores da perda dependente da polarização obtidos experimentalmente nesse trabalho com alguns resultados obtidos por outros pesquisadores, ilustradas na Figura 34. Nesse contexto, utilizou-se a fins de comparação o comportamento da PDL intrínseco em redes produzidas utilizando a técnica de radiação UV, disponíveis na literatura [50,54,55], tendo em vista enfatizar ainda mais o potencial do método proposto nesse trabalho. A Figura 34 ilustra a comparação dos resultados em termos da PDL_{\max} e da atenuação do vale ressonante.

Figura 34 – Comparação entre os valores de PDL para redes produzidas usando técnicas diferentes



Fonte: Elaborada pelo autor com base em [50,54,55].

A PDL_{max} é definida pelo maior valor de PDL na região espectral de uma das bandas de atenuação de cada rede produzida. Nota-se que as LPGs produzidas com a técnica proposta apresentam redução da sensibilidade ao efeito da polarização em relação às redes produzidas por arco elétrico convencional. Além disso, é importante salientar que essas redes apresentaram valores de PDL próximos, em alguns casos, às LPGs induzidas por radiação UV. Outra característica relevante é que foram alcançados vales com atenuação maiores que os obtidos com a técnica de radiação UV, ou seja, vales ressonantes com maior eficiência, e com valores de PDL muito próximos, demonstrando o potencial da técnica proposta.

5 SENSORIAMENTO DE TORÇÃO MECÂNICA

Explorou-se uma aplicação prática ao analisar a resposta espectral dependente da torção mecânica de uma LPG produzida com a técnica proposta para redução da PDL. Por meio das curvas de casamento de fase da LPG produzida, identificou-se os modos assimétricos de casca observados no espectro de transmissão da rede. Por fim, os resultados mostram que é possível fabricar um sensor LPG e sensibilidade à torção linear de $0,197 \text{ nm}/(\text{rad}/\text{m})$, que é superior ao das LPGs produzidas normalmente por arco elétrico.

A aplicação de sensores baseados em fibras ópticas na medição de parâmetros mecânicos está em constante pesquisa e desenvolvimento. Desta forma, esses sensores vêm se tornando uma solução cada vez mais atrativa em diferentes setores da indústria, robótica e engenharia civil [56]. Tal desenvolvimento ocorre em virtude das características intrínsecas e únicas desses sensores quando comparados aos elementos sensores tradicionais. Por exemplo, os sensores a fibra óptica são imunes à interferência eletromagnética, possuem passividade elétrica e baixa atenuação, são leves e compactos, além de permitirem a medição remota e serem facilmente multiplexados em enlaces ópticos [55].

Dentre os parâmetros mecânicos frequentemente medidos, encontram-se a torção e rotação. A detecção desses parâmetros tornou-se um tópico relevante de pesquisa na área de sensores em fibras ópticas. A torção é um parâmetro importante que reflete o estado de estresse ao qual uma determinada estrutura pode estar submetida. Assim sendo, os sensores de torção podem ser incorporados em estruturas de engenharia para a detecção de deformação interna e monitoramento de integridade [58,59]. Pode-se citar também, a aplicação de sensores a fibra óptica na área de robótica cirúrgica e sistemas médicos tendo em vista o uso de sensores de torção integrados em robôs contínuos do tamanho de agulhas para a estimativa de forma e medição de força e tato [60,61]. Esse tipo especial de robô consiste em um conjunto de agulhas pré-curvadas montadas concentricamente, cuja estrutura pode sofrer torção sob força e torque. Desta forma, a informação de torção é um parâmetro essencial para a estimativa precisa da forma e medições de força.

Portanto, diferentes conceitos de detecção de torção baseados em sensores a fibra óptica foram desenvolvidos com características e desempenhos distintos. Por exemplo, sensores a fibra baseados em LPGs têm sido utilizados em aplicações de

sensoriamento de torção mecânica. Dentre as aplicações demonstradas na literatura, encontram-se LPGs fabricadas por exposição à radiação UV [56,62], deformação mecânica [63,64], perturbações induzidas por arco elétrico [65,66] e laser de CO₂ [10].

Nessas aplicações, a medição da torção é obtida através da modulação da distribuição de tensão de cisalhamento radial induzida no comprimento da fibra óptica sob torção [67]. LPGs produzidas pela exposição à radiação UV e deformação mecânica possuem comportamento espectral parabólico em relação à torção mecânica aplicada [56,62,64]. No que diz respeito às LPGs fabricadas por meio de laser CO₂, o deslocamento do comprimento de onda ressonante em função da torção aplicada é linear, no entanto, a sensibilidade à torção é relativamente baixa [62].

A fim de desenvolver sensores baseados em LPGs com sensibilidade à torção mecânica elevada, alguns pesquisadores demonstraram uma configuração baseada em um par de LPGs rotacionadas incorporadas a uma configuração de laser em anel de fibra óptica [68] e, recentemente, outras configurações baseadas em estruturas helicoidais foram demonstradas [58,60,69]. Além disso, outros pesquisadores reportaram uma LPG segmentada para medição da torção mecânica com sensibilidade aprimorada. No entanto, com uma faixa dinâmica relativamente estreita, o que pode ser impraticável para certas aplicações [70]. Outra configuração demonstrada baseia-se em uma LPG com distorções periódicas do tipo parafuso, o que resultou em um sensor com sensibilidade à torção mecânica aprimorada [71].

Sensores de torção mecânica baseados em LPGs baseiam-se na modulação da distribuição da tensão de cisalhamento radial, que é induzida no comprimento da fibra óptica sob torção [67]. Por exemplo, ao se aplicar cargas de torção em uma fibra óptica em torno de seu eixo, gera-se uma tensão de cisalhamento induzida ao longo do comprimento da fibra torcida. Nessa situação, a tensão é nula no centro da fibra e aumenta à medida que se aproxima da borda externa da fibra, onde atinge o seu valor máximo. Além disso, as regiões estressadas da fibra sofrem alterações de índice de refração, que são proporcionais à tensão local e aos coeficientes elasto-ópticos do material. Desta forma, a mudança do índice de refração induzida pela tensão em uma fibra óptica torcida será maior na borda externa da fibra e nula no centro da fibra.

Os modos da fibra que estão confinados em seu centro, como o modo fundamental, sofrerão a menor mudança em seus índices de refração efetivos. Já os modos com campos que se estendem para a casca apresentarão a maior mudança em seus índices efetivos. Assim, a diferença da constante de fase entre o modo

fundamental, que está confinado no centro da fibra, e um determinado modo de casca, pode ser utilizada para a medição de torção.

Os índices de refração efetivos dos modos de casca $n_{ef,ca}^{(n)}$ mudam significativamente em comparação ao índice de refração do modo fundamental $n_{ef,nu}$ quando a fibra é exposta à torção mecânica. Logo, considera-se que o efeito da torção no modo fundamental, confinado no núcleo, é desprezível e a variação de um determinado comprimento de onda ressonante pode ser representada conforme:

$$\Delta\lambda_{res}^{(n)} = -\Delta n_{ef,ca}^{(n)}\Lambda \quad (46)$$

Tendo em vista a possibilidade do acoplamento simétrico e assimétrico em LPGs com as diferentes técnicas de fabricação, o deslocamento do comprimento de onda de um vale poderá ser mais acentuado ao se interrogar um modo assimétrico.

As LPGs produzidas por descargas de arco elétrico acoplam energia para modos de casca assimétricos, tendo em vista que o método produz uma modulação do índice de refração não homogênea em toda a seção transversal da fibra. Além disso, tais modos possuem máximos da intensidade do campo em volta do eixo da fibra e em aplicações de torção mecânica podem ser explorados para aumentar a sensibilidade à torção ao serem comparados com LPGs simétricas.

5.1 METODOLOGIA

A LPG utilizada no sensoriamento de torção foi fabricada com a técnica de arco elétrico descrita no capítulo anterior. A rede foi produzida em fibra monomodo padrão com período de modulação $\Lambda = 530 \mu\text{m}$, comprimento total de $20\Lambda = 10,6 \text{ mm}$, potência de arco de 90 bits, tempo de exposição de 500 ms e ângulo de rotação axial de 180° . O monitoramento e coleta do espectro de transmissão da rede foram realizados com o OSA modelo MS9740A da Anritsu.

A Figura 35 ilustra a microfotografia da rede produzida, que enfatiza uma seção da LPG com a localização de duas zonas de arco consecutivas e, portanto, possibilita a visualização aproximada do período de modulação da rede. Além disso, podemos observar a modulação geométrica da fibra óptica, que é visualizada como uma redução suave do diâmetro da fibra de aproximadamente $14,1 \mu\text{m}$.

Figura 35 – Microfotografia da LPG produzida com modulação ponto a ponto

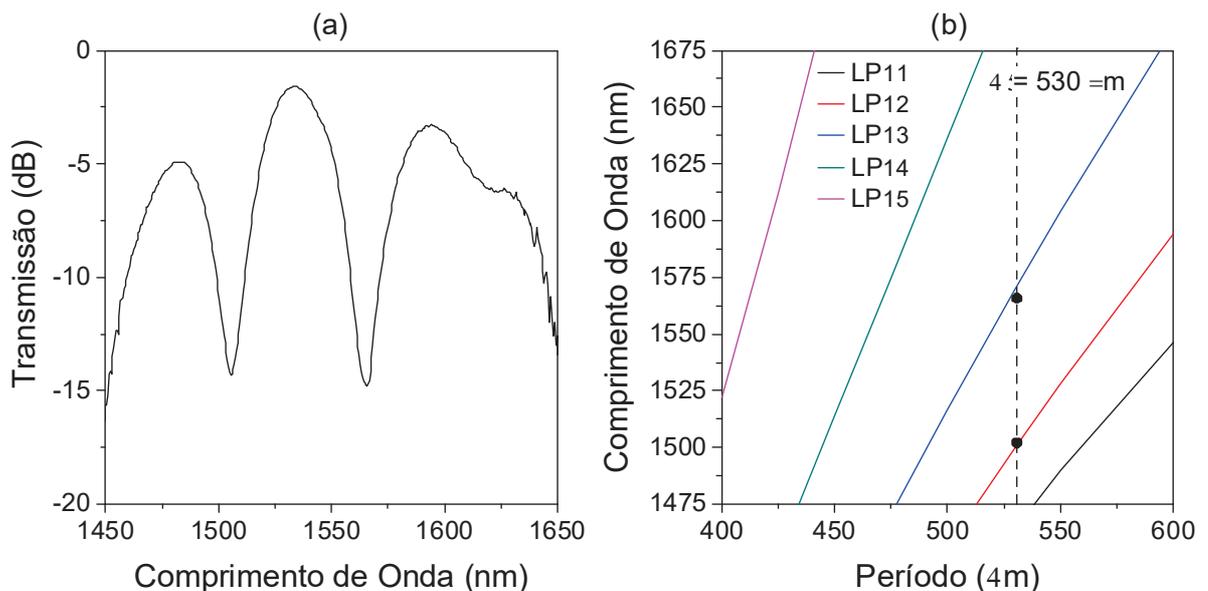


Fonte: Elaborada pelo autor.

Observa-se na Figura 36 (a) o espectro de transmissão da rede produzida com dois vales de atenuação localizados nos comprimentos de onda 1505,37 nm e 1565,75 nm. Para uma rede sem torção aplicada, as bandas de atenuação são localizadas em comprimentos de onda de ressonância específicos $\lambda_{res}^{(n)}$, que são determinados pela condição de casamento de fase (3).

A fim de identificar quais modos de casca estão relacionados os comprimentos de onda ressonantes observados na Figura 36 (a), simulou-se as curvas de casamento de fase para a LPG produzida usando o software OptiGrating v. 4.2 da Optiwave, conforme pode ser observado na Figura 36 (b).

Figura 36 – (a) Espectro de transmissão da rede produzida. (b) Simulação das curvas de casamento de fase (linhas sólidas) e valores experimentais (pontos pretos)



Fonte: Elaborada pelo autor.

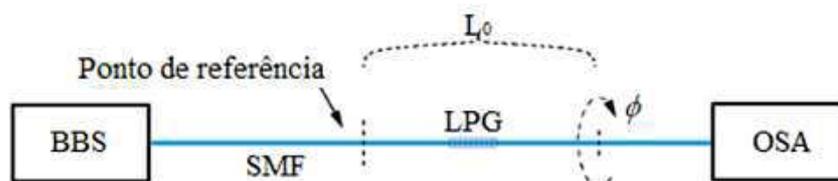
Considerou-se apenas o acoplamento de energia entre o modo fundamental e os modos de casca assimétricos, ou seja, LP_{1j} com $j \geq 1$, uma vez que a modulação não homogênea da fibra nas redes produzidas pela técnica de fusão promove o acoplamento assimétrico [72]. Além disso, adotou-se uma fibra monomodo padrão com núcleo e casca de índices de refração de 1,4492 e 1,444, respectivamente, e diâmetro do núcleo e da casca de 8,2 μm e 125 μm , respectivamente.

As curvas de casamento de fase na Figura 36 (b) ilustram a dependência entre o período de modulação da rede e os comprimentos de onda ressonantes dos modos de casca $LP_{11} - LP_{15}$. Além disso, os pontos pretos correspondem aos dados experimentais da rede produzida. Portanto, as curvas de casamento de fase indicam que as duas atenuações localizadas em comprimentos de onda próximos de 1505,37 nm e 1565,75 nm, observadas na Figura 36 (a), correspondem ao acoplamento de energia do modo de núcleo fundamental LP_{01} com os modos de casca LP_{12} e LP_{13} , respectivamente. Por fim, pode-se observar boa concordância entre os resultados simulados e os valores experimentais.

5.2 RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Após a produção da rede e identificação dos modos ressonantes envolvidos no acoplamento de energia, caracterizou-se a resposta espectral da LPG para diferentes valores da taxa de torção mecânica. É ilustrada na Figura 37 a montagem experimental utilizada para realizar as medições de torção mecânica.

Figura 37 – Representação da montagem experimental utilizada para os testes de torção mecânica



Fonte: Elaborada pelo autor.

Os testes foram realizados fixando uma das extremidades da LPG, enquanto a extremidade que permaneceu livre foi utilizada para aplicar a torção mecânica. Além disso, o comprimento total de fibra óptica sob torção foi de $L_0 = 14$ cm. É conveniente

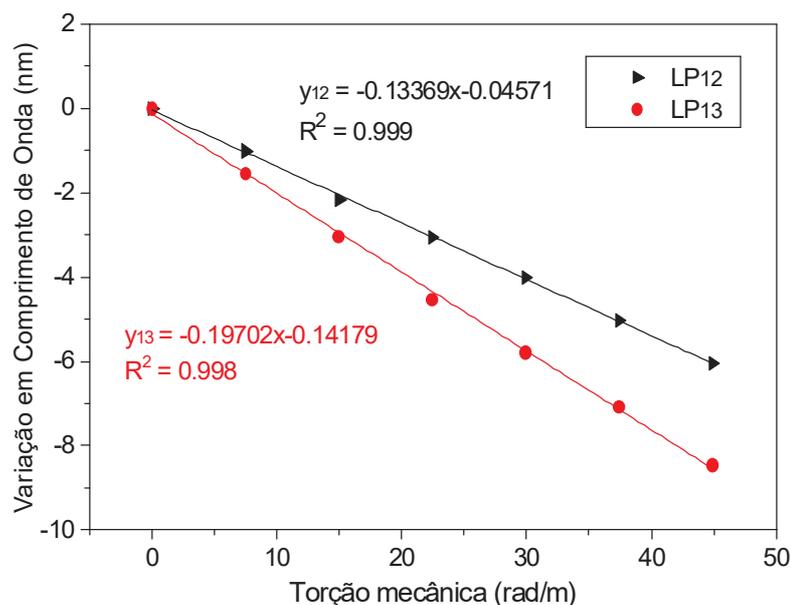
definir a taxa de torção mecânica (τ) aplicada ao sensor como um valor absoluto do ângulo de torção por unidade de comprimento da seção de fibra sob torção, que pode ser expressa como:

$$\tau = \frac{\phi}{L_0} \quad (47)$$

onde ϕ é o ângulo de torção aplicado ao sensor LPG variando de 0° até 360° , incrementado o ângulo de torção em 60° . Além disso, considerando que o sensor foi submetido a uma rotação total de 360° , um valor de taxa de torção máxima de $44,88$ rad/m foi aplicado ao sensor com passos de torção mecânica de aproximadamente $7,48$ rad/m. É importante mencionar que os testes experimentais foram realizados à temperatura ambiente.

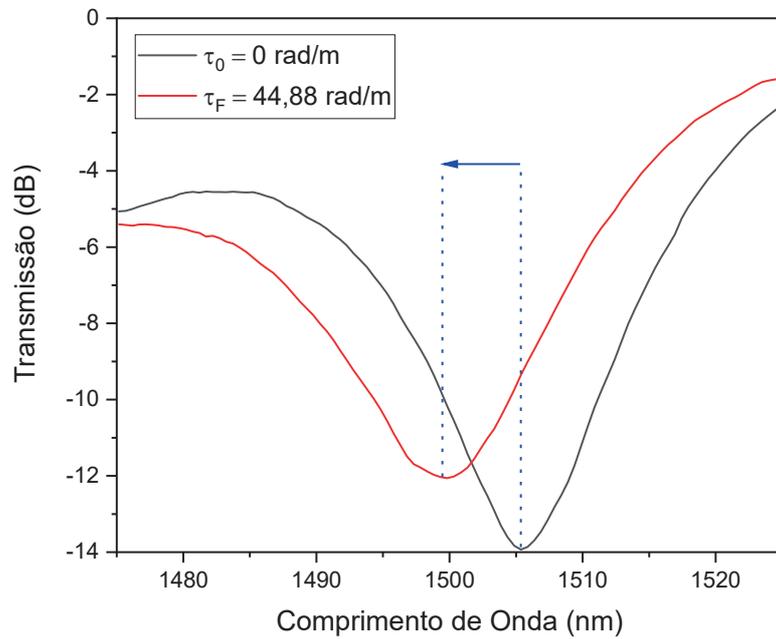
As Figuras 38, 39 e 40 ilustram os resultados experimentais para o sensor exposto aos efeitos da tensão de torção codirecional. Nota-se que a transmissão das bandas de atenuação diminui à medida que a taxa de torção aumenta. Esse comportamento pode ser atribuído à redução do coeficiente de acoplamento entre o modo de núcleo fundamental e os modos de casca [73].

Figura 38 – Ajuste experimental de dados do deslocamento do comprimento de onda ressonante dos modos de casca LP₁₂ e LP₁₃ em função da taxa de torção



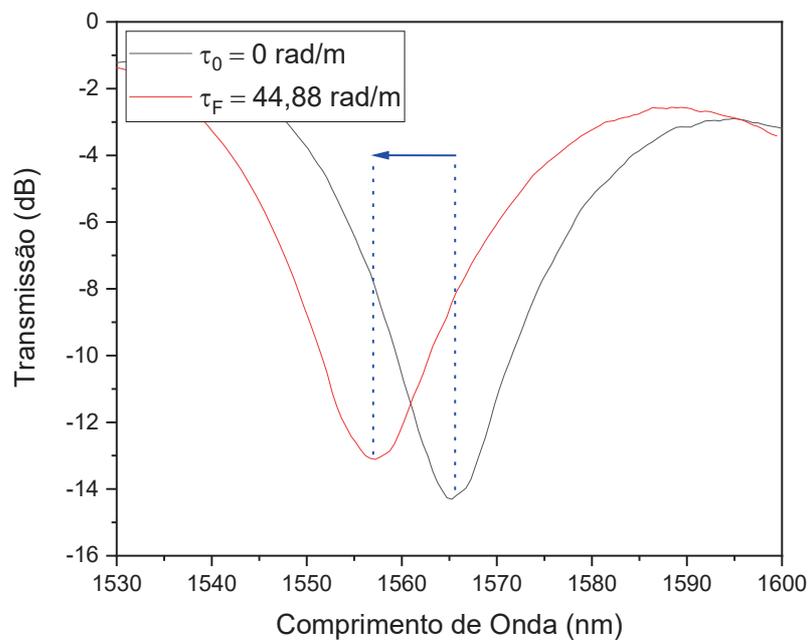
Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 39 – Deslocamento do vale ressonante relacionado ao modo LP_{12}



Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 40 – Deslocamento do vale ressonante relacionado ao modo LP_{13}



Fonte: Elaborada pelo autor.

Com relação aos deslocamentos em comprimento de onda sofridos pelos vales ressonantes, pode-se observar que ao atingir a taxa de torção máxima de 44,88 rad/m, o comprimento de onda ressonante do modo LP_{12} deslocou-se de 1505,35 nm para 1499,31 nm, com uma variação espectral de variação de -6,04 nm. Enquanto o modo ressonante LP_{13} , que estava localizado inicialmente em 1565,75 nm, sofreu um deslocamento total do comprimento de onda de -8,45 nm e seu comprimento de onda ressonante deslocou-se para 1557,30 nm. Além disso, verificou-se que a resposta de ambos os modos de casca é linear e monótona e, pelo ajuste de dados experimentais com uma abordagem de regressão linear, o modo de casca LP_{12} apresentou sensibilidade de -0,13369 nm/(rad/m) com alto grau de linearidade de torção, confirmado pelo coeficiente R^2 de 0,999. Enquanto o ajuste de dados experimentais do modo LP_{13} resultou em uma sensibilidade aprimorada de -0,19702 nm/(rad/m) com um valor do coeficiente R^2 de 0,998, conforme observado na Figura 38. A maior sensibilidade à torção do modo LP_{13} , quando comparada ao valor de sensibilidade do modo LP_{12} , origina-se da maior extensão e distribuição dos seus campos para a casca. Essas características provocarão maior mudança no índice efetivo e, a diferença da constante de fase entre o modo fundamental e o modo de casca LP_{13} possuirá valor maior que a diferença para o modo de casca LP_{12} .

É importante mencionar que a sensibilidade à torção da LPG produzida é oito vezes maior que a sensibilidade de uma LPG convencional induzida por arco elétrico [66]. Além disso, destaca-se que foram interrogados os modos LP_{12} e LP_{13} . No entanto, é possível excitar modos de casca de ordem superiores e obter resultados de sensibilidade à torção ainda mais elevados. Para isso, é necessário elaborar e fabricar redes com período de modulação reduzido tendo em vista a faixa de comprimento de onda de operação desejada.

Para enfatizar a sensibilidade aprimorada do sensor produzido, a Tabela 1 lista os resultados obtidos nesse trabalho e resultados provenientes de outras configurações de LPGs para o sensoriamento de torção mecânica. Deve-se ressaltar também que o comportamento espectral dos modos de casca LP_{12} e LP_{13} em relação ao efeito de torção mecânica pode ser atribuído às diferentes alterações do índice de refração induzidas pelo estresse de torção no núcleo e na casca da fibra óptica, e na distribuição modal dos campos dos modos de casca.

Tabela 1 – Comparação entre os diferentes tipos de LPGs

Tipo de rede	Sensibilidade (nm /(rad/m))	Fonte
Arco elétrico	0,19702	Esse trabalho
Arco elétrico	0,0245	[66]
Laser CO ₂	0,032	[10]
Par de LPGs rotacionadas incorporadas à laser em anel de fibra óptica	0,084	[68]
LPGs baseadas em estruturas helicoidais	0,056	[58]
	0,115	[60]
	0,04646	[69]
LPG com distorções periódicas do tipo parafuso	0,1604	[70]

Fonte: Elaborada pelo autor (2021) com base nas fontes.

6 CONCLUSÃO

Neste trabalho foram apresentados a produção de redes de período longo induzidas por descargas de arco elétrico e a sua aplicação em sensoriamento. O conhecimento teórico necessário para a compreensão e identificação do acoplamento modal dessas redes foi discutido. Com isso, é possível estimar o período de modulação da rede necessário para se obter acoplamento de energia em comprimentos de onda próximos a 1550 nm e, além disso, selecionar modos de casca mais sensíveis às variações de parâmetros externos de acordo com a aplicação de sensoriamento desejada.

Apresentou-se uma nova técnica para produzir LPGs por arco elétrico, tendo em vista a redução da PDL intrínseca desses sensores. A PDL elevada é uma característica das redes produzidas por arco elétrico e que impõe limitações ao uso desses dispositivos em comunicações ópticas e sensoriamento. Logo, investigou-se o efeito da perda dependente da polarização nos dispositivos produzidos. Os resultados obtidos foram comparados aos das LPGs produzidas a técnica tradicional de arco elétrico e UV. Por fim, constatou-se que por meio de alterações no ângulo de incidência $\theta = 180^\circ$ das descargas elétricas na fibra óptica em relação a um ponto de referência, é possível promediar os efeitos induzidos pontualmente por cada descarga de arco elétrico e assim, reduzir a perda dependente da polarização intrínseca das redes.

Por fim, é apresentada a aplicação prática de uma rede produzida por arco elétrico para sensoriamento de torção mecânica. O sensor foi utilizado para medir a torção mecânica variando de 0° até 360° , incrementado o ângulo de torção em 60° . Interrogou-se os modos assimétricos de casca LP_{12} e LP_{13} e os resultados mostraram uma resposta espectral dependente da torção de $-0,13369 \text{ nm}/(\text{rad}/\text{m})$ e $-0,19702 \text{ nm}/(\text{rad}/\text{m})$, respectivamente.

Como trabalho futuro, propõe-se a produção de novas LPGs tendo em vista a caracterização das redes produzidas às variações de temperatura, deformação e índice de refração. O que poderia possibilitar o desenvolvimento de novas aplicações na área de construção civil e meio ambiente.

REFERÊNCIAS

- [1] REGO, G. Arc-Induced Long Period Fiber Gratings. **Journal of Sensors**, vol. 2016, 2016.
- [2] JAMES, S. W.; TATAM, R. P. Optical fibre long-period Grating sensors: characteristics and applications. **Measurement Science and Technology**, 14(5):R49-R61, 2003.
- [3] DELGADO, F.; BESSA, A. Comparative study of coupling to symmetric and antisymmetric cladding modes in long-period fiber gratings. **JOURNAL OF MODERN OPTICS**, 2019a.
- [4] DAS, M.; THYAGARAJAN, K. Dispersion compensation in transmission using uniform long period fiber gratings. **Optics Communications**, vol. 190, p. 159-163, April 2001.
- [5] LEE, B. H.; CHUNG, Y.; HAN, W.-T.; PAEK, U.-C. Dispersion measurement using fiber gratings. **Optical Fiber Communication Conference**, 2000, vol. 2, p. 34-36.
- [6] CACCIARI, I. et al. Reproducibility of splicer-based long-period fiber gratings for gain equalization. **Optoelectronics Letters**, vol. 3, no. 3, pp. 203–206, 2007.
- [7] ANZUETO-SÁNCHEZ, G. et al. Tuning and wavelength switching erbium-doped fiber ring lasers by controlled bending in arc-induced long-period fiber gratings. **Optical Fiber Technology**, vol. 18, no. 6, pp. 513-517, 2012.
- [8] ABRISHAMIAN, F.; MIRISHITA, K. Cascade connection of two long-period fiber gratings with a π -phase shift to expend the rejection bandwidths. **IEICE Transactions on Electronics**, vol. 98, no. 6, pp. 512-517, 2015.
- [9] DELGADO, F. S. et al. Mathematical modelling for correlation between temperature and mechanical strain in long period gratings. **IEEE Sensors 2014 Proceedings**, Valencia, pp. 1900-1903, 2014.
- [10] WANG, Y. et al. Highly sensitive long-period fiber-grating strain sensor with low temperature sensitivity. **Opt. Lett.** 31, 3414-3416 (2006).
- [11] DELGADO, F.; BESSA, A. Torsion-dependent spectral response of long-period fiber grating based on electric arc technique with axial rotation of the fiber. **MICROWAVE AND OPTICAL TECHNOLOGY LETTERS**, 2019b.
- [12] DELGADO et al. Optical Fiber-Based Sensor for Assessing Electric Current in Unmanned Aerial Vehicles with ROS Interface. In: **2018 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)**, Brisbane, 2018.
- [13] OLIVEIRA, M. C.; DELGADO, F. S.; JUCA, M. A.; FARACO FILHO, R. L.; SILVEIRA, D. D.; COELHO, T. V.; DOS SANTOS, A. B. Optical Fiber Sensor for

Carbon Dioxide Measurement Using Tapered Long Period Grating. In: **Latin American Workshop on Optical Fiber Sensors**. Rio de Janeiro, Brazil, 2019.

[14] KEISER, Gerd. **Optical fiber communications**. 3a. ed. McGraw-Hill, New York, 2000.

[15] KASHYAP, Raman. **Fiber Bragg gratings**. BT Laboratories, Martlesham Heath Academic Press, 1999.

[16] RIBEIRO, José Antônio Justino. **Comunicações Ópticas**. Editora Érica, São Paulo, 2003.

[17] AGRAWAL, Govind P. **Fiber-optic communications systems**. Third edition. John Wiley & Sons, inc, 2002.

[18] OKAMOTO, Katsunari. **Fundamentals of Optical Waveguides**. Second Edition. Academic Press Inc, 2006.

[19] SALEH, Bahaa E. A.; TEICH, Malvin Carl. **Fundamentals of photonics**. New York: John Wiley & Sons, 1991.

[20] BAPTISTA, F. D. V. **Simulação do Comportamento Espectral de Redes de Período Longo em Fibra Óptica**. Dissertação Mestrado – Universidade da Madeira, Portugal, 2009.

[21] ABRAMOWITZ, M.; STEGUN, I. A. **Handbook of Mathematical Functions**. New York: Dover, 1970.

[22] FALATE, R. **Produção e caracterização de redes de período longo para aplicações em sensoriamento**. Dissertação Mestrado – Centro Federal de Educação Tecnológica do Paraná, Brasil, 2002.

[23] REGO, G. M. **Arc-Induced Long-Period Fibre Gratings. Fabrication and Their Applications in Optical Communications and Sensing**. Tese Doutorado – Faculdade de Engenharia, Universidade do Porto, Portugal, 2006.

[24] GLOGE, D. Weakly guiding fibers. **Applied Optics**, Vol. 10, 10, pp. 2252-2258, 1971.

[25] CZAPLA, A. **Spectral properties of long-period fiber gratings with nematic liquid crystals**. Tese Doutorado - Université du Québec en Outaouais, Canadá, 2015.

[26] BUCK, J. A. **Fundamentals of Optical Fibers**. Second Edition. Wiley, 2004.

[27] BHATIA, V.; VENGSARKAR, A. M. Optical fiber long-period grating sensors. **Optics Letters**, vol. 21, no. 9, 692-694, May 1996.

- [28] VENGSARKAR, A. M.; LEMAIRE, P. J.; JUDKINS, J. B.; BATHIA, V.; ERDOGAN, T.; SIPE, J. E. Long-period fiber gratings as band-rejection filters. **Journal of Lightwave Technology**, vol. 14, 58-65, 1996.
- [29] ALBERTO, N. J. **Sensores de Bragg para bioaplicações**. Tese Doutorado – Universidade da Aveiro, Portugal, 2011.
- [30] RANJAN, R.; ESPOSITO, F.; IADICICCO, A.; STANCALIE, A.; SPOREA, D.; CAMPOPIANO, S. Comparative Study of Long-Period Gratings Written in Standard and Fluorine-Doped Fibers by Electric Arc Discharge. **IEEE Sensors Journal**, Vol. 16, No. 11, June 1, 2016.
- [31] COELHO, J. M. P.; SILVA, C.; NESPEREIRA, M.; ABREU, M.; REBORDAO, J. Writing of long period fiber gratings using CO2 laser radiation. **Advances in Optical Fiber Technology: Fundamental Optical Phenomena and Applications**, chapter 9, pp. 287–314, InTech, Rijeka, Croatia, 2015.
- [32] ZHANG, W.; HAO, J.; LOU, X.; DONG, M.; ZHU, L. All-Fiber Dual-Parameter Sensor Based on Cascaded Long Period Fiber Grating Pair Fabricated by Femtosecond Laser and CO2 Laser, **Fiber and Integrated Optics**, 37:2, 66-78, 2018.
- [33] AHMED, F.; JOE, H.-E.; MIN, B.-K.; JUN, M. B. G. Characterization of refractive index change and fabrication of long period gratings in pure silica fiber by femtosecond laser radiation. **Optics & Laser Technology**, vol. 74, pp. 119–124, 2015.
- [34] TORRES-GÓMEZ, I.; CEBALLOS-HERRERA, D.E.; SALAS-ALCANTARA, K.M. Mechanically-Induced Long-Period Fiber Gratings Using Laminated Plates. **Sensors** 2020, 20, 2582.
- [35] ERDOGAN, T. Cladding-mode resonances in short- and long-period fiber grating filters. **J. Opt. Soc. Am. A**, Vol. 14, No. 8, 1997.
- [36] VASILIEV, S. A.; DIANOV, E. M.; MEDVEDKOV, O. I.; PROTOPOPOV, V. N.; COSTANTINI, D. M.; IOCCO, A.; LIMBERGER, H. G.; SALATHÉ, R. P. Properties of the cladding modes of an optical fibre excited by refractive-index gratings. **Russian journal of Quantum Electronics**, 29, pp. 65-68, 1999.
- [37] ERDOGAN, T. Fiber Grating Spectra. **Journal of Lightwave Technology**, vol. 15, no. 8, August 1997.
- [38] ANEMOGIANNIS, E.; GLYTSIS, E. N.; GAYLORD, T. K. Transmission Characteristics of Long-Period Fiber Gratings Having Arbitrary Azimuthal/Radial Refractive Index Variations. **Journal of Lightwave Technology**, vol. 21, no. 1, January 2003.
- [39] KAMIKAWACHI, R. C. **Estudo de redes de período longo como elemento sensor de hidrocarbonetos**. Dissertação Mestrado – Centro Federal de Educação Tecnológica do Paraná, Brasil, 2003.

- [40] MARCUSE, D. **Theory of Dielectric Optical Waveguide**. Holmdel, New Jersey: Academic Press, Inc, 1974.
- [41] ERDOGAN, T. Cladding-mode resonances in short- and long-period fiber grating filters: errata. **J. Opt. Soc. Am. A**, 17, 2113-2113, 2000.
- [42] SINGH, R.; KUMAR, H.; SHARMA, E. K. Design of long-period gratings: necessity of a three-layer fiber geometry for cladding mode characteristics. **Microwave and Optical Technology Letters**, Vol. 37, No. 1, 2003.
- [43] DELGADO, F. S.; JUCÁ, M. A.; COELHO, T. V. N; BESSA, A. B.; BARBERO A. P. L.; SILVA, V. N. H. Propagation Characteristics of Optical Long Period Fiber Gratings using Graphical Solution Methods. **Journal of Microwaves, Optoelectronics and Electromagnetic Applications**, Vol. 15, No. 2, 2016.
- [44] SMIETANA, M.; BOCK, W. J.; MIKULIC, P.; CHEN, J. Increasing sensitivity of arc-induced long-period gratings – pushing the fabrication technique toward its limits. **Meas. Sci. Technol.**, 22 015201, 2010.
- [45] PATRICK, H.; KERSEY, A.; BUCHOLTZ, F. Analysis of the Response of Long Period Fiber Gratings to External Index of Refraction. **Journal of Lightwave Technology**, vol. 16, 1606, 2003.
- [46] YIN, G.; TANG, J.; LIAO, C.; WANG, Y. Automatic arc discharge technology for inscribing long period fiber gratings. **Appl. Opt.** 55, 3873-3878 (2016).
- [47] MARTINEZ-RIOS, A.; TORRES-GOMEZ, I.; ANZUETO-SANCHEZ, G.; SELVAS-AGUILAR, R.; DURAN-RAMIREZ, V. M.; GUERRERO-VIRAMONTES, J. A.; TORAL-ACOSTA, D.; SALCEDA DELGADO, G.; CASTILLO-GUZMAN, A. Asymmetric mode coupling in arc-induced long-period fiber gratings, **Optics Communications**, Volume 364, 2016, Pages 37-43.
- [48] DENG PENG, C.; JINGREN, Q. Calculation of coupling coefficient between core mode and cladding modes of fiber grating. **Fifth Asia-Pacific Conference on ... and Fourth Optoelectronics and Communications Conference on Communications**, Beijing, China, 1999, pp. 1471-1473 vol.2.
- [49] HUANG, J.; HE, Y.; LO, Y. Spectrum analysis for high-order cladding modes based on long-period fiber gratings. **Optical Engineering**, 45(9), 2006.
- [50] BACHIM, B. L.; GAYLORD, T. K. Polarization-dependent loss and birefringence in long-period fiber gratings. **Applied Optics**, vol. 42, no. 34, 2003.
- [51] FRAZAO, O.; REGO, G. M.; ARAUJO, F. M.; FERREIRA, L. A.; SALGADO, H. M.; SANTOS, J. L. Simultaneous measurement of strain and temperature based on polarization loss properties of arc-induced long-period gratings. **Proc. SPIE 5502, Second European Workshop on Optical Fibre Sensors**, 168, 2004.

- [52] ZHU, Y.; SIMOVA, E.; BERINI, P.; GROVER, C. P. A comparison of wavelength dependent polarization dependent loss measurements in fiber gratings. **IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement**, vol. 49, no. 6, pp. 1231-1239, Dec. 2000.
- [53] REGO, G. M.; SANTOS, J. L.; SALGADO, H. M. Polarization dependent loss of arc-induced long-period fiber gratings. **Opt. Commun.** 262, 152–156 (2006).
- [54] OH, S.; HAN, W. T.; PAEK, U. C.; CHUNG, Y. Reduction of birefringence and polarization-dependent loss of long-period fiber gratings fabricated by KrF excimer laser. **Optics Express**, vol. 11, no. 23, pp. 3087-3092, 2003.
- [55] LEE, B. H.; CHEONG, J.; PAEK, U. C. Spectral polarization-dependent loss of cascaded long-period fiber gratings. **Optics Letters**, vol. 27, no. 13, pp. 1096-1098, 2002.
- [56] GONZALEZ, D. A.; JAUREGUI, C.; QUINTELA, A.; MADRUGA, F. J.; MARQUEZ, P.; LOPEZ-HIGUERA, J. M. Torsion-induced effects on UV long-period fiber gratings. **Proc SPIE**. 2004; 5502: 192-195.
- [57] MARTINEZ-RIOS, A.; MONZON-HERNANDEZ, D.; TORRES-GOMEZ, I.; SALCEDA-DELGADO; G. **Long Period Fibre Gratings.**, Fiber Optic Sensors, IntechOpen, 2012.
- [58] XI, X.; WONG, G. K. L.; WEISS, T.; RUSSELL, P. S. J. Measuring mechanical strain and twist using helical photonic crystal fiber. **Opt Lett**. 2013; 38:5401-5404.
- [59] BUDINSKI, V.; DONLAGIC, D. Fiber-optic sensors for measurements of torsion, twist and rotation: a review. **Sensors**. 2017;17(3):443.
- [60] ZHANG, H.L.; ZHANG, W. G.; CHEN, L.; Bidirectional torsion sensor based on a pair of helical long-period fiber gratings. **IEEE Photon Technol Lett**. 2016; 28(15):1700-1702.
- [61] XU, R.; YURKEWICH, A.; PATEL, R. V. Patel Curvature, Torsion, and Force Sensing in Continuum Robots Using Helically Wrapped FBG Sensors. **IEEE Robotics and Automation Letters**, vol. 1, no. 2, pp. 1052-1059, July 2016.
- [62] WANG, Y. P.; HUANG, X. Q.; WANG, M. Temperature insensitive birefringent lpg twist sensing based on the polarization properties. **IEEE Photonic Technol. Lett**. 2015, 27, 2367–2370.
- [63] LIN, C. Y.; WANG, L. A.; CHERN, G. W. Corrugated long-period fiber gratings as strain, torsion, and bending sensors. **J. Lightwave Technol**. 2001, 19, 1159–1168.
- [64] NAIR, A. S.; KUMAR, V. P. S.; JOE, H. Twist sensitivity of cladding-mode resonances and its cross-sensitivity to strain and temperature in a mechanically induced long-period fiber grating. **Fiber Integr. Opt.** 2014, 33, 347–359.

- [65] BAPTISTA, J. M.; SANTOS, S. F.; REGO, G.; FRAZAO, O.; SANTOS, J. L. Measurement of angular rotation using a long period fiber grating in a self-referenced fiber optic intensity sensor. In **Proceedings of the 18th Annual Meeting of the IEEE Lasers and Electro-Optics Society (LEOS 2005)**, Sydney, Australia, 22–28 October 2005; pp. 805–806.
- [66] CALDAS P.; REGO, G.; IVANOV, O. V.; SANTOS J. L. Characterization of the response of a dual resonance of an arc-induced long-period grating to various physical parameters. **Appl Opt.** 2010;49(16): 2994-2999.
- [67] CASE, J.; CHILVER, H.C.; ROSS, C.T.F. **Strength of Materials and Structures**, 4th ed.; Edward Arnold Publishers: London, UK, 1999; pp. 367–374.
- [68] SHI, L.; ZHU, T.; FAN, Y. E.; CHIANG, K. S.; RAO, Y. Torsion sensing with a fiber ring laser incorporating a pair of rotary long-period fiber gratings. **Opt Commun.** 2011;284(22):5299-5302.
- [69] SUN, B.; WEI, W.; LIAO, C.; et al. Automatic arc discharge-induced helical long period fiber gratings and its sensing applications. **IEEE Photon Technol Lett.** 2017;29(11):873-876.
- [70] CUITING, S.; TAO, G.; JIANG, H. High sensitive directional torsion sensor based on a segmented long-period fiber grating. **IEEE Photon Technol Lett.** 2017;29(24):2179-2182.
- [71] DENG, M.; XU, J.; ZHANG, Z.; et al. Long period fiber grating based on periodically screw-type distortions for torsion sensing. **Opt Express.** 2017; 25: 14308-14316.
- [72] IVANOV, O. V.; REGO, G. Origin of coupling to antisymmetric modes in arc-induced long-period fiber gratings. **Opt Express.** 2007;15: 13936-13941.
- [73] ULRICH, R.; SIMON, A. Polarization optics of twisted single-mode fibers. **Appl Opt.** 1979; 18: 2241-2251.
- [74] KIM, M.; LEE, D.; HONG, B.; CHUNG, H. Performance characteristics of long-period fiber-gratings made from periodic tapers induced by electric-arc discharge. **Journal of the Korean Physical Society**, vol. 40, no. 2, February 2002, pp. 369~373.

APÊNDICE A – Propagação de Ondas em Fibras Ópticas

A análise da propagação de ondas eletromagnéticas em fibras ópticas baseia-se na teoria eletromagnética descrita pelas equações de Maxwell. Ao considerar-se uma série de suposições baseadas na estrutura física e composição de uma fibra óptica, pode-se obter uma relação que define a propagação das ondas do campo eletromagnético óptico a partir das equações de Maxwell, conhecida como equação de onda.

Logo, ao assumir a fibra óptica como um material dielétrico, homogêneo, linear e isotrópico, que não possui corrente e cargas livres [15,16], as equações de Maxwell na forma diferencial podem ser escritas conforme:

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (48)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (49)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = 0 \quad (50)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (51)$$

onde \mathbf{E} e \mathbf{H} são os vetores de campo elétrico e magnético, respectivamente. Além disso, \mathbf{D} e \mathbf{B} são as respostas do meio aos campos elétrico e magnético do sinal óptico expressas pelos vetores de densidade de fluxo elétrico e magnético, respectivamente.

Os vetores de densidade de fluxo se relacionam com os vetores de campo por meio das propriedades elétricas e magnéticas do meio de acordo com [15,16]:

$$\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E} \quad (52)$$

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H} \quad (53)$$

onde $\varepsilon = \varepsilon_0 n^2$ é a permissividade dielétrica do meio isotrópico relacionada com a permissividade dielétrica do vácuo ε_0 e com o índice de refração n [16]. Além disso, $\mu = \mu_0$ é a permeabilidade magnética do meio relacionada com a permeabilidade no vácuo, tendo em vista que a natureza isotrópica e não magnética das fibras ópticas implica em uma permeabilidade relativa $\mu_r = 1$ [15].

Para encontrar a equação de onda que descreve a propagação de campos eletromagnéticos em fibras ópticas toma-se o rotacional à equação (48):

$$\nabla_{\mathbf{x}}\nabla_{\mathbf{x}}\mathbf{E} = -\nabla_{\mathbf{x}}\frac{\partial\mathbf{B}}{\partial t} \quad (54)$$

Utilizando a relação entre a densidade de fluxo magnético e o campo magnético dada pela equação (53) e ainda, alterando a ordem das derivadas em relação ao espaço e tempo no termo direito da equação (54), encontra-se:

$$\nabla_{\mathbf{x}}\nabla_{\mathbf{x}}\mathbf{E} = -\mu_0\frac{\partial(\nabla_{\mathbf{x}}\mathbf{H})}{\partial t} \quad (55)$$

Em seguida, aplicando a identidade vetorial $\nabla_{\mathbf{x}}\nabla_{\mathbf{x}}\mathbf{A} = \nabla(\nabla\cdot\mathbf{A}) - \nabla^2\mathbf{A}$ na equação (55), obtém-se:

$$\nabla(\nabla\cdot\mathbf{E}) - \nabla^2\mathbf{E} = -\mu_0\frac{\partial(\nabla_{\mathbf{x}}\mathbf{H})}{\partial t} \quad (56)$$

Considerando que a fibra óptica é um meio homogêneo, a sua permissividade dielétrica não possui dependência espacial. Logo, aplicando a relação entre a densidade de fluxo elétrico e o campo elétrico expressa pela equação (52) na equação (56), tem-se:

$$\nabla\cdot\mathbf{E} = 0 \quad (57)$$

Por fim, aplicando as equações (49) e (52) na equação (56), encontra-se a equação de onda para o campo elétrico, que é expressa por:

$$\nabla^2\mathbf{E} = \frac{n^2}{c^2}\frac{\partial^2\mathbf{E}}{\partial t^2} \quad (58)$$

sendo $c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0\epsilon_0}}$ a velocidade de propagação da luz no vácuo.

De forma análoga, é possível obter também a equação de onda para o campo magnético:

$$\nabla^2\mathbf{H} = \frac{n^2}{c^2}\frac{\partial^2\mathbf{H}}{\partial t^2} \quad (59)$$

As equações de onda (58) e (59), também conhecidas como equações de Helmholtz, mostram que ao considerar-se a propagação dos campos elétrico e magnético com dependência harmônica temporal, ocorre um fenômeno de onda no meio de propagação. Além disso, nota-se que a propagação dos campos não ocorre de forma aleatória na fibra óptica, mas sim de acordo com soluções específicas das equações (58) e (59), conhecidas como modos ópticos de propagação [15].

Os modos de propagação são ondas com padrões distintos de distribuição de campo eletromagnético. Além disso, transportam parte da energia luminosa total e satisfazem as equações de Maxwell. A fim de investigar o comportamento de campos elétricos e magnéticos no interior das fibras ópticas, ou seja, analisar a propagação dos modos ópticos, é necessário resolver as equações de onda (58) e (59) levando em consideração condições de contorno apropriadas à fibra óptica.

Visto que as fibras ópticas possuem geometria cilíndrica, o sistema de coordenadas mais adequado para analisar a propagação modal nas fibras é o sistema de coordenadas cilíndricas polares ρ , ϕ e z . Assim, a propagação ocorre na direção z ao longo do eixo longitudinal da fibra e os campos possuem distribuição no plano transversal definida por ρ e ϕ . Além disso, define-se que qualquer direção radial a partir do centro da fibra óptica é denotada por ρ e o ângulo azimutal medido a partir de um eixo de referência no plano da seção transversal é indicado por ϕ .

Pode-se expressar as equações de onda (58) e (59) dos campos elétrico e magnético em coordenadas cilíndricas de acordo com [15]:

$$\frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial z^2} = \frac{n^2}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} \quad (60)$$

$$\frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial z^2} = \frac{n^2}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2} \quad (61)$$

As equações (60) e (61) são válidas para cada uma das três componentes dos campos vetoriais \mathbf{E} e \mathbf{H} , respectivamente. Assim, existe um total de seis componentes de campo que se relacionam entre si através das equações de Maxwell. Entretanto, não há necessidade de resolver as seis equações, pois duas delas podem ser consideradas independentes. Desta forma, pode-se expressar as quatro componentes de campo restantes em termos das componentes independentes [15]. Então, considerando a propagação ao longo do eixo da fibra na direção z , toma-se E_z e H_z , chamadas de componentes longitudinais, como as componentes independentes

e encontram-se as componentes transversais E_ρ , E_ϕ , H_ρ e H_ϕ . Expressa-se a equação de onda (60) para a componente longitudinal E_z conforme:

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial E_z}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 E_z}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 E_z}{\partial z^2} = \frac{n^2}{c^2} \frac{\partial^2 E_z}{\partial t^2} \quad (62)$$

Além disso, considera-se uma fibra óptica com perfil de índice degrau, na qual o índice de refração n pode ser escrito de acordo com:

$$n = \begin{cases} n_1 & \text{se } \rho \leq a_1 \\ n_2 & \text{se } \rho > a_1 \end{cases} \quad (63)$$

Em seguida, resolve-se a equação (62) por meio do método de separação de variáveis. Logo, a solução E_z é escrita como:

$$E_z = R(\rho)\Phi(\phi)Z(z)T(t) \quad (64)$$

Ao considerar que a dependência harmônica temporal dos campos elétrico e magnético é proporcional à $e^{i\omega t}$ no qual ω é a frequência angular, encontra-se:

$$E_z \sim e^{i\omega t} \Rightarrow T(t) = e^{i\omega t} \Rightarrow \frac{\partial}{\partial t} \equiv i\omega \Rightarrow \frac{\partial^2}{\partial t^2} \equiv -\omega^2 \quad (65)$$

Em seguida, assumindo a propagação de energia ao longo do eixo da fibra na direção z com constante de propagação β , a solução deve apresentar dependência espacial proporcional ao fator $e^{-i\beta z}$, assim:

$$E_z \sim e^{-i\beta z} \Rightarrow Z(z) = e^{-i\beta z} \Rightarrow \frac{\partial}{\partial z} \equiv -i\beta \Rightarrow \frac{\partial^2}{\partial z^2} \equiv -\beta^2 \quad (66)$$

Dada a simetria circular da fibra óptica, nota-se que a solução é uma função periódica de ϕ em 2π , o que permite escolher uma função harmônica circular na direção ϕ para a componente angular do campo, logo:

$$E_z \sim e^{iv\phi} \Rightarrow \Phi(\phi) = e^{iv\phi} \Rightarrow \frac{\partial}{\partial \phi} \equiv iv \Rightarrow \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} \equiv -v^2 \quad (67)$$

onde v é um número inteiro.

Por fim, a substituição das expressões (65) a (67) nas equações (62) e (64) mostra que a única função desconhecida a ser avaliada é $R(\rho)$, levando à seguinte equação:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 R(\rho)}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial R(\rho)}{\partial \rho} - \frac{1}{\rho^2} v^2 R(\rho) - \beta^2 R(\rho) &= -\frac{n^2}{c^2} \omega^2 R(\rho) \\ \frac{\partial^2 R(\rho)}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial R(\rho)}{\partial \rho} + \left(-\frac{v^2}{\rho^2} - \beta^2 + \frac{n^2}{c^2} \omega^2 \right) R(\rho) &= 0 \end{aligned} \quad (68)$$

A equação diferencial (68) corresponde à conhecida equação de Bessel, que apresenta soluções conhecidas como funções de Bessel [69]. A sua solução geral nas regiões do núcleo e da casca da fibra óptica pode ser escrita como [15]:

$$R(\rho) = \begin{cases} A J_v(u\rho) + A' Y_v(u\rho), & \rho \leq a_1 \\ C K_v(w\rho) + C' I_v(w\rho), & \rho > a_1 \end{cases} \quad (69)$$

onde A , A' , C e C' são constantes arbitrárias. Além disso, J_v , Y_v , K_v e I_v são diferentes espécies de funções de Bessel, ilustradas nas Figuras 41 e 42. E os parâmetros u e w são definidos por:

$$u^2 = k_1^2 - \beta^2 \quad (70)$$

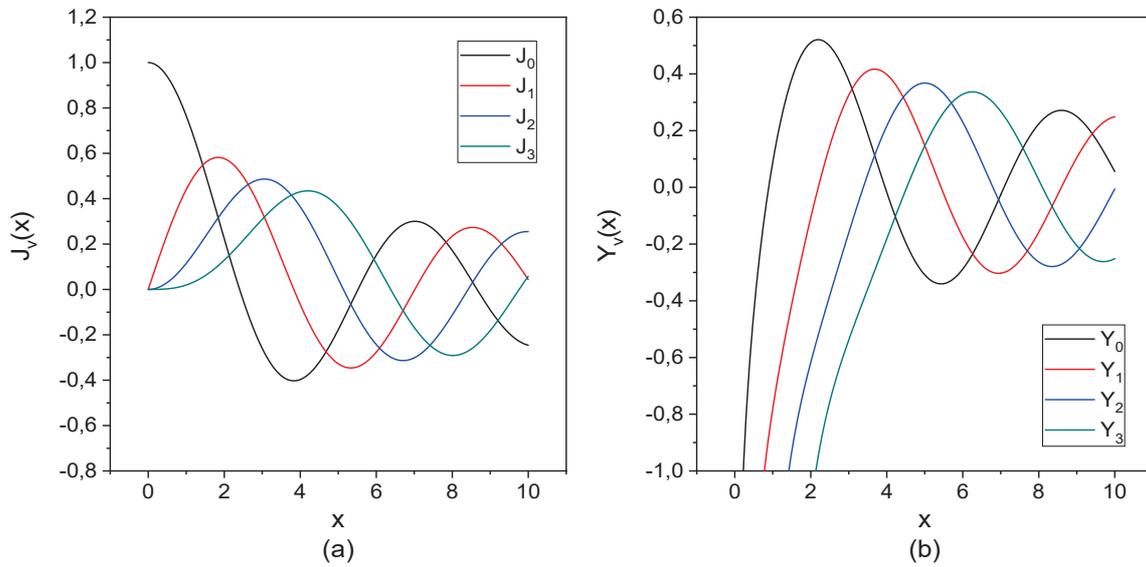
$$w^2 = \beta^2 - k_2^2 \quad (71)$$

onde $k_1 = 2\pi n_1/\lambda = \omega\sqrt{\mu\varepsilon_1}$ e $k_2 = 2\pi n_2/\lambda = \omega\sqrt{\mu\varepsilon_2}$.

Nas Figuras 41 e 42, v é a ordem da função de Bessel e x é o argumento da função. Além disso, observa-se na Figura 41 que as funções de Bessel de Primeira espécie possuem valores finitos para todos os argumentos das funções e tendem à zero quando o argumento tende à zero também, com exceção da função J_0 , que se aproxima do valor unitário enquanto seu argumento tende à zero. Enquanto as funções de Bessel de Segunda espécie, também chamadas de funções de Neumann, tendem à menos infinito quando o argumento tende à zero. Nota-se também que tanto a função de Bessel de Primeira quanto a de Segunda espécie possuem

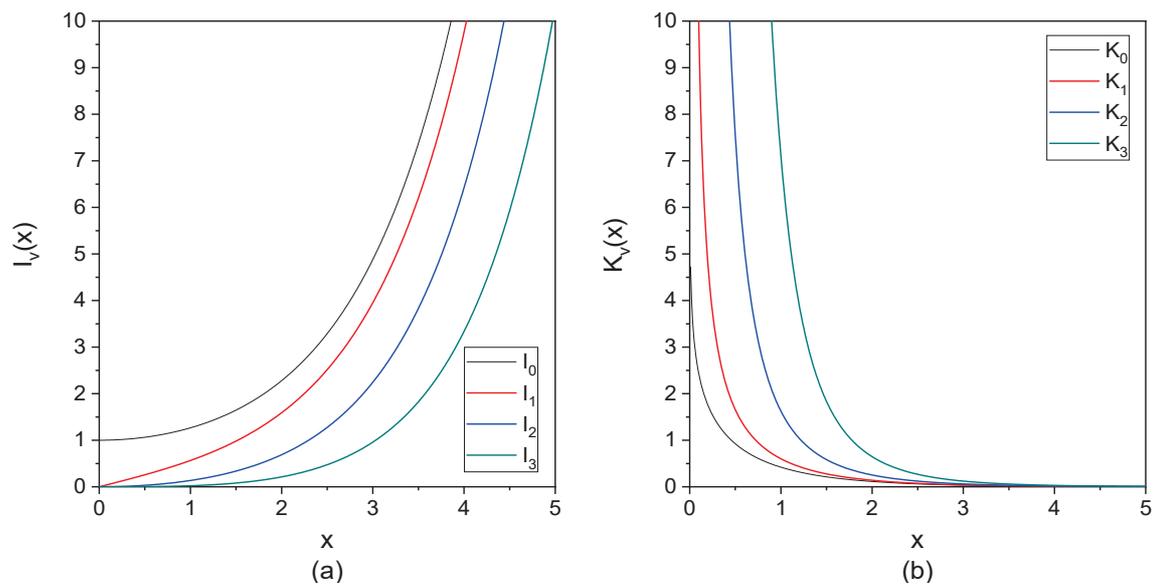
comportamento oscilatório e suas amplitudes diminuem lentamente à medida que o seu argumento aumenta.

Figura 41 – Funções de Bessel (a) de Primeira e (b) de Segunda espécie



Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 42 – Funções de Bessel Modificadas (a) de Primeira espécie e (b) de Segunda espécie



Fonte: Elaborada pelo autor.

Em relação às funções de Bessel Modificadas de Primeira e Segunda espécie, ilustradas na Figura 42, observa-se que as funções Modificadas de Primeira espécie são monotonicamente crescentes em relação ao seu argumento. Já as Modificadas de Segunda espécie são monotonicamente decrescentes em relação ao seu argumento.

Em virtude do comportamento de cada função de Bessel, é necessário entender a distribuição modal levando em consideração as condições de contorno das regiões do núcleo e da casca. Para em seguida indicar a função de Bessel que é apropriada como solução para cada região da fibra óptica.

O modo guiado deve apresentar caráter oscilatório em uma fibra óptica com perfil de índice degrau, núcleo homogêneo de índice de refração n_1 e raio a_1 e casca com índice de refração n_2 e dimensão infinita. Além disso, o modo deve ser finito na região do núcleo, especialmente quando ρ tende à zero, ou seja, na região central da fibra. Enquanto na região da casca, o modo deve decair exponencialmente à medida que ρ tende ao infinito. Na prática, as fibras ópticas são desenvolvidas com cascas suficientemente espessas para que o campo seja desprezível nessa região [12].

Assim, ocorre uma simplificação considerável da solução geral (69) ao se aplicar as condições de contorno. Visto que a função de Bessel de Segunda espécie $Y_\nu(u\rho)$ possui uma singularidade em $\rho = 0$, a solução geral (69) permanecerá finita somente se $A' = 0$. Logo, conclui-se que somente a função de Bessel de Primeira espécie $J_\nu(u\rho)$ é a solução apropriada na região do núcleo da fibra óptica. Para a região da casca, a solução $R(\rho)$ é nula no infinito somente se $C' = 0$. Desta forma, a solução correta para a região da casca é dada pela equação de Bessel Modificada de Segunda espécie $K_\nu(w\rho)$.

Por fim, a solução da equação de onda para a componente de campo longitudinal na região do núcleo e da casca de uma fibra óptica pode ser escrita como:

$$E_z = \begin{cases} AJ_\nu(u\rho)e^{iv\phi}e^{i(\omega t - \beta z)}, & \rho \leq a_1 \\ CK_\nu(w\rho)e^{iv\phi}e^{i(\omega t - \beta z)}, & \rho > a_1 \end{cases} \quad (72)$$

O mesmo método pode ser aplicado para obter a componente H_z . Logo, a solução é a mesma, porém, com diferentes constantes B e D:

$$H_z = \begin{cases} BJ_v(u\rho)e^{iv\phi}e^{i(\omega t - \beta z)}, & \rho \leq a_1 \\ DK_v(w\rho)e^{iv\phi}e^{i(\omega t - \beta z)}, & \rho > a_1 \end{cases} \quad (73)$$

Ainda, ao considerar-se que $K_v(w\rho)$ tende à zero enquanto ρ tende ao infinito, tem-se que $w > 0$. Assim, através da expressão (71) encontra-se a condição de corte $\beta \geq k_2$. Uma segunda condição pode ser estabelecida através do comportamento de $J_v(u\rho)$. Para que $R(\rho)$ seja real na região do núcleo, u também deve ser real. Logo, por meio da expressão (70) obtém-se a condição de corte $k_1 \geq \beta$. Desta maneira, a constante de propagação β de um modo guiado no núcleo de uma fibra óptica está limitada de acordo com o intervalo expresso por [12]:

$$n_2 k = k_2 \leq \beta \leq k_1 = n_1 k \quad (74)$$

onde $k = 2\pi/\lambda$ é a constante de propagação do vácuo. Dividindo a inequação (74) pela constante de propagação do vácuo k , encontra-se:

$$n_2 \leq \frac{\beta}{k} \leq n_1 \quad (75)$$

na qual a razão β/k é chamada de índice de refração efetivo do modo de propagação n_{ef} e indica a velocidade efetiva da onda na fibra óptica.

Uma vez que foram obtidas as componentes longitudinais, pode-se encontrar as componentes transversais na região do núcleo de acordo com [15]:

$$E_\rho = \frac{i}{u^2} \left(\beta \frac{\partial E_z}{\partial \rho} + \frac{\mu\omega}{\rho} \frac{\partial H_z}{\partial \phi} \right) \quad (76)$$

$$E_\phi = \frac{i}{u^2} \left(\frac{\beta}{\rho} \frac{\partial E_z}{\partial \phi} - \mu\omega \frac{\partial H_z}{\partial \rho} \right) \quad (77)$$

$$H_\rho = \frac{i}{u^2} \left(\beta \frac{\partial H_z}{\partial \rho} - \frac{\omega\varepsilon}{\rho} \frac{\partial E_z}{\partial \phi} \right) \quad (78)$$

$$H_\phi = \frac{i}{u^2} \left(\frac{\beta}{\rho} \frac{\partial H_z}{\partial \phi} + \omega\varepsilon \frac{\partial E_z}{\partial \rho} \right) \quad (79)$$

substituindo u^2 por $-w^2$, essas equações podem ser usadas na região da casca.

As equações (72), (73) e (76) a (79) descrevem o campo eletromagnético nas regiões do núcleo e da casca da fibra em termos das constantes A, B, C e D, as quais

devem ser obtidas com a aplicação da condição de contorno que requer a continuidade das componentes de \mathbf{E} e \mathbf{H} tangenciais à interface núcleo-casca. Logo, ao considerar-se a continuidade em $\rho = a_1$ para cada uma das componentes E_z , E_ϕ , H_z e H_ϕ , obtém-se a seguinte equação de autovalor [15]:

$$\left[\frac{J'_v(ua_1)}{uJ_v(ua_1)} + \frac{K'_v(wa_1)}{wK_v(wa_1)} \right] \left[\frac{J'_v(ua_1)}{uJ_v(ua_1)} + \frac{n_2^2}{n_1^2} \frac{K'_v(wa_1)}{wK_v(wa_1)} \right] = \frac{v^2}{a_1^2} \left(\frac{1}{u^2} + \frac{1}{w^2} \right) \left(\frac{1}{u^2} + \frac{n_2^2}{n_1^2} \frac{1}{w^2} \right) \quad (80)$$

na qual os termos com sobrescrito “linha” indicam a diferenciação com relação ao argumento.

Para valores de k , a_1 , n_1 e n_2 , a equação de autovalor (80), também chamada de equação característica, pode ser resolvida numericamente e assim, obter a constante de propagação β para um determinado modo de propagação. Além disso, a equação (80) pode ter várias soluções para cada valor inteiro de v . Portanto, é comum enumerar essas soluções em ordem decrescente e denotá-las por β_{vm} para um determinado v ($m = 1, 2, \dots$). Ou seja, v e m são inteiros que designam as soluções modais. Por fim, cada valor de β_{vm} corresponde a um modo de propagação do campo óptico, cuja distribuição de campo é dada pelas equações (72), (73), (76) a (79) [20].

APÊNDICE B – Relação de Dispersão: Modelo de Três Camadas

Pode-se obter de forma exata os modos de casca HE e EH de acordo com a relação de dispersão [35,39]:

$$\xi_0 = \xi'_0 \quad (81)$$

a qual é definida pelas expressões [35,39]:

$$\xi_0 = \frac{1}{\sigma_2} \frac{u_2 \left(JK + \frac{\sigma_1 \sigma_2 u_{21} u_{32}}{n_2^2 a_1 a_2} \right) p_V(a_2) - K q_V(a_2) + J r_V(a_2) - \frac{1}{u_2} s_V(a_2)}{-u_2 \left(\frac{u_{32}}{n_2^2 a_2} J - \frac{u_{21}}{n_1^2 a_1} K \right) p_V(a_2) + \frac{u_{32}}{n_1^2 a_2} q_V(a_2) + \frac{u_{21}}{n_1^2 a_1} r_V(a_2)} \quad (82)$$

$$\xi'_0 = \sigma_1 \frac{u_2 \left(\frac{u_{32}}{a_2} J - \frac{n_3^2 u_{21}}{n_2^2 a_1} K \right) p_V(a_2) - \frac{u_{32}}{a_2} q_V(a_2) - \frac{u_{21}}{a_1} r_V(a_2)}{u_2 \left(\frac{n_3^2}{n_2^2} J K + \frac{\sigma_1 \sigma_2 u_{21} u_{32}}{n_1^2 a_1 a_2} \right) p_V(a_2) - \frac{n_3^2}{n_1^2} K q_V(a_2) + J r_V(a_2) - \frac{n_2^2}{n_1^2 u_2} s_V(a_2)} \quad (83)$$

em que:

$$\sigma_1 = \frac{ivn_{ef}}{Z_0} \quad (84)$$

$$\sigma_2 = ivn_{ef} Z_0 \quad (85)$$

$$u_1 = \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{n_1^2 - n_{ef}^2} \quad (86)$$

$$u_2 = \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{n_2^2 - n_{ef}^2} \quad (87)$$

$$w_3 = \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{n_{ef}^2 - n_3^2} \quad (88)$$

$$u_{21} = \frac{1}{u_2} - \frac{1}{u_1} \quad (89)$$

$$u_{32} = \frac{1}{w_3^2} + \frac{1}{u_2^2} \quad (90)$$

$$J = \frac{1}{2} \left(\frac{J_{v-1}(u_1 a_1) - J_{v+1}(u_1 a_1)}{u_1 J_v(u_1 a_1)} \right) \quad (91)$$

$$K = -\frac{1}{2} \left(\frac{K_{v-1}(w_3 a_2) + K_{v+1}(w_3 a_2)}{w_3 K_v(w_3 a_2)} \right) \quad (92)$$

$$p_v(r) = J_v(u_2 r) Y_v(u_2 a_1) - J_v(u_2 a_1) Y_v(u_2 r) \quad (93)$$

$$q_v(r) = \frac{1}{2} \{ J_v(u_2 r) [Y_{v-1}(u_2 a_1) - Y_{v+1}(u_2 a_1)] - Y_v(u_2 r) [J_{v-1}(u_2 a_1) - J_{v+1}(u_2 a_1)] \} \quad (94)$$

$$r_v(r) = \frac{1}{2} \{ Y_v(u_2 a_1) [J_{v-1}(u_2 r) - J_{v+1}(u_2 r)] - J_v(u_2 a_1) [Y_{v-1}(u_2 r) - Y_{v+1}(u_2 r)] \} \quad (95)$$

$$s_v(r) = \frac{1}{4} \{ [J_{v-1}(u_2 r) - J_{v+1}(u_2 r)] [Y_{v-1}(u_2 a_1) - Y_{v+1}(u_2 a_1)] - [J_{v-1}(u_2 a_1) - J_{v+1}(u_2 a_1)] [Y_{v-1}(u_2 r) - Y_{v+1}(u_2 r)] \} \quad (96)$$

Nas equações (84) a (96), $Z_0 = \sqrt{\mu_0/\epsilon_0} = 377 \Omega$ é a impedância eletromagnética no vácuo.