

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA  
FACULDADE DE ENGENHARIA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL**

**BRUNO EDUARD DE OLIVEIRA BRUGNARA**

**Agrupamento ótimo de barras de pórticos espaciais de aço via otimização  
estrutural multi-objetivo**

Juiz de Fora

2023

**BRUNO EDUARD DE OLIVEIRA BRUGNARA**

**Agrupamento ótimo de barras de pórticos espaciais de aço via otimização  
estrutural multi-objetivo**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de pós-graduação em engenharia civil da Universidade Federal de Juiz de Fora como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil. Área de concentração: Estruturas e Materiais. Linha de pesquisa: Mecânica das Estruturas

Orientador: Prof. D.Sc. Afonso Celso de Castro Lemonge

Coorientadores: Profs. D.Sc. Patrícia Habib Hallak e Dênis Emanuel da Costa Vargas

Juiz de Fora

2023

Ficha catalográfica elaborada através do Modelo Latex do CDC da UFJF  
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

Brugnara, Bruno Eduard de Oliveira .

Agrupamento ótimo de barras de pórticos espaciais de aço via otimização estrutural multi-objetivo / BRUNO EDUARD DE OLIVEIRA BRUGNARA. – 2023.

80 f. : il.

Orientador: Afonso Celso de Castro Lemonge

Coorientadores: Patrícia Habib Hallak e Dênis Emanuel da Costa Vargas  
Dissertação de Mestrado – Universidade Federal de Juiz de Fora, Faculdade de Engenharia. Programa de pós-graduação em engenharia civil, 2023.

1. Otimização multi-objetivo. 2. Otimização do agrupamento. 3. Pórticos espaciais em aço. I. Lemonge, Afonso Celso de Castro, orient. II. Hallak, Patrícia Habib, coorient. III. Vargas, Dênis Emanuel da Costa, coorient. IV. Título.

**Bruno Eduard de Oliveira Brugnara**

**Agrupamento ótimo de barras de pórticos espaciais de aço via otimização estrutural multi-objetivo**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal de Juiz de Fora como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil. Área de concentração: Estruturas e Materiais.

Aprovada em 14 de abril de 2023.

**BANCA EXAMINADORA**

**Prof. Dr. Afonso Celso de Castro Lemonge** - Orientador e Presidente da banca  
Universidade Federal de Juiz de Fora

**Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Patrícia Habib Hallak** - Coorientadora  
Universidade Federal de Juiz de Fora

**Prof. Dr. Dênis Emanuel Costa Vargas** - Coorientador  
Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais

**Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Beatriz de Souza Leite Pires de Lima**  
Programa de Engenharia Civil da COPPE/UFRJ

**Prof. Dr. Marcelo Greco**  
Universidade Federal de Minas Gerais

Juiz de Fora, 27/03/2023.



Documento assinado eletronicamente por **Afonso Celso de Castro Lemonge, Professor(a)**, em 17/04/2023, às 11:06, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Patricia Habib Hallak, Professor(a)**, em 17/04/2023, às 11:07, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Dênis Emanuel da Costa Vargas, Usuário Externo**, em 17/04/2023, às 11:26, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Beatriz de Souza Leite Pires de Lima, Usuário Externo**, em 17/04/2023, às 11:42, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Marcelo Greco, Usuário Externo**, em 17/04/2023, às 11:46, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).

---



A autenticidade deste documento pode ser conferida no Portal do SEI-Uffj ([www2.uffj.br/SEI](http://www2.uffj.br/SEI)) através do ícone Conferência de Documentos, informando o código verificador **1204201** e o código CRC **0872B74C**.

---

## AGRADECIMENTOS

Primeiramente, gostaria de agradecer ao meu orientador, o professor Afonso Lemonge, por sua contribuição incrível ao meu trabalho. Sua orientação, apoio e encorajamento foram fundamentais para o sucesso desta jornada. Suas ideias e sugestões foram valiosas para a qualidade do trabalho e aprendizado adquirido. Agradeço também aos coorientadores, professores Dênis e Patrícia, por compartilharem seus conhecimentos e experiências ao longo do percurso. Sua orientação e aconselhamento foram fundamentais para o meu progresso. Gostaria de agradecer a Júlia Castro pela colaboração com os códigos e pela ajuda na dissertação. A ajuda da Júlia foi sem dúvida essencial para a conclusão do trabalho. Obrigado também ao meu amigo João Marcos, que sempre facilitou minha vida acadêmica e fez essa jornada ser bem mais descontraída.

Não posso deixar de mencionar minha família, que esteve presente em todos os momentos do meu caminho. Agradeço à minha mãe Cássia, meu pai César e minha irmã Anna Beatriz por todo apoio emocional, paciência e incentivo em todas as etapas do processo. Sem o amor e suporte da minha família, esta jornada teria sido muito mais difícil. Por fim, quero agradecer ao meu grande amor, Mercedes, que esteve presente em todos os momentos, me dando força e me ajudando a pensar no futuro. Seu apoio emocional, incentivo e encorajamento foram fundamentais para a minha dedicação e comprometimento com o trabalho. Por todas essas pessoas, sou extremamente grato e expresso minha sincera gratidão pelo papel que desempenharam na minha vida acadêmica. Sem a ajuda de cada um de vocês, eu não teria chegado tão longe.

Muito obrigado!

Gostaria também de agradecer ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil (UFJF), à FAPEMIG (TEC PPM-174-18) e ao CNPq (308105/2021-4) pelo apoio financeiro.

## RESUMO

A otimização estrutural de estruturas compostas por barras, como treliças e pórticos, geralmente envolve a minimização do peso (volume ou massa) como objetivo principal. Essa otimização pode ser dimensional, paramétrica, de forma, topológica ou combinar várias dessas abordagens. As restrições, por sua vez, estão relacionadas a deslocamentos nodais máximos, tensões máximas, frequências naturais de vibração mínimas, cargas de flambagem, entre outras.

Quando mais de um objetivo é considerado, outras funções podem ser introduzidas na formulação, como a minimização do deslocamento máximo, a maximização de frequências naturais de vibração ou a maximização dos fatores de carga crítica. Esses objetivos podem ser considerados simultaneamente em uma única formulação.

Uma possibilidade interessante em otimização estrutural é obter estruturas otimizadas que considerem agrupamentos de barras segundo expectativas do projetista. Esses agrupamentos proporcionam ganhos em diversos aspectos, como fabricação, montagem, conferência, execução e aspectos arquitetônicos. Encontrar os agrupamentos ótimos pode ser desafiador e pode demandar a experiência do projetista, além de processos baseados em tentativa-e-erro.

Algumas estratégias propostas na literatura contemplam o agrupamento automático de barras como restrições impostas na formulação dos problemas de otimização estrutural, como a consideração de restrições de cardinalidade.

Nessa dissertação, é proposta a formulação de um problema de otimização estrutural multi-objetivo de pórticos espaciais considerando-se a minimização do peso da estrutura e o número de barras distintas (pilares e vigas) como funções objetivos claramente conflitantes. São realizados três experimentos nos quais o conflito entre o agrupamento e o peso é analisado, incluindo a validação da metodologia de agrupamento, a análise do agrupamento automático em situações de simetria e assimetria da estrutura e uma análise de pré-agrupamento. Todos os problemas foram resolvidos utilizando um algoritmo baseado em Evolução Diferencial.

Palavras-chave: Otimização estrutural multi-objetivo. Pórticos de aço espaciais. Agrupamento ótimo de barras.

## ABSTRACT

Structural optimization problems considering structures composed of bars, such as trusses and frames, are mostly formulated by defining weight (volume or mass) as the primary objective function in their formulations. This optimization can be classified as dimensional or parametric, where the design variables are the characteristics of the cross sections; shape, where the structure's contours or geometric characteristics are assigned as design variables; topological, when the presence or absence of structural elements is considered as design variables; and, finally, all of them considered simultaneously. Constraints usually refer to maximum nodal displacements, maximum stresses, minimum natural vibration frequencies, buckling loads, among others. In most cases, problems are formulated with a single objective, which is the weight to be minimized.

On the other hand, when more than one objective is of interest to the designer, other functions are introduced into the formulations, such as minimizing the maximum displacement, maximizing natural vibration frequencies, or maximizing critical load factors. These objectives can also be considered simultaneously in the same formulation. In the context of structural optimization involving bar structures, an interesting possibility is to obtain optimized structures that take into account the groupings of bars according to the designer's expectations. These groupings provide gains in manufacturing, assembly, checking, execution, architectural aspects, the labor economy, and so on. The task of finding the optimal groupings is not trivial and may require the designer's experience, as well as trial-and-error processes that can be costly. In the literature, proposed strategies include automatic bar grouping as constraints imposed in the formulation of structural optimization problems. One of them is the consideration of cardinality constraints.

In the context of optimal bar grouping, this master thesis proposes the formulation of a multi-objective structural optimization problem of spatial frames considering the weight of the structure and the number of distinct bars (columns and beams) as clearly conflicting objective functions. In this proposal, three experiments are carried out in which the conflict between grouping and weight is analyzed. First, the operation of the grouping methodology is tested and validated. Next, automatic grouping is proposed to be verified in analyses of symmetry and asymmetry of the structure and a pre-grouping analysis. In all problems, a Differential Evolution-based algorithm was used.

Keywords: Multi-objective structural optimization. Steel spatial frame. Optimal member grouping.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Exemplo do uso de restrições de cardinalidade usadas para agrupamento ótimo de barras. . . . .	22
Figura 2 – Representação de um pórtico espacial genérico. . . . .	23
Figura 3 – Eixos locais do elemento genérico $i$ e seus graus de liberdade. . . . .	25
Figura 4 – Eixos locais do elemento genérico $i$ e seus graus de liberdade definidos localmente. . . . .	25
Figura 5 – Esquema do DE de geração de vetores mutantes. . . . .	30
Figura 6 – Ilustração do carregamento no pórtico espacial de 78 barras. . . . .	37
Figura 7 – Comparação entre as análises mono-objetivo e a única análise multi-objetivo. . . . .	44
Figura 8 – Agrupamentos do pórtico de 78 barras com grupos indicados por cor. . . . .	45
Figura 9 – Ilustração do carregamento no pórtico espacial de 230 barras simétrico. . . . .	49
Figura 10 – Ilustração do carregamento no pórtico espacial de 230 barras assimétrico. . . . .	50
Figura 11 – Comparação entre entre pórticos de 230 barras simétrico e assimétrico. . . . .	54
Figura 12 – Agrupamentos dos pórticos de 230 barras com grupos indicados por cor. . . . .	57
Figura 13 – Grupos definidos para os pórticos de 230 barras com recomendações do projetista. . . . .	62
Figura 14 – Grupos definidos para os pórticos de 230 barras através de análises do primeiro agrupamento automático. . . . .	66
Figura 15 – Comparação entre os pré-agrupamentos para o pórtico simétrico. . . . .	69
Figura 16 – Comparação entre os pré-agrupamentos para o pórtico assimétrico. . . . .	69

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1	– Perfis comerciais para pilares. . . . .	19
Tabela 2	– Perfis comerciais para vigas. . . . .	19
Tabela 3	– Peso da estrutura em kg em função dos valores das funções objetivo: número de pilares distintos e número de vigas distintas. . . . .	39
Tabela 4	– Resultado do peso da estrutura para o agrupamento via problema multi-objetivo com 2 funções objetivo. . . . .	40
Tabela 5	– Peso da estrutura em kg em função da variação da cardinalidade de pilares e vigas dos problemas mono-objetivo. . . . .	41
Tabela 6	– Resultado do peso da estrutura para o agrupamento mono-objetivo.	42
Tabela 7	– Resultado do peso da estrutura de 230 barras simétrica para o agrupa- mento via problema multi-objetivo com 2 funções objetivo. . . . .	52
Tabela 8	– Resultado do peso da estrutura de 230 barras assimétrica para o agrupamento via problema multi-objetivo com 2 funções objetivo.	53
Tabela 9	– Tabela de comparação entre as estruturas simétrica e assimétrica.	56
Tabela 10	– Resultado do pré-agrupamento via proposta do projetista para o pórtico de 230 barras simétrico. . . . .	63
Tabela 11	– Resultado do pré-agrupamento via proposta do projetista para o pórtico de 230 barras assimétrico. . . . .	64
Tabela 12	– Resultado do pré-agrupamento via análise do agrupamento automático para o pórtico de 230 barras simétrico. . . . .	67
Tabela 13	– Resultado do pré-agrupamento via análise do agrupamento automático para o pórtico de 230 barras assimétrico. . . . .	68
Tabela 14	– Análise estatística para o problemas envolvendo os pórticos de 230 barras. . . . .	71

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO . . . . .</b>	<b>9</b>
1.1	OBJETIVO PRINCIPAL . . . . .	10
1.2	OBJETIVOS SECUNDÁRIOS . . . . .	10
1.3	JUSTIFICATIVAS . . . . .	10
1.3.1	Justificativa para o agrupamento via problema multi-objetivo . . . . .	11
1.3.2	Justificativa para as análises de simetria e assimetria . . . . .	11
1.3.3	Justificativa para a análise de pré-agrupamento . . . . .	11
1.4	REVISÃO DA LITERATURA . . . . .	12
1.4.1	Problemas de otimização em geral . . . . .	12
1.5	Problemas de agrupamento . . . . .	13
1.6	ORGANIZAÇÃO DO TEXTO . . . . .	15
<b>2</b>	<b>PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO ESTRUTURAL . . . . .</b>	<b>16</b>
2.1	FUNÇÕES OBJETIVO . . . . .	17
2.1.1	Peso . . . . .	17
2.1.2	Número de elementos estruturais distintos . . . . .	17
2.1.3	Funções objetivo conflitantes . . . . .	18
2.2	ESPAÇO DE BUSCA . . . . .	19
2.3	RESTRIÇÕES . . . . .	20
2.3.1	Restrições de resistência . . . . .	20
2.3.2	Restrições de deslocamentos . . . . .	20
2.3.3	Restrições geométricas . . . . .	21
2.3.4	Restrições de cardinalidade . . . . .	21
<b>3</b>	<b>ANÁLISE MATRICIAL . . . . .</b>	<b>23</b>
<b>4</b>	<b>ALGORITMO EVOLUTIVO . . . . .</b>	<b>29</b>
4.1	PROCEDIMENTOS BÁSICOS INERENTES AOS PROCESSOS DE EVOLUÇÃO DIFERENCIAL . . . . .	29
4.2	PROCEDIMENTOS ESPECÍFICOS DO <i>MULTIOBJECTIVE META-HEURISTIC WITH ITERATIVE PARAMETER DISTRIBUTION ESTIMATIONN</i> (MM-IPDE) . . . . .	30
4.3	TRATAMENTO DAS RESTRIÇÕES . . . . .	32
<b>5</b>	<b>EXPERIMENTOS NUMÉRICOS . . . . .</b>	<b>33</b>
5.1	PÓRTICO DE 78 BARRAS . . . . .	34
5.1.1	O Experimento . . . . .	37
5.1.2	Análise dos resultados . . . . .	43
5.2	PÓRTICO DE 230 BARRAS SIMÉTRICO <i>VS</i> PÓRTICO DE 230 BARRAS ASSIMÉTRICO . . . . .	47
5.2.1	O Experimento . . . . .	50

5.2.2	Análise dos resultados . . . . .	54
5.3	PÓRTICOS DE 230 BARRAS COM PRÉ-AGRUPAMENTO . . . . .	60
5.3.1	O Experimento . . . . .	60
5.3.2	Pré-agrupamento via análise do projetista . . . . .	61
5.3.3	Pré-agrupamento via análise dos resultados do agrupamento automático	64
5.3.4	Análise dos resultados . . . . .	66
5.4	ANÁLISE ESTATÍSTICA . . . . .	70
<b>6</b>	<b>CONCLUSÕES . . . . .</b>	<b>72</b>
6.1	TRABALHOS FUTUROS . . . . .	73
	<b>REFERÊNCIAS . . . . .</b>	<b>76</b>

## 1 INTRODUÇÃO

Os projetos estruturais são concebidos, sempre que possível, buscando-se a minimização de seus custos e a maximização dos seus desempenhos, satisfazendo os critérios de segurança. Em termos de resultados, a durabilidade e a qualidade de uma estrutura resulta na capacidade de suportar permanentemente todos os requisitos de sua utilização e também comportar-se de maneira adequada quanto ao seu uso previsto, evitando-se grandes deslocamentos e vibrações excessivas, por exemplo. Já em termos de custos, dois fatores norteiam sua quantificação: o material empregado em si e os custos referentes à execução do projeto propriamente dito usando-se este material. Almeja-se sempre encontrar projetos ótimos e seguros, o que demanda processos de tentativa e erro geralmente custosos e sem a garantia de que uma solução ótima ou quase-ótima seja encontrada. No âmbito da otimização de um projeto, da forma mais ampla possível, a otimização estrutural é um dos temas de grande interesse, largamente estudada academicamente e aplicada em incontáveis situações reais da engenharia. O tema desta dissertação é a otimização estrutural de pórticos espaciais de aço com o objetivo de agrupar automaticamente colunas e vigas através da formulação e solução de problemas de otimização estrutural multi-objetivo. A escolha por pórticos espaciais está justificada pela capacidade desse modelo estrutural em representar estruturas reais da construção civil com uma boa capacidade de reproduzir fielmente o seu comportamento.

Problemas de otimização consistem em definir uma ou mais funções objetivo a serem minimizadas ou maximizadas. Os problemas de otimização com apenas uma função objetivo são denominados mono-objetivo e os com duas ou mais, multi-objetivo. A função objetivo mais comum é o peso (massa ou volume ou custo) da estrutura a ser minimizado. Em quase sua totalidade, os problemas de otimização estrutural estão sujeitos a restrições impostas por normas. Estas, por exemplo, referem-se aos deslocamentos máximos, tensões máximas, valores mínimos de frequências naturais de vibração, dentre outras. As soluções obtidas após a otimização devem satisfazer rigorosamente a estas restrições, garantindo, além da economia desejada, a segurança prevista.

Ressalta-se que avaliar o custo de uma estrutura apenas pelo custo do material usado não contempla aspectos relacionados à fabricação, transporte, corte, montagem e soldagem, conferência, aspectos arquitetônicos, dentre outros. Ilustra-se neste contexto, por exemplo, que uma certa estrutura otimizada de um pórtico espacial pode apresentar um custo atrativo, mas por outro lado um número significativo de diferentes perfis metálicos indicados no projeto otimizado. Isso pode demandar custos adicionais nestes aspectos levantados, encarecendo o projeto otimizado.

Neste sentido, estudos consideram na formulação do problema de otimização estrutural a possibilidade de encontrar agrupamentos ótimos de barras, limitando-se o

número máximo de perfis metálicos a serem utilizados na solução otimizada, torna-se um fator muito atrativo. É no âmbito deste tema que está a proposta desta dissertação de mestrado.

### 1.1 OBJETIVO PRINCIPAL

O objetivo principal dessa dissertação é abordar o agrupamento de barras de uma estrutura através de um problema de otimização estrutural multi-objetivo. Neste sentido, serão formulados e resolvidos problemas de otimização estrutural multi-objetivo com duas funções objetivo conflitantes a serem minimizadas: a primeira é o peso da estrutura e a segunda é o número de perfis metálicos distintos a serem usados na solução otimizada. As soluções obtidas serão não-dominadas entre si, gerando uma frente de Pareto. Nesta frente de Pareto as soluções com maiores pesos apresentam os menores números de perfis diferentes e, por outro lado, as de menores pesos apresentam os maiores números de perfis diferentes.

Para resolver os problemas de otimização estrutural multi-objetivo será usado uma meta-heurística populacional proposta recentemente chamada *multi-objective meta-heuristic with iterative parameter distribution estimation* (MM-IPDE) [1, 2].

### 1.2 OBJETIVOS SECUNDÁRIOS

Os objetivos secundários, que serão atingidos mediante uma cuidadosa validação de resultados obtidos pelos experimentos multi-objetivo, consistem em extrapolar a metodologia de agrupamento automático para casos mais complexos e envolvendo análises de simetria e pré-agrupamento. Isto significa que, tendo como base o agrupamento automático proposto, será avaliado o impacto de se ter uma configuração simétrica frente a uma assimétrica, e também o impacto de se pré-agrupar os elementos. Com essas duas análises, pretende-se, tanto explorar e avaliar o uso do agrupamento via problema multi-objetivo, quanto fazer um estudo acerca do impacto das escolhas do projetista no peso total da estrutura e nos perfis que serão utilizados. O ponto principal de todas as propostas é fornecer ao tomador de decisão resultados suficientes para ponderar as escolhas do projeto.

### 1.3 JUSTIFICATIVAS

As justificativas para o trabalho se dividem em três pontos principais: a justificativa de se escolher o agrupamento via otimização multi-objetivo, a justificativa de analisar as questões de simetria e assimetria das estruturas, e a justificativa de se realizar experimentos com pré-agrupamento. Cada um dos pontos será abordado a seguir.

### 1.3.1 Justificativa para o agrupamento via problema multi-objetivo

A escolha por desenvolver uma metodologia de agrupamento automático via problema multi-objetivo tem sua justificativa baseada em dois pontos: o primeiro refere-se ao fato do agrupamento dos elementos estruturais utilizados em uma estrutura otimizada poder significar vantagens quando comparada com uma estrutura cujos elementos estruturais são demasiadamente distintos entre si; o segundo diz respeito ao uso da otimização multi-objetivo para resolver o problema de agrupamento ótimo, que pode ser mais rápida e eficaz que outras estratégias usadas na literatura, sumarizadas mais adiante neste texto.

O primeiro aspecto da justificativa é defendido pelos seguintes pontos: considerando um sistema estrutural que utilize perfis em aço, por exemplo, a escolha de uma gama muito ampla de perfis pode levar a uma série de inconvenientes [3,4]. O aumento da variedade de elementos estruturais distintos pode acarretar custos elevados de fabricação, compra, transporte (uma vez que os perfis podem apresentar diferentes origens comerciais), além de atrasos na montagem (considerando o maior cuidado na hora de colocar os perfis nas posições corretas). Sem considerar ainda os riscos de alocação inadequada das peças.

O segundo aspecto, cuja defesa é o tema principal da dissertação, mostra-se interessante por ser praticamente inexplorada na literatura, podendo ser competitiva com as estratégias comumente usadas para a obtenção de agrupamentos ótimos dos elementos estruturais nas estruturas de pórticos espaciais otimizadas.

### 1.3.2 Justificativa para as análises de simetria e assimetria

Seguindo a mesma perspectiva de municiar o projetista com informações acerca das escolhas possíveis e suas consequências, a proposta das análises de simetria consiste em verificar o comportamento do agrupamento automático quando duas opções de edificações com o mesmo número de barras são colocadas frente a frente, sendo a simetria a única diferença entre elas. Pretende-se, com esse experimento, tanto validar a metodologia, quanto explorar as consequências de se optar por uma organização da estrutura de maneira simétrica *versus* uma maneira assimétrica. Portanto, o experimento justifica-se pela capacidade de teste do método e pela capacidade de fornecer análises prévias acerca das escolhas de projeto.

### 1.3.3 Justificativa para a análise de pré-agrupamento

A análise dos problemas utilizando um pré-agrupamento também tem sua justificativa baseada em dois pontos. O primeiro está no fato do pré-agrupamento conseguir, de certo modo, validar os comportamentos observados no agrupamento automático, pois, caso os grupos que foram pré-estabelecidos sigam aproximadamente o mesmo comportamento dos grupos gerados automaticamente, significa que os resultados estão mesmo convergindo para soluções ótimas, ou próximo das ótimas. O segundo ponto está na

vantagem computacional que o pré-agrupamento representa. Ao implementá-lo, tem-se uma redução significativa no número de variáveis de projeto do problema. Dessa forma, o pré-agrupamento surge também como uma proposta de reduzir o custo computacional para se analisar os problemas.

## 1.4 REVISÃO DA LITERATURA

A revisão da literatura é feita em duas etapas: primeiro, faz-se uma avaliação acerca dos problemas de otimização em geral; depois, é feita uma revisão acerca das propostas de agrupamento.

### 1.4.1 Problemas de otimização em geral

Tomando por referência os primeiros problemas de otimização de pórticos espaciais, é de extrema importância destacar os estudos realizados no início da década de 1990, de Saka [5] e Chan [6], onde nesses estudos avaliou-se a otimização de pórticos sujeitos a restrições de deslocamento e tendo como espaço de busca perfis comerciais. Tradicionalmente, os problemas de otimização que foram desenvolvidos ao longo dos tempos tinham como objetivo principal encontrar pórticos cada vez mais leves, mas que, mesmo assim, respeitassem as restrições de resistência e deslocamentos. Nessa busca pela minimização do peso da estrutura, tornou-se comum a escolha do peso total como única função objetivo. No desenvolvimento dos problemas mono-objetivo voltados para a minimização do peso, tem-se como algumas referências os trabalhos de McGee e Phan [7]; Wang e Chen [8]; Raich e Ghaboussi [9]; Kizilkan [10]; Lemonge e Barbosa [11]; Truon e Kim [12]; Zakian [13]; Kaveh, Kabir e Bohlool [14]; Tu, He e Huang [15]; e Wang *et al.* [16]. Nesses trabalhos, apenas a função do peso foi avaliada, variando-se as restrições consideradas. Dos trabalhos considerando problemas mono-objetivo já citados, [6] e [11] consideraram apenas as restrições de deslocamento; [8], [9] e [14] consideraram restrições de deslocamentos e resistência aos esforços solicitantes; [5], [12] e [15] consideram além dos deslocamentos e da resistência a esforços, as questões de estabilidade estrutural. Por fim, [17] e [13] levaram em conta restrições de frequência natural de vibração.

Também é de extrema relevância destacar alguns trabalhos nos quais não apenas o peso é função objetivo, sendo que até mesmo algumas características tratadas anteriormente como restrições podem ser minimizadas. Neste caso os problemas passam a ser formulados como multi-objetivos. Em [18–22] os deslocamentos são minimizados juntamente com o peso. Em [23,24] as tensões normais nas barras são consideradas como o segundo objetivo a minimizar. As frequências naturais de vibração também podem ser formuladas como objetivo, em geral, a serem maximizadas [25]. Existem alguns estudos que a busca pela solução leva em consideração mais de duas funções objetivo [26,27], onde o peso, os deslocamentos e os esforços internos foram simultaneamente minimizados.

## 1.5 Problemas de agrupamento

Conforme já mencionado, alcançar uma forma de agrupamento de barras em um problema de otimização estrutural é algo muito cobiçado. Apesar disso, existem poucos trabalhos na literatura apresentando métodos para resolver essa questão. O desenvolvimento de uma metodologia de agrupamento automático dos membros da estrutura pode acarretar avanços consideráveis a favor da independência da intervenção do projetista, permitindo que os grupos sejam propostos segundo critérios menos arbitrários e que ocorra de maneira mais eficiente e dinâmica do que através do uso da experiência prévia. Nesse sentido, vale ressaltar uma série de contribuições para o problema do agrupamento automático.

Uma proposta inicial para o problema pode ser encontrada nos trabalhos de Biedermann e Grierson [28], que apresentaram um algoritmo genético acoplado a um programa de computador chamado SODA (*Structural Optimization Design & Analysis*) para automatizar o projeto de estruturas a serem construídas [29]. Usando redes neurais, Biedermann e Grierson propuseram uma metodologia heurística, a fim de descobrir agrupamentos de membros desejáveis de estruturas de aço [30,31].

Um algoritmo genético multi-objetivo foi proposto por Galante [32], onde foi resolvido um problema de otimização estrutural de treliças considerando-se o peso e o número distinto de barras combinados em uma única função objetivo através de fatores de ponderação. Shea *et al.* [33] propuseram uma abordagem de otimização de forma para uma treliça ideal com agrupamento dinâmico de membros. Já em 2005, Greiner [34] propôs uma abordagem de agrupamento com o intuito de avaliar comparativamente os impactos de se usar a codificação binária e o *gray coding*. Nesse artigo, Greiner aplica o agrupamento a um pórtico plano de modo que o grupo de barras fosse uma função objetivo. Devido ao caráter discreto da função de agrupamento, ela contribuiu para as análises de Greiner de que a codificação pode impactar substancialmente a quantidade de funções avaliadas na busca pela solução ótima. Apesar disso, o trabalho de Greiner não teve nenhum enfoque particular nos benefícios do agrupamento e nem explorou casos mais complexos em pórticos espaciais e nem com restrições baseadas em casos da engenharia. A função de agrupamento foi um recurso necessário para fornecer variações discretas para possibilitar a análise do comportamento da codificação

Barbosa e Lemonge [35] propuseram uma codificação de algoritmo genético capaz de satisfazer automaticamente uma classe de importantes restrições de cardinalidade, onde o conjunto de valores distintos das variáveis de projeto deve ser um subconjunto (de cardinalidade não superior a um dado valor) de um conjunto maior de itens disponíveis. Bons resultados foram encontrados na minimização de estruturas de treliça e uma extensão do método proposto foi aplicada a outros problemas de *benchmark* considerando dimensionamento e otimização de forma e paramétrica, apresentados em [36]. Lemonge *et al.* [37] propuseram uma metodologia para encontrar a configuração, a forma, e o tamanho

dos elementos na minimização do peso de uma estrutura de um domo. Usando restrições de cardinalidade, descobriram-se agrupamentos de membros desejáveis onde a codificação lidou com variáveis de projeto contínuas e discretas. Eles também usaram a restrição de cardinalidade múltipla para procurar estruturas com configuração espacial otimizada. Nesse outro trabalho, as colunas e vigas foram separadas em grupos independentes e uma variável adicional de projeto discreta foi introduzida para avaliar a orientação da seção transversal dos perfis utilizados como colunas em relação aos seus eixos principais. Além disso, inspirado novamente pela codificação especial proposta em [35], Barbosa e Lemonge [38] estenderam o trabalho anterior à otimização de pórticos envolvendo variáveis de dimensionamento. Eles propuseram uma nova codificação para lidar com várias restrições de cardinalidade, a fim de agrupar vigas e colunas de forma independente.

Em 2010, Herencia e Haftka [39] abordaram uma estratégia combinada de algoritmo genético-gradiente para encontrar o peso mínimo do conhecido caso da treliça de dez barras para vários números de áreas transversais. A ideia consistiu em restringir o número máximo de seções transversais distintas no peso final da treliça. Inspirado no artigo anterior, Herencia *et al* [40] resolveram um problema de otimização estrutural de estruturas compostas, sob restrições de resistência e estabilidade, limitando o número máximo de áreas de seção transversal no peso final da estrutura.

Liu *et al.* [41] estudaram o projeto conceitual ótimo de fundações de estacas no estágio inicial. Um modelo de otimização de custo mínimo com várias restrições de projeto com base no código chinês e uma restrição de cardinalidade foi construído para alcançar a otimização simultânea do tamanho e configuração da estrutura. O modelo foi resolvido pelos algoritmos genéticos de agrupamento automático melhorados, propostos por Barbosa e Lemonge in [36], para obter o agrupamento ótimo. Um exemplo prático indica a eficiência da abordagem proposta. Liu *et al* [42] também estudaram topologia ótima de pórticos com restrições de frequência. A otimização topológica de estruturas tem as características de domínio discreto. Devido à natureza discreta de tais problemas, a configuração ideal não pode ser obtida por busca contínua. Para lidar com essa dificuldade, o algoritmo genético de agrupamento automático com melhorias no operador de cruzamento e função de penalidade são aplicados para otimizar estruturas de pórticos.

Kripka *et al.* [43] demonstraram a aplicação de estratégias de otimização do peso de vigas em edifícios de concreto armado. Uma vez que o número de vigas de diferentes tamanhos deve ser limitado por razões práticas, restrições de cardinalidade também são consideradas, visando identificar o agrupamento ideal de elementos. Alguns resultados obtidos para diferentes grupos de membros são apresentados para ilustrar o procedimento proposto. Kripka *et al.* [44] também realizaram uma determinação automática do grupo otimizado, levando em consideração o número máximo necessário de grupos. Diversas análises numéricas foram realizadas utilizando a implementação computacional da formulação desenvolvida. Estes resultados fornecem evidências de que

o procedimento escolhido pode proporcionar uma redução significativa no custo de uma estrutura, mesmo para um pequeno número de diferentes seções transversais.

Dois algoritmos de otimização de colônia de formigas são propostos por Angelo *et al.* [45] para lidar com problemas de otimização estrutural multi-objetivo com restrição de cardinalidade. Essa restrição é aplicada diretamente quando uma formiga constrói uma solução candidata. Os resultados obtidos são comparados com soluções disponíveis a partir de estudos de problemas de otimização mono-objetivos na literatura.

Recentemente, Azad *et al.* [46] propuseram uma forma de agrupamento através da solução em multiestágios do problema de otimização do peso de uma estrutura livre em aço. O processo consiste em uma avaliação estocástica em várias etapas, na qual a cada etapa, o espaço de busca sofre alterações dos perfis disponíveis. Em suma, a cada passo de busca estocástica, o número de perfis disponíveis para serem utilizados na estrutura é reduzido.

## 1.6 ORGANIZAÇÃO DO TEXTO

O texto está dividido em seis capítulos. O primeiro, o da introdução, conta com uma contextualização do problema a ser abordado, sua justificativa, objetivos e uma revisão da literatura. O segundo faz uma explicação acerca do problema de otimização estrutural, trazendo a formulação que envolve o problema e a maneira com que serão obtidas as soluções. O terceiro capítulo apresenta uma breve descrição sobre o método de análise matricial, implementado para solucionar os problemas da dissertação. O quarto capítulo explica o algoritmo de evolução diferencial que foi utilizado. O quinto capítulo apresenta os experimentos que foram executados, juntamente com os resultados obtidos e suas análises. O sexto e último capítulo apresenta as considerações acerca dos resultados obtidos, expõe um panorama das pretensões futuras do trabalho, tanto em termos dos experimentos, como também sobre as expectativas dos resultados.

## 2 PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO ESTRUTURAL

Um problema de otimização estrutural aplicado ao pórtico espacial em aço consiste em encontrar, dentre um conjunto de perfis comercialmente disponíveis, um vetor de índices  $x = \{I_1, I_2, \dots, I_N\}$  ( $N$  sendo o número de variáveis de projeto), de forma que cada índice aponte para um dado perfil. Esse vetor é uma solução candidata a minimizar a função objetivo  $of_1(x)$ , satisfazendo as restrições de projeto. Para o caso de um problema mono-objetivo, em que apenas o peso deve ser minimizado, a formulação do problema pode ser descrita pela expressão:

$$\begin{aligned} & \min \quad of_1(\mathbf{x}); \\ & of_1(\mathbf{x}) = W(\mathbf{x}); \\ & \text{submetido às restrições do problema;} \\ & x^L \leq \mathbf{x} \leq x^U, \end{aligned} \tag{2.1}$$

onde  $W(\mathbf{x})$  é o peso total do pórtico,  $\mathbf{x}$  é o vetor que indica a solução procurada e  $x^L$  e  $x^U$  são os limites inferior e superior do espaço de busca, respectivamente.

Já um problema multi-objetivo é definido quando a minimização de outras funções além do peso é desejada. Conforme será melhor explicado na seção dos experimentos (Seção 5), duas outras funções são propostas para serem minimizadas: o número de perfis distintos a serem utilizados como pilares ( $m_p$ ) e o número de perfis distintos utilizados como vigas ( $m_v$ ). Dessa forma, a Expressão 2.2 formula o problema multi-objetivo que será discutido ao longo de todo o trabalho.

$$\begin{aligned} & \min \quad of_1(\mathbf{x}), \quad \min \quad of_2(\mathbf{x}) \quad \text{e} \quad \min \quad of_3(\mathbf{x}); \\ & of_1(\mathbf{x}) = W(\mathbf{x}), \quad of_2(\mathbf{x}) = m_p \quad \text{e} \quad of_3(\mathbf{x}) = m_v; \\ & \text{submetido às restrições do problema;} \\ & x^L \leq \mathbf{x} \leq x^U \end{aligned} \tag{2.2}$$

Vale ressaltar que as variáveis  $m_p$  e  $m_v$ , que já foram apresentadas acima da Equação 2.2, nada mais são do que contadores que verificam se o índice que constitui a solução candidata (i.e., o pórtico espacial) são distintos entre si.

Através das formulações das Expressões 2.1 e 2.2 são definidas a(s) função(ões) objetivo(s), as restrições e o espaço de busca. Estes serão abordados mais adiante neste texto, bem como a maneira de se resolver o problema de otimização utilizando algoritmos evolutivos.

## 2.1 FUNÇÕES OBJETIVO

Conforme descrito anteriormente, as funções objetivo são aquelas funções que se deseja minimizar (ou maximizar dependendo do caso). Para o problema estrutural abordado no presente trabalho, as funções são relativas às características da estrutura. Serão abordadas as seguintes funções: o peso do pórtico analisado, o número de barras distintas utilizadas como pilares e o número de barras distintas utilizadas como vigas, definidas a seguir.

### 2.1.1 Peso

O peso é a principal função a ser considerada. Essa função está presente em todas as análises (tanto nas mono- quanto nas multi-objetivo), uma vez que avaliar o peso é de grande importância do ponto de vista estrutural. Em primeiro lugar, pois o peso representa parte significativa dos custos do projeto. Quanto mais pesadas forem as peças utilizadas, mais cara é a estrutura. Além disso, um pórtico mais pesado significa maiores gastos na execução de uma fundação capaz de suportar todo o peso. Porém, é evidente que a resistência aos carregamentos impostos tende a aumentar à medida que se utilizam peças mais robustas. Isso significa menores deslocamentos totais e também uma folga maior em relação às restrições impostas pelos estados limites.

O peso da estrutura pode ser diretamente determinado pela soma de todos os elementos que a compõem. Isso significa que, conhecendo todos os perfis que serão empregados na montagem do pórtico, o peso final é calculado pela Expressão 2.3. Vale ressaltar que os perfis que servirão de base para as estruturas avaliadas na dissertação apresentam seções prismáticas, o que simplifica as considerações acerca da formulação do peso. Porém, apesar da aparente simplicidade, como pode-se imaginar, o peso-próprio acaba sendo uma variável implícita do problema, pois a cada modificação do perfil utilizado, um novo carregamento vertical é definido, bem como são alteradas as questões de resistência. Assim, apesar de parecer bem simples a definição dessa função objetivo, levá-la em consideração no problema de otimização é uma tarefa de grande complexidade.

$$of_1(\mathbf{x}) = W(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^N \rho_i A_i L_i \quad (2.3)$$

onde  $L_i$ ,  $A_i$  e  $\rho_i$  são, respectivamente, o comprimento, a área de seção transversal e a massa específica de cada perfil  $i$ .

### 2.1.2 Número de elementos estruturais distintos

O número de elementos distintos é a segunda função objetivo a ser minimizada. A sua avaliação é extremamente simples bastando a contagem do número dos elementos

estruturais distintos. Apesar de ser naturalmente intuitiva o processo de contagem, uma consideração muito importante não pode ser negligenciada: a funcionalidade dos elementos. Alguns perfis apresentam função de pilares (sendo utilizados na vertical e selecionados a partir da Tabela 1) e outros apresentam função de viga (usados na horizontal selecionados a partir da Tabela 2). Dessa forma são definidos dois grupos, um para as vigas e outro para os pilares e um contador para cada um deles, acarretando duas funções objetivos. São, portanto, definidas as funções  $m_p$ , para contar o número de perfis distintos de pilares, e  $m_v$ , para contar o número de perfis distintos de vigas.

Conforme foi dito no início da descrição do problema de otimização estrutural, o vetor de índices que representa uma solução candidata é dado por  $x = \{I_1, I_2, \dots, I_N\}$ , onde cada  $I_i$  representa um perfil escolhido para compor o pórtico. Para implementar as funções  $m_p$  e  $m_v$ , o que se faz é contar quantos  $I_i$  são iguais entre si. Dessa forma, o vetor de índices, que nada mais é do que o pórtico em si, é percorrido por uma função iterativa que conta quantos índices diferentes aparecem no vetor. Cada vez que a varredura encontra um índice diferente, é somada às variáveis  $m_p$  e  $m_v$  um valor unitário. Ao fim do processo iterativo,  $m_p$  e  $m_v$  passam a representar, respectivamente, o número de perfis distintos usados como pilares e o número de perfis usados como vigas.

Por fim, de posse das funções objetivo e restrições, apresentadas mais adiante neste texto, tem-se uma solução candidata concorrente no processo de otimização.

### 2.1.3 Funções objetivo conflitantes

Observando as duas funções objetivo descritas anteriormente, é possível notar que existe um conflito entre elas abordado a seguir.

Suponha que um pórtico espacial em aço tenha que ser projetado para suportar um dado carregamento. Suponha também que fosse dado, para a construção desse pórtico, uma possibilidade grande de perfis a serem escolhidos arbitrariamente sem nenhuma restrição. Impondo-se ao problema de otimização uma limitação no número de perfis a serem escolhidos, pode-se comprometer a solução ótima em que essa restrição não é considerada.

Dessa forma, fica claro entender a razão da função peso e da função de perfis distintos serem conflitantes. Portanto, é esperado que a cada redução do número de perfis distintos, haja um aumento no peso da estrutura. Essa situação conflitante entre as duas funções será bem evidenciada nos experimentos numéricos.

Uma ferramenta que permite avaliar o *trade-off* existente entre as funções conflitantes é a chamada frente (ou fronteira) de Pareto. A frente de Pareto é uma representação gráfica que fornece ao tomador de decisão uma curva que mostra a queda de uma dada quantidade à medida que a outra quantidade aumenta. Para o trabalho em questão, a queda do peso acontece à medida que se aumenta o número de perfis distintos permitidos.

## 2.2 ESPAÇO DE BUSCA

O espaço de busca, para os exemplos a serem analisados, será composto pelos perfis W laminados retirados de tabelas comerciais. Isso significa que o espaço de busca adotado é discreto e limitado às soluções comercialmente existentes. Sendo assim, cada solução poderá ser composta por qualquer um dos 29 perfis para pilares (Tabela 1) e 56 perfis para vigas (Tabela 2). Cada perfil implica em características diferentes, que vão desde o peso do elemento até suas propriedades geométricas e mecânicas.

Tabela 1 – Perfis comerciais para pilares.

Ord.	Perfil	Ord.	Perfil	Ord.	Perfil	Ord.em	Perfil
1	W 150x22.5	9	W 200x59	17	W 250x101	25	W 310x125
2	W 150x29.8	10	W 200x71	18	W 250x115	26	W 360x91
3	W 150x37.1	11	W 200x86	19	W 310x79	27	W 360x101
4	W 200x35.9	12	W 250x62	20	W 310x93	28	W 360x110
5	W 200x41.7	13	W 250x73	21	W 310x97	29	W 360x122
6	W 200x46.1	14	W 250x80	22	W 310x107		
7	W 200x52	15	W 250x85	23	W 310x110		
8	W 200x53	16	W 250x89	24	W 310x117		

Fonte: Elaborada pelo autor (2023).

Tabela 2 – Perfis comerciais para vigas.

Ord.	Perfil	Ord.	Perfil	Ord.	Perfil	Ord.	Perfil
1	W 150x13	15	W 250x44.8	29	W 360x72	43	W 460x89
2	W 150x18	16	W 310x21	30	W 360x79	44	W 460x97
3	W 150x24	17	W 310x23.8	31	W 410x38.8	45	W 460x106
4	W 200x15	18	W 310x28.3	32	W 410x46.1	46	W 530x66
5	W 200x19.3	19	W 310x32.7	33	W 410x53	47	W 530x72
6	W 200x22.5	20	W 310x38.7	34	W 410x60	48	W 530x74
7	W 200x26.6	21	W 310x44.5	35	W 410x67	49	W 530x82
8	W 200x31.3	22	W 310x52	36	W 410x75	50	W 530x85
9	W 250x17.9	23	W 360x32.9	37	W 410x85	51	W 530x92
10	W 250x22.3	24	W 360x39	38	W 460x52	52	W 530x101
11	W 250x25.3	25	W 360x44	39	W 460x60	53	W 530x109
12	W 250x28.4	26	W 360x51	40	W 460x68	54	W 610x101
13	W 250x32.7	27	W 360x57.8	41	W 460x74	55	W 610x113
14	W 250x38.5	28	W 360x64	42	W 460x82	56	W 610x125

Fonte: Elaborada pelo autor (2023).

## 2.3 RESTRIÇÕES

### 2.3.1 Restrições de resistência

Seguindo as recomendações dadas pela NBR 8800:2008 : Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios [47]; e também presentes na AISC 360-16: *Specification for structural steel buildings* [48], os membros do pórtico devem satisfazer à equação de combinação de esforços para flexão composta (2.4 e 2.5) e também à equação de esforço cortante considerando o estado limite de plastificação da alma por cisalhamento (2.6).

$$\frac{N_{Sd}}{P_{Rd}} + \frac{8}{9} \left( \frac{M_{Sdx}}{M_{Rdx}} + \frac{M_{Sdy}}{M_{Rdy}} \right) - 1 \leq 0 \quad \text{se} \quad \frac{N_{Sd}}{N_{Rd}} \geq 0.2 \quad (2.4)$$

$$\frac{N_{Sd}}{2N_{Rd}} + \left( \frac{M_{Sdx}}{M_{Rdx}} + \frac{M_{Sdy}}{M_{Rdy}} \right) - 1 \leq 0 \quad \text{se} \quad \frac{N_{Sd}}{N_{Rd}} < 0.2 \quad (2.5)$$

onde  $N_{Sd}$ ,  $M_{Sdx}$  e  $M_{Sdy}$  são, respectivamente, o esforço axial, o momento em torno do eixo de maior inércia e o momento em torno do eixo de menor inércia, sendo todos esforços solicitantes de projeto. E  $N_{Rd}$ ,  $M_{Rdx}$  e  $M_{Rdy}$  são os mesmos esforços, porém resistentes de projeto.

$$\frac{V_{Sd}}{V_{Rd}} - 1 \leq 0 \quad , \quad (2.6)$$

onde  $V_{Sd}$  e  $V_{Rd}$  são, respectivamente, os esforços cortantes solicitante e resistente de projeto.

### 2.3.2 Restrições de deslocamentos

Também seguindo a norma brasileira (NBR 8800:2008) e a americana (AISC 360-16), a estrutura deve respeitar certos valores de deslocamento horizontal. Considerando as indicações presentes nessas normas, existem dois deslocamentos a serem contabilizados: o deslocamento total da estrutura  $\delta_{max}$  e o deslocamento inter-pavimento  $d_{max}$ . Os valores limites para tais deslocamentos dependem da altura total da edificação  $H$  e da altura entre dois pavimentos consecutivos  $h$ . Segundo as normas, a restrição de deslocamento horizontal máximo é dada pela Expressão 2.7 e a restrição de deslocamento inter-pavimento é dada pela Expressão 2.8.

$$\frac{\delta_{max}}{\frac{H}{400}} - 1 \leq 0 \quad , \quad (2.7)$$

$$\frac{d_{max}}{\frac{h}{500}} - 1 \leq 0 \quad (2.8)$$

Vale ressaltar que as considerações para deslocamento horizontal máximo podem ser vistas, de certo modo, como conservadoras. A norma europeia Eurocode 3, parte 3-2, [49] traz uma consideração bem menos exigente em termos de deslocamento horizontal provocado por ação do vento. Nessa norma, o valor considerado como máximo do deslocamento total deve ser de  $h/50$ , sendo, portanto, 8 vezes menos exigente do que a norma considerada na dissertação. Apesar de considerar estruturas do tipo torre, ao invés de uma edificação, como é o caso do presente trabalho, o valor proposto pela norma europeia serve de indicação que possivelmente os valores adotados pela norma brasileira sejam demasiadamente conservadores.

### 2.3.3 Restrições geométricas

As restrições geométricas são considerações que devem ser feitas com relação à montagem do pórtico, de forma a permitir um encaixe do pilar de nível superior com o pilar de nível inferior. Em suma, esse encaixe pilar-pilar é possível desde que os pilares de um pavimento tenham dimensões menores que os pilares do pavimento imediatamente abaixo dele. Para garantir isso, basta que o pilar do nível de cima seja um perfil cuja altura e a massa sejam menores que o de baixo. Assim, as expressões 2.9 e 2.10 foram elaboradas para garantir essa configuração.

$$\frac{Pa_{i+n_p}}{Pa_i} - 1 \leq 0; \quad i = 1, \dots, [n_p \cdot (N_{pav} - 1)], \quad (2.9)$$

onde  $Pa$  é altura do perfil utilizado como pilar;  $n_p$  é o número de pilares por pavimento e  $N_{pav}$  é o número total de pavimentos do edifício.

$$\frac{Pm_{i+n_p}}{Pm_i} - 1 \leq 0; \quad i = 1, \dots, [n_p \cdot (N_{pav} - 1)], \quad (2.10)$$

onde  $Pm$  é a massa do perfil utilizado como pilar.

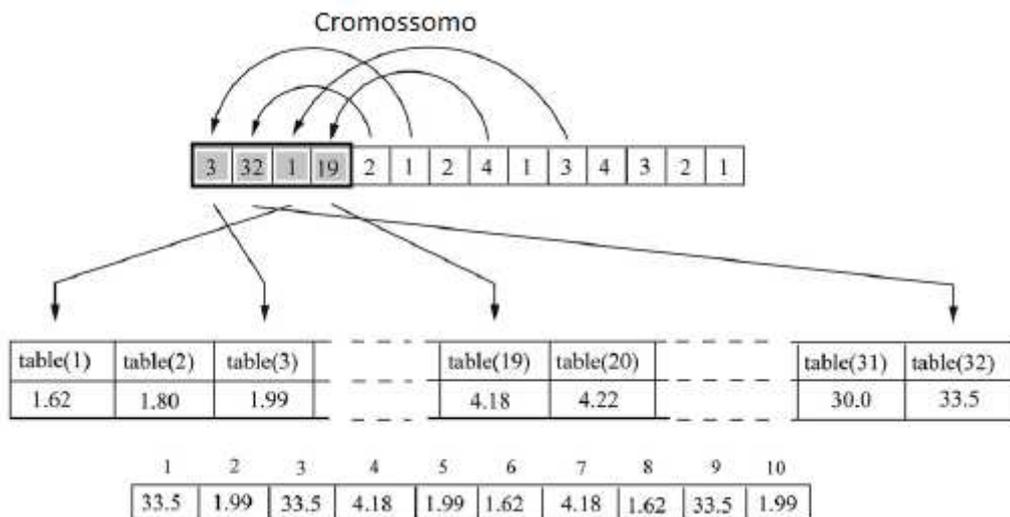
### 2.3.4 Restrições de cardinalidade

A Figura 1 mostra um exemplo do uso de restrições de cardinalidade usadas para agrupamento ótimo de barras apresentado por Barbosa *et al.* [50]. A figura mostra uma codificação especial de um cromossomo que representa uma solução candidata em um problema de otimização estrutural onde se usou um algoritmo genético.

Nesta codificação ilustra-se, por exemplo, o uso de uma cardinalidade  $m$  com valor 4, ou seja, é possível selecionar até no máximo 4 tipos de seções transversais distintas a partir de uma tabela. Essas seções escolhidas serão designadas para as demais variáveis do cromossomo através de ponteiros de forma concatenada. As demais variáveis, do lado direito, do cromossomo são os ponteiros que indicarão quais índices (de 1 a 4) que serão selecionados para cada uma delas. Por exemplo, a primeira variável (lado direito do cromossomo), tem o valor 2 indicando que ela apontará para o segundo índice (lado esquerdo do cromossomo), e esse, por sua vez, apontará para os dados que constam de uma tabela de seções transversais armazenados na posição 32. Neste caso, por se tratar de uma treliça, essa tabela retorna a área de valor  $33,5 \text{ in}^2$ .

Essa concatenação é feita para as demais variáveis do lado direito do cromossomo e assim tem-se a designação de todas as variáveis de projeto, neste caso as áreas das seções transversais mostradas na parte mais abaixo da Figura 1. Ressalta-se que as variáveis do lado direito do cromossomo apenas assumem valores no intervalo de 1 a 4. Por sua vez, do lado esquerdo foram disponibilizadas 32 seções transversais distintas e assim as 4 variáveis podem assumir valores de 1 a 32. Mais detalhes acerca dessa codificação especial via restrições de cardinalidade podem ser obtidos em [50], por exemplo.

Figura 1 – Exemplo do uso de restrições de cardinalidade usadas para agrupamento ótimo de barras.



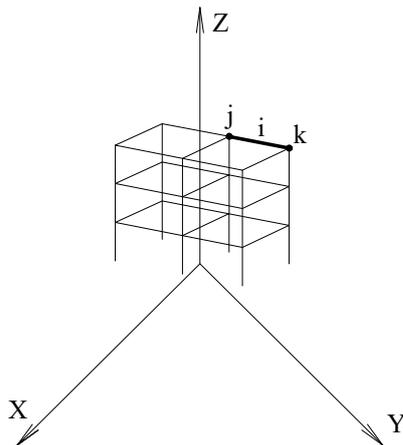
Fonte: Extraído de Barbosa *et al.* [50].

### 3 ANÁLISE MATRICIAL

Para encontrar as soluções dos problemas estruturais propostos na presente dissertação, foi adotado o método da rigidez direta. Nesta seção, será apresentada a formulação matricial utilizada para encontrar os esforços internos nas barras e os deslocamentos nodais. A formulação apresentada nesta seção é baseada no Método da Rigidez descrito em [51].

Inicialmente, é necessário definir a geometria do pórtico analisado, ou seja, a posição de seus nós e barras. A Figura 2 ilustra um pórtico espacial no qual está destacado um elemento genérico de barra chamado de  $i$ , cujas extremidades são definidas pelos nós  $j$  e  $k$ . Como esta análise trata de pórticos tridimensionais, estão representados os eixos  $x$ ,  $y$  e  $z$ .

Figura 2 – Representação de um pórtico espacial genérico.



Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

O primeiro passo consiste em definir uma matriz de coordenadas. Essa matriz contém a posição inicial dos  $N$  nós do pórtico em relação aos eixos globais  $x$ ,  $y$ , e  $z$ . A matriz de coordenadas é apresentada na Equação 3.1 e inclui os nós  $j$  e  $k$  do elemento genérico  $i$  mostrado na Figura 2.

$$[Coord] = \begin{bmatrix} x_1 & z_1 & y_1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ x_j & z_j & y_j \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ x_k & z_k & y_k \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ x_{N_{\text{nós}}} & z_{N_{\text{nós}}} & y_{N_{\text{nós}}} \end{bmatrix} \begin{matrix} 1 \\ \vdots \\ j \\ \vdots \\ k \\ \vdots \\ N_{\text{nós}} \end{matrix} \quad (3.1)$$

No próximo passo, é necessário definir uma matriz de conectividades. Nessa matriz, cada linha indica os nós inicial (nó<sub>*i*</sub>) e final (nó<sub>*f*</sub>) de um elemento de barra que compõe a estrutura. Estes nós devem ser indicados utilizando a mesma numeração que foi adotada na matriz de coordenadas (Equação 3.1). O número de linhas da matriz de conectividades é, portanto, o número de elementos do pórtico ( $N_{ele}$ ). Esta matriz pode ser descrita pela Equação 3.2 e inclui a conectividade do elemento genérico  $i$ .

$$[Conect] = \begin{bmatrix} \text{nó}_{i_1} & \text{nó}_{f_1} \\ \vdots & \vdots \\ j & k \\ \vdots & \vdots \\ \text{nó}_{i_{N_{ele}}} & \text{nó}_{f_{N_{ele}}} \end{bmatrix} \begin{matrix} 1 \\ \vdots \\ i \\ \vdots \\ N_{ele} \end{matrix} \quad (3.2)$$

Através da definição das matrizes de coordenadas e de conectividades, tem-se formulada a geometria da estrutura. É necessário, também, definir um sistema de numeração para os graus de liberdade da estrutura. Como todos os problemas avaliados na dissertação envolvem pórticos espaciais, todos os nós são livres para translação e rotação no sentido dos três eixos, o que leva a um total de seis graus de liberdade por nó. A numeração dos graus de liberdade seguem a seguinte ordem: translação nos eixos  $x$ ,  $y$ , e  $z$  e rotação nos eixos  $x$ ,  $y$ , e  $z$ .

Definido os fatores que envolvem as características da estrutura, faz-se necessário, também, definir o vetor de carregamentos ( $\{\mathbf{p}\}$ ) que está atuando sobre ela. Cada elemento deste vetor representa a carga aplicada nos nós já numerados. Na Equação 3.3,  $\{\mathbf{p}\}$  é o vetor formado pelos carregamentos  $p$ , considerando, respectivamente, a translação e rotação de cada nó.

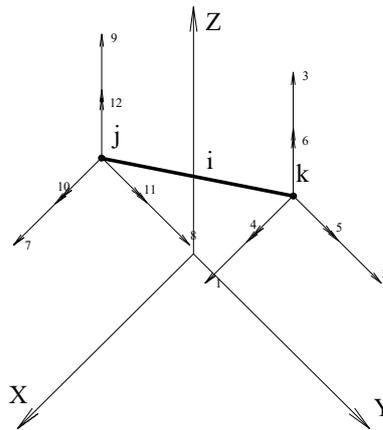
$$\{\mathbf{p}\} = \left[ p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, p_6, \dots, p_{6N_{\text{nós}}-1}, p_{6N_{\text{nós}}} \right] \quad (3.3)$$

Em seguida, para mapear os graus de liberdade definidos localmente para sua definição global, utiliza-se um vetor, usualmente chamado  $\mathbf{LM}$ . A Equação 3.4 descreve o

vetor de mapeamento para um elemento genérico  $i$  onde os nós inicial e final são  $j$  e  $k$ , como ilustrado na Figura 3.

$$\begin{aligned} \mathbf{LM}_i = [6j - 5, 6j - 4, 6j - 3, 6j - 2, 6j - 1, 6j, \\ 6k - 5, 6k - 4, 6k - 3, 6k - 2, 6k - 1, 6k] \end{aligned} \quad (3.4)$$

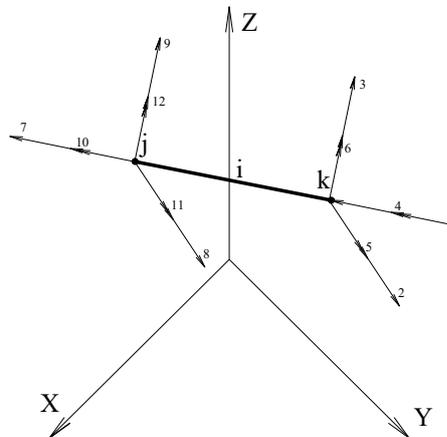
Figura 3 – Eixos locais do elemento genérico  $i$  e seus graus de liberdade.



Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

Como cada elemento de barra é definido por dois nós, o total de graus de liberdade por elemento é 12. Dessa forma, os 12 graus de liberdade de um elemento genérico  $i$  podem ser mapeados em coordenadas locais. Os eixos locais e, conseqüentemente, os graus de liberdade definidos localmente são apresentados na Figura 4.

Figura 4 – Eixos locais do elemento genérico  $i$  e seus graus de liberdade definidos localmente.



Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

A matriz de rigidez elástica de um elemento qualquer de um pórtico espacial é inicialmente escrita em coordenadas locais. Nesta matriz ( $[K_{i,l}]$ ), um elemento na linha  $m$  e coluna  $n$  representa o esforço na direção  $m$  associado a um deslocamento unitário na direção  $n$ . A Equação 3.5 exemplifica uma matriz de rigidez de um elemento de pórtico, onde  $E$  é o módulo de elasticidade longitudinal do material,  $G$  é o módulo de elasticidade transversal,  $L$  é o comprimento do elemento,  $A$  é a área da seção transversal,  $I_x$  é a inércia à torção,  $I_y$  e  $I_z$  são os momentos de inércia em torno dos dois eixos principais de menor e maior inércia, respectivamente.

$$[K_{i,l}] = E \begin{bmatrix} \frac{A}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{A}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & \frac{12I_z}{L^3} & 0 & 0 & 0 & \frac{6I_x}{L^2} & 0 & -\frac{12I_z}{L^3} & 0 & 0 & 0 & \frac{6I_x}{L^2} \\ & & \frac{12I_y}{L^3} & 0 & -\frac{6I_y}{L^2} & 0 & 0 & 0 & -\frac{12I_y}{L^3} & 0 & -\frac{6I_y}{L^2} & 0 \\ & & & \frac{GI_x}{EL} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{GI_x}{EL} & 0 & 0 \\ & & & & \frac{4I_y}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{6I_y}{L^2} & 0 & \frac{2I_y}{L^2} & 0 \\ & & & & & \frac{4I_z}{L^2} & 0 & -\frac{6I_z}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{2I_z}{L^2} \\ & & & & & & \frac{A}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & & \frac{12I_z}{L^3} & 0 & 0 & 0 & -\frac{6I_x}{L^2} \\ & & \text{sim.} & & & & & & \frac{12I_y}{L^3} & 0 & \frac{6I_y}{L^2} & 0 \\ & & & & & & & & & \frac{GI_x}{EL} & 0 & 0 \\ & & & & & & & & & & \frac{4I_y}{L^2} & 0 \\ & & & & & & & & & & & \frac{4I_z}{L^2} \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

A matriz de rigidez apresentada anteriormente foi descrita apenas em suas coordenadas locais. Porém, como cada barra possui sua própria orientação, e conseqüentemente seus próprios eixos locais, é necessário fazer uma transformação para o sistema de coordenadas globais.

As transformações são realizadas para se encontrar as componentes dos graus de liberdade nos eixos globais. Para realizar tal transformação, utiliza-se uma matriz de rotação. A matriz de rotação  $[R]$ , apresentada na Equação 3.6, define-se por três rotações sucessivas. Primeiro, realiza-se uma rotação de um ângulo  $\beta$  em torno do eixo  $y$ , fazendo com que o eixo  $x_\beta$  coincida com a projeção do eixo  $x_l$  no plano  $xz$ . Em seguida, faz-se uma rotação de um ângulo  $\gamma$  em torno do eixo  $z_\beta$  para que  $x_\gamma$  coincida com  $x_l$ . A terceira etapa consiste na rotação de um ângulo  $\alpha$  em relação ao eixo  $x_\gamma$ , que deve fazer coincidir os eixos restantes. Esta rotação também pode ser representada com uma rotação no plano da seção transversal do elemento.

$$[R] = [R_\alpha][R_\gamma][R_\beta] \quad (3.6)$$

A matriz resultante da Equação 3.6 pode ser expressa em função dos cossenos diretores na Equação 3.7, designados  $C_x$ ,  $C_y$  e  $C_z$ . A matriz de rotação para elementos verticais (Equação 3.8) é diferente da matriz para os demais membros nessa formulação [51]. Para pórticos espaciais, a matriz de transformação de rotação é dada pela matriz  $[R_T]$  (Equação 3.9).

$$[R] = \begin{bmatrix} C_x & C_y & C_z \\ \frac{-C_x C_y \cos(\alpha) - C_z \sin(\alpha)}{\sqrt{C_x^2 + C_z^2}} & (\sqrt{C_x^2 + C_z^2}) \cos(\alpha) & \frac{-C_y C_z \cos(\alpha) + C_x \sin(\alpha)}{\sqrt{C_x^2 + C_z^2}} \\ \frac{C_x C_y \sin(\alpha) - C_z \cos(\alpha)}{\sqrt{C_x^2 + C_z^2}} & -(\sqrt{C_x^2 + C_z^2}) \sin(\alpha) & \frac{C_y C_z \sin(\alpha) + C_x \cos(\alpha)}{\sqrt{C_x^2 + C_z^2}} \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

$$[R_{vert}] = \begin{bmatrix} 0 & C_y & 0 \\ -C_y \cos(\alpha) & 0 & \sin(\alpha) \\ C_y \sin(\alpha) & 0 & \cos(\alpha) \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

$$[R_T] = \begin{bmatrix} [R] & 0 & 0 & 0 \\ 0 & [R] & 0 & 0 \\ 0 & 0 & [R] & 0 \\ 0 & 0 & 0 & [R] \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

Após definir a matriz de rotação, é possível encontrar a matriz de elemento nas coordenadas globais da estrutura  $[K_{i,g}]$  através da Expressão 3.10.

$$[K_{i,g}] = [R_T^T][K_{i,l}][R_T] \quad (3.10)$$

De posse da matriz de rigidez global de cada elemento, é possível fazer a montagem (ou *assembly*) da matriz  $[K]$  global da estrutura. Este processo é feito somando, a cada elemento de barra, os valores das matrizes deste elemento em cada um dos graus de liberdade presentes no seu vetor  $LM$ , o vetor de mapeamento, exposto anteriormente.

Como todas as matrizes e vetores definidos, é possível encontrar o resultado da análise estrutural do pórtico espacial.

O primeiro resultado de interesse são os deslocamentos nodais da estrutura. A Equação 3.11 descreve o equilíbrio de um sistema de barras discreto, onde  $\{\mathbf{u}\}$  são os deslocamentos nodais e  $\{\mathbf{p}\}$  e  $[K]$  são, respectivamente, o vetor de forças e a matriz de rigidez global da estrutura, já definidos anteriormente [52]. Para encontrar os deslocamentos nodais, basta multiplicar a inversa da matriz de rigidez pelo vetor de forças, assim como mostra a Equação 3.12.

$$[K]\{\mathbf{u}\} = \{\mathbf{p}\} \quad (3.11)$$

$$\{\mathbf{u}\} = [K]^{-1}\{\mathbf{p}\} \quad (3.12)$$

## 4 ALGORITMO EVOLUTIVO

Um dos algoritmos mais simples, mas muito explorado em problemas de otimização, é o de evolução diferencial (DE), proposto por Storn e Price em 1995 [53]. Esse algoritmo consiste basicamente em um processo de evolução governado por mutação, cruzamento e seleção. Uma dada população de indivíduos que representam as possíveis soluções é submetida aos estágios supracitados com o intuito de evoluir a cada geração e encontrar soluções mais otimizadas possíveis. Para compreender todo o processo, é necessário definir corretamente: a população, a mutação, o cruzamento e a seleção. Também é fundamental compreender o funcionamento do algoritmo utilizado, que apesar de se inspirar no DE clássico, apresenta algumas diferenças que surgiram como adaptações para acelerar e convergência dos resultados.

### 4.1 PROCEDIMENTOS BÁSICOS INERENTES AOS PROCESSOS DE EVOLUÇÃO DIFERENCIAL

A primeira etapa para se aplicar um algoritmo baseado em evolução diferencial é definir corretamente a população do problema. A população em um DE é formada por  $N$  vetores candidatos, tendo cada vetor candidato a mesma dimensão  $D$ , que representa o número de variáveis de projeto. Uma dada população pertencente a uma determinada geração  $g$  é composta por  $N$  vetores  $x_{i,g}$ . Cada indivíduo da população inicial do problema é inicializado seguindo a Expressão 4.1.

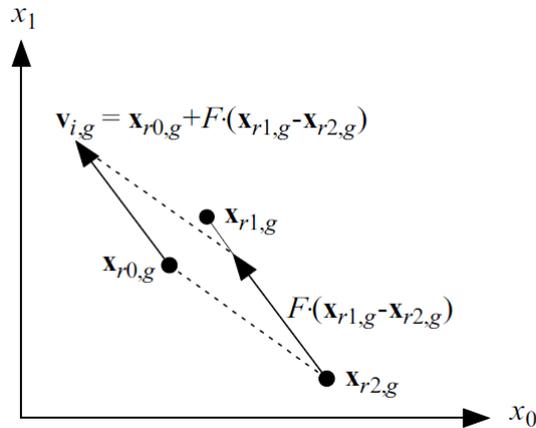
$$x_{j,i,0} = rand_j(0, 1) \times (l_{j,s} - l_{j,i}) + l_{j,i}, \quad (4.1)$$

onde  $l_s$  e  $l_i$  são vetores que, respectivamente, limitam superiormente e inferiormente o vetor candidato da população inicial. Na teoria, esses vetores limitantes são compostos pelos limites de cada uma das  $D$  variáveis dos  $N$  vetores candidatos que formam a população. Já  $rand_j(0, 1)$  é o gerador de valores aleatórios de uma distribuição uniforme entre zero e um. O subíndice  $j$  indica qual variável do vetor candidato está sendo processada. Como todos os problemas apresentados na dissertação lidam com variáveis discretas, os parâmetros são arredondados posteriormente.

Definido a população inicial do problema, esta passará por processos vetoriais que simulam uma evolução. Essas operações vetoriais consistem de iterações em que primeiro o vetor sofre uma mutação e depois um cruzamento. A mutação faz com que a cada passo, sejam gerados  $N$  vetores mutantes ( $\mathbf{v}_{i,g}$ ). A mutação diferencial pode ser descrita pela Equação 4.2 e consiste em adicionar, a um vetor base aleatório ( $\mathbf{x}_{r0}$ ), a diferença entre dois vetores escolhidos ao acaso ( $\mathbf{x}_{r1,g}$  e  $\mathbf{x}_{r2,g}$ ) multiplicada por um fator de escala ( $F \in (0, 1)$ ), resultando assim em  $\mathbf{v}_{i,g}$ , o  $i$ -ésimo vetor. A Figura 5 representa a operação de mutação vetorialmente, para uma situação com duas variáveis de projeto.

$$\mathbf{v}_{i,g} = \mathbf{x}_{r0,g} + F \times (\mathbf{x}_{r1,g} - \mathbf{x}_{r2,g}) \quad (4.2)$$

Figura 5 – Esquema do DE de geração de vetores mutantes.



Fonte: Price, Storn e Lampinen [54].

A próxima etapa da evolução diferencial é o cruzamento. Neste passo, cada vetor alvo ( $\mathbf{x}_{i,g}$ ) é cruzado com um vetor mutante ( $\mathbf{v}_{i,g}$ ) resultando em um vetor teste ( $\mathbf{u}_{i,g}$ ). O parâmetro chamado de probabilidade de cruzamento ( $Cr \in [0, 1]$ ) determina a probabilidade da  $j$ -ésima variável do  $i$ -ésimo vetor mutante ser carregada para o vetor teste. Para garantir que não haja duplicação do vetor  $\mathbf{x}_{i,g}$ , um elemento do vetor teste com índice aleatório  $j_{rand}$  é retirado do vetor mutante. A definição da operação de cruzamento pode ser encontrada na Equação 4.3.

$$u_{j,i,g} = \begin{cases} v_{j,i,g} & \text{se } \text{rand}_j(0, 1) \leq Cr \quad \text{ou} \quad j = j_{rand} \\ x_{j,i,g} & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (4.3)$$

Após serem realizadas as operações de mutação e cruzamento, cada vetor alvo ( $\mathbf{x}_{i,g}$ ) é comparado com o vetor teste correspondente ( $\mathbf{u}_{i,g}$ ) a partir do conceito de dominância no espaço das restrições.

#### 4.2 PROCEDIMENTOS ESPECÍFICOS DO *MULTIOBJECTIVE META-HEURISTIC WITH ITERATIVE PARAMETER DISTRIBUTION ESTIMATION* (MM-IPDE)

O presente trabalho utilizou um algoritmo baseado na evolução diferencial denominado *Multiobjective Meta-heuristic with Iterative Parameter Distribution Estimation* (MM-IPDE). O algoritmo proposto por Wansasueb *et al* [1] também consiste em estágios de mutação, cruzamento e seleção. No entanto, no MM-IPDE os parâmetros de mutação (ou fator de escala -  $F$ ) e taxa de cruzamento ( $C_r$ ) são adaptados para acelerar a

convergência em torno da solução ideal. Devido às vantagens produzidas pela adaptação dos parâmetros, o MM-IPDE mostrou-se uma excelente evolução em relação ao GDE3 (o primeiro algoritmo DE para resolver problemas de otimização multiobjetivo [55]). O MM-IPDE foi usado recentemente para resolver problemas de otimização estrutural de treliças planas e espaciais com dois, três e quatro objetivos em [2] mostrando ser robusto, justificando, assim, a sua aplicação nos experimentos discutidos neste texto. A seguir, uma breve explicação acerca do funcionamento do algoritmo será colocada.

Conforme mencionado, a principal diferença do MM-IPDE está na adaptação dos parâmetros que governam a evolução diferencial. Para adaptar os parâmetros, o MM-IPDE realiza uma otimização secundária em um espaço de busca binário, utilizando o *Population-Based Incremental Learning for Multi-objective optimisation* (PBILM) [56]. Essa otimização secundária governada pelo PBLIM define, dentre variados processos de mutação e cruzamento, qual será utilizado.

Para que ocorra a adaptação de parâmetros, o algoritmo executa dois problemas de otimização simultaneamente. Isto significa que existem, em paralelo, dois conjuntos de variáveis de projeto. O primeiro conjunto de variáveis de projeto, chamado de variáveis de alto nível ( $\mathbf{x}_h$ ) representa os parâmetros de otimização do DE e pode ser escrito como:

$$\mathbf{x}_h = \{F_{process}, F_1, F_2, Cr, I_{reprod}\} \quad (4.4)$$

onde  $F_{process}$  indica o processo de adaptação do fator de escala  $F$ ,  $F_1$  e  $F_2$  são valores-base para se gerar a variável de baixo nível  $F$ ,  $Cr$  é o fator de probabilidade de cruzamento e  $I_{reprod}$  indica o processo de reprodução será utilizado. Os valores de  $x_h$  são utilizados para se executar a evolução diferencial na busca pelo segundo conjunto de variáveis, chamado de variáveis de baixo nível ( $\mathbf{x}_l$ ), que nada mais são do que as variáveis de projeto do problema de otimização estrutural a ser resolvido.

De forma resumida, o que ocorre é uma otimização em paralelo das variáveis de alto nível, de forma a fornecer os parâmetros de entrada mais otimizados para acelerar a convergência da otimização das variáveis de baixo nível. Os detalhes acerca da maneira com que cada parâmetro do vetor de variáveis de  $x_h$  podem ser encontrados em [1].

Na presente dissertação, inicialmente também foram realizados testes preliminares com outros algoritmos disponíveis, incluindo GDE3 [53], SHAMODE (*Success History-based Adaptive Multi-objective Differential Evolution*), e SHAMODE-WO (*Success History-based Adaptive Multi-objective Differential Evolution with Whale Optimisation*) et al [57], para avaliar a eficácia em resolver os problemas em questão. Entre esses algoritmos, o MM-IPDE se destacou e obteve os melhores resultados, demonstrando sua eficiência em comparação aos outros.

Após uma análise aprofundada dos resultados, verificou-se que os demais algoritmos

não apresentaram desempenho satisfatório e seus resultados ficaram aquém de uma possível comparação justa com o MM-IPDE. Portanto, somente os resultados obtidos por meio do algoritmo MM-IPDE foram apresentados e discutidos no trabalho, pois foram considerados os mais relevantes para a solução dos problemas propostos.

### 4.3 TRATAMENTO DAS RESTRIÇÕES

O tratamento das restrições, exceto as de cardinalidade, é feito considerando-se as seguintes regras de factibilidade propostas por Deb [58], muito usadas por muitos algoritmos a solução de problemas multi-objetivos com restrições. Essa regra se baseia nas seguintes comparações:

- a) Ao comparar dois indivíduos factíveis, aquele que domina o outro é escolhido. Caso os dois sejam não dominados entre si, aquele com maior valor de *Crowding Distance* (CD) é escolhido;
- b) Quando se compara um indivíduo factível com outro infactível, o indivíduo factível é escolhido;
- c) Ao comparar dois indivíduos infactíveis, aquele com menor soma das violações é escolhido.

A avaliação da CD de cada solução é feita através da distância que a mesma se encontra das soluções vizinhas mais próximas, considerando-se cada função objetivo. A preferência de uma solução para ser selecionada para a próxima geração se dará quando a mesma estiver mais afastada das suas soluções vizinhas. Mais detalhes sobre estas regras e ilustrações sobre a CD bem como definições de dominância podem ser encontradas em [58, 59].

## 5 EXPERIMENTOS NUMÉRICOS

Os experimentos numéricos foram elaborados para, progressivamente, testar, validar e explorar a metodologia de agrupamento proposta. Dessa forma, foi decidido realizar um total de 3 experimentos com características e objetivos diferentes. O escopo de cada experimento foi resumido na lista a seguir:

- a) Experimento 1 → Pórtico de 78 barras:  
 Consiste no experimento de validação, no qual a metodologia de agrupamento multi-objetivo é explorada paralelamente à metodologia de agrupamento via restrição de cardinalidade. Abordando um problema já explorado por outro autor em [60], verificam-se questões de coerência dos resultados em termos de peso obtido e de comportamento do agrupamento. Além disso, são exploradas as vantagens e desvantagens do agrupamento utilizando funções de contadores de elementos. Como esse primeiro experimento foi de validação preliminar, foi realizado no problema apenas uma execução independente do algoritmo;
- b) Experimento 2 → Pórtico de 230 barras simétrico *vs* Pórtico de 230 barras assimétrico:  
 Trata-se do experimento que explora a metodologia em dois casos mais complexos, com um número bem maior de variáveis de projeto e envolvendo mais execuções independentes do algoritmo. Ao construir dois pórticos com o mesmo número de elementos, porém em configurações distintas, sendo um simétrico e outro assimétrico, o experimento propõe uma comparação entre o agrupamento de um frente ao agrupamento do outro. Instintivamente, acredita-se que a simetria tenha um impacto no processo de agrupamento automático, fazendo com que seja mais fácil agrupar dada uma configuração simétrica do que dada uma configuração assimétrica. Ao realizar esse experimento, pretende-se que a metodologia seja novamente testada e que sejam observados os impactos da simetria no agrupamento;
- c) Experimento 3 → Pórticos de 230 barras com pré-agrupamento:  
 O intuito do último experimento é avaliar o impacto do pré-agrupamento na metodologia de agrupamento automático via problema multi-objetivo. Em suma, o pré-agrupamento permite uma redução das variáveis de projeto e, consequentemente, uma redução do custo computacional das análises. Como técnicas de pré-agrupamento, serão utilizadas estratégias consolidadas em outros problemas que levam em consideração a experiência do projetista, e também uma estratégia orientada pelos resultados iniciais do agrupamento automático.

Em todos os experimentos propostos acima, é necessário definir as restrições de projeto sob as quais a estrutura deve ser avaliada. Para se tomar uma decisão acerca de quais restrições devem ser escolhidas, é necessário ter em mente que o intuito em comum a

todos os casos é a validação da formulação do problema de otimização estrutural multi-objetivo como proposta de agrupamento automático dos elementos estruturais do pórtico espacial. Seguindo a premissa de avaliar a eficácia da análise em reduzir o número de barras distintas, é evidente que, a simplicidade do problema de otimização permite focar no principal objetivo que é validar a metodologia usada. Dessa forma, foi proposto considerar o mínimo possível de restrições. Assim, tanto houve uma redução na complexidade do problema em si, quanto pôde-se concentrar as análises mais nos efeitos do agrupamento.

Obviamente que, ao desconsiderar algumas restrições, os modelos ficam mais distante da realidade. Para não os tornar excessivamente desconciliados de projetos reais, os pórticos foram subjugados às restrições de resistência, de deslocamento e de configuração geométrica. Portanto, foram negligenciados os efeitos dinâmicos e as análises de carga crítica. Uma outra vantagem de se ter considerado apenas as restrições mais básicas é a possibilidade de se comparar os resultados obtidos com os valores do experimento executado em [60].

Apesar de conter algumas diferenças no carregamento e, principalmente, na utilização de algoritmos evolutivos, o fato de ambos os pórticos apresentarem a mesma configuração geométrica é possível observar similaridades no peso final da estrutura. Sumarizando a escolha pelas restrições, foram implementadas para os experimentos as expressões 2.4, 2.5, 2.6, 2.7, 2.8, 2.9 e 2.10. Todas elas estão devidamente explicadas na Seção 2.3.

A análise dos resultados será feita visando avaliar a relação entre valores obtidos e o intuito da realização de cada experimento. Sendo assim, cada experimento terá observações relativas ao alcance ou não dos objetivos propostos, bem como a exposição de argumentos numéricos e hipóteses fundamentadas para justificar o comportamento de cada resultado.

## 5.1 PÓRTICO DE 78 BARRAS

O experimento consiste na avaliação de um pórtico espacial de 78 barras. Esse pórtico foi escolhido para validar a proposta de otimização multi-objetivo com o número de barras distintas como sendo uma das funções objetivo e o peso sendo a outra função. Obviamente que, como as barras se dividem em duas funções objetivo distintas, em pilares e vigas, adotou-se uma função para o número de pilares distintos e outra para o número de vigas distintas, levando a três funções objetivo.

O pórtico analisado é composto por 78 barras de aço, sendo que 36 atuam como pilares (barras usadas na vertical) e 42 atuam como vigas (barras horizontais). Devido à maneira com que as barras estão conectadas, a estrutura apresenta 42 nós. Com relação à orientação dos pilares, eles foram posicionados de forma que a maior dimensão fosse orientada coincidentemente com a menor dimensão do próprio pórtico, i.e., paralelo ao barlavento (uma vez que a edificação recebe o carregamento de vento normal à sua maior face). Dessa forma, em termos da estrutura, cada nó do pórtico apresenta 6 graus de

liberdade e a matriz global apresenta 252 graus de liberdade, sendo que apenas os 36 primeiros têm seus deslocamentos conhecidos e iguais a zero devido à condição de contorno essencial dada pelo engaste das barras na superfície em que se encontra o pórtico. As ações e os carregamentos impostos na estrutura são recomendações normativas encontradas nas normas NBR 6120: Cargas para o cálculo de estruturas de edificações [61] e NBR 6123: Forças devidas ao vento em edificações [62]. Conforme as deliberações encontradas nas normas, pode-se chegar que a carga vertical atuante no pórtico será dada pela Expressão 5.1, na qual as ações verticais ( $V$ ) se dividem em parcelas permanentes ( $G$ ), relacionadas ao peso da própria construção, incluindo os elementos estruturais e funcionais, e parcelas variáveis ( $Q$ ), relacionadas com a utilização da edificação.

$$V = \frac{(1.25 \cdot p_p + 1.4 \cdot 3 \text{ kN/m}^2 + 1.5 \cdot 2 \text{ kN/m}^2) \cdot A_{if}}{L} = 1.25 \cdot P_p + 1.4 \cdot G + 1.5 \cdot Q \quad (5.1)$$

De forma geral, o carregamento linear que chegará em cada elemento da estrutura dependerá diretamente da área de influência do carregamento e do comprimento do elemento que o recebe. Dessa forma, para o pórtico de 78 barras, percebe-se um certo padrão de distribuição de cargas, de forma que, em cada pavimento, apenas dois valores diferentes de cargas verticais uniformemente distribuídas são encontrados: um valor que chega nas vigas internas e outro para as vigas externas. Portanto, para determinar cada uma das três componentes da Expressão 5.1, foi dividido em cargas atuantes nas vigas internas (subíndice  $vi$ ) e cargas atuantes nas vigas externas (subíndice  $ve$ ).

$$V_{vi} = P_p \cdot 1.25 + 4.5 \text{ kN/m} \cdot 1.4 + 3 \text{ kN/m} \cdot 1.5 = 10.8 \text{ kN/m} + P_p \cdot 1.25 \quad (5.2)$$

$$V_{ve} = P_p \cdot 1.25 + 2.25 \text{ kN/m} \cdot 1.4 + 1.5 \text{ kN/m} \cdot 1.5 = 5.4 \text{ kN/m} + P_p \cdot 1.25 \quad (5.3)$$

Onde, os valores de peso-próprio ( $P_p$ ) variam a cada escolha de elemento que compõe o pórtico.

Com relação à ação horizontal proveniente da atuação do vento, utilizam-se as simplificações apresentadas na NBR 6123 [62], o cálculo da pressão dinâmica imposta pelo vento pode ser encontrado através da Expressão 5.4:

$$q_v = 0.613 \cdot V_k^2 = 0.613 \cdot (V_0 \cdot S_1 \cdot S_2 \cdot S_3)^2 \quad (5.4)$$

onde  $q_v$  é a pressão dinâmica;  $V_k$  é a velocidade característica do vento;  $V_0$  é a velocidade básica do vento; e  $S_1$ ,  $S_2$  e  $S_3$  são fatores topográficos, geográficos e probabilísticos que influenciam no cálculo da pressão dinâmica.

Evidentemente esses fatores, bem como o valor da velocidade básica do vento, são suposições do projeto de acordo com as características do modelo a ser considerado. Como os experimentos a serem analisados são modelos hipotéticos, mas que visam aproximar

um caso real, os valores adotados são condizentes com uma edificação no centro urbano da cidade de Juiz de Fora – Minas Gerais. Dessa forma, a velocidade básica utilizada é  $V_0 = 35\text{ m/s}$ ; o fator topográfico de uma superfície plana (região central)  $S_1 = 1.0$ ; o fator estatístico considerando uma edificação residencial  $S_3 = 1.0$ ; e por fim um fator topológico variável com a altura de cada edificação. Apesar disso, vale ressaltar que, para o cálculo do fator topológico foi adotado uma edificação de categoria  $V$  (centro urbano). No que tange às dimensões da edificação, considera-se o pórtico de 78 barras um edifício de 18 metros de altura, assim:

$$q_v = 0.613 \cdot (35 \cdot 1.0 \cdot 0.82 \cdot 1.0)^2 = 504.92 \text{ N/m}^2 \quad (5.5)$$

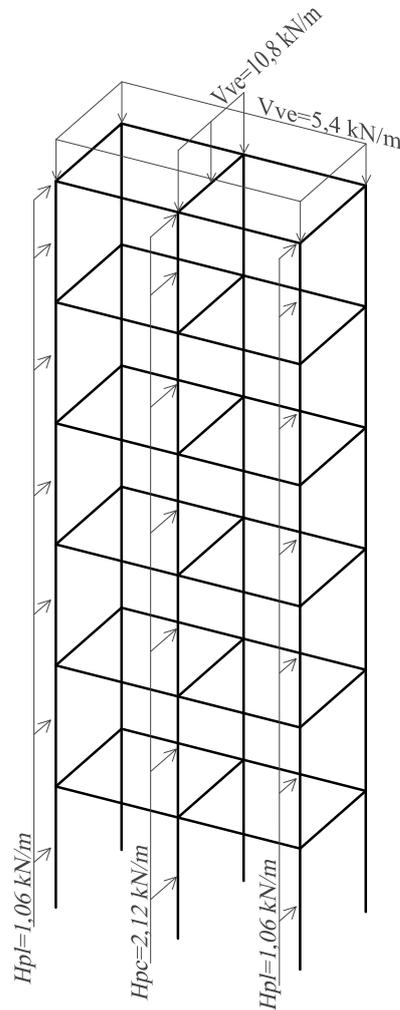
Dessa forma, assim como para o carregamento vertical, a expressão da ação horizontal pode ser analisada de forma geral, colocando-a em função das características da edificação e da área de influência que cada elemento receberá de contribuição do carregamento distribuído na face de barlavento. Porém, diferentemente do carregamento vertical, que teve seu caminho de cargas em direção às vigas, a ação do vento foi optada por ser descarregada nos pilares. Considerando a configuração da edificação, percebe-se que a face de barlavento conta com 3 linhas verticais de pilares, sendo uma linha central (denotada com um subíndice  $pe$ ) e duas laterais ( $pl$ ). Dessa forma, e retomando a questão das áreas de influência, tem-se:

$$H_{pe} = 504.92 \text{ N/m}^2 \cdot \frac{[(1.5 \text{ m}) \cdot 18 \text{ m}]}{18 \text{ m}} \cdot 1.4 = 504.92 \text{ N/m}^2 \cdot 3 \text{ m} \cdot 1.4 = 2.12 \text{ kN/m} \quad (5.6)$$

$$H_{pl} = 504.92 \text{ N/m}^2 \cdot \frac{[(1.5 \text{ m}) \cdot 18 \text{ m}]}{18 \text{ m}} \cdot 1.4 = 504.92 \text{ N/m}^2 \cdot \frac{3}{2} \text{ m} \cdot 1.4 = 1.06 \text{ kN/m} \quad (5.7)$$

Para auxiliar na visualização dos carregamentos, tanto verticais quanto horizontais, a figura 6 foi elaborada. Nela é possível compreender quais pilares e quais vigas recebem os respectivos carregamentos. Vale ressaltar que o carregamento vertical foi representado em um pavimento tipo, i.e., o carregamento se repete para os demais andares.

Figura 6 – Ilustração do carregamento no pórtico espacial de 78 barras.



Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

### 5.1.1 O Experimento

O experimento consiste em uma avaliação do problema multi-objetivo no qual a primeira função a ser minimizada é o peso da estrutura (Equação 2.3). A segunda função a ser minimizada é o somatório do número de barras distintas utilizadas como pilares ( $m_p$ ) e a terceira função é o somatório do número de barras distintas utilizadas como vigas ( $m_v$ ). Dessa forma, trata-se de uma minimização de três objetivos.

Considerando as premissas na seção sobre as funções objetivo (Seção 2.1, retoma-se o fato de que a minimização do número de barras distintas é conflitante com a minimização do peso da estrutura. Conforme dito no início da seção sobre o experimento preliminar, o intuito do experimento, que envolve o pórtico de 78 barras, é o de validação da metodologia de agrupamento utilizando funções de somatório de barras distintas a serem minimizadas.

A validação dessa metodologia será feita através de uma avaliação paralela da estrutura abordada através de problemas mono-objetivo nos quais o peso é a única função a ser minimizada e a estrutura é submetida a um agrupamento automático via restrição de cardinalidade [11, 50].

Como o objetivo do experimento do pórtico de 78 barras é apenas de comparação e validação de resultados, o número de iterações para se obter os pesos apresentados foi determinado de maneira proporcional a experimentos já executados. Conforme observado no problema mono-objetivo simples do pórtico de 78 barras [60]. Para tanto adotou-se uma população com 50 indivíduos e 100 gerações que se mostrou eficiente em encontrar uma solução otimizada da função peso da estrutura. Porém, à medida que se acrescentam as restrições de cardinalidade, aumenta-se o número de variáveis do problema. Quanto mais variáveis, mais complexo é para se determinar a solução e, conseqüentemente, mais iterações são necessárias para se atingir o objetivo de encontrar o menor peso possível.

Pensando nesse problema, foi proposto que, para cada variável acrescentada, i.e., para cada aumento no valor da restrição de cardinalidade, o número máximo de gerações fosse aumentado em 50. Dessa forma, para encontrar, por exemplo, uma solução para cardinalidade de pilar igual a 3 e para cardinalidade de viga igual a 4, seria rodado o problema mono-objetivo com 350 gerações ( $7 \times 50 = 350$ ). Conforme será explicado posteriormente, foram realizadas 36 análises mono-objetivo, com uma execução apenas em cada análise, para se obter um resultado que contemplasse grupos de até 9 barras distintas em diferentes configurações (arranjos de pilares e vigas). Logo, pode-se concluir que o total dessas 36 vezes com o número de gerações variantes levaria a um acumulado de 12000 gerações. Por esse motivo, para a única análise multi-objetiva ser coerente em termos de demanda de iterações, foi optado por apresentar uma população também de 50 indivíduos e 10000 gerações.

A consonância dos resultados serviu para ratificar a escolha das condicionantes do algoritmo. Vale deixar bem claro que, em cada uma das 36 vezes que o problema mono-objetivo foi elaborado e rodado, apenas 1 execução foi realizada. O mesmo é válido para a única análise multi-objetivo. Essa decisão foi tomada para diminuir o custo computacional envolvido nas análises. Caso fossem feitas mais de uma execução para cada um dos 36 problemas mono-objetivo, aumentaria muito o tempo para resolver todos os casos, o que não é o objetivo deste experimento de validação. Com relação aos resultados obtidos, as Tabelas 3 e 4 trazem os resultados da única análise multi-objetivo, já as Tabelas 5 e 6 trazem os resultados das 36 análises mono-objetivo.

Tabela 3 – Peso da estrutura em kg em função dos valores das funções objetivo: número de pilares distintos e número de vigas distintas.

	Número de vigas distintas								
	1	2	3	4	5	6	7	8	
Número de pilares distintos	1	10912.6	9711.5	8875.5	8755.9	8820.2	8810.5	-	9096.7
	2	10674.3	7382.7	7269.2	7100.6	6928.2	6816.1	7247.5	
	3	-	7089.7	6990.3	6905.6	6823.6	-		
	4	-	7039.8	7046.4	7020.3	6737.4			
	5	-	7011.5	8184.3	6974.3				
	6	-	10774.4	-					
	7	-	10744.2						
	8	-							

Fonte: Elaborada pelo autor (2023).

Com relação à Tabela 3, os valores de pesos obtidos são provenientes de um ranqueamento entre os resultados com três funções objetivo. Esse ranqueamento funciona de forma a, dentre os milhares de pórticos factíveis que foram construídos pelo algoritmo evolutivo, serem selecionados os pórticos que não são dominados por nenhum outro. Conforme se pode ver, são apresentadas grupos com até 9 barras distintas. Esse valor limitante de grupos com até 9 barras foi dado pela análise multi-objetivo, pois não se encontrou, nos indivíduos finais após as 10000 gerações, nenhuma solução com configuração que somasse 10 barras ou mais. Para ser coerente, utilizou-se esse limitante para as análises mono-objetivo, sendo, portanto, definida a realização de 36 experimentos.

Tabela 4 – Resultado do peso da estrutura para o agrupamento via problema multi-objetivo com 2 funções objetivo.

Elemento	Agrupamento			
	2	3	4	5
Pilar	W 250x62	W 250x62	W 150x22.5 W 250x62	W 150x22.5 W 200x52 W 250x73
Viga	W 360x32.9	W 150x13 W 360x32.9	W 150x13 W 360x32.9	W 150x13 W 410x38.8
Peso da estrutura	10912.6 kg	9711.5 kg	7382.77 kg	7089.7 kg

Elemento	Agrupamento			
	6	7	8	9
Pilar	W 150x22.5 W 200x52 W 250x73	W 150x22.5 W 200x35.9 W 250x62	W 150x22.5 W 250x62	W 150x22.5 W 200x35.9 W 200x46.1 W 250x62
Viga	W 150x13 W 360x32.9 W 410x38.8	W 150x13 W 200x19.3 W 250x22.3 W 360x32.9	W 150x13 W 200x15 W 250x17.9 W 250x22.3 W 310x21 W 360x32.9	W 150x13 W 200x15 W 250x17.9 W 310x21 W 360x32.9
Peso da estrutura	6990.3 kg	6905.6 kg	6816.1 kg	6737.4 kg

Fonte: Elaborada pelo autor (2023).

A Tabela 4 é resultado da interpretação da análise multi-objetivo na qual há apenas 2 funções objetivo: a primeira, naturalmente, é o peso da estrutura e a segunda é o somatório de perfis diferentes de vigas e pilares. Isto significa que a segunda função a ser minimizada é o número total de barras distintas (independente se são vigas ou pilares). Conclui-se, portanto, que as configurações mais leves para cada grupo apresentado na Tabela 3 são os resultados apresentados na Tabela 4. Dessa maneira, há uma generalização do agrupamento. A existência de pelo menos um grupo de pilar e um de viga é garantida

pela factibilidade do indivíduo.

Tabela 5 – Peso da estrutura em kg em função da variação da cardinalidade de pilares e vigas dos problemas mono-objetivo.

	Número de vigas distintas								
	1	2	3	4	5	6	7	8	
Número de pilares distintos	1	9943.3	9171.1	8061.6	8263.2	7184.6	7288.5	6906.3	7637.0
	2	8584.2	7951.9	7537.9	7829.9	8391.1	6779.1	7216.2	
	3	10912.6	7471.9	7890.0	9834.2	11925.9	8472.6		
	4	11950.7	8810.8	6925.1	6634.5	6948.4			
	5	7894.2	7846.9	8514.5	6972.9				
	6	8628.0	7499.7	6308.6					
	7	8415.6	9961.2						
	8	9683.3							

Fonte: Elaborada pelo autor (2023).

A Tabela 5 foi construída através dos resultados das análises dos problemas mono-objetivo com restrição de cardinalidade. Um problema com um único objetivo de reduzir o peso do pórtico de 78 barras foi elaborado de forma a apresentar as mesmas condições do problema multi-objetivo. Porém, para o mono-objetivo foi colocado um condicionante variável de que a estrutura apresentaria um limitante de número de barras distintas. Na prática, duas variáveis foram criadas para fazer aumentar o número máximo de grupos de pilares e vigas da estrutura.

Conforme se vê na Tabela 5, a restrição de cardinalidade de pilares e de vigas foi aumentando indo de 1 possibilidade de cada até 8 possibilidades. Dessa forma, para cada limitante superior de número de grupos, o problema mono-objetivo foi resolvido e foi obtido um peso mínimo para aquele número máximo de pilares e de vigas distintas. Obviamente que foram executados, portanto, 36 problemas mono-objetivo, que resultaram em uma análise que contempla integralmente a configuração de agrupamentos indo de 2 grupos de barras (o mínimo sendo um grupo de pilar e um grupo de viga) até 9 grupos de barras (acima de 9 seriam necessárias combinações como 9 pilares e 1 viga ou vice-versa, cenário que não foi analisado uma vez que a cardinalidade foi no máximo até 8).

Tabela 6 – Resultado do peso da estrutura para o agrupamento mono-objetivo.

Elemento	Agrupamento			
	2	3	4	5
Pilar	W 200x46.1	W 150x22.5 W 200x52	W 150x22.5 W 200x46.1	W 150x22.5 W 200x41.7 W 250x62
Viga	W 410x38.8	W 360x39	W 310x28.3 W 360x44	W 310x21 W 360x32.9
Peso da estrutura	9943.3 kg	8584.2 kg	7951.9 kg	7471.9 kg

Elemento	Agrupamento			
	6	7	8	9
Pilar	W 200x46.1	W 150x22.5 W 200x46.1 W 200x46.1 W 200x46.1	W 150x22.5 W 200x35.9 W 200x41.7 W 200x41.7	W 150x22.5 W 150x22.5 W 200x35.9 W 200x59 W 250x62 W 250x62
Viga	W 150x13 W 150x13 W 200x15 W 250x17.9 W 410x38.8	W 200x15 W 250x22.3 W 360x79	W 150x13 W 150x13 W 250x17.9 W 360x57.8	W 150x13 W 310x21 W 460x52
Peso da estrutura	7184.6 kg	6925.1 kg	6634.5 kg	6308.6 kg

Fonte: Elaborada pelo autor (2023).

A Tabela 6 foi elaborada tomando-se o menor peso do agrupamento de barras da Tabela 5. A obtenção do menor peso de cada agrupamento vem da percepção do menor peso de cada uma das 8 diagonais inversas da matriz de peso de Número de Pilares  $\times$  Número de Vigas. Dessa forma, o agrupamento de barras em geral é analisado independente de quantas vigas ou quantos pilares (bastando que haja pelo menos um grupo de pilar e um grupo de viga). Na Tabela 6 é possível ver os perfis que foram apontados como a solução mais leve considerando o agrupamento indicado.

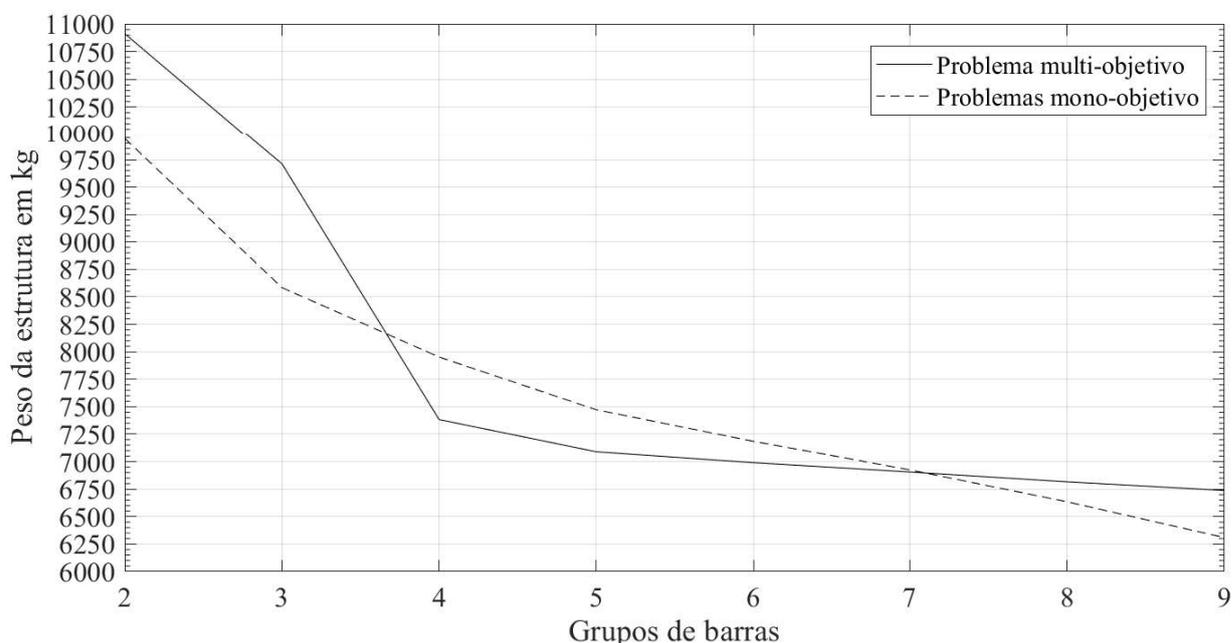
### 5.1.2 Análise dos resultados

A análise dos resultados apresentados anteriormente é feita através de duas verificações. A primeira concerne ao fato de o comportamento obtido pela análise multi-objetivo ter sido coerente com o esperado. Do ponto de vista da otimização estrutural do pórtico, era esperado que, a medida em que o número de perfis a serem utilizados fosse sendo maior, mais leve deveria ser a estrutura. Essa hipótese pode ser bem explorada pelo raciocínio que, quanto maior a liberdade de escolha dos perfis, mais variado seria a composição final para o pórtico, e esse seria, obviamente, o mais otimizado em termos de peso. A fim de possibilitar uma comparação com o peso da estrutura ótima, o problema foi executado sem nenhuma restrição quanto ao agrupamento dos perfis, e o resultado obtido foi uma estrutura de 6115.7 kg composta por 18 perfis, sendo 9 de pilares e 9 de vigas (44% mais leve do que a de 2 perfis e 9% mais leve do que a de 9 perfis).

A outra verificação que foi realizada apresenta um caráter mais de validação de resultados do que uma simples análise do comportamento. O que foi feito foi a comparação entre os resultados advindos da análise multi-objetivo e os resultados das análises mono-objetivo. A fim de comparar os resultados obtidos via análise multi-objetivo (Tabela 3) e via as 36 análises mono-objetivo (Tabela 5), a Figura 7 serve para validar e mostrar a coerência que existe na análise multi-objetivo. Os resultados estarem bem próximos nas duas análises mostra que a ferramenta multi-objetivo pode ser utilizada para substituir um número grande de análises mono-objetivo.

Em suma, a proposta de utilizar o número de perfis diferentes como função objetivo se mostra como uma ferramenta potente na busca por estruturas com maior padronização. Evidentemente, o trabalho para se obter o resultado das Tabelas 3 e 4 são bem inferiores à execução de dezenas de problemas mono-objetivo utilizando a restrição de cardinalidade, por exemplo.

Figura 7 – Comparação entre as análises mono-objetivo e a única análise multi-objetivo.

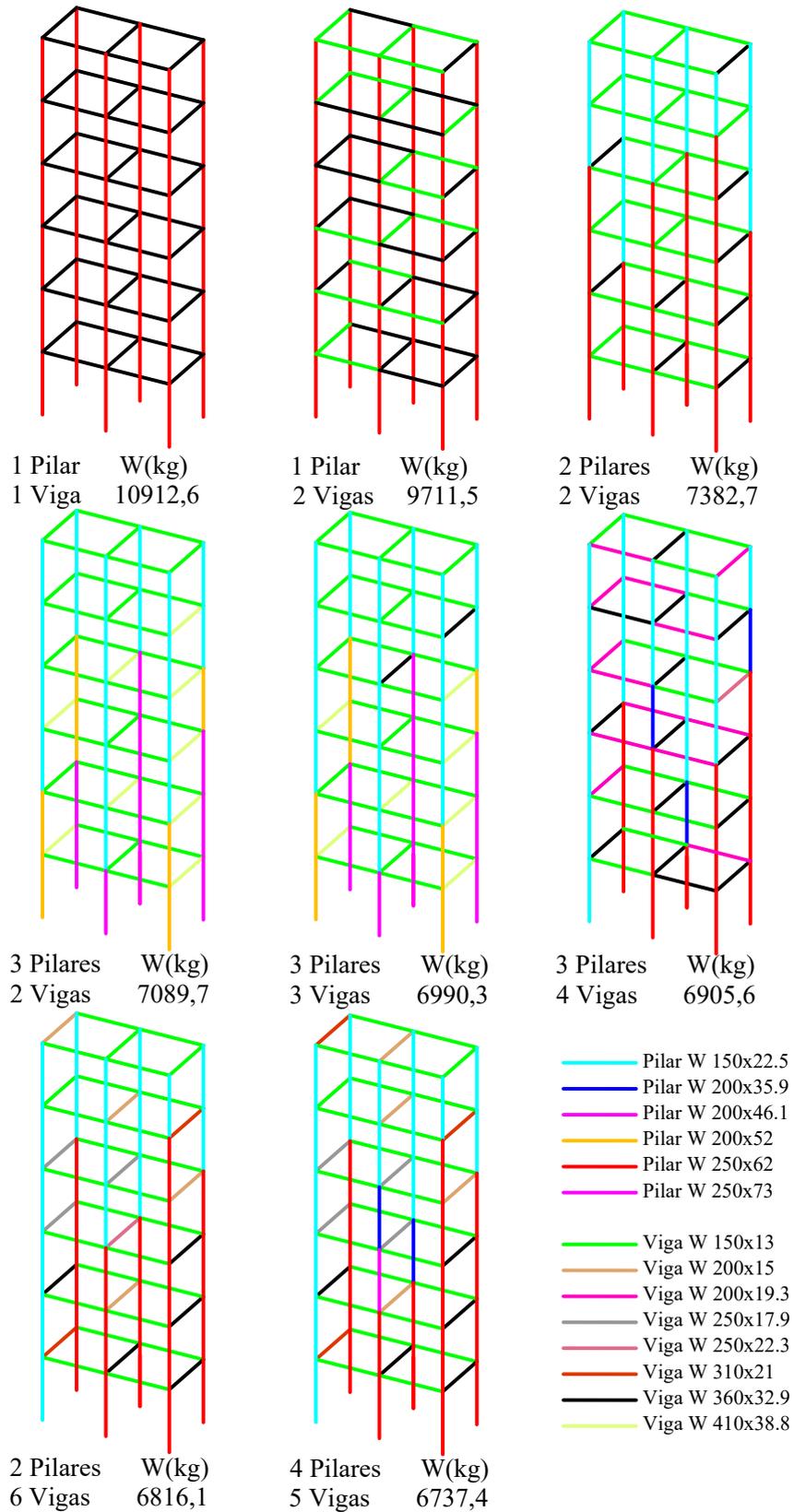


Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

Apesar de comportamentos ligeiramente distintos, como pode ser observado nas diferenças entre as Tabelas 4 e 6 e também nas curvas da Figura 7, os resultados da análise multi-objetivo corroboram para o esperado. Mesmo havendo variações nos valores dos pesos, a maior diferença não é superior a 12% (que ocorre para o agrupamento com 3 tipos de perfis).

Um recurso extra empregado para ilustrar melhor os resultados obtidos via análise multi-objetivo apresenta-se na Figura 8. Nela, é possível observar graficamente a distribuição dos grupos de elementos (distinguidos por cores) na configuração final do pórtico. Tal ilustração abre caminho para um conjunto de análises e constatações.

Figura 8 – Agrupamentos do pórtico de 78 barras com grupos indicados por cor.



Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

Em primeiro lugar, observa-se o comportamento elementar de aparecimento gradativo de peças menos robustas de cima para baixo no pórtico a medida em que se aumenta o número de perfis distintos. Essa constatação corrobora com as expectativas, tendo em vista que o carregamento gravitacional acumula-se dos pavimentos superiores até chegar nos níveis inferiores, sendo um bom indicador da coerência dos resultados.

Outro ponto que pode ser bem observado na ilustração gráfica é a diferença pequena entre as estruturas nas quais se observa mais de 4 grupos distintos. É possível perceber que tanto o peso total da estrutura quanto sua configuração (escolha dos elementos estruturais) são muito próximas, justificando que, para casos reais da engenharia, um agrupamento acarreta pouco impacto no peso, porém muitas vantagens em termos de facilidade de montagem e na mitigação de erros de alocação dos elementos.

## 5.2 PÓRTICO DE 230 BARRAS SIMÉTRICO VS PÓRTICO DE 230 BARRAS ASSIMÉTRICO

O experimento dos pórtico de 230 barras dá continuidade às análises do agrupamento automático via problema multi-objetivo. Considerando a validação da metodologia proposta mediante a concordância dos resultados apresentados para o pórtico de 78 barras, e considerando que não ocorreu nenhuma divergência nas expectativas e comportamentos obtidos, nos pórticos de 230 barras o agrupamento será realizado apenas utilizando o agrupamento via problema multi-objetivo. Devido ao aumento considerável no número de variáveis de projeto, o pórtico de 230 barras surge como uma avaliação mais complexa para o agrupamento automático proposto. Com o aumento da complexidade vem a oportunidade de se observar o comportamento da metodologia, que não estando atrelada à análise paralela via restrição de cardinalidade, será abordada de forma mais livre em termos de número de execuções e número total de funções analisadas. Portanto, as principais diferenças entre o presente experimento e o anterior estão na complexidade do problema, no número de funções avaliadas e no enfoque dado aos resultados exclusivos da análise multi-objetivo.

Porém, além desses pontos, os pórticos de 230 barras fornecem também um pano de fundo para a análise do impacto da simetria no processo de agrupamento automático. No primeiro pórtico do experimento, a estrutura simétrica, espera-se observar certos padrões no agrupamento que serão divergentes quando o problema assimétrico do mesmo pórtico for executado. Vale ressaltar que a simetria ou assimetria dos pórticos está em sua configuração estrutural. Porém, como a configuração estrutural impacta na geometria e, conseqüentemente, o recebimento dos carregamentos e ações, pode-se dizer que a simetria afeta tanto a geometria quanto as condições de contorno dos problemas. O pórtico simétrico teve a distribuição dos pilares e vigas de forma a construir uma edificação cuja vista superior se assemelhasse a um “I”. Já o pórtico assimétrico apresenta uma projeção vertical no formato de um “L”, sendo que ambos os pórticos têm o mesmo número de elementos estruturais, as mesmas áreas por pavimento tipo e os mesmos perímetros, variando apenas em forma.

O pórtico de 230 barras é composto por 100 pilares e 130 vigas. São 10 pavimentos tipos com 10 pilares e 13 vigas em cada um. O número total de nós da estrutura são 110. A orientação dos pilares segue a mesma do pórtico de 78 barras, sendo a maior dimensão orientada coincidentemente com a menor dimensão do próprio pórtico. A matriz de rigidez global do pórtico conta com 660 graus de liberdade, o que mostra a grande complexidade do problema a ser analisado.

Em termos de carregamento e ações do vento, serão novamente utilizadas as normas NBR 6120: Cargas para o cálculo de estruturas de edificações [61] e NBR 6123: Forças devidas ao vento em edificações [62]. Com relação ao carregamento gravitacional, o fato

das vigas manterem o comprimento apresentado no pórtico de 78 barras faz com que as áreas de influência sejam as mesmas. Dessa forma, não há alteração do carregamento no pavimento tipo para as vigas internas e externas. Dessa forma, utilizam-se novamente as expressões 5.8 e 5.9 apresentadas a seguir.

$$V_{vi} = P_p \cdot 1.25 + 4.5 \text{ kN/m} \cdot 1.4 + 3 \text{ kN/m} \cdot 1.5 = 10.8 \text{ kN/m} + P_p \cdot 1.25 \quad (5.8)$$

$$V_{ve} = P_p \cdot 1.25 + 2.25 \text{ kN/m} \cdot 1.4 + 1.5 \text{ kN/m} \cdot 1.5 = 5.4 \text{ kN/m} + P_p \cdot 1.25 \quad (5.9)$$

Já com relação à ação do vento, existem algumas modificações importantes. Primeiro, relativo à magnitude da força do vento, que sofreu modificação graças a um aumento na pressão dinâmica. O aumento da pressão dinâmica está associada à elevação da edificação, que, ao passar para 10 pavimentos, atinge a altura de 30 metros. Dessa forma, há uma alteração no parâmetro topológico que aumenta de  $S_2 = 0.82$  para  $S_2 = 0.85$ . Dessa maneira, o novo cálculo para ação do vento é dado por:

$$q_v = 0.613 \cdot (35 \cdot 1.0 \cdot 0.85 \cdot 1.0)^2 = 542.54 \text{ kN/m}^2 \quad (5.10)$$

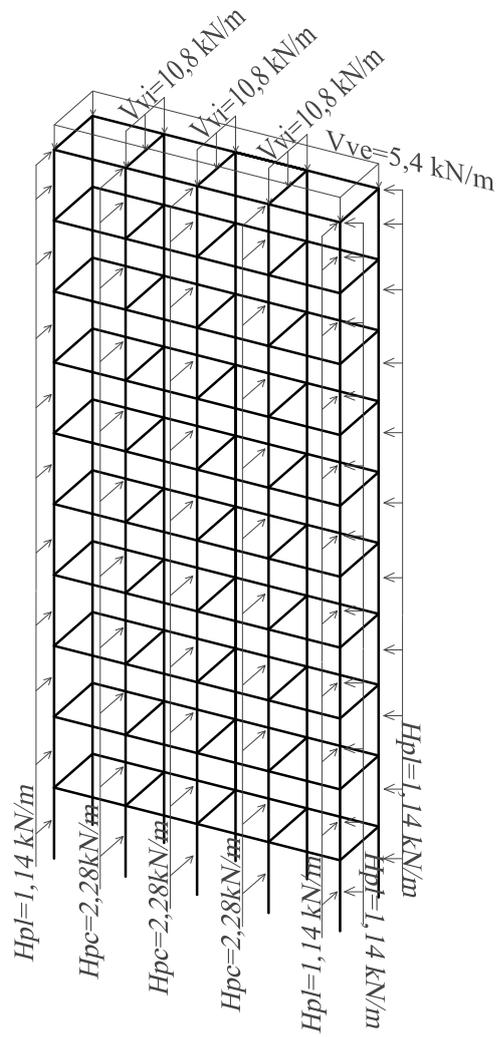
Sendo que a mesma análise feita para o pórtico de 78 barras pode ser feita para o pórtico de 230 barras, levando à conclusão que a magnitude da ação nos pilares centrais é dada pela Expressão 5.11 e nos pilares laterais é dada por 5.12.

$$H_{pc} = 542.54 \text{ N/m}^2 \cdot \frac{[(1.5 \text{ m} + 1.5 \text{ m}) \cdot 30 \text{ m}]}{30 \text{ m}} \cdot 1.4 = 542.54 \text{ N/m}^2 \cdot 3 \text{ m} \cdot 1.4 = 2.28 \text{ kN/m} \quad (5.11)$$

$$H_{pl} = 542.54 \text{ N/m}^2 \cdot \frac{[(1.5 \text{ m}) \cdot 30 \text{ m}]}{30 \text{ m}} \cdot 1.4 = 542.54 \text{ N/m}^2 \cdot \frac{3}{2} \text{ m} \cdot 1.4 = 1.14 \text{ kN/m} \quad (5.12)$$

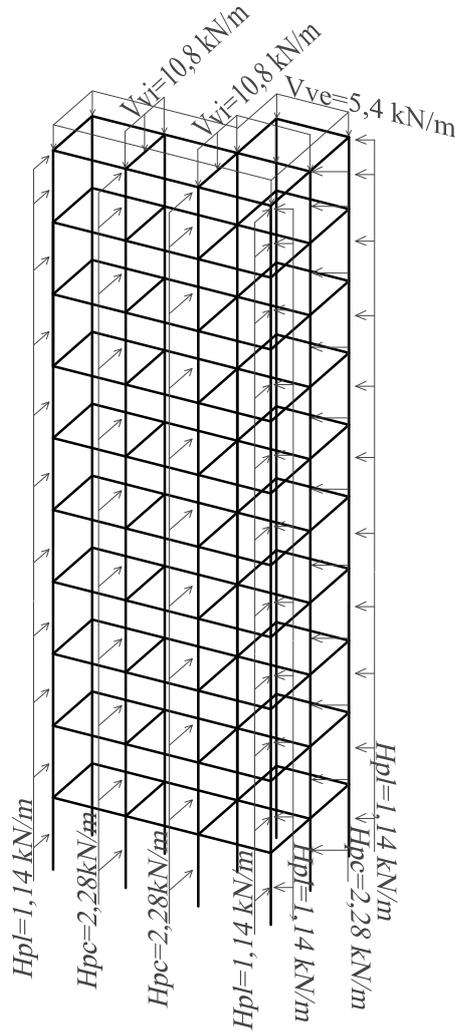
Porém, uma outra modificação na ação do vento foi proposta nesse novo experimento, e consiste em acrescentar, perpendicularmente à direção já considerada de atuação do vento, uma ação horizontal adicional. O intuito dessa nova consideração está em avaliar o impacto do vento nas duas direções perpendiculares entre si. O principal motivo por essa escolha está no fato de que, no pórtico assimétrico é possível perceber que a face que sofre uma alteração de direção continua recebendo ação do vento, o que impõe a análise em duas direções do vento no pórtico simétrico para que a comparação entre eles seja justa. A Figura 9 permite entender melhor a consideração dos carregamentos e das ações horizontais no pórtico simétrico. Já a Figura 10 ilustra a situação do pórtico assimétrico.

Figura 9 – Ilustração do carregamento no pórtico espacial de 230 barras simétrico.



Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

Figura 10 – Ilustração do carregamento no pórtico espacial de 230 barras assimétrico.



Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

### 5.2.1 O Experimento

O experimento dos pórticos de 230 barras apresentou algumas modificações com relação ao experimento do pórtico de 78 barras. Em primeiro lugar, ressalta-se que apenas a análise multi-objetivo foi realizada, uma vez que as análises mono-objetivo no experimento anterior serviram apenas como validação da metodologia proposta. Tendo em vista a confirmação do agrupamento automático via problema multi-objetivo, optou-se então por explorá-lo mais a fundo, aumentando o número de execuções independentes para o problema.

Além disso, o pórtico de 230 barras apresenta um número maior de variáveis de problema. Como cada elemento do pórtico representa uma variável do problema, constata-se que o número de variáveis quase triplicou de um problema para o outro. Para garantir

a convergência do método, foi optado então fazer algumas alterações nos parâmetros relacionados com a população e com o número de funções avaliadas. O tamanho da população inicial foi dobrada, sendo agora de 100 indivíduos. O número de gerações foi reduzido de 10000 para apenas 1000 gerações, uma vez que o valor extremamente alto de 10000 foi considerado para fazer-se uma análise justa paralelamente com as 36 análises mono-objetivo. Por fim, foram realizadas 5 execuções independentes. Logo, constata-se que, apesar da diminuição do número de gerações, houve um aumento significativo do número total de funções avaliadas, o que garante segurança na convergência dos resultados.

Os resultados das análises multi-objetivo são expostos em duas tabelas. A Tabela 7 traz os menores pesos dos pórticos de 230 barras simétricos que foram encontrados como solução para o problema. Nessa tabela é possível perceber que grupos com até 12 elementos distintos foram observados nas soluções do problema multi-objetivo. Isso significa que, na busca por minimizar o peso, o número de pilares e o número de vigas, conseguiu-se, ao fim das execuções, encontrar estruturas cuja soma das duas últimas funções objetivo fossem de 2 até 12. Para toda soma do número de pilares e vigas distintos, foi escolhida a estrutura com menor peso e foi construída a Tabela 7, mostrando quais foram de fato os perfis que levaram ao resultado mais leve.

Tabela 7 – Resultado do peso da estrutura de 230 barras simétrica para o agrupamento via problema multi-objetivo com 2 funções objetivo.

Elemento	Agrupamento			
	2	3	4	5
Pilar	W 250x101	W 310x79	W 310x79	W 310x79
Viga	W 410x53	W 410x85 W 460x52	W 200x22.5 W 410x85 W 460x52	W 150x13 W 410x38.8 W 460x52 W 530x82
Peso da estrutura	51249,5 kg	44236,3 kg	43694,7 kg	42869,0 kg

Elemento	Agrupamento			
	6	7	8	9
Pilar	W 150x22.5 W 310x79	W 150x22.5 W 200x52 W 310x79	W 150x22.5 W 310x79	W 150x22.5 W 150x37.1 W 200x46.1 W 310x79
Viga	W 150x13 W 200x15 W 310x38.7 W 460x52	W 150x13 W 200x15 W 310x38.7 W 460x52	W 150x13 W 150x18 W 200x15 W 250x17.9 W 310x38.7 W 460x52	W 150x13 W 200x15 W 310x32.7 W 310x38.7 W 460x52
Peso da estrutura	41030,9 kg	40634,8 kg	40086,1 kg	39858,8 kg

Elemento	Agrupamento		
	10	11	12
Pilar	W 150x22.5 W 150x37.1 W 200x46.1 W 310x79	W 150x22.5 W 150x37.1 W 200x46.1 W 310x79	W 150x22.5 W 310x79
Viga	W 200x13 W 200x15 W 250x22.3 W 310x32.7 W 310x38.7 W 460x52	W 200x13 W 150x18 W 200x15 W 250x22.3 W 310x32.7 W 310x38.7 W 460x52	W 200x13 W 150x18 W 200x15 W 200x19.3 W 200x26.6 W 250x17.9 W 250x25.3 W 250x28.4 W 310x38.7 W 460x52
Peso da estrutura	39809,9 kg	39708,1 kg	39501,6 kg

Fonte: Elaborada pelo autor (2023).

Tabela 8 – Resultado do peso da estrutura de 230 barras assimétrica para o agrupamento via problema multi-objetivo com 2 funções objetivo.

Elemento	Agrupamento			
	2	3	4	5
Pilar	W 250x101	W 250x101	W 310x79	W 310x79
Viga	W 410x53	W 410x38.8 W 410x46.1	W 410x85 W 460x52 W 460x74	W 150x13 W 410x85 W 460x52 W 460x74
Peso da estrutura	51249,5 kg	48244,3 kg	44468,5 kg	43564,2 kg

Elemento	Agrupamento			
	6	7	8	9
Pilar	W 150x22.5 W 310x79	W 200x41.7 W 200x53 W 310x79	W 150x37.1 W 200x41.7 W 310x79	W 200x41.7 W 200x53 W 310x79
Viga	W 150x13 W 410x85 W 460x52 W 460x74	W 200x22.5 W 200x26.6 W 310x21 W 460x52	W 150x24 W 200x35.9 W 200x46.1 W 200x53 W 460x74	W 200x15 W 200x19.3 W 200x26.6 W 310x21 W 460x52 W 460x74
Peso da estrutura	42895,4 kg	41895,9 kg	41351,7 kg	40278,9 kg

Elemento	Agrupamento		
	10	11	12
Pilar	W 150x29.8 W 200x41.7 W 200x53 W 310x79	W 150x29.8 W 200x41.7 W 200x52 W 310x79	W 150x29.8 W 200x41.7 W 200x52 W 310x79
Viga	W 200x15 W 200x19.3 W 200x22.5 W 200x31.3 W 310x21 W 460x52	W 200x15 W 200x19.3 W 200x22.5 W 200x31.3 W 310x21 W 410x46.1 W 460x52	W 200x15 W 200x19.3 W 200x22.5 W 200x31.3 W 250x38.5 W 310x21 W 410x46.1 W 460x52
Peso da estrutura	39989,3 kg	39892,3 kg	39742,0 kg

Fonte: Elaborada pelo autor (2023).

Já os resultados do pórtico de 230 barras assimétrico são expostos na Tabela 8. Igualmente ao resultado da configuração simétrica, o caso assimétrico também encontrou grupos com até 12 elementos, sendo que os pesos e os perfis encontrados para cada configuração estão expostos na Tabela 8.

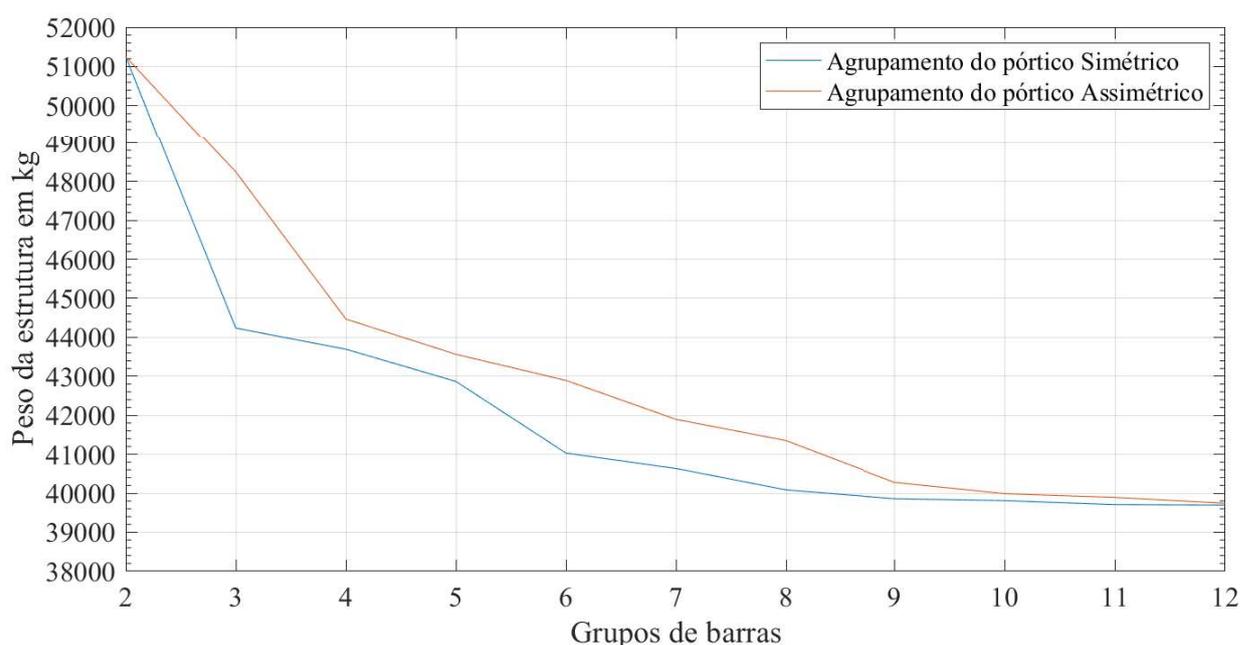
### 5.2.2 Análise dos resultados

Os pórticos de 230 barras foram formulados para, além de explorar a metodologia do agrupamento via problema multi-objetivo, permitir analisar o impacto da simetria no comportamento do agrupamento automático. Essa análise segue uma ideologia muito semelhante à questão do agrupamento em si, que consiste em facilitar a execução de um projeto mediante a adoção de certos cuidados na sua elaboração. Seguindo esse raciocínio, é intuitivo imaginar que a adoção de configurações simétricas tenha certas vantagens ao facilitar a busca por melhores agrupamentos. Dessa forma, a comparação entre os pórticos de 230 barras apresentados na Seção 5.2 tem capacidade de verificar se a intuição acerca das vantagens do pórtico simétrico são justificáveis e se existem benefícios significativos de uma configuração sobre a outra.

Além disso, será possível, desde que os resultados sejam coerentes com as expectativas, tanto avaliar o funcionamento da metodologia em um pórtico mais complexo, quanto entender qual a magnitude das diferenças entre as opções simétrica e assimétrica. Como principal ponto, deseja-se fornecer ao tomador de decisão não apenas a melhor configuração (com seus respectivos agrupamentos), mas também o tamanho das vantagens ou desvantagens de se fazer uma ou outra escolha.

A primeira análise apresentada consiste na Figura 11 que traz a evolução do peso das estruturas simétrica e assimétrica. Em azul, tem-se o pórtico de 230 barras simétrico, enquanto em vermelho está o pórtico de 230 barras assimétrico. O gráfico é construído com os valores finais de peso encontrados nas Tabelas 7 e 8.

Figura 11 – Comparação entre entre pórticos de 230 barras simétrico e assimétrico.



Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

Alguns pontos chamam muita atenção pela coerência com as expectativas. O primeiro deles está na concordância dos perfis de ambos os pórticos quando se trata de grupos de apenas 2 elementos (1 viga e 1 pilar). Nota-se que, pelas semelhanças de porte das duas edificações, era de se esperar que os mesmos perfis fossem escolhidos em uma seleção mais grosseira, ou seja, em uma seleção de elementos que garantissem seguramente a factibilidade da estrutura. Isso acontece, pois as regiões mais solicitadas acabam sendo as limitantes para a escolha dos perfis, impondo uma escolha menos refinada para o pórtico como um todo. Dessa forma, no início das curvas, elas partem do mesmo ponto, indicando uma estrutura com 51249,5 kg.

O segundo ponto mais marcante é o fato da curva do pórtico simétrico estar ligeiramente deslocada para baixo no eixo do peso, quando comparada com a curva da estrutura assimétrica. Isso indica que, conforme esperado, a configuração simétrica leva a agrupamentos com pesos menores, tendo em vista que nenhuma estrutura assimétrica conseguiu ser mais leve do que a simétrica, para nenhum tipo de agrupamento. Vale ressaltar também que, em ambas as curvas, observa-se o conflito entre o peso e o número de grupos, sinalizando uma coerência dos resultados.

Por último, destaca-se a tendência de ambas as curvas convergirem entre si, indicando que com o aumento dos grupos o impacto da simetria vai sendo reduzido. Essa observação fundamenta-se no fato de que a medida em que aparece uma gama maior de perfis distintos, as estruturas caminham para suas configurações mais ideais em termos de peso. Essas configurações ideais implicam na escolha pelos perfis mais leves capazes de resistir aos esforços solicitantes. Dessa forma, o peso passa a ser mais impactado pela situação de carregamento a qual a estrutura está submetida e menos impactado pela simetria ou assimetria da sua forma. Logo, percebe-se que a simetria tem um impacto no agrupamento principalmente para um número pequeno de grupos (que não seja de apenas 2 grupos). Para se ter valores de comparação entre as estruturas, a Tabela 9 mostra a diferença entre os pesos para cada grupo dos pórticos simétrico e assimétrico. Dessa forma, é possível ter uma ideia de quão impactante é a simetria dependendo do agrupamento que se deseja.

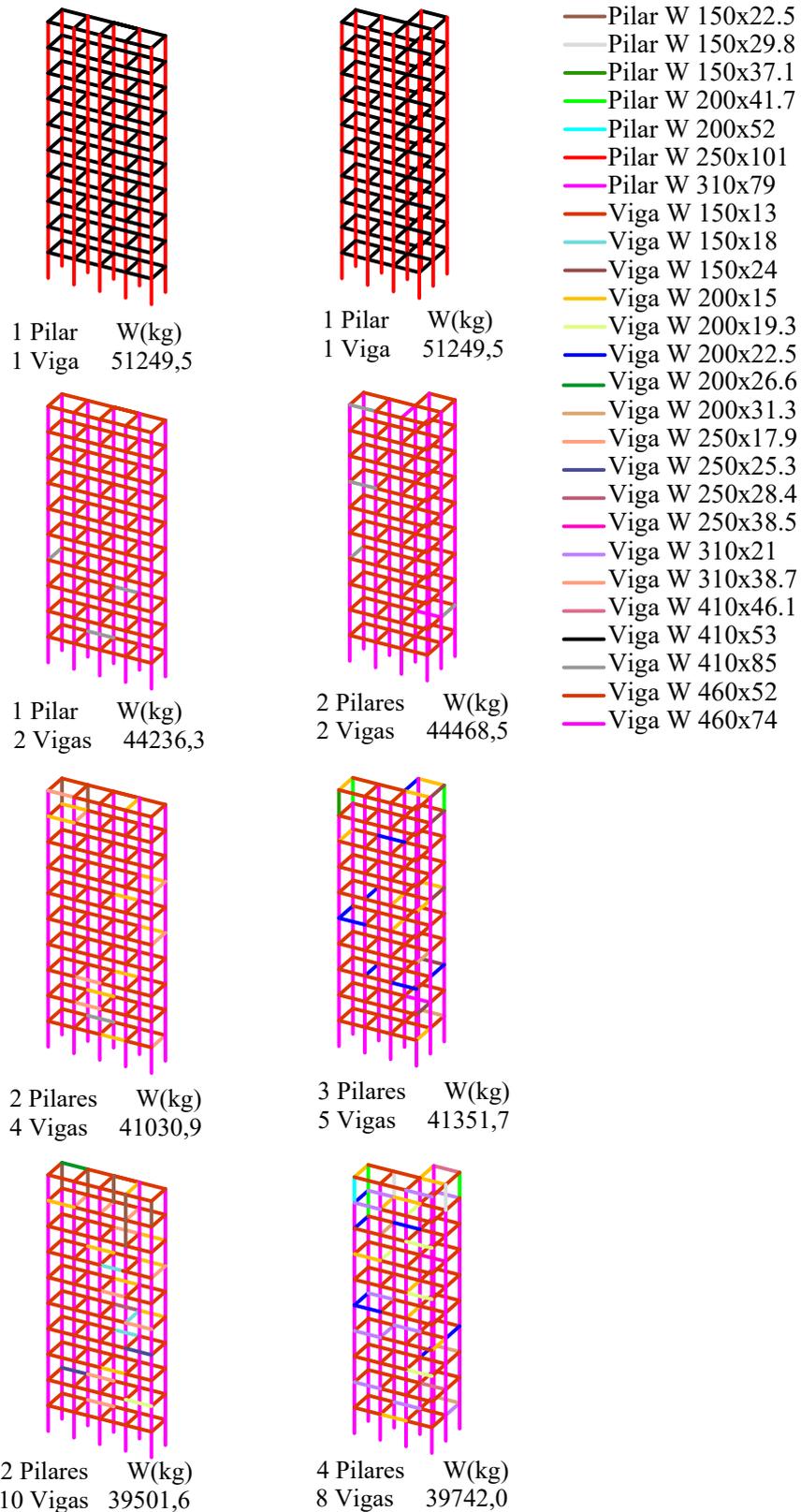
Tabela 9 – Tabela de comparação entre as estruturas simétrica e assimétrica.

Nº de Grupos	Estrutura simétrica	Estrutura assimétrica	Diferença
2	51249,5 kg	51249,5 kg	0,00%
3	44236,3 kg	48244,3 kg	8,31%
4	43694,7 kg	44468,5 kg	1,74%
5	42869,0 kg	43564,2 kg	1,60%
6	41030,9 kg	42895,4 kg	4,35%
7	40634,8 kg	41895,9 kg	3,01%
8	40086,1 kg	41351,7 kg	3,06%
9	39858,8 kg	40278,9 kg	1,04%
10	39809,9 kg	399893 kg	0,45%
11	39708,1 kg	39892,3 kg	0,46%
12	39501,6 kg	39742,0 kg	0,60%

Fonte: Elaborada pelo autor (2023).

Analogamente à proposta de ilustrar a escolha dos perfis para o pórtico de 78 barras, apresentada na Figura 8, a Figura 12 traz os perfis agrupados por cor para os pórticos de 230 barras. Como cada configuração apresentou 12 possibilidades de agrupamento, são no total 24 estruturas a serem mostradas, o que demandaria muito espaço. Logo, foram escolhidas algumas representações mais significativas, que possibilitam análises pertinentes. Com relação ao pórtico simétrico, foram ilustrados os agrupamentos com 2, 3, 6 e 12 grupos de elementos distintos. Já para o pórtico assimétrico, foram ilustrados os com 2, 4, 8 e 12 grupos. Os grupos de 2 elementos e de 12 foram colocados por serem os casos extremos. Já os grupos de 3 e 6 *vs* 4 e 8 foram escolhidos, pois são grupos que levaram a estruturas com pesos passíveis de comparação. Todas as análises e comparações são colocadas logo após a ilustração.

Figura 12 – Agrupamentos dos pórticos de 230 barras com grupos indicados por cor.



Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

Em primeiro lugar observa-se que as estruturas simétrica e assimétrica apresentam a mesma coloração para o caso do grupo de 2 elementos, ilustrando que os perfis selecionados foram exatamente os mesmos para ambos os pórticos. Com relação aos pórticos com 12 grupos de elementos distintos presentes, é possível observar muitas diferenças nas peças escolhidas, porém sem uma variação significativa no peso, que conforme visto na Tabela 9, é de 0,6%. Os pontos mais interessantes estão nos grupos de 3 e 6 para o caso simétrico e 4 e 8 para o simétrico. Conforme foi constatado ainda na apresentação dos resultados na Seção 5.2 o agrupamento do pórtico simétrico levou a soluções mais leves do que o agrupamento do assimétrico.

Confirmando a intuição exposta de que agrupar uma estrutura simétrica deveria ser mais fácil, o que se percebeu no gráfico da Figura 11 foi que a curva do agrupamento simétrico está abaixo da curva do assimétrico. Isso indica que uma estrutura simétrica quando comparada com sua correspondente assimétrica com peso próximo apresentará menos grupos de elementos distintos, dado a maior facilidade de se agrupar a configuração simétrica. Justamente para evidenciar essa hipótese é que foram colocados em comparação a estrutura de 3 grupos simétrica com a de 4 grupos assimétrica. A primeira conta com um peso de 44236,3 kg enquanto a segunda conta com 44468,5 kg, i.e., uma variação 0,52% (uma diferença bem menor do que se comparado entre si as estruturas com 3 grupos, 8,31%, ou com 4 grupos, 1,74%). Essa pequena diferença mostra a vantagem da estrutura simétrica frente à assimétrica em termos de agrupamento. O mesmo acontece quando se coloca frente a frente a estrutura simétrica de 6 grupos, pesando 41030,9 kg e a assimétrica de 8 grupos, pesando 41351,7 kg, i.e., uma diferença de 0,78% (novamente bem menor do que os 4,35% entre as duas com 6 grupos ou 3,06% entre as com 8 grupos). Ainda vale ressaltar novamente o caráter decrescente das diferenças a medida em que se aumenta o número de grupos.

Justificada a escolha pelos pórticos apresentados na Figura 12, é interessante fazer algumas observações acerca dos resultados apontados nessas imagens. O ponto mais importante a ser destacado é relativo ao aparecimento progressivo de perfis diferentes (cores diferentes) na parte superior do pórtico (principalmente para o simétrico de 6 elementos, o assimétrico de 8, e os pórticos de 12 elementos). Assim como ocorreu no pórtico de 78 barras, esse comportamento é justificado pelo acúmulo gradativo de ações verticais de cima para baixo. Dessa forma, já era de se esperar que os pavimentos superiores, principalmente o 9º e o 10º apresentassem maiores flexibilidades as escolhas de perfis, dado ao carregamento vertical reduzido. Da mesma forma, a parte inferior fica mais restrita na escolha dos perfis, dado ao maior acúmulo do carregamento vertical. Esse comportamento é mais evidenciado nos pilares.

Baseando-se nos comportamentos apresentados na Figura 12 é que foi conduzida a segunda proposta de pré-agrupamento do terceiro experimento. De forma geral, as seguintes constatações foram consideradas para propor os grupos da Seção 5.3: tendência

de dispersão dos pilares dos 2 pavimentos superiores; manutenção do grupo de vigas de extremidade do lado de menor dimensão; maior dispersão das vigas de extremidade presentes no meio do lado de maior dimensão; manutenção do grupo de pilares das partes inferiores; manutenção do grupo de vigas internas, excetuando o décimo pavimento.

### 5.3 PÓRTICOS DE 230 BARRAS COM PRÉ-AGRUPAMENTO

O terceiro e último experimento traz como avaliação principal o impacto do pré-agrupamento à metodologia de agrupamento automático via análise multi-objetivo. Portanto, a proposta desse experimento é pré-agrupar elementos segundo algumas diretrizes que serão explicadas posteriormente e verificar o comportamento das soluções. Visando uma referência comparativa, os pórticos que serão submetidos aos pré-agrupamentos são os mesmos utilizados no experimento anterior. Logo, tanto o pórtico de 230 barras simétrico quanto o pórtico de 230 barras assimétrico servirão de base para o terceiro experimento.

As situações de carregamento vertical e ações do vento serão mantidas as mesmas, para que apenas o impacto do pré-agrupamento possa ser avaliado. As restrições do problema também serão mantidas. Os parâmetros relativos ao número de indivíduos em cada geração, o número total de gerações, o número de execuções independentes e o algoritmo evolutivo utilizado são os mesmos, sendo 100 indivíduos, 1000 gerações, 5 execuções independentes e o *Multiobjective Meta-heuristic with Iterative Parameter Distribution Estimation* (MM-IPDE) como algoritmo de busca das soluções.

#### 5.3.1 O Experimento

Considerando que nenhuma alteração nas condições do experimento foram alteradas, exceto o pré-agrupamento, essa seção dedica-se a justificar o pré-agrupamento e discutir alguns pontos relativos à forma com que foi implementado.

Para justificar o pré-agrupamento, é necessário entender os benefícios computacionais que ele representa, além do fato de corroborar com todas as discussões que já foram apresentadas acerca da padronização dos elementos e provenientes facilidades. Do ponto de vista do processo de pré-agrupar, ele converge com as ideologias do agrupamento em si, uma vez que reduz antecipadamente a dispersão dos perfis escolhidos. Se uma dada estrutura é pré-agrupada, a possibilidade de escolhas perfis já inicia sendo bem menor, culminando em um processo futuro de agrupamento mais fácil e menos custoso computacionalmente. Nesse ponto entra a vantagem de processamento. com o pré-agrupamento, ocorre uma redução significativa no número de variáveis de projeto. Dessa forma, com um número menor de variáveis de projeto, conclui-se que um número menor de funções avaliadas é requerido para encontrar-se uma solução ótima.

Caso o número de funções avaliadas seja mantido, em um problema de grande complexidade, acredita-se que a convergência para um ponto mínimo aconteça de maneira mais rápida e atingindo valores menores. Dessa forma, conclui-se que o pré-agrupamento, para o caso de problemas com muitas variáveis, traz vantagens consideráveis em termos de convergência das soluções. O que será verificado nos resultados, e que representa um comportamento intuitivo, é obtenção de soluções mais otimizadas, devido à redução da complexidade do problema e manutenção do custo computacional, o algoritmo conseguiu

minimizar ainda mais a função, caminhando a cada iteração para uma solução mais próxima do mínimo global.

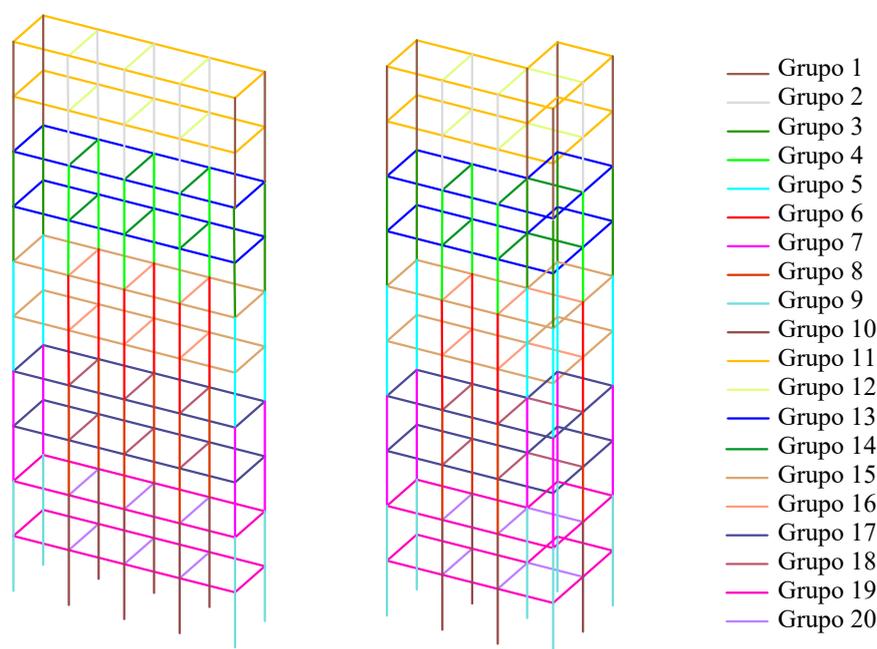
A seguir, serão apresentadas as duas propostas de pré-agrupamento que foram implementadas. A primeira proposta baseia-se na experiência do projetista, que nada mais é do que um *benchmarking* com o que é considerado em projetos estruturais, por exemplo, agrupamento de pilares e vigas por funções e áreas de carregamento, sendo as seguintes categorias avaliadas separadamente: pilares de canto, extremidade e intermediários, e vigas externas e internas. Já a segunda proposta de pré-agrupamento consiste em uma avaliação prévia dos resultados do agrupamento automático. Cada proposta será detalhada a seguir.

### 5.3.2 Pré-agrupamento via análise do projetista

A primeira proposta de pré-agrupamento consiste em recomendações práticas de agrupamento por área de influência do carregamento vertical. Nesse agrupamento, os pilares são divididos em três grupos: de canto, intermediários e de extremidade. Já as vigas são divididas em internas e externas. Para o pórtico de 230 barras simétrico foram identificados, em um pavimento tipo, 4 pilares de canto; 6 pilares de extremidade; 3 vigas internas; e 10 vigas externas. Portanto, são 4 grupos distintos. A fim de minimizar também as diferenças entre todos os pavimentos, foi proposto um agrupamento de 2 em 2 andares consecutivos. Dessa forma, reduziu-se o problema a 5 grupos (de 2 andares) com 4 grupos de elementos. Logo, o problema diminui de 230 variáveis de projeto (em que inicialmente cada elemento poderia receber qualquer perfil), para um problema com 20 variáveis de projeto (5 grupos de pilares de canto, 5 de pilares intermediários, 5 de vigas internas e 5 de vigas externas).

Já o pavimento tipo do pórtico de 230 barras assimétrico apresenta: 5 pilares de canto; 4 pilares de extremidade; 1 pilar intermediário; 3 vigas internas; e 10 vigas externas. A fim de manter o mesmo número de grupos do pórtico simétrico, foi proposto considerar o pilar intermediário como pilar de canto. Dessa forma, e agrupando de 2 em 2 andares assim como feito para o pórtico simétrico, o problema também apresenta 20 variáveis de projeto. A única diferença é que o grupo de pilares de canto é maior no pórtico assimétrico do que no simétrico (e, conseqüentemente, o número de pilares de extremidade é menor). Para ilustrar, e permitir um completo entendimento do pré-agrupamento proposto, a Figura 13 traz uma representação em cores dos 20 grupos e suas localizações nas estruturas.

Figura 13 – Grupos definidos para os pórticos de 230 barras com recomendações do projetista.



Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

Conforme dito no início da seção, o problema foi solucionado utilizando exatamente os mesmos parâmetros do problema sem pré-agrupamento. Isso significa que o mesmo número de funções objetivo foi avaliado, o que, intuitivamente, deveria levar a soluções mais otimizadas devido à redução do número de variáveis de projeto. A Tabela 10 mostra os grupos definidos automaticamente para cada pré-grupo proposto para o pórtico de 230 barras simétrico. Já a Tabela 11 mostra os grupos para o pórtico de 230 barras assimétrico. No fim de cada coluna, tem-se o peso total da estrutura em kg.

Apenas para elucidar melhor os grupos apresentados na Figura 13 e na Tabela 10, segue uma pequena descrição de cada grupo:

- a) Grupo 1P: Pilares de canto do 10<sup>o</sup> e 9<sup>o</sup> pavimentos;
- b) Grupo 2P: Pilares de extremidade do 10<sup>o</sup> e 9<sup>o</sup> pavimentos;
- c) Grupo 3P: Pilares de canto do 8<sup>o</sup> e 7<sup>o</sup> pavimentos;
- d) Grupo 4P: Pilares de extremidade do 8<sup>o</sup> e 7<sup>o</sup> pavimentos;
- e) Grupo 5P: Pilares de canto do 6<sup>o</sup> e 5<sup>o</sup> pavimentos;
- f) Grupo 6P: Pilares de extremidade do 6<sup>o</sup> e 5<sup>o</sup> pavimentos;
- g) Grupo 7P: Pilares de canto do 4<sup>o</sup> e 3<sup>o</sup> pavimentos;
- h) Grupo 8P: Pilares de extremidade do 4<sup>o</sup> e 3<sup>o</sup> pavimentos;

Tabela 10 – Resultado do pré-agrupamento via proposta do projetista para o pórtico de 230 barras simétrico.

Grupo	Agrupamento							
	2	3	4	5	6	7	8	9
1 P	310x93	310x79	200x35.9	200x41.7	200x41.7	150x22.5	150x22.5	150x22.5
2 P	310x93	310x79	200x35.9	200x41.7	200x41.7	200x41.7	200x41.7	200x35.9
3 P	310x93	310x79	310x79	200x41.7	200x41.7	200x41.7	200x41.7	200x41.7
4 P	310x93	310x79	310x79	250x62	250x62	200x71	200x71	200x71
5 P	310x93	310x79	310x79	250x62	250x62	200x52	200x52	200x52
6 P	310x93	310x79	310x79	310x93	310x93	310x93	310x93	310x93
7 P	310x93	310x79	310x79	310x93	310x93	310x93	310x93	310x93
8 P	310x93	310x79	310x79	310x93	310x93	310x93	310x93	310x93
9 P	310x93	310x79	310x79	310x93	310x93	310x93	310x93	310x93
10 P	310x93	310x79	310x79	310x93	310x93	310x93	310x93	310x93
11 V	460x52	250x28.4	250x28.4	310x21	200x15	310x21	310x21	310x21
12 V	460x52	250x28.4	250x28.4	460x52	460x52	460x52	360x32.9	310x38.7
13 V	460x52	460x52	460x52	310x21	310x21	310x21	310x21	310x21
14 V	460x52	460x52	460x52	460x52	460x52	460x52	460x52	460x52
15 V	460x52	250x28.4	250x28.4	310x21	310x21	310x21	310x21	310x21
16 V	460x52	460x52	460x52	460x52	460x52	460x52	460x52	460x52
17 V	460x52	460x52	460x52	460x52	460x52	460x52	460x52	460x52
18 V	460x52	460x52	460x52	460x52	460x52	460x52	460x52	460x52
19 V	460x52	460x52	460x52	460x52	460x52	460x52	460x52	460x52
20 V	460x52	460x52	460x52	460x52	460x52	460x52	460x52	460x52
Peso(kg)	48461,2	40689,7	38132,2	36696,6	36329,2	36317,9	35971,7	35858,7

Fonte: Elaborada pelo autor (2023).

- i) Grupo 9P: Pilares de canto do 2º e 1º pavimentos;
- j) Grupo 10P: Pilares de extremidade do 2º e 1º pavimentos;
- k) Grupo 11V: Vigas externas do 10º e 9º pavimentos;
- l) Grupo 12V: Vigas internas do 10º e 9º pavimentos;
- m) Grupo 13V: Vigas externas do 8º e 7º pavimentos;
- n) Grupo 14V: Vigas internas do 8º e 7º pavimentos;
- o) Grupo 15V: Vigas externas do 6º e 5º pavimentos;
- p) Grupo 16V: Vigas internas do 6º e 5º pavimentos;
- q) Grupo 17V: Vigas externas do 4º e 3º pavimentos;
- r) Grupo 18V: Vigas internas do 4º e 3º pavimentos;
- s) Grupo 19V: Vigas externas do 2º e 1º pavimentos;
- t) Grupo 20V: Vigas internas do 2º e 1º pavimentos.

Tabela 11 – Resultado do pré-agrupamento via proposta do projetista para o pórtico de 230 barras assimétrico.

Grupo	Agrupamento							
	2	3	4	5	6	7	8	9
1 P	250x101	310x79	200x35.9	200x35.9	250x62	150x22.5	150x22.5	150x22.5
2 P	250x101	310x79	200x35.9	200x35.9	150x22.5	200x46.1	310x79	310x79
3 P	250x101	310x79						
4 P	250x101	310x79	310x79	310x79	310x79	250x62	310x79	310x79
5 P	250x101	310x79						
6 P	250x101	310x79						
7 P	250x101	310x79						
8 P	250x101	310x79						
9 P	250x101	310x79						
10 P	250x101	310x79						
11 V	410x46.1	310x32.7	310x32.7	310x21	310x21	310x21	150x13	150x18
12 V	410x46.1	310x32.7	310x32.7	460x52	200x15	460x52	310x21	310x28.3
13 V	410x46.1	310x32.7	310x32.7	310x21	310x21	310x21	250x28.4	250x25.3
14 V	410x46.1	310x32.7	310x32.7	310x32.7	460x52	310x32.7	310x21	310x21
15 V	410x46.1	460x52						
16 V	410x46.1	460x52	460x52	460x52	460x52	460x52	310x28.3	310x28.3
17 V	410x46.1	310x32.7	310x32.7	310x32.7	460x52	310x32.7	460x52	360x44
18 V	460x52	460x52	460x52	460x52	460x52	460x52	410x38.8	410x38.8
19 V	410x46.1	460x52						
20 V	410x46.1	460x52	460x52	460x52	460x52	460x52	410x38.8	410x38.8
Peso(kg)	48432,9	39785,4	37227,8	36170,4	35791,3	35557,2	36165,7	36009,8

Fonte: Elaborada pelo autor (2023).

A mesma numeração dos grupos se aplica para o pórtico assimétrico. Isso significa que os grupos apresentados na Tabela 11 são os mesmos definidos nos itens apresentados acima.

### 5.3.3 Pré-agrupamento via análise dos resultados do agrupamento automático

A segunda proposta de pré-agrupamento é baseada em uma análise prévia dos resultados do agrupamento automático obtidos no experimento da Seção 5.2. Isto significa que os grupos obtidos na análise multi-objetivo de agrupamento para os pórticos de 230 barras serviram de inspiração para o pré-agrupamento. A Tabela 7 e 8 apresentaram os perfis escolhidos para cada agrupamento automático.

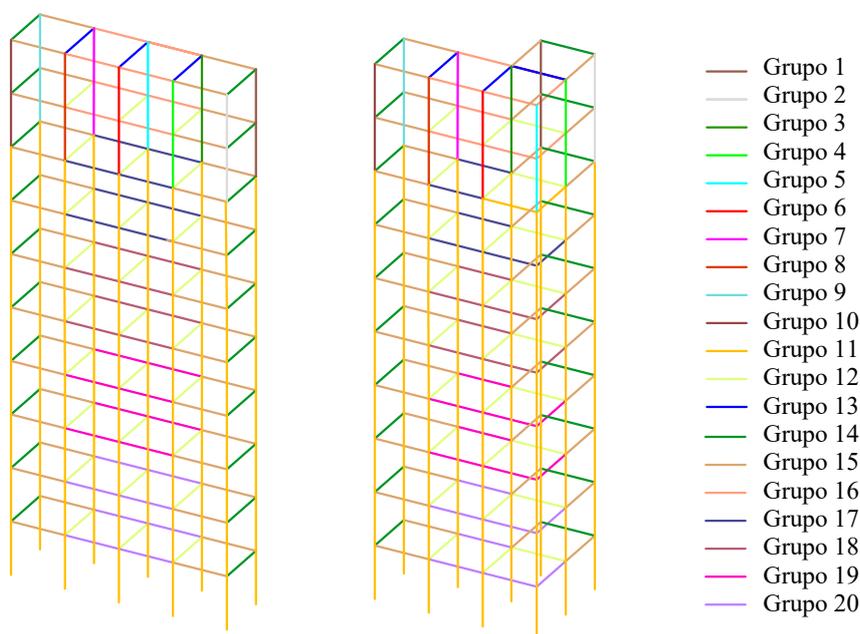
A Figura 12 detalha a aparição dos perfis apresentados na tabela. Por meio dessa figura, é possível analisar um certo comportamento dos grupos. Como referência para o pré-agrupamento, escolheram-se os pórticos com a configuração de 12 grupos, pois eram os mais abrangentes em termos de distribuição de perfis. Com base nesses pórticos, foram observados certos padrões de distribuição de grupos. A fim de manter o mesmo número

de pré-grupos da análise anterior (com o pré-agrupamento proposto pelo projetista), os pórticos simétricos e assimétricos com 12 elementos distintos foram analisados, permitindo o estabelecimento de 20 grupos.

As discussões mais detalhadas acerca dos padrões de distribuição dos grupos no agrupamento automáticos dos pórticos de 230 barras foram mais bem detalhadas ao final das análises dos resultados do segundo experimento. Porém, para determinar os grupos que foram selecionados no pré-agrupamento, algumas constatações são, de antemão, apresentadas.

A primeira constatação está na diferenciação maior entre os elementos dos pavimentos 9 e 10. Isso significa que, no agrupamento automático, houve uma divergência maior dos elementos dos últimos 2 pavimentos da estrutura. Essa conclusão, que é intuitiva devido ao menor carregamento acumulado sofrido por esses pavimentos, levou a formação dos 10 primeiros grupos do pré-agrupamento. Esses 10 primeiros grupos são, portanto, compostos apenas pelos pilares do 9º e 10º pavimento, conforme indica a Figura 14. O décimo primeiro grupo engloba todos os pilares dos demais pavimentos da estrutura (os 80 pilares dos andares de 1 até 8). O décimo segundo grupo são todas as vigas internas dos pavimentos de 1 até 9, pois segundo os resultados do experimento da Seção 5.2, essas vigas tendem a ser todas do mesmo grupo. O décimo terceiro grupo são as vigas internas do 10º pavimento. O décimo quarto grupo são todas as vigas externas da lateral de menor dimensão da edificação, pois também estão praticamente sempre agrupadas no resultado do agrupamento automático. O décimo quinto grupo são todas as vigas externas mais próximas da extremidade do lado de maior dimensão da edificação. Por fim, os últimos 5 grupos (16,17,18,19 e 20) seguem uma regra parecida com o agrupamento da proposta do projetista. Esses grupos são as vigas externas do meio do lado de maior dimensão, agrupados de 2 em 2 pavimentos, indo do 10º ao 1º pavimento. Todas as escolhas pelo pré-agrupamento apresentado se basearam na observação de padrões de repetição vistos na Figura 12. Vale ressaltar um grande destaque aos pavimentos 10 e 9, pois apresentam maior variação de cores (e conseqüentemente de grupos), sendo refletido em grupos de pilares separadamente pensados para esses pavimentos e grupos de vigas internas e externas distintas também para essa parte superior. As partes inferiores foram mais agrupadas, bem como as vigas externas do lado de menor dimensão ou próximas a esse lado. A Figura 14 retrata de maneira clara os grupos para essa proposta de pré-agrupamento.

Figura 14 – Grupos definidos para os pórticos de 230 barras através de análises do primeiro agrupamento automático.



Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

É importante salientar que, apesar da manutenção dos 20 grupos pré-definidos, o pré-agrupamento proveniente da análise do agrupamento automático forneceu uma relação de 11 grupos de pilares e 9 grupos de vigas. Um ponto positivo foi a conservação do número de variáveis de projeto, sendo possível que as duas propostas de pré-agrupamento possam ser comparadas durante a análise dos resultados. Apesar disso, é necessário destacar que, ao se ter uma variável de grupo de pilar no lugar da variável de grupo de viga pode haver um beneficiamento sutil na busca pelos resultados dado o espaço de busca ligeiramente menor dos pilares em relação às vigas. No entanto, como esse benefício ocorre apenas em 1 das 20 variáveis de projeto, não justifica ser um impedimento na comparação entre os métodos de pré-agrupamento.

Os resultados obtidos para cada grupo da proposta de pré-agrupamento baseada na análise de agrupamento automático são apresentados nas Tabelas 12 e 13, respectivamente para o pórtico simétrico e assimétrico.

#### 5.3.4 Análise dos resultados

A análise dos resultados do experimento envolvendo o pré-agrupamento consiste em três etapas. Primeiro, analisa-se os resultados obtidos pelo agrupamento proposto pelo projetista. Em seguida, faz-se as devidas considerações acerca dos resultados do pré-agrupamento proposto a partir do agrupamento automático inicial. Por fim, coloca-se

Tabela 12 – Resultado do pré-agrupamento via análise do agrupamento automático para o pórtico de 230 barras simétrico.

Grupo	Agrupamento							
	2	3	4	5	6	7	8	9
1 P	310x93	310x79	150x22.5	150x29.8	310x79	310x79	150x29.8	200x35.9
2 P	310x93	310x79	150x22.5	150x29.8	150x22.5	150x22.5	150x22.5	150x22.5
3 P	310x93	310x79	150x22.5	150x29.8	310x79	310x79	310x79	310x79
4 P	310x93	310x79	150x22.5	150x29.8	150x22.5	150x22.5	150x22.5	150x22.5
5 P	310x93	310x79	150x22.5	150x29.8	150x22.5	150x22.5	150x22.5	150x22.5
6 P	310x93	310x79	310x93	310x79	150x22.5	150x22.5	150x22.5	150x22.5
7 P	310x93	310x79	150x22.5	150x29.8	150x22.5	150x22.5	150x22.5	150x22.5
8 P	310x93	310x79	150x22.5	150x29.8	150x22.5	310x79	310x79	250x62
9 P	310x93	310x79	150x22.5	150x29.8	150x22.5	150x22.5	150x22.5	150x22.5
10 P	310x93	310x79	150x22.5	150x29.8	150x22.5	150x22.5	150x22.5	150x22.5
11 P	310x93	310x79	310x93	310x79	310x79	310x79	310x79	310x79
12 V	460x52	410x67	460x52	530x66	530x66	530x66	530x66	530x66
13 V	460x52	150x13	150x13	150x13	150x13	150x13	150x13	150x13
14 V	460x52	410x67	460x52	460x52	360x39	360x39	360x39	360x39
15 V	460x52	150x13	150x13	150x13	310x21	310x21	310x21	310x21
16 V	460x52	150x13	150x13	150x13	150x13	150x13	150x13	150x13
17 V	460x52	150x13	150x13	150x13	150x13	150x13	150x13	150x13
18 V	460x52	410x67	460x52	460x52	150x13	150x13	150x13	150x13
19 V	460x52	410x67	460x52	460x52	360x39	310x28.3	310x28.3	310x28.3
20 V	460x52	410x67	460x52	460x52	310x21	310x21	310x21	310x21
Peso(kg)	48461,2	40286,3	37690,4	35466,3	33965,2	33707,1	33417,4	33355,3

Fonte: Elaborada pelo autor (2023).

uma comparação entre as formas de pré-agrupamento, juntamente com a curva sem essas propostas.

Com relação aos resultados apresentados nas Tabelas 10 e 11, alguns pontos são muito marcantes. O primeiro ponto está, evidentemente na redução do peso de forma geral da estrutura quando aplicado o pré-agrupamento. Essa tendência já era esperada e fundamenta-se na redução das variáveis de projeto com manutenção do número de funções avaliadas. Conforme já discutido, com o mesmo orçamento computacional, porém com uma complexidade menor, o algoritmo tende a otimizar ainda mais a solução. Acredita-se que, por esse motivo, a solução tenha convergido ainda mais na direção de um possível mínimo global.

Para além do peso da estrutura em si, outras questões podem ser analisadas nas tabelas. A análise mais interessante é o fato dos grupos 1P e 2P, que são, respectivamente, os pilares de canto e de extremidade do 10º e 9º pavimentos, serem escolhas menos robustas que os demais grupos de pilares. Essa observação, que já era esperada, mostra que, mesmo em um pré-agrupamento arbitrário, os comportamentos já observados no agrupamento automático (sem nenhuma interferência do projetista) conseguem se evidenciar. Isso ajuda

Tabela 13 – Resultado do pré-agrupamento via análise do agrupamento automático para o pórtico de 230 barras assimétrico.

Grupo	Agrupamento							
	2	3	4	5	6	7	8	9
1 P	310x93	150x22.5						
2 P	310x93	150x22.5	150x22.5	150x22.5	150x22.5	150x37.1	150x29.8	150x22.5
3 P	310x93	150x22.5	150x22.5	150x22.5	150x22.5	150x22.5	150x22.5	150x37.1
4 P	310x93	150x22.5						
5 P	310x93	150x22.5						
6 P	310x93	150x22.5						
7 P	310x93	150x22.5	150x22.5	150x22.5	150x22.5	150x22.5	150x22.5	310x79
8 P	310x93	310x93	150x22.5	310x79	310x79	310x79	310x79	150x22.5
9 P	310x93	150x22.5	310x79	150x22.5	150x22.5	150x22.5	150x22.5	150x22.5
10 P	310x93	150x22.5						
11 P	310x93	310x93	310x79	310x79	310x79	310x79	310x79	310x79
12 V	460x52	410x38.8	410x38.8	410x53	410x53	410x53	410x53	410x60
13 V	460x52	410x38.8	410x38.8	410x38.8	200x15	150x18	150x18	150x13
14 V	460x52	410x38.8	410x38.8	410x38.8	410x38.8	410x38.8	410x38.8	410x53
15 V	460x52	410x38.8	360x32.9	410x38.8	410x38.8	410x38.8	410x38.8	310x32.7
16 V	460x52	410x38.8	410x38.8	150x13	150x13	150x13	150x13	150x13
17 V	460x52	410x38.8	410x38.8	410x38.8	410x38.8	150x13	150x13	150x13
18 V	460x52	410x38.8	410x38.8	150x13	150x13	150x13	150x13	150x13
19 V	460x52	410x38.8	410x38.8	410x38.8	410x38.8	410x53	310x44.5	360x32.9
20 V	460x52	410x38.8	410x38.8	410x53	410x53	410x53	410x53	410x46.1
Peso(kg)	48461,2	39647,4	36622,0	36161,7	35943,4	35756,4	35511,5	34887,7

Fonte: Elaborada pelo autor (2023).

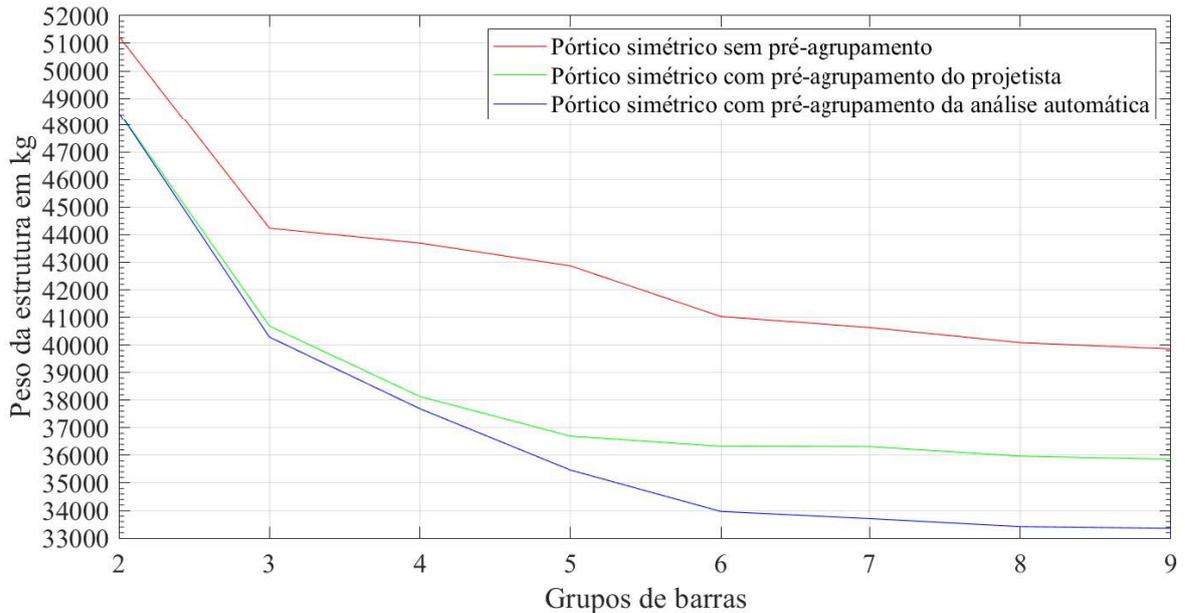
a reforçar a capacidade do método de agrupamento automático.

Com relação às Tabelas 12 e 13, o que é possível perceber de imediato é a ligeira redução do peso das estruturas. Além disso, destaca-se o comportamento quase sempre diferente entre os grupos de 1P até 10P do grupo 11P, indicando que realmente existe uma flexibilidade maior dos pilares do grupo superior. Em relação ao pré-agrupamento do projetista, percebe-se que o perfil W310x93 foi substituído pelo W310x79 na parte inferior da estrutura, sendo esse um dos fatores que contribuiu para a redução de peso entre as Tabelas 12 e 13 com relação às Tabelas 10 e 11. Além disso, as escolhas para os perfis dos grupos pré-agrupados na parte superior do pórtico também foram menos robustas no pré-agrupamento proveniente da análise anterior de agrupamento quando comparada à proposta do projetista.

Com o intuito de comparar os resultados obtidos pelas duas propostas de agrupamento, as figuras 15 e 16 foram elaboradas. A Figura 15 traz os resultados para o pórtico simétrico, enquanto a Figura 16 apresenta os resultados da versão assimétrica. Em ambas as figuras, a proposta de agrupamento automática sem pré-agrupamento está em vermelho; a proposta com pré-agrupamento colocado pelo projetista está em verde; e a proposta com

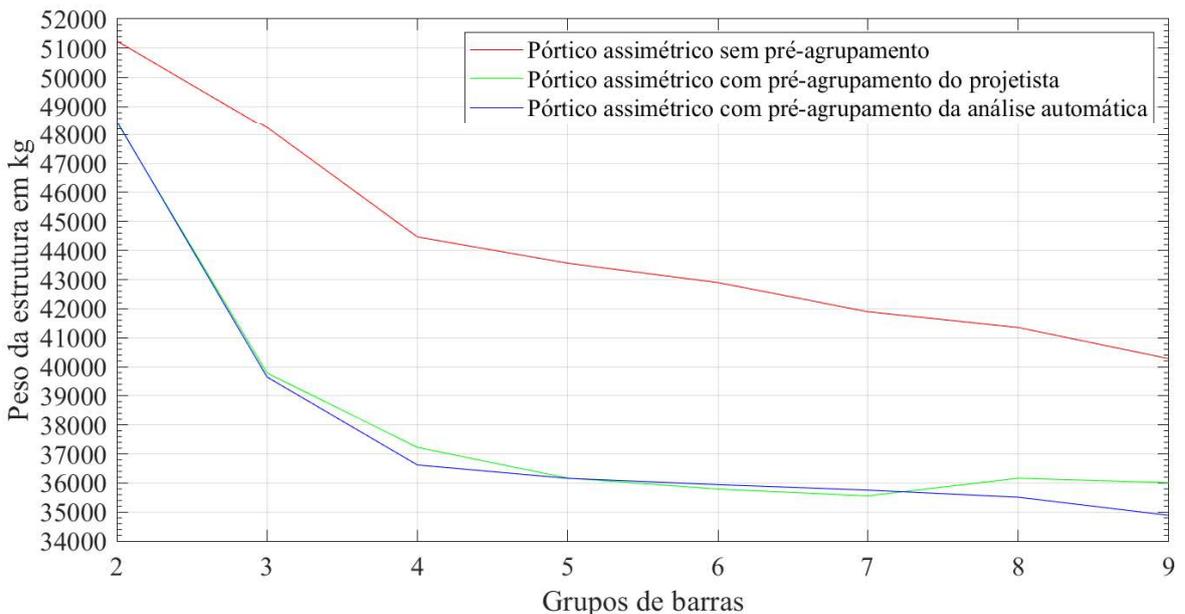
pré-agrupamento fornecido pela análise prévia dos resultados do agrupamento automático estão em azul. Vale ressaltar que para os casos com pré-agrupamento, o agrupamento automático encontrou soluções com grupos de até 9 elementos distintos, enquanto o sem pré-agrupamento contava com até 12 grupos. Com o intuito de comparar todas as propostas, foram ilustrados nas figuras os resultados dos pesos apenas até os 9 grupos.

Figura 15 – Comparação entre os pré-agrupamentos para o pórtico simétrico.



Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

Figura 16 – Comparação entre os pré-agrupamentos para o pórtico assimétrico.



Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

As curvas evidenciam os comportamentos já esperados. Em primeiro lugar, a curva

da proposta sem pré-agrupamento está visivelmente deslocada para cima, mostrando a vantagem da redução das variáveis do problema na otimização. Além disso, também é possível observar uma ligeira vantagem do pré-agrupamento proveniente da análise prévia do agrupamento automático frente à proposta do projetista. Apesar disso, ambas as propostas estão muito próximas, apresentam comportamentos coerentes e até mesmo resultam em conclusões parecidas, nas quais a redução do peso da estrutura está principalmente associado à adoção de elementos estruturais menos robustos na parte superior dos pórticos.

#### 5.4 ANÁLISE ESTATÍSTICA

Com a finalidade de avaliar estatisticamente os resultados obtidos nos experimentos anteriores, duas métricas de avaliação de resultado foram utilizadas. Dessa forma, buscou-se uma evidência que assegure que as soluções encontradas pelo processo de evolução diferencial sejam um conjunto de soluções não-dominadas com alta qualidade, ou seja, com boa convergência e diversidade.

A primeira métrica utilizada foi o hipervolume. Trata-se de um indicador de performance proposto por Zitzler e Thiele em [63] muito utilizado como métrica em problemas de otimização por sua capacidade de avaliar simultaneamente a convergência e a diversidade das soluções não-dominadas obtidas. O Hipervolume baseia-se no cálculo do volume do espaço limitado pelas soluções não-dominadas (Frente de Pareto) e um ponto de referência. Geralmente, o ponto de referência corresponde a um vetor formado pelos maiores valores encontrados para as funções objetivo de minimização. O Hipervolume é obtido pelo volume da união dos paralelepípedos cujas diagonais conectam as soluções da Frente de Pareto ao ponto de referência. Os valores mais altos de Hipervolume indicam frentes de Pareto com melhor convergência e diversidade das soluções não-dominadas. Neste trabalho, as três funções objetivo (o peso, o número de pilares e o número de vigas) foram normalizadas no intervalo  $[0, 1]$  para que todas apresentassem o mesmo peso no cálculo do Hipervolume. Os valores de média e desvio padrão, que possibilitam avaliar a convergência e a diversidade dos resultados de cada experimento são colocados na tabela 14. Vale ressaltar que apenas os casos envolvendo os pórticos de 230 barras foram analisados estatisticamente, pois o pórtico de 78 barras, sendo uma análise preliminar do método de agrupamento automático, apresentou apenas uma execução do problema multi-objetivo, não fornecendo assim um conjunto de execuções passíveis de serem avaliadas quanto a convergência.

A segunda métrica utilizada foi a métrica *Inverted Generational Distance Plus* (IGD+). O IGD+ é uma adaptação da métrica IGD, que calcula a distância média entre os pontos de referência e a região não-dominada mais próxima a eles, definida pelo conjunto de soluções em análise. Os pontos de referência representam a solução ótima do problema. Um entendimento mais aprofundado acerca do cálculo da média e desvio padrão do IGD+

pode ser encontrado em [64], porém pode-se trazer que quanto menor os valores, melhor são os conjuntos de solução, i.e., há uma maior convergência das soluções. Assim como para o hipervolume, os valores calculados utilizando o IGD+ estão presentes na tabela 14.

Tabela 14 – Análise estatística para o problemas envolvendo os pórticos de 230 barras.

HV			
Caso analisado	Nº de variáveis de projeto	Média	Desvio padrão
Simétrico s/ pré-agr.	230	0.83664	0.14031
Assimétrico s/ pré-agr.	230	0.81917	0.08301
Simétrico c/ pré-agr. do proj.	20	0.71776	0.15280
Assimétrico c/ pré-agr. do proj.	20	0.90391	0.03874
Simétrico c/ pré-agr. via análise	20	0.75491	0.00927
Assimétrico c/ pré-agr. via análise	20	0.69558	0.17422
IGD+			
Caso analisado	Nº de variáveis de projeto	Média	Desvio padrão
Simétrico s/ pré-agr.	230	0.09028	0.11206
Assimétrico s/ pré-agr.	230	0.08698	0.06079
Simétrico c/ pré-agr. do proj.	20	0.14117	0.12187
Assimétrico c/ pré-agr. do proj.	20	0.05459	0.02231
Simétrico c/ pré-agr. via análise	20	0.08133	0.02331
Assimétrico c/ pré-agr. via análise	20	0.12388	0.10104

Fonte: Elaborada pelo autor (2023).

## 6 CONCLUSÕES

As considerações finais acerca da presente dissertação versam sobre diversos pontos. O primeiro consiste na metodologia de agrupamento automático proposta. O procedimento é extremamente simples, e baseia-se em transformar os elementos estruturais de um projeto de edificação em funções objetivo a serem minimizadas junto ao peso em um problema de otimização multi-objetivo. Dessa forma, constata-se que, havendo recursos computacionais, o agrupamento automático pode ser implementado em casos reais e até mesmo envolvendo outros tipos de elementos estruturais (como treliças). Nesse sentido, como primeira conclusão da dissertação, entende-se que o trabalho atingiu o desenvolvimento em estágio inicial de uma ferramenta de auxílio aos projetistas. Apesar do uso de contadores de elementos já ter sido explorado em outros trabalhos, nessa dissertação apresenta-se o caráter específico de ser um procedimento de análise de pórticos que simulam projetos de edificações reais. Sendo assim, os resultados apresentados em forma de tabelas consistem em ferramentas de orientação para o projetista. Como instrumentos de comparação de cenários, as curvas de Pareto, elaboradas com os menores pesos dentre as soluções não dominadas para cada soma do número de pilares e vigas distintas, fornecem uma ideia prévia dos benefícios de cada escolha.

Inicialmente, a metodologia proposta passou por uma validação no primeiro experimento realizado. Nele, fez-se uma análise comparativa do agrupamento automático via problema de otimização multi-objetivo com uma proposta de agrupamento automático já consolidada utilizando restrição de cardinalidade. Por meio de uma análise em paralelo dos dois métodos, foi possível observar um comportamento coerente no uso dos contadores de elementos que estavam sendo minimizados. Os pesos muito próximos e o comportamento conflitante forneceram indícios de que as soluções encontradas estavam convergindo para os mínimos globais da estrutura proposta (pórtico de 78 barras). Como resultado, observou-se o seguinte: o método mostrou-se coerente, sendo capaz de fornecer ao tomador de decisão uma tabela com os perfis a serem usados na estrutura (Tabela 4), apontando a melhor combinação (menor peso) dentre as opções de arranjos de elementos (quantos pilares e quantas vigas). Lembrando que todos os arranjos possíveis tiveram seus pesos colocados na Tabela 3, de onde foram retirados os melhores arranjos. Além disso, foi possível fornecer graficamente a posição desses perfis, conforme apresentado na Figura 8. Logo, o primeiro experimento mostrou tanto a eficiência em otimizar o peso da estrutura e a sua padronização, quanto mostrou as possibilidades de exibir esses resultados como ferramentas de análise e tomada de decisão ao projetista.

Na sequência dos estudos acerca do agrupamento automático, a proposta de análise de simetria permitiu explorar ainda mais o método e sua coerência. Nesse segundo experimento, o agrupamento automático dos pórticos de 230 barras também se comportou de forma coerente, resultando em informações pertinentes ao projetista, como as apresentadas

nas Tabelas 7 e 8, além da Figura 12. Conforme era esperado, o pórtico simétrico apresentou certas vantagens em termos de agrupamento quando comparado ao pórtico assimétrico. Conforme pôde ser visto na Figura 11 e na Tabela 9, os agrupamentos do pórtico simétrico levaram a estruturas mais leves do que os agrupamentos do pórtico assimétrico quando comparado o mesmo número de grupos de elementos. Todas essas conclusões são intuitivas com a premissa de que é mais fácil padronizar uma configuração simétrica do que uma assimétrica, sendo essa informação um ponto importante nas escolhas prévias do projetista.

Com o intuito de observar a ferramenta de agrupamento automático ao se reduzir a complexidade do problema e ainda testar se o grupos estabelecidos automaticamente representam de fato soluções otimizadas, foi proposto aplicar ao problema dos pórticos de 230 barras uma pré-agrupamento. Em teoria, o pré-agrupamento serve tanto para reduzir as variáveis de projeto, quanto para confirmar se os grupos pré-estabelecidos arbitrariamente são próximos aos grupos estabelecidos anteriormente pelo agrupamento automático. Conforme pôde-se constar no terceiro experimento, a análise do pré-agrupamento trouxe respostas coerentes com essas expectativas. Primeiro, houve uma redução considerável no peso das estruturas pelo fato de, com a diminuição das variáveis de projeto em quase 12 vezes e manutenção do número de funções avaliadas, o algoritmo conseguiu otimizar ainda mais as soluções, entregando estruturas mais leves e mais próximas de um mínimo global. Essa redução do peso quando comparada as propostas de pré-agrupamento com a proposta sem pré-agrupamento pode ser vista nas figuras 15 e 16.

Além da questão da melhora na otimização em si, outro ponto que deve ser discutido é validação do agrupamento automático por meio dos padrões indicados no pré-agrupamento arbitrário. Conforme foi visto, algumas tendências de comportamento das Tabelas 10 e 11 foram coincidentes com os comportamentos indicados na Figura 12. Outro indicativo da consistência do agrupamento automático está na ligeira superioridade dos pré-agrupamentos provenientes das análises prévias do agrupamento frente à proposta do projetista. Vale também destacar as curvas decrescentes observadas nos experimentos, validando que o agrupamento automático leva a um *trade-off* entre o número de grupos e o peso da estrutura.

Por fim, ressalta-se a avaliação estatística aplicada aos casos envolvendo os pórticos de 230 barras por meio do hipervolume e do IGD+ que evidenciaram a convergência das soluções. Os valores de média do hipervolume se aproximaram de 1, indicando a qualidade do conjunto de soluções encontradas. Já os valores de média do IGD+ se aproximaram de 0, também evidenciando a qualidade dos resultados.

## 6.1 TRABALHOS FUTUROS

Diversas propostas de continuações surgiram a partir da abordagem inicial desenvolvida na presente dissertação. Como um panorama sucinto, o trabalho propôs uma

ferramenta de agrupamento automático, explorando suas aplicações em alguns cenários e avaliando os resultados obtidos. Dentro dessa perspectiva, observa-se que o caminho traçado teve um enfoque em um problema que, apesar de inspirado na realidade, apresenta limitações se comparado com um projeto real de engenharia. Dessa forma, muitas observações surgiram ao longo do processo e mostraram-se interessantes de serem investigadas em trabalhos futuros.

Em primeiro lugar, tem-se a possibilidade de aplicar o agrupamento automático via problema multi-objetivo em outros tipos de estruturas, como em treliças. Essa possibilidade se mostra interessante devido à fácil adaptação do problema, sendo necessário apenas reproduzir a formulação do contador de perfis distintos para o caso de elementos de treliça. Essa observação abre espaço também para se pensar na consideração de espaços de busca mais amplos, porém não podendo ser espaços contínuos, tendo em vista que a coincidência de perfis não poderia ser garantida, impossibilitando que o contador de elementos iguais pudesse encontrar valores.

Uma outra abordagem que pode trazer uma amplitude maior à análise dos resultados é a avaliação acerca do comportamento das restrições. Compreender quais restrições foram atingidas (restrições ativas) e quais estiveram longe de ser atingidas nas soluções factíveis pode contribuir para um conjunto de interpretações. Primeiro, seria possível avaliar se as restrições consideradas estão de fato coerentes com os comportamentos esperados, fornecendo base para saber se determinada consideração de norma está sendo muito conservadora ou não. Além disso, é possível também propor soluções alternativas de projeto para determinado problema, como, por exemplo, considerar contraventamentos. Por outro lado, uma investigação mais detalhada acerca das restrições também demandaria a inclusão de outras exigências normalmente consideradas em problemas estruturais, como a frequência natural de vibração e a estabilidade da estrutura. Uma proposta muito coerente é avaliar, futuramente, um caso mais real da engenharia, considerando um pórtico cuja situação conte com restrições de resistência, de deslocamento, de geometria, de estabilidade e de dinâmica, considerando ainda a contribuição estrutural dos demais elementos como o acréscimo de rigidez provocado pelas lajes, por exemplo. Nesse caso mais complexo, seria importante também avaliar quais restrições foram preponderantes para as soluções encontradas, para, assim, avaliar modificações de projeto que sejam pertinentes e que levem a uma estrutura ao mesmo tempo mais leve e mais padronizada, i.e., menos custosa.

Ainda dentro de propostas de trabalhos futuros, uma ideia interessante e muito promissora está no desenvolvimento de técnicas de pós-processamento de resultados a fim de aproximar ainda mais os resultados obtidos academicamente de um possível aplicação prática. Pensando em possíveis aplicações dentro do mercado da engenharia, seria promissor pensar em formas de melhorar ainda mais os resultados apresentados na tabela utilizando ideias de compatibilização entre projeto e execução. Uma proposta de pós-processamento poderia se dar, por exemplo, na reavaliação das imagens de agrupamento por cor de

perfis, tentando aproximar os resultados de agrupamento visualmente assimétricos (nas estruturas simétricas) de agrupamentos efetivamente simétricos. Facilitando ainda mais a execução dos projetos. Outra ideia seria incorporar modelos de custo das peças, levando em consideração, por exemplo, a compra de perfis por metragem ou em fardos fechados.

Por fim, vale ainda considerar a possibilidade de atuar na modificação dos algoritmos de busca. Uma primeira ideia está na análise e incorporação de critérios de parada ao algoritmo de evolução diferencial utilizado a fim de diminuir o custo computacional. Nesse raciocínio, o desafio seria encontrar uma maneira de reduzir a arbitrariedade utilizada para definir o número de gerações, indivíduos e execuções. Uma possibilidade seria de incorporar as métricas de avaliação de desempenho como ferramentas de definição de critérios de parada. Com propostas assim, tanto haveria menos influência dos dados de entrada arbitrariamente escolhidos, como também poderia ocasionar em tempos de execução menores e numa garantia de confiabilidade dos resultados obtidos. Outra proposta que versa sobre os algoritmos de busca seria a utilização de outros algoritmos, possibilitando a comparação do desempenho destes.

## REFERÊNCIAS

- 1 WANSASUEB, K. *et al.* Multiobjective meta-heuristic with iterative parameter distribution estimation for aeroelastic design of an aircraft wing. **Engineering with Computers**, Springer, p. 1–19, 2020.
- 2 CARVALHO, J. P. G. *et al.* Multi-objective optimum design of truss structures using differential evolution algorithms. **Computers & Structures**, Elsevier, v. 252, p. 106544, 2021.
- 3 PAVLOVČIČ, L. *et al.* Cost function analysis in the structural optimization of steel frames. **Structural and Multidisciplinary Optimization**, v. 28, p. 286–295, 01 2004.
- 4 LEMONGE, A. C.; BARBOSA, H. J. Design optimization of space framed structures using multiple cardinality constraint. In: **EngOpt 2012 - International Conference on Engineering Optimization**. Rio de Janeiro, Brazil: EngOpt, 2012.
- 5 SAKA, M. Optimum design of steel frames with stability constraints. **Computers & structures**, Elsevier, v. 41, n. 6, p. 1365–1377, 1991.
- 6 CHAN, C. An optimality criteria algorithm for tall steel building design using commercial standard sections. **Structural optimization**, Springer, v. 5, n. 1, p. 26–29, 1992.
- 7 MCGEE, O.; PHAN, K. A robust optimality criteria procedure for cross-sectional optimization of frame structures with multiple frequency limits. **Computers & structures**, Elsevier, v. 38, n. 5-6, p. 485–500, 1991.
- 8 WANG, B. P.; CHEN, J. L. Application of genetic algorithm for the support location optimization of beams. **Computers & structures**, Elsevier, v. 58, n. 4, p. 797–800, 1996.
- 9 RAICH, A.; GHABOUSSI, J. Evolving structural design solutions using an implicit redundant genetic algorithm. **Structural and Multidisciplinary Optimization**, Springer, v. 20, n. 3, p. 222–231, 2000.
- 10 KIZILKAN, M. **Investigating the effect of column orientations on minimum weight design of steel frames**. Dissertação (Mestrado) — Middle East Technical University, Turkey, 2010.
- 11 LEMONGE, A. C. C.; BARBOSA, H. J. C. Design optimization of space framed structures using multiple cardinality constraint. In: **Proceedings of the 3rd International Conference on Engineering Optimization – EngOpt, Rios de Janeiro, Brazil**. [S.l.: s.n.], 2012.
- 12 TRUONG, V.; KIM, S.-E. An efficient method for reliability-based design optimization of nonlinear inelastic steel space frames. **Structural and Multidisciplinary Optimization**, Springer, v. 56, n. 2, p. 331–351, 2017.
- 13 ZAKIAN, P. Meta-heuristic design optimization of steel moment resisting frames subjected to natural frequency constraints. **Advances in Engineering Software**, Elsevier, v. 135, p. 102686, 2019.

- 14 KAVEH, A. *et al.* Optimum design of three-dimensional steel frames with prismatic and non-prismatic elements. **Engineering with Computers**, Springer, v. 36, n. 3, p. 1011–1027, 2020.
- 15 TU, X. *et al.* Performance-based multi-objective collaborative optimization of steel frames with fuse-oriented buckling-restrained braces. **Structural and Multidisciplinary Optimization**, Springer, v. 61, n. 1, p. 365–379, 2020.
- 16 WANG, X. *et al.* An efficient discrete optimization algorithm for performance-based design optimization of steel frames. **Advances in Structural Engineering**, SAGE Publications Sage UK: London, England, v. 23, n. 3, p. 411–423, 2020.
- 17 VANDERPLAATS, G. N.; SALAJEGHEH, E. An efficient approximation technique for frequency constraints in frame optimization. **International journal for numerical methods in engineering**, Wiley Online Library, v. 26, n. 5, p. 1057–1069, 1988.
- 18 BARRAZA, M. *et al.* Multi-objective optimization of structural steel buildings under earthquake loads using nsga-ii and pso. **KSCE Journal of Civil Engineering**, Springer, v. 21, n. 2, p. 488–500, 2017.
- 19 KAVEH, A.; GHAZAN, M. I. A new vps-based algorithm for multi-objective optimization problems. **Engineering with Computers**, Springer, v. 36, n. 3, p. 1029–1040, 2020.
- 20 DO, B.; OHSAKI, M. Gaussian mixture model for robust design optimization of planar steel frames. **Structural and Multidisciplinary Optimization**, Springer, v. 63, n. 1, p. 137–160, 2021.
- 21 GHASEMOF, A. *et al.* A new swift algorithm for bi-objective optimum design of steel moment frames. **Journal of Building Engineering**, Elsevier, v. 39, p. 102162, 2021.
- 22 MOTTA, J. *et al.* Optimal orientation of cross-sections of columns of 3d steel frames in a single and multi-objective optimization. In: **Proceedings of the XLII Ibero-Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering, CILAMCE**. Rio de Janeiro, Brazil: ABMEC, 2021.
- 23 GHOLIZADEH, S.; BAGHCHEVAN, A. Multi-objective seismic design optimization of steel frames by a chaotic meta-heuristic algorithm. **Engineering with Computers**, Springer, v. 33, n. 4, p. 1045–1060, 2017.
- 24 SHEN, W. *et al.* Robust geometry and topology optimization of plane frames using order statistics and force density method with global stability constraint. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, Wiley Online Library, v. 122, n. 14, p. 3653–3677, 2021.
- 25 RESENDE, C. *et al.* Global stability and natural frequencies of vibration in multi-objective optimization of 3d steel frames. In: **Proceedings of the XLI Ibero-Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering, CILAMCE**. Foz do Iguaçu, Brazil: ABMEC, 2020.
- 26 TOĞAN, V. Design of planar steel frames using teaching–learning based optimization. **Engineering Structures**, Elsevier, v. 34, p. 225–232, 2012.

- 27 OLIVEIRA, J. I. F. d. **Otimização multiobjetivo aplicada à análise estrutural de edifícios**. Dissertação (Mestrado) — Universidade Nacional de Brasília, Brasil, 2017.
- 28 BIEDERMANN, J.; GRIERSON, D. A generic model for building design. **Engineering with Computers**, Springer, v. 11, n. 3, p. 173–184, 1995.
- 29 GRIERSON, D.; CAMERON, G. Soda-structural optimization design and analysis. **Waterloo, Ontario, Canada: Waterloo Engineering Software**, 1987.
- 30 BIEDERMANN, J. D. Representing design knowledge with neural networks. **Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering**, Wiley Online Library, v. 12, n. 4, p. 277–285, 1997.
- 31 BIEDERMANN, J. D.; GRIERSON, D. E. Training and using neural networks to represent heuristic design knowledge. **Advances in Engineering Software**, Elsevier, v. 27, n. 1, p. 117–128, 1996.
- 32 GALANTE, M. Genetic algorithms as an approach to optimize real-world trusses. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, Wiley Online Library, v. 39, n. 3, p. 361–382, 1996.
- 33 SHEA, K. *et al.* A shape annealing approach to optimal truss design with dynamic grouping of members. **Journal of Mechanical Design**, American Society of Mechanical Engineers, v. 119, n. 3, p. 388–394, 1997.
- 34 GREINER, D. *et al.* Gray coding in evolutionary multicriteria optimization: Application in frame structural optimum design. In: COELLO, C. A. C. *et al.* (Ed.). **Evolutionary Multi-Criterion Optimization**. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2005. p. 576–591. ISBN 978-3-540-31880-4.
- 35 BARBOSA, H. J. C.; LEMONGE, A. C. C. A genetic algorithm encoding for a class of cardinality constraints. In: ACM PRESS. **Proceedings of the 7th annual conference on Genetic and evolutionary computation**. [S.l.], 2005. p. 1193–1200.
- 36 BARBOSA, H. J. C. *et al.* A genetic algorithm encoding for cardinality constraints and automatic variable linking in structural optimization. **Engineering Structures**, v. 30, p. 3708–3723, 2008.
- 37 LEMONGE, A. C. C. *et al.* A genetic algorithm for topology optimization of dome structures. In: **Proceedings of the 2nd international conference on engineering optimization EngOpt**. [S.l.: s.n.], 2010.
- 38 LEMONGE, A. C. *et al.* Multiple cardinality constraints and automatic member grouping in the optimal design of steel framed structures. **Engineering Structures**, Elsevier, v. 33, n. 2, p. 433–444, 2011.
- 39 HERENCIA, J. E.; HAFTKA, R. T. Structural optimization with limited number of element properties. **Structural and Multidisciplinary Optimization**, Springer, v. 41, n. 5, p. 817–820, 2010.
- 40 HERENCIA, J. E. *et al.* Structural optimization of composite structures with limited number of element properties. **Structural and Multidisciplinary Optimization**, Springer, v. 47, n. 2, p. 233–245, 2013.

- 41 LIU, X. *et al.* Optimum design of pile foundation by automatic grouping genetic algorithms. **ISRN Civil Engineering**, Hindawi Publishing Corporation, v. 2012, 2012.
- 42 LIU, X. *et al.* Singular optimum topology of skeletal structures with frequency constraints by AGGA. **Structural and Multidisciplinary Optimization**, Springer, v. 45, n. 3, p. 451–466, 2012.
- 43 KRIPKA, M. *et al.* Structural optimization of reinforced concrete building grillages considering cardinality constraints. In: **10th World congress on structural and multidisciplinary optimization**. [S.l.: s.n.], 2013. p. 01–06.
- 44 KRIPKA, M. *et al.* Use of optimization for automatic grouping of beam cross-section dimensions in reinforced concrete building structures. **Engineering structures**, Elsevier, v. 99, p. 311–318, 2015.
- 45 ANGELO, J. S. *et al.* Ant colony approaches for multiobjective structural optimization problems with a cardinality constraint. **Advances in Engineering Software**, Elsevier, v. 80, p. 101–115, 2015.
- 46 Kazemzadeh Azad, S. *et al.* Multi-stage guided stochastic search for optimization and standardization of free-form steel double-layer grids. **Structures**, v. 34, p. 678–699, 2021. ISSN 2352-0124. Disponível em:  
<<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2352012421006858>>.
- 47 ABNT. **NBR 8800: Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios**. Rio de Janeiro, Brasil: ABNT Editora, 2008.
- 48 ANSI. **AISC 360-16 Specification for Structural Steel Buildings**. AISC, Chicago, USA, 2008.
- 49 CEN. , **EUROCODE 3: Design of Steel Structures, Parte 3-2: Tower, masts, chimneys**. Brussels: European Committee for Standardization, 2006.
- 50 BARBOSA, H. J. *et al.* A genetic algorithm encoding for cardinality constraints and automatic variable linking in structural optimization. **Engineering Structures**, Elsevier, v. 30, n. 12, p. 3708–3723, 2008.
- 51 WEAVER, W.; GERE, J. M. **Matrix analysis of framed structures**. New York: Springer science & business media, 2012.
- 52 BATHE, K.-J. **Finite element procedures**. Watertown, MA: Prentice Hall, Pearson Education, Inc., 2006.
- 53 STORN, R.; PRICE, K. Differential evolution: A simple and efficient adaptive scheme for global optimization over continuous spaces. **Journal of Global Optimization**, v. 23, 01 1995.
- 54 PRICE, K. *et al.* **Differential evolution: a practical approach to global optimization**. Germany: Springer Science & Business Media, 2006.
- 55 KUKKONEN, S.; LAMPINEN, J. Gde3: The third evolution step of generalized differential evolution. In: **IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC 2005)**. [S.l.]: IEEE, 2005. p. 443–450.

- 56 BUREERAT, S.; SRIWORAMAS, K. Population-based incremental learning for multiobjective optimisation. In: **Soft Computing in Industrial Applications**. Berlin: Springer, 2007. p. 223–232.
- 57 PANAGANT, N. *et al.* A novel self-adaptive hybrid multi-objective meta-heuristic for reliability design of trusses with simultaneous topology, shape and sizing optimisation design variables. **Structural and Multidisciplinary Optimization**, Springer, v. 60, n. 5, p. 1937–1955, 2019.
- 58 DEB, K. *et al.* A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: Nsga-ii. **IEEE Transactions on Evolutionary Computation**, v. 6, n. 2, p. 182–197, 2002.
- 59 VARGAS, D. E. *et al.* Differential evolution with the adaptive penalty method for structural multi-objective optimization. **Optimization and Engineering**, Springer, v. 20, n. 1, p. 65–88, 2019.
- 60 RESENDE, C. **Otimização estrutural de pórticos espaciais de aço via algoritmos de evolução diferencial**. Dissertação (Mestrado) — Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal de Juiz de Fora, 2020.
- 61 ABNT. **NBR 6120: Cargas para o cálculo de estruturas de edificações**. Rio de Janeiro, Brasil: ABNT Editora, 2019.
- 62 ABNT. **NBR 6123: Forças devidas ao vento em edificações**. Rio de Janeiro, Brasil: ABNT Editora, 1988.
- 63 ZITZLER, E.; THIELE, L. Multiobjective optimization using evolutionary algorithms—a comparative case study. In: SPRINGER. **5th International conference on parallel problem solving from nature**. Amsterdam, 1998. p. 292–301.
- 64 COELLO, C. A. C.; SIERRA, M. R. A study of the parallelization of a coevolutionary multi-objective evolutionary algorithm. In: SPRINGER. **Mexican international conference on artificial intelligence**. [S.l.], 2004. p. 688–697.