

UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA
FACULDADE DE ENGENHARIA & INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS
BACHARELADO EM ENGENHARIA COMPUTACIONAL

Calibração de Modelos para Escoamento Bifásico aplicado em Engenharia de Petróleo

Luisa Silva Ribeiro

JUIZ DE FORA
AGOSTO, 2022

Calibração de Modelos para Escoamento Bifásico aplicado em Engenharia de Petróleo

LUISA SILVA RIBEIRO

Universidade Federal de Juiz de Fora
Faculdade de Engenharia & Instituto de Ciências Exatas
Departamentos de Mecânica Aplicada e Computacional & Ciência da Computação
Bacharelado em Engenharia Computacional

Orientador: Prof. Dr. Rodrigo Weber dos Santos

Coorientador: Prof. Dr. Bernardo Martins Rocha

JUIZ DE FORA

AGOSTO, 2022

CALIBRAÇÃO DE MODELOS PARA ESCOAMENTO BIFÁSICO APLICADO EM ENGENHARIA DE PETRÓLEO

Luisa Silva Ribeiro

MONOGRAFIA SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO FACULDADE DE ENGENHARIA & INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS DA UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA, COMO PARTE INTEGRANTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE BACHAREL EM ENGENHARIA COMPUTACIONAL.

Aprovada por:

Prof. Dr. Rodrigo Weber dos Santos
Universidade Federal de Juiz de Fora

Prof. Dr. Bernardo Martins Rocha
Universidade Federal de Juiz de Fora

Prof. Dr. Grigori Chapiro
Universidade Federal de Juiz de Fora

Prof. Dr. Iury Higor Aguiar da Igreja
Universidade Federal de Juiz de Fora

JUIZ DE FORA
3 DE AGOSTO, 2022

*Dedico este trabalho aos meus pais e meu irmão
por todo apoio e incentivo, ao meu namorado
por todo companheirismo, aos meu avós e ami-
gos.*

Resumo

As simulações computacionais aceleram o ciclo de desenvolvimento de projetos e permitem adquirir maior conhecimento sobre o modelo de simulação e sobre o processo de desenvolvimento do modelo para melhorias do sistema. Porém fazer previsões de sistemas físicos não é simples, pois existem muitas incertezas relacionadas às entradas do modelo, parâmetros e observações. Na indústria petrolífera, simulações computacionais são usualmente empregadas para a previsão do desempenho de reservatórios de petróleo nos diferentes cenários de extração. Os parâmetros do modelo computacional são ajustados às propriedades petrofísicas do reservatório e os dados de produção para prever os perfis de produção. No entanto, algumas características-chave desses modelos, como as permeabilidades relativas, são difíceis de medir experimentalmente. Este trabalho propõe um fluxo para calibração dos parâmetros de permeabilidade relativa a partir de um modelo de escoamento bifásico.

Palavras-chave: Escoamento bifásico, Permeabilidade relativa, Calibração de modelos.

Abstract

Computer simulations accelerate the project development cycle and allow to acquire greater knowledge about the simulation model and about the model development process for system improvements. However, making predictions of physical systems is not simple, as there are many uncertainties related to model inputs, parameters and observations. In the oil industry, computer simulations are usually used to predict the performance of oil reservoirs in different extraction scenarios. The computational model parameters are adjusted to the petrophysical properties of the reservoir and the production data to predict the production profiles. However, some key features of these models, such as relative permeabilities, are difficult to measure experimentally. This work proposes a workflow to calibrate the relative permeability parameters from a two-phase flow model.

Keywords: Two-phase flow, Relative permeability, Model calibration.

Agradecimentos

A Deus, por permitir que eu tivesse saúde e determinação para não desanimar durante a realização deste trabalho.

Aos meus pais e irmão, por nunca me deixarem desistir, por sempre estar incentivando e dando todo apoio necessário.

Ao meu namorado Thallys, pela paciência e por todo companheirismo durante todos esses anos.

A todos os meus parentes, principalmente ao Tio Nando, Marina, Sofia, Letícia, Fabiano e Murilo, por todo suporte e incentivo.

Aos meus avós, principalmente ao meu avô Vanor (in memoriam), que sempre me apoiou em todos os meus sonhos.

A minha amiga Ana Beatriz, que esteve do meu lado em todos os momentos desde o primeiro dia de faculdade.

Aos professores Rodrigo e Bernardo pela orientação e principalmente, pela paciência, sem a qual este trabalho não se realizaria.

A todos os professores pelos seus ensinamentos e sabedoria.

Este trabalho foi realizado em associação com o projeto de P&D registrado como ANP 20715-9, Modelagem matemática e computacional de injeção de espuma usada em recuperação avançada de petróleo (Universidade Federal de Juiz de Fora - UFJF / Shell Brasil / ANP). Modelagem computacional e matemática da injeção de espuma como uma técnica de recuperação avançada aplicada aos reservatórios de pré-sal do Brasil, apoiado pela Shell Brasil sobre o ANP P&D como Compromisso de Investimentos com Pesquisa e Desenvolvimento. Este projeto foi realizado em parceria com a Petrobras.

“Ama-se mais o que se conquista com esforço”.

Benjamin Disraeli

Conteúdo

Lista de Figuras	8
Lista de Tabelas	11
Lista de Abreviações	13
1 Introdução	14
1.1 Apresentação do Tema e Contextualização	14
1.2 Descrição do Problema e Justificativa	15
1.3 Objetivos	16
1.3.1 Objetivos Gerais	16
1.3.2 Objetivos Específicos	16
2 Fundamentação Teórica	17
2.1 Escoamento em meios porosos	17
2.2 Lei de Darcy	18
2.3 Lei da Conservação	20
2.4 Equação de Buckley-Leverett	20
3 Materiais e Métodos	22
3.1 Modelo de Fluxo Bifásico	22
3.2 Solução Numérica	22
3.3 Permeabilidade Relativa	23
3.4 Conjunto de dados	24
3.5 Calibração do modelo	25
3.5.1 Função objetivo: produção (FO1)	26
3.5.2 Função objetivo: queda de pressão (FO2)	27
3.5.3 Função objetivo: produção e queda de pressão (FO3)	27
3.6 Fluxo de trabalho	27
4 Resultados	28
4.1 Função objetivo: produção (FO1)	28
4.1.1 Adição de 1% de ruído aleatório	28
4.1.2 Adição de 3% de ruído aleatório	31
4.1.3 Adição de 5% de ruído aleatório	33
4.2 Função objetivo: queda de pressão (FO2)	37
4.2.1 Adição de 1% de ruído aleatório	37
4.2.2 Adição de 3% de ruído aleatório	38
4.2.3 Adição de 5% de ruído aleatório	41
4.3 Função objetivo: produção e queda de pressão (FO3)	45
4.3.1 Adição de 1% de ruído aleatório	45
4.3.2 Adição de 3% de ruído aleatório	47
4.3.3 Adição de 5% de ruído aleatório	49
4.4 Comparativo dos Resultados	54

5	Discussões	57
6	Conclusões	62
6.1	Trabalhos Futuros	62
	Bibliografia	64

Lista de Figuras

2.1	Representação de um meio poroso.	17
3.1	Esquema das curvas de permeabilidade relativa de água e óleo.	24
4.1	Comparação das curvas de permeabilidade relativa da água (k_{rw}) (em azul) e do óleo (k_{ro}) (em vermelho) para cada método com 1% de ruído aleatório: as linhas contínuas representam as curvas geradas com os valores dos parâmetros assumidos e as linhas tracejadas representam o resultado dos parâmetros do ajuste com a função objetivo contendo a curva de produção.	29
4.2	Curva de produção com adição de 1% de ruído aleatório em azul e em vermelho o resultado do ajuste utilizando cada um dos métodos (Evolução Diferencial, Nelder-Mead e Levenberg-Marquardt) com a função objetivo contendo a curva de produção.	30
4.3	Evolução da função logarítmica do Qui-Quadrado (χ^2) em relação ao número de avaliações de função, utilizando a FO1 com 1% de ruído aleatório. . . .	31
4.4	Comparação das curvas de permeabilidade relativa da água (k_{rw}) (em azul) e do óleo (k_{ro}) (em vermelho) para cada método com 3% de ruído aleatório: as linhas contínuas representam as curvas geradas com os valores dos parâmetros assumidos e as linhas tracejadas representam o resultado dos parâmetros do ajuste com a função objetivo contendo a curva de produção.	32
4.5	Curva de produção com adição de 3% de ruído aleatório em azul e em vermelho o resultado do ajuste utilizando cada um dos métodos (Evolução Diferencial, Nelder-Mead e Levenberg-Marquardt) com a função objetivo contendo a curva de produção.	33
4.6	Evolução da função logarítmica do Qui-Quadrado (χ^2) em relação ao número de avaliações de função utilizando a FO1 com 3% de ruído aleatório. . . .	34
4.7	Comparação das curvas de permeabilidade relativa da água (k_{rw}) (em azul) e do óleo (k_{ro}) (em vermelho) para cada método com 5% de ruído aleatório: as linhas contínuas representam as curvas geradas com os valores dos parâmetros assumidos e as linhas tracejadas representam o resultado dos parâmetros do ajuste com a função objetivo contendo a curva de produção.	35
4.8	Curva de produção com adição de 5% de ruído aleatório em azul e em vermelho o resultado do ajuste utilizando cada um dos métodos (Evolução Diferencial, Nelder-Mead e Levenberg-Marquardt) com a função objetivo contendo a curva de produção.	36
4.9	Evolução da função logarítmica do Qui-Quadrado (χ^2) em relação ao número de avaliações de função utilizando a FO1 com 5% de ruído aleatório. . . .	36

4.10	Comparação das curvas de permeabilidade relativa da água (k_{rw}) (em azul) e do óleo (k_{ro}) (em vermelho) para cada método com 1% de ruído aleatório: as linhas contínuas representam as curvas geradas com os valores dos parâmetros assumidos e as linhas tracejadas representam o resultado dos parâmetros do ajuste com a função objetivo contendo a curva de queda de pressão.	38
4.11	Curva de queda de pressão com adição de 1% de ruído aleatório em azul e em vermelho o resultado do ajuste utilizando cada um dos métodos (Evolução Diferencial, Nelder-Mead e Levenberg-Marquardt) com a função objetivo contendo a curva de queda de pressão.	39
4.12	Evolução da função logarítmica do Qui-Quadrado (χ^2) em relação ao número de avaliações de função utilizando a FO2 com 1% de ruído aleatório.	39
4.13	Comparação das curvas de permeabilidade relativa da água (k_{rw}) (em azul) e do óleo (k_{ro}) (em vermelho) para cada método com 3% de ruído aleatório: as linhas contínuas representam as curvas geradas com os valores dos parâmetros assumidos e as linhas tracejadas representam o resultado dos parâmetros do ajuste com a função objetivo contendo a curva de queda de pressão.	41
4.14	Curva de queda de pressão com adição de 3% de ruído aleatório em azul e em vermelho o resultado do ajuste utilizando cada um dos métodos (Evolução Diferencial, Nelder-Mead e Levenberg-Marquardt) com a função objetivo contendo a curva de produção.	42
4.15	Evolução da função logarítmica do Qui-Quadrado (χ^2) em relação ao número de avaliações de função utilizando a FO1 com 3% de ruído aleatório.	42
4.16	Comparação das curvas de permeabilidade relativa da água (k_{rw}) (em azul) e do óleo (k_{ro}) (em vermelho) para cada método com 5% de ruído aleatório: as linhas contínuas representam as curvas geradas com os valores dos parâmetros assumidos e as linhas tracejadas representam o resultado dos parâmetros do ajuste com a função objetivo contendo a curva de queda de pressão.	43
4.17	Curva de queda de pressão com adição de 5% de ruído aleatório em azul e em vermelho o resultado do ajuste utilizando cada um dos métodos (Evolução Diferencial, Nelder-Mead e Levenberg-Marquardt) com a função objetivo contendo a curva de queda de pressão.	44
4.18	Evolução da função logarítmica do Qui-Quadrado (χ^2) em relação ao número de avaliações de função utilizando a FO1 com 5% de ruído aleatório.	45
4.19	Comparação das curvas de permeabilidade relativa da água (k_{rw}) (em azul) e do óleo (k_{ro}) (em vermelho) para cada método com 1% de ruído aleatório: as linhas contínuas representam as curvas geradas com os valores dos parâmetros assumidos e as linhas tracejadas representam o resultado dos parâmetros do ajuste com a função objetivo contendo as curvas de produção e queda de pressão.	46
4.20	Curva de produção com adição de 1% de ruído aleatório em azul e em vermelho o resultado do ajuste utilizando cada um dos métodos (Evolução Diferencial, Nelder-Mead e Levenberg-Marquardt) com a função objetivo contendo as curvas de produção e queda de pressão.	47
4.21	Curva de queda de pressão com adição de 1% de ruído aleatório em azul e em vermelho o resultado do ajuste utilizando cada um dos métodos (Evolução Diferencial, Nelder-Mead e Levenberg-Marquardt) com a função objetivo contendo as curvas de produção e queda de pressão.	48

4.22	Evolução da função logarítmica do Qui-Quadrado (χ^2) em relação ao número de avaliações de função utilizando a FO3 com 1% de ruído aleatório.	48
4.23	Comparação das curvas de permeabilidade relativa da água (k_{rw}) (em azul) e do óleo (k_{ro}) (em vermelho) para cada método com 3% de ruído aleatório: as linhas contínuas representam as curvas geradas com os valores dos parâmetros assumidos e as linhas tracejadas representam o resultado dos parâmetros do ajuste com a função objetivo contendo as curvas de produção e queda de pressão.	50
4.24	Curva de produção com adição de 3% de ruído aleatório em azul e em vermelho o resultado do ajuste utilizando cada um dos métodos (Evolução Diferencial, Nelder-Mead e Levenberg-Marquardt) com a função objetivo contendo as curvas de produção e queda de pressão.	51
4.25	Curva de queda de pressão com adição de 3% de ruído aleatório em azul e em vermelho o resultado do ajuste utilizando cada um dos métodos (Evolução Diferencial, Nelder-Mead e Levenberg-Marquardt) com a função objetivo as curvas de produção e queda de pressão.	52
4.26	Evolução da função logarítmica do Qui-Quadrado (χ^2) em relação ao número de avaliações de função utilizando a FO3 com 3% de ruído aleatório.	52
4.27	Comparação das curvas de permeabilidade relativa da água (k_{rw}) (em azul) e do óleo (k_{ro}) (em vermelho) para cada método com 5% de ruído aleatório: as linhas contínuas representam as curvas geradas com os valores dos parâmetros assumidos e as linhas tracejadas representam o resultado dos parâmetros do ajuste com a função objetivo contendo as curvas de produção e queda de pressão.	53
4.28	Curva de produção com adição de 5% de ruído aleatório em azul e em vermelho o resultado do ajuste utilizando cada um dos métodos (Evolução Diferencial, Nelder-Mead e Levenberg-Marquardt) com a função objetivo contendo as curvas de produção e queda de pressão.	54
4.29	Curva de queda de pressão com adição de 5% de ruído aleatório em azul e em vermelho o resultado do ajuste utilizando cada um dos métodos (Evolução Diferencial, Nelder-Mead e Levenberg-Marquardt) com a função objetivo contendo as curvas de produção e queda de pressão.	55
4.30	Evolução da função logarítmica do Qui-Quadrado (χ^2) em relação ao número de avaliações de função utilizando a FO3 com 5% de ruído aleatório.	55
5.1	Projeções da função objetivo contendo apenas produção (FO1) nos planos de parâmetros dois a dois.	58
5.2	Projeções da função objetivo contendo apenas queda de pressão (FO2) nos planos de parâmetros dois a dois.	59
5.3	Projeções da função objetivo contendo produção e queda de pressão (FO3) nos planos de parâmetros dois a dois.	60
5.4	Curva de produção variando os parâmetros da permeabilidade relativa. . .	61
5.5	Curva de queda de pressão variando os parâmetros da permeabilidade relativa. .	61

Lista de Tabelas

3.1	Valores assumidos para os parâmetros do modelo de permeabilidade relativa de Corey.	24
3.2	Viscosidade do fluido	24
4.1	Resultado do ajuste dos parâmetros da permeabilidade relativa de Corey com a função objetivo contendo a curva de produção com 1% de ruído aleatório.	29
4.2	Quantidade de avaliações da função e tempo de execução com a função objetivo contendo a curva de produção com 1% de ruído aleatório.	30
4.3	Resultado do ajuste dos parâmetros da permeabilidade relativa de Corey com a função objetivo contendo a curva de produção com 3% de ruído aleatório.	32
4.4	Quantidade de avaliações da função e tempo de execução com a função objetivo contendo a curva de produção com 3% de ruído aleatório.	33
4.5	Resultado do ajuste dos parâmetros da permeabilidade relativa de Corey com a função objetivo contendo a curva de produção com 5% de ruído aleatório.	34
4.6	Quantidade de avaliações da função e tempo de execução com a função objetivo contendo a curva de produção com 5% de ruído aleatório.	35
4.7	Resultado do ajuste dos parâmetros da permeabilidade relativa de Corey com a função objetivo contendo a curva de queda de pressão com 1% de ruído aleatório.	37
4.8	Quantidade de avaliações da função e tempo de execução com a função objetivo contendo a curva de queda de pressão com 1% de ruído aleatório.	38
4.9	Resultado do ajuste dos parâmetros da permeabilidade relativa de Corey com a função objetivo contendo a curva de queda de pressão com 3% de ruído aleatório.	40
4.10	Quantidade de avaliações da função e tempo de execução com a função objetivo contendo a curva de queda de pressão com 3% de ruído aleatório.	40
4.11	Resultado do ajuste dos parâmetros da permeabilidade relativa de Corey com a função objetivo contendo a curva de queda de pressão com 5% de ruído aleatório.	43
4.12	Quantidade de avaliações da função e tempo de execução com a função objetivo contendo a curva de queda de pressão com 5% de ruído aleatório.	44
4.13	Resultado do ajuste dos parâmetros da permeabilidade relativa de Corey com a função objetivo contendo as curvas de produção e queda de pressão com 1% de ruído aleatório.	46
4.14	Quantidade de avaliações da função e tempo de execução com a função objetivo contendo as curvas de produção e queda de pressão com 1% de ruído aleatório.	47
4.15	Resultado do ajuste dos parâmetros da permeabilidade relativa de Corey com a função objetivo contendo as curvas de produção e queda de pressão com 3% de ruído aleatório.	49

4.16	Quantidade de avaliações da função e tempo de execução com a função objetivo contendo as curvas de produção e queda de pressão com 3% de ruído aleatório.	50
4.17	Resultado do ajuste dos parâmetros da permeabilidade relativa de Corey com a função objetivo contendo as curvas de produção e queda de pressão com 5% de ruído aleatório.	51
4.18	Quantidade de avaliações da função e tempo de execução com a função objetivo contendo as curvas de produção e queda de pressão com 5% de ruído aleatório.	53
4.19	Erro RMS.	56

Lista de Abreviações

EOR	<i>Enhanced Oil Recovery</i> (Recuperação avançada de petróleo)
WAG	<i>The Water Alternating Gas</i> (Água alternada com gás)
BL	Buckley-Leverett
EDP	Equação Diferencial Parcial
DE	<i>Differential Evolution</i> (Evolução Diferencial)
FO1	Função Objetivo 1 - produção
FO2	Função Objetivo 2 - queda de pressão
FO3	Função Objetivo 3 - produção e queda de pressão

1 Introdução

1.1 Apresentação do Tema e Contextualização

O petróleo é sem dúvidas um produto/mineral amplamente consumido e possui um papel fundamental no mundo. Entretanto, extrair esse mineral é uma tarefa complexa que exige muitos estudos. Tal extração é definida como o processo pelo qual o petróleo utilizável é extraído e removido do subsolo. Esse processo, quando feito através da utilização de métodos convencionais não tem um bom rendimento, apresentando apenas cerca de 15 a 30% do volume original do óleo presente no reservatório (CHEN; HUAN; MA, 2006). Como o consumo do petróleo aumenta a cada dia, a indústria petrolífera vem se preocupando com a necessidade da implementação de métodos mais eficientes para a extração de petróleo em reservatórios naturais, de modo a obter maiores taxas de recuperação. Os reservatórios de petróleo são uma formação rochosa permeável, porosa ou fraturada, em subsuperfície, preenchidas com hidrocarbonetos, isso faz com que a recuperação de petróleo seja uma das áreas de destaque no estudo de escoamento de fluidos em meios porosos.

Existem três principais métodos de recuperação de petróleo (HEMATPUR et al., 2018). A Recuperação primária está relacionada aos reservatórios que utilizam da energia natural disponível para produzir o petróleo para a superfície. A Recuperação Secundária consiste na injeção de água ou gás no reservatório através de um poço injetor, com o intuito de empurrar o petróleo para fora dos poros da rocha. Antigamente, os métodos aplicados após a fase de Recuperação Secundária eram chamados de métodos de Recuperação Terciária, mas este termo caiu em desuso. Hoje em dia, a literatura utiliza o termo Recuperação Avançada (EOR - *Enhanced Oil Recovery*), que consiste na utilização de métodos mais complexos, como por exemplo, a injeção de água quente e vapor (WILLMAN et al., 1961), injeção alternada de água e gás (WAG) (AFZALI; REZAEI; ZENDEHBOUDI, 2018) e a injeção de espuma (ASHOORI; MARCHESIN; ROSSEN, 2011; THORAT; BRUINING, 2016), métodos esses que envolvem técnicas físico-químicas

complexas que modificam significativamente as propriedades dos fluidos e rochas dos reservatórios. A técnica de injeção alternada de água e gás (WAG) é muito utilizada para aumentar a eficiência de varredura na EOR. Esta técnica combina os métodos tradicionais de recuperação, sendo a injeção de água e a injeção de gás, como se aplica dois métodos simultaneamente, o WAG possui uma melhor recuperação, pois utiliza vantagens de ambos ao mesmo tempo (BAGREZAIE; POURAFSHARY; GERAMI, 2014).

1.2 Descrição do Problema e Justificativa

Há muitos anos, modelar e prever a dinâmica do petróleo em reservatórios é um grande desafio para físicos, matemáticos e engenheiros. Uma das dificuldades do processo de previsão de produção está relacionado com a realização de medições em campo e experimentos de laboratório para obtenção de informações para a calibração de modelos matemáticos. Essas dificuldades existem devido à imprecisão, erros e incertezas presentes na etapa de coleta dos dados que são utilizados para a realização de previsões computacionais, influenciando assim o processo de tomada de decisão.

Os modelos matemáticos e computacionais são essenciais para prever a eficácia das técnicas de EOR, como desempenho do reservatório e a produção de hidrocarbonetos. A validação dessas simulações depende de um conjunto de propriedades do fluido de rocha para ajustar o modelo computacional. Entre todos os parâmetros do modelo, as permeabilidades relativas das fases do escoamento, são de extrema importância e desempenham um papel central na física do reservatório. A aquisição de dados precisos de permeabilidades relativas é fundamental e tem sido de interesse da indústria petrolífera e da comunidade científica (MOGHADASI et al., 2015). Essas funções são obtidas experimentalmente medindo a queda de pressão em diferentes pontos na amostra para distintas condições físicas.

Neste trabalho é considerado escoamento bifásico em reservatórios de petróleo. O modelo matemático de Buckley-Leverett (BL) foi utilizado para descrever este fenômeno, e para compor a função de fluxo fracionário do modelo de BL foi utilizada a permeabilidade relativa de Corey (COREY, 1954).

1.3 Objetivos

1.3.1 Objetivos Gerais

O presente trabalho tem como objetivo geral realizar o ajuste dos parâmetros do modelo de permeabilidade relativa de Corey.

1.3.2 Objetivos Específicos

Como objetivos específicos deste trabalho, podem ser citados:

- compreender o modelo de Buckley-Leverett;
- implementar o modelo de Buckley-Leverett;
- compreender o modelo da permeabilidade relativa de Corey;
- realizar a calibração dos parâmetros de permeabilidade relativa.

2 Fundamentação Teórica

Neste capítulo serão apresentados os conceitos fundamentais de escoamentos multifásicos em meios porosos e as equações que governam este fenômeno.

2.1 Escoamento em meios porosos

Um meio poroso pode ser descrito como um domínio espacial ocupado parcialmente por uma matriz sólida, sendo o restante um espaço vazio que é ocupado por uma ou mais fases fluidas (BEAR, 2018). Para ser considerado meio poroso tanto a matriz sólida quanto os espaços vazios devem ser distribuídos, de maneira uniforme ou não, por todo o domínio. A Figura 2.1 mostra uma representação simplificada de um meio poroso.

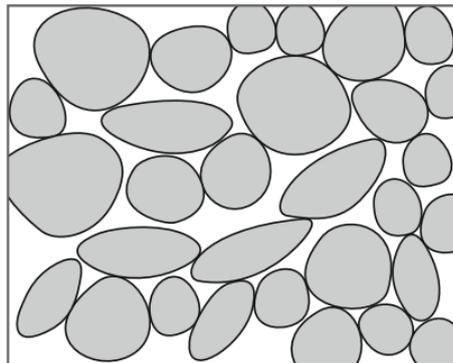


Figura 2.1: Representação de um meio poroso.
Fonte: (BEAR, 2018)

A porosidade (ϕ) é a fração volumétrica do espaço vazio existente na rocha, ou seja, é o volume disponível para o fluido. Ela é definida pela seguinte equação:

$$\phi = \frac{V_p}{V_t}, \quad (2.1)$$

onde V_p é o volume poroso, ou seja, é o volume total dos poros que pode ser preenchido pelo fluido, V_t é o volume total.

A porosidade é uma propriedade macroscópica do meio poroso e depende da textura e estrutura do mesmo.

A saturação de uma fase α é definida como a razão entre o volume V_α ocupado por esta fase e o volume poroso, como mostra a equação abaixo.

$$S_\alpha = \frac{V_\alpha}{V_p}, \quad 0 \leq S_\alpha \leq 1, \quad \sum S_\alpha = 1. \quad (2.2)$$

A permeabilidade (k), definida pela Lei de Darcy, é propriedade que caracteriza a capacidade de um meio poroso de permitir a passagem de fluidos. A permeabilidade efetiva (k_α) é definida como a capacidade de escoamento da fase α no meio em presença de outras fases, já a permeabilidade relativa ($k_{r\alpha}$) da fase α é definida como:

$$k_{r\alpha} = \frac{k_\alpha}{k}. \quad (2.3)$$

Existem modelos simplificados de permeabilidade relativa como uma função da saturação, como por exemplo, tipo Corey (COREY, 1954) e tipo LET (LOMELAND; EBELTOFT; THOMAS, 2005).

A viscosidade (μ) de um fluido é a medida da resistência do fluido ao escoamento resultante da aplicação de um gradiente de pressão.

A mobilidade (λ_α) da fase α é a capacidade de deslocamento no meio e ela é definida pela relação entre a sua permeabilidade efetiva e a sua viscosidade.

$$\lambda_\alpha = \frac{k_\alpha}{\mu} \quad (2.4)$$

Assim com a permeabilidade efetiva, a mobilidade também depende da saturação. A mobilidade total (λ_t) e a relativa ($\lambda_{r\alpha}$) são definidas da seguinte forma:

$$\lambda_{r\alpha} = \frac{k_{r\alpha}}{\mu}, \quad \lambda_t = \sum \lambda_\alpha. \quad (2.5)$$

2.2 Lei de Darcy

A permeabilidade está relacionada à capacidade do meio de permitir o escoamento de fluidos. A definição de permeabilidade é baseada no experimento de (DARCY, 1856), através deste experimento foi obtida a lei empírica para o escoamento de fluidos em meios

porosos.

Esta lei mostra que a vazão de um fluido incompressível escoando através de um meio poroso é proporcional à diferença de potencial e a área exposta ao fluido e inversamente proporcional ao comprimento, como mostra a equação 2.6:

$$Q = \alpha \frac{A(p_2 - p_1)}{h}, \quad (2.6)$$

onde Q é a vazão do fluido, A é a área, $p_2 - p_1$ é a diferença de potencial, α é a constante de proporcionalidade que depende do meio e do fluido e é definida como a razão entre a permeabilidade do meio (k) e a viscosidade do fluido (μ), como mostra a Equação 2.7:

$$\alpha = \frac{k}{\mu}. \quad (2.7)$$

A equação 2.6 pode ser reescrita da seguinte forma:

$$v = \frac{Q}{A} = \frac{k}{\mu} \left(\frac{p_2 - p_1}{h} \right), \quad (2.8)$$

v é a velocidade de Darcy. Escrevendo a equação 2.6 na forma diferencial temos:

$$v = -\frac{k(x)}{\mu} \nabla p, \quad (2.9)$$

onde $k(x)$ é o tensor de permeabilidade, μ é a viscosidade do fluido e ∇p é o gradiente de pressão. As componentes $k_{i,j}$ do tensor k podem ser entendidas como a facilidade com que uma porção de fluido se desloca na direção i devido a um gradiente de pressão na direção j .

Uma adaptação de (MUSKAT; MERES, 1936) permite estender a lei de Darcy para o fluxo bifásico:

$$v_\alpha = -k_{r\alpha}(x) \lambda_{r\alpha} \nabla p_\alpha, \quad (2.10)$$

onde $k_\alpha(x)$, p_α e μ_α são a permeabilidade efetiva, pressão e viscosidade para a fase α , respectivamente.

2.3 Lei da Conservação

O exemplo mais simples de uma lei de conservação unidimensional é a equação diferencial parcial (EDP), que descreve o comportamento de uma determinada quantidade que não varia ao longo do tempo (LEVEQUE, 2022).

A lei da conservação de uma quantidade ν é definida na forma diferencial como:

$$\frac{\partial \nu}{\partial t} + \nabla \cdot f(\nu) = 0, \quad (2.11)$$

onde f é o fluxo volumétrico de ν por unidade de área.

Para o problema de escoamento em meios porosos é possível escrever a lei de conservação em função das saturações das fases. Além disso, como neste trabalho é estudado fluidos imiscíveis, não há transferência de massa entre as fases, logo, a lei de conservação para a massa das fases é dada por:

$$m_\alpha = \rho_\alpha (V \phi S_\alpha), \quad (2.12)$$

onde m_α e ρ_α são a massa e a massa específica da fase α , respectivamente, V é o volume da região, ϕ é a porosidade e S_α é a saturação da fase α .

Escrevendo a equação 2.11 para fase α , onde $\nu = m_\alpha$ e $f(\nu) = \rho_\alpha v_\alpha$:

$$\frac{\partial(\rho_\alpha \phi S_\alpha)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_\alpha v_\alpha) = 0, \quad (2.13)$$

v_α é a velocidade de Darcy da fase α .

2.4 Equação de Buckley-Leverett

O deslocamento bifásico em um reservatório de petróleo pode ser aproximado com o modelo de Buckley-Leverett (BL) (BUCKLEY; LEVERETT, 1942). Este modelo assume a seguinte hipótese: o meio poroso está totalmente saturado com fluidos imiscíveis e incompressíveis. A interface entre os fluidos permanece quimicamente inativa, o escoamento é horizontal e os efeitos capilares são desprezados. Segundo (BEAR, 2018) o transporte bifásico em um meio poroso usando o modelo BL pode ser descrito por:

$$\frac{\partial S_w}{\partial t} + v \frac{\partial}{\partial x}(f_w) = 0, \quad (2.14)$$

onde v é a velocidade superficial do fluido, $S_w = (x, t)$ representa a saturação de água e f_w expressa a função de fluxo fracionário. A função de fluxo fracionário é definida como:

$$f_w = \frac{\lambda_w}{\lambda_t}, \quad (2.15)$$

$$\lambda_w = \frac{k_{rw}(S_w)}{\mu_w}, \quad (2.16)$$

$$\lambda_o = \frac{k_{ro}(S_w)}{\mu_o}, \quad (2.17)$$

$$\lambda_t = \lambda_w + \lambda_o = \frac{k_{rw}(S_w)}{\mu_w} + \frac{k_{ro}(S_w)}{\mu_o}, \quad (2.18)$$

onde λ_w é a mobilidade da água, λ_g é a mobilidade do gás, λ_t é a mobilidade total, k_{rw} é a permeabilidade relativa da água, k_{rg} é a permeabilidade relativa do gás, μ_w e μ_g são, respectivamente, a viscosidade da água e do gás.

3 Materiais e Métodos

Este capítulo é dedicado a mostrar os materiais e métodos utilizados durante todo o fluxo de trabalho realizado.

3.1 Modelo de Fluxo Bifásico

O deslocamento bifásico em um meio poroso é modelado considerando o princípio da conservação de massa para as duas fases. Neste trabalho o transporte bifásico em um meio poroso foi modelado utilizando o modelo BL (descrito na Seção 2.4). A condição inicial utilizada foi:

$$S_w(x, 0) = S_{w0}, \quad (3.1)$$

e a condição de condição de contorno é a quantidade máxima de água injetada a uma vazão constante:

$$S_w(0, t) = 1.0 - S_{w0}. \quad (3.2)$$

A partir dos perfis de saturação $S_w(x, t)$ é possível encontrar a curva de produção:

$$Q(t) = \int_x S_w(x, t) dx. \quad (3.3)$$

E através da mobilidade total λ_t é possível encontrar a curva da queda de pressão:

$$\Delta p = \frac{v}{k} \int_x \lambda_t dx, \quad (3.4)$$

onde v é a velocidade e k é a permeabilidade absoluta.

3.2 Solução Numérica

Para implementação do modelo foi utilizada a linguagem de programação Python (ROS-SUM; DRAKE, 2009) e a discretização do mesmo foi feita utilizando o esquema *Upwind*

(SWANSON; TURKEL, 1992), que é um método explícito, progressivo no tempo, e combina os esquemas progressivo e regressivo no espaço. Discretizando a Equação 2.14, encontra-se a seguinte expressão:

$$S_{w_i}^{n+1} = S_{w_i}^n - \frac{\Delta t v}{\varphi \Delta x} (f_w(S_{w_i}^n) - f_w(S_{w_i-1}^n)), \quad (3.5)$$

onde Δt e Δx representam o passo no tempo e no espaço, respectivamente. O esquema numérico em 3.5 é estável sob a seguinte condição CFL:

$$\Delta t \leq \frac{\Delta x \phi}{v \max(\frac{\partial f_w}{\partial S_w})} \quad (3.6)$$

Para o experimento computacional o valor de Δx utilizado foi 0.01.

3.3 Permeabilidade Relativa

Neste trabalho, foi utilizado o modelo de permeabilidade relativa proposto por Corey-Brooks (COREY, 1954):

$$k_{rw} = k_{rw}^0 \left(\frac{S_w - S_{wc}}{1 - S_{wc} - S_{or}} \right)^{n_w}, \quad (3.7)$$

$$k_{ro} = k_{ro}^0 \left(1 - \frac{S_w - S_{wr}}{1 - S_{wc} - S_{or}} \right)^{n_o}, \quad (3.8)$$

onde n_w e n_o são os expoentes Corey para água e óleo, respectivamente, k_{rw}^0 e k_{ro}^0 são as permeabilidades relativas do ponto final para água e óleo, respectivamente, S_{wc} é a saturação de água conata e S_{or} a saturação de óleo residual. k_{rw}^0 , k_{ro}^0 , n_w e n_o são os parâmetros ajustados.

A Figura 3.1 mostra um esquema das curvas de permeabilidade relativa de água e óleo em um reservatório úmido com água. A saturação de água conata (S_{wc}) indica a saturação de água abaixo da qual a água não é móvel devido às forças capilares. A permeabilidade relativa da água em saturações de água abaixo de S_{wc} é zero. Já saturação de óleo residual S_{or} indica a saturação de óleo abaixo da qual o óleo é imóvel, ou seja, sua permeabilidade relativa é zero.

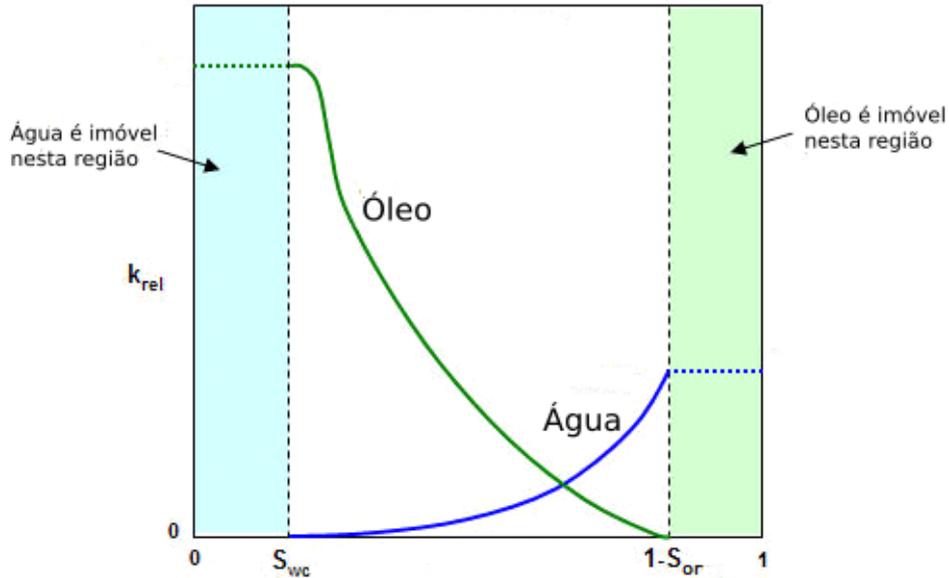


Figura 3.1: Esquema das curvas de permeabilidade relativa de água e óleo. Adaptada de (HARMONY, 2020).

3.4 Conjunto de dados

Para realização da simulação foram considerados dados sintéticos retirados do trabalho de (BERG; UNSAL; DIJK, 2021), que considera o sistema água e óleo. Os valores dos parâmetros da permeabilidade relativa do modelo de Corey assumidos estão listados na Tabela 3.1 e as viscosidades dos fluidos estão listadas na Tabela 3.2.

Parâmetro	Valor
S_{wc}	0,1
S_{or}	0,2
k_{rw}^0	0,5
k_{ro}^0	0,9
n_w	2,0
n_o	3,0

Tabela 3.1: Valores assumidos para os parâmetros do modelo de permeabilidade relativa de Corey.

Fluido	Viscosidade (mPa.s)
Água	1,28
Óleo	1,22

Tabela 3.2: Viscosidade do fluido

Usando estes parâmetros, a produção e a queda de pressão ao longo do comprimento foram calculados através das Equações 3.3 e 3.4, respectivamente. Além disso,

para realizar a calibração dos parâmetros, foram adicionados ruídos aleatórios de 1, 3 e 5% à curva de produção e queda de pressão.

3.5 Calibração do modelo

Para realizar a calibração do modelo deste trabalho foi utilizado o pacote *lmfit* (NEWVILLE et al., 2014), que fornece uma interface de alto nível para otimização não linear e problemas de ajuste de curva para Python (ROSSUM; DRAKE, 2009), e se baseia nos métodos de otimização do *scipy.optimize* (VIRTANEN et al., 2020).

Neste trabalho foram estudados três métodos de otimização para resolver o problema de mínimos quadrados: o método de Evolução Diferencial (DE - do inglês *Differential Evolution*) (STORN; PRICE, 1997), o método de Levenberg-Marquardt (MORÉ, 1978) e o método de Nelder-Mead (NELDER; MEAD, 1965).

O DE é um método heurístico, que não utiliza derivadas, e busca solucionar problemas de otimização contínua. Por seguir a linha dos algoritmos que evoluem uma população de soluções, o método de Evolução Diferencial é classificado como um algoritmo evolutivo.

O método de Nelder-Mead é um método numérico muito usado para encontrar o mínimo ou o máximo de uma função objetiva em um espaço multidimensional, ele é aplicado em problemas de otimização não-linear onde a derivada não pode ser encontrada. É um método de busca direta, pois depende somente das classificações de uma coleção de avaliações da função em possíveis soluções, enquanto tenta encontrar um ponto superior para a próxima iteração.

O método de Levenberg-Marquardt é baseado nos métodos de Gauss-Newton e do gradiente. A principal aplicação deste método é a regressão através do método dos mínimos quadrados, ou seja, ele executa um ajuste de mínimos quadrados não linear onde a soma das diferenças quadradas entre os dados é mínima. Este algoritmo foi utilizado no trabalho de (BERG; UNSAL; DIJK, 2021).

O algoritmo de Evolução Diferencial é estocástico e os algoritmos de Nelder-Mead e Levenberg-Marquardt são determinísticos. A abordagem estocástica realiza um teste de hipótese baseado na estatística Qui-Quadrado para verificar se duas janelas conse-

cutivas possuem a mesma função de distribuição de probabilidade. Por outro lado, o determinístico faz uso da proximidade dinâmica calculada sobre o espaço de fase reconstruído em cada janela do sinal. Para comparar os três métodos foi utilizada a distribuição Qui-Quadrado, que é uma medida de divergência entre a distribuição dos dados e a distribuição esperada. Além disso, foi comparado o número de avaliações que cada método faz e seu respectivo tempo de execução.

Para realização da calibração os parâmetros S_{wc} e S_{or} foram mantidos fixos (valores na Tabela 3.1). Já os parâmetros k_{rw}^0 e k_{ro}^0 foram variados entre 0,1 e 1,00, e n_w e n_o entre 1,5 e 5,0. Todos os testes foram realizados considerando um mesmo fluxo total de água e óleo.

Uma questão fundamental na computação da solução de um dado problema é a quantificação dos erros. Neste trabalho, a medida de erro utilizada foi o Erro Relativo, que é definido como:

$$ER = \frac{|\bar{x} - x|}{|x|}, \quad (3.9)$$

onde \bar{x} é o valor ajustado e x é o valor real do parâmetro.

Três funções objetivas foram estudadas para realizar a calibração do modelo, as mesmas são apresentadas nas Subseções 3.5.1, 3.5.2 e 3.5.3.

3.5.1 Função objetivo: produção (FO1)

A primeira função objetivo, leva em consideração a diferença entre os dados experimentais da produção (Q^{exp}) (com acréscimo de 1%, 3% e 5% de ruído aleatório) e os dados da produção do modelo (Q^{modelo}), ou seja, considera somente os dados de produção para realizar a minimização, como mostra a Equação 3.10.

$$\chi^2 = \sum_{j=1}^N \left(\frac{Q_j^{exp} - Q_j^{modelo}}{\max(Q_j^{exp})} \right)^2 \quad (3.10)$$

3.5.2 Função objetivo: queda de pressão (FO2)

A segunda função objetivo, definida pela Equação 3.11, leva em consideração a diferença entre os dados experimentais da queda de pressão (Δp^{exp}) (com acréscimo de 1%, 3% e 5% de ruído aleatório) e os dados da queda de pressão do modelo (Δp^{modelo}), ou seja, considera somente os dados de queda de pressão para realizar a minimização.

$$\chi^2 = \sum_{j=1}^N \left(\frac{\Delta p_j^{exp} - \Delta p_j^{modelo}}{\max(\Delta p_j^{exp})} \right)^2 \quad (3.11)$$

3.5.3 Função objetivo: produção e queda de pressão (FO3)

Já a terceira função objetivo, definida pela Equação 3.12, leva em consideração a diferença entre os dados experimentais (com acréscimo de 1, 3 e 5% de ruído aleatório) e os dados tanto da produção quanto da queda de pressão do modelo, ou seja, tanto os dados de produção quanto a queda de pressão são usados para restringir a solução.

$$\chi^2 = \sum_{j=1}^N \left(\frac{Q_j^{exp} - Q_j^{modelo}}{\max(Q_j^{exp})} + \frac{\Delta p_j^{exp} - \Delta p_j^{modelo}}{\max(\Delta p_j^{exp})} \right)^2 \quad (3.12)$$

3.6 Fluxo de trabalho

O fluxo de trabalho utilizado pode ser resumido da seguinte forma:

1. Obter as curvas de produção e queda de pressão através do implementação da solução da equação de Buckley-Leverett;
2. Adicionar ruído de 1, 3 e 5% nas curvas obtidas anteriormente;
3. Calcular o ajuste dos parâmetros do modelo de Corey para o conjunto de dados para cada uma das três funções objetivo usando os métodos de Evolução Diferencial, Nelder-Mead e Levenberg-Marquardt.

4 Resultados

Este capítulo apresenta os resultados obtidos. Para isso, os resultados estão divididos em 3 seções. A primeira Seção 4.1 refere-se a função objetivo contendo apenas a curva de produção, a segunda 4.2 diz respeito à função objetivo contendo apenas a curva de queda de pressão. Por fim, a terceira 4.3 aborda a função objetivo contendo tanto a curva de produção quanto a curva de queda de pressão. Além disso, cada seção está dividida em subseções que representam os resultados adicionando 1, 3 e 5% de ruído aleatório.

4.1 Função objetivo: produção (FO1)

Nesta seção (4.1) serão apresentados os resultados utilizando a FO1.

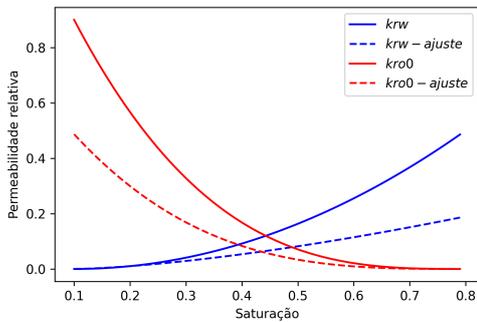
4.1.1 Adição de 1% de ruído aleatório

Na Tabela 4.1 são apresentados os resultados do ajuste dos parâmetros da permeabilidade relativa de Corey utilizando como função objetivo a Equação 3.10 com 1% de ruído aleatório e seu respectivo erro relativo. A Figura 4.1 mostra a comparação das curvas de permeabilidade relativa da água (k_{rw}) (em azul) e do óleo (k_{ro}) (em vermelho). O ajuste não foi bem sucedido para o método de Evolução Diferencial, uma vez que o valor ajustado não se aproximou do valor real e o erro relativo apresentado na Tabela 4.1 é considerado elevado. O método Nelder-Mead ajustou bem os parâmetros n_w e n_o , mas como não ajustou bem os parâmetros k_{rw}^0 e k_{ro}^0 , a curva de permeabilidade não ficou bem ajustada. O erro relativo do ajuste do parâmetro n_w , com o método Nelder-Mead foi pequeno, o que provavelmente indica que o algoritmo encontrou um mínimo local. Para o método de Levenberg-Marquardt a curva foi melhor ajustada e o erro relativo para os parâmetros k_{rw}^0 e k_{ro}^0 foi menor em relação aos outros métodos.

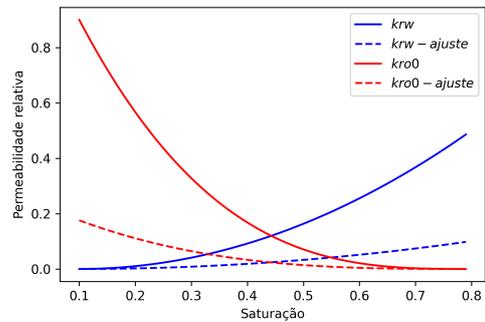
A Figura 4.2 apresenta a comparação das curvas de produção com adição de 1% de ruído aleatório e o resultado do ajuste, apesar da curva de permeabilidade relativa não ter sido bem ajustada com os métodos de Evolução Diferencial e Nelder-Mead, a curva

Método	Parâmetro	Valor real	Valor ajustado	Erro Relativo (%)
Evolução Diferencial	k_{rw}^0	0,5	0,190	62,035
	k_{ro}^0	0,9	0,487	45,905
	n_w	2,0	1,500	25,000
	n_o	3,0	3,154	5,147
Nelder-Mead	k_{rw}^0	0,5	0,101	79,876
	k_{ro}^0	0,9	0,176	80,473
	n_w	2,0	1,998	0,0846
	n_o	3,0	2,983	0,557
Levenberg-Marquardt	k_{rw}^0	0,5	0,383	23,378
	k_{ro}^0	0,9	0,983	9,181
	n_w	2,0	1,500	25,000
	n_o	3,0	3,154	5,147

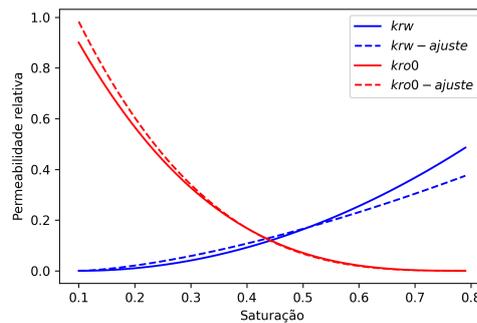
Tabela 4.1: Resultado do ajuste dos parâmetros da permeabilidade relativa de Corey com a função objetivo contendo a curva de produção com 1% de ruído aleatório.



(a) Evolução Diferencial



(b) Nelder-Mead



(c) Levenberg-Marquardt

Figura 4.1: Comparação das curvas de permeabilidade relativa da água (k_{rw}) (em azul) e do óleo (k_{ro}) (em vermelho) para cada método com 1% de ruído aleatório: as linhas contínuas representam as curvas geradas com os valores dos parâmetros assumidos e as linhas tracejadas representam o resultado dos parâmetros do ajuste com a função objetivo contendo a curva de produção.

de produção foi bem ajustada utilizando os mesmos.

A Tabela 4.2 apresenta a comparação entre a quantidade de avaliações de função

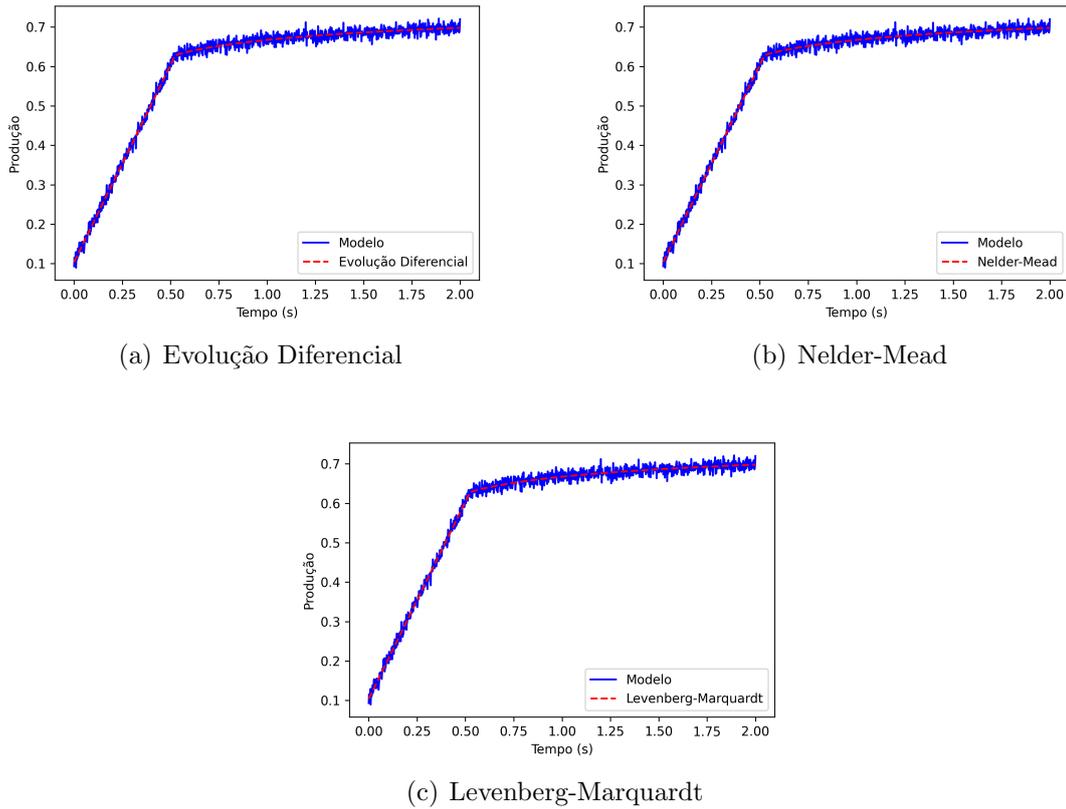


Figura 4.2: Curva de produção com adição de 1% de ruído aleatório em azul e em vermelho o resultado do ajuste utilizando cada um dos métodos (Evolução Diferencial, Nelder-Mead e Levenberg-Marquardt) com a função objetivo contendo a curva de produção.

que foram executados para os três métodos e o seu respectivo tempo de execução. Para este caso, algoritmo de Levenberg-Marquardt foi o que menos realizou avaliações da função objetivo e conseqüentemente gastou menos tempo de execução. O algoritmo de Evolução Diferencial foi o que mais realizou avaliações da função objetivo. A Figura 4.3 mostra a evolução da função logarítmica do Qui-Quadrado (χ^2) em relação ao número de avaliações referente a cada método utilizado. Os métodos Nelder-Mead e Levenberg-Marquardt convergem mais rapidamente, enquanto o método de Evolução Diferencial oscila bastante.

Método	Avaliações de função	Tempo
Evolução Diferencial	2295	02h 30min 56s
Nelder-Mead	705	50min 39s
Levenberg-Marquardt	251	17min 24s

Tabela 4.2: Quantidade de avaliações da função e tempo de execução com a função objetivo contendo a curva de produção com 1% de ruído aleatório.

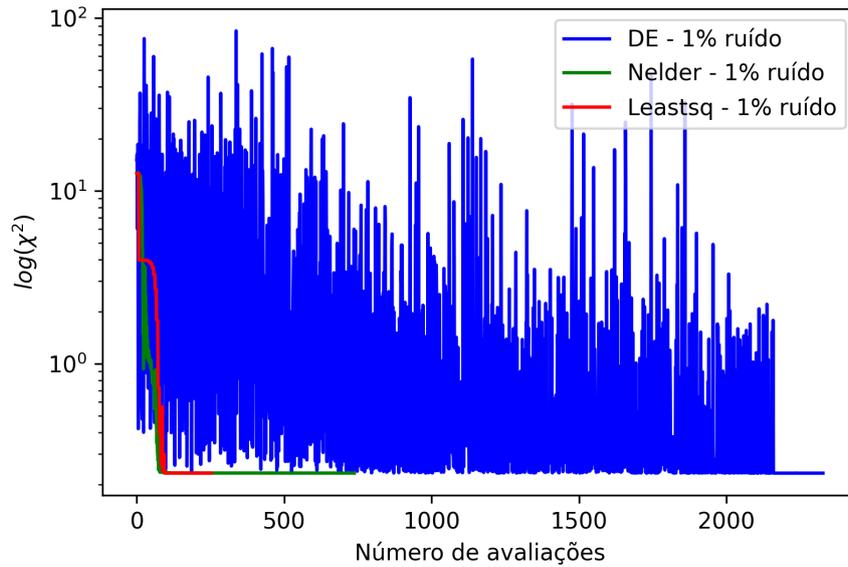


Figura 4.3: Evolução da função logarítmica do Qui-Quadrado (χ^2) em relação ao número de avaliações de função, utilizando a FO1 com 1% de ruído aleatório.

4.1.2 Adição de 3% de ruído aleatório

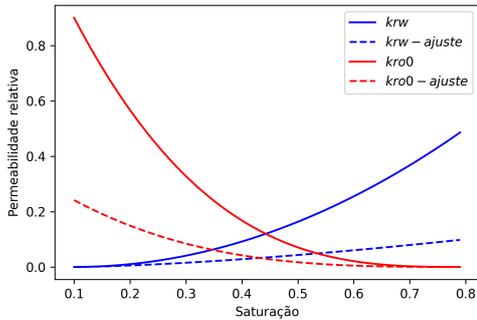
A Tabela 4.3 apresenta os resultados do ajuste dos parâmetros da permeabilidade relativa de Corey utilizando como função objetivo a Equação 3.10 com 3% de ruído aleatório. A Figura 4.4 mostra a comparação das curvas de permeabilidade relativa da água (k_{rw}) (em azul) e do óleo (k_{ro}) (em vermelho) com 3% de ruído aleatório. É possível observar o mesmo resultado do que utilizando 1% de ruído, ou seja, o ajuste da curva de permeabilidade relativa não foi bem sucedido para os métodos de Evolução Diferencial e Nelder-Mead, já para o método de Levenberg-Marquardt o ajuste se aproximou do real. O maior erro relativo dos parâmetros é visto no método de Evolução Diferencial.

A Figura 4.5 apresenta a comparação das curvas de produção com adição de 3% de ruído aleatório e o resultado do ajuste, novamente apesar dos parâmetros não terem sido bem ajustados com os métodos de Evolução Diferencial e Nelder-Mead, a curva de produção foi bem ajustada utilizando o método Levenberg-Marquardt.

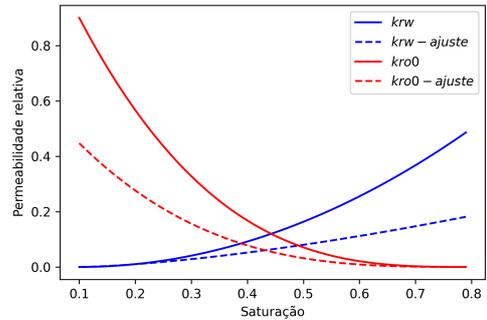
A Tabela 4.4 apresenta a comparação entre a quantidade de avaliações de função que foram executados para os três métodos e o seu respectivo tempo de execução. A Figura 4.6 mostra a evolução da função logarítmica do Qui-Quadrado (χ^2) em relação ao número de avaliações referente a cada método utilizado.

Método	Parâmetro	Valor real	Valor ajustado	Erro Relativo (%)
Evolução Diferencial	k_{rw}^0	0,5	0,100	79,992
	k_{ro}^0	0,9	0,241	73,179
	n_w	2,0	1,500	25,000
	n_o	3,0	3,121	4,031
Nelder-Mead	k_{rw}^0	0,5	0,185	62,946
	k_{ro}^0	0,9	0,447	50,331
	n_w	2,0	1,500	25,000
	n_o	3,0	3,121	4,029
Levenberg-Marquardt	k_{rw}^0	0,5	0,353	29,452
	k_{ro}^0	0,9	0,851	5,432
	n_w	2,0	1,500	25,000
	n_o	3,0	3,121	4,030

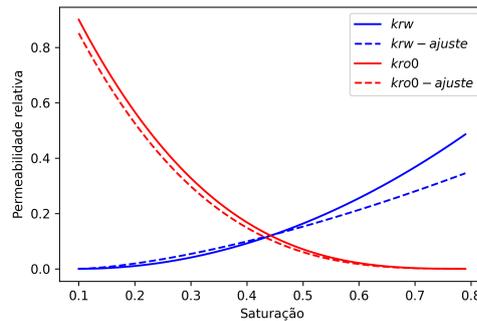
Tabela 4.3: Resultado do ajuste dos parâmetros da permeabilidade relativa de Corey com a função objetivo contendo a curva de produção com 3% de ruído aleatório.



(a) Evolução Diferencial



(b) Nelder-Mead



(c) Levenberg-Marquardt

Figura 4.4: Comparação das curvas de permeabilidade relativa da água (k_{rw}) (em azul) e do óleo (k_{ro}) (em vermelho) para cada método com 3% de ruído aleatório: as linhas contínuas representam as curvas geradas com os valores dos parâmetros assumidos e as linhas tracejadas representam o resultado dos parâmetros do ajuste com a função objetivo contendo a curva de produção.

Os métodos Nelder-Mead e Levenberg-Marquardt convergem mais rapidamente.

O algoritmo de Levenberg-Marquardt realizou uma quantidade menor de avaliações da

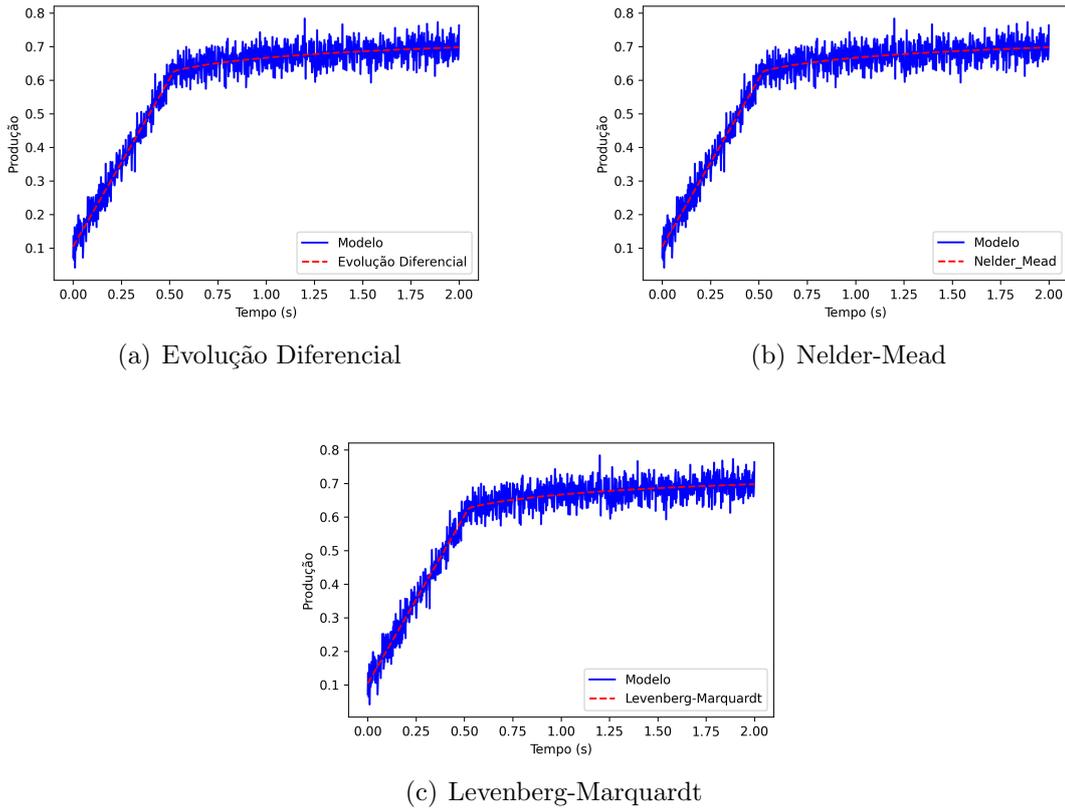


Figura 4.5: Curva de produção com adição de 3% de ruído aleatório em azul e em vermelho o resultado do ajuste utilizando cada um dos métodos (Evolução Diferencial, Nelder-Mead e Levenberg-Marquardt) com a função objetivo contendo a curva de produção.

Método	Avaliações de função	Tempo
Evolução Diferencial	1540	01h 38min 29s
Nelder-Mead	669	50min 33s
Levenberg-Marquardt	159	11min 06s

Tabela 4.4: Quantidade de avaliações da função e tempo de execução com a função objetivo contendo a curva de produção com 3% de ruído aleatório.

função objetivo e gastou menos tempo de execução. Já o algoritmo de Evolução Diferencial foi o que mais realizou avaliações da função objetivo. O número de avaliações de função de todos os métodos com 3% de ruído foi menor do que com 1%.

4.1.3 Adição de 5% de ruído aleatório

A Tabela 4.5 apresenta os resultados do ajuste dos parâmetros da permeabilidade relativa de Corey utilizando como função objetivo a Equação 3.10 com 5% de ruído aleatório. A Figura 4.7 mostra a comparação das curvas de permeabilidade relativa da água (k_{rw}) (em azul) e do óleo (k_{ro}) (em vermelho) com 5% de ruído aleatório. Diferentemente do

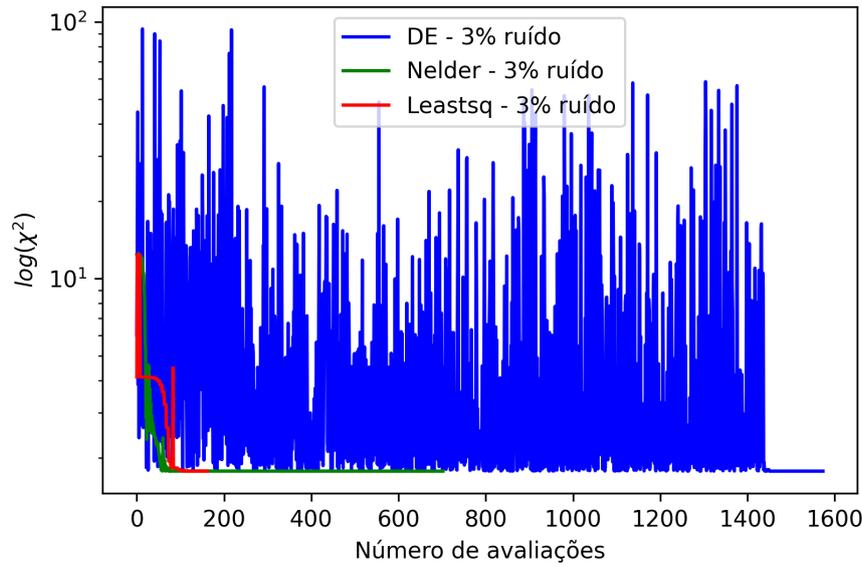


Figura 4.6: Evolução da função logarítmica do Qui-Quadrado (χ^2) em relação ao número de avaliações de função utilizando a FO1 com 3% de ruído aleatório.

resultado utilizando 1 e 3%, ou seja, o ajuste não foi bem sucedido para todos os métodos, os erros relativos usando todos os métodos são consideravelmente altos, o que indica que um alto ruído pode dificultar o ajuste.

Método	Parâmetro	Valor real	Valor ajustado	Erro Relativo (%)
Evolução Diferencial	k_{rw}^0	0,5	0,178	64,453
	k_{ro}^0	0,9	0,405	55,024
	n_w	2,0	1,500	25,000
	n_o	3,0	3,089	2,979
Nelder-Mead	k_{rw}^0	0,5	0,209	58,206
	k_{ro}^0	0,9	0,476	47,118
	n_w	2,0	1,500	25,000
	n_o	3,0	3,089	2,979
Levenberg-Marquardt	k_{rw}^0	0,5	0,153	69,327
	k_{ro}^0	0,9	0,349	61,191
	n_w	2,0	1,500	25,000
	n_o	3,0	3,089	2,979

Tabela 4.5: Resultado do ajuste dos parâmetros da permeabilidade relativa de Corey com a função objetivo contendo a curva de produção com 5% de ruído aleatório.

A Figura 4.8 apresenta a comparação das curvas de produção com adição de 5% de ruído aleatório e o resultado do ajuste, novamente apesar dos parâmetros não terem sido bem ajustados com todos os métodos, a curva de produção foi bem ajustada.

A Tabela 4.6 apresenta a comparação entre a quantidade de avaliações de função

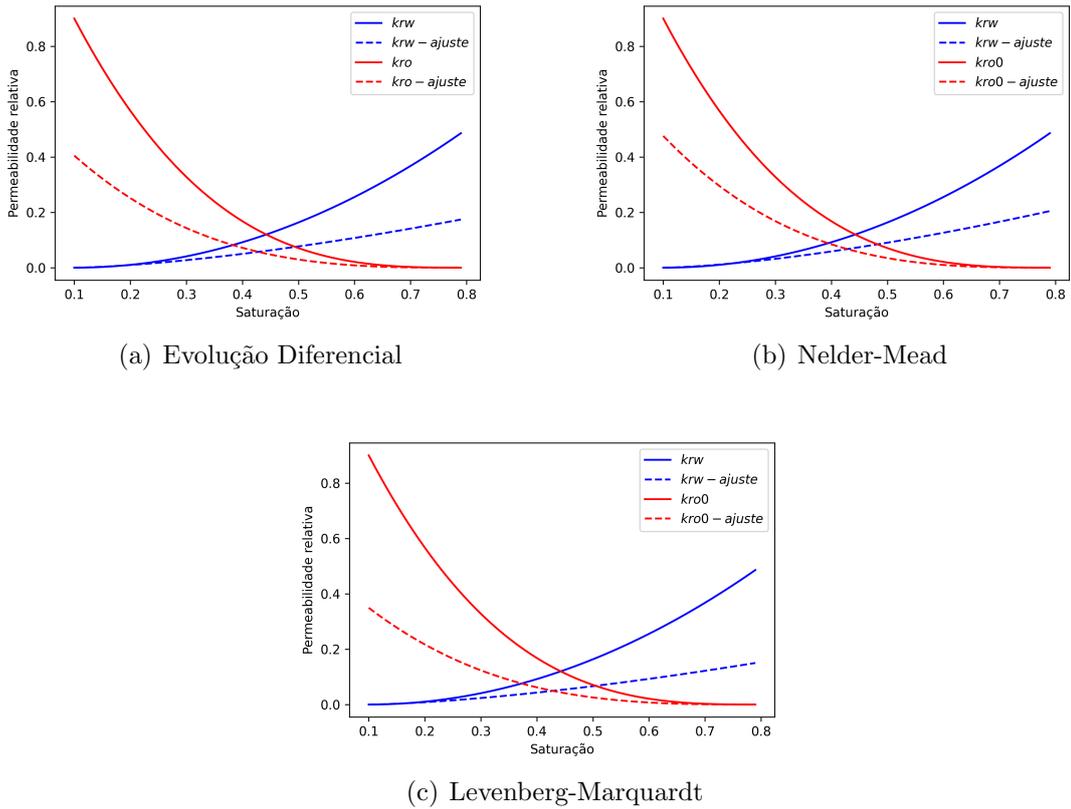


Figura 4.7: Comparação das curvas de permeabilidade relativa da água (k_{rw}) (em azul) e do óleo (k_{ro}) (em vermelho) para cada método com 5% de ruído aleatório: as linhas contínuas representam as curvas geradas com os valores dos parâmetros assumidos e as linhas tracejadas representam o resultado dos parâmetros do ajuste com a função objetivo contendo a curva de produção.

que foram executados para os três métodos e o seu respectivo tempo de execução. A Figura 4.9 mostra a evolução da função logarítmica do Qui-Quadrado (χ^2) em relação ao número de avaliações referente a cada método utilizado. Como nos resultados anteriores, os métodos Nelder-Mead e Levenberg-Marquardt convergem mais rapidamente. O algoritmo de Levenberg-Marquardt realizou uma quantidade menor de avaliações da função objetivo e gastou menos tempo de execução, enquanto algoritmo de Evolução Diferencial foi o que mais realizou avaliações da função objetivo.

Método	Avaliações de função	Tempo
Evolução Diferencial	1255	01h 23min 27s
Nelder-Mead	563	37min 45s
Levenberg-Marquardt	190	13min 05s

Tabela 4.6: Quantidade de avaliações da função e tempo de execução com a função objetivo contendo a curva de produção com 5% de ruído aleatório.

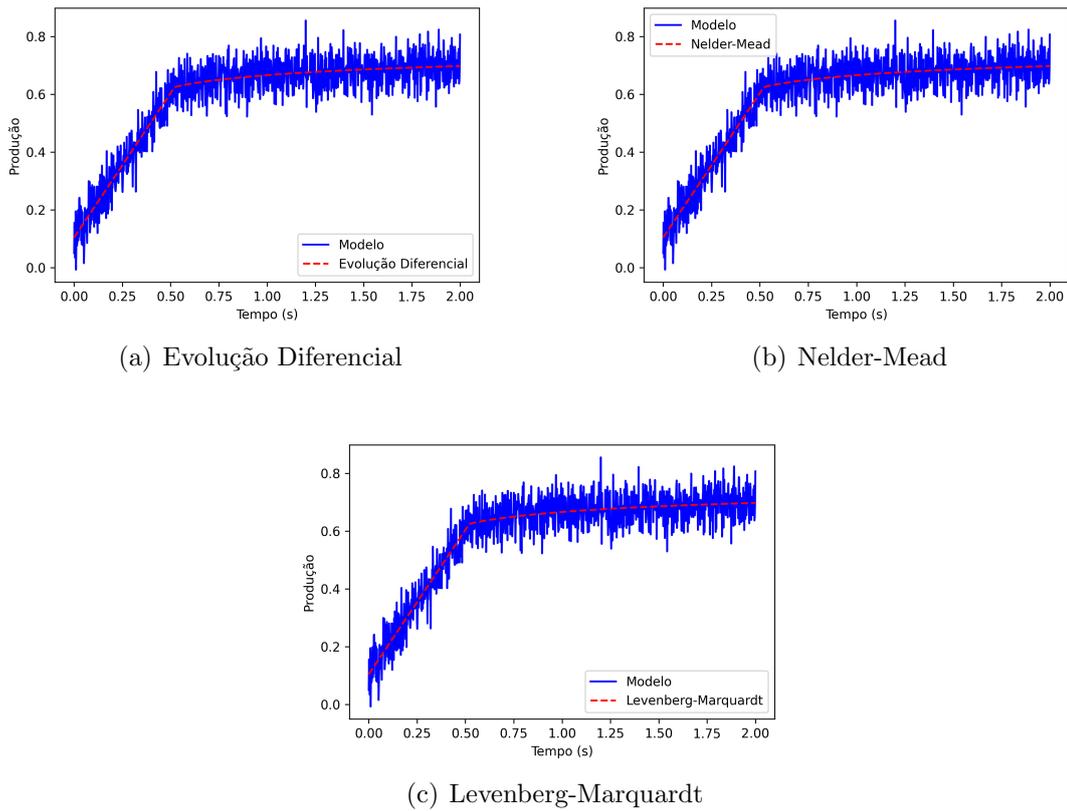


Figura 4.8: Curva de produção com adição de 5% de ruído aleatório em azul e em vermelho o resultado do ajuste utilizando cada um dos métodos (Evolução Diferencial, Nelder-Mead e Levenberg-Marquardt) com a função objetivo contendo a curva de produção.

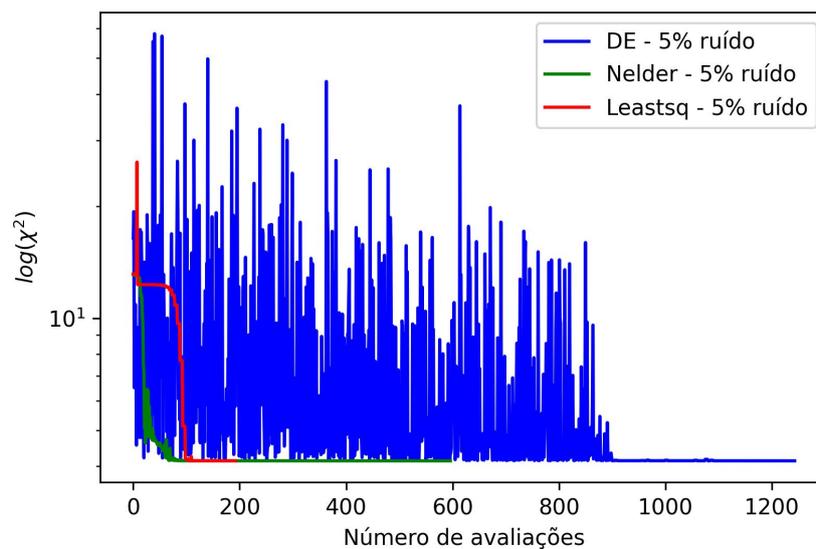


Figura 4.9: Evolução da função logarítmica do Qui-Quadrado (χ^2) em relação ao número de avaliações de função utilizando a FO1 com 5% de ruído aleatório.

4.2 Função objetivo: queda de pressão (FO2)

Nesta seção (4.2) serão apresentados os resultados utilizando a FO2.

4.2.1 Adição de 1% de ruído aleatório

Na Tabela 4.7 são apresentados os resultados do ajuste dos parâmetros da permeabilidade relativa de Corey utilizando como função objetivo a Equação 3.11 com 1% de ruído aleatório e seu respectivo erro relativo. A Figura 4.10 mostra a comparação das curvas de permeabilidade relativa da água (k_{rw}) (em azul) e do óleo (k_{ro}) (em vermelho). Diferentemente do caso utilizando a FO1, para todos os métodos o ajuste foi bem sucedido, uma vez que o erro relativo apresentado na Tabela 4.7 é considerado pequeno e conseqüentemente o valor ajustado se aproxima do valor real.

Método	Parâmetro	Valor real	Valor ajustado	Erro Relativo (%)
Evolução Diferencial	k_{rw}^0	0,5	0,499	0,082
	k_{ro}^0	0,9	0,900	0,000
	n_w	2,0	1,986	0,685
	n_o	3,0	3,006	0,209
Nelder-Mead	k_{rw}^0	0,5	0,499	0,080
	k_{ro}^0	0,9	0,90	0,000
	n_w	2,0	1,987	0,670
	n_o	3,0	3,006	0,205
Levenberg-Marquardt	k_{rw}^0	0,5	0,499	0,080
	k_{ro}^0	0,9	0,900	0,000
	n_w	2,0	1,987	0,673
	n_o	3,0	3,006	0,206

Tabela 4.7: Resultado do ajuste dos parâmetros da permeabilidade relativa de Corey com a função objetivo contendo a curva de queda de pressão com 1% de ruído aleatório.

A Figura 4.11 apresenta a comparação das curvas de queda de pressão com adição de 1% de ruído aleatório e o resultado do ajuste. Como os parâmetros foram bem ajustados, a curva de produção também foi bem ajustada.

A Tabela 4.8 exibe a comparação entre a quantidade de avaliações de função que foram executados para os três métodos e o seu respectivo tempo de execução. A Figura 4.12 mostra a evolução da função logarítmica do Qui-Quadrado (χ^2) em relação ao número de avaliações referente a cada método utilizado. Como ocorreu utilizando a FO1, os métodos Nelder-Mead e Levenberg-Marquardt convergem mais rapidamente. O

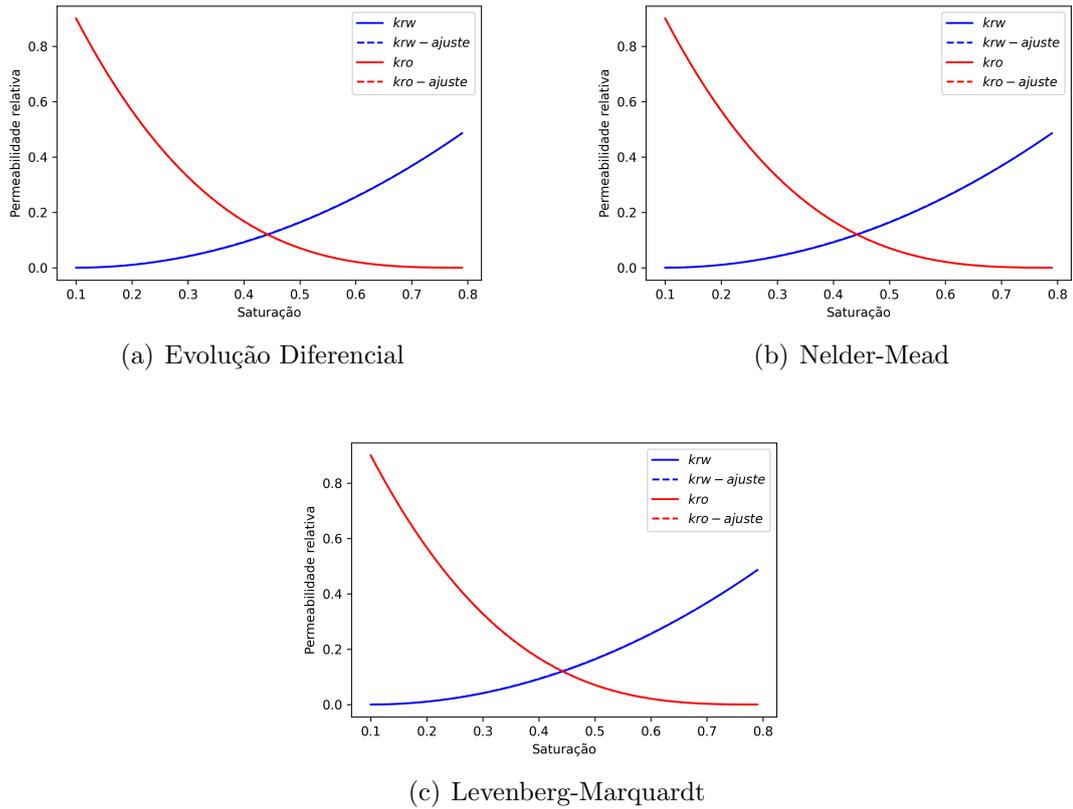


Figura 4.10: Comparação das curvas de permeabilidade relativa da água (k_{rw}) (em azul) e do óleo (k_{ro}) (em vermelho) para cada método com 1% de ruído aleatório: as linhas contínuas representam as curvas geradas com os valores dos parâmetros assumidos e as linhas tracejadas representam o resultado dos parâmetros do ajuste com a função objetivo contendo a curva de queda de pressão.

o algoritmo de Evolução Diferencial realizou mais avaliações da função objetivo, enquanto o algoritmo de Levenberg-Marquardt realizou menos avaliações.

Método	Avaliações de função	Tempo
Evolução Diferencial	4175	04h 36min 51s
Nelder-Mead	434	32min 19s
Levenberg-Marquardt	111	07min 28s

Tabela 4.8: Quantidade de avaliações da função e tempo de execução com a função objetivo contendo a curva de queda de pressão com 1% de ruído aleatório.

4.2.2 Adição de 3% de ruído aleatório

A Tabela 4.9 exhibe os resultados do ajuste dos parâmetros da permeabilidade relativa de Corey utilizando como função objetivo a Equação 3.11 com 3% de ruído aleatório. A Figura 4.13 mostra a comparação das curvas de permeabilidade relativa da água (k_{rw})

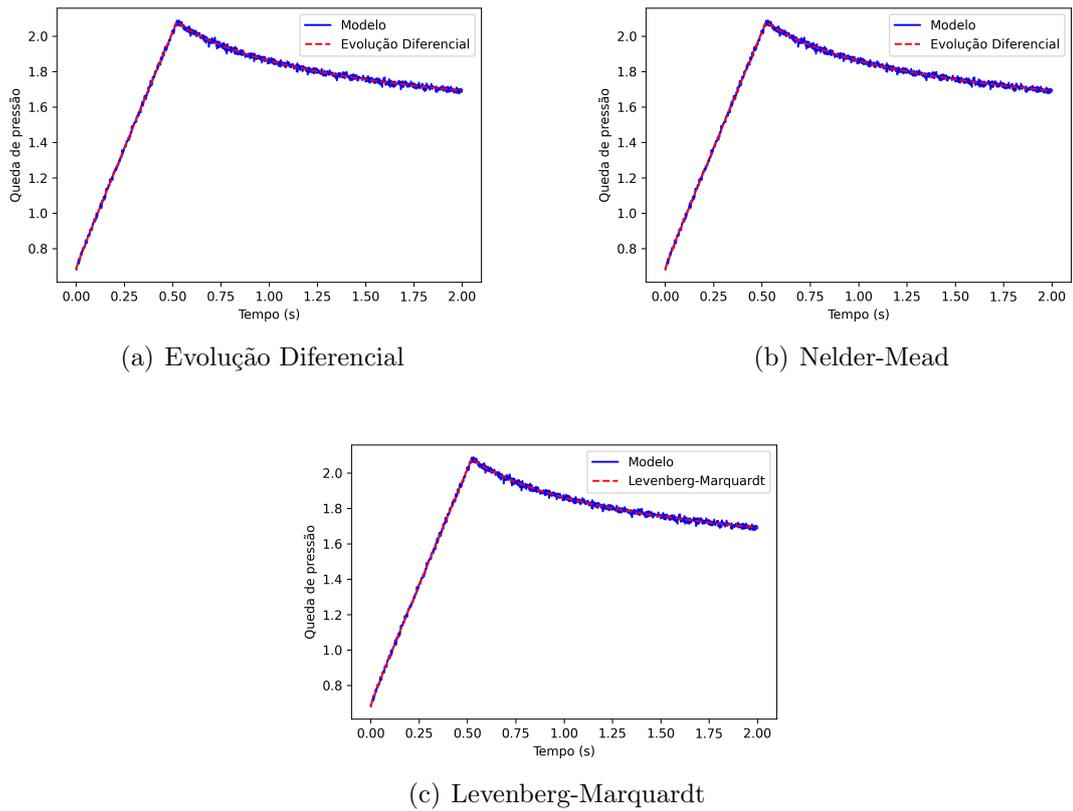


Figura 4.11: Curva de queda de pressão com adição de 1% de ruído aleatório em azul e em vermelho o resultado do ajuste utilizando cada um dos métodos (Evolução Diferencial, Nelder-Mead e Levenberg-Marquardt) com a função objetivo contendo a curva de queda de pressão.

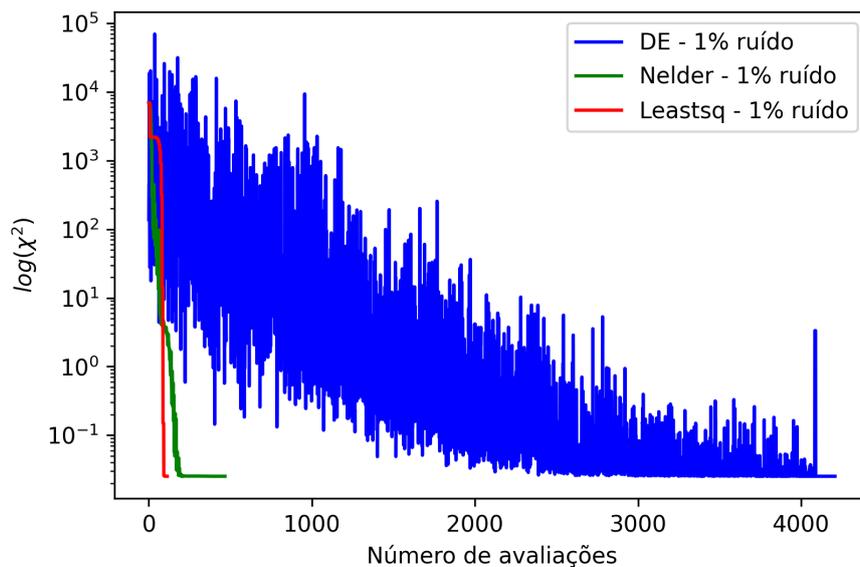


Figura 4.12: Evolução da função logarítmica do Qui-Quadrado (χ^2) em relação ao número de avaliações de função utilizando a FO2 com 1% de ruído aleatório.

(em azul) e do óleo (k_{ro}) (em vermelho) com 3% de ruído aleatório. O ajuste foi bem sucedido para todos os métodos, já que o valor ajustado se aproximou do valor real. O erro relativo foi maior do que utilizando 1%, pois o ruído foi maior.

Método	Parâmetro	Valor real	Valor ajustado	Erro Relativo (%)
Evolução Diferencial	k_{rw}^0	0,5	0,499	0,246
	k_{ro}^0	0,9	0,899	0,0656
	n_w	2,0	1,967	1,634
	n_o	3,0	3,013	0,4477
Nelder-Mead	k_{rw}^0	0,5	0,499	0,243
	k_{ro}^0	0,9	0,899	0,073
	n_w	2,0	1,967	1,639
	n_o	3,0	3,013	0,439
Levenberg-Marquardt	k_{rw}^0	0,5	0,499	0,243
	k_{ro}^0	0,9	0,899	0,072
	n_w	2,0	1,967	1,637
	n_o	3,0	3,013	0,439

Tabela 4.9: Resultado do ajuste dos parâmetros da permeabilidade relativa de Corey com a função objetivo contendo a curva de queda de pressão com 3% de ruído aleatório.

A Figura 4.14 apresenta a comparação das curvas de queda de pressão com adição de 3% de ruído aleatório e o resultado do ajuste, é possível observar que as curvas de queda de pressão também foram bem ajustadas.

A Tabela 4.10 apresenta a comparação entre a quantidade de avaliações de função que foram executados para os três métodos e o seu respectivo tempo de execução. A Figura 4.15 mostra a evolução da função logarítmica do Qui-Quadrado (χ^2) em relação ao número de avaliações referente a cada método utilizado. Como nos resultados apresentados anteriormente, os métodos que convergem mais rápido são Nelder-Mead e Levenberg-Marquardt. O algoritmo de Levenberg-Marquardt realiza mais avaliações e gasta menos tempo para realizar a execução em relação aos outros métodos, já o algoritmo de Evolução Diferencial gasta mais tempo e realiza mais avaliações.

Método	Avaliações de função	Tempo
Evolução Diferencial	2310	02h 25min 44s
Nelder-Mead	272	19min 48s
Levenberg-Marquardt	148	09min 19s

Tabela 4.10: Quantidade de avaliações da função e tempo de execução com a função objetivo contendo a curva de queda de pressão com 3% de ruído aleatório.

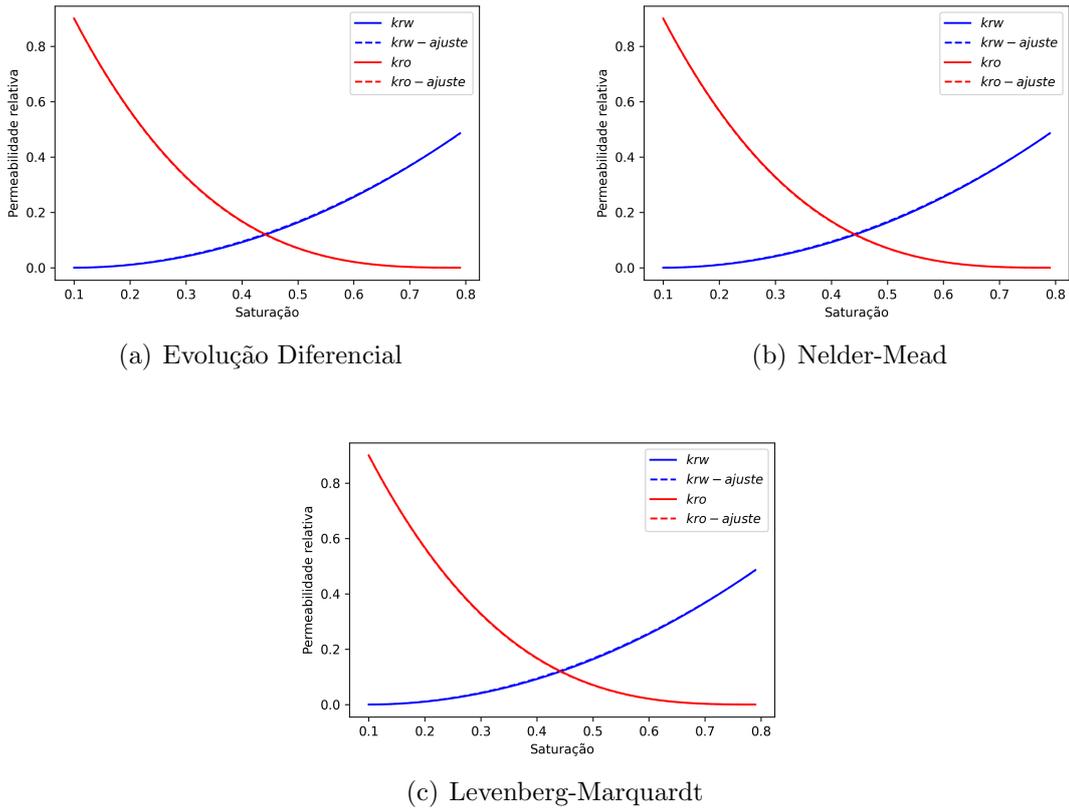


Figura 4.13: Comparação das curvas de permeabilidade relativa da água (k_{rw}) (em azul) e do óleo (k_{ro}) (em vermelho) para cada método com 3% de ruído aleatório: as linhas contínuas representam as curvas geradas com os valores dos parâmetros assumidos e as linhas tracejadas representam o resultado dos parâmetros do ajuste com a função objetivo contendo a curva de queda de pressão.

4.2.3 Adição de 5% de ruído aleatório

A Tabela 4.11 apresenta os resultados do ajuste dos parâmetros da permeabilidade relativa de Corey utilizando como função objetivo a Equação 3.11 com 5% de ruído aleatório. A Figura 4.16 mostra a comparação das curvas de permeabilidade relativa da água (k_{rw}) (em azul) e do óleo (k_{ro}) (em vermelho) com 5% de ruído aleatório. O erro relativo aumentou em relação ao resultado anterior, mas isso devido ao ruído ser maior, considerando esse ruído o ajuste foi bem sucedido para todos os métodos.

A Figura 4.17 apresenta a comparação das curvas de queda de pressão com adição de 5% de ruído aleatório e o resultado do ajuste, as curvas de queda de pressão novamente foram bem ajustadas.

A Tabela 4.12 apresenta a comparação entre a quantidade de avaliações de função que foram executados para os três métodos e o seu respectivo tempo de execução. A Figura

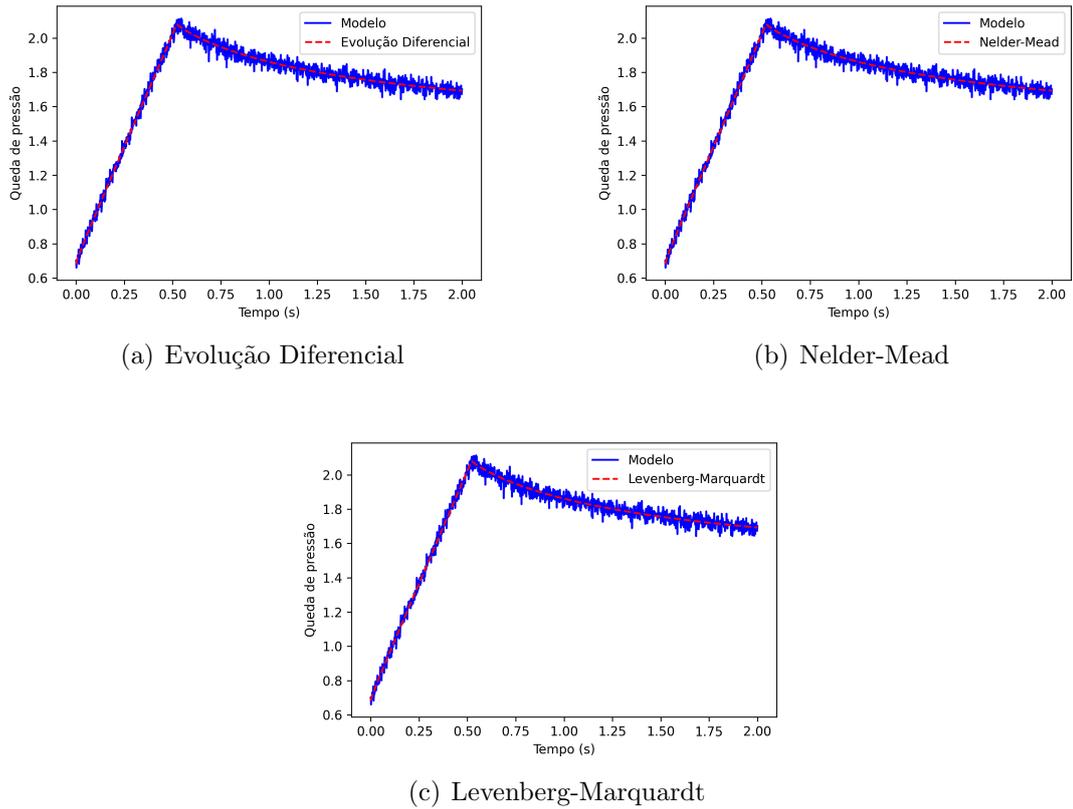


Figura 4.14: Curva de queda de pressão com adição de 3% de ruído aleatório em azul e em vermelho o resultado do ajuste utilizando cada um dos métodos (Evolução Diferencial, Nelder-Mead e Levenberg-Marquardt) com a função objetivo contendo a curva de produção.

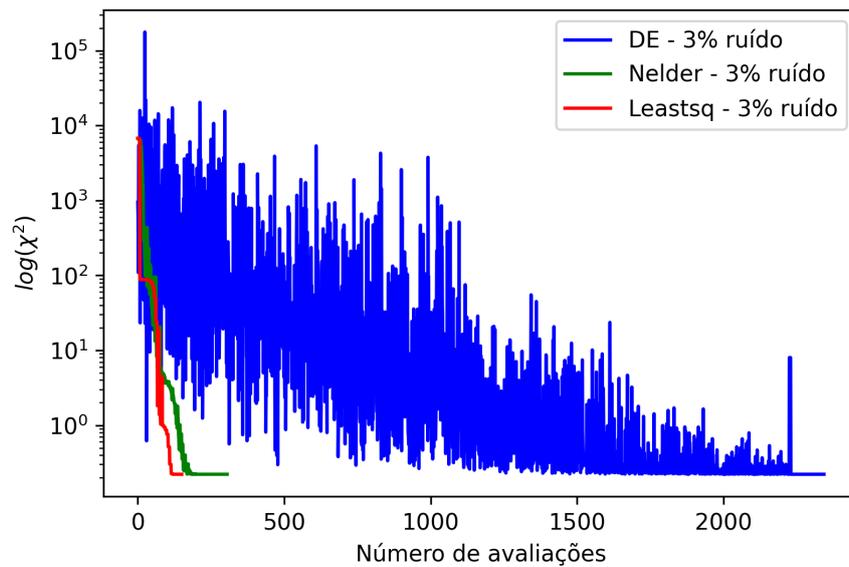
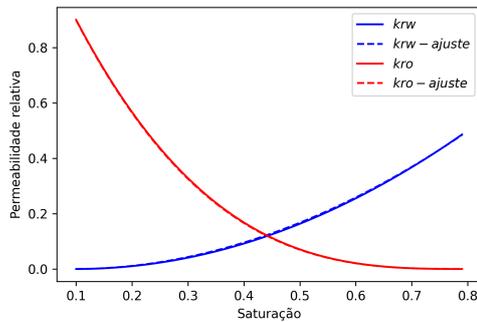


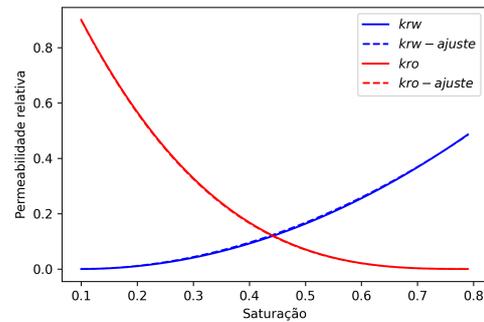
Figura 4.15: Evolução da função logarítmica do Qui-Quadrado (χ^2) em relação ao número de avaliações de função utilizando a FO1 com 3% de ruído aleatório.

Método	Parâmetro	Valor real	Valor ajustado	Erro Relativo (%)
Evolução Diferencial	k_{rw}^0	0,5	0,498	0,409
	k_{ro}^0	0,9	0,899	0,177
	n_w	2,0	1,951	2,424
	n_o	3,0	3,017	0,585
Nelder-Mead	k_{rw}^0	0,5	0,498	0,409
	k_{ro}^0	0,9	0,898	0,176
	n_w	2,0	1,951	2,424
	n_o	3,0	3,018	0,586
Levenberg-Marquardt	k_{rw}^0	0,5	0,498	0,409
	k_{ro}^0	0,9	0,898	0,176
	n_w	2,0	1,951	2,426
	n_o	3,0	3,018	0,587

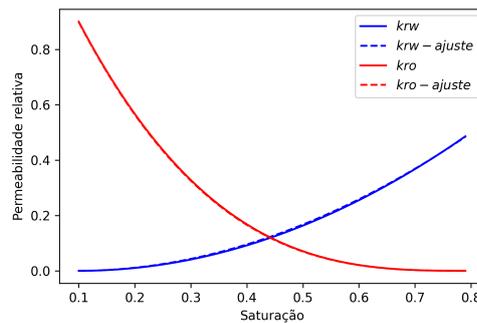
Tabela 4.11: Resultado do ajuste dos parâmetros da permeabilidade relativa de Corey com a função objetivo contendo a curva de queda de pressão com 5% de ruído aleatório.



(a) Evolução Diferencial



(b) Nelder-Mead



(c) Levenberg-Marquardt

Figura 4.16: Comparação das curvas de permeabilidade relativa da água (k_{rw}) (em azul) e do óleo (k_{ro}) (em vermelho) para cada método com 5% de ruído aleatório: as linhas contínuas representam as curvas geradas com os valores dos parâmetros assumidos e as linhas tracejadas representam o resultado dos parâmetros do ajuste com a função objetivo contendo a curva de queda de pressão.

4.18 mostra a evolução da função logarítmica do Qui-Quadrado (χ^2) em relação ao número de avaliações referente a cada método utilizado. Novamente os padrões se repetem, ou

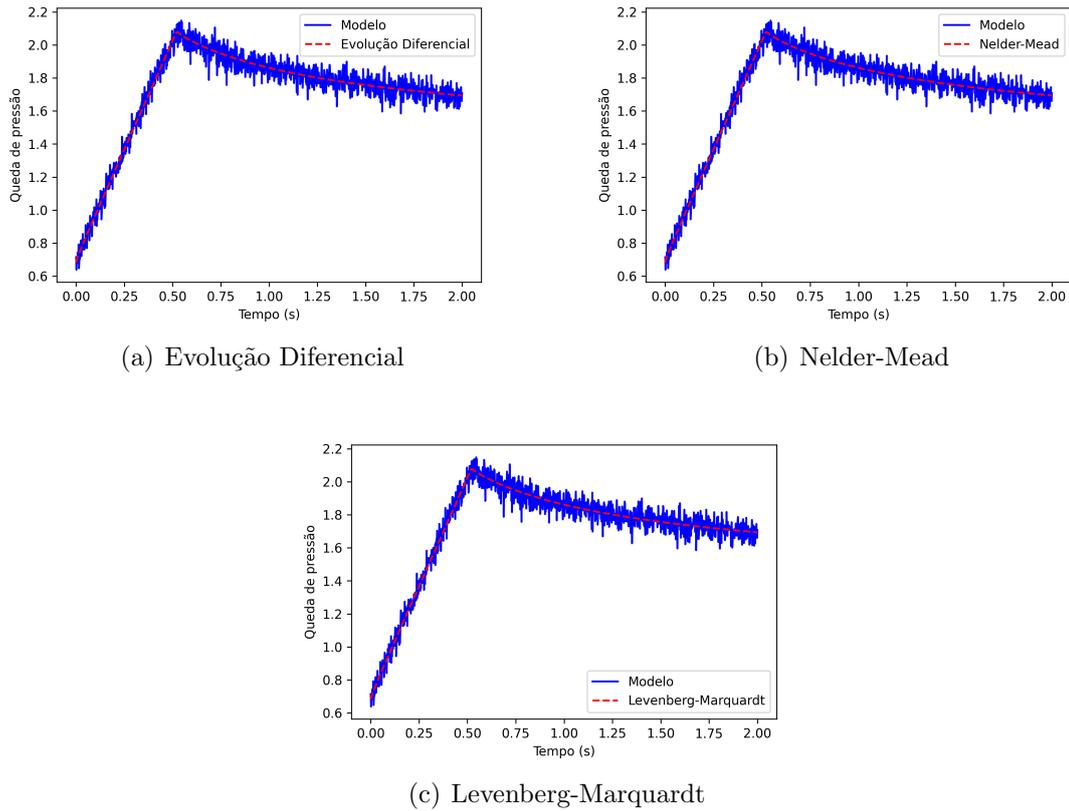


Figura 4.17: Curva de queda de pressão com adição de 5% de ruído aleatório em azul e em vermelho o resultado do ajuste utilizando cada um dos métodos (Evolução Diferencial, Nelder-Mead e Levenberg-Marquardt) com a função objetivo contendo a curva de queda de pressão.

seja, os métodos Nelder-Mead e Levenberg-Marquardt convergem mais rapidamente. O algoritmo de Levenberg-Marquardt realiza uma quantidade menor de avaliações da função objetivo e gasta menos tempo de execução, já algoritmo de Evolução Diferencial realiza mais avaliações da função objetivo.

Método	Avaliações de função	Tempo
Evolução Diferencial	2570	02h 48min 51s
Nelder-Mead	332	23min 05s
Levenberg-Marquardt	96	06min 50s

Tabela 4.12: Quantidade de avaliações da função e tempo de execução com a função objetivo contendo a curva de queda de pressão com 5% de ruído aleatório.

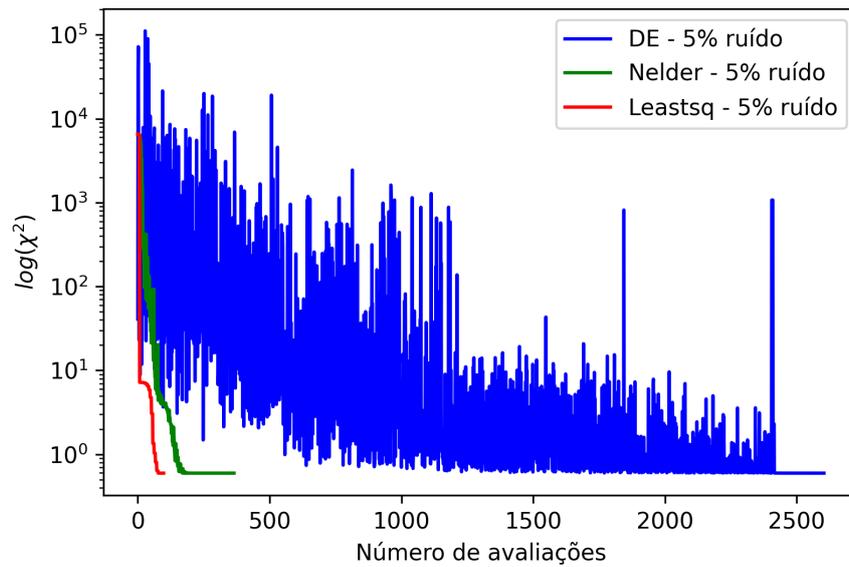


Figura 4.18: Evolução da função logarítmica do Qui-Quadrado (χ^2) em relação ao número de avaliações de função utilizando a FO1 com 5% de ruído aleatório.

4.3 Função objetivo: produção e queda de pressão (FO3)

Nesta seção serão apresentados os resultados utilizando a FO3.

4.3.1 Adição de 1% de ruído aleatório

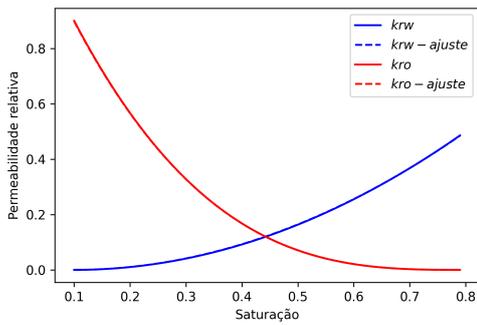
Na Tabela 4.13 são exibidos os resultados do ajuste dos parâmetros da permeabilidade relativa de Corey utilizando como função objetivo a Equação 3.12 com 1% de ruído aleatório e seu respectivo erro relativo. A Figura 4.19 mostra a comparação das curvas de permeabilidade relativa da água (k_{rw}) (em azul) e do óleo (k_{ro}) (em vermelho). Assim como na FO2, para todos os métodos o ajuste foi bem sucedido, uma vez que o erro relativo apresentado na Tabela 4.13 é pequeno.

As Figuras 4.20 e 4.21 apresentam a comparação das curvas de produção e queda de pressão, respectivamente, com adição de 1% de ruído aleatório e o resultado do ajuste. É possível observar que ambas as curvas foram bem ajustadas.

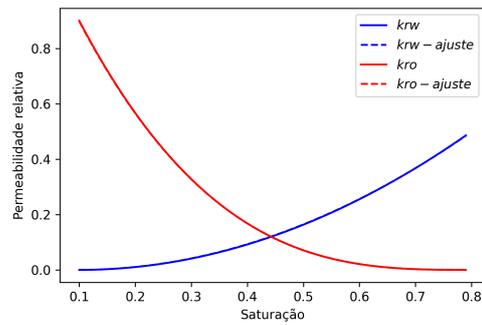
A Tabela 4.14 mostra a comparação entre a quantidade de avaliações de função que foram executados para os três métodos e o seu respectivo tempo de execução. A

Método	Parâmetro	Valor real	Valor ajustado	Erro Relativo (%)
Evolução Diferencial	k_{rw}^0	0,5	0,499	0,222
	k_{ro}^0	0,9	0,898	0,243
	n_w	2,0	1,986	0,698
	n_o	3,0	2,997	0,079
Nelder-Mead	k_{rw}^0	0,5	0,499	0,224
	k_{ro}^0	0,9	0,898	0,243
	n_w	2,0	1,986	0,702
	n_o	3,0	2,998	0,079
Levenberg-Marquardt	k_{rw}^0	0,5	0,499	0,222
	k_{ro}^0	0,9	0,898	0,243
	n_w	2,0	1,986	0,698
	n_o	3,0	2,998	0,079

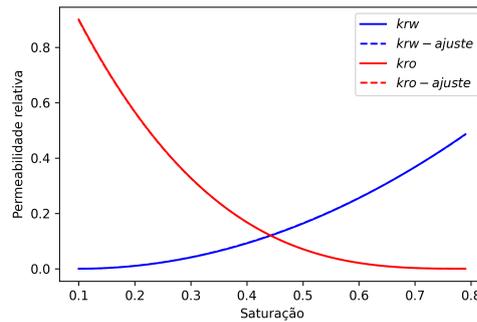
Tabela 4.13: Resultado do ajuste dos parâmetros da permeabilidade relativa de Corey com a função objetivo contendo as curvas de produção e queda de pressão com 1% de ruído aleatório.



(a) Evolução Diferencial



(b) Nelder-Mead



(c) Levenberg-Marquardt

Figura 4.19: Comparação das curvas de permeabilidade relativa da água (k_{rw}) (em azul) e do óleo (k_{ro}) (em vermelho) para cada método com 1% de ruído aleatório: as linhas contínuas representam as curvas geradas com os valores dos parâmetros assumidos e as linhas tracejadas representam o resultado dos parâmetros do ajuste com a função objetivo contendo as curvas de produção e queda de pressão.

Figura 4.22 mostra a evolução da função logarítmica do Qui-Quadrado (χ^2) em relação ao número de avaliações referente a cada método utilizado. Como nos casos em que as

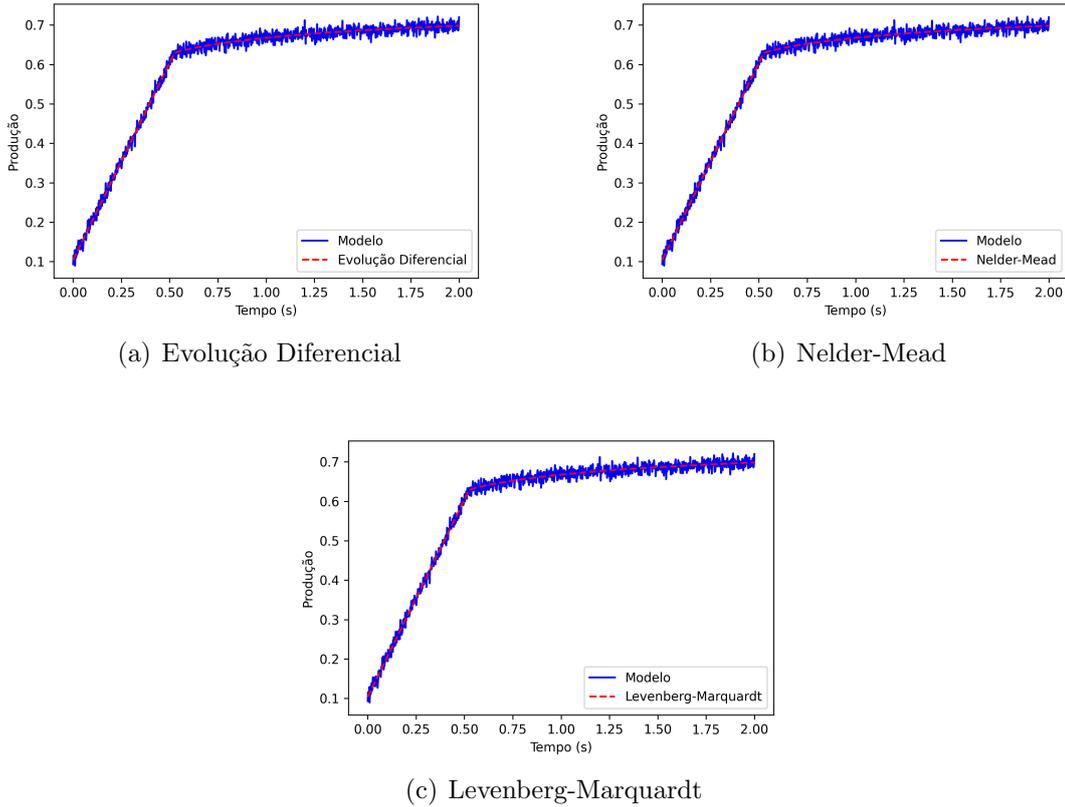


Figura 4.20: Curva de produção com adição de 1% de ruído aleatório em azul e em vermelho o resultado do ajuste utilizando cada um dos métodos (Evolução Diferencial, Nelder-Mead e Levenberg-Marquardt) com a função objetivo contendo as curvas de produção e queda de pressão.

FO1 e FO2 foram utilizadas, os métodos Nelder-Mead e Levenberg-Marquardt convergem mais rapidamente. O algoritmo de Evolução Diferencial realizou mais avaliações da função objetivo, enquanto o algoritmo de Levenberg-Marquardt realizou menos avaliações.

Método	Avaliações de função	Tempo
Evolução Diferencial	2520	02h 44min 11s
Nelder-Mead	491	33min 39s
Levenberg-Marquardt	133	09min 08s

Tabela 4.14: Quantidade de avaliações da função e tempo de execução com a função objetivo contendo as curvas de produção e queda de pressão com 1% de ruído aleatório.

4.3.2 Adição de 3% de ruído aleatório

A Tabela 4.15 exhibe os resultados do ajuste dos parâmetros da permeabilidade relativa de Corey utilizando como função objetivo a Equação 3.12 com 3% de ruído aleatório. A Figura 4.23 mostra a comparação das curvas de permeabilidade relativa da água (k_{rw})

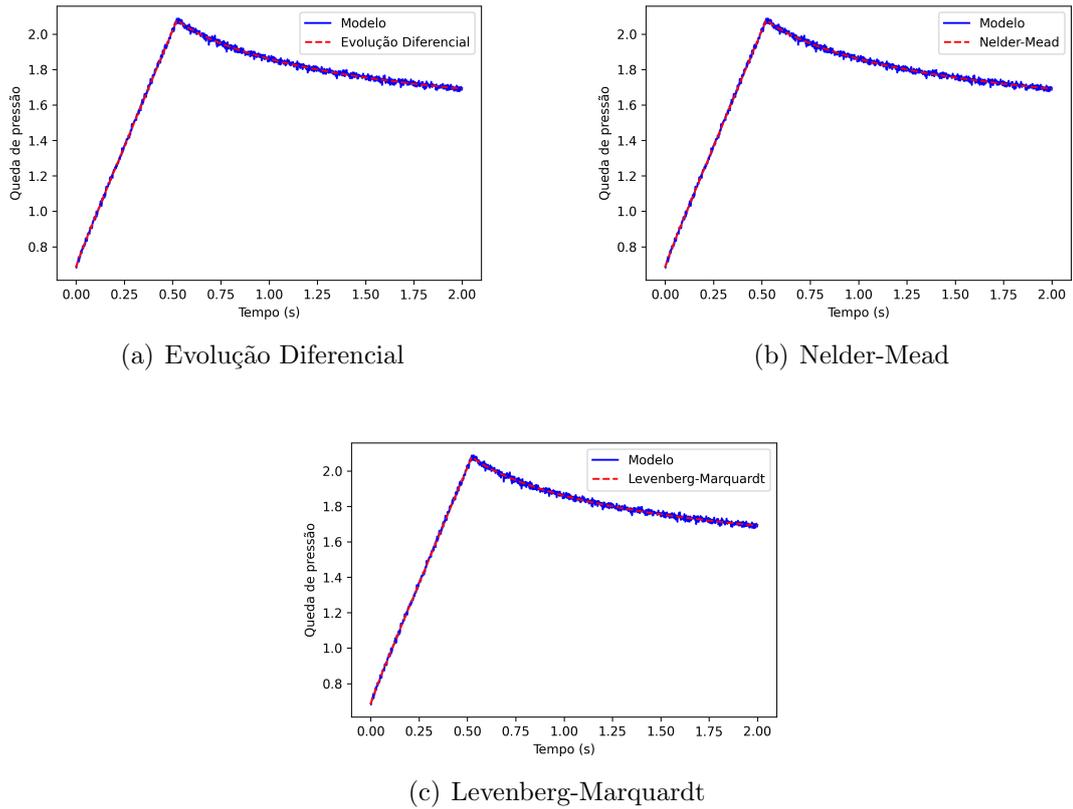


Figura 4.21: Curva de queda de pressão com adição de 1% de ruído aleatório em azul e em vermelho o resultado do ajuste utilizando cada um dos métodos (Evolução Diferencial, Nelder-Mead e Levenberg-Marquardt) com a função objetivo contendo as curvas de produção e queda de pressão.

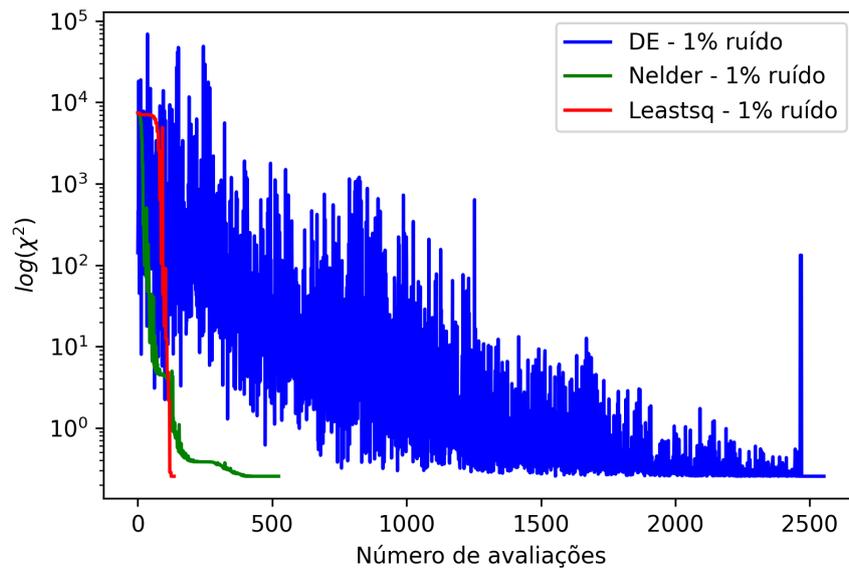


Figura 4.22: Evolução da função logarítmica do Qui-Quadrado (χ^2) em relação ao número de avaliações de função utilizando a FO3 com 1% de ruído aleatório.

(em azul) e do óleo (k_{ro}) (em vermelho) com 3% de ruído aleatório. Novamente, o ajuste foi bem sucedido para todos os métodos, o erro relativo foi um pouco maior do que o caso anterior, pois o ruído adicionado foi maior.

Método	Parâmetro	Valor real	Valor ajustado	Erro Relativo (%)
Evolução Diferencial	k_{rw}^0	0,5	0,497	0,656
	k_{ro}^0	0,9	0,894	0,679
	n_w	2,0	1,958	2,077
	n_o	3,0	2,994	0,196
Nelder-Mead	k_{rw}^0	0,5	0,497	0,656
	k_{ro}^0	0,9	0,894	0,679
	n_w	2,0	1,958	2,077
	n_o	3,0	2,994	0,196
Levenberg-Marquardt	k_{rw}^0	0,5	0,497	0,656
	k_{ro}^0	0,9	0,894	0,679
	n_w	2,0	1,958	2,077
	n_o	3,0	2,994	0,196

Tabela 4.15: Resultado do ajuste dos parâmetros da permeabilidade relativa de Corey com a função objetivo contendo as curvas de produção e queda de pressão com 3% de ruído aleatório.

As Figuras 4.24 e 4.25 apresentam as comparações das curvas de produção e queda de pressão, respectivamente, com adição de 3% de ruído aleatório e o resultado do ajuste. Mais uma vez é possível observar que as curvas de produção e queda de pressão foram bem ajustadas.

A Tabela 4.16 apresenta a comparação entre a quantidade de avaliações de função que foram executados para os três métodos e o seu respectivo tempo de execução. A Figura 4.26 mostra a evolução da função logarítmica do Qui-Quadrado (χ^2) em relação ao número de avaliações referente a cada método utilizado. Como em todos os resultados apresentados anteriormente, os métodos que convergem mais rápido são Nelder-Mead e Levenberg-Marquardt. O algoritmo de Levenberg-Marquardt realiza mais avaliações e gasta menos tempo para realizar a execução, já o algoritmo de Evolução Diferencial gasta mais tempo e realiza mais avaliações.

4.3.3 Adição de 5% de ruído aleatório

A Tabela 4.17 apresenta os resultados do ajuste dos parâmetros da permeabilidade relativa de Corey utilizando como função objetivo a Equação 3.12 com 5% de ruído aleatório. A

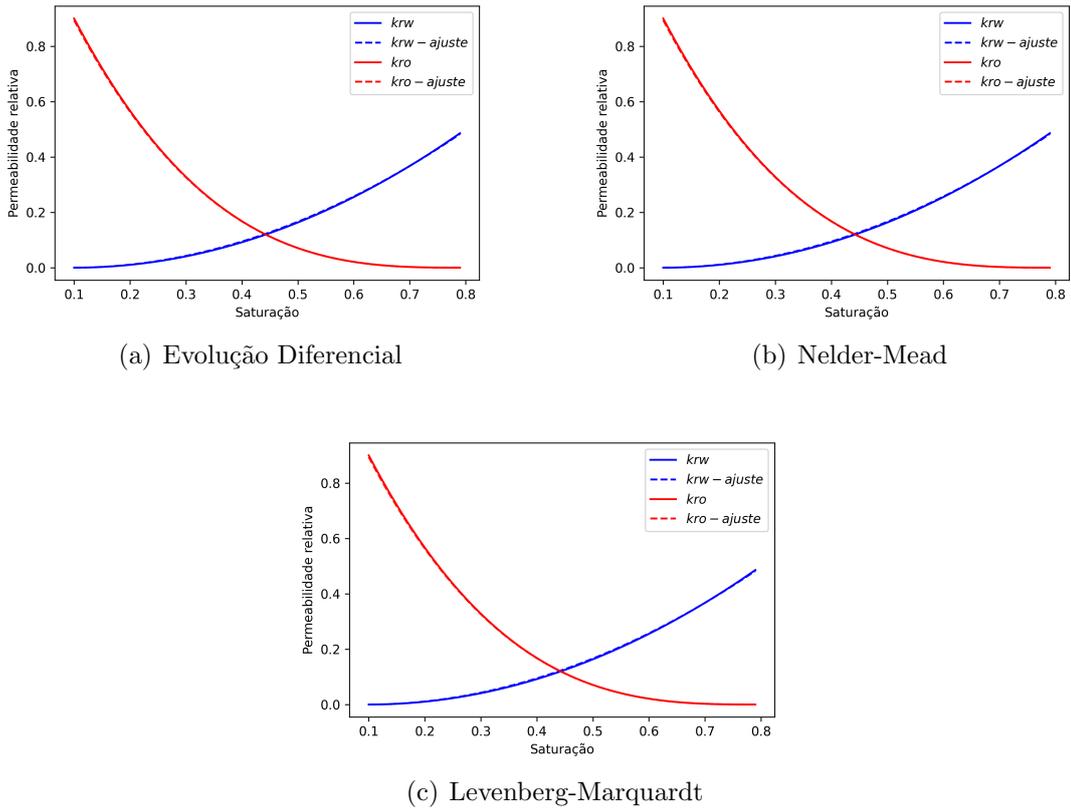


Figura 4.23: Comparação das curvas de permeabilidade relativa da água (k_{rw}) (em azul) e do óleo (k_{ro}) (em vermelho) para cada método com 3% de ruído aleatório: as linhas contínuas representam as curvas geradas com os valores dos parâmetros assumidos e as linhas tracejadas representam o resultado dos parâmetros do ajuste com a função objetivo contendo as curvas de produção e queda de pressão.

Método	Avaliações de função	Tempo
Evolução Diferencial	2290	02h 30min 48s
Nelder-Mead	444	29min 58s
Levenberg-Marquardt	91	05min 51s

Tabela 4.16: Quantidade de avaliações da função e tempo de execução com a função objetivo contendo as curvas de produção e queda de pressão com 3% de ruído aleatório.

Figura 4.27 mostra a comparação das curvas de permeabilidade relativa da água (k_{rw}) (em azul) e do óleo (k_{ro}) (em vermelho) com 5% de ruído aleatório. Como o ruído é maior, os erros relativos são maiores em comparação com os resultados com ruídos menores, mas o ajuste dos parâmetro considerando o ruído foi bem sucedido. A FO2 obteve o mesmo desempenho do que a FO3, mas o erro relativo com a FO3 foi um pouco maior.

As Figuras 4.28 e 4.29 apresentam a comparação das curvas de produção e queda de pressão com adição de 5% de ruído aleatório e o resultado do ajuste, ambas as curvas foram bem ajustadas.

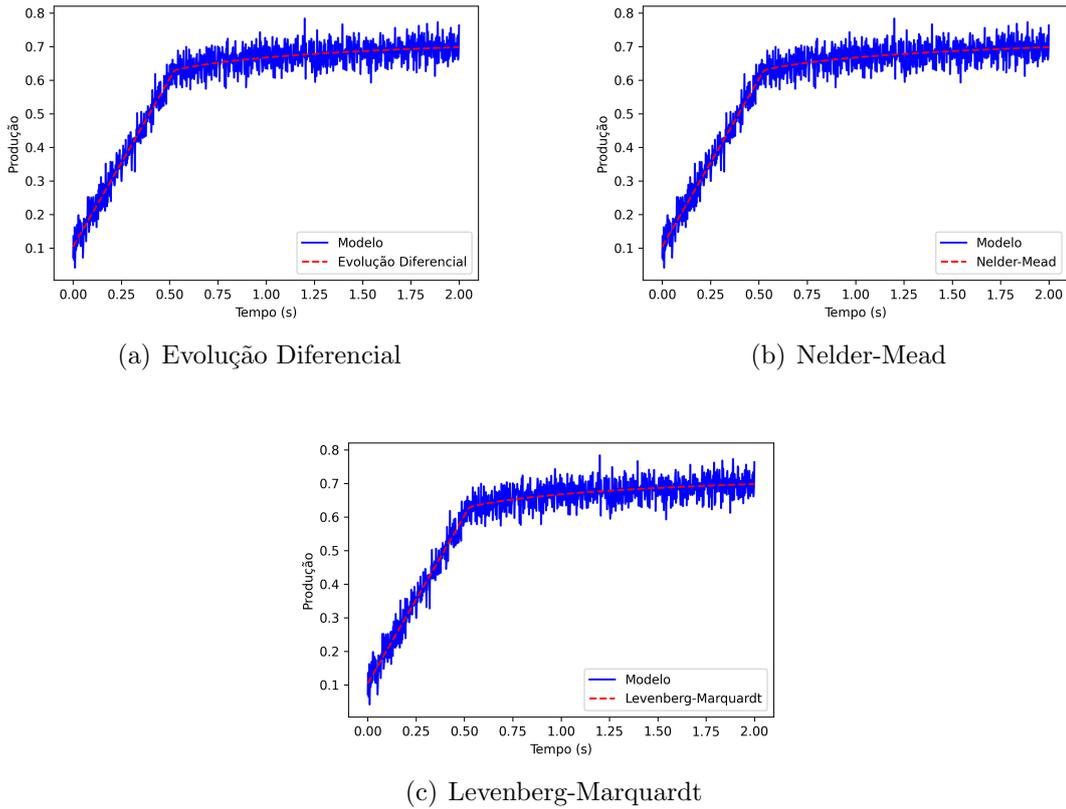


Figura 4.24: Curva de produção com adição de 3% de ruído aleatório em azul e em vermelho o resultado do ajuste utilizando cada um dos métodos (Evolução Diferencial, Nelder-Mead e Levenberg-Marquardt) com a função objetivo contendo as curvas de produção e queda de pressão.

Método	Parâmetro	Valor real	Valor ajustado	Erro Relativo (%)
Evolução Diferencial	k_{rw}^0	0,5	0,495	1,075
	k_{ro}^0	0,9	0,890	1,055
	n_w	2,0	1,931	3,440
	n_o	3,0	2,992	0,258
Nelder-Mead	k_{rw}^0	0,5	0,495	1,075
	k_{ro}^0	0,9	0,890	1,054
	n_w	2,0	1,931	3,441
	n_o	3,0	2,992	0,258
Levenberg-Marquardt	k_{rw}^0	0,5	0,495	1,075
	k_{ro}^0	0,9	0,890	1,054
	n_w	2,0	1,931	3,439
	n_o	3,0	2,992	0,2584

Tabela 4.17: Resultado do ajuste dos parâmetros da permeabilidade relativa de Corey com a função objetivo contendo as curvas de produção e queda de pressão com 5% de ruído aleatório.

A Tabela 4.18 apresenta a comparação entre a quantidade de avaliações de função que foram executados para os três métodos e o seu respectivo tempo de execução. A Figura 4.30 mostra a evolução da função logarítmica do Qui-Quadrado (χ^2) em relação ao número

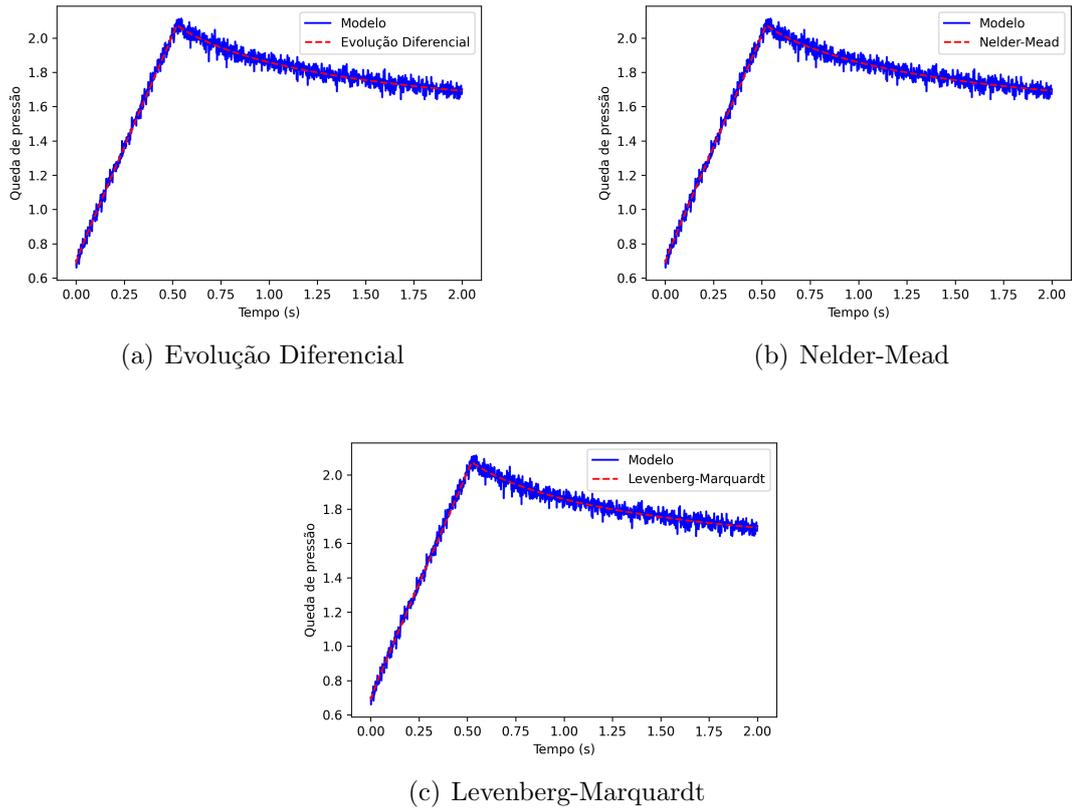


Figura 4.25: Curva de queda de pressão com adição de 3% de ruído aleatório em azul e em vermelho o resultado do ajuste utilizando cada um dos métodos (Evolução Diferencial, Nelder-Mead e Levenberg-Marquardt) com a função objetivo as curvas de produção e queda de pressão.

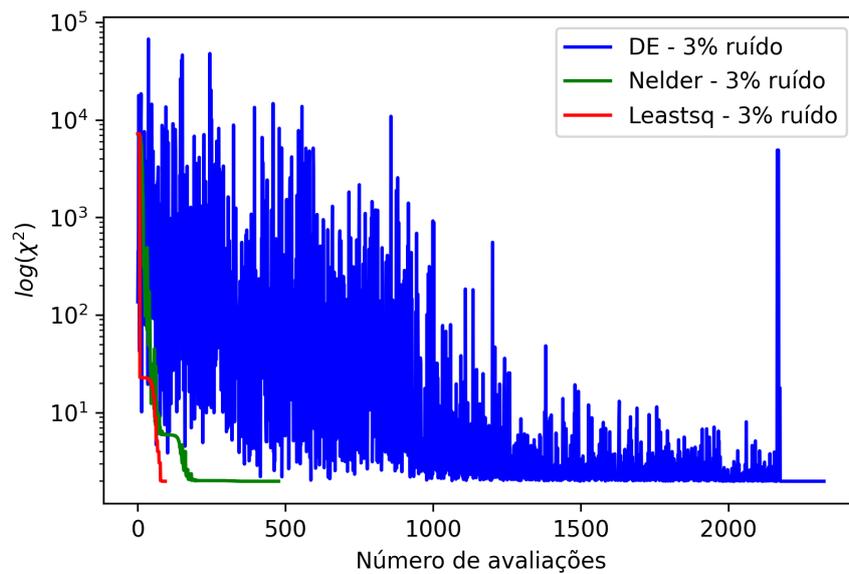


Figura 4.26: Evolução da função logarítmica do Qui-Quadrado (χ^2) em relação ao número de avaliações de função utilizando a FO3 com 3% de ruído aleatório.

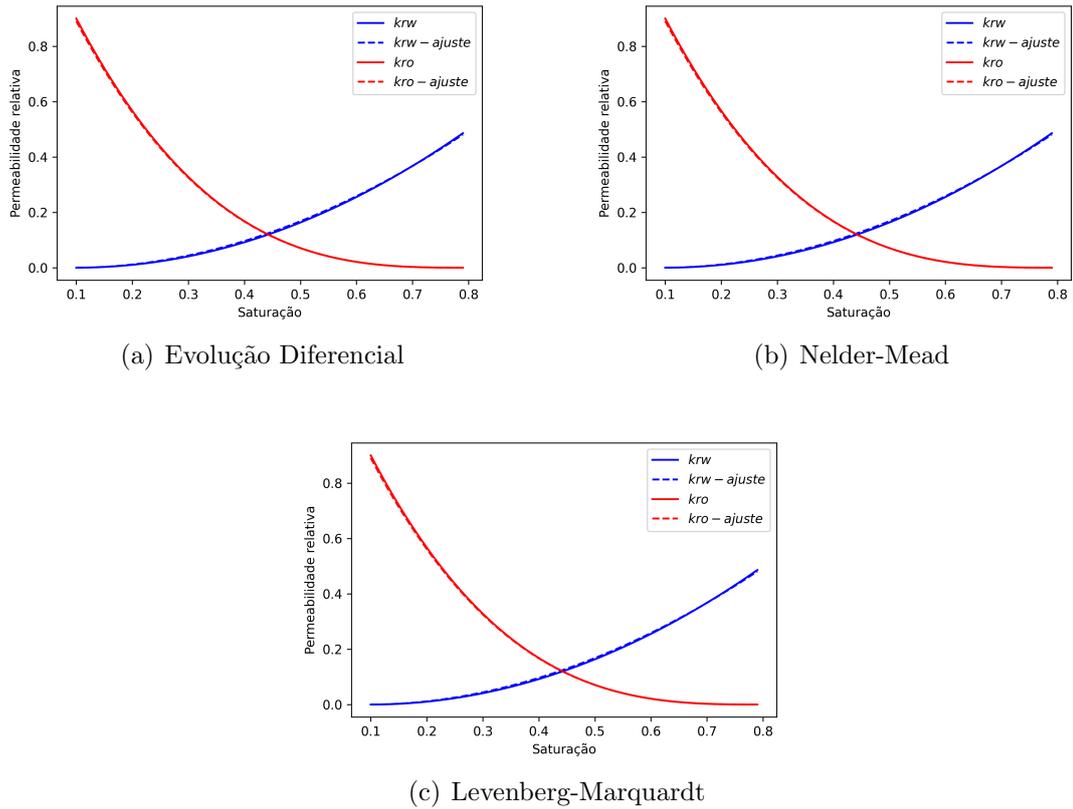


Figura 4.27: Comparação das curvas de permeabilidade relativa da água (k_{rw}) (em azul) e do óleo (k_{ro}) (em vermelho) para cada método com 5% de ruído aleatório: as linhas contínuas representam as curvas geradas com os valores dos parâmetros assumidos e as linhas tracejadas representam o resultado dos parâmetros do ajuste com a função objetivo contendo as curvas de produção e queda de pressão.

de avaliações referente a cada método utilizado. Mais uma vez, os métodos Nelder-Mead e Levenberg-Marquardt convergiram mais rápido. O algoritmo de Levenberg-Marquardt realizou uma quantidade menor de avaliações da função objetivo e gastou menos tempo de execução, já algoritmo de Evolução Diferencial realizou mais avaliações da função objetivo.

Método	Avaliações de função	Tempo
Evolução Diferencial	1955	02h 07min 27s
Nelder-Mead	485	32min 16s
Levenberg-Marquardt	134	09min 46s

Tabela 4.18: Quantidade de avaliações da função e tempo de execução com a função objetivo contendo as curvas de produção e queda de pressão com 5% de ruído aleatório.

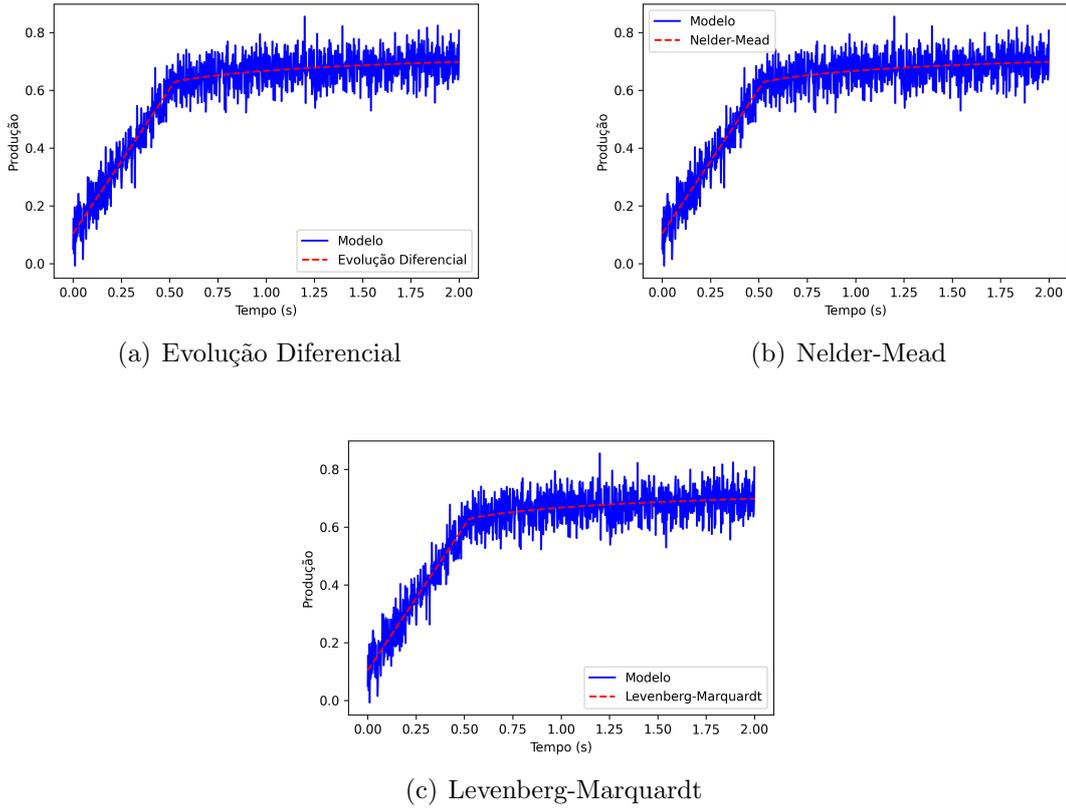


Figura 4.28: Curva de produção com adição de 5% de ruído aleatório em azul e em vermelho o resultado do ajuste utilizando cada um dos métodos (Evolução Diferencial, Nelder-Mead e Levenberg-Marquardt) com a função objetivo contendo as curvas de produção e queda de pressão.

4.4 Comparativo dos Resultados

Para uma melhor visualização, a Tabela 4.19 mostra um resumo com todos os resultados obtidos anteriormente, para isto foi calculado o erro RMS definido pela Equação 4.1, em que y representa o vetor de parâmetros ajustado e \hat{y} o vetor com o valor real dos parâmetros. A FO1 apresentou maiores valores de erro, enquanto a FO2 apresentou os menores. Para ruídos menores (1% e 3%), o método Levenberg-Marquardt para a FO1 apresentou melhores resultados, já com o ruído maior (5%) para a FO1 o método Nelder-Mead foi o melhor. Utilizando tanto a FO2 quanto a FO3 todos os métodos apresentaram mesmo desempenho.

$$RMS = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^N (\hat{y}_i)^2}} \quad (4.1)$$

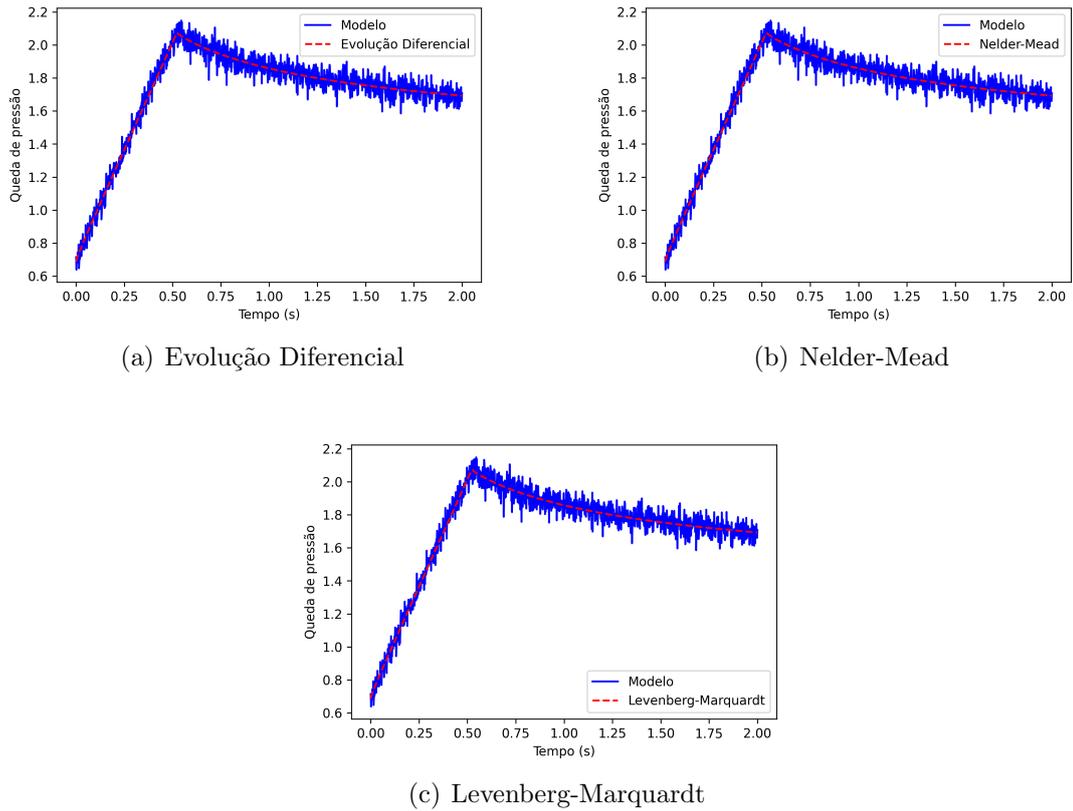


Figura 4.29: Curva de queda de pressão com adição de 5% de ruído aleatório em azul e em vermelho o resultado do ajuste utilizando cada um dos métodos (Evolução Diferencial, Nelder-Mead e Levenberg-Marquardt) com a função objetivo contendo as curvas de produção e queda de pressão.

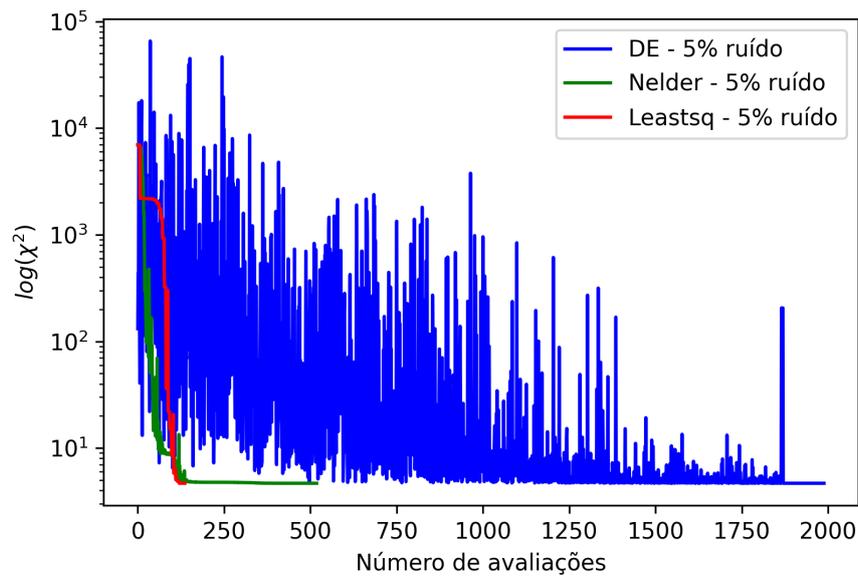


Figura 4.30: Evolução da função logarítmica do Qui-Quadrado (χ^2) em relação ao número de avaliações de função utilizando a FO3 com 5% de ruído aleatório.

Ruído	Função Objetivo	Método	Erro RMS (%)
1%	FO1	Evolução Diferencial	19,605
		Nelder-Mead	22,051
		Levenberg-Marquardt	14,468
	FO2	Evolução Diferencial	0,383
		Nelder-Mead	0,383
		Levenberg-Marquardt	0,383
	FO3	Evolução Diferencial	0,382
		Nelder-Mead	0,382
		Levenberg-Marquardt	0,382
3%	FO1	Evolução Diferencial	24,716
		Nelder-Mead	20,118
		Levenberg-Marquardt	14,328
	FO2	Evolução Diferencial	0,947
		Nelder-Mead	0,947
		Levenberg-Marquardt	0,947
	FO3	Evolução Diferencial	1,146
		Nelder-Mead	1,146
		Levenberg-Marquardt	1,146
5%	FO1	Evolução Diferencial	20,772
		Nelder-Mead	19,275
		Levenberg-Marquardt	22,023
	FO2	Evolução Diferencial	1,394
		Nelder-Mead	1,394
		Levenberg-Marquardt	1,394
	FO3	Evolução Diferencial	1,876
		Nelder-Mead	1,876
		Levenberg-Marquardt	1,876

Tabela 4.19: Erro RMS.

5 Discussões

Na capítulo anterior foi visto que a função objetivo considerando apenas a função de produção não desempenhou um bom ajuste para os métodos de Evolução Diferencial e Nelder-Mead. Entretanto, utilizando o método Levenberg-Marquardt foi possível ver a curva de permeabilidade sendo bem ajustada com adição de 1 e 3% de ruído aleatório. Como algoritmo de Levenberg-Marquardt necessita de uma condição inicial para ser executado, esta escolha pode ter influenciado no resultado.

A maioria dos algoritmos de minimização, convergem para o mínimo mais próximo da estimativa inicial dos parâmetros do modelo. As Figuras 5.1, 5.2, 5.3 mostram projeções das funções objetivo contendo apenas produção, apenas queda de pressão e com produção e queda de pressão, respectivamente, nos planos de parâmetros dois a dois. Através destas projeções foi possível ver que existe apenas um mínimo global, logo o algoritmo tende a convergir para ele.

Outro ponto observado é que as projeções da FO1 são bem diferentes das projeções da FO2. Em particular, a FO1 (Figura 5.1) apresenta topologias parecidas com curva de nível de uma calha, como exceção da projeção de n_o e k_{rw}^0 que parece com uma curva de nível de uma parabolóide. Já a FO2 (Figura 5.2) apresenta topologias parecidas com a curva de nível da mistura de calha com elipsoide, o que indica que a função objetivo contendo apenas a curva de queda de pressão ajusta os parâmetros mais facilmente do que utilizando apenas a curva de produção. Para a FO3 (Figura 5.3) as imagens são melhores, uma vez que é mais fácil de observar o mínimo global, apesar desta função objetivo não ter obtido o melhor resultado, já que a FO2 apresentou erro relativo menor.

A função objetivo contendo apenas a curva de queda de pressão apresentou melhores resultados em comparação com a função objetivo que considera apenas a curva de produção. Para investigar o motivo deste fato ocorrer, foi feita uma análise de sensibilidade, onde as curvas de produção e queda de pressão foram geradas variando cada um dos parâmetros da permeabilidade relativa, como é mostrado nas Figuras 5.4 e 5.5.

Com a FO1 utilizando o método de Levenberg-Marquardt, os menores erros rela-

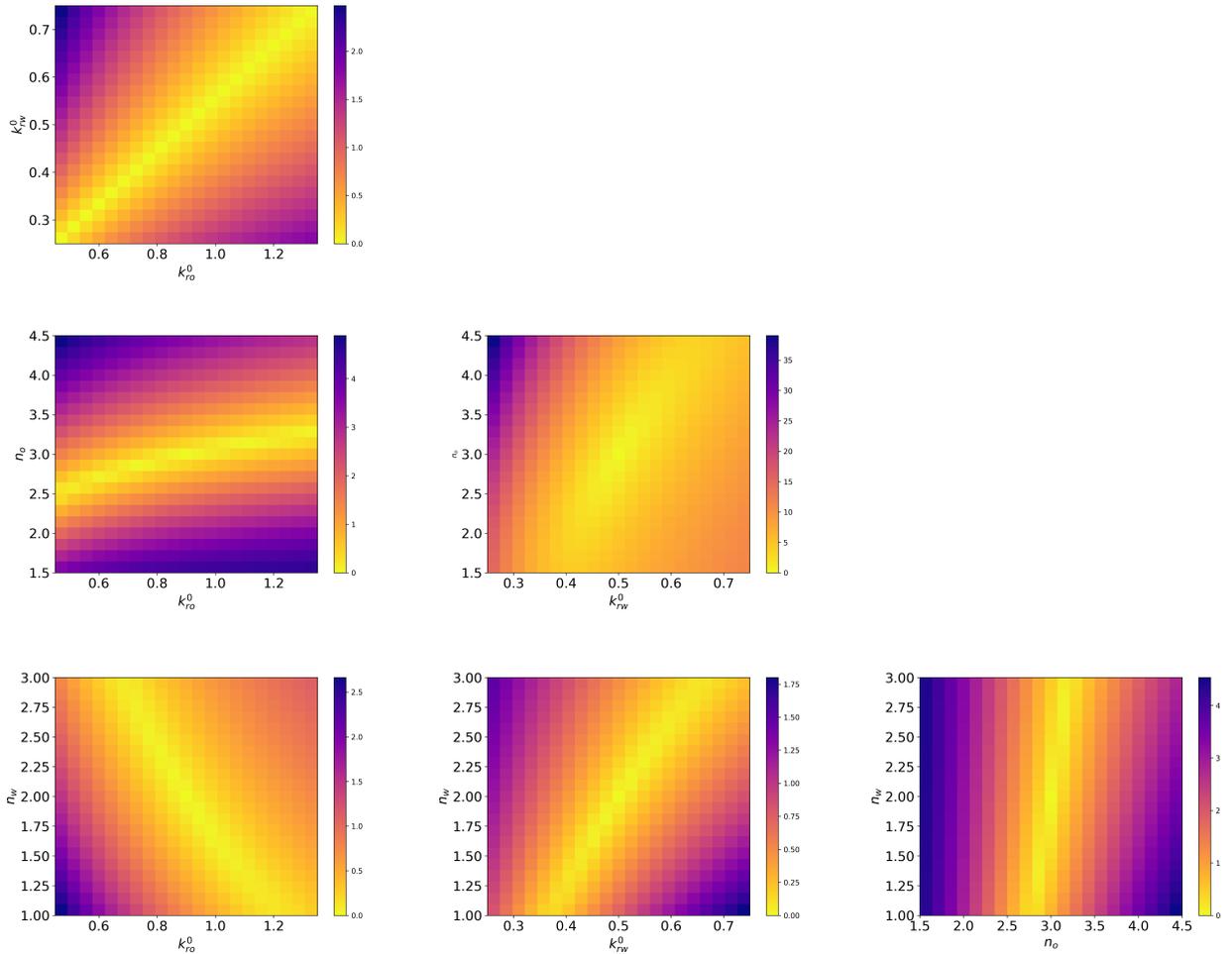


Figura 5.1: Projeções da função objetivo contendo apenas produção (FO1) nos planos de parâmetros dois a dois.

tivos foram encontrados no ajuste dos parâmetros k_{ro}^0 e n_o , que são os que possuem maior variação na Figura 5.4, logo estes são os parâmetros mais fáceis de serem ajustados. Já com a FO2 utilizando todos os métodos, o maior erro relativo foi encontrado no parâmetro n_w , que é um dos parâmetros que possui menor variação na Figura 5.5.

Para a curva de produção (Figura 5.4) no tempos iniciais praticamente não há mudança na curva. A partir do *breakthrough* (momento onde a primeira quantia de água injetada no reservatório começa então a ser produzida, também, com o óleo) é possível visualizar uma pequena alteração nas curvas. Já a curva de queda de pressão (Figura 5.5) obteve uma significativa alteração com a variação de todos os parâmetros. Este pode ser o motivo da função objetivo contendo apenas a produção não ter executado um bom ajuste, uma vez que são adicionados ruídos e como não há muita variação da curva, o ajuste não é feito da melhor maneira.

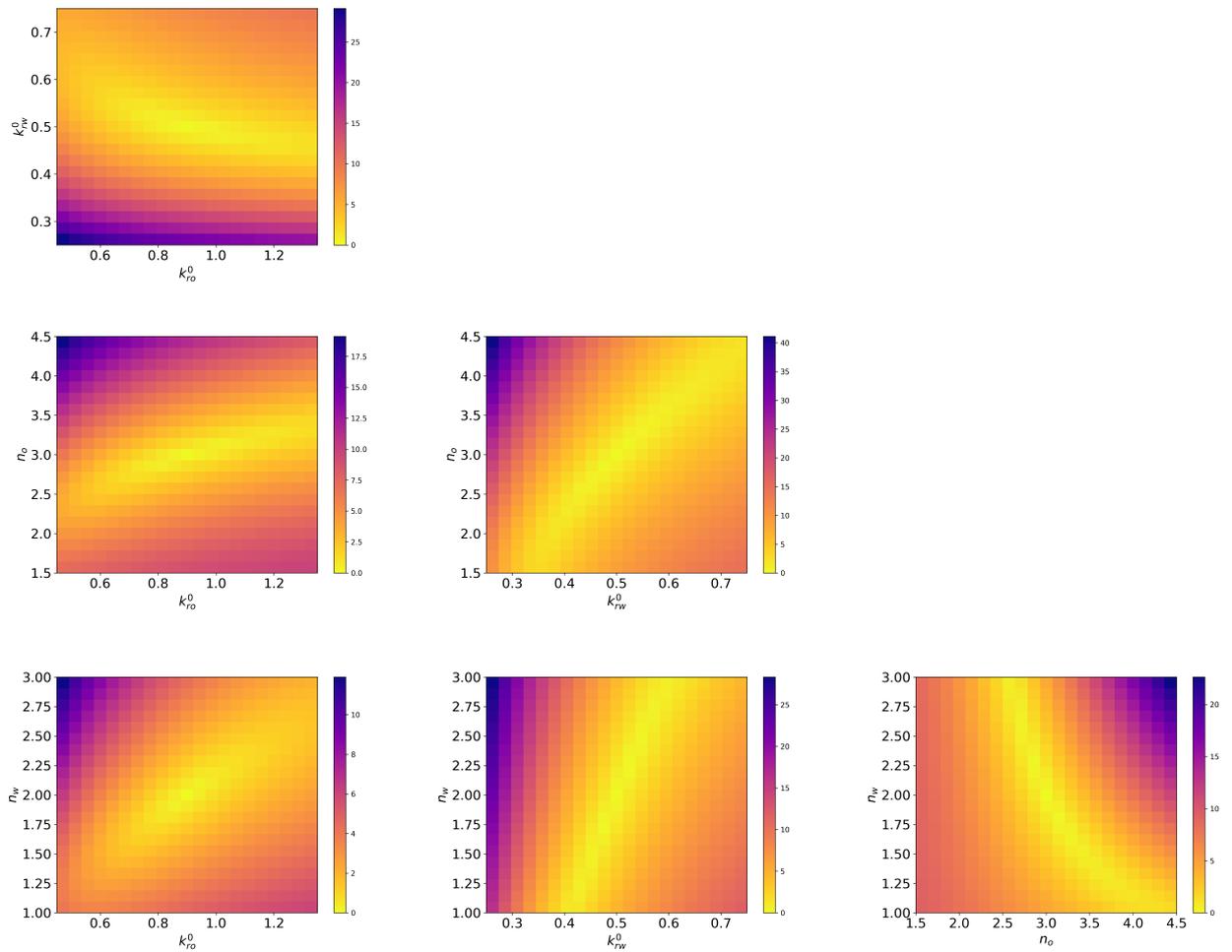


Figura 5.2: Projeções da função objetivo contendo apenas queda de pressão (FO2) nos planos de parâmetros dois a dois.

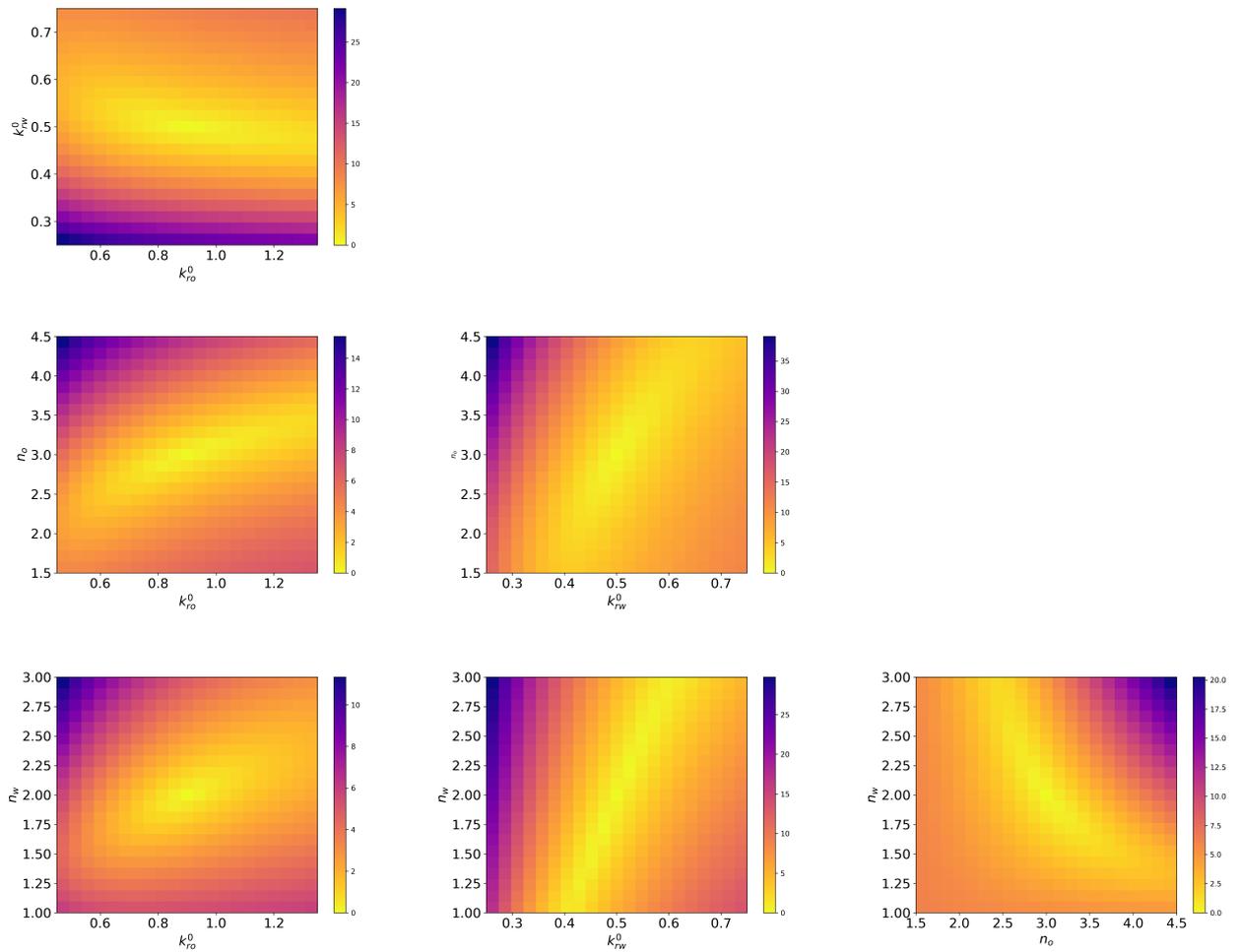


Figura 5.3: Projeções da função objetivo contendo produção e queda de pressão (FO3) nos planos de parâmetros dois a dois.

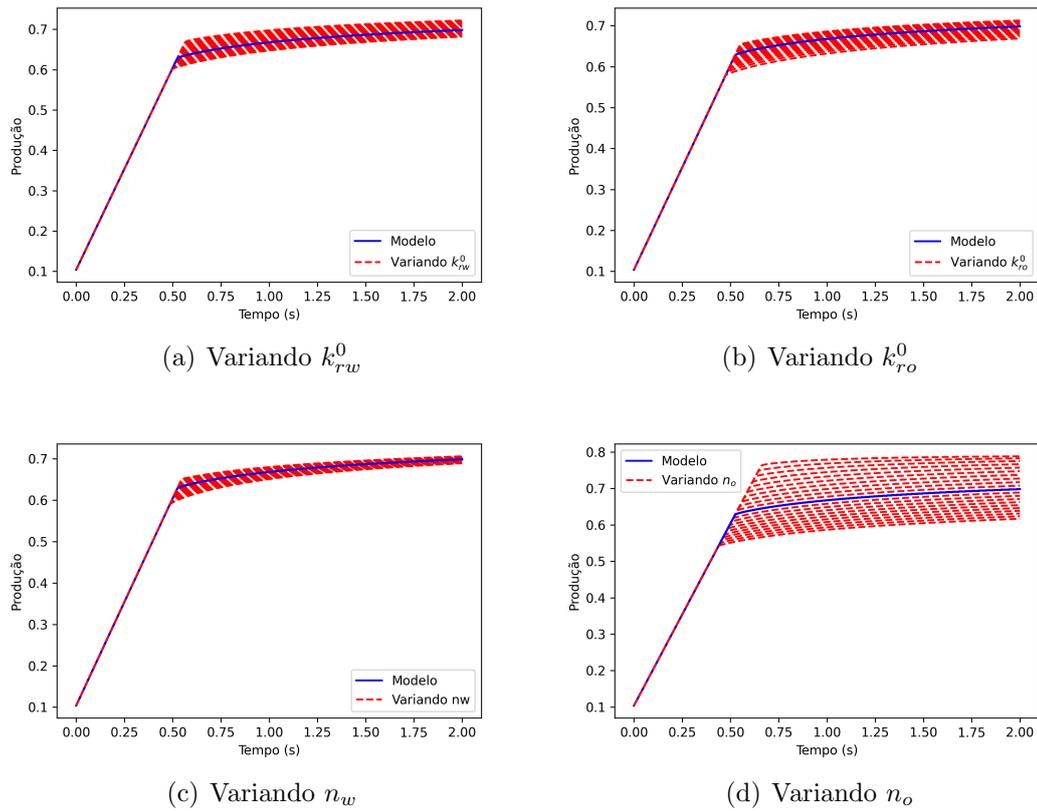


Figura 5.4: Curva de produção variando os parâmetros da permeabilidade relativa.

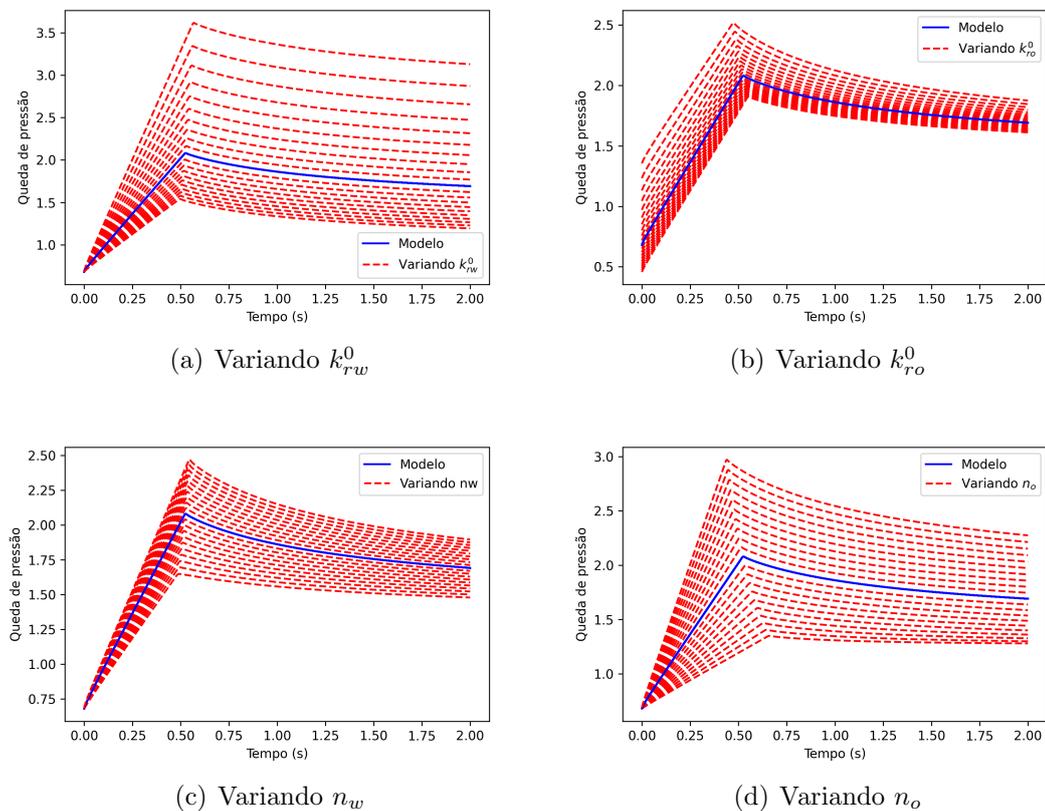


Figura 5.5: Curva de queda de pressão variando os parâmetros da permeabilidade relativa.

6 Conclusões

As permeabilidades relativas são parâmetros muito importantes na indústria petrolífera, o ajuste preciso desse modelo é considerado muito importante. Neste trabalho foi considerado um escoamento bifásico em meios porosos levando em conta a dinâmica água-óleo no reservatório, para isso foi utilizado o modelo matemático de Buckley-Leverett para descrever o fenômeno.

Para realização do ajuste foi utilizado os algoritmos de Evolução Diferencial, Nelder-Mead e Levenberg-Marquardt do pacote *lmfit* do Python. Foram estudadas três funções objetivos, com ruídos de 1, 3 e 5%, a primeira considerava apenas a curva de produção para realização do ajuste, a segunda somente a curva de queda de pressão e a terceira tanto a curva de produção quanto a curva de queda de pressão.

Os resultados mostram que o ajuste utilizando somente a função objetivo contendo a curva de produção não obteve resultado satisfatório com os métodos de Evolução Diferencial e Nelder-Mead, uma vez que o ajuste da curva de permeabilidade relativa de Corey não foi bem sucedido. Já utilizando as funções objetivo considerando somente a queda de pressão e considerando tanto a produção quanto a queda de pressão, os ajustes foram bem sucedidos, independentemente do método utilizado, mostrando então que a curva de queda de pressão é essencial para o ajuste dos parâmetros. Além disso o método de Levenberg-Marquardt realiza menos avaliações na função objetivo e gasta conseqüente menos tempo de execução, enquanto o método de Evolução Diferencial realiza mais avaliações e mais tempo. Logo, o método utilizado por (BERG; UNSAL; DIJK, 2021) (Levenberg-Marquardt) é o melhor.

6.1 Trabalhos Futuros

Alguns aspectos acabaram não sendo o foco de estudo durante o desenvolvimento, mas podem ser abordados em trabalhos futuros. Pode ser feita a avaliação da presença de mínimos locais nas projeções das funções objetivo. Além disso, este experimento pode ser

realizado com diferentes vazões.

Bibliografia

- AFZALI, S.; REZAEI, N.; ZENDEHBOUDI, S. A comprehensive review on enhanced oil recovery by water alternating gas (wag) injection. *Fuel*, v. 227, p. 218–246, 2018. ISSN 0016-2361. Disponível em: [⟨https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0016236118306380⟩](https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0016236118306380).
- ASHOORI, E.; MARCHESIN, D.; ROSSEN, W. Roles of transient and local equilibrium foam behavior in porous media – traveling wave. *Colloids and Surfaces A-physicochemical and Engineering Aspects - COLLOID SURFACE A*, v. 377, p. 228–242, 03 2011.
- BAGREZAIE, M. A.; POURAFSHARY, P.; GERAMI, S. Study of different water alternating carbon dioxide injection methods in various injection patterns in an iranian non fractured carbonate reservoir. In: . [S.l.: s.n.], 2014. v. 2.
- BEAR, J. *Modeling Phenomena of Flow and Transport in Porous Media*. [S.l.]: Springer International Publishing, 2018. (Theory and Applications of Transport in Porous Media).
- BERG, S.; UNSAL, E.; DIJK, H. Non-uniqueness and uncertainty quantification of relative permeability measurements by inverse modelling. *Computers and Geotechnics*, v. 132, p. 103964, 2021. ISSN 0266-352X. Disponível em: [⟨https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0266352X20305279⟩](https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0266352X20305279).
- BUCKLEY, S. E.; LEVERETT, M. C. Mechanism of fluid displacement in sands. *Transactions of the AIME*, Society of Petroleum Engineers, v. 146, 1942.
- CHEN, Z.; HUAN, G.; MA, Y. *Computational Methods for Multiphase Flows in Porous Media*. 1. ed. Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics, 2006. (Computational Science and Engineering).
- COREY, A. T. The interrelation between gas and oil relative permeabilities. *Producers monthly*, v. 19, n. 1, p. 38–41, 1954.
- DARCY, H. *Les fontaines publiques de la ville de Dijon*. [S.l.]: Dalmont, 1856.
- HARMONY, I. *Relative Permeability*. 2020. Disponível em: [⟨https://www.ihsenergy.ca/support/documentation_ca/Harmony/content/html_files/reference_material/general_concepts/relative_permeability.htm⟩](https://www.ihsenergy.ca/support/documentation_ca/Harmony/content/html_files/reference_material/general_concepts/relative_permeability.htm).
- HEMATPUR, H. et al. Foam flow in porous media: Concepts, models and challenges. *Journal of Natural Gas Science and Engineering*, v. 53, p. 163–180, 2018. ISSN 1875-5100. Disponível em: [⟨https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1875510018300878⟩](https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1875510018300878).
- LEVEQUE, R. J. *Finite Volume Methods for Hyperbolic Problems*. [S.l.]: Cambridge University Press, 2022.
- LOMELAND, F.; EBELTOFT, E.; THOMAS, W. H. A new versatile relative permeability correlation. In: *Proceedings of the International Symposium of the Society of Core Analysts*. [S.l.: s.n.], 2005. Paper SCA2005-32.

MOGHADASI, L. et al. Interpretation of two-phase relative permeability curves through multiple formulations and model quality criteria. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, v. 135, 10 2015.

MORÉ, J. J. The levenberg-marquardt algorithm: Implementation and theory. In: WATSON, G. A. (Ed.). *Numerical Analysis*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 1978. p. 105–116. ISBN 978-3-540-35972-2.

MUSKAT, M.; MERES, M. W. The flow of heterogeneous fluids through porous media. *Physics*, v. 7, p. 346–363, 1936.

NELDER, J. A.; MEAD, R. A Simplex Method for Function Minimization. *The Computer Journal*, v. 7, n. 4, p. 308–313, 01 1965. ISSN 0010-4620. Disponível em: <https://doi.org/10.1093/comjnl/7.4.308>.

NEWVILLE, M. et al. *LMFIT: Non-Linear Least-Square Minimization and Curve-Fitting for Python*. Zenodo, 2014. Disponível em: <https://doi.org/10.5281/zenodo.11813>.

ROSSUM, G. V.; DRAKE, F. L. *Python 3 Reference Manual*. Scotts Valley, CA: CreateSpace, 2009. ISBN 1441412697.

STORN, R.; PRICE, K. Differential evolution - a simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces. *Journal of Global Optimization*, v. 11, p. 341–359, 01 1997.

SWANSON, R.; TURKEL, E. On central-difference and upwind schemes. *Journal of Computational Physics*, v. 101, n. 2, p. 292–306, 1992. ISSN 0021-9991. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/002199919290007L>.

THORAT, R.; BRUINING, H. Foam flow experiments. i. estimation of the bubble generation-coalescence function. *Transport in Porous Media*, v. 112, 03 2016.

VIRTANEN, P. et al. SciPy 1.0: Fundamental Algorithms for Scientific Computing in Python. *Nature Methods*, v. 17, p. 261–272, 2020.

WILLMAN, B. et al. Laboratory Studies of Oil Recovery by Steam Injection. *Journal of Petroleum Technology*, v. 13, n. 07, p. 681–690, 07 1961. ISSN 0149-2136. Disponível em: <https://doi.org/10.2118/1537-G-PA>.