

Universidade Federal de Juiz de Fora  
Faculdade de Economia  
Programa de Pós Graduação em Economia

**Andressa Suelen Eugênio**

**Ensaio em Macroeconomia Aplicada**

Juiz de Fora - MG

2022

**Andressa Suelen Eugênio**

**Ensaaios em Macroeconomia Aplicada**

Tese apresentada ao Programa de Pós Graduação em Economia da Universidade Federal de Juiz de Fora, na área de concentração em Macroeconomia, como requisito parcial para obtenção do título de Doutor em Economia

Orientador: Sidney Martins Caetano

Coorientador: Michel Helcias Montoril

Juiz de Fora - MG

2022

Ficha catalográfica elaborada através do Modelo Latex do CDC da UFJF  
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

Eugênio, Andressa.

Ensaio em Macroeconomia Aplicada / Andressa Suelen Eugênio. – 2022.  
86 f. : il.

Orientador: Sidney Martins Caetano

Coorientador: Michel Helcias Montoril

Tese (Doutorado) – Universidade Federal de Juiz de Fora, Faculdade de  
Economia. Programa de Pós Graduação em Economia, 2022.

1. Macroeconomia. 2. Política Econômica. 3. Brasil. I. Caetano, Sidney  
Martins, orient. II. Montoril, Michel Helcias, coorient. II. Título.

**Andressa Suelen Eugênio**

**Ensaaios em Macroeconomia Aplicada**

Tese apresentada ao Programa de Pós-graduação em Economia da Universidade Federal de Juiz de Fora como requisito parcial à obtenção do título de Doutora em Economia. Área de concentração: Economia

Aprovada em 27 de janeiro de 2022.

**BANCA EXAMINADORA**

**Dr. Sidney Martins Caetano** - Orientador

Universidade Federal de Juiz de Fora

**Dr. Michel Helcias Montoril** - Coorientador

Universidade Federal de São Carlos

**Dr. Wilson Luiz Rotatori Corrêa**

Universidade Federal de Juiz de Fora

**Dr. Marcelo Aarestrup Arbex**

Universidade de Windsor

**Dr. Michel Cândido de Souza**

Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri

**Dr. Nelson da Silva**

Juiz de Fora, 25/01/2022.



Documento assinado eletronicamente por **Michel Candido de Souza, Usuário Externo**, em 27/01/2022, às 18:11, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Sidney Martins Caetano, Professor(a)**, em 27/01/2022, às 18:12, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **NELSON DA SILVA, Usuário Externo**, em 27/01/2022, às 18:13, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Michel Helcias Montoril, Usuário Externo**, em 27/01/2022, às 18:13, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Wilson Luiz Rotatori Correa, Professor(a)**, em 27/01/2022, às 18:14, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Marcelo Aarestrup Arbex, Usuário Externo**, em 27/01/2022, às 18:14, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no Portal do SEI-Uffj ([www2.uffj.br/SEI](http://www2.uffj.br/SEI)) através do ícone Conferência de Documentos, informando o código verificador **0656933** e o código CRC **4CF29E7A**.

*Em memória de meu tio Antônio Carlos, meu grande incentivador.*

## AGRADECIMENTOS

Primeiramente, agradeço a Deus por nunca me desamparar, me dar esperanças, me confortar e me mostrar o caminho a seguir nessa longa jornada de doutoramento.

A minha querida e amada mãe, Leila, por ser meu porto seguro e por sempre acreditar em mim. Por me dizer todos os dias que eu conseguiria e que “se fosse fácil todo mundo era doutor”. Eu vou ser eternamente grata por poder te chamar de mãe.

Ao meu amado marido, Daniel, por ser a pessoa mais sensível e compreensível do mundo. Por caminhar ao meu lado, me apoiar, ser paciente e entender os meus surtos. Por cuidar de tudo ao redor para que eu pudesse me dedicar aos meus estudos sem me preocupar com mais nada e por sempre me trazer um café fresquinho como sinal de carinho e perseverança.

Ao meu orientador, Sidney M. Caetano, por ter se tornado um amigo com quem pude contar desde a graduação e por todos esses longos 10 anos que estivemos juntos. Pelas vezes em que assumiu o papel de meu psicólogo, que me ouviu desabafar e chorar minhas mágoas. Por se fazer presente mesmo com a distância. Por acreditar em mim, quando eu mesma já não era capaz.

Aos meus amigos Elder e Christian, com quem compartilhei os anos de mestrado e de doutorado. Que me ouviram, que compartilharam comigo seus saberes, que me deram um abraço quando foi necessário e que nunca me desampararam, mesmo quando mais de 11 mil quilômetros nos separaram fisicamente.

Vocês fizeram que este sonho se tornasse possível e eu vou ser para sempre grata.

Muito obrigada!

## RESUMO

A presente tese propõe três ensaios em Macroeconomia Aplicada, com ênfase em variáveis não observadas na economia brasileira. Em parte, deve-se ao fato de que, nos últimos anos, muitos bancos centrais passaram a buscar metas explícitas de inflação em suas economias. No entanto, diante de defasagens entre suas ações de política e os resultados de inflação efetivos, indicadores de pressões inflacionárias futuras e desvios do principal instrumento de política monetária das taxas de juros naturais desempenham um papel importante na orientação da política monetária. Além da taxa neutra de juros e da tendência inflacionária, o hiato do produto, outra relevante variável não observada, é considerado um indicador-chave nas decisões dos *policymakers*. Neste sentido, o primeiro ensaio buscou estimar a taxa de juros natural e o hiato do produto em uma estrutura de dois países com a finalidade de captar influências externas no comportamento das variáveis macroeconômicas brasileiras. O segundo ensaio parte de um modelo semiestrutural estilizado para analisar a dinâmica da inflação brasileira, considerando conjuntamente estimativas do hiato do produto, da curva de Phillips e de uma tendência da inflação. Por fim, o terceiro ensaio propõe, diante de diversas alternativas de estimação de hiatos do produto por meio de diferentes abordagens, uma medida comum de hiato do produto.

**Palavras-chave:** Política Monetária. Inflação. Taxa Neutra de Juros. Hiato do Produto. Tendência de Inflação. Ciclos de Negócios no Brasil.

## ABSTRACT

This thesis proposes three essays in Applied Macroeconomics, with an emphasis on unobserved variables in the Brazilian economy. This is partly because, in recent years, many central banks have started to seek explicit inflation targets in their economies. However, given the long lag between policy actions and inflation outcomes, indicators of future inflationary pressures and the behaviour of natural interest rates play an important role in guiding monetary policy. In addition to the neutral interest rate and the trend inflation, the output gap, another relevant unobserved variable, is considered a key indicator in policymakers' decisions. In this sense, the first essay estimates the natural interest rate and the output gap in a two-country structure model in order to capture external influences on the Brazilian macroeconomic variables' behaviours. The second essay starts with a stylized semi-structural model to analyze the dynamics of Brazilian inflation, considering joint estimates of the output gap, the Phillips curve, and trend inflation. Finally, the third essay proposes several alternatives for estimating the output gap through different approaches, a standard measure of the output gap.

Key-words: Monetary Policy. Inflation. Natural Interest Rate. Output Gap. Trend Inflation. Business Cycles in Brazil.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Juros reais no Brasil . . . . .	15
Figura 2 – Distribuições a <i>priori</i> e a <i>posteriori</i> dos parâmetros para os EUA . . .	27
Figura 3 – Distribuições a <i>priori</i> e a <i>posteriori</i> dos parâmetros para o Brasil . . .	28
Figura 4 – Estimativa do hiato do Produto para as duas economias . . . . .	30
Figura 5 – Estimativa do Crescimento do produto potencial e da taxa de crescimento da tendência para as duas economias . . . . .	31
Figura 6 – Estimativa da Taxa Natural de Juros para as duas economias . . . . .	32
Figura 7 – Componentes da Taxa Natural de Juros . . . . .	36
Figura 8 – Distribuições a <i>priori</i> e a <i>posteriori</i> da frequência dos ciclos comuns, persistência dos ciclos comuns e variância dos choques para os ciclos e tendência comum. . . . .	50
Figura 9 – Distribuições a <i>priori</i> e a <i>posteriori</i> dos coeficientes para os ciclos comuns de inflação e do núcleo de inflação. . . . .	51
Figura 10 – Tendências independentes do produto, da população ocupada, da taxa de desemprego e do preço do petróleo . . . . .	52
Figura 11 – Tendência comum entre inflação do IPCA, do núcleo de inflação e das expectativas de inflação dos agentes . . . . .	53
Figura 12 – Ciclos de negócios e ciclos dos preços de energia . . . . .	54
Figura 13 – Ciclo de negócios e componentes do ciclo de preços de energia na inflação	55
Figura 14 – Hiato do produto como percentual do PIB potencial . . . . .	56
Figura 15 – Inclinação da curva de Phillips . . . . .	58
Figura 16 – Decomposição histórica dos ciclos estimadas pelo modelo . . . . .	60
Figura 17 – Medidas estimadas do Hiato do produto brasileiro . . . . .	70
Figura 18 – Gráfico da medida comum de hiato do produto brasileiro . . . . .	78
Figura 19 – Gráfico de autovalores em relação ao número do fator. . . . .	86

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Valores das médias <i>a priori</i> e <i>a posteriori</i> dos parâmetros . . . . .	29
Tabela 2 – Base de dados usados no modelo empírico . . . . .	45
Tabela 3 – Distribuições a priori . . . . .	49
Tabela 4 – Teste KMO e de Barlett . . . . .	75
Tabela 5 – Variância Total Explicada . . . . .	76
Tabela 6 – Fatores e Comunalidades . . . . .	77

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO . . . . .</b>	<b>11</b>
<b>2</b>	<b>TAXA DE JUROS NATURAL E POLÍTICA MONETÁRIA</b>	<b>13</b>
2.1	INTRODUÇÃO . . . . .	13
2.2	REFERENCIAL TEÓRICO . . . . .	16
2.3	MODELO EMPÍRICO . . . . .	20
2.3.1	Implementação empírica . . . . .	21
2.4	DADOS . . . . .	23
2.5	ESTIMAÇÃO DO MODELO . . . . .	25
2.5.1	Distribuição <i>a priori</i> dos parâmetros . . . . .	25
2.5.2	Distribuição <i>a posteriori</i> dos parâmetros . . . . .	26
2.6	ESTIMAÇÃO A <i>POSTERIORI</i> DAS VARIÁVEIS DE ESTADO . . . . .	27
2.6.1	Hiato do Produto e Crescimento do produto potencial . . . . .	27
2.6.2	Avaliação da política monetária a partir da Taxa Natural de Juros . . . . .	31
2.6.3	Os determinantes da taxa natural . . . . .	35
2.7	CONCLUSÕES . . . . .	36
<b>3</b>	<b>MODELO MACROECONÔMICO SEMIESTRUTURAL PARA O BRASIL . . . . .</b>	<b>38</b>
3.1	INTRODUÇÃO . . . . .	38
3.2	O MODELO EMPÍRICO . . . . .	41
3.3	O MODELO DE CICLO-TENDÊNCIA . . . . .	44
3.3.1	Dados . . . . .	45
3.3.2	Implementação empírica . . . . .	45
3.4	TENDÊNCIAS E CICLOS NA ECONOMIA BRASILEIRA . . . . .	50
3.4.1	Tendência inflacionária, desemprego de equilíbrio e produto potencial . . . . .	50
3.4.2	Ciclos de negócios e dos preços de energia . . . . .	54
3.4.3	O hiato do produto . . . . .	55
3.5	DECOMPOSIÇÃO HISTÓRICA . . . . .	57
3.6	CONCLUSÕES . . . . .	59
<b>4</b>	<b>UMA MEDIDA COMUM PARA O HIATO DO PRODUTO BRASILEIRO . . . . .</b>	<b>62</b>
4.1	INTRODUÇÃO . . . . .	62
4.2	ESTIMATIVAS PARA O HIATO DO PRODUTO . . . . .	65
4.2.1	As medidas a partir do <i>EMT</i> . . . . .	65

4.2.2	Método de componentes não observados (UC) . . . . .	68
4.2.3	Resumo das medidas de hiato do produto estimadas . . . . .	70
4.3	O MODELO DE ANÁLISE FATORIAL . . . . .	71
4.3.1	Método de Componentes Principais . . . . .	72
4.4	A MEDIDA COMUM DE HIATO DO PRODUTO . . . . .	74
4.5	CONCLUSÕES . . . . .	78
	<b>REFERÊNCIAS . . . . .</b>	<b>80</b>
	<b>APÊNDICE A – Screeplot . . . . .</b>	<b>86</b>

## 1 INTRODUÇÃO

A recuperação das economias mundiais após a crise financeira global foi caracterizada por um crescimento lento do produto e medidas de inflação persistentemente abaixo das metas de inflação dos bancos centrais tanto em economias avançadas quanto emergentes, apesar do forte estímulo de política monetária observado (FIEDLER et al., 2019).

Essa questão é de forte relevância nas discussões de política para os bancos centrais. Por exemplo, se o crescimento lento do produto se deveu, principalmente, a fatores temporários e o PIB, ainda, apresenta-se muito abaixo do produto potencial, os bancos centrais deveriam se empenhar por uma política monetária mais expansionista para fechar esse hiato, o que, por sua vez, levaria a taxas de inflação mais altas. Além disso, se a taxa de juros natural apresenta queda a níveis próximos às taxas de juros observadas, então a postura da política monetária (medida através da distância entre as taxas observadas e a taxa natural) poderia ser menos expansionista do que o pretendido, sendo um motivo para a desaceleração do crescimento do produto e da baixa inflação.

Assim sendo, na busca de seu objetivo de manter o poder de compra da moeda, atingir as metas de inflação explícitas tornam-se relevantes dentro do regime monetário de metas de inflação. Para tanto, indicadores de pressões inflacionárias e comportamento das taxas de juros naturais têm papéis importantes na orientação da política monetária que visa alcançar a baixa e a estabilidade de preços. Manter a inflação sob controle, ao redor da meta, é objetivo fundamental dos bancos centrais. Uma taxa de inflação baixa, estável e previsível é a melhor contribuição que a política monetária pode fazer para o crescimento econômico sustentável e o bem-estar da população. O crescimento de uma economia depende de uma série de fatores sobre os quais os bancos centrais não têm controle, como aumento da produtividade. Entretanto, inflação alta, instável ou imprevisível prejudica o crescimento econômico. Vale destacar que a inflação alta prejudica principalmente as famílias de baixa renda, uma vez que estas têm mais dificuldade de se proteger contra a perda do valor real da moeda.

De maneira a contribuir no debate e análise supracitados, a presente tese desenvolve e apresenta três ensaios em macroeconomia aplicada que consideram, não necessariamente todos os pontos simultaneamente, a taxa natural de juros, a dinâmica inflacionária, medidas de hiato do produto, tendência da inflação e os ciclos de negócios para a economia brasileira. Isto é, o primeiro ensaio busca estimar uma medida de taxa natural de juros e de hiato do produto em uma estrutura de dois países, que permite a taxa natural de juros de uma economia ser impactada por sua relação com outro país, proposta por Wynne e Zhang (2017). No presente caso, relaciona-se a economia brasileira à economia americana não apenas por se tratar de uma relevante economia no mundo, mas por ser um dos principais

parceiros comerciais do Brasil. Os resultados sugerem que as taxas de juro natural em ambos os países são determinadas principalmente por suas próprias taxas de crescimento da tendência do produto potencial, contudo, a tendência de crescimento do outro país é o segundo fator mais importante. Já para o hiato do produto, observa-se que as medidas estimadas detectam os pontos de virada dos ciclos de negócios, conforme esperado, e que as medidas para o Brasil possuem um comportamento mais rápido de reversão à média do que as medidas para os EUA.

No segundo ensaio, parte-se de uma visão expressa pelos bancos centrais para estudar a dinâmica da inflação brasileira, relacionando-a a medidas de hiato do produto, a uma curva de Phillips e uma estimativa de tendência da inflação, por exemplos. Para tanto, utiliza-se um modelo semiestructural proposto por Hasenzagl et al. (2020) que envolve três componentes importantes para a dinâmica da inflação: uma tendência ancorada por expectativas de longo prazo, uma curva de Phillips e flutuações temporárias nos preços de energia. Os resultados deste ensaio sugerem uma tendência de inflação de longo prazo relativamente estável e uma curva de Phillips com inclinação bem identificada. Ainda, observa-se que o produto potencial e os preços de energia afetam a dinâmica de inflação não apenas por meio da curva de Phillips, mas também por meio de um canal independente de expectativas dos agentes econômicos.

E, por fim, o terceiro ensaio busca contribuir com a ampla literatura de medidas de hiatos do produto ao propôr uma medida comum do hiato do produto brasileiro. Para tanto, neste ensaio, relaciona-se a medida de hiato proposta e estimada no segundo ensaio desta tese, com outras diferentes medidas estimadas, sejam por meio de filtros estatísticos convencionais ou modelos de componentes não observados. Conforme esperado (ver, por exemplo, (MORLEY, 2011; PERRON; WADA, 2009; GRANT; CHAN, 2017a)), as medidas de hiato de produto mudam significativamente, conforme o método utilizado e com as suposições impostas nas estimações. Neste sentido, a sugestão de uma medida comum do hiato do produto gerada por meio de técnica multivariada de análise fatorial torna-se uma boa alternativa; não apenas por suas vantagens metodológicas, mas por demonstrar boa precisão os pontos de inflexão da economia, corroborados pelos ciclos de negócio e períodos de expansão/contração presentes na literatura brasileira.

## 2 TAXA DE JUROS NATURAL E POLÍTICA MONETÁRIA

### Resumo

Neste primeiro ensaio busca-se apresentar o conceito de taxa natural de juros ou taxa de juros de equilíbrio utilizando uma estrutura de economia pequena e aberta com objetivo de captar influências externas. Para tanto, segue-se o trabalho de Wynne e Zhang (2017) apresentando estimativas do hiato do produto e da taxa natural de juros para o Brasil e os Estados Unidos em uma estrutura de dois países durante o período que compreende do terceiro trimestre de 2001 ao primeiro trimestre de 2020 via métodos Bayesianos. Os pressupostos de identificação incluem um relacionamento próximo entre as taxas naturais variantes no tempo e flutuações de baixa frequência no crescimento do produto potencial tanto no país doméstico (Brasil) como no país estrangeiro, ou resto do mundo (Estados Unidos). Os resultados sugerem que as taxas de juros natural em ambos os países são determinadas principalmente por suas próprias taxas de crescimento de tendência do produto potencial. No entanto, a tendência de crescimento do outro país desempenha um papel importante em vários períodos específicos. Mostra-se ainda que, em determinados pontos, ao comparar as estimativas seguindo o modelo de economia aberta proposto por Wynne e Zhang (2017) com o modelo de economia fechado de Laubach e Williams (2003), o comportamento da taxa natural de juros pode apresentar diferenças no que tange a sugestão da postura da política monetária.

**Palavras-chave:** Taxa natural de juros. Hiato do Produto. Componentes não observados. Análise Bayesiana. Economia Aberta.

### 2.1 INTRODUÇÃO

O conceito de taxa natural, taxa neutra ou taxa de equilíbrio de juros caracteriza uma definição central dentro da teoria macroeconômica, em especial da política monetária, ao sugerir se os bancos centrais estão adotando políticas contracionistas/expansionistas. O uso comum de conceitos diferentes da taxa natural de juros é às vezes uma fonte de desalinho, podendo fazer com que haja disparidades quantitativas significativas entre diferentes medidas de tal taxa.

As definições diferem principalmente em relação ao horizonte sobre o qual elas são consistentes com um hiato do produto nulo. Existem ao menos dois horizontes comumente utilizados, o contemporâneo e o de médio a longo prazo. No primeiro horizonte, a taxa de juros natural seria tal que garantiria um hiato do produto zero em cada período (WOODFORD, 2003). A taxa natural, no entanto, é melhor utilizada como um indicador da taxa de política garantida pelas condições econômicas atuais, e não como uma referência para medir o grau de estímulo político (MENDES, 2014).

No que tange ao segundo horizonte, a taxa natural é a taxa de juros que deve prevalecer depois que os efeitos dos choques do ciclo de negócios se dissiparem, ou seja, a taxa de juros consistente com o produto no seu nível potencial e taxa de inflação estável (WICKSELL, 1936). Esse conceito seria influenciado por forças de médio a longo prazo e, de tal forma, os desvios da taxa de juros real desta medida de neutralidade medem a orientação da política monetária (MENDES, 2014). Dessa maneira, ao conciliar as medidas de taxa natural de juros com a taxa de juros real da economia, pode-se inferir a posição da política monetária realizada para um dado período, ou seja, quando a taxa de juros real está acima do nível da taxa natural, a política monetária é dita ser contracionista. Por outro lado, quando a taxa de juros real está abaixo do nível de equilíbrio, a política monetária é expansionista.

Os instrumentos de política monetária, de um modo genérico, são as variáveis que o banco central controla diretamente e, a taxa de juros da economia é caracterizada por ser um dos principais e mais utilizado instrumento dentre os possíveis aos bancos centrais. O uso eficaz de tal instrumento, pode ser um reflexo, entre outros, de maior estabilidade econômica; de aumento da credibilidade do banco central e do governo; e de maior desenvolvimento do sistema financeiro.

De tal forma, uma medida de postura neutra da política monetária fornece uma referência contra a qual se pode avaliar o estímulo monetário em uma economia. Assim, uma estimativa da taxa neutra de política é um insumo essencial nos modelos e análises que informam o processo decisório da política monetária. No entanto, ao se tratar de uma medida não observável, a definição de tal medida pode possuir interpretações diferentes, tais como, o valor do intercepto em uma regra de Taylor ou, ainda, como em modelos dinâmicos estocástico de equilíbrio geral (DSGE) nos quais algumas vezes ela é considerada como o valor associado à trajetória determinística do crescimento no estado estacionário (HAMILTON et al., 2016).

Outra forma comumente utilizada na literatura, é a estimação da taxa natural de juros via modelos semiestruturais de componentes não observados ao se empregar o filtro de Kalman, como pode-se observar no trabalho seminal de Laubach e Williams (2003) e, posteriormente, por seus seguidores Clark e Kozicki (2005), Mesonnier e Renne (2007), Trehan e Wu (2007), Barsky, Justiniano e Melosi (2014), Pescatori e Turunen (2015), Holston, Laubach e Williams (2017). No entanto, a maioria desses trabalhos seguem um modelo de economia fechada ou uma configuração para uma pequena economia aberta.

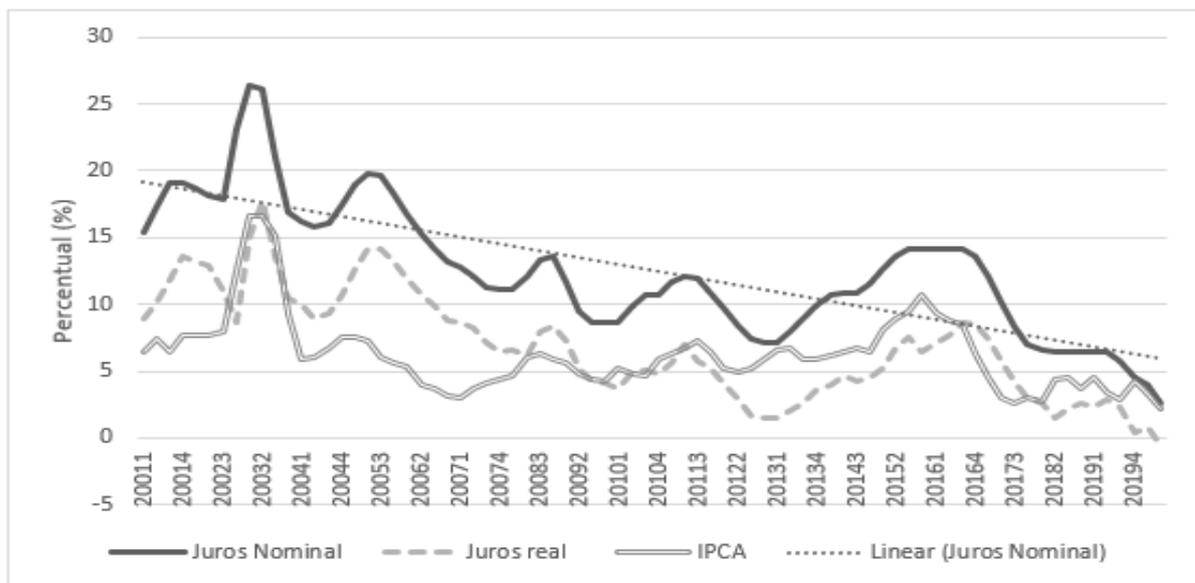
Nos últimos anos pode-se observar uma volatilidade ao longo do tempo e uma trajetória de queda nas taxas de juros nominais acompanhado por uma queda nas medidas de inflação esperada, tendência essa que se acentuou ao redor do ano de 2016 até o início de 2020<sup>1</sup>, como pode ser observado na Figura 1. No entanto, o declínio nas taxas nominais

---

<sup>1</sup> Período este que caracteriza a crise pré COVID-19.

parece ser maior do que pode ser explicado pelo declínio apenas na inflação. O baixo crescimento econômico e as revisões persistentes de queda das expectativas de crescimento sugerem que a taxa natural de juros também vem diminuindo. Embora a teoria econômica forneça direcionamentos sobre quais fatores afetam a taxa natural de juros (ver, por exemplo, Eggertsson et al. (2016); Rachel e Smith (2015); Pescatori e Turunen (2015); Hall (2016); Gagnon, Johannsen e Lopez-Salido (2016)).

Figura 1 – Juros reais no Brasil



Fonte: Elaboração própria a partir dos dados do Sistema Gerenciador de Séries Temporais do Banco Central do Brasil.

Haja vista que a medida da taxa natural de juros é relevante no que tange a condução da política monetária, em especial em ambientes onde a tendência da taxa de juros nominal é decrescente, este artigo objetiva contribuir para a literatura ao apresentar uma discussão sobre o assunto e ao estimar uma medida de taxa natural de juros em uma estrutura de economia aberta de forma a permitir influências externas. Especificamente para o caso brasileiro, Neto e Portugal (2009) e Moreira e Portugal (2019) utilizam o modelo proposto por Laubach e Williams (2003) para a estimação da taxa natural de juros; já Neto e Candido (2020) calculam a taxa natural juntamente com uma medida do produto potencial ao relacionar os trabalhos de Mesonnier e Renne (2007) e Areosa et al. (2008); e, ainda, Barbosa, Camêlo e João (2016) utiliza uma especificação estatística e estima a taxa natural de juros ao somar as tendências da taxa de juros externa, do prêmio de risco e do risco cambial calculadas por meio de um filtro Hodrick-Prescott (HP).

Dado o aumento da integração global dos países nos mercados de produto e capital é de se esperar que fatores estrangeiros ou externos possam impactar as estimativas da taxa natural doméstica, mesmo em economias pouco abertas. Conforme destacado por Barbosa,

Camêlo e João (2016), o fato da economia brasileira ter pequena abertura comercial não é justificativa para utilizar uma estrutura de economia fechada.

Assim sendo, o presente trabalho busca fornecer algumas estimativas iniciais da taxa natural para o Brasil e os EUA em uma estrutura de dois países. As premissas de identificação incluem uma relação estreita entre a taxa de juros natural variável no tempo e as flutuações de baixa frequência do crescimento do produto potencial tanto no país doméstico quanto no país estrangeiro. Para tanto, utiliza-se o modelo de Wynne e Zhang (2017) que estende o modelo de Laubach e Williams (2003) ao permitir que a taxa natural de juros de uma economia seja impactada por sua relação com outro país. O período para os dados utilizados cobre desde o terceiro trimestre de 2001 até o primeiro trimestre de 2020.<sup>2</sup>

Além desta introdução, o ensaio está dividido como segue. A segunda seção traz um resumo da literatura internacional, bem como os trabalhos que realizaram estimação da taxa natural de juros para o Brasil. A seção seguinte apresenta a descrição do modelo. A quarta seção apresenta os dados utilizados para as duas economias. A quinta seção traz a abordagem utilizada para a estimação do modelo e alguns resultados da distribuição *a posteriori*. A sexta seção discute os resultados encontrados pela estimação e, a última seção conclui.

## 2.2 REFERENCIAL TEÓRICO

Apesar da simplicidade da definição da taxa natural de juros, a estimação envolve inúmeras dificuldades. Por ser uma medida não observável, não existe uma maneira direta de estimar a taxa natural e, em geral, as estimativas podem variar bastante. De tal forma, há uma literatura relativamente extensa sobre a aplicação de métodos econométricos para estimação da taxa natural de juros em vários países, inclusive para o Brasil.

Em Laubach e Williams (2003) é usado um modelo macroeconômico de pequena escala para estimar conjuntamente a taxa natural de juros, o produto potencial e sua tendência de crescimento para os Estados Unidos através da aplicação do filtro de Kalman. Os autores observaram uma relação próxima entre a taxa natural de juros e a tendência de crescimento do produto, conforme previsto na teoria. Eles analisam, ainda, que a taxa natural de juros apresentou uma grande variabilidade no período do estudo e um determinante dessa variabilidade seriam as oscilações na taxa de crescimento potencial.

Crespo-Cuaresma (2003) através de uma abordagem multivariada de componentes não observados, com dados mensais agregados da área do euro (Janeiro de 1991 a março de 2002) estimam a evolução temporal da taxa natural de juros, implementando um ajuste

---

<sup>2</sup> O conceito de taxa natural de juros aqui adotado refere-se àquele de médio/longo prazo e, de acordo com Ferguson (2004) apesar de haver uma sutil distinção teórica entre as nomenclaturas de taxa natural, aqui estas serão tratadas indistintamente.

para o prêmio de risco e obtêm que o uso de taxas de juros ajustadas ao risco geram uma estimativa da reação da política monetária ao hiato do produto, correspondendo, aproximadamente, a um aumento de 40 pontos-base(p.b) para um desvio positivo de 1% do produto do seu potencial e um desvio positivo da inflação de sua tendência de 1% acarretaria um aumento de aproximadamente 1,2% nas taxas de juros de curto prazo. Somado a isto, são feitas análises, para várias defasagens, da correlação entre o hiato da taxa de juros e a inflação  $k$  meses à frente, sendo obtidos valores negativos, coerentes com a teoria econômica por trás da definição.

Brzoza-Brzezina et al. (2003) estimam as séries de tempo históricas da taxa natural de juros da Polônia usando um modelo de vetor autorregressivo estrutural (VAR-Estrutural). Seus resultados sugerem que a taxa natural apresenta variabilidade bastante substancial ao longo do tempo, de magnitude comparável à variabilidade da taxa de juros real. Sugerem, ainda, que a variável é pró-cíclica e, que a diferença entre as taxas de juros natural e real pode ser considerada um indicador útil, embora não perfeito, da postura da política monetária.

Mesonnier e Renne (2007) estimam a taxa natural de juros variante no tempo para a área do euro no período ente 1979 e 2002 usando um modelo macroeconômico *backward-looking*, seguindo a metodologia desenvolvida por Laubach e Williams (2003) mas mudam sua abordagem ao assumir um processo estacionário para a taxa de crescimento do produto potencial ao invés de um processo I (1). Além disso, os autores utilizam expectativas de inflação consistentes no modelo para computar a taxa real de juros ao invés de uma *proxy* para as expectativas de inflação, como gerado a partir de um modelo univariado de inflação.

Bernhardsen e Gerdrup (2007) utilizam vários métodos para estimar a taxa natural de juros para a Noruega usando dados de 1986 a 2006 e ressaltando que apesar de haver uma incerteza substancial associada a tais métodos, um gama variada destes pode fornecer uma imagem do intervalo em que se encontra a taxa de juros natural. Os resultados dos autores apontam para que o intervalo de 2,1% a 1,5% é capaz de representar a taxa natural de juros para a Noruega.

Em Barsky, Justiniano e Melosi (2014) os autores descrevem a taxa natural de juros em um modelo DSGE com estrutura Novo Keynesiana sem rigidez de preços e acumulação de capital e apresentam quais seriam suas implicações para a economia da Noruega. Eles afirmam que a taxa natural tem variado consideravelmente desde os anos 1990 e que ela é altamente pró-cíclica. Além disso, os autores encontram uma taxa natural negativa nas últimas três recessões e que ela permaneceu persistentemente baixa desde 2008. Sugerem, ainda, que a taxa natural poderia ser uma referência útil para o banco central americano, na medida em que rastrear essa taxa teria estabilizado significativamente o produto e diminuindo a variabilidade da inflação de preços e salários. Mas, ressaltam que tal cálculo

não se dá de forma trivial.

Lubik, Matthes et al. (2015) utilizam duas abordagens alternativas para calcular a taxa natural de juros, sendo a primeira, e mais restrita, a de Laubach e Williams (2003) e a segunda um vetor autorregressivo variante no tempo. Eles utilizam séries de tempo dos Estados Unidos da América que compreendem o período de 1961 a 2015 e concluem que, apesar de cada abordagem apresentar valores distintos para a taxa de juros natural, elas caminham em uma mesma direção e ambas concordam que a taxa real de juros tem estado abaixo de sua contraparte natural por um período prolongado.

Hamilton et al. (2016) examinam o comportamento, os determinantes e as implicações do nível da taxa natural de juros utilizando estimações econométricas para dados de vários países e, chegam a três conclusões principais. A saber, primeiro, a incerteza em torno da taxa natural de juros é grande, e sua relação com o crescimento tendencial do PIB apresenta-se mais tênue do que se acreditava amplamente. Em segundo lugar, um modelo de vetor bivariado de correção de erros que analisa apenas as taxas reais dos EUA e do mundo capta bem o comportamento das taxas reais dos EUA. Terceiro, a incerteza em torno da taxa natural de juros aponta mais na direção de uma política monetária “inercial” do que nas versões implícitas padrão da regra de Taylor.

Holston, Laubach e Williams (2017) aplicam a metodologia de Laubach e Williams (2003) aos EUA e mais três economias avançadas (Canadá, Zona do Euro e Reino Unido) analisando dados de 1961 a 2016, com exceção da amostra da área do euro que começa em 1972. Os resultados encontrados pelos autores sugerem que houveram, nos últimos 25 anos, grandes declínios no crescimento tendencial do PIB e nas taxas naturais de juros nas quatro economias. Eles afirmam também que tais estimativas país por país exibem uma quantidade substancial de movimento ao longo do tempo, sugerindo um papel importante para fatores globais na formação do crescimento das tendências e das taxas naturais de juros.

Wynne e Zhang (2017) estimam a taxa natural de juros em uma estrutura de economia aberta para dois países usando dados dos EUA e Japão entre o primeiro trimestre de 1961 e o terceiro trimestre de 2014. Seus resultados sugerem que, as taxas naturais em ambos os países são determinadas principalmente por suas próprias taxas de crescimento do produto potencial. No entanto, a tendência de crescimento do outro país desempenha um papel importante em vários períodos específicos. O hiato entre a taxa de juros real e a medida da taxa natural estimada oferecem informações sobre a orientação da política monetária em ambos os países durante tal período.

Para o Brasil, Miranda, Muinhos et al. (2003) estimam a taxa natural de juros utilizando métodos como: taxas médias históricas, modelos estruturais, juros de longo prazo da economia, e câmbio. Independentemente do método utilizado, as taxas naturais de juros de equilíbrio para o Brasil apresentam resultados elevados em relação aos encontrados

para o resto do mundo no período de 1999 a 2002. Além disso, os autores estimaram um painel com 13 países emergentes de forma a verificar se as altas taxas de juros são um fenômeno regional ou abrange todos os países emergentes.

Muinhos (2006) estimam a taxa natural de juros considerando quatro metodologias: tendência estatística das taxas de juros reais a partir do uso do filtro HP; modelo Keynesiano para uma economia pequena e aberta, com uma estimativa constante no tempo; taxa natural igual ao produto marginal do capital, fazendo estimativas a partir das hipóteses clássicas dos modelos de crescimento; e um modelo de painel, tentando medir o efeito do risco de inflação e do prêmio de risco da dívida brasileira, e de outros emergentes, em relação aos títulos americanos. O artigo reforça o resultado encontrado em Miranda, Muinhos et al. (2003) observando que o Brasil possuía taxas de juros reais mais altas do que outros 20 países da amostra.

Neto e Portugal (2009) utilizam, inicialmente, filtros estatísticos nas séries de taxas de juros reais *ex-post* e *ex-ante*. Além disso, estimaram uma regra de Taylor dinâmica, na qual a taxa de juros natural é o intercepto da equação. Os resultados destas estimações são comparados com a taxa natural de juros estimada a partir de um modelo macroeconômico simplificado em formato de espaço de estados, baseada em Laubach e Williams (2003). Seus resultados mostraram que as decisões de política monetária geraram uma taxa de juros real que flutuou ao redor da taxa de juros natural estimada.

Posteriormente, Ribeiro, Teles et al. (2013) seguem uma linha de pesquisa semelhante a de Neto e Portugal (2009), mas além das especificações feitas por estes os autores utilizam também a metodologia utilizada em Mesonnier e Renne (2007). Somado a isto, o estudo abrange um horizonte de tempo maior do que aquele analisado por Neto e Portugal (2009) ao incluir dados do ano de 2001 até 2010. Ao estenderem a análise, os autores observam que a taxa de juros natural brasileira se mostrou em declínio a partir de 2006 até o período final analisado.

Somado aos autores supracitados, Gottlieb (2013) segue, também, a metodologia de Laubach e Williams (2003), e estende um pouco mais sua série temporal. Seus resultados sugerem que, assim como em Ribeiro, Teles et al. (2013), a taxa natural de juros apresentou uma tendência de queda até 2012, e observa que tal resultado poderia estar ocorrendo em decorrência de mudanças estruturais da economia brasileira.

Perrelli e Roache (2014) reiteram sobre o declínio das taxas naturais de juros não somente no Brasil, mas também em outros países emergentes. Para identificar quais os principais fatores que contribuíram para tal declínio, os autores estimam um intervalo da taxa natural de juros variando no tempo para o Brasil com base em uma série de modelos estruturais e econométricos. A saber, estimativas estruturais; filtros estatísticos; estimativas a partir da estrutura a termo da taxa de juros; modelos de espaço-estado; e, regressões a partir de fundamentos.

Barbosa, Camêlo e João (2016) estimam a taxa de juros natural e a Regra de Taylor para o Brasil no período entre 2003 e 2015. Para tal estimação, os autores partiram do pressuposto que a economia brasileira é uma economia pequena e aberta. Somado a isto, estimaram a regra de Taylor, considerando o fato de que a taxa de juros natural varia ao longo do tempo, e por fim, testaram a hipótese de mudanças na regra de Taylor através da utilização de variáveis “*dummy*”. Seus resultados apontam para uma queda na taxa natural de juros, com uma leve reversão no ano de 2012 e, ainda, para uma mudança na regra de Taylor.

Palma e Portugal (2017) utilizam um modelo DGSE para estimar a taxa natural de juros no Brasil. Os resultados encontrados apontam uma tendência de queda na taxa natural e que o banco central adotou uma política monetária mais conservadora, até meados de 2007. No entanto, o hiato de juros negativo após esse período mostra uma política monetária mais frouxa e mais leniente em relação à inflação.

### 2.3 MODELO EMPÍRICO

O ponto de partida deste trabalho para modelar a taxa de juros natural da economia brasileira em uma estrutura com economia aberta é a crítica feita por Barbosa, Camêlo e João (2016). Em tal trabalho, os autores argumentam que existem canais de integração do Brasil com mercados internacionais e o uso de uma estrutura de economia fechada não seria adequado para o cálculo da taxa natural de juros. Somado a isto, a crescente integração global dos mercados de bens e de capital, oriunda da globalização, faz com que tanto fatores domésticos quanto externos sejam suscetíveis na determinação da taxa natural de juros.

De forma a utilizar uma estrutura de economia aberta, segue-se Wynne e Zhang (2017) que estendem o modelo de Laubach e Williams (2003) para uma estrutura de dois países conforme apresentado a seguir.

A teoria econômica implica que a taxa natural de juros varia ao longo do tempo em resposta a mudanças nas preferências e na taxa de crescimento do produto. O problema de maximização intertemporal das famílias fornece uma relação entre a taxa de juros real,  $r$ , e a taxa de crescimento do consumo,  $g_c$ :

$$r = \frac{1}{\sigma} g_c + \theta \quad (2.1)$$

de forma que,  $\sigma$  representa a elasticidade de substituição intertemporal do consumo e  $\theta$  é a taxa de preferência no tempo. Motivados pelas evidências de que mudanças na taxa de crescimento tendencial são uma fonte de movimentos persistentes na taxa natural de juros encontradas por Oliner e Sichel (2000) e Roberts (2001), Laubach e Williams

(2003) usam esta relação teórica e propõem uma lei de movimento para a taxa natural de juros não observada,  $r^*$ , e a tendência da taxa de crescimento do produto potencial,  $g_t$  em uma economia fechada:

$$r^* = cg_t + z_t \quad (2.2)$$

tal que,  $z_t$  capta outros determinantes da taxa natural de juros. De modo a configurar uma economia aberta, Wynne e Zhang (2017) estendem a equação 2.2 ao incluírem a tendência da taxa de crescimento em uma economia externa,  $g_t^*$ , conforme segue:

$$r^* = cg_t + c_t^* g_t^* + z_t \quad (2.3)$$

Wynne e Zhang (2017) argumentam que com perfeito compartilhamento de riscos e mercados financeiros completamente integrados, a taxa de juros real do país doméstico e do país estrangeiro devem ser iguais à taxa mundial, que por sua vez deve ser uma média da tendência das taxas de crescimento dos países doméstico e estrangeiro. Somado a isto, os autores justificam que o termo  $z_t$  agora, além de captar outros determinantes da taxa natural de juros, capturam quaisquer distorções que limitem o compartilhamento de risco.

### 2.3.1 Implementação empírica

A identificação econométrica da taxa natural de juros é alcançada especificando duas equações IS uma para o país doméstico (com sobrescrito  $h$ ) e outra para o país estrangeiro (com sobrescrito  $f$ ). O hiato do produto, o desvio percentual do PIB real da sua taxa de produto potencial ( $\hat{y} = y - y^*$ ), é determinado pelos seus próprios *lags* e pelos *lags* do hiato das taxas de juros real:

$$\hat{y}_t^h = a_{y,1}^h \hat{y}_{t-1}^h + a_{y,2}^h \hat{y}_{t-2}^h + \frac{a_r^h}{2} \sum_{j=1}^2 (r_{t-j}^h - r_{t-1}^{*h}) + \epsilon_{y,t}^h \quad (2.4)$$

$$\hat{y}_t^f = a_{y,1}^f \hat{y}_{t-1}^f + a_{y,2}^f \hat{y}_{t-2}^f + \frac{a_r^f}{2} \sum_{j=1}^2 (r_{t-j}^f - r_{t-1}^{*f}) + \epsilon_{y,t}^f \quad (2.5)$$

O núcleo da taxa de inflação,  $\pi_t$ , é determinada pelos seus próprios *lags*, pelo hiato do produto defasado,  $\hat{y}_{t-1}$ , e duas outras variáveis medindo os choques de preços relativos. Para os Estados Unidos, tais medidas são a inflação de preços de importação - excluindo petróleo, computadores e semicondutores -  $\pi_t^{I,f}$ , e o preço de importação do petróleo bruto,  $\pi_t^{O,f}$ , seguindo Laubach e Williams (2003), Laubach (2009), Wynne e Zhang (2017). Já para o Brasil, as variáveis de choque relativos são um indicador de preço de *commodities*,  $\pi_t^{C,h}$ , em virtude do papel que as flutuações nos preços de *commodities* exercem sobre a

dinâmica da inflação brasileira; e também a taxa de câmbio,  $q^h$ , que influencia os preços em moeda nacional de insumos intermediários importados, afetando o custo dos bens produzidos internamente e, conseqüentemente, a inflação doméstica (MAKA; BARBOSA, 2014) e, conforme argumentado por Barbosa, Camêlo e João (2016) pode haver fortes influências da taxa de câmbio no processo decisório de política monetária em economias abertas e pequenas, afetando assim a taxa natural de juros. As duas curvas de Phillips são como segue:

$$\pi_t^h = b_\pi^h(L)\pi_t^h + b_y^h \hat{y}_{t-1}^h + b_{\pi^C}^h (\pi_t^{C,h} - \pi_{t-1}^{C,h}) + b_q^h (q_t^h - q_{t-1}^h) + \epsilon_{\pi,t}^h. \quad (2.6)$$

e

$$\pi_t^f = b_\pi^f(L)\pi_t^f + b_y^f \hat{y}_{t-1}^f + b_{\pi^I}^f (\pi_t^{I,f} - \pi_t^f) + b_{\pi^O}^f (\pi_{t-1}^{O,h} - \pi_{t-1}^f) + \epsilon_{\pi,t}^f, \quad (2.7)$$

onde,  $\epsilon_{\pi t}$  é um erro serialmente não correlacionado. É incluído ao modelo oito defasagens da inflação nas equações (2.7) e (2.6) além da imposição de que a soma dos coeficientes defasados sejam iguais a unidade <sup>3</sup>. Assume-se, ainda, que os coeficientes de defasagem que vão do segundo ao quarto *lag* são iguais entre si, bem como os coeficientes do quinto ao oitavo *lag*, ou seja,  $b_\pi(L)\pi_{t-1} = b_{\pi,1}\pi_{t-1} + \frac{b_{\pi,2}}{3} \sum_{i=2}^4 \pi_{t-i} + \frac{(1-b_{\pi,1}-b_{\pi,2})}{4} \sum_{i=5}^8 \pi_{t-i}$ .

As equações de (2.4) a (2.6) constituem as equações de medida do modelo de estado espaço proposto. Seguindo, a partir da equação (2.3), assume-se a lei de movimento para a taxa de juros natural,  $r^*$ , em cada país como apresentado abaixo:

$$r_t^{*h} = c_h^h g_t^h + c_f^h g_t^f + z_t^h, \quad (2.8)$$

e

$$r_t^{*f} = c_h^f g_t^h + c_f^f g_t^f + z_t^f, \quad (2.9)$$

de tal modo que,  $g_t^h$  é a estimativa da taxa de crescimento tendencial do produto potencial do país doméstico e  $g_t^f$  corresponde a taxa de crescimento tendencial do país estrangeiro. As equações de transição para o produto potencial de cada país são assumidas como sendo:

$$y_t^{*h} = y_{t-1}^{*h} + 0,25g_{t-1}^h + \epsilon_{y^*,t}^h \quad (2.10)$$

<sup>3</sup> Essa é uma restrição padrão para garantir que a curva de Phillips obedece à hipótese de taxa natural no longo prazo e não é rejeitada pela amostra do trabalho.

e

$$y_t^{*f} = y_{t-1}^{*f} + 0,25g_{t-1}^f + \epsilon_{y^*,t}^f \quad (2.11)$$

Ainda, a tendência da taxa de crescimento do produto potencial em cada país segue um *random walk*,

$$g_t^h = g_{t-1}^h + \epsilon_{g,t}^h \quad (2.12)$$

e

$$g_t^f = g_{t-1}^f + \epsilon_{g,t}^f \quad (2.13)$$

O valor de 0,25 nas equações (2.10) e (2.11) é utilizado de acordo com Trehan e Wu (2007) pois os dados utilizados na medida do produto dos países são trimestrais. Somado as considerações apresentadas, parte-se do pressuposto que todos os choques do modelo são serialmente não correlacionados e não correlacionados entre si. Por fim, o modelo de estado espaço pode ser representado conforme abaixo:

$$Y_t = HS_t + AX_t + u_t \quad (2.14)$$

$$S_t = FS_{t_1} + v_t \quad (2.15)$$

De tal maneira que,

$$\begin{aligned} Y_t &= (y_t^h, \pi_t^h, y_t^f, \pi_t^f)', \quad u_t = (\epsilon_{y,t}^h, \epsilon_{\pi,t}^h, \epsilon_{y,t}^f, \epsilon_{\pi,t}^f)' \\ X_t &= \left( \begin{array}{cccccccc} y_{t-1}^h & y_{t-2}^h & r_{t-1}^h & r_{t-2}^h & \pi_{t-1}^h & \pi_{t-2,4}^h & \pi_{t-5,8}^h & \pi_{t-1}^{O,h} - \pi_{t-1}^h & \pi_t^{I,h} - \pi_t^h \dots \end{array} \right)' \\ & \left( \begin{array}{cccccccc} y_{t-1}^f & y_{t-2}^f & r_{t-1}^f & r_{t-2}^f & \pi_{t-1}^f & \pi_{t-2,4}^f & \pi_{t-5,8}^f & \pi_t^{C,f} - \pi_{t-1}^{C,f} & q_t^f - q_{t-1}^f \end{array} \right)' \\ S_t &= (y_t^{*h}, y_{t-1}^{*h}, y_{t-2}^{*h}, g_{t-1}^h, g_{t-2}^h, z_{t-1}^h, z_{t-2}^h, y_t^{*f}, y_{t-1}^{*f}, y_{t-2}^{*f}, g_{t-1}^f, g_{t-2}^f, z_{t-1}^f, z_{t-2}^f)' \\ v_t &= (\epsilon_{y^*,t}^h, 0, 0, \epsilon_{g,t}^h, 0, \epsilon_{z,t}^h, 0, \epsilon_{y^*,t}^f, 0, 0, \epsilon_{g,t}^f, 0, \epsilon_{z,t}^f)' \end{aligned}$$

## 2.4 DADOS

O modelo é estimado tomando o Brasil como o país doméstico e o EUA como o país estrangeiro (ou externo). Para tanto, utiliza-se dados trimestrais para as duas economias no período que compreende os anos de 2001Q3 a 2020Q1. O período em questão foi selecionado devido à disponibilidade de dados para o Brasil, pelo fato da série de expectativas de inflação só ser divulgada a partir do terceiro trimestre de 2001 e, ainda, não se utiliza dados após o ano de 2020 por conta as grandes flutuações causadas pela pandemia mundial da COVID-19.

Para os Estados Unidos, segue-se Laubach e Williams (2003) e utiliza-se os mesmos dados utilizados e disponibilizados por eles<sup>4</sup>. A variável  $y_t^f$  refere-se ao *log* do Pib ponderado em cadeia real em bilhões de dólares encadeados de 2009. A medida utilizada de taxa de juros é obtida a partir das médias trimestrais da taxa de juros nominal efetiva diária anualizada. Como medida de inflação,  $\pi_t^f$ , é utilizada a taxa de crescimento trimestral anualizada do índice de preços para despesas de consumo pessoal, excluindo alimentos e energia, referida como núcleo de inflação. De forma a construir uma série para a taxa de juros reais *ex-ante*, calcula-se a expectativa da inflação média nos quatro trimestres à frente através de um modelo AR (3) univariado utilizando-se os 40 trimestres anteriores à data em que as expectativas estão sendo formadas. Por fim, as variáveis de preço relativo incluídas na curva de Phillips são o índice de preços para importações, excluindo o petróleo,  $\pi_t^{I,f}$ , e a inflação do preço de importação de petróleo bruto,  $\pi_t^{O,f}$ , disponibilizados no modelo *FRB/US* do banco central dos Estados Unidos<sup>5</sup>.

As séries utilizadas para o Brasil na estimação do modelo proposto são o *log* do PIB real,  $y_t^h$ , com ajuste sazonal em Reais do ano 2000 disponibilizado pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE). Para a taxa de inflação,  $\pi_t^h$ , utilizou-se a medida do núcleo de inflação pelo fato deste minimizar a influência de itens de maior volatilidade no indicador agregado visando avaliar a tendência da inflação sem os efeitos de choques temporários sobre o comportamento dos preços. A métrica utilizada nesse estudo é o Núcleo por exclusão - EX1 (IPCA-EX1) - que exclui 10 dos 16 itens do subgrupo Alimentação no Domicílio, além dos itens combustíveis domésticos e combustíveis de veículos disponibilizado pelo Banco Central do Brasil (BCB) e medido pela taxa de variação percentual no trimestre acumulada em doze meses.

As medidas de expectativa de inflação são elaboradas por instituições que atuam no mercado financeiro e coletas pela pesquisa FOCUS do BCB e, tem como objetivo projetar valores para o índice de inflação, IPCA, calculados em taxa acumulada para os próximos 12 meses. Para a medida de taxa de juros da economia, utilizou-se a taxa de juros SELIC por ser a medida de taxa básica da economia brasileira e por ser o principal instrumento de política monetária utilizado pelo banco central para controlar a inflação. Utiliza-se esta medida acumulada no mês anualizada base 252 para dados trimestrais.

No que diz respeito às variáveis como medidas de choques de oferta na curva de Phillips, utilizou-se a série da taxa de câmbio real efetiva,  $q_t^h$ , trimestral em valores de Reais de 2010 disponibilizada pelo *Bank for International Settlements*; e a média trimestral do Índice de Commodities,  $\pi_t^{C,h}$  do Brasil, disponibilizado pelo BCB no seu

<sup>4</sup> De forma a preparar sua base de dados, os autores utilizam os dados da plataforma *Haver Analytics*. Os dados e as estimativas de (LAUBACH; WILLIAMS, 2003) são atualizadas e disponibilizadas em sua página. Para mais detalhes ver <[http://www.frbsf.org/economic-research/economists/LW\\_replication.zip](http://www.frbsf.org/economic-research/economists/LW_replication.zip)>.

<sup>5</sup> Para mais detalhes ver: <<https://www.federalreserve.gov/econres/us-models-package.htm>>.

Sistema Gerenciador de Séries Temporais.

Os Estados Unidos foram escolhidos para representar o restante do mundo, ou país estrangeiro, neste modelo por se tratar da maior economia mundial e por ser um dos principais parceiros comerciais do Brasil. Em 2020, o EUA ficou em 2º lugar no Ranking dos Principais parceiros comerciais do Brasil, perdendo apenas para a China.

## 2.5 ESTIMAÇÃO DO MODELO

O modelo é estimado através da abordagem *Bayesiana* onde se utiliza o algoritmo Metropolis-Hastings que é um método de Monte Carlo via cadeias de Markov (MCMC) para obter uma sequência de amostras aleatórias a partir de uma distribuição de probabilidade para a qual a amostragem direta não é trivial, ou seja, utiliza-se o método de forma a estimar as médias *a posteriori* da taxa natural de juros do Brasil. Para isso, após um período de aquecimento (*burn-in*) de tamanho 50.000, geraram-se cadeias de tamanho 50.000 via MCMC.

A abordagem *bayesiana* produz vários benefícios em comparação com a estimativa de máxima verossimilhança. Em primeiro lugar, ela permite incorporar ao modelo informações que o pesquisador possui previamente através do conhecimento da literatura em questão, reduzindo a incerteza em torno da estimativa da taxa natural, do hiato do produto e da taxa de crescimento da tendência. Isso é particularmente útil no caso do presente trabalho, uma vez que a dimensão do vetor de parâmetros e do vetor de estado é bastante expandida no modelo de economia aberta, em comparação com a estrutura de economia fechada. Em segundo lugar, a estimativa da máxima verossimilhança do desvio padrão da inovação para o processo de crescimento tendencial  $\sigma_g$  caminha a ser tendenciosa em direção a zero, devido ao chamado “*pile-up problem*”, abordado em Stock (1994). Os métodos bayesianos podem evitar esse problema por ajustar adequadamente as *prioris* do modelo. Finalmente, os métodos Bayesianos fornecem amostras de distribuições *a posteriori*, assim a incerteza da amostra finita em torno de qualquer objeto de interesse pode ser precisamente delineada.

### 2.5.1 Distribuição *a priori* dos parâmetros

As Figuras 2 e 3 mostram as distribuições *a priori* e *a posteriori* dos parâmetros. A distribuição *a priori* é assumida como sendo Gaussiana para todos os parâmetros, com exceção do parâmetro de variância assumido como sendo uma distribuição gama. As *prioris* utilizadas para todos os parâmetros são configuradas como *prioris* não informativas, ou seja, as *prioris* utilizadas têm por objetivo eliminar (ou, ao menos, reduzir ao máximo) a subjetividade inerente na distribuição *a priori* usada nas estimações do modelo. As médias *a priori* para os coeficientes do país estrangeiro nas equações da curva IS, da curva de Phillips e na equação que determina a taxa natural de juros são escolhidas

baseada na literatura de referência com Laubach e Williams (2003), Trehan e Wu (2007) e Wynne e Zhang (2017). Para as *prioris* do Brasil foram utilizadas estimações dos próprios autores a partir do modelo de Laubach e Williams (2003), bem como estudos que utilizaram abordagens semelhantes, como, por exemplo, Fonseca e Muinhos (2016) e Moreira e Portugal (2019). As *prioris* para os coeficientes de interação internacional na determinação da taxa natural de juros, determinadas como  $c_f^h$  e  $c_f^f$  nas equações (2.8) e (2.9) são definidas livremente com as médias, respectivamente, configuradas como 0 e 0.5 com base na crença de que a interação internacional é mais importante para o Brasil do que para os EUA.

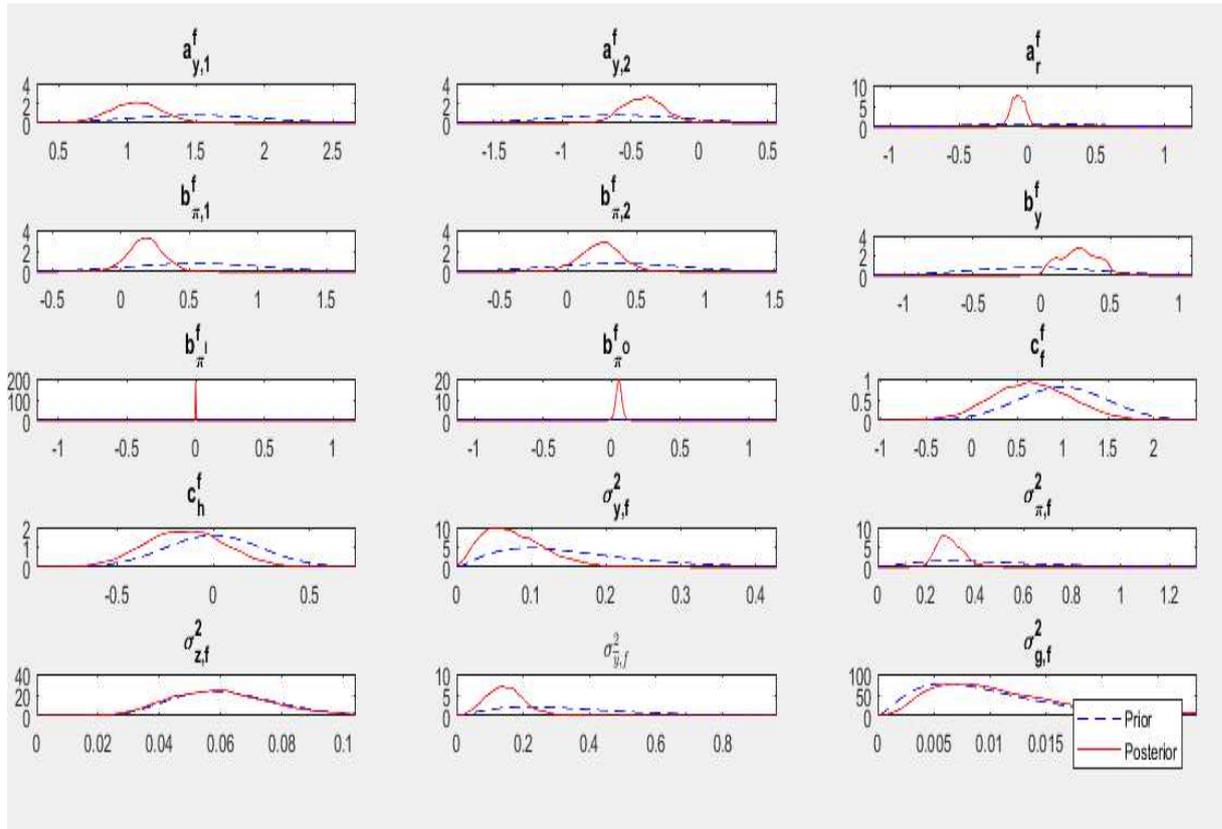
As *prioris* para a variância do choque para o crescimento da tendência,  $\sigma_{g,h}^2$  e  $\sigma_{g,f}^2$ , e as *prioris* para a variância do choque para os outros determinantes da taxa natural de juros,  $\sigma_{z,h}^2$  e  $\sigma_{z,f}^2$ , são configurados de forma a evitar o chamado problema de “*pile-up*” citado anteriormente. As *prioris* de todos os outros parâmetros de variância são muito menos informativos, deixando a tarefa de identificação de choque para os dados.

### 2.5.2 Distribuição a *posteriori* dos parâmetros

Para os coeficientes da curva IS, os resultados mostram que o hiato do produto possui uma persistência moderada para o Brasil e bastante relevante para os EUA. A soma das médias a *posteriori* dos parâmetros,  $a_{y,1}^h$  e  $a_{y,2}^h$  é de 0,7727 e 0,9535 para  $a_{y,1}^f$  e  $a_{y,2}^f$ . De tal forma, os valores sugerem que o Brasil possui um médio grau de reversão a média, enquanto os Estados Unidos são caracterizados por um hiato do produto relativamente persistente. A média a posterior de  $a_r^h = -0,1217$  é um pouco maior do que a estimativa correspondente para os Estados Unidos,  $a_r^f = -0,0679$ . Mas, por se tratar de ambos valores negativos, esse resultado sugere que o componente cíclico da taxa de juros real (ou seja, o desvio da taxa de juros real do seu nível natural) é contracionista para as economias em questão.

No que tange a curva de Phillips, as médias a *posteriori* relacionadas a inflação  $b_{\pi,1}$  e  $b_{\pi,2}$  são 1,1448 e -0,2788 para o Brasil e 0,1817 e 0,2403 para os EUA. Tais valores, demonstram que a taxa de inflação no Brasil é formada com maior peso dado as taxas de inflação recentes do que nas taxas mais antigas da série. Já para os EUA, os dois valores são bastante próximos, caracterizando que a taxa de inflação depende em, aproximadamente, mesma proporção de ambos períodos. A média a *posteriori* de  $b_y^h = 0,1227$ . Em comparação, esta medida correspondente para os EUA é de 0,2756. Assim, um hiato positivo do produto está associado à pressão inflacionária como é previsto pela teoria econômica padrão e como pode-se observar frente aos ciclos econômicos. Para a equação da taxa natural, conforme mostrado nas Figuras 2 e 3, as distribuições a *posteriori* dos parâmetros  $c$  ou são mais estreitas que as distribuições a *priori* ou seguem estas bem de perto. Além disso, as médias apresentam valores positivos, o que implica que a taxa de

Figura 2 – Distribuições *a priori* e *a posteriori* dos parâmetros para os EUA



Fonte: Distribuições dos parâmetros para os EUA a partir de estimações do modelo.

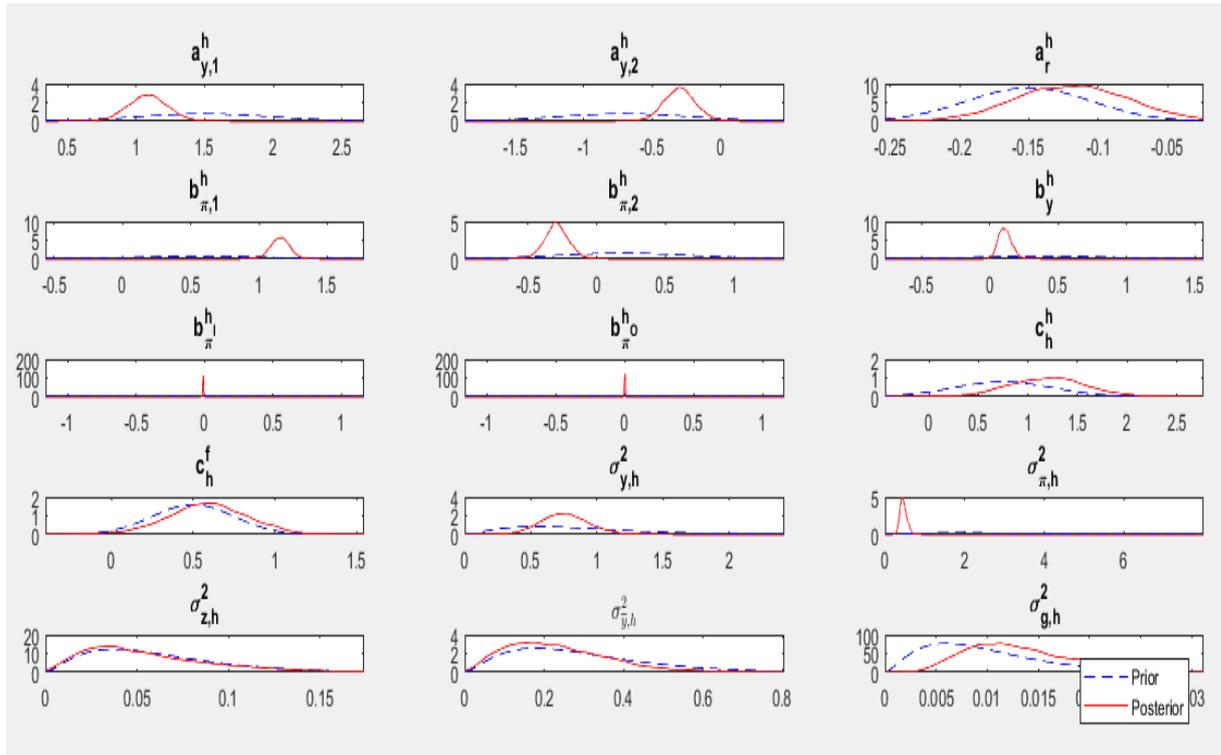
crescimento das tendências nos EUA contribuem para a taxa natural do Brasil e vice e versa.

## 2.6 ESTIMAÇÃO A *POSTERIORI* DAS VARIÁVEIS DE ESTADO

Esta seção tem como objetivo apresentar as medidas das variáveis de estado estimadas no modelo para os dois países. De tal forma, discute-se as medidas de hiato do produto, a taxa de crescimento do produto potencial, bem como a tendência de crescimento do produto.

### 2.6.1 Hiato do Produto e Crescimento do produto potencial

A Figura 4 mostra as estimativas do hiato do produto nos dois países e as áreas sombreadas representam os períodos de maiores recessões enfrentados por estes. Como pode ser observado, as estimativas do hiato do produto detectam os pontos de virada dos ciclos de negócios com bastante precisão. Para os EUA, o hiato do produto demonstra uma evolução mais persistente, com a maior contração da produção ocorrendo durante a recessão de 2007-2009 e, mais recentemente, com uma grande queda nos anos de 2019-2020 diante da pandemia mundial.

Figura 3 – Distribuições *a priori* e *a posteriori* dos parâmetros para o Brasil

Fonte: Distribuições dos parâmetros para o Brasil a partir de estimações do modelo.

Ao analisar o comportamento do hiato para o Brasil, na segunda parte da Figura 4, pode-se dizer que, visivelmente, este apresenta um comportamento mais rápido de reversão a média do que as medidas para os EUA. Em particular, o hiato do produto para o Brasil ainda demonstra o período de crise enfrentado em 2003, quando o país passou por uma crise de confiança devido à eleição do presidente Lula, o que caracterizava um novo ciclo político e econômico e que acarretou em um fechamento de linhas externas, deprimindo a economia e gerando uma elevação da taxa básica de juros. Não diferentemente da economia americana, os dados sugerem uma forte queda durante o período da crise do *subprime*, atingindo o valor de -4,12 no primeiro trimestre de 2009. Outro período, bem demonstrado na figura, é a crise enfrentada pelo Brasil entre os anos de 2015 e 2016, quando houve uma deterioração rápida e, ao mesmo tempo, persistente da economia brasileira. Fatores como, a instauração da operação Lava Jato que paralisou as atividades da Petrobras e de algumas das maiores construtoras do país somado a uma forte crise política, aperto monetário e ajuste fiscal fez com que o Brasil enfrentasse sua pior crise desde a década de 90. É ainda durante este período que se observa o vale para o hiato do produto sugerido pela série do modelo, -4,76 no quarto trimestre de 2016.

As estimativas da taxa de crescimento do produto potencial são apresentadas na Figura 5 representada pela linha azul tracejada, juntamente com o crescimento da tendência em linhas sólidas e pretas. Conforme mostrado nos dois painéis da figura, a taxa

Tabela 1 – Valores das médias *a priori* e *a posteriori* dos parâmetros

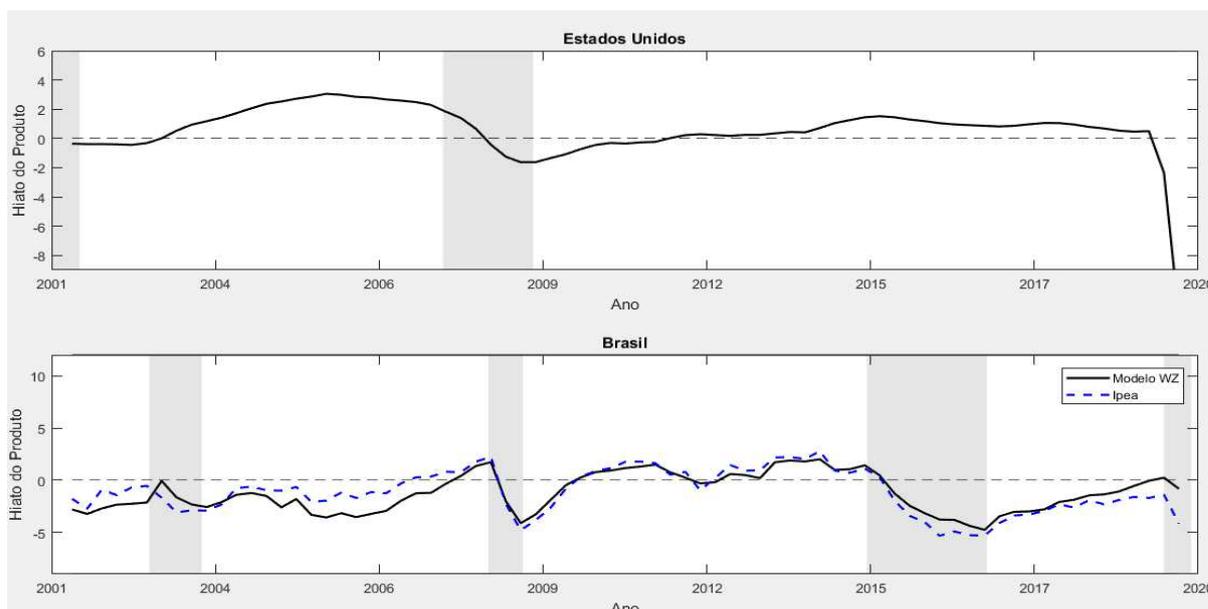
País Doméstico		País Estrangeiro	
Curva IS			
Parâmetro	<i>Média a posteriori</i>	Parâmetro	<i>Média a posteriori</i>
$a_{y,1}^h$	1.0586	$a_{y,1}^f$	1.3587
$a_{y,2}^h$	-0.2859	$a_{y,2}^f$	-0.4052
$a_r^h$	-0.1217	$a_r^f$	-0.0679
$\sigma_{yh}^2$	0.7446	$\sigma_{yf}^2$	0.0782
$\sigma_{gh}^2$	0.0143	$\sigma_{gf}^2$	0.0112
$\sigma_{\bar{y}h}^2$	0.2497	$\sigma_{\bar{y}f}^2$	0.1486
Curva de Phillips			
$b_{\pi,1}^h$	1.1448	$b_{\pi,1}^f$	0.1817
$b_{\pi,2}^h$	-0.2788	$b_{\pi,2}^f$	0.2403
$b_y^h$	0.1227	$b_y^f$	0.2756
$b_{\pi C}^h$	-0.0096	$b_{\pi I}^f$	0.0001
$b_q^h$	0.0002	$b_{\pi O}^f$	0.0526
$\sigma_{\pi h}^2$	0.4609	$\sigma_{\pi f}^2$	0.2964
Taxa Natural			
$c_h^h$	1.14	$c_f^f$	0.6607
$c_h^f$	0.5490	$c_f^h$	-0.1450
$\sigma_{zh}^2$	0.0580	$\sigma_{zf}^2$	0.0607

Fonte: Elaboração própria a partir da estimação do modelo.

de crescimento do produto potencial dos países flutua em torno da taxa de crescimento da tendência conforme o esperado. Para os Estados Unidos, mostrado no painel superior, é possível observar que durante o período da Grande Recessão há uma queda do crescimento do produto potencial dado ao pior momento vivido pelo país desde a Segunda Guerra Mundial. O crescimento das tendências dos EUA é estável em cerca de 3.5% do início da amostra no terceiro trimestre de 2001 até o segundo trimestre de 2006. No entanto, em seguida, há o início de queda nas taxas de tendência quando esta atinge seu menor valor no primeiro trimestre de 2009 com valor de 0,94. Após este período há uma lenta recuperação, com seus valores se estabilizando ao redor de uma média de 2% até o primeiro trimestre de 2017 e, posteriormente, inicia-se uma tendência de queda que se mantém ao redor de uma média de 1% até o início de 2019, quando se observa o menor valor para o crescimento tendencial do produto, 0,55.

A taxa de crescimento da tendência do Brasil, por sua vez, apresenta um comportamento levemente diferente do analisado para os EUA. Pode-se observar uma persistente tendência de queda ao longo de todo o período em análise. A partir das estimativas observa-se que o crescimento tendencial do Brasil inicia-se em torno de uma média de 6.5%, mas após 8 trimestres já é possível observar uma queda de 1p.p nesta média. Para o final dos anos de 2012 é possível observar uma maior volatilidade da taxa de crescimento

Figura 4 – Estimativa do hiato do Produto para as duas economias



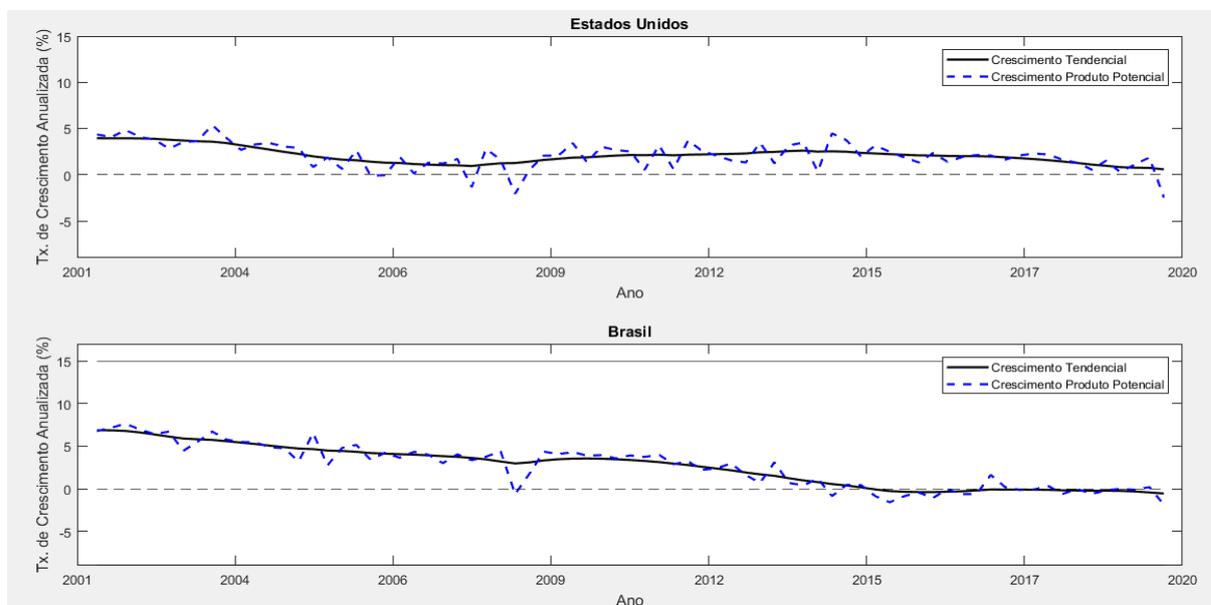
Fonte: Medidas do hiato do produto, EUA (parte superior) e Brasil (parte inferior) a partir da estimação do modelo.

do produto potencial, e uma queda da tendência ainda mais acentuada, passando a média para este período a ser de, aproximadamente, 1% e atingindo valores negativos já no primeiro trimestre de 2015. Chama-se atenção que, mesmo frente ao período de recessão de 2007-2009, a taxa tendencial se manteve em torno ao redor de 3% apesar de haver uma queda no crescimento do produto potencial que vai de 4,38% no terceiro trimestre de 2008 para -0,79% no trimestre seguinte. Durante sua trajetória de queda, a taxa do crescimento tendencial atinge seu vale entre o quarto trimestre de 2015 e o primeiro trimestre de 2016, quando seu valor chegou a -0,45% pelo período de fragilidade enfrentado pela economia naquele momento. No início de 2017, o crescimento tendencial apresenta uma lenta recuperação, mas já para no final do ano estes valores voltam a cair e atingem a sua mínima no primeiro trimestre de 2020, -0,56%, superando até mesmo os piores momentos enfrentados em 2016.

Com base no que foi apresentado anteriormente, as estimativas do hiato do produto, do produto potencial e do crescimento da tendência são consistentes com os ciclos econômicos tanto nos Estados Unidos quanto no Brasil, proporcionando um suporte para a estimativa da taxa natural proposta. Somado a isto, como pode ser observado no gráfico 4, a estimação do hiato do produto brasileiro através do modelo proposto se aproxima bem e segue a mesma dinâmica das estimativas do indicador Ipea do hiato do produto<sup>6</sup>.

<sup>6</sup> Para mais informações ver: <<https://www.ipea.gov.br/cartadeconjuntura/index.php/2020/10/indicador-ipea-de-hiato-do-produto-2o-trim-2020/>>

Figura 5 – Estimativa do Crescimento do produto potencial e da taxa de crescimento da tendência para as duas economias



Fonte: Medidas da variação do crescimento do produto potencial e da tendência, EUA (parte superior) e Brasil (parte inferior), a partir da estimação do modelo.

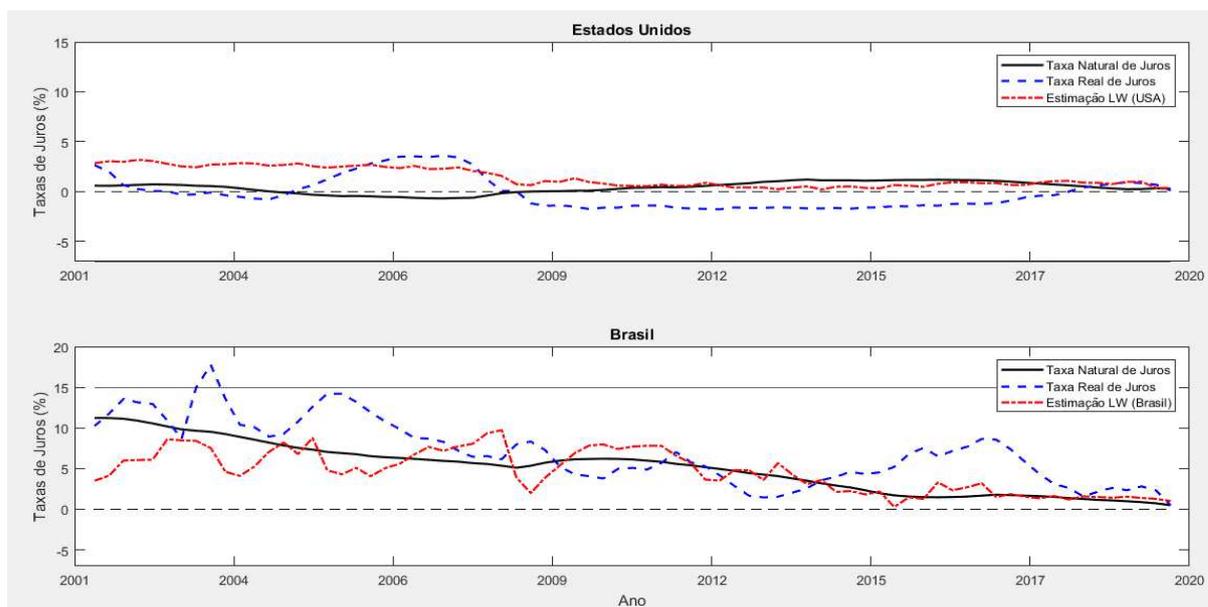
## 2.6.2 Avaliação da política monetária a partir da Taxa Natural de Juros

A diferença entre a taxa natural de juros e a taxa de juros real fornece aos agentes econômicos a postura tomada pelos bancos centrais no que diz respeito a política monetária dos países. A saber: quando a taxa de juros real está acima da taxa natural de juros, a política monetária é dita como sendo contracionista, podendo reduzir a demanda agregada e a inflação da economia. Em contrapartida, quando a taxa de juros real está abaixo da taxa natural, a política monetária é expansionista e tende a surtir efeitos de aumento na demanda agregada e na inflação. Somado a isto, taxas naturais de juros em patamares mais baixos refletem, entre outros fatores, maior estabilidade econômica, autonomia e credibilidade do banco central e, desenvolvimento do sistema financeiro (WYNNE; ZHANG, 2017).

A Figura 6 apresenta a estimativa bilateral da taxa natural de juros, representada em linhas sólidas pretas, juntamente com a série histórica da taxa de juros real, exibida em linhas pontilhadas e azuis, tanto para os Estados Unidos quanto para o Brasil no período em análise e, ainda, em linhas pontilhadas e vermelhas é apresentado as estimativas da taxa natural de juros utilizando-se o modelo de Laubach e Williams (2003) para economia fechada a título de comparação.

A taxa natural de juros dos EUA apresentou uma tendência declinante a partir do final da década de 1990, conforme pode ser observado em Wynne e Zhang (2017) e pelos resultados apresentados por esse trabalho a partir de 2001, e continuou caindo

Figura 6 – Estimativa da Taxa Natural de Juros para as duas economias



Fonte: Medidas da taxa natural de juros, EUA (parte superior) e Brasil (parte inferior) a partir da estimação do modelo.

mesmo quando o *Fed* começou a elevar a taxa de juros entre 2004 e 2006. Os movimentos divergentes na taxa de juros nominal utilizada na política monetária e a taxa natural criaram uma grande diferença de juros reais de 3,1 pontos percentuais no terceiro trimestre de 2007, que foi seguida pelo estouro da bolha do mercado imobiliário e a crise de hipotecas *subprime* no início de 2008.

Observa-se que a taxa natural de juros atingiu seu menor valor,  $-0,68\%$ , no primeiro trimestre de 2018, apresentando uma política contracionista para a época, mesmo com a taxa nominal e real de juros em trajetória de queda. Com base nessas estimativas, pode-se dizer que, a política monetária dos EUA foi expansionista do terceiro trimestre de 2001 até o final do ano de 2005, quando o *Fed*, banco central americano, começa a aumentar suas taxas de juros frente ao período de instabilidade enfrentado pela economia e caracterizando, mesmo que por um curto período, uma posição contracionista. No ano de 2008 o *Fed* baixou sua taxa de juros para zero e lançou seus programas de compra de ativos em grande escala <sup>7</sup> ou o programa de *Quantitative Easing* para apoiar e estimular a atividade econômica. Como resultado das medidas tomadas pelo banco central americano, a taxa natural de juros tem início a uma trajetória de crescimento já a partir do segundo trimestre de 2009 e volta a apresentar valores positivos a partir do terceiro trimestre de 2011, que se mantém até o final do período de análise. À luz da taxa natural baixa, mesmo negativa, conforme discutido, a política do *Fed* do *Quantitative Easing* e dos programas

<sup>7</sup> Em inglês *Large-Scale Asset Purchase* (LSAP).

de flexibilização foram medidas necessárias para que a economia dos Estados Unidos se recuperasse após a grande crise de 2008 e que houvesse uma redução efetiva da taxa de juros real.

No que segue, uma questão a ser discutida, e como forma de comparação com os modelos de economia fechada, é como as estimativas do modelo de economia aberta da taxa natural dos EUA difere das estimativas encontradas por Laubach e Williams (2003). Para o início da amostra é possível observar um maior descolamento das medidas até o início do ano de 2019 quando ambas taxas começam a se aproximar e, posteriormente, há outro deslocamento destas entre os anos de 2015-2016. Especificamente, recessões ocorridas em outros países do mundo que não são consideradas no modelo fechado podem estar “puxando” tais valores para cima. Por exemplo, as crises enfrentadas pelo Brasil durante os anos de 2002-2003 e entre 2015-2016 geraram uma queda na tendência de crescimento do país, o que pode influenciar na apresentação de taxas naturais de juros mais baixas para os EUA quando se leva em conta situações vividas em outras economias.

O fato das estimativas de economia fechada não considerarem as recessões nos demais países pode super ou subestimar as estimativas das variáveis não observadas e sugerir diferentes perspectivas sobre a posição de política monetária em certos períodos. Como exemplo, as estimativas de economia aberta sugerem que a política monetária contracionista frente a crise de 2008 é maior do que a sugerida por Laubach e Williams e no período imediatamente após a crise as estimativas de economia aberta mostram uma posição menos expansionista da política monetária. Durante o período de relativa estabilidade econômica para os dois países, as duas medidas voltam a caminhar juntas, mas para o período após 2012 as estimativas de Laubach e Williams demonstram uma política monetária menos expansionista do que as estimativas propostas pelo modelo de economia aberta de dois países.

O painel inferior da Figura 6 retrata a taxa natural brasileira juntamente com sua taxa de juros real e a estimativa para o país utilizando o modelo de economia fechada. Como pode ser visualizado, as estimativas usando modelos de economia fechada e aberta diferem bastante ao longo da série de tempo utilizada, havendo apenas pouco períodos onde ambas se encontram. Além disso, há alguns períodos em que as estimativas do modelo fechado sugerem uma postura econômica diferente das estimativas com economia aberta. Por exemplo, nos anos de 2003 o modelo proposto por (LAUBACH; WILLIAMS, 2003) sugere uma política monetária neutra ou ligeiramente expansionista, já o modelo de Wynne e Zhang (2017) sugerem para o mesmo período uma política contracionista, o que aparentemente parece ser mais plausível dado a situação enfrentada pelo país naquele ano. Outros momentos onde pode-se observar diferenças de posturas sugeridas pelos modelos são nos anos anteriores a grande recessão (2006-2007) e durante o ano de 2012.

A taxa de juros real de economia brasileira permanece superior à taxa natural de

juros para todo período que precede o ano de 2009, com exceção do ano de 2003, conforme já discutido anteriormente, sugerindo uma postura contracionista da política monetária com uma tendência de declínio da taxa natural. As taxas de juros reais brasileiras apresentam altos valores desde os anos 90 e alguns analistas justificam que essas elevadas taxas funcionariam como um prêmio aos agentes internos e externos ao investirem no país. A mudança de câmbio fixo para o câmbio flutuante em janeiro de 1999 iniciou uma fase de redução progressiva das taxas reais. Contudo, em 2002-2003, com a fase de transição para o governo Lula, há uma nova subida dos juros reais de forma a controlar os efeitos inflacionários da desvalorização cambial. Após a estabilização das expectativas no início do governo Lula, as taxas de juros reais seguem uma trajetória consistente de queda até o final de 2012. Com exceção dos anos entre 2008 e 2009, quando pode-se observar um leve aumento na taxa de juros real que é justificado pela grave crise do *subprime* enfrentada mundialmente.

Ressalta-se que a trajetória declinante para a taxa natural e, também, das taxas de juro real estão em linha com alguns fatores vividos na economia durante o mesmo período e exprimem uma posição expansionista da política monetária brasileira entre o final de 2009 e 2011 e, posteriormente a partir do terceiro trimestre de 2012 e o segundo trimestre de 2014. Primeiramente, o cenário externo favorável após a crise enfrentada em 2008-2009 contribuiu para reduzir a taxa de juros natural brasileira através da expectativa de crescimento apresentada. Somado a isto, a manutenção da estabilidade macroeconômica de modo geral e da estabilidade de preços, que vinha cumprindo o intervalo das metas estabelecidas pelo Copom por oito anos consecutivos (de 2005 a 2013), levaram a redução significativa das incertezas macroeconômicas e, por conseguinte, das taxas de juros da economia.

A consolidação da estabilidade macroeconômica e a redução dos prêmios de risco renderam ao Brasil acesso aos mercados de capitais internacionais a custos menores e, assim sendo, um maior fluxo de capitais e a dívida líquida do setor público consolidado. Porém, após a rápida recuperação da crise com os efeitos apresentados acima, houve o início de preocupações com a aceleração inflacionária e mudanças na configuração da política econômica, como, por exemplo, a reversão da política fiscal expansionista, paralelamente ao início da redução da taxa de juros pelo banco central. Em adição a isto, há uma grande mudança nas condições internacionais (entre o final de 2011 e início de 2012) dado a crise da Zona do Euro, a desaceleração da economia chinesa e uma lenta recuperação dos EUA.

No entanto, a partir de meados de 2013 há uma elevação da taxa de juros real que aumenta cerca de um ponto percentual de um trimestre para outro, 2,58% no terceiro trimestre de 2013 para 3,57% no quarto trimestre. Apresentando um novo período de queda a partir de meados de 2016. Além disso, a taxa natural de juros que também vinha em trajetória descendente até o primeiro trimestre de 2016, quando atingiu 1,50%, começa a

sinalizar para uma nova trajetória de elevação, apresentando o valor de 1,55% no trimestre seguinte e valores ainda mais altos, como, por exemplo, em 1,80% já no terceiro trimestre de 2017. Ademais, verifica-se que entre os anos de 2014 até o final do período amostrado, há novamente um posicionamento contracionista da política monetária no Brasil. Boa parte do debate sobre a volta de uma política contracionista esta diretamente relacionada as taxas de inflação que sugeriam uma tendência de aumento desde 2010, chegando a 10,7% em 2015, e a respeito da desaceleração do crescimento a partir de 2011 (podendo também ser observado na Figura 5). Como medida de evitar tal desaceleração, em meados de 2012 o governo muda novamente a condução da política fiscal que volta a ter uma atuação expansionista com medidas de incentivo à atividade, tal medida ficou conhecida como a “nova matriz macroeconômica”. Ao final de 2014, novos choques econômicos ocorrem acarretando uma forte desaceleração da atividade e uma diminuição da arrecadação de impostos, o que levou a uma piora significativa do resultado fiscal, fazendo com que a economia passasse de uma desaceleração para uma recessão vivida em 2015.

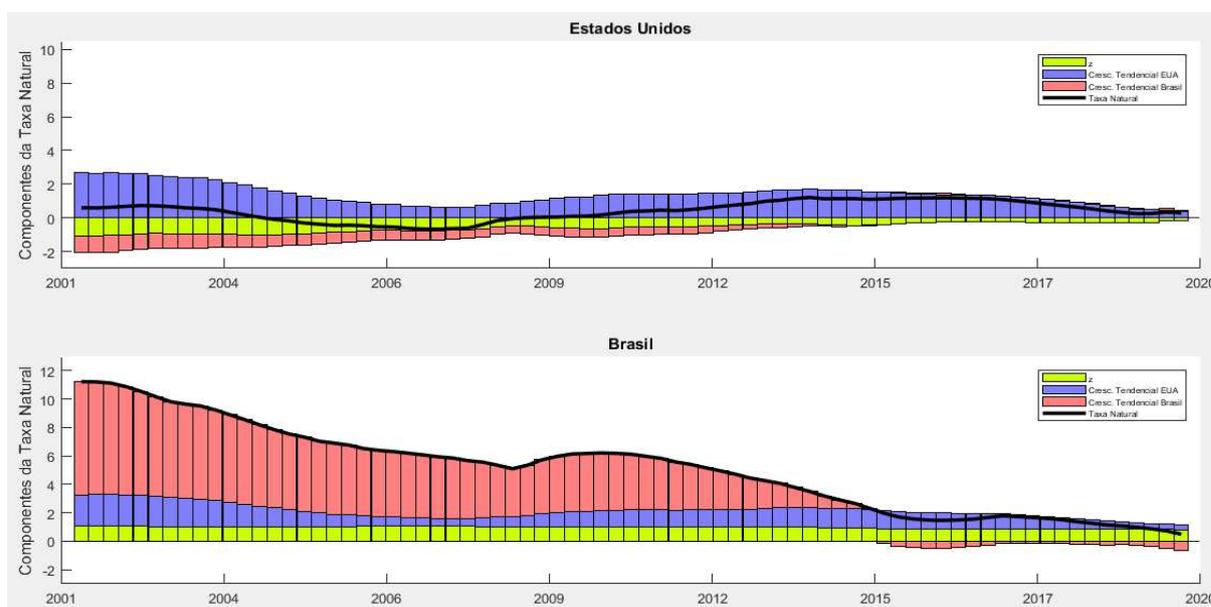
Apesar da forte recessão vivida em 2015, no início de 2017 observa-se que as taxas de juro real apresentam uma nova trajetória descendente, atingindo o menor patamar histórico desde 2013. Para o primeiro trimestre de 2018, os valores das taxas de juros real e natural são muito próximos, 2,62% e 2,71%, respectivamente, o que pode sinalizar para um novo período expansionista da política monetária.

### 2.6.3 Os determinantes da taxa natural

As equações da taxa de juros natural tanto para os Estados Unidos quanto para o Brasil, equações (2.8) e (2.9), mostram que as taxas naturais de ambos os países são determinadas por três fatores: seu próprio crescimento tendencial, o crescimento tendencial do outro país e de outros determinantes. No intuito de salientar a participação de cada um desses fatores subjacentes na taxa natural, a Figura 7 traz a decomposição de tais estimativas.

A taxa natural dos EUA é determinada principalmente pelo crescimento da tendência do próprio país em todos os períodos da amostra do modelo, mesmo durante o período da crise de 2008-2009, quando este teve um caimento significativo. A tendência de crescimento do Brasil aparece como sendo o segundo maior componente até o ano de 2009 e posteriormente o componente,  $z$ , de outros fatores tem uma contribuição mais significativa do que a tendência do Brasil. Um fato a ser discutido é que, a contribuição da tendência de crescimento do Brasil se dá de forma negativa e à medida que esta declina, como a partir de 2012 (conforme pode ser observado relacionando a Figura 5 com a 7), tal medida passa a ser insignificante na taxa natural dos EUA. Outro fato é, como discutido anteriormente, os valores negativos da tendência de crescimento do Brasil como componente da taxa de juros natural dos EUA faz com que estes sejam menores do que o modelo de economia

Figura 7 – Componentes da Taxa Natural de Juros



Fonte: Medidas dos componentes da taxa natural de juros, EUA (parte superior) e Brasil (parte inferior) a partir da estimação do modelo.

fechada, quando não se pode ter tal influência.

Por outro lado, a crescimento tendencial dos EUA contribui positivamente para a taxa natural do Brasil em todos os períodos e aparece como o segundo mais importante componente. No entanto, o padrão básico da taxa natural do Brasil também é determinado principalmente pelo seu próprio crescimento tendencial, já que a taxa de crescimento da tendência dos EUA é menos variável. O crescimento das tendências dos EUA desempenha um papel mais notável na taxa natural do Brasil antes de 2006 e depois de 2009, principalmente para o segundo período quando o crescimento da tendência do Brasil apresenta tendência de queda e a dos EUA mostram-se estáveis. Somado a isto, no período após 2015, observa-se que o crescimento tendencial do próprio Brasil está impactando a taxa natural de juros de forma negativa, devido ao cenário econômico e político vivido durante tal período. Porém, a taxa natural do Brasil não acompanha na mesma medida a queda enfrentada pelo crescimento tendencial do país. Isso ocorre porque o crescimento tendencial dos EUA permanece estável/crescente no período, elevando a taxa natural brasileira mesmo quando o crescimento das tendências domésticas do Brasil permanece em um nível negativo entre 2015 e 2020.

## 2.7 CONCLUSÕES

Pode-se observar uma literatura crescente que utiliza modelos de componentes não observados para estimar a taxa de juros de equilíbrio por meio de decomposições multivariadas de ciclo e tendência. No entanto, a maioria desses modelos se concentra em

uma estrutura de economia fechada.

Neste ensaio, estimou-se a taxa de juros natural variável no tempo para os EUA e para o Brasil por métodos *bayesianos* no período que compreende do terceiro trimestre de 2001 ao primeiro trimestre de 2020. Para tanto, utilizou-se uma extensão do modelo proposto por Laubach e Williams (2003) que é um modelo semiestrutural para dois países tratando a economia como sendo uma economia aberta. Assumiu-se o perfeito compartilhamento de riscos e complementou-se os mercados de ativos internacionais de forma que os dois países estivessem ligados por meio de uma simples equação de determinação da taxa natural. Ao incorporar adequadamente as informações anteriores, as estimativas de tal modelos evita o problema de “*pile-up*” sofrido pela estimativa de métodos de máxima verossimilhança.

Os resultados preliminares da análise empírica mostra que a taxa natural não está relacionada apenas ao crescimento da tendência no país de origem, mas também ao crescimento da tendência no país estrangeiro. Tanto para os EUA como para o Brasil, o padrão básico da taxa natural é determinado principalmente pelo crescimento do produto potencial do seu próprio país. No entanto, pode-se observar que a taxa de crescimento tendencial dos EUA contribui mais para a taxa natural do Brasil do que o contrário. Por exemplo, nos períodos de política monetária contracionista, de 2001 a 2006, observa-se uma substancial contribuição dos EUA na taxa natural do Brasil. Além disso, após a grande recessão, a recuperação econômica nos EUA também ajuda a elevar a taxa natural brasileira após 2009.

Adicionalmente, a mensuração da taxa natural de juros possibilitou que fosse feita neste estudo uma avaliação sobre a condução da política monetária implementada pelo banco central brasileiro nos últimos anos, ao se utilizar a medida de hiato de juros definida como sendo a diferença entre a taxa de juros real e a taxa natural. Apresentou-se que entre 2001-2006 e, posteriormente ao ano de 2015 o BCB adotou uma posição mais conservadora em relação à política monetária e mais próxima à neutralidade em períodos como 2007 e 2011. Já para os demais períodos de análise observou-se uma posição expansionista do banco central brasileiro.

### 3 MODELO MACROECONÔMICO SEMIESTRUTURAL PARA O BRASIL

#### Resumo

O objetivo para este segundo ensaio é estudar a dinâmica da inflação brasileira relacionando-a com o hiato do produto, a curva de Phillips e uma estimativa de tendência da inflação. Para tanto, parte-se de uma visão expressa pelos bancos centrais que envolve três componentes importantes para a dinâmica da inflação: uma tendência ancorada por expectativas de longo prazo, uma curva de Phillips e flutuações temporárias nos preços de energia; e de um modelo econométrico semi-estrutural proposto por Hasenzagl et al. (2020). Os resultados empíricos sugerem uma tendência de inflação de longo prazo relativamente estável e uma curva de Phillips com inclinação bem identificada. Ainda pode-se observar que o produto potencial e os preços de energia afetam a dinâmica de inflação não apenas por meio da curva de Phillips, mas também por meio de um canal independente de expectativas dos agentes econômicos.

**Palavras-chave:** Curva de Phillips. Dinâmica inflacionária. Hiato do produto. Lei de Okun. Componentes não observados. Estimativa Bayesiana.

#### 3.1 INTRODUÇÃO

Há décadas, os bancos centrais trabalham arduamente para garantir a estabilidade de preços e a saúde de todo o sistema econômico, no Brasil essa situação não é diferente. Durante um período de 4 anos, de 1994 a 1998, o Brasil utilizou-se da âncora cambial na tentativa de controlar a inflação até que a crise cambial deste último ano levou-o a alterar seu regime monetário.

Em meados do ano de 1999, o país passa a adotar o sistema de metas de inflação sob a justificativa de que o Banco Central do Brasil substituiria uma meta de preço pela antiga âncora de câmbio, a fim de coordenar as expectativas do mercado para convergirem em direção a um nível baixo e estável de inflação em um contexto de câmbio flutuante. De tal forma, as metas de inflação requerem que as autoridades monetárias adotem uma atitude prospectiva e preventiva, dadas as defasagens entre as decisões de política e seus efeitos sobre o produto e os preços. Assim sendo, os formuladores de políticas econômicas tomariam suas decisões baseadas em projeções futuras da inflação atreladas à trajetória das taxas de juros ao invés de utilizar apenas fatos passados e contemporâneos da economia (BARBOSA-FILHO, 2009; BOGDANSKI; TOMBINI; WERLANG, 2000).

Uma visão compartilhada por formuladores de políticas econômicas é que a dinâmica inflacionária é formada por três relevantes componentes: uma medida de capacidade produtiva não utilizada que afeta as flutuações de inflação de curto prazo por meio de

uma curva de Phillips; a política monetária, por meio das expectativas, modelando sua tendência de longo prazo; e o preço de commodities, mais especificamente, o preço do petróleo, e outros choques idiossincráticos que explicariam o componente volátil da inflação geral. Esses três componentes formam um bloco central e comum entre uma gama de autores, ainda que diferentes suposições auxiliares (por exemplo, sobre a natureza das expectativas, a forma funcional das equações-chave e os canais de propagação dos choques) sejam tomadas (MOREIRA, 2012; HASENZAGL et al., 2020).

Estudos recentes, porém, desafiam tal suposição diante de diferentes resultados encontrados no que tange a existência, estabilidade e inclinação da curva de Phillips, e, ainda, quanto ao grau de ancoragem das expectativas de inflação. Ball (2013), Blanchard, Cerutti e Summers (2015) e McLeay e Tenreyro (2020), por exemplo, apontam que a curva de Phillips é instável, difícil de identificar e fraca ou está desaparecendo em amostras recentes <sup>1</sup>.

A ancoragem de expectativas está relacionada com o quanto as expectativas de médio/longo prazo se alteram dado um aumento inesperado na inflação corrente, ou seja, expectativas de inflação bem ancoradas não são impactadas por choques inflacionários transitórios. Observa-se uma literatura pequena, mas cada vez mais importante, desafiando a ideia de que as expectativas sejam totalmente ancoradas e voltadas para o futuro. Após a crise de 2008, essa questão tornou-se ainda mais debatida dado o chamado “*puzzle* de inflação” que é quando a inflação não cai tanto quanto a curva de Phillips tradicional havia previsto, dado o nível de desemprego. Tais *puzzles* podem estar relacionados ao desancoramento parcial das expectativas de inflação dos consumidores que, por sua vez, podem ser explicadas pela evolução dos preços de alimento e energia/petróleo (COIBION; GORODNICHENKO, 2015; FRIEDRICH, 2016; COIBION; GORODNICHENKO; ULATE, 2017).

Neste sentido, o presente trabalho tem o objetivo de avaliar a dinâmica da inflação brasileira relacionada ao hiato do produto, a uma curva de Phillips e uma estimativa da tendência da inflação por meio de um modelo de componentes não observados *a la* Kuttner (1994). Estes são baseados na tradição de modelos de séries temporais estruturais, onde as séries temporais observadas são modeladas como a soma de componentes não observados: tendências, ciclos comuns e idiossincráticos (HARVEY, 1985). Além disso, explora uma curva de Phillips para a economia brasileira, fornecendo estimativas empíricas, numa estrutura unificada, de variáveis que são o foco da análise de políticas. O modelo, ainda, permite apresentar uma medida de hiato do produto, a relação de Okun, a taxa natural de desemprego e o produto potencial, bem como as expectativas de inflação de longo prazo. Por último, faz uma discussão envolvendo a decomposição da inflação do IPCA e do núcleo

<sup>1</sup> Para uma abordagem ampla sobre o caso brasileiro ver Sachsida, Ribeiro e Santos (2009) e Sachsida (2013).

da inflação IPCA-EX1 para especificar a dinâmica inflacionária no Brasil entre o período de 1996 e 2019.

A literatura padrão para estimação dessas medidas são baseadas em diferentes restrições e suposições sobre os parâmetros iniciais. Como exemplo, Blanchard e Galí (2007) argumentam sobre a necessidade de restrições conjuntas sobre os parâmetros das variáveis de inflação futura e passada. Cogley e Sbordone (2006) sugerem que a inclusão de uma constante (*drift*) na estimativa da tendência inflacionária melhora a estimativa da dinâmica inflacionária para o curto prazo. Por outro lado, Baştürk et al. (2014) e Jarociński e Lenza (2018), não pré-filtram os dados para estacionariedade e modelam seu comportamento de baixa frequência, permitindo tendências. Já Gordon (2011) e Basistha e Startz (2008), usam vários indicadores de atividade real de forma a aumentar a confiabilidade das estimativas do hiato do produto.

O presente trabalho optou pelo recente modelo estilizado proposto por Hasenzagl et al. (2020), com base da teoria econômica, inclusive expectativas econômicas, permitindo desvios de informações perfeitas e de plena racionalidade. Tal estratégia de modelagem pode ser definida como ‘semi-estrutural’, uma vez que incorpora suposições de identificação mínimas de uma classe geral de modelos econômicos. Entretanto, permite que os dados falem sobre aspectos-chave, como a formação de expectativas, a natureza da curva de Phillips e o papel dos preços do petróleo. Nesse sentido, a estrutura ocupa o meio-termo entre um modelo dinâmico e estocástico de equilíbrio geral (DSGE) totalmente especificado e um modelo tradicional de vetor autorregressivo (VAR). Tal especificação permite tipos diferentes de curva de Phillips prospectivos e retrospectivos, incluindo a curva de Phillips padrão novo-keynesiana. Além disso, o modelo utiliza dados de pesquisas para as expectativas dos agentes econômicos e especialistas de mercado sobre a inflação. Isso evita impor que estas sejam indicadores eficientes e imparciais da inflação futura, permitindo, assim, desvios temporários e permanentes de uma previsão racional; potencialmente capturando erros de medição e observacionais, bem como um viés dependente do tempo nas expectativas de inflação. A grande vantagem é sua flexibilização relativa ao pressuposto padrão de expectativas racionais de informações completas.

Além dos benefícios supracitados, o modelo captura diferentes canais por meio dos quais os preços da energia podem afetar a inflação. Um primeiro canal é através dos custos marginais de produção e da curva de Phillips. Esse canal é permitido ao extrair um componente de ciclo de negócios nos preços do petróleo e, portanto, co-determinar o hiato do produto. Ainda, os preços de energia também podem impactar a inflação sem afetar os custos marginais e o lado real da economia. De fato, no modelo, os choques de petróleo podem afetar os preços diretamente via serviços de energia, que fazem parte da cesta de consumo, mas também potencialmente por meio da formação de expectativas, conforme sugerem Coibion e Gorodnichenko (2015). Em termos econométricos, o modelo possui

características atrativas: não depende de filtrar as tendências de forma preliminar, o que pode criar distorções; contém uma rica estrutura de defasagem que permite capturar a heterogeneidade dinâmica entre as variáveis; e, permite realizar análises conjunturais e decomposições históricas de variáveis em componentes cíclicos e de tendência. A tendência de raiz unitária comum à inflação e às previsões de inflação, presente no modelo, pode estar relacionada às expectativas de longo prazo dos agentes, partindo do pressuposto de que a “lei das expectativas iteradas” se mantém (BEVERIDGE; NELSON, 1981; MERTENS, 2016).

Além desta introdução, o trabalho está dividido como segue: a segunda seção apresenta uma breve descrição do modelo; a terceira seção mostra a implementação empírica do modelo ciclo-tendência, bem como apresenta os dados utilizados; a quarta seção discute os resultados empíricos, destacando os ciclos, as tendências e o hiato do produto obtidos; a quinta seção apresenta e discute a decomposição histórica; e, por fim, a sexta seção destaca as conclusões.

### 3.2 O MODELO EMPÍRICO

Nesta subseção, apresenta-se o modelo de Hasenzagl et al. (2020) o qual pressupõem que a inflação e o produto podem ser decompostos em três componentes: i) tendências independentes que determinam o produto potencial,  $\mu_t^y$ , e a tendência inflacionária,  $\mu_t^\pi$ ; ii) um ciclo estacionário comum relacionando variáveis reais e nominais <sup>2</sup>,  $\hat{\psi}_t$ ; e iii) choques independentes (ruído branco) para o produto e inflação ( $\psi_t^y$  e  $\psi_t^\pi$ , respectivamente) que podem ser analisados como medidas clássicas de erro ou como choques idiossincráticos. Ou seja:

$$y_t = \mu_t^y + \hat{\psi}_t + \psi_t^y, \quad (3.1)$$

$$\pi_t = \mu_t^\pi + \delta_\pi \hat{\psi}_t + \psi_t^\pi, \quad (3.2)$$

onde as tendências independentes são assumidas como processos de raiz unitária (com uma constante para o produto), conforme segue:

$$\mu_t^y = \mu_0 + \mu_{t-1}^y + u_t^y, \quad (3.3)$$

$$\mu_t^\pi = \mu_{t-1}^\pi + u_t^\pi. \quad (3.4)$$

A interpretação econômica das diferentes tendências e componentes cíclicos é padrão (ver, por exemplo, a discussão em Yellen et al. (2015)). A tendência do produto - ou seja,

<sup>2</sup> O ciclo do produto é interpretado como sendo o hiato do produto.

o produto potencial, capturando o crescimento de longo prazo da economia - é geralmente considerada sendo impulsionada pela inovação tecnológica. A inflação oscila em torno de uma tendência de longo prazo que, no caso do Brasil, observando os núcleos como *proxies*, não tem sido tão estável quanto observado na economia americana. A teoria relaciona essa tendência de inflação às expectativas de inflação que, por sua vez, são moldadas pela conduta da política monetária - por exemplo, pelas metas de inflação do conselho monetário nacional (CMN) ou dos formuladores de políticas. Choques de outra natureza podem impactar os custos marginais de produção e modificar a intensidade da utilização de recursos na economia, afastando temporariamente o produto de sua trajetória de crescimento equilibrado. Por meio do PIB real e do produto potencial podemos obter é o chamado hiato do produto,  $\hat{\psi}_t$ . A desaceleração da economia é refletida em flutuações cíclicas de curto prazo da inflação em torno da sua tendência, na presença de rigidez de preços. Essa relação é geralmente descrita por uma curva de Phillips com expectativas. Finalmente, uma fração não trivial da variabilidade trimestral da inflação e do produto é atribuída a choques independentes e idiossincráticos.

Em termos do hiato do produto,  $\hat{\psi}_t$ , assume-se que o mesmo siga um processo estacionário com comportamento cíclico estocástico. Um processo simples que permite tal ciclo estocástico é um processo AR (2) com raízes complexas da forma abaixo:

$$\hat{\psi}_t = \alpha_1 \hat{\psi}_{t-1} + \alpha_2 \hat{\psi}_{t-2} + v_t \quad (3.5)$$

O modelo AR (2) pode ser escrito de uma forma diferente e um pouco mais geral, exibindo seu comportamento pseudo cíclico de forma mais clara, ou seja,

$$\hat{\psi}_t = \rho \cos(\lambda) \hat{\psi}_{t-1} + \rho \sin(\lambda) \hat{\psi}_{t-1}^* + v_t, \quad (3.6)$$

$$\hat{\psi}_t^* = -\rho \sin(\lambda) \hat{\psi}_{t-1} + \rho \cos(\lambda) \hat{\psi}_{t-1}^* + v_t^*,$$

onde  $0 \leq \lambda \leq \pi$  e  $0 \leq \rho \leq 1$  podem ser interpretados, respectivamente, como a frequência do ciclo e o fator de amortecimento na amplitude, enquanto  $\hat{\psi}^*$  é um ciclo auxiliar de modelagem, e  $v_t$  e  $v_t^*$  são distúrbios de ruído branco não correlacionados (ver Harvey, 1990).<sup>3</sup> Os choques tornam o ciclo mais estocástico do que determinístico e, se  $\rho < 1$ , o processo é estacionário.

Ao assumir um hiato do produto que é uma solução estacionária para um processo AR(2), o modelo das equações (3.1-3.2) admite uma curva de Phillips Novo Keynesiana híbrida conectando os componentes cíclicos do produto, inflação e expectativas de inflação,

<sup>3</sup> Portanto, o modelo pode ser reescrito como:  $(1 - 2\rho \cos(\lambda)L + \rho^2 L^2)\hat{\psi}_t = (1 - \rho \cos(\lambda)L)v_t + (\rho \sin(\lambda)L)v_t^*$ . Logo, sob a restrição  $\sigma_v^2 = 0$ , a solução do modelo é um AR(2), caso contrário, um ARMA (2,1). A intuição para o uso do ciclo auxiliar está intimamente relacionada à representação padrão multivariada AR (1) de processos AR (p) univariados.

conforme segue:

$$\hat{\pi}_t = \sum_{i=1}^2 \delta_i \hat{\pi}_{t-i} + \beta \mathbb{E}_t[\hat{\pi}_{t+1}] + \kappa \hat{y}_t + \varepsilon_t, \quad (3.7)$$

tal que,  $\hat{\cdot}$  indica os desvios das variáveis de suas tendências. Neste modelo, os agentes de expectativas racionais formam corretamente expectativas consistentes com o modelo sobre a inflação, ou seja,

$$\begin{aligned} \mathbb{E}_t[\pi_{t+1}] &= \mathbb{E}_t[\mu_{t+1}^\pi + \delta_\pi \hat{\psi}_{t+1} + \psi_{t+1}^\pi] = \mu_t^\pi + \delta_\pi (\alpha_1 \hat{\psi}_t + \alpha_2 \hat{\psi}_{t-1}) \\ &= \mu_t^\pi + \delta_{exp,1} \hat{\psi}_t + \delta_{exp,2} \hat{\psi}_{t-1}. \end{aligned}$$

O modelo também pode ser escrito, em uma representação de forma reduzida compacta em termos dos ciclos comuns, a tendência comum à inflação e às expectativas de inflação e a tendência que captura o produto potencial (bem como os distúrbios idiossincráticos):

$$\begin{pmatrix} y_t \\ \pi_t \\ \mathbb{E}_t[\pi_{t+1}] \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \delta_\pi & 1 \\ \delta_{exp,1} + \delta_{exp,2}L & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{\psi}_t \\ \mu_t^\pi \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mu_t^y \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \hat{\psi}_t \\ \mu_t^\pi \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \psi_t^y \\ \psi_t^\pi \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (3.8)$$

Em princípio, este conjunto simples de equações pode acomodar especificações diferentes para a Curva de Phillips, sob restrições adequadas dos parâmetros. Por exemplo, um AR(1) para  $\hat{\psi}_t$  seria uma solução puramente *forward-looking* da curva de Phillips Novo Keynesiana.

Ainda, em linha com a interpretação proposta, cabe destacar que a tendência da inflação corresponde à projeção de longo prazo para a inflação, o que implica:

$$\lim_{h \rightarrow \infty} \mathbb{E}_t[\pi_{t+h}] = \mu_t^\pi, \quad (3.9)$$

a la Beveridge e Nelson (1981), e com a tendência informando as expectativas de crescimento no longo prazo:

$$\lim_{h \rightarrow \infty} \mathbb{E}_t[y_{t+h}] = \lim_{h \rightarrow \infty} \{\mu_0 h + \mu_t^y\}. \quad (3.10)$$

Embora tal modelo de expectativas racionais estilizado possa fornecer a essência da intuição para o modelo econométrico proposto, este é provavelmente muito simples como uma representação empírica da dinâmica dos ciclos de negócios. Em primeiro lugar, o modelo não permite a heterogeneidade dinâmica e, portanto, variáveis nominais e reais flutuam apenas como contemporaneamente interligadas pela folga na economia, em contraste com a evidência de que os preços e as variáveis do mercado de trabalho respondem com defasagens ao hiato do produto. De fato, o produto está ligado ao desemprego por meio da lei de Okun e à inflação por meio da relação da curva de Phillips,

que pode envolver uma dinâmica defasada. Essas relações fundamentais conectam medidas potencialmente diferentes da folga na economia, como o hiato do produto e o componente cíclico do desemprego - ou seja, a diferença entre a taxa de desemprego e seu nível natural de longo prazo (desemprego de equilíbrio)- e informa as flutuações em frequência do ciclo de negócios em outras variáveis reais e nominais.

Em segundo lugar, na modelagem da dinâmica de preços, os analistas e formuladores de políticas tendem a distinguir entre as mudanças nos preços da energia e dos alimentos - que entram na inflação - e os movimentos nos preços de outros bens e serviços - ou seja, o núcleo da inflação. Isso ocorre porque os preços de alimentos e de energia tendem a ser extremamente voláteis e influenciados por fatores desvinculados da folga da economia, que fogem ao controle da política monetária. Exemplos disso são os eventos políticos internacionais - como no caso do preço do petróleo - bem como o clima ou doenças - quanto aos alimentos e bebidas<sup>4</sup>. Essa decomposição é importante para estudar como a folga do produto real é transmitida aos preços, separando o impacto direto dos choques de preços de energia em produtos de energia, de seu papel como choques de aumento de custos na produção.

Finalmente, tem sido argumentado na literatura que, uma vez que as expectativas de inflação são admitidas em uma equação da curva de Phillips prospectiva ou retrospectiva, também é possível que choques econômicos impactem os preços sem qualquer transmissão intermediária através do hiato do produto ou outras medidas de folga na economia (por exemplo, Sims (2008)). De acordo com esse pensamento, Coibion e Gorodnichenko (2015) argumentam que a ausência de desinflação durante a Grande Recessão pode ser explicada pelo aumento das expectativas de inflação dos consumidores entre 2009 e 2011 devido ao aumento dos preços do petróleo neste período. Além disso, embora as variáveis macroeconômicas sejam susceptíveis a erros de medição não clássicos, as expectativas dos agentes, conforme captadas pelos consumidores e analistas profissionais, são apenas parcialmente afetadas conforme as definições da contabilidade nacional de preços agregados e podem introduzir erros de medidas e vieses de natureza diferentes.

Na próxima seção, apresenta-se os dados utilizados, bem como a implementação empírica que expande o modelo de forma a acomodar aspectos possivelmente relevantes do ciclo de negócios e da dinâmica da inflação brasileira.

### 3.3 O MODELO DE CICLO-TENDÊNCIA

Conforme destacado anteriormente, o modelo empírico segue Hasenzagl et al. (2020), incorporando relevante conjunto de informações trimestrais entre os anos de 1996 e 2019.

---

<sup>4</sup> Embora o objetivo de inflação dos bancos centrais seja definido em termos da variação geral dos preços ao consumidor, o núcleo da inflação é considerado um indicador melhor do que a inflação total para a evolução dos preços a médio prazo.

Tabela 2 – Base de dados usados no modelo empírico

Variável	Símbolo	Padrão	Transformação
PIB Real	$y_t$	$y$	nível
Emprego/ocupados	$e_t$	$e$	nível
Taxa de Desemprego	$u_t$	$u$	nível
Preço do petróleo	$oil_t$	$oil$	nível
Taxa de Inflação	$\pi_t$	$\pi$	nível
Núcleo da taxa de inflação	$\pi_t^c$	$\pi^c$	nível
Expectativas de Inflação - Consumidores	$F_t^{cons} \pi_{t+4}$	cons	nível
Expectativas de Inflação - Especialistas	$F_t^{prof} \pi_{t+4}$	prof	nível

Fonte: Elaboração própria.

### 3.3.1 Dados

Conforme Tabela 2, as séries utilizadas para a estimação do modelo proposto são: o PIB real em nível, com ajuste sazonal em Reais do ano 2000 disponibilizado pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), e a população ocupada do país em milhões de habitantes e a taxa de desemprego do Brasil, obtidas no Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada (Ipea), onde a primeira representa a atividade produtiva real e as demais a evolução do mercado de trabalho; a taxa de inflação medida pela variação percentual do Índice Nacional de Preços ao Consumidor Amplo (IPCA), disponibilizada pelo IBGE, e uma medida do núcleo de inflação (IPCA-EX1) - que exclui 10 dos 16 itens do subgrupo Alimentação no Domicílio, além dos itens combustíveis domésticos e combustíveis de veículos, disponibilizado pelo Banco Central do Brasil (BCB). Essas últimas mensuradas em taxa de variação percentual no trimestre acumulada nos últimos quatro trimestres.

Ainda, considera-se duas medidas de expectativas de inflação formadas por profissionais e consumidores como *proxies* das expectativas de inflação dos agentes econômicos, a saber: i) o relatório Focus do Banco Central do Brasil resume as estatísticas calculadas pelos agentes do mercado para a inflação 12 meses a frente, considerada como a medida de previsões dos profissionais; ii) a medida de expectativas dos consumidores fornecida pelo Instituto Brasileiro de Economia da Fundação Getúlio Vargas (IBRE-FGV) que disponibiliza o Indicador de Expectativa de Inflação dos Consumidores de forma a captar o sentimento do consumidor em relação ao estado geral da economia e de suas finanças pessoais. Por fim, a série dos preços do petróleo Brent em reais.

### 3.3.2 Implementação empírica

O modelo proposto fornece uma especificação empírica de vários conceitos macroeconômicos importantes. Uma tendência de raiz unitária com constante fornece uma medida para o produto potencial que evolui no tempo, enquanto a tendência do emprego/desemprego captura a evolução do desemprego de equilíbrio. O componente cíclico

do desemprego se conecta às flutuações do produto no ciclo de negócios por meio de uma lei de Okun que envolve o hiato do produto e seu valor defasado. Isso permite que a flutuação do ciclo econômico tenha uma heterogeneidade dinâmica e que o mercado de trabalho responda com uma defasagem à retração da economia. Uma tendência de raiz unitária - comum à inflação, ao núcleo da inflação e às expectativas de inflação - captura a tendência inflacionária que influencia as expectativas de longo prazo. A folga da economia se reflete nas flutuações cíclicas de curto prazo da inflação (e das expectativas) por meio de uma relação da curva de Phillips envolvendo o hiato do produto e seu valor defasado que se acomoda a um lento ajuste dos preços a essa folga, possivelmente na presença de rigidez nominal. Além disso, os preços do petróleo podem mover-se conjuntamente ao longo do ciclo de negócios, devido aos efeitos da demanda ou choques de *mark-up*. O fato de o componente cíclico do produto informar as flutuações *lead-lag* em toda a economia, tanto no mercado de trabalho quanto nas variáveis nominais, corrobora para a interpretação do hiato do produto como uma medida do ciclo econômico.

O modelo também é capaz de considerar desvios potenciais do padrão de expectativas racionais. Em particular, permite-se que: i) os choques nos preços do petróleo podem afetar os preços diretamente através dos preços da energia dentro do valor geral da inflação ou através das previsões dos agentes econômicos, ao induzir um desancoramento transitório das expectativas de inflação, com um ciclo estacionário conectando os preços do petróleo, as expectativas e a inflação, mas não, a medida de folga na economia; ii) um viés variante no tempo, ou seja, um desancoramento permanente das expectativas na forma de processos de raiz unitária; e iii) erro de medida nas variáveis e outras fontes de ruído “não brancos”. Essas opções de modelagem são resumidas nas seguintes premissas:

**Premissa 1** - A inflação, o núcleo da inflação e as expectativas de inflação dos agentes (consumidores e especialistas) compartilham uma tendência comum de passeio aleatório (a saber, Tendência de inflação);

**Premissa 2** - O produto real, o emprego/ocupação e a taxa de desemprego têm tendências independentes modeladas com raízes unitárias, com uma constante para o produto e o emprego/ocupação (ou seja, produto potencial e emprego/taxa de desemprego de equilíbrio, respectivamente);

**Premissa 3** - As flutuações nos ciclos de negócios do produto são descritas por um processo estacionário e estocástico na forma de um processo ARMA (2,1) com raízes complexas (ou seja, hiato do produto);

**Premissa 4** - Taxa de inflação, expectativas de taxa de inflação e produto estão conectados por uma curva de Phillips definida como uma média móvel do hiato do produto e sua primeira defasagem;

**Premissa 5** - As variáveis de mercado de trabalho estão ligadas ao produto por

meio da Lei de Okun, definida como uma média móvel do hiato do produto e sua primeira defasagem;

**Premissa 6** - Os preços do petróleo são pró-cíclicos<sup>5</sup> por meio de uma média móvel do hiato do produto e sua primeira defasagem (componente do ciclo econômico dos preços do petróleo);

**Premissa 7** - As expectativas da taxa de inflação e a taxa de inflação são conectadas, por meio de uma média móvel de ordem um, a um ciclo ARMA (2,1) nos preços do petróleo (Ciclo de energia);

**Premissa 8** - Todas as variáveis podem ter um componente idiossincrático cíclico ARMA (2,1), possivelmente capturando erros de medição não clássicos, diferenças nas definições e outras fontes de ruído;

**Premissa 9** - As expectativas dos agentes econômicos (consumidores e especialistas) têm raízes unitárias idiossincráticas independentes sem constante, capturando o viés de tempo variável na previsão; e

**Premissa 10** - Todos os componentes são mutuamente ortogonais.

Uma característica-chave e interessante dentro dessa modelagem é permitir que os preços do petróleo afetem e sejam afetados tanto pelos ciclos de negócios padrão quanto pelo que se definiu como um ciclo de preços de energia. As oscilações neste último componente refletem-se nos preços e nas expectativas de inflação, sem afetar o produto e o mercado de trabalho. Segundo Hasenzagl et al. (2020), esta suposição de ortogonalidade é um dispositivo estatístico conveniente, útil para identificar componentes na dinâmica de preços que têm fraco ou nulo impacto no hiato do produto e no mercado de trabalho, e que pode acontecer em frequências diferentes daquelas da faixa de frequência padrão do ciclo de negócios.

Pode-se escrever o modelo em  $x_t := \{y_t, e_t, u_t, oil_t, \pi_t, \pi_t^c, F_t^{cons} \pi_{t+4}, F_t^{prof} \pi_{t+4}\}$ , da

<sup>5</sup> Ou seja, os preços do petróleo movem-se na mesma direção dos ciclos econômicos.

seguinte maneira:

$$\begin{pmatrix} y_t \\ e_t \\ u_t \\ oil_t \\ \pi_t \\ \pi_t^c \\ F_t^{cons} \pi_{t+4} \\ F_t^{prof} \pi_{t+4} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \delta_{e,1} + \delta_{e,2}L & 0 & 0 \\ \delta_{u,1} + \delta_{u,2}L & 0 & 0 \\ \delta_{oil,1} + \delta_{oil,2}L & 1 & 0 \\ \delta_{\pi,1} + \delta_{\pi,2}L & \gamma_{\pi,1} + \gamma_{\pi,2}L & \phi_{\pi} \\ \delta_{\pi^c,1} + \delta_{\pi^c,2}L & \gamma_{\pi^c,1} + \gamma_{\pi^c,2}L & \phi_{\pi^c} \\ \delta_{cons,1} + \delta_{cons,2}L + \delta_{cons,3}L^2 & \gamma_{cons,1} + \gamma_{cons,2}L & \phi_{cons} \\ \delta_{prof,1} + \delta_{prof,2}L + \delta_{prof,3}L^2 & \gamma_{prof,1} + \gamma_{prof,2}L & \phi_{prof} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{\psi}_t \\ \hat{\psi}_t^{EP} \\ \mu_t^{\pi} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \psi_t^y \\ \psi_t^e \\ \psi_t^u \\ \psi_t^{oil} \\ \psi_t^{\pi} \\ \psi_t^{\pi^c} \\ \psi_t^{cons} \\ \psi_t^{prof} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mu_t^y \\ \mu_t^e \\ \mu_t^u \\ \mu_t^{oil} \\ 0 \\ 0 \\ \mu_t^{cons} \\ \mu_t^{prof} \end{pmatrix}, \quad (3.11)$$

em que  $\phi_{\pi}, \phi_{\pi^c}, \phi_{cons}, \phi_{prof}$  são normalizados para ter carga unitária de inflação e expectativas inflação na tendência inflacionária. É importante notar que a especificação empírica na Equação 3.11 se reduziria ao modelo de expectativas racionais na Equação 3.8, sob restrições paramétricas adequadas. Como o hiato de produto na Equação 3.6, o ciclo de energia e os ciclos estacionários idiossincráticos ARMA(2,1) podem ser escritos da seguinte forma:

$$\begin{pmatrix} \psi_t^j \\ \psi_t^{*j} \end{pmatrix} = \rho^j \begin{pmatrix} \cos(\lambda^j) & \sin(\lambda^j) \\ -\sin(\lambda^j) & \cos(\lambda^j) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \psi_{t-1}^j \\ \psi_{t-1}^{*j} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} v_t^j \\ v_t^{*j} \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} v_t^j \\ v_t^{*j} \end{pmatrix} \sim \mathcal{N}(0, \zeta_j^2 I_2), \quad (3.12)$$

onde  $j \in \{EP, x_1, \dots, x_n\}$  e  $\psi^{*j}$ , como apresentado, é um termo que captura um ciclo auxiliar. Para estacionariedade, é imposto que  $0 < \lambda^j \leq \pi$  e  $0 < \rho^j < 1$  para todos os ciclos, incluindo o hiato do produto. Como discutido, as tendências comuns e idiossincráticas são passeios aleatórios (com ou sem constante -  $\mu_0^j$ ) que podem ser escritos como segue,

$$\mu_t^j = \mu_0^j + \mu_{t-1}^j + u_t, \quad u_t^j \sim \mathcal{N}(0, \sigma_j^2).$$

Todos os choques estocásticos no modelo são assumidos como mutuamente ortogonais e gaussianos. Por fim, observa-se que as tendências comuns e idiossincráticas na inflação e nas expectativas de inflação são identificadas como uma constante<sup>6</sup>. Para fins

<sup>6</sup> Ver Bai e Wang (2015), para uma discussão sobre a identificação

de interpretação, atribui-se uma constante à tendência comum de forma que esta esteja na mesma escala que as variáveis de inflação observadas.

Econometricamente, a estratégia de estimação para o modelo beneficia-se de técnicas bayesianas de forma a apoiar as estimativas “estruturais” do modelo de ciclo-tendência seguindo a abordagem proposta por Harvey, Trimbur e Dijk (2007). Ao estimar o modelo, utiliza-se distribuições a *priori* que são ou uniformes ao longo do intervalo dos parâmetros do modelo compatíveis com as escolhas de modelagem (ou seja,  $0 < \lambda^j \leq \pi$  e  $0 < \rho^j < 1$ ), ou *prioris* fracamente informativas na forma de Normal difusa e Gama inversa. Os limites das *prioris* uniformes garantem que os ciclos estocásticos sejam estacionários e corretamente especificados conforme as restrições descritas em Harvey (1990).

Tabela 3 – Distribuições a priori

Nome	Suporte	Densidade	Parâmetro 1	Parâmetro 2
$\delta, \gamma, \phi, \tau$	$\mathcal{R}$	Normal	0	1000
$\sigma^2, \varsigma^2$	$(0, \infty)$	Gama Inversa	3	1
$\rho$	$[0.001, 0.970]$	Uniforme	0.001	0.970
$\lambda$	$[0.001, \pi]$	Uniforme	0.001	$\pi$

Fonte: Elaboração própria.

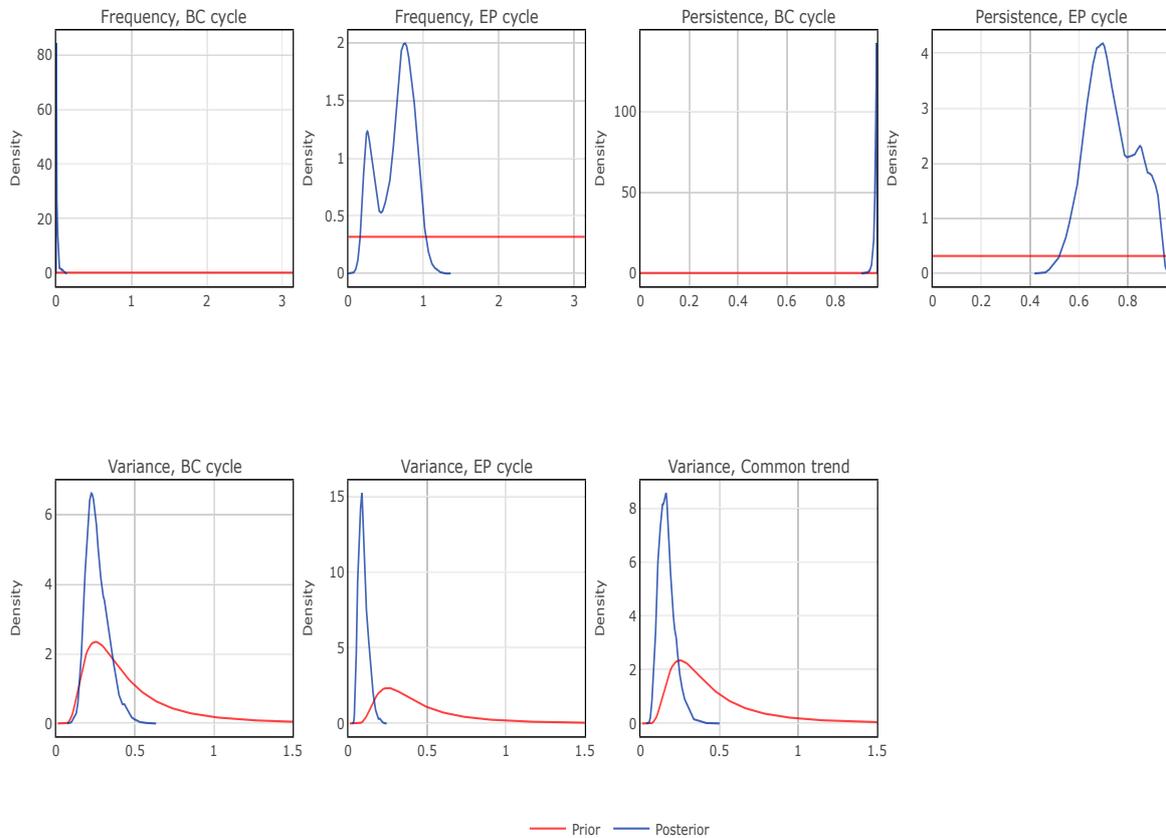
A Tabela 3 relata os parâmetros das distribuições a *priori*. As distribuições a *posteriori* são maximizadas e simuladas através do algoritmo de *Metropolis-Within-Gibbs* estruturado em dois blocos. No primeiro bloco, estima-se os parâmetros do modelo de espaço de estados pelo algoritmo Metropolis e, no segundo bloco, usa-se o algoritmo de Gibbs para desenhar estados não observados condicionais aos parâmetros do modelo <sup>7</sup>.

Uma questão importante diz respeito ao papel da *priori* na identificação do modelo. As Figuras 8 e 9 ilustram as distribuições a *priori* e a *posteriori* para a variância dos termos de erro dos componentes não observados, a frequência e persistência dos dois ciclos comuns e os coeficientes para os ciclos comuns. Os gráficos fornecem uma boa indicação sobre o fato de os dados serem capazes de fornecer informações suficientes para identificar os parâmetros do modelo. As distribuições a *posteriori* demonstram uma distribuição com picos e finas para a maioria das variáveis e, portanto, não sendo formadas pelas *prioris* inseridas, o que sinaliza que os dados são muito informativos na estimativa dos parâmetros do modelo - em particular a variância dos choques dos componentes comuns e as frequências dos ciclos. Ressalta-se que as distribuições *posteriori* dos coeficientes para os ciclos comuns, Figura 9, indicam que coeficientes iguais a zero têm probabilidade desprezível de serem desenhados em ambos os casos.

A próxima seção apresenta resultados empíricos do modelo verificando se a descrição

<sup>7</sup> Para mais detalhes e referências relevantes ver: <[https://docs.wixstatic.com/ugd/708bcd\\_73e7d06e044e4dc88451c32b0e8e84f6.pdf](https://docs.wixstatic.com/ugd/708bcd_73e7d06e044e4dc88451c32b0e8e84f6.pdf)> - Apêndice A.

Figura 8 – Distribuições *a priori* e *a posteriori* da frequência dos ciclos comuns, persistência dos ciclos comuns e variância dos choques para os ciclos e tendência comum.



Fonte: Medidas das distribuições dos parâmetros a partir da estimação do modelo.

histórica é coerente com outras estimativas do ciclo de negócios, além de trazer uma avaliação de como estes impactam, segundo o modelo, a dinâmica da inflação. Outras informações relevantes dentro do cenário econômico também são exploradas, tais como a tendência da inflação, o desemprego de equilíbrio e o produto potencial.

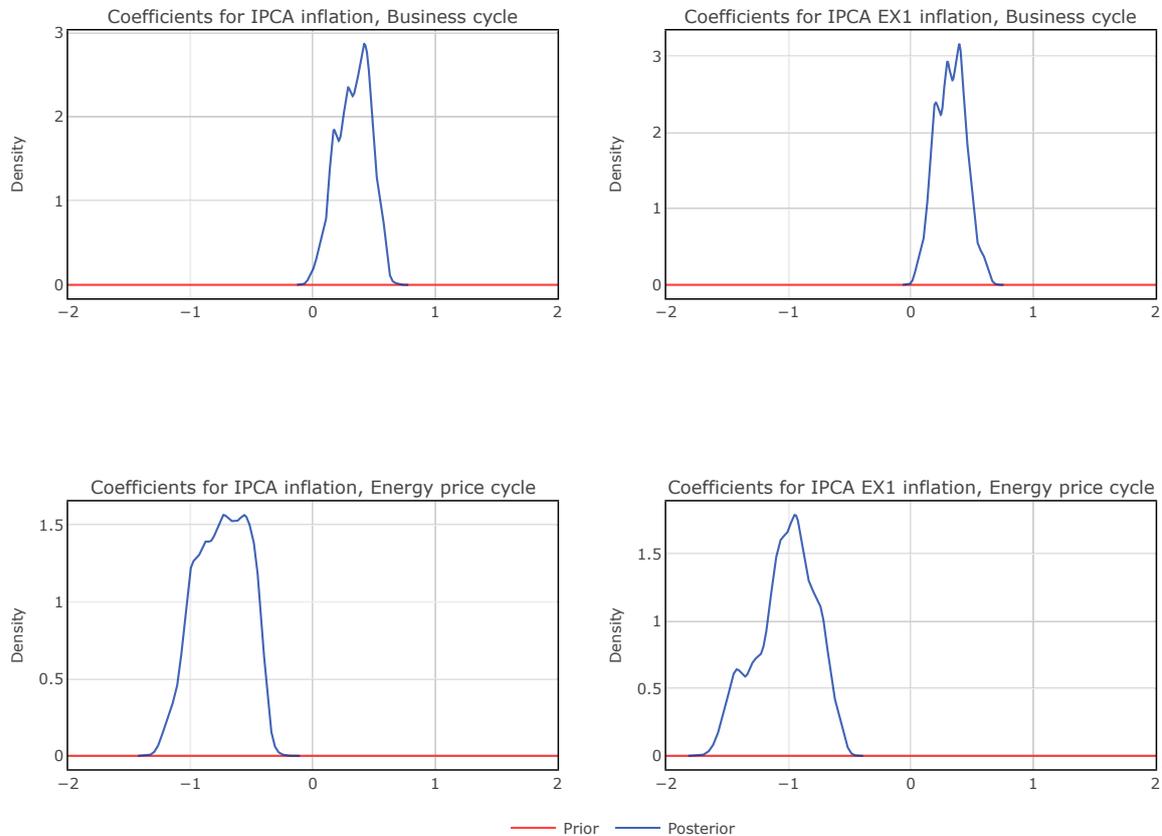
### 3.4 TENDÊNCIAS E CICLOS NA ECONOMIA BRASILEIRA

Esta seção inicia analisando as tendências econômicas identificadas e estimadas pelo modelo e, em seguida, explora os ciclos econômicos.

#### 3.4.1 Tendência inflacionária, desemprego de equilíbrio e produto potencial

O modelo sinaliza tendências suaves e estáveis. A Figura 10 apresenta o PIB real, a população ocupada, a taxa de desemprego e os preços do petróleo em relação à mediana das tendências independentes estimadas, juntamente com as faixas de cobertura (de 68% em tom mais escuro e de 90% em tom mais claro). A tendência do produto, que pode ser

Figura 9 – Distribuições *a priori* e *a posteriori* dos coeficientes para os ciclos comuns de inflação e do núcleo de inflação.



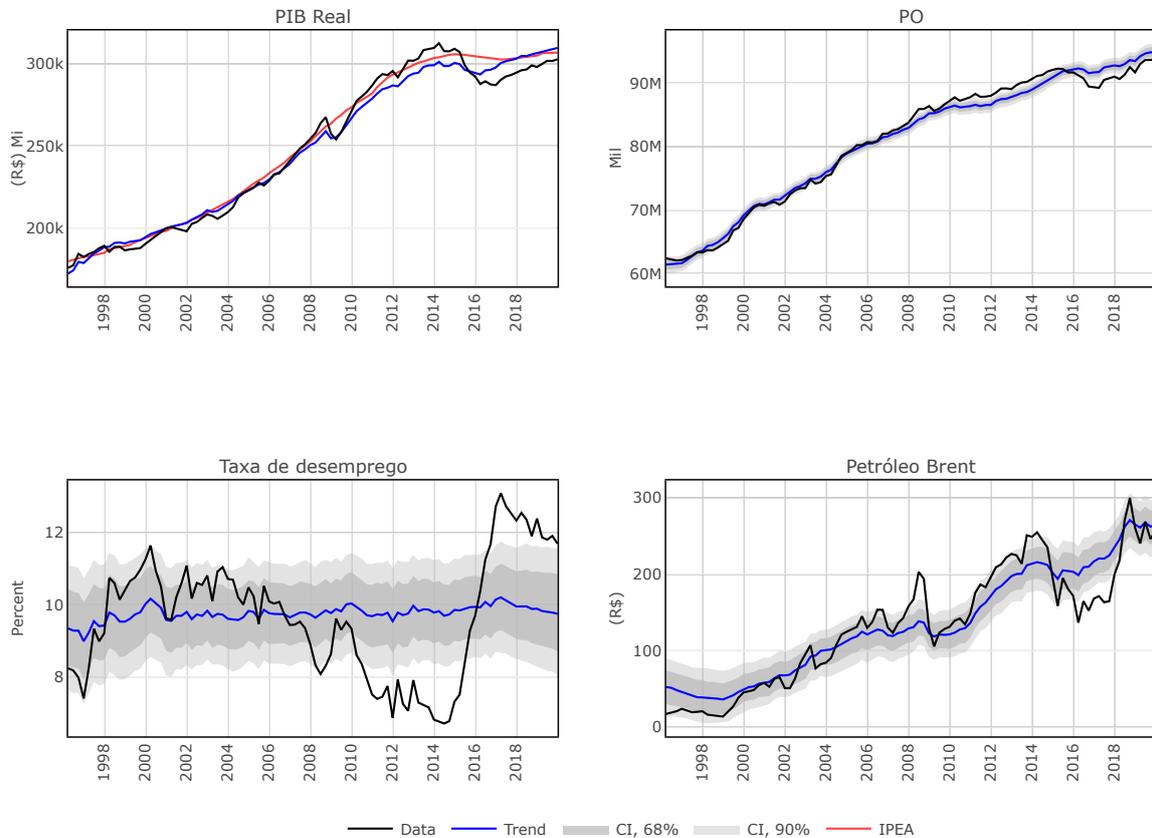
Fonte: Medidas das distribuições dos parâmetros a partir da estimação do modelo.

considerada uma medida do produto potencial, é comparada com a medida correspondente fornecida pelo Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada - IPEA.

Embora tanto a tendência do produto estimada pelo modelo quanto a do Ipea sejam correlacionadas, elas fornecem uma descrição diferente do crescimento de longo prazo do Brasil. Desde 2003, a tendência implícita do modelo encontra-se abaixo da tendência do IPEA. Os resultados gerados sugerem que a economia encontrou-se no potencial durante o período entre 2005 e 2007, passando para um período de aquecimento da economia do final de 2007 a 2009 e, posteriormente, de 2010 a 2015 quando a partir de então observa-se uma desaceleração de crescimento econômico que se perdura até o final da amostra, 2019.

A Figura 10 também apresenta a medida de taxa de desemprego de equilíbrio implícita no modelo. A primeira parte da amostra fornece uma tendência crescente, ultrapassando os 10%. Posteriormente, a tendência recua um pouco, mas ficando perto da média da própria série (9,7%) e próximos dos 10%. Isso mesmo diante da forte crise econômica que eleva bastante a taxa de desemprego. Pós-crise, a taxa reduz, no entanto, permanece em níveis de desemprego elevados até o final do período analisado.

Figura 10 – Tendências independentes do produto, da população ocupada, da taxa de desemprego e do preço do petróleo



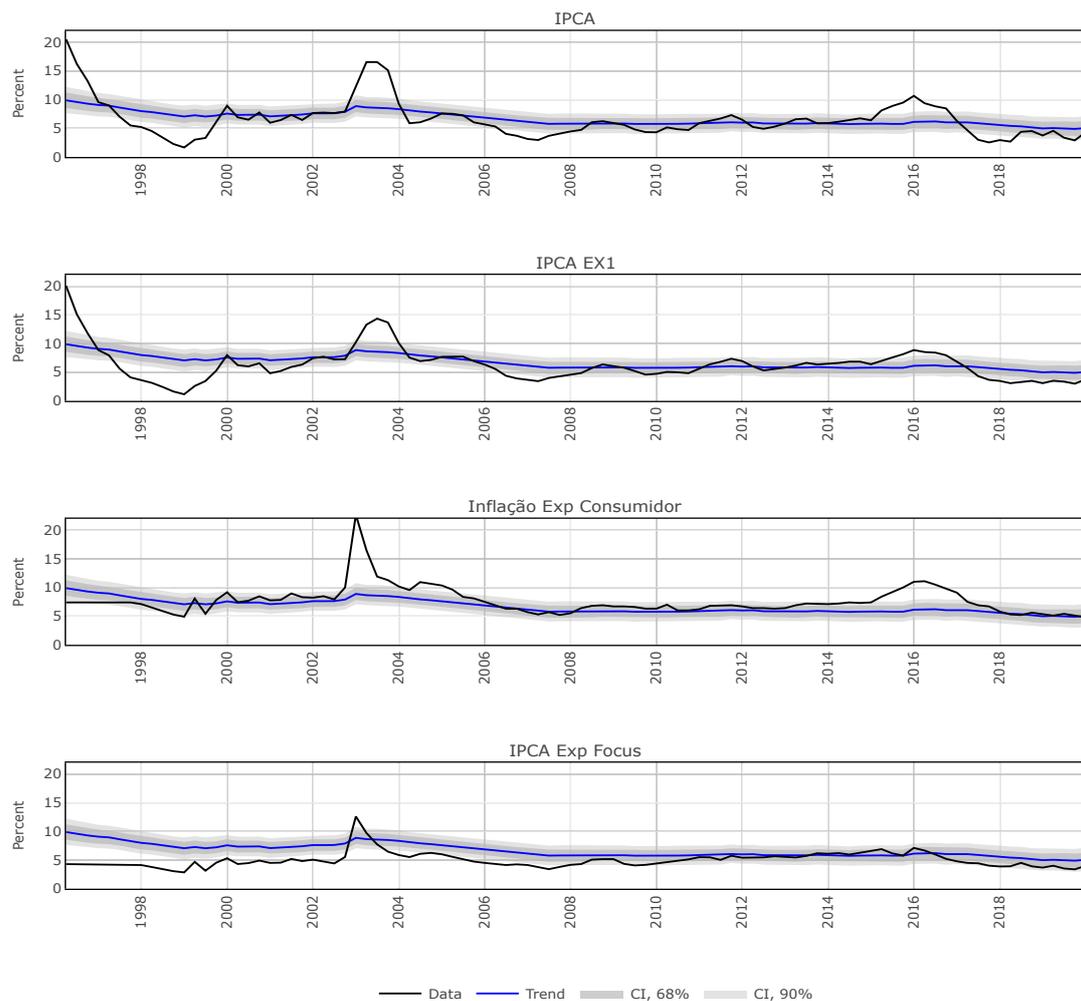
Fonte: Medidas das tendências das variáveis a partir da estimação do modelo.

A tendência para o índice de commodities mostra uma trajetória de crescimento bem comportada ao longo de toda a amostra, observando-se dois períodos de queda: um imediatamente após a crise de 2008; e o segundo durante os anos de 2015 e 2016, período de crise interna no Brasil. É importante observar que, no modelo proposto, as tendências são estimadas em conjunto com os componentes cíclicos. Portanto, as diferenças entre as tendências estimadas e as do Ipea podem possuir implicações relevantes para a leitura da dinâmica do ciclo de negócios.

A tendência de inflação comum às medidas do IPCA, do núcleo de inflação (IPCA - EX1) e das variáveis de expectativa de inflação dos especialistas e dos consumidores pode ser observada na Figura 11. Verifica-se que a tendência comum das variáveis supracitadas apresenta uma suave trajetória de queda durante os anos iniciais, com uma ligeira alta em 2003. Ano em que começa uma tendência de redução da mesma até se aproximar de nível praticamente estável ao redor de 5%. Valor acima da inflação efetiva e, principalmente, da medida de núcleo da inflação. Isso revela uma persistência do hiato de inflação. Observa-se, ainda, que a trajetória da inflação não é completamente acompanhada pelas expectativas

dos agentes econômicos. Ao comparar a tendência com a série das expectativas Focus, por exemplo, pode-se observar um distanciamento dos dados para a tendência. Ademais, vê-se que tais expectativas ainda subestimam a tendência inflacionária para quase todo o período de análise, com exceção dos anos de 2003 e o período entre 2011 e 2014, além de possuir uma forte persistência.

Figura 11 – Tendência comum entre inflação do IPCA, do núcleo de inflação e das expectativas de inflação dos agentes



Fonte: Medidas da tendência comum da inflação a partir da estimação do modelo em comparação com medidas de inflação do Brasil.

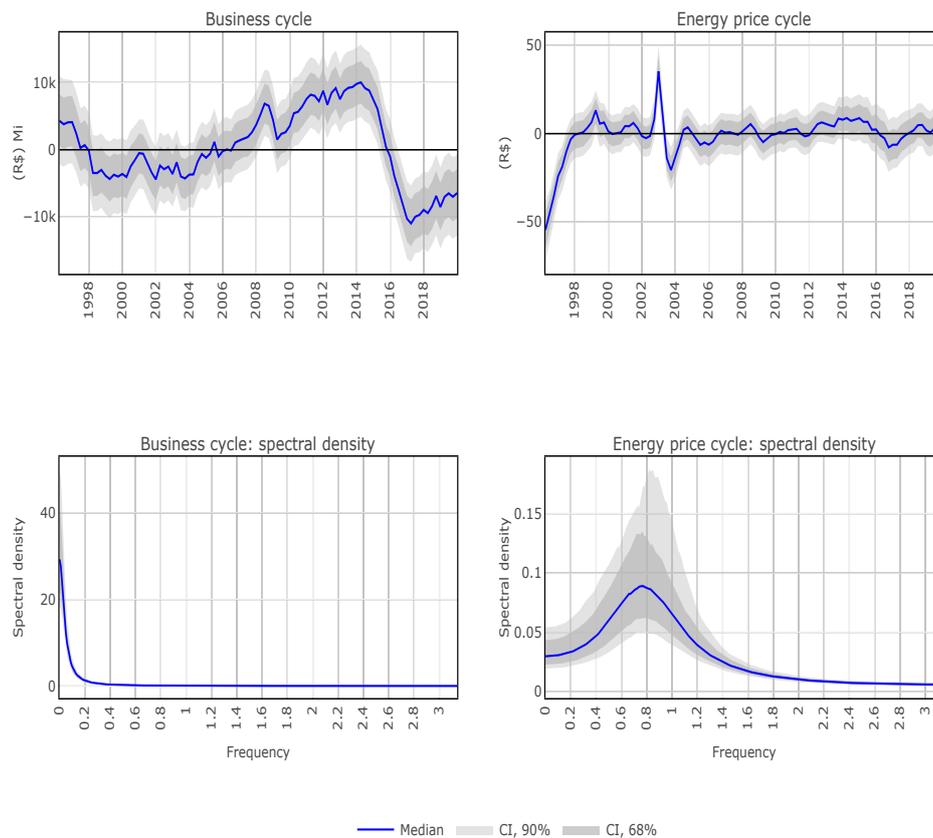
O comportamento das expectativas dos consumidores, por outro lado, surpreende pelo longo período de proximidade da tendência comum como: i) entre os anos de 1999 e 2002, quando se observa uma volatilidade um pouco maior; ii) entre 2007 e 2013, com valores bastante próximos da tendência; iii) após o ano de 2018 quando tais valores caminham próximos à tendência. No entanto, verifica-se que para os períodos de crise da economia brasileira tais expectativas se descolam bastante da tendência. Por exemplo,

observa-se que após a crise de 2002 os consumidores ainda mantêm suas expectativas elevadas por cerca de 4 anos, o mesmo acontece logo após a crise de 2014. Entender essa heterogeneidade na formação de expectativas torna-se relevante dentro do atual regime monetário brasileiro. No entanto, uma discussão mais aprofundada desse ponto foge ao escopo do presente trabalho.

### 3.4.2 Ciclos de negócios e dos preços de energia

A Figura 12 mostra os ciclos comuns estimados tanto no domínio de tempo quanto de frequência, enquanto a Figura 13 mostra a contribuição do ciclo de energia na inflação principal - IPCA. O primeiro ciclo fornece uma medida direta das flutuações da economia e captura as variações do produto em torno de seu potencial. Também conecta variáveis reais, de mercado de trabalho e nominais e, portanto, pode ser interpretado como uma medida do ciclo de negócios e será referenciada, a partir de então, de tal forma.

Figura 12 – Ciclos de negócios e ciclos dos preços de energia

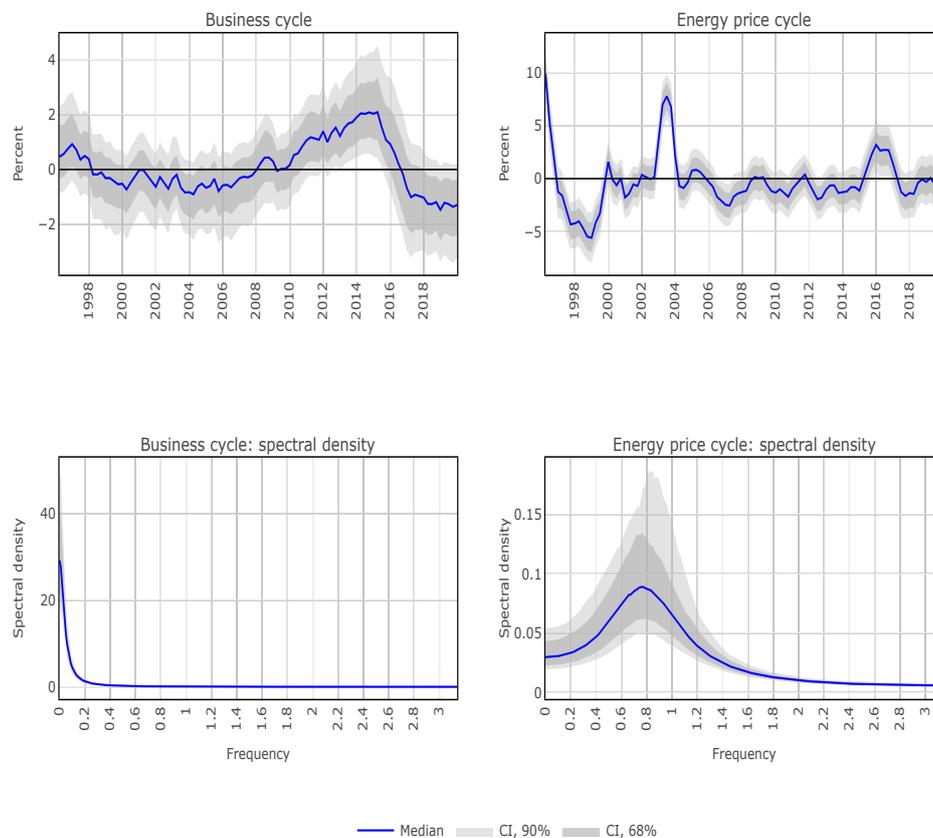


Fonte: Medidas dos ciclos de negócios a partir da estimação do modelo.

A parte superior de ambos gráficos nas Figuras 12 e 13 relatam a mediana da distribuição *a posteriori* dos ciclos de negócios e de preços de energia, com intervalos de cobertura relativa em 68% (sombreado escuro) e 90% de cobertura (sombreado claro). Já

a parte inferior mostra as densidades espectrais associadas e as bandas de cobertura. Os gráficos sugerem, conforme esperado, que o ciclo de negócios não apresenta uma forma muito regular no Brasil, mas demonstra ser menos volátil do que o ciclo de preços da energia. A forma espectral mostra que o ciclo de negócios contribui para a forma espectral da inflação com um pico relativamente bem definido e com um ciclo entre 7 e 8 anos de periodicidade. Por outro lado, o ciclo de preços de energia ocupa uma faixa mais ampla de frequências com um pico menos bem definido e uma periodicidade em cerca de metade da duração do ciclo de negócios.

Figura 13 – Ciclo de negócios e componentes do ciclo de preços de energia na inflação



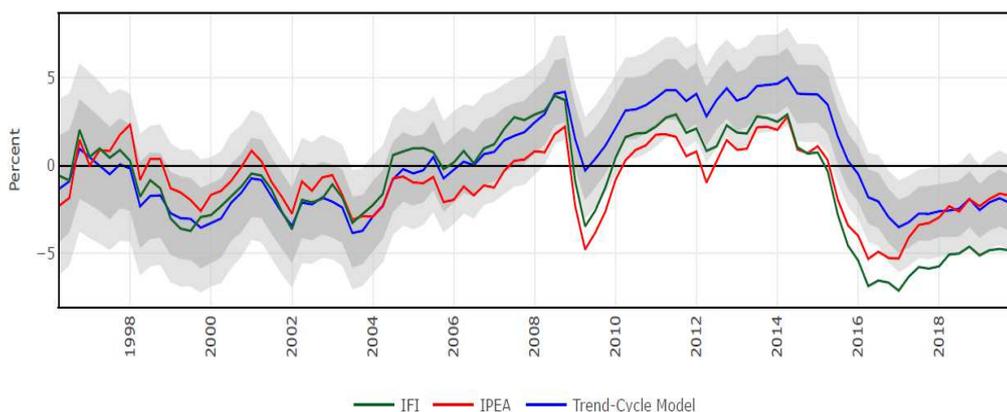
Fonte: Medidas dos ciclos de negócios a partir da estimação do modelo.

### 3.4.3 O hiato do produto

Esta subseção analisa o comportamento dos dois ciclos apresentados anteriormente frente a dinâmica da inflação. Neste sentido, a Figura 14 mostra os desvios estacionários do produto em relação à sua tendência, estimados pelo modelo que é obtido ao reescalonar os ciclos de negócios de forma a coincidir com a escala do PIB e somando a ele o componente do ciclo idiossincrático do produto. A Figura 14 também compara esse hiato do produto com outras duas medidas estimadas para a economia do Brasil, o hiato do produto estimado

tanto pelo Ipea quanto pelo Instituto Fiscal Independente - IFI. Tal comparação fornece que tanto as datas, bem como os pontos de inflexão das estimativas do modelo acompanham de perto essas outras duas estimativas de hiato do produto. No entanto, pode-se observar uma diferença significativa no que tange ao grau do hiato entre as medidas, sendo que este distanciamento torna-se ainda mais visível a partir de 2005.

Figura 14 – Hiato do produto como percentual do PIB potencial



Fonte: Medida do hiato do produto a partir da estimação do modelo.

Verifica-se que o modelo estima uma queda da atividade econômica em 2008-2009, bem inferior às demais estimativas do Ipea e da IFI, que apresentam uma recessão mais severa para a economia brasileira ao atingir valores próximos de  $-5\%$  para o hiato do produto. Percebe-se, ainda, que anteriormente ao ano de 2009, as estimativas fornecidas pelo modelo caminham bastante próximas das estimativas do IFI, sugerindo, por exemplo, uma recuperação mais rápida da economia frente à estimativa do Ipea. Posteriormente, entre 2006 e 2007, pode-se observar estimativas de que a economia estava acima de seu potencial, enquanto as estimativas do Ipea apresentam momentos de hiatos negativos.

Tais diferenças podem ser melhor compreendidas ao comparar as Figuras 10 e 14. Destaca-se que, o modelo atribui uma parcela menor da redução do PIB após a crise de 2008 ao seu componente cíclico - em comparação com as outras duas estimativas. E, portanto, projeta um produto potencial mais baixo com uma desaceleração maior no crescimento da tendência do produto. O Ipea, por outro lado, tem uma avaliação mais otimista do potencial da economia, o que sugere que tal desaceleração no produto tenha partido do seu componente cíclico. Somado a isto, o hiato do produto estimado pelo Ipea considera que a economia do Brasil estava abaixo do potencial desde 1999 e só atingiu valores acima do potencial no auge do pico anterior à Grande Recessão e, posteriormente, entre 2010 e 2015.

Ressalta-se que as estimativas comparadas são baseadas em diferentes suposições e de difícil comparação em termos do real comportamento de longo prazo do produto.

As estimativas fornecidas pelo modelo de Hasenzagl et al. (2020) utilizam *prioris* pouco informativas para as tendências reais e também para as tendências multivariadas que conectam as inflações ao mercado de trabalho e ao produto, garantindo a estabilidade da curva de Phillips e a Lei de Okun.

Hall et al. (2017) apontam para uma tendência de menor crescimento da produtividade antes da Grande Recessão, e argumentaram que a desaceleração se devia à tendência de longo prazo na participação da força de trabalho e no crescimento da PTF. O modelo utilizado atribui parte da desaceleração desde 2008 à tendência, em linha com a ‘visão de histerese’ no período pós-crise, de acordo com a qual recessões profundas podem causar histerese na forma de mudanças permanentes (ou muito persistentes) no produto potencial, o que vai ao encontro do proposto por Blanchard, Cerutti e Summers (2015) e mais recentemente discutido por Pires, Borges e Jr (2019) para a economia brasileira.

### 3.5 DECOMPOSIÇÃO HISTÓRICA

A Figura 16 fornece a decomposição histórica dos componentes estacionários das oito variáveis de interesse em ciclos comuns e idiossincráticos, conforme explorado por meio do modelo. Em termos gerais, a estrutura fornece uma descrição coerente da dinâmica da inflação com uma série de recursos interessantes.

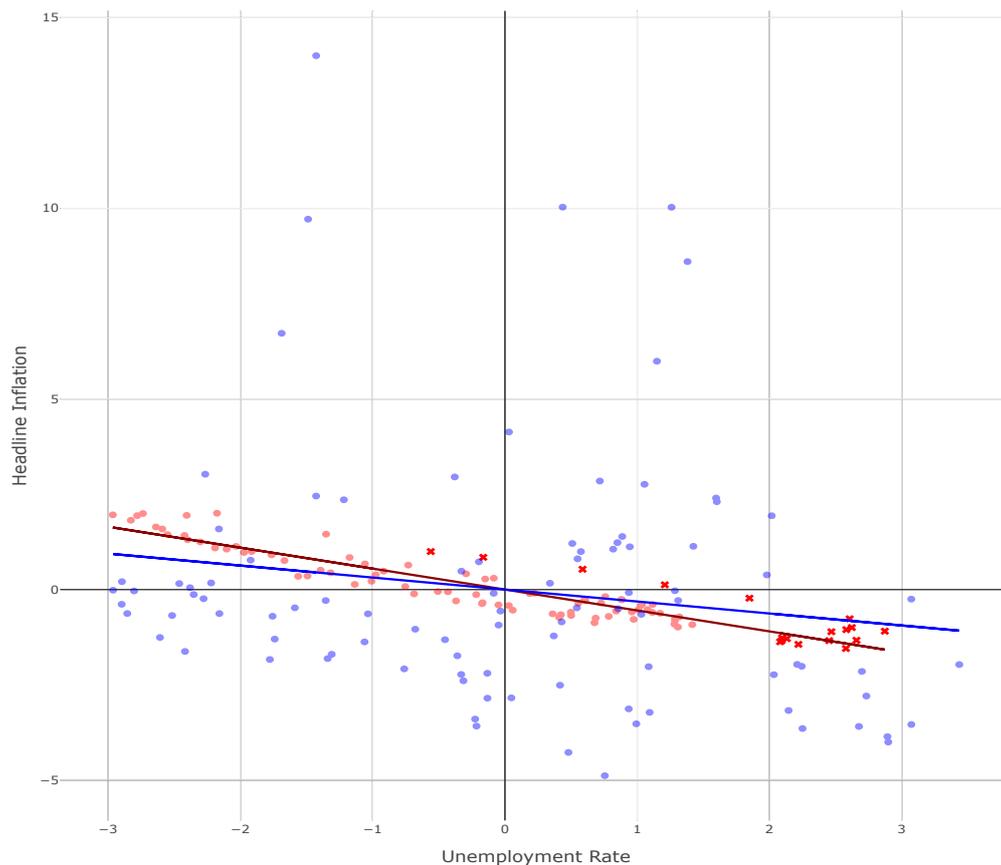
Primeiramente, o ciclo de negócios (em azul) captura quase que inteiramente as flutuações em torno da tendência para o produto real, população ocupada e para a taxa de desemprego. O componente idiossincrático (em amarelo) aparece com valores bastante baixos para todas as três variáveis em questão, o que sugere que a medida de hiato do produto fornecida pelo modelo captura bem a ociosidade da economia sendo transmitida, por meio da relação defasada da lei de Okun, para o mercado de trabalho. Além disso, diferentes tipos de fricções no mercado de trabalho podem ser capturadas através dessas defasagens e, podem ainda, descrever os atrasos de transmissão da dinâmica do produto para o mercado de trabalho.

Em segundo lugar, observa-se que os ciclos do modelo para os preços do petróleo representam bem os chamados “super ciclos” e ainda os regimes de alta e de baixa dessa variável quando se compara tais resultados aos de Cunha, Lélis e Linck (2021). Observando-se, novamente, uma participação tímida do componente idiossincrático.

Terceiro, a ociosidade da economia é refletida na dinâmica dos preços por meio da curva de Phillips, que captura a dinâmica de frequência mais baixa no ciclo de inflação e é responsável por uma parte considerável da variação da inflação do IPCA e por parte da variação do núcleo de inflação. Este componente “real” é, ainda, predominante tanto nas expectativas dos especialistas fornecidas pela Focus quanto para as expectativas dos consumidores. No modelo proposto, a curva de Phillips gera uma relação defasada que

conecta preços, expectativas e produto (e, portanto, as variáveis do mercado de trabalho). De tal maneira, uma discussão sobre sua “inclinação” pode ser um pouco enganosa, uma vez que uma relação de forma reduzida entre preços e desemprego envolveria diferentes defasagens do ciclo de negócios. No entanto, a Figura 15, apresenta o componente do ciclo econômico da inflação em relação ao componente do ciclo econômico da taxa de desemprego (pontos vermelhos) e a linha de regressão linear bivariada correspondente (linha vermelha). Além disso, as cruces vermelhas representam pontos na subamostra pós-crise de 2008. O gráfico também representa a inflação reduzida do IPCA em relação à taxa de desemprego reduzida (pontos azuis) e a linha de regressão linear bivariada correspondente (linha azul). Nitidamente, a inclinação apresentada pela linha vermelha é maior do que a inclinação da linha azul. Esta é uma maneira aproximada de avaliar a força da curva de Phillips identificada pelo modelo em comparação com a inclinação da curva de Phillips gerada através de uma estimativa de um modelo VAR na forma reduzida.

Figura 15 – Inclinação da curva de Phillips



Fonte: Medida da inclinação da curva de Phillips a partir da estimação do modelo.

Quarto, para maior parte da amostra, observa-se que o componente estacionário da inflação é basicamente composto pelo ciclo do preço da energia. Isso pode se dar pelo fato de os preços da energia estar dentro da cesta de bens do IPCA e por suas características de alta

volatilidade. Ao contrário do que se poderia esperar, observe também que o componente do preço da energia tem grande parcela nos ciclos do núcleo de inflação, que, por definição, excluem os preços da energia da cesta de bens de referência. Tal resultado sugere que os choques do petróleo impactam o núcleo da inflação indiretamente via expectativas e não via hiato do produto ou outras medidas de ociosidade na economia. Ainda, conforme pode ser observado, as expectativas dos agentes (consumidores e especialistas) seguem as tendências da raiz unitária, enquanto seu componente cíclico é composto por uma combinação dos ciclos de negócios e são fortemente afetados pelo componente volátil e menos persistente do preço da energia, caracterizando uma previsão racional apesar das expectativas das famílias não serem totalmente ancoradas (COIBION; GORODNICHENKO, 2015; HASENZAGL et al., 2020).

Por fim, a parte cíclica da inflação é bem capturada pelos dois componentes comuns e pouco é explicado pelo componente idiossincrático. No entanto, os dois ciclos comuns não apresentam estar sempre “sincronizados”. Por exemplo, é nítido o ciclo de inflação ser menos sustentado pelos ciclos de negócios do que os ciclos dos preços do petróleo.

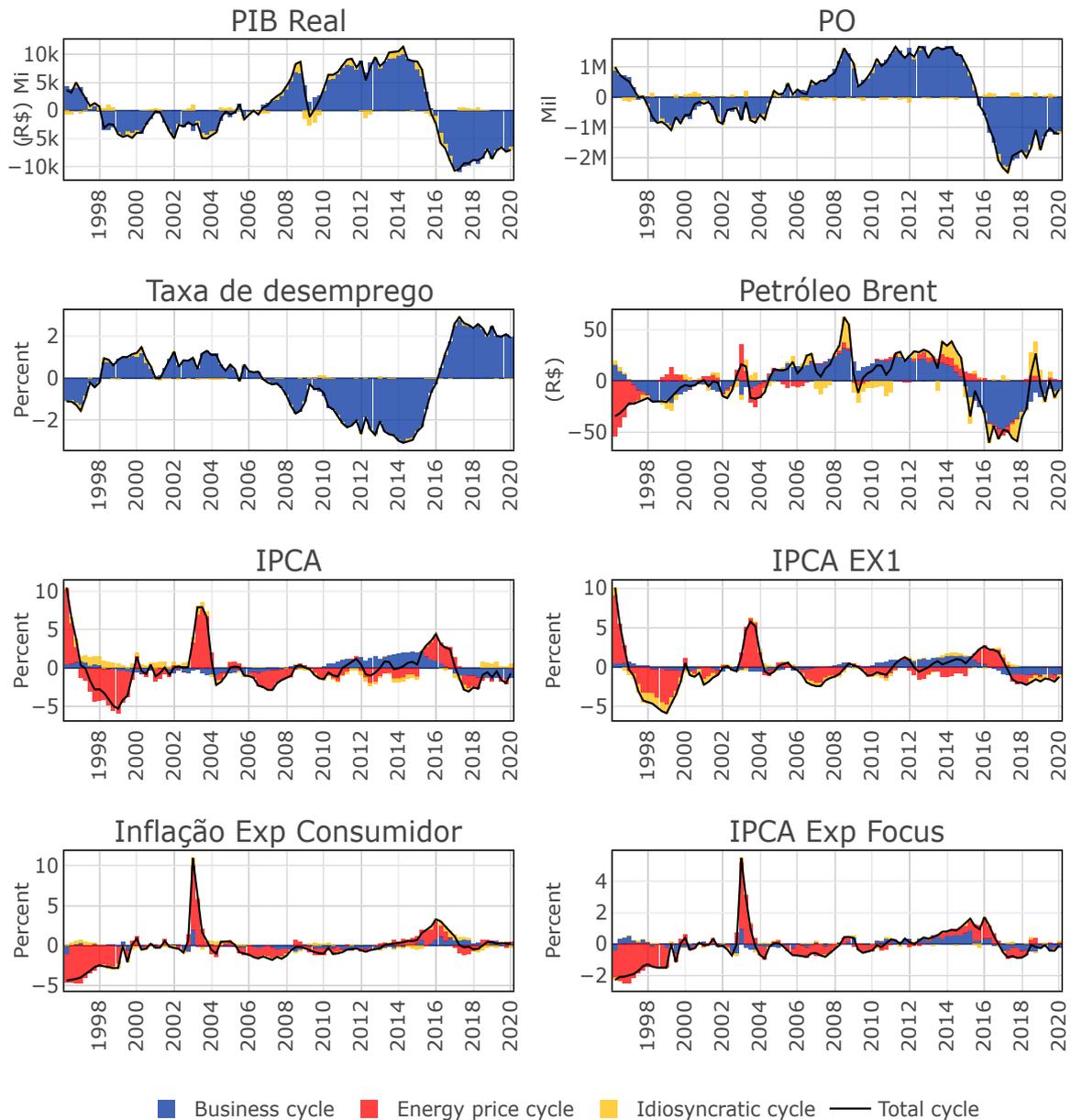
### 3.6 CONCLUSÕES

Com intuito de analisar a dinâmica inflacionária, bem como relevantes informações de variáveis econômicas não observadas, o presente trabalho recorre à recente abordagem proposta por Hasenzagl et al. (2020), um modelo semiestrutural e flexível, mas com importante base teórica. A abordagem pode ser vista como um meio-termo entre a estimativa de um modelo DSGE totalmente especificado e um modelo VAR de forma reduzida.

Os resultados obtidos sugerem uma curva de Phillips bem identificada e inclinada que captura um componente cíclico da inflação. Os resultados apontam desvios da formulação de expectativas racionais padrão, uma vez identificado um ciclo considerável na inflação que não está relacionado às variáveis reais e captura a correlação entre as expectativas de inflação e os preços do petróleo. Este ciclo, de periodicidade ligeiramente mais curta do que o ciclo econômico e mais volátil, aponta para um canal através do qual a evolução do preço do petróleo afeta temporariamente as expectativas dos preços dos agentes econômicos, afastando-se da relação nominal-real capturada pela curva de Phillips.

A decomposição da inflação e do núcleo da inflação apresentam que seus ciclos são formados relacionando os ciclos de negócios e os ciclos de preços de energia impulsionado pelas expectativas dos agentes econômicos. E, mesmo para o núcleo de inflação (medida esta que exclui os preços de petróleo por conta de sua volatilidade) é identificado um forte componente para os ciclos de preços de energia, sugerindo pressões inflacionárias fundamentais (impulsionadas pela tendência e pelo ciclo). No que diz respeito às variáveis reais, a estimativa do produto potencial do modelo sugere que a economia encontrou-se

Figura 16 – Decomposição histórica dos ciclos estimadas pelo modelo



Fonte: Medidas de decomposição das variáveis a partir da estimação do modelo.

ociosa durante o final de 1998 até 2005, quando fecha o hiato, seguido por um período de aquecimento entre 2007 e 2009 e, posteriormente, de 2010 a 2016, quando é possível observar uma forte desaceleração da economia que perdura até o final da amostra. Tais resultados, vão ao encontro dos encontrados por Hasenzagl et al. (2020) para a economia americana e com a “visão de produtividade” de Hall et al. (2017) e com a “visão de histerese” de Blanchard, Cerutti e Summers (2015) e Pires, Borges e Jr (2019).

Do ponto de vista da política econômica, os resultados indicam que o banco central pode explorar o *trade-off* da curva de Phillips apenas de forma limitada, uma vez que este

não é o único determinante da dinâmica da inflação. Além disso, embora a tendência da inflação pareça estar estável de 2004 a 2016, o comportamento das expectativas dos agentes econômicos apresentam grandes e persistentes desvios da tendência comum (expectativas de inflação de longo prazo). Portanto, uma questão problemática para o banco central é que, diante da dinâmica volátil e persistente dos preços do petróleo, as expectativas dos consumidores podem se desviar de uma tendência estável e afetar a dinâmica dos preços. Portanto, os resultados sugerem que essa visão de que a inflação é dominada por três componentes é interessante e pode ser melhor explorada. No entanto, deve-se aprofundar mais na questão da capacidade do banco central de ancorar as expectativas, especialmente porque os choques de energia se mostraram capazes de afetar as expectativas dos agentes econômicos. Ponto este último também interessante para futuras pesquisas.

## 4 UMA MEDIDA COMUM PARA O HIATO DO PRODUTO BRASILEIRO

### Resumo

Neste terceiro ensaio busca-se apresentar o conceito de hiato do produto, bem como diferentes estimações para essa variável não observada. Para tanto, utiliza-se o *Empirical Macro Toolbox (EMT)* proposto por Ferroni e Canova (2021) que sintetizam várias medidas de hiato do produto em funções e rotinas do MATLAB. Adicionalmente, segue-se Chan (2017), Grant e Chan (2017a) de forma a estimar duas medidas do hiato do produto através de um modelo de componentes não observados, utilizando-se estatísticas Bayesianas, que diferem entre si no que diz respeito ao comportamento dos erros de medida. Após gerar essas estimativas e a obtenção de outras medidas conhecidas na literatura, calcula-se uma medida comum para o hiato do produto por meio de um modelo de análise fatorial com técnicas multivariadas cujo propósito é reduzir o número de variáveis originais em poucos fatores que sejam capazes de expressar as interdependências destas variáveis com a menor perda de informação possível. Os resultados encontrados sugerem uma medida comum de hiato do produto interessante para a economia brasileira, capturando pontos de inflexão e ciclos de negócio, sugerindo momentos de expansão e de contração na economia. Servindo, assim, como mais uma possível ferramenta nas análises de política econômica.

**Palavras-chave:** Hiato do produto. Variável latente. Filtros. Componentes não observados. Estatística Bayesiana. Análise fatorial. Análise Multivariada.

### 4.1 INTRODUÇÃO

É simples definir o hiato do produto como a diferença entre o nível do produto real e o produto potencial. Uma vez que se observa prontamente o produto real, isso naturalmente leva os olhares dos pesquisadores da área a concentrar esforços na definição de produto potencial. O produto potencial pode ser definido em termos dos fatores de produção. Por exemplo, Artus (1977) o define como o nível de produção “que seria realizado se a força de trabalho estivesse totalmente empregada, e o trabalho e o capital fossem usados em intensidade normal”. No entanto, esta expressão não é particularmente sucinta - ‘força de trabalho’, ‘totalmente empregado’ e ‘intensidade normal’ estão sujeitos a variações consideráveis na interpretação e medição. Essa variação, pelo menos em parte, explica a falta de uma definição simples e única de produto potencial.

Do ponto de vista do banco central, o produto potencial é normalmente definido como o nível de produto consistente com nenhuma pressão inflacionária na economia. Nesse contexto, o hiato do produto é um indicador sintético dos componentes relativos da demanda e da oferta da atividade econômica. Como tal, o hiato do produto fornece uma medida do grau de pressão da inflação na economia e é um elo importante entre o lado

real da economia - a produção de bens e serviços - e a inflação. Mantendo todo o resto constante, se o hiato do produto for positivo ao longo do tempo, de modo que o produto real seja maior do que o produto potencial, a inflação começará a subir em resposta às pressões de demanda nos principais mercados (OKUN, 1963).

Medir o hiato do produto não é uma tarefa fácil, mas, ao mesmo tempo, é um problema importante para acadêmicos e formuladores de políticas. Ao contrário do produto real, o nível do produto potencial e, portanto, o hiato do produto não podem ser observados diretamente. Várias metodologias são usadas para estimar o produto potencial, mas todas pressupõem que o produto pode ser dividido em uma tendência e um componente cíclico. A tendência é interpretada como uma medida do produto potencial da economia e o ciclo como uma medida do hiato do produto. O truque para estimar o produto potencial, portanto, é estimar tendências - isto é, remover as mudanças cíclicas. Um método comum de medição do produto potencial é a aplicação de técnicas estatísticas que diferenciam entre os altos e baixos de curto prazo e a tendência de longo prazo.

A decomposição do produto em seus componentes de tendência e cíclicos é um problema teórico e empírico importante no estudo de flutuações macroeconômicas, ciclos de negócios e de política monetária e fiscal. Importantes contribuições iniciais para a literatura incluem a decomposição de Beveridge e Nelson (1981), o filtro de Hodrick e Prescott (1997) e os modelos de componentes não observados de Harvey (1985), Watson (1986) e Clark (1987). No entanto, essas decomposições univariadas, de ciclo e de tendência, amplamente usadas, produzem resultados marcadamente diferentes. A decomposição de Beveridge-Nelson, por exemplo, atribui a maioria da variância do produto à variação da tendência - o componente cíclico é pequeno em amplitude e com altos ruídos. Em contraste, os componentes cíclicos dos modelos de componentes não observados são tipicamente grandes, altamente persistentes e respondem pela maior parte da variação do produto.

Esses resultados aparentemente conflitantes são reconciliados por Morley, Nelson e Zivot (2003). Eles demonstram que a diferença se deve inteiramente a uma restrição imposta no modelo de componentes não observados: as inovações na tendência e no ciclo são consideradas não correlacionadas. Quando essa restrição é relaxada, eles descobrem que as duas decomposições do ciclo de tendência são idênticas (ver também Morley (2011), Morley e Piger (2012)). Como resultado, ambos os métodos de estimativa implicam que choques reais ou permanentes são importantes e os ciclos são pequenos e com altos ruídos, com pouca semelhança com a cronologia do ciclo de negócios datada pelo *National Bureau of Economic Research* (NBER).

No entanto, Perron e Wada (2009) argumentam que essas características dos ciclos são artefatos e surgem da negligência de uma quebra estrutural na tendência de crescimento do produto. Quando uma pausa no crescimento é permitida, as estimativas de ciclo são substancialmente mais persistentes e correspondem com a cronologia do NBER.

É importante ressaltar que o modelo preferido dos autores é aquele com uma tendência determinística, o que implica que toda a variação no produto pode ser atribuída a inovações ao componente cíclico - ou seja, choques reais não são importantes.

Chan (2017), Grant e Chan (2017a) comparam os modelos de componentes não observados de Clark (1987), Morley, Nelson e Zivot (2003) e Perron e Wada (2009), e modelos de tendência determinísticos (com ou sem quebra) ao decompor a série do produto dos EUA em ciclo e tendência utilizando um exercício formal de comparação de modelo Bayesiano. Isso é motivado pelos resultados frequentemente diferentes dessas decomposições. Os autores sugerem que o melhor modelo geral é um modelo de componentes não observados com duas características: 1) uma correlação diferente de zero entre tendências e inovações de ciclo e, 2) uma quebra no crescimento tendencial do produto em 2007.

Esta breve revisão da literatura já resalta a sensibilidade das estimativas de ciclo em relação à escolha do modelo, bem como diferenças impostas em um ou dois parâmetros-chave podem gerar decomposições de tendências e ciclos totalmente diferentes. O modelo usado, portanto, tem amplas implicações para as conclusões tiradas sobre a importância relativa dos choques reais em relação aos nominais na explicação das variações no produto. De tal forma, é importante realizar um exercício de comparação de modelos para selecionar o “mais adequado” (ou fazer a média de diferentes estimativas de modelos), mas isso é raramente feito na prática (GRANT; CHAN, 2017a).

Assim sendo, este ensaio utiliza os métodos supracitados, adiciona-se a medida estimada no segundo ensaio desta tese<sup>1</sup> e duas medidas de institutos conhecidos na economia brasileira (IPEA e IFI). O período amostral de 1996 a 2020 é usado para obter as estimativas necessárias de hiato do produto brasileiro para, em seguida, estimar uma medida comum entre essas diferentes séries de hiato do produto. Para tanto, utiliza-se um modelo de análise fatorial com técnicas multivariadas cujo propósito é reduzir o número de variáveis originais em poucos fatores que sejam capazes de expressar as interdependências destas variáveis com a menor perda de informação possível.

Além desta introdução, o ensaio está dividido como segue. A segunda seção traz as especificações para a estimação das diferentes medidas de hiato do produto, bem como os resultados encontrados. A seção seguinte apresenta a descrição do modelo multivariado de análise fatorial e o método de estimação através de componentes principais. A quarta seção apresenta os resultados da medida comum estimada, bem como a discussão de sua adequação no modelo e na economia brasileira. A quinta seção destaca as considerações finais.

---

<sup>1</sup> A medida estimada no primeiro ensaio da tese não foi utilizada por ser uma série bem menor que as demais (dado o início de disponibilidade da série de expectativas de inflação) e, portanto, perderia-se muitas observações na amostra.

## 4.2 ESTIMATIVAS PARA O HIATO DO PRODUTO

De forma a decompor uma série temporal observável do PIB em dois componentes latentes, neste caso ciclo e tendência do produto, é necessário que suposições sejam feitas. Assim, essa seção tem como objetivo apresentar as ferramentas e as suposições utilizadas para as estimativas de 8 das 11 medidas de hiato do produto utilizadas neste trabalho.

De tal forma, segue-se Ferroni e Canova (2021) que desenvolvem o *Empirical Macro Toolbox (EMT)*, que se trata de um pacote que usa funções e rotinas do MATLAB para estimar modelos em forma reduzida e modelos macroeconômicos para fazer previsões via métodos clássicos ou *bayesianos*. Além disso, tal pacote também permite o cálculo e decomposição de séries entre tendências e ciclos, possibilita datar pontos de inflexão, calcular estatísticas de fases cíclicas, entre outras funcionalidades<sup>2</sup>. Ainda, utiliza-se o trabalho de Chan (2017) de forma a estimar duas medidas do hiato do produto através de um modelo de componentes não observados utilizando-se estatísticas Bayesianas. A saber, além dessas 8 medidas estimadas, soma-se a medida de hiato do produto estimada no segundo ensaio dessa tese, bem como outras duas medidas, uma calculada pelo Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada (IPEA) e outra pelo Instituto Fiscal Independente (IFI).

### 4.2.1 As medidas a partir do *EMT*

O *Empirical Macro Toolbox (EMT)* é um pacote que usa funções e rotinas do MATLAB para estimar modelos em forma reduzidas e modelos macroeconômicos para fazer previsões por métodos clássicos ou *bayesianos*. Além disso, tal pacote permite o cálculo e decomposição de séries entre tendências e ciclos, para datar pontos de inflexão e calcular estatísticas de fases cíclicas.

- Tendência polinomial

Essa abordagem é a mais antiga e afirma que a tendência é um processo determinístico não correlacionado com o ciclo. Assim, este pode ser obtido como o resíduo de uma regressão das observações em uma tendência polinomial:

$$y_t = a + bt + ct^2 + \dots + e_t$$

Por construção, o ciclo é responsável por todas as flutuações nas variáveis. Assim, ele exibirá o hiato do produto, bem como as variações de alta e baixa frequência<sup>3</sup>.

- Filtro de Hodrick e Prescott (Filtro HP)

<sup>2</sup> Para mais especificações e acesso ao pacote ver: <[https://github.com/nae15/BVAR\\_](https://github.com/nae15/BVAR_)>.

<sup>3</sup> Para a estimação deste trabalho utilizou-se um polinômio de ordem 1, ou seja, decompõe-se a série entre um ciclo e sua tendência linear.

Neste caso, a tendência é considerada estocástica, mas suave (sua aceleração deve ser pequena) e não correlacionada com o ciclo. A tendência HP é obtida através do seguinte estimador:

$$\tilde{y} = (H'H + \lambda Q'Q)^{-1} H'y$$

em que,  $\lambda$  é um parâmetro suavizado,  $y = (y_1, \dots, y_t)$  as séries observadas,  $\tilde{y} = (\tilde{y}_1, \dots, \tilde{y}_t)$  as tendências,  $H = (I_{tx1}, 0_{tx2})$ ,

$$Q_{tx(t+2)} = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 & 0 & \dots & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 1 & \dots & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & \dots & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & & \dots & \dots & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & & \dots & \dots & 1 & -2 & 1 \end{bmatrix}$$

e o ciclo é obtido através da diferença entre o nível e a tendência HP<sup>4</sup>.

- Filtro HP unilateral

O filtro HP tradicional é um filtro bilateral e, assim sendo, não é muito usual análises em tempo real ou previsões. Além disso, por construção, o ciclo em  $t$  prevê artificialmente  $y_{t+2}$ . Existe, no entanto, uma versão do filtro HP unilateral que não utiliza previsibilidade futura. Sua especificação é dada como segue:

$$y_t = y_t^x + y_t^c$$

$$y_t^x = 2y_{t-1}^x - y_{t-2}^x + \epsilon_t$$

em que,  $y_t^x, y_t^c$  são a tendência e o ciclos da série em questão e  $\epsilon_t, y_t^c$  são sequências de ruído branco não correlacionados.

Stock e Watson (1999) mostram que tal modelo tem a seguinte representação de espaço de estado:

1. Equação de estado:

$$\begin{bmatrix} y_{t|t}^x \\ y_{t-1|t}^x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_{t-1|t-1}^x \\ y_{t-2|t-1}^x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \epsilon_t & 0 \end{bmatrix}$$

<sup>4</sup> De maneira a evitar a crítica de Hamilton (2018) a respeito dos valores filtrados nas caldas amostrais, utilizou-se uma amostra maior de dados de forma a utilizar apenas os valores centrais desta.

2. Equação de observação:

$$y_t = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_{t|t}^x \\ y_{t-1|t}^x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} y_t^c \\ 0 \end{bmatrix}$$

A tendência e o ciclo podem ser estimados com iterações do algoritmo do filtro de Kalman padrão. Pode-se restringir  $\lambda = \frac{\sigma_\epsilon^2}{\sigma_\epsilon^2}$  como uma *priori*, por exemplo,  $\lambda \sim N(1600, 10)$ . Neste caso, métodos de MCMC se fazem necessários. O BVAR *toolbox* utiliza uma implementação sugerida por Meyer-Gohde et al. (2010) que fornece resultados próximos aos demais métodos, mas com estimações mais rápidas. Na prática, a tendência HP unilateral é obtida calculando para cada  $t - 2$  a tendência filtrada pelo filtro HP padrão com dados até  $t - 2$  e igualando a tendência HP unilateral em  $t - 2$  com o valor da tendência HP padrão para o período  $t - 2$ .

- O filtro de Hamilton:

A abordagem proposta por Hamilton (2018) assume que a tendência é estocástica e não correlacionada com o ciclo. A tendência aqui é definida como um componente previsível de médio prazo da série e pode ou não exibir uma raiz unitária. Para obter a decomposição, executa-se a projeção local:

$$y_{t+h} = b_0 y_t + b_1 y_{t-1} + \dots + b_p y_{t-p} + e_{t+h}$$

e, a estimativa do ciclo é

$$y_{t+h} - \hat{b}_0 y_t + \hat{b}_1 y_{t-1} - \dots - \hat{b}_p y_{t-p}.$$

A função permite que  $y$  seja uma matriz  $T \times n$ , onde  $T$  é o tamanho da amostra e  $n$  o número de séries. Variáveis condicionais, exceto as defasagens da variável endógena  $y$ , não são permitidas na especificação. Ao contrário das abordagens anteriores, as estimativas de ciclo obtidas com esta abordagem não têm modelos e, portanto, são robustas para especificações incorretas das propriedades da série temporal do processo de tendência. Além disso, elas serão estacionárias se  $y_t$  tiver até  $d$  raízes unitárias e propriedades semelhantes à  $h$  diferenciações dos dados<sup>5</sup>.

- Filtro *Band Pass* (BP):

O filtro BP é uma combinação entre os filtros de *low pass* e *high pass*. O filtro BP tem uma função de ganho quadrado igual a 1 para todas as frequências em um determinado

<sup>5</sup> Para mais detalhes, ver Hamilton (2018).

intervalo  $(\omega_1, \omega_2)$  e 0 caso contrário. Ou seja, o filtro BP é uma transformação linear dos dados que preserva os componentes de um conjunto de frequências específicas  $(\omega_1, \omega_2)$ , descartando os demais. As versões de série temporal desses filtros são:

$$\text{Low pass: } B_0^{lp} = \frac{\omega_1}{\pi}; B_j^{lp} = \frac{\sin(j\omega_1)}{j\pi}; 0 < j < \infty, \text{ para algum } \omega_1.$$

$$\text{High pass: } B_0^{hp} = 1 - B_0^{lp}; B_j^{hp} = -B_j^{lp}; 0 < j < \infty.$$

$$\text{Band pass: } B_0^{bp} = B_j^{lp}(\omega_2) - B_j^{lp}(\omega_1); 0 < j < \infty, \omega_2 > \omega_1.$$

Observa-se que a aplicação ideal do filtro BP exige que  $j$ , ou seja, que as séries de variáveis tenham tamanhos infinitos. Portanto, as aplicações práticas são feitas por aproximações do filtro ideal, adequadas a séries com tamanhos finitos. As duas aproximações mais comuns foram sugeridos por Baxter e King (1999) (BK), que cortam  $j$  em algum  $\bar{J} < \infty$  (geralmente 3 anos de dados) e Christiano e Fitzgerald (2003) (CF) que usam uma aproximação não estacionária e assimétrica ótima no sentido de tornar o erro de aproximação o menor possível. Nesta aproximação, os coeficientes do filtro mudam de magnitude e até mesmo assinam a cada  $t$ .

- Filtros *Butterworth*:

*Butterworth* é uma classe de filtros que pode ser projetada por ter características de *low pass*, *high pass*, *band pass* e até mesmo passagem de parada (*stop pass*). Eles são bastante flexíveis e podem ser especificados de forma que o ciclo capture variações de média e baixa frequência; ou ainda, de forma a eliminar raízes unitárias sem afetar as frequências médias. A função quadrática de ganho do filtro é:  $G(\omega) = \frac{G_0}{1+(\frac{\omega}{\omega_c})^{2n}}$ , de forma que  $G_0$  é o ganho na frequência zero,  $n$  é a ordem (polinomial) do filtro,  $\omega$  é uma frequência selecionada e  $\omega_c$  uma frequência de referência (normalmente  $\omega_c = 1$ ).

Canova (2020) considera tal especificação útil para cortar o espectro das séries observadas horizontalmente, de forma que os componentes latentes estimados tenham potência em todas as frequências, ao invés de cortá-la por frequências como, por exemplo, o filtro BP faz. Os filtros *Butterworth* são particularmente úteis quando nem todas as variações de baixa frequência devem ser atribuídas à tendência.

#### 4.2.2 Método de componentes não observados (UC)

Existe uma larga literatura que usa modelos de componentes não observados na estimação do hiato do produto. Tais como, Watson (1986), Clark (1987), Morley, Nelson e Zivot (2003), Chan (2017) e Grant e Chan (2017a).

Os métodos de UC são baseados em uma formulação de espaço de estado do problema da variável latente. Assim, existe uma equação de medida ligando as variáveis aos componentes latentes e uma ou duas equações de estado que descrevem a evolução

temporal da(s) variável(eis) latente(s). Normalmente, a tendência é assumida como um passeio aleatório, com ou sem constante, dependendo se os dados de entrada são brutos ou não, enquanto o ciclo é considerado um processo AR. Em algumas especificações, o ciclo é assumido como um vetor  $2 \times 1$  de funções trigonométricas que carregam em uma determinada frequência  $\omega^6$ . A equação de medida pode apresentar um erro de medição. Normalmente, os erros nas duas variáveis latentes são assumidas como não correlacionadas e os parâmetros do modelo são estimados através do filtro de Kalman. Grant e Chan (2017b) descreveram uma abordagem que permite que os erros sejam correlacionados. A estimativa, neste caso, é realizada com métodos MCMC.

A configuração de UC utilizada é a seguinte:

$$\begin{aligned} y_t &= \tau_t + c_t \\ \tau_t &= \tau_{t-1} + \mu + \eta_t \\ c_t &= \varphi_1 c_{t-1} + \varphi_2 c_{t-2} + \epsilon_t \end{aligned}$$

Estimativas de  $(\varphi_1, \varphi_2, \mu, \sigma_\eta^2, \sigma_\epsilon^2)$ , e  $\rho = \text{corr}(\eta_t, \epsilon_t)$  podem ser obtidos através do filtro de Kalman ou pelo método de MCMC ao configurar *priors* para os parâmetros.

Conforme apresentado acima, a suposição sobre a correlação dos erros modifica a forma de estimação dos modelos de componentes não observados. Assim sendo, para essa estimação Chan (2017) assume que  $\epsilon_t \sim \mathcal{N}(0, \sigma_\epsilon^2)$  e as condições iniciais são assumidas para serem iguais a zero:  $c_0 = \dots = c_{1+p} = 0$ .

Uma vez que se espera que a tendência do produto cresça ao longo do tempo, uma especificação popular para a tendência não estacionária  $\tau_t$  é um passeio aleatório com constante,  $\mu$ , e esta pode ser interpretada como uma taxa de crescimento média da tendência do produto. Como  $\mu$  é uma constante, esta especificação de tendência implica que a tendência do produto esteja crescendo em média a uma taxa constante, o que não é suportado pelos dados. Conforme pode ser visto no segundo ensaio para os períodos de 2008/2009 e entre 2015 e 2016 e, por trabalhos como, Perron e Wada (2009), Luo e Startz (2014) e Grant e Chan (2017a).

Aqui, considera-se uma especificação de tendência alternativa que tem uma taxa de crescimento variável no tempo:

$$\Delta\tau_t = \Delta\tau_{t-1} + \eta_t^\tau$$

de tal forma que,  $\Delta$  é um operador de primeira diferença tal como:  $\Delta x_t = x_t - x_{t-1}$ ,  $\eta_t^\tau \sim \mathcal{N}(0, \sigma_\tau^2)$  e  $\tau_0$  e  $\tau_1$  são tratados como parâmetros desconhecidos. Uma vez que  $\Delta\tau_t$  pode ser interpretado como o taxa de crescimento da tendência no tempo  $t$ , esta

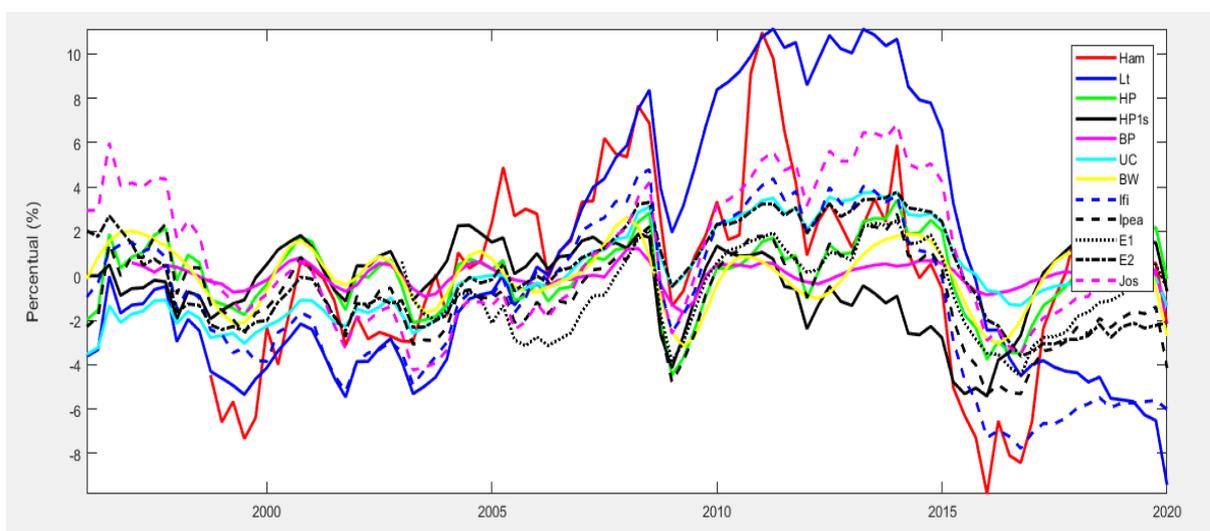
<sup>6</sup> Ver, por exemplo, Rünstler e Vlekke (2018).

especificação implica que o crescimento da tendência segue um passeio aleatório. Como tal, por construção, este modelo de componentes não observados incorpora uma taxa de crescimento de tendência estocástica <sup>7</sup>.

#### 4.2.3 Resumo das medidas de hiato do produto estimadas

A Figura 17 apresenta as 11 diferentes medidas do hiato do produto brasileiro, dentre as quais encontram-se as estimadas e obtidas, conforme discutido anteriormente. A série de dados trimestrais do PIB com ajuste sazonal utilizada é disponibilizada pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) e compreende o período entre 1996Q1 e 2019Q4.

Figura 17 – Medidas estimadas do Hiato do produto brasileiro



Fonte: Elaboração própria.

Analisando a Figura 17, observa-se que há uma grande incerteza sobre o nível do hiato do produto no Brasil. Primeiro, há incerteza dentro de um determinado método, uma vez que cada estimativa é uma estimativa pontual e os intervalos de confiança devem ser considerados. Normalmente, este intervalo de confiança é bastante amplo e um hiato do produto zero não pode ser descartado. Em segundo lugar, o valor do hiato varia bastante de acordo com o método utilizado, conforme pode ser visualizado graficamente. A diferença entre as abordagens concorrentes é tão grande quanto 2 pontos percentuais ou mais. Um terceiro aspecto de incerteza é o intervalo de tempo usado na análise. Alguns métodos são bastante sensíveis com respeito a este ponto.

Observa-se que duas medidas, o filtro de Hamilton e a medida de tendência linear, possuem uma discrepância maior do que as demais. Ao menos três períodos chamam a atenção para estes dois métodos, o primeiro ao redor dos anos 2000 quando estes

<sup>7</sup> ver Chan (2017) para mais especificações e para o detalhamento da estimação.

apresentam valores próximos a  $-6\%$  de hiato do produto, enquanto as demais medidas estão entre 0 e  $-2\%$ . O segundo, em 2008, quando as medidas apresentam valores positivos, ao redor de  $7\%$ , bem acima da média das outras medidas, que giram em torno de  $2\%$  e, o terceiro, em 2011, quando ambas apresentam um hiato superior a  $10\%$ , enquanto as demais medidas estão ao redor de  $1\%$ .

Outra observação a se fazer é quanto a sugestão das medidas no que diz respeito a política econômica. O único momento em que todas as medidas têm a mesma sugestão é para o ano de 2016, quando todas as medidas independentes do método de estimação, indicam um hiato do produto negativo. Isso indica que a economia opera abaixo do seu potencial e, portanto, é um indicativo de ociosidade dos fatores produtivos. Para os demais pontos das estimações, observa-se discrepâncias nesse sentido. Mas, embora as várias estimativas indiquem um nível diferente do hiato do produto, em cada ponto no tempo, os pontos de virada são captados por todas, ou seja, vales e picos são representados por todos os diferentes métodos.

Em suma, o hiato do produto real proporciona incertezas cujas consequências podem ser relevantes em termos de política econômica e bem-estar da população.

#### 4.3 O MODELO DE ANÁLISE FATORIAL

Conforme já discutido anteriormente, quando se trata de mensurar um fenômeno não observado (ou, uma variável latente), como no caso do hiato do produto, diferentes formas e especificações podem levar a diferentes resultados. De tal maneira, existem inúmeras medidas de hiato do produto para a economia brasileira e discordâncias na literatura sobre quais os elementos que precisam ser considerados para sua estimação.

Assim sendo, na presença de certo número de variáveis que buscam explicar um acontecimento comum, pode-se utilizar a técnica multivariada de análise fatorial, que tem como intuito principal identificar poucos fatores latentes que sejam capazes de expressar as interdependências das variáveis originais e são influenciados pelas mesmas dimensões subjacentes. Pode-se, portanto, considerar as dimensões ou fatores subjacentes, de interesse primário, mas diretamente não observáveis, como o novo conjunto de variáveis. A análise fatorial facilita a transformação das variáveis originais para as novas variáveis (fatores) com a menor perda de informação possível (JOSEPH et al., 2010; JOBSON, 2012; JOHNSON; WICHERN et al., 2014). Esta seção visa apresentar sucintamente esta técnica.

Considere os seguintes fatores  $F' = (f_1, f_2, \dots, f_m)$  e as variáveis  $X' = (x_1, x_2, \dots, x_p)$  de forma que  $m < p$ , o modelo de dados, em forma matricial, é representado como segue:

$$(X - \mu)_{px1} = L_{pxm}F_{mx1} + \varepsilon_{px1} \quad (4.1)$$

de maneira que,  $L_{pxm}$  é uma matriz  $pxm$  de coeficientes  $l_{ij}, i = (1, 2, \dots, p)$ ;

$j = (1, 2, \dots, m)$ . Os  $l_{ij}$  são chamados de cargas fatoriais. E,  $\varepsilon' = (\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_p)$  são pensados como os termos de erros específicos ou fatores associados com  $x_1, x_2, \dots, x_p$ , respectivamente. O vetor corrigido médio  $(X - \mu)_{(m \times 1)}$ , em que  $\mu = E[X] = (\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_p)$ , é considerado a variável de resposta (JOHNSON; WICHERN et al., 2014). Para um modelo de fatores ortogonal, a análise de dados é feita sobre os seguintes pressupostos:

$$E[F] = O_{(m \times 1)}; \quad E[\varepsilon] = O_{(p \times 1)}; \quad Cov(F) = I_{(m \times m)}$$

$$Cov(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = 0; \quad Cov(F_i, \varepsilon_j) = 0;$$

em que,  $O$  é uma matriz de zeros.

A partir das suposições supracitadas, tem-se que:

- i. os fatores são independentes;
- ii. os termos de erro específicos são independentes; e
- iii. os fatores e os termos de erro específicos são independentes.

No entanto, conforme mencionado acima, as variáveis de entrada,  $x_1, x_2, \dots, x_p$ , são correlacionados entre si e tal correlação facilita a identificação dos fatores latentes comuns, visto que as variáveis indicadoras influenciadas pelo mesmo fator tendem a ter um alto coeficiente de correlação com aquele fator comum e também entre si (SHARMA, 1996; JOHNSON; WICHERN et al., 2014).

No modelo ortogonal, os coeficientes (cargas padrão)  $l_{ij}, i = 1, 2, \dots, p; j = 1, 2, \dots, m$  são iguais às correlações simples (cargas de estrutura) entre as variáveis indicadoras (ou de entrada)  $X_i$  e os fatores  $F_j$ , e a variação (comunalidade) que  $X_i$  compartilha com  $F_j$  é dado por  $l_{ij}^2$  (SHARMA, 1996). Assim, a comunalidade total de uma variável indicadora  $X_i$  com todos os  $m$  fatores comuns é dado por,

$$l_{i1}^2 + l_{i2}^2 + \dots + l_{im}^2.$$

#### 4.3.1 Método de Componentes Principais

A estimação das cargas fatoriais é usualmente realizada por meio de técnicas como o método de componentes principais, o método de fator principal ou o método de máxima verossimilhança. Uma das técnicas mais populares, que será a utilizada neste ensaio, é o método de componentes principais. Este método, utiliza a Análise de Componentes Principais (PCA) para extrair as dimensões (fatores) que influenciam as variáveis de entrada, por meio da análise da correlação entre elas. No PCA, novas variáveis não correlacionadas (chamadas de Componentes Principais (PC)) são formadas, as quais são uma combinação linear das variáveis originais, e o número de novas variáveis é igual ao número de variáveis antigas. No entanto, as novas variáveis são formadas de modo que o primeiro componente principal é responsável pela maior parte da variação nos dados, o

segundo componente principal responde pela segunda maior parte da variação nos dados, o terceiro componente principal responde pela terceira maior parte da variação restante não contabilizada pelo primeiro e segundo componentes e assim por diante.

Idealmente, seria desejável uma situação em que os primeiros componentes principais respondam por grande parte da variação nos dados originais, conseguindo, assim, uma redução dos dados substituindo as variáveis originais pelos primeiros componentes, para posterior análise ou interpretação da correlação entre as variáveis indicadoras (JOSEPH et al., 2010; JOBSON, 2012; SHARMA, 1996).

Dadas as variáveis de entrada  $(x_1, x_2, \dots, x_p)$  e os coeficientes (pesos)  $w_{ij}, i = 1, \dots, p; j = 1, \dots, p$ , os componentes principais  $(c_1, c_2, \dots, c_p)$  são dados por:

$$\begin{aligned} c_1 &= w_{11}x_1 + w_{12}x_2 + \dots + w_{1p}x_p \\ c_2 &= w_{21}x_1 + w_{22}x_2 + \dots + w_{2p}x_p \\ &\vdots \\ c_p &= w_{p1}x_1 + w_{p2}x_2 + \dots + w_{pp}x_p \end{aligned}$$

Para colocar um limite na variância dos  $C_{i's}$  com  $i = 1, \dots, p$  e para garantir que os novos eixos que representam os  $C_{i's}$  sejam não correlacionados, os pesos  $w_{ij}$  são estimados sujeitos as condições apresentadas a seguir:

$$w'_i \cdot w_i = 1$$

$$w'_i \cdot w_j = 0; \quad \text{para todo } i \neq j$$

de forma que,  $w'_i = (w_{i1}, w_{i2}, \dots, w_{ip})$ .

Dado as médias  $\mu_i$  e os desvios padrão  $\sigma_{ii}$  das variáveis  $x_i$  as variáveis transformadas  $z_i$  são dadas por:

$$z_i = \frac{x_i - \mu_i}{\sigma_{ii}}.$$

e, podem ser usadas para formar os componentes principais (JOHNSON; WICHERN et al., 2014). Expresso em notação de matriz, o vetor de variáveis padronizadas pode ser escrito como:  $Z = (V^{1/2})^{-1}(X - \mu)$ , onde  $\mu' = (\mu_1, \dots, \mu_p)$  e  $V^{1/2}$  é o desvio padrão da matriz dado por,

$$V^{1/2} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sigma_{22} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \sigma_{pp} \end{bmatrix}$$

$E[Z] = 0$ ,  $Var[z_i] = 1$ ,  $i = 1, \dots, p$  e  $Cov(Z) = (V^{1/2})^{-1} \Sigma (V^{1/2})^{-1} = \rho$ , em que a matriz de variância-covariância  $\Sigma$  e a matriz de correlação  $\rho$  de  $X$  são dadas por:

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{11}^2 & \sigma_{12}^2 & \dots & \sigma_{1p}^2 \\ \sigma_{21}^2 & \sigma_{22}^2 & \dots & \sigma_{2p}^2 \\ \dots & \dots & \ddots & \dots \\ \sigma_{p1}^2 & \sigma_{p2}^2 & \dots & \sigma_{pp}^2 \end{bmatrix}, \quad \rho = \begin{bmatrix} \frac{\sigma_{11}^2}{\sigma_{11}\sigma_{11}} & \frac{\sigma_{12}^2}{\sigma_{11}\sigma_{22}} & \dots & \frac{\sigma_{1p}^2}{\sigma_{11}\sigma_{pp}} \\ \frac{\sigma_{12}^2}{\sigma_{11}\sigma_{22}} & \frac{\sigma_{22}^2}{\sigma_{22}\sigma_{22}} & \dots & \frac{\sigma_{2p}^2}{\sigma_{22}\sigma_{pp}} \\ \dots & \dots & \ddots & \dots \\ \frac{\sigma_{1p}^2}{\sigma_{11}\sigma_{pp}} & \frac{\sigma_{2p}^2}{\sigma_{22}\sigma_{pp}} & \dots & \frac{\sigma_{pp}^2}{\sigma_{pp}\sigma_{pp}} \end{bmatrix}$$

e,  $\rho_{ij} = \frac{\sum_{k=1}^n (x_{ki} - \mu_i)(x_{kj} - \mu_j)}{n}$ ,  $i \neq j$  é a covariância entre as variáveis  $x_i$  e  $x_j$ , cada uma delas tendo  $n$  observações. Os  $p$  componentes principais  $C' = [c_1, \dots, c_p]$  são dados por  $C = A'Z$ , sendo  $A = [e_1, e_2, \dots, e_p]$  e os  $e'_i$ s,  $i = 1, 2, \dots, p$ , são os autovetores de  $\rho$ . Os pares autovalor-autovetor  $(\lambda_1, e_1), \dots, (\lambda_p, e_p)$  de  $\rho$  são tais que  $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_p \geq 0$ ,  $e'_i \cdot e_i = 1$  e  $e'_i \cdot e_j = 0$ .

$$Var(c_i) = e'_i \rho e_i = \lambda_i \quad \text{e} \quad \sum_{i=1}^p = Var(c_i) = \sum_{i=1}^p Var(z_i) = p$$

Assim, a proporção da variação nos dados contabilizada por  $c_j$  é dado por  $\lambda_j/p$ . As correlações entre um dado PC  $c_i$  e uma variável padronizada  $z_j$  definido como a carga da variável  $z_j$  em  $c_i$ , é dado por  $Corr(c_i, z_j) = e_{ij} \cdot \lambda_j^{(1/2)}$ .

A carga reflete o grau em que cada  $z_j$  influencia cada  $c_i$  dado o efeito das outras variáveis  $z_k, j \neq k$ , (JOSEPH et al., 2010; JOBSON, 2012; JOHNSON; WICHERN et al., 2014; SHARMA, 1996).

#### 4.4 A MEDIDA COMUM DE HIATO DO PRODUTO

Um problema associado ao uso do filtro HP para medir o nível de produto potencial de uma economia é a instabilidade das estimativas perto do final do período de amostra. Como a persistência de choques recentes no produto não é clara, o filtro HP não consegue distinguir com precisão choques permanentes e temporários no final do período de amostra. Este “problema de *end point*” é comum a todas as técnicas de filtragem que usam dados “futuros” para estimar o nível atual de produto potencial (HAMILTON, 2018). Para evitar tal problema e também ajustar ao tamanho das amostras das medidas disponibilizadas pelo Ipea e estimadas por meio dos filtros BP e de Hamilton, exclui-se observações no início e no fim da amostra de outras estimativas de hiato do produto. Assim sendo, o período utilizado para estimação da medida comum compreende o último trimestre de 1998 ao último trimestre de 2019.

Como forma de responder o objetivo central deste ensaio, utiliza-se do método de análise fatorial, para estimar uma medida comum de hiato do produto gerada a partir das 11 diferentes medidas já apresentadas. E, esta seção têm como objetivo apresentar o resultado final e os testes de ajustamento do modelo.

Duas medidas de adequação do modelo são essenciais para o uso do método de análise de fatores. O primeiro, conhecido como o teste de esfericidade de Bartlett, compara uma matriz de correlação observada dos dados com a matriz identidade e verifica se há uma certa redundância entre as variáveis que podem ser resumidas em alguns poucos fatores. A hipótese nula do teste é as variáveis serem ortogonais, ou seja, não correlacionadas. A hipótese alternativa é que as variáveis não são ortogonais, ou seja, são correlacionadas o suficiente para que a matriz de correlação divirja significativamente da matriz identidade (BARTLETT, 1937).

A segunda medida trata-se do teste Kaiser – Meyer – Olkin (KMO) e é uma medida estatística para determinar o quão adequados os dados são para a análise fatorial. O teste mede a adequação da amostragem para cada variável do modelo, bem como do modelo em sua totalidade. A estatística é uma medida da proporção da variância entre as variáveis que pode ser explicado como a variância comum. Quanto menor a proporção, quanto maior o valor KMO, mais adequados são os dados para a análise fatorial. Para Jr, Anderson e Tatham (1987), Sharma (1996) valores entre 0,5 e 1,0 são aceitáveis e, portanto, valores abaixo de 0,5 indicam que a análise fatorial não possui um bom ajustamento e não deveria ser utilizada. Já para Kaiser (1974), diferentes intervalos sugerem diferentes ajustes. A saber: 0-0.49 é dita como ‘inaceitável’, entre 0.5-0.59 ‘mísero’, 0.6-0.69 ‘mediocre’, 0.7-0.79 ‘mediano’, 0.8-0.89 ‘bom’ e entre 0.9-1 ‘excelente’.

A Tabela 4 apresenta a medida KMO e os resultados do teste de Bartlett. Tanto o valor KMO de 0,77 e o  $p$  valor do teste de Bartlett igual a 0,000 sugerem que o tamanho da amostra é adequado e que, ao menos, algumas das variáveis possuem uma alta correlação. Portanto, os dados são adequados para a análise fatorial.

Tabela 4 – Teste KMO e de Barllet

Teste de esfericidade de Barllet	Chi-quadrado	1777.891
	Graus de liberdade	55
	$p$ valor	0.000
Medida KMO de adequação da amostra		0.771

Fonte: Elaboração própria a partir da estimação do modelo.

Três critérios foram utilizados para decidir sobre o número de fatores a serem retidos para interpretação: regra de autovalor maior que um, o *screeplot* e o percentual de variância explicada. A regra dos autovalores sugere que todos os fatores que apresentem autovalores maiores do que um devem ser retidos para interpretação. De tal maneira, os fatores 1 e 2 são mantidos para interpretação. O *screeplot*<sup>8</sup> sugere também a extração de dois fatores à medida que o gráfico começa a ficar plano após o segundo fator. Os primeiros dois fatores explicam 86,4% da variância total dos dados - mais do que o limite sugerido

<sup>8</sup> A figura com o gráfico pode ser encontra no Apêndice A.

por Hair (2009) de 60%. A Tabela 5 apresenta, portanto, os resultados da estimação dos fatores através do método de componentes principais com uma amostra de 84 observações.

Tabela 5 – Variância Total Explicada

Fatores	Autovalor	Diferença	Proporção(%)	Acumulado(%)
Fator1	7.435	5.368	0.676	0.676
Fator2	2.067	1.394	0.188	0.864
Fator3	0.674	0.355	0.061	0.925
Fator4	0.319	0.114	0.029	0.954
Fator5	0.205	0.069	0.019	0.973
Fator6	0.136	0.064	0.012	0.985
Fator7	0.072	0.024	0.007	0.992
Fator8	0.048	0.020	0.004	0.996
Fator9	0.028	0.014	0.003	0.999
Fator10	0.014	0.011	0.001	1.000
Fator11	0.003	.	0.000	1.000

LR test:chi2(55) = 1799.71  
 Prob>chi2 = 0.0000

Fonte: Elaboração própria a partir da estimação do modelo.

As comunalidades, ou seja, a quantia total de variância que uma variável original compartilha com as outras variáveis em análise, são apresentadas na Tabela 6. Na estimação de fatores pelo método de componentes principais, todas as variáveis são atribuídas a uma variância inicial (comunalidade total) de um. Na Tabela 6, todas as comunalidades finais são de pelo menos 0,70 o que significa que ao menos 70% da comunalidade inicial de cada variável foi contabilizada na solução final, valores superiores a 0,50 são adequados conforme sugere a literatura (MATOS; RODRIGUES, 2019).

Além das comunalidades, a Tabela 6 também especifica os dois fatores retidos pelo modelo. O primeiro fator representa 67,6% da variância total da amostra e aparenta descrever o comportamento de dez das onze medidas de hiato do produto utilizadas no modelo. Assim sendo, este fator é o que será utilizado como a medida comum de hiato do produto brasileiro. A única medida que não se enquadra no fator 1 é a medida de hiato estimada pelo Filtro HP univariado. Mesmo que esta medida tenha apresentado uma comunalidade alta de 0,76, sua maior carga fatorial está voltada para o segundo fator e, portanto, ela será nomeada como medida comum alternativa de hiato do produto.

A Figura 18 mostra a medida comum de hiato do produto estimada através do método de análise fatorial em comparação com a medida fornecida pelo Ipea. Observa-se que as medidas diferem consideravelmente em questão ao nível da variável de hiato, principalmente durante os períodos de desaceleração, sendo que as estimativas do Ipea tendem a apresentar desacelerações mais severas do que as propostas pela medida comum.

Tabela 6 – Fatores e Comunalidades

Variável	Fator 1	Fator 2	Comunalidade
Filtro de Hamilton	0.838	0.091	0.710
Tendência Linear	0.850	-0.501	0.973
Filtro HP	0.868	0.378	0.897
Filtro HP Uni	0.457	0.746	0.766
Filtro BP	0.745	0.495	0.800
Comp. Não observados (UC) - Joshua básico	0.885	-0.340	0.898
Filtro Butterworth (BW)	0.689	0.604	0.840
IFI	0.891	-0.303	0.885
Ipea	0.944	0.095	0.900
2º ensaio medida	0.841	-0.471	0.928
Comp. Não observados (UC) - Joshua	0.920	-0.248	0.907

Fonte: Elaboração própria a partir da estimação do modelo.

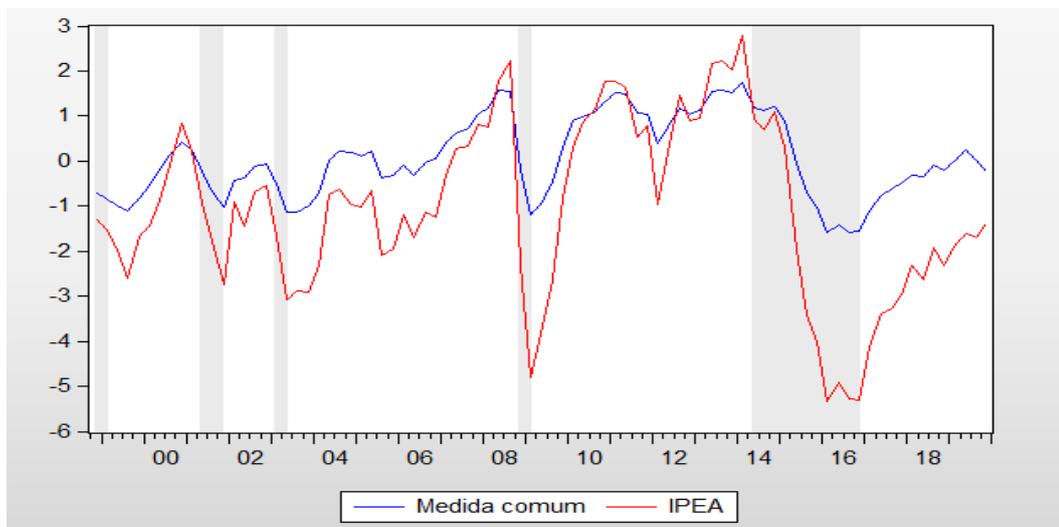
No que tange as flutuações econômicas observa-se que a medida comum capta bem os ciclos econômicos da economia brasileira ao apresentar os pontos de inflexão (que podem ser definidos como o ano em que o hiato do produto atinge seu valor absoluto mais baixo (ou mais alto), conforme os períodos de baixa (ou alta)), como, por exemplo, os anos das crises de 2002, 2008 e 2016. Além disso, a medida comum capta a maior crise vivida pelo Brasil entre o segundo trimestre de 2014 e o quarto trimestre de 2016, não só ao apresentar o maior hiato negativo do produto para todo o período de análise, bem como ao destacar a duração e a baixa velocidade de recuperação da economia nos períodos seguintes. Tais observações são reforçadas ao analisar-se as áreas sombreadas da Figura 18 que representam as datações fornecidas pelo Comitê de Datação de Ciclos Econômicos do Instituto Brasileiro de Economia (CODACE - Ibre)<sup>9</sup>.

A evolução da medida comum do hiato capta, ainda, os períodos de expansão com valores próximos aos estimados pelo Ipea, e observa-se que ambas medidas apresentam seus maiores níveis positivos para o hiato do produto em períodos que antecedem a entrada do país em recessões. No período anterior a crise energética iniciada no final de 2001, a medida comum estimada apresenta um hiato do produto igual a 0,231% bastante próximo ao valor de 0,235% do Ipea. No ano de 2002, ainda que menor, observa-se novamente uma aproximação das duas medidas. Para o período que antecede a crise de confiança gerada pela eleição do presidente Lula, a medida comum apresenta um valor de hiato de -0,47% em comparação a -0,90% da média do Ipea. Sendo que esse padrão se repete para os anos de 2008, 2010 e 2014, quando as duas medidas (comum e Ipea) apresentam, respectivamente, valores iguais a 1,66% e 1,77%, 1,07% e 1,14% e, 1,10% e 0,91%.

O terceiro aspecto, e o mais importante, que pode-se observar a partir da Figura

<sup>9</sup> Para mais informações sobre as datações, visite <<https://portalibre.fgv.br/codace>>.

Figura 18 – Gráfico da medida comum de hiato do produto brasileiro



Fonte: Medida comum de hiato do produto a partir da estimação do modelo.

18 é quanto as discussões de política econômica. Diferentemente das várias e confusas sugestões que se tinha quando se considerava as onze medidas iniciais do hiato do produto, a medida comum de hiato apresenta períodos de excesso de oferta, ou seja, um hiato negativo seguindo de perto a medida de hiato gerada pelo Ipea. Os únicos períodos em que se observa que a medida comum sugere um momento de hiato positivo em contraste a um hiato negativo sugerido pela medida do Ipea, maior que um trimestre, é durante o ano de 2004 e início de 2005 e, posteriormente, durante o segundo e terceiro trimestres de 2019. Observa-se ainda que, para os períodos de discrepância entre as medidas, o hiato do produto comum apresenta valores muito próximos de zero, sendo o maior deles observado no primeiro trimestre de 2012 e igual a 0,28%.

#### 4.5 CONCLUSÕES

Com intuito de estimar e analisar diferentes medidas para o hiato do produto, o presente trabalho recorre ao *Empirical Macro Toolbox (EMT)* proposto por Canova (2020), de modelos de componentes não observados propostos por Chan (2017), Grant e Chan (2017a) e estimativas de institutos no Brasil (IPEA e IFI). Além disso, adicionou-se a medida estimada no segundo ensaio desta tese. Tais séries de hiatos de produto foram utilizadas no método de análise fatorial de forma a se obter uma estimativa comum que reduza essas diversas informações, capte características comuns entre as variáveis por meio da variância comum entre elas.

Os resultados obtidos sugerem uma medida de hiato do produto comum bem identificada, no que diz respeito aos testes de ajuste do modelo de análise fatorial. Além disso, a medida captura de forma satisfatória pontos de inflexão da economia quanto

os ciclos de negócio quando comparadas à medida de hiato do produto fornecida pelo IPEA. Essas duas medidas, no entanto, diferem no que tange ao nível do hiato do produto, apresentando as maiores discrepâncias nos períodos de ociosidade da economia e atingiram valores tão altos quanto 6 p.p de diferença entre elas para o quarto trimestre de 2016.

Do ponto de vista da política econômica, a medida comum de hiato do produto estimada sintetiza as demais e caminha próxima à medida do IPEA ao sugerir hiatos positivos e negativos e, portanto, ao mostrar se a economia está aquecida ou ociosa. Parece ser mais uma ferramenta interessante à disposição dos tomadores de decisão e pesquisadores. Contudo, trabalhos futuros podem explorar o ajuste dessa nova medida aos dados de inflação (e/ou outras variáveis econômicas) comparativamente às demais medidas de hiato de produto, o ganho ou não de poder preditivo adicional, entre outros. Resultados positivos podem permitir com que essa nova medida seja uma ferramenta importante na identificação de pressão da atividade econômica ou não, mitigando problemas de políticas apertadas demais ou muito flexíveis que prejudiquem o bem-estar da população.

## REFERÊNCIAS

- AREOSA, M. et al. Combining hodrick-prescott filtering with a production function approach to estimate output gap. *Texto apresentado no Seminário de*, v. 5, 2008.
- ARTUS, J. R. Measures of potential output in manufacturing for eight industrial countries, 1955-78. *Staff Papers*, Springer, v. 24, n. 1, p. 1–35, 1977.
- BAI, J.; WANG, P. Identification and bayesian estimation of dynamic factor models. *Journal of Business & Economic Statistics*, Taylor & Francis, v. 33, n. 2, p. 221–240, 2015.
- BALL, L. M. *The case for four percent inflation*. [S.l.], 2013.
- BARBOSA, F. d. H.; CAMÊLO, F. D.; JOÃO, I. C. A taxa de juros natural e a regra de taylor no brasil: 2003-2015. *Revista Brasileira de Economia*, SciELO Brasil, v. 70, n. 4, p. 399–417, 2016.
- BARBOSA-FILHO, N. H. Inflation targeting in brazil: 1999–2006. In: *Beyond inflation targeting*. [S.l.]: Edward Elgar Publishing, 2009.
- BARSKY, R.; JUSTINIANO, A.; MELOSI, L. The natural rate of interest and its usefulness for monetary policy. *American Economic Review*, v. 104, n. 5, p. 37–43, 2014.
- BARTLETT, M. S. The statistical conception of mental factors. *British Journal of Psychology. General Section*, Wiley Online Library, v. 28, n. 1, p. 97–104, 1937.
- BASISTHA, A.; STARTZ, R. Measuring the nairu with reduced uncertainty: a multiple-indicator common-cycle approach. *The Review of Economics and Statistics*, The MIT Press, v. 90, n. 4, p. 805–811, 2008.
- BAŞTÜRK, N. et al. Posterior-predictive evidence on us inflation using extended new keynesian phillips curve models with non-filtered data. *Journal of Applied Econometrics*, Wiley Online Library, v. 29, n. 7, p. 1164–1182, 2014.
- BAXTER, M.; KING, R. G. Measuring business cycles: approximate band-pass filters for economic time series. *Review of economics and statistics*, MIT Press 238 Main St., Suite 500, Cambridge, MA 02142-1046, USA journals . . . , v. 81, n. 4, p. 575–593, 1999.
- BERNHARDSEN, T.; GERDRUP, K. The neutral real interest rate. *Norges Bank. Economic Bulletin*, Norges Bank, Economic Intelligence Dept., v. 78, n. 2, p. 52, 2007.
- BEVERIDGE, S.; NELSON, C. R. A new approach to decomposition of economic time series into permanent and transitory components with particular attention to measurement of the ‘business cycle’. *Journal of Monetary economics*, Elsevier, v. 7, n. 2, p. 151–174, 1981.
- BLANCHARD, O.; CERUTTI, E.; SUMMERS, L. *Inflation and activity—two explorations and their monetary policy implications*. [S.l.], 2015.
- BLANCHARD, O.; GALÍ, J. Real wage rigidities and the new keynesian model. *Journal of money, credit and banking*, Wiley Online Library, v. 39, p. 35–65, 2007.

- BOGDANSKI, J.; TOMBINI, A. A.; WERLANG, S. R. d. C. Implementing inflation targeting in brazil. *Werlang, Sergio R., Implementing Inflation Targeting in Brazil (July 2000)*. Banco Central do Brasil Working Paper, n. 1, 2000.
- BRZOZA-BRZEZINA, M. et al. *Estimating the natural rate of interest: a SVAR approach*. [S.l.]: National Bank of Poland, 2003.
- CANOVA, F. *FAQ: How do I extract the output gap?* [S.l.], 2020.
- CHAN, J. Notes on bayesian macroeconometrics. *Manuscript available at <http://joshuachan.org>*, 2017.
- CHRISTIANO, L. J.; FITZGERALD, T. J. The band pass filter. *international economic review*, Wiley Online Library, v. 44, n. 2, p. 435–465, 2003.
- CLARK, P. K. The cyclical component of us economic activity. *The Quarterly Journal of Economics*, MIT Press, v. 102, n. 4, p. 797–814, 1987.
- CLARK, T. E.; KOZICKI, S. Estimating equilibrium real interest rates in real time. *The North American Journal of Economics and Finance*, Elsevier, v. 16, n. 3, p. 395–413, 2005.
- COGLEY, T.; SBORDONE, A. M. Trend inflation and inflation persistence in the new keynesian phillips curve. *FRB of New York Staff Report*, n. 270, 2006.
- COIBION, O.; GORODNICHENKO, Y. Is the phillips curve alive and well after all? inflation expectations and the missing disinflation. *American Economic Journal: Macroeconomics*, v. 7, n. 1, p. 197–232, 2015.
- COIBION, O.; GORODNICHENKO, Y.; ULATE, M. *The cyclical sensitivity in estimates of potential output*. [S.l.], 2017.
- CRESPO-CUARESMA, J. Searching for the natural rate of interest: a euro area perspective. *Press & Communications CH-4002 Basel, Switzerland E-mail: [publications@bis.org](mailto:publications@bis.org) Fax: + 41 61 280 9100 and + 41 61 280 8100*, p. 60, 2003.
- CUNHA, A. M.; LÉLIS, M. T. C.; LINCK, P. Flutuações no nível de atividade e os ciclos de preços de commodities: evidências para o brasil. *Brazilian Journal of Political Economy*, SciELO Brasil, v. 41, p. 466–486, 2021.
- EGGERTSSON, G. B. et al. A contagious malady? open economy dimensions of secular stagnation. *IMF Economic Review*, Springer, v. 64, n. 4, p. 581–634, 2016.
- FERGUSON, R. W. Equilibrium real interest rate: Theory and application. *Remarks to the University of Connecticut School of Business*, 2004.
- FERRONI, F.; CANOVA, F. A hitchhiker’s guide to empirical macro models. FRB of Chicago Working Paper No. WP-2021-15, 2021.
- FIEDLER, S. et al. Growth prospects, the natural interest rate, and monetary policy. *Economics*, Sciendo, v. 13, n. 1, 2019.
- FONSECA, M.; MUINHOS, M. K. Equilibrium interest rates in brazil: a laubach and williams approach. 2016.

- FRIEDRICH, C. Global inflation dynamics in the post-crisis period: What explains the puzzles? *Economics Letters*, Elsevier, v. 142, p. 31–34, 2016.
- GAGNON, E.; JOHANNSEN, B. K.; LOPEZ-SALIDO, J. D. Understanding the new normal: the role of demographics. 2016.
- GORDON, R. J. The history of the phillips curve: Consensus and bifurcation. *Economica*, Wiley Online Library, v. 78, n. 309, p. 10–50, 2011.
- GOTTLIEB, J. W. F. *Estimativas e determinantes da taxa de juros real neutra no Brasil*. Tese (Doutorado) — PUC-Rio Rio de Janeiro, 2013.
- GRANT, A. L.; CHAN, J. C. A bayesian model comparison for trend-cycle decompositions of output. *Journal of Money, Credit and Banking*, Wiley Online Library, v. 49, n. 2-3, p. 525–552, 2017.
- GRANT, A. L.; CHAN, J. C. Reconciling output gaps: Unobserved components model and hodrick–prescott filter. *Journal of Economic Dynamics and Control*, Elsevier, v. 75, p. 114–121, 2017.
- HAIR, J. F. *Multivariate data analysis*. 2009.
- HALL, R. et al. The slow recovery in output after 2009. In: SOCIETY FOR ECONOMIC DYNAMICS. *2017 Meeting Papers*. [S.l.], 2017.
- HALL, R. E. Understanding the decline in the safe real interest rate. *Stanford Univerity*, 2016.
- HAMILTON, J. D. Why you should never use the hodrick-prescott filter. *Review of Economics and Statistics*, MIT Press One Rogers Street, Cambridge, MA 02142-1209, USA journals-info . . . , v. 100, n. 5, p. 831–843, 2018.
- HAMILTON, J. D. et al. The equilibrium real funds rate: Past, present, and future. *IMF Economic Review*, Springer, v. 64, n. 4, p. 660–707, 2016.
- HARVEY, A. C. Trends and cycles in macroeconomic time series. *Journal of Business & Economic Statistics*, Taylor & Francis, v. 3, n. 3, p. 216–227, 1985.
- HARVEY, A. C. *Forecasting, structural time series models and the Kalman filter*. [S.l.]: Cambridge university press, 1990.
- HARVEY, A. C.; TRIMBUR, T. M.; DIJK, H. K. V. Trends and cycles in economic time series: A bayesian approach. *Journal of Econometrics*, Elsevier, v. 140, n. 2, p. 618–649, 2007.
- HASENZAGL, T. et al. *A Model of the Fed’s View on Inflation*. 2020.
- HODRICK, R. J.; PRESCOTT, E. C. Postwar us business cycles: an empirical investigation. *Journal of Money, credit, and Banking*, JSTOR, p. 1–16, 1997.
- HOLSTON, K.; LAUBACH, T.; WILLIAMS, J. C. Measuring the natural rate of interest: International trends and determinants. *Journal of International Economics*, Elsevier, v. 108, p. S59–S75, 2017.

- JAROCIŃSKI, M.; LENZA, M. An inflation-predicting measure of the output gap in the euro area. *Journal of Money, Credit and Banking*, Wiley Online Library, v. 50, n. 6, p. 1189–1224, 2018.
- JOBSON, J. D. *Applied multivariate data analysis: volume II: Categorical and Multivariate Methods*. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2012.
- JOHNSON, R. A.; WICHERN, D. W. et al. *Applied multivariate statistical analysis*. [S.l.]: Pearson London, UK:, 2014. v. 6.
- JOSEPH, F. et al. *Multivariate data analysis*. [S.l.]: Pearson Prentice Hall, 2010.
- JR, J. F. H.; ANDERSON, R. E.; TATHAM, R. L. *Multivariate Data Analysis with Readings*. [S.l.]: New York: Macmillan Publishing Co, 1987.
- KAISER, H. F. An index of factorial simplicity. *Psychometrika*, Springer, v. 39, n. 1, p. 31–36, 1974.
- KUTTNER, K. N. Estimating potential output as a latent variable. *Journal of business & economic statistics*, Taylor & Francis Group, v. 12, n. 3, p. 361–368, 1994.
- LAUBACH, T. New evidence on the interest rate effects of budget deficits and debt. *Journal of the European Economic Association*, Wiley Online Library, v. 7, n. 4, p. 858–885, 2009.
- LAUBACH, T.; WILLIAMS, J. C. Measuring the natural rate of interest. *Review of Economics and Statistics*, MIT Press, v. 85, n. 4, p. 1063–1070, 2003.
- LUBIK, T. A.; MATTHES, C. et al. Calculating the natural rate of interest: A comparison of two alternative approaches. *Richmond Fed Economic Brief*, Federal Reserve Bank of Richmond, n. Oct, p. 1–6, 2015.
- LUO, S.; STARTZ, R. Is it one break or ongoing permanent shocks that explains us real gdp? *Journal of Monetary Economics*, Elsevier, v. 66, p. 155–163, 2014.
- MAKA, A.; BARBOSA, F. d. H. *A dinâmica da inflação no Brasil*. [S.l.], 2014.
- MATOS, D. A. S.; RODRIGUES, E. C. Análise fatorial. Escola Nacional de Administração Pública (Enap), 2019.
- MCLEAY, M.; TENREYRO, S. Optimal inflation and the identification of the phillips curve. *NBER Macroeconomics Annual*, The University of Chicago Press Chicago, IL, v. 34, n. 1, p. 199–255, 2020.
- MENDES, R. R. The neutral rate of interest in canada. Bank of Canada Discussion Paper, 2014.
- MERTENS, E. Measuring the level and uncertainty of trend inflation. *Review of Economics and Statistics*, MIT Press, v. 98, n. 5, p. 950–967, 2016.
- MESONNIER, J.-S.; RENNE, J.-P. A time-varying “natural” rate of interest for the euro area. *European Economic Review*, Elsevier, v. 51, n. 7, p. 1768–1784, 2007.
- MEYER-GOHDE, A. et al. Matlab code for one-sided hp-filters. *QMRBC Codes*, Quantitative Macroeconomics & Real Business Cycles, 2010.

- MIRANDA, P. C. de; MUINHOS, M. K. et al. *A taxa de juros de equilíbrio: uma abordagem múltipla*. [S.l.], 2003.
- MOREIRA, J. R. R.; PORTUGAL, M. S. *Natural rate of interest estimates for Brazil after adoption of the inflation targeting regime*. [S.l.], 2019.
- MOREIRA, R. Commodities prices index as a variable determining the consumer inflation rate and the monetary policy: recent evidences for the brazilian economy through a var analysis. *Economics and Finance Review*, v. 2, n. 2, p. 01–09, 2012.
- MORLEY, J.; PIGER, J. The asymmetric business cycle. *Review of Economics and Statistics*, The MIT Press, v. 94, n. 1, p. 208–221, 2012.
- MORLEY, J. C. The two interpretations of the beveridge–nelson decomposition. *Macroeconomic Dynamics*, Cambridge University Press, v. 15, n. 3, p. 419–439, 2011.
- MORLEY, J. C.; NELSON, C. R.; ZIVOT, E. Why are the beveridge-nelson and unobserved-components decompositions of gdp so different? *Review of Economics and Statistics*, MIT Press 238 Main St., Suite 500, Cambridge, MA 02142-1046, USA journals . . . , v. 85, n. 2, p. 235–243, 2003.
- MUINHOS, M. K. Comparing equilibrium real interest rates: different approaches to measure brazilian rates. Escola de Pós-Graduação em Economia da FGV, 2006.
- NETO, A. R.; CANDIDO, O. Measuring the neutral real interest rate in brazil: a semi-structural open economy framework. *Empirical Economics*, Springer, v. 58, n. 2, p. 651–667, 2020.
- NETO, P. C. F. d. B.; PORTUGAL, M. S. The natural rate of interest in brazil between 1999 and 2005. *Revista Brasileira de Economia*, SciELO Brasil, v. 63, n. 2, p. 103–118, 2009.
- OKUN, A. M. *Potential GNP: its measurement and significance*. [S.l.]: Cowles Foundation for Research in Economics at Yale University, 1963.
- OLINER, S. D.; SICHEL, D. E. The resurgence of growth in the late 1990s: is information technology the story? *Journal of economic perspectives*, v. 14, n. 4, p. 3–22, 2000.
- PALMA, A.; PORTUGAL, M. Time-varying neutral interest rate in brazil: Further evidence from a simple new keynesian model. *Empirical Economics Letters*, v. 16, n. 7, 2017.
- PERRELLI, M. R.; ROACHE, S. K. *Time-Varying Neutral Interest Rate—The Case of Brazil*. [S.l.]: International Monetary Fund, 2014.
- PERRON, P.; WADA, T. Let’s take a break: Trends and cycles in us real gdp. *Journal of monetary Economics*, Elsevier, v. 56, n. 6, p. 749–765, 2009.
- PESCATORI, A.; TURUNEN, M. J. *Lower for longer: Neutral rates in the united states*. [S.l.]: International Monetary Fund, 2015.
- PIRES, M. C.; BORGES, B.; JR, G. B. Por que a recuperação tem sido a mais lenta de nossa história? *Brazilian Keynesian Review*, v. 5, n. 1, p. 174–202, 2019.

- RACHEL, L.; SMITH, T. Secular drivers of the global real interest rate. 2015.
- RIBEIRO, A.; TELES, V. K. et al. Taxa natural de juros no brasil. *Economia*, ANPEC-Associação Nacional dos Centros de Pósgraduação em Economia [Brazilian Association of Graduate Programs in Economics], v. 14, n. 1c, p. 733–750, 2013.
- ROBERTS, J. M. Estimates of the productivity trend using time-varying parameter techniques. *Contributions in Macroeconomics*, De Gruyter, v. 1, n. 1, 2001.
- RÜNSTLER, G.; VLEKKE, M. Business, housing, and credit cycles. *Journal of Applied Econometrics*, Wiley Online Library, v. 33, n. 2, p. 212–226, 2018.
- SACHSIDA, A. Inflação, desemprego e choques cambiais: uma revisão da literatura sobre a curva de phillips no brasil. *Revista Brasileira de Economia*, SciELO Brasil, v. 67, p. 549–559, 2013.
- SACHSIDA, A.; RIBEIRO, M.; SANTOS, C. H. dos. *A curva de Phillips e a experiência brasileira*. [S.l.], 2009.
- SHARMA, S. Applied multivariate techniques. John Wiley & Sons Inc., 1996.
- SIMS, C. A. Inflation expectations, uncertainty, the phillips curve, and monetary policy. *Understanding Inflation and the Implications for Monetary Policy*, p. 247, 2008.
- STOCK, J. H. Unit roots, structural breaks and trends. *Handbook of econometrics*, Elsevier, v. 4, p. 2739–2841, 1994.
- STOCK, J. H.; WATSON, M. W. Business cycle fluctuations in us macroeconomic time series. *Handbook of macroeconomics*, Elsevier, v. 1, p. 3–64, 1999.
- TREHAN, B.; WU, T. Time-varying equilibrium real rates and monetary policy analysis. *Journal of Economic dynamics and Control*, Elsevier, v. 31, n. 5, p. 1584–1609, 2007.
- WATSON, M. W. Univariate detrending methods with stochastic trends. *Journal of monetary economics*, Elsevier, v. 18, n. 1, p. 49–75, 1986.
- WICKSELL, K. Interest and prices (traduzido por r.f. kahn (1898)). *Macmillan*, 1936.
- WOODFORD, M. Interest and prices: Foundations of a theory of monetary policy. Princeton University Press Princeton, NJ and Oxford, 2003.
- WYNNE, M. A.; ZHANG, R. Estimating the natural rate of interest in an open economy. *Empirical Economics*, Springer, p. 1–28, 2017.
- YELLEN, J. L. et al. *Inflation Dynamics and Monetary Policy: A speech at the Philip Gamble Memorial Lecture, University of Massachusetts, Amherst, Amherst, Massachusetts, September 24, 2015*. [S.l.], 2015.

## APÊNDICE A – Screeplot

Figura 19 – Gráfico de autovalores em relação ao número do fator.

