

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA**  
**FACULDADE DE ENGENHARIA**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MODELAGEM**  
**COMPUTACIONAL**

**Luisa Silva Ribeiro**

**Estimativa e identificabilidade de parâmetros em experimentos de qualidade  
de espuma em meios porosos**

Juiz de Fora

2023

**Luisa Silva Ribeiro**

**Estimativa e identificabilidade de parâmetros em experimentos de qualidade  
de espuma em meios porosos**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Modelagem Computacional da Universidade Federal de Juiz de Fora como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Modelagem Computacional.

Orientador: Prof. Dr. Rodrigo Weber dos Santos

Coorientador: Prof. Dr. Bernardo Martins Rocha

Coorientador: Prof. Dr. Grigori Chapiro

Juiz de Fora

2023

Ficha catalográfica elaborada através do Modelo Latex do CDC da UFJF  
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

Ribeiro, Luisa Silva.

Estimativa e identificabilidade de parâmetros em experimentos de qualidade de espuma em meios porosos / Luisa Silva Ribeiro. – 2023.

69 f. : il.

Orientador: Rodrigo Weber dos Santos

Coorientador: Bernardo Martins Rocha

Coorientador: Grigori Chapiro

Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Juiz de Fora, Faculdade de Engenharia. Programa de Pós-Graduação em Modelagem Computacional, 2023.

1. Permeabilidade Relativa. 2. Modelagem de Espumas. 3. Análise de Identificabilidade. I. Santos, Rodrigo Weber dos, orient. II. Rocha, Bernardo Martins, coorient. III. Chapiro, Grigori, coorient. IV. Título.

**Luisa Silva Ribeiro**

**Estimativa e identificabilidade de parâmetros em experimentos de qualidade de espuma em meios porosos**

Dissertação  
apresentada ao  
Programa de Pós-  
Graduação em  
Modelagem  
Computacional da Universidade  
Federal de Juiz de  
Fora como requisito  
parcial à obtenção do  
título de Mestre em  
Modelagem  
Computacional. Área  
de  
concentração: Modelagem  
Computacional.

Aprovada em 31 de março de 2023.

**BANCA EXAMINADORA**

**Prof(a) Dr(a). Rodrigo Weber dos Santos** - Orientador  
Universidade Federal de Juiz de Fora

**Prof(a) Dr(a). Bernardo Rocha Martins** - Coorientador  
Universidade Federal de Juiz de Fora

**Prof(a) Dr(a). Grigori Chapiro** - Coorientador  
Universidade Federal de Juiz de Fora

**Dr(a). Juliana Maria da Fonseca Façanha**  
Shell

**Prof(a) Dr(a). Carolina Ribeiro Xavier**  
Universidade Federal de São João Del Rei

**Prof(a) Dr(a). Rafael Alves Bonfim de Queiroz**

Universidade Federal de Ouro Preto

Juiz de Fora, 24/03/2023.



Documento assinado eletronicamente por **Carolina Ribeiro Xavier, Usuário Externo**, em 31/03/2023, às 16:07, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Rodrigo Weber dos Santos, Professor(a)**, em 31/03/2023, às 16:07, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Rafael Alves Bonfim de Queiroz, Usuário Externo**, em 31/03/2023, às 16:08, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Grigori Chapiro, Professor(a)**, em 31/03/2023, às 16:08, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Juliana Maria da Fonseca Façanha, Usuário Externo**, em 31/03/2023, às 16:09, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Bernardo Martins Rocha, Professor(a)**, em 31/03/2023, às 16:10, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no Portal do SEI-Ufjf ([www2.ufjf.br/SEI](http://www2.ufjf.br/SEI)) através do ícone Conferência de Documentos, informando o código verificador **1203309** e o código CRC **5383A231**.

Dedico este trabalho aos meus pais e meu irmão por todo apoio e incentivo, ao meu namorado por todo companheirismo, aos meu avós e amigos.

## AGRADECIMENTOS

A Deus, por permitir que eu tivesse saúde e determinação para não desanimar durante a realização deste trabalho.

Aos meus pais e irmão, por nunca me deixarem desistir, por sempre estar incentivando e dando todo apoio necessário.

Ao meu namorado Thallys, pela paciência e por todo companheirismo durante todos esses anos.

A todos os meus parentes, principalmente ao Tio Nando, Marina, Sofia, Letícia, Fabiano e Murilo, por todo suporte e incentivo.

Aos meus avós, principalmente ao meu avô Vanor (in memoriam), que sempre me apoiou em todos os meus sonhos.

A minha amiga Ana Beatriz, que esteve do meu lado em todos os momentos desde o primeiro dia de faculdade.

Aos professores Rodrigo, Bernardo e Grigori pela orientação e principalmente, pela paciência, sem a qual este trabalho não se realizaria.

A todos os professores pelos seus ensinamentos e sabedoria.

Este trabalho foi realizado em associação com o projeto de P&D registrado como ANP 20715-9, Modelagem matemática e computacional de injeção de espuma usada em recuperação avançada de petróleo (Universidade Federal de Juiz de Fora - UFJF / Shell Brasil / ANP). Modelagem computacional e matemática da injeção de espuma como uma técnica de recuperação avançada aplicada aos reservatórios de pré-sal do Brasil, apoiado pela Shell Brasil sobre o ANP P&D como Compromisso de Investimentos com Pesquisa e Desenvolvimento. Este projeto foi realizado em parceria com a Petrobras.

“Ama-se mais o que se conquista com esforço”.  
Benjamin Disraeli

## RESUMO

O uso de espuma durante a injeção alternada de água e gás é conhecido por aumentar a eficiência da varredura na recuperação avançada de petróleo. Este processo reduz significativamente a mobilidade do gás e aumenta a viscosidade aparente da fase gasosa, o que melhora a eficiência da recuperação. As simulações computacionais podem acelerar o ciclo de desenvolvimento do projeto e aumentar o conhecimento sobre os sistemas de interesse. No entanto, para usar os simuladores, primeiro é necessário calibrar adequadamente os parâmetros do modelo aos dados experimentais observados. À medida que a complexidade e o número de parâmetros aumentam, essa tarefa se torna desafiadora. Em particular, dependendo das observações disponíveis e da estrutura matemática dos modelos, alguns parâmetros não podem ser estimados, ou seja, não são identificáveis. Este trabalho foi concentrado em analisar a identificabilidade de parâmetros em modelos de deslocamento de espuma durante o escoamento bifásico em meios porosos, com interesse particular em calibrar os parâmetros de permeabilidade relativa e de espuma. É mostrado como a técnica de perfil de verossimilhança pode ajudar a analisar a identificabilidade dos parâmetros em três cenários diferentes. O primeiro cenário considera a disponibilidade de dois experimentos, varredura de qualidade de espuma e estado estacionário, enquanto o segundo cenário estuda a calibração usando apenas varredura de qualidade de espuma. Todos os parâmetros foram estimados com sucesso no primeiro cenário. No entanto, no segundo cenário, a técnica de perfil de verossimilhança encontrou dois parâmetros não identificáveis, o ponto final da permeabilidade relativa ao gás e a redução máxima na mobilidade do gás. No terceiro cenário é sugerido outra forma de ajustar todos os parâmetros usando um experimento a mais de escoamento de água e gás. Os resultados sugerem que a técnica de perfil de verossimilhança é uma ferramenta importante na análise de identificabilidade de parâmetros.

Palavras-chave: Permeabilidade Relativa. Modelagem de Espuma. Análise de Identificabilidade.

## ABSTRACT

The use of foam during alternate water and gas injection is known to increase sweep efficiency in advanced oil recovery. This process significantly reduces gas mobility and increases the apparent viscosity of the gas phase, which improves recovery efficiency. Computer simulations can accelerate the design development cycle and increase knowledge about the systems of interest. However, to use the simulators, it is first necessary to properly calibrate the model parameters to the observed experimental data. As the complexity and number of parameters increase, this task becomes challenging. In particular, depending on the available observations and the mathematical structure of the models, some parameters cannot be estimated, that is, they are not identifiable. This work focused on analyzing the identifiability of parameters in foam displacement models during two-phase flow in porous media, with particular interest in calibrating relative permeability and foam parameters. It is shown how the likelihood profiling technique can help analyze the parameters' identifiability in three different scenarios. The first scenario considers the availability of two experiments, foam quality scan and steady state, while the second scenario studies calibration using only foam quality scan. All parameters were successfully estimated in the first scenario. However, in the second scenario, the likelihood profiling technique found two unidentifiable parameters, the end point of relative gas permeability and the maximum reduction in gas mobility. In the third scenario, another way to adjust all the parameters is suggested using one more experiment of water and gas flow. The results suggest that the likelihood profiling technique is an important tool in the analysis of parameter identifiability.

Keywords: Relative Permeability. Foam Modeling. Identifiability Analysis.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Esquema do processo WAG. . . . .	17
Figura 2 – Representação da recuperação por injeção de gás e espuma em um reservatório. . . . .	18
Figura 3 – Representação de um meio poroso. . . . .	22
Figura 4 – Esquema das curvas de permeabilidade relativa de água e gás. . . . .	26
Figura 5 – Representação da forma típica da viscosidade aparente. . . . .	29
Figura 6 – Esquema simplificado da configuração de inundação usada neste estudo. . . . .	31
Figura 7 – Resultado do ajuste do parâmetro $k_{rw}^0$ . . . . .	35
Figura 8 – Resultado de dois ajustes dos parâmetros $k_{rw}^0$ e $\mu_w$ utilizando o algoritmo DE. . . . .	37
Figura 9 – Exemplo ilustrativo de gráficos de contorno de perfil de verossimilhança. . . . .	39
Figura 10 – Perfil de verossimilhança do parâmetro $k_{rw}^0$ . . . . .	39
Figura 11 – Gráfico de contorno da projeção da função objetivo nos planos de parâmetros. . . . .	40
Figura 12 – Perfil de verossimilhança dos parâmetros $k_{rw}^0$ e $\mu_w$ . . . . .	40
Figura 13 – Experimentos de varredura de core: curva de saturação e de viscosidade aparente. . . . .	43
Figura 14 – Experimento da varredura de $f_g$ no estado estacionário: curva de saturação e de viscosidade aparente. . . . .	44
Figura 15 – Fluxograma do cenário 1. . . . .	46
Figura 16 – Experimento de varredura com espuma: curva de saturação e de viscosidade aparente. . . . .	47
Figura 17 – Experimento de varredura com espuma: curva de saturação e de viscosidade aparente em estado estacionário. . . . .	47
Figura 18 – Fluxograma do cenário 2. . . . .	48
Figura 19 – Experimento de varredura: curva de saturação e de viscosidade aparente. . . . .	49
Figura 20 – Experimento de varredura: curva de saturação e de viscosidade aparente em estado estacionário. . . . .	50
Figura 21 – Fluxograma do cenário 3. . . . .	52
Figura 22 – Probabilidade de perfil para o conjunto de dados. . . . .	54
Figura 23 – Projeções par a par da função objetivo em planos de parâmetros. . . . .	54
Figura 24 – Probabilidade de perfil para o conjunto de dados. . . . .	55
Figura 25 – Projeções da função objetiva em planos de parâmetros de espuma dois por dois. . . . .	56
Figura 26 – Comparação entre dados experimentais e estimados de saturação e viscosidade aparente. . . . .	57
Figura 27 – Perfil de verossimilhança para os parâmetros $n_w$ e $k_{rw}^0$ . . . . .	57

Figura 28 – Perfil de verossimilhança para os parâmetros $n_g$ , $k_{rg}^0$ , $fmmob$ , $SF$ e $sfbet$ .	58
Figura 29 – Erro Relativo do ajuste do parâmetro $fmmob$ .	59
Figura 30 – Projeções da função objetivo nos planos de parâmetros dois a dois.	59
Figura 31 – Projeções da função objetivo nos planos de parâmetros dois a dois mantendo o valor real fixo.	60
Figura 32 – Projeções da função objetivo nos planos de parâmetros dois a dois mantendo o valor estimado fixo.	61
Figura 33 – Perfil de verossimilhança para o parâmetro $fmmob$ .	62

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Propriedades da amostra de core . . . . .	30
Tabela 2 – Parâmetros de permeabilidade relativa e deslocamento de espuma. . . . .	31
Tabela 3 – Resultado do ajuste dos parâmetros de permeabilidade relativa de Corey. . . . .	53
Tabela 4 – Resultado do ajuste dos parâmetros da espuma. . . . .	55
Tabela 5 – Resultado do ajuste dos parâmetros de permeabilidade relativa de Corey e de espuma. . . . .	56
Tabela 6 – Resultado do ajuste dos parâmetros de permeabilidade relativa de Corey e de espuma. . . . .	61
Tabela 7 – Resultado do reajuste de $k_{rg}^0$ e de $fmmob$ . . . . .	62

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

EOR	Recuperação avançada de petróleo - <i>Enhanced Oil Recovery</i>
WAG	Injeção alternada de água e gás - <i>Water Alternating Gas</i>
SAG	Injeção alternada de surfactante e gás - <i>Surfactant Alternating Gas</i>
BL	Buckley-Leverett
BPR	Reguladores de Contrapressão - <i>BackPressure Regulators</i>
LQR	Regimes de Baixa Qualidade - <i>Low Quality Regimes</i>
HQR	Regimes de Alta Qualidade - <i>High Quality Regimes</i>
EDP	Equação Diferencial Parcial
CFL	Courant-Friedrichs-Lewy
DE	Evolução Diferencial - <i>Differential Evolution</i>

## LISTA DE SÍMBOLOS

$\phi$	Porosidade
$V_p$	Volume poroso
$V_t$	Volume total
$\alpha, w, g$	Subíndices das fases $\alpha$ , água e gás
$S_\alpha, S_w, S_g$	Saturação das fases
$k$	Permeabilidade
$k_\alpha$	Permeabilidade efetiva da fase
$k_{r\alpha}, k_{rw}, k_{rg}$	Permeabilidade relativa da fase
$\mu_\alpha$	Viscosidade da fase
$\lambda_\alpha$	Mobilidade da fase
$\lambda_{r\alpha}$	Mobilidade relativa da fase
$\lambda_t$	Mobilidade total
$Q$	Vazão do fluido
$A$	Área
$p_1, p_2$	Potenciais
$h$	Comprimento
$a$	Constante de proporcionalidade
$u$	Velocidade de Darcy
$k(x)$	Tensor de permeabilidade
$\nabla p$	Gradiente de pressão
$f$	Fluxo volumétrico
$\nu$	Quantidade
$m_\alpha$	Massa da fase
$\rho_\alpha$	Massa específica da fase
$V$	Volume da região
$f_w$	Função de fluxo fracionário
$k_{rw}^0, k_{rg}^0$	Permeabilidade finais para as fases
$S_{wc}$	Saturação de água conata
$S_{gr}$	Saturação de gás residual
$n_w, n_g$	Expoente de Corey para as fases
$MRF$	Fator de redução de mobilidade
$\mu_{app}$	Viscosidade aparente
$fmmob, SF, sfbet$	Parâmetros de espuma

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO . . . . .</b>	<b>16</b>
1.1	TRABALHOS RELACIONADOS . . . . .	19
1.2	OBJETIVOS . . . . .	20
<b>1.2.1</b>	Objetivos Gerais . . . . .	20
<b>1.2.2</b>	Objetivos Específicos . . . . .	20
1.3	CONTRIBUIÇÕES DESTE TRABALHO . . . . .	20
1.4	ORGANIZAÇÃO DO TEXTO . . . . .	21
<b>2</b>	<b>MODELOS MATEMÁTICOS PARA O FLUXO DE ESPUMA</b>	<b>22</b>
2.1	CONCEITOS DE MEIOS POROSOS . . . . .	22
2.2	LEI DA CONSERVAÇÃO . . . . .	24
2.3	EQUAÇÃO DE BUCKLEY-LEVERETT . . . . .	25
2.4	MODELOS DE PERMEABILIDADES RELATIVAS . . . . .	25
2.5	MODELO DE ESPUMA . . . . .	26
<b>2.5.1</b>	Experimento de Varredura de Qualidade de Espuma . . . . .	28
2.6	EXPRESSÃO PARA SATURAÇÃO DE ÁGUA E FATOR DE REDUÇÃO DE MOBILIDADE . . . . .	28
2.7	CONJUNTO DE DADOS . . . . .	29
<b>2.7.1</b>	Solução Numérica . . . . .	31
<b>3</b>	<b>ESTIMAÇÃO DE PARÂMETROS E ANÁLISE DE IDENTIFICABILIDADE . . . . .</b>	<b>33</b>
3.1	ESTIMAÇÃO DE PARÂMETROS . . . . .	33
<b>3.1.1</b>	Mínimos quadrados não lineares . . . . .	33
3.2	IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL . . . . .	33
<b>3.2.1</b>	Método de Evolução Diferencial . . . . .	34
3.3	EXEMPLOS DE ESTIMAÇÃO DE PARÂMETROS . . . . .	34
<b>3.3.1</b>	Exemplo 1: ajuste do parâmetro $k_{rw}^0$ . . . . .	35
<b>3.3.2</b>	Exemplo 2: problema de identificabilidade com os parâmetros $k_{rw}^0$ e $\mu_w$ . . . . .	36
3.4	ANÁLISE DE IDENTIFICABILIDADE DE PARÂMETROS . . . . .	36
<b>3.4.1</b>	Exemplo 1: identificabilidade na estimação do parâmetro $k_{rw}^0$ . . . . .	38
<b>3.4.2</b>	Exemplo 2: identificabilidade na estimação dos parâmetros $k_{rw}^0$ e $\mu_w$ . . . . .	39
<b>4</b>	<b>CENÁRIOS EXPERIMENTAIS PARA ESTIMATIVA DE PARÂMETROS . . . . .</b>	<b>42</b>
4.1	EXPERIMENTOS . . . . .	42
4.2	CENÁRIO 1 . . . . .	42
<b>4.2.1</b>	Método para o ajuste de parâmetros . . . . .	44
4.3	CENÁRIO 2 . . . . .	45
<b>4.3.1</b>	Método para o ajuste de parâmetros . . . . .	46

4.4	CENÁRIO 3 . . . . .	48
4.4.1	Método para o ajuste de parâmetros . . . . .	49
<b>5</b>	<b>RESULTADOS . . . . .</b>	<b>53</b>
5.1	CENÁRIO 1 . . . . .	53
5.1.1	Primeiro Experimento: Água e Gás . . . . .	53
5.1.2	Segundo Experimento: Espuma . . . . .	53
5.2	CENÁRIO 2 . . . . .	55
5.3	CENÁRIO 3 . . . . .	60
<b>6</b>	<b>CONCLUSÃO . . . . .</b>	<b>63</b>
6.1	LIMITAÇÕES E TRABALHOS FUTUROS . . . . .	64
6.2	TRABALHOS PUBLICADOS . . . . .	64
	<b>REFERÊNCIAS . . . . .</b>	<b>65</b>

## 1 INTRODUÇÃO

O petróleo é sem dúvidas um produto/mineral amplamente consumido e possui um papel fundamental no mundo. Entretanto, extrair esse mineral é uma tarefa complexa que exige muitos estudos. Tal extração é definida como o processo pelo qual o petróleo utilizável é extraído e removido do subsolo. Esse processo, quando feito através da utilização de métodos convencionais não tem um bom rendimento, recuperando apenas cerca de 15 a 30% do volume original do óleo presente no reservatório [8]. Como o consumo do petróleo aumenta a cada dia, a indústria petrolífera vem se preocupando com a necessidade da implementação de métodos mais eficientes para a extração de petróleo em reservatórios naturais, de modo a obter maiores taxas de recuperação.

Existem três principais métodos de recuperação de petróleo [21]. A Recuperação primária está relacionada aos reservatórios que utilizam da energia natural disponível para produzir o petróleo para a superfície. A Recuperação Secundária consiste na injeção de água ou gás no reservatório através de um poço injetor, com o intuito de empurrar o petróleo para fora dos poros da rocha. Antigamente, os métodos aplicados após a fase de Recuperação Secundária eram chamados de métodos de Recuperação Terciária, mas este termo caiu em desuso. Hoje em dia, a literatura utiliza o termo Recuperação Avançada (EOR - *Enhanced Oil Recovery*), que consiste na utilização de métodos mais complexos, como por exemplo, a injeção de água quente e vapor [45, 44], injeção alternada de água e gás (WAG) [1] e a injeção de espuma [2, 38, 25, 47].

A técnica de injeção de gás é conhecida por melhorar a eficiência da varredura em reservatórios de petróleo, porém, devido à baixa viscosidade do gás, este pode migrar para o topo do reservatório, perdendo contato com o óleo. Para contornar esse problema, a água é frequentemente utilizada, uma vez que é imiscível com a fase gasosa e pode bloquear a passagem do gás em ciclos posteriores. A técnica de injeção alternada de água e gás (WAG) é amplamente utilizada na recuperação avançada de petróleo (EOR), combinando as vantagens dos métodos tradicionais de recuperação. Ao aplicar esses métodos simultaneamente, o WAG apresenta uma melhor recuperação em comparação com as técnicas isoladas [3].

Uma das principais dificuldades das técnicas de recuperação está na dinâmica de escoamento dos fluidos. Ao injetar um fluido no reservatório, como água ou gás, a permeabilidade heterogênea do meio poroso faz com que alguns caminhos sejam preferenciais ao escoamento dos fluidos com maior mobilidade, ocorrendo então o fenômeno de *fingering* (“dedos”). Este fenômeno é conhecido com esse nome pela frente se assemelhar com dedos que percorrem o reservatório.

A Figura 1 mostra como funciona o processo de WAG. Antes que ocorra a formação *fingering*, deve-se parar de injetar a água e iniciar a injeção de gás. Então, este processo

vai se repetindo por um número determinado de ciclos.

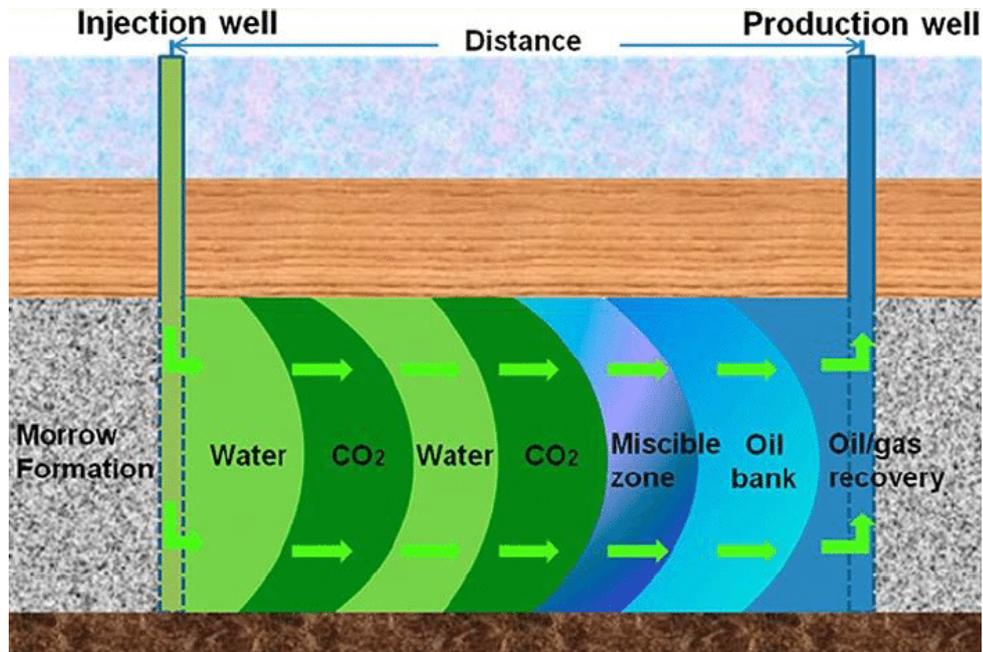


Figura 1 – Esquema do processo WAG.

Fonte: Dai et al. [11]

Embora a técnica WAG apresente uma melhor eficiência em comparação com as técnicas de injeção convencionais, ela é limitada pela alta mobilidade e baixa densidade do gás. Uma opção para superar essa limitação é a utilização da injeção de espuma, que é uma técnica mais recente e avançada para a recuperação de petróleo em reservatórios. Essa técnica consiste na injeção de soluções de surfactantes e gás no reservatório para formar espuma, que preenche as áreas vazias e aumenta a recuperação de petróleo. A utilização de espuma pode reduzir significativamente a mobilidade do gás e aumentar a viscosidade aparente da fase gasosa [29], o que melhora a eficiência da varredura e, conseqüentemente, a recuperação de petróleo. Essa estratégia é conhecida como injeção de espuma ou injeção alternada de surfactante e gás (*SAG*). É importante destacar que essa tecnologia ainda está em fase de maturação, ou seja, é uma técnica em constante aprimoramento. A Figura 2 mostra a eficiência da injeção de espuma, com ela o reservatório é varrido de forma mais uniforme do que com a injeção de gás.

Os modelos de simulação de reservatório de petróleo são importantes ferramentas para a indústria do petróleo, permitindo simular o comportamento do reservatório ao longo do tempo e avaliar diferentes estratégias de produção antes de aplicá-las no campo. Um exemplo de um modelo de simulação de reservatório de petróleo usado na indústria para modelar o comportamento de reservatórios de petróleo é o modelo STARS. Ele permite simular o fluxo de fluidos em reservatórios de petróleo e a interação com os poços produtores e injetores ao longo do tempo. O modelo STARS também inclui a caracterização da espuma como um dos aspectos importantes na modelagem de reservatórios de petróleo. Ao

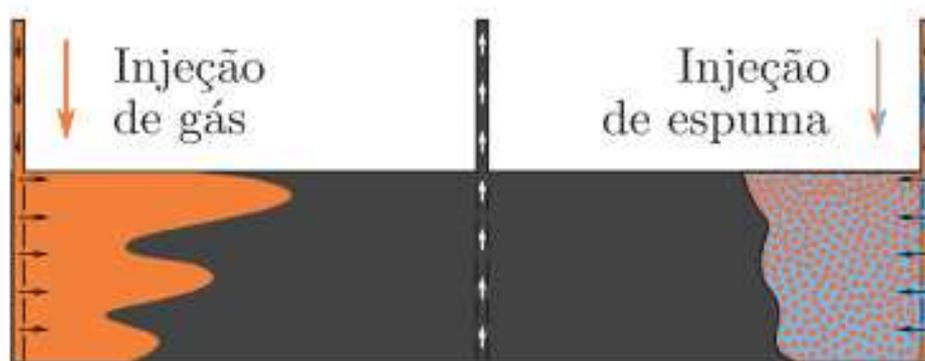


Figura 2 – Representação da recuperação por injeção de gás e espuma em um reservatório.  
**Fonte:** Cedro and Chapiro [7]

incorporar informações sobre as propriedades da espuma, como viscosidade, estabilidade e mobilidade, o modelo STARS pode simular de forma mais precisa o comportamento da espuma e seu impacto na produção de petróleo. Isso permite que os engenheiros avaliem diferentes estratégias de produção e otimizem a produção de petróleo de forma mais eficiente e econômica.

A utilização de modelos de permeabilidade relativa é outro aspecto importante na modelagem de reservatórios de petróleo e pode ser incorporado, por exemplo, no modelo STARS. A permeabilidade relativa é a medida da capacidade do fluido de se mover através do meio poroso do reservatório, em relação à permeabilidade absoluta desse meio. Isso é importante porque os fluidos no reservatório não se movem separadamente, mas sim em conjunto, e a permeabilidade relativa permite que o modelo simule o comportamento dos fluidos em conjunto, levando em conta a interação entre eles.

Modelos bifásicos consideram a presença de duas fases em um reservatório de petróleo: a fase líquida e a fase gasosa, que são tipicamente consideradas imiscíveis [22]. O ajuste desses modelos é importante porque permite calcular e prever a quantidade de óleo produzido ao longo do tempo, a partir de um conjunto de dados de produção e propriedades do reservatório. A análise de identificabilidade é uma técnica usada para verificar se os parâmetros de um modelo podem ser estimados de maneira única e precisa a partir de dados experimentais [14]. Essa análise é importante para garantir que os modelos utilizados na simulação de reservatórios de petróleo sejam confiáveis e que os resultados obtidos sejam precisos.

A verossimilhança é uma medida de quão bem os dados experimentais se ajustam ao modelo utilizado na simulação de reservatórios de petróleo. A análise de identificabilidade utilizando verossimilhança consiste em avaliar se diferentes combinações de parâmetros produzem resultados semelhantes em termos de ajuste aos dados experimentais [34]. Se diferentes combinações de parâmetros produzirem resultados semelhantes, então o modelo pode ser considerado não identificável para prever a produção futura de petróleo. Em

outras palavras, isso significa que existem várias combinações de valores de parâmetros que podem ser usados para ajustar o modelo aos dados observados, mas essas combinações produzem previsões muito semelhantes ou idênticas para a produção futura de petróleo. Nesses casos, o modelo pode ser considerado limitado ou pouco informativo para prever o comportamento futuro do sistema estudado.

A análise de identificabilidade utilizando verossimilhança pode ser aplicada ao modelo bifásico de simulação de reservatório de petróleo, ajudando a determinar se os parâmetros do modelo podem ser estimados com precisão a partir de dados experimentais. Essa análise permite que os engenheiros de reservatório otimizem a produção de petróleo e minimizem os custos operacionais, garantindo a viabilidade dos projetos de produção de petróleo.

O objetivo deste trabalho é examinar a capacidade de identificação dos parâmetros em modelos que descrevem o deslocamento de espuma em meios porosos durante o escoamento bifásico. Esse estudo se concentra principalmente na calibração dos parâmetros de permeabilidade relativa e deslocamento de espuma.

## 1.1 TRABALHOS RELACIONADOS

A simulação numérica de fluxo em reservatórios de petróleo requer o ajuste cuidadoso dos parâmetros de permeabilidade relativa e do modelo de deslocamento de espuma. Esses ajustes são cruciais para garantir a precisão das simulações e torná-las mais próximas dos dados observados. A permeabilidade relativa é uma propriedade fundamental que descreve como os fluidos se movem no reservatório, enquanto a espuma é uma técnica usada para melhorar a recuperação de petróleo.

Para melhorar a eficiência e precisão da simulação de reservatórios de petróleo, muitos estudos têm sido realizados para desenvolver métodos eficazes de ajuste de parâmetros de permeabilidade relativa e de deslocamento de espuma. No entanto, é importante ressaltar que essa área de pesquisa é relativamente nova e em desenvolvimento, e, portanto, existem poucos trabalhos relacionados disponíveis.

Um dos desafios associados à determinação dos parâmetros de permeabilidade relativa é a não unicidade e incerteza na quantificação de medições, como demonstrado no estudo de Berg et al. [5]. Esse estudo apresenta uma análise de incerteza para avaliar a confiabilidade dos resultados da modelagem inversa e quantificar as incertezas associadas aos parâmetros de permeabilidade relativa estimados, contribuindo para aprimorar a compreensão dos desafios envolvidos nesse processo.

O ajuste preciso de curvas de permeabilidade relativa é fundamental para melhorar a previsão da produção em reservatórios de petróleo, como demonstrado no estudo de Eydinov et al. [15]. Esse artigo propõe um método para ajustar as curvas de permeabilidade

relativa a partir de dados históricos de produção e estimar os campos de porosidade e permeabilidade. Os resultados mostraram que o método é capaz de estimar com precisão esses parâmetros e fornecer previsões de produção precisas para o reservatório estudado.

O estudo de Valdez et al. [39] aborda a avaliação de incertezas e identificabilidade de modelos de deslocamento de espuma em reservatórios de petróleo. Os autores realizaram uma análise de identificabilidade e incerteza dos parâmetros do modelo de deslocamento de espuma em um reservatório de petróleo, destacando a importância de considerar esses fatores para garantir a precisão das previsões e a tomada de decisões na recuperação melhorada de petróleo.

Em resumo, os estudos apresentados enfatizam a importância de ajustar com precisão os parâmetros de permeabilidade relativa e deslocamento de espuma para melhorar a precisão das simulações e previsões em reservatórios de petróleo. Além disso, eles destacam a necessidade de considerar a incerteza e identificabilidade dos parâmetros para garantir a confiabilidade das previsões e a tomada de decisões.

## 1.2 OBJETIVOS

### 1.2.1 Objetivos Gerais

O presente trabalho tem como objetivo geral o ajuste e a análise de identificabilidade dos parâmetros de permeabilidade relativa e de deslocamento de espuma para modelos bifásicos em meios porosos.

### 1.2.2 Objetivos Específicos

Como objetivos específicos deste trabalho, podem ser citados:

- Realizar o ajuste dos parâmetros de permeabilidade relativa de Corey;
- Realizar o ajuste dos parâmetros do modelo STARS;
- Analisar a identificabilidade dos parâmetros do modelo de permeabilidade relativa e de deslocamento de espuma via técnica de verossimilhança em dois diferentes cenários experimentais propostos na literatura.
- Propor uma nova série de experimentos para calibração de parâmetros de modelos de permeabilidade relativa e espuma.

## 1.3 CONTRIBUIÇÕES DESTE TRABALHO

Este trabalho aborda um tema crucial, o de ajuste de parâmetros de modelos matemáticos para recuperação avançada de óleo baseada em injeção de água e gás e injeção

de espuma. Em particular, será realizada a análise de identificabilidade dos parâmetros do modelo de permeabilidade relativa e de deslocamento de espuma em diferentes cenários discutidos na literatura. Neste trabalho, especificamente, são estudados 3 cenários, que abordam dois tipos de injeção: varredura de água e gás e varredura de espuma.

No primeiro cenário os dois tipos de varreduras são utilizados, um exemplo é descrito em Gassara et al. [18]. No primeiro experimento, foi realizada a injeção de água e gás, enquanto no segundo, a injeção de espuma. Os parâmetros de permeabilidade relativa foram ajustados com base no experimento de injeção de água e gás, enquanto os parâmetros de deslocamento de espuma foram calibrados com base no experimento de injeção de espuma. Neste cenário todos os parâmetros foram identificáveis.

Embora o primeiro cenário seja uma abordagem eficaz, ela pode ser bastante demorada e custosa em relação ao tempo. Por isso, para reduzir os custos, outros laboratórios optam por utilizar apenas o experimento de *foam-quality*, que permite o estudo das propriedades de espuma em diversas condições, um exemplo pode ser encontrado em um estudo realizado por Façanha et al. [16]. Assim, o segundo cenário emprega apenas a varredura de espuma para realizar o ajustes tanto dos parâmetros de permeabilidade relativa quanto os parâmetros de deslocamento de espuma. Neste cenário foi observada uma não identificabilidade em dois parâmetros.

Busca-se uma abordagem que seja menos custosa em termos de tempo e que não apresente problemas de não identificabilidade estrutural para a estimação dos parâmetros. Com esse objetivo, é proposto um terceiro cenário que consiste na realização de dois experimentos: injeção de água e gás e injeção de espuma. No entanto, no experimento de injeção de água e gás, é utilizado apenas um fluxo fracionário, o que resulta em uma redução do tempo necessário para a realização do experimento.

#### 1.4 ORGANIZAÇÃO DO TEXTO

Este trabalho segue organizado da seguinte maneira. O Capítulo 2 apresenta os conceitos fundamentais de escoamentos bifásicos em meios porosos e as relações matemáticas que descrevem os efeitos do deslocamento de espuma. No Capítulo 3 são apresentadas as técnicas de estimação de parâmetros e análise de identificabilidade. O Capítulo 4 apresenta os possíveis cenários experimentais que podem ser realizados e os procedimentos de estimação de parâmetros que podem ser conduzidos. O Capítulo 5 apresenta os resultados dos ajustes e análise de identificabilidade dos parâmetros. Por fim, o Capítulo 6 apresenta as considerações finais do trabalho, limitações e trabalhos futuros.

## 2 MODELOS MATEMÁTICOS PARA O FLUXO DE ESPUMA

Neste capítulo, serão apresentadas conceitos fundamentais de meios porosos e as relações matemáticas que descrevem os efeitos do deslocamento da espuma em meios porosos considerando o escoamento bifásico água-gás.

Todas as estimativas de parâmetros e análises de identificabilidade realizadas neste trabalho assumem as versões de equilíbrio estacionário das equações matemáticas, o que simplifica os experimentos computacionais.

### 2.1 CONCEITOS DE MEIOS POROSOS

Um meio poroso pode ser descrito como um domínio espacial ocupado parcialmente por uma matriz sólida, sendo o restante um espaço vazio que é ocupado por uma ou mais fases fluidas [4]. Para ser considerado meio poroso tanto a matriz sólida quanto os espaços vazios devem ser distribuídos, de maneira uniforme ou não, por todo o domínio. A Figura 3 mostra uma representação simplificada de um meio poroso.

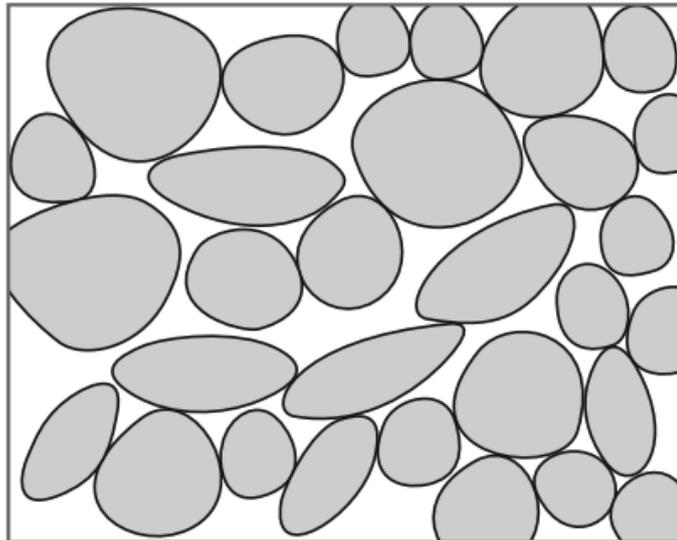


Figura 3 – Representação de um meio poroso. Figura adaptada de Bear [4].

A porosidade ( $\phi$ ) é uma propriedade macroscópica do meio poroso e depende da textura e estrutura do mesmo. Pode ser descrita como a fração volumétrica do espaço vazio existente na rocha, ou seja, é o volume disponível para o fluido. Ela é definida pela seguinte equação:

$$\phi = \frac{V_p}{V_t}, \quad (2.1)$$

onde  $V_p$  é o volume poroso, ou seja, é o volume total dos poros que pode ser preenchido pelo fluido,  $V_t$  é o volume total.

A saturação de uma fase  $\alpha$  é definida como a razão entre o volume  $V_\alpha$  ocupado por esta fase e o volume poroso, como mostra a seguinte equação:

$$S_\alpha = \frac{V_\alpha}{V_p}, \quad 0 \leq S_\alpha \leq 1, \quad \sum S_\alpha = 1. \quad (2.2)$$

A viscosidade ( $\mu$ ) de um fluido é a medida da resistência do fluido ao escoamento resultante da aplicação de um gradiente de pressão.

A permeabilidade está relacionada à capacidade do meio de permitir o escoamento de fluidos. A definição de permeabilidade é baseada no experimento de Darcy [12]. Através deste experimento foi obtida a lei empírica para o escoamento de fluidos em meios porosos.

Esta lei mostra que a vazão de um fluido incompressível escoando através de um meio poroso é proporcional à diferença de potencial e a área exposta ao fluido e inversamente proporcional ao comprimento, como mostra a seguinte equação:

$$Q = a \frac{A(p_2 - p_1)}{h}, \quad (2.3)$$

em que  $Q$  é a vazão do fluido,  $A$  é a área,  $p_2 - p_1$  é a diferença de potencial,  $a$  é a constante de proporcionalidade que depende do meio e do fluido e é definida como a razão entre a permeabilidade do meio ( $k$ ) e a viscosidade do fluido ( $\mu$ ), como mostra a equação:

$$a = \frac{k}{\mu}. \quad (2.4)$$

A equação (2.3) pode ser reescrita da seguinte forma:

$$u = \frac{Q}{A} = \frac{k}{\mu} \left( \frac{p_2 - p_1}{h} \right), \quad (2.5)$$

em que  $u$  é a velocidade de Darcy. Escrevendo a equação (2.3) na forma diferencial temos:

$$u = -\frac{k}{\mu} \nabla p, \quad (2.6)$$

em que  $k(S_w)$  é o tensor de permeabilidade,  $\mu$  é a viscosidade do fluido e  $\nabla p$  é o gradiente de pressão. As componentes  $k_{ij}$  do tensor de permeabilidade podem ser entendidas como a facilidade com que uma porção de fluido se desloca na direção  $i$  devido a um gradiente de pressão na direção  $j$ .

A adaptação da lei de Darcy para o fluxo bifásico inclui a introdução de termos adicionais na equação que levam em conta a presença de duas fases no fluxo. Essa adaptação é necessária para descrever com precisão o fluxo em meios porosos onde duas fases (como água e gás) estão presentes e interagem entre si. A adaptação de [31] permite estender a lei de Darcy para o fluxo bifásico:

$$u_\alpha = -\frac{k_{r\alpha}(S_w)}{\mu_\alpha} \nabla p_\alpha, \quad (2.7)$$

em que  $k_{r\alpha}(S_w)$ ,  $p_\alpha$  e  $\mu_\alpha$  são a permeabilidade relativa, pressão e viscosidade para a fase  $\alpha$ , respectivamente.

A permeabilidade efetiva ( $k_\alpha$ ) é definida como a capacidade de escoamento da fase  $\alpha$  no meio em presença de outras fases, já a permeabilidade relativa ( $k_{r\alpha}$ ) da fase  $\alpha$  é definida como:

$$k_{r\alpha} = \frac{k_\alpha}{k}. \quad (2.8)$$

Existem modelos simplificados de permeabilidade relativa como uma função da saturação, como por exemplo, tipo Corey [10] e tipo LET [28].

A mobilidade ( $\lambda_\alpha$ ) da fase  $\alpha$  é a capacidade de deslocamento no meio e ela é definida pela relação entre a sua permeabilidade efetiva e a sua viscosidade:

$$\lambda_\alpha = \frac{k_\alpha}{\mu_\alpha}. \quad (2.9)$$

Assim como a permeabilidade efetiva, a mobilidade também depende da saturação. A mobilidade relativa ( $\lambda_{r\alpha}$ ) e a total ( $\lambda_t$ ) são definidas da seguinte forma:

$$\lambda_{r\alpha} = \frac{k_{r\alpha}}{\mu_\alpha}, \quad \lambda_t = \sum \lambda_\alpha. \quad (2.10)$$

## 2.2 LEI DA CONSERVAÇÃO

O exemplo mais simples de uma lei de conservação unidimensional é a equação diferencial parcial (EDP) que descreve o comportamento de uma determinada quantidade [27].

A lei da conservação de uma quantidade  $\nu$  é definida na forma diferencial como:

$$\frac{\partial \nu}{\partial t} + \nabla \cdot f(\nu) = 0, \quad (2.11)$$

onde  $f$  é o fluxo volumétrico de  $\nu$  por unidade de área.

Para o problema de escoamento em meios porosos é possível escrever a lei de conservação em função das saturações das fases. Além disso, como neste trabalho são considerados fluidos imiscíveis, para os quais não há transferência de massa entre as fases, a massa das fases é dada por:

$$m_\alpha = \rho_\alpha(V\phi S_\alpha), \quad (2.12)$$

onde  $m_\alpha$  e  $\rho_\alpha$  são a massa e a massa específica da fase  $\alpha$ , respectivamente,  $V$  é o volume da região,  $\phi$  é a porosidade e  $S_\alpha$  é a saturação da fase  $\alpha$ .

Escrevendo a equação (2.11) para fase  $\alpha$ , onde  $\nu = m_\alpha$  e  $f(\nu) = \rho_\alpha v_\alpha$ :

$$\frac{\partial(\rho_\alpha \phi S_\alpha)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_\alpha v_\alpha) = 0, \quad (2.13)$$

$v_\alpha$  é a velocidade de Darcy da fase  $\alpha$ .

### 2.3 EQUAÇÃO DE BUCKLEY-LEVERETT

O deslocamento bifásico em um reservatório de petróleo pode ser aproximado com o modelo de Buckley-Leverett (BL) [6]. Este modelo assume que: o fluxo é unidimensional, o meio poroso é homogêneo e está totalmente saturado com fluidos imiscíveis e incompressíveis. A interface entre os fluidos permanece quimicamente inativa, o escoamento é horizontal e os efeitos capilares são desprezados. Segundo Bear [4] o transporte bifásico em um meio poroso usando o modelo BL pode ser descrito por:

$$\frac{\partial S_w}{\partial t} + \frac{v}{\phi} \frac{\partial}{\partial x}(f_w) = 0, \quad (2.14)$$

onde  $v$  é a velocidade superficial do fluido,  $\phi$  é a porosidade,  $S_w = (x, t)$  representa a saturação de água e  $f_w$  expressa a função de fluxo fracionário.

A função de fluxo fracionário é definida como:

$$f_w = \frac{\lambda_w}{\lambda_t}, \quad (2.15)$$

sendo que

$$\lambda_w = \frac{k_{rw}(S_w)}{\mu_w}, \quad (2.16)$$

$$\lambda_g = \frac{k_{rg}(S_w)}{\mu_g}, \quad (2.17)$$

$$\lambda_t = \lambda_w + \lambda_g = \frac{k_{rw}(S_w)}{\mu_w} + \frac{k_{rg}(S_w)}{\mu_g}, \quad (2.18)$$

onde  $\lambda_w$  é a mobilidade da água,  $\lambda_g$  é a mobilidade do gás,  $\lambda_t$  é a mobilidade total,  $k_{rw}$  é a permeabilidade relativa da água,  $k_{rg}$  é a permeabilidade relativa do gás,  $\mu_w$  e  $\mu_g$  são, respectivamente, a viscosidade da água e do gás.

### 2.4 MODELOS DE PERMEABILIDADES RELATIVAS

Para modelos matemáticos de escoamento bifásico, a descrição de modelos de permeabilidade relativa é um conceito fundamental sobre o qual se baseiam muitas outras relações. Neste trabalho, as permeabilidades relativas foram descritas pelo famoso modelo Corey [10].

Para o caso de escoamento bifásico água-gás, as permeabilidades relativas do modelo de Corey são dadas por:

$$k_{rw} = k_{rw}^0 \left( \frac{S_w - S_{wc}}{1 - S_{wc} - S_{gr}} \right)^{n_w}, \quad (2.19)$$

$$k_{rg} = k_{rg}^0 \left( 1 - \frac{S_w - S_{wc}}{1 - S_{wc} - S_{gr}} \right)^{n_g}, \quad (2.20)$$

onde  $n_w$  e  $n_g$  são os expoentes de Corey para água e gás, respectivamente,  $k_{rw}^0$  e  $k_{rg}^0$  são as permeabilidades finais para água e gás, respectivamente,  $S_{wc}$  é a saturação de água conata

e  $S_{gr}$  é a saturação de gás residual. Neste trabalho foram considerados  $n_w$ ,  $k_{rw}^0$ ,  $n_g$  e  $k_{rg}^0$  como parâmetros de ajuste.

A Figura 4 ilustra as curvas de permeabilidade relativa de água e gás. A saturação de água conata ( $S_{wc}$ ) indica a saturação de água abaixo da qual a água não é móvel devido às forças capilares. A permeabilidade relativa da água em saturações de água abaixo de  $S_{wc}$  é zero. Já saturação de gás residual  $S_{gr}$  indica a saturação de gás abaixo da qual o gás é imóvel, ou seja, sua permeabilidade relativa é zero.

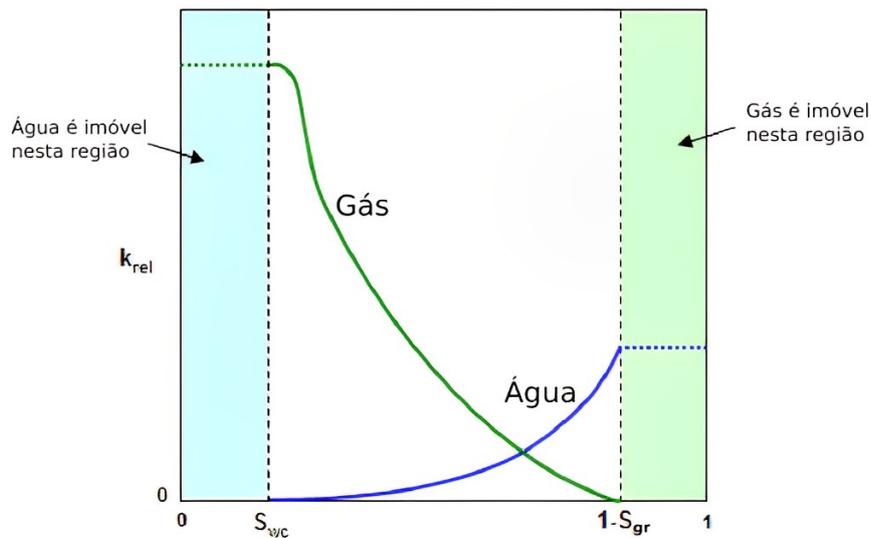


Figura 4 – Esquema das curvas de permeabilidade relativa de água e gás. Figura adaptada de Harmony [20].

## 2.5 MODELO DE ESPUMA

Diferentes abordagens têm sido usadas até agora para modelar os efeitos do fluxo de espuma em meios porosos. A abordagem de equilíbrio populacional baseada em equações diferenciais parciais e a abordagem de textura implícita são as mais utilizadas na literatura [19, 13, 46, 23, 26]. *Softwares* comerciais de simulação de reservatórios, como o CMG-STARS [9], geralmente adotam a abordagem de textura implícita onde os efeitos da espuma são simplificados e incorporados por meio de relações algébricas.

O modelo matemático CMG-STARS foi utilizado para modelar o escoamento bifásico na presença de espuma. Uma característica importante deste modelo é a distinção entre dois regimes de escoamento em estado estacionário: regimes de baixa qualidade (LQR) e de alta qualidade (HQR). Neste modelo, os efeitos da espuma são modelados usando um termo de fator de redução de mobilidade ( $MRF$ ), que pode incluir efeitos de concentração de surfactante, saturações de água e óleo, comportamento reológico da

espuma e outros efeitos. Este termo é incluído na equação da viscosidade aparente para levar em conta que a mobilidade da fase gasosa é afetada pela espuma.

A permeabilidade relativa da fase gasosa na presença de espuma é definida como:

$$k_{rg}^f = \frac{k_{rg}}{MRF}, \quad (2.21)$$

onde  $MRF$  é o fator de redução da mobilidade.

A mobilidade total ( $\lambda_t$ ) é definida como  $\lambda_t = \lambda_w + \lambda_g$ , onde  $\lambda_w$  e  $\lambda_g$  representam, respectivamente, a mobilidade da água e do gás. Então, a viscosidade aparente pode ser definida como o inverso da mobilidade relativa total como:

$$\mu_{app} = \lambda_T^{-1} = \left( \lambda_w + \frac{\lambda_g}{MRF} \right)^{-1}, \quad (2.22)$$

O fator de redução de mobilidade  $MRF$  é dado por:

$$MRF = 1 + fmmob \prod_i F_i, \quad (2.23)$$

onde  $fmmob$  descreve a redução máxima na mobilidade do gás, e os termos  $F_i$  podem ser usados para incluir os diferentes efeitos no modelo CMG-STARS. A seguir, os termos  $F_2$ ,  $F_3$  e  $F_4$  que descrevem os efeitos da saturação de água, óleo e os efeitos não-newtonianos são descritos.

O termo  $F_2$  descreve os efeitos da saturação de água na espuma, e é dado por:

$$F_2 = 0.5 + \frac{1}{\pi} \arctan(sfbet(S_w - SF)), \quad (2.24)$$

onde  $SF$  é a saturação crítica de água em torno da qual a espuma colapsa, e  $sfbet$  representa a transição entre os regimes de espuma de alta e baixa qualidade.

O termo  $F_3$  descreve os efeitos da saturação do óleo, é dado por:

$$F_3 = \left( \frac{fmoil - S_o}{fmoil - floil} \right)^{epoil}, \quad (2.25)$$

onde  $fmoil$ ,  $floil \in [0, 1]$  são a saturação de óleo crítica e os valores de saturação de óleo mais baixos, respectivamente.

Já o termo  $F_4$  representa os efeitos não-newtonianos, e é dado por:

$$F_4 = \begin{cases} \left( \frac{fmcap}{N_{ca}} \right)^{epcap}, & \text{se } N_{ca} \geq fmcap, \\ 1 & \text{se } N_{ca} < fmcap. \end{cases}$$

O valor de  $epcap$  caracteriza a reologia da espuma como newtoniana ou não-newtoniana, e  $fmcap$  define o menor número capilar ( $N_{ca}$ ) que se espera encontrar pela espuma na simulação. O número capilar é avaliado usando:

$$N_{ca} = \frac{\mu_{app} u}{\sigma}, \quad (2.26)$$

onde  $u$  e  $\sigma$  são a velocidade de Darcy e a tensão superficial água-gás, respectivamente.

Para simplificar o estudo e considerando que os experimentos realizados não envolviam a presença de óleo ou variação de velocidade, apenas o termo  $F_2$ , que descreve os efeitos da saturação de água na espuma, foi utilizado no presente trabalho. Esse termo é responsável por descrever a influência da quantidade de água presente na espuma e sua interação com as propriedades da espuma, sendo importante para compreender o comportamento das espumas em diferentes condições. Logo, os parâmetros de espuma a serem incluídos no ajuste são:  $fmmob$ ,  $SF$  e  $sfbet$ .

### 2.5.1 Experimento de Varredura de Qualidade de Espuma

Os experimentos de varredura de qualidade de espuma são feitos com uma velocidade fixa e a qualidade da espuma é aumentada sistematicamente de 0 a 1. Esses experimentos apresentam dois regimes de fluxo dependendo da qualidade da espuma: os regimes de baixa qualidade (LQR) e de alta qualidade (HQR). Com uma velocidade superficial total  $u$  constante, o regime de alta qualidade é caracterizado por uma diminuição do gradiente de pressão com o aumento da qualidade da espuma. Em contraste, o regime de baixa qualidade é caracterizado por um gradiente de pressão aumentado com o aumento da qualidade da espuma. A transição entre esses regimes está relacionada à forma como a espuma colapsa. Esse é um termo utilizado para descrever a perda de estabilidade de uma espuma, levando à sua ruptura ou desintegração. Uma espuma é formada por bolhas de ar ou gás dispersas em um líquido e mantidas unidas por um filme fino de líquido, chamado de lamela. Quando ocorre o colapso da espuma, as lamelas que sustentam as bolhas se rompem, resultando no colapso da estrutura da espuma e na liberação das bolhas de ar ou gás que estavam contidas. Se a espuma colapsar abruptamente, a transição é acentuada e ocorre em uma única saturação de água (que corresponde à pressão capilar limite). No entanto, quando o colapso da espuma não é abrupto, a transição ocorre em uma faixa de saturação de água sobre a qual a espuma se torna mais grossa. Como a viscosidade aparente está relacionada ao gradiente de pressão, conforme descrito pela Equação 4.1, um gradiente de pressão maior implica em uma viscosidade aparente maior, que por sua vez atua para reduzir a mobilidade do gás.

Um exemplo da representação da forma típica da viscosidade aparente é mostrada na Figura 5, onde os pontos representam os dados experimentais e a linha contínua representa o modelo STARS com seus parâmetros ajustados aos dados do experimento.

## 2.6 EXPRESSÃO PARA SATURAÇÃO DE ÁGUA E FATOR DE REDUÇÃO DE MOBILIDADE

Para fins de estimativa de parâmetros, uma expressão explícita para a saturação de água  $S_w$  e para o fator de redução de mobilidade  $MRF$  pode ser derivada em termos

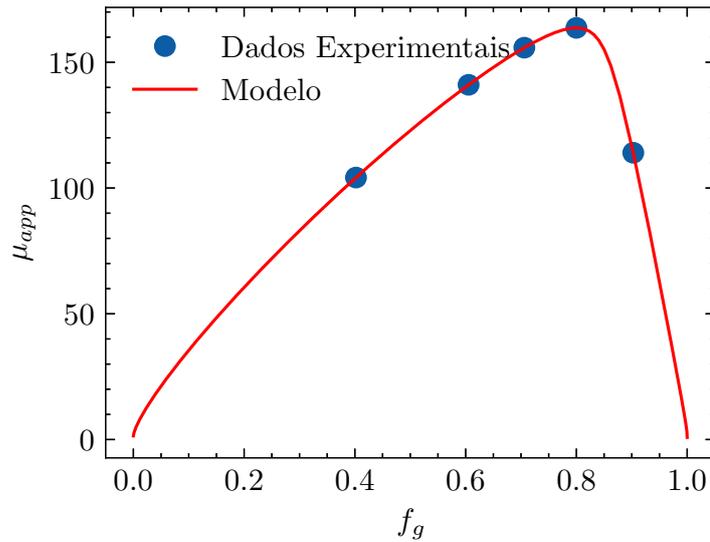


Figura 5 – Representação da forma típica da viscosidade aparente.

de dados experimentais de espuma em estado estacionário, como o par  $(f_g^{exp}, \mu_{app}^{exp})$ , onde  $f_g^{exp}$  é a qualidade da espuma experimental e  $\mu_{app}^{exp}$  é a viscosidade aparente da espuma.

Segundo Farajzadeh et al. [17], a relação para o cálculo da velocidade de Darcy da água é dada por:

$$u_w = (1 - f_g^{exp})u = \frac{k_{rw}k}{\mu_w}|\nabla P^{exp}|, \quad (2.27)$$

onde  $u_w$  é a velocidade de Darcy da água,  $\mu_w$  é a viscosidade da água,  $k$  é a permeabilidade absoluta e  $k_{rw}$  é a permeabilidade relativa da fase líquida. Combinando a equação do cálculo da viscosidade aparente experimental (Equação (4.1)) com a equação da velocidade de Darcy da água (Equação (2.27)), tem-se:

$$k_{rw} = \frac{(1 - f_g^{exp})\mu_w}{\mu_{app}^{exp}}. \quad (2.28)$$

Para se obter uma expressão para  $S_w$ , a permeabilidade relativa da água da Equação (2.28) e a equação do tipo Darcy para a velocidade da fase da água (Equação (2.27)) são igualadas e rearranjadas. Desta forma, obtém-se a seguinte expressão:

$$S_w = S_{wc} + (1 - S_{wc} - S_{gr}) \left( \frac{\mu_w(1 - f_g^{exp})}{k_{rw}^0 \mu_{app}^{exp}} \right)^{\frac{1}{n_w}}. \quad (2.29)$$

Da mesma forma, uma fórmula para obter  $MRF$  a partir de dados experimentais representados pelo par  $(f_g, \mu_{app})$  é apresentada em [40], a qual é dada por:

$$MRF^{exp} = \frac{\mu_{app}^{exp} k_{rg}(S_w)}{f_g^{exp} \mu_g}. \quad (2.30)$$

## 2.7 CONJUNTO DE DADOS

Neste trabalho, são usados dados sintéticos baseados no conjunto de dados experimentais de Pedroni and Nabzar [33] e Gassara et al. [18]. O experimento consiste no

deslocamento de espuma em um core de arenito Fontainebleau. A fase gasosa é composta por 80% de dióxido de carbono e 20% de metano e a fase aquosa de água do mar sintética dessulfatada (DSW), na qual um tensoativo de 5 g/L é dissolvido para gerar espuma. As condições de temperatura e pressão foram 60°C e 80 bar, respectivamente. A Tabela 1 mostra as propriedades do core usado durante o experimento.

Tabela 1 – Propriedades da amostra de core

Propriedades	Valores
Diâmetro [cm]	2.4
Comprimento [cm]	8.8
$\phi$ [%]	12
k [mD]	368

**Fonte:** Adaptado de [18].

A Figura 6 mostra a configuração de inundação de core usada por Pedroni and Nabzar [33]. O testemunho de afloramento descrito na Tabela 1 foi inserido em um porta-testemunho montado em um forno na posição vertical, com injeção na parte superior. A cabeça de injeção contém dois pontos de entrada (um para todas as fases líquidas e outro para gás) e um difusor em espiral no ponto de contato com a amostra de rocha. O gás foi injetado pela entrada do difusor que está em contrato com o centro do eixo axial da rocha, e a fase líquida injetada pela outra entrada do difusor a alguns milímetros de distância do eixo central da amostra. O sistema de injeção consiste em um par de bombas de pistão duplo controladas remotamente por um computador. Uma delas é dedicada à injeção de salmoura e solução de surfactante, enquanto o outro é usado para injetar a mistura de gases, que era carregada em uma célula de pistão colocada dentro do forno. Os valores de pressão diferencial foram medidos por três sistemas independentes para cobrir todas as faixas possíveis de  $\Delta P$ . Dois sistemas compreendiam transdutores de pressão diferencial conectados em cada extremidade do core. O terceiro sistema compreendia dois transdutores de pressão absoluta, cada um colocado em uma extremidade do core. A pressão dos poros foi controlada por dois reguladores de contrapressão (BPR) carregados em cúpula conectados em série e colocados dentro do forno para minimizar a interferência devido às oscilações de temperatura do laboratório. Uma bureta volumétrica conectada na saída dos BPR's funciona como separador de fases. Um medidor de gás acoplado à saída superior da bureta mede o fluxo de gás produzido.

A Tabela 2 contém os parâmetros de permeabilidade relativa e deslocamento de espuma obtidos a partir dos estudos de Pedroni and Nabzar [33] e Gassara et al. [18]. Esses parâmetros foram empregados para gerar dados sintéticos que permitiram a reprodução do experimento, utilizando o modelo matemático de Buckley-Leverett (BL).

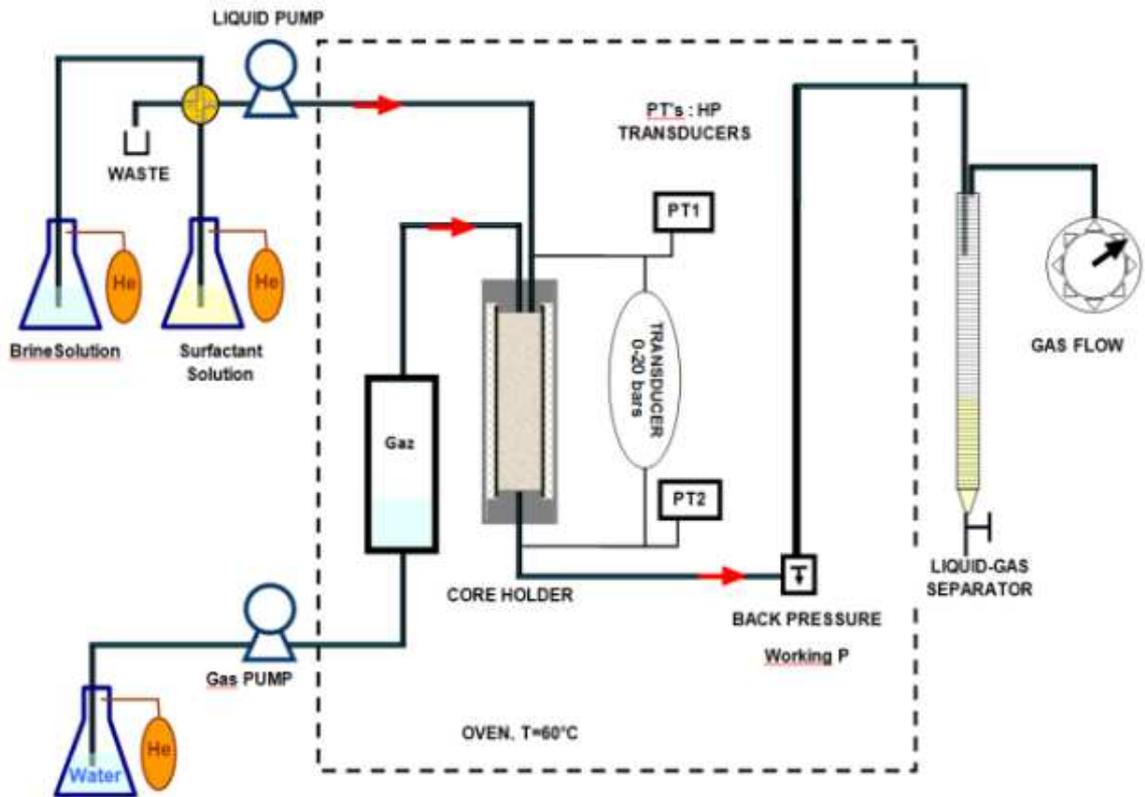


Figura 6 – Esquema simplificado da configuração de inundação usada neste estudo.

**Fonte:** Pedroni and Nabzar [33].

Tabela 2 – Parâmetros de permeabilidade relativa e deslocamento de espuma.

Parâmetros	Valores
$S_{wc}$	0.1
$S_{gr}$	0.2
$n_w$	4.20
$k_{rw}^0$	0.35
$n_g$	1.4
$k_{rg}^0$	0.6
$fmmob$	4341
$SF$	0.3409
$sfbet$	424

### 2.7.1 Solução Numérica

Neste trabalho o transporte bifásico em um meio poroso foi modelado utilizando o modelo Buckley-Leverett (descrito na Seção 2.3). Para a implementação deste modelo, utilizou-se a linguagem de programação Python [41], sendo a discretização do modelo realizada através do esquema numérico *Upwind* [37]. Esse método é explícito e progressivo no tempo, combinando os esquemas progressivo e regressivo no espaço. A discretização da Equação 2.14 resulta na seguinte expressão:

$$S_{w_i}^{n+1} = S_{w_i}^n - \frac{\Delta t v}{\phi \Delta x} (f_w(S_{w_i}^n) - f_w(S_{w_{i-1}}^n)), \quad (2.31)$$

onde  $\Delta t$  e  $\Delta x$  são, respectivamente, o passo no tempo e no espaço. Para o experimento computacional em questão, o valor utilizado para  $\Delta x$  foi de 0.001.

A condição CFL (Courant-Friedrichs-Lewy) é uma condição matemática que determina a estabilidade numérica de um esquema de diferenças finitas utilizado para resolver equações diferenciais parciais (EDPs) hiperbólicas. Em essência, a condição CFL estabelece um limite superior para o tamanho do passo de tempo em uma simulação numérica para garantir que a solução numérica seja estável e não divirja à medida que o tempo avança. O esquema numérico na Equação 2.31 é estável sob a condição CFL:

$$\Delta t \leq \frac{\Delta x \phi}{v \max(\frac{\partial f_w}{\partial S_w})}. \quad (2.32)$$

A condição inicial para o modelo de Buckley-Leverett é a distribuição inicial da saturação da fase líquida  $S_w(t = 0)$  ao longo do meio poroso. Neste trabalho, é assumido que a saturação inicial é uniforme, ou seja,  $S_w(t = 0) = S_{w_i}$ , onde  $S_{w_i}$  é a saturação inicial média da fase líquida. Como condição de contorno foi utilizada a condição de contorno de fluxo prescrito, também conhecida como condição de contorno de Neumann. Essa condição de contorno especifica a taxa de fluxo da fase líquida na fronteira da porção do meio poroso considerada pelo modelo.

### 3 ESTIMAÇÃO DE PARÂMETROS E ANÁLISE DE IDENTIFICABILIDADE

#### 3.1 ESTIMAÇÃO DE PARÂMETROS

Dado um conjunto de dados e um modelo matemático, umas das principais dificuldades é reproduzir os dados experimentais com o modelo matemático. Ou seja, encontrar o melhor conjunto de parâmetros que minimize a diferença entre o modelo e os dados. Logo, o procedimento utilizado para estimação de parâmetros baseia-se na formulação de um problema não linear de mínimos quadrados, que visa minimizar uma dada função objetivo.

##### 3.1.1 Mínimos quadrados não lineares

Suponha que existem  $N$  observações  $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_N, y_N)$ , onde cada  $x_i$  é um vetor de entrada e cada  $y_i$  é um valor observado correspondente. Um modelo matemático não linear  $f(x_i, \theta)$  descreve a relação entre os vetores de entrada  $x_i$  e um vetor de parâmetros desconhecidos  $\theta$  e produz um valor previsto  $y_i$ .

Para ajustar o modelo aos dados observados, o método de mínimos quadrados não lineares é utilizado. O objetivo é encontrar o vetor de parâmetros  $\theta$  que minimize a soma dos quadrados dos resíduos entre os valores observados e os valores previstos pelo modelo. A formulação do problema é:

$$\min_{\theta} f_{obj}(x) = \sum_{i=1}^N (y_i - f(x_i, \theta))^2, \quad (3.1)$$

onde  $\theta$  é o vetor de parâmetros desconhecidos do modelo que devem ser determinados.

Então, o objetivo é encontrar os valores de  $\theta$  que minimizam a função objetivo  $f_{obj}(x)$ , ou seja, aqueles que fornecem o melhor ajuste do modelo aos dados observados no sentido dos mínimos quadrados. Esse problema é geralmente resolvido por meio de um método iterativo, que começa com uma estimativa inicial dos valores dos parâmetros e os ajusta em cada iteração até que a convergência seja alcançada.

#### 3.2 IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL

Para realizar a estimação dos parâmetros dos modelos neste trabalho, o pacote `lmfit` [32] para Python [41], será utilizado. A biblioteca `lmfit` fornece uma interface de alto nível para otimização não linear e problemas de ajuste de curva e fornece interface para alguns métodos de otimização do `scipy.optimize` [42] e de outras bibliotecas.

Neste trabalho, em particular, será utilizado o método Evolução Diferencial (DE, do inglês *Differential Evolution*) para resolver o problema de mínimos quadrados através da implementação disponível no pacote `lmfit`.

### 3.2.1 Método de Evolução Diferencial

O método de Evolução Diferencial (DE) [36] é uma técnica de otimização baseada em um método iterativo que utiliza uma população de soluções candidatas para buscar a melhor solução possível.

Esse processo é feito de forma iterativa, e para o ajuste de curvas com o DE, as seguintes etapas são seguidas:

1. Definição da função objetivo: A função objetivo é definida como a soma dos erros quadráticos entre os valores observados e os valores previstos pela função candidata.
2. Definição da população inicial: A população inicial é composta por várias soluções candidatas geradas aleatoriamente.
3. Seleção de candidatos: Um vetor de parâmetros é selecionado aleatoriamente a partir da população.
4. Mutação: Uma nova solução é gerada a partir do vetor de parâmetros selecionado por meio da mutação, que consiste em perturbar o vetor de parâmetros candidato original por um fator de escala.
5. *Crossover*: A nova solução gerada pela mutação é combinada com o vetor de parâmetros candidato original por meio do *crossover*, que envolve a escolha aleatória de elementos de dois vetores para formar um novo vetor.
6. Avaliação: A função objetivo é calculada novamente para a nova solução gerada. Se o valor da função objetivo para a nova solução for menor do que para a solução anterior, a nova solução substitui a antiga.
7. Critério de parada: O processo de seleção, mutação e *crossover* é repetido até que um critério de parada seja atingido, que pode ser um número máximo de iterações, uma melhora mínima na função objetivo ou a obtenção de um valor mínimo para a função objetivo.

Ao final do processo, o vetor de parâmetros que apresentar o menor valor da função objetivo é escolhido como a melhor solução para o ajuste de curvas.

## 3.3 EXEMPLOS DE ESTIMAÇÃO DE PARÂMETROS

Nesta seção serão apresentados dois exemplos ilustrativos. Primeiro será mostrado o caso de um ajuste envolvendo um único parâmetro, que é o ponto de permeabilidade final para água denotado por  $k_{rw}^0$ . Depois, no segundo exemplo, será adicionado mais um parâmetro a ser estimado: a viscosidade da água ( $\mu_w$ ).

### 3.3.1 Exemplo 1: ajuste do parâmetro $k_{rw}^0$

Conhecendo os dados da saturação ( $S_w$ ) de um experimento qualquer, sabendo que ela é modelada pela seguinte equação:

$$S_w = S_{wc} + (1 - S_{wc} - S_{gr}) \left( \frac{\mu_w(1 - f_g^{exp})}{k_{rw}^0 \mu_{app}^{exp}} \right)^{\frac{1}{n_w}}, \quad (3.2)$$

e supondo conhecer todos os parâmetros deste modelo, com exceção de  $k_{rw}^0$ , deseja-se realizar o ajuste deste parâmetro. Para isto a diferença entre o modelo e os dados experimentais da saturação deve ser mínima.

A função objetivo a ser considerada neste exemplo é dada por:

$$\chi^2 = \sum_{k=1}^N \left( \frac{S_w^{exp} - S_{w,k}(k_{rw}^0)}{\max(S_w^{exp})} \right)^2, \quad (3.3)$$

onde  $N$  é o número de observações experimentais,  $S_w^{exp}$  é a saturação de água experimental e  $S_{w,k}(\theta)$  representa a avaliação do modelo, neste caso representado pela Equação (2.29). Neste estudo sintético, o valor verdadeiro de  $k_{rw}^0$  foi considerado como 0.35, o qual deve ser recuperado pelo procedimento de estimação de parâmetros usando o DE.

A Figura 7 mostra os dados experimentais (pontos azuis) e os dados obtidos pelo modelo ajustado (estrelas verdes). O ajuste conseguiu recuperar o valor original do parâmetro  $k_{rw}^0$ , ou seja, foi encontrado o valor de 0.35 para o mesmo. Logo, o ajuste foi bem-sucedido, como é possível observar na Figura 7, já que os dados estimados se aproximam dos dados experimentais.

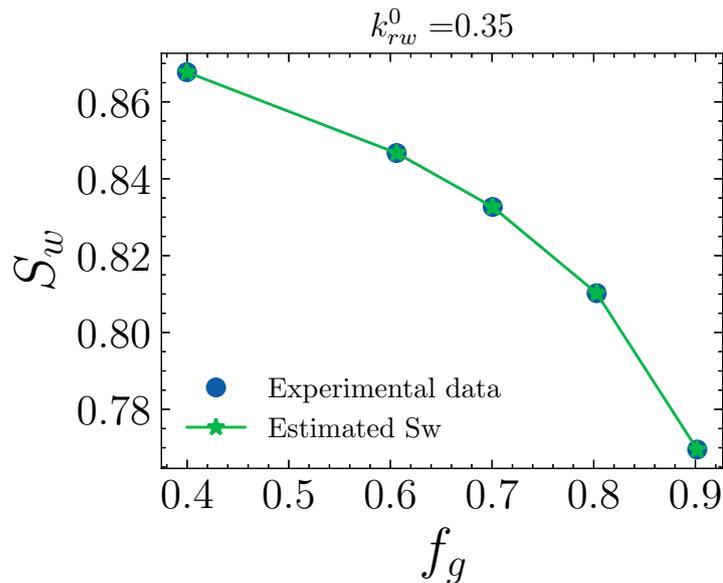


Figura 7 – Resultado do ajuste do parâmetro  $k_{rw}^0$ .

### 3.3.2 Exemplo 2: problema de identificabilidade com os parâmetros $k_{rw}^0$ e $\mu_w$

Supondo que se conhece os dados de saturação ( $S_w$ ) de um experimento, modelada pela equação (3.2), e que se tem acesso a todos os parâmetros deste modelo, exceto  $k_{rw}^0$  e  $\mu_w$ , deseja-se ajustar estes dois parâmetros usando o algoritmo DE. Os valores verdadeiros de  $k_{rw}^0$  e  $\mu_w$  são, respectivamente, 0.35 e 0.5, e eles serão usados como referência para a avaliação do ajuste.

A função objetivo utilizada neste caso é dada por:

$$\chi^2 = \sum_{k=1}^N \left( \frac{S_{w,k}^{exp} - S_{w,k}(k_{rw}^0, \mu_w)}{\max(S_w^{exp})} \right)^2, \quad (3.4)$$

onde neste caso  $S_{w,k}(k_{rw}^0, \mu_w)$  representa que o modelo (saturação da água) dado pela equação (3.2) depende só dos dois parâmetros ( $k_{rw}^0, \mu_w$ ) a serem estimados, enquanto os demais são considerados fixos.

Para este exemplo, foram executados dois ajustes. No primeiro ajuste os valores de  $k_{rw}^0$  e  $\mu_w$  estimados foram 0.62788 e 0.89698, respectivamente. No segundo ajuste os valores de  $k_{rw}^0$  e  $\mu_w$  estimados foram 0.43604 e 0.62291, respectivamente. Foram obtidos dois resultados diferentes. Isto ocorre porque a evolução diferencial é um método de otimização estocástico, o que significa que os resultados obtidos podem variar de uma execução para outra, mesmo que a mesma configuração para os limites dos parâmetros e condições iniciais sejam usadas. Além disso, a evolução diferencial pode ficar presa em mínimos locais, o que significa que o algoritmo convergiu para uma solução sub-ótima, em vez da solução global ótima.

Apesar de não ter sido possível recuperar os valores verdadeiros dos parâmetros, o ajuste da curva foi bem-sucedido. Na Figura 8 é possível ver que os dados estimados se aproximaram dos dados experimentais. Isso ocorre por causa do problema de identificação dos parâmetros, o qual será discutida na próxima subseção deste trabalho.

## 3.4 ANÁLISE DE IDENTIFICABILIDADE DE PARÂMETROS

A análise de identificabilidade é uma etapa importante na modelagem matemática e estatística. Ela consiste em avaliar se um conjunto de parâmetros desconhecidos de um modelo pode ser estimado de forma única e precisa a partir dos dados observados. Em outras palavras, a análise de identificabilidade verifica se os parâmetros são “identificáveis” a partir dos dados.

Quando um modelo não é identificável, isso significa que há múltiplas combinações de valores dos parâmetros que resultam nos mesmos resultados observados. Isso pode levar a dificuldades na estimativa dos parâmetros e na interpretação dos resultados do modelo. Por outro lado, um modelo identificável é aquele em que há apenas uma combinação de valores dos parâmetros que corresponde aos dados observados.

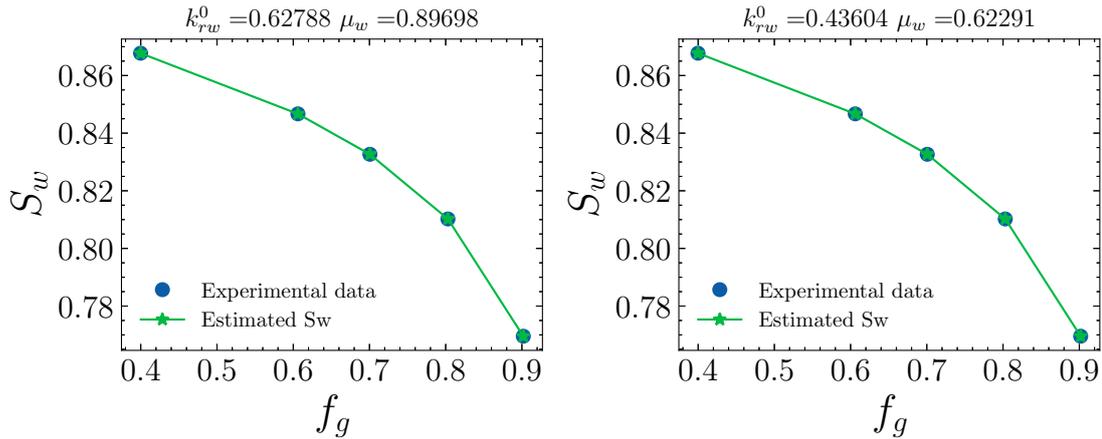


Figura 8 – Resultado de dois ajustes dos parâmetros  $k_{rw}^0$  e  $\mu_w$  utilizando o algoritmo DE. Os pontos azuis representam os dados experimentais e as estrelas verdes representam os dados ajustados.

A análise de identificabilidade de parâmetros categoriza os parâmetros do modelo em três grupos: (i) identificáveis, (ii) praticamente não identificáveis e (iii) estruturalmente não identificáveis, conforme detalhado em [34]. A não identificabilidade prática surge devido à qualidade dos dados observados, enquanto a não identificabilidade estrutural está relacionada à natureza intrínseca do modelo matemático. Modelos super parametrizados podem cair na categoria de não identificabilidade [24]. A identificação dos parâmetros durante o processo de estimação é crucial.

Existem várias técnicas para realizar a análise de identificabilidade, incluindo a análise de sensibilidade, a análise de componentes principais e a análise de perfil de verossimilhança. Neste trabalho será utilizado a análise do perfil de verossimilhança [34].

O perfil de verossimilhança é uma técnica utilizada na análise de modelos para avaliar a incerteza em torno dos parâmetros estimados [34]. Ela é usada para construir um intervalo de confiança para um parâmetro de interesse, quando outros parâmetros são desconhecidos.

Para qualquer parâmetro  $\theta_i$  do modelo, o perfil de verossimilhança associado é dado por:

$$\chi_{PL}^2(\theta_i) = \min [\chi^2(\boldsymbol{\theta})]_{\theta \setminus \{\theta_i\}}, \quad (3.5)$$

onde  $\chi_{PL}^2(\theta_i)$  representa os valores residuais após fixar o parâmetro  $\theta_i$  dentro de um intervalo especificado  $\theta_i \in [\min(\theta_i), \max(\theta_i)]$  e ajustando os parâmetros restantes do modelo  $\boldsymbol{\theta} \setminus \{\theta_i\}$ , e  $\chi^2(\boldsymbol{\theta})$  representa a função objetivo.

De maneira mais sucinta, o processo para construir o perfil de verossimilhança é definido nas seguintes etapas:

1. Primeiro, é escolhido o parâmetro de interesse  $\theta_i$  e um intervalo  $[\min(\theta_i), \max(\theta_i)]$ .
2. O valor do parâmetro é fixado em um valor específico  $\theta_i^*$  dentro do intervalo.

3. Então, com o parâmetro  $\theta_i$  fixo em  $\theta_i^*$ , os outros parâmetros são ajustados e é encontrado o valor mínimo da função resíduo  $\chi_{PL}^2(\theta_i^*)$ .
4. O passo 3 é repetido para diferentes valores de  $\theta_i$  no intervalo.
5. Por fim, a curva do perfil de verossimilhança, que é a curva dos valores residuais mínimos em função de  $\theta_i$ , é traçada.

Na representação gráfica de  $\chi_{PL}^2(\theta_i)$ , quando um parâmetro de modelo é identificável, a função de perfil de verossimilhança tem um único valor mínimo [24]. Parâmetros praticamente não identificáveis têm funções de verossimilhança que contêm mais de um valor mínimo ou a curvatura de seu perfil de verossimilhança é rasa.

O gráfico de contorno no plano de parâmetros e o perfil de verossimilhança são duas técnicas que podem ser utilizadas para analisar um modelo, sendo que o gráfico de contorno permite visualizar a relação entre dois parâmetros, enquanto o perfil de verossimilhança avalia o desempenho do modelo em relação a um único parâmetro identificável. A Figura 9 mostra estas duas técnicas. No gráfico (a1) é apresentado o contorno no plano de parâmetros identificáveis, enquanto no gráfico (a2) é exibido o perfil de verossimilhança de um parâmetro identificável. Já no gráfico (b1) é apresentado o contorno no plano de parâmetros estruturalmente não identificáveis, enquanto no gráfico (b2) é exibido o perfil de verossimilhança de um parâmetro estruturalmente não identificável. No gráfico (c1) é apresentado o contorno no plano de parâmetros praticamente não identificáveis, enquanto no gráfico (c2) é exibido o perfil de verossimilhança de um parâmetro praticamente não identificável.

Para parâmetros identificáveis o perfil de verossimilhança atinge um limite superior e um inferior, então o intervalo de confiança é finito. Para parâmetros estruturalmente não identificáveis é possível observar que o perfil de verossimilhança produz uma linha plana. Observando o gráfico de contorno (b1) é possível ver que forma um caminho plano, ao longo do qual  $\chi^2$  não muda. No gráfico de contorno de parâmetros praticamente não identificáveis (c1), é difícil observar padrões, já que a curva de contorno é ampla e plana. Isso significa que os valores dos parâmetros podem variar em uma ampla faixa sem afetar significativamente a função de verossimilhança. A não identificabilidade prática apresentada em (c1) é uma mistura da identificabilidade (a1) com a não identificabilidade estrutural (b1).

#### 3.4.1 Exemplo 1: identificabilidade na estimação do parâmetro $k_{rw}^0$

A fim de determinar o tipo de identificabilidade relacionado ao parâmetro estimado na Subseção 3.3.1, a Figura 10 apresenta o perfil de verossimilhança do parâmetro  $k_{rw}^0$ . É possível ver que o parâmetro  $k_{rw}^0$  possui um mínimo bem definido em seu perfil de verossimilhança, o que indica que ele é um parâmetro identificável.

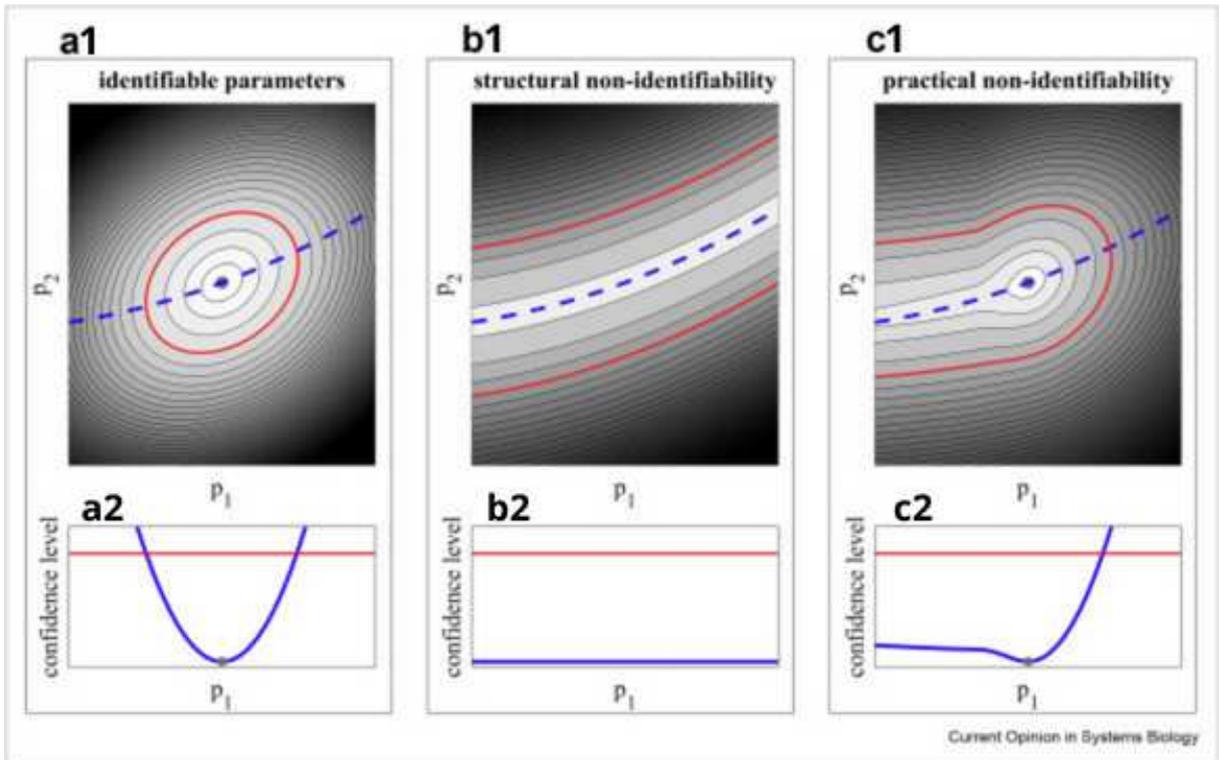


Figura 9 – Exemplo ilustrativo de gráficos de contorno de perfil de verossimilhança. (A) identificabilidade. (B) não identificabilidade estrutural. (C) não identificabilidade prática. Cores mais claras representam os menores valores de  $\chi^2$ . O menor valor é indicado pelo asterisco cinza. Os intervalos de confiança são mostrados em vermelho. As linhas azuis representam o perfil de verossimilhança.

**Fonte:** Adaptado de Wieland et al. [43].

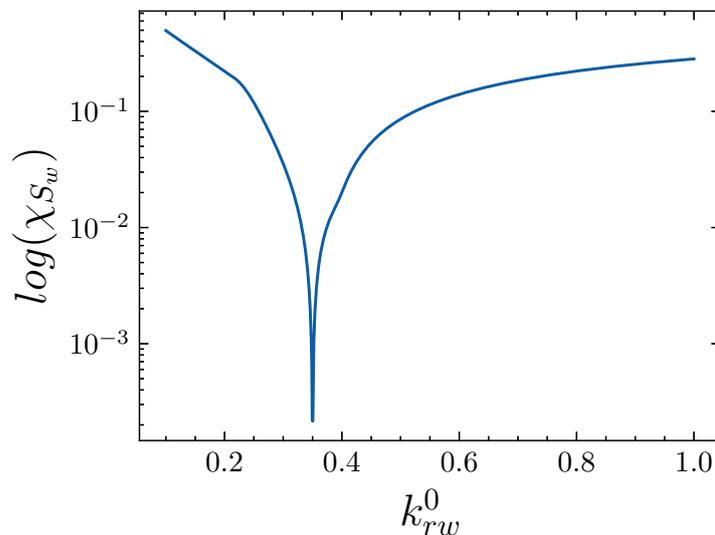


Figura 10 – Perfil de verossimilhança do parâmetro  $k_{rw}^0$ .

### 3.4.2 Exemplo 2: identificabilidade na estimação dos parâmetros $k_{rw}^0$ e $\mu_w$

Para analisar qual tipo de identificabilidade está associada aos parâmetros estimados na Subseção 3.3.2, a Figura 11 exhibe o gráfico de contorno da projeção da função objetivo

$\chi^2(\theta)$  dada pela Equação (3.4) nos planos de parâmetros. Já Figura 12 exibe o perfil de verossimilhança dos parâmetros  $k_{rw}^0$  e  $\mu_w$ . Pode-se observar, através destas duas figuras, que há um vale plano perfeito, assim como exibido na Figura 9 (b1 e b2). Ou seja, os parâmetros  $k_{rw}^0$  e  $\mu_w$  não são identificáveis.

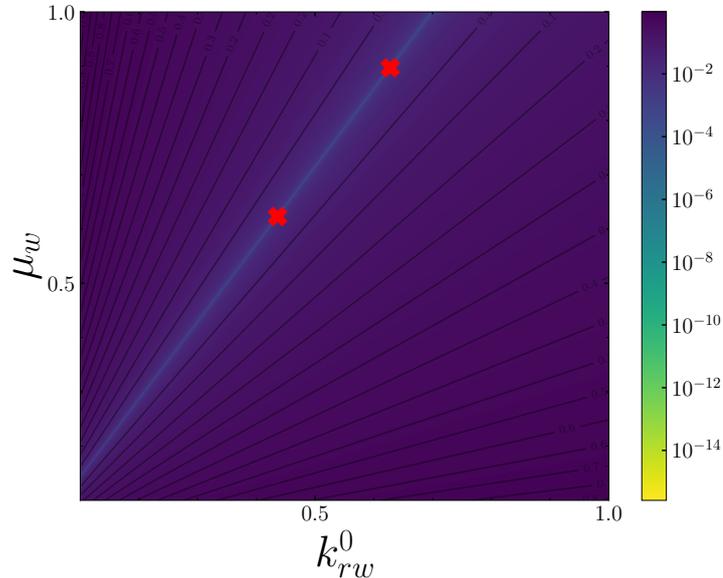


Figura 11 – Gráfico de contorno da projeção da função objetivo  $\chi^2(\theta)$  (Equação 3.4) nos planos de parâmetros. Os pontos marcados com “x” em vermelho representam os resultados dos dois ajustes feitos na Subseção 3.3.2.

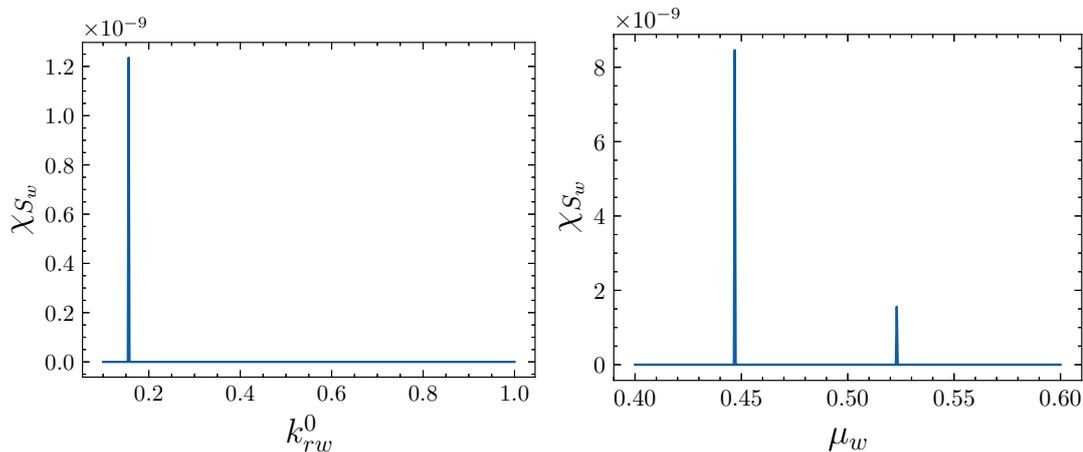


Figura 12 – Perfil de verossimilhança dos parâmetros  $k_{rw}^0$  e  $\mu_w$ .

Os parâmetros  $k_{rw}^0$  e  $\mu_w$  não são estruturalmente identificáveis, pois é possível obter o mesmo resultado com diferentes combinações de valores para  $k_{rw}^0$  e  $\mu_w$ . Na Subseção 3.3.2 foi exibido o resultado de dois ajustes para o mesmo modelo. O resultado do primeiro ajuste foi  $k_{rw1}^0 = 0.62788$  e  $\mu_{w1} = 0.89698$ . Já o resultado obtido pelo segundo ajuste resultou em  $k_{rw2}^0 = 0.43604$  e  $\mu_{w2} = 0.62291$ . Desta maneira é possível verificar que:

$$\frac{k_{rw1}^0}{\mu_{w1}} = \frac{k_{rw2}^0}{\mu_{w2}}, \quad (3.6)$$

demonstrando a proporcionalidade entre ambos ajustes. Em resumo, não é possível determinar os valores individuais de  $k_{rw}^0$  e  $\mu_w$  a partir dos dados experimentais de forma única, pois diferentes combinações de  $k_{rw}^0$  e  $\mu_w$  podem levar aos mesmos resultados para a equação.

## 4 CENÁRIOS EXPERIMENTAIS PARA ESTIMATIVA DE PARÂMETROS

Este capítulo apresenta possíveis cenários experimentais que podem ser realizados e os procedimentos de estimação de parâmetros que podem ser conduzidos com base nos dados experimentais e formulações do problema.

### 4.1 EXPERIMENTOS

Os experimentos com injeção de água e gás (Experimentos de *Core Flooding*) são conduzidos em modo de drenagem a uma vazão constante onde o fluxo fracionário é aumentado sistematicamente de 0 a 1 usando a sequência 0.4, 0.6, 0.7, 0.8 e 0.9, onde em cada etapa de fluxo fracionário é dado tempo suficiente para atingir um estado estacionário, ou seja, quando a viscosidade aparente  $\mu_{app}$  e a saturação ( $S_w$ ) são estáveis. Durante o experimento, as pressões ao longo do comprimento da amostra são medidas por medidores de pressão e são usadas para fornecer a queda de pressão total ao longo de toda a amostra. A saturação  $S_w$  é determinada continuamente durante o experimento de inundação do core usando medições in-situ de raios X em 20 pontos ao longo do core [35, 30].

Experimentos com injeção de espuma também são conduzidos em condições de estado estacionário para imitar as condições de equilíbrio local. Tipicamente, os experimentos de inundação são realizados com o intuito de medir a viscosidade aparente da espuma. A cada qualidade de espuma, fluidos são co-injetados até que o estado estacionário da queda de pressão e produção sejam alcançados. Experimentalmente a viscosidade aparente medida da espuma  $\mu_{app}^{exp}$  é obtida a partir da seguinte expressão:

$$\mu_{app}^{exp} = \frac{k}{u} \frac{\Delta P^{exp}}{L}, \quad (4.1)$$

onde  $k$  é a permeabilidade,  $u$  é a velocidade superficial total,  $\frac{\Delta P^{exp}}{L}$  é o gradiente de pressão medido em estado estacionário.

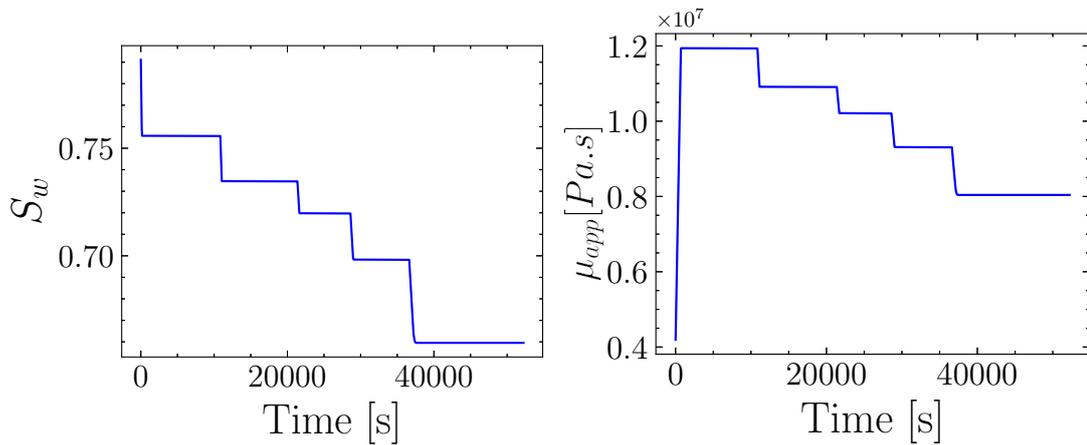
Ressalta-se que, como neste trabalho também são considerados experimentos sem a presença espuma, por simplificação para este caso também será utilizado a notação  $\mu_{app}$ , uma vez que o mesmo é diretamente proporcional a  $\Delta P$ .

Três cenários experimentais para estimação de parâmetros foram realizados neste trabalho e são apresentados a seguir.

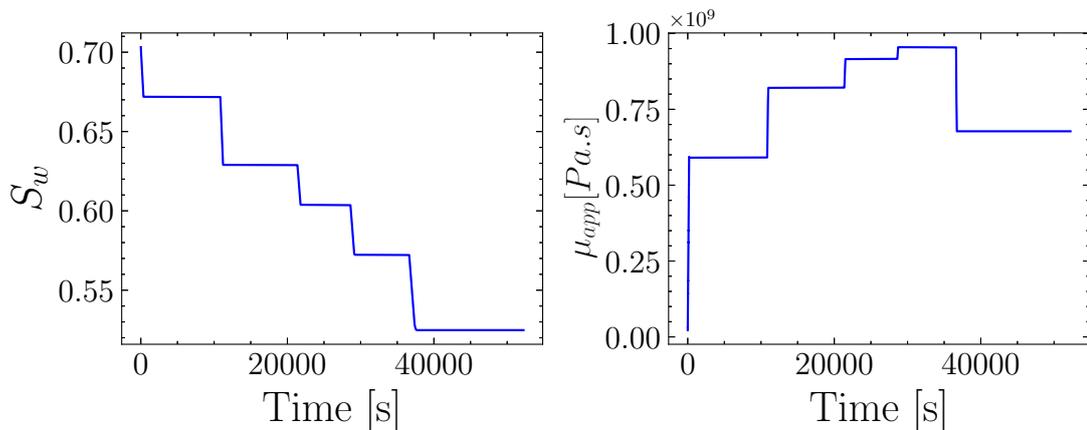
### 4.2 CENÁRIO 1

No primeiro cenário de estimação de parâmetros são usados dados de dois experimentos: o primeiro com injeção de água e gás, e o segundo com a injeção de espuma, assim como nos trabalhos de Pedroni and Nabzar [33] e Gassara et al. [18]. A Figura 13

mostra a simulação computacional destes experimentos utilizando a Equação de Buckley-Leverett. Em (a) e (b) tem-se as curvas de saturação ( $S_w$ ) e de viscosidade aparente ( $\mu_{app}$ ), respectivamente, para o experimento com injeção de água e gás. Nos painéis (c) e (d) são apresentadas as curvas de saturação de água ( $S_w$ ) e de viscosidade aparente ( $\mu_{app}$ ), respectivamente, para o experimento com injeção de espuma.



(a) Experimento com água e gás:  $S_w$  (b) Experimento com água e gás:  $\mu_{app}$

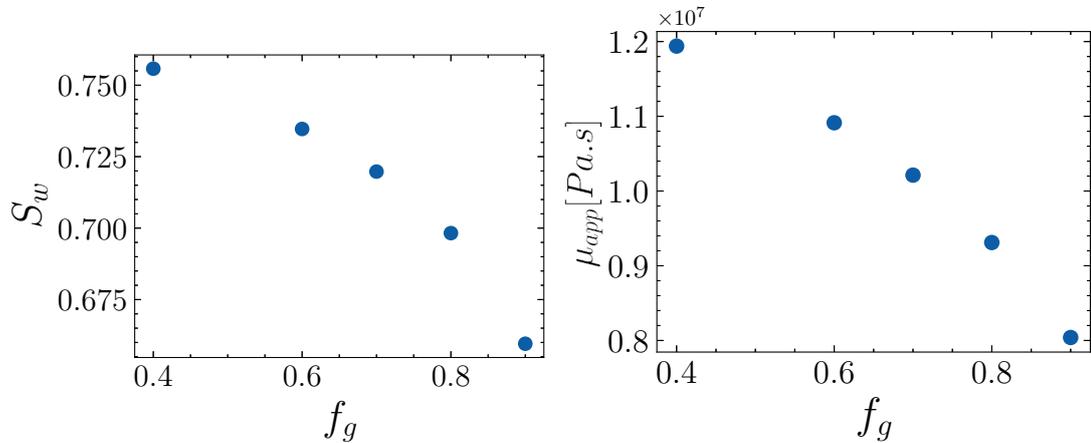


(c) Experimento com espuma:  $S_w$  (d) Experimento com espuma:  $\mu_{app}$

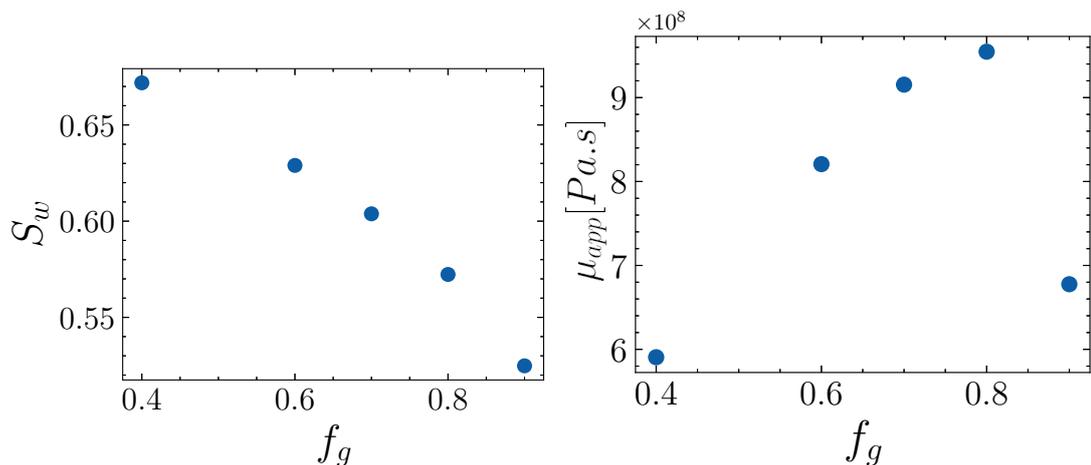
Figura 13 – Experimentos de varredura de core. Em (a) e (b) tem-se as curvas de saturação ( $S_w$ ) e de viscosidade aparente ( $\mu_{app}$ ), respectivamente, para o experimento com injeção de água e gás. Nos painéis (c) e (d) são apresentadas as curvas de saturação de água ( $S_w$ ) e de viscosidade aparente ( $\mu_{app}$ ), respectivamente, para o experimento com injeção de espuma.

Para realizar os ajustes de parâmetros será considerado o estado estacionário obtido em cada valor do fluxo fracionário. Então, os valores de  $S_w$  e de  $\mu_{app}$ , para cada ( $f_g$ ), são retirados no instante de tempo onde estão em estado estacionário. A Figura 14 mostra o conjunto de dados experimentais em estado estacionário para varreduras de  $f_g$ . Em (a) e (b) têm-se as curvas de Saturação ( $S_w$ ) e de viscosidade aparente  $\mu_{app}$ , respectivamente, para o experimento com injeção de água e gás. Em (c) e (d) são apresentadas as curvas

de Saturação ( $S_w$ ) e viscosidade aparente  $\mu_{app}$ , respectivamente, para o experimento com injeção espuma.



(a) Experimento com água e gás:  $S_w$  (b) Experimento com água e gás:  $\mu_{app}$



(c) Experimento com espuma:  $S_w$  (d) Experimento com espuma:  $\mu_{app}$

Figura 14 – Experimento da varredura de  $f_g$  no estado estacionário. Em (a) e (b) têm-se as curvas de Saturação ( $S_w$ ) e de viscosidade aparente  $\mu_{app}$ , respectivamente, para o experimento com injeção de água e gás. Em (c) e (d) são apresentadas as curvas de Saturação ( $S_w$ ) e viscosidade aparente  $\mu_{app}$ , respectivamente, para o experimento com injeção espuma.

#### 4.2.1 Método para o ajuste de parâmetros

No primeiro passo o foco foi em estimar os parâmetros de permeabilidade relativa  $\theta_{kr} = \{n_w, k_{rw}^0, n_g, k_{rg}^0\}$ .

Duas funções objetivo foram utilizadas para a minimização da soma das diferenças quadradas entre os dados experimentais e as previsões do modelo na estimativa de parâmetros. As funções objetivo consideram diferentes dados experimentais, e são descritas a seguir.

Primeiro, os parâmetros de permeabilidade relativa  $n_w$  e  $k_{rw}^0$  são ajustados usando os dados experimentais da saturação obtidos através do experimento de injeção de água e gás. Para isto, será utilizada a função objetivo em termos da saturação de água, dada por:

$$\chi_{S_w}^2 = \sum_{k=1}^N \left( \frac{S_w^{exp} - S_{w,k}(n_w, k_{rw}^0)}{\max(S_w^{exp})} \right)^2, \quad (4.2)$$

onde  $N$  é o número de observações experimentais,  $S_w^{exp}$  é a saturação de água experimental e  $S_{w,k}(\theta)$  representa a avaliação do modelo conforme definido pela Equação 2.29. No segundo passo, os parâmetros obtidos nesta primeira etapa são então usados para ajustar os parâmetros de permeabilidade relativa  $n_g$  e  $k_{rg}^0$ , usando os dados experimentais da viscosidade aparente obtidos através do experimento da injeção de água e gás. Será utilizada a função objetivo em termos da viscosidade aparente, dada por:

$$\chi_{\mu_{app}}^2 = \sum_{k=1}^N \left( \frac{\mu_{app,k}^{exp} - \mu_{app,k}(n_g, k_{rg}^0)}{\max(\mu_{app}^{exp})} \right)^2. \quad (4.3)$$

No terceiro passo, foi considerado a presença de espuma e utilizado o modelo *MRF* completo conforme definido na Equação 2.23 na viscosidade aparente Equação 2.22. Neste caso, o foco é estimar apenas os parâmetros da espuma, ou seja, o vetor dos parâmetros de ajuste pode ser descrito por  $\theta = \{fmmob, SF, sfbet\}$ , com dados experimentais da viscosidade aparente obtidos através da injeção de espuma.

Neste caso, foram assumidos que os valores das permeabilidades relativas já eram conhecidos, com esses valores foi realizado o ajuste dos parâmetros de espuma *fmmob*, *SF* e *sfbet* usando a função objetivo em termos da viscosidade aparente, dada por:

$$\chi_{\mu_{app}}^2 = \sum_{k=1}^N \left( \frac{\mu_{app,k}^{exp} - \mu_{app,k}(fmmob, SF, sfbet)}{\max(\mu_{app}^{exp})} \right). \quad (4.4)$$

A Figura 15 apresenta o fluxograma do cenário 1. Na primeira etapa descrita no painel 1, os dados experimentais, gerados sinteticamente, da saturação obtidos pela injeção de água e gás são submetidos à função objetivo para realizar o ajuste dos parâmetros  $k_{rw}^0$  e  $n_w$ . No painel 2, os dados experimentais, gerados sinteticamente, também obtidos pela injeção de água e gás são utilizados na função objetivo baseada na viscosidade aparente realizando assim o ajuste de  $k_{rg}^0$  e  $n_g$ . Por fim no painel 3, os dados obtidos pela injeção de espuma são aplicados à função objetivo para realização do ajuste de *fmmob*, *sfbet* e *SF*.

### 4.3 CENÁRIO 2

No segundo cenário é utilizado apenas um experimento com a injeção de espuma, como no trabalho de Façanha et al. [16]. A Figura 16 mostra a simulação deste experimento utilizando a Equação de Buckley-Leverett. Em (a) e (b) tem-se as curvas de Saturação

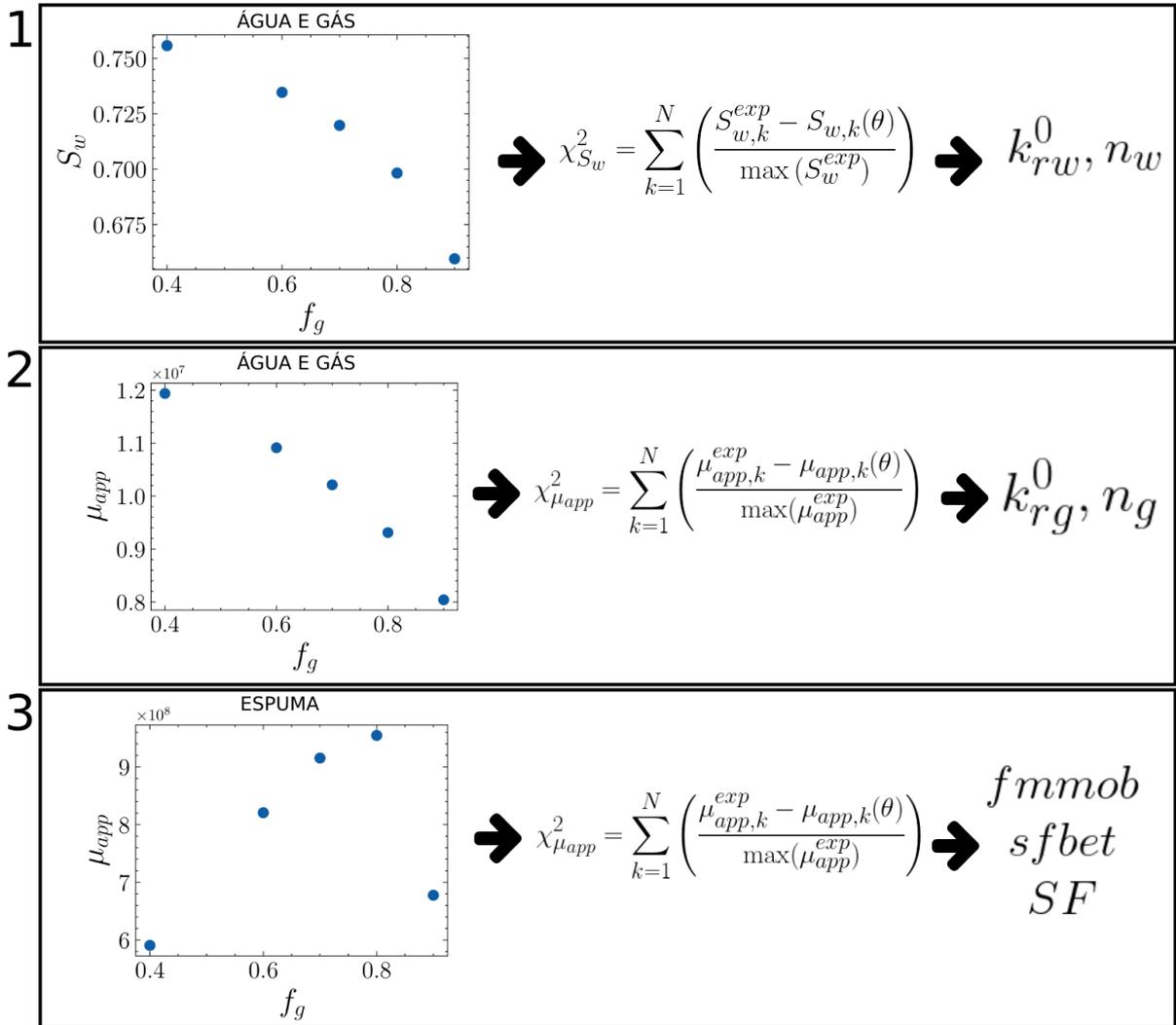


Figura 15 – Fluxograma do cenário 1.

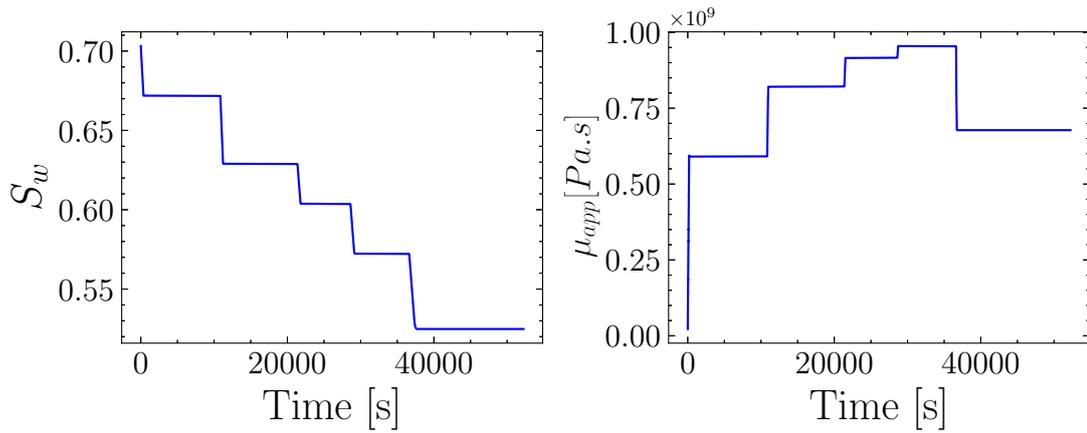
( $S_w$ ) e de viscosidade aparente  $\mu_{app}$ , respectivamente, para o experimento com injeção de espuma.

Os ajustes dos parâmetros serão feitos no estado estacionário. Então, os valores de  $S_w$  e de  $\mu_{app}$ , para cada ( $f_g$ ), são retirados no instante de tempo onde são estáveis. A Figura 17 mostra o conjunto de dados experimentais em estado estacionário para varreduras de  $f_g$ . Em (a) e (b) tem-se as curvas de Saturação ( $S_w$ ) e de viscosidade aparente  $\mu_{app}$ , respectivamente, para o experimento com injeção de espuma.

Neste caso o foco é estimar tanto os parâmetros de espuma quanto os de permeabilidade relativa, ou seja, o vetor de parâmetros de ajuste pode ser descrito por  $\theta = \{n_w, k_{rw}^0, n_g, k_{rg}^0, fmmob, SF, sfbet\}$ .

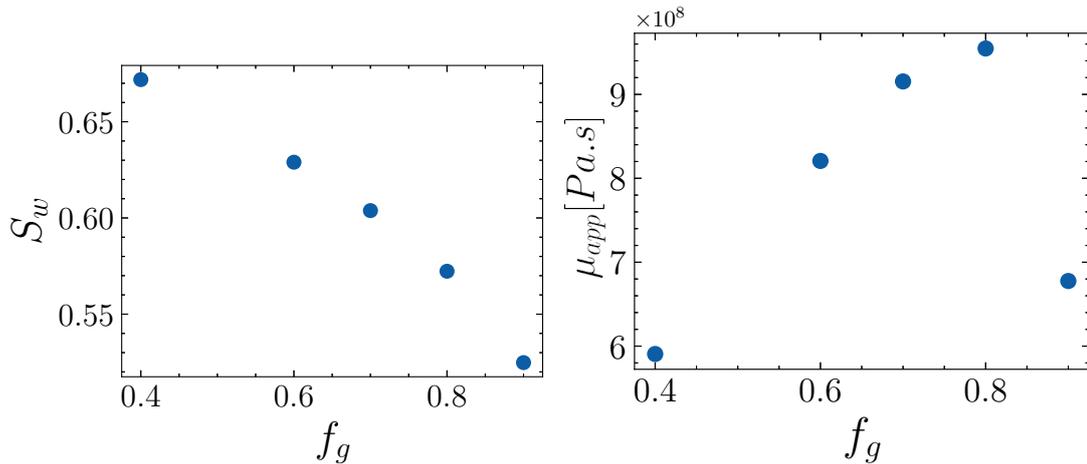
#### 4.3.1 Método para o ajuste de parâmetros

Este estudo tenta estimar a permeabilidade relativa e os parâmetros de espuma usando a varredura da qualidade de espuma. Pode ser descrito pelas seguintes etapas:



(a) Experimento com espuma:  $S_w$       (b) Experimento com espuma:  $\mu_{app}$

Figura 16 – Experimento de varredura com espuma. Em (a) e (b) tem-se as curvas de Saturação ( $S_w$ ) e de viscosidade aparente  $\mu_{app}$ , respectivamente, para o experimento com injeção de espuma.



(a) Experimento com espuma:  $S_w$       (b) Experimento com espuma:  $\mu_{app}$

Figura 17 – Experimento de varredura com espuma em estado estacionário. Em (a) e (b) tem-se as curvas de Saturação ( $S_w$ ) e de viscosidade aparente  $\mu_{app}$ , respectivamente, para o experimento com injeção de espuma.

(i) primeiro, os parâmetros de permeabilidade relativa da água  $n_w$  e  $k_{rw}^0$  são ajustados usando a função objetivo baseada na saturação de água dada na Equação 4.2; (ii) então, usando os parâmetros da água obtidos, o ajuste da permeabilidade relativa do gás e os parâmetros da espuma definidos por  $\theta_2 = \{n_g, k_{rg}^0, fmmob, SF, sfbet\}$  é feito usando a função objetivo da viscosidade aparente dada por:

$$\chi_{\mu_{app}}^2 = \sum_{k=1}^N \left( \frac{\mu_{app,k}^{exp} - \mu_{app,k}(\theta_2)}{\max(\mu_{app}^{exp})} \right)^2. \quad (4.5)$$

A Figura 18 apresenta o fluxograma do cenário 2. Na primeira etapa descrito no painel 1, os dados experimentais da saturação obtidos pela injeção de espuma são

submetidos à função objetivo para realizar o ajuste dos parâmetros  $k_{rw}^0$  e  $n_w$ . No painel 2, os dados experimentais também obtidos pela injeção de espuma são utilizados na função objetivo baseada na viscosidade aparente realizando assim o ajuste de  $k_{rg}^0$  e  $n_g$ ,  $fmmob$ ,  $sfbet$  e  $SF$ .

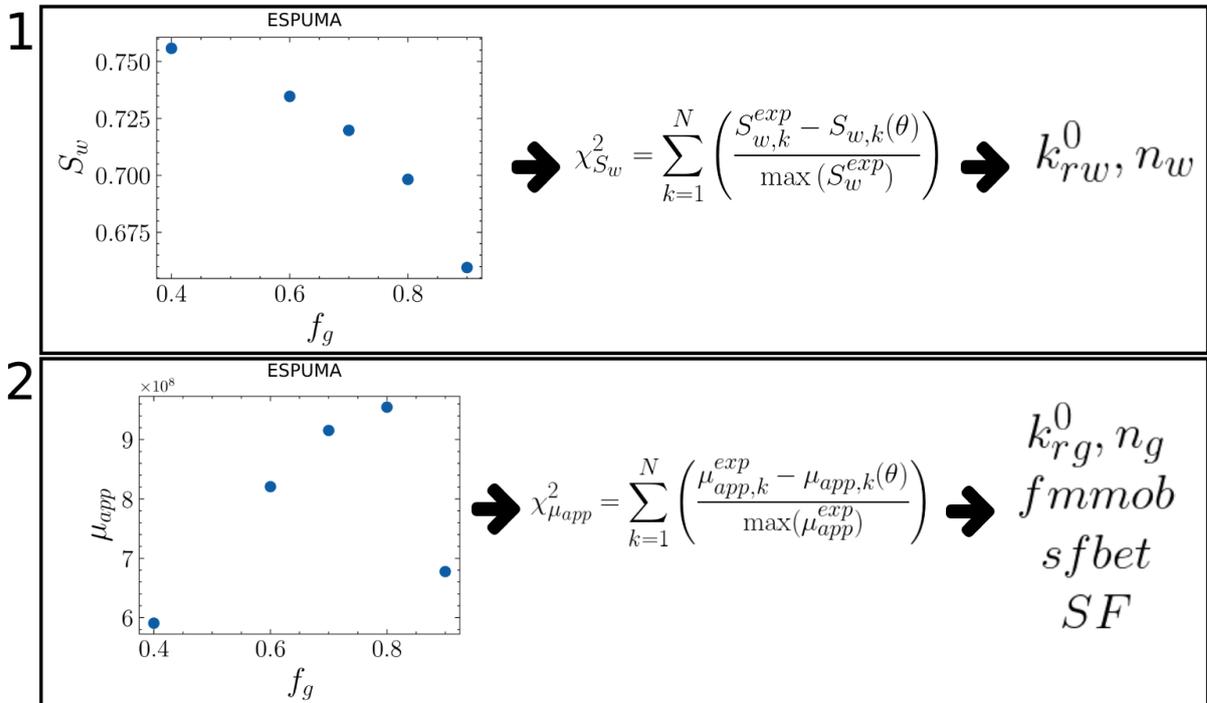
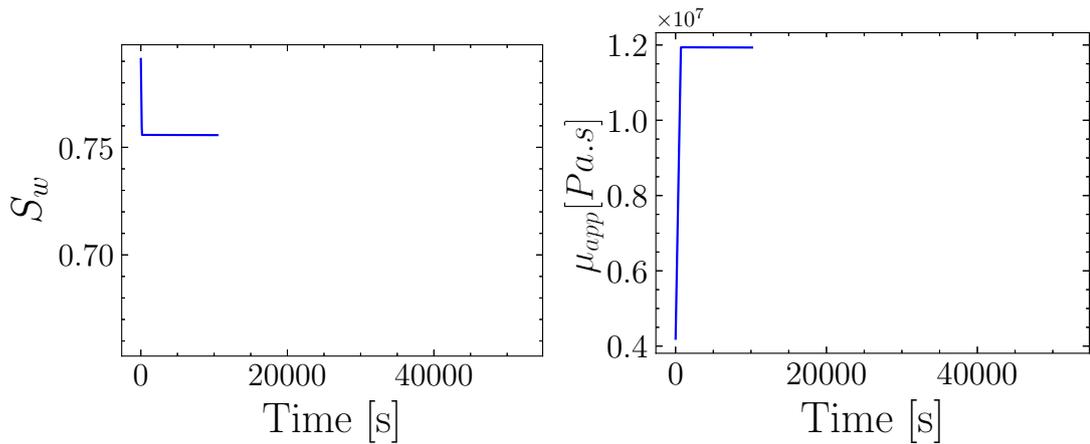


Figura 18 – Fluxograma do cenário 2.

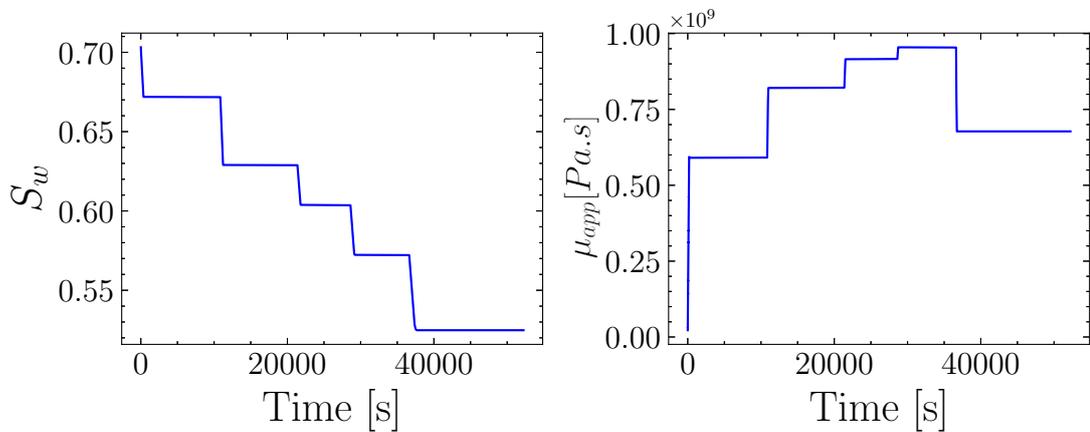
#### 4.4 CENÁRIO 3

No terceiro cenário também são considerados dois experimentos, um com injeção de água e gás, e outro com a injeção de espuma. Mas, neste cenário o experimento com injeção de água e gás será feito considerando apenas um fluxo fracionário, como é possível ver na Figura 19. Esta figura mostra a simulação dos experimentos utilizando a Equação de Buckley-Leverett, ou seja, não é feito varredura. Em (a) e (b) tem-se as curvas de Saturação ( $S_w$ ) e de viscosidade aparente  $\mu_{app}$ , respectivamente, para o experimento com injeção de água e gás com apenas um  $f_g$ . Em (c) e (d) são apresentadas as curvas de Saturação ( $S_w$ ) e de viscosidade aparente  $\mu_{app}$ , respectivamente, para o experimento com injeção de espuma para todos os  $f_g$ .

A Figura 20 mostra o conjunto de dados experimentais. Em (a) e (b) tem-se as curvas de Saturação ( $S_w$ ) e de viscosidade aparente  $\mu_{app}$ , respectivamente, para o experimento com injeção de água e gás com apenas um  $f_g$ . Em (c) e (d) são apresentadas as curvas de Saturação ( $S_w$ ) e de viscosidade aparente  $\mu_{app}$ , respectivamente, para o experimento com injeção espuma para todos os  $f_g$ .



(a) Experimento com água e gás:  $S_w$       (b) Experimento com água e gás:  $\mu_{app}$

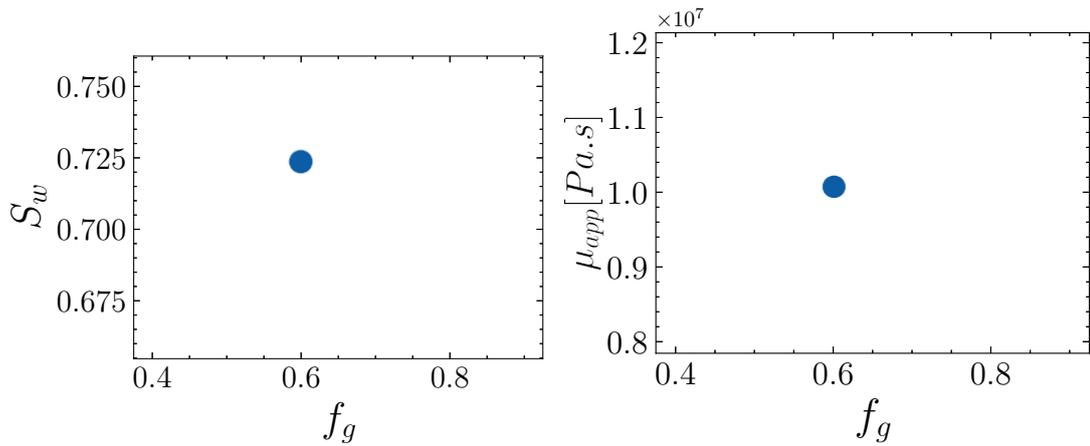


(c) Experimento com espuma:  $S_w$       (d) Experimento com espuma:  $\mu_{app}$

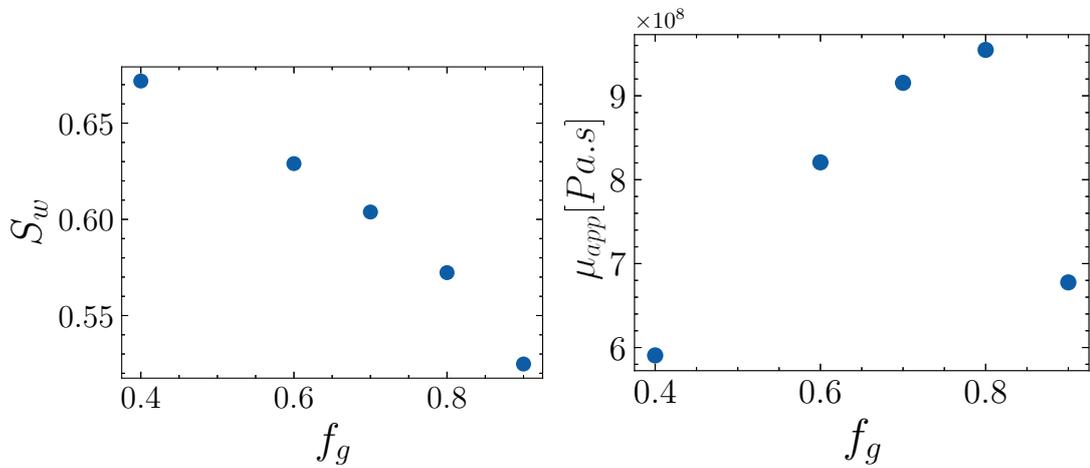
Figura 19 – Experimento de varredura de espuma. Em (a) e (b) tem-se as curvas de Saturação ( $S_w$ ) e de viscosidade aparente  $\mu_{app}$ , respectivamente, para o experimento com injeção de água e gás com apenas um  $f_g$ . Em (c) e (d) são apresentadas as curvas de Saturação ( $S_w$ ) e de viscosidade aparente  $\mu_{app}$ , respectivamente, para o experimento com injeção de espuma para todos os  $f_g$ .

#### 4.4.1 Método para o ajuste de parâmetros

No experimento de injeção de espuma, os parâmetros de permeabilidade relativa da água  $k_{rw}^0$  e  $n_w$  são ajustados usando os dados experimentais da saturação no experimento de injeção de espuma. Já os parâmetros de permeabilidade relativa do gás e os parâmetros de espuma  $k_{rg}^0$ ,  $n_g$ ,  $fmmob$ ,  $SF$  e  $sfbet$  foram ajustados utilizando dados experimentais da viscosidade aparente obtidos do experimento de injeção de espuma. Como no cenário 2, os parâmetros  $k_{rg}^0$  e  $fmmob$  foram não identificáveis. Neste cenário será feito um reajuste para encontrar o valor de  $k_{rg}^0$  com os dados do experimento de injeção de água e gás. Depois é feito um novo ajuste somente do parâmetro  $fmmob$  considerando o experimento com injeção de espuma. Apesar de  $k_{rg}^0$  e  $fmmob$  não serem bem estimados, os outros parâmetros foram, então os valores estimados serão utilizados neste reajuste de  $k_{rg}^0$  e serão



(a) Experimento com água e gás:  $S_w$  (b) Experimento com água e gás:  $\mu_{app}$



(c) Experimento com espuma:  $S_w$  (d) Experimento com espuma:  $\mu_{app}$

Figura 20 – Experimento de varredura em estado estacionário. Em (a) e (b) tem-se as curvas de Saturação ( $S_w$ ) e de viscosidade aparente  $\mu_{app}$ , respectivamente, para o experimento com injeção de água e gás com apenas um  $f_g$ . Em (c) e (d) são apresentadas as curvas de Saturação ( $S_w$ ) e de viscosidade aparente  $\mu_{app}$ , respectivamente, para o experimento com injeção espuma para todos os  $f_g$ .

fixados para realizar o novo ajuste de  $fmmob$ .

Para encontrar o valor de  $k_{rg}^0$ , será considerada a Equação 2.30, isolando  $k_{rg}(S_w)$  na Equação 2.30 e considerando a ausência de espuma ( $MRF = 1.0$ ), temos:

$$k_{rg}(S_w) = \frac{f_g^{exp} \mu_g}{\mu_{app}^{exp}}. \quad (4.6)$$

Substituindo  $k_{rg}(S_w)$  pela definição da permeabilidade relativa do gás, definida pela Equação 2.20 e isolando  $k_{rg}^0$ , é obtida a equação usada para fazer o reajuste:

$$k_{rg}^0 = \frac{f_g^{exp} \mu_g}{\mu_{app}^{exp} \left(1 - \frac{S_w - S_{wc}}{1 - S_{wc} - S_{gr}}\right)^{n_g}}. \quad (4.7)$$

O resultado dos ajustes dos parâmetros  $n_w$ ,  $k_{rw}^0$ ,  $n_g$ ,  $SF$  e  $sfbet$ , obtidos através dos dados experimentais da viscosidade aparente com o experimento de injeção de espuma, são mantidos, o novo valor de  $k_{rg}^0$  é corrigido e um novo ajuste de  $fmmob$  é feito usando a função objetivo da viscosidade aparente dada por:

$$\chi_{\mu_{app}}^2 = \sum_{k=1}^N \left( \frac{\mu_{app,k}^{exp} - \mu_{app,k}(fmmob)}{\max(\mu_{app}^{exp})} \right)^2. \quad (4.8)$$

A Figura 21 apresenta o fluxograma do cenário 3. Na primeira etapa descrito no painel 1, os dados experimentais da saturação obtidos pela injeção de espuma são submetidos à função objetivo para realizar o ajuste dos parâmetros  $k_{rw}^0$  e  $n_w$ . No painel 2, os dados experimentais da viscosidade aparente também obtidos pela injeção espuma são submetidos à função objetivo para realizar o ajuste dos parâmetros  $k_{rg}^0$ ,  $n_g$ ,  $fmmob$ ,  $sfbet$  e  $SF$ . No painel 3, o dado experimental da viscosidade aparente obtido em um fluxo fracionário pela injeção de água e gás é utilizado para reajustar o valor de  $k_{rg}^0$ . Por fim no painel 4, os valores dos parâmetros  $k_{rw}^0$ ,  $n_w$ ,  $k_{rg}^0$ ,  $n_g$ ,  $sfbet$  e  $SF$  são conhecidos e os dados experimentais da injeção de espuma são aplicados à função objetivo para realização de um novo ajuste de  $fmmob$ .

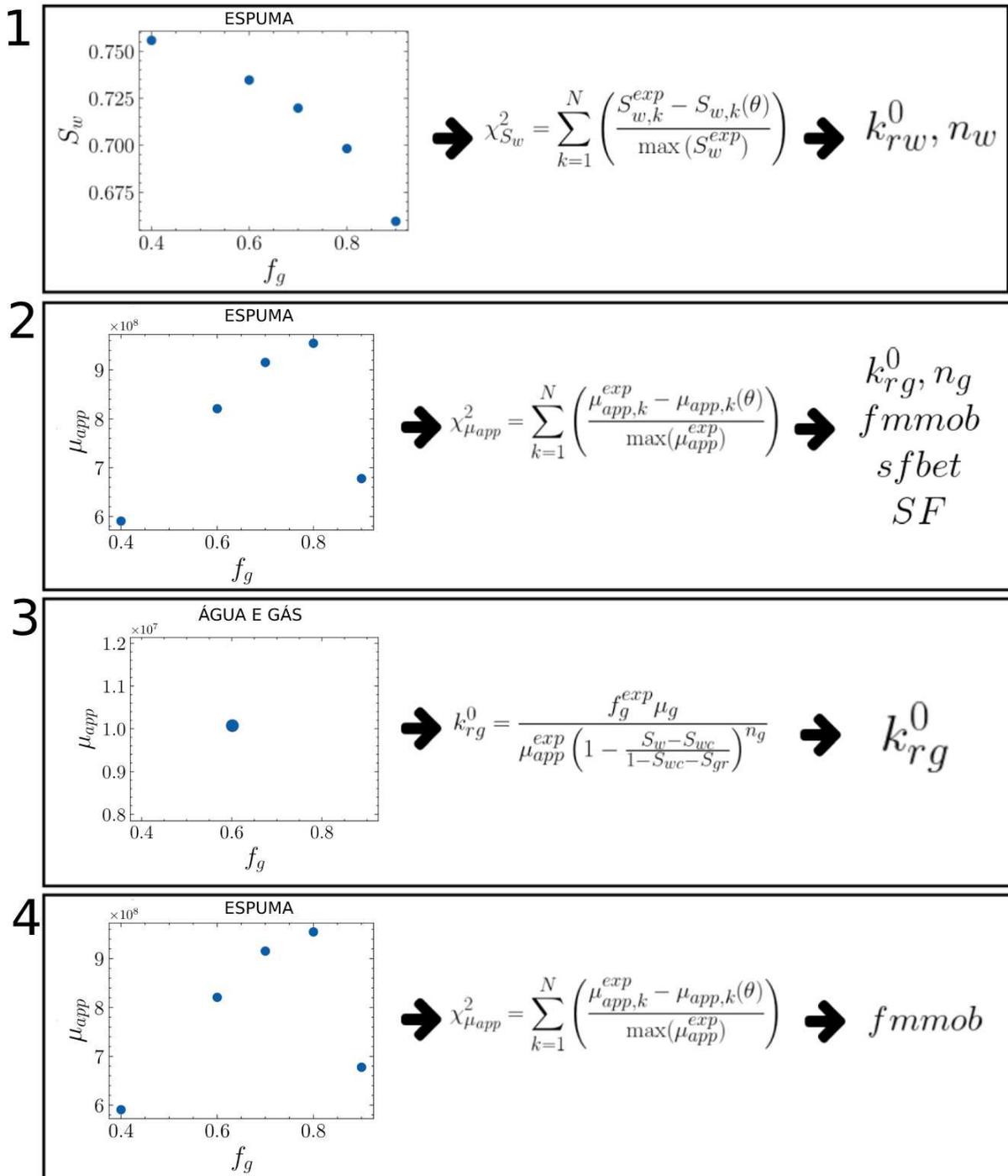


Figura 21 – Fluxograma do cenário 3.

## 5 RESULTADOS

### 5.1 CENÁRIO 1

#### 5.1.1 Primeiro Experimento: Água e Gás

Os resultados do ajuste dos parâmetros do modelo de permeabilidade relativa (sem espuma) são apresentados na Tabela 3. Neste caso, a estimação dos parâmetros foi realizada usando as funções objetivo dadas pelas Equações 4.2 e 4.3 com o método de Evolução Diferencial. O procedimento de estimação foi realizado usando os seguintes limites para os parâmetros:  $n_w \in [0.1, 5.0]$ ,  $k_{rw}^0 \in [0.1, 1.0]$ ,  $n_g \in [0.1, 5.0]$  e  $k_{rg}^0 \in [0.1, 1.0]$ . Os resultados mostram que o método foi capaz de recuperar os valores verdadeiros (*ground truth*) dos parâmetros.

Tabela 3 – Resultado do ajuste dos parâmetros de permeabilidade relativa de Corey.

Parâmetro	Valor real	Valor estimado
$n_w$	4.20	4.20
$k_{rw}^0$	0.35	0.35
$n_g$	1.4	1.4
$k_{rg}^0$	0.6	0.6

A Figura 22 mostra os resultados da análise de identificabilidade para os parâmetros do modelo. A partir dos resultados, pode-se observar claramente valores mínimos para todos os parâmetros, o que corresponde a parâmetros identificáveis. Isso explica os resultados da Tabela 3, onde todos os parâmetros tiveram seus valores verdadeiros recuperados pelo algoritmo de ajuste.

A identificabilidade também pode ser visualizada usando projeções da função objetivo em uma representação aos pares dos parâmetros conforme mostrado na Figura 23. Através dessas projeções é possível perceber que existe apenas um mínimo global, que é aquele para o qual o algoritmo de otimização convergiu (conforme indicado pela cruz vermelha).

#### 5.1.2 Segundo Experimento: Espuma

Os resultados do ajuste dos parâmetros do modelo de espuma são apresentados na Tabela 4. Neste caso, a estimação dos parâmetros foi realizada utilizando a função objetivo dada pela Equação 4.3 com o método de Evolução Diferencial. O procedimento de estimação foi realizado usando os seguintes limites para os parâmetros:  $fmmob \in [10, 10000]$ ,  $SF \in [S_{wc}, 1 - S_{gr}]$  e  $sfbet \in [1, 10000]$ . Os resultados mostram que o método foi capaz de recuperar os valores verdadeiros (*ground truth*) dos parâmetros.

A Figura 24 mostra os resultados da análise de identificabilidade para os parâmetros do modelo de espuma. Através dos resultados, é possível ver os valores mínimos para os

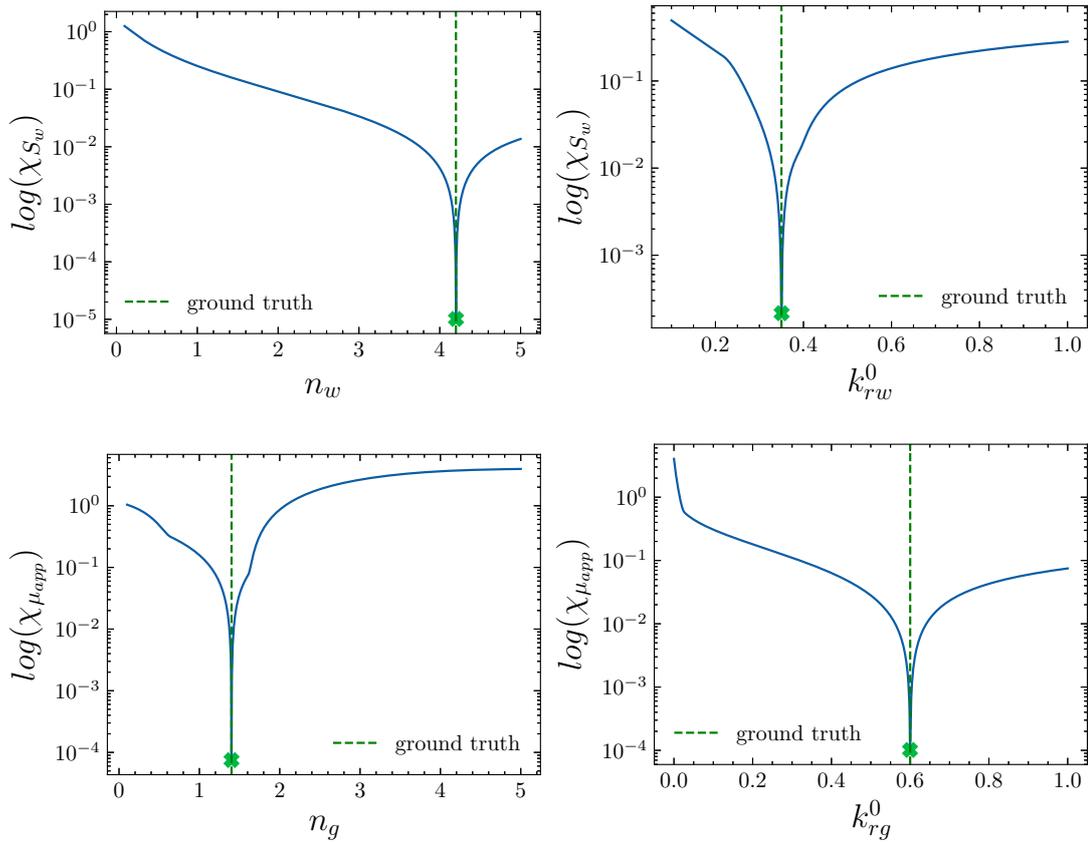


Figura 22 – Probabilidade de perfil para o conjunto de dados. O símbolo verde corresponde ao mínimo e a linha tracejada verde ao conjunto de parâmetros verdade. Para os parâmetros  $n_w$  e  $k_{rw}^0$  foi utilizada a função objetivo representada pela Equação 4.2 e para os parâmetros  $n_g$  e  $k_{rg}^0$  a função objetivo representada pela Equação 4.3 foi utilizada sem levar em consideração a espuma.

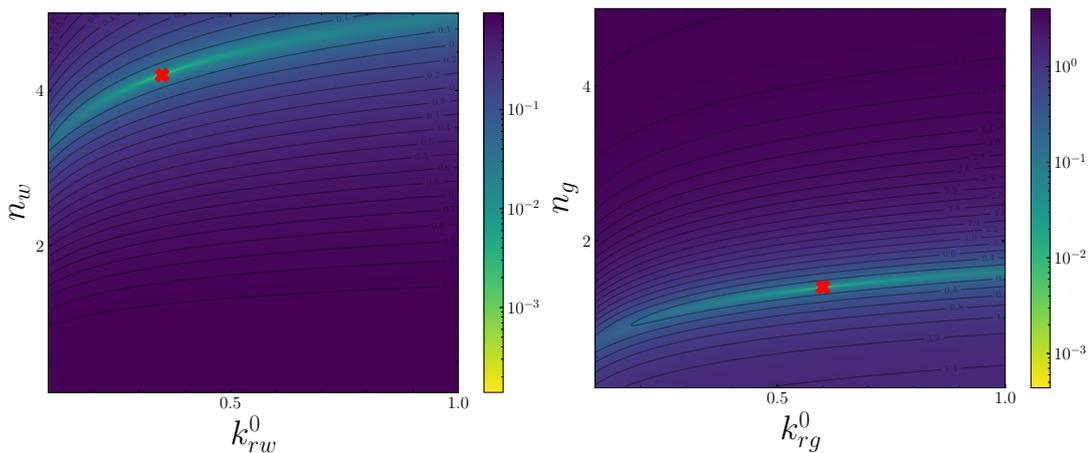


Figura 23 – Projeções par a par da função objetivo em planos de parâmetros. O símbolo vermelho representa o par de parâmetros ajustados.

parâmetros  $fmmob$ ,  $SF$  e  $sfbet$ , que correspondem a parâmetros identificáveis.

A análise das projeções da função objetivo nos planos de parâmetros dois por dois

Tabela 4 – Resultado do ajuste dos parâmetros da espuma.

Parâmetro	Valor real	Valor estimado
$fmmob$	4341	4341
$SF$	0.3409	0.3409
$sfbet$	424	424

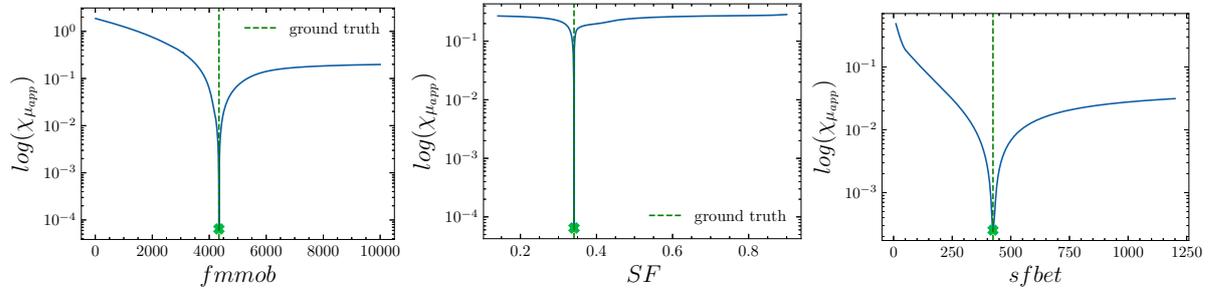


Figura 24 – Probabilidade de perfil para o conjunto de dados. O símbolo verde corresponde ao mínimo e a linha tracejada verde ao verdadeiro conjunto de parâmetros. A função objetivo representada pela Equação 4.3 foi utilizada para os parâmetros da espuma.

da função objetivo da Equação 4.3 é mostrada na Figura 25, é possível ver que existe apenas um mínimo global.

## 5.2 CENÁRIO 2

Aqui, são relatados os resultados do experimento onde a espuma está presente no fluxo bifásico água-gás no meio poroso. O procedimento de estimação foi realizado usando os seguintes limites para os parâmetros:  $n_w \in [0.1, 5.0]$ ,  $k_{rg}^0 \in [0.1, 1.0]$ ,  $n_g \in [0.1, 5.0]$ ,  $k_{rw}^0 \in [0.1, 1.0]$ ,  $fmmob \in [10, 10000]$ ,  $SF \in [S_{wc}, 1.0 - S_{gr}]$  e  $sfbet \in [1, 10000]$ . A Tabela 5 apresenta os resultados do ajuste dos parâmetros da permeabilidade relativa Corey e de espuma usando as funções objetivo apresentadas nas Equações 4.2 e 4.5. É possível ver que os parâmetros de permeabilidade relativa da água  $n_w$  e  $k_{rw}^0$  foram estimados com sucesso (como antes). Os outros parâmetros também foram estimados, mas erros estão presentes. Em particular, os parâmetros  $n_g$ ,  $SF$  e  $sfbet$  apresentaram erros relativos abaixo de 1%, o que também configura parâmetros identificáveis. Grandes erros relativos são observados no valor estimado dos parâmetros  $k_{rg}^0$  e  $fmmob$ , ou seja, o ajuste não teve sucesso.

A Figura 26 mostra a comparação entre dados experimentais e estimados para saturação e viscosidade aparente. É possível observar que apesar dos ajustes de  $k_{rg}^0$  e  $fmmob$  não terem sido bem-sucedidos, os dados estimados ficaram próximos dos dados experimentais.

A Figura 27 mostra os resultados da análise de identificabilidade dos parâmetros de permeabilidade relativa à água. Novamente, é possível observar que mínimos claros são observados nestes parâmetros, o que comprova a boa concordância com os valores reais

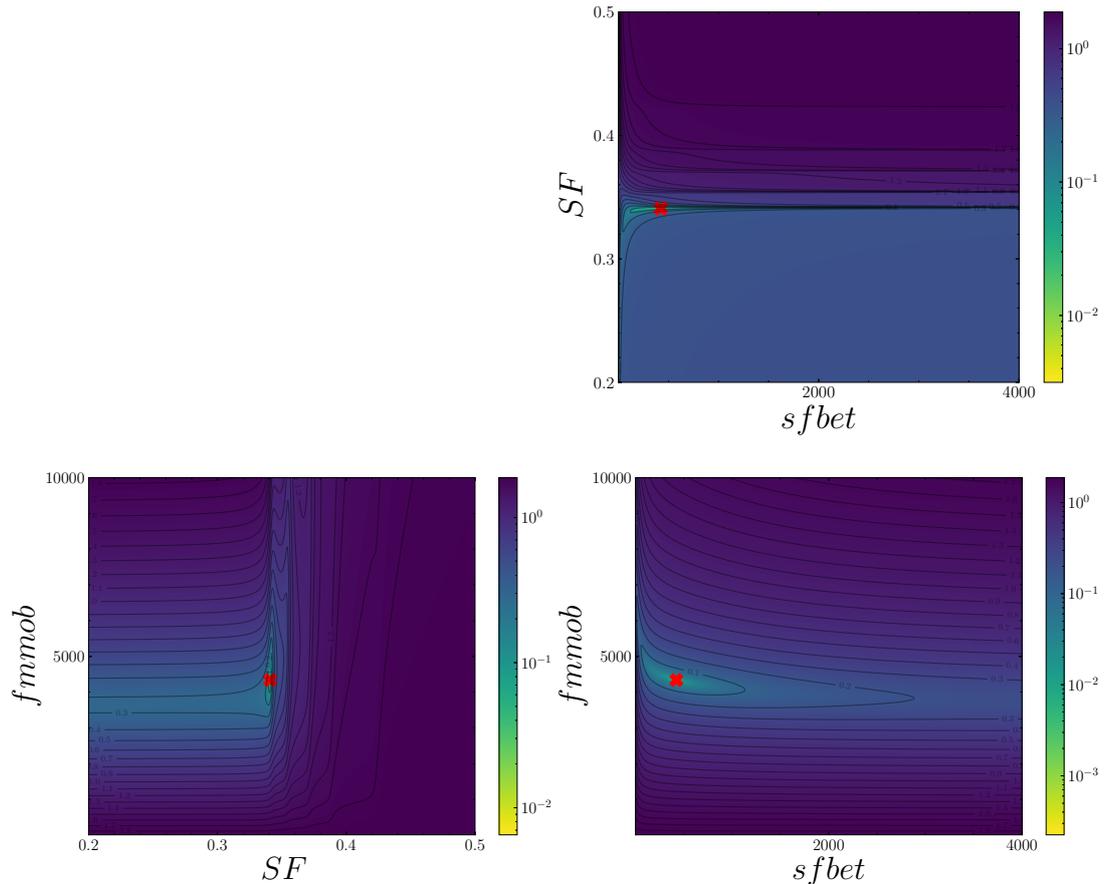


Figura 25 – Projeções da função objetiva em planos de parâmetros de espuma dois por dois. Onde o símbolo vermelho representa o par de parâmetros ajustados.

Tabela 5 – Resultado do ajuste dos parâmetros de permeabilidade relativa de Corey e de espuma.

Parâmetro	Valor real	Valor estimado	Erro Relativo [%]
$n_w$	4.20	4.20	0.0
$k_{rw}^0$	0.35	0.35	0.0
$n_g$	1.4	1.39991967	0.0057
$k_{rg}^0$	0.6	0.89166193	48.6103
$fmmob$	4341	6432.61364	48.1828
$SF$	0.3409	0.34090024	0.0001
$sfbet$	424	423.889754	0.026

dos parâmetros.

No entanto, os resultados da análise de identificabilidade para os outros parâmetros são diferentes. A Figura 28 mostra os resultados da análise de identificabilidade dos parâmetros da permeabilidade relativa do gás e dos parâmetros da espuma. Os parâmetros  $n_g$ ,  $SF$  e  $sfbet$  são identificáveis, pois possuem mínimos identificáveis. No entanto, é possível observar que os parâmetros  $k_{rg}^0$  e  $fmmob$  possuem muitos mínimos, caracterizando o fato de serem não identificáveis no contexto do cenário 2. Os parâmetros  $k_{rg}^0$  e  $fmmob$  possuem

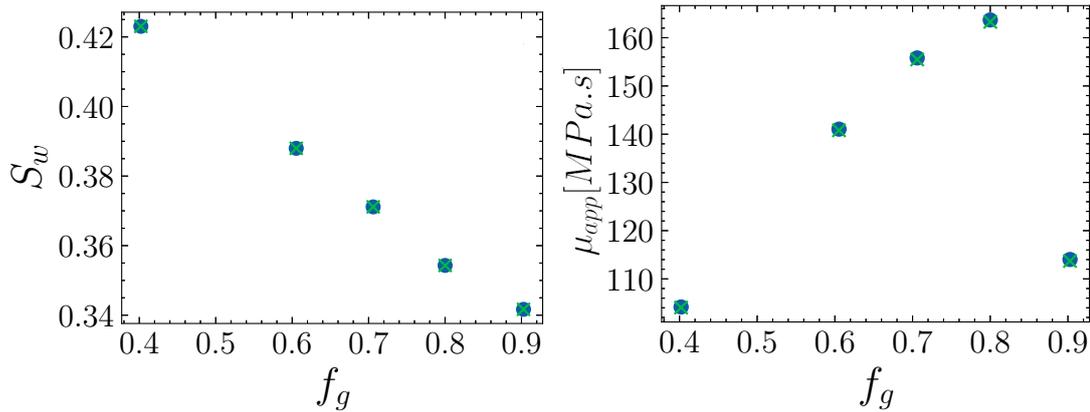


Figura 26 – Comparação entre dados experimentais e estimados de saturação e viscosidade aparente. Os pontos azuis representamos dados experimentais e os verdes representam os dados ajustados.

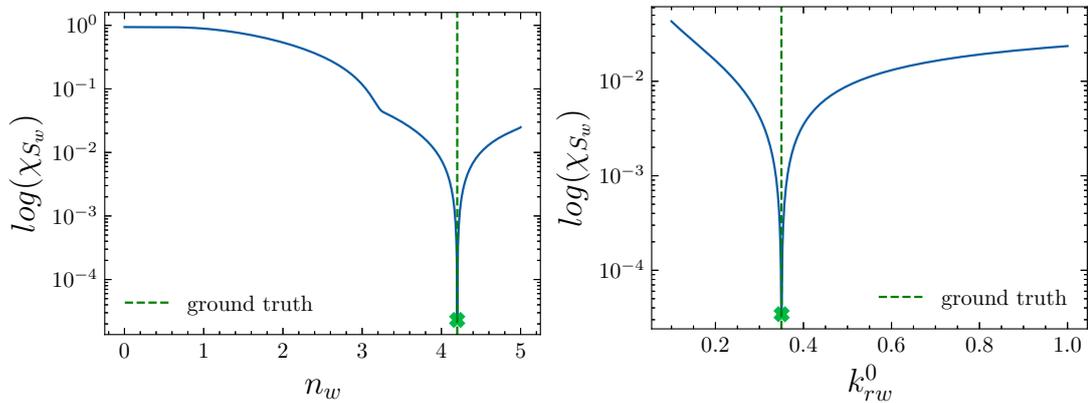


Figura 27 – Perfil de verossimilhança para os parâmetros  $n_w$  e  $k_{rw}^0$  usando a função objetivo dada pela Equação 4.2.

não identificabilidade “quase” estrutural, que está relacionada à estrutura matemática do modelo.

A Equação 2.21, que define a permeabilidade relativa da fase gasosa na presença de espuma, pode ser reescrita como:

$$k_{rg}^f = \frac{k_{rg}^0 \left(1 - \frac{S_w - S_{wc}}{1 - S_{wc} - S_{gr}}\right)^{n_g}}{1 + fmmob \left(0.5 + \frac{1}{\pi} \arctan(sfbet(S_w - SF))\right)}, \quad (5.1)$$

assumindo que  $x = \left(1 - \frac{S_w - S_{wc}}{1 - S_{wc} - S_{gr}}\right)^{n_g}$  e  $y = \left(0.5 + \frac{1}{\pi} \arctan(sfbet(S_w - SF))\right)$ , tem-se:

$$k_{rg}^f = \frac{k_{rg}^0 x}{1 + fmmob y}. \quad (5.2)$$

Aplicando o limite na Equação 5.2 para quando  $fmmob$  tende ao infinito, tem-se:

$$\lim_{fmmob \rightarrow \infty} \frac{k_{rg}^0 x}{1 + fmmob y} = \frac{k_{rg}^0 x}{fmmob y}. \quad (5.3)$$

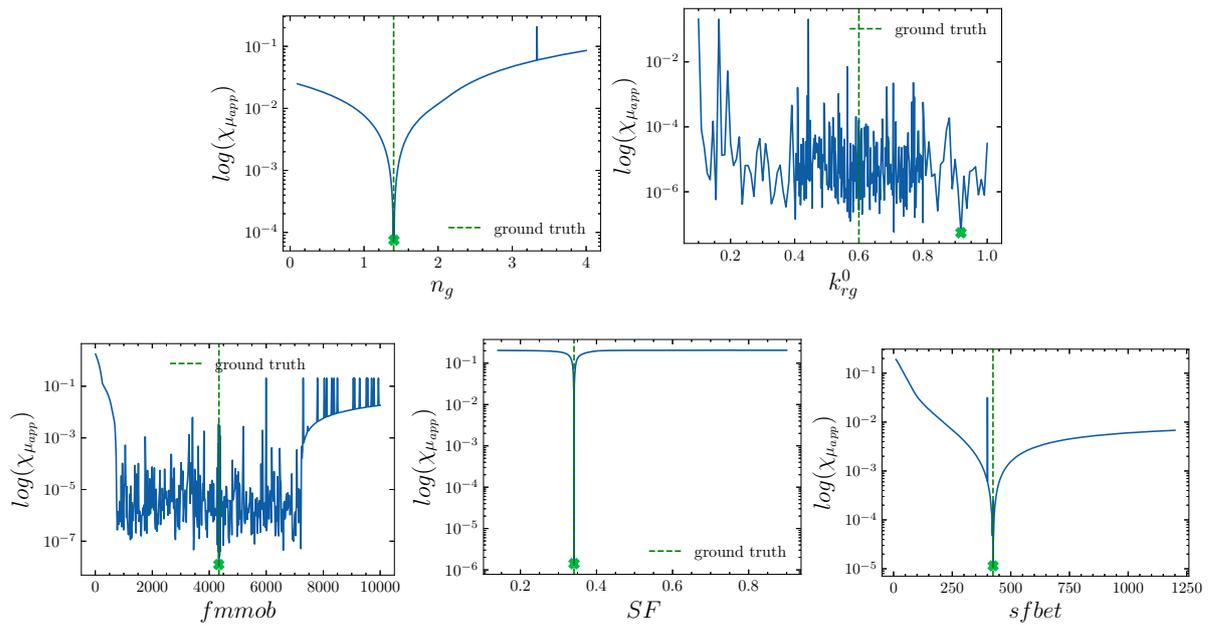


Figura 28 – Perfil de verossimilhança para os parâmetros  $n_g$ ,  $k_{rg}^0$ ,  $fmmob$ ,  $SF$  e  $sfbet$  usando a função objetivo dada pela Equação 4.5. O símbolo “x” em verde representa o mínimo local.

Através da Equação 5.3 é possível ver que se o valor de  $fmmob$  for muito maior que 1, que é caso deste trabalho, caímos no mesmo problema da não identificabilidade estrutural apresentado na Equação 3.2 com os parâmetros  $k_{rg}^0$  e  $\mu_w$ . Ou seja, para este caso não é possível determinar os valores individuais de  $k_{rg}^0$  e  $fmmob$  a partir dos dados experimentais, pois diferentes combinações de  $k_{rg}^0$  e  $fmmob$  podem levar aos mesmos resultados para a equação. Para validar esta análise, foram gerados dados sintéticos com valores de  $fmmob$  variando entre 1 e 10000, seguidos do ajuste dos parâmetros  $fmmob$  e  $k_{rg}^0$ . A Figura 29 apresenta o erro relativo do ajuste para cada valor de  $fmmob$ . Observa-se que, para valores de  $fmmob$  menores que 50, os erros relativos são muito baixos, conforme destacado na Figura 29 (a). Entretanto, para valores mais altos de  $fmmob$ , é possível observar erros relativos consideravelmente altos, em torno de 80%, o que comprova a não identificabilidade “quase” estrutural.

A análise das projeções da função objetivo nos planos de parâmetros dois a dois da função objetivo da Equação 4.2 é mostrada na Figura 30, É possível ver que existe apenas um mínimo global.

A análise das projeções da função objetivo nos planos dois a dois dos parâmetros da função objetivo da Equação 4.3 é apresentada na Figura 31. Para fazer as projeções no plano dos parâmetros dois a dois os valores de dois parâmetros foram variados enquanto os demais foram mantidos fixos no valor real.

É possível observar que a maioria das projeções apresenta um mínimo local, mas para a projeção  $fmmob \times k_{rg}^0$  podemos ver topologias semelhantes à curva de nível de uma

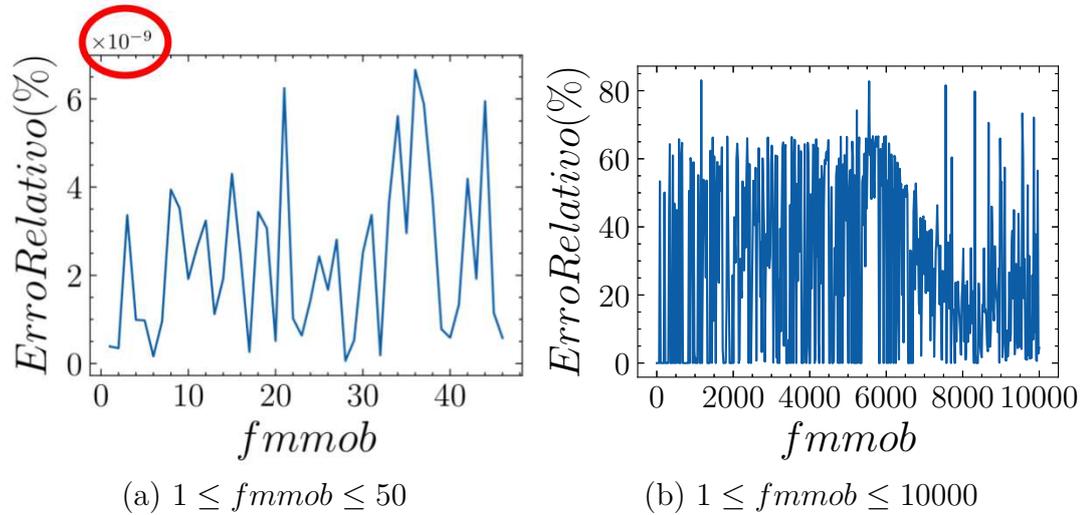


Figura 29 – Erro Relativo do ajuste do parâmetro  $fmmob$ . Em (a) são apresentados os erros relativos para valores de  $fmmob$  entre 1 e 50. Em (a) são apresentados os erros relativos para valores de  $fmmob$  entre 1 e 10000.

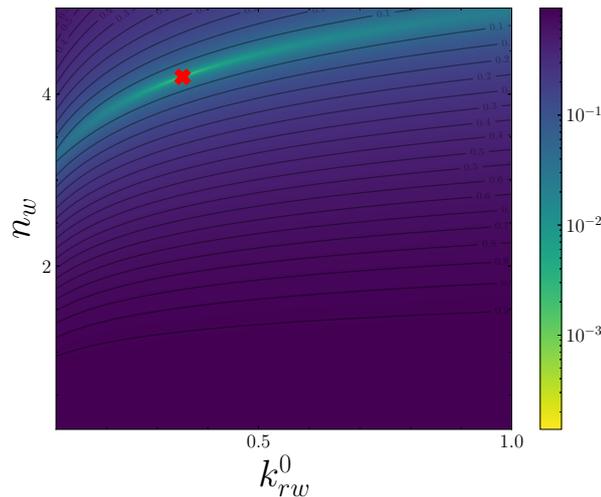


Figura 30 – Projeções da função objetivo nos planos de parâmetros dois a dois. Onde o símbolo vermelho representa o par de parâmetros ajustados. Para os parâmetros  $n_w$  e  $k_{rw}^0$  foi utilizada a função objetivo representada pela Equação 4.2.

calha, o que mostra a dificuldade de ajuste destes parâmetros.

Na Figura 31 pode-se ver que quando os valores reais são fixados, o par de valores ajustados não coincide com o mínimo local. A análise das projeções da função objetivo nos planos dois a dois dos parâmetros da função objetivo da Equação 4.3 é mostrada na Figura 32, mas neste caso os parâmetros foram mantidos fixos no valor estimado. É possível ver que o par de valores ajustados coincide com o mínimo local. Logo, na Figura 31 o mínimo local não coincide com os valores ajustados porque o mínimo local encontrado não está naquele plano de parâmetros.

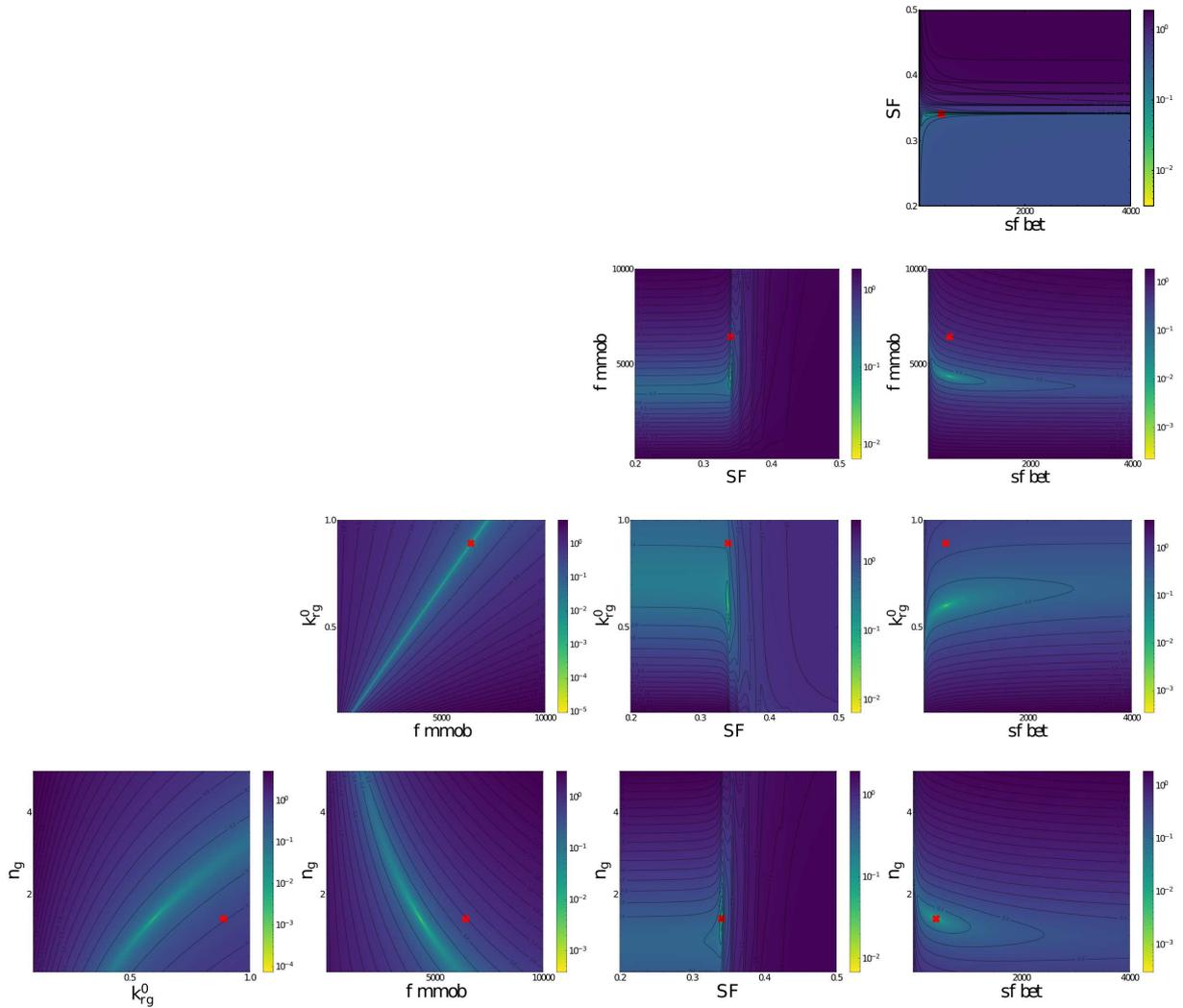


Figura 31 – Projeções da função objetivo nos planos de parâmetros dois a dois mantendo o valor real fixo. Onde o símbolo vermelho representa o par de parâmetros ajustados. Para os parâmetros  $n_g$ ,  $k_{rg}^0$ ,  $fmmob$ ,  $SF$  e  $sfbet$  foi utilizada a função objetivo representada pela Equação 4.3.

### 5.3 CENÁRIO 3

A Tabela 6 apresenta os resultados do ajuste dos parâmetros da permeabilidade relativa de Corey e de deslocamento espuma usando as funções objetivo apresentadas nas Equações 4.2 e 4.5. O procedimento de estimação foi realizado usando os seguintes limites para os parâmetros:  $n_w \in [0.1, 5.0]$ ,  $k_{rg}^0 \in [0.1, 1.0]$ ,  $n_g \in [0.1, 5.0]$ ,  $k_{rg}^0 \in [0.1, 1.0]$ ,  $fmmob \in [10, 10000]$ ,  $SF \in [S_{wc}, 1.0 - S_{gr}]$  e  $sfbet \in [1, 10000]$ .

O ajuste de  $k_{rg}^0$  e  $fmmob$ , destacado na Tabela 6 não conseguiu recuperar o valor real. Neste cenário foi feito um novo reajuste de  $k_{rg}^0$  e de  $fmmob$ , logo os valores destacados em vermelho na Tabela 6 são temporários. A Tabela 7 mostra o resultado do reajuste de  $k_{rg}^0$  feito com a Equação 4.7 usando um novo experimento de injeção de água e gás e o resultado do ajuste do parâmetro  $fmmob$  usando a função objetivo apresentada pela a Equação 4.8 com dados experimentais da viscosidade aparente obtidos através do experimento de

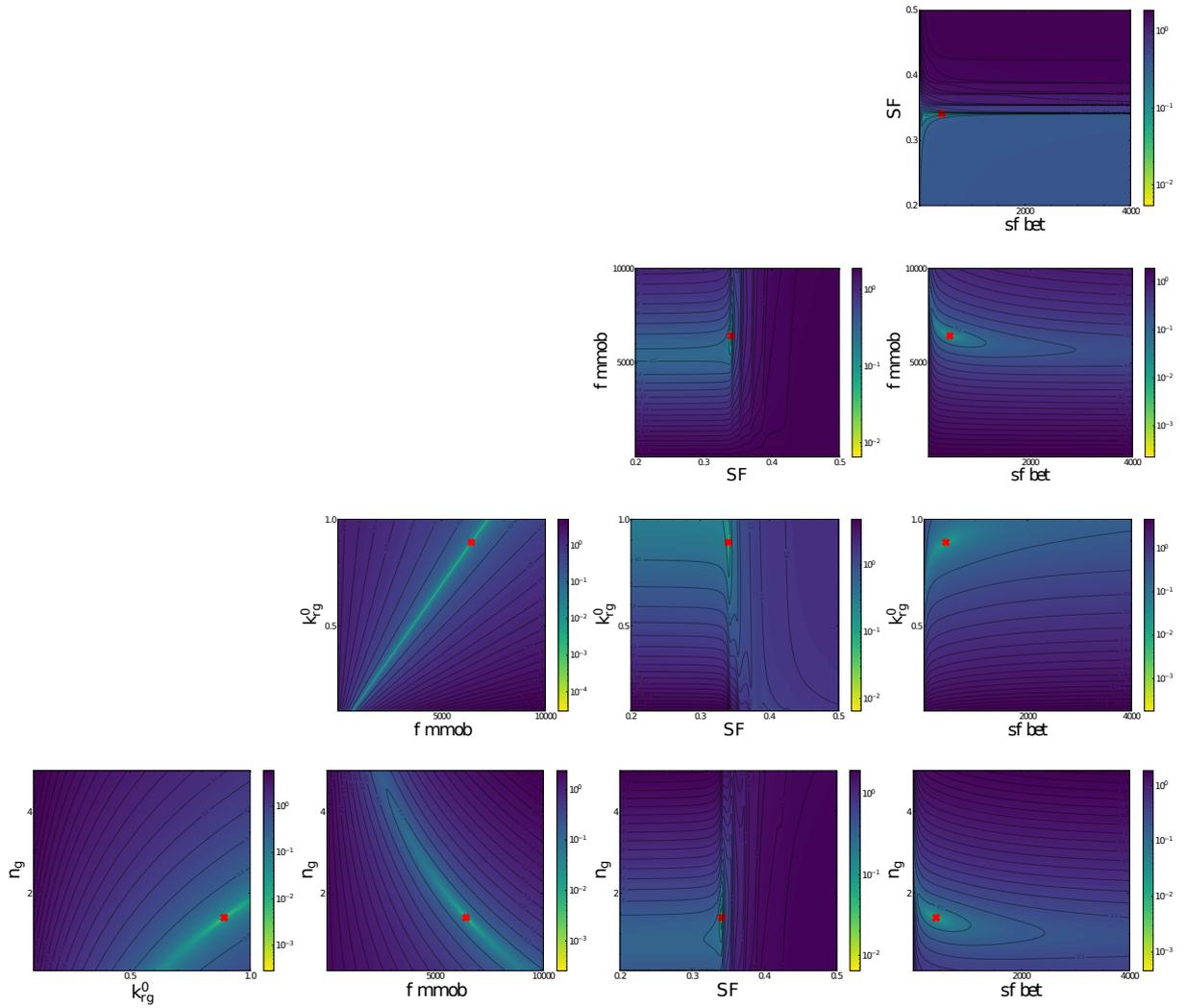


Figura 32 – Projeções da função objetivo nos planos de parâmetros dois a dois mantendo o valor estimado fixo. Onde o símbolo vermelho representa o par de parâmetros ajustados. Para os parâmetros  $n_g$ ,  $k_{rg}^0$ ,  $fmmob$ ,  $SF$  e  $sfbet$  foi utilizada a função objetivo representada pela Equação 4.3.

Tabela 6 – Resultado do ajuste dos parâmetros de permeabilidade relativa de Corey e de espuma.

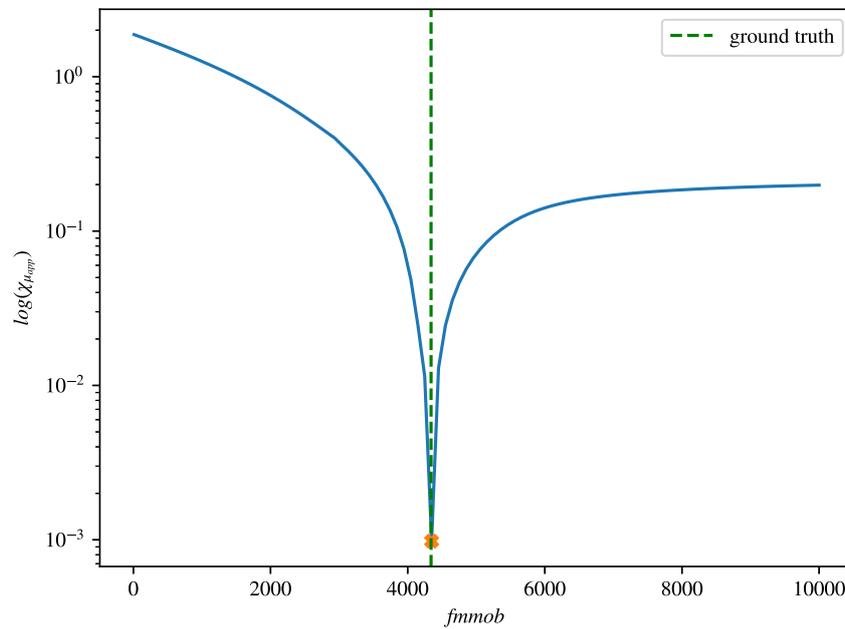
Parâmetro	Valor real	Valor estimado	Erro Relativo [%]
$n_w$	4.20	4.20	0.0
$k_{rw}^0$	0.35	0.35	0.0
$n_g$	1.4	1.39991967	0.0057
$k_{rg}^0$	0.6	0.89166193	48.6103
$fmmob$	4341	6432.61364	48.1828
$SF$	0.3409	0.34090024	0.0001
$sfbet$	424	423.889754	0.026

injeção de espuma. É possível ver que com esta nova abordagem, resultados satisfatórios foram obtidos para  $k_{rg}^0$  e  $fmmob$ , pois os erros relativos diminuiram drasticamente em comparação com o Cenário 2.

Tabela 7 – Resultado do reajuste de  $k_{rg}^0$  e de  $fmmob$ .

Parâmetro	Valor real	Valor estimado	Erro Relativo [%]
$k_{rg}^0$	0.6	0.59985170	0.0247
$fmmob$	4341	4340.14020	0.0198

Como o reajuste do valor de  $k_{rg}^0$  foi realizado apenas por meio de cálculos (Equação 4.7), foi feita uma análise de identificabilidade apenas para o parâmetro  $fmmob$ , como mostrado na Figura 33. Observa-se um mínimo claro neste parâmetro, o que indica que o problema de não identificabilidade estrutural foi resolvido.

Figura 33 – Perfil de verossimilhança para o parâmetro  $fmmob$ .

## 6 CONCLUSÃO

Neste trabalho, foi estudado o problema de estimação de parâmetros e identificabilidade para modelos de água, gás e espuma em meios porosos.

No primeiro cenário foram utilizadas a varredura de dois experimentos, como nos trabalhos de Pedroni and Nabzar [33] e Gassara et al. [18]. O primeiro experimento utiliza a injeção de água e gás. Foi analisado apenas o ajuste dos parâmetros de permeabilidade relativa de Corey com duas funções objetivos. Para a permeabilidade relativa da água foi utilizada uma função objetivo baseada na saturação. Para a permeabilidade relativa do gás foi utilizada uma função baseada na viscosidade aparente da mistura água-gás. O segundo experimento utiliza a injeção de espuma. Foi analisado o ajuste dos parâmetros da espuma usando uma função baseada na viscosidade aparente da espuma. Neste cenário todos os parâmetros foram identificáveis.

No segundo cenário foi utilizado somente um experimento com injeção de espuma, como no trabalho de Façanha et al. [16]. Foram analisados os ajustes dos parâmetros de permeabilidade relativa da água com a função objetivo baseada na saturação. Os parâmetros de permeabilidade relativa do gás e os parâmetros do modelo de espuma foram ajustados com a função objetivo baseada na viscosidade aparente da espuma. Através deste ajuste foi observada uma não identificabilidade nos parâmetros  $k_{rg}^0$  e  $fmmob$ . Este resultado demonstra a importância da realização dos experimentos de injeção de água e gás sem espuma para a correta caracterização dos efeitos da espuma.

O terceiro cenário surgiu com uma nova proposta para resolver o problema de não identificabilidade encontrado no cenário anterior. Também foram considerados dois experimentos: injeção de água e gás, e injeção de espuma. Para o experimento com injeção de água e gás foi considerado apenas um fluxo fracionário, o que pode reduzir o tempo do experimento significativamente. Para o experimento de espuma foram consideradas todas as qualidades de espuma. Os parâmetros de permeabilidade relativa da água foram ajustados com a função objetivo da saturação. Os parâmetros de permeabilidade relativa do gás e os parâmetros do modelo de espuma foram ajustados com a função objetivo baseada na viscosidade aparente. Com base nos resultados desses ajustes foi feito um reajuste para  $k_{rg}^0$  e um novo ajuste para  $fmmob$  usando o experimento de injeção de espuma. Desta forma os ajustes de todos os parâmetros foram realizados com sucesso.

Para todos os cenários também foram realizadas análises das projeções da função objetivo nos planos dos parâmetros dois a dois das funções objetivo. Para o modelo de água e gás foi possível observar que existe um mínimo global, logo o algoritmo tende a convergir para ele. Para o modelo com espuma, a maioria das projeções apresenta um mínimo global, mas na projeção dos parâmetros  $fmmob \times k_{rg}^0$  é possível ver topologias semelhantes à curva de nível de uma calha, o que mostra a dificuldade de ajustar esses

parâmetros.

Em resumo, o primeiro cenário é mais custoso, pois utiliza duas varreduras para realizar os ajustes. O segundo cenário é menos custoso, mas com ele os parâmetros  $k_{rg}^0$  e  $fmmob$  não são identificáveis. A proposta do terceiro cenário é menos custosa que o primeiro cenário, uma vez que no experimento de injeção de água e gás é considerado apenas um fluxo fracionário. Com ela foi possível realizar todos os ajustes com sucesso.

## 6.1 LIMITAÇÕES E TRABALHOS FUTUROS

Foi visto que a identificabilidade depende dos dados experimentais. Assim, ainda não é possível generalizar os resultados aqui encontrados. Para isso, é preciso gerar novos dados sintéticos variando os valores dos parâmetros dos modelos de forma sistemática.

Neste trabalho foi encontrado uma identificabilidade “quase” estrutural. Porém, ruídos também podem tornar parâmetros não identificáveis. Para verificar isto é necessário incluir ruído nos dados sintéticos.

## 6.2 TRABALHOS PUBLICADOS

Durante o mestrado três artigos foram publicados em anais de congresso, sendo eles:

1. Ribeiro, Luisa Silva; de Miranda, Gabriel Brandão; Chapiro Grigori; dos Santos, Rodrigo Weber; Rocha, Bernardo Martins. A workflow for uncertainty quantification of numerical models for foam-based EOR. Rio Oil and Gas Expo and Conference, v. 22, p. 179-180, 2022.
2. De Miranda, Gabriel Brandão; Ribeiro, L. S.; Fonseca Façanha, Juliana Maria da; Pérez-Gramatges, Aurora; Rocha, Bernardo Martins; Chapiro, Grigori ; dos Santos, Rodrigo Weber. Characterization of Foam-Assisted Water-Gas Flow via Inverse Uncertainty Quantification Techniques. 1ed., 2022, v. , p. 310-322.
3. De Miranda, G.B.; Ribeiro, L. S.; Rocha, B.M.; Façanha, J.M.D.F.; Pérez-Gramatges, A.; Dos Santos, R.W.; Chapiro, G. An Improved Approach for Uncertainty Quantification Based on Steady-State Experimental Data in Foam-Assisted Enhanced Oil Recovery. In: ECMOR 2022, 2022, The Hague. ECMOR 2022. p. 1.

## REFERÊNCIAS

- 1 Shokufe Afzali, Nima Rezaei, and Sohrab Zendehboudi. A comprehensive review on enhanced oil recovery by water alternating gas (wag) injection. *Fuel*, 227:218–246, 2018. ISSN 0016-2361. doi: <https://doi.org/10.1016/j.fuel.2018.04.015>. URL <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0016236118306380>.
- 2 E. Ashoori, D. Marchesin, and W.R. Rossen. Roles of transient and local equilibrium foam behavior in porous media – traveling wave. *Colloids and Surfaces A-physicochemical and Engineering Aspects - COLLOID SURFACE A*, 377:228–242, 03 2011. doi: 10.1016/j.colsurfa.2010.12.042.
- 3 Mohammad Amin Bagrezaie, Peyman Pourafshary, and S. Gerami. Study of different water alternating carbon dioxide injection methods in various injection patterns in an iranian non fractured carbonate reservoir. volume 2, 03 2014. doi: 10.4043/24793-MS.
- 4 J. Bear. *Modeling Phenomena of Flow and Transport in Porous Media. Theory and Applications of Transport in Porous Media*. Springer International Publishing, 2018. doi: 10.1007/978-3-319-72826-1.
- 5 Steffen Berg, Evren Unsal, and Harm Dijk. Non-uniqueness and uncertainty quantification of relative permeability measurements by inverse modelling. *Computers and Geotechnics*, 132:103964, 2021. ISSN 0266-352X. doi: <https://doi.org/10.1016/j.compgeo.2020.103964>. URL <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0266352X20305279>.
- 6 S. E. Buckley and M. C. Leverett. Mechanism of fluid displacement in sands. *Transactions of the AIME*, 146, 1942. doi: 10.2118/942107-G.
- 7 J. Cedro and G. Chapiro. Traveling wave solutions for a realistic non-newtonian foam flow model. *Under review*, 2023.
- 8 Z. Chen, G. Huan, and Y. Ma. *Computational Methods for Multiphase Flows in Porous Media*. Computational Science and Engineering. Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia, 1 edition, 2006.
- 9 Computer Modeling Group (CMG). STARS users manual; version 2019.10, 2019.
- 10 A. T. Corey. The interrelation between gas and oil relative permeabilities. *Producers monthly*, 19(1):38–41, 1954.
- 11 Zhenxue Dai, Richard Middleton, Hari Viswanathan, Julianna Fessenden-Rahn, Jacob Bauman, Rajesh Pawar, Si-Yong Lee, and Brian McPherson. An integrated framework for optimizing co2 sequestration and enhanced oil recovery. *Environmental Science & Technology Letters*, 1(1):49–54, 2014. doi: 10.1021/ez4001033. URL <https://doi.org/10.1021/ez4001033>.
- 12 H. Darcy. *Les fontaines publiques de la ville de Dijon*. Dalmont, 1856.
- 13 Jose Sergio de Araújo Cavalcante Filho, Mojdeh Delshad, and Kamy Sepehrnoori. Estimation of foam-flow parameters for local equilibrium methods by use of steady-state flow experiments and optimization algorithms. *SPE Reservoir Evaluation & Engineering*, 21, 10 2017. doi: 10.2118/179597-PA.

- 14 J. M. Deutsch. Parameter identifiability and identifiable parameter combinations in environmental modeling. *Environmental Modelling & Software*, 62:164–172, 2014. doi: 10.1016/j.envsoft.2014.08.020.
- 15 D. Eydinov, G. Gao, G. Li, and Albert Reynolds. Simultaneous estimation of relative permeability and porosity/permeability fields by history matching production data. *Journal of Canadian Petroleum Technology - J CAN PETROL TECHNOL*, 48:13–25, 12 2009. doi: 10.2118/132159-PA.
- 16 J. M. F. Façanha, A. V. O. Souza, and A. P. Gramatges. Comportamento de espumas em rochas carbonáticas análogas: comparação com curvas de traçador e efeito da permeabilidade. In *Rio Oil and Gas Expo and Conference*. Brazilian Petroleum, Gas and Biofuels Institute - IBP, 2020. doi: 10.48072/2525-7579.rog.2020.039.
- 17 R. Farajzadeh, Mohammad Lotfollahi, Eftekhari Ali A., W. R. Rossen, and Hirasaki G. Effect of permeability on implicit-texture foam model parameters and the limiting capillary pressure. *Energy & Fuels*, 29, 04 2015. doi: 10.1021/acs.energyfuels.5b00248.
- 18 Omar Gassara, Frederic Douarche, Benjamin Braconnier, and Bernard Bourbiaux. Calibrating and interpreting implicit-texture models of foam flow through porous media of different permeabilities. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 159, 09 2017. doi: 10.1016/j.petrol.2017.09.069.
- 19 Omar Gassara, Frederic Douarche, Benjamin Braconnier, and Bernard Bourbiaux. Equivalence between semi-empirical and population-balance foam models. *Transport in Porous Media*, 120, 12 2017. doi: 10.1007/s11242-017-0935-8.
- 20 IHS Harmony. Relative permeability, Fevereiro 2020. URL [https://www.ihsenergy.ca/support/documentation\\_ca/Harmony/content/html\\_files/reference\\_material/general\\_concepts/relative\\_permeability.htm](https://www.ihsenergy.ca/support/documentation_ca/Harmony/content/html_files/reference_material/general_concepts/relative_permeability.htm).
- 21 Hamed Hematpur, Syed Mohammad Mahmood, Negar Hadian Nasr, and Khaled Abdalla Elraies. Foam flow in porous media: Concepts, models and challenges. *Journal of Natural Gas Science and Engineering*, 53:163–180, 2018. ISSN 1875-5100. doi: <https://doi.org/10.1016/j.jngse.2018.02.017>. URL <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1875510018300878>.
- 22 Ahmed Ismail and El-Amin M. Abdel-Wahab. *Reservoir Simulation - Mathematical Techniques in Oil Recovery*. CRC Press, 2011.
- 23 Seung Ihl Kam. Improved mechanistic foam simulation with foam catastrophe theory. *Colloids and Surfaces A: Physicochemical and Engineering Aspects*, 318(1):62–77, 2008. ISSN 0927-7757. doi: <https://doi.org/10.1016/j.colsurfa.2007.12.017>. URL <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0927775707010473>.
- 24 Yu-Han Kao and Marisa C. Eisenberg. Practical unidentifiability of a simple vector-borne disease model: Implications for parameter estimation and intervention assessment. *Epidemics*, 25:89–100, 2018. ISSN 1755-4365. doi: <https://doi.org/10.1016/j.epidem.2018.05.010>. URL <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1755436517301627>.

- 25 A. R. Kovscek and C. J. Radke. Fundamentals of foam transport in porous media. In L. L. Schramm, editor, *Foams: Fundamentals and Applications in the Petroleum Industry*, chapter 3, pages 115–163. American Chemical Society, Washington, DC, 1994. doi: 10.1021/ba-1994-0242.ch003.
- 26 Anthony Kovscek, Qing Chen, and Margot Gerritsen. Modeling foam displacement with the local-equilibrium approximation: Theory and experimental verification. *SPE Journal - SPE J*, 15:171–183, 03 2010. doi: 10.2118/116735-PA.
- 27 R. J Leveque. *Finite Volume Methods for Hyperbolic Problems*. Cambridge University Press, 2022.
- 28 F. Lomeland, E. Ebeltoft, and W. H. Thomas. A new versatile relative permeability correlation. In *Proceedings of the International Symposium of the Society of Core Analysts*, 2005. Paper SCA2005-32.
- 29 Kun Ma, Guangwei Ren, Khalid Mateen, Danielle Morel, and Philippe Cordelier. Modeling Techniques for Foam Flow in Porous Media. *SPE Journal*, 20(03):453–470, 02 2015. ISSN 1086-055X. doi: 10.2118/169104-PA. URL <https://doi.org/10.2118/169104-PA>.
- 30 Shehadeh Masalmeh, T. Sorop, Bart Suijkerbuijk, Esther Vermolen, Sippe Douma, H. Linde, and S. Pieterse. Low salinity flooding: Experimental evaluation and numerical interpretation. 01 2014. doi: 10.2523/17558-MS.
- 31 Morris Muskat and M. W. Meres. The flow of heterogeneous fluids through porous media. *Physics*, 7:346–363, 1936.
- 32 Matthew Newville, Till Stensitzki, Daniel B. Allen, and Antonino Ingargiola. LMFIT: Non-Linear Least-Square Minimization and Curve-Fitting for Python, September 2014. URL <https://doi.org/10.5281/zenodo.11813>.
- 33 Lucas Pedroni and Lahcen Nabzar. New insights on foam rheology in porous media. 10 2016.
- 34 Andreas Raue, Clemens Kreutz, Thomas Maiwald, J. Bachmann, Marcel Schilling, Ursula Klingmüller, and Jens Timmer. Structural and practical identifiability analysis of partially observed dynamical models by exploiting the profile likelihood. *Bioinformatics*, 25:1923–1929, 06 2013. doi: 10.1093/bioinformatics/btp358.
- 35 Tibi G. Sorop, Shehadeh K. Masalmeh, Bart M. Suijkerbuijk, Hilbert A. van der Linde, Hassan Mahani, Niels J. Brussee, Fons A. Marcelis, and Ab Coorn. Relative Permeability Measurements to Quantify the Low Salinity Flooding Effect at Field Scale. Day 2 Tue, November 10, 2015, 11 2015. doi: 10.2118/177856-MS. URL <https://doi.org/10.2118/177856-MS>. D021S024R003.
- 36 Rainer Storn and Kenneth Price. Differential evolution—a simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces. *Journal of global optimization*, 11(4): 341, 1997.
- 37 R.C Swanson and Eli Turkel. On central-difference and upwind schemes. *Journal of Computational Physics*, 101(2):292–306, 1992. ISSN 0021-9991. doi: [https://doi.org/10.1016/0021-9991\(92\)90007-L](https://doi.org/10.1016/0021-9991(92)90007-L). URL <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/002199919290007L>.

- 38 Rahul Thorat and Hans Bruining. Foam flow experiments. i. estimation of the bubble generation-coalescence function. *Transport in Porous Media*, 112, 03 2016. doi: 10.1007/s11242-016-0632-z.
- 39 Andrés R. Valdez, Bernardo Martins Rocha, Grigori Chapiro, and Rodrigo Weber dos Santos. Assessing uncertainties and identifiability of foam displacement models employing different objective functions for parameter estimation. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 214:110551, 2022. ISSN 0920-4105. doi: <https://doi.org/10.1016/j.petrol.2022.110551>. URL <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0920410522004284>.
- 40 Andrés R. Valdez, Bernardo Martins Rocha, Grigori Chapiro, and Rodrigo Weber dos Santos. Assessing uncertainties and identifiability of foam displacement models employing different objective functions for parameter estimation. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 214:110551, 2022. ISSN 0920-4105. doi: <https://doi.org/10.1016/j.petrol.2022.110551>. URL <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0920410522004284>.
- 41 Guido Van Rossum and Fred L. Drake. *Python 3 Reference Manual*. CreateSpace, Scotts Valley, CA, 2009. ISBN 1441412697.
- 42 Pauli Virtanen, Ralf Gommers, Travis E. Oliphant, Matt Haberland, Tyler Reddy, David Cournapeau, Evgeni Burovski, Pearu Peterson, Warren Weckesser, Jonathan Bright, Stéfan J. van der Walt, Matthew Brett, Joshua Wilson, K. Jarrod Millman, Nikolay Mayorov, Andrew R. J. Nelson, Eric Jones, Robert Kern, Eric Larson, C J Carey, İlhan Polat, Yu Feng, Eric W. Moore, Jake VanderPlas, Denis Laxalde, Josef Perktold, Robert Cimrman, Ian Henriksen, E. A. Quintero, Charles R. Harris, Anne M. Archibald, Antônio H. Ribeiro, Fabian Pedregosa, Paul van Mulbregt, and SciPy 1.0 Contributors. SciPy 1.0: Fundamental Algorithms for Scientific Computing in Python. *Nature Methods*, 17:261–272, 2020. doi: 10.1038/s41592-019-0686-2.
- 43 Franz-Georg Wieland, Adrian L. Hauber, Marcus Rosenblatt, Christian Tönsing, and Jens Timmer. On structural and practical identifiability. *Current Opinion in Systems Biology*, 25:60–69, 2021. ISSN 2452-3100. doi: <https://doi.org/10.1016/j.coisb.2021.03.005>. URL <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S245231002100007X>.
- 44 G.P. Willhite. Over-all Heat Transfer Coefficients in Steam And Hot Water Injection Wells. *Journal of Petroleum Technology*, 19(05):607–615, 05 1967. ISSN 0149-2136. doi: 10.2118/1449-PA. URL <https://doi.org/10.2118/1449-PA>.
- 45 B.T. Willman, V.V. Valleroy, G.W. Runberg, A.J. Cornelius, and L.W. Powers. Laboratory Studies of Oil Recovery by Steam Injection. *Journal of Petroleum Technology*, 13(07):681–690, 07 1961. ISSN 0149-2136. doi: 10.2118/1537-G-PA. URL <https://doi.org/10.2118/1537-G-PA>.
- 46 Yongchao Zeng, Aarthi Muthuswamy, Kun Ma, Le Wang, R. Farajzadeh, Maura Puerto, Sebastien Vincent-Bonnieu, Ali A Eftekhari, Ying Wang, Chang Da, Jeffrey Joyce, Sibani Biswal, and G. Hirasaki. Insights on foam transport from a texture-implicit local-equilibrium model with an improved parameter estimation algorithm. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, 55:7819–7829, 07 2016. doi: 10.1021/acs.iecr.6b01424.

- 47 P. L. J. Zitha, Q. P. Nguyen, P. K. Currie, and M. A. Buijse. Coupling of foam drainage and viscous fingering in porous media revealed by X-ray computed tomography. *Transport in Porous Media*, 64(3):301–313, 2006.