

UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA
ICE/ENGENHARIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MODELAGEM
COMPUTACIONAL

Samuel Oliveira de Almeida

**Aquecimento eletromagnético aplicado à recuperação avançada de óleo e ao
armazenamento de energia limpa**

Juiz de Fora

2022

Samuel Oliveira de Almeida

Aquecimento eletromagnético aplicado à recuperação avançada de óleo e ao armazenamento de energia limpa

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Modelagem Computacional da Universidade Federal de Juiz de Fora como requisito parcial à obtenção do título de Doutor em Modelagem Computacional.

Orientador: Prof. Dr. Grigori Chapiro

Juiz de Fora

2022

Ficha catalográfica elaborada através do Modelo Latex do CDC da UFJF
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

Almeida, Samuel Oliveira de.

Aquecimento eletromagnético aplicado à recuperação avançada de óleo e
ao armazenamento de energia limpa / Samuel Oliveira de Almeida. – 2022.
76 f. : il.

Orientador: Grigori Chapiro

Tese (Doutorado) – Universidade Federal de Juiz de Fora,
ICE/Engenharia. Programa de Pós-Graduação em Modelagem Compu-
tacional, 2022.

1. Aquecimento Eletromagnético. 2. Armazenamento de energia limpa.
3. Recuperação avançada de óleo. 4. Equações Diferenciais Parciais. I.
Chapiro, Grigori, orient. II. Título.

Samuel Oliveira de Almeida

Aquecimento eletromagnético aplicado a recuperação avançada de óleo e ao armazenamento de energia limpa

Tese apresentada
ao Programa de Pós-
Graduação em
Modelagem
Computacional
da Universidade
Federal de Juiz de
Fora como requisito
parcial à obtenção do
título de Doutor em
Modelagem
Computacional. Área
de concentração:
Modelagem
Computacional.

Aprovada em 31 de março de 2022.

BANCA EXAMINADORA

Prof(a)Dr(a). Grigori Chapiro - Orientador
Universidade Federal de Juiz de Fora

Prof(a)Dr(a). Pacelli Lídio José Zitha
Technische Universiteit Delft

Prof(a)Dr(a). Dan Marchesin
Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada

Prof(a)Dr(a). Eduardo Cardoso de Abreu
Universidade Estadual de Campinas

Prof(a)Dr(a). Jorge Oscar de Sant'Anna Pizarro

Consultor Independente

Juiz de Fora, 16/03/2022.



Documento assinado eletronicamente por **Grigori Chapiro, Professor(a)**, em 31/03/2022, às 12:19, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Eduardo Cardoso de Abreu, Usuário Externo**, em 31/03/2022, às 12:21, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Pacelli Lídio José Zitha, Usuário Externo**, em 31/03/2022, às 12:42, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **JORGE OSCAR DE SANT'ANNA PIZARRO, Usuário Externo**, em 31/03/2022, às 14:14, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Dan Marchesin, Usuário Externo**, em 01/04/2022, às 11:16, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no Portal do SEI-Ufjf (www2.ufjf.br/SEI) através do ícone Conferência de Documentos, informando o código verificador **0713109** e o código CRC **39D17F7E**.

Dedico este trabalho à minha família.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente aos meus pais, Silvério e Maria de Lourdes, por toda dedicação e empenho.

Aos meus irmãos, Cristiano e Selmar, e a minha irmã Sonimar que estiveram sempre ao meu lado.

Ao meu orientador, Grigori Chapiro, que sempre me incentivou e acreditou no meu potencial, desde os saudosos tempos de graduação.

Ao Programa de Pós-Graduação em Modelagem Computacional, que me proporcionou todo o alicerce para desenvolver e ampliar os meus conhecimentos. Sou grato à coordenação, aos professores e à secretaria que sempre me atenderam prontamente.

À Universidade Federal de Juiz de Fora, por ceder sua estrutura.

Ao Laboratório de Matemática Aplicada, que me forneceu todo aparato físico e intelectual para desenvolver a tese.

Ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Sudeste de Minas Gerais Campus Santos Dumont, por acreditar na qualificação de seus servidores em prol do desenvolvimento do ensino e da pesquisa.

À minha esposa, Monalisa, sem você nada disso seria possível.

A todos aqueles que contribuíram para esta conquista, muito obrigado!

RESUMO

A injeção de água combinada ao aquecimento eletromagnético (EM) usando micro-ondas tem um grande potencial para recuperação de óleo pesado. A energia radiante eletromagnética é absorvida pela água e convertida em calor perto do emissor. O calor é transmitido para a fase oleosa enquanto é transportado pelo meio poroso. Sob essa premissa, foi desenvolvido um modelo matemático para o problema referenciado. O modelo é resolvido numericamente usando um algoritmo escalonado, que une o Método de Elementos Finitos aplicados a uma formulação de Galerkin estabilizada com mínimos quadrados (GLS-FEM) e o Método dos Volumes Finitos de Kurganov-Tadmor (KT-FVM). Resultados numéricos foram obtidos para diferentes tipos de óleo. Para os valores dos parâmetros considerados, a técnica de aquecimento incrementa a produção de óleo em até 56% após uma injeção de 24 meses. Este incremento é inversamente proporcional ao grau API dos óleos (diretamente proporcional à viscosidade). A implementação foi validada comparando os resultados computacionais com a solução analítica do modelo simplificado, a partir da teoria das Leis de Conservação e a teoria de Sturm-Liouville. Um teste de convergência simples também foi realizada endossando nossa abordagem numérica. As abordagens analíticas e numéricas foram obtidas considerando uma geometria bidimensional com dois poços horizontais paralelos. O perfil de temperatura obtido através da solução analítica do modelo simplificado é próximo ao obtido por simulações (menor que 1,9% de erro relativo). Por outro lado, o aquecimento EM combinado à injeção de água é um método emergente para armazenar energia renovável, como energia solar fotovoltaica e eólica, em aquíferos. Investigamos como a energia capturada aumenta a temperatura de um aquífero profundo por um período de 6 meses, até o ponto da energia armazenada poder ser recuperada durante os 6 meses consecutivos. A água injetada a uma taxa de fluxo constante é aquecida simultaneamente; usando um emissor de micro-ondas de alta frequência, operando com ressonância natural da água de 2,45 GHz. O fluxo do reservatório acoplado ao aquecimento EM é descrito usando as equações de balanço de energia e de Darcy e inclui o termo fonte que explica a propagação e absorção da onda EM, modelado separadamente usando as equações de Maxwell. As equações são resolvidas numericamente pelo Método GLS-FEM. A abordagem foi validada usando dados de entrada de aquecimento EM obtidos de experimentos controlados de laboratório. Após 6 anos de armazenamento e recuperação alternados, até 77% da energia injetada é recuperada quando perdas de calor realistas são estimadas. Mesmo quando as perdas de calor são aumentadas por um fator de dois, até 69% da energia injetada é recuperada neste caso. Isso mostra que, o aquecimento EM de fundo de poço é um método altamente eficaz de armazenamento de energias renováveis, capaz de ajudar a resolver sua intermitência inerente.

Palavras-Chave: Aquecimento eletromagnético. Armazenamento de energia limpa. Recuperação avançada de óleo. Equações diferenciais parciais.

ABSTRACT

Water-flooding aided by electromagnetic heating using microwaves has a great potential for heavy oil recovery. The radiant energy is absorbed by water and converted into heat near the EM source. The heat is imparted into the oil phase while being transported deep into the porous medium. Under this premise, a model was developed. The model is solved numerically using a staggered algorithm joining Galerkin Least Square Finite Elements Method and Kurganov-Tadmor Finite Volumes Method. Numerical results were obtained for different types of oil. For the considered parameter values, the electromagnetic heating technique increments the oil production up to 56% after a 24-month injection. This increment is inversely proportional to the oils API gravity (directly proportional to viscosity). The implementation was validated by comparing computational results with the simplified model's analytical solution obtained using Conservation Laws theory and the Sturm-Liouville theory. Simple convergence analysis was also performed endorsing our numerical approach. Analytical and numerical approaches were obtained for the two-dimensional geometry with two parallel horizontal wells. The temperature profile obtained through the simplified model's analytical solution is close to the one obtained by simulations (less than 1.9% relative error). On the other hand, the water-flooding aided by electromagnetic heating is an emerging method for storing renewable energy, such as photovoltaic solar and wind electric power, into aquifers. We investigate how the captured energy increases the temperature of a prototypical deep aquifer for six month period and then to which extent the stored energy can be recovered during the consecutive six months. Water injected at a constant flow rate is simultaneously heated using a high-frequency electromagnetic microwave emitter operating at the water natural resonance frequency 2.45 GHz. The coupled reservoir flow and heating are described using Darcy's and the energy balance equations. The latter includes a source term accounting for the wave propagation and absorption, modeled separately using Maxwell's equations. The equations are solved numerically by the Galerkin Least square finite elements method. The approach was validated using EM-heating input data obtained from controlled laboratory experiments and then was applied to the aquifer. We found that, after six years of alternate storage and recovery, up to 77% of the injected energy is recovered when considering realistic heat losses estimated from field data. Even when heat losses are increased by a factor of two, up to 69% of the injected energy is recovered in this case. This shows that down-hole electromagnetic heating is a highly effective method for storing renewable energies, capable of helping to solve their inherent intermittency.

Keywords: Electromagnetic heating. Clean energy storage. Enhanced oil recovery. Partial differential equations.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

- Figura 1 – Viscosidades para quatro tipos distintos de óleos e água em função da temperatura. As simulações foram feitas considerando as densidades API dadas por $19,84^\circ$, $17,51^\circ$, $15,07^\circ$ e $13,50^\circ$ (correspondendo respectivamente às viscosidades de 200 [cP], 319 [cP], 618 [cP] e 1152 [cP] em condições de temperatura ambiente de $35^\circ C$). 25
- Figura 2 – Representação esquemática do reservatório com dois poços horizontais. 28
- Figura 3 – Representação gráfica do algoritmo escalonado utilizado nas simulações. 35
- Figura 4 – Solução analítica para distribuição de temperatura ao longo do reservatório, após seis meses de injeção. 35
- Figura 5 – Solução analítica para distribuição de saturação de água ao longo do reservatório, após seis meses de injeção. 35
- Figura 6 – Perfis de temperatura para o Experimento A (aquecimento EM sem injeção de água). As linhas contínuas representam a solução do modelo e os pontos vermelhos representam os dados obtidos por termômetros ópticos. 38
- Figura 7 – Perfis de temperatura para o Experimento B (aquecimento EM e injeção de água simultâneos). As linhas contínuas representam a solução do modelo e os pontos vermelhos representam os dados obtidos por termômetros ópticos. 38
- Figura 8 – Os perfis de temperatura (a e b) e saturações de água (c e d) para o EMA WF. Os resultados da simulação nos painéis a e c são apresentados para o período anterior ao *breakthrough* (aproximadamente 0,28 PV ou 2 meses); o mesmo nos painéis b e d após o *breakthrough*. Esta simulação usou a gravidade API do óleo $17,51^\circ$ (319 [cP] em condição padrão). 39
- Figura 9 – Recuperação acumulada do óleo (e o respectivo percentual de recuperação) durante 24 meses com injeção de água em temperatura ambiente de $35^\circ C$ (linhas tracejadas) e EMA WF (linhas sólidas). As simulações foram feitas para quatro óleos diferentes com densidades API dadas por $19,84^\circ$, $17,51^\circ$, $15,07^\circ$ e $13,50^\circ$ (correspondendo respectivamente às viscosidades 200 [cP], 319 [cP], 618 [cP] e 1152 [cP]). 40

| | |
|---|----|
| Figura 10 – Recuperação incremental de petróleo resultante do uso do EMA WF quando comparado ao uso da injeção comum de água em temperatura ambiente ($35^{\circ}C$). As simulações foram feitas para quatro óleos diferentes com densidades API dadas por $19,84^{\circ}$, $17,51^{\circ}$, $15,07^{\circ}$ e $13,50^{\circ}$ (correspondendo respectivamente às viscosidades 200 [cP], 319 [cP], 618 [cP] e 1152 [cP]). | 41 |
| Figura 11 – Fator de recuperação para injeção de água em temperatura ambiente ($35^{\circ}C$) e para o EMA WF. As simulações foram feitas para quatro óleos diferentes com densidades API dadas por $19,84^{\circ}$, $17,51^{\circ}$, $15,07^{\circ}$ e $13,50^{\circ}$ (correspondendo respectivamente às viscosidades 200 [cP], 319 [cP], 618 [cP] e 1152 [cP]). | 42 |
| Figura 12 – Recuperação incremental de óleo por EMA WF comparado a injeção de água em temperatura ambiente ($35^{\circ}C$). As simulações foram feitas para quatro óleos diferentes com densidades API dadas por $19,84^{\circ}$, $17,51^{\circ}$, $15,07^{\circ}$ e $13,50^{\circ}$ (correspondendo respectivamente às viscosidades 200 [cP], 319 [cP], 618 [cP] e 1152 [cP]). | 42 |
| Figura 13 – Representação esquemática do modelo proposto. | 43 |
| Figura 14 – Representação esquemática do armazenamento de energia proposto através do aquecimento EM. | 46 |
| Figura 15 – A distribuição de temperatura dentro do aquífero em diferentes momentos. As figuras (a) e (b) correspondem aos ciclos de armazenamento. As figuras (c) e (d) correspondem aos ciclos de recuperação. . . | 48 |
| Figura 16 – A distribuição de temperatura ao longo da seção diagonal do aquífero para diferentes tempos. Ciclos de armazenamento: (a) e (c). Ciclos de recuperação: (b) e (d). | 49 |
| Figura 17 – Comparação entre a energia EM total emitida e a energia recuperada ao longo do tempo. | 50 |
| Figura 18 – Construção do experimento em laboratório. | 53 |
| Figura 19 – O meio poroso está saturado com água (sem fluxo) e aquecido por ondas EM. Considera-se condições de Neumann nula na fronteira e condição inicial igual a temperatura ambiente $u_0 = 20$. Para o tempo medido em segundos, as linhas contínuas representam as soluções analíticas e as linhas pontilhadas os dados retirados de termômetros colocados nas distâncias 0,02 [m], 0,05 [m], 0,09 [m] e 0,14 [m]. | 54 |
| Figura 20 – Representação gráfica do testemunho descrito no experimento laboratorial. | 55 |

| | |
|---|----|
| Figura 21 – Aquecimento eletromagnético para meio poroso saturado com água. Condição inicial dada pela temperatura ambiente $\theta_0 = 20^\circ C$ e condição de fronteira de Neumann nula nas extremidades do cilindro. Perdas térmicas na casca do cilindro foram consideradas, caracterizando a condição de fronteira de Robin dada por $\mathbf{n} \cdot \nabla \mathbf{u} = C_{ter}(u(r_0, z) - u_0)$ | 59 |
| Figura 22 – Nesta figura, os pontos vermelhos representam os dados obtidos pelos termômetros colocados no meio poroso, a linha pontilhada representa o modelo proposto em (PAZ et al., 2017) e a linha contínua representa a temperatura média para o modelo generalizado (3D) proposto nesse trabalho. | 60 |
| Figura 23 – Diferencial de Volume. | 68 |

LISTA DE TABELAS

| | |
|---|----|
| Tabela 1 – Parâmetros físicos usados nos cálculos. | 29 |
| Tabela 2 – Convergência do método numérico mostrando diferentes malhas e erros correspondentes para o campo de temperatura. | 36 |
| Tabela 3 – Convergência do método numérico mostrando diferentes malhas e correspondentes erros de saturação de água. | 36 |
| Tabela 4 – Parâmetros físicos utilizados na validação da modelagem. | 37 |
| Tabela 5 – Distância relativa L_2 entre as soluções numéricas e analíticas para a distribuição de temperatura. | 38 |
| Tabela 6 – Parâmetros físicos usados nos cálculos. | 47 |
| Tabela 7 – Comparação de quantidades relativas de energia recuperada, residual armazenada e perdida. | 51 |
| Tabela 8 – Perdas de calor no poço durante 6 meses (um ciclo de injeção). | 52 |

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

| | |
|---------|--|
| API | American Petroleum Institute |
| ATES | Aquifer Thermal Energy Storage |
| DNV | Det Norske Veritas |
| EOR | Enhanced Oil Recovery |
| EM | Electromagnetic |
| ETO | Energy Transition Outlook |
| JH | Joule Heating |
| IEA | International Energy Agency |
| EMI | Electromagnetic Induction |
| NZE | Net Zero Emissions |
| RF | Radiofrequency |
| MW | Microwave |
| ESEIEH | Effective Solvent Extraction Incorporating Electromagnetic Heating |
| GLS-FEM | Galerkin Least Square Finite Elements Method |
| KT-FVM | Kurganov-Tadmor Finite Volumes Method |
| EMA WF | Electromagnetic Heating-Assisted Water Flooding |

SUMÁRIO

| | | |
|----------|--|-----------|
| 1 | INTRODUÇÃO | 15 |
| 1.1 | MOTIVAÇÃO | 15 |
| 1.2 | REVISÃO BIBLIOGRÁFICA | 16 |
| 1.2.1 | Aquecimento eletromagnético na recuperação avançada de óleo | 16 |
| 1.2.2 | Armazenamento de energia térmica em aquíferos | 18 |
| 1.3 | METODOLOGIA | 19 |
| 1.4 | CONTRIBUIÇÕES DA TESE | 20 |
| 1.5 | ORGANIZAÇÃO DA TESE | 21 |
| 2 | UM MÉTODO PARA ANALISAR O PROCESSO DE INJEÇÃO DE ÁGUA COMBINADA AO AQUECIMENTO ELETROMAGNÉTICO PARA RECUPERAÇÃO DE ÓLEO PESADO E EXTRA-PESADO | 23 |
| 2.1 | MODELO FÍSICO | 23 |
| 2.1.1 | Equação de conservação de massa | 23 |
| 2.1.2 | Estimativa para o campo de velocidades | 23 |
| 2.1.3 | Equação de conservação de energia | 24 |
| 2.1.4 | Equações de Maxwell para campo eletromagnético | 25 |
| 2.2 | SOLUÇÕES ANALÍTICAS | 28 |
| 2.2.1 | Conservação de massa | 28 |
| 2.2.2 | Balço de energia | 30 |
| 2.2.2.1 | Problema homogêneo | 31 |
| 2.2.2.2 | Problema não homogêneo | 32 |
| 2.3 | SOLUÇÕES NUMÉRICAS | 32 |
| 2.3.1 | Método de elementos finitos aplicados a uma formulação de Galerkin estabilizada com mínimos quadrados | 33 |
| 2.3.2 | Método de volumes finitos de Kurganov-Tadmor | 33 |
| 2.3.3 | Algoritmo Escalonado | 34 |
| 2.4 | VALIDAÇÃO DA ABORDAGEM NUMÉRICA | 35 |
| 2.4.1 | Equação de balanço de energia | 35 |
| 2.4.2 | Equação de conservação de massa | 36 |
| 2.4.3 | Comparação com o experimento de laboratório | 36 |
| 2.4.4 | Comparação entre soluções analíticas e numéricas | 37 |
| 2.5 | RESULTADOS | 38 |
| 2.6 | CONCLUSÕES PARCIAIS | 40 |
| 3 | AQUECIMENTO ELETROMAGNÉTICO EM AQUÍFEROS PROFUNDOS PARA ARMAZENAMENTO DE ENERGIA . | 43 |
| 3.1 | MODELO FÍSICO | 43 |

| | | |
|-------|--|-----------|
| 3.2 | EQUAÇÕES GOVERNANTES | 44 |
| 3.3 | AQUECIMENTO ELETROMAGNÉTICO | 45 |
| 3.4 | MÉTODOS NUMÉRICOS | 46 |
| 3.5 | RESULTADOS | 46 |
| 3.5.1 | Injeção contínua de água sob aquecimento EM | 46 |
| 3.5.2 | Recuperação de energia | 48 |
| 3.5.3 | Balço de energia | 50 |
| 3.5.4 | Perdas térmicas no poço | 50 |
| 3.6 | CONCLUSÕES PARCIAIS | 52 |
| 4 | AQUECIMENTO ELETROMAGNÉTICO PARA MEIO PO- ROSO CILÍNDRICO SATURADO COM ÁGUA | 53 |
| 4.1 | DESCRIÇÃO DO EXPERIMENTO LABORATORIAL | 53 |
| 4.2 | MODELO MATEMÁTICO (3D) | 55 |
| 4.3 | SOLUÇÃO DO MODELO | 56 |
| 4.4 | RESULTADOS | 58 |
| 4.5 | CONCLUSÕES PARCIAIS | 59 |
| 5 | CONCLUSÕES GERAIS | 61 |
| | REFERÊNCIAS | 62 |
| | APÊNDICE A – DESCRIÇÃO DETALHADA DA MODELA- GEM FÍSICA | 68 |
| A.1 | FLUXO MONOFÁSICO PARA UM FLUIDO | 68 |
| A.2 | FLUXO BIFÁSICO PARA UM FLUIDO | 69 |
| A.3 | CONVECÇÃO-DIFUSÃO-REAÇÃO | 73 |

1 INTRODUÇÃO

1.1 MOTIVAÇÃO

O planeta vive uma essencial transição energética. Segundo a Agência Internacional de Energia (*International Energy Agency- IEA*), (IEA, 2021c), esse cenário é fundamental para alcançar os objetivos climáticos e de desenvolvimento sustentável e estabelecer a complexa, mas possível, diminuição das emissões de gases responsáveis pelo aquecimento global até 2050 no setor energético. Neste contexto, para atingir as emissões líquidas zero (*Net Zero Emissions-NZE*), é necessário remover uma quantidade igual de CO_2 da atmosfera à medida que liberamos nela, (IEA, 2021b). A energia limpa sustentável oriunda de painéis solares fotovoltaicos e aerogeradores é a principal responsável na efetivação da meta estabelecida no cenário NZE. Em contrapartida, o mesmo cenário necessita que as operações com combustíveis diminua entre 2020 e 2050 (IEA, 2021a), visto que, cerca de um terço das emissões de metano da atividade humana são geradas pelas operações com combustíveis fósseis. Anualmente, a IEA apresenta estudos que auxiliam o mapeamento da transição energética e o impacto do setor de energia nas emissões, e fornece recomendações e soluções aos formuladores de políticas, com base em dados precisos e análises objetivas.

O cenário NZE não é o único, mas sim, o mais otimista. A *Det Norske Veritas* (DNV) emitiu uma perspectiva de transição energética até 2050 em 10 regiões do mundo, reportadas no (*Energy Transition Outlook - ETO*), detalhes em (DNV, 2021). Segundo o estudo apresentado, carvão e gás disputam espaço entre si na indústria e no aquecimento de edifícios enquanto o petróleo é usado principalmente no setor de transporte. Somados, os combustíveis fósseis são responsáveis por cerca de 80% da energia global gerada. A análise apresentada pela DNV estima que esse valor caia um ponto percentual por ano até chegar a 50% em 2050, os outros 50% serão divididos entre as energias renováveis que saltarão dos 16% atuais para 45% da fatia e o restante ficará por conta da energia nuclear, com aumento de 1% no valor atual totalizando 5%.

Na última década, a importância das fontes de energia solar e eólica cresceram consideravelmente, devido à necessidade de reduzir as emissões de CO_2 imputáveis ao uso de hidrocarbonetos naturais. As usinas de energia solar geram quantidades substanciais de energia, mas principalmente durante o dia e no verão, e a produção de energia das turbinas eólicas depende das condições climáticas. Isso contrasta fortemente com o perfil de consumo de energia, que é maior nas partes mais tardias do dia e nas estações mais frias (DORSEY-PALMATEER, 2019). Resolver esse enigma de intermitência das energias solar e eólica é essencial para uma maior aceitação e uso dessas fontes de energia renovável.

Apesar dessa crescente exploração na geração de energia renovável, os combustíveis fósseis ainda se mantém como a principal fonte de energia. Estima-se que 30% do petróleo nos reservatórios do mundo é de petróleo convencional, com os 70% restantes formados por

betume, petróleo pesado e extra-pesado (ALBOUDWAREJ et al., 2006). Um dos desafios relacionados à injeção de água em reservatórios contendo óleos pesados e extra-pesados é a baixa eficiência de deslocamento e varrido, ocorrência do fenômeno denominado *fingering*.

Motivada pelo eminente processo de transição energética que envolve os necessários avanços no setor energético global, esta tese propõe uma modelagem matemática aplicada à duas frentes de estudos envolvendo a utilização de emissores eletromagnéticos compactos. Uma frente relacionada ao armazenamento de energia limpa (eólica/solar) em aquíferos profundos em forma de calor e outra envolvendo a recuperação de combustíveis fósseis (óleo), através da injeção de água aquecida para a diminuição da viscosidade do óleo que implica no aumento de sua mobilidade no interior do reservatório.

1.2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Nas últimas décadas, novas possibilidades para o uso de energia eletromagnética combinada à parques solares e eólicos vem sendo desenvolvidas. Os avanços tecnológicos permitem o desenvolvimento de emissores EM cada vez mais compactos e potentes que possibilitam a geração de calor diretamente no interior de reservatórios. Uma prova disso é o experimento piloto em escala reduzida envolvendo o processo de Extração Efetivo por Solvente Incorporando Aquecimento Eletromagnético (*Effective Solvent Extraction Incorporating Electromagnetic Heating - ESEIEH*), (ERA, 2017). No projeto, foi desenvolvida uma antena de alta frequência que foi instalada dentro de um invólucro dielétrico de 27,3 [cm] (10,75 in) para o aquecimento diretamente no interior do reservatório

Nas próximas seções, descrevemos o referencial teórico para duas relevantes aplicações que envolvem o aquecimento EM em reservatórios. Métodos térmicos são bem conhecidos no âmbito da recuperação avançada de óleo (*Enhanced Oil Recovery - EOR*), e diversos trabalhos apresentam o aquecimento EM como uma alternativa viável na geração de calor *in situ* para auxiliar a recuperação do óleo. Por outro lado, o uso de emissores EM para o armazenamento de energia térmica em aquíferos (*Aquifer Thermal Energy Storage - ATES*) ainda não foi explorado na literatura. Entretanto, diversos estudos analisam a eficiência de outras fontes de geração de calor. O mais comum é o uso de bombas de calor para aquecer a água previamente na superfície e em seguida injetada no interior do aquífero para armazenamento.

1.2.1 Aquecimento eletromagnético na recuperação avançada de óleo

O aquecimento eletromagnético é um método térmico não convencional, onde a radiação é convertida em energia térmica no interior do reservatório (LAKE, 1989). Este método tem várias vantagens em relação à outras técnicas térmicas. Por exemplo, a geração de calor *in situ* evita perdas térmicas nos poços de injeção. A radiação EM aquece os objetos internamente, independentemente do contato físico entre a fonte e a amostra.

Assim, a região de aquecimento é mais ampla que o perímetro do poço, evitando a geração de vapor na vizinhança do poço.

Os métodos EM são classificados em três categorias dependendo da frequência, geralmente entre 300 kHz - 300 GHz (BERA; BABADAGLI, 2015). O Aquecimento Joule (*Joule Heating* - JH), também conhecido como ôhmico ou resistivo, utiliza uma corrente elétrica alternada de baixa frequência para aquecer a água diretamente no interior do reservatório. O aquecimento de média frequência resulta no fluxo de corrente através do condutor, induzindo uma variação do campo magnético, gerando uma segunda corrente fornecendo calor. Este método também é conhecido como indução eletromagnética (*Electromagnetic Induction* - EMI). A radiação de alta frequência, conhecida como Radiofrequência ou Micro-ondas (MW), alinha o momento dipolar das moléculas com o campo elétrico em um material dielétrico. O intenso movimento molecular emite radiação de energia dissipando calor no reservatório.

O trabalho de (ALOMAIR et al., 2012), apresenta um estudo experimental em escala laboratorial comparando os três métodos de aquecimento EM. Os resultados mostram que todos os métodos aumentam significativamente a recuperação de petróleo: EMI (17,8% – 34%), seguido pelo método de alta frequência MW (24,8% – 29,4%) e finalmente o JH (10,34% – 20,79%). Nas condições dos experimentos em escala de laboratório, os autores concluíram que combinando tempo, consumo de energia e produção, o método de alta frequência é o mais vantajoso economicamente.

A primeira patente sobre o uso de ondas EM para recuperação de petróleo foi registrada em 1956 (RITCHEY, 1956). A proposta utilizou um sistema coaxial de cabos internos e tubos externos que enviavam ondas eletromagnéticas para dentro do reservatório. O trabalho de (ABERNETHY, 1976) propôs um modelo de distribuição de temperatura por aquecimento EM para um reservatório contendo água e óleo, considerando convecção e radiação em um meio poroso homogêneo. As soluções analíticas apresentaram o perfil de temperatura para ondas eletromagnéticas planas, considerando que a variação da densidade de potência do meio se distribuiu exponencialmente com uma simetria radial. Uma atenção especial ao termo de absorção de energia EM foi dada por (FANCHI, 1990), onde o autor usou as equações de Maxwell para derivar o modelo mostrando que a potência do emissor eletromagnético atenua exponencialmente em um meio homogêneo e dielétrico. No mesmo ano, (PIZARRO; TREVISAN, 1990) estudaram um modelo bifásico 2D baseado em aquecimento ôhmico, onde eletrodos foram dispostos em diferentes poços de petróleo. Os resultados numéricos compararam a produção de óleo e energia utilizada com resultados de testes de campo, estimando a recuperação incremental de óleo em 5%. Mais recentemente, modelos tridimensionais para aquecimento EM foram investigados usando o *software* COMSOL (WANG; GAO, 2019; BIENTINESI et al., 2013). O aquecimento eletromagnético trouxe uma atenção significativa no Canadá com o projeto *Effective Solvent Extraction Incorporating Electromagnetic Heating* (ESEIEH) (BERA;

BABADAGLI, 2015; SIVAKUMAR et al., 2020).

Dados de laboratório para a injeção de água combinados ao aquecimento eletromagnético de alta frequência foram comparados com as soluções analíticas encontradas através da teoria das leis de conservação e o princípio de Duhamel para o modelo de deslocamento água-óleo constituído por duas equações diferenciais, (PAZ et al., 2017). Os resultados desse trabalho mostram que o aquecimento mediante ondas EM melhoraram o deslocamento do óleo pela água.

1.2.2 Armazenamento de energia térmica em aquíferos

O aquecimento de ambientes e da água constituiu 31% e 21% da energia total consumida em edifícios e tem uma previsão de aumento de 21% em calor útil. Regiões com climas mais frios criam a maior parte da demanda de aquecimento para atividades diárias. A eficiência varia muito entre as tecnologias, de menos de 10% para a queima de madeira tradicional aberta, para mais de 300% para bombas de calor (DNV, 2021).

O aquecimento EM é uma novidade no sistema ATES. Até a presente data, nenhum trabalho envolvendo uma abordagem teórica ou experimental envolvendo esse método foi encontrado, entretanto, a bibliografia relacionada a outras fontes de geração de energia é extensa.

O sistema ATES busca aumentar a eficiência do sistema de energia armazenando água aquecida no subsolo, em comparação ou em conjunto com outros sistemas de energia, ver (DICKINSON et al., 2009). Uma das formas mais simples do sistema ATES consiste em dois poços subterrâneos que operam ciclicamente entre o verão e o inverno (SOMMER, 2015). No verão, a água fria é extraída do aquífero e geralmente utilizada para resfriamento de edifícios e processos industriais e, em seguida, é reinjetada no aquífero através do poço de armazenamento. No inverno, a direção dos fluxos de água é invertida e possibilita o aquecimento de edifícios e indústrias. As técnicas que fundamentam o ATES são baseadas na injeção de água aquecida, a maioria em reservatórios rasos, outros poucos em aquíferos médios/profundos (FLEUCHAUS et al., 2020; KALLESØE; VANGKILDE-PEDERSEN, 2019; SOMMER, 2015).

Sistemas de energia híbrida combinando fontes geotérmicas de baixa entalpia, ou seja, aquíferos com temperaturas abaixo de 90°C, com energia eólica ou solar, foram estudados por (GHAEBI; BAHADORI; SAIDI, 2014; KANGAS; LUND, 1994; KASTNER et al., 2017; SCHMIDT; MÜLLER-STEINHAGEN, 2004). As fontes geotérmicas podem potencialmente fornecer uma enorme capacidade de armazenamento de energia (BADAKHSHAN et al., 2019), enquanto aumentam a eficiência geral do fornecimento de energia (LAU et al., 2019; WILBERFORCE et al., 2019). No entanto, ainda faltam dados e modelos sobre esse processo para alta profundidade.

O aquecimento EM subsuperfície não é completamente novo (BERA; BABADAGLI,

2015; SHAFIAI; GOHARI, 2020; SIVAKUMAR et al., 2020). Ele tem sido objeto de vários estudos, principalmente no contexto de limpeza de solos poluídos (HASANVAND; GOLPARVAR, 2014), e recuperação avançada de petróleo (EOR) (CHHETRI; ISLAM, 2008; PAZ et al., 2017; PIZARRO; TREVISAN, 1990; SAHNI; KUMAR; KNAPP, 2000). No entanto, o aquecimento EM está longe de ser completamente compreendido, especialmente no contexto das fontes de energia geotérmica. Por exemplo, o impacto da propagação EM na eficiência do armazenamento de energia e o papel das perdas térmicas não foram discutidos em detalhes.

O aquecimento EM é pouco afetado pela heterogeneidade do reservatório e permite uma distribuição uniforme de calor no meio (CERUTTI et al., 2013). Além disso, o equipamento de aquecimento EM compacto e de alta eficiência permite uma instalação mais fácil dentro do poço. Os experimentos relatados em (JHA; JOSHI; SINGH, 2011) mostraram que o calor pode ser induzido de dentro para fora, enquanto (MUKHAMETSHINA; MARTYNOV, 2013) demonstrou ser possível obter aquecimento mais rápido quando comparado às técnicas térmicas tradicionais, resultando em uma menor perda térmica devido à maior penetração no meio. Em (ESKANDARI; JALALALHOSSEINI; MORTEZAZADEH, 2015), os autores relatam resultados semelhantes afirmando que o aquecimento EM é vantajoso por evitar perdas térmicas quando comparado aos métodos térmicos tradicionais como injeção de água quente (ou vapor). O estudo numérico e analítico (SOLIMAN, 1997), considerando as perdas térmicas propostas em (RUBINSTEIN, 1959), foi realizado calculando a perda de calor para estratos adjacentes por condução de calor. Da mesma forma, as perdas térmicas verticais para formações sobre e sob o meio poroso foram modeladas através da equação de difusão de calor (CARRIZALES; LAKE; JOHNS, 2010).

1.3 METODOLOGIA

De forma sintética, essa tese apresenta um método para analisar o processo de injeção de água combinada ao aquecimento eletromagnético para recuperação de óleo pesado, e para o armazenamento de energia renovável em aquíferos profundos. Os resultados foram baseados em técnicas analíticas e numéricas.

Usamos um esquema numérico eficiente baseado no Método de Elementos Finitos aplicados a uma formulação de Galerkin (*Galerkin Least Square Finite Elements Method - GLS-FEM*) (HUGHES; FRANCA; HULBERT, 1989) para resolver a Equação (2.7). O GLS-FEM possui a precisão do método Galerkin padrão, a estabilidade do método dos mínimos quadrados e é particularmente eficiente quando ocorre alta convecção ao lado de baixa difusão. No entanto, o GLS-FEM não é o mais adequado para ser utilizado para simular a equação de conservação de massa por diversos motivos, por exemplo, as descontinuidades presentes e esperadas na solução. Sob outra perspectiva, os métodos de volumes finitos são usados para resolver de forma eficiente problemas com efeitos

de convecção predominantes. O Método dos Volumes Finitos de Kurganov - Tadmor (*Kurganov - Tadmor Finite Volumes Method - KT-FVM*) (KURGANOV; TADMOR, 2000) é um esquema central, que obtém informações precisas das velocidades de propagação local. Nesta premissa, usamos KT-FVM para resolver a Equação (2.1).

Um algoritmo escalonado é empregado para resolver o sistema (2.1)-(2.7) de equações diferenciais parciais desacoplando-o em subsistemas resolvidos sequencialmente. Este esquema é comumente usado no caso em que as equações expressam físicas diferentes. Mais detalhes sobre métodos escalonados podem ser encontrados em (SETTARI; WALTERS, 2001). A evolução no tempo segue o método implícito de Euler, veja (STRIKWERDA J., 1989), enquanto a malha representativa foi gerada a partir da triangulação de Delaunay. As simulações foram realizadas usando o software MATLAB.

Soluções analíticas para a versão simplificada do modelo proposto foram estudadas, onde a influência da temperatura na mobilidade dos fluidos foi desprezada, que equivale a considerar equações desacopladas. A solução da equação de conservação de massa (2.1) foi obtida usando a teoria das Leis de Conservação, onde a solução de umas das equações é obtida como um ponto tangente da função de fluxo parcial de Buckley-Leverett seguindo o método clássico de características (LEVEQUE, 1992), ou a construção da solução entrópica de Oleinik (SMOLLER, 1994). O ponto de tangência foi obtido de forma a satisfazer a condição Rankine-Hugoniot, (SMOLLER, 1994). A equação de balanço de energia (2.7) foi resolvida segundo a teoria de Sturm-Liouville e as séries de Fourier, que permitiam a solução de modo simples em forma de séries com alta taxa de convergência. Essa solução se destaca por poder ser aplicada à problemas que envolvem domínios limitados, retratando mais fielmente a realidade de experimentos em escala de laboratório como o descrito em (PAZ et al., 2017) ou estudos de campo como os realizados em (PIZARRO; TREVISAN, 1990). Os detalhes das soluções analíticas podem ser encontrados na Seção 2.2.

Um teste de convergência simples também foi realizada endossando nossa abordagem numérica. Comparamos a solução do caso simplificado com a simulação numérica do sistema completo (acoplado). Por fim, foi feita a comparação com os dados experimentais, evidenciando que a abordagem proposta captura o comportamento qualitativo correto da injeção de água auxiliada por aquecimento EM.

1.4 CONTRIBUIÇÕES DA TESE

Como resultado direto desta tese as seguintes contribuições foram geradas em ordem cronológica:

- ALMEIDA, S. O. d.; CHAPIRO, G. Aquecimento eletromagnético para meio poroso cilíndrico saturado com água. In: CONGRESSO NACIONAL DE MATEMÁTICA APLICADA E COMPUTACIONAL, 38., 2018, Campinas. **Proce-**

eding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics. São Paulo: SBMAC, 2018. v. 6, n. 2, p. n.p. Disponível em: <https://doi.org/10.5540/03.2018.006.02.0255>.

- ALMEIDA, S. O. d.; CHAPIRO, G.; ZITHA, P. L. J. A method for analyzing electromagnetic heating assisted water flooding process for heavy oil recovery. **Transport in Porous Media**, Springer Netherlands, [S.l.], 2021. Disponível em: <https://doi.org/10.1007/s11242-021-01689-w>.
- ALMEIDA, S. O. d.; CHAPIRO, G.; ZITHA, P. L. J. Down-hole electromagnetic heating of deep aquifers for renewable energy storage. **Energies**, MPDI, [S.l.], v. 15, n. 11, p. n.p., 2022. Disponível em: <https://www.mdpi.com/1996-1073/15/11/3982>.

1.5 ORGANIZAÇÃO DA TESE

Para elucidar a tese, apresentamos cada contribuição listada acima em forma de capítulos.

No Capítulo 2 é apresentada uma aplicação do aquecimento EM de alta frequência como uma alternativa de método térmico para a recuperação avançada de óleo. O novo modelo estende a injeção de água, combinado com aquecimento EM, conforme descrito em (PAZ et al., 2017), para o caso bidimensional com diferentes configurações geométricas. Para isso, modelamos a absorção de energia EM usando as equações de Maxwell de forma semelhante a (BIENTINESI et al., 2013; FANCHI, 1990; WANG; GAO, 2019), e utilizamos a teoria de Lambert-Beer (AYAPPA et al., 1991a; AYAPPA et al., 1991b; HIPPEL, 1954) relacionando a intensidade da energia elétrica com o campo de potência de incidência emitida. O sistema é completado com a lei de conservação da massa de água. O estudo dos campos de velocidade e pressão segue a Lei de Darcy (CHEN; HUAN; MA, 2006; DARCY, 1856) e a dependência da viscosidade com a temperatura do reservatório é obtida através de relações presentes em (VISWANATH et al., 2007).

No Capítulo 3 é apresentado o aquecimento EM como uma proposta inovadora incorporada ao sistema ATES. A modelagem matemática proposta é semelhante ao capítulo anterior, e destaca-se por analisar as perdas térmicas no poço injetor/extrator enfatizando a aplicabilidade em aquíferos profundos, onde altas temperaturas podem ser alcançadas por intermédio dos emissores de ondas EM.

No Capítulo 4 é apresentada uma extensão do modelo unidimensional descrito em (PAZ et al., 2017). O modelo proposto se destaca por apresentar uma modelagem tridimensional baseada em coordenadas cilíndricas considerando simetria radial, e descreve um dos experimentos em escala de laboratório analisados em (PAZ et al., 2017). No caso específico, o testemunho em formato cilíndrico foi saturado com água e posteriormente aquecido por ondas EM. A solução analítica envolvendo séries de Fourier e a Teoria de

Sturm-Liouville é apresentada para o domínio limitado com perdas térmicas envolto ao testemunho.

No Capítulo 5 são apontadas as conclusões gerais.

2 UM MÉTODO PARA ANALISAR O PROCESSO DE INJEÇÃO DE ÁGUA COMBINADA AO AQUECIMENTO ELETROMAGNÉTICO PARA RECUPERAÇÃO DE ÓLEO PESADO E EXTRA-PESADO

Este capítulo apresenta um modelo matemático que descreve a injeção de água combinada ao aquecimento eletromagnético (EMA WF) na recuperação de óleo pesado. O modelo pode ser considerado como uma extensão bidimensional do usado em (PAZ et al., 2017), com absorção de energia EM, modelada através das equações de Maxwell. No capítulo, é apresentada a solução analítica para um caso mais simples envolvendo as equações diferenciais que descrevem o fenômeno físico e, em seguida, a solução numérica para o problema não linear completo. O capítulo termina apresentando os resultados obtidos pelo método e as conclusões parciais com mais detalhes sobre a modelagem matemática, que podem ser encontrados no Apêndice A. Os resultados apresentados neste capítulo estão em (ALMEIDA; CHAPIRO; ZITHA, 2021).

2.1 MODELO FÍSICO

2.1.1 Equação de conservação de massa

Consideramos um meio poroso totalmente saturado ($S_w + S_o = 1$) com as fases água S_w e óleo S_o , imiscíveis. Os efeitos da pressão capilar ($dp_c/dS_w = 0$) são desprezados. Seguindo (CHEN; HUAN; MA, 2006), escrevemos a equação de balanço de massa para a fase aquosa como:

$$\phi \partial_t S_w + \nabla \cdot (f_w \mathbf{u}) = 0, \quad (2.1)$$

onde ϕ é a porosidade, \mathbf{u} a velocidade de Darcy e f_w é a função de fluxo fracionário (BROOKS; COREY, 1964), escrita como:

$$f_w = \frac{\lambda_w}{\lambda_w + \lambda_o}, \quad \text{onde} \quad \lambda_w = \frac{k_w}{\nu_w} \quad \text{e} \quad \lambda_o = \frac{k_o}{\nu_o}. \quad (2.2)$$

λ_w e λ_o são as mobilidades da fase aquosa e da fase oleosa; elas dependem das viscosidades dinâmicas ν_w , ν_o e das permeabilidades relativas k_w , k_o dadas pelo modelo quadrático de Corey-Brooks:

$$k_o = k k_{ro}^0 (1 - S)^2 \quad \text{e} \quad k_w = k k_{rw}^0 S^2, \quad \text{onde} \quad S = \frac{S_w - S_{wc}}{1 - S_{wc} - S_{or}}, \quad (2.3)$$

onde S_{wc} e S_{or} são as saturações da água conata e do óleo residual respectivamente, e ainda, k_{rw}^0 e k_{ro}^0 são pontos finais para permeabilidades relativas de água e óleo, respectivamente.

2.1.2 Estimativa para o campo de velocidades

O campo de velocidade \mathbf{u} (ver Equação (2.1)) é obtido da lei de Darcy (DARCY, 1856; WHITAKER, 1966). Assumindo escoamento incompressível, em regime permanente

e desprezando a pressão capilar, segue-se que:

$$\nabla \cdot (\lambda \nabla p) = 0, \quad (2.4)$$

onde $\lambda = \lambda_w + \lambda_o$ é a mobilidade total do fluido e p é a pressão local no reservatório. Para relacionar temperatura e viscosidade, usamos as seguintes leis de potência: a viscosidade da água, em função da temperatura θ , é dada por (VISWANATH et al., 2007):

$$\log \nu_w = -4,53 + \frac{-220,57}{(149,39 - \theta)}. \quad (2.5)$$

Além da temperatura, a viscosidade do óleo depende fortemente do grau API¹ (ALOMAIR; ELSHARKAWY; ALKANDARI, 2014):

$$\ln(\ln(\nu_o)) = 0,075 + \frac{5,765}{\ln(API)} - 0,001(1,8\theta - 32)\ln((1,8\theta - 32)). \quad (2.6)$$

Esta função foi validada para quatro valores diferentes de densidade API em (ALOMAIR; ELSHARKAWY; ALKANDARI, 2014), que usamos em nossas simulações. A Figura 1 mostra a viscosidade dessas amostras de óleo e a viscosidade da água em função da temperatura.

2.1.3 Equação de conservação de energia

Seguindo (CHEN; HUAN; MA, 2006), escrevemos a equação do balanço de energia total como:

$$C_t(S_w)\partial_t\theta + C_l(S_w)\mathbf{u} \cdot \nabla\theta = K_t(S_w)\Delta\theta + W. \quad (2.7)$$

Seguindo (PAZ et al., 2017), os coeficientes na Equação (2.7) podem ser descritos como calor específico total do sistema ($C_t(S_w)$), o calor específico total dos fluidos ($C_l(S_w)$), a condutividade térmica total do sistema ($K_t(S_w)$), e a fonte total de energia eletromagnética (W). Como em (PAZ et al., 2017), escrevemos estes coeficientes da seguinte forma:

$$C_t(S_w) = (\rho_w\phi S_w + \rho_o\phi(1 - S_w)c_o + \rho_s(1 - \phi)c_s), \quad (2.8)$$

$$C_l(S_w) = ((\rho_w c_w - \rho_o c_o)S_w + \rho_o c_o), \quad (2.9)$$

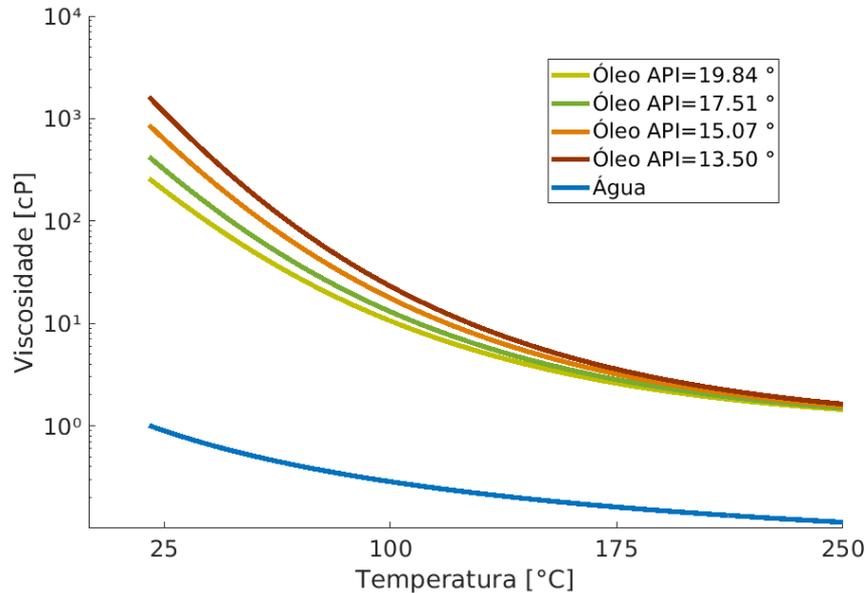
$$K_t(S_w) = \phi((K_w - K_o)S_w + K_o + K_s(1 - \phi)), \quad (2.10)$$

onde K_β é a condutividade térmica, c_β é o calor específico, ρ_β é a densidade, o subíndice $\beta = w, o, s$ refere-se a água, óleo, e sólido. Por simplicidade, consideramos esses três coeficientes constantes. Na Tabela 1, apresentamos seus valores estimados considerando $S_w = 1$.

A fonte de energia EM representada por W na Equação (2.7) é derivada na próxima subseção.

¹ O Grau API é uma escala hidrométrica criada pelo American Petroleum Institute (API), ela é utilizada para medir a densidade relativa de óleos e derivados, e como o petróleo se trata de um óleo viscoso, podemos usá-la para classificá-lo. A escala API é medida em graus e permite definir o petróleo como: leve; médio; pesado; extra-pesado. Quanto menor for o Grau API de um óleo, maior é sua viscosidade.

Figura 1 – Viscosidades para quatro tipos distintos de óleos e água em função da temperatura. As simulações foram feitas considerando as densidades API dadas por 19, 84°, 17, 51°, 15, 07° e 13, 50° (correspondendo respectivamente às viscosidades de 200 [cP], 319 [cP], 618 [cP] e 1152 [cP] em condições de temperatura ambiente de 35°C).



Fonte: O autor (2021).

2.1.4 Equações de Maxwell para campo eletromagnético

Nesta seção, derivamos a função de absorção de energia EM (termo fonte na Eq. (2.7)). A propagação de ondas eletromagnéticas é descrita através das equações de Maxwell (SADIKO, 2014; STRATTON, 1941):

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\partial_t \mathbf{B}, \quad \text{Lei de Faraday,} \quad (2.11)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \partial_t \mathbf{D}, \quad \text{Lei de Ampère,} \quad (2.12)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = p_\nu, \quad \text{Lei de Gauss,} \quad (2.13)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \quad \text{Lei de Gauss para o magnetismo.} \quad (2.14)$$

As funções \mathbf{E} e \mathbf{H} representam intensidades de campos elétricos e magnéticos, os parâmetros \mathbf{D} e \mathbf{B} são densidades de fluxos eletromagnéticos e magnéticos. Os parâmetros p_ν e \mathbf{J} são a densidade volumétrica de carga e a densidade de correntes elétricas. Os dois últimos são devidos a emissores de MW eletromagnéticos. Assumindo que todas as propriedades são isotrópicas, podemos descrever fluxos e intensidades de campo:

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \mathbf{E} = \varepsilon \mathbf{E}, \quad (2.15)$$

$$\mathbf{B} = \mu(\mathbf{H} + \mathbf{M}), \quad (2.16)$$

onde ε_0 e μ são permissividade elétrica e permeabilidade magnética, ambas no vácuo, ε_r é a permissividade elétrica relativa do meio, \mathbf{M} é a magnetização do material, que pode ser

considerada nula no caso da água. Assumindo que a fonte externa é aplicada no limite médio, a corrente de deslocamento envolvida na equação de Maxwell pode ser determinada usando:

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E}, \quad (2.17)$$

onde σ é a condutividade do meio.

As equações de Maxwell são simplificadas assumindo que a variação do campo é periódica ou senoidal ao longo do tempo. Esta suposição é razoável para os transmissores de micro-ondas de ondas de alta frequência, veja (SADEGHI; HASSANZADEH; HARDING, 2017). Portanto, as principais variáveis dependem do termo $e^{j\omega t}$ (fasor), onde ω é a frequência angular, t é o tempo e j é a unidade imaginária. As equações de Maxwell (2.11)-(2.14) tornam-se:

$$\nabla \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{E} \\ \mathbf{H} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \nabla \times \begin{bmatrix} \mathbf{E} \\ \mathbf{H} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} j\omega\mu\mathbf{H} \\ (\sigma + j\omega\varepsilon)\mathbf{E} \end{bmatrix}. \quad (2.18)$$

Usando a identidade $\nabla \times (\nabla \times \mathbf{I}) = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{I}) - \nabla^2 \mathbf{I}$, as Equações (2.11)-(2.14) são reescritas na forma de Equação de Helmholtz:

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \gamma^2 \mathbf{E} = 0, \quad (2.19)$$

$$\nabla^2 \mathbf{H} - \gamma^2 \mathbf{H} = 0, \quad (2.20)$$

onde a constante de propagação é $\gamma = \alpha + j\beta$, α é o fator de atenuação (coeficiente de absorção) e β é a constante de fase (número de onda). Essas constantes são calculadas pelas seguintes expressões:

$$\alpha = \sqrt{\frac{\mu\varepsilon}{2} \left[\sqrt{1 + \left(\frac{\sigma}{\mu\varepsilon}\right)^2} - 1 \right]}, \quad (2.21)$$

$$\beta = \sqrt{\frac{\mu\varepsilon}{2} \left[\sqrt{1 + \left(\frac{\sigma}{\mu\varepsilon}\right)^2} + 1 \right]}. \quad (2.22)$$

Considerando o campo magnético circulando tangente à direção do ângulo de azimute e o campo elétrico na direção z , então a onda EM se propaga com simetria radial a partir do emissor EM. As equações de Helmholtz (2.19) e (2.20) podem ser resolvidas usando a função de Bessel do primeiro tipo, resultando:

$$\mathbf{E} = E_0 H_0^1(j\gamma r) \mathbf{a}_z \quad (2.23)$$

e

$$\mathbf{H} = \frac{E_0}{\eta} H_0^1(j\gamma r) \mathbf{a}_\theta, \quad (2.24)$$

onde E_0 é a magnitude do campo elétrico na entrada, H_0 é a magnitude do campo magnético na entrada e $\eta = E_0/H_0$ é a impedância intrínseca do meio. Nas seguintes

simulações, a função H_0^1 é aproximada usando a forma assintótica da função de Hankel (JENSEN et al., 2011):

$$H_0^1(j\gamma r) \approx \sqrt{\frac{2}{\pi j\gamma r}} e^{-\gamma r - j\pi/4}. \quad (2.25)$$

A impedância do meio complexo é dada por:

$$\eta = |\eta| e^{j\vartheta_\eta} = \sqrt{\frac{j\omega\mu}{\sigma + j\omega\varepsilon}}, \quad (2.26)$$

onde a magnitude da impedância é $|\eta| = \sqrt{\mu}/\sqrt{\varepsilon}(1 + (\sigma/\omega\varepsilon)^2)^{1/4}$ e a impedância de fase é dada por $\vartheta_\eta = 0.5 \arctan(\sigma/\omega\varepsilon)$.

O Teorema de Poynting afirma que a energia que flui de um determinado volume é igual à taxa de decaimento da energia armazenada, menos as perdas ôhmicas, veja (SADIKO, 2014). A partir da definição do vetor Poynting $\wp = \mathbf{E} \times \mathbf{H}$, calculamos a média do vetor Poynting instantâneo sobre o período $\tau = 2\pi/\omega$:

$$\wp_{ave} = \frac{1}{\tau} \int_0^\tau \mathbf{E} \times \mathbf{H} dt = \frac{1}{2} \text{Re}(\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*), \quad (2.27)$$

onde \mathbf{H}^* é o conjugado complexo de \mathbf{H} . Substituindo as definições (2.23) e (2.24) em (2.27) resulta:

$$\wp_{ave} = \frac{E_0^2}{\pi|\eta|\gamma} \frac{e^{-2\alpha r}}{r} \cos(\vartheta_\eta) \mathbf{a}_r, \quad (2.28)$$

onde \mathbf{a}_r é o vetor unitário da direção de propagação da onda.

Assumimos que o fluxo efetivo que entra no meio é dado por (P_0/A) , onde P_0 é a potência de incidência e $A = (2\pi r_w h)$ é a área da seção transversal normal à direção radial de um cilindro circular reto, com r_w o raio do poço e h é a espessura (radial), veja a Figura 2. Assim, o vetor Poynting médio (2.28) na direção \mathbf{a}_r é escrito como:

$$\frac{P_0}{2\pi r_w h} \mathbf{a}_r = \frac{E_0^2}{\pi|\eta|\gamma} \frac{e^{-2\alpha r_w}}{r_w} \cos(\vartheta_\eta) \mathbf{a}_r, \quad (2.29)$$

e segue que

$$E_0^2 \mathbf{a}_r = \frac{P_0 |\eta| \gamma}{2h \cos(\vartheta_\eta)} e^{2\alpha r_w} \mathbf{a}_r. \quad (2.30)$$

Substituindo (2.30) em (2.28) temos

$$\wp_{ave} = \frac{P_0}{2\pi h} \frac{e^{-2\alpha(r-r_w)}}{r} \mathbf{a}_r. \quad (2.31)$$

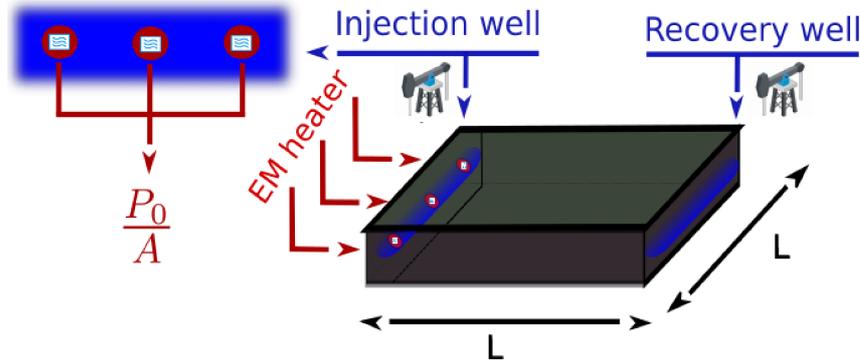
Por fim, a dissipação de calor volumétrica do aquecimento EM dada em (STRATTON, 1941)

$$W = -\nabla \cdot \wp_{ave}, \quad (2.32)$$

pode ser escrita como:

$$W = \frac{P_0}{2\pi h} \left(\frac{2\alpha}{r} + \frac{1}{r^2} \right) e^{-2\alpha(r-r_w)}. \quad (2.33)$$

Figura 2 – Representação esquemática do reservatório com dois poços horizontais.



Fonte: O autor (2021).

Observe que negligenciando o termo quadrático em (2.33) recuperamos o termo fonte EM comumente presente na literatura (ABERNETHY, 1976; SADEGHI; HASSANZADEH; HARDING, 2017; SADIKO, 2014; SAHNI; KUMAR; KNAPP, 2000). Há duas razões pelas quais consideramos este termo quadrático, primeiramente, o valor de α dado em (3.8) é pequeno, veja a Tabela 1. Em segundo lugar, observamos que a maior parte da energia é absorvida pelo meio poroso na vizinhança do poço equipado com aquecedor EM. Assim é importante considerar este fenômeno para pequenos valores de r .

2.2 SOLUÇÕES ANALÍTICAS

Buscamos agora soluções analíticas para a versão simplificada do sistema (2.1-2.7). Desprezamos a influência da temperatura na mobilidade dos fluidos, o que equivale a considerar equações desacopladas. Posteriormente, comparamos a solução deste caso simplificado com a simulação numérica do sistema completo (acoplado), descrita no Capítulo 2.3.

2.2.1 Conservação de massa

Consideramos a versão simplificada da Equação (2.1) assumindo a velocidade do fluxo apenas na direção x ($u = (u_1, 0)$):

$$\partial_t S_w + \partial_x (u_1 f(S_w)) / \phi = 0. \quad (2.34)$$

A solução da Equação (2.34) é obtida como um ponto tangente S_w^* à função de fluxo parcial de Buckley-Leverett $f(S_w)$ seguindo o método clássico de características (LEVEQUE, 1992), ou a construção da solução entrópica Oleinik (SMOLLER, 1994). O ponto S_w^* deve satisfazer a condição Rankine-Hugoniot (2.35) para a velocidade de choque (SMOLLER, 1994), isto é:

$$f(S_w^*) - f(S_w^r) = \partial_{S_w} (f(S_w^*)) (S_w^* - S_w^r). \quad (2.35)$$

Tabela 1 – Parâmetros físicos usados nos cálculos.

| Símbolo | Quantidade física | Valor | Unidade |
|-----------------|--|-------------------------|------------------------|
| α | absorção energética da água | $4,185 \times 10^{-1}$ | [1/m] |
| ε_0 | permissividade elétrica a vácuo | $8,854 \times 10^{-12}$ | [F/m] |
| ε | permissividade elétrica média | 81 | [F/m] |
| θ_0 | temperatura inicial | 308,15 | [K] |
| k_{ro}^0 | ponto final da permeabilidade relativa do óleo | 0,75 | [-] |
| k_{rw}^0 | ponto final da permeabilidade relativa da água | 0,25 | [-] |
| k | permeabilidade | 500 | [mD] |
| μ_0 | permeabilidade magnética a vácuo | $4\pi \times 10^{-7}$ | [H/m] |
| μ_r | permeabilidade magnética do meio | 1 | [H/m] |
| ν_w | viscosidade da água | Eq. (2.5) | [cP] |
| ν_o | viscosidade do óleo | Eq. (2.6) | [cP] |
| ϕ | porosidade | 0,22 | [-] |
| ρ_o | densidade do óleo | $0,83 \times 10^3$ | [Kg/m ³] |
| ρ_s | densidade do meio poroso | $2,65 \times 10^3$ | [Kg/m ³] |
| ρ_w | densidade da água | 997 | [Kg/m ³] |
| σ | condutividade do meio | 0,02 | [S/m] |
| ω | frequência angular | $2\pi f$ | [rad/s] |
| c_o | calor específico do óleo | $2,00 \times 10^3$ | [J/Kg·K] |
| c_s | calor específico do meio poroso | $0,92 \times 10^3$ | [J/Kg·K] |
| c_w | calor específico da água | $4,20 \times 10^3$ | [J/Kg·K] |
| f | frequência | 2,45 | [GHz] |
| h | espessura do reservatório | 1 | [m] |
| r_w | raio do poço | 0,135 | [m] |
| A | área transversal de incidência EM | 0,82 | [m ²] |
| C_t | calor específico do sistema | 2,82 | [MJ/m ³ ·K] |
| C_l | calor específico total do fluido | 4,19 | [MJ/m ³ ·K] |
| K_t | condução térmica total do sistema | 1,92 | [W/m·K] |
| $L_{1,2}$ | comprimento e largura do reservatório | 50 | [m] |
| K_s | condutividade térmica do meio poroso | 2,30 | [W/m·K] |
| K_w | condutividade térmica da água | 0,58 | [W/m·K] |
| K_o | condutividade térmica do óleo | 0,14 | [W/m·K] |
| P | potência do emissor EM | 250 | [kW] |
| S_{or} | saturação residual da água | 0,35 | [-] |
| S_{wc} | saturação da água conata | 0,10 | [-] |

Fonte: O autor (2021).

Para a configuração de injeção de água, a função f é convexa no intervalo (S_w^r, S_w^*) e côncava em (S_w^*, S_w^l) . Assim, a solução de (2.34) é uma solução clássica de Buckley-Leverett de um choque, seguido de uma onda de rarefação:

$$S_w(x, y, t) = \begin{cases} S_w^l & x \leq t\partial_t f(S_w^l), \\ \left(t\partial_t f(x/t, y)\right)^{-1} & t\partial_t f(S_w^l) < x < t\partial_t f(S_w^*), \\ tS_w^* & t\partial_t f(S_w^*) < x < st, \\ S_w^r & x > st, \end{cases} \quad (2.36)$$

onde $s = (f(S_w^*) - f(S_w^r))/(S_w^* - S_w^r)$.

2.2.2 Balanço de energia

Para a equação do balanço de energia, usamos a forma adimensional de (2.7) para deixar a solução analítica apresentada na Seção 2.1.3 em uma forma mais legível. Substituindo

$$\tilde{t} = \frac{t}{t^*}, \quad \tilde{x} = \frac{x}{x^*}, \quad \tilde{y} = \frac{y}{y^*}, \quad \tilde{T} = \frac{\theta - \theta_0}{\Delta\theta^*}, \quad t^* = \frac{\phi L}{|u|}, \quad (2.37)$$

$$x^* = L, \quad y^* = L, \quad L = \max\{L_1, L_2\}, \quad \Delta\theta^* = \theta_0. \quad (2.38)$$

em (2.7), resulta em

$$\partial_t T + \nabla \cdot (vT) = b\Delta T + cT + dW, \quad (2.39)$$

onde

$$b = \frac{K_{tot}\phi}{C_{tot}L|\mathbf{u}|}, \quad c = \frac{C_{ter}\phi L}{C_{tot}|\mathbf{u}|}, \quad d = \frac{K_{em}\phi LS_w}{C_{tot}|\mathbf{u}|\Delta\theta^*}, \quad (2.40)$$

e

$$\mathbf{v} = (v_1, v_2) = \left(\frac{C_{liq}\phi^2 u_1}{C_{tot}|\mathbf{u}|}, \frac{C_{liq}\phi^2 u_2}{C_{tot}|\mathbf{u}|} \right). \quad (2.41)$$

Para os exemplos apresentados nas próximas seções, usamos valores de parâmetros descritos na Tabela 1.

Consideremos a relação do balanço energético (2.39), com os dados iniciais $T(x, y, 0) = T_0 = 0$. Aplicando a transformação (POLYANIN, 2016)

$$T(x, y, t) = e^{(\psi t + \delta_1 x + \delta_2 y)} w(x, y, t), \quad (2.42)$$

com $\delta_1 = v_1/2b$, $\delta_2 = v_2/2b$ e $\psi = c - v_1^2/4b - v_2^2/4b$, o Sistema (2.39) é reescrito como

$$\begin{cases} w_t(x, y, t) = b\Delta w(x, y, t) + \Phi(x, y, t), \\ w(x, y, 0) = f(x, y), \end{cases} \quad (2.43)$$

onde $\Phi(t, x, y) = dW e^{-(\psi t + \delta_1 x + \delta_2 y)}$ e $f = T_0 e^{-(\delta_1 x + \delta_2 y)}$.

Observe que 2.43 é uma equação de Poisson transiente (EVANS, 2010). Buscamos soluções no domínio retangular limitado $0 \leq x \leq L_1$ e $0 \leq y \leq L_2$ com condições iniciais e de contorno dadas por:

$$\begin{aligned} w(0, y, t) &= 0, & \text{fixo } T \text{ na entrada,} \\ w_x(L_1, y, t) + \delta_1 w(L_1, y, t) &= 0, & \text{sem fluxo para } T \text{ na saída,} \\ w_y(x, L_2, t) + \delta_2 w(x, L_2, t) &= 0, & \text{sem fluxo para } T \text{ nas paredes,} \\ w_y(x, 0, t) + \delta_2 w(x, 0, t) &= 0, & \text{sem fluxo para } T \text{ nas paredes,} \\ w(x, y, 0) &= 0, & \text{temperatura inicial.} \end{aligned} \quad (2.44)$$

Buscamos soluções do problema (2.42), com condição inicial e de contorno dada por (2.44), em uma forma de série de Fourier generalizada, usando a Teoria de Sturm-Liouville e o método de separação de variáveis.

2.2.2.1 Problema homogêneo

Primeiramente, consideramos o problema homogêneo ($\Phi = 0$). Assumindo

$$w(x, y, t) = X(x)Y(y)Z(t), \quad (2.45)$$

existe um número real γ , tal que

$$-\zeta^2 = \frac{Z'}{kZ} = \frac{X''}{X} + \frac{Y''}{Y}. \quad (2.46)$$

Definindo $\zeta^2 = \chi^2 + v^2$, temos:

$$\frac{Z'}{kZ} = -\zeta, \quad \frac{X''}{X} = -\chi^2 \quad \text{e} \quad \frac{Y''}{Y} = -v^2. \quad (2.47)$$

Seguindo as condições de contorno (2.44), resolvemos cada uma das equações descritas em (2.47).

- A solução de $Y'' + v^2Y = 0$, $Y'(0) + \delta_2Y(0) = 0$, $Y'(L_2) + \delta_2Y(L_2) = 0$ é $Y_m(y)$.
- A solução de $X'' + \chi^2X = 0$, $X(0) = 0$, $X'(L_1) + \delta_1X(L_1) = 0$ é $X_n(z)$.
- A solução de $Z' + k\zeta_{mn}^2Z = 0$, $w(x, y, 0) = f(x, y)$ é $Z_{mn}(t)$.

Resulta que a solução de (2.43), satisfazendo as condições de contorno de (2.44), é dada por:

$$w(x, y, t) = \sum_{m,n=0}^{\infty} Z_{mn}(t)X_n(x)Y_m(y), \quad (2.48)$$

com condição inicial (2.44) satisfazendo:

$$w(x, y, 0) = f(x, y) = \sum_{m,n=0} C_{mn}X_n(x)Y_m(y). \quad (2.49)$$

Como as funções Y_m e X_n são ortogonais, a Equação (2.49) é uma expansão ortogonal, seguindo:

$$C_{mn} = \frac{\int_0^{L_1} \int_0^{L_2} f(x, y)X_n(x)Y_m(y)dx dy}{\int_0^{L_1} X_n^2(x)dx \int_0^{L_2} Y_m^2(y)dy}. \quad (2.50)$$

2.2.2.2 Problema não homogêneo

Consideremos agora o problema não homogêneo, isto é, $\Phi \neq 0$. Assumimos que a solução aqui pode ser escrita na mesma forma que (2.48). Também assumimos que o termo fonte da Equação (2.43) pode ser escrito como:

$$\Phi(x, y, t) = \sum_{m,n=0}^{\infty} G_{mn}(t) Z_{mn}(t) X_n(x) Y_m(y), \quad (2.51)$$

produzindo

$$G_{mn}(t) = \frac{\int_0^{L_1} \int_0^{L_2} \Phi(x, y, t) X_n(x) Y_m(y) dx dy}{\int_0^{L_1} X_n^2(x) dx \int_0^{L_2} Y_m^2(y) dy}. \quad (2.52)$$

Substituindo (2.48), (2.51) e (2.52) em (2.43) resulta em

$$\sum Z'_{mn} X_n Y_m = b \left\{ \sum Z_{kn} [(X''_n Y_m + X_n Y''_m)] \right\} + \sum G_{mn} X_n Y_m. \quad (2.53)$$

Como $X''_n = -\chi_n^2 X_n$ e $Y''_m = -v_m^2 Y_m$, segue que

$$\sum Z'_{mn} [X_n Y_m] = \sum [(-b\zeta^2 + mn) Z_{mn} + G_{mn}] [X_n Y_m], \quad (2.54)$$

e conseqüentemente $Z'_{mn}(t) = -b\zeta_{mn}^2 Z_{mn}(t) + G_{mn}(t)$, para m e n números naturais. Resolvendo esta EDO obtemos:

$$Z_{mn}(t) = e^{-b\zeta_{mn}^2 t} \int_0^t e^{b\zeta_{mn}^2 s} G_{mn}(s) ds + C_{mn} e^{-b\zeta_{mn}^2 t}. \quad (2.55)$$

Finalmente, a solução de (2.43) com condições iniciais e de contorno (2.44), é dada por (2.48), onde X_n , Y_{mn} são os mesmos de antes, Z_{mn} e C_{mn} , são dados por (2.55) e (2.50), respectivamente. Para o domínio cilíndrico, uma solução semelhante é encontrada em (ALMEIDA; CHAPIRO, 2018).

Por conveniência, não apresentaremos as soluções analíticas para o caso desacoplado envolvendo as equações (3.1) e (3.2).

2.3 SOLUÇÕES NUMÉRICAS

Nesta seção é apresentado os algoritmos e os métodos numéricos utilizados. O esquema numérico baseado no GLS-FEM, (HUGHES; FRANCA; HULBERT, 1989) usado para resolver a equação de balanço de energia (2.7) e o KT-FVM (KURGANOV; TADMOR, 2000) usado para resolver a equação de conservação de massa (2.1) são eficientes para o modelo bifásico em meio poroso homogêneo. Entretanto, para meios porosos heterogêneos alguns cuidados devem ser tomados. Por exemplo, para problemas com mais de duas fases, as descontinuidades geradas pelo campo de velocidades induz um fluxo complexo, que pode não ser capturado pelo GLS-FEM, isso se dá pelo fato do GLS-FEM não ser

um método localmente conservativo. Da mesma forma, métodos numéricos mais robustos para a resolução da conservação de massa podem ser aplicados, otimizando o cálculo das velocidades de propagação local, não sendo necessário os cálculos ou aproximações dos autovalores do sistema. Diversos estudos podem ser encontrados na literatura envolvendo os métodos acima descritos, entre eles destacamos os trabalhos de (ABREU et al., 2006; ABREU et al., 2020; ABREU et al., 2022).

2.3.1 Método de elementos finitos aplicados a uma formulação de Galerkin estabilizada com mínimos quadrados

Consideramos o problema de valor de contorno (2.39) com condições de fronteira dada por:

$$-\mathbf{n} \cdot \nabla T = q(T - g_D) - g_N, \quad T \in \partial\Omega, \quad (2.56)$$

onde Ω é um domínio fechado com limite $\partial\Omega$, os números reais g_D , g_N e q determinam as condições de contorno utilizadas: Robin, Dirichlet ou Neumann. No caso definido em (2.44), os valores correspondentes são $g_D = 0$, $g_N = 0$ e $q = 0$.

Seguindo a formulação GLS-FEM, a solução discreta da Equação (2.39) é dada pela combinação linear das funções básicas de teste φ_i :

$$T_h = \xi_1(t)\varphi_1(x, y) + \xi_2(t)\varphi_2(x, y) + \dots + \xi_l(t)\varphi_l(x, y), \quad (2.57)$$

onde T_h é uma função por partes no Espaço de Hilbert H^1 , e $\xi_i = \xi_i(t)$ devem ser determinados com $i \in \{1, 2, 3, \dots, l\}$. Considerando o operador diferencial $L = \partial_t + \nabla + \Delta$ A formulação fraca para a Eq. (2.39) é dada por:

$$\begin{aligned} \langle LT_h, \varphi_i + \delta L\varphi_i \rangle &= \langle T_h + W, \varphi_i + \delta L\varphi_i \rangle, \\ \langle LT_h, \varphi_i \rangle + \delta \langle LT_h, L\varphi_i \rangle &= \langle T_h, \varphi_i \rangle + \langle W, \varphi_i \rangle + \delta \langle T_h, L\varphi_i \rangle + \delta \langle W, L\varphi_i \rangle, \end{aligned} \quad (2.58)$$

onde o parâmetro δ é tomado para aumentar a precisão do método, e varia de acordo com os coeficientes da Equação (2.39). Detalhes sobre o método e como estimar δ podem ser encontrados em (HUGHES; FRANCA; HULBERT, 1989). A equação diferencial ordinária proveniente de (2.39) é resolvida usando o método implícito de Euler (STRIKWERDA J., 1989).

2.3.2 Método de volumes finitos de Kurganov-Tadmor

Seguindo a formulação KT-FVM (KURGANOV; TADMOR, 2000), a forma conservativa de (2.1) é dada por

$$\frac{d}{dt} S_j(t) = -\frac{\Gamma_{j+1/2,k}^x(t) - \Gamma_{j-1/2,k}^x(t)}{\Delta x} - \frac{\Gamma_{j,k+1/2}^y(t) - \Gamma_{j,k-1/2}^y(t)}{\Delta y}, \quad (2.59)$$

onde os fluxos numéricos são

$$\begin{aligned}\Gamma_{j+1/2,k}^x(t) &= \frac{f(S_{j+1/2,k}^+)(t) + f(S_{j+1/2,k}^-)(t)}{2} \\ &\quad - \frac{a_{j+1/2,k}^x(t)}{2} [S_{j+1/2,k}^+(t) - S_{j+1/2,k}^-(t)], \\ \Gamma_{j,k+1/2}^y(t) &= \frac{g(S_{j,k+1/2}^+)(t) + g(S_{j,k+1/2}^-)(t)}{2} \\ &\quad - \frac{a_{j,k+1/2}^y(t)}{2} [S_{j,k+1/2}^+(t) - S_{j,k+1/2}^-(t)],\end{aligned}\tag{2.60}$$

os valores intermediários são dados por

$$\begin{aligned}S_{j+1/2,k}^\pm &= S_{j+1,k}(t) \mp \frac{\Delta x}{2} (S_x)_{j+1/2 \pm 1/2,k}(t), \\ S_{j,k+1/2}^\pm &= S_{j,k+1}(t) \mp \frac{\Delta y}{2} (S_x)_{j,k+1/2 \pm 1/2}(t)\end{aligned}\tag{2.61}$$

e a velocidade máxima local é

$$\begin{aligned}a_{j+1/2,k}^x(t) &= \max_\pm \left\{ \left(\frac{\partial f}{\partial S} (S_{j+1/2,k}^+(t)) \right) \right\}, \\ a_{j,k+1/2}^y(t) &= \max_\pm \left\{ \left(\frac{\partial f}{\partial S} (S_{j,k+1/2}^+(t)) \right) \right\}.\end{aligned}\tag{2.62}$$

As derivadas são calculadas usando a seguinte aproximação:

$$(S_x)_j^n = \text{minmod} \left(\frac{S_j^n - S_{j-1}^n}{\Delta x}, \frac{S_{j+1}^n - S_{j-1}^n}{2\Delta x}, \frac{S_{j+1}^n - S_j^n}{\Delta x} \right),\tag{2.63}$$

onde

$$\text{minmod}(x_1, x_2, \dots) = \begin{cases} \min_j \{x_j\} & \text{para } x_j > 0, \\ \max_j \{x_j\} & \text{para } x_j < 0, \\ 0 & \text{caso contrário.} \end{cases}\tag{2.64}$$

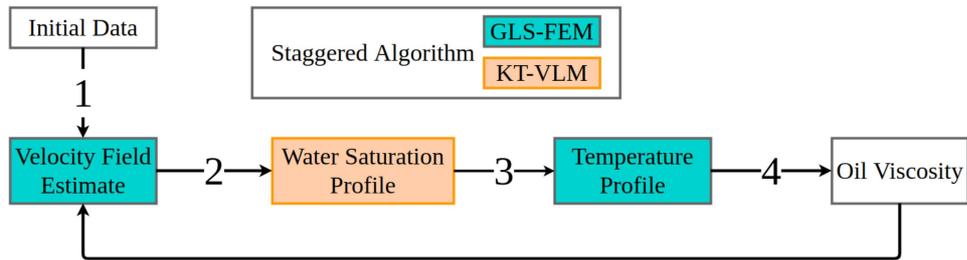
A evolução temporal da Eq. (2.39) é resolvida usando o esquema *upwind* (STRIKWERDA J., 1989).

2.3.3 Algoritmo Escalonado

Para transparência, resumimos o algoritmo escalonado, Figura 3, usado para resolver o Sistema (2.1)-(2.7):

1. Dados os perfis iniciais de saturação e temperatura, juntamente com o fluxo de injeção na fronteira $x = 0$ (usamos $|\mathbf{u}| = 0.6 \cdot 10^{-6}$ m/s), estimamos o campo de velocidade \mathbf{u} (veja a Eq. (2.1)) usando a Eq. (2.4);
2. Encontramos o perfil de saturação da água resolvendo (2.59), com coeficientes dados em (2.61), (2.61), (2.62), e (2.63);
3. Usando o campo de velocidade \mathbf{u} e a saturação de água do passo 2, encontramos a aproximação discreta da temperatura do reservatório, (2.57);
4. Obtenha a viscosidade do óleo usando a Eq. (2.4) e reinicie o algoritmo da etapa 2.

Figura 3 – Representação gráfica do algoritmo escalonado utilizado nas simulações.



Fonte: O autor (2021).

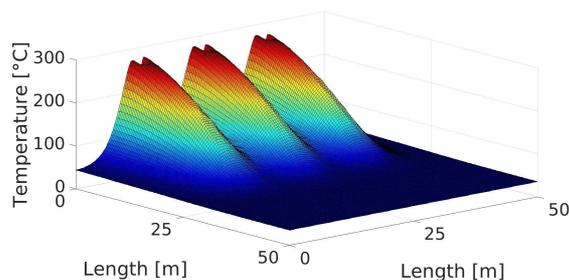
2.4 VALIDAÇÃO DA ABORDAGEM NUMÉRICA

Nesta seção, focamos na validação da modelagem proposta e da abordagem numérica.

2.4.1 Equação de balanço de energia

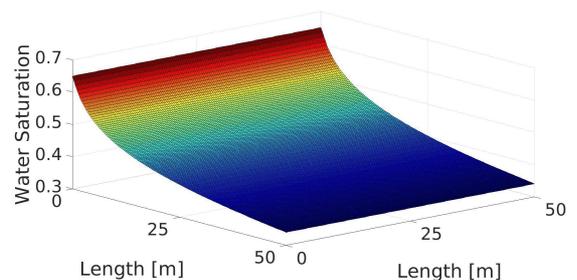
Para validar a abordagem numérica, simulamos a Equação adimensional (2.39), que é a versão simplificada do Modelo (2.1) e (2.7), onde o deslocamento da água não depende da temperatura. Usamos as mesmas condições de contorno e geometria do reservatório com três emissores EM como na Seção 2.5. A solução analítica segue como na Subseção 2.1.3, veja a Figura 4. A solução numérica utiliza a formulação discreta apresentada na Subseção 2.3.1. Analisamos a convergência da implementação numérica refinando a malha espacial. A Tabela 2 apresenta a distância entre as soluções numéricas e analíticas usando a norma padrão L_2 . A distância relativa é calculada como: $(\|\theta^A - \theta^N\|)/\|\theta^A\| \times 100$, onde θ^N é a solução numérica e θ^A é a solução analítica correspondente. Observe que quando diminuimos o diâmetro dos elementos em dois, a quantidade total de elementos cresce quatro vezes. O algoritmo implementado é quadrático, o que é compatível com os dados apresentados na tabela.

Figura 4 – Solução analítica para distribuição de temperatura ao longo do reservatório, após seis meses de injeção.



Fonte: O autor (2021).

Figura 5 – Solução analítica para distribuição de saturação de água ao longo do reservatório, após seis meses de injeção.



Fonte: O autor (2021).

Tabela 2 – Convergência do método numérico mostrando diferentes malhas e erros correspondentes para o campo de temperatura.

| | | | |
|-------|-------|------|------|
| Malha | 312 | 1248 | 4992 |
| Erro | 12.2% | 3.2% | 1.1% |

Fonte: Elaborada pelo autor (2021).

2.4.2 Equação de conservação de massa

Da mesma forma, comparamos as soluções analíticas e numéricas da Equação (2.1). O método numérico segue a formulação discreta apresentada na Subseção 2.3.2, e as soluções analíticas, vide Figura 5, estão descritas na Seção 2.2.1. Usamos as mesmas condições de contorno e geometria do reservatório com três emissores EM como na Seção 2.5. O campo de velocidade é considerado constante e sem componente vertical. A distância relativa entre as soluções numéricas e analíticas usando o padrão L_2 é obtida como acima, veja a Tabela 3. Como antes, o algoritmo implementado é quadrático, o que é compatível com os dados apresentados na tabela.

Tabela 3 – Convergência do método numérico mostrando diferentes malhas e correspondentes erros de saturação de água.

| | | | |
|-------|------|------|------|
| Malha | 312 | 1248 | 4992 |
| Erro | 3.4% | 1.6% | 0.9% |

Fonte: Elaborada pelo autor (2021).

2.4.3 Comparação com o experimento de laboratório

O modelo proposto nesta etapa do trabalho, juntamente com a solução numérica, usando o algoritmo escalonado (veja o esquema 3) pode ser validado comparando com os experimentos em escala de laboratório de injeção de água em um meio poroso aquecido por ondas EM (PAZ et al., 2017). A Tabela 4, resume todos os parâmetros usados nas simulações. O único parâmetro que não foi fornecido é a constante de atenuação eletromagnética α , estimada pelo método dos mínimos quadrados usando os dados dos sensores de temperatura.

Experimento A: Neste experimento, o emissor de ondas eletromagnéticas é ligado na entrada de um meio poroso totalmente saturado com água, e os sensores ópticos medem a temperatura ao longo do tempo sem injeção de água. Para simulações numéricas, desconsideramos o termo convectivo na Equação (2.7). Condições de contorno nulas de Neumann foram consideradas em ambos os lados. A condição inicial foi considerada como uma temperatura ambiente. As perdas térmicas foram desprezadas. Os resultados da

Tabela 4 – Parâmetros físicos utilizados na validação da modelagem.

| Símbolo | Quantidade física | Exp. A | Exp. B | Unidade (SI) |
|--------------|--|-----------------------|-----------------------|------------------------|
| L | comprimento do reservatório | 0,17 | 0,17 | [m] |
| A | área da seção transversal | $1,13 \times 10^{-3}$ | $1,13 \times 10^{-3}$ | [m ²] |
| θ_0 | temperatura inicial | 308,15 | 308,15 | [K] |
| α | absorção de energia EM | 4,8 | 2,8 | [1/m] |
| P | potência dos emissor EM | 45 | 40 | [W] |
| \mathbf{u} | velocidade de Darcy | 0 | $2,8 \times 10^{-4}$ | [m/s] |
| C_t | calor específico do sistema | 2,253 | 5,058 | [MJ/m ³ ·K] |
| C_l | calor específico total do fluido | 3,520 | 0,924 | [MJ/m ³ ·K] |
| K_t | condutividade térmica total do sistema | 1,824 | 1,921 | [W/m·K] |
| – | perdas térmicas | 0,0 | 7,0 | [KW/m ³ ·K] |

Fonte: Elaborada pelo autor (2021).

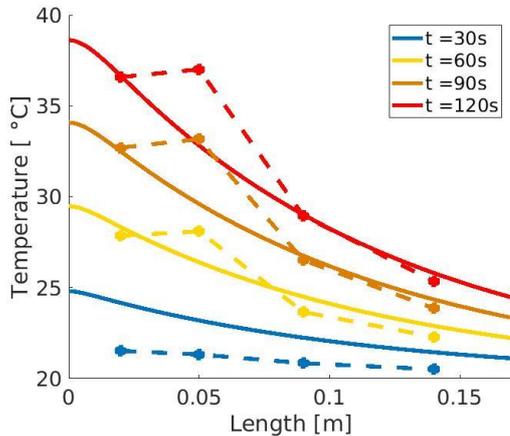
simulação para a distribuição de temperatura estão na Figura 6, mostrando concordância qualitativa com os dados experimentais correspondentes.

Experimento B: Neste experimento, o emissor de ondas eletromagnéticas é ligado na entrada de um meio poroso saturado com água e óleo. Ao mesmo tempo, a água é injetada a uma vazão constante. O algoritmo escalonado (ver esquema 3) foi empregado para simular o modelo dado pelas equações (2.1), (2.4) e (2.7). A condição de contorno de Neumann nula foi considerada na saída para o campo de temperatura, enquanto a condição de contorno de Dirichlet linearmente crescente foi considerada na entrada. As perdas térmicas foram consideradas como 7 KW/(m³K), veja (PAZ et al., 2017) para mais detalhes. Os resultados da simulação para a distribuição de temperatura são apresentados na Figura 7, mostrando concordância qualitativa com os dados experimentais correspondentes.

2.4.4 Comparação entre soluções analíticas e numéricas

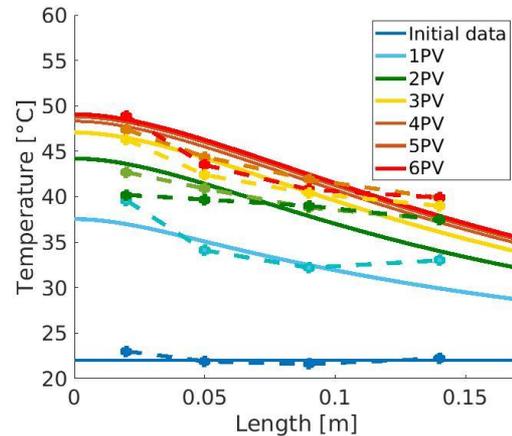
A solução analítica tem potencial para auxiliar futuras pesquisas sobre o EMA WF como, por exemplo, análise de sensibilidade, otimização de posicionamento de aquecedores, distanciamento ótimo de poços, entre outros tópicos. Infelizmente, sabemos como obter esse tipo de solução apenas para modelos simplificados. A questão natural é quão realistas são essas soluções analíticas. Em (PAZ et al., 2017), foi mostrado que a solução analítica unidimensional do modelo desacoplado representa de forma justa os dados experimentais de laboratório, veja as Figuras 6 e 7. Considerando a geometria bidimensional com três aquecedores, o erro relativo entre a solução analítica do modelo desacoplado simplificado (Figura 4) e a solução numérica para o modelo completo (Figura 8(b)) é apresentado na Tabela 5. Como se pode ver, a distância relativa máxima a L_2 de 6,1% ocorre após seis meses de injeção. Esse valor é menor do que a precisão de laboratório normalmente esperada para este tipo de experimento e muito menor do que os experimentos de campo esperados. Assim, soluções analíticas podem ser usadas para investigar as propriedades

Figura 6 – Perfis de temperatura para o Experimento A (aquecimento EM sem injeção de água). As linhas contínuas representam a solução do modelo e os pontos vermelhos representam os dados obtidos por termômetros ópticos.



Fonte: O autor (2021).

Figura 7 – Perfis de temperatura para o Experimento B (aquecimento EM e injeção de água simultâneos). As linhas contínuas representam a solução do modelo e os pontos vermelhos representam os dados obtidos por termômetros ópticos.



Fonte: O autor (2021).

físicas do EMA WF.

Tabela 5 – Distância relativa L_2 entre as soluções numéricas e analíticas para a distribuição de temperatura.

| Tempo (meses) | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 | 12 |
|---------------|------|------|------|------|------|------|
| Variação | 1.0% | 3.7% | 6.1% | 4.3% | 3.7% | 1.9% |

Fonte: O autor (2021).

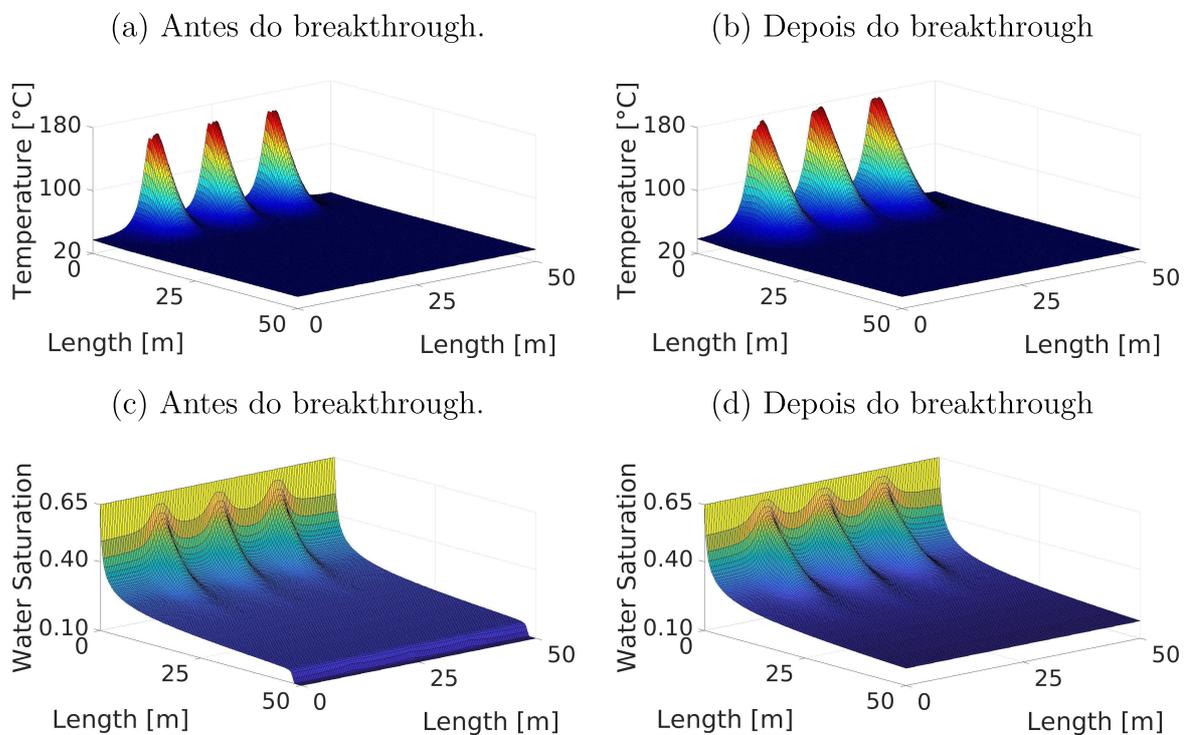
2.5 RESULTADOS

A metodologia apresentada permite investigar EMA WF em diferentes geometrias. Por exemplo, nesta seção, apresentamos a configuração do poço horizontal com três emissores de ondas EM (ver Figura 2). Todos os emissores possuem potência P , estão localizados em $(-2, 12, 5)$, $(-2, 25)$ e $(-2, 37, 5)$, e são modelados matematicamente pela Equação (3.7). O reservatório começa saturado com água conata e óleo à temperatura ambiente θ_0 . Os valores dos parâmetros estão na Tabela 1. Os resultados numéricos foram obtidos pelo método descrito na Seção 2.3 com malha de 4000 triângulos. Para a saturação da água, consideramos a condição de contorno de Dirichlet na zona de entrada ($S_w(0, y, t) = 0,65$) e condição de contorno nula de Neumann nas demais fronteiras. Para a temperatura, consideramos a condição de contorno de Dirichlet no perímetro da escavação do poço ($\theta(0, y, t) = \theta_0$) e condição de contorno nula de Neumann nos demais contornos. Seguindo (ALOMAIR; ELSHARKAWY; ALKANDARI, 2014), todas as simulações foram

feitas para quatro óleos diferentes com densidades API dadas por 19,84°, 17,51°, 15,07° e 13,50° (correspondendo respectivamente a 200 cP, 319 cP, 618 cP e 1152 cP em condições padrão a 35°C).

A Figura 8 traça os perfis de temperatura e saturação de água resultantes para os tempos imediatamente após e antes do *breakthrough* (aproximadamente 0,28 PV ou 2 meses) para o óleo com 17,51° de densidade API.

Figura 8 – Os perfis de temperatura (a e b) e saturações de água (c e d) para o EMA WF. Os resultados da simulação nos painéis a e c são apresentados para o período anterior ao *breakthrough* (aproximadamente 0,28 PV ou 2 meses); o mesmo nos painéis b e d após o *breakthrough*. Esta simulação usou a gravidade API do óleo 17,51° (319 [cP] em condição padrão).

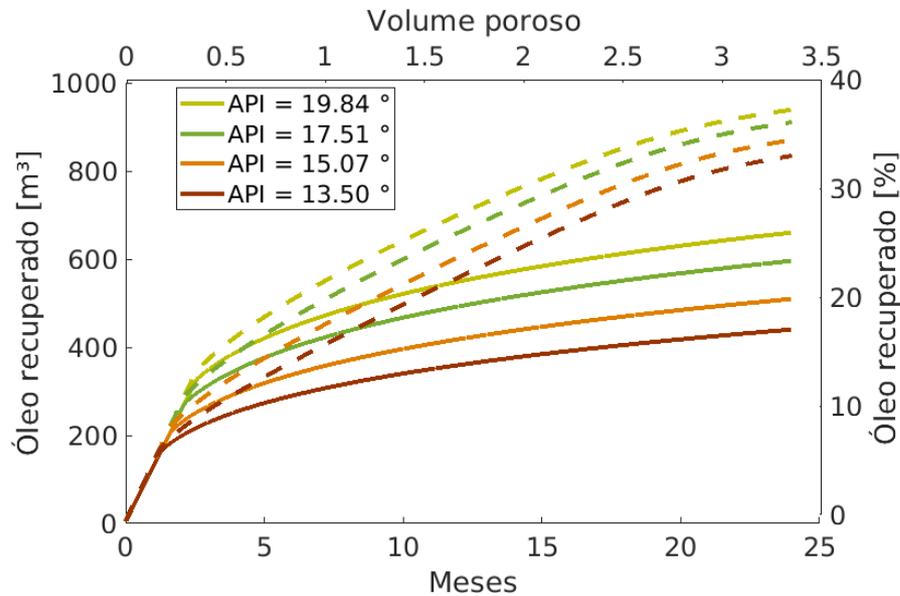


Fonte: O autor (2021).

Estimamos a recuperação de óleo através de perfis de saturação de água, comparando a injeção de água convencional e o EMA WF. As recuperações de óleo acumulado para ambos os métodos estão representadas na Figura 9. A Figura 10 apresenta o fator de recuperação de óleo cumulativo correspondente do EMA WF. Como se pode ver, o impacto do aquecimento EM é mais acentuado para uma menor gravidade API (maior viscosidade). Durante os primeiros doze meses, a recuperação incremental fica entre 18,8% e 32,4% para diferentes gravidades API do petróleo.

A Figura 11 mostra como o fator de recuperação de óleo é afetado pelo aquecimento EM para diferentes valores de densidade API de óleo. A Figura 12 mostra que o EMA WF EOR apresenta um impacto mais significativo em óleos mais viscosos. Além disso,

Figura 9 – Recuperação acumulada do óleo (e o respectivo percentual de recuperação) durante 24 meses com injeção de água em temperatura ambiente de $35^{\circ}C$ (linhas tracejadas) e EMA WF (linhas sólidas). As simulações foram feitas para quatro óleos diferentes com densidades API dadas por $19,84^{\circ}$, $17,51^{\circ}$, $15,07^{\circ}$ e $13,50^{\circ}$ (correspondendo respectivamente às viscosidades 200 [cP], 319 [cP], 618 [cP] e 1152 [cP]).



Fonte: O autor (2021).

esse impacto cresce de forma superlinear à medida que a gravidade do API diminui. Os resultados sugerem que o aquecimento EM é um método térmico viável que influencia o deslocamento e a recuperação do óleo.

2.6 CONCLUSÕES PARCIAIS

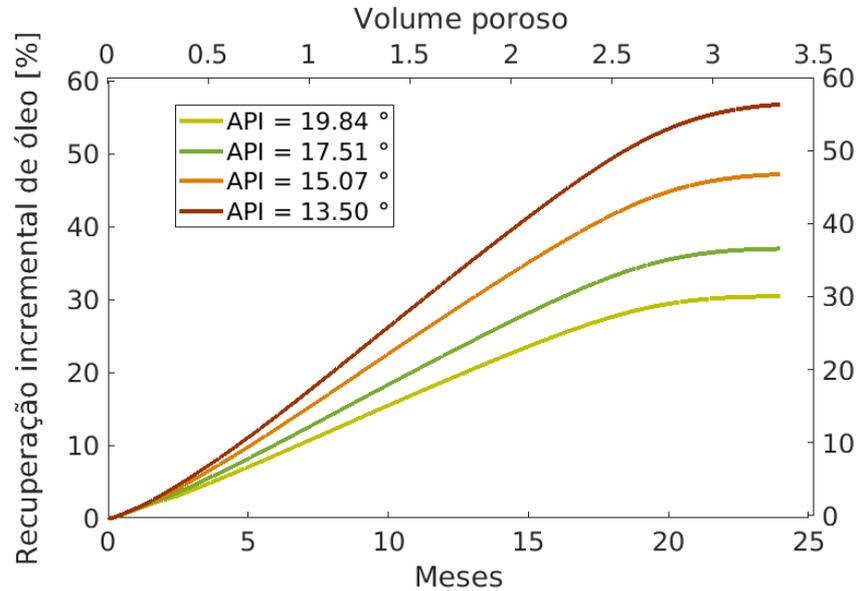
A análise realizada neste capítulo permite-nos endossar a técnica EOR que consiste na injeção de água combinada ao aquecimento eletromagnético.

A absorção de energia EM foi cuidadosamente modelada na escala de reservatório, apresentando algumas melhorias em relação aos modelos da literatura. Apesar da simplicidade deste modelo, trabalhos anteriores o utilizaram para descrever experimentos de laboratório com sucesso.

O modelo foi simulado usando um algoritmo escalonado unindo o Método de Elementos Finitos aplicados a uma formulação de Galerkin estabilizada com mínimos quadrados e o Método dos Volumes Finitos de Kurganov-Tadmor. Os resultados numéricos apontaram que; para os valores dos parâmetros considerados, o fator de recuperação atinge 33% após 24 meses de injeção, considerando o aquecimento EM e o óleo viscoso com gravidade API $13,50^{\circ}$.

A técnica de aquecimento EM resulta no incremento da produção de óleo em

Figura 10 – Recuperação incremental de petróleo resultante do uso do EMA WF quando comparado ao uso da injeção comum de água em temperatura ambiente (35°C). As simulações foram feitas para quatro óleos diferentes com densidades API dadas por $19,84^{\circ}$, $17,51^{\circ}$, $15,07^{\circ}$ e $13,50^{\circ}$ (correspondendo respectivamente às viscosidades 200 [cP], 319 [cP], 618 [cP] e 1152 [cP]).



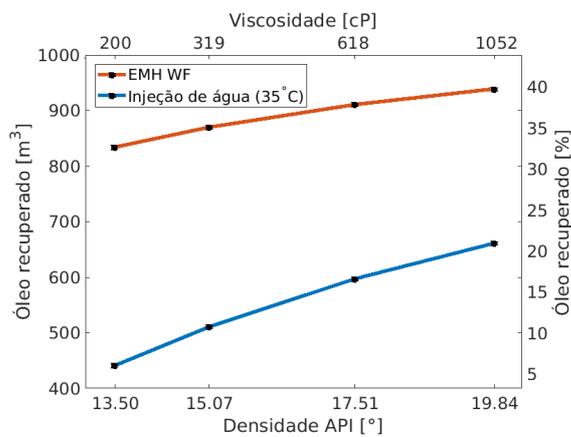
Fonte: O autor (2021).

até 56% após 24 meses de injeção. Este incremento cresce de forma superlinear com o decaimento da gravidade API do óleo.

A implementação foi validada, comparando os resultados computacionais com a solução analítica do modelo simplificado obtido, usando a teoria das Leis de Conservação e a teoria Sturm-Liouville. O teste de convergência simples também foi realizada endossando nossa abordagem numérica. Outra validação da modelagem e simulação apresentada, é feita por comparação com os dados experimentais, evidenciando que a abordagem proposta captura o comportamento qualitativo correto da injeção de água combinada ao aquecimento.

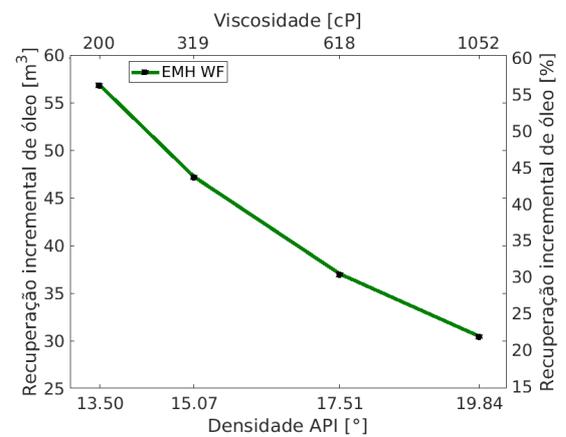
Além disso, o perfil de temperatura obtido através da solução analítica do modelo simplificado é próximo ao obtido por simulações (menor que 1,9% de erro relativo). Ele pode ser usado para investigações adicionais sobre a propagação de calor no reservatório durante a injeção de água combinada ao aquecimento EM.

Figura 11 – Fator de recuperação para injeção de água em temperatura ambiente (35°C) e para o EMA WF. As simulações foram feitas para quatro óleos diferentes com densidades API dadas por $19,84^{\circ}$, $17,51^{\circ}$, $15,07^{\circ}$ e $13,50^{\circ}$ (correspondendo respectivamente às viscosidades 200 [cP], 319 [cP], 618 [cP] e 1152 [cP]).



Fonte: O autor (2021).

Figura 12 – Recuperação incremental de óleo por EMA WF comparado a injeção de água em temperatura ambiente (35°C). As simulações foram feitas para quatro óleos diferentes com densidades API dadas por $19,84^{\circ}$, $17,51^{\circ}$, $15,07^{\circ}$ e $13,50^{\circ}$ (correspondendo respectivamente às viscosidades 200 [cP], 319 [cP], 618 [cP] e 1152 [cP]).



Fonte: O autor (2021).

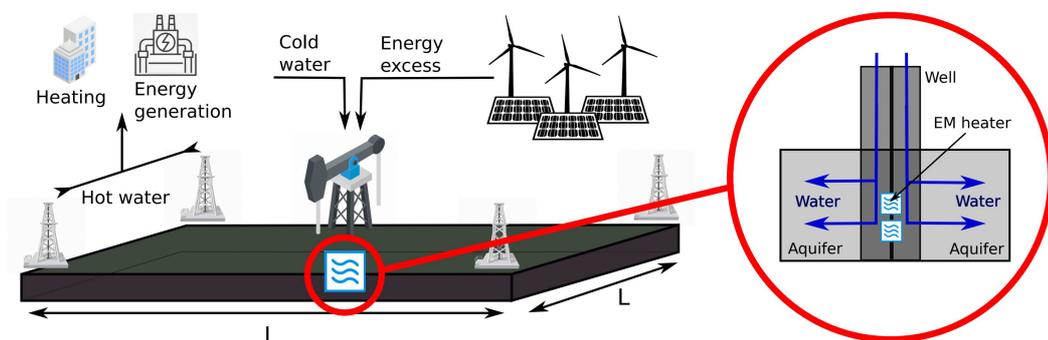
3 AQUECIMENTO ELETROMAGNÉTICO EM AQUÍFEROS PROFUNDOS PARA ARMAZENAMENTO DE ENERGIA

Neste capítulo apresentamos o aquecimento eletromagnético em aquíferos profundos para armazenamento de energia limpa. Para isso, consideramos uma fonte de energia elétrica solar e eólica, e um poço perfurado em um aquífero, conforme ilustrado na Figura 13. Uma fonte de ondas EM operando em micro-ondas é colocada no fundo do poço para permitir que a energia seja injetada diretamente no reservatório (FANCHI, 1990). Esta configuração minimiza claramente as perdas de calor devidas às transferências de energia ao longo das paredes do poço de injeção e maximiza a quantidade total de energia que chega ao reservatório. Nossa discussão será limitada à propagação EM menos evidente no reservatório. Os resultados apresentados neste capítulo então em (ALMEIDA; CHAPIRO; ZITHA, 2022).

3.1 MODELO FÍSICO

Para fixar ideias, assumimos que o reservatório é homogêneo e isotrópico com porosidade ϕ e permeabilidade k e dimensões $L \times L \times h$. Além do poço de injeção já mencionado, quatro poços são perfurados nas bordas do reservatório para que juntos formem uma configuração de cinco pontos (ver Figura 13). O diâmetro do poço é considerado igual a 27,3 cm (ou 10 3/4 in), um dos diâmetros de revestimento padrão. A água na temperatura θ_0 é injetada no aquífero com vazão Q_w e gradiente de pressão constante, enquanto o emissor de micro-ondas irradia energia com potência W . Do ponto de vista físico, precisamos resolver o problema do fluxo de água no reservatório acoplado à transferência de calor com uma fonte EM.

Figura 13 – Representação esquemática do modelo proposto.



Fonte: O autor (2021).

A premissa deste trabalho é que a energia armazenada no aquífero possa ser recuperada através dos quatro poços produtores. Como os perfis de vazão e temperatura são simétricos em relação ao eixo central do poço, apresentamos apenas o primeiro quadrante do gráfico de simulação na Figura 15.

Consideramos aquíferos profundos com alta temperatura e pressão, embora limitemos este estudo a temperatura do reservatório abaixo de 365.7°C e pressões acima de 20 MPa para evitar a possibilidade de formação de vapor. Observe que, o aquecimento de aquíferos rasos não deve exceder 30°C (LT-ATES) devido aos riscos ambientais, econômicos e sociais; veja (FLEUCHAUS et al., 2020) para detalhes. No entanto, ao trabalhar com aquíferos profundos os riscos de danos ao meio ambiente são muito menores. Outro fator é a presença de múltiplas camadas de rocha sobre o aquífero, o que limitará o fluxo vertical de calor e o transporte térmico para a superfície. De fato, altas temperaturas ocorrem naturalmente nessas profundidades em várias partes do mundo devido à relativa proximidade com o núcleo da Terra.

3.2 EQUAÇÕES GOVERNANTES

O fluxo em fluido no aquífero é governado pela conservação de massa, momento e energia. Para fluxo em meios porosos, a equação do momento se reduz à lei de Darcy, veja (DARCY, 1856) e (WHITAKER, 1966). Assumindo que o fluxo é incompressível e em estado estacionário, as equações de conservação de massa e a lei de Darcy podem ser combinadas na seguinte equação de pressão:

$$\nabla \cdot \left(\frac{k}{\nu} \nabla p \right) = 0, \quad \text{onde} \quad \log \nu = a_1 + \frac{a_2}{(a_3 - \theta)}, \quad (3.1)$$

onde k é a permeabilidade do meio poroso, ν é a viscosidade da água em função da temperatura θ (VISWANATH et al., 2007) e p é a pressão local no reservatório. O balanço de energia é expresso pela seguinte equação de convecção-difusão de calor (CHEN; HUAN; MA, 2006; KAVIANY, 1991; PAZ et al., 2017):

$$C_t \frac{\partial \theta}{\partial t} + C_w \nabla \cdot (V\theta) = K_t \Delta \theta - C_l (\theta - \theta_0) + W, \quad (3.2)$$

onde a velocidade V é obtida da equação de Darcy usando a variação da pressão da Eq. (3.1), C_t é o calor específico do sistema, C_w é o calor específico total do fluido, K_t é a condutividade térmica total do sistema, C_l é o coeficiente de perdas térmicas, W é a fonte de energia eletromagnética total. Observe que, por simplicidade, a expansão térmica da rocha e dos fluidos é considerada desprezível, o que é uma aproximação aceitável para a faixa de variação de temperatura considerada neste estudo. A temperatura no reservatório aumenta devido à condução de calor, convecção e radiação. Usando as relações entre fração de volume, saturação, velocidade total de Darcy e função de fluxo, podemos escrever os coeficientes como:

$$C_t = \phi\rho_w c_w + (1 - \phi)\rho_s c_s, \quad (3.3)$$

$$C_w = \rho_w c_w + \rho_s c_s, \quad (3.4)$$

$$K_t = \phi k_w + k_s(1 - \phi). \quad (3.5)$$

Observe que, consistentemente com a Eq. (3.2), a quantidade de calor transferida por condução q [W] na unidade de tempo dentro do material na direção vertical é dada pela lei de condução térmica de Fourier:

$$q = K_t A d_z \theta, \quad (3.6)$$

onde K_t é a condutividade térmica [W/(m K)], e A [m²] é a área da seção perpendicular à direção do fluxo. Igualando a perda total de energia, calculada usando (3.6) para $L \times L \times h$, o tamanho do reservatório (comprimento, largura e altura), com o coeficiente de perda térmica linear C_l , chegamos a $C_l = K_t/h^2$.

É importante destacar que; por considerar a fase água, as equações (3.1) e (3.2) são respectivamente casos particulares das equações (2.7) e (2.4), onde foi considerado o modelo bifásico (contendo as fases: água e óleo).

3.3 AQUECIMENTO ELETROMAGNÉTICO

As hipóteses físicas a respeito do reservatório, onde um aquífero saturado com água formado por um meio poroso homogêneo isotrópico é aquecido por ondas EM internamente a uma vazão constante, garantem a mesma abordagem teórica das equações de Maxwell desenvolvida na Subseção 2.1.4, Equação (2.33). É importante lembrar que, apenas a água possui as propriedades ideais em nossas hipóteses para a absorção EM transformando-a em calor. Por simplicidade, enunciaremos novamente a principal equação que descreve o termo fonte de aquecimento EM:

$$W_{em}(r) = \frac{P_0}{2\pi h} \left[2\alpha \frac{e^{-2\alpha(r-r_w)}}{r} + \frac{e^{-2\alpha(r-r_w)}}{r^2} \right], \quad (3.7)$$

onde P_0 é a potência de incidência, h é a altura do reservatório, r é o raio e r_w é o raio do poço. O fator de atenuação é dado por

$$\alpha = \omega \sqrt{\frac{\mu_0 \mu_r \varepsilon_0 \varepsilon_r}{2} \left(\sqrt{1 + \left(\frac{\sigma}{\mu \varepsilon_0 \varepsilon_r} \right)^2} - 1 \right)}, \quad (3.8)$$

onde ω é a frequência angular, μ_0 e μ_r são vácuo e permeabilidades magnéticas relativas, ε_0 e ε_r são vácuo e permissividades elétricas relativas, σ é a condutividade média.

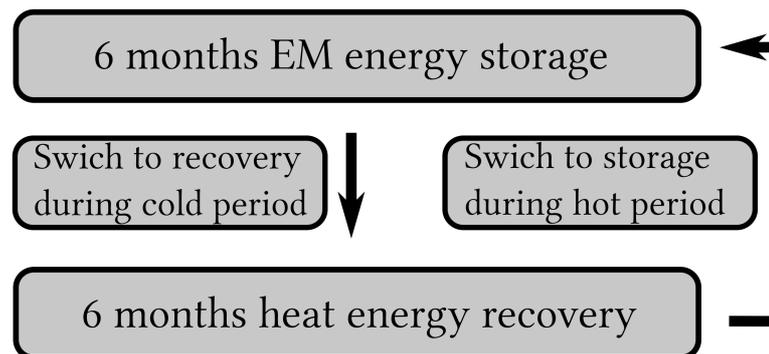
3.4 MÉTODOS NUMÉRICOS

Resolvemos o sistema de equações (3.1) e (3.2) para simular o aquecimento de um aquífero de $100\text{m} \times 100\text{m}$ em configuração de cinco pontos (*five-spot*).

O poço injetor está localizado na coordenada $(0,0)$, onde a temperatura da água é mantida em 35°C . O poço produtor fica na extremidade oposta, seguindo a diagonal do aquífero. Ambos os poços são mantidos a um fluxo constante de 4×10^{-5} [m/s]. O aquecedor EM está localizado no poço de injeção.

Dois casos com significado prático são considerados: (a) injeção contínua de água e aquecimento EM; aquecedor EM é colocado dentro do poço de injeção vertical localizado no centro do aquífero e (b) injeção alternada de água e aquecimento EM; neste caso, os poços são alternadamente trocados de injetores para produtores e vice-versa, veja Figura 14. Ambas as configurações foram simuladas com os parâmetros descritos na Tabela 6.

Figura 14 – Representação esquemática do armazenamento de energia proposto através do aquecimento EM.



Fonte: O autor (2021).

3.5 RESULTADOS

Aqui apresentamos os resultados obtidos nos dois casos considerados na Seção 3.4. Nossa discussão se concentrará na quantidade de energia armazenada no aquífero e, especialmente para o segundo caso, na energia que pode ser recuperada ao mudar para a produção de energia armazenada. Todas as simulações usam valores de parâmetros descritos na Tabela 6.

3.5.1 Injeção contínua de água sob aquecimento EM

Água a temperatura constante 35°C é injetada com velocidade de Darcy constante de 4×10^{-5} [m/s], que corresponde ao gradiente de pressão de aproximadamente 0,07 MPa. Como a vazão e a temperatura são simétricas em relação ao poço do aquífero central, apresentamos a distribuição da temperatura do reservatório apenas para o primeiro

Tabela 6 – Parâmetros físicos usados nos cálculos.

| Símbolos | Quantidade física | Valor | Unidade (SI) |
|-----------------|---------------------------------------|-------------------------|------------------------|
| ϕ | porosidade | 0,220 | [-] |
| s_w | saturação da água | 1 | [-] |
| ν_w | viscosidade da água | $1,002 \times 10^{-3}$ | [Pa.s] |
| ρ_s | densidade do meio | $2,650 \times 10^3$ | [Kg/m ³] |
| ρ_w | densidade da água | $0,997 \times 10^3$ | [Kg/m ³] |
| c_s | capacidade térmica específica MP | $0,920 \times 10^3$ | [J/Kg.K] |
| c_w | capacidade térmica específica da água | $4,200 \times 10^3$ | [J/Kg.K] |
| k_s | condutividade térmica do MP | 2,30 | [W/m.K] |
| k_w | condutividade térmica da água | 0,58 | [W/m.K] |
| L | comprimento e largura do reservatório | 100 | [m] |
| Q_w | vazão | 4×10^{-5} | [m/s] |
| A | seção transversal | 1,7 | [m ²] |
| h | espessura do reservatório | 2 | [m] |
| P | potência do emissor EM | 18,5 | [kW] |
| θ_0 | temperatura inicial | 308,15 | [K] |
| k | permeabilidade | 700 | [mD] |
| a_1 | constante Eq.(3.1) | -4,53 | [-] |
| a_2 | constante Eq.(3.1) | -220,53 | [-] |
| a_3 | constante Eq.(3.1) | 149,39 | [-] |
| ε_0 | permissividade elétrica do vácuo | $8,854 \times 10^{-12}$ | [F/m] |
| ε_r | permissividade elétrica relativa | 81 | [F/m] |
| μ_0 | permeabilidade magnética do vácuo | $4\pi \times 10^{-7}$ | [H/m] |
| μ_r | permeabilidade magnética relativa | 1 | [H/m] |
| σ | condutividade do meio | 0,02 | [S/m] |
| ω | frequência angular | $2\pi f$ | [rad/s] |
| α | absorção energética da água | $4,185 \times 10^{-1}$ | [1/m] |
| C_t | calor específico do sistema | 2,822 | [MJ/m ³ .K] |
| C_w | calor específico total do fluido | 6,625 | [MJ/m ³ .K] |
| K_t | condutividade térmica do sistema | 1,9216 | [W/m.K] |
| C_l | perdas térmicas | 0,02 | [W/m ³ .K] |

Fonte: O autor (2021).

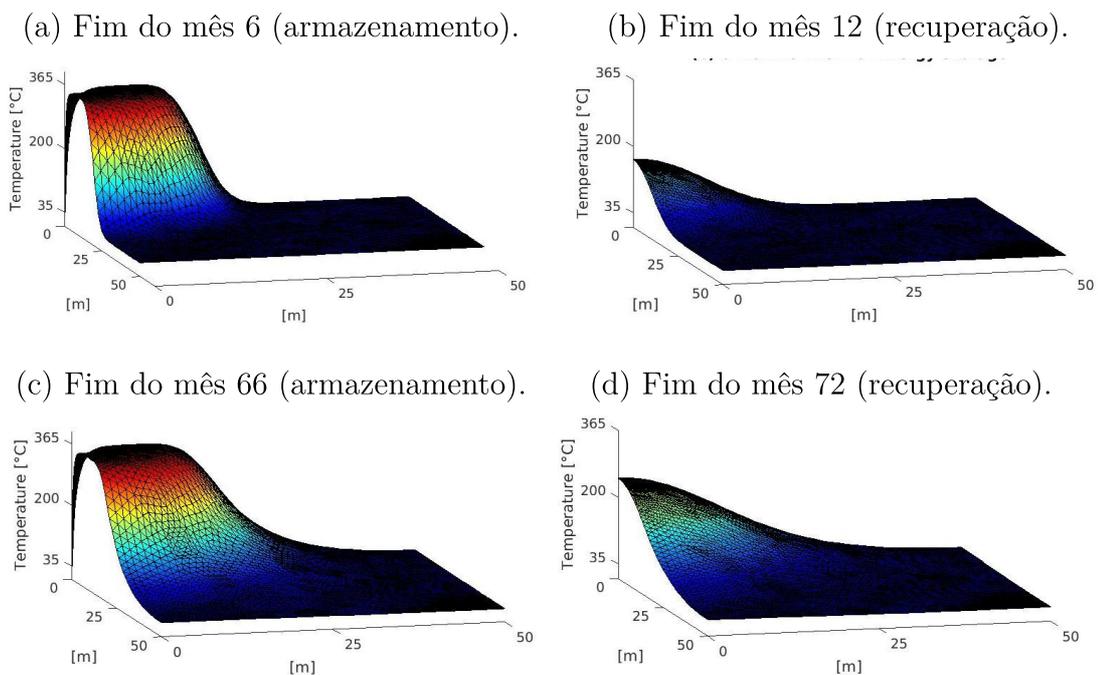
quadrante na Figura 15. A Figura 15 (a) mostra o mapa 3D da distribuição de temperatura obtida após a injeção contínua de 6 meses.

Os perfis de temperatura na Figura 16(a) correspondem à seção diagonal na Figura 15 para diferentes tempos. As linhas sólidas foram obtidas sem perdas térmicas, enquanto as linhas tracejadas foram obtidas com perdas térmicas $C_l = 0,02$. Como esperado, após a onda de calor se mover em direção ao poço de injeção, notamos uma estabilização na temperatura do reservatório ao longo do tempo. Considerando pequenas perdas de calor, o perfil de temperatura apresenta desvio do original após três meses, como pode ser observado na Figura 15(a). A mudança na temperatura do reservatório é estável durante o ciclo de armazenamento de energia. Como pode ser observado na

Figura 16(a), o perfil de calor de viagem permanece com temperatura estável ao longo do tempo com velocidade decrescente de propagação. Quando as perdas térmicas são consideradas, observa-se um pequeno achatamento da frente de calor. Esta estabilidade de temperatura ao redor do poço permite uma recuperação controlada e efetiva no ciclo subsequente.

O controle da temperatura é essencial para evitar a formação de vapor d'água próximo ao emissor EM, pois possui menor capacidade térmica e pode causar superaquecimento. As simulações mostram que a temperatura aumenta consideravelmente com a diminuição do raio do poço e diminui com o aumento da velocidade de injeção de água. Assim, controlar a potência do emissor e a vazão de injeção é essencial para manter a temperatura abaixo de $365,7^{\circ}\text{C}$.

Figura 15 – A distribuição de temperatura dentro do aquífero em diferentes momentos. As figuras (a) e (b) correspondem aos ciclos de armazenamento. As figuras (c) e (d) correspondem aos ciclos de recuperação.

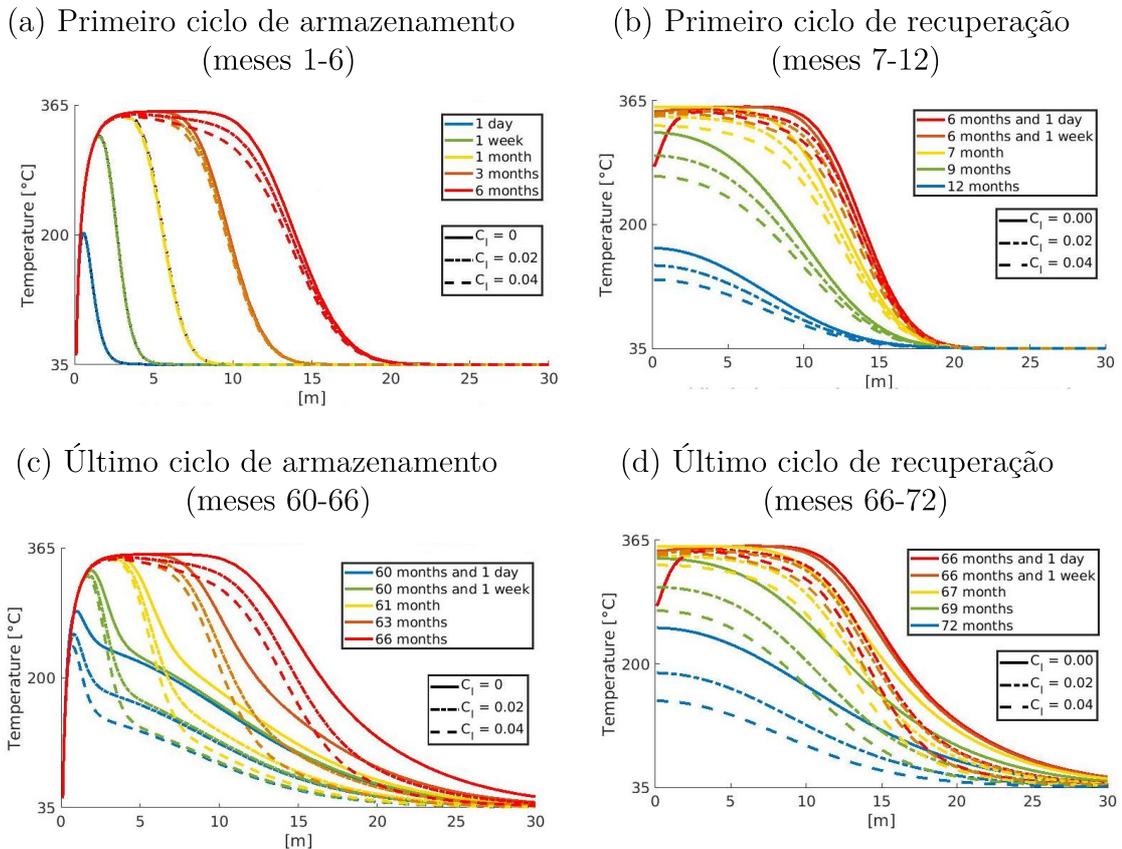


Fonte: O autor (2021).

3.5.2 Recuperação de energia

Seguindo o caso (b) da Seção 3.4, simulamos a injeção alternada de água e aquecimento EM em ciclos de seis meses. Os poços são alternadamente trocados de injetores para produtores e vice-versa. As Figuras 15 (b) e (d) mostram a distribuição de temperatura 3D dentro do reservatório após 12 meses (final do primeiro ciclo de recuperação) e 72 meses (final do último ciclo de recuperação). A Figura 15 (c) mostra o mapa 3D da distribuição de temperatura obtida após 66 meses no final do último ciclo de armazenamento. Os perfis de

Figura 16 – A distribuição de temperatura ao longo da seção diagonal do aquífero para diferentes tempos. Ciclos de armazenamento: (a) e (c). Ciclos de recuperação: (b) e (d).



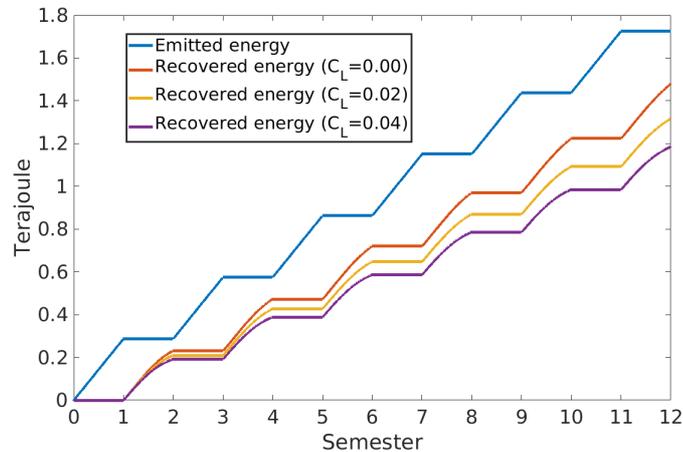
Fonte: O autor (2021).

temperatura na Figura 16(b) e (d) correspondem à seção diagonal da parte do reservatório plotada na Figura 15 (b) e (d) respectivamente. Os perfis de temperatura na Figura 16 (c) correspondem à seção diagonal na Figura 15 (c) para diferentes tempos durante o último ciclo de armazenamento. Como antes, esses perfis foram plotados desprezando as perdas térmicas ($C_l = 0$), usando as perdas térmicas estimadas para este reservatório na Seção 3.5.4 ($C_l = 0,02$) e usando perdas térmicas ($C_l = 0,04$) dobradas.

O balanço total de energia para a simulação de seis anos é mostrado na Figura 17, onde o tempo é medido em semestres. A emissão de ondas eletromagnéticas é constante por seis meses durante o armazenamento de energia renovável e desligada pelos próximos seis meses durante o processo de recuperação de energia. As curvas vermelhas mostram a energia recuperada do aquífero em ciclos semestrais. A recuperação é feita durante os seis meses em que o emissor eletromagnético está desligado, sendo interrompido durante o período de emissão eletromagnética. Por exemplo, no primeiro ano, a quantidade total de energia injetada no reservatório é de 287,71 GJ, enquanto a energia recuperada é de 222,40 GJ. Isso implica que parte da energia permanece no reservatório ($C_l \geq 0$) ou é perdida ($C_l > 0$). O balanço de energia correspondente é discutido com mais detalhes na

próxima seção.

Figura 17 – Comparação entre a energia EM total emitida e a energia recuperada ao longo do tempo.



Fonte: O autor (2021).

3.5.3 Balanço de energia

Na Figura 17, pode-se ver que existe uma diferença entre energia emitida e recuperada. Para avaliar essa diferença, a Tabela 7 mostra as quantidades relativas de energia recuperada, armazenada e perdida em ciclos de um ano correspondentes a diferentes valores de perdas térmicas. Os dados indicam que a fração da energia recuperada aumenta devido ao aquecimento do reservatório. Isso é claramente ilustrado pelo caso ideal (sem perdas térmicas), onde a energia armazenada diminui de 18,9% para 13,2% ao longo das simulações (6 anos). O efeito das perdas térmicas leva a uma redução da energia de recuperação, mas afeta a energia armazenada. Para $C_t = 0,04$, que é um coeficiente de perdas térmicas alto, notamos que mais de 69% de energia emitida podem ser recuperadas, indicando o potencial de eficiência da tecnologia proposta.

Observe que a energia necessária para aquecer o reservatório permanece aproximadamente a mesma, independente da potência do emissor. Assim, a energia residual relativa armazenada será mais considerável para as menores emissões de energia EM, conseqüentemente, diminuindo a energia relativa recuperada.

Na Seção 3.5.4, estimamos as perdas de calor para diferentes tamanhos de poços usados na indústria e diferentes materiais de vedação. As perdas de calor significativas estimadas justificam a técnica de aquecimento EM.

3.5.4 Perdas térmicas no poço

Vários trabalhos na literatura discutem as perdas térmicas em poços de injeção/produção onde a água é pré-aquecida na superfície e posteriormente injetada em

Tabela 7 – Comparação de quantidades relativas de energia recuperada, residual armazenada e perdida.

| Yr. | $C_l = 0$ | | | $C_l = 0,02$ | | | $C_l = 0,04$ | | |
|-----|-----------|--------|-------|--------------|--------|--------|--------------|--------|--------|
| | Rec. | Arm. | Perd. | Rec. | Arm. | Perd. | Rec. | Arm. | Perd. |
| 1 | 81.1 % | 18.9 % | 0 % | 73.8 % | 15.5 % | 10.7 % | 67.4 % | 12.7 % | 19.9 % |
| 2 | 83.2 % | 16.8 % | 0 % | 75.2 % | 12.6 % | 12.2 % | 68.3 % | 9.6 % | 22.1 % |
| 3 | 84.5 % | 15.5 % | 0 % | 76.0 % | 10.7 % | 13.3 % | 68.8 % | 7.6 % | 23.6 % |
| 4 | 85.5 % | 14.5 % | 0 % | 76.6 % | 9.2 % | 14.2 % | 69.2 % | 6.2 % | 24.6 % |
| 5 | 86.2 % | 13.8 % | 0 % | 76.9 % | 8.1 % | 15.0 % | 69.4 % | 5.2 % | 25.4 % |
| 6 | 86.8 % | 13.2 % | 0 % | 77.3 % | 7.2 % | 15.5 % | 69.5 % | 4.5 % | 26.0 % |

Fonte: O autor (2021).

reservatórios (AMELI; ALASHKAR; HEMMATI-SARAPARDEH, 2018; CHENG et al., 2016; RAMEY Jr, H.J., 1962; WILLHITE, 1967). Os autores concluíram que as perdas térmicas podem ser significativas, dependendo da geometria e dos materiais que compõem o poço e seu entorno.

O modelo matemático baseado na lei de Fourier descreve o fluxo de calor Q_H [W] no poço de injeção/produção, através da superfície da tubulação e das camadas externas de composição (aço, cimento e formação rochosa) é dado por:

$$Q_H = 2\pi r_{to} U_{to} (\theta_h - \theta_s) \Delta h, \quad (3.9)$$

onde r_{to} é o raio externo da tubulação, h é a profundidade e θ_s é a temperatura estável da formação. A transferência global de calor U_{to} e a temperatura da interface cimento/formação θ_h estão presentes em (WILLHITE, 1967) como:

$$U_{to} = \left[\frac{r_{to} \ln(r_{to}/r_h)}{k_c} \right]^{-1} \quad \text{e} \quad \theta_h = \frac{\theta_w f(t) + \theta_s k_s / (r_{to} U_{to})}{f(t) + k_s / (r_{to} U_{to})}, \quad (3.10)$$

onde r_h é o raio interno da tubulação, θ_h é a temperatura da interface cimento/formação, k_c é a condutividade térmica do cimento, k_s é a condutividade térmica da formação, $f(t) = \ln(2\sqrt{\psi t}/r_c) + 0,29$ é a função transitória de condução de calor, onde ψ é a difusividade térmica da Terra e t é o tempo. Seguindo este procedimento, estimamos as perdas térmicas para diferentes tipos de furo de poço, consulte a Tabela 8.

Os resultados da estimativa sugerem que as perdas térmicas no poço podem ser significativas quando o diâmetro da tubulação aumenta e a espessura do cimento usado para fixar e isolar o poço é mais fina. Além disso, a condutividade térmica do cimento e a formação rochosa ao redor do poço contribuem para a perda de eficiência de armazenamento de energia. As perdas térmicas estimadas podem ultrapassar 10% da energia. O método de aquecimento eletromagnético é uma alternativa para evitar as perdas térmicas durante o processo de injeção e permite que a energia térmica seja armazenada de forma mais eficaz.

Tabela 8 – Perdas de calor no poço durante 6 meses (um ciclo de injeção).

| Diâmetro [in] | | Condutividade térmica [W/m.K] | | Profundidade [m] | Perdas térmicas % |
|------------------|-----------|----------------------------------|-------|---------------------|----------------------|
| D_{tub} | D_{cas} | K_s | K_c | h | HL |
| 5 | 7 3/5 | 1.4 | 0.2 | 1000 | 1.47 |
| 7 3/5 | 9 3/4 | 1.4 | 0.2 | 1000 | 2.18 |
| 9 3/4 | 20 | 2.8 | 0.4 | 2000 | 2.35 |
| 5 | 7 3/5 | 2.8 | 0.4 | 2000 | 5.90 |
| 9 3/4 | 12 | 1.4 | 0.2 | 1000 | 8.85 |
| 9 3/4 | 12 | 2.8 | 0.4 | 2000 | 10.6 |

Fonte: O autor (2021).

3.6 CONCLUSÕES PARCIAIS

Investigamos o armazenamento de calor em aquíferos profundos de alta temperatura por simulações numéricas validadas por experimentos de laboratório controlados. Os processos lembram o armazenamento de energia de alta temperatura (HT-ATES). As principais conclusões do estudo são:

- A técnica de aquecimento EM proposta pode ser usada para produzir uma frente térmica estável espalhando a energia através do aquífero com temperaturas abaixo do ponto de ebulição.
- Nossos resultados de simulação mostram que mesmo considerando perdas térmicas excessivas, a injeção de água combinada ao aquecimento EM pode recuperar até 70% da energia armazenada. Em termos de eficiência, este valor também é comparável com o ATES de baixa temperatura conforme relatado na literatura.
- A estimativa do balanço de energia no poço mostra que o aquecimento EM de fundo de poço pode reduzir as perdas de energia para os aquíferos profundos ($> 1000\text{m}$), o que pode ser notável se a água for aquecida na superfície.

Em resumo, os resultados discutidos neste trabalho apresentam o uso da injeção de água combinada ao aquecimento EM como uma alternativa promissora para o armazenamento de energias renováveis em aquíferos profundos com altas temperaturas (HT-ATES).

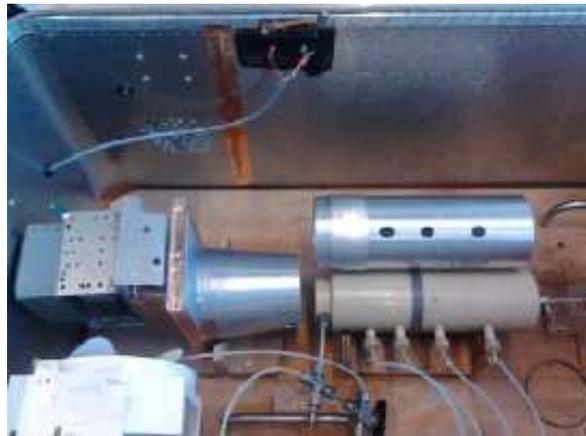
4 AQUECIMENTO ELETROMAGNÉTICO PARA MEIO POROSO CILÍNDRICO SATURADO COM ÁGUA

Neste capítulo propomos uma modelagem tridimensional que descreve a propagação de calor em um meio poroso saturado com água, aquecido por ondas eletromagnéticas, descrito no experimento em escala de laboratório em Apêndice 4.1. Anteriormente, foi proposto um modelo matemático unidimensional que descreve o mesmo experimento, (PAZ et al., 2017). O modelo é formado por duas equações diferenciais, uma para o balanço de energia e outra para a conservação de massa da água. Esta seção estende a equação de balanço de energia para o caso tridimensional (3D), considerando um domínio cilíndrico com simetria radial, que aproxima melhor as condições experimentais, servindo como base para novos experimentos. Os resultados obtidos foram validados com os dados experimentais.

4.1 DESCRIÇÃO DO EXPERIMENTO LABORATORIAL

Um experimento em escala reduzida foi descrito em (HOLLMANN, 2013) e (PAZ et al., 2017), onde foi injetada água num meio poroso cilíndrico, o qual foi aquecido por meio de ondas eletromagnéticas (EM). Os resultados desse trabalho mostram que o aquecimento mediante ondas EM melhoraram o deslocamento do óleo pela água.

Figura 18 – Construção do experimento em laboratório.



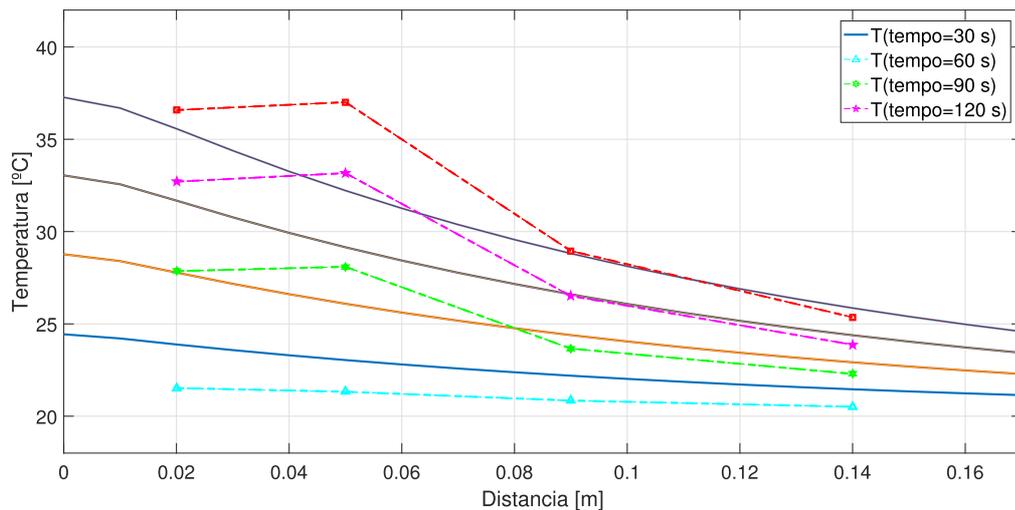
Fonte: PAZ et al, 2017, pág 8.

O experimento laboratorial é apresentado na Figura 18 e consiste em uma seção de teste em linha com bomba de deslocamento de pistão de alta precisão (ISCOTM), um cilindro acumulador e um coletor de frações. Uma gaiola de Faraday feita de uma caixa de alumínio (Holland Shielding Systems) foi utilizada para a blindagem da radiação, onde foi incluído um gerador de micro-ondas (MW), um guia de ondas em formato cônico, e um cilindro oco projetado para guiar a radiação do gerador de MW em direção ao cilindro que contém o núcleo. O núcleo foi semi-saturado com água e óleo. A temperatura ao

longo do núcleo foi monitorada usando sensores ópticos posicionados a 2, 5, 9 e $14 \pm 0,1$. O gerador de ondas eletromagnéticas foi obtido a partir de um forno de micro-ondas doméstico que opera a uma frequência de 2,45 GHz, correspondente ao comprimento de onda de aproximadamente 12,24 [cm]. O núcleo foi formado por arenito Bentheimer com diâmetro de $3,8 \pm 0,1$ [cm] e comprimento $17,0 \pm 0,1$ [cm], porosidade $\phi = 21 \pm 1$ e permeabilidade de aproximadamente $k = 2$ Darcy. Mais detalhes sobre o experimento podem ser encontrado em (HOLLMANN, 2013; PAZ et al., 2017).

Experimento - Aquecimento sem Escoamento: Neste experimento o meio poroso é saturado com água de tal maneira que possa ser considerado como $s_w = 1$. Não há injeção de água e uma vez nestas condições, inicia-se a radiação de energia EM, com uma potência de 300W. O objetivo neste experimento é testar a absorção de calor. Devido a não existência de injeção de fluido, a velocidade u é desconsiderada, anulando assim o termo de transporte em (3.2). Por outro lado, para a condição inicial considera-se a função constante da temperatura ambiente, no caso 20^0C , e a condição de fronteira como sendo a velocidade do fluido injetado, que é zero. Os resultados obtidos em (PAZ et al., 2017) são mostrados na Figura 19.

Figura 19 – O meio poroso está saturado com água (sem fluxo) e aquecido por ondas EM. Considera-se condições de Neumann nula na fronteira e condição inicial igual a temperatura ambiente $u_0 = 20$. Para o tempo medido em segundos, as linhas contínuas representam as soluções analíticas e as linhas pontilhadas os dados retirados de termômetros colocados nas distâncias 0,02 [m], 0,05 [m], 0,09 [m] e 0,14 [m].

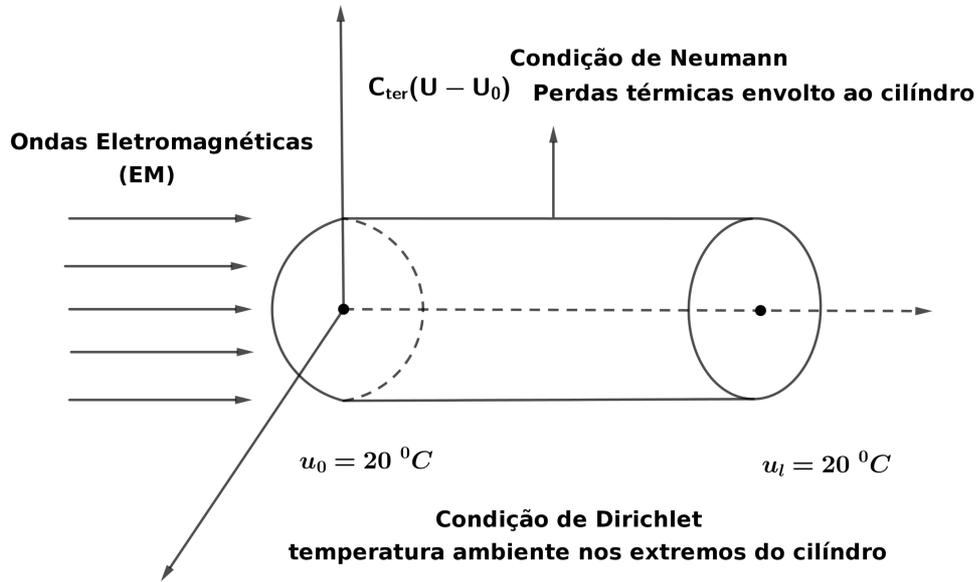


Fonte: O autor (2018).

Para uma representação mais realista, propomos um estudo do modelo matemático considerando uma equação de balanço de energia tridimensional (3D), em seguida, utilizaremos coordenadas cilíndricas e simetria radial para compararmos com o modelo

unidimensional. Para encontrar a solução, utilizaremos a teoria de Sturm-Liouville e o método de separação de variáveis. A representação gráfica do modelo pode ser encontrada na Figura 20.

Figura 20 – Representação gráfica do testemunho descrito no experimento laboratorial.



Fonte: O autor (2021).

4.2 MODELO MATEMÁTICO (3D)

Para o caso (3D), o modelo adimensionalizado referente a Equação (3.2) é dado por:

$$\begin{cases} T_t + \nabla \cdot (vT) = k\Delta T + cT + W, \\ T(x, y, z, 0) = T_0, \end{cases} \quad (4.1)$$

onde k e c são constantes arbitrárias e $v = (a_1, a_2, a_3)$ é o vetor velocidade.

Consideremos a seguinte transformação:

$$T(x, y, z, t) = e^{(\beta t + \alpha_1 x + \alpha_2 y + \alpha_3 z)} u(x, y, z, t), \quad (4.2)$$

com

$$\alpha_1 = \frac{a_1}{2k}, \quad \alpha_2 = \frac{a_2}{2k}, \quad \alpha_3 = \frac{a_3}{2k} \text{ e } \beta = c - \frac{a_1^2}{4k} - \frac{a_2^2}{4k} - \frac{a_3^2}{4k}, \quad (4.3)$$

obtemos então a equação simplificada do modelo, dada por:

$$\begin{cases} u_t(x, y, z, t) = k\Delta u(x, y, z, t) + \Phi(x, y, z, t) \\ u(x, y, z, 0) = f(x, y, z), \end{cases} \quad (4.4)$$

onde Φ e f são derivados da transformação (4.2).

Utilizando coordenadas cilíndricas e considerando simetria radial, podemos reescrever a Equação (4.4), da seguinte forma:

$$\begin{cases} u_t = k \left[\frac{1}{r} (u_r + u_{rr}) + u_{zz} \right] + \Phi(r, \varphi, z, t), \\ u(r, z, 0) = f(r, z). \end{cases} \quad (4.5)$$

Considerando $0 \leq r \leq a$ e $0 \leq z \leq L$, as condições de contorno e inicial para o experimento são dadas respectivamente por:

$$u_r(a, z, t) = c \cdot (u(a, z, t) - u_0) \quad \text{perdas térmicas envolto ao cilindro,} \quad (4.6)$$

$$u_z(r, 0, t) = 0 \quad \text{sem fluxo de água na entrada do cilindro,} \quad (4.7)$$

$$u_z(r, L, t) = 0 \quad \text{sem fluxo de água na saída do cilindro,} \quad (4.8)$$

$$u(r, z, 0) = 20 \text{ } ^\circ\text{C} \quad \text{temperatura ambiente como condição inicial.} \quad (4.9)$$

4.3 SOLUÇÃO DO MODELO

O método de solução do problema proposto é similar à séries de Fourier, utiliza-se a Teoria de Sturm-Liouville e o método de separação de variáveis. Começaremos primeiramente com o problema homogêneo, isto é $\Phi = 0$, supomos que:

$$u(r, z, t) = R(r)Z(z)T(t) \Rightarrow RZT' = k \left(R''ZT + \frac{1}{r}R'ZT + RZ''T \right), \quad (4.10)$$

segue que

$$\frac{T'}{kT} = \frac{R''}{R} + \frac{1}{r} \frac{R'}{R} + \frac{Z''}{Z}, \quad (4.11)$$

desta forma, obtemos:

$$\frac{T'}{kT} = -\gamma^2, \quad \frac{R''}{R} + \frac{1}{r} \frac{R'}{R} = -\lambda^2, \quad \frac{Z''}{Z} = -\mu^2, \quad \text{onde } \gamma^2 = \lambda^2 + \mu^2.$$

Desta maneira, nos restam as seguintes equações:

$$T' + k\gamma^2 T = 0, \quad (4.12)$$

$$Z'' + \mu^2 Z = 0, \quad (4.13)$$

$$r^2 R'' + rR' + (\lambda^2 - 0)r^2 R = 0. \quad (4.14)$$

Para a Equação (4.13), temos o seguinte sistema:

$$\begin{cases} Z'' + \mu^2 Z = 0, \\ Z'(0) = 0, \\ Z'(L) = 0, \end{cases} \quad (4.15)$$

a solução geral para $\lambda \geq 0$ é dada por:

$$Z(z) = C_1 \cos(\mu z) + C_2 \sin(\mu z). \quad (4.16)$$

pelas condições de contorno, $C_2 = 0$ e $\text{sen}(\mu L) = 0$, a solução fica condicionada a μ . Dessa forma, obtemos a família

$$Z_k(z) = C_1 \cos(\mu_k z). \quad (4.17)$$

Para a Equação (4.14), o sistema é dado por:

$$\begin{cases} r^2 R'' + rR' + (\lambda^2 - 0)r^2 R = 0, \\ R'(a) = \alpha(R(a) - u_0), \\ |R(0)| < \infty, \end{cases} \quad (4.18)$$

A solução da EDO acima é dada na forma das equações de Bessel:

$$R(r) = C_3 J_0(\lambda r) + C_4 Y_0(\lambda r). \quad (4.19)$$

Como $R(0)$ é finito e $Y_0 \rightarrow -\infty$ quando $r \rightarrow 0$, obtemos $C_4 = 0$, além disso, a condição de contorno deve ser satisfeita para todo λ_{kn} , isto é, pelas propriedades das funções de Bessel obtemos:

$$-J_1((\lambda_{kn} a) \cdot \lambda_{kn} = \alpha(J_0(\lambda_{kn} a) - u_0), \quad (4.20)$$

e assim, a solução condicionada a λ_{kn} , pode ser escrita de forma geral como:

$$R_{kn}(r) = C_3 J_0(\lambda_{kn} r). \quad (4.21)$$

Para a Equação (4.12), o sistema é dado por:

$$\begin{cases} T' + k\gamma_{kn}^2 T = 0 \\ u(r, z, 0) = f(r, z), \end{cases} \quad (4.22)$$

cuja a solução é:

$$T_{kn} = C_{kn} e^{-k(\lambda_{kn}^2 + m_k^2)t}, \quad k, n = 0, 1, 2, \dots \quad (4.23)$$

Definindo

$$u(r, z, t) = \sum_{k,n=0}^{\infty} T_{kn}(t) R_{kn}(r) Z_k(z), \quad (4.24)$$

obtemos pela condição inicial

$$\begin{aligned} u(r, z, 0) &= f(r, z) \\ &= \sum_{k,n=0}^{\infty} T_{kn}(0) R_{kn}(r) Z_k(z) \\ &= \sum_{k,n=0}^{\infty} C_{kn} R_{kn}(r) Z_k(z). \end{aligned} \quad (4.25)$$

Devido a ortogonalidade das famílias Z_k e R_{kn} , e pela Teoria de Sturm-Liouville podemos escrever f como expansão ortogonal e segue que

$$C_{kn} = \frac{\int_0^L \int_0^a f(r, z) R_{kn}(r) Z_k(z) r dr dz}{\int_0^a R_{kn}^2(r) r dr \int_0^L Z_k^2(z) dz}, \quad k, n = 0, 1, 2, \dots \quad (4.26)$$

Para o caso não homogêneo da Equação (4.5), consideraremos $\Phi \neq 0$ e o termo fonte descrito em (PAZ et al., 2017). Suponhamos agora que,

$$u(r, z, t) = \sum_{k,n=0}^{\infty} T_{kn}(t) R_{kn}(r) Z_k(z) \quad (4.27)$$

e

$$\Phi(r, z, t) = \sum_{k,n=0}^{\infty} H_{kn}(t) T_{kn}(t) R_{kn}(r) Z_k(z), \quad (4.28)$$

e novamente pela ortogonalidade das famílias podemos escrever

$$H_{kn}(t) = \frac{\int_0^L \int_0^a \Phi(r, z, t) R_{kn}(r) Z_k(z) r dr dz}{\int_0^a R_{kn}^2(r) r dr \int_0^L Z_k^2(z) dz}, \quad k, n = 0, 1, 2, \dots \quad (4.29)$$

Substituindo (4.27), (4.28) e (4.29) na equação não homogênea (4.5) obtemos:

$$\sum T'_{kn} R_{kn} Z_k = k \left\{ \sum T_{kn} \left[(R''_{kn} + \frac{1}{r} R'_{kn}) Z_k + R_{kn} Z''_k \right] \right\} + \sum H_{kn} R_{kn} Z_k, \quad (4.30)$$

sendo

$$R''_{kn} + \frac{1}{r} R'_{kn} = -(\lambda_{kn}^2 - \mu_k^2) R_{kn} \quad \text{e} \quad Z''_k = -\mu_k Z_k, \quad (4.31)$$

segue

$$\sum T'_{kn} R_{kn} Z_k = \sum [(-k\gamma^2) T_{kn} + H_{kn}] [R_{kn} Z_k], \quad (4.32)$$

e conseqüentemente

$$T'_{kn}(t) = -k\gamma_{kn}^2 T(t)_{kn} + H_{kn}(t) \quad k, n = 0, 1, 2, \dots \quad (4.33)$$

concluimos, desta forma, que

$$T_{kn}(t) = e^{-k\gamma_{kn}^2 t} \int_0^t e^{k\gamma_{kn}^2 s} H_{kn}(s) ds + C_{kn} e^{-k\gamma_{kn}^2 t}. \quad (4.34)$$

Finalmente, a solução da Equação (4.5) é dada pela Equação (4.27), onde os termos Z_k , R_{kn} , T_{kn} e C_{kn} são dados respectivamente pelas expressões (4.17), (4.21), (4.34) e (4.26).

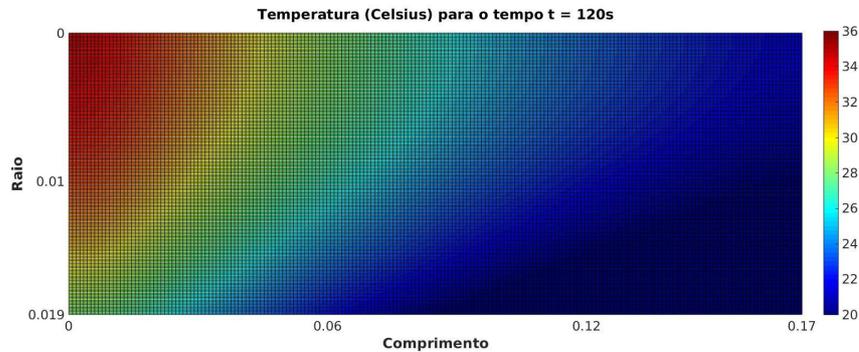
4.4 RESULTADOS

Utilizando os parâmetros físicos de (PAZ et al., 2017), podemos observar a distribuição da temperatura no cilindro para o tempo igual 120 [s] (segundos), dado pela Figura 21. Aqui consideramos condição de Neumann igual a zero nos extremos do cilindro como apresenta o modelo nas equações (4.7) e (4.8). Já envolto ao cilindro consideramos Neumann com perdas térmicas como apresentado na Equação (4.6).

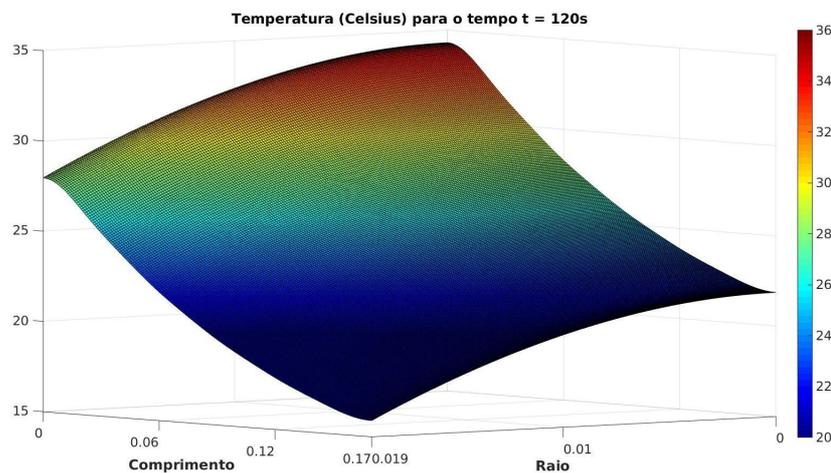
Para comparar com os resultados obtidos em (PAZ et al., 2017), calculamos em nosso modelo a temperatura média por seção radial para o caso $t = 120$ [s]. A Figura

Figura 21 – Aquecimento eletromagnético para meio poroso saturado com água. Condição inicial dada pela temperatura ambiente $\theta_0 = 20^\circ C$ e condição de fronteira de Neumann nula nas extremidades do cilindro. Perdas térmicas na casca do cilindro foram consideradas, caracterizando a condição de fronteira de Robin dada por $\mathbf{n} \cdot \nabla \mathbf{u} = C_{ter}(u(r_0, z) - u_0)$.

(a) Perfil de calor



(b) Perfil de calor



Fonte: O autor (2018).

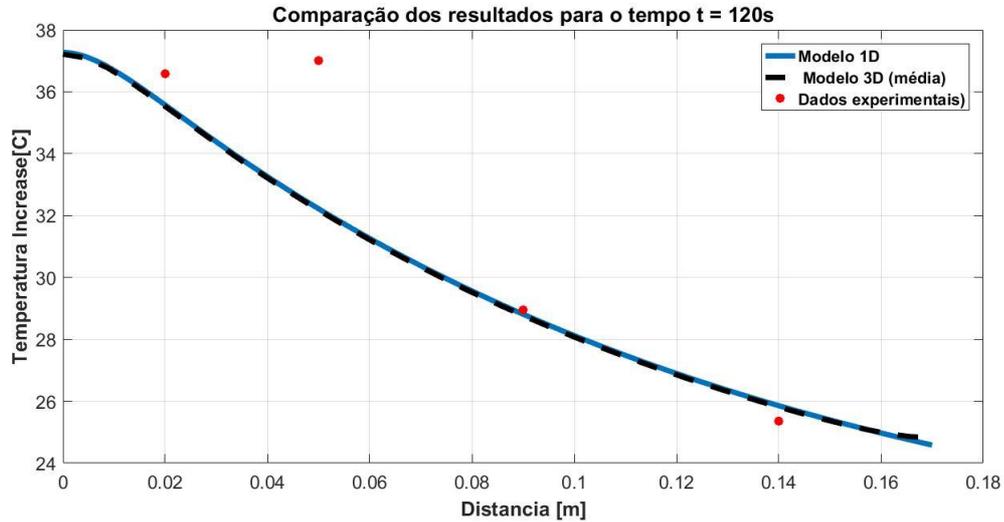
22 mostra os dados encontrados em (PAZ et al., 2017) junto ao modelo proposto nesse trabalho.

O modelo pode ser estendido para os outros experimentos descritos em (PAZ et al., 2017).

4.5 CONCLUSÕES PARCIAIS

Foi apresentado um modelo bidimensional para a equação de energia (2.7), a qual foi estudada em coordenadas cilíndricas considerando uma axissimetria radial. O modelo é uma extensão dos estudos apresentados em (PAZ et al., 2017). A solução analítica foi obtida utilizando o método de separação de variáveis e a teoria de Sturm-Liouville. Esta solução se destaca, por apresentar uma solução em séries com rápida convergência em um domínio fechado. Essa característica é ideal para descrever experimentos em escala de

Figura 22 – Nesta figura, os pontos vermelhos representam os dados obtidos pelos termômetros colocados no meio poroso, a linha pontilhada representa o modelo proposto em (PAZ et al., 2017) e a linha contínua representa a temperatura média para o modelo generalizado (3D) proposto nesse trabalho.



Fonte: O autor (2018).

laboratório, onde o testemunho possui dimensões reduzidas e é sensível as perdas térmicas. Foi calculada a temperatura média para o caso em que o meio poroso está saturado com água. O resultado se comportou qualitativamente em conformidade com o experimento numérico apresentado na Figura 22. Outras vantagens de se conhecer a solução analítica do modelo proposto pela equação, é a possibilidade de um estudo analítico da sensibilidade de parâmetros e a abordagem efetiva sobre perdas térmicas envolto ao testemunho.

5 CONCLUSÕES GERAIS

A transição energética é essencial para o desenvolvimento mundial. Os combustíveis fósseis ainda são a principal fonte energética e se manterão nessa posição nas próximas décadas. Porém, as acentuadas questões climáticas, somadas ao aumento dos custos de extração, e aos avanços tecnológicos, contribuem para um aumento gradativo de fontes renováveis de energia.

Como contribuição para essa transição energética, esta tese desenvolveu um modelo matemático capaz de analisar essas duas vertentes. O trabalho desenvolvido descreveu simulações de um sistema de aquecimento eletromagnético combinado com o sistema ATES e com métodos EOR. O método se destaca por possibilitar a utilização de picos de produção de usinas eólicas/solares para o aquecimento *in situ* dos reservatórios.

Aplicado aos métodos EOR, o modelo de aquecimento EM proposto, mostrou-se promissor prevendo um aumentando na produção de óleo, possibilitando uma abordagem realista para o estudo e desenvolvimento de experimentos realizados em escala de laboratório e de campo.

Em contrapartida, o aquecimento EM de alta frequência é uma técnica nova, porém promissora, quando se trata do sistema ATES. O método potencializa as combinações entre os parques de usinas eólicas/solares durante o verão, garantindo o armazenamento em forma de calor da energia excedente, possibilitando a sua recuperação durante o inverno, onde a demanda é maior e a incidência de raios solares é inferior.

Os constantes avanços tecnológicos, cada vez mais, possibilitam a construção de emissores EM potentes e compactos que podem ser instalados diretamente no interior dos reservatórios sob diferentes configurações. Essa característica endossa a utilização do método proposto em aquíferos e reservatórios de petróleo em altas profundidades, onde as perdas de calor nos poços de injeção/extração são significativas.

REFERÊNCIAS

- ABERNETHY, E. R. Production increase of heavy oils by electromagnetic heating. **Journal of Canadian Petroleum Technology**, Petroleum Society of Canada, [S.l.], v. 15, n. 03, p. 91–97, 1976.
- ABREU, E.; DÍAZ, C.; GALVIS, J.; PÉREZ, J. On the conservation properties in multiple scale coupling and simulation for darcy flow with hyperbolic-transport in complex flows. **Multiscale Modeling & Simulation**, [S.l.], v. 18, n. 4, p. 1375–1408, 2020.
- ABREU, E.; DOUGLAS, J.; FURTADO, F.; MARCHESIN, D.; PEREIRA, F. Three-phase immiscible displacement in heterogeneous petroleum reservoirs. **Mathematics and Computers in Simulation**, Tegucigalpa, v. 73, n. 1, p. 2–20, 2006.
- ABREU, E.; FRANÇOIS, J.; LAMBERT, W.; PÉREZ, J. A class of positive semi-discrete lagrangian–eulerian schemes for multidimensional systems of hyperbolic conservation laws. **J Sci Comput**, [S.l.], v. 90, n. 40, 2022.
- ALBOUDWAREJ, H.; FELIX, J.; TAYLOR, S.; BADRY, R.; BREMNER, C.; BROUGH, B.; SKEATES, C.; BAKER, A.; PALMER, D.; PATTISON, K.; BESHRY, M.; KRAWCHUK, P.; BROWN, G.; CALVO, R.; TRIANA, J.; HATHCOCK, R.; KOERNER, K.; HUGHES, T.; KUNDU, D.; WEST, C. Highlighting heavy oil. **Oilfield review**, Schlumberger, [S.l.], v. 18, n. 2, p. 34–53, 2006.
- ALMEIDA, S. O. d.; CHAPIRO, G. Aquecimento eletromagnético para meio poroso cilíndrico saturado com água. In: CONGRESSO NACIONAL DE MATEMÁTICA APLICADA E COMPUTACIONAL, 38., 2018, Campinas. **Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics**. São Paulo: SBMAC, 2018. v. 6, n. 2, p. n.p.
- ALMEIDA, S. O. d.; CHAPIRO, G.; ZITHA, P. L. J. A method for analyzing electromagnetic heating assisted water flooding process for heavy oil recovery. **Transport in Porous Media**, Springer Netherlands, [S.l.], 2021.
- ALMEIDA, S. O. d.; CHAPIRO, G.; ZITHA, P. L. J. Down-hole electromagnetic heating of deep aquifers for renewable energy storage. **Energies**, MPDI, [S.l.], v. 15, n. 11, p. n.p., 2022.
- ALOMAIR, O.; ELSHARKAWY, A.; ALKANDARI, H. A viscosity prediction model for kuwaiti heavy crude oils at elevated temperatures. **Journal of Petroleum Science and Engineering**, Elsevier, [S.l.], v. 120, p. 102–110, 2014.
- ALOMAIR, O. A.; ALAROUJ, M. A.; ALTHENAYYAN, A. A.; SALEH, A. H. A.; ALMOHAMMAD, H.; ALTAHOO, Y.; ALHAIDAR, Y.; ANSARI, S. E. A.; ALSHAMMARI, Y. Improving heavy oil recovery by unconventional thermal methods. In: SPE KUWAIT INTERNATIONAL PETROLEUM CONFERENCE AND EXHIBITION, 2012, Kuwait. [S.l.], 2012.
- AMELI, F.; ALASHKAR, A.; HEMMATI-SARAPARDEH, A. Thermal recovery processes. In: BAHADORI, A. (Ed.). **Fundamentals of Enhanced Oil and Gas Recovery from Conventional and Unconventional Reservoirs**. [S.l.]: Gulf Professional Publishing, 2018. cap. 5, p. 139–186.

AYAPPA, K.; DAVIS, H.; CRAPISTE, G.; DAVIS, E.; GORDON, J. Analysis of microwave heating of materials with temperature-dependent properties. **AIChE Journal**, [S.l.: s.n.], v. 37, n. 3, p. 313–322, 1991.

AYAPPA, K.; DAVIS, H.; CRAPISTE, G.; DAVIS, E.; GORDON, J. Microwave heating: an evaluation of power formulations. **Chemical Engineering Science**, Elsevier, [S.l.], v. 46, n. 4, p. 1005–1016, 1991.

BADAKHSHAN, S.; HAJIBANDEH, N.; SHAFIE-KHAH, M.; CATALÃO, J. Impact of solar energy on the integrated operation of electricity-gas grids. **Energy**, Elsevier, [S.l.], v. 183, p. 844–853, 2019.

BERA, A.; BABADAGLI, T. Status of electromagnetic heating for enhanced heavy oil/bitumen recovery and future prospects: A review. **Applied Energy**, Elsevier, [S.l.], v. 151, p. 206 – 226, 2015.

BIENTINESI, M.; PETARCA, L.; CERUTTI, A.; BANDINELLI, M.; DE SIMONE, M.; MANOTTI, M.; MADDINELLI, G. A radiofrequency/microwave heating method for thermal heavy oil recovery based on a novel tight-shell conceptual design. **Journal of Petroleum Science and Engineering**, Elsevier, [S.l.], v. 107, p. 18–30, 2013.

BROOKS, R.; COREY, T. Hydraulic properties of porous media. **Hydrology papers of Colorado State University**, [s.n.], Fort Collins, v. 3, 1964.

CARRIZALES, M. A.; LAKE, L. W.; JOHNS, R. T. Multiphase Fluid Flow Simulation of Heavy Oil Recovery by Electromagnetic Heating. In: SPE IMPROVED OIL RECOVERY SYMPOSIUM, 2010, Tulsa. [S.l.], 2010.

CERUTTI, A.; BANDINELLI, M.; BIENTINESI, M.; PETARCA, L.; SIMONI, M.; MANOTTI, M.; MADDINELLI, G. A new technique for heavy oil recovery based on electromagnetic heating: System design and numerical modelling. **Chemical Engineering Transactions**, AIDIC, [S.l.], v. 32, p. 1255, 2013.

CHEN, Z.; HUAN, G.; MA, Y. **Computational Methods for Multiphase Flows in Porous Media**. [S.l.]: Society for Industrial and Applied Mathematics, 2006.

CHENG, W.-L.; HAN, B.-B.; NIAN, Y.-L.; WANG, C.-L. Study on wellbore heat loss during hot water with multiple fluids injection in offshore well. **Applied Thermal Engineering**, Elsevier, [S.l.], v. 95, p. 247–263, 2016.

CHHETRI, A.; ISLAM, M. A critical review of electromagnetic heating for enhanced oil recovery. **Petroleum Science and Technology**, Taylor & Francis, [S.l.], v. 26, n. 14, p. 1619–1631, 2008.

DARCY, H. **Les Fontaines Publiques de La Ville de Dijon**: Exposition et application des principes a suivre et des formules a employer dans les questions de distribution d'eau. Paris: Victor Dalmond, 1856.

DET NORSKE VERITAS. **Energy Transition Outlook**. [S.l.], 2021. Disponível em: <<https://download.dnv.com/eto-2021-download>>. Acesso em: 23 jun. 2022.

DICKINSON, J. S.; BUIK, N.; MATTHEWS, M. C.; SNIJDERS, A. Aquifer thermal energy storage: theoretical and operational analysis. **Géotechnique**, ICE, [S.l.], v. 59, n. 3, p. 249–260, 2009.

DORSEY-PALMATEER, R. Effects of wind power intermittency on generation and emissions. **The Electricity Journal**, Elsevier, [S.l.], v. 32, n. 3, p. 25 – 30, 2019.

ERA PUBLIC FACING REPORT. **Effective Solvent Extraction Incorporating Electromagnetic Heating-(ESEIEH)**. Alberta, 2017. Disponível em: <<https://eralberta.ca/wp-content/uploads/2017/05/ESEIEH-Interim-Report.pdf>>. Acesso em: 20 jun. 2022.

ESKANDARI, S.; JALALALHOSSEINI, S. M.; MORTEZAZADEH, E. Microwave heating as an enhanced oil recovery method—potentials and effective parameters. **Energy Sources, Part A: Recovery, Utilization, and Environmental Effects**, Taylor & Francis, [S.l.], v. 37, n. 7, p. 742–749, 2015.

EVANS, L. C. **Partial differential equations**. 2. ed. California: American Mathematical Society, 2010.

FANCHI, J. R. Feasibility of Reservoir Heating by Electromagnetic Irradiation. In: SPE ANNUAL TECHNICAL CONFERENCE AND EXHIBITION, 65., 1990, New Orleans. [S.l.], 1990.

FLEUCHAUS, P.; SCHUPPLER, S.; BLOEMENDAL, M.; GUGLIELMETTI, L.; OPEL, O.; BLUM, P. Risk analysis of high-temperature aquifer thermal energy storage (HT-ATES). **Renewable and Sustainable Energy Reviews**, Elsevier, [S.l.], v. 133, p. 110–153, 2020.

GHAEBI, H.; BAHADORI, M.; SAIDI, M. Performance analysis and parametric study of thermal energy storage in an aquifer coupled with a heat pump and solar collectors, for a residential complex in Tehran, Iran. **Applied Thermal Engineering**, Elsevier, [S.l.], v. 62, n. 1, p. 156–170, 2014.

HASANVAND, M. Z.; GOLPARVAR, A. A critical review of improved oil recovery by electromagnetic heating. **Petroleum Science and Technology**, Taylor & Francis, [S.l.], v. 32, n. 6, p. 631–637, 2014.

HIPPEL, A. R. V. **Dielectrics and waves**. New York: Wiley, 1954.

HOLLMANN, T. H. **EM Stimulation of Water Flooding in Heavy Oil Recovery**. Dissertação (Mestrado em Engenharia) — TU Delft, Delft, 2013.

HUGHES, T.; FRANCA, P.; HULBERT, G. A new finite element formulation for computational fluid dynamics:VIII. The galerkin/least-squares method for advective-diffusive equations. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, Elsevier, [S.l.], v. 73, n. 2, p. 173–189, 1989.

INTERNATIONAL ENERGY AGENCY. **Methane Emissions from Oil and Gas**. Paris, 2021. Disponível em: <www.iea.org/reports/methane-emissions-from-oil-and-gas>. Acesso em: 23 jun. 2022.

INTERNATIONAL ENERGY AGENCY. **Net Zero by 2050: A roadmap for the global energy sector**. [S.l.], 2021.

INTERNATIONAL ENERGY AGENCY. **World Energy Model**. Paris, 2021. Disponível em: <www.iea.org/reports/world-energy-model>. Acesso em: 23 jun. 2022.

JENSEN, F. B.; KUPERMAN, W. A.; PORTER, M. B.; SCHMIDT, H.; BARTRAM, J. F. **Computational Ocean Acoustics**. 2. ed. New York: Springer, 2011.

JHA, A. K.; JOSHI, N.; SINGH, A. Applicability and assessment of micro-wave assisted gravity drainage (MWAGD) applications in mehsana heavy oil field. In: SOCIETY OF PETROLEUM ENGINEERS, 2011, Kuwait. **Proceedings of the SPE Heavy Oil Conference and Exhibition**. [S.l.], 2011. p. 11–14.

KALLESØE, A.; VANGKILDE-PEDERSEN, T. **HEATSTORE–Underground Thermal Energy Storage (UTES) – state-of-the-art, example cases and lessons learned**. [S.l.], 2019. 130 p.

KANGAS, M.; LUND, P. Modeling and simulation of aquifer storage energy systems. **Solar Energy**, Elsevier, [S.l.], v. 53, n. 3, p. 237–247, 1994.

KASTNER, O.; NORDEN, B.; KLAPPERER, S.; PARK, S.; URPI, L.; CACACE, M.; BLÖCHER, G. Thermal solar energy storage in jurassic aquifers in northeastern germany: A simulation study. **Renewable Energy**, Elsevier, [S.l.], v. 104, p. 290–306, 2017.

KAVIANY, M. **Principles of heat transfer in porous media**. New York: Springer-Verlag, 1991.

KURGANOV, A.; TADMOR, E. New high-resolution central schemes for nonlinear conservation laws and convection–diffusion equations. **Journal of Computational Physics**, Elsevier, [S.l.], v. 160, n. 1, p. 241 – 282, 2000.

LAKE, L. W. **Enhanced oil recovery**. [S.l.]: Old Tappan: Prentice Hall Inc., 1989.

LAU, D.; SONG, N.; HALL, C.; JIANG, Y.; LIM, S.; PEREZ-WURFL, I.; OUYANG, Z.; LENNON, A. Hybrid solar energy harvesting and storage devices: the promises and challenges. **Materials Today Energy**, Elsevier, [S.l.], v. 13, p. 22–44, 2019.

LEVEQUE, R. J. **Numerical methods for conservation laws**. 2. ed. Bassel: Birkhäuser Basel, 1992.

MUKHAMETSHINA, A.; MARTYNOV, E. Electromagnetic heating of heavy oil and bitumen: A review of experimental studies and field applications. **Journal of Petroleum Engineering**, Hindawi Publishing Corporation, [S.l.], v. 2013, 2013.

PAZ, P.; HOLLMANN, T.; KERMEN, E.; CHAPIRO, G.; SLOB, E.; ZITHA, P. Em heating-stimulated water flooding for medium–heavy oil recovery. **Transport in Porous Media**, Springer, [S.l.], v. 119, n. 1, p. 57–75, 2017.

PIZARRO, J.; TREVISAN, O. Electrical heating of oil reservoirs: numerical simulation and field test results. **Journal of Petroleum Technology**, [S.l.: s.n.], v. 42, n. 10, p. 13–20, 1990.

POLYANIN, A. D. **Handbook of linear partial differential equations for engineers and scientists**. 2. ed. New York: Chapman and Hall/CR, 2016.

RAMEY Jr, H.J. Wellbore Heat Transmission. **Journal of Petroleum Technology**, Mobil Oil Corporation, Santa Fe Springs, v. 14, n. 04, p. 427–435, 1962.

H. W. RITCHEY. **Radiation heating**. 1956. US2757738A, 20 set. 1948, 07 jul. 1956. Disponível em: <<https://patents.google.com/patent/US2757738A/en#patentCitations>>. Acesso em: 8 jun. 2022.

RUBINSTEIN, L. The total heat losses in injection of hot liquid into a stratum. **Neft. Gaz**, [S.l.: s.n.], v. 9, n. 2, p. 41, 1959.

SADEGHI, A. A.; HASSANZADEH, A. H.; HARDING, T. Thermal analysis of high frequency electromagnetic heating of lossy porous media. **Chemical Engineering Science**, Elsevier, [S.l.], v. 172, n. 1, p. 13–22, 2017.

SADIKO, M. **Elementes of Electromagnetics**. 6. ed. New York: Oxford University Press, 2014.

SAHNI, A.; KUMAR, M.; KNAPP, R. B. Electromagnetic Heating Methods for Heavy Oil Reservoirs. In: SPE WESTERN REGIONAL MEETING, 2000, Long Beach. [S.l.], 2000. p. 19–23.

SCHMIDT, T.; MÜLLER-STEINHAGEN, H. Die solar unterstützte nahwärmeversorgung mit saisonalem aquifer-wärmespeicher in rostock-ergebnisse nach vier betriebsjahren. In: SYMPOSIUM ERDGEEKOPPELTE WÄRMEPUMPEN, 5., 2004, Landau. [S.l.], 2004.

SETTARI, A.; WALTERS, D. Advances in coupled geomechanical and reservoir modeling with applications to reservoir compaction. **SPE Journal**, [S.l.: s.n.], v. 6, p. 334–342, 2001.

SHAFIAI, S.; GOHARI, A. Conventional and electrical EOR review: the development trend of ultrasonic application in EOR. **Journal of Petroleum Exploration and Production Technology**, Springer, [S.l.], v. 10, n. 7, p. 2923–2945, 2020.

SIVAKUMAR, P.; KRISHNA, S.; HARI, S.; VIJ, R. Electromagnetic heating, an eco-friendly method to enhance heavy oil production: A review of recent advancements. **Environmental Technology & Innovation**, Elsevier, [S.l.], v. 20, p. 101100, 2020.

SMOLLER, J. **Shock Waves and Reaction-Diffusion Equations**. 2. ed. New York: Springer-Verlag, 1994.

SOLIMAN, M. Approximate solutions for flow of oil heated using microwaves. **Journal of Petroleum Science and Engineering**, Elsevier, [S.l.], v. 18, n. 1, p. 93 – 100, 1997.

SOMMER, W. **Modelling and monitoring of Aquifer Thermal Energy Storage: impacts of soil heterogeneity, thermal interference and bioremediation**. Tese (Doutorado) — Wageningen University, 2015.

STRATTON, J. A. **Electromagnetic Theory**. New York: McGraw-Hill, 1941.

STRIKWERDA J., C. **Finite Difference Schemes and Partial Differential Equations**. 2. ed. Pacific Grove: Wadsworth & Brooks, 1989.

VISWANATH, D.; GHOSH, T.; PRASAD, D.; DUTT, N.; RANI, K. **Viscosity of Liquids: Theory, Estimation, Experiment, and Data**. Dordrecht: Springer, 2007.

WANG, Z.; GAO, D. A simulation study on the high-frequency electromagnetic heating heavy oil reservoir and analysis of influencing factors. **Arabian Journal for Science and Engineering**, Springer, [S.l.], v. 44, 2019.

WHITAKER, S. The equations of motion in porous media. **Chem. Eng. Sci.**, Pergamon press Ltd., Oxford, v. 21, n. 3, p. 291–300, 1966.

WILBERFORCE, T.; BAROUTAJI, A.; HASSAN, Z. E.; THOMPSON, J.; SOUDAN, B.; OLABI, A. G. Prospects and challenges of concentrated solar photovoltaics and enhanced geothermal energy technologies. **Science of The Total Environment**, Elsevier, [S.l.], v. 659, p. 851–861, 2019.

WILLHITE, G. Over-all Heat Transfer Coefficients in Steam And Hot Water Injection Wells. **Journal of Petroleum Technology**, [S.l.: s.n], v. 19, n. 05, p. 607–615, 1967.

APÊNDICE A – DESCRIÇÃO DETALHADA DA MODELAGEM FÍSICA

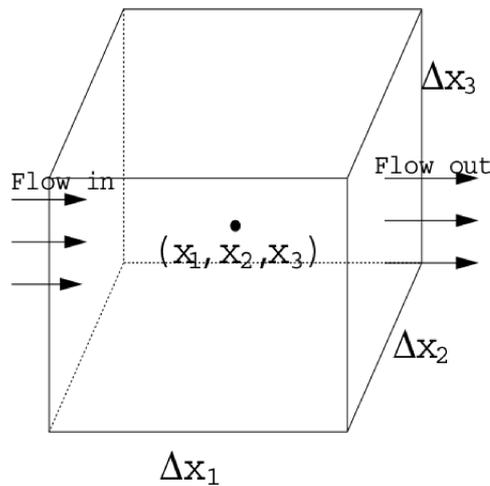
A.1 FLUXO MONOFÁSICO PARA UM FLUIDO

Em nosso caso, as equações governantes para o fluxo monofásico de um fluido em meio poroso são dadas pela conservação da massa, lei de Darcy e uma equação de estado. Fazemos também as suposições de que os fluxos de massa devidos à dispersão e a difusão são tão pequenos (em relação ao fluxo de massa advectivo) que podem ser considerados desprezíveis e que a interface fluido-sólido é uma superfície, de modo que a massa deste fluido não possa atravessá-lo.

As variáveis espaciais e temporais serão representadas por $x = (x_1, x_2, x_3)$ e t , respectivamente. Denotaremos por ϕ a porosidade do meio poroso, por ρ a densidade do fluido por unidade de volume, por $u = (u_1, u_2, u_3)$ a velocidade superficial de Darcy, e por q as fontes e sumidouros externos.

Consideremos um cubo retangular, de forma que suas faces sejam paralelas aos eixos de coordenadas, como pode ser visto na Figura 23.

Figura 23 – Diferencial de Volume.



Fonte: CHEN, 2016, pág 11.

O centroide desse cubo é denotado por (x_1, x_2, x_3) e seu comprimento na direção da coordenada x_i é dado por Δx_i , $i = 1, 2, 3$. O componente x_i do fluxo de massa (fluxo de massa por unidade de área por unidade de tempo) do fluido é ρu_i . Referindo-se à Figura 23, o fluxo de massa que passa pela superfície em $x_1 - \frac{\Delta x_1}{2}$ por unidade de tempo é:

$$(\rho u_1)_{x_1 - \frac{\Delta x_1}{2}, x_2, x_3} \Delta x_2 \Delta x_3, \quad (\text{A.1})$$

e o fluxo de massa que passa por $x_1 + \frac{\Delta x_1}{2}$ é

$$(\rho u_1)_{x_1 + \frac{\Delta x_1}{2}, x_2, x_3} \Delta x_2 \Delta x_3. \quad (\text{A.2})$$

Analogamente, na direção das coordenada x_2 e x_3 , temos os respectivos fluxo de entrada e saída, dados por:

$$(\rho u_2)_{x_1, x_2 - \frac{\Delta x_2}{2}, x_3} \Delta x_1 \Delta x_3 \quad \text{e} \quad (\rho u_2)_{x_1, x_2 + \frac{\Delta x_2}{2}, x_3} \Delta x_1 \Delta x_3, \quad (\text{A.3})$$

e

$$(\rho u_3)_{x_1, x_2, x_3 - \frac{\Delta x_3}{2}} \Delta x_1 \Delta x_2 \Delta x_3 \quad \text{e} \quad (\rho u_3)_{x_1, x_2, x_3 + \frac{\Delta x_3}{2}} \Delta x_1 \Delta x_2 \Delta x_3. \quad (\text{A.4})$$

A acumulação de massa devido à compressibilidade por unidade é dada por:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\phi \rho) = \Delta x_1 \Delta x_2 \Delta x_3 \quad (\text{A.5})$$

e a remoção de massa do cubo, devido a um dissipador de força q (massa por unidade de volume por unidade de tempo) por:

$$-q \Delta x_1 \Delta x_2 \Delta x_3. \quad (\text{A.6})$$

A diferença entre a entrada e saída de massa é igual à soma da acumulação de massa dentro do cubo:

$$\begin{aligned} & \left[(\rho u_1)_{x_1 - \frac{\Delta x_1}{2}, x_2, x_3} - (\rho u_1)_{x_1 + \frac{\Delta x_1}{2}, x_2, x_3} \right] \Delta x_2 \Delta x_3 \\ + & \left[(\rho u_2)_{x_1, x_2 - \frac{\Delta x_2}{2}, x_3} - (\rho u_2)_{x_1, x_2 + \frac{\Delta x_2}{2}, x_3} \right] \Delta x_1 \Delta x_3 \\ + & \left[(\rho u_3)_{x_1, x_2, x_3 - \frac{\Delta x_3}{2}} - (\rho u_3)_{x_1, x_2, x_3 + \frac{\Delta x_3}{2}} \right] \Delta x_1 \Delta x_2 = \left(\frac{\partial(\phi \rho)}{\partial t} - q \right) \Delta x_1 \Delta x_2 \Delta x_3, \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

e segue

$$\begin{aligned} & - \frac{(\rho u_1)_{x_1 + \frac{\Delta x_1}{2}, x_2, x_3} - (\rho u_1)_{x_1 - \frac{\Delta x_1}{2}, x_2, x_3}}{\Delta x_1} - \frac{(\rho u_2)_{x_1, x_2 + \frac{\Delta x_2}{2}, x_3} - (\rho u_2)_{x_1, x_2 - \frac{\Delta x_2}{2}, x_3}}{\Delta x_2} \\ & - \frac{(\rho u_3)_{x_1, x_2, x_3 + \frac{\Delta x_3}{2}} - (\rho u_3)_{x_1, x_2, x_3 - \frac{\Delta x_3}{2}}}{\Delta x_3} = \left(\frac{\partial(\phi \rho)}{\partial t} - q \right). \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

Tomando $\Delta x_i \rightarrow 0$, para $i = 1, 2$ e 3 , obtemos a equação de conservação de massa

$$\frac{\partial(\phi \rho)}{\partial t} = -\nabla \cdot (\rho u) + q. \quad (\text{A.9})$$

A.2 FLUXO BIFÁSICO PARA UM FLUIDO

Geralmente estamos interessados no fluxo simultâneo de dois ou mais fluidos imiscíveis dentro de um meio poroso. Apresentaremos agora, equações básicas para o fluxo

multifásico em um meio poroso, consideraremos que os fluidos são imiscíveis e não há transferência de massa entre as fases.

Várias quantidades do fluxo multifásico, como saturação, pressão capilar e permeabilidade relativa, podem ser introduzidas. A saturação de uma fase fluida é definida como a fração do volume vazio de um meio poroso preenchido por esta fase. O fato de que os dois fluidos preenchem conjuntamente os vazios implica na relação

$$S_w + S_o = 1, \quad (\text{A.10})$$

onde S_w e S_o são as saturações das fases água e óleo, respectivamente. Além disso, devido à curvatura e tensão superficial da interface entre as duas fases, a pressão no fluido aquafílico (água) é menor do que no fluido aquafóbico (óleo). A diferença de pressão é dada pela pressão capilar

$$p_c = p_o - p_w. \quad (\text{A.11})$$

Levaremos em conta que a pressão capilar é função da saturação e a suposição de que não há transferência de massa entre fases no fluxo imiscível.

Da mesma regra da Equação (A.8), obtemos a lei de balanço:

$$\frac{\partial(\phi\rho_\alpha S_\alpha)}{\partial t} = -\nabla \cdot (\rho_\alpha S_\alpha u_\alpha) + q_\alpha, \quad \alpha = w, o, \quad (\text{A.12})$$

onde ρ_α , S_α e u_α são respectivamente a densidade, saturação e velocidade de Darcy da fase α .

A lei de Darcy pode ser diretamente estendida para fluxos multifásicos. Se desconsiderarmos os efeitos da gravidade, podemos expressá-la como:

$$u_\alpha = -\frac{1}{\mu_\alpha} K_\alpha \nabla p_\alpha, \quad (\text{A.13})$$

onde K_α , μ_α e p_α são respectivamente a permeabilidade, viscosidade e pressão da fase α . Como o fluxo simultâneo de dois fluidos faz com que cada um interfira no outro, as permeabilidades de cada fase não são maiores que a permeabilidade absoluta K , do meio poroso. As permeabilidades relativas $k_{r\alpha}$ são amplamente utilizadas em simulações e indicam a tendência da fase α percorrer o meio poroso.

$$K_\alpha = K_{r\alpha} K. \quad (\text{A.14})$$

Supondo que a pressão capilar possua inversa, podemos escrever

$$S_w = p_c^{-1}(p_o - p_w), \quad (\text{A.15})$$

sendo p_o e p_w desconhecidos, obtemos das expressões (A.10)-(A.13) as equações

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \left(\frac{\rho_w}{\mu_w} K_w p_w \right) &= \frac{\partial(\phi\rho_w p_c^{-1})}{\partial t} - q_w, \\ \nabla \cdot \left(\frac{\rho_o}{\mu_o} K_o p_o \right) &= \frac{\partial(\phi\rho_o(1 - p_c^{-1}))}{\partial t} - q_o. \end{aligned} \quad (\text{A.16})$$

As equações neste sistema são não lineares e fortemente acopladas. Aplicando as expressões (A.10), (A.11) e (A.13) em (A.12), obtemos:

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \left(\frac{\rho_w}{\mu_w} K_w \left(p_o - \frac{dp_c}{dS_w} \nabla S_w \right) \right) &= \frac{\partial(\phi \rho_w S_w)}{\partial t} - q_w, \\ \nabla \cdot \left(\frac{\rho_o}{\mu_o} K_o p_o \right) &= \frac{\partial(\phi \rho_o (1 - S_w))}{\partial t} - q_o. \end{aligned} \quad (\text{A.17})$$

Fazendo a diferenciação no tempo, dividindo as equações acima por ρ_w e ρ_o respectivamente e somando-as, obtemos

$$\begin{aligned} \frac{1}{\rho_w} \nabla \cdot \left(\frac{\rho_w}{\mu_w} K_w \left(p_o - \frac{dp_c}{dS_w} \nabla S_w \right) \right) + \frac{1}{\rho_o} \nabla \cdot \left(\frac{\rho_o}{\mu_o} K_o p_o \right) \\ = \frac{S_w}{\rho_w} \frac{\partial(\phi \rho_w)}{\partial t} + \frac{1 - S_w}{\rho_o} \frac{\partial(\phi \rho_o)}{\partial t} - q_w - q_o. \end{aligned} \quad (\text{A.18})$$

Note que, se a saturação S_w na Equação (A.18) é explicitamente avaliada, podemos utilizá-la para encontrar p_o , depois de calcular essa pressão, a segunda equação em (A.17) pode ser usada para calcular S_w . Este é o esquema implícito de pressão e explícito de saturação (IMPES) e foi amplamente explorado para o fluxo bifásico em reservatórios de petróleo.

Como já descrito, as equações (A.16) e (A.17) estão fortemente acopladas. Para reduzir o acoplamento, iremos agora escrevê-las em uma formulação diferente, onde uma pressão global é usada. Por simplicidade, iremos supor que as densidades são constantes e introduziremos a mobilidade de um fase α dada por:

$$\lambda_\alpha = \frac{k_{r\alpha}}{\mu_\alpha}, \quad \alpha = w, o, \quad (\text{A.19})$$

assim, a mobilidade total será dada por:

$$\lambda = \lambda_w + \lambda_o. \quad (\text{A.20})$$

Definiremos também a função fluxo parcial

$$f_\alpha = \frac{\lambda_\alpha}{\lambda}, \quad \alpha = w, o, \quad (\text{A.21})$$

e considerando $S = S_w$, definiremos a pressão total

$$p = p_o - \int_0^{p_c(S)} f_w(p_c^{-1}(\xi)) d\xi. \quad (\text{A.22})$$

A velocidade total será dada por:

$$u = u_w + u_o, \quad (\text{A.23})$$

e segue das expressões (A.11), (A.12) e (A.22) que

$$u = -K\lambda\nabla p. \quad (\text{A.24})$$

Realizando a diferenciação em (A.12), dividindo por ρ_α , somando as equações resultantes com $\alpha = w, o$, e aplicando (A.22), obtemos:

$$\nabla \cdot u = -\frac{\partial\phi}{\partial t} + \frac{q_w}{\rho_w} + \frac{q_o}{\rho_o}. \quad (\text{A.25})$$

Substituindo (A.24) em (A.25), segue

$$\nabla \cdot (-K\lambda\nabla p) = -\frac{\partial\phi}{\partial t} + \frac{q_w}{\rho_w} + \frac{q_o}{\rho_o}. \quad (\text{A.26})$$

As velocidades das fases estão relacionadas com a velocidade total e são dadas por:

$$u_w = f_w u + K\lambda_o f_w \nabla p_c, \quad (\text{A.27})$$

$$u_o = f_o u - K\lambda_w f_o \nabla p_c. \quad (\text{A.28})$$

Das expressões (A.27), (A.28) e (A.12), para $\alpha = w$, obtemos a equação de saturação para água com $S = S_w$,

$$\phi \frac{\partial S}{\partial t} + \nabla \cdot \left(K\lambda_o f_w \frac{dp_c}{dS} \nabla S + f_w u \right) = -S \frac{\partial\phi}{\partial t} + \frac{q_w}{\rho_w}. \quad (\text{A.29})$$

Se considerarmos agora que a variação da pressão capilar é nula, isto é, $dp_c/dS = 0$, isto é, que a rocha é incompressível, a Equação (A.29) poderá ser escrita como:

$$\phi \frac{\partial S}{\partial t} + \nabla \cdot (f_w u) = \frac{q_w}{\rho_w}, \quad (\text{A.30})$$

utilizando (A.25) e que $f_w + f_o = 1$, podemos manipular a equação de forma a obter

$$\phi \frac{\partial S}{\partial t} + \frac{\partial f_w}{\partial S} u \nabla S = \frac{f_o q_w}{\rho_w} - \frac{f_w q_o}{\rho_o}. \quad (\text{A.31})$$

Se o termo fonte para (A.31) for nulo, então teremos:

$$f_w = \frac{\frac{q_w}{\rho_w}}{\frac{q_w}{\rho_w} + \frac{q_o}{\rho_o}}, \quad (\text{A.32})$$

que é a clássica função fluxo de Buckley-Leverett, assim a equação de forma simplificada se torna:

$$\phi \frac{\partial S}{\partial t} + \frac{\partial f_w}{\partial S} u \nabla S = 0. \quad (\text{A.33})$$

A.3 CONVECÇÃO-DIFUSÃO-REAÇÃO

Para esse modelo, consideraremos o aquecimento eletromagnético levando em consideração a conservação de energia para cada fase. Para um sistema multifásico composto por β fases, iremos considerar um volume de controle fixo no espaço Ω . Segue da primeira lei da termodinâmica que

$$\frac{dE}{dt} = \dot{Q} - \dot{W}, \quad (\text{A.34})$$

onde E = Energia que pode ser adicionada ou extraída de um corpo através de calor e trabalho, \dot{Q} = Taxa de calor e \dot{W} = Trabalho.

Em um sistema multifásico, onde as fases são incompreensíveis, temos $\dot{W} = 0$, sendo assim, a equação acima torna-se

$$\frac{dE}{dt} = \dot{Q}. \quad (\text{A.35})$$

A energia específica é definida como, $e = \frac{E}{M}$, sendo M a massa do sistema. Então, $\frac{dE}{dt}$ representa a variação da energia E em Ω somado ao fluxo de E através da fronteira. Denotando como ρ_β^a a densidade aparente da fase β , reescrevemos em termos de integrais.

$$\frac{dE}{dt} = \underbrace{\frac{d}{dt} \int_{\Omega} \rho_\beta^a e_\beta d\Omega}_{\text{Variação em } \Omega} + \underbrace{\int_{\Gamma} \rho_\beta^a e_\beta v_\beta n_\beta d\Gamma}_{\text{Fluxo através da Fronteira}} \quad (\text{A.36})$$

Para a taxa de calor \dot{Q} , consideraremos as contribuições do fluxo de calor somado com a taxa de geração de calor, sendo q_β^a o fluxo aparente da fase β . Reescrevemos em termos de integrais, como:

$$\frac{dE}{dt} = \underbrace{- \int_{\Gamma} q_\beta^a n_\beta d\Gamma}_{\text{Fluxo de calor na fase } \beta} + \underbrace{\int_{\Omega} W_\beta^a d\Omega}_{\text{Geração de calor na fase } \beta} \quad (\text{A.37})$$

Desta forma, a Equação (A.35) torna-se:

$$\frac{d}{dt} \int_{\Omega} \rho_\beta^a e_\beta d\Omega + \int_{\Gamma} \rho_\beta^a e_\beta v_\beta n_\beta d\Gamma = - \int_{\Gamma} q_\beta^a n_\beta d\Gamma + \int_{\Omega} W_\beta^a d\Omega, \quad (\text{A.38})$$

utilizando o teorema da divergência e associando os termos obtemos:

$$\int_{\Omega} \left(\frac{d}{dt} (\rho_\beta^a e_\beta + \text{div}(\rho_\beta^a e_\beta v_\beta)) + \text{div}(q_\beta^a) + W_\beta^a \right) d\Omega = 0, \quad (\text{A.39})$$

como a equação acima é válida para todo domínio Ω , para um volume infinitesimal segue que

$$\frac{d}{dt} (\rho_\beta^a e_\beta + \text{div}(\rho_\beta^a e_\beta v_\beta)) + \text{div}(q_\beta^a) + W_\beta^a = 0. \quad (\text{A.40})$$

Utilizando a regra da cadeia, segue a equação

$$e_\beta \frac{d}{dt}(\rho_\beta^a) + \rho_\beta^a \frac{d}{dt}(e_\beta) + e_\beta \operatorname{div}(\rho_\beta^a v_\beta) + \rho_\beta^a v_\beta \cdot \nabla(e_\beta) + \operatorname{div}(q_\beta^a) + W_\beta^a = 0, \quad (\text{A.41})$$

agrupando os termos

$$e_\beta \left(\frac{d}{dt}(\rho_\beta^a) + \operatorname{div}(\rho_\beta^a v_\beta) \right) + \rho_\beta^a \left(\frac{d}{dt}(e_\beta) + v_\beta \cdot \nabla(e_\beta) \right) + \operatorname{div}(q_\beta^a) - W_\beta^a d\Omega = 0. \quad (\text{A.42})$$

Devido a conservação de massa, o primeiro termo da equação acima se anula, isto é

$$\frac{d}{dt}(\rho_\beta^a) + \operatorname{div}(\rho_\beta^a v_\beta) = 0. \quad (\text{A.43})$$

Da definição de derivada material

$$\frac{D}{Dt}(e_\beta) = \frac{\partial}{\partial t}(e_\beta) + v_\beta \nabla e_\beta, \quad (\text{A.44})$$

substituindo as observações acima na Equação (A.42), obtemos:

$$\rho_\beta^a \frac{D}{Dt}(e_\beta) + \operatorname{div}(q_\beta^a) - W_\beta^a = 0. \quad (\text{A.45})$$

Utilizando a lei de Fourier, reescreveremos o fluxo de calor q_β^a , sendo K_β a condutividade térmica e c_β o calor específico. Assumindo que a energia e_β depende somente da temperatura θ_β , obtemos:

$$\begin{aligned} e_\beta(\theta) &= e_\beta, \\ c_\beta &= \frac{de_\beta}{d\theta_\beta}, \\ q_\beta^a &= q_\beta^r \varphi_\beta, \\ q_\beta^r &= -K_\beta \nabla \theta_\beta. \end{aligned} \quad (\text{A.46})$$

Substituindo as equações acima na expressão (A.45)

$$\rho_\beta^a \frac{De_\beta}{D\theta_\beta} \frac{D}{Dt}(\theta_\beta) + \operatorname{div}(q_\beta^r \varphi_\beta) - W_\beta^a = 0, \quad (\text{A.47})$$

$$\rho_\beta^a c_\beta \frac{D}{Dt}(\theta_\beta) - \operatorname{div}(K_\beta \nabla \theta_\beta \varphi_\beta) - W_\beta^a = 0, \quad (\text{A.48})$$

$$\rho_\beta^a c_\beta \left(\frac{\partial}{\partial t}(\theta_\beta) + v_\beta \nabla \theta_\beta \right) - \operatorname{div}(K_\beta \nabla \theta_\beta \varphi_\beta) - W_\beta^a = 0. \quad (\text{A.49})$$

Consequentemente, temos a equação de conservação de energia para um sistema multifásico

$$\rho_\beta^a c_\beta \left(\frac{\partial}{\partial t}(\theta_\beta) + v_\beta \nabla \theta_\beta \right) = \operatorname{div}(K_\beta \nabla \theta_\beta \varphi_\beta) + W_\beta^a. \quad (\text{A.50})$$

Definindo θ_w , θ_0 e θ_s , como o campo de temperatura da água, óleo e do meio poroso, obtemos:

$$\rho_w^a c_w \left(\frac{\partial}{\partial t}(\theta_w) + v_w \nabla \theta_w \right) = \operatorname{div}(K_w \nabla \theta_w \varphi_w) + W_w^a, \quad (\text{A.51})$$

$$\rho_o^a c_o \left(\frac{\partial}{\partial t} (\theta_o) + v_o \nabla \theta_o \right) = \text{div}(K_o \nabla \theta_o \varphi_o) + W_o^a, \quad (\text{A.52})$$

$$\rho_s^a c_s \frac{\partial}{\partial t} (\theta_s) = \text{div}(K_s \nabla \theta_s \varphi_s) + W_s^a. \quad (\text{A.53})$$

A energia total do sistema é dada pelo somatório das equações de temperatura de cada fase, isto é,

$$\begin{aligned} & (\rho_w^a c_w + \rho_o^a c_o + \rho_s^a c_s) \frac{\partial}{\partial t} (\theta) + (\rho_w^a c_w v_w + \rho_o^a c_o v_o) \cdot \nabla \theta = \\ & \text{div}((K_w \varphi_w + K_o \varphi_o + K_s \varphi_s) \cdot \nabla \theta) + (W_w^a + W_o^a + W_s^a). \end{aligned} \quad (\text{A.54})$$

A densidade aparente é igual ao produto entre a densidade real e a fração volumétrica, ou seja, $\rho_\beta^a = \rho_\beta^r \varphi_\beta$. Considerando também a Velocidade de Darcy dada por $V_{D_\beta} = v_\beta \cdot \varphi_\beta$, chegamos a equação:

$$\begin{aligned} & (\rho_w^r \varphi_w c_w + \rho_o^r \varphi_o c_o + \rho_s^r \varphi_s c_s) \frac{\partial}{\partial t} (\theta) + (\rho_w^r c_w V_{D_w} + \rho_o^r c_o V_{D_o}) \cdot \nabla \theta = \\ & \text{div}((K_w \varphi_w + K_o \varphi_o + K_s \varphi_s) \cdot \nabla \theta) + (W_w^a + W_o^a + W_s^a). \end{aligned} \quad (\text{A.55})$$

Utilizando as relações entre fração volumétrica, saturação, velocidade de Darcy da fase β , velocidade de Darcy total e função fluxo parcial f_β dadas por:

$$\varphi_\beta = \frac{V_\beta V_p}{V_p V_t} = \phi S_\beta \quad \text{e} \quad V_{D_\beta} = f_\beta V_{D_t},$$

podemos rescrever os coeficientes da Equação (A.55), respectivamente

$$\begin{aligned} (\rho_w^r \varphi_w c_w + \rho_o^r \varphi_o c_o + \rho_s^r \varphi_s c_s) &= (\rho_w^r \phi S_w c_w + \rho_o^r \phi S_o c_o + \rho_s^r (1 - \phi) c_s) \\ &= (\phi (\rho_w^r S_w c_w + \rho_o^r (1 - S_w) c_o) + \rho_s^r (1 - \phi) c_s) \\ &= \phi ((\rho_w^r c_w - \rho_o^r c_o) S_w) + \rho_o^r c_o + \rho_s^r (1 - \phi) c_s \\ &= C_{tot}(S_w), \end{aligned} \quad (\text{A.56})$$

$$\begin{aligned} (\rho_w^r c_w V_{D_w} + \rho_o^r c_o V_{D_o}) &= (\rho_w^r c_w f_w V_{D_t} + \rho_o^r c_o f_o V_{D_t}) \\ &= (\rho_w^r c_w f_w + \rho_o^r c_o f_o) V_{D_t} \\ &= (\rho_w^r c_w f_w + \rho_o^r c_o (1 - f_w)) V_{D_t} \\ &= ((\rho_w^r c_w - \rho_o^r c_o) f_w + \rho_o^r c_o) V_{D_t} \\ &= C_{liq}(S_w, \theta) \cdot V_{D_t}, \end{aligned} \quad (\text{A.57})$$

$$\begin{aligned} (K_w \varphi_w + K_o \varphi_o + K_s \varphi_s) &= (K_w \phi S_w + K_o^\phi S_o + K_s^r (1 - \phi)) \\ &= (\phi (K_w S_w + K_o (1 - S_w)) + K_s^r (1 - \phi)) \\ &= \phi ((K_w - K_o) S_w) + K_o + K_s (1 - \phi) \\ &= K_{tot}(S_w), \end{aligned} \quad (\text{A.58})$$

e

$$W_{em} = (W_w^r \varphi_w + W_o^r \varphi_o + W_s^r \varphi_s). \quad (\text{A.59})$$

Seguindo (PAZ et al., 2017), definimos os coeficientes descritos acima $C_{tot}(S_w)$, $C_{liq}(S_w, \theta)$, $K_{tot}(S_w)$ e W_{em} respectivamente como: o calor específico do sistema, calor específico total dos fluidos, condutividade térmica total do sistema e fonte total das contribuições de energia eletromagnética das fases.

A partir das observações sobre os coeficientes acima, obtemos:

$$C_{tot}(S_w) \frac{\partial \theta}{\partial t} + C_{liq}(S_w, \theta) V_{D_t} \cdot \nabla \theta = \text{div}(K_{tot}(S_w) \nabla(\theta)) + W_{em}. \quad (\text{A.60})$$

Como os experimentos de laboratório descritos em (HOLLMANN, 2013), apresentaram vazamentos de calor, foi incorporado ao sistema um termo reativo referente às perdas térmicas que se dão entre o meio poroso e o exterior. A partir dessas considerações chegamos na equação final do nosso modelo, dada por

$$C_{tot}(S_w) \frac{\partial \theta}{\partial t} + C_{liq}(S_w, \theta) V_{D_t} \cdot \nabla \theta = C_{ter}(\theta - \theta_0) + \text{div}(K_{tot}(S_w) \nabla(\theta)) + W_{em}. \quad (\text{A.61})$$

Este coeficiente de perdas C_{ter} , apresentado na equação (A.61) não foi medido no laboratório, em (PAZ et al., 2017), foi estimado comparando as simulações numéricas com os dados experimentais, obtido ao minimizar na norma L_2 a diferença de temperatura obtida experimentalmente, com a temperatura obtida numericamente, isto é

$$\min \| \text{experimento} - \text{numérico} \|_{L_2}.$$