

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA**  
**FACULDADE DE ENGENHARIA**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MODELAGEM**  
**COMPUTACIONAL**

**Evelyn Aparecida de Oliveira**

**Modelagem Computacional do contato oclusal: análise paramétrica do desgaste de superfície rugosa sob carregamento cíclico**

Juiz de Fora  
2023

Evelyn Aparecida de Oliveira

**Modelagem Computacional do contato oclusal: análise paramétrica do  
desgaste de superfície rugosa sob carregamento cíclico**

Tese apresentada ao Programa de Pós-graduação em Modelagem Computacional, da Universidade Federal de Juiz de Fora como requisito parcial à obtenção do grau de Doutor em Modelagem Computacional.

Orientador: Profa. D.Sc. Flávia de Souza Bastos

Coorientador: Prof. D.Sc. Leonardo Goliatt da Fonseca

Juiz de Fora

2023

Ficha catalográfica elaborada através do programa de geração automática da Biblioteca Universitária da UFJF, com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

Aparecida de Oliveira, Evelyn.

Modelagem Computacional do contato oclusal: análise paramétrica do desgaste de superfície rugosa sob carregamento cíclico / Evelyn Aparecida de Oliveira. -- 2023.

129 p.

Orientador: Flávia de Souza Bastos

Coorientador: Leonardo Goliatt da Fonseca

Tese (doutorado) - Universidade Federal de Juiz de Fora, Faculdade de Engenharia. Programa de Pós-Graduação em Modelagem Computacional, 2023.

1. Desgaste Dentário. 2. Abaqus. 3. Dureza Superficial. 4. Modelagem Cíclica. 5. Análise Paramétrica. I. de Souza Bastos, Flávia, orient. II. Goliatt da Fonseca, Leonardo, coorient. III. Título.

**Evelyn Aparecida de Oliveira**

**Modelagem Computacional do contato oclusal: análise paramétrica do desgaste de superfície rugosa sob carregamento cíclico**

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Modelagem Computacional da Universidade Federal de Juiz de Fora como requisito parcial à obtenção do título de Doutora em Modelagem Computacional. Área de concentração: Modelagem Computacional.

Aprovada em 25 de agosto de 2023.

**BANCA EXAMINADORA**

**Profª Drª Flávia de Souza Bastos** - Orientadora

Universidade Federal de Juiz de Fora

**Prof. Dr. Leonardo Goliatt da Fonseca** - Coorientador

Universidade Federal de Juiz de Fora

**Profª Drª Patricia Habib Hallak**

Universidade Federal de Juiz de Fora

**Prof. Dr. Rodrigo Weber dos Santos**

Universidade Federal de Juiz de Fora

**Prof. Dr. Estevam Barbosa de Las Casas**

Universidade Federal de Minas Gerais

**Profª Drª Cíntia Tereza Pimenta Araújo**

Juiz de Fora, 18/07/2023.



Documento assinado eletronicamente por **Cintia Tereza Plmenta de Araújo, Usuário Externo**, em 28/08/2023, às 18:51, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **estevam barbosa de Las Casas, Usuário Externo**, em 30/08/2023, às 11:37, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Leonardo Goliatt da Fonseca, Professor(a)**, em 30/08/2023, às 12:55, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Flavia de Souza Bastos, Professor(a)**, em 31/08/2023, às 14:10, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Rodrigo Weber dos Santos, Professor(a)**, em 05/09/2023, às 11:18, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Patricia Habib Hallak, Professor(a)**, em 05/09/2023, às 13:44, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no Portal do SEI-Ufjf ([www2.ufjf.br/SEI](http://www2.ufjf.br/SEI)) através do ícone Conferência de Documentos, informando o código verificador **1371744** e o código CRC **D650DDDC**.

*Dedico este trabalho à minha  
família.*

## AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar, agradeço à Deus. Ele, cuidadosamente, me cercou de pessoas que me motivaram a sempre buscar a evolução. Hoje estou prestes a concluir mais uma importante etapa, me orgulho do processo. "Deus é bom o tempo todo."

Agradeço aos meus pais, Ângela e João Batista, por se esforçarem para que hoje eu possa estar, neste momento, escrevendo o texto de agradecimento da minha tese. Há alguns anos atrás, talvez esse último trecho seria algo inimaginável ou, pelo menos, fora do fluxo comum dentro da minha realidade. Porém, meus pais sempre apoiaram minhas ideias e, mais que isso as tornaram possíveis. Mãe, pai, eu agradeço imensamente pelo apoio incondicional, pelo amor que vocês sempre depositaram em mim, no final das contas é isso que vale. Amo vocês! Obrigada. Agradeço à minha tia Ana pelo acolhimento, carinho e toda ajuda, não só neste período, mas desde que nasci. Te amo, tia.

Agradeço aos meus irmãos de sangue, Léo e Evandro, vocês tornam os meus dias mais alegres e, principalmente, me dão segurança para que eu possa buscar alcançar meus objetivos, com a certeza que vocês sempre estarão por perto. É como eu digo: "vai ser sempre nós três". À minha irmã de alma, Tati Bonfá, expresso minha profunda gratidão pela companhia diária, mesmo estando distantes fisicamente. Seu apoio incondicional e palavras de motivação foram como um impulso que me deu forças para chegar até este momento.

Agradeço à minha orientadora, Flávia de Souza Bastos, pelos ensinamentos, dedicação e paciência nesses mais de 14 anos de parceria. Você sempre confiou na minha capacidade, às vezes, quando eu mesma não confiava. Sem você, o caminho com certeza seria mais árduo, Flávia. Obrigada! Agradeço também o apoio do meu coorientador, Leonardo Goliatt da Fonseca, pelos esclarecimentos, pelo aprendizado e pela disponibilidade, não só durante o período do doutorado, mas também durante os anos de mestrado.

Desde que iniciei minha carreira acadêmica, tive a oportunidade de conhecer e fazer amizade com muitas pessoas especiais, e cada uma delas desempenhou um papel fundamental em minha jornada até aqui. No entanto, seria injusto não expressar minha gratidão de forma especial ao Gustavo Montes Novaes. Amigo, você me apoia, me ajuda e me aconselha. Que bom que Deus cruzou nossos caminhos e nos apresentou. Tudo bem que foi passando aperto nas disciplinas do ICE, principalmente Cálculo II, em 2010. Você

tem uma participação muito grande em todas as minhas conquistas. Na verdade, você contribuiu para eu me tornar quem sou. Obrigada, irmãzinho.

Agradeço também à UFJF e ao programa de Pós-graduação em Modelagem Computacional, por ter me acolhido e por todo o conhecimento adquirido nestes anos.

Obrigada!

*"O que é sucesso?"*

*Rir muito e com frequência;  
ganhar o respeito de pessoas  
inteligentes e o afeto das crianças;  
merecer a consideração de críticos  
honestos e suportar a traição de  
falsos amigos; apreciar a beleza,  
encontrar o melhor nos outros,  
deixar o mundo um pouco melhor,  
seja por uma saudável criança,  
um canteiro de jardim ou uma  
redimida condição social; saber  
que ao menos uma vida respirou  
mais fácil porque você viveu.*

*Isso é ter tido sucesso"*

*Ralph Waldo Emerson*

## RESUMO

O desgaste dentário humano, muitas vezes causado por bruxismo, pode ser agravado pelo contato oclusal excessivo. Nesse cenário, a modelagem computacional assume um papel importante ao proporcionar uma compreensão mais abrangente das interações dentárias. A abordagem utilizada neste trabalho para simular o contato entre superfícies rugosas consiste em discretizá-las em vários intervalos, para que cada um represente uma aspereza principal. Cada uma das asperezas foram submetidas à um deslocamento vertical de um plano rígido, gerando assim o contato. As deformações das principais asperezas foram analisadas e com técnicas de homogeneização foi possível desenvolver a relação entre as respostas ocorridas em microescala e as respostas esperadas em macroescala. Dentre os parâmetros que caracterizam a topografia do esmalte dentário, a rugosidade média, rugosidade média quadrática, curvatura média, *skewness* e *kurtosis* foram os analisados. As superfícies numéricas foram geradas dentro das faixas de valores encontradas na literatura para os parâmetros. Para analisar a dureza superficial duas metodologias foram utilizadas. A primeira consiste na indentação do plano rígido uma única vez em cada uma das asperezas principais. Na segunda abordagem, cada aspereza passa por um deslocamento cíclico do plano rígido até que os elementos da malha alcancem o limite de tensão, resultando em deformações plásticas e o surgimento de trincas na superfície do esmalte dentário. Esse processo pode levar ao desprendimento do material da superfície, ocasionando, assim, o desgaste dentário. Em ambas as metodologias, verificou-se que a curvatura média das asperezas exerce a maior influência nos resultados obtidos para a dureza superficial. Para quantificar o desgaste superficial o volume do material desprendido da superfície foi calculado. Para essa última análise, foi encontrado que a curvatura média das asperezas tem relação inversamente proporcional ao desgaste, a medida que menores valores deste parâmetro implicaram na maior retirada de esmalte da superfície. Sobre essa última abordagem, resultados preliminares sobre a profundidade das trincas e o volume desgastado foram encontrados, de modo que o modelo computacional, pode ser considerado coerente.

**Palavras-chave:** Desgaste Dentário. Abaqus. Dureza Superficial. Modelagem Cíclica. Análise Paramétrica.

## ABSTRACT

Human tooth wear, often caused by bruxism, can be aggravated by excessive occlusal contact. In this scenario, computational modeling plays an important role in providing a more comprehensive understanding of dental interactions. The approach used in this work to simulate the contact between rough surfaces consists of discretizing them into several intervals, so that each one represents a main roughness. Each of the asperities was subjected to a vertical displacement of a rigid plane, thus generating the contact. The deformations of the main asperities were analyzed and with homogenization techniques it was possible to develop the relationship between the responses that occurred on a microscale and the expected responses on a macroscale. Among the parameters that characterize the topography of tooth enamel, mean roughness, mean squared roughness, mean curvature, skewness and kurtosis were analyzed. Numerical surfaces were generated within the ranges of values found in the literature for the parameters. To analyze the surface hardness two methodologies were used. The first consists of indenting the rigid plane only once in each of the main asperities. In the second approach, each asperity undergoes a cyclic displacement of the rigid plane until the mesh elements reach the stress limit, resulting in plastic deformations and the appearance of cracks on the tooth enamel surface. This process can lead to the detachment of material from the surface, thus causing tooth wear. In both methodologies, it was verified that the average curvature of the asperities exerts the greatest influence on the results obtained for the surface hardness. To quantify surface wear, the volume of material detached from the surface was calculated. For this last analysis, it was found that the average curvature of the asperities is inversely proportional to wear, as lower values of this parameter resulted in greater removal of enamel from the surface. On this last approach, preliminary results on the depth of the cracks and the worn volume were found, so that the computational model can be considered coherent.

**Keywords:** Dental Wear. Abaqus. USurface Hardness. Cyclic Modeling. Parametric Analysis.

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO</b> .....	18
<b>1.1 Motivação</b> .....	18
<i>1.1.1 Contextualização do problema: desgaste dentário</i> .....	19
<b>1.2 Contribuição</b> .....	21
<b>1.3 Objetivos</b> .....	22
<b>1.4 Ordem de Exposição do Texto</b> .....	23
<b>2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA</b> .....	24
<b>2.1 Esmalte Dentário</b> .....	24
<i>2.1.1 Estrutura dentária</i> .....	24
<b>2.2 Propriedades Mecânicas dos Materiais</b> .....	28
<i>2.2.1 Propriedades mecânicas do esmalte dentário</i> .....	33
<i>2.2.1.1 Avaliação do desgaste dentário</i> .....	39
<i>2.2.1.2 Mecanismo básico de fratura frágil</i> .....	42
<b>2.3 Superfícies Rugosas</b> .....	44
<i>2.3.1 Perfil de rugosidade</i> .....	44
<i>2.3.2 Parâmetros de textura superficial</i> .....	47
<i>2.3.2.1 Curva de distribuição de alturas das asperezas</i> .....	48
<b>2.4 As Curvas de Pearson</b> .....	53
<b>2.5 Modelos Estatísticos de Contato</b> .....	57
<i>2.5.1 Análise do contato</i> .....	59
<b>3 MÉTODOS</b> .....	62
<b>3.1 Análise Paramétrica da Influência da Textura Superficial na Dureza Superficial</b> .....	63
<i>3.1.1 Modelo de Indentação Única do Plano Rígido</i> .....	63
<i>3.1.1.1 Individualização da Superfície</i> .....	63
<i>3.1.1.2 Modelagem do Micro-Contato via Método dos Elementos Finitos</i> .....	66
<i>3.1.1.3 Procedimentos para Homogeneização</i> .....	71
<i>3.1.2 Modelo cíclico</i> .....	75

3.1.2.1	<i>Identificação dos elementos que sairão da malha</i>	76
3.1.2.2	<i>Condições de contorno para as asperezas desgastadas</i>	77
3.1.2.3	<i>Cálculo da área de contato aproximada nas asperezas desgastadas</i>	79
3.1.2.4	<i>Interpolação das respostas do contato e homogeneização</i>	81
3.2	<b>Análise do Desgaste através da Modelagem Cíclica</b>	83
3.2.1	<i>Profundidade das trincas</i>	83
3.2.2	<i>Cálculo do volume desgastado</i>	84
4	<b>RESULTADOS E DISCUSSÃO</b>	86
4.1	<b>Resultado da Análise Paramétrica na Resposta de Dureza Superficial</b>	86
4.1.1	<i>Modelo de indentação única</i>	87
4.1.2	<i>Modelo cíclico</i>	93
4.2	<b>Resposta para o Desgaste Superficial</b>	99
4.2.1	<i>Profundidade das trincas</i>	99
4.2.2	<i>Volume do material desprendido da superfície</i>	105
5	<b>CONCLUSÃO</b>	108
6	<b>EXPANSÃO EM CHAOS POLINOMIAL PARA ANÁLISE DOS PARÂMETROS TEXTURAIS NA DUREZA SUPERFICIAL</b>	121
6.1	<b>Expansão em Chaos Polinomial (ECP) e Emulações</b>	121
6.2	<b>Método de Monte Carlo</b>	122
6.3	<b>Chaospy: Leave-One-Out</b>	123
6.3.1	<i>Índice Sobol - Polinômio Chaos</i>	124
6.3.2	<i>Monte Carlo x Polinômio Chaos</i>	125
6.3.2.1	<i>Polinômio chaos na resposta de contato oclusal dentário na dureza superficial</i>	25

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

1.1 Superfície do esmalte dentário: saudável (a) e desgastada (b).	21
2.1 Estrutura dentária.	24
2.2 Espessuras do esmalte dentário sob a coroa do dente.	26
2.3 Camadas do esmalte dentário (primástica e aprismática) - orientação dos cristais (hidroxiapatita) nas camadas. (A) Micrografia óptica mostrando a dentina e as diferentes zonas do esmalte, (B) os prismas de esmalte e a camada sem prisma na superfície externa, (C) os prismas no esmalte e (D) nanocristais de hidroxiapatita no prisma de esmalte.	27
2.4 Morfologia do dente: (a) estrutura dentária, com as três principais camadas: polpa (P), dentina (D), e esmalte (E). (b) Estrutura do esmalte dentário com as estrias de Retzius (A) e as periquimáceas (B). (c) APE representa a superfície aprismática e PE a superfície prismática.	28
2.5 Diagrama de tensão-deformação para um material dúctil (aço).	29
2.6 Desgaste Adesivo.	36
2.7 Desgaste Abrasivo.	37
2.8 Desgaste triboquímico.	38
2.9 Desgaste por fadiga.	39
2.10 Diagrama mostrando a formação de trincas em um material frágil devido à indentação.	43
2.11 Ilustração esquemática da remoção em um material frágil pela extensão de uma trinca lateral sob um sulco plástico.	44
2.12 Curvas tensão-deformação do esmalte para a menor faixa de contato da indentação (um raio de contato de aproximadamente 50nm). (A-C) Curvas de tensão-deformação representativas em taxas de deformação de carga de (A) 0.031, (B) 0.041 e (C) 0.061s <sup>-1</sup> . (D) Limites elásticos médios observados em cada taxa de deformação de carregamento.	45
2.13 Perfil de rugosidade obtido com ensaio de perfilometria.	46
2.14 Perfil de rugosidade com a Linha Média.	47
2.15 Histograma e curva de distribuição a partir de uma distribuição de alturas.	49

2.16	Curvas de distribuições das alturas (asperezas) para valores negativos e positivos	
	<i>skewness</i> ( <i>Ssk</i> ): . . . . .	51
2.17	Perfis de superfícies para valores de <i>skewness</i> ( <i>Ssk</i> ) negativos e positivos. . . . .	51
2.18	Curvas de distribuições das alturas para diferentes valores (pequeno e grande)	
	de <i>kurtosis</i> ( <i>Sku</i> ): . . . . .	52
2.19	Perfis de superfícies para máximos e mínimos valores de <i>kurtosis</i> ( <i>Sku</i> ) . . . . .	53
2.20	Exemplo de uma distribuição Gaussiana. . . . .	54
2.21	Localização das funções Pearson de distribuição no plano $\beta_1$ x $\beta_2$ . . . . .	55
2.22	Características das distintas curvas de Pearson para os diferentes tipos de	
	distribuições. . . . .	58
2.23	Contato de Micro-Asperezas. . . . .	59
2.24	Geometria das asperezas. . . . .	59
2.25	Plano Rígido em contato com as asperezas. . . . .	60
3.1	Fluxograma: etapas para a geração numérica de uma superfície. . . . .	64
3.2	Distribuição de alturas das asperezas em uma superfície. . . . .	65
3.3	Fluxograma: modelagem via MEF dos micro-contatos. . . . .	66
3.4	Modelagem axissimétrica da aspereza: à esquerda, é possível visualizar um	
	exemplo de uma seção transversal modelada no Abaqus; à direita, pode-se	
	observar a superfície axissimétrica resultante da rotação em relação ao eixo	
	vertical da seção transversal modelada. . . . .	66
3.5	Modelagem geométrica da aspereza. . . . .	67
3.6	Representação do plano rígido sobre uma seção, aproximadamente $\frac{1}{4}$ , da aspereza. . . . .	68
3.7	Malha de elementos finitos - aspereza (i): $Z_p = 1,118\mu m$ e superfície com	
	curvatura média $K_p = 0,25\mu m^{-1}$ ; aspereza(ii): $Z_p = 2,117\mu m$ e curvatura	
	média da superfície $K_p = 0,093\mu m^{-1}$ . . . . .	69
3.8	Condições de contorno para uma aspereza. . . . .	70
3.9	Exemplo de malhas deformadas (em verde) sobre as malhas não deformadas	
	(em branco) para asperezas. . . . .	70
3.10	Posição inicial do plano rígido, no topo da aspereza mais alta ( $Z_p = 1,687$ )	
	- as outras asperezas principais tem alturas $Z_p = 1,421$ e $Z_p = 1,107$ ,	
	respectivamente. . . . .	71

3.11 Tensão de Von Mises para as asperezas de diferentes alturas ( $Z_p = 1,687,$	
$Z_p = 1,421$ e $Z_p = 1,107$ ), da mesma superfície.	72
3.12 Fluxograma: etapas para transformar a análise micro em macro.	73
3.13 Fluxograma: etapas para encontrar a dureza superficial através da modelagem	
cíclica do contato.	76
3.14 Nova geometria das asperezas principais após a indentação do plano rígido.	77
3.15 Características das distintas curvas de Pearson para os diferentes tipos de	
distribuições.	78
3.16 Condições de contorno para a aspereza desgastada.	79
3.17 Área aproximada por nível de indentação.	80
3.18 Núcleo de deformações plásticas para uma aspereza principal.	83
3.19 Profundidade $b$ para uma aspereza principal.	84
3.20 Distâncias $a$ e $b$ para o cálculo do volume desgastado.	85
4.1 Distribuição dos parâmetros que caracterizam todas as superfícies analisadas.	87
4.2 Valores de dureza encontrados no modelo de indentação única.	88
4.3 Valores de dureza para os diferentes parâmetros de textura em todos os níveis	
de indentação, bem como o desvio padrão .	89
4.4 Valores da dureza superficial para curvatura média por nível de indentação.	90
4.5 Valores da dureza superficial para a rugosidade média por nível de indentação.	90
4.6 Valores da dureza superficial para a rugosidade quadrática média por nível de	
indentação.	91
4.7 Valores da dureza superficial para a <i>kurtosis</i> por nível de indentação.	92
4.8 Valores da dureza superficial para a <i>skewness</i> por nível de indentação.	93
4.9 Valores de dureza encontrados no Modelo Cíclico	94
4.10 Dureza superficial para diferentes valores de curvatura média quadrática.	95
4.11 Valores da dureza superficial para curvatura média por nível de indentação..	95
4.12 Valores de dureza para os diferentes parâmetros de textura em todos os níveis	
de indentação.	97
4.13 Valores da dureza superficial para rugosidade média quadrática no nível de	
indentação $U = 0.3\mu m$ .	98
4.14 Valores da dureza superficial para curvatura média quadrática no nível de	
indentação $U = 0.3\mu m$ .	98

4.15	Profundidade $b$ da trinca em função da variação do valor de curvatura média.	101
4.16	Profundidade média homogeneizada da trinca para os valores de curvatura média da superfície média quadrática.	102
4.17	Valor da profundidade da trinca para uma aspereza pertencente à uma superfície de $Kp = 0,25$ .	102
4.18	Valor da profundidade da trinca para uma aspereza pertencente à uma superfície de $Kp = 0,01$ .	103
4.19	Valor da profundidade da trinca para uma aspereza pertencente à uma superfície de $Kp = 0,01$ .	104
4.20	Profundidade média homogeneizada da trinca para os valores de rugosidade média quadrática.	105
4.21	Volume desprendido na superfície para os parâmetros de textura estudados neste trabalho.	106
6.1	Leave-One-Out para a Dureza Superficial com $P = 5P$ .	123
6.2	Índice Sobol para a medida de dureza superficial.	125
6.3	Relação dureza-indentação relacionados com a curvatura média.	126
6.4	Relação dureza-indentação relacionados com a rugosidade média.	126
6.5	Dureza Superficial no nível de indentação $0,3\mu m$ .	127
6.6	Dureza Superficial no nível de indentação $0,3\mu m$ .	127

## LISTA DE TABELAS

2.1	Informações quantitativas sobre as trincas encontradas.	41
3.1	Intervalos dos parâmetros de superfície.	64
3.2	Resultados da simulação para uma aspereza de altura $Z_p = 1,297$ .	72
3.3	Resultado do processo de homogeneização para 3 superfícies.	75
3.4	Resultado do Abaqus para indentação do plano sobre uma aspereza desgastada.	80
3.5	Resultado para indentação do plano sobre uma aspereza desgastada.	81
3.6	Resultado para indentação do plano sobre uma aspereza desgastada após o segundo e terceiro incremento total do plano rígido.	82
6.1	Número de entradas para gerar os polinômios.	123
6.2	Coefficiente de Variação para os diferentes níveis de indentação.	124

## LISTA DE ABREVIACOES E SIGLAS

$A_H$	Área Homogeneizada
$F_H$	Força Homogeneizada
$H$	Dureza Superficial
$Kp$	Curvatura Média das asperezas
$Sa$	Rugosidade Média da Superfície
$Sq$	Rugosidade Média Quadrática
$Sku$	Coefficiente de achatamento( <i>kurtosis</i> )
$Ssk$	Coefficiente de assimetria( <i>skewness</i> )
$U_i$	Indentação do plano rígido no passo i
$Zp$	Altura de uma micro-asperidade
$b$	Profundidade da trinca.

# 1 INTRODUÇÃO

## 1.1 Motivação

A modelagem computacional desempenha um papel crucial nos avanços das pesquisas em diversas áreas, incluindo a biologia, medicina e biomédica (Moreira, 2014). À medida que a confiança na capacidade dos modelos computacionais em prever e analisar processos biológicos humanos cresce, eles se tornam aliados valiosos na tomada de decisões, levando a abordagens mais eficazes e confiáveis no diagnóstico de doenças, avaliação de riscos e desenvolvimento de tratamentos (Malik-Sheriff *et al.*, 2020).

Modelos computacionais são técnicas que utilizam métodos matemáticos e simulações virtuais para representar fenômenos complexos no mundo real. Pode-se dizer que um bom modelo computacional é aquele que consegue representar o problema real de forma minuciosa, capturando os principais aspectos e variáveis envolvidas.

Com o avanço dos métodos computacionais e o desenvolvimento de programas de modelagem mais eficazes, os pesquisadores têm adotado cada vez mais essas novas ferramentas em suas investigações (Chubb *et al.*, 2022). Essa crescente utilização tem proporcionado respostas mais abrangentes para as complexas dinâmicas envolvidas em doenças humanas.

Existem muitos modelos computacionais dedicados a compreender o desgaste resultante do contato entre superfícies de modo geral (Kalliorinne *et al.*, 2023; Zhou *et al.*, 2022b; Chen *et al.*, 2022). Contudo, quando aplicados à odontologia, e especialmente ao estudo do desgaste dentário, esses modelos oferecem uma oportunidade para avançar na compreensão dos fatores individuais de cada superfície que contribuem para o desgaste, possibilitando assim o desenvolvimento de estratégias preventivas e tratamentos personalizados para cada paciente.

O desgaste dentário pode ser influenciado por diversos aspectos, incluindo padrões de mastigação, forças oclusais, hábitos alimentares, exposição a agentes ácidos e presença

de bruxismo (Li *et al.*, 2018). Através da modelagem computacional, é possível criar simulações detalhadas e realistas, que permitem a análise minuciosa da interação entre as superfícies dos dentes e outros elementos da cavidade oral.

O estudo do bruxismo é de extrema importância, pois seus efeitos podem ser prejudiciais não só para os dentes, mas para estrutura bucal no geral (Bracci *et al.*, 2023). Esse fenômeno, que envolve o ranger e o apertar constante dos dentes, pode resultar em desgaste do esmalte dentário, fraturas, sensibilidade dentária, dores de cabeça, dores na face e mandíbula. Com a crescente relevância do bruxismo na área odontológica e na saúde bucal em geral, torna-se essencial a compreensão dos danos causados na superfície do esmalte decorrente do excesso de contato oclusal.

O esmalte dentário é uma estrutura crucial para a proteção dos dentes contra desgastes e danos (Free *et al.*, 2022). Ao longo da vida, diversas forças mecânicas e agentes químicos podem agir sobre os dentes, causando desgaste progressivo em sua superfície. Para entender esse processo e desenvolver abordagens eficazes de prevenção e tratamento, a modelagem computacional se tornou uma ferramenta auxiliar no campo odontológico. Ainda há muito a ser descoberto e aprofundado nessa área, mas a modelagem computacional representa uma promissora ferramenta para avançar na compreensão do desgaste superficial no esmalte dentário.

### ***1.1.1 Contextualização do problema: desgaste dentário***

À medida que a longevidade humana aumenta, torna-se essencial preservar a saúde da estrutura dentária por um período mais prolongado, uma vez que desempenha um papel fundamental no processo mastigatório. No entanto, apesar dos avanços na prevenção de doenças orais em diferentes grupos populacionais, o desgaste dentário ainda é uma das condições dentárias mais comuns, com manifestações variáveis em grau ou intensidade. Um hábito comum associado ao desgaste dentário é o bruxismo, que envolve o ato involuntário de ranger os dentes, resultando em danos significativos à saúde bucal. Em casos mais graves, o bruxismo pode comprometer todo o sistema mastigatório do paciente. Na Figura 1.1 (a) e (b), pode ser observado como a superfície do esmalte dentário difere entre pacientes

com saúde bucal preservada e aqueles com desgaste significativo, quase que completamente comprometido, no último caso.

Beddis e Davies (2023), em seu estudo recente que teve como objetivo compreender as relações entre desgaste dentário, bruxismo e disfunções temporomandibulares, ressaltam que a perda da superfície dentária será uma combinação de desgaste funcional fisiológico normal e desgaste patológico. Este último pode estar associado ao bruxismo, erosão de fontes alimentares ou gástricas, abrasão (desgaste patológico dos dentes que ocorre devido a forças mecânicas não associadas à oclusão e mastigação) e abfração (perda da superfície dentária resultante de forças tensionais e compressivas geradas pela flexão excessiva do dente devido à sobrecarga oclusal, como ocorre também em hábitos parafuncionais).

O bruxismo, um hábito involuntário de ranger ou apertar os dentes, pode resultar em um contato anormal entre as superfícies dentárias. Quando uma pessoa com bruxismo exerce força excessiva durante o ranger ou apertar dos dentes, ocorre uma interação de contato entre as superfícies rugosas dos dentes. Essa fricção repetitiva pode levar a desgaste excessivo do esmalte dentário, causando problemas de abrasão e desgaste nas superfícies dentárias. Além disso, o contato repetitivo entre as superfícies rugosas também pode aumentar a probabilidade de formação de trincas e fraturas no esmalte.

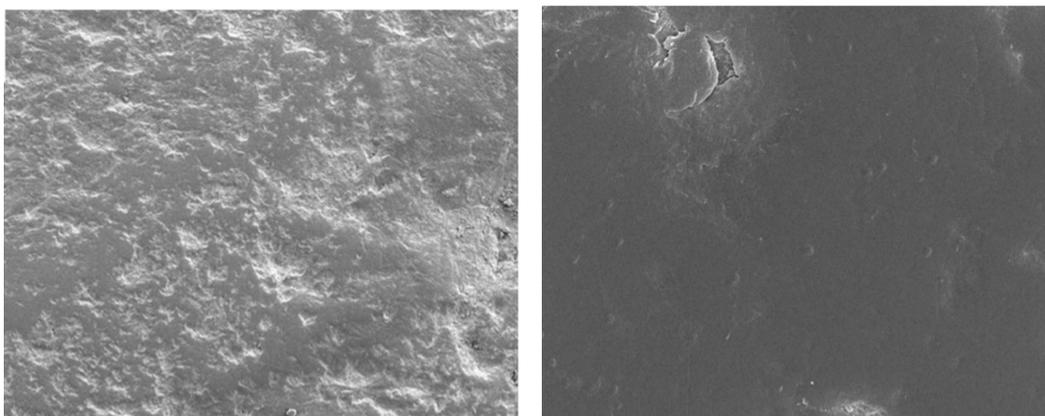
O desgaste dentário tem se tornado um problema crescente na população mundial, afetando tanto adultos quanto crianças (Gillborg *et al.*, 2020). Para abordar essa questão de forma mais abrangente, é necessário aprofundar o conhecimento sobre sua origem e causas, por meio de estudos clínicos, experimentais e numéricos (Lobbezoo e Lavigne, 1997). A modelagem computacional desse problema pode ser uma ferramenta valiosa para esclarecer profissionais que lidam com esse assunto, permitindo uma melhor compreensão da fisiopatologia do desgaste dentário e possibilitando a adoção de terapias adequadas para cada caso. Dessa forma, é possível atingir a origem do problema, em vez de apenas tratar seus sintomas.

Vários fatores que afetam o desgaste estão associados às propriedades mecânicas dos materiais e à textura superficial nas interfaces de contato. Para caracterizar uma superfície, comumente realiza-se um ensaio de perfilometria, permitindo extrair parâmetros de

rugosidade, como a média e o desvio padrão das alturas das asperezas. Esses procedimentos são essenciais para analisar a topografia da superfície e compreender seu impacto no processo de desgaste.

Existem outros dois parâmetros estatísticos associados à distribuição das alturas das asperezas, conhecidos como *skewness* (coeficiente de assimetria) e *kurtosis* (coeficiente de achatamento). Além disso, são consideradas medidas espaciais e medidas híbridas, que combinam informações sobre o espaçamento e a amplitude, como a curvatura dos picos (Jurevicius *et al.*, 2014). Essas métricas são importantes para uma análise abrangente da relação do desgaste da superfície com os parâmetros que a caracterizam.

Figura 1.1: Superfície do esmalte dentário: saudável (a) e desgastada (b).



(a) Esmalte dentário de uma pessoa saudável

(b) Esmalte dentário de superfície já desgastada, tornado-a lisa.

Retirada de Tsai *et al.* (2019).

## 1.2 Contribuição

Apesar do aumento significativo dos estudos sobre bruxismo nos últimos anos, ainda há uma lacuna no entendimento dos seus diferentes tipos e, conseqüentemente, suas diferentes implicações (Bracci *et al.*, 2023). É sabido que uma dessas implicações é o desgaste dentário, o qual pode ocorrer por diferentes causas e em diversos níveis (Beddis e Davies, 2023). Diante disso, este estudo busca fornecer contribuições científicas por meio da modelagem computacional, explorando a relação entre as características topográficas da superfície do

esmalte dentário e o desgaste dessa superfície e, assim, auxiliar na compreensão entre a relação do bruxismo com o desgaste dentário.

Além disso, ao utilizar um modelo computacional elaborado através do software Abaqus, esta pesquisa possibilita contribuições científicas adicionais para estudos que envolvem o contato entre superfícies rugosas. A metodologia desenvolvida pode ser utilizada como base para outras aplicações, ampliando o conhecimento sobre o comportamento e interação dessas superfícies em diversos contextos.

### 1.3 Objetivos

O objetivo geral desse trabalho é demonstrar que através da modelagem geométrica, matemática e computacional é possível entender o desgaste dentário humano, decorrente do contato entre as superfícies rugosas que caracterizam a camada mais externa do dente: o esmalte. Para isso, primeiramente será apresentado um modelo computacional que simula a superfície do esmalte dentário submetida à indentação única de um plano rígido, sendo quantificada a influência dos parâmetros de textura superficial na dureza da superfície em questão. Em seguida, com objetivo de tornar a modelagem do problema mais realista, será apresentado a modelagem cíclica do contato, onde a superfície é submetida a vários deslocamentos do plano rígido, uma vez que no processo mastigatório acontece o contato repetido entre as camadas externas do dente, o esmalte. Para tanto, os seguintes objetivos específicos foram traçados:

- Gerar, numericamente, as superfícies rugosas que representarão o esmalte dentário;
- Elaborar a modelagem geométrica de cada aspereza principal existente nas superfícies;
- Investigar a influência dos parâmetros de textura superficial na quantidade de interesse: a dureza;
  - Verificar a influência dos parâmetros de textura superficial quando a superfície é submetida a um carregamento estático;

- Verificar a influência dos parâmetros de textura superficial para o carregamento cíclico, quando o plano rígido desloca várias vezes na superfície do esmalte; e
  - Comparar os valores de dureza encontrados nas duas modelagens.
- Inspeccionar a profundidade das trincas formadas na superfície decorrente da deformação plástica; e
  - Quantificar o volume desgastado do esmalte.

## 1.4 Ordem de Exposição do Texto

O texto está organizado em cinco capítulos, onde são apresentados os conceitos necessários para o entendimento do trabalho, seguido dos resultados encontrados. No Capítulo 2, é apresentada a definição da superfície em estudo: o esmalte dentário, destacando suas características específicas e estrutura. Em seguida, são abordados os conceitos relacionados às propriedades mecânicas dos materiais, seguidos de uma análise detalhada das propriedades mecânicas específicas do esmalte dentário. São apresentados também os tipos de funções que compõem a família de distribuição de Pearson. Ademais, os parâmetros e definições dos modelos estatísticos de contato são mostrados. No Capítulo 3 são apresentados os métodos computacionais implementados para se obter a solução do problema em questão. Finalmente, são apresentados os resultados das simulações realizadas no capítulo 4. Inicialmente, apresentam-se os resultados obtidos para a dureza superficial por meio do modelo de carregamento estático e também através da modelagem com carregamento cíclico. Em seguida, são apresentados os resultados encontrados para a profundidade das trincas formadas em decorrência das indentações excessivas do plano, assim como a quantificação do volume desgastado, caracterizando, assim, o desgaste na superfície do esmalte dentário. Por fim, no capítulo 5, são delineadas as melhorias potenciais para este modelo computacional, visando torná-lo mais realista e aprimorado.

## 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

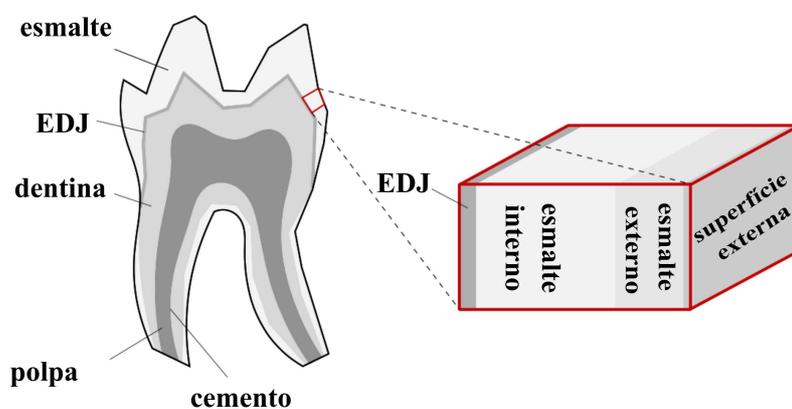
### 2.1 Esmalte Dentário

#### 2.1.1 Estrutura dentária

O dente é composto por várias camadas e a mais externas delas é o esmalte dentário, com uma espessura de vários milímetros, sendo conhecido como o tecido mais resistente do corpo humano, demonstrando excelente capacidade de resistência a danos causados por deformações e vibrações (Lei *et al.*, 2020).

Na Figura 2.1 é possível visualizar e entender as camadas que compõe o dente (Kis *et al.*, 2021; Stifler *et al.*, 2021; Liu *et al.*, 2023). A dentina é a camada logo abaixo do esmalte, e é uma substância calcificada, porém menos dura que o esmalte. Ela compreende a maior parte do dente e fornece suporte estrutural. A interface entre o esmalte e a dentina é chamada de junção esmalte-dentina (EDJ). Essa junção é importante porque, a EDJ forma uma barreira protetora entre as duas camadas, ajudando a proteger a dentina. Já na raiz do dente, a camada que cobre a dentina é chamada de cimento. O cimento é uma camada menos mineralizada e mais macia que o esmalte, e serve para fixar o dente no ligamento periodontal.

Figura 2.1: Estrutura dentária.



Adaptado de Wilmers e Bargmann (2020).

O esmalte é composto principalmente de minerais, especialmente hidroxiapatita, que é um cristal de fosfato de cálcio. Essa composição confere ao esmalte a sua resistência e dureza. [Zhao \*et al.\* \(2022\)](#) afirmam que esta combinação de propriedades do esmalte dentário é resultado da sua arquitetura hierárquica única. Completam dizendo que essa estrutura é composta principalmente por nanofios de hidroxiapatita (HA), responsáveis por aproximadamente 96% do peso total do esmalte, e estes nanofios estão interconectados por biomoléculas confinadas. Essa intrincada rede de nanofios e biomoléculas contribui para a notável resistência e durabilidade do esmalte, permitindo-lhe resistir as forças mecânicas e agressões ambientais a que está constantemente exposto na cavidade oral.

Apesar de ser considerado um tecido, o esmalte não contém células e, em contraste com o osso, é desprovido de vasos sanguíneos e nervos ([Rudy C. Melfi, 2000](#)). Esta composição forma uma superfície eficiente, dura e cortante, devido ao fato de conter um índice elevado de minerais, principalmente fosfato de cálcio cristalino (hidroxiapatita) ([Giannini \*et al.\*, 2004](#)). Porém, pelo mesmo motivo que tal composição torna essa superfície dura, ela também se caracteriza por ser uma superfície quebradiça com pouca resistência à deformação.

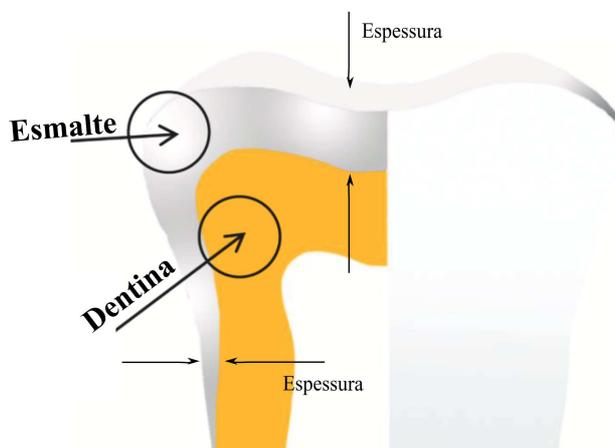
O esmalte dentário é um tecido de origem ectodérmica com uma estrutura acelular, que se diferencia por ser exposto à calcificação sem a presença de vasos sanguíneos e nervos. Em termos de proporções, o esmalte possui dimensões bastante reduzidas: sua espessura no colo do dente é de cerca de  $0.1mm$ , enquanto na superfície oclusal varia entre  $1.62mm$  e  $1.70mm$  ([Kunin \*et al.\*, 2015](#)).

[Rudy C. Melfi \(2000\)](#), ao afirmar que a camada do esmalte dentário não é igualmente distribuída ao longo da coroa do dente, parte visível (fora da gengiva), relata que a espessura pode variar de  $2mm$  a  $2.5mm$ . Em relação às partes menos espessas o autor afirma que sua espessura pode ser comparada a um fio de navalha.

No estudo realizado por [Sarna-Boś \*et al.\* \(2023\)](#) que tinha como objetivo visualizar e avaliar as diferenças estruturais e microanalíticas dos tecidos duros mineralizados de dentes humanos usando técnicas avançadas de microscopia eletrônica de varredura e ferramentas de suporte de medições, a espessura média do esmalte dentário nos dentes

incisivos, caninos, pré-molares e molares foi de  $1.1\text{mm}$ . As diferentes espessuras do esmalte podem ser observadas na Figura 2.2.

Figura 2.2: Espessuras do esmalte dentário sob a coroa do dente.



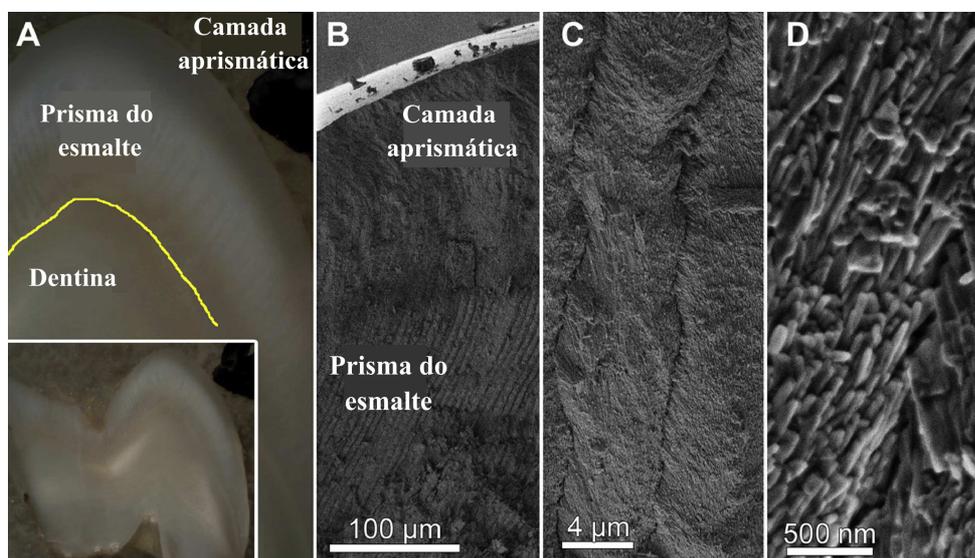
Adaptado de Sarna-Boś *et al.* (2023).

O esmalte dentário é um tecido complexo e não é composto por uma única camada, mas sim por várias camadas que apresentam propriedades distintas devido à distribuição desigual de seus constituintes na superfície. Além dos elementos principais, como hidroxiapatita, também há presença de flúor, zinco e chumbo, que se concentram principalmente nas camadas mais externas, enquanto suas concentrações diminuem significativamente nas camadas inferiores próximas à dentina. Em contraste, elementos como carbonato, sódio e magnésio mostram uma tendência oposta, com maior concentração na superfície e menor nas camadas mais internas do esmalte (Arnaud, 2008).

Na Figura 2.3 A e B é possível visualizar a diferença estrutural entre as camadas do esmalte dentário. Essas variações estruturais somada às variações na composição química do esmalte ao longo de suas camadas podem influenciar suas propriedades mecânicas.

Os primas podem ou não estar bem orientados nas camadas do esmalte dentário. Nas camadas prismáticas, os prismas são bem orientados, ou seja, seguem um padrão: são paralelos entre si e aproximadamente perpendiculares em relação à junção do esmalte com a dentina. Na parte inferior da Figura 2.3 B é possível visualizar como os primas fazem um ângulo reto na junção com a dentina. Já nas camadas aprismáticas, os primas não são bem orientados, devido à diferença de orientação dos cristais de hidroxiapatita (Claudino, 2006).

Figura 2.3: Camadas do esmalte dentário (primástica e aprismática) - orientação dos cristais (hidroxiapatita) nas camadas. (A) Micrografia óptica mostrando a dentina e as diferentes zonas do esmalte, (B) os prismas de esmalte e a camada sem prisma na superfície externa, (C) os prismas no esmalte e (D) nanocristais de hidroxiapatita no prisma de esmalte.



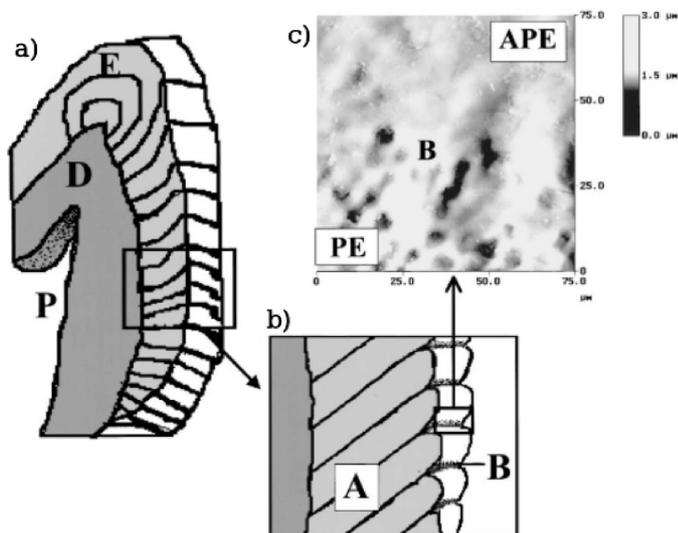
Adaptada de [Kis et al. \(2021\)](#).

Dessa forma, fica evidente que as camadas que compõe o esmalte dentário apresentam características diferentes. Com a sobreposição dessas camadas com distintas estruturas e variações em relação ao processo de calcificação, ocorre a formação das linhas de Retzius ([Retzius, 1837](#)).

As linhas de Retzius são marcas de crescimento incremental incorporadas ao esmalte durante o desenvolvimento do dente pelos ameloblastos, células formadoras de esmalte, que depositam nova matriz ([Berkovitz et al., 1989](#), *apud* [McFarlane et al. \(2021\)](#)). A Figura [2.4](#) ilustra claramente todas as explicações apresentadas acima.

Essas marcas estão presentes em toda a extensão do esmalte, desde a camada mais próxima à dentina até as camadas mais externas. À medida que alcançam a superfície do esmalte, elas formam pequenas ondulações, conhecidas como periquimáceas. Com o passar do tempo e o desgaste da superfície do esmalte devido à mastigação e outros fatores, essas periquimáceas tendem a desaparecer, resultando em uma superfície quase lisa do esmalte. Esse processo de desgaste é natural e ocorre ao longo da vida de um dente.

Figura 2.4: Morfologia do dente: (a) estrutura dentária, com as três principais camadas: polpa (P), dentina (D), e esmalte (E). (b) Estrutura do esmalte dentário com as estrias de Retzius (A) e as periquimáceas (B). (c) APE representa a superfície aprismática e PE a superfície prismática.



Retirado de [Finke et al. \(2000\)](#).

## 2.2 Propriedades Mecânicas dos Materiais

As propriedades mecânicas de um material são características que descrevem como esse material responde a forças e cargas aplicadas a ele. Tais propriedades são essenciais para entender como um determinado material se deforma e como resiste quando submetido à diferentes tipos de forças. Neste trabalho, é necessário estabelecer alguns conceitos fundamentais relacionados às propriedades mecânicas dos materiais. Para tanto, nesta seção, foram utilizadas referências clássicas no estudo da resistência dos materiais, tais com: [Hibbeler \(2010\)](#) e [Beer et al. \(2011\)](#).

A resistência de um material depende de sua capacidade em suportar uma carga sem deformação excessiva ou ruptura. Essa propriedade é inerente ao próprio material e deve ser determinada por métodos experimentais. Um dos testes mais importantes para determinar essa resistência é o ensaio de tração ou compressão ([Hibbeler, 2010](#)).

Por meio de ensaios de tração e compressão, é viável calcular diversos valores de tensão e deformação correspondentes ao corpo de prova. A tensão pode ser determinada, dividindo a carga ( $P$ ) aplicada no corpo de prova pela área da seção transversal ( $A_0$ ) deste material, conforme Equação [2.1](#).

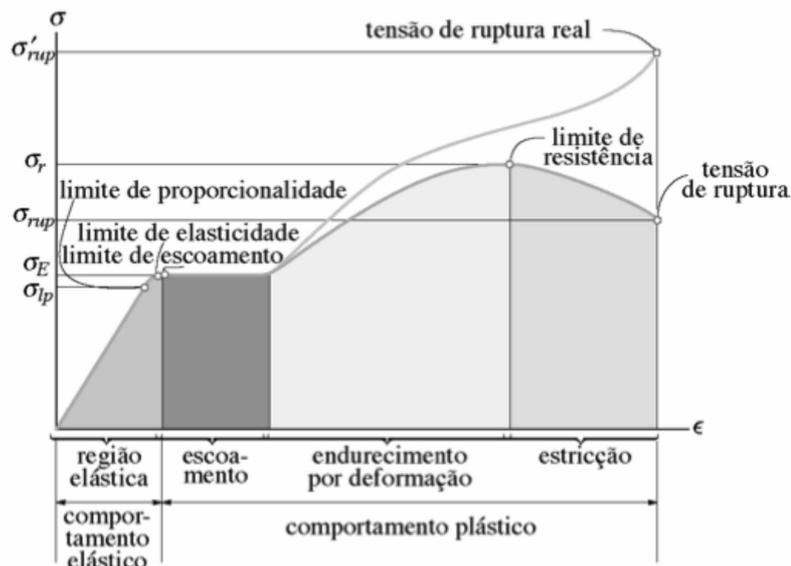
$$\sigma = \frac{P}{A_0} \quad (2.1)$$

De maneira análoga, a deformação é calculada dividindo a variação  $\delta$  no comprimento do corpo de prova, isto é, a medida pela qual o material se alongou ou encurtou, em relação ao seu comprimento original  $L_0$ , como pode ser visto na Equação 2.2.

$$\epsilon = \frac{\delta}{L_0} \quad (2.2)$$

Com os valores de  $\sigma$  e  $\epsilon$ , resultantes do ensaio de tração e compressão, é possível traçar um gráfico conhecido como diagrama tensão-deformação. Na Figura 2.5, um exemplo dessa curva para um corpo de prova de aço pode ser visualizado.

Figura 2.5: Diagrama de tensão-deformação para um material dúctil (aço).



Retirado de Hibbeler (2010).

Observando a Figura 2.5, percebe-se que o material apresenta comportamentos diferentes, dependendo do grau de deformação induzido nele. É possível visualizar como as propriedades mecânicas do material variam à medida que a deformação aumenta, fornecendo informações importantes sobre seu desempenho em diferentes situações.

O comportamento elástico de um material refere-se à sua capacidade de retornar à forma original após a aplicação de uma carga (força externa). Em outras palavras, quando

o material se comporta de maneira elástica, uma vez que a força é removida, o material volta ao seu estado original, sem sofrer deformação permanente.

Esse comportamento é descrito pela *Lei de Hooke* (Equação 2.3), que estabelece uma relação linear entre a tensão e a deformação. Nessa equação,  $E$  representa a constante de proporcionalidade conhecida como *módulo de elasticidade*. Em outras palavras, o módulo de elasticidade ou *módulo de Young* é o coeficiente angular na reta do diagrama tensão-deformação durante o comportamento elástico do material. Ele quantifica sua capacidade de retornar à forma original após a aplicação de uma carga e a subsequente remoção da mesma.

$$\sigma = E\epsilon \quad (2.3)$$

No contexto da deformação de um corpo de prova submetido ao ensaio de tração ou compressão, com uma força axial  $P$  aplicada, é sabido que a deformação não se limita apenas a um aumento ou diminuição no comprimento do corpo de prova ( $\delta$ ). Ocorre também uma alteração no raio do corpo de prova ( $\delta'$ ), se este for uma barra. As deformações resultantes da força  $P$  podem ser observadas tanto na direção da carga axial ( $P$ ) quanto na direção radial do corpo de prova.

$$\epsilon_{long} = \frac{\delta}{L} \text{ e } \epsilon_{lat} = \frac{\delta'}{r}$$

Dentro da faixa que limita o comportamento elástico do material, a razão entre essas deformações é constante, conhecida como *coeficiente de Poisson* ( $\nu$ ) (2.4). Como o alongamento provoca o encurtamento da seção transversal ou vice-versa, o sinal para o coeficiente de Poisson é negativo.

$$\nu = -\frac{\epsilon_{lat}}{\epsilon_{long}} \quad (2.4)$$

Existe um limite superior da tensão para a relação linear, denominado limite de proporcionalidade ( $\sigma_{lp}$ ). Se a tensão ultrapassar o limite de proporcionalidade, o material ainda pode responder de maneira elástica, no entanto a curva pode ficar mais achatada (Figura 2.5), esse comportamento continua até a tensão atingir o limite de elasticidade.

Quando a tensão é aumentada ligeiramente acima do limite de elasticidade, o material sofrerá uma deformação permanente. Esse comportamento é conhecido como *escoamento* e pode ser visualizado na segunda região do gráfico da Figura 2.5. O valor de tensão responsável por causar o escoamento é denominado *tensão de escoamento* ( $\sigma_e$ ), enquanto a deformação que ocorre nesse ponto é chamada de *deformação plástica*.

Durante a deformação plástica, o material perde a capacidade de retornar completamente à sua forma original após a remoção da carga, o que resulta em uma deformação permanente e caracteriza o início do comportamento plástico do material. Isso significa que o material não segue mais uma relação linear entre tensão e deformação, e sua deformação não é mais proporcional à carga aplicada.

Quando o escoamento do material tiver sido completado e uma carga adicional for aplicada ao corpo de prova, a curva de tensão-deformação prosseguirá de forma contínua. No entanto, sua progressão se tornará mais suave e menos íngreme, caracterizando uma região de *endurecimento por deformação*. Esse fenômeno ocorre porque a estrutura interna do material está passando por reorganizações microscópicas para acomodar a nova carga aplicada. Conforme a tensão aumenta gradualmente, a deformação no corpo de prova continuará a se desenvolver, mas a taxa de crescimento diminuirá, até atingir uma tensão específica denominada *limite de resistência* ( $\sigma_r$ ).

A partir do ponto de limite de resistência, uma região específica do corpo de prova, submetido ao ensaio de tração, passa por um fenômeno conhecido como *estricção*. Nessa fase, à medida que o corpo de prova continua a se alongar, ocorre uma gradual redução na área da seção transversal dessa região. Conseqüentemente, a capacidade dessa área para suportar cargas também diminui progressivamente. Esse processo resulta em uma curvatura descendente no diagrama tensão-deformação. Isso significa que a tensão aplicada ao material nessa região está em constante declínio à medida que a deformação prossegue. Eventualmente, a curva atinge um ponto crítico conhecido como *tensão de ruptura* ( $\sigma_{rup}$ ), momento em que o material se rompe.

O diagrama de tensão-deformação apresenta comportamentos distintos quando se comparam materiais dúcteis e frágeis. A diferença fundamental entre um material dúctil

e um frágil está relacionada à sua capacidade de deformar-se antes de romper quando submetido a um carregamento, de modo que os materiais frágeis apresentam pouco ou nenhum escoamento, sofrendo uma ruptura repentina.

De acordo com [Beer \*et al.\* \(2011\)](#), ao submeter um corpo de prova a um carregamento cíclico, onde a carga é repetida diversas vezes, pode-se observar um comportamento diferenciado. Mesmo que a carga aplicada esteja abaixo do limite elástico do material, o corpo de prova pode não retornar ao seu estado inicial. Esse fenômeno é conhecido como fadiga mecânica e ocorre devido ao acúmulo gradual de danos microscópicos no material. Embora cada ciclo de carga esteja abaixo do limite elástico, a repetição contínua pode levar à formação e propagação de trincas e falhas progressivas no material, resultando em deformação permanente ou ruptura do corpo de prova. Os autores observaram que, ao examinar corpos de prova que falharam devido à fadiga, a falha geralmente teve início em uma trinca microscópica ou em alguma imperfeição similar. A cada ciclo de carregamento, a trinca se propagava um pouco mais no material. Ao longo de sucessivos ciclos de carregamento, a trinca continuava a se propagar até que a quantidade de material não danificado fosse insuficiente para suportar a carga máxima, resultando em uma falha por fragilidade.

Quando um material é exposto a diferentes tipos de carregamentos, o mesmo pode sofrer várias deformações e tensões. Nesse contexto, existe um critério conhecido como “Critério da energia de distorção máxima” ou critério de “Von Mises”. Esse critério se baseia na energia de distorção de um determinado material, ou seja, a energia associada às variações em sua forma. De acordo com esse critério, um componente estrutural é considerado seguro desde que o valor máximo da energia de distorção por unidade de volume no material seja menor que a energia de distorção por unidade de volume necessária para provocar o escoamento em um corpo de prova do mesmo material, durante um ensaio de tração ([Beer \*et al.\*, 2011](#)). A tensão de Von Mises é o resultado numérico do cálculo do critério de Von Mises e representa a tensão equivalente de cisalhamento que poderia causar falha no material.

### 2.2.1 Propriedades mecânicas do esmalte dentário

A dureza é uma propriedade mecânica crucial para a caracterização de materiais, sendo amplamente utilizada em pesquisas para avaliar a resistência de um material sob diferentes tipos de esforços, sejam eles permanentes ou temporários. Ao contrário de propriedades definidas por unidades fundamentais precisas, a dureza é determinada através de procedimentos específicos de medição, conhecidos como ensaios de dureza.

Esses ensaios de dureza permitem quantificar a resistência de um material à penetração ou deformação, fornecendo informações valiosas sobre sua capacidade de suportar cargas mecânicas. Os resultados desses ensaios são expressos em escalas de dureza, como *Vickers*, *Brinell* ou *Rockwell*, que variam de acordo com o tipo de material e a escala de força aplicada durante o teste.

Existem diversas abordagens para realizar o ensaio de dureza, pois a obtenção desse valor é essencial para diferentes propósitos. Na mineralogia, essa medição é necessária para avaliar a resistência ao risco de um material em relação a outro, possibilitando a comparação de sua dureza relativa. Por outro lado, na metalurgia, o objetivo é quantificar a resistência à deformação plástica permanente do material, permitindo uma análise mais precisa de sua capacidade de suportar cargas mecânicas sem sofrer deformações permanentes.

Em se tratando da mecânica, um dos objetivos é quantificar a resistência à penetração do material. Neste caso, o ensaio consiste na compressão gradual e lenta de um material duro, denominado indentador, sobre a superfície da qual deseja-se obter o valor da dureza, normalmente definida como o coeficiente linear da relação força de contato por área de contato entre as superfícies (Rethwisch, 2012).

O estudo conduzido por Habelitz *et al.* (2001b) envolveu mais de 100 indentações em cada uma das seções longitudinais e oclusais obtidas de 4 dentes íntegros do tipo terceiro molar. Forças da ordem de  $1500\mu N$  foram aplicadas, resultando em profundidades de indentação de aproximadamente  $300nm$ . Utilizando o método de Oliver e Pharr (1992), os dados de força-deslocamento foram analisados para determinar a dureza ( $H$ ) e o módulo de elasticidade ( $E$ ) dos dentes.

De acordo com a literatura, [Waters \(1980\)](#) utilizou um coeficiente de Poisson de 0.28 para os cálculos. Verificou-se que variações do coeficiente de Poisson na faixa de 0.20 – 0.30 têm um impacto de menos de 10% no resultado do módulo de elasticidade. Em relação aos resultados, todas as amostras exibiram maiores módulos de elasticidade e dureza quando as indentações foram feitas paralelas aos eixos dos prismas. Nessas condições, o módulo de elasticidade variou entre 85GPa e 90GPa, enquanto a dureza variou entre 3.4GPa e 3.9GPa. Os valores encontrados para o módulo de elasticidade e dureza foram de 70 – 77GPa e 3 – 3.5GPa, respectivamente quando as indentações foram produzidas perpendicularmente ao eixo dos prismas.

O estudo conduzido por [Lei et al. \(2020\)](#) teve como objetivo compreender a relação entre a proteína presente no esmalte dentário e seu desempenho mecânico e propriedades tribológicas da superfície. Para isso, os pesquisadores utilizaram o tratamento de desproteínização e a técnica de nano-indentação/arranhões.

As amostras de esmalte foram preparadas a partir de terceiros molares recém-extraídos de indivíduos com idades entre 18 e 25 anos, sem cáries ou desgaste aparente. As superfícies com uma extensão de 0.2 a 0.5mm foram preparadas para serem similares à superfície oclusal original do esmalte na boca, com uma rugosidade média controlada para não ultrapassar 0.02 $\mu$ m em uma área de 1mm<sup>2</sup>. As superfícies preparadas foram submetidas a 25 indentações com uma carga aproximada de 10mN, e os resultados encontrados para a dureza da superfície original foi de 5.1GPa, enquanto o módulo de elasticidade foi de 111.3GPa.

Os pesquisadores [Cuy et al. \(2002\)](#) realizaram um estudo caracterizando três dentes maxilares, sendo dois segundo-molares e um terceiro-molar, por meio de um grande número de indentações (aproximadamente 2000 – 3000) com profundidades entre 400 e 800nm, utilizando uma ponta Berkovich. Através das rotinas padrões descritas por [Oliver e Pharr \(1992\)](#), eles obtiveram os valores de dureza  $H$  e módulo de elasticidade  $E$ , utilizando um coeficiente de Poisson de 0.25.

Os resultados obtidos indicaram que as propriedades de dureza ( $H$ ) e elasticidade ( $E$ ) dos dentes decrescem à medida que se avança da superfície do esmalte em direção à junção

esmalte-dentina. Em média, a dureza diminuiu de  $4.6GPa$  para  $3.4GPa$  (redução de 26%), enquanto o módulo de elasticidade reduziu de  $91.1GPa$  para  $66.2GPa$  (redução de 27%). Ao comparar os valores e as tendências de dureza e elasticidade entre os segundo-molares e o terceiro-molar, os pesquisadores concluíram que as propriedades superficiais desses dois tipos de dentes são semelhantes.

No estudo realizado por [Kis et al. \(2021\)](#), foram conduzidos testes de nanoindentação na seção transversal ( $500\mu m \times 1500\mu m$ ) de um molar decíduo hígido, ou seja, um dente “de leite” saudável, com o objetivo de mapear as propriedades mecânicas do esmalte e da dentina. Para a medição, utilizou-se um dispositivo de nanoindentação com um indentedor Vickers, aplicando uma carga máxima de  $50mN$  a uma taxa de carregamento de  $0.5mN/s$ . Durante cada nanoindentação, a dureza Vickers ( $HV$ ) foi monitorada.

Na região das camadas mais externas do esmalte (aproximadamente  $150\mu m$  de profundidade), foi encontrada uma média de dureza de  $5.5GPa$ . Ao atingir uma profundidade de cerca de  $600\mu m$ , a média da dureza  $HV$  diminuiu para  $3.3GPa$ . No entanto, ao aumentar ainda mais a profundidade de indentação, entre  $800$  e  $1200\mu m$ , a dureza mostrou um aumento novamente, com uma média de  $4.5GPa$  nessa região. Neste trabalho nanoindentador, foi indentado até a dentina onde a dureza caiu drasticamente, chegando a  $0.95GPa$ .

De acordo com [Nota et al. \(2022\)](#), a prevalência de desgaste dentário em adultos aumenta de 3% aos 20 anos para 17% aos 70 anos, embora tenha aumentado acentuadamente nos últimos anos. É sabido que uma das formas de acelerar o desgaste na superfície do esmalte dentário é através do bruxismo. Segundo a Organização Mundial de Saúde, o bruxismo afeta cerca de 30% da população mundial e 40% da população brasileira. O público alvo dessa condição é amplo, ela se apresenta tanto em jovens quanto em adultos e pode ser causada por diversos fatores, como estresse, ansiedade, nervosismo e tensão.

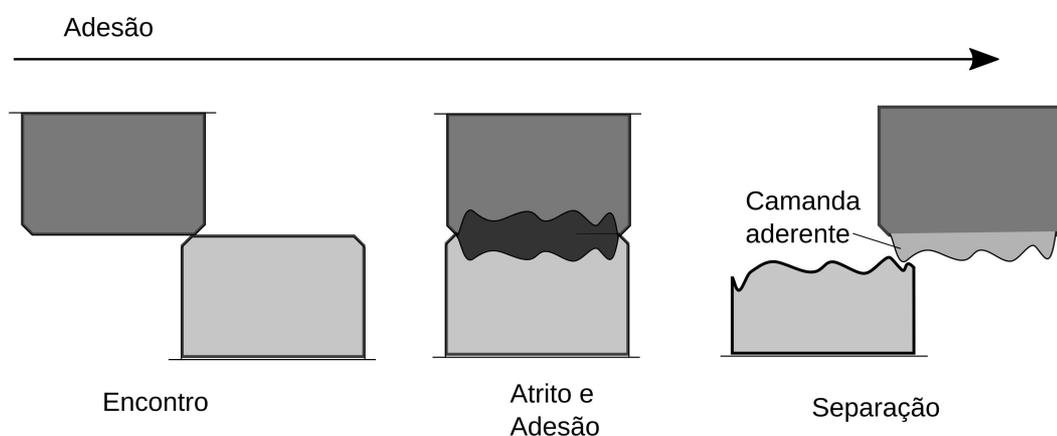
Em relação à conexão entre o bruxismo e o desgaste dentário, é importante destacar a diferenciação entre o bruxismo do sono e o bruxismo acordado. O bruxismo do sono refere-se à atividade muscular mastigatória durante o sono, podendo ser caracterizado por movimentos rítmicos ou não rítmicos. Em indivíduos saudáveis, esse tipo de bruxismo não

é considerado um distúrbio do movimento ou do sono (Bader e Lavigne, 2000). Por outro lado, o bruxismo acordado é a atividade dos músculos mastigatórios durante a vigília, manifestando-se através do contato repetitivo ou prolongado dos dentes e/ou da contração e propulsão da mandíbula. Similarmente ao bruxismo do sono, não é classificado como um distúrbio do movimento em indivíduos saudáveis, mas ambos podem estar associados ao desgaste do esmalte dentário (Lobbezoo *et al.*, 2018).

O desgaste ocorre quando há remoção de material da superfície sólida devido a interações mecânicas, físicas ou químicas. Esse processo é caracterizado pela remoção de uma pequena quantidade de material do corpo em questão. Existem diversos tipos de desgaste, cada um seguindo suas próprias leis e características distintas. No entanto, é possível que haja interações entre esses processos, dependendo do tipo de desgaste ao qual o material está sendo submetido. Essas interações podem influenciar a forma como o desgaste se desenvolve e se manifesta na superfície sólida em questão. Com base nos estudos atuais, identificam-se quatro formas fundamentais de desgaste: desgaste adesivo, desgaste abrasivo, desgaste triboquímico e desgaste por fadiga.

O desgaste adesivo ocorre quando duas superfícies lisas deslizam entre si, ocasionando a remoção de fragmentos de uma delas, que aderem à outra. Com o decorrer do tempo, esses fragmentos podem soltar-se e ser transferidos de volta à superfície de origem ou formar partículas que se desprendem dos corpos envolvidos (Figura 2.6).

Figura 2.6: Desgaste Adesivo.

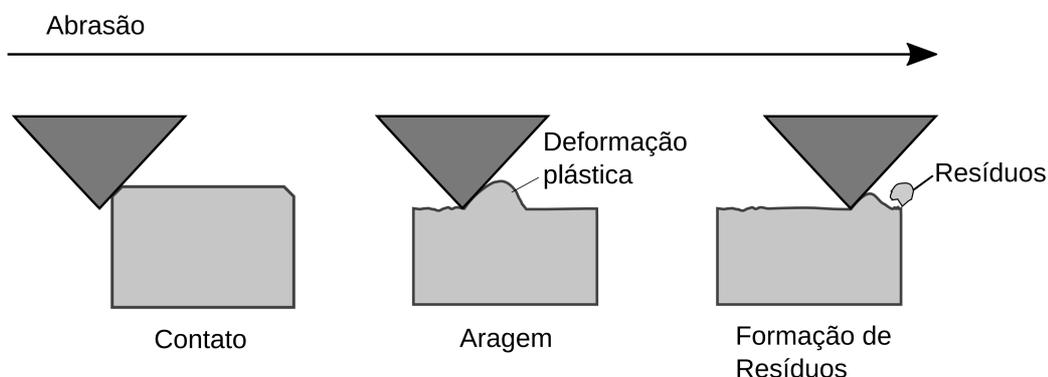


Adaptada de Mair *et al.* (1996).

O desgaste abrasivo é provocado pelo desprendimento de material de uma superfície

mais frágil quando essa superfície é deslizada contra um corpo mais duro. Esse processo resulta na liberação de partículas da superfície mais frágil (Figura 2.7).

Figura 2.7: Desgaste Abrasivo.



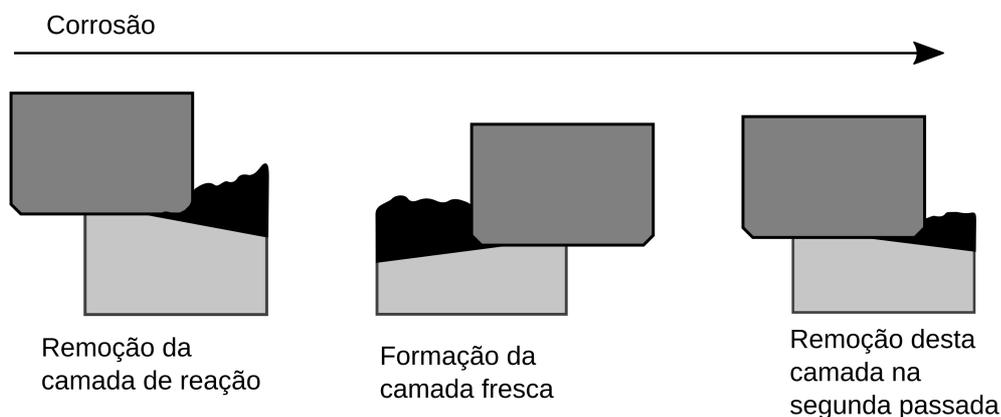
Adaptada de Mair *et al.* (1996).

No contato entre as superfícies, o desgaste abrasivo é o principal mecanismo de desgaste observado na maioria dos casos. A nível microscópico, nenhuma superfície é completamente lisa, e quando diferentes corpos entram em contato, suas asperezas agem como partículas abrasivas, provocando o desgaste mútuo (Lanza *et al.*, 2019). Os pesquisadores completam dizendo que na área odontológica, é crucial reconhecer que a maior parte do desgaste resultante do contato de superfície a superfície não está restrita apenas ao processo de mastigação, mas o ranger ou apertar involuntário dos dentes também desempenha um papel significativo. Esse tipo de desgaste está diretamente relacionado à intensidade das forças aplicadas aos dentes, ao número de dentes em contato na cavidade oral e à saúde do osso que suporta os dentes.

Saha e Roy (2022), em seu estudo sobre mecanismos de desgaste de implantes dentários metálicos e materiais, destaca que o desgaste abrasivo é o mecanismo mais proeminente e comumente observado nos dentes humanos. Os autores ressaltam que é um equívoco comum acreditar que apenas os processos de mastigação resultam no contato de superfície com superfície; eles acrescentam que o ranger involuntário ou apertar dos dentes também é um importante fator desencadeante. Além disso, os pesquisadores afirmam que, nesse tipo de desgaste, as asperezas comparativamente mais duras penetram nas superfícies mais macias durante o contato, resultando na formação de detritos que atuam como partículas abrasivas.

Já o desgaste triboquímico acontece devido ao conjunto de dois processos: mecânicos e químicos. Ocorre quando há formação de uma camada devido algum tipo de reação química e tal camada se desfaz durante o contato (Figura 2.8).

Figura 2.8: Desgaste triboquímico.



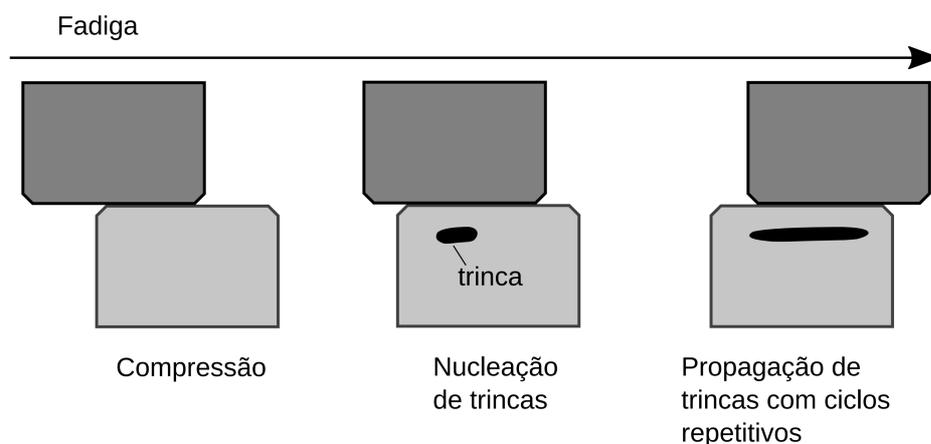
Adaptada de [Mair \*et al.\* \(1996\)](#).

De acordo com [Kotsanos e Birkhed \(2022\)](#) o desgaste dentário mais comum em crianças e adolescentes é a erosão dentária. Segundo os autores a erosão dentária aumentou nas últimas décadas em muitos países, e a maioria dos estudos relaciona isso ao aumento do consumo de refrigerantes e às mudanças no estilo de vida. A erosão dentária é definida como a perda da estrutura do dente por dissolução ácida sem o envolvimento de bactérias. Pode ser causada por fatores externos (bebidas e outros alimentos ácidos). Após a dissolução da camada externa de esmalte e/ou dentina, a superfície resultante é mais suscetível ao desgaste mecânico da escovação dos dentes ou das forças da mastigação. Portanto, muitas vezes é uma combinação de erosão dentária e abrasão.

O desgaste por fadiga é um processo em que trincas se formam dentro da zona plástica do material devido a deslizamentos repetitivos. Essas trincas têm a capacidade de crescer, se conectar e estender-se até a superfície, resultando no destaque de um fragmento do material (Figura 2.9).

Segundo [Saha e Roy \(2022\)](#), o desgaste por fadiga pode ser provocado quando uma superfície é submetida a movimentos sob alta pressão e carregamento repetitivo. Nesses casos, o processo de desgaste tem início na superfície, gerando microfissuras que podem se propagar para regiões subsuperficiais. À medida que ocorrem ciclos repetidos, essas

Figura 2.9: Desgaste por fadiga.



Adaptada de [Mair \*et al.\* \(1996\)](#).

microfissuras se expandem ao longo das subsuperfícies, resultando na fragmentação do esmalte em forma de detritos. A baixa resistência à tração do esmalte acelera esse processo de fragmentação. Entretanto, a estrutura prismática do esmalte dificulta a propagação de micro-trincas. Os autores explicam que as microfissuras não podem avançar para dentro da dentina devido à junção esmalte-dentina. No entanto, é importante notar que esse desgaste pode ser intensificado significativamente em ambientes ácidos com a presença de carga cíclica.

#### 2.2.1.1 Avaliação do desgaste dentário

O estudo realizado por [O'Toole \*et al.\* \(2020\)](#) teve como objetivo comparar a quantidade de desgaste dentário em dentes específicos com o desgaste em todos os dentes presentes na boca. Foram selecionados 30 participantes para essa análise, os quais não receberam intervenções restauradoras ao longo do estudo. Os pesquisadores realizaram escaneamentos digitais intraorais em ambos os arcos dentários (superior e inferior) dos pacientes, utilizando o scanner digital intraoral "*True Definition Scanner*". Os pacientes foram monitorados a cada 10 meses, durante 3 anos. As superfícies oclusais dos primeiros molares e a superfície incisal dos incisivos centrais superiores foram escolhidas como objeto de estudo, e o desgaste nessas superfícies foi comparado com o desgaste médio em todas as superfícies dos dentes. Os resultados mostraram que a média de perda de volume em todas as superfícies foi de  $0,91mm^3$ , enquanto nas superfícies dos dentes específicos estudados foi de  $1,85mm^3$ ,

nos primeiros molares foi de  $2,53mm^3$  e nos incisivos centrais superiores foi de  $0,83mm^3$ . Além disso, outra medida encontrada pelos autores foi o volume desgastado por  $mm^2$ , onde foram obtidos os valores de  $0,024mm^3$ ,  $0,028mm^3$ ,  $0,030mm^3$  e  $0,025mm^3$  para todas as superfícies, superfícies dos dentes específicos, superfícies dos primeiros molares e superfícies dos incisivos centrais superiores, respectivamente. Esses resultados sugerem que os dentes específicos estudados pelo autor podem ser um substituto econômico e viável para analisar as taxas de desgaste em toda a dentição, fornecendo informações relevantes sobre o desgaste dentário de forma mais simplificada e eficiente.

Ijbara *et al.* (2018) realizaram um estudo sobre as microfissuras no esmalte induzidas por desgaste oclusal simulado em dentes maduro, imaturos e decíduos. Nesse estudo foram usados 42 pré molares imaturos hígidos, livres de cárie, sem desgaste de 9 a 15 anos de idade, 40 pré-molares maduros/totalmente formados de pacientes de 20 a 30 anos de idade e 20 molares decíduos foram usados neste estudo. Foi utilizado uma máquina de teste de desgaste deslizante por impacto (ISWT K655-07, Tokyo Giken, Japão). A máquina foi ajustada para direcionar as amostras de esmalte superior em direção às amostras inferiores, de modo que a força gerada no contato foi de  $30N$ , a distâncias entre as amostras era de  $1mm$ . Após o impacto, as amostras superiores deslizaram  $1mm$  na horizontal (mésio-distal e para trás) duas vezes, antes de subir até o início do ciclo. Um total de 20.000 ciclos foram executados com uma frequência de  $0.23Hz$ . Vale ressaltar que todo o teste de deslizamento de impacto ocorreu abaixo do nível da água no tanque da máquina. Como resultado, os autores quantificaram várias métricas, como: o comprimento total das microfissuras superficiais, o número de micro-trincas, o comprimento das micro trincas, a profundidade das microfissuras superficiais mostra a medida de microfissura mais profunda em relação à posição da área de desgaste e a profundidade da trincas perto e longe da área de desgaste Tabela (2.1).

O trabalho realizado por Nakashima *et al.* (2016) estou o desgaste in vitro do esmalte dentário humano e de 4 materiais cerâmicos. Para o esmalte dentário, foram utilizado cúspides de dentes molares extraídos e retificados, através de máquinas específicas a rugosidade média da superfície  $Sa$  foi determinada e controlada. A indentação aconteceu

Tabela 2.1: Informações quantitativas sobre as trincas encontradas.

		Dentes Maduros	Dentes Imaturos	Dentes Decíduos
Número de trincas superficiais	Mediana	4	7	9
	Valor Máximo	7	13	16
	Valor Mínimo	2	3	6
Comprimento das trincas (mm)	Mediana	2,69	3,77	12,15
	Valor Máximo	6,20	9,90	29,94
	Valor Mínimo	0,00	0,00	4,96
Profundidade das trincas perto da área de desgaste ( $\mu m$ )	Mediana	4,37	4,38	14,99
	Valor Máximo	17,98	26,49	28,42
	Valor Mínimo	0,94	0,81	3,99
Profundidade das trincas longe da área de desgaste ( $\mu m$ )	Mediana	2,34	2,76	2,88
	Valor Máximo	14,85	15,25	7,62
	Valor Mínimo	0,52	0,24	2,50

Adaptada de (Ijbara *et al.*, 2018).

através de um indentador, denominado estilete, que entrou em contato verticalmente com a superfície do esmalte na água, após o contato a cabeça do estilete girou  $15^\circ$  no sentido horário com carga crescente de até  $75N$  e depois girou no sentido contrário para a posição inicial. Neste teste, foram aplicados 100.000 ciclos de desgaste com uma frequência de  $1.2Hz$ . As superfícies desgastadas foram submetidas a múltiplas varreduras usando microscopia de perfil tridimensional a laser, e as perdas de altura e volume do estilete e do esmalte foram determinadas. As perdas de altura do estilete e do esmalte foram definidas como a distância da superfície original da amostra até o ponto mais profundo da indentação gerada pelo ensaio de desgaste. A perda de volume do esmalte foi calculada através de *software* específico. Após o término dos ciclos, foi relatado que o desgaste esmalte-a-esmalte (quando o material indentador também era o esmalte) foi de  $38\mu m$  em 1 ano ou  $10\mu m$  em 6 meses. A perda de desgaste do esmalte ao longo de 3 anos na região molar encontrada ( $105\mu m$ ) foi maior do que na região pré-molar ( $54\mu m$ ). De modo que, a perda de altura de  $107\mu m$  do estilete do esmalte contra o esmalte em 100.000 ciclos de desgaste pode ser convertida em aproximadamente 3 anos na região molar.

### 2.2.1.2 Mecanismo básico de fratura frágil

Quando um corpo é submetido à ação de uma força, ocorre um fenômeno importante: a energia é armazenada internamente em seu volume. Essa energia é diretamente ligada à deformação do material e é chamada de energia de deformação. A capacidade de um material absorver essa energia sem sofrer deformações permanentes está relacionada com as deformações elásticas. Isso significa que, quando o corpo é descarregado, ele libera a energia armazenada e retorna ao seu formato original por meio de um movimento contrário, conhecido como relaxação.

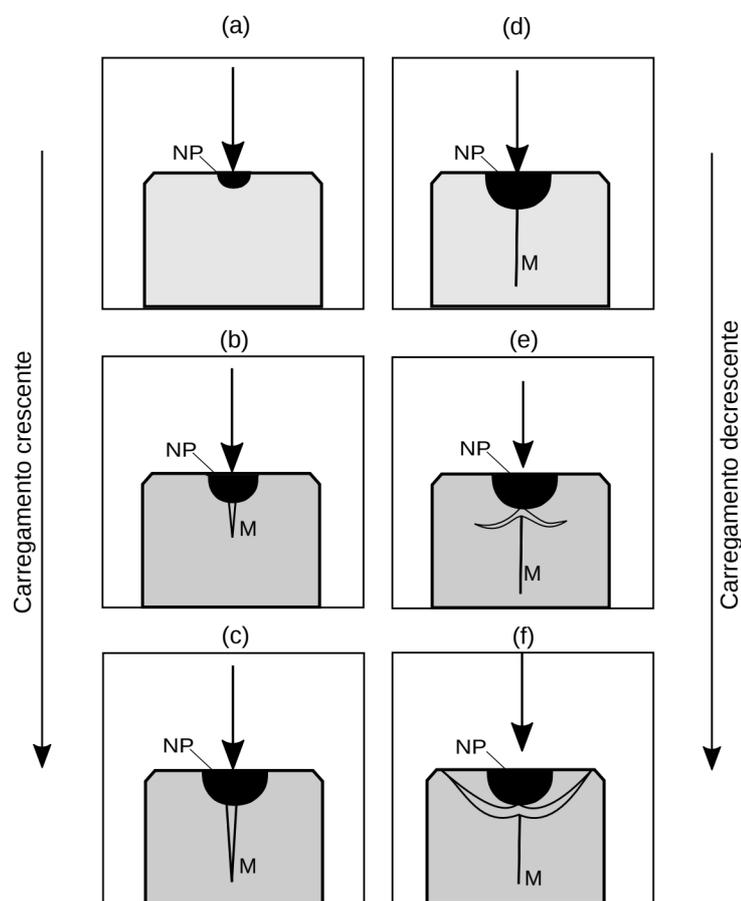
Entretanto, existe um limite para a quantidade de energia que o corpo pode acumular. Quando esse limite é atingido e o corpo continua sendo submetido a forças, ocorrem deformações permanentes, que estão associadas às deformações plásticas. Dessa forma, forma-se no corpo uma região de deformações plásticas chamada núcleo de deformações plásticas. Esse fenômeno pode ser visualizado na Figura 2.10, onde a região de deformações plásticas é indicada por  $NP$ .

Quando a carga atinge um valor crítico inicia-se uma trinca média no plano vertical, indicada por  $T$ . O incremento da carga gera, conseqüentemente, uma extensão da trinca. Ao reduzir a carga, a trinca se fecha, e a relaxação do material elasticamente deformado ao redor da região de contato causa tensões residuais elásticas, responsáveis pelo aparecimento de trincas laterais que crescem com o descarregamento subsequente. Conforme o descarregamento se completa, as trincas laterais se curvam para o alto, atingindo a camada externa da superfície.

Um modelo para o desgaste por fratura frágil é baseado na remoção de material pelo desenvolvimento de trincas laterais (Hutchings (1992)). Conforme as trincas laterais crescem para o alto em direção à superfície livre assume-se que o material seja removido em forma de lascas na região entre as trincas laterais e a superfície livre. Um limite superior para o volume removido por partícula, por unidade de distância de deslizamento, é  $2bc$  (Figura 2.11), onde  $b$  representa a profundidade da trinca e  $c$  a extensão lateral da mesma.

O estudo realizado por Padmanabhan *et al.* (2010) teve como objetivo investigar o comportamento de resistência à trinca no esmalte humano em relação à sua microestrutura.

Figura 2.10: Diagrama mostrando a formação de trincas em um material frágil devido à indentação.

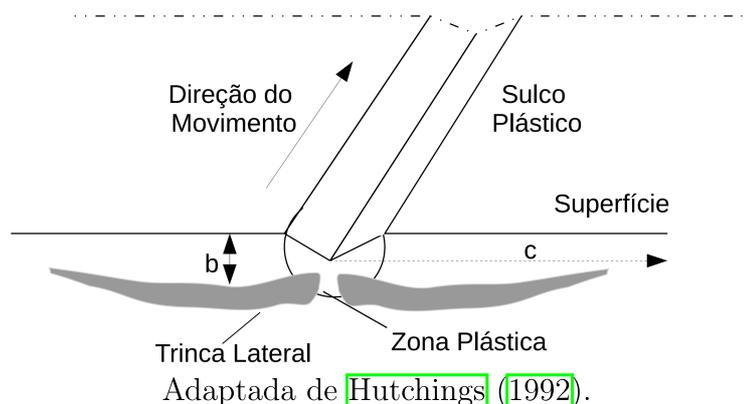


Adaptada de Hutchings (1992).

Os pesquisadores observaram que a propagação das trincas dependia principalmente da localização específica e da microestrutura encontrada no esmalte. Durante o estudo, diferentes níveis de carregamento foram aplicados sobre o corpo dental, variando de  $0.98N$  a  $9.8N$ , resultando em valores de profundidade de trinca que variaram de  $0.03\mu m$  a  $0.15\mu m$ . Foi constatado que o aumento da carga aplicada causou o aumento da profundidade da trinca. Além das descobertas sobre a propagação das trincas, também foram analisados os valores de dureza do esmalte durante o estudo. Os resultados revelaram que a dureza do esmalte variou dentro de uma faixa de  $3.22GPa$  a  $3.33GPa$ .

Em relação às deformações elásticas e plásticas do esmalte dentário, um estudo realizado por Shimomura *et al.* (2019) teve como objetivo analisar o comportamento desse esmalte quando submetido a nanoindentações, usando indentadores com diferentes raios e tempos de penetração na superfície. Os pesquisadores adotaram duas abordagens para encontrar

Figura 2.11: Ilustração esquemática da remoção em um material frágil pela extensão de uma trinca lateral sob um sulco plástico.



o módulo de elasticidade do esmalte. A primeira delas dependia da profundidade de penetração do indentador, enquanto a segunda levava em consideração a rigidez de contato associada à área de contato da indentação.

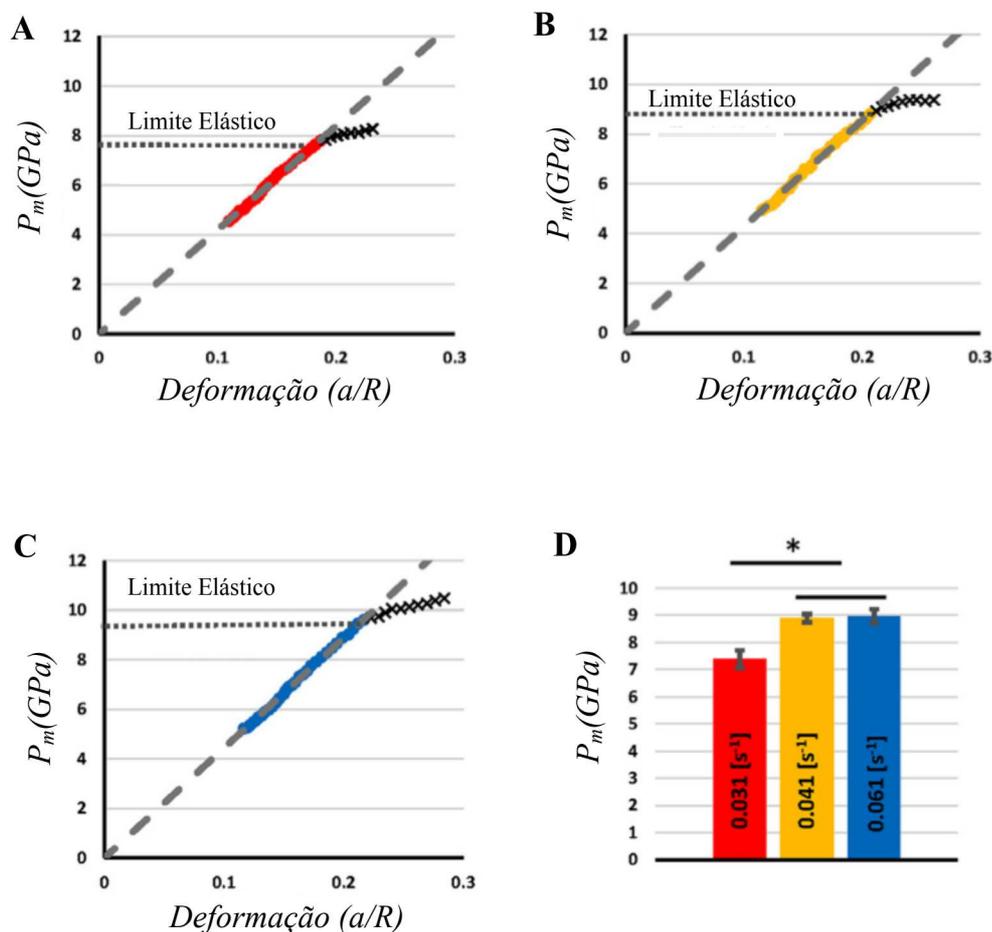
Os testes foram conduzidos utilizando terceiros molares que foram armazenados e polidos de modo a preservar as características tribológicas reais do esmalte. Durante o experimento, foram registradas curvas de força-deslocamento com taxas de deformação constantes de  $0,031$ ,  $0,041$  e  $0,061s^{-1}$ , a fim de produzir cargas máximas de  $250$  e  $2,000\mu N$  para os raios da ponta do indentador de  $243$  e  $1,041nm$ , respectivamente. As respostas encontradas para o módulo de elasticidade do esmalte dentário desse estudo são exibidas na Figura 2.12, onde  $\frac{a}{R}$  é a deformação de contato durante o carregamento elástico do material e  $P_m$  é a pressão média na área de contato.

## 2.3 Superfícies Rugosas

### 2.3.1 Perfil de rugosidade

A análise da topografia de uma superfície é um processo abrangente que vai além da simples medição dos perfis. Envolve a atribuição de valores numéricos que fornecem informações amplamente reconhecidas e relevantes ao usuário. Ao selecionar os parâmetros de superfície adequados, é fundamental assegurar que eles sejam capazes de capturar as diferenças entre duas superfícies distintas e sejam sensíveis às propriedades em análise,

Figura 2.12: Curvas tensão-deformação do esmalte para a menor faixa de contato da indentação (um raio de contato de aproximadamente  $50nm$ ). (A-C) Curvas de tensão-deformação representativas em taxas de deformação de carga de (A)  $0.031$ , (B)  $0.041$  e (C)  $0.061s^{-1}$ . (D) Limites elásticos médios observados em cada taxa de deformação de carregamento.



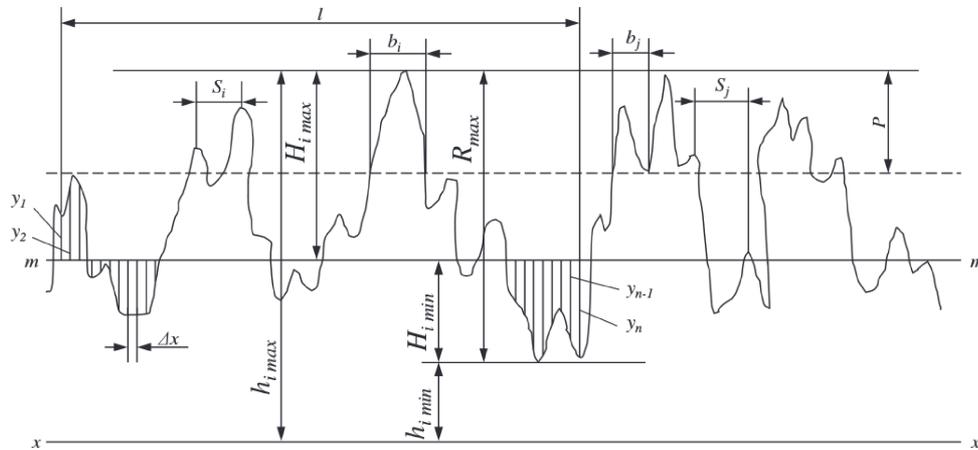
Adaptada de [Shimomura \*et al.\* \(2019\)](#).

especialmente quando se trata da interação de contato.

Os parâmetros de superfície são essenciais para quantificar e caracterizar as irregularidades e características presentes em uma superfície. Eles fornecem uma visão mais detalhada da topografia, permitindo compreender a rugosidade, a textura, a forma e outros aspectos importantes que afetam a funcionalidade e o desempenho de materiais, peças e dispositivos. A escolha adequada dos parâmetros de superfície é crucial para obter informações relevantes e confiáveis, garantindo que as análises e comparações sejam significativas.

Uma das abordagens conhecidas para extrair os parâmetros de textura superficial de

Figura 2.13: Perfil de rugosidade obtido com ensaio de perfilometria.



Adaptada de [Gadelmawla et al. \(2002\)](#)

uma superfície rugosa é a realização do ensaio de perfilometria. Esse método envolve o deslizamento de uma agulha fina sobre a superfície, registrando o deslocamento vertical dessa agulha para gerar um perfil detalhado da topografia da superfície, como exemplificado na Figura [2.13](#).

Ao realizar o ensaio de perfilometria, a agulha fina, também conhecida como sonda ou ponta do perfilômetro, é cuidadosamente posicionada sobre a superfície a ser analisada. À medida que a agulha desliza ao longo da superfície, um sistema de medição registra os deslocamentos verticais da agulha, que correspondem às variações de altura da superfície em cada ponto do percurso. Com base nos dados coletados, os parâmetros de textura superficial são calculados. Esses parâmetros incluem a rugosidade média, a profundidade máxima da rugosidade, a amplitude dos picos e vales, a distância média entre picos, entre outros.

Na Figura [2.13](#), alguns parâmetros podem ser identificados, como:

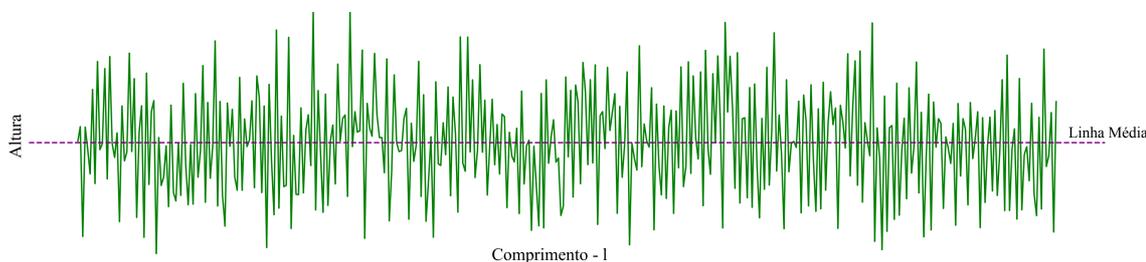
- $m$  - Linha média entre as alturas dos picos e vales, de modo que as alturas que se encontram acima dessa linha são consideradas picos e as abaixo são consideradas vales. Neste trabalho, aos picos denominam-se asperezas;
- $y_i$  - Altura de cada aspereza;
- $l$  - Comprimentos de amostragem, é o alcance máximo da agulha do perfilômetro na

superfície;

- $H_{imax}$  - Altura da maior aspereza;
- $H_{imin}$  - Profundidade do maior vale;
- $R_{max}$  - Deslocamento máximo da agulha do perfilômetro;
- $S_i$  - Espaço médio entre os picos; e
- $\Delta x$  - Intervalo de medição das alturas pelo perfilômetro;

Sobre o perfil obtido, realiza-se um tratamento ou filtragem da superfície para distinguir as asperezas associadas à rugosidade das que representam as ondulações e os erros de forma. Após excluir as duas últimas, é possível obter o perfil de rugosidade. A partir desse perfil, traça-se uma linha média para referência e, assim, as alturas das irregularidades podem ser calculadas em relação a ela (Figura 2.14).

Figura 2.14: Perfil de rugosidade com a Linha Média.



Elaborado pela autora.

### 2.3.2 Parâmetros de textura superficial

Para determinar a rugosidade de uma superfície, é necessário definir e medir os parâmetros que a caracterizam. Neste estudo, foram abordados quatro parâmetros essenciais: a rugosidade média ( $Sa$ ), a rugosidade média quadrática ( $Sq$ ), o coeficiente de assimetria ( $Sk$ ) e o coeficiente de achatamento ( $Sku$ ).

A rugosidade média ( $Sa$ ) é um parâmetro que expressa a média das alturas das asperezas ao longo do perfil da superfície analisada pela agulha do perfilômetro. Ele proporciona uma estimativa geral dos valores das irregularidades presentes na superfície,

tanto acima quanto abaixo da linha média. Essas alturas são medidas em micrômetros ( $\mu m$ ) e, para calcular o  $S_a$ , utiliza-se a média aritmética dos valores absolutos dessas alturas, conforme demonstrado na Equação 2.5

$$S_a = \frac{1}{l} \int_0^l |y(x)| dx \quad (2.5)$$

O parâmetro de rugosidade média quadrática ( $S_q$ ) é uma medida que representa o desvio padrão da distribuição de alturas ao longo da superfície. Essa medida é fundamental para descrever a rugosidade da superfície de forma estatística, sendo mais sensível às pequenas variações no perfil quando comparado ao  $S_a$ , que é a rugosidade média. O cálculo do  $S_q$  pode ser realizado utilizando a Equação 2.6

$$S_q = \sqrt{\frac{1}{l} \int_0^l y(x)^2 dx} \quad (2.6)$$

O parâmetro de curvatura média quadrática dos picos ( $K_p$ ) é uma medida que avalia o grau de arredondamento dos picos presentes na superfície. Ele é calculado por meio da média aritmética dos valores de curvatura de cada aspereza. A curvatura é uma medida inversa ao raio das asperezas, o que significa que quanto mais arredondados forem os picos, menor será o valor de  $K_p$ . Neste trabalho, por questões técnicas, optou-se por chamar esse parâmetro simplesmente de  $K_p$ . Para expressar matematicamente esse parâmetro, denota-se o raio de cada aspereza como  $r_i$ , e, portanto, a curvatura de cada aspereza será representada por  $\frac{1}{r_i}$ . A Equação 2.7 apresenta a formulação matemática para a quantificação desse parâmetro de textura superficial.

$$K_p = \frac{1}{l \sum_{i=1}^n r_i} \quad (2.7)$$

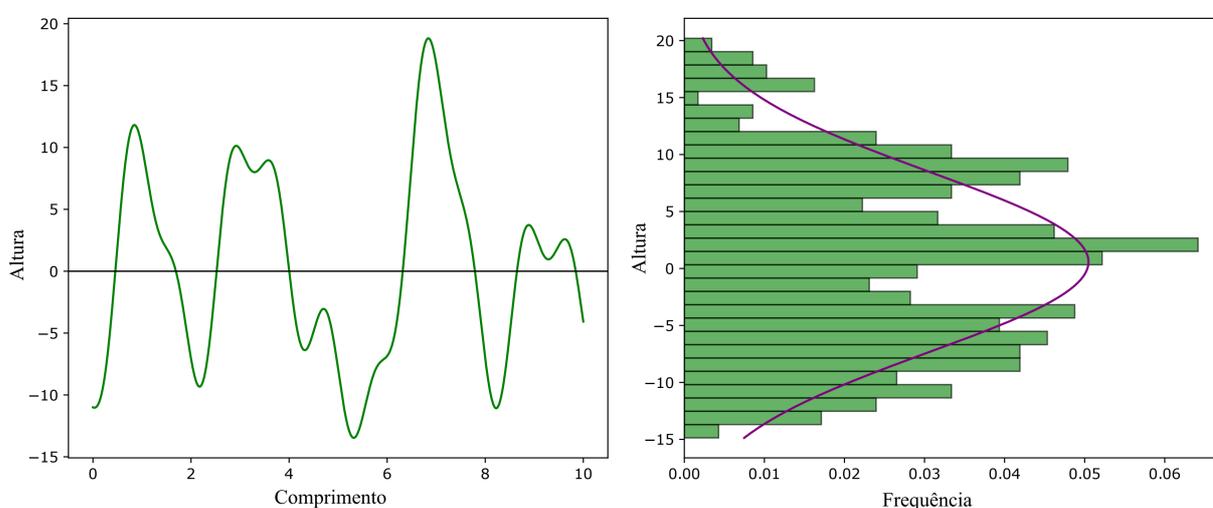
### 2.3.2.1 Curva de distribuição de alturas das asperezas

A forma clássica de descrever uma superfície com base no perfil digitalizado envolve a criação de um histograma de alturas, que é um gráfico que representa o número de pontos capturados em diferentes faixas de altura. Além disso, uma curva de material é construída,

seguindo uma abordagem similar (Abbott e Firestone, 1933). Essa curva registra o número acumulado de pontos encontrados acima ou abaixo de uma altura específica (conforme ilustrado na Figura 2.15).

Essas representações permitem analisar e compreender a distribuição das alturas na superfície, fornecendo informações sobre as características topográficas. O histograma de alturas mostra como as alturas estão distribuídas ao longo do perfil, permitindo identificar tendências e padrões presentes na superfície.

Figura 2.15: Histograma e curva de distribuição a partir de uma distribuição de alturas.



Elaborado pela autora.

O histograma, que representa uma distribuição de frequência, pode ser aproximado por meio de técnicas estatísticas elementares (Montgomery e Runger, 2003). Essas técnicas permitem estabelecer uma função de densidade de probabilidade  $\phi(z)$  que se ajusta aos dados, proporcionando uma representação mais suave e contínua da distribuição de alturas.

1.  $\phi(z) \geq 0$ ;
2.  $\int_{-\infty}^{\infty} \phi(z) dz = 1$ ;
3. Probabilidade  $P(a \leq z \leq b) = \int_a^b \phi(z) dz = \text{área sob } \phi(z) \text{ de } a \text{ a } b$  para quaisquer  $a$  e  $b$ .

Assim, ao considerar a função  $\phi(z)$  como a probabilidade da altura de um determinado ponto na superfície situar-se entre  $z$  e  $z + dz$ , pode-se determinar a probabilidade deste

ponto estar acima de  $z$  utilizando a função de distribuição cumulativa  $\Phi(z)$ . Essa função tem uma forma muito similar à curva de material e é definida da seguinte maneira:

$$\Phi(z) = \int_z^{\infty} \phi(z) dz \quad (2.8)$$

A forma da função de densidade de probabilidade contém informações relevantes sobre a superfície e pode ser expressa em termos dos momentos da função, definidos por:

$$m_n = \int_{-\infty}^{\infty} z^n \phi(z) dz \quad (2.9)$$

onde  $m_n$  é representa o n-ésimo momento da função. O momento de ordem zero ( $n = 0$ ) é igual a 1 e o primeiro momento é igual a  $m$ , que representa o valor médio da função  $z(x)$ . Os momentos em relação à média são denominados momentos centrais e são definidos por:

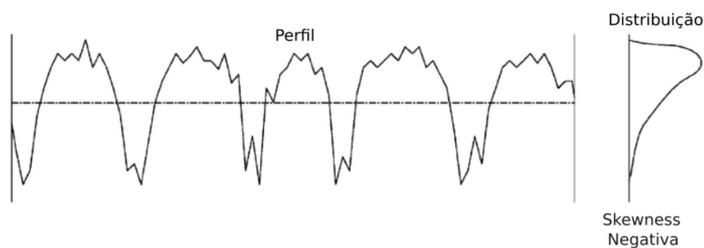
$$m_n^c = \int_{-\infty}^{\infty} (z - m)^n \phi(z) dz \quad (2.10)$$

O segundo momento central, que representa a variância ( $Sq^2$ ) da função, é calculado com base no desvio padrão ( $Sq$ ). O terceiro momento central normalizado,  $Sk$ , corresponde ao coeficiente de assimetria ou *skewness* da curva em relação à média (Equação 2.11). Quando esse valor se aproxima de zero, a distribuição é simétrica; se for positivo, a distribuição é assimétrica à direita, e se for negativo, assimétrica à esquerda. A Figura 2.16 ilustra as curvas de distribuição de asperezas para *skewness* negativa e positiva.

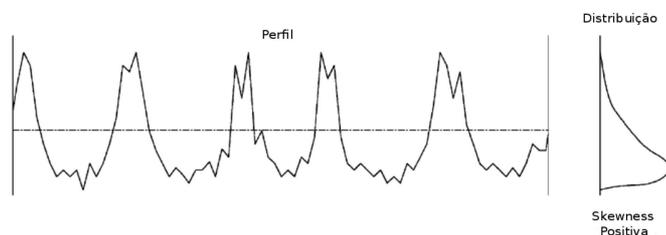
Por meio da Figura 2.17, é possível observar a diferença entre duas superfícies por meio de seus perfis. A primeira superfície com *skewness* negativa (Figura 2.17(a)) é caracterizada por apresentar platôs e vales mais profundos. Enquanto a segunda, com *skewness* positiva (Figura 2.17(b)), exibe predominância de picos e vales de pouca profundidade. Essas características de assimetria das distribuições são cruciais para compreender a topografia e a morfologia das superfícies analisadas.

$$Sk = \frac{1}{s^3} \int_{-\infty}^{\infty} (z - m)^3 \phi(z) dz \quad (2.11)$$

Figura 2.16: Curvas de distribuições das alturas (asperezas) para valores negativos e positivos *skewness* ( $Ssk$ ).



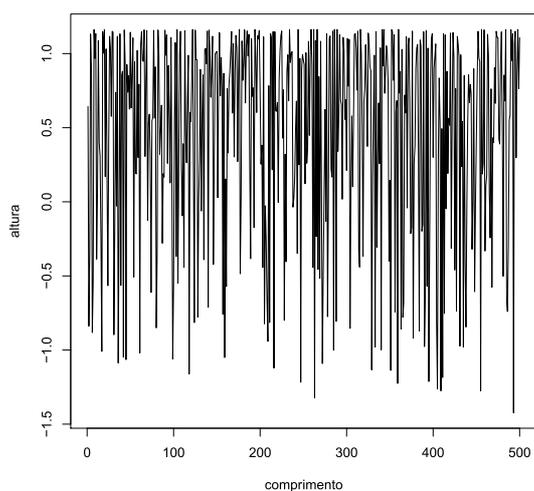
(a) Curva de distribuição das alturas com valor negativo de *skewness*.



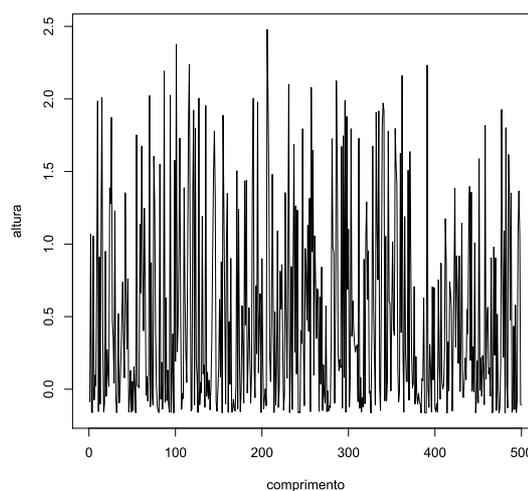
(b) Curva de distribuição das alturas (asperezas) com valor positivo de *skewness*.

Retirada de (Oliveira, 2016).

Figura 2.17: Perfis de superfícies para valores de *skewness* ( $Ssk$ ) negativos e positivos.



(a) Perfil de uma superfície com *skewness* negativa ( $Ssk = -1.0$ ).



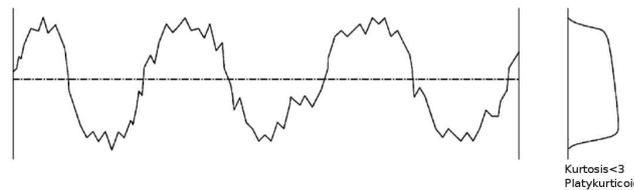
(b) Perfil de uma superfície com *skewness* positiva ( $Ssk = 1.0$ ).

Retirada de (Oliveira, 2016).

O quarto momento central normalizado é representado pelo coeficiente de achatamento ou *kurtosis*,  $Sk_u$ , que mede a dispersão da função e caracteriza o grau de achatamento ou afunilamento da curva (Equação 2.12). Quanto maior o valor de *kurtosis*, mais afunilada a curva se apresenta. A Figura 2.18 ilustra as distribuições das alturas para valores baixos e altos do coeficiente de achatamento. Além disso, na Figura 2.19, são apresentados os perfis de rugosidade para superfícies com essas características distintas.

$$Sk_u = \frac{1}{s^4} \int_{-\infty}^{\infty} (z - m)^4 \phi(z) dz \quad (2.12)$$

Figura 2.18: Curvas de distribuições das alturas para diferentes valores (pequeno e grande) de *kurtosis* ( $Sk_u$ ).



(a) Curva de distribuição das alturas para *kurtosis* pequena.

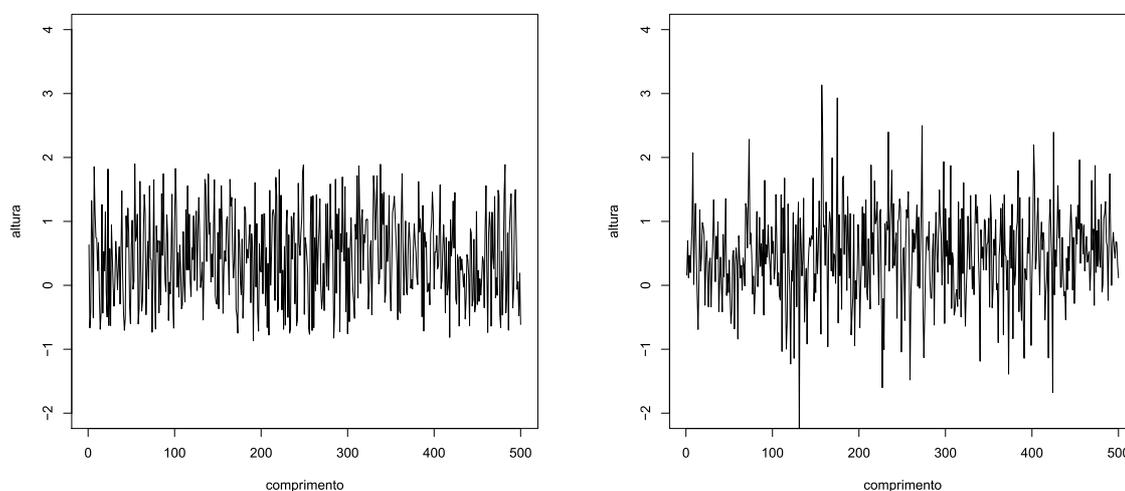


(b) Curva de distribuição das alturas para *kurtosis* grande.

Retirada de (Oliveira, 2016).

Muitas superfícies reais têm sido observadas apresentando uma distribuição de altura que se assemelha à função de probabilidade Gaussiana ou normal. Essa distribuição é frequentemente caracterizada por uma simetria em torno da média e uma dispersão mais concentrada ao redor da média, tornando-a uma forma de distribuição comum em diversos contextos.

Figura 2.19: Perfis de superfícies para máximos e mínimos valores de *kurtosis* ( $Sk_u$ ) .



(a) Perfil de uma superfície mínimo valor de *kurtosis* ( $Sk_u = 2.0$ ).

(b) Perfil de uma superfície com máximo valor de *kurtosis* ( $Sk_u = 6.0$ ).

Retirada de (Oliveira, 2016).

$$\phi(z) = \frac{1}{s\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(z-m)^2}{2s^2}\right] \quad (2.13)$$

onde  $m$  representa a altura média das aspereza e  $s$  o desvio padrão.

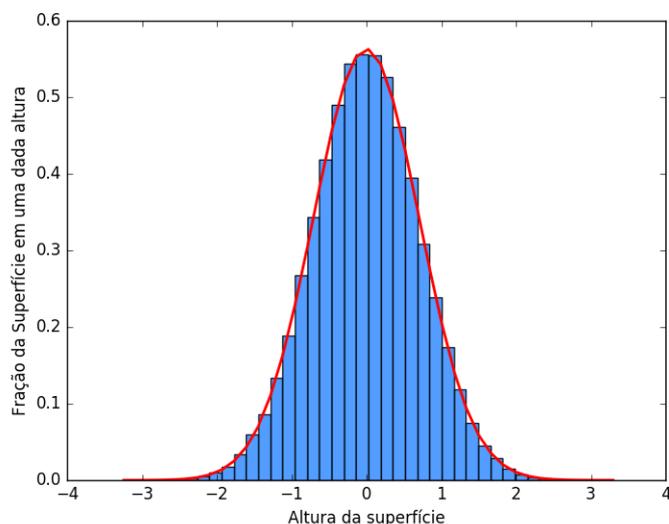
Essa distribuição é simétrica, como indicado pelo coeficiente de assimetria  $Ssk$  igual a zero. Além disso, possui um coeficiente de achatamento (*kurtosis* -  $Sk_u$ ) igual a 3, o que representa uma curva de forma padrão.

Na Figura 2.20, pode-se observar um exemplo ilustrativo de uma distribuição Gaussiana, caracterizada pelo seu pico centralizado na média e uma distribuição simétrica ao redor dessa média.

## 2.4 As Curvas de Pearson

Ao tentar descrever fenômenos físicos ou financeiros e analisá-los graficamente, é comum recorrer à distribuição normal, também conhecida como distribuição gaussiana. Entretanto, para caracterizar uma distribuição como gaussiana ou não, é necessário considerar quatro momentos principais: média, variância, coeficiente de assimetria (*skewness*) e coeficiente

Figura 2.20: Exemplo de uma distribuição Gaussiana.



Elaborada pela autora (2023).

de achatamento (*kurtosis*). Utilizando esses parâmetros, é possível modelar e equacionar a função de distribuição.

A família de distribuições de Pearson, proposta pelo matemático inglês Karl Pearson em 1895 (Lahcene, 2013), consiste em sete distintos tipos de curvas de distribuição, numeradas de I a VII. As curvas do tipo I, IV e VI são consideradas os “principais tipos”, enquanto os tipos II e VII são chamados “tipos de transição”, e os demais são considerados casos especiais (Lahcene, 2013).

Para distinguir o tipo da curva de distribuição entre as sete possibilidades, Pearson propôs dois parâmetros dimensionais,  $\beta_1$  e  $\beta_2$ , relacionados aos quatro momentos ( $\mu_1$  - média (*Sa*),  $\mu_2$  - variância (*Sq*),  $\mu_3$  - coeficiente de assimetria (*Ssk*),  $\mu_4$  - coeficiente de achatamento (*Sku*)), mencionados anteriormente.

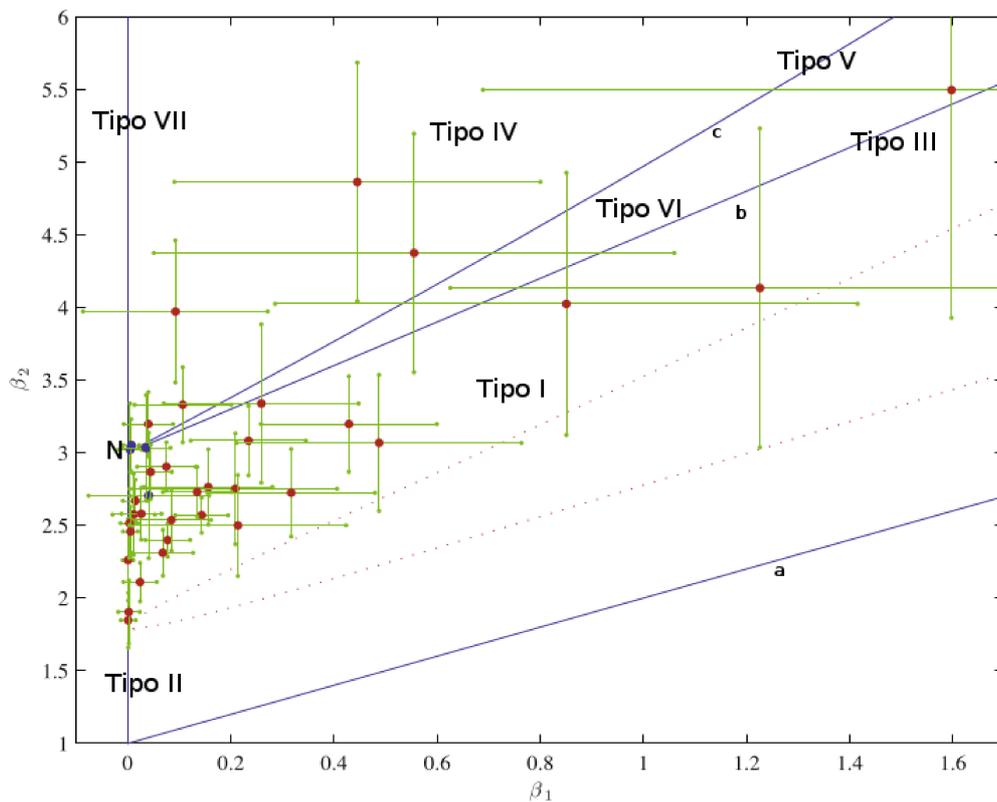
O gráfico mostrado na Figura 2.21 ilustra a relação entre os diferentes tipos de curvas e os dois parâmetros dimensionais, apresentando a região ocupada por cada tipo no plano. É evidente nesse gráfico a predominância dos tipos I, IV e VI, conhecidos como tipos principais, pois abrangem quase toda a área do plano  $\beta_1 \times \beta_2$ . As curvas do tipo I estão contidas na região delimitada pelas linhas **a** e **b**, enquanto os pontos  $(\beta_1, \beta_2)$  ao longo da linha **b** representam as curvas do tipo III. Por sua vez, as curvas do tipo VI estão limitadas pelas linhas **b** e **c**, e a área acima da linha **c** corresponde às curvas do tipo IV.

As curvas do tipo V também são representadas por pontos sobre a linha **c**, delimitando a região inferior das curvas do tipo IV.

Quando  $\beta_1$  é igual a zero ( $\beta_1 = 0$ ), três tipos de curvas são possíveis: as curvas do tipo II, para valores inferiores de  $\beta_2$ , as curvas do tipo VII, para maiores valores de  $\beta_2$ , e, adicionalmente, a distribuição normal, que ocorre quando  $\beta_2$  é igual a três ( $\beta_2 = 3$ ) e é representada no plano pela letra **N**.

$$\beta_1 = \frac{\mu_3^2}{\mu_2^2} \quad \beta_2 = \frac{\mu_4^2}{\mu_2^2} \quad (2.14)$$

Figura 2.21: Localização das funções Pearson de distribuição no plano  $\beta_1 \times \beta_2$ .



Adaptada de [Vidojevic \(2014\)](#).

A função  $f(x)$  de densidade de probabilidade de Pearson, é definida como uma solução válida da equação diferencial [2.15](#).

$$\frac{df(x)}{dx} + \frac{a + (x - \lambda)}{d(x - \lambda)^2 + c(x - \lambda) + b} = 0, \quad \text{onde: } \begin{cases} b = \frac{4\beta_2 - 3\beta_1}{10\beta_2 - 12\beta_1 - 18} \mu_2, \\ a = c = \sqrt{\mu_2} \sqrt{\beta_1} \frac{\beta_2 + 3}{10\beta_2 - 12\beta_1 - 18}, \\ d = \frac{2\beta_2 - 3\beta_1 - 6}{10\beta_2 - 12\beta_1 - 18} \end{cases} \quad (2.15)$$

A solução da equação diferencial [2.15](#), implica nas funções  $f(x)$  equacionadas de [2.16](#) a [2.22](#).

Nos gráficos representados pela Figura [2.22](#) são visíveis as características de cada distribuição.

Para a Pearson do Tipo I, temos a seguinte função de distribuição:

$$f(x) = k \left(1 + \frac{x}{a_1}\right)^{m_1} \left(1 - \frac{x}{a_2}\right)^{m_2}, \quad \text{onde: } \begin{cases} -a_1 < x < a_2; \\ m_1, m_2 > 0. \end{cases} \quad (2.16)$$

Já para a Pearson Tipo II, a função de distribuição é dada por:

$$f(x) = k \left(1 - \frac{x^2}{a^2}\right)^m, \quad \text{onde: } \begin{cases} -a < x < a; \\ m > -1. \end{cases} \quad (2.17)$$

A expressão da função de distribuição do tipo III de Pearson é a seguinte:

$$f(x) = k \left(1 + \frac{x}{a}\right)^{\mu a} \exp^{-\mu x}, \quad \text{onde: } \begin{cases} -a < x < +\infty; \\ \mu, a > -1. \end{cases} \quad (2.18)$$

A Pearson Tipo IV é representada por:

$$f(x) = k \left(1 + \frac{x^2}{a^2}\right)^{-m} \exp^{-\mu \arctan \frac{x}{a}}, \quad \text{onde: } \begin{cases} -\infty < x < +\infty; \\ a, \mu, m > 0. \end{cases} \quad (2.19)$$

A função de distribuição para Pearson Tipo V é:

$$f(x) = kx^{-p} \exp -\frac{\alpha}{x}, \quad \text{onde: } \begin{cases} 0 < x < \infty; \\ \alpha > 0 \\ p > 1. \end{cases} \quad (2.20)$$

A expressão da função de distribuição do tipo VI de Pearson é a seguinte:

$$f(x) = kx^{-p}(x - a)^q, \quad \text{onde: } \begin{cases} a < x < \infty; \\ p < 1; \\ q > 1; \\ p > q - 1. \end{cases} \quad (2.21)$$

Por fim, a função de distribuição para o sétimo tipo das curvas de Pearson é dada por:

$$f(x) = k \left(1 + \frac{x^2}{a^2}\right)^{-m}, \quad \text{onde: } \begin{cases} -\infty < x < \infty; \\ m > \frac{1}{2}. \end{cases} \quad (2.22)$$

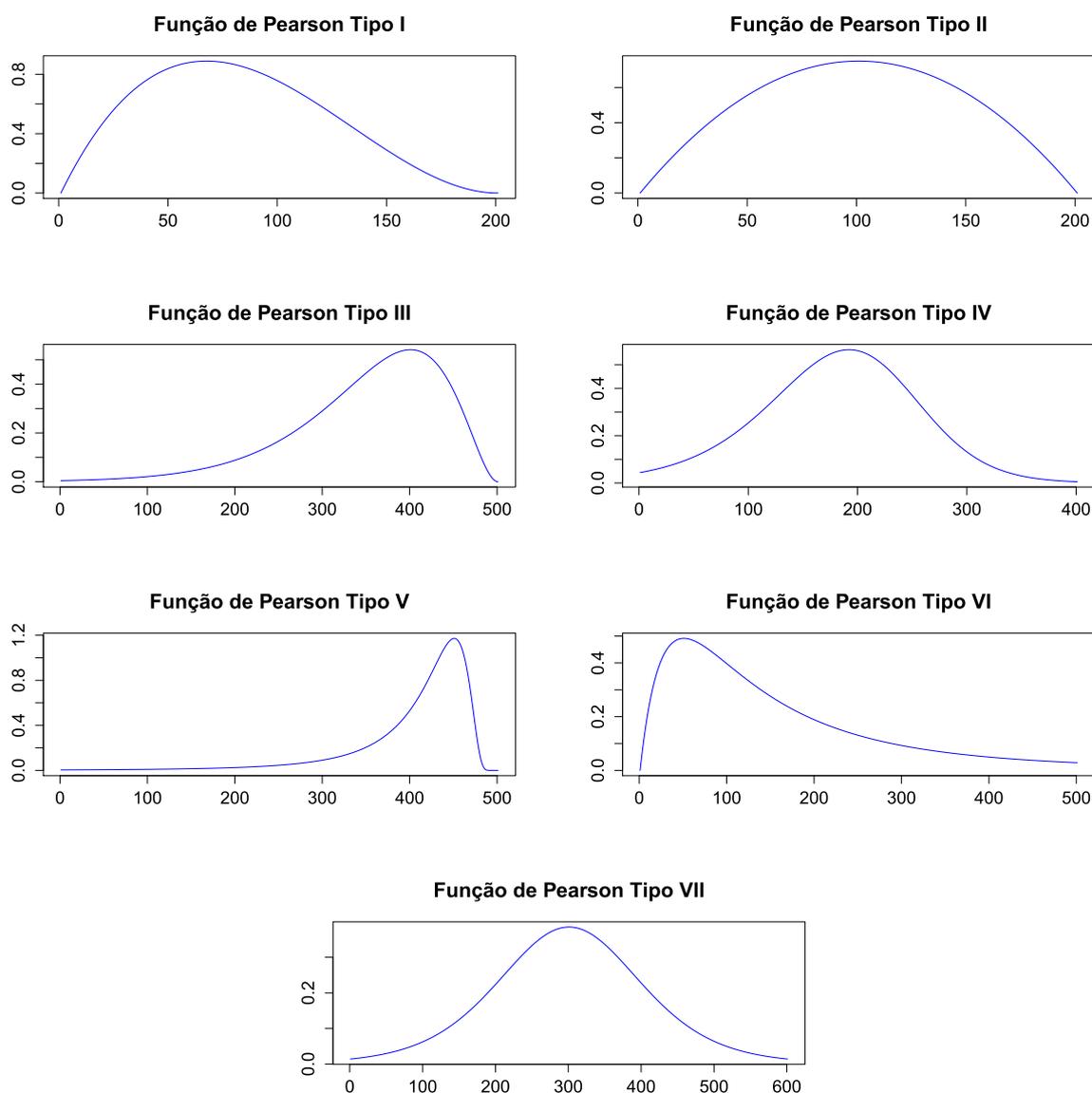
## 2.5 Modelos Estatísticos de Contato

O contato entre dois corpos compostos por superfícies rugosas ocorre quando microasperezas de uma superfície interagem com as da outra, como ilustrado na Figura [2.23](#). Portanto, é crucial conhecer o perfil de rugosidade dessas superfícies para uma análise precisa.

A falta de consideração desse perfil pode levar a erros significativos na avaliação da pressão de contato, uma vez que a área real de contato é significativamente menor de que a área de contato nominal que ocorreria no caso de superfícies lisas. Essa diferença de áreas pode ter implicações importantes na previsão do desgaste, distribuição de tensões e outros fenômenos relacionados ao contato entre as superfícies rugosas.

O contato entre superfícies paralelas e planas ocorre inicialmente em pontos específicos devido à existência de rugosidade microscópica. Com o aumento da carga normal, as superfícies se aproximam, permitindo o contato de um maior número de asperezas. Essas asperezas são responsáveis por suportar a carga e gerar forças de atrito. Assim, conhecer a

Figura 2.22: Características das distintas curvas de Pearson para os diferentes tipos de distribuições.

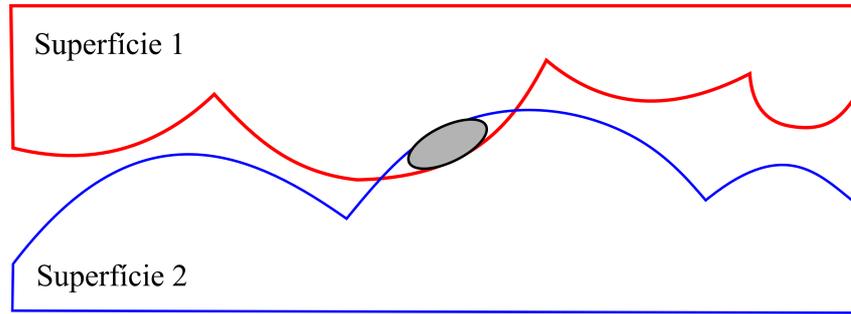


Retirado de (Oliveira, 2016).

topografia das superfícies e compreender a interação entre elas é importante para estudos de atrito, desgaste e lubrificação.

Um modelo de mecânica de contato considerado eficaz depende da forma como as superfícies rugosas são descritas matematicamente. Devido à natureza aleatória das asperezas nas superfícies, a geometria não deformada dos corpos em contato não pode ser descrita de maneira determinística (Ciulli *et al.*, 2008). Portanto, para abordar essa variabilidade, é necessário recorrer à análise estatística para adquirir os parâmetros

Figura 2.23: Contato de Micro-Asperezas.

Adaptada de [Gao et al. \(2018\)](#).

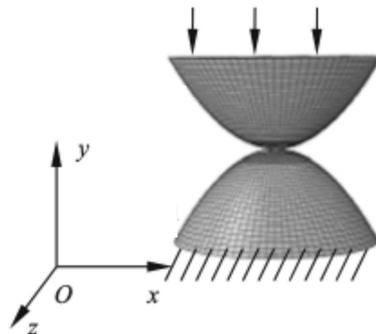
essenciais.

Desde o estudo pioneiro de [Greenwood e Williamson \(1966\)](#), considera-se que as asperidades nas superfícies têm a forma de semi-esferas ou parabolóides [\(2.24\)](#). Modelos axissimétricos de uma série de asperidades principais são gerados, com diferentes alturas individuais  $z_i$ , assumindo a forma de colinas de cosseno, conforme apresentado na equação [2.23](#).

$$z(y) = z_i \cos(yK_p) \quad (2.23)$$

onde  $K_p$  representa a curvatura média das asperidades.

Figura 2.24: Geometria das asperidades.

Adaptada de [Zhou et al. \(2017\)](#).

### 2.5.1 Análise do contato

Um passo inicial essencial na caracterização das propriedades tribológicas é obter informações sobre as forças de contato em superfícies sólidas durante o contato. No

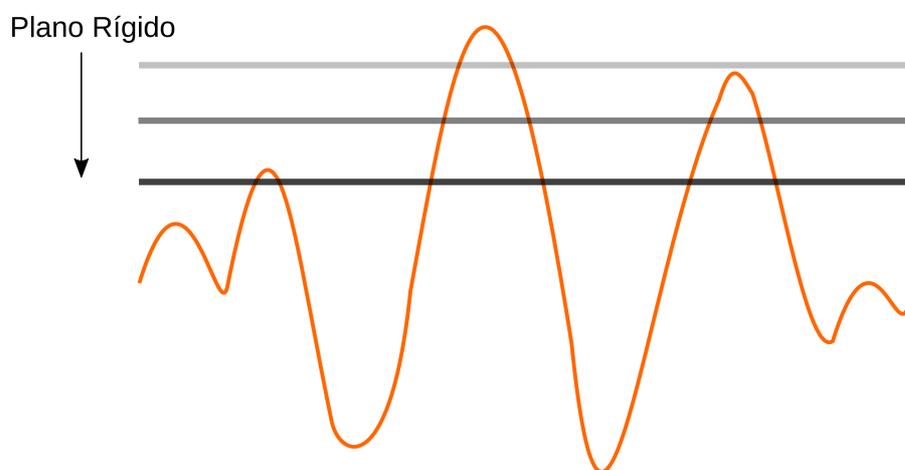
caso de materiais elastoplásticos, onde soluções analíticas não são viáveis, é necessário recorrer ao desenvolvimento de modelos numéricos para resolver o problema de contato (de Souza Bastos, 2008).

Para analisar o contato entre superfícies, uma abordagem simplificada é adotar a simulação das asperezas quando estas são comprimidas por um plano rígido, como ilustrado na Figura 2.25. Segundo a teoria de Hertz (Hertz, 1896), o contato entre duas asperezas é mecanicamente equivalente ao contato entre um sólido plano e uma esfera sólida, onde um dos corpos é rígido e o outro apresenta um módulo de elasticidade equivalente  $E$ . O módulo de elasticidade efetivo  $E$  pode ser calculado através da seguinte equação:

$$\frac{1}{E} = \frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \quad (2.24)$$

os símbolos  $E$  e  $\nu$  representam o módulo de elasticidade de *Young* e o coeficiente de Poisson, respectivamente, sendo que os subíndices 1 e 2 referem-se às duas esferas originais.

Figura 2.25: Plano Rígido em contato com as asperezas.



Elaborado pela autora (2023).

Um modelo de interfaces de contato baseado em asperezas foi proposto por Tworzydło *et al.* (1998), e para esse modelo, são seguidos os seguintes passos:

- Realização do ensaio de perfilometria para obter o perfil da superfície rugosa;
- Cálculo dos parâmetros (estatísticos) que caracterizam a superfície: média, desvio padrão das alturas e curvatura das asperezas;

- Determinação da função de densidade de probabilidade que representa a distribuição das asperezas da superfície com diferentes alturas e curvaturas dos picos (Fysh *et al.*, 1990);
- Análise por elementos finitos do micro-contato entre cada aspereza principal e um plano rígido, utilizando uma analogia ao ensaio de dureza, onde a ponta do penetrador é quase lisa;
- Homogeneização das respostas obtidas para cada micro-aspereza para obter a resposta global da superfície.

Neste estudo, considera-se que o atrito surge de forças abrasivas entre as superfícies em contato deslizante, assim como de sua rigidez mecânica na microescala. Nos casos em que a rigidez mecânica é dominante, os principais mecanismos de dissipação de energia são a deformação plástica e a fratura frágil (de Souza Bastos, 2008).

A partir das micro-respostas  $X(z_i, K)$  obtidas nas etapas anteriores (onde  $X$  pode representar a força ou pressão de contato, área real de contato etc.), a estimativa dos valores homogeneizados para o macro-contato  $E^*(X)$  na interface pode ser obtida através da integração numérica (Pottirayil *et al.*, 2010):

$$E^*(X) = N \int_{-\infty}^{\infty} X(z_i, K) \phi(z_i) dz_i, \quad (2.25)$$

onde  $N$  é o número de asperezas na superfície, e  $\phi(z_i)$  representa as frequências de cada aspereza principal com alturas  $z_i$  em contato com o plano rígido.

### 3 MÉTODOS

A primeira etapa deste trabalho teve como objetivo realizar a análise paramétrica da influência da textura superficial no contato dental humano. Para isso, duas modelagens distintas foram utilizadas. A primeira consiste na indentação única, em passos automáticos do Abaqus, do plano rígido à superfície. Já no segundo modelo computacional, neste trabalho denominado de Modelo de Carregamento Cíclico, a superfície foi submetida à descargas e recargas subsequentes, repetidas vezes, até atingir um valor limite de tensão, conhecido como tensão crítica.

Para realizar a primeira etapa, primeiramente, desenvolveu-se um método capaz de gerar numericamente as superfícies, baseando-se nas curvas de distribuição de alturas das asperezas. Em seguida, foi elaborado um *script* em Python, integrado ao programa de elementos finitos (Abaqus), responsável por automatizar o processo de análise dos microcontatos em cada aspereza principal, considerando sua altura e curvatura, e obtendo as respostas locais de força e área de contato em função da indentação do plano. Por fim, foi realizada a homogeneização dos resultados obtidos para a superfície e a análise paramétrica do conjunto de dados gerado. Esta abordagem computacional consiste em quatro rotinas: (i) geração numérica de superfícies, baseada no sistema de Pearson; (ii) modelagem dos micro-contatos; (iii) homogeneização; e (iv) análise estatística dos resultados.

A segunda etapa, por sua vez, consiste em analisar, através do modelo de carregamento cíclico, o desgaste que acontece na superfície. Para isso, os seguintes procedimentos foram realizados: (i) as deformações plásticas para cada micro-aspereza foram encontradas, posteriormente, através de técnicas de homogeneização, a profundidade na qual acontece a trinca na superfície pôde ser obtida; e (ii) o volume despreendido das superfícies foi calculado.

## 3.1 Análise Paramétrica da Influência da Textura Superficial na Dureza Superficial

### 3.1.1 Modelo de Indentação Única do Plano Rígido

A fim de identificar a influência dos parâmetros que caracterizam a superfície rugosa na dureza do esmalte dentário, primeiramente, é preciso definir os parâmetros que serão discutidos. Neste trabalho a rugosidade média ( $Sa$ ), a rugosidade média quadrada ( $Sq^2$ ), a curvatura quadrada média dos picos ( $Kp$ ), a *skewness* ( $Ssk$ ) e a *kurtosis* ( $Sku$ ), foram os parâmetros para os quais sua influência na dureza superficial serão estudadas.

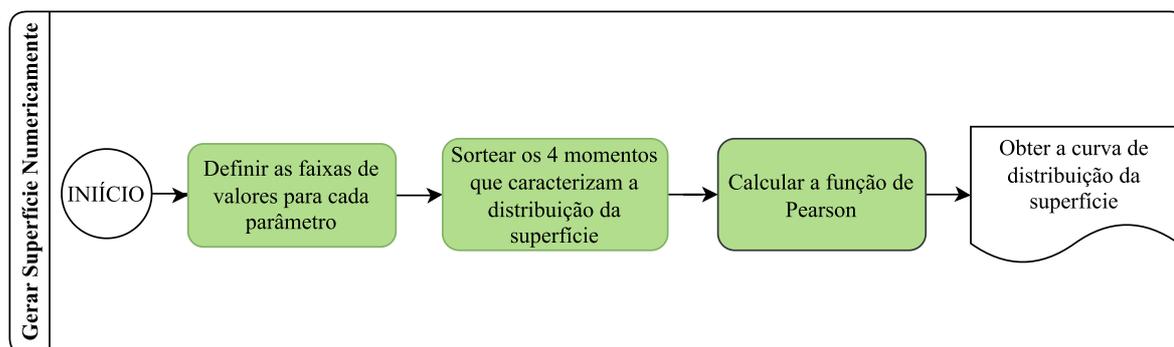
Conforme descrito no capítulo anterior, a rugosidade média ( $Sa$ ) do perfil fornece a média das alturas das asperezas. A rugosidade quadrática média ( $Sq^2$ ) representa o desvio padrão da distribuição de altura. A curvatura quadrada média dos picos ( $Kp$ ) mede o grau de arredondamento dos picos, é obtido pela média aritmética dos valores de curvatura de cada aspereza. Os dois últimos parâmetros,  $Ssk$  e  $Sku$ , estão relacionados à curva de distribuição de alturas de asperezas. A *skewness* ( $Ssk$ ) é o coeficiente de assimetria da curva, sendo que o valor nulo desse parâmetro indica que as alturas estão igualmente distribuídas ao redor da média. O parâmetro relacionado à *kurtosis* ( $Sku$ ), representa o achatamento da curva.

#### 3.1.1.1 Individualização da Superfície

As etapas que compõem a geração numérica de cada superfícies estão representadas no fluxograma da Figura [3.1](#).

As faixas de valores dos cinco parâmetros de textura superficial adotados para a análise nesse trabalho,  $Sa$ ,  $Sq^2$ ,  $Ssk$ ,  $Sku$  e  $Kp$ , foram definidas com base nos dados de um estudo descritivo observacional transversal, aprovado pelo Comitê de Ética em Pesquisa da Universidade Federal de Juiz de Fora, sob o parecer número 2450.190.2011. O consentimento de participação dos pacientes foi registrado em termo assinado anteriormente à execução da pesquisa ([Bonato et al., 2015](#)). A composição da amostra contou com a participação de mulheres pertencentes à faixa etária compreendida entre 20 e 50 anos ([Ahlberg et al.,](#)

Figura 3.1: Fluxograma: etapas para a geração numérica de uma superfície.



Elaborada pela autora (2023).

2002). Os critérios de inclusão da pesquisa basearam-se na ausência de doenças sistêmicas (como diabetes, artrite, fibromialgia e outras), não fazer uso de fármacos, como inibidores seletivos da receptação de serotonina, catecolaminas, anfetaminas, dopaminas, cafeína, antidepressivos tricíclicos, fenilalanina, agonista da serotonina, antipsicóticos e ansiolíticos, além de relaxantes musculares, não estar sob terapia ortodôntica e/ou para DTM e possuir todos os dentes (com exceção dos terceiros molares).

Os extremos encontrados por perfilometria foram utilizados para definir a faixa de variação dos parâmetros. Os intervalos discretos são apresentados na Tabela 3.1. Os primeiros quatro parâmetros ( $Sa$ ,  $Sq^2$ ,  $Ssk$  e  $Sku$ ), escolhidos aleatoriamente dentro da faixa, representam uma amostra de superfície numérica, cuja curva de distribuição de altura deve ser classificada de acordo com o sistema de Pearson.

Tabela 3.1: Intervalos dos parâmetros de superfície.

Descrição	Parâmetros	Valores
Rugosidade Média	$Sa$	(0, 0; 1, 0)
Rugosidade Média Quadrada	$Sq^2$	(0, 04; 1, 00)
Coefficiente de Assimetria	$Ssk$	(-1, 0; 1, 0)
Coefficiente de Achatamento	$Sku$	(2, 0; 6, 0)
Curvatura Média Quadrada	$Kp$	(0, 01; 0, 25)

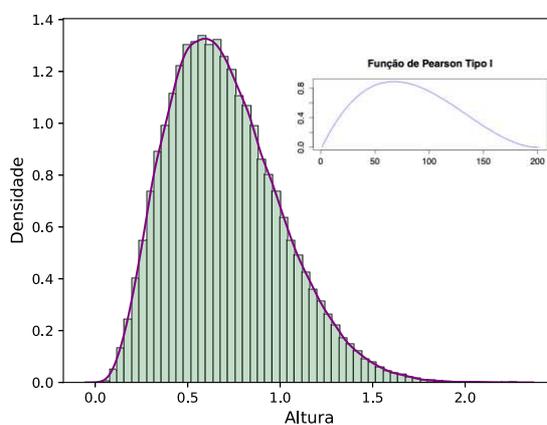
Elaborada pela autora (2023).

Com base nos quatro momentos principais, ( $\mu_1$  - média,  $\mu_2$  - variância,  $\mu_3$  - assimetria,  $\mu_4$  - curtose), identifica-se quais dos sete tipos de curvas de Pearson representa a distribuição de alturas gerada pelos mesmos. Na Figura 3.2 (a) observa-se, por exemplo, a curva de distribuição de alturas para uma superfície com os seguintes momentos  $(Sa, Sq^2, Ssk, Sku) = (0, 7; 0, 09; 0, 6; 3, 2)$ , tais momentos implicam em uma Pearson

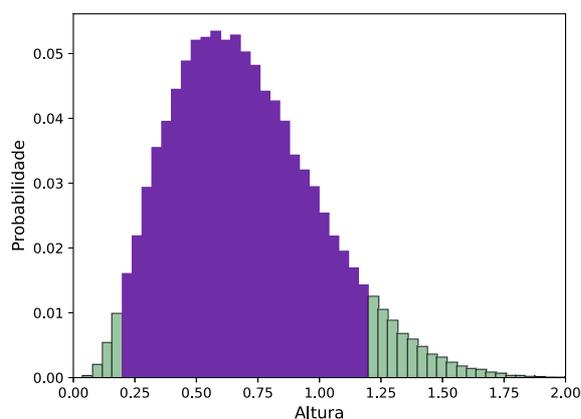
do tipo I.

Após a geração numérica de uma superfície, faz-se necessário individualizar as asperezas que a compõem e que, conseqüentemente, serão submetidas para a análise do contato. Para isso, a curva de distribuição das alturas foi dividida em 25 intervalos, dentro de um intervalo de confiança de 95% na curva, de modo que, cada um desses intervalos represente uma aspereza principal. A Figura 3.2 (b) exemplifica as alturas que se encontram dentro deste intervalo de confiança para a distribuição mostrada na 3.2 (a).

Figura 3.2: Distribuição de alturas das asperezas em uma superfície



(a) Exemplo de uma curva de distribuição Pearson do tipo I para uma superfície específica.



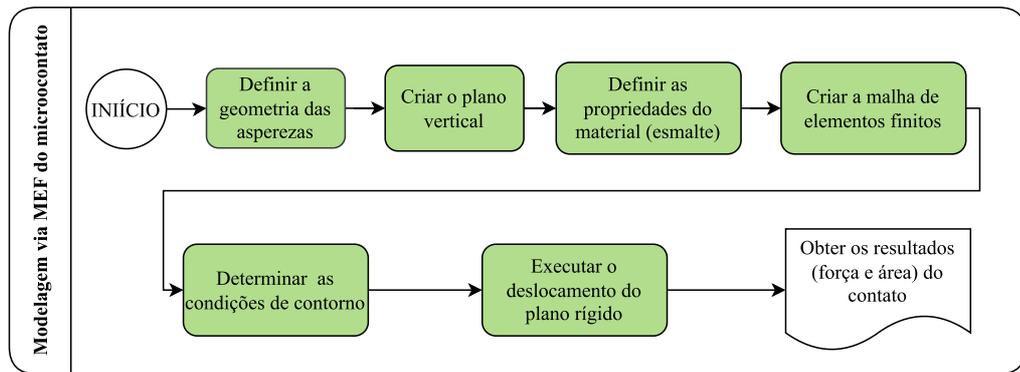
(b) Asperezas principais (em roxo).

Elaborada pela autora (2023).

### 3.1.1.2 Modelagem do Micro-Contato via Método dos Elementos Finitos

O fluxograma da Figura 3.3 apresenta as etapas que consistem na modelagem do micro-contato para cada uma das asperezas principais.

Figura 3.3: Fluxograma: modelagem via MEF dos micro-contatos.

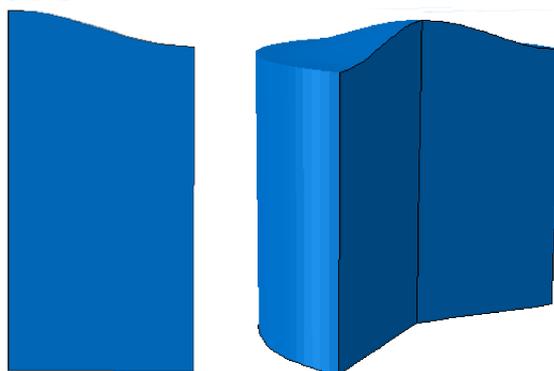


Elaborada pela autora (2023).

#### 3.1.1.2.1 Modelagem Geométrica das Asperezas

Para a representação geométrica da aspereza, utilizou-se modelos axissimétricos, sendo assim apenas a metade da seção transversal foi modelada no Abaqus, já que, por simetria, consegue-se analisar toda a aspereza e diminuir o custo computacional do processamento, sem prejuízo à simulação (Figura 3.4).

Figura 3.4: Modelagem axissimétrica da aspereza: à esquerda, é possível visualizar um exemplo de uma seção transversal modelada no Abaqus; à direita, pode-se observar a superfície axissimétrica resultante da rotação em relação ao eixo vertical da seção transversal modelada.



Elaborada pela autora (2023).

O pseudocódigo exibido no Algoritmo I, mostra como foi realizada a modelagem do

topo das asperezas. A variável de retorno,  $coord_{topo}$ , contém as coordenadas  $x$  e  $y$  dos nós pelos quais a *spline*, que forma o topo da aspereza, passará. A função recebe como parâmetros o número de pontos ( $n_{pontos}$ ) da *spline* e a altura ( $z_p$ ) da aspereza. A variável  $aux$  (linha 2) é dependente da curvatura média quadrática dos picos  $kp$  e  $\delta$  é a distância no eixo das abscissas dos pontos da *spline*.

---

**Algoritmo 1:** Definição Geométrica Aspereza

---

**Entrada:**  $n_{pontos}$  - número de pontos da *spline*  
 $z_p$  - altura da aspereza  
 $kp$  - curvatura média da superfície

```

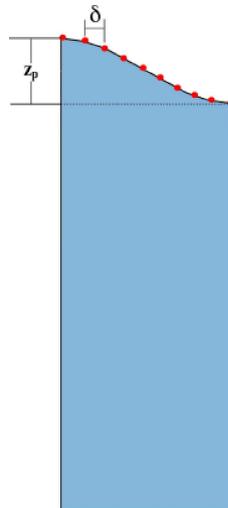
1  $coord_{topo} = [ ]$ 
2  $aux = (\frac{kp}{z_p})^{\frac{1}{2}}$ 
3  $\delta = \frac{\Pi}{n_{pontos} * aux}$  for  $i = 1$  to  $range(n_{pontos})$  do
4    $x = i * \delta$ 
5    $y = z_p * \cos(aux * x)$ 
6    $z = (x, y)$ 
7    $result.append(coord_{topo})$ 
8 end
9 return  $coord_{topo}$ 

```

---

A Figura 3.5 demonstra graficamente como a modelagem geométrica de cada uma das asperezas principais foi realizada, onde observa-se a altura  $z_p$  bem como a forma cossenoidal que caracteriza o topo. Abaixo do topo foi construída, com profundidade de  $20 \mu m$ , uma fração da sub-superfície com as mesmas propriedades da parte superior.

Figura 3.5: Modelagem geométrica da aspereza.

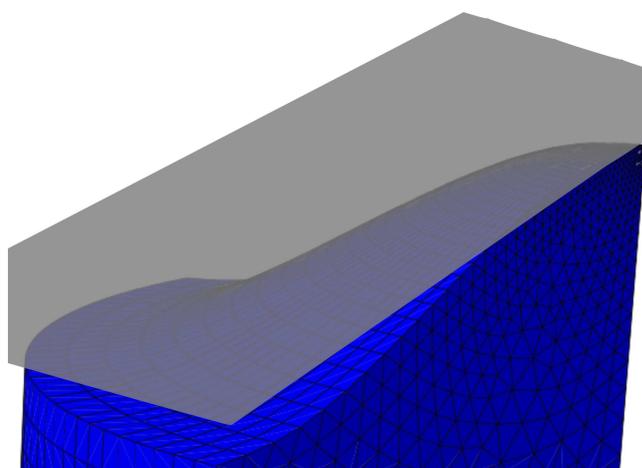


Elaborada pela autora (2023).

### 3.1.1.2.2 Construção do plano rígido e definição das propriedades mecânicas utilizadas para o esmalte dentário

O procedimento adotado para avaliar a deformação das asperezas consiste na imposição de deslocamento do plano rígido sobre a superfície. O plano representa uma superfície muito mais dura do que a aspereza (3.6). Para tal, utilizou-se a formulação de contato entre pares, onde as superfícies interagem na direção normal, gerando resistência à penetração.

Figura 3.6: Representação do plano rígido sobre uma seção, aproximadamente  $\frac{1}{4}$ , da aspereza.



Elaborada pela autora (2023).

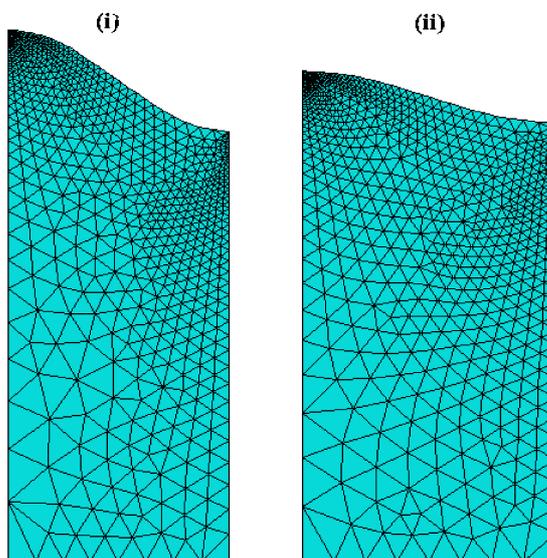
A modelagem do contato entre cada aspereza principal e um plano rígido, são chamados aqui de “micro-contato”. Para as asperezas, o material foi considerado como elasto-plástico com módulo de elasticidade igual a  $E = 90GPa$ , o limite de plasticidade de  $\sigma = 2GPa$  e o coeficiente de Poisson de  $\nu = 0,3$  (Habelitz *et al.*, 2001a).

### 3.1.1.2.3 Criação da malha de elementos finitos e Definição das Condições de Contorno

Neste trabalho, foi adotada uma malha de elementos finitos não estruturada, composta por elementos triangulares lineares. Diferentemente de uma malha estruturada, os elementos nessa malha não seguem um padrão regular, resultando em tamanhos e alinhamentos variados. Essa abordagem permite uma distribuição mais precisa dos elementos ao longo da aspereza, especialmente na região curva do topo (Figura 3.7).

Para criar a malha de elementos finitos, optou-se por refiná-la mais próximo ao topo,

Figura 3.7: Malha de elementos finitos - aspereza (i):  $Z_p = 1,118\mu m$  e superfície com curvatura média  $K_p = 0,25\mu m^{-1}$  ; aspereza(ii):  $Z_p = 2,117\mu m$  e curvatura média da superfície  $K_p = 0,093\mu m^{-1}$  .



Elaborada pela autora (2023).

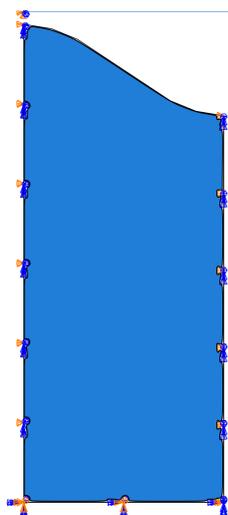
próxima à região de contato. No Abaqus, através da função `seedEdgeByBias()`, é possível escolher o número de nós que se deseja para a malha em cada eixo da geometria. Vale ressaltar que o Abaqus possuiu um método automático para a verificação da malha, de forma que a simulação para cada micro-aspereza só acontece se não houver inconsistência.

Quanto às condições de contorno, a borda inferior foi fixada (engaste), impedindo qualquer movimento, já para as extremidades laterais os deslocamentos horizontais foram restritos, enquanto os deslocamentos verticais são permitidos, simulando assim a junção de uma aspereza em relação ao restante da superfície. Para o plano rígido, a condição de contorno permite apenas o deslocamento vertical. Na Figura [3.8](#) é possível visualizar as condições de contorno aplicadas à uma aspereza, onde as setas na cor laranja representam restrições aplicadas nos graus de liberdade 1 a 3 (ou seja, as direções de translação x, y e z), as setas na cor azul representam restrições aplicadas nos graus de liberdade 4 a 6 (ou seja, as direções de rotação em torno dos eixos x, y e z).

#### 3.1.1.2.4 Execução do deslocamento do plano rígido

No Abaqus existem várias opções para definir problemas de contato, dentre elas: contato geral, contato entre pares e contato entre elementos. Neste trabalho, utilizou-se a

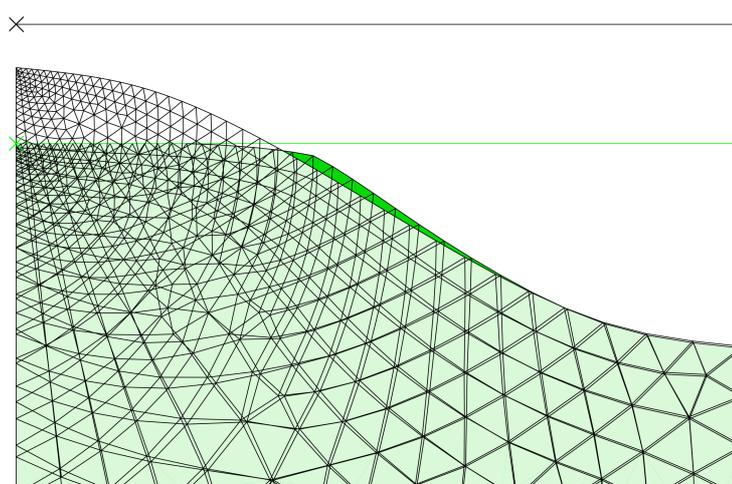
Figura 3.8: Condições de contorno para uma aspereza.



Elaborada pela autora (2023).

formulação de contato entre pares, sendo o plano rígido (representando uma superfície muito mais dura do que a contra-face) considerado como a superfície mestre, enquanto as asperezas (corpo deformável) são consideradas superfícies escravas. Na Figura 3.9 é possível visualizar a sobreposição dos elementos da aspereza (superfície escrava) após a indentação do plano rígido. O problema de contato foi resolvido usando o método de Lagrange Aumentado, sem considerar a força de atrito.

Figura 3.9: Exemplo de malhas deformadas (em verde) sobre as malhas não deformadas (em branco) para asperezas.

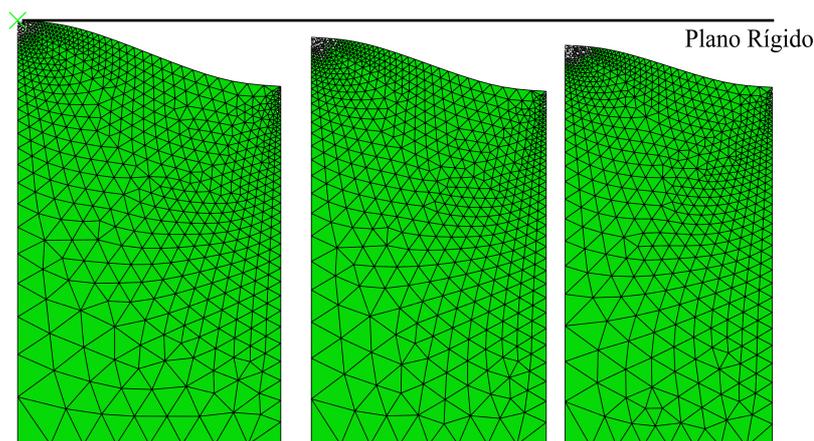


Elaborada pela autora (2023).

A posição inicial do plano rígido, coincidiu com o topo da aspereza mais alta da superfície em análise (Figura 3.10), evitando assim incrementos desnecessários do plano

sem que houvesse de fato o contato. Ainda com a intenção de minimizar os custos computacionais da simulação, para as outras asperezas principais da superfície, o primeiro incremento do plano rígido foi programado para que, em um único passo, sua localização coincidissem com o topo da aspereza em análise.

Figura 3.10: Posição inicial do plano rígido, no topo da aspereza mais alta ( $Z_p = 1,687$ ) - as outras asperezas principais tem alturas  $Z_p = 1,421$  e  $Z_p = 1,107$ , respectivamente.



Elaborada pela autora (2023).

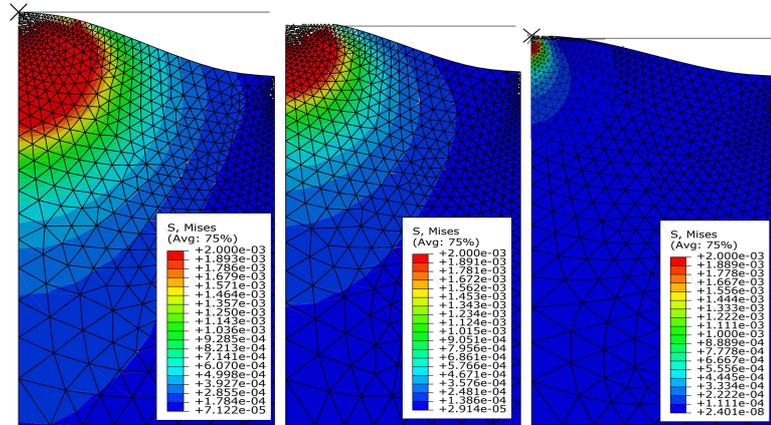
Para o deslocamento do plano, utilizou-se o recurso automático do *software* Abaqus para otimizar o tempo de solução do problema de contato. Na primeira abordagem, na qual o plano rígido é deslocado verticalmente para baixo uma única vez, sobre cada aspereza principal, o deslocamento total do plano foi de  $0,6\mu m$ . A carga resultante de cada elemento foi calculada como a soma das reações em todos os nós que estão em contato no momento em questão. A Figura 3.11 exibe, os valores das tensões de Von Mises após o processo de indentação para três asperezas principais de uma mesma superfície.

A cada incremento do plano rígido, os valores da área de contato e da carga resultante foram gravados. Um exemplo do resultado dessa etapa pode ser visualizado na Tabela 3.2 onde  $U$  representa a indentação vertical para baixo do plano rígido.

### 3.1.1.3 Procedimentos para Homogeneização

Após as simulações no Abaqus para cada micro-contato, faz-se necessário obter o resultado macro em cada superfície. Isto é, unir a contribuição de cada aspereza principal na sua respectiva superfície. O fluxograma da Figura 3.12 exibe as etapas realizadas para esse

Figura 3.11: Tensão de Von Mises para as asperezas de diferentes alturas ( $Z_p = 1,687$ ,  $Z_p = 1,421$  e  $Z_p = 1,107$ ), da mesma superfície.



Elaborada pela autora (2023).

Tabela 3.2: Resultados da simulação para uma aspereza de altura  $Z_p = 1,297$ .

$Sk_u$	$S_q$	$k_p$	$S_{sk}$	$S_a$	$Z_p$	$U$	$\hat{A}rea$	$For\c{c}a$
5,1756	0,4973	0,1393	-0,1653	0,3586	1,2970	-0,1692	0,0000	0,0000
5,1756	0,4973	0,1393	-0,1653	0,3586	1,2970	-0,1799	0,0291	0,0001
5,1756	0,4973	0,1393	-0,1653	0,3586	1,2970	-0,1907	0,1779	0,0004
5,1756	0,4973	0,1393	-0,1653	0,3586	1,2970	-0,2015	0,3113	0,0009
5,1756	0,4973	0,1393	-0,1653	0,3586	1,2970	-0,2123	0,4937	0,0016
5,1756	0,4973	0,1393	-0,1653	0,3586	1,2970	-0,2284	1,0418	0,0029
5,1756	0,4973	0,1393	-0,1653	0,3586	1,2970	-0,2446	1,4223	0,0046
5,1756	0,4973	0,1393	-0,1653	0,3586	1,2970	-0,2607	1,8914	0,0066
5,1756	0,4973	0,1393	-0,1653	0,3586	1,2970	-0,2850	2,4580	0,0099
5,1756	0,4973	0,1393	-0,1653	0,3586	1,2970	-0,3213	3,9723	0,0157
5,1756	0,4973	0,1393	-0,1653	0,3586	1,2970	-0,3577	6,1339	0,0217
5,1756	0,4973	0,1393	-0,1653	0,3586	1,2970	-0,3940	7,4952	0,0286
5,1756	0,4973	0,1393	-0,1653	0,3586	1,2970	-0,4304	9,1003	0,0355
5,1756	0,4973	0,1393	-0,1653	0,3586	1,2970	-0,4734	10,9711	0,0439
5,1756	0,4973	0,1393	-0,1653	0,3586	1,2970	-0,5165	13,1662	0,0524
5,1756	0,4973	0,1393	-0,1653	0,3586	1,2970	-0,5596	13,1418	0,0617
5,1756	0,4973	0,1393	-0,1653	0,3586	1,2970	-0,6000	15,6376	0,0710

Elaborada pela autora (2023).

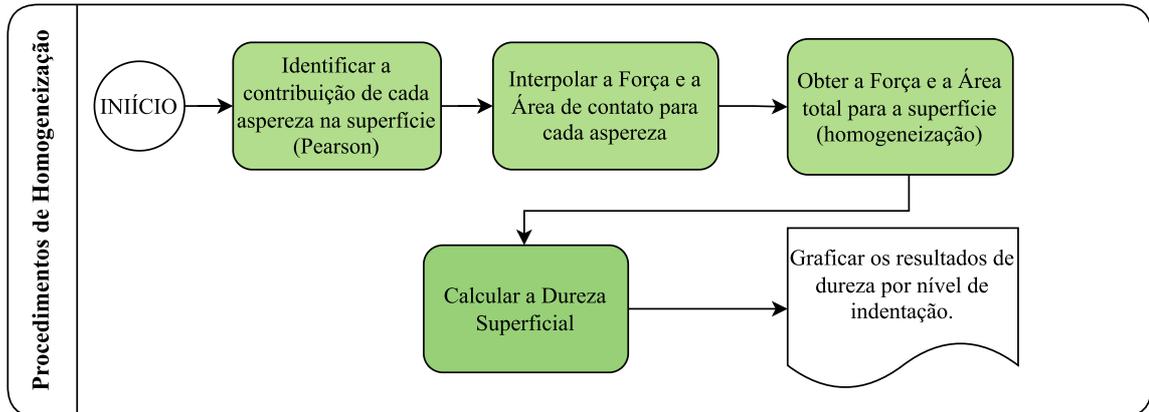
procedimento, denominado de homogenização.

### 3.1.1.3.1 Identificação da frequência de cada aspereza principal na superfície

É sabido que cada aspereza principal aparece na superfície com uma frequência ( $\phi$ ) diferente. Isto significa que algumas influenciam mais que outras nas respostas obtidas. Dessa forma, primeiramente foi necessário encontrar a frequência que cada uma das asperezas principais aparece na superfície e multiplicar as respostas por essa frequência.

A biblioteca *objects* foi importada no Python, tornando possível a utilização de funções da linguagem *R* no código em Python. Nesta etapa, através do pacote *PearsonDS* foi

Figura 3.12: Fluxograma: etapas para transformar a análise micro em macro.



Elaborada pela autora (2023).

possível encontrar a frequência  $\phi$  de cada aspereza principal ( $Z_p$ ) e, posteriormente multiplicar a força e área de contato pela frequência. A função  $pearsonFitM()$  é responsável por identificar qual o tipo de função de Pearson é definida, através dos quatro momentos fornecidos como parâmetros. Em seguida foi implementada a função  $dpearsonType()$ , responsável por calcular a frequência  $\phi$  da aspereza de altura  $Z_p$  dentro da função de Pearson correspondente (Algoritmo 2).

---

**Algoritmo 2:** Contribuição de cada aspereza principal de acordo com sua frequência na superfície.

---

**Entrada:**  $Z_p$  - altura da aspereza principal

- 1  $moments = c(\text{mean} = Sa, \text{variance} = Sq * *2, \text{skewness} = SSK, \text{kurtosis} = SKU)$
  - 2  $ppar = \text{pearsonFitM}(moments = moments)$
  - 3  $\phi = \text{dpearsonType}(as.numeric(Zp), ppar)$
  - 4  $Forca = Forca * \phi$
  - 5  $Area = Area * \phi$
- 

### 3.1.1.3.2 Interpolação das forças e áreas de contato

Como pode ser observado também na Tabela 3.2, os níveis de indentaçao do plano rígido ( $U$ ) não acontecem de forma padronizada, isto porque o plano desce em incrementos automáticos do Abaqus. Optou-se por esse tipo de incrementaçao pois, dessa forma, o plano não faz incrementos desnecessários, como por exemplo, descer sem de fato encostar na superfície. Por esse motivo, as respostas obtidas para cada aspereza principal não acontece, necessariamente, no mesmo nível de indentaçao. Fato esse que torna necessário

a interpolação, que por sua vez precede a etapa de homogeneização.

Para a interpolação optou-se por ajustar uma função linear ( $y = ax + b$ ) através do método de mínimos quadrados, para as respostas do contato (força e área). Para a implementação desse ajuste foi utilizada a função `optimize.curve_fit` da biblioteca `Scipy` no Python. O Algoritmo 3 explicita os procedimentos adotados nesta etapa.

---

**Algoritmo 3:** Procedimentos de interpolação para cada aspereza.

---

**Entrada:**  $N$  - tamanho do novo vetor de indentação, a ser avaliado  
 $vet_x$  - vetor com os níveis de indentação da aspereza  $Z_p$   
 $vet_{Area}$  - vetor com a resposta da área de contato para aspereza  $Z_p$   
 $vet_{Forca}$  - vetor com a resposta da força de contato para aspereza  $Z_p$

```

1  $x_{new} = np.linspace(0, Indent_{max}, length.out = N)$ 
2  $constanstsLineArea = sc.optimize.curve\_fit(y, vet_x, vet_{Area})$ 
3  $constanstsLineForca = sc.optimize.curve\_fit(y, vet_x, vet_{Forca})$ 
4 for  $i$  in  $range(0, len(x_{new}))$  do
5   |  $YAreaNew.append(y(x_{new}[i], constanstsLineArea))$ 
6   |  $YForcaNew.append(y(x_{new}[i], constanstsLineForca))$ 
7 end
8 return  $data\_frame$ 

```

---

No processo de indentação única, até  $0,6\mu m$ , a discretização para a interpolação foi de  $0,1\mu m$ , ou seja  $N = 7$ . Após esta etapa, para cada uma das 25 asperezas principais, tem-se a resposta de força e área de contato no mesmo nível de indentação. Dessa forma, é possível encontrar a resposta total de cada superfície.

### 3.1.1.3.3 Cálculo das propriedades homogeneizadas

Neste trabalho, a dureza superficial foi definida como a razão da força de contato homogeneizada, denotada por  $F_H$ , pela área de contato homogeneizada, denotada por  $A_H$ . A força de contato homogeneizada  $F_H$  foi calculada somando todas as forças individuais  $F_i$  geradas em cada aspereza após a interpolação e multiplicando pela frequência  $\phi_i$  de cada aspereza. Vale a pena notar que a força individual  $F_i$  depende da altura específica de cada aspereza  $z_i$  e é uma função da indentação "U" (Equação 3.1).

$$F_H(u) = \sum F_i(z_i, u)\phi_i(z_i). \quad (3.1)$$

De forma análoga, a área de contato total ( $A_H$ ), foi encontrada a partir do somatório

de todas as áreas de contato individuais em cada aspereza principal, após a interpolação, multiplicadas também pela frequência  $\phi_i$  (Equação 3.2).

$$A_H = \sum A_i(z_i, u)\phi_i(z_i). \quad (3.2)$$

Na Tabela 3.3 encontra-se o resultado do processo de homogeneização para três superfícies distintas. Na primeira coluna os pontos fixos de indentação, nas cinco colunas seguintes encontram-se os parâmetros que as definem e, posteriormente, pode-se visualizar os resultados da dureza ( $H$ ) encontrados através desses procedimentos.

Tabela 3.3: Resultado do processo de homogeneização para 3 superfícies.

$U$	$Sa$	$Sq$	$Ssk$	$Sku$	$Kp$	$H$
<b>0,1</b>	0,5	0,0016	1,0	6,0	0,01	0,0004830941
<b>0,2</b>	0,5	0,0016	1,0	6,0	0,01	0,0012533352
<b>0,3</b>	0,5	0,0016	1,0	6,0	0,01	0,0023619737
<b>0,4</b>	0,5	0,0016	1,0	6,0	0,01	0,0028227017
<b>0,5</b>	0,5	0,0016	1,0	6,0	0,01	0,0038237531
<b>0,6</b>	0,5	0,0016	1,0	6,0	0,01	0,0045774286
<b>0,1</b>	0,6	0,0016	0,0	2,8	0,01	0,000362803
<b>0,2</b>	0,6	0,0016	0,0	2,8	0,01	0,0012407203
<b>0,3</b>	0,6	0,0016	0,0	2,8	0,01	0,0021824448
<b>0,4</b>	0,6	0,0016	0,0	2,8	0,01	0,0030468102
<b>0,5</b>	0,6	0,0016	0,0	2,8	0,01	0,0039352867
<b>0,6</b>	0,6	0,0016	0,0	2,8	0,01	0,0049875616
<b>0,1</b>	0,9	0,0016	-0,2	3,2	0,01	0,000354931
<b>0,2</b>	0,9	0,0016	-0,2	3,2	0,01	0,0010671871
<b>0,3</b>	0,9	0,0016	-0,2	3,2	0,01	0,0020134063
<b>0,4</b>	0,9	0,0016	-0,2	3,2	0,01	0,0027761896
<b>0,5</b>	0,9	0,0016	-0,2	3,2	0,01	0,0036763882
<b>0,6</b>	0,9	0,0016	-0,2	3,2	0,01	0,0046094302

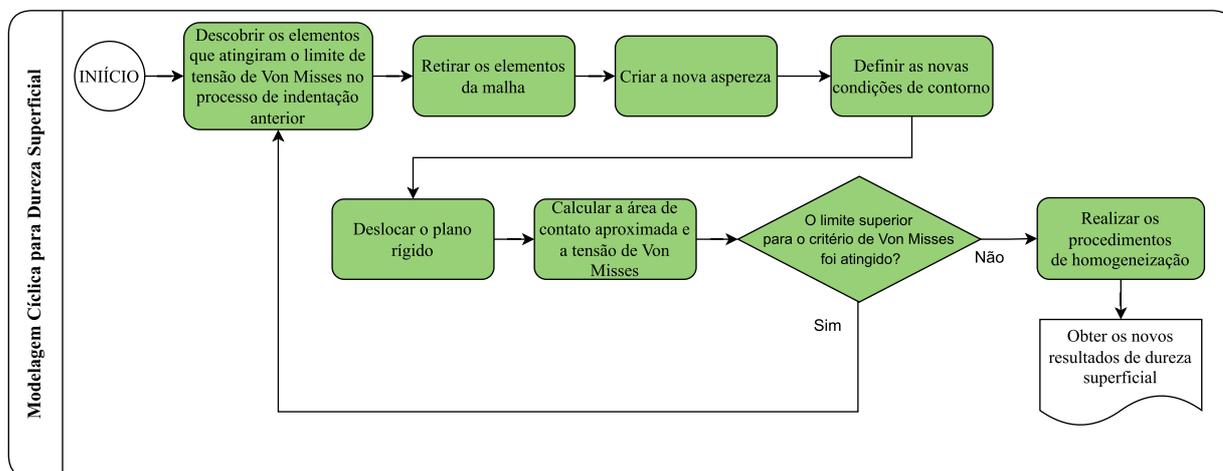
### 3.1.2 Modelo cíclico

É sabido que no processo mastigatório o contato entre as superfícies rugosas acontece diversas vezes. Dessa forma, com o objetivo de tornar a modelagem do problema oclusal mais próxima ao evento real, realizou-se a simulação cíclica, onde o contato entre as asperezas pertencentes às superfícies ocorre repetidamente.

É possível dizer que o final da modelagem anterior, Modelo de Indentação Única,

consiste no início da modelagem cíclica, ou seja, ao final da primeira indentação total do plano rígido da-se início à implementação da nova metodologia.

Figura 3.13: Fluxograma: etapas para encontrar a dureza superficial através da modelagem cíclica do contato.



Elaborada pela autora (2023).

Bajaj *et al.* (2008) afirmam que o crescimento de trincas de fadiga em estado estacionário dentro do esmalte ocorreu em uma faixa de intensidade de tensão de  $0,91 MPa$  a  $2,36 MPa$ . Dessa forma e, após observar os valores de tensões encontrados no modelo anterior e, o custo computacional demandado em cada indentação completa do plano rígido, neste trabalho escolheu-se o valor de tensão limite intermediário  $1,80 MPa$ .

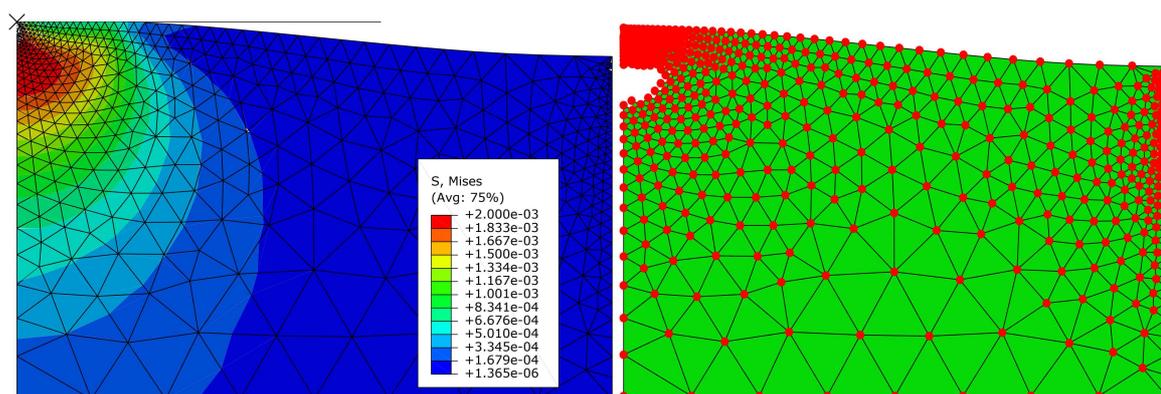
Yang *et al.* (2019), no seu modelo computacional de desgaste, considera o deslocamento normal sobre a superfície do esmalte de  $0,3\mu m$ . Para fins de comparação, na modelagem cíclica desse trabalho utilizou-se o mesmo deslocamento.

### 3.1.2.1 Identificação dos elementos que sairão da malha

Após a primeira indentação completa do plano rígido, até  $0,3\mu m$ , os elementos que atingiram o limiar para a tensão de Von Mises (representada por  $S$  no Abaqus) precisam ser identificados e retirados da geometria. Para realizar esse procedimento é necessário explorar o arquivo de saída com as respostas do processo anterior (.odb), percorrendo todos os elementos existentes na malha e, através do método `fieldOutputs['S']` do Abaqus, criar um “Set” com os identificadores destes elementos para, posteriormente gerar a nova geometria desta aspereza.

Na Figura 3.14 é possível visualizar, na imagem da esquerda, os valores de  $S$  após a primeira indentação completa do plano sobre uma aspereza principal. Em seguida, os elementos que atingiriam o critério  $S \geq 1,80MPa$  foram retirados da malha, a nova geometria da mesma aspereza pode ser observada na imagem da direita.

Figura 3.14: Nova geometria das asperezas principais após a indentação do plano rígido.



Elaborada pela autora (2023).

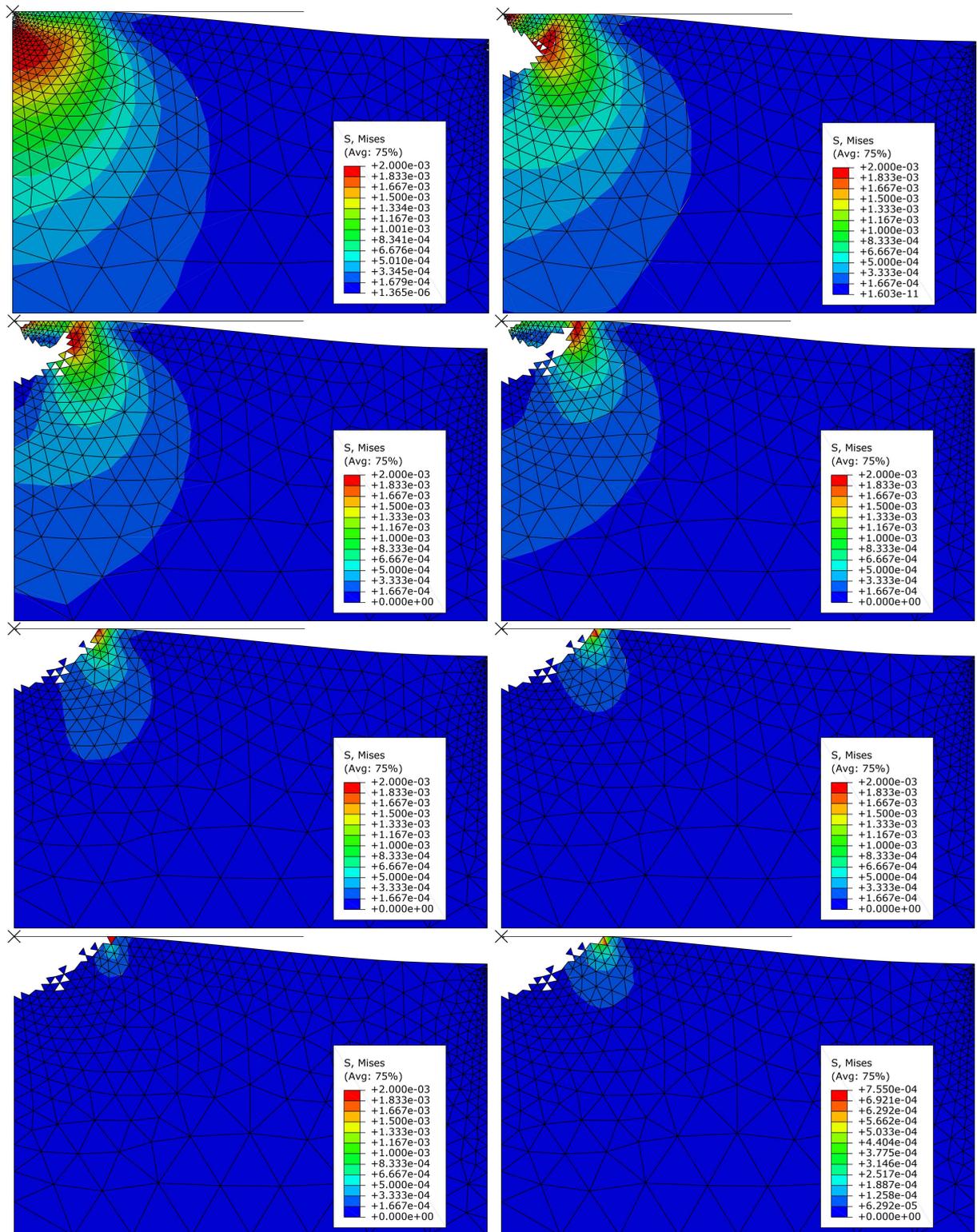
As asperezas são submetidas a novos deslocamentos do plano rígido até que os elementos não estejam mais saindo da malha, ou seja, até que o valor crítico para a tensão nos elementos da superfície não seja mais excedido após a total indentação incremental do plano rígido. Nas imagens da Figura 3.15 é possível observar como este procedimento aconteceu para a aspereza principal de altura  $Z_p = 1,0834$  pertencente à superfície numérica cujo  $S_a = 0,8$ ,  $S_q = 0,0784$ ,  $Ssk = -0,8$ ,  $Sku = 2,8$  e  $K_p = 0,01$ .

Especificamente nesta simulação, foram oito indentações totais do plano rígido até que o critério de parada fosse atingido. No último processo, o valor máximo encontrado para a tensão de Von Mises foi  $S = 7,55 \cdot 10^{-4}GPa$  ou seja,  $0,755MPa$ .

### 3.1.2.2 Condições de contorno para as asperezas desgastadas

A partir do resultado da primeira indentação do plano rígido, é necessário criar a primeira aspereza desgastada. É importante dizer que a partir da segunda indentação completa do plano, a manipulação da geometria no Abaqus só é possível à partir das coordenadas dos elementos que a compõe, ou seja, a nova aspereza passa a ser um conjunto de elementos e não é mais definida pelas linhas das laterais, linha inferior e a *spline* do topo.

Figura 3.15: Características das distintas curvas de Pearson para os diferentes tipos de distribuições.

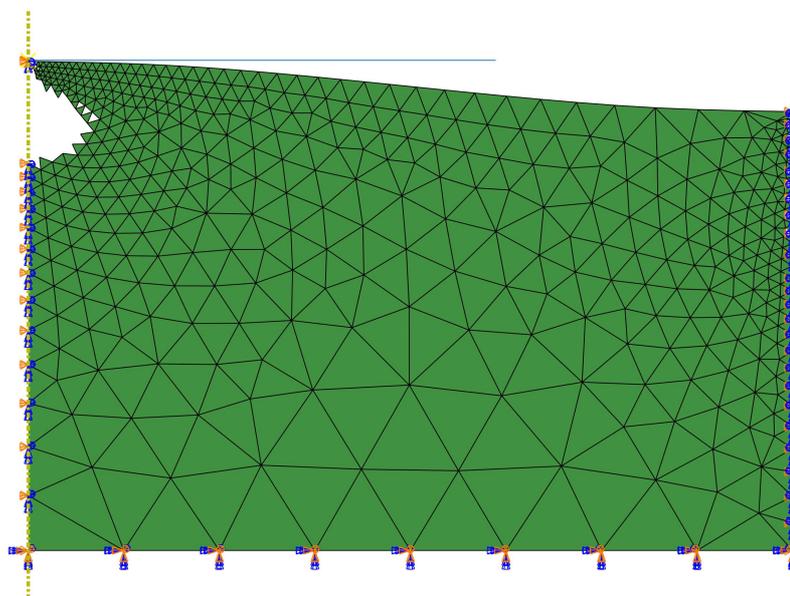


Elaborada pela autora (2023).

Dessa forma, para aplicar as condições de contorno, foi necessário percorrer os nós da geometria, identificar quais estavam nas laterais e no inferior, criar os "Sets" com cada

um desses conjuntos para, finalmente, aplicá-los às condições de contorno específicas. A Figura 3.16 mostra as condições de contorno aplicadas à geometria desgastada da aspereza exibida na Figura 3.15

Figura 3.16: Condições de contorno para a aspereza desgastada.



Elaborada pela autora (2023).

Cabe ressaltar que o nível de restrição de cada condição de contorno foi semelhante ao aplicado na aspereza não desgastada, ou seja, engaste na borda inferior e deslocamentos horizontais restritos nas laterais.

### 3.1.2.3 Cálculo da área de contato aproximada nas asperezas desgastadas

Conforme informado na seção 3.1.2.2, a geometria das asperezas desgastadas é um conjunto de elementos finitos. Assim sendo, quando o plano rígido atinge a superfície a resposta do Abaqus para a área de contato é a quantidade de nós da aspereza que entrou em contato com o plano em cada incremento deste último. Na Tabela 3.4 é possível visualizar tal processo para a aspereza principal ( $Z_p = 1,0834$ ). Nota-se que neste processo de indentação, o plano rígido pressionou dez vezes a aspereza até atingir o nível de indentação máxima,  $|U| = 0,3\mu m$ . A coluna “Área”, exibe o número de nós que entraram em contato em cada um desses incrementos do plano.

Diante do exposto, fez-se necessário a implementação de um método para calcular a

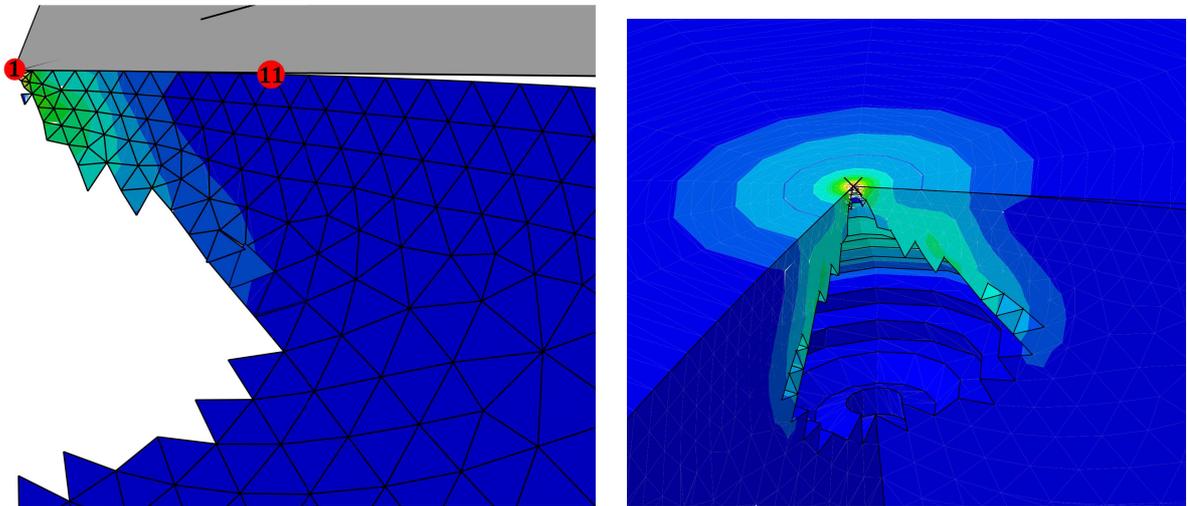
Tabela 3.4: Resultado do Abaqus para indentação do plano sobre uma aspereza desgastada.

Sku	Sq	Kp	Ssk	Sa	Zp	U	Área	Força
2,8	0,0784	0,01	-0,8	0,8	1,0834	-0,0467	0,0	0,0
2,8	0,0784	0,01	-0,8	0,8	1,0834	-0,0720	4,0	0,0012
2,8	0,0784	0,01	-0,8	0,8	1,0834	-0,0973	8,0	0,0052
2,8	0,0784	0,01	-0,8	0,8	1,0834	-0,1226	11,0	0,0138
2,8	0,0784	0,01	-0,8	0,8	1,0834	-0,1480	12,0	0,0273
2,8	0,0784	0,01	-0,8	0,8	1,0834	-0,1733	15,0	0,0455
2,8	0,0784	0,01	-0,8	0,8	1,0834	-0,1987	16,0	0,0669
2,8	0,0784	0,01	-0,8	0,8	1,0834	-0,2240	17,0	0,0914
2,8	0,0784	0,01	-0,8	0,8	1,0834	-0,2493	17,0	0,1195
2,8	0,0784	0,01	-0,8	0,8	1,0834	-0,2747	18,0	0,1508
2,8	0,0784	0,01	-0,8	0,8	1,0834	-0,3000	20,0	0,1835

Elaborada pela autora (2023).

área de contato aproximada em cada nível de indentação do plano. Para isso, considerou-se que o primeiro nó que entrará em contato com o plano é o nó mais a esquerda da superfície, identificado na Figura 3.17 (a) como “1” e, à medida que os nós em contato aumentam, de acordo com a Tabela 3.4, considera-se, sequencialmente, os nós à direita do primeiro.

Figura 3.17: Área aproximada por nível de indentação.



(a) Nós em contato com o plano rígido.

(b) Área aproximada.

Elaborada pela autora (2023).

Observando a Tabela 3.4, nota-se que no quarto nível de indentação ( $|U| = 0,1226$ ), onze nós entraram em contato com o plano. Dessa forma, considera-se que a distância entre os nós 1 e 11 está em contato com o plano rígido e, como a geometria da aspereza

se aproxima de uma esfera no topo, tal distância representa o raio da área em contato (Figura 3.17 (b)).

Dessa forma, a área de contato aproximada foi calculada de acordo com a Equação 3.3, onde o raio no nível  $i$  de indentação ( $R_i$ ) é encontrado em função do número de nós ( $Nno_i$ ) em contato.

$$A_i = \pi(R_i(Nno_i))^2 \quad (3.3)$$

A Tabela 3.5 mostra os novos valores de área para a aspereza principal  $Z_p = 1,0834$ .

Tabela 3.5: Resultado para indentação do plano sobre uma aspereza desgastada.

<i>Sku</i>	<i>Sq</i>	<i>Kp</i>	<i>Ssk</i>	<i>Sa</i>	<i>Zp</i>	<i>U</i>	<i>Área</i>	<i>Força</i>
2,8	0,0784	0,01	-0,8	0,8	1,0834	-0,0467	0,0	0,0
2,8	0,0784	0,01	-0,8	0,8	1,0834	-0,0720	1,3732	0,0012
2,8	0,0784	0,01	-0,8	0,8	1,0834	-0,0973	9,5901	0,0052
2,8	0,0784	0,01	-0,8	0,8	1,0834	-0,1226	23,7256	0,0138
2,8	0,0784	0,01	-0,8	0,8	1,0834	-0,1480	30,6455	0,0273
2,8	0,0784	0,01	-0,8	0,8	1,0834	-0,1733	60,5915	0,0455
2,8	0,0784	0,01	-0,8	0,8	1,0834	-0,1987	74,4198	0,0669
2,8	0,0784	0,01	-0,8	0,8	1,0834	-0,2240	90,6443	0,0914
2,8	0,0784	0,01	-0,8	0,8	1,0834	-0,2493	109,6064	0,1195
2,8	0,0784	0,01	-0,8	0,8	1,0834	-0,2747	109,6064	0,1508
2,8	0,0784	0,01	-0,8	0,8	1,0834	-0,3000	157,3416	0,1835

Elaborada pela autora (2023).

#### 3.1.2.4 Interpolação das respostas do contato e homogeneização

De maneira similar ao modelo anterior (indentação única do plano rígido), é necessário realizar a interpolação dos resultados (força e área) para cada nível de indentação. Isso ocorre de forma análoga à primeira abordagem, em que os incrementos do plano rígido no processo de indentação acontecem automaticamente. É importante lembrar que, na modelagem cíclica, existem múltiplas respostas para a mesma aspereza principal. Isso ocorre porque a simulação de uma determinada aspereza só é concluída quando os elementos da superfície deixam de se desprender.

A Tabela 3.6 exhibe o resultado das duas primeiras simulações cíclicas para a aspereza  $Z_p = 1,0834$ . Especificamente para essa aspereza, foram oito processos de indentação

total do plano (Figura 3.15), isto significa que após a oitava simulação os elementos da malha não atingem mais a tensão limite de Von Mises. Logo, neste caso, o processo de interpolação acontecerá oito vezes.

Tabela 3.6: Resultado para indentação do plano sobre uma aspereza desgastada após o segundo e terceiro incremento total do plano rígido.

<i>Sk<sub>u</sub></i>	<i>S<sub>q</sub></i>	<i>Surface</i>	<i>K<sub>p</sub></i>	<i>S<sub>sk</sub></i>	<i>S<sub>a</sub></i>	<i>Z<sub>p</sub></i>	<i>U</i>	<i>Área</i>	<i>Força</i>
2,8	0,0784	13,0	0,01	-0,8	0,8	1,0834	-0,0467	0,0000	0,0000
2,8	0,0784	13,0	0,01	-0,8	0,8	1,0834	-0,0720	2,4487	0,00012
2,8	0,0784	13,0	0,01	-0,8	0,8	1,0834	-0,0973	12,5874	0,0052
2,8	0,0784	13,0	0,01	-0,8	0,8	1,0834	-0,1227	28,8989	0,0138
2,8	0,0784	13,0	0,01	-0,8	0,8	1,0834	-0,1480	36,7341	0,0273
2,8	0,0784	13,0	0,01	-0,8	0,8	1,0834	-0,1733	70,1785	0,0455
2,8	0,0784	13,0	0,01	-0,8	0,8	1,0834	-0,1987	85,4784	0,0669
2,8	0,0784	13,0	0,01	-0,8	0,8	1,0834	-0,2240	103,3599	0,0915
2,8	0,0784	13,0	0,01	-0,8	0,8	1,0834	-0,2493	103,3599	0,1195
2,8	0,0784	13,0	0,01	-0,8	0,8	1,0834	-0,2747	124,1875	0,1508
2,8	0,0784	13,0	0,01	-0,8	0,8	1,0834	-0,3000	176,3881	0,1835
<i>Sk<sub>u</sub></i>	<i>S<sub>q</sub></i>	<i>Surface</i>	<i>K<sub>p</sub></i>	<i>S<sub>sk</sub></i>	<i>S<sub>a</sub></i>	<i>Z<sub>p</sub></i>	<i>U</i>	<i>Área</i>	<i>Força</i>
2,8	0,0784	13,0	0,01	-0,8	0,8	1,0834	-0,0467	0,0000	0,0000
2,8	0,0784	13,0	0,01	-0,8	0,8	1,0834	-0,0720	0,1276	0,0002
2,8	0,0784	13,0	0,01	-0,8	0,8	1,0834	-0,0973	2,4487	0,0012
2,8	0,0784	13,0	0,01	-0,8	0,8	1,0834	-0,1227	9,0436	0,0027
2,8	0,0784	13,0	0,01	-0,8	0,8	1,0834	-0,1480	12,5874	0,0083
2,8	0,0784	13,0	0,01	-0,8	0,8	1,0834	-0,1733	12,5874	0,0217
2,8	0,0784	13,0	0,01	-0,8	0,8	1,0834	-0,1987	16,9865	0,0404
2,8	0,0784	13,0	0,01	-0,8	0,8	1,0834	-0,2240	22,3734	0,0640
2,8	0,0784	13,0	0,01	-0,8	0,8	1,0834	-0,2493	22,3734	0,0899
2,8	0,0784	13,0	0,01	-0,8	0,8	1,0834	-0,2747	28,8989	0,1178
2,8	0,0784	13,0	0,01	-0,8	0,8	1,0834	-0,3000	36,7341	0,1498

Já para o processo de homogeneização, cujo objetivo é obter resultados em escala macro, o número de simulações específicas para cada aspereza também precisa ser levado em consideração. Isso ocorre porque a mesma aspereza principal contribui múltiplas vezes para a obtenção dos valores de força e área de contato em escala macro.

Diante do exposto, fica evidente que a nova modelagem requer recursos computacionais significativamente mais robustos em comparação à primeira abordagem (indentação única do plano).

## 3.2 Análise do Desgaste através da Modelagem Cíclica

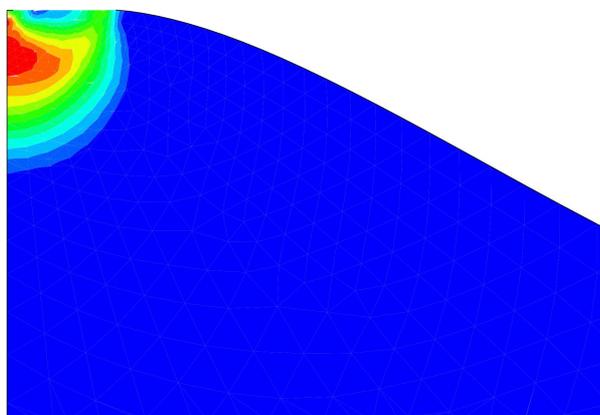
Além da análise paramétrica da dureza superficial, o modelo cíclico foi empregado para um estudo mais aprofundado do desgaste da superfície. O objetivo é obter valores para a profundidade das trincas, além de determinar o volume desgastado nas superfícies.

### 3.2.1 Profundidade das trincas

A avaliação da profundidade das trincas é uma medida crucial no estudo do desgaste dentário. Portanto, neste trabalho, foi realizada uma quantificação aproximada dessa medida, com o intuito de fornecer informações relevantes.

Na Figura 3.18, é visível que a deformação plástica atinge o núcleo da aspereza, e também alcança a camada mais externa. Isso resulta no avanço da trinca em direção ao topo da superfície resultando, conseqüentemente, no desprendimento do material dessa região.

Figura 3.18: Núcleo de deformações plásticas para uma aspereza principal.

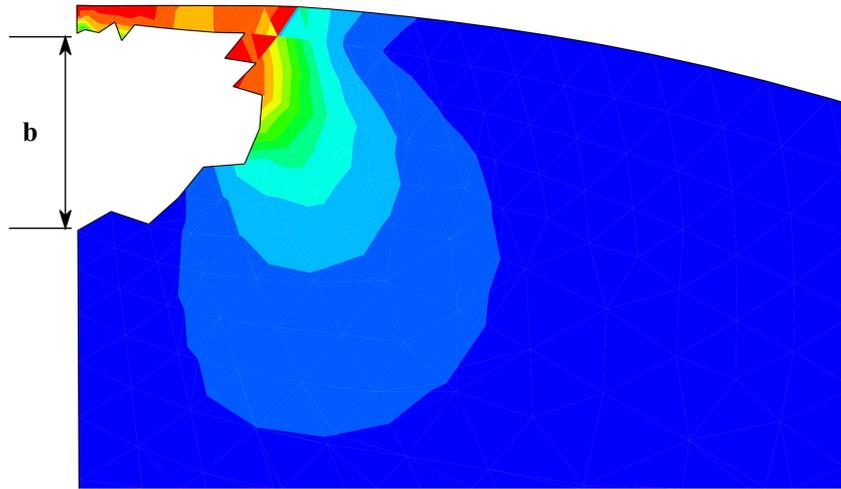


Elaborada pela autora (2023).

Neste trabalho, para determinar a profundidade da trinca ( $b$ ) em cada uma das asperezas principais, utilizou-se como referência a aspereza final, ou seja, aquela resultante de todas as indentações cíclicas do plano rígido. Na Figura 3.19, pode-se observar a distância  $b$  para uma aspereza de  $Z_p = 1.2652\mu m$  em uma superfície com os seguintes parâmetros:  $Sa = 0.1$ ,  $Sq = 0.8464$ ,  $Ssk = 0.4$ ,  $Sku = 6.0$ , e  $kp = 0.15$ .

É fundamental destacar que, uma vez que a geometria das asperezas desgastadas é definida com base em um conjunto de nós e elementos da malha, para obter o valor

Figura 3.19: Profundidade  $b$  para uma aspereza principal.



Elaborada pela autora (2023).

de  $b$ , todos os elementos que foram removidos da malha após todas as indentações do plano rígido foram agrupados em conjunto de nós ("*Set*"). Em seguida, foi desenvolvido um código em Python para buscar dentro deste *Set* os nós com as maiores e menores coordenadas  $y$  que tivessem a coordenada de abscissa  $x = 0$ , e a partir da diferença das coordenadas  $y$ , o valor de  $b$  pode ser estimado.

Para determinar o valor de  $b$  da superfície, que representa a contribuição de cada aspereza principal com sua respectiva frequência, utilizou-se a Equação 3.4. Dessa forma, torna-se possível estimar a profundidade total da trinca em uma determinada superfície.

$$b = \frac{\sum_{i=1}^{25} b_i \phi_i}{\sum_{i=1}^{25} \phi_i} \quad (3.4)$$

### 3.2.2 Cálculo do volume desgastado

Neste trabalho, buscou-se determinar o volume total do esmalte que se desprende da superfície. Para isso, foi utilizado como referência a geometria resultante do último incremento total do plano rígido sobre cada aspereza principal. Dessa forma, assegurou-se que todos os elementos que atingiram o valor limite de tensão de Von Mises foram removidos da malha.

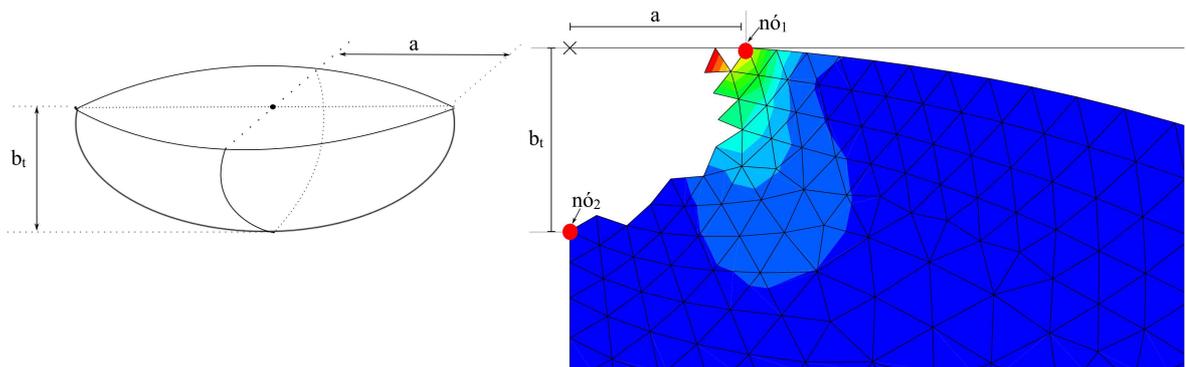
Para encontrar o volume, assumiu-se que a geometria do do material desprendido, aproxima-se da metade de um elipsoide. Assim sendo, o volume do esmalte desprendido

da superfície foi calculado de acordo com a Equação [3.5](#)

$$Vol(\phi) = \frac{4\pi a^2 \cdot b_t(\phi)}{6} \quad (3.5)$$

Todos os elementos que foram removidos da malha durante a simulação completa para cada aspereza principal foram adicionados a um “Set”. A partir desse conjunto, para encontrar os valores de  $a$  e  $b_t$  (Figura [3.20](#)), foi identificado o nó mais à direita (maior coordenada  $x$  ( $nó_1$ )) entre esses elementos, atribuindo sua coordenada  $x$  à variável  $a$ . Por sua vez, a variável  $b$  recebeu o valor da coordenada  $y$  do menor elemento, em relação ao eixo  $y$ , que saiu da malha ( $nó_2$ ).

Figura 3.20: Distâncias  $a$  e  $b$  para o cálculo do volume desgastado.



Elaborada pela autora (2023).

Analogamente às outras métricas, posteriormente, realizou-se o processo de homogeneização para quantificar o volume total desgastado na superfície do esmalte dentário.

## 4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Conforme descrito no capítulo 3, nas duas metodologias implementadas (Modelo de indentação única e Modelo Cíclico), foi necessário gerar inicialmente os parâmetros que caracterizam cada superfície numericamente. O mesmo conjunto de parâmetros foi utilizado em ambas as abordagens, possibilitando a comparação dos valores de dureza obtidos, a fim de verificar a resistência da superfície do esmalte dentário quando submetido à um carregamento cíclico.

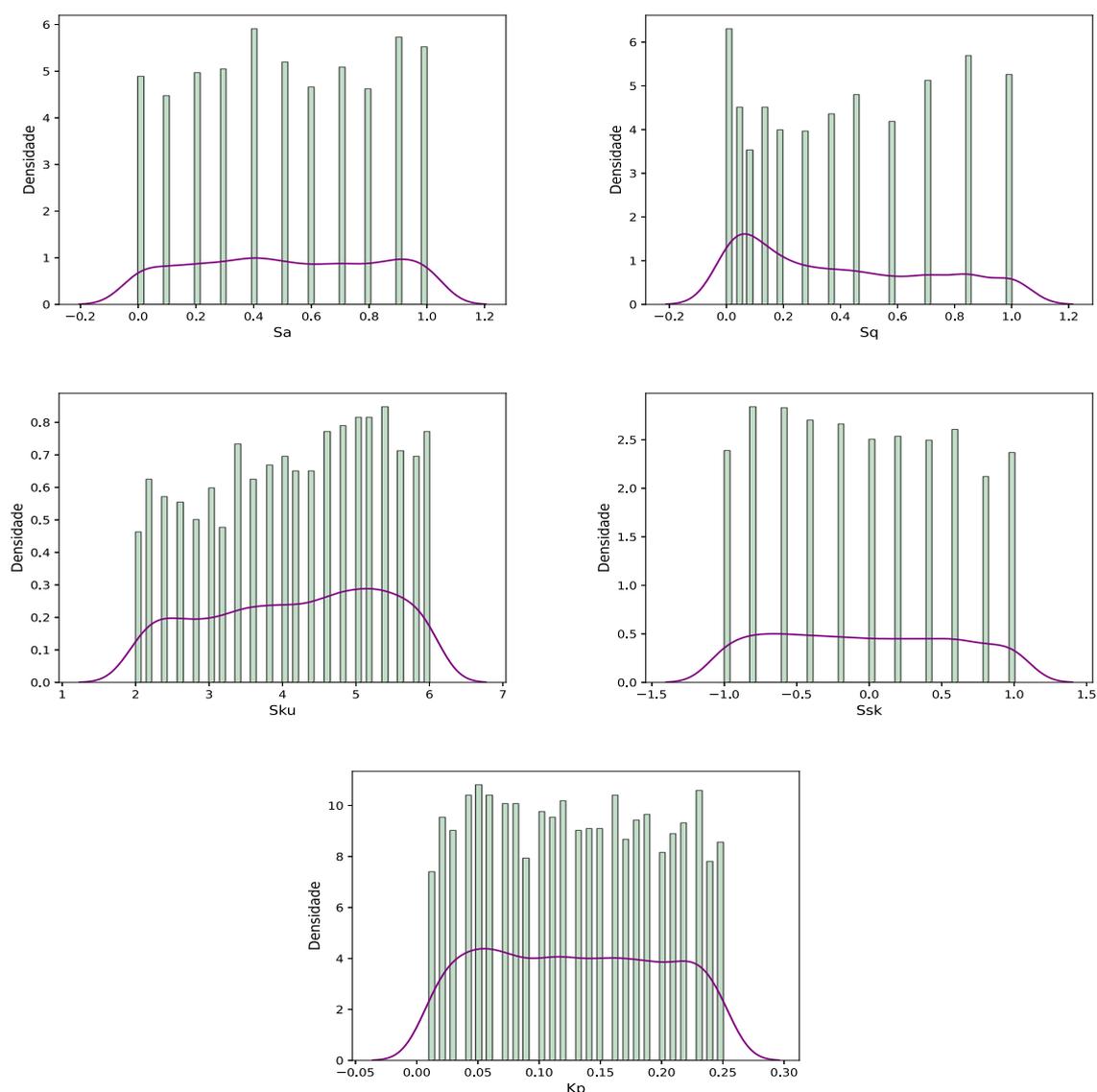
A disposição dos parâmetros de textura superficial, conforme demonstrado na Figura 4.1, foi determinada aleatoriamente dentro das faixas predefinidas, com base nos dados obtidos por meio de perfilometria das réplicas da arcada dentária dos pacientes. No total, foram criadas numericamente 2182 superfícies.

No que diz respeito à análise no software Abaqus, a modelagem de indentação única demandou aproximadamente 140 horas para realizar a simulação de todas as superfícies. Já a modelagem cíclica, por sua vez, exigiu 350 horas de trabalho. Em relação às etapas de pós processamento, que foram todas implementadas na linguagem *Python*, o tempo total de execução nos dois modelos implementados se aproximou de 42 horas. Vale ressaltar que a máquina na qual as simulações foram realizadas contém um processador *Intel Core i5-3210M (Dual-Core)* com frequência base de 2,50GHz.

### 4.1 Resultado da Análise Paramétrica na Resposta de Dureza Superficial

Com objetivo de avaliar a influência dos cinco parâmetros de textura superficial investigados neste trabalho na dureza da superfície, duas modelagens distintas foram realizadas. A primeira consiste na indentação única do plano rígido, com profundidade de  $0,6\mu m$ , sobre a superfície. Durante esse processo, os valores de força e área de contato foram monitorados a cada incremento, permitindo assim o cálculo da dureza homogeneizada. Já na segunda

Figura 4.1: Distribuição dos parâmetros que caracterizam todas as superfícies analisadas.



Elaborada pela autora.

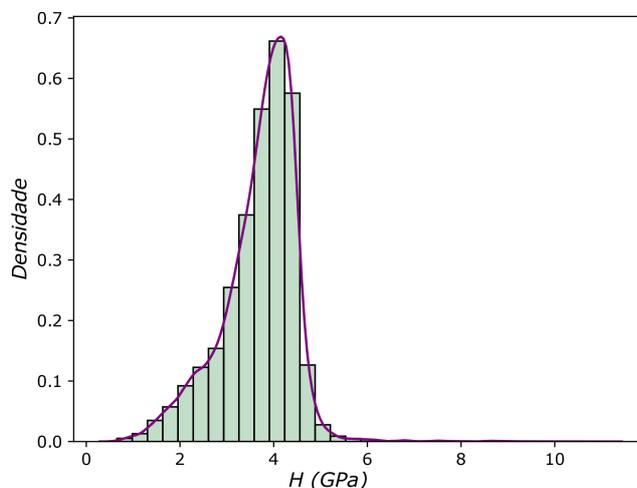
abordagem, Modelagem Cíclica, a superfície foi submetida a repetidos deslocamentos do plano rígido, até que não ocorresse mais desprendimento do material.

#### 4.1.1 Modelo de indentação única

No modelo de indentação única do plano rígido sobre a superfície e, posteriormente ao processo de homogeneização descrito no capítulo 3, os resultados de dureza superficial obtidos podem ser visualizados no histograma na Figura 4.2. A média dos valores de dureza encontrados nessa abordagem foi de  $3,688 \pm 0,791 GPa$ , valor este que se aproxima

do dobro da tensão de escoamento atribuída ao material.

Figura 4.2: Valores de dureza encontrados no modelo de indentação única.

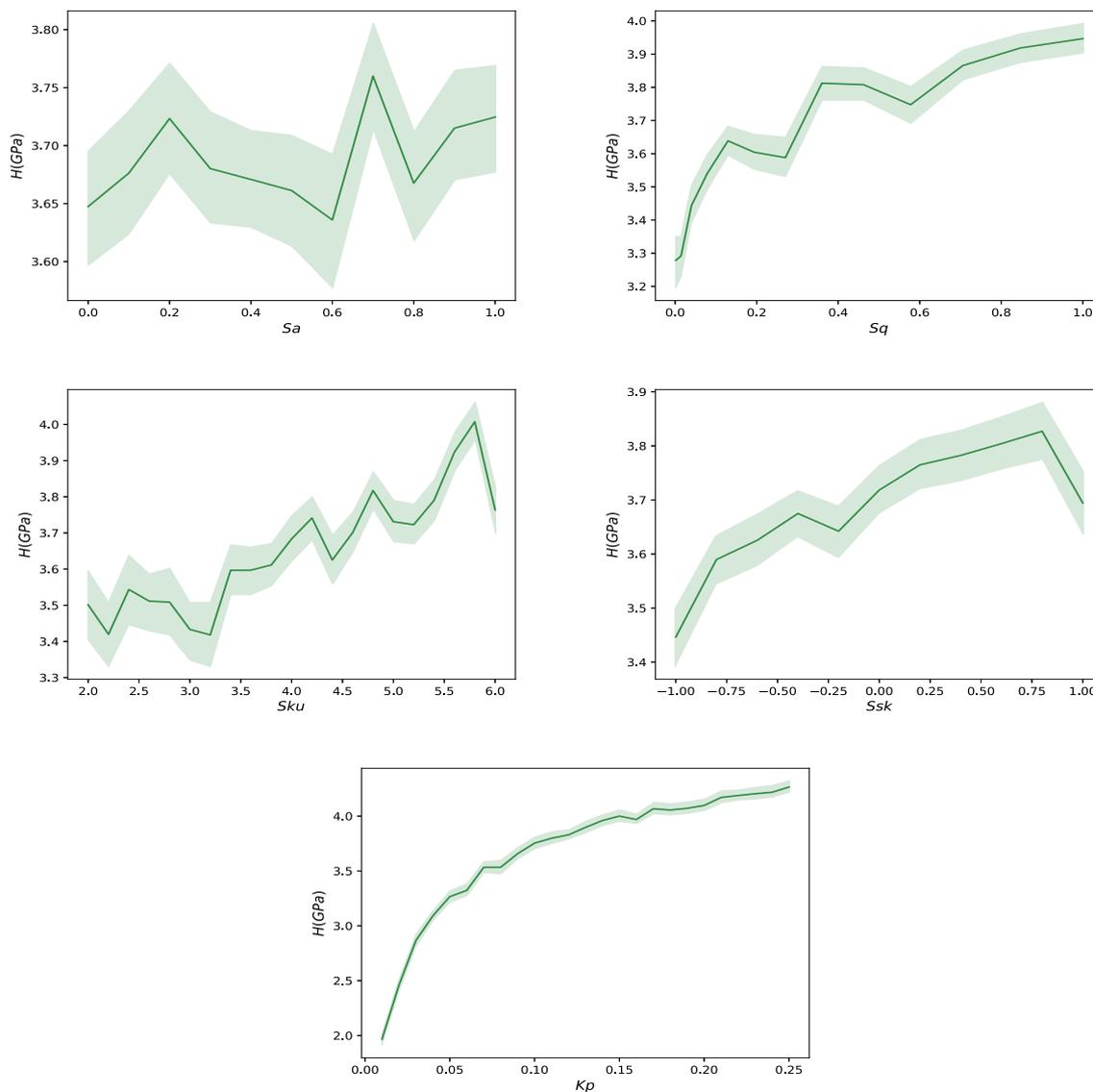


Os gráficos da Figura [4.3](#) apresentam os valores de dureza para cada um dos parâmetros em todos os níveis de indentação. O sombreado nos gráficos representa o desvio padrão dos valores de dureza para cada valor que os parâmetros assumiram, fornecendo informações sobre a variabilidade dos dados. O sombreado mais amplo indica maior dispersão e incerteza nos valores de dureza, enquanto o sombreado mais estreito sugere valores de dureza mais próximos uns dos outros para os respectivos valores dos parâmetros.

Ao analisar esses gráficos, percebe-se que aumentos na curvatura média das asperezas ( $Kp$ ) resultam em um aumento da dureza superficial. Inicialmente, o gráfico apresenta uma tendência linear, evidenciando uma relação diretamente proporcional, onde pequenos valores de curvatura média estão associados a um rápido crescimento na dureza. Entretanto, à medida que os valores de  $Kp$  aumentam, o incremento na dureza se torna mais lento, o que resulta em um comportamento curvo no gráfico.

Para os demais parâmetros, observa-se que a rugosidade média ( $Sa$ ) apresentou uma maior dispersão, indicando a ausência de uma relação clara com os valores de dureza superficial. Esse comportamento é oposto ao encontrado na variação da curvatura média, que demonstrou baixa dispersão nos valores da dureza superficial em resposta às variações de seus parâmetros. Em outras palavras, enquanto a curvatura média exibiu uma relação mais consistente e previsível com a dureza superficial, a rugosidade média mostrou uma

Figura 4.3: Valores de dureza para os diferentes parâmetros de textura em todos os níveis de indentação, bem como o desvio padrão .



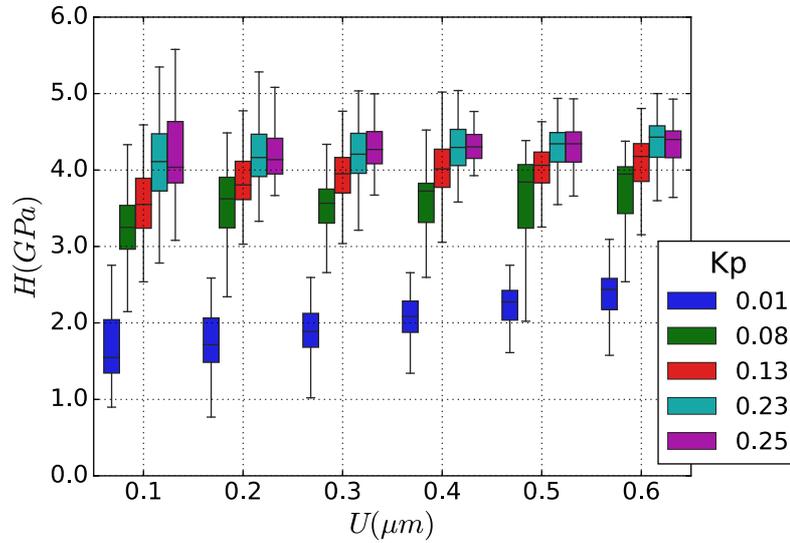
Elaborada pela autora.

maior variabilidade nos resultados. No entanto, é necessário avaliar a influência da rugosidade média quadrática ( $S_q$ ), assim como a *skewness* ( $S_{sk}$ ) e a *kurtosis* ( $S_{ku}$ ), na dureza superficial em diferentes níveis de indentação do plano, a fim de identificar possíveis tendências relacionadas às suas variações.

As Figuras [4.4](#) a [4.8](#) apresentam a relação dureza por nível de indentação para cada parâmetros avaliados neste trabalho  $K_p$ ,  $S_a$ ,  $S_q$ ,  $S_{ku}$  e  $S_{sk}$ .

Ao analisar a curvatura média dos picos na Figura [4.4](#) e considerando o gráfico discutido na Figura [4.3](#), é possível inferir que, em todos os níveis de indentação, um aumento no

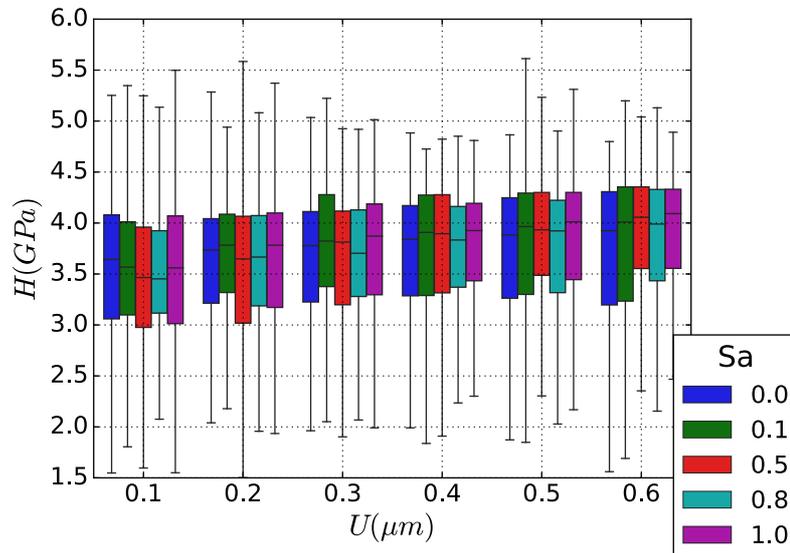
Figura 4.4: Valores da dureza superficial para curvatura média por nível de indentação.



Elaborada pela autora.

parâmetro de curvatura ( $Kp$ ) resulta em valores mais altos de dureza. Isso indica que superfícies em que predominam picos com maiores curvaturas tendem a resistir melhor à penetração ou deformação.

Figura 4.5: Valores da dureza superficial para a rugosidade média por nível de indentação.

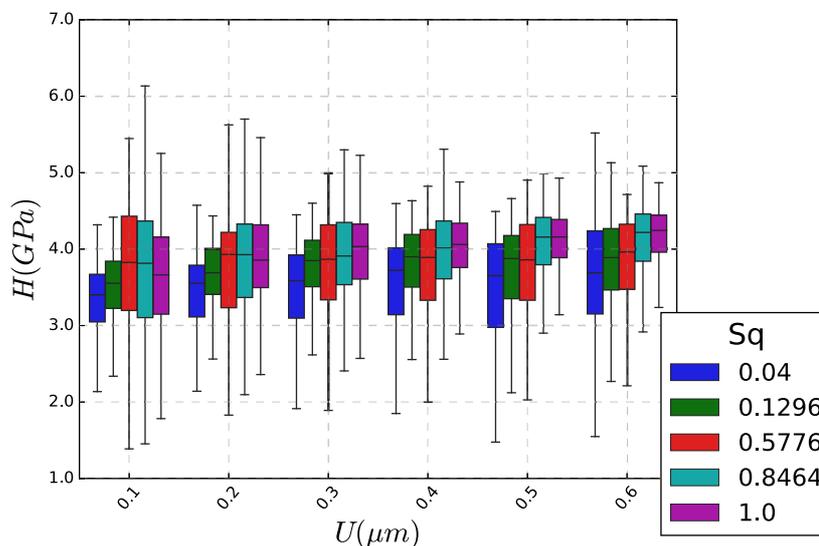


Elaborada pela autora.

A respeito da rugosidade média dos picos ( $Sa$ ), não se observa uma variação significativa dentro de cada nível de indentação. Os valores de dureza encontrados, representados pela mediana dos *boxplots* da Figura 4.5, permaneceram semelhantes para diferentes valores de

$Sa$  em todos os níveis de indentação analisados neste modelo.

Figura 4.6: Valores da dureza superficial para a rugosidade quadrática média por nível de indentação.



Elaborada pela autora.

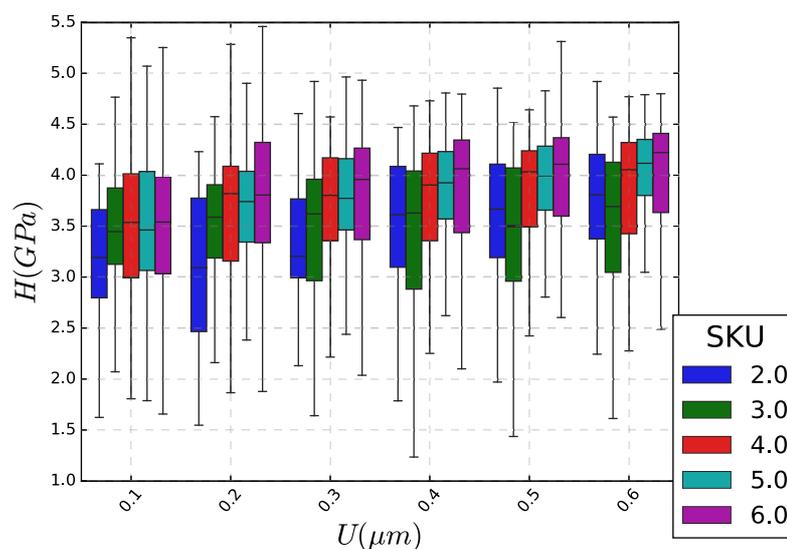
O estudo conduzido por [Gao et al. \(2018\)](#) aborda a influência da rugosidade média quadrática e a rigidez do contato entre superfícies rugosas. Eles concluem que a rugosidade média quadrática tem uma influência direta na rugosidade da superfície e demonstram que, em incrementos maiores, um aumento no valor da rugosidade média quadrática resulta em maiores valores de dureza superficial.

No presente trabalho, observa-se um comportamento semelhante. A partir do nível de indentação de  $0,3\mu m$ , incrementos no valor da rugosidade média quadrática ( $Sq$ ) estão associados a maiores valores de dureza superficial. Esses resultados corroboram com as conclusões anteriores e reforçam a importância da rugosidade média quadrática na determinação das propriedades de dureza da superfície.

De acordo com o estudo citado [Ren e Yuan \(2022\)](#), superfícies rugosas com alta *kurtosis*, caracterizadas por picos mais altos e agudos, podem resultar em uma diminuição no número de asperezas de contato. Isso contribui para um aumento da pressão de contato e uma redução na área de contato. Os autores afirmam que um aumento na pressão de contato pode levar a uma maior deformação plástica.

No entanto, os autores também observaram que o impacto da *kurtosis* torna-se limitado

Figura 4.7: Valores da dureza superficial para a *kurtosis* por nível de indentação.



Elaborada pela autora.

para valores altos, *Sk<sub>u</sub>* maior ou igual a 5,0. Isso significa que, acima desse valor, o efeito da *kurtosis* na dureza superficial ou outras propriedades se torna menos significativo.

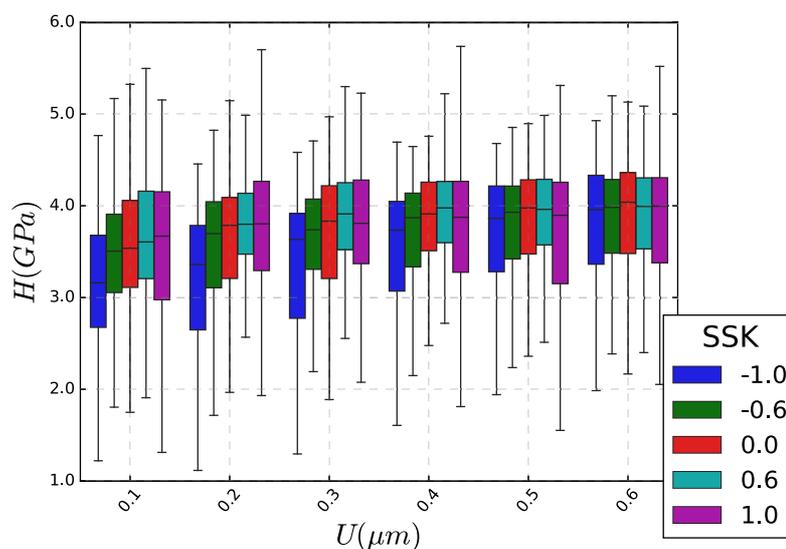
Neste trabalho, embora a *kurtosis*  $Sk_u = 6,0$  tenha apresentado o maior valor de dureza superficial em comparação com o menor valor ( $Sk_u = 2,0$ ), não foi encontrada uma relação direta entre o coeficiente de achatamento e a dureza superficial. Isso ocorreu porque esse mesmo comportamento não foi observado para valores intermediários de *kurtosis*.

Essas observações indicam que a relação entre a *kurtosis* da superfície e as propriedades mecânicas, como dureza, pode ser complexa e dependente de outros parâmetros.

Ren e Yuan (2022) relataram que superfícies rugosas com assimetria positiva tendem a apresentar uma maior pressão de contato e uma menor área de contato em comparação com superfícies que possuem inclinação negativa. Na Figura 4.7, observa-se que nos primeiros níveis de indentação há uma correspondência entre maiores valores de *Ssk* e maiores valores de dureza superficial. No entanto, à medida que os incrementos do plano rígido aumentam, não foi identificado nenhum padrão claro ou tendência específica.

Até o momento, as discrepâncias nos valores de dureza superficial devido aos parâmetros texturais discutidos devem ser consideradas. No entanto, em relação ao coeficiente de assimetria (*Ssk*), o coeficiente de achatamento (*Sk<sub>u</sub>*) e da rugosidade média (*Sa*), é evidente que a curva de dureza-indentação não evidencia uma sensibilidade significativa para estes

Figura 4.8: Valores da dureza superficial para a *skewness* por nível de indentaçãõ.



Elaborada pela autora.

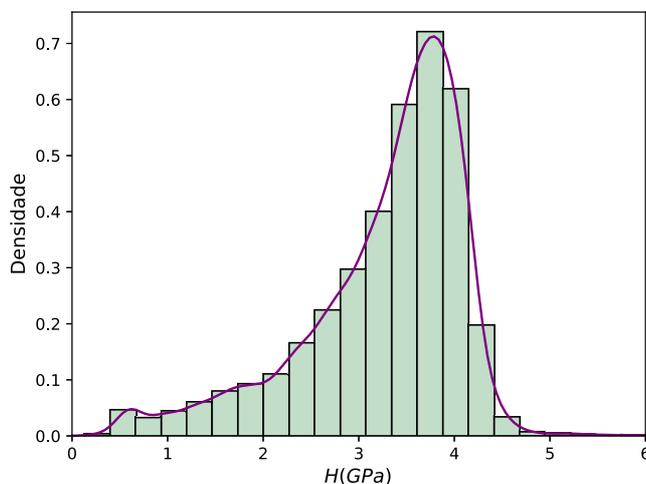
parâmetros.

#### 4.1.2 Modelo cíclico

Conforme mencionado anteriormente, a análise da dureza superficial também foi realizada por meio da modelagem cíclica. Nessa abordagem, a superfície foi submetida a um deslocamento de até  $0.3\mu m$  do plano rígido de forma repetida, até que os elementos finitos que compõem a geometria de cada aspereza ficassem abaixo do limite de tensão crítica, indicando ausência de desgaste na superfície. Os resultados de dureza superficial obtidos nessa abordagem são apresentados no histograma da Figura 4.9. A média dos valores de dureza encontrados nessa análise foi de  $3,273 \pm 0,846 GPa$ , corroborando assim com Zhao *et al.* (2022) que, no estudo sobre a formação das trincas no esmalte dentário, afirmam que quando a distância ( $d$ ) da trinca em uma superfície é maior que a uma distância crítica  $d_c$ , as cadeias poliméricas tornam-se flexíveis, diminuindo assim a rigidez, dureza e resistência.

A média da dureza superficial encontrada nessa abordagem foi inferior à do modelo de indentaçãõ única, indicando uma diminuiçãõ na resistênciã da superfície quando submetida a pressões de contato repetidas. É importante destacar que os resultados apresentados nessa modelagem incluem a primeira indentaçãõ do plano (aspereza com a geometria original). Essa abordagem foi adotada com o intuito de simular o desgaste desde o seu

Figura 4.9: Valores de dureza encontrados no Modelo Cíclico



Elaborada pela autora.

início, fornecendo uma visão abrangente do comportamento da superfície quando indentada ciclicamente.

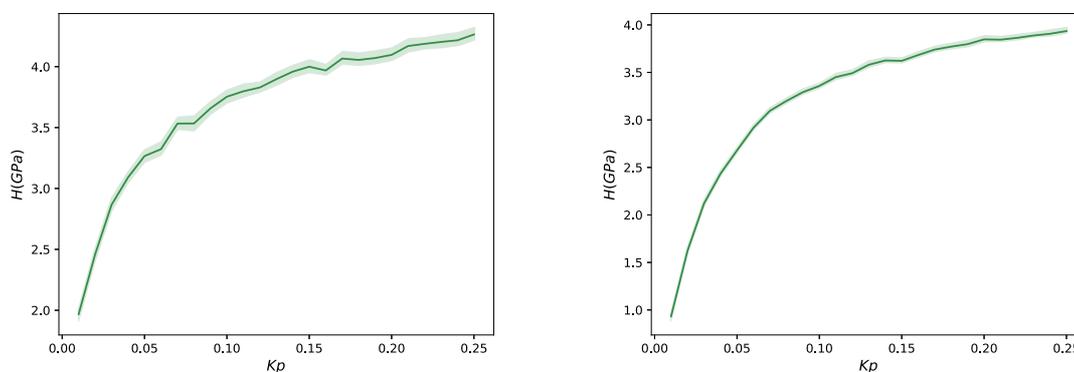
Assim como observado no modelo de indentação única, na análise do modelo de indentação cíclica, a curvatura média quadrática ( $Kp$ ) demonstrou uma relação positiva com a dureza superficial. Isso significa que aumentos no valor da curvatura média estão associados a incrementos no valor da dureza superficial. Essa relação positiva pode ser observada na Figura [4.10](#), quando não são considerados os níveis de indentação. Apesar desse comportamento similar, ao analisar os valores de dureza superficial em cada uma das abordagens, pode-se afirmar que a modelagem de indentação única resulta em valores mais elevados em comparação com a segunda abordagem, especialmente para valores menores de curvatura.

Essa diferença nos valores de dureza superficial entre as duas abordagens indica que o modelo de indentação única pode superestimar a dureza quando comparado à segunda abordagem.

Os demais parâmetros ( $Sa$ ,  $Sq$ ,  $Ssk$  e  $Sku$ ), nesta abordagem, não apresentaram relações significativas, por isso a influência individualizada de cada um destes parâmetros serão analisadas, por nível de indentação do plano, através dos *boxplots* da Figuras [4.12](#).

Avaliando a Figura [4.11](#), é possível perceber que, para uma curvatura específica, no

Figura 4.10: Dureza superficial para diferentes valores de curvatura média quadrática.

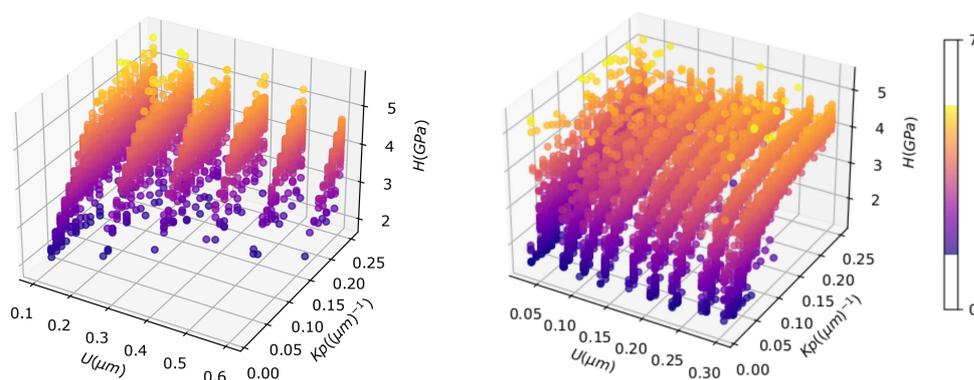


(a) Modelo de Indentação Única.

(b) Modelo Cíclico.

Elaborada pela autora (2023).

Figura 4.11: Valores da dureza superficial para curvatura média por nível de indentação..



(a) Modelo de Indentação Única.

(b) Modelo Cíclico.

Elaborada pela autora (2023).

modelo de indentação única, há maior variação nos valores encontrados para a dureza superficial, se comparado ao modelo cíclico, onde por sua vez a dispersão dos valores da dureza para um determinado valor paramétrico foi menor.

Além disso, percebe-se que, à medida que a superfície do esmalte é submetida a incrementos do plano rígido, o valor da dureza para cada uma das curvaturas individualizadas tende a se manter constante, aproximando-se assim de um comportamento plástico. Essas respostas corroboram com o estudo de [Yu \*et al.\* \(2021\)](#) que afirmam que a rigidez de contato normal de superfícies rugosas é diretamente proporcional à curvatura

média da superfície rugosa, quanto maior o valor assumido por essa variável, maior a rigidez de contato, ou seja maior a capacidade do material resistir à deformações.

Ao analisar a dureza superficial em relação a cada variável por nível de indentação, como ilustrado na Figura 4.12, no modelo cíclico, são observadas algumas diferenças sutis em comparação com a primeira abordagem. Algumas tendências que foram identificadas no modelo de indentação única não podem ser afirmadas no modelo cíclico, como a relação direta entre a rugosidade raiz média quadrática ( $Sq$ ) em alguns níveis de indentação.

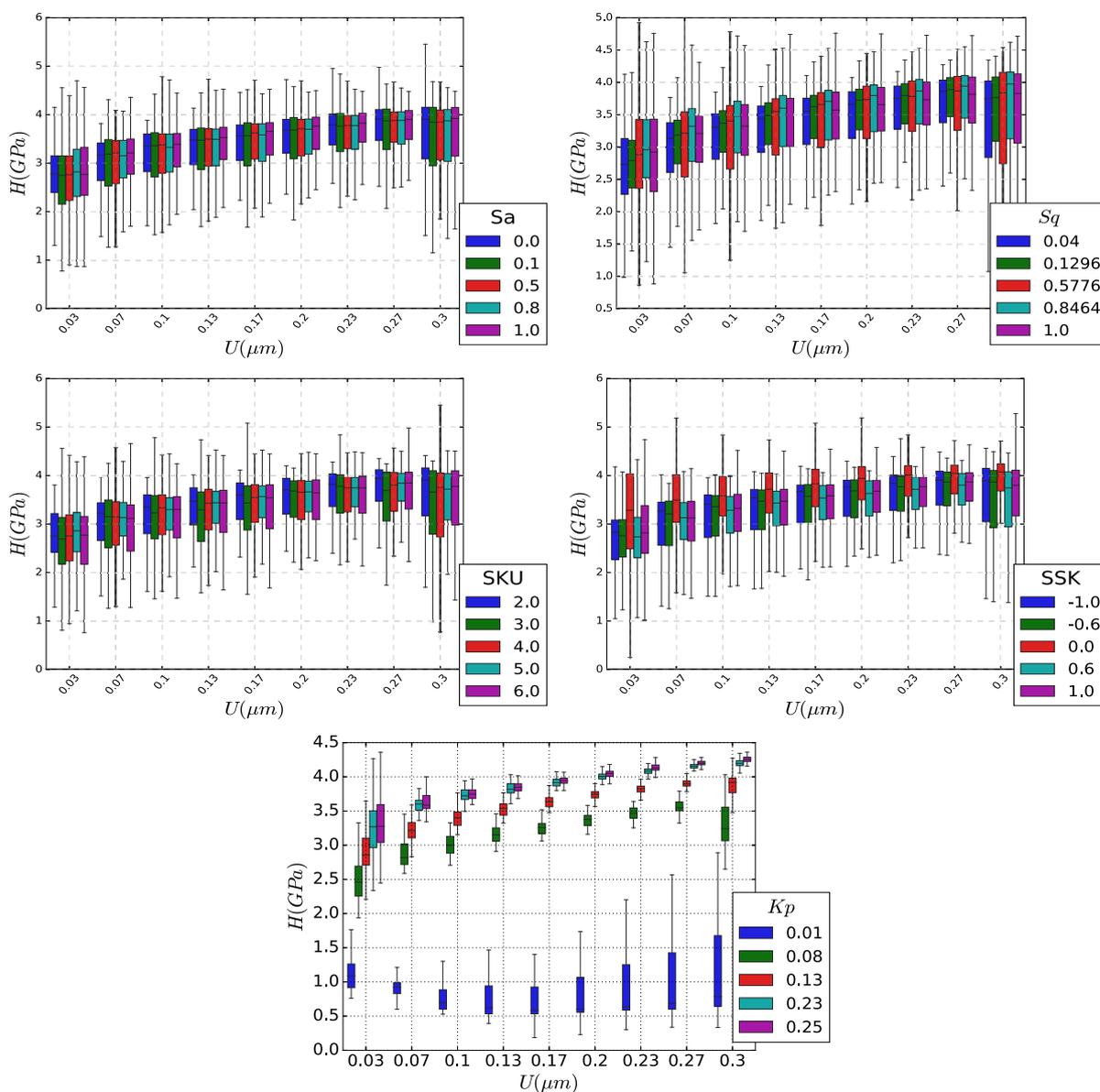
Além disso, os parâmetros rugosidade média ( $Sa$ ), coeficiente de assimetria ( $Ssk$ ) e coeficiente de achatamento ( $Sku$ ) não apresentaram relações diretas com a dureza superficial, assim como ocorreu no modelo de indentação única. Essas observações indicam que a influência desses parâmetros específicos pode variar entre diferentes abordagens e modelos experimentais.

Ao se analisar a influência na dureza superficial de cada variável por nível de indentação (4.12) no modelo cíclico, percebe-se algumas diferenças sutis em relação à primeira abordagem. Tendências que puderam ser observadas no modelo de indentação única, não podem ser afirmadas no modelo cíclico, como por exemplo a relação direta da rugosidade média quadrática  $Sq$  por nível de indentação. Os parâmetros ( $Sa$ ,  $Ssk$  e  $Sku$ ), assim como no modelo de indentação única, não evidenciaram relações diretas com a dureza superficial.

A Figura 4.13 mostra a influência da rugosidade média quadrática ( $Sq$ ), no mesmo nível de indentação ( $U = 0,3\mu m$ ), nas duas abordagens. Analisando a mediana dos parâmetros nota-se que no modelo de indentação única, à medida que o valor de  $Sq$  cresce a dureza  $H$  também aumenta, já no modelo cíclico não pode ser observada essa mesma relação, uma vez que a variação da mediana da dureza não segue um padrão consistente conforme o  $Sq$  aumenta.

Ao analisar os *boxplots* da Figura 4.14 para a curvatura média ( $Kp$ ) em um mesmo nível de indentação, torna-se evidente que valores pequenos de  $Kp$  têm um impacto relativamente menor no aumento da dureza superficial no modelo cíclico. Em outras palavras, quando o valor da curvatura é pequeno, o seu impacto na dureza superficial pode

Figura 4.12: Valores de dureza para os diferentes parâmetros de textura em todos os níveis de indentação.

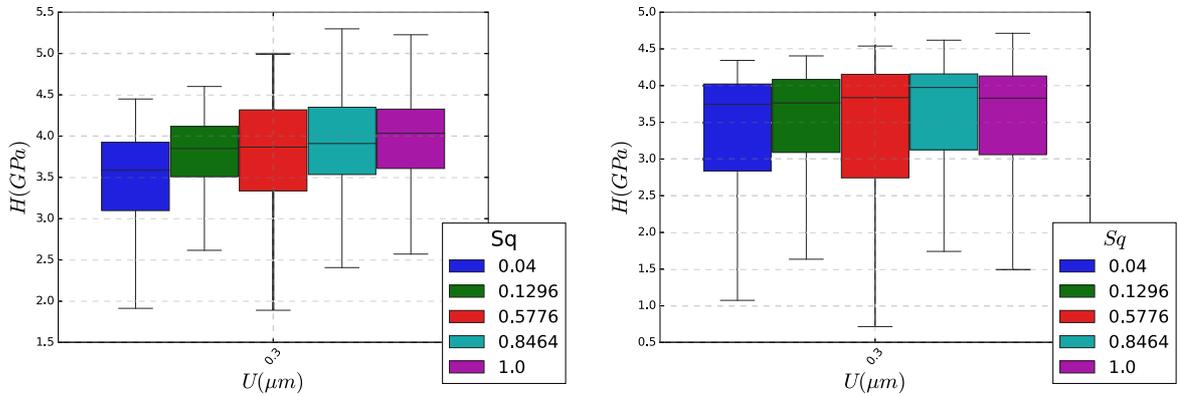


Elaborada pela autora.

ser superestimado no modelo de indentação única. Essa observação sugere que o modelo cíclico, que simula as condições de contato repetitivo entre as superfícies, pode fornecer uma representação mais precisa da relação entre a curvatura média e a dureza superficial.

De fato, tanto no modelo de indentação única quanto no modelo cíclico, fica evidente que a curvatura média exerce um impacto significativo na dureza superficial. Além disso, é importante ressaltar que, dentre os parâmetros estudados neste trabalho, a curvatura média demonstrou uma influência mais evidente na dureza superficial.

Figura 4.13: Valores da dureza superficial para rugosidade média quadrática no nível de indentação  $U = 0.3\mu\text{m}$ .

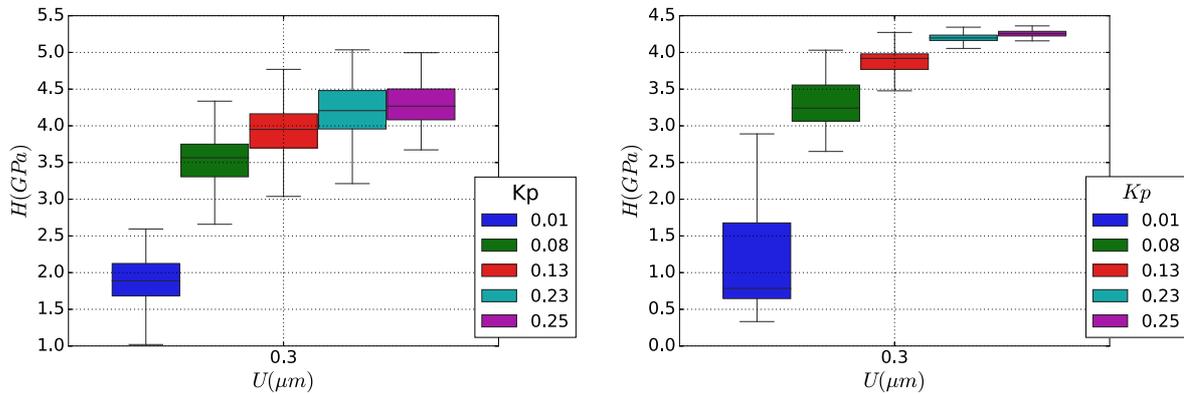


(a) Modelo de Indentação Única.

(b) Modelo Cíclico.

Elaborada pela autora (2023).

Figura 4.14: Valores da dureza superficial para curvatura média quadrática no nível de indentação  $U = 0.3\mu\text{m}$ .



(a) Modelo de Indentação Única.

(b) Modelo Cíclico.

Elaborada pela autora (2023).

Diante do exposto, fica evidente que há diferenças significativas no resultado para a dureza superficial entre as duas modelagens: modelo de indentação única e o modelo cíclico. Portanto, torna-se fundamental considerar a natureza repetitiva do contato entre as superfícies e o carregamento cíclico ao analisar a influência dos parâmetros de textura superficial na dureza da superfície.

Essas diferenças de resultados podem ser atribuídas ao fato de que o modelo de indentação única avalia a resposta mecânica de uma única interação entre as superfícies,

enquanto o modelo cíclico leva em conta o carregamento repetitivo ao longo do tempo. Essa natureza repetitiva e cíclica do contato pode levar a efeitos adicionais, como a fadiga da superfície e o desgaste acumulado ao longo do tempo.

## 4.2 Resposta para o Desgaste Superficial

A segunda etapa deste trabalho, por sua vez, consiste em analisar, através da Modelagem Cíclica, o desgaste que acontece na superfície. Objetiva-se então, encontrar a profundidade das trincas decorrente do contato cíclico bem como o volume de esmalte desprendido da superfície.

### 4.2.1 Profundidade das trincas

A existência de trincas no esmalte dentário humano pode ter diferentes repercussões clínicas, dependendo da sua profundidade e da possibilidade de ocorrência de infecções bacterianas associadas. Segundo [Zhou et al. \(2022a\)](#), a determinação precisa da profundidade das trincas antes do tratamento ainda é um desafio, uma vez que faltam técnicas confiáveis nesse sentido. A avaliação da profundidade das trincas pode fornecer informações valiosas sobre o nível de dano na superfície e auxiliar na estimativa da vida útil do material dentário.

Neste trabalho, através da metodologia abordada que consistia em encontrar a profundidade da trinca após as diversas indentações do plano rígido, a média para o valor encontrado para a profundidade da trinca em todas as superfícies foi:  $b = 1,1842\mu\text{m} \pm 0,2482$ .

[Padmanabhan et al. \(2010\)](#) elaboraram um estudo com o objetivo de determinar o comportamento de resistência à trinca do esmalte humano em relação à sua microestrutura. Verificou-se que a propagação de trincas dependia principalmente da localização e da microestrutura encontrada. Com os diferentes níveis de carregamentos sobre o corpo ( $0,98N$  a  $9,8N$ ), foram encontrados valores de profundidades de trinca variando entre  $0,03\mu\text{m}$  a  $0,15\mu\text{m}$ . Ao passo que o aumento de carga acarreta no aumento da profundidade

da trinca. Além disso, é sabido que dureza utilizada neste trabalho pertence ao intervalo de  $3,22\text{GPa}$  a  $3,33\text{GPa}$ .

Já no estudo de (Ijbara *et al.*, 2018), a profundidade das trincas nos dentes considerados maduros, na área próxima ao desgaste, variaram de  $0,94\mu\text{m}$  a  $4,37\mu\text{m}$ . Quando a região estuda não era tão próxima à região desgastada, o valor mínimo para profundidade da trinca encontrado foi de  $0,52\mu\text{m}$  e o máximo foi de  $2,34\mu\text{m}$ .

É importante ressaltar que a medida da profundidade da trinca no esmalte dentário está diretamente relacionada à carga à qual esse material é submetido e à dureza do esmalte, visto que, conforme mencionado anteriormente, esta grandeza pode mudar dentro das camadas que compõe o esmalte. Esses fatores podem justificar as discrepâncias entre os valores encontrados na literatura para essa medida. Logo, os resultados encontrados neste trabalho evidenciam também a importância de considerar as variáveis de carga e dureza na interpretação e comparação dos resultados obtidos em diferentes estudos sobre a profundidade das trincas no esmalte dentário.

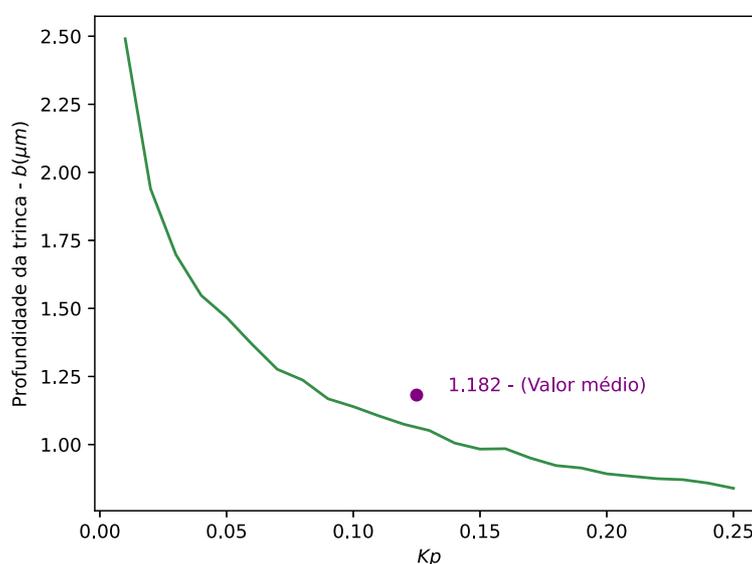
Analisando os resultados encontrados nos referidos estudos e valor médio para a profundidade  $b$  encontrado neste trabalho, é possível afirmar que a metodologia utilizada corrobora com os estudos encontrado na literatura acerca desta grandeza, principalmente do estudo de (Ijbara *et al.*, 2018), já que os valores ficaram na mesma ordem de grandeza. Além disso, vale ressaltar também que a medida da profundidade da trinca no esmalte dentário está, obviamente, relacionada com o carga na qual esse material é submetido e com a dureza da camada específica do esmalte, fatos esses que justificam a discrepâncias entre os valores encontrado na literatura para essa medida.

Com o objetivo de investigar a influência dos parâmetros de textura superficial na profundidade ( $b$ ) das trincas, o valor médio dessas profundidades, para cada um dos valores que esses parâmetros assumiram neste trabalho, foi calculado. Essa análise permite entender como as diferentes configurações dos parâmetros de textura afetam a profundidade das trincas na superfície do esmalte dentário. Os gráficos representados pelas Figuras 4.16 à Figura 4.20, mostram os valores de  $b$  para os diferentes parâmetros e também, em roxo, foi feito um ajuste polinomial a fim de verificar a existência ou não de alguma tendência

na profundidade das trincas à medida que os valores dos parâmetros de textura superficial mudam.

A análise dos cinco parâmetros avaliados neste trabalho, revelou novamente que a curvatura média das asperezas ( $Kp$ ) desempenha um papel significativo na determinação da profundidade das trincas. Observou-se que valores menores de curvatura média estão associados a maiores valores de  $b$ , como pode ser observado na Figura 4.15.

Figura 4.15: Profundidade  $b$  da trinca em função da variação do valor de curvatura média.



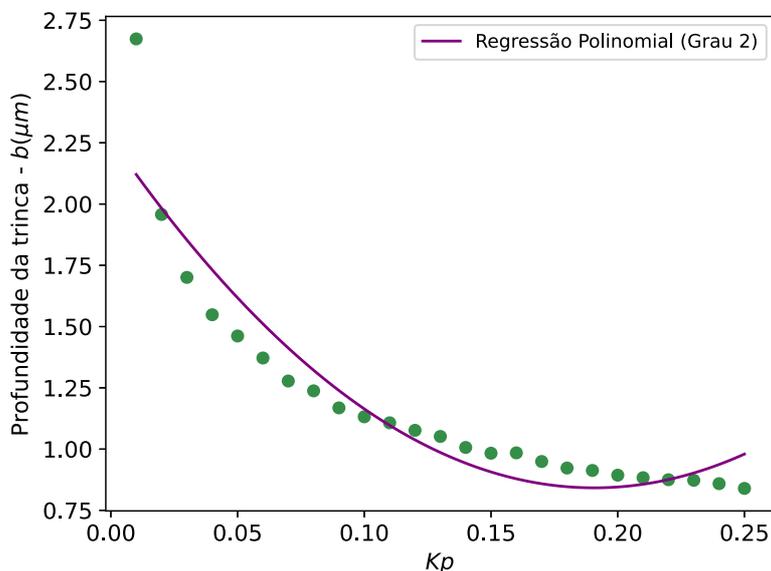
Elaborada pela autora.

Tal relação significa que asperezas mais agudas, com valores menores de curvatura média, estejam associadas a uma maior propensão para a formação de trincas, resultando em maiores valores de profundidade ( $b$ ) das trincas observadas. Essa relação é coerente com a ideia de que as asperezas mais agudas tendem a ser mais propensas a gerar tensões concentradas, contribuindo para o desenvolvimento de trincas no esmalte dentário.

A Figura 4.17, exibe a trinca para uma aspereza de altura  $Z_p = 0,4523\mu m$  em uma superfície cujo raio de curvatura  $Kp = 0,25$ . Para essa aspereza a profundidade da trinca, medida através da interface do Abaqus foi  $b = 0,9218\mu m$  essa aspereza tem probabilidade  $\phi = 0,1811$  de aparecer na superfície na qual ela pertence, dessa forma sua contribuição para a profundidade da superfície é de  $b(\phi) = 0,1669\mu m$

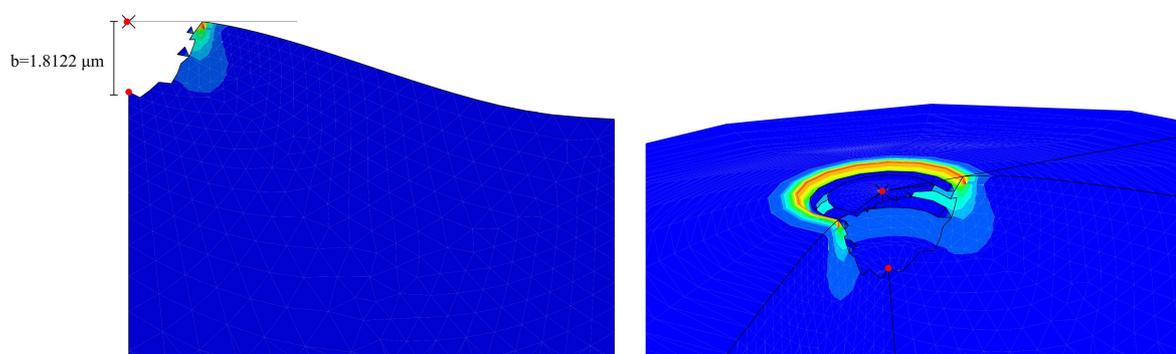
Já a Figura 4.18, exibe a trinca para uma aspereza de altura  $Z_p = 0,9766\mu m$  em uma

Figura 4.16: Profundidade média homogeneizada da trinca para os valores de curvatura média da superfície média quadrática.



Elaborada pela autora.

Figura 4.17: Valor da profundidade da trinca para uma aspereza pertencente à uma superfície de  $Kp = 0,25$ .



(a) Profundidade  $b$  para uma aspereza principal  
 $Zp = 0.4523$

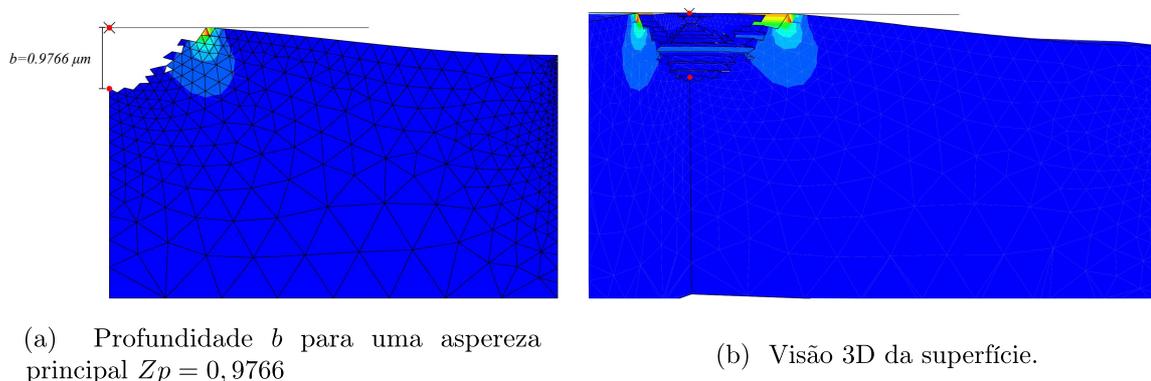
(b) Visão 3D da superfície.

Elaborada pela autora (2023).

superfície cujo raio de curvatura  $Kp = 0,01$ . Para essa aspereza a profundidade da trinca, medida através da interface do Abaqus foi  $b = 5,0098\mu m$  essa aspereza tem probabilidade  $\phi = 0,3617$  de aparecer na superfície na qual ela pertence, dessa forma sua contribuição para a profundidade da superfície é de  $b(\phi) = 1,8120\mu m$

Durante a análise dos outros parâmetros de textura superficial, como  $Sa$ ,  $Sq$ ,  $Ssk$ , e  $Sku$ , não foi encontrada nenhuma relação direta com a profundidade das trincas no

Figura 4.18: Valor da profundidade da trinca para uma aspereza pertencente à uma superfície de  $Kp = 0,01$ .



Elaborada pela autora (2023).

esmalte dentário.

Os resultados mostraram que, para os diferentes valores do coeficiente de assimetria, a média das profundidades das trincas (Figura 4.19 (a)) foi de  $1,1816 \pm 0,0533\mu m$ . Os valores máximos e mínimos de profundidade encontrados foram de  $1,2476\mu m$  e  $1,0582\mu m$ , respectivamente.

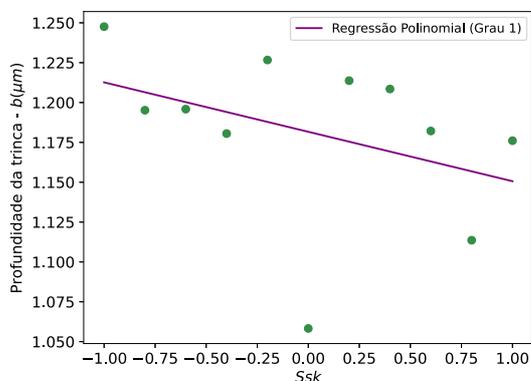
Os diferentes valores assumidos pela rugosidade média  $Sa$  resultaram em uma variabilidade relativamente baixa na profundidade das trincas, conforme apresentado na Figura 4.19 (b). A média da profundidade das trincas foi de  $1,1851 \pm 0,0290\mu m$ , indicando que, em média, as trincas apresentaram essa profundidade para os valores de  $Sa$  analisados. Os valores máximos e mínimos de profundidade encontrados foram de  $1,2484\mu m$  e  $1,1481\mu m$ , respectivamente.

Comparando os resultados obtidos para o parâmetro de assimetria  $Ssk$  com os resultados para  $Sa$ , nota-se que o desvio padrão encontrado entre os valores de profundidade para  $Sa$  foi menor. Isso sugere que o parâmetro  $Sa$  possui menos influência na medida da profundidade das trincas em relação à *skewness* ( $Ssk$ ).

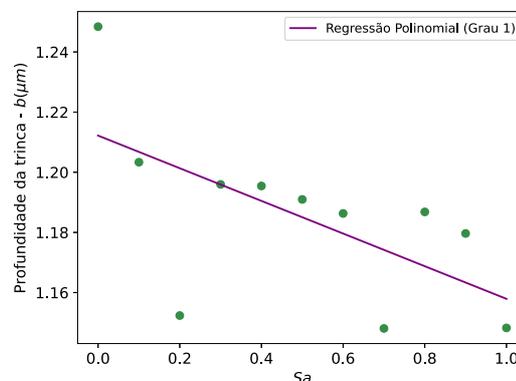
Para os valores do coeficiente de achatamento, *kurtosis*, a análise revelou que a média da profundidade das trincas foi de  $1,1871 \pm 0,0495\mu m$ . Além disso, os valores máximos e mínimos de profundidade encontrados foram de  $1,2721\mu m$  e  $1,1022\mu m$ , respectivamente.

Já em relação à rugosidade média quadrática ( $Sq$ ), os valores encontrados para a profundidade da trinca ( $b$ ), ficaram entre  $1,3346\mu m$  e  $1,0871\mu m$ , e a média considerando

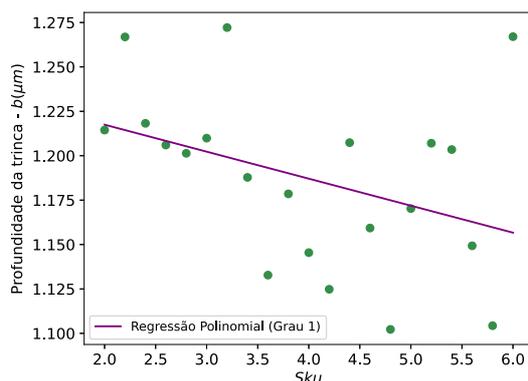
Figura 4.19: Valor da profundidade da trinca para uma aspereza pertencente à uma superfície de  $Kp = 0,01$ .



(a) Profundidade média homogeneizada da trinca para os valores de *skewness*.



(b) Profundidade média homogeneizada da trinca para os valores de rugosidade média.



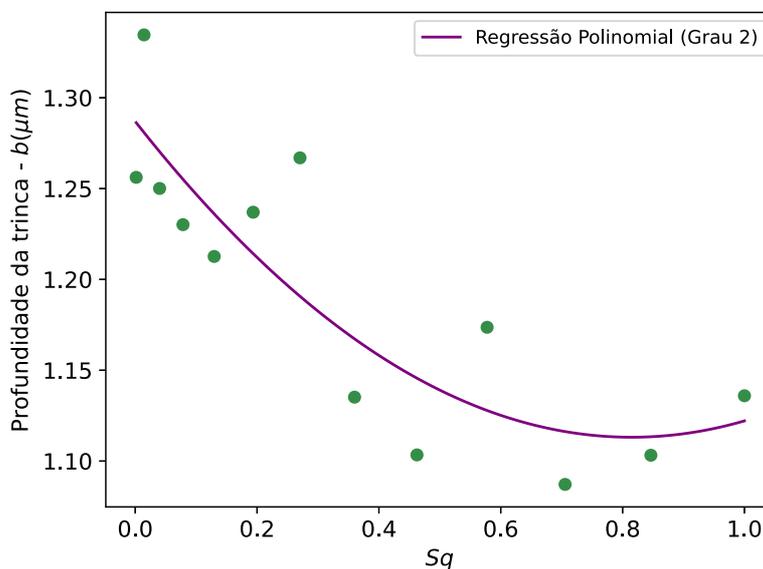
(c) Profundidade média homogeneizada da trinca para os valores de *kurtosis*.

Elaborada pela autora (2023).

todos os valores assumidos por esse parâmetro foi de  $1,1943 \pm 0,0768 \mu m$ . Nota-se que com exceção da curvatura média, tal parâmetro foi o que apresentou maior variabilidade e, a melhor curva que se ajustou ao pontos médios foi uma função de segundo grau, assim como para a curvatura média das asperezas (4.20).

É fundamental destacar que, na modelagem utilizada, foram observados menores valores de dureza no modelo cíclico. Em algumas simulações, o resultado indicou que a dureza foi menor que  $1 GPa$  (conforme demonstrado nos gráficos da Figura 4.12). Isso significa que a superfície estava menos resistente à penetração do plano rígido, o que torna a remoção do

Figura 4.20: Profundidade média homogeneizada da trinca para os valores de rugosidade média quadrática.



Elaborada pela autora.

material mais fácil.

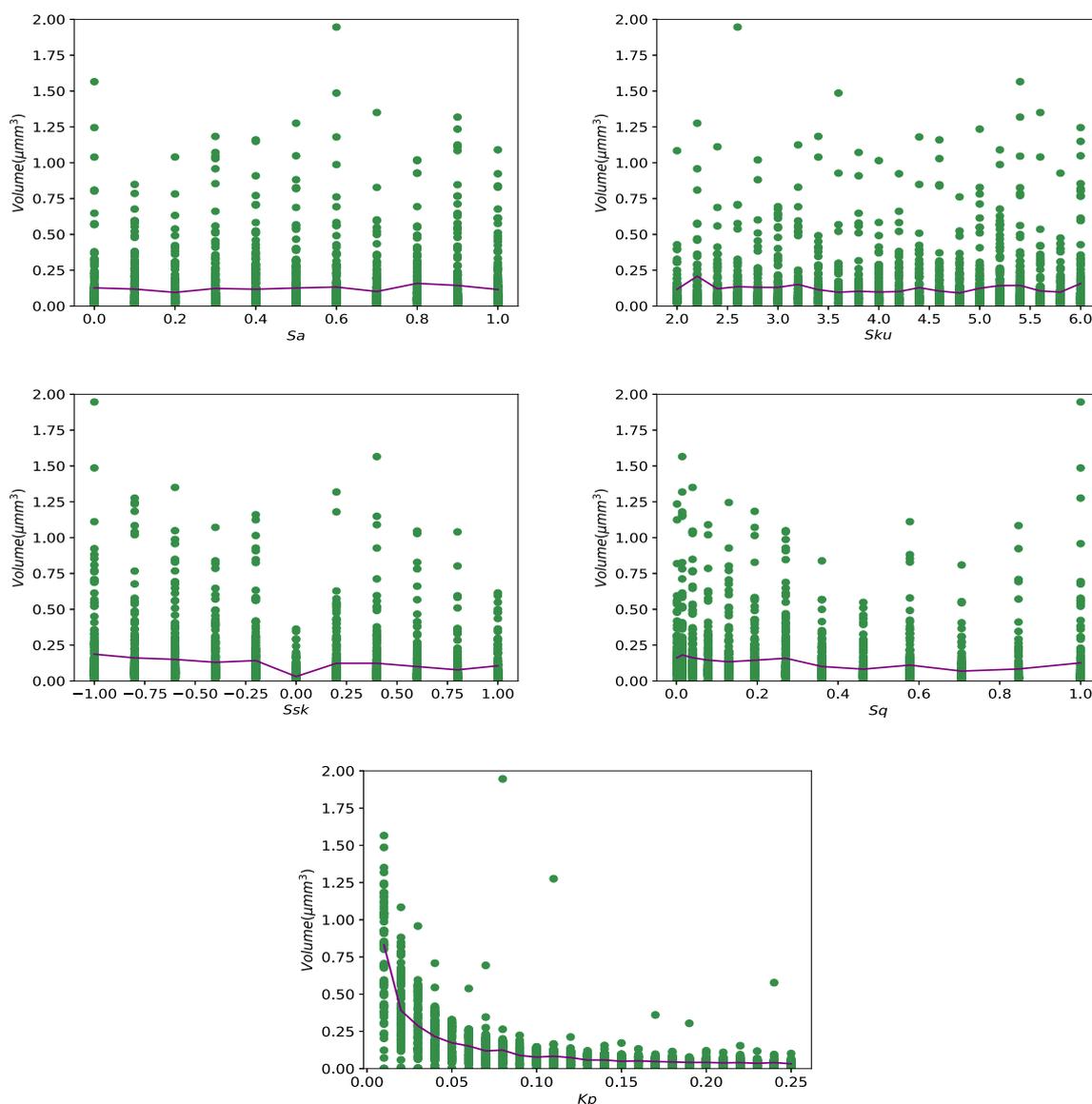
Além disso, é importante considerar que a medida utilizada para a profundidade das trincas ( $b$ ) foi obtida na aspereza mais degradada, onde todos os elementos que atingiram o limite de tensão crítica se desprenderam da superfície. Esse fato contribui para os valores médios encontrados para  $b$  serem relativamente elevados.

#### 4.2.2 Volume do material desprendido da superfície

Com a modelagem cíclica também permite estimar o volume de esmalte desprendido da superfície. À medida que ocorre o desgaste, pequenas partículas ou fragmentos do material podem se soltar, resultando na perda de esmalte dentário. Esse volume de esmalte desprendido é um indicador importante para avaliar o desgaste e a degradação da superfície.

Ao analisar os gráficos apresentados na Figura [4.21](#), notamos que os maiores valores de volume desgastado ocorreram para valores menores de curvatura média quadrática ( $Kp$ ). Esses resultados corroboram com as conclusões encontradas para a profundidade das trincas e também para a dureza, onde valores maiores de  $Kp$  tornaram a superfície

Figura 4.21: Volume desprendido na superfície para os parâmetros de textura estudados neste trabalho.



Elaborada pela autora.

mais resistente à indentação do plano.

A curva em roxo, mostra a média do volume desgastado para cada parâmetro analisado. Os maiores valores de média, para cada um dos parâmetros foram:  $Sa = 0,1583\mu\text{mm}^3$ ,  $Sq = 0,1814\mu\text{mm}^3$ ,  $Ssk = 0,1865\mu\text{mm}^3$ ,  $Sku = 0,2087\mu\text{mm}^3$  e  $Kp = 0,8332\mu\text{mm}^3$ . Neste caso, o valor do volume médio desgastado para curvatura média das asperezas foi aproximadamente 5 vezes maior que o volume desgastado encontrado para a rugosidade média quadrática  $Sa$ , que, por sua vez, apresentou o menor valor médio entre os parâmetros

analisados.

Esses achados realçam a importância crucial do parâmetro  $Kp$  no estudo do desgaste dentário. Vale lembrar que, entre todos os parâmetros avaliados, o  $Kp$  é aquele que está intimamente relacionado com a geometria das asperezas da superfície dental. Essa análise demonstra que a curvatura média das asperezas exerce uma influência significativa na resposta do esmalte dentário ao desgaste, e suas variações podem afetar tanto a formação de trincas quanto a resistência global da superfície.

Segundo [Wetselaar \*et al.\* \(2019\)](#), a quantificação do desgaste dentário apresenta uma diversidade de abordagens, com mais de cem sistemas de avaliação distintos. No entanto, ao comparar os sistemas mais comuns, é evidente a necessidade de se estabelecer um sistema de avaliação modular universalmente aceito, tornando-se tanto uma possibilidade quanto uma demanda. É compreensível que a comunidade odontológica ainda necessite de tempo para alcançar um consenso nesse âmbito.

Essa compreensão aprofundada é de suma importância para a odontologia, pois contribui significativamente para o conhecimento dos mecanismos do desgaste dentário, permitindo o desenvolvimento de estratégias preventivas e tratamentos mais eficazes, visando preservar a saúde e integridade dos dentes.

Por fim, é importante destacar que, embora validar as respostas para o desgaste do esmalte dentário encontradas neste trabalho seja uma tarefa desafiadora, ele ainda representa uma contribuição ao fornecer informações relevantes para estudos posteriores.

## 5 CONCLUSÃO

Neste estudo, foi realizado uma análise da influência dos parâmetros que descrevem a superfície do esmalte dentário no comportamento do contato oclusal dentário. Os parâmetros estudados incluíram a rugosidade média, a rugosidade média quadrática, a curvatura média, o coeficiente de achatamento (*kurtosis*) e o coeficiente de assimetria (*skewness*). A avaliação foi conduzida usando modelos em elementos finitos de asperezas e técnicas de homogeneização para analisar as superfícies geradas automaticamente por algoritmos, objetivando assim compreender melhor como essas características da superfície do esmalte dentário afetam as respostas do contato oclusal dentário.

Foram elaborados dois modelos computacionais distintos para investigar o comportamento da superfície em estudo. No primeiro modelo, adotou-se o método de indentação incremental, onde um plano rígido foi aplicado sobre a superfície em questão, sendo monitoradas as respostas do contato. No entanto, essa indentação foi realizada somente uma vez. No segundo modelo, conhecido como Modelo Cíclico, a superfície foi submetida a múltiplas indentações incrementais do plano rígido. À medida que as regiões da superfície atingiam o limite de tensão crítica, os elementos finitos dessas áreas específicas foram removidos da malha, simulando, dessa forma, o processo de desgaste.

A dureza superficial, entendida como a razão entre as forças e áreas de contato homogeneizadas não é uma propriedade constante do material e está associada à rugosidade da superfície bem como aos níveis de carregamento. Em ambas as modelagens, o parâmetro textural que exerce maior influencia na dureza é a curvatura média das asperezas,  $Kp$ , de modo que incrementos desse parâmetro implicam no aumento da dureza superficial. Entretanto, foi observado que para valores pequenos de curvatura média, menores valores de dureza foram encontrados no modelo cíclico, o que significa que quando a curvatura média é pequena a superfície degradada atinge menores valores de dureza, tornando-a menos resistente à deformações plásticas. Através dessa análise, foi possível alcançar por completo um dos objetivos deste estudo que consistia em verificar a influência dos

parâmetros de textura superficial na dureza.

No modelo de indentação única, observou-se que a rugosidade média quadrática ( $Sq$ ) também apresentou uma relação diretamente proporcional com a dureza da superfície. No entanto, essa relação não ocorreu na mesma proporção que a curvatura. Enquanto a curvatura mostrou uma influência mais significativa na dureza, a rugosidade média quadrática teve um efeito menos pronunciado.

Por outro lado, no modelo de indentação cíclica, não foi possível detectar uma influência estatisticamente significativa desse parâmetro na dureza superficial homogeneizada. Isso sugere que, durante a aplicação de múltiplas indentações cíclicas, a rugosidade média quadrática não desempenhou um papel determinante na variação da dureza.

Dessa forma, a análise paramétrica do desgaste superficial demonstra claramente que modelos que não consideram a retirada do material podem estar superestimando a capacidade de resistência dessa superfície a deformações plásticas. Além disso, esses modelos podem identificar influências não realistas dos parâmetros texturais que caracterizam a superfície.

A retirada de material é um processo fundamental durante o desgaste, e modelos que não levam isso em conta podem não capturar com precisão a verdadeira resposta da superfície ao contato e ao desgaste.

Por meio da modelagem cíclica, que simula realisticamente o desgaste da superfície do esmalte dentário, tornou-se possível estudar não apenas a profundidade das trincas formadas na superfície, mas também quantificar o volume do material desgastado. Essa abordagem emprega modelos numéricos e matemáticos para analisar o processo de desgaste de forma detalhada.

Ao utilizar a modelagem cíclica, é possível reproduzir mais fielmente as condições reais de desgaste e considerar a natureza contínua e acumulativa do processo. Como resultado, pode-se obter informações sobre a profundidade das trincas formadas na superfície durante o desgaste, o que auxilia a melhor compreensão dos mecanismos envolvidos e a prever o comportamento do material ao longo do tempo.

Ambos os resultados, a profundidade das trincas e o volume desgastado da superfície

do esmalte dentário, mostraram uma clara influência da curvatura média das asperezas ( $Kp$ ). Esse parâmetro foi identificado como o fator de maior relevância no processo de desgaste.

Observou-se que valores menores de curvatura média das asperezas (ou seja, uma superfície mais aguda) apresentaram uma relação diretamente proporcional tanto com a profundidade das trincas resultantes das cargas excessivas quanto com a quantidade de volume desgastado na superfície.

É verdade que o modelo de desgaste elaborado pode ser aprimorado, especialmente no que diz respeito à quantificação da profundidade das trincas em todos os ciclos e à mensuração do comprimento das mesmas. Essas melhorias são importantes para fornecer uma análise mais completa e detalhada do processo de desgaste. Assim sendo, por meio do modelo computacional elaborado, foi possível inspecionar a profundidade das trincas formadas na superfície, bem como quantificar o volume superficial desgastado, alcançando, assim, os dois últimos objetivos específicos deste trabalho.

Embora a validação do modelo com dados experimentais seja um passo importante para garantir sua confiabilidade e precisão, a complexidade do desgaste superficial e as diversas variáveis envolvidas tornam esse processo desafiador.

Como sugestões para trabalhos futuros, propõe-se aprimorar o modelo cíclico incorporando deslocamentos tangenciais no plano rígido. Isso tornaria o modelo mais realista e melhor representaria as condições reais do desgaste superficial. Além disso, é essencial considerar o atrito resultante desses deslocamentos, pois o atrito desempenha um papel crucial na resposta da superfície ao contato e no processo de desgaste.

Outro aspecto importante a ser considerado é a inclusão da lubrificação no modelo. A lubrificação tem um papel significativo na redução do desgaste e pode afetar a resposta da superfície ao contato. Além disso, é recomendado acoplar o modelo mecânico com um modelo químico, que leve em conta o  $pH$  do ambiente oral. Isso permitiria investigar a interação entre os aspectos mecânicos e químicos do desgaste superficial, proporcionando uma compreensão mais completa do processo de desgaste dentário.

Apesar dessas limitações, os resultados obtidos até o momento são encorajadores, pois

as respostas encontradas, principalmente em relação à dureza, corroboram com o fenômeno estudado. Isso significa que as descobertas até agora estão alinhadas com a compreensão teórica do desgaste e reforçam a relevância do modelo utilizado.

## Referências Bibliográficas

Abbott, E. J., Firestone, F. A., 1933. Specifying surface quality. *Mechanical Engineering (ASME)* 55 (569), 407.

Ahlberg, J., Rantala, M., Savolainen, A., Suvinen, T., Nissinen, M., Sarna, S., Lindholm, H., Kononen, M., 2002. Reported bruxism and stress experience. *Community Dentistry and Oral Epidemiology* 30 (6), 405–408.

URL <http://dx.doi.org/10.1034/j.1600-0528.2002.00007.x>

Arnaud, T. M. S., Março 2008. Caracterização e aplicação da quitosana nos processos de des-remineralização do esmalte dentário. Master's thesis, UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO-PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM CIÊNCIAS DOS MATERIAIS.

Bader, G., Lavigne, G., 2000. Sleep bruxism; an overview of an oromandibular sleep movement disorder: Review article. *Sleep Medicine Reviews* 4 (1), 27–43.

URL <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1087079299900709>

Bajaj, D., Nazari, A., Eidelman, N., Arola, D. D., 2008. A comparison of fatigue crack growth in human enamel and hydroxyapatite. *Biomaterials* 29 (36), 4847–4854.

Beddis, H. P., Davies, S. J., 2023. Relationships between tooth wear, bruxism and temporomandibular disorders. *British Dental Journal* 234 (6), 422–426.

Beer, F. P., Johnston, E. R., DeWolf, J. T., Mazurek, D. F., 2011. *Mecânica dos materiais*. Amgh Porto Alegre.

- Berkovitz, B., Boyde, A., Frank, R., Höhling, H., Moxham, B., Nalbandian, J., Tonge, C., Boyde, A., 1989. Enamel. Teeth, 309–473.
- Bonato, L. L., Bastos, F. S., Meireles, A. B., Ávila, R. F., Guimarães, J. P., 2015. Análise perfilométrica do padrão de desgaste dentário de indivíduos bruxômanos e sua inter-relação com a erosão dentária: Um estudo longitudinal. *Saúde e Pesquisa* 8 (2), 285–295.
- Bracci, A., Lobbezoo, F., Colonna, A., Bender, S., Conti, P. C. R., Emodi-Perlman, A., Häggman-Henrikson, B., Klasser, G. D., Michelotti, A., Lavigne, G. J., Svensson, P., Ahlberg, J., Manfredini, D., 2023. Research routes on awake bruxism metrics: Implications of the updated bruxism definition and evaluation strategies. *Journal of oral rehabilitation*.
- Chen, J., Liu, D., Wang, C., Zhang, W., Zhu, L., 2022. A fractal contact model of rough surfaces considering detailed multi-scale effects. *Tribology International* 176, 107920.
- Chubb, J., Cowling, P., Reed, D., 2022. Speeding up to keep up: exploring the use of ai in the research process. *AI & society* 37 (4), 1439–1457.
- Ciulli, E., Ferreira, L., Pugliese, G., Tavares, S., 2008. Rough contacts between actual engineering surfaces: Part i. simple models for roughness description. *Wear* 264 (11-12), 1105 – 1115.
- URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S004316480700659X>
- Claudino, L. V., 2006. Análise em microscopia eletrônica de varredura da superfície do esmalte dentário submetido à ação de sucos de frutas cítricas. *Revista Odonto Ciência -Fac. Odonto/PUCRS*.
- Cuy, J. L., Mann, A. B., Livi, K. J., Teaford, M. F., Weihs, T. P., 2002. Nanoindentation mapping of the mechanical properties of human molar tooth enamel. *Archives of Oral Biology* 47, 281–291.
- de Souza Bastos, F., 2008. Análise numérica do contato oclusal, atrito e desgaste dentário humano. Ph.D. thesis, Universidade Federal de Minas Gerais.

- Finke, M., Jandt, K. D., Parker, D. M., 2000. The early stages of native enamel dissolution studied with atomic force microscopy. *Journal of Colloid and Interface Science* 232 (1), 156 – 164.  
URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S002197970097200X>
- Free, R., DeRocher, K., Cooley, V., Xu, R., Stock, S. R., Joester, D., 2022. Mesoscale structural gradients in human tooth enamel. *Proceedings of the National Academy of Sciences* 119 (52), e2211285119.
- Fysh, S., Oravec, E., Medley, J., 1990. An experimental simulation of the tribology of large spherical roller bearings in paper machines. *Tribology International* 23 (5), 317–327.
- Gadelmawla, E., Koura, M., Maksoud, T., Elewa, I., Soliman, H., 2002. Roughness parameters. *Journal of Materials Processing Technology* 123 (1), 133 – 145.  
URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0924013602000602>
- Gao, Z., Fu, W., Wang, W., Kang, W., Liu, Y., 2018. The study of anisotropic rough surfaces contact considering lateral contact and interaction between asperities. *Tribology International* 126, 270–282.
- Giannini, M., Soares, C. J., Carvalho, R. M., May 2004. Ultimate tensile strength of tooth structures. *Dental materials : official publication of the Academy of Dental Materials* 20 (4), 322–329.  
URL [http://dx.doi.org/10.1016/S0109-5641\(03\)00110-6](http://dx.doi.org/10.1016/S0109-5641(03)00110-6)
- Gillborg, S., Åkerman, S., Ekberg, E., 2020. Tooth wear in swedish adults—a cross-sectional study. *Journal of oral rehabilitation* 47 (2), 235–245.
- Greenwood, J. A., Williamson, J. B. P., 1966. Contact of nominally flat surfaces. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences* 295 (1442), pp. 300–319.  
URL <http://www.jstor.org/stable/2415421>
- Habelitz, S., Marshall, S., Jr, G. M., Balooch, M., 2001a. Mechanical properties of human dental enamel on the nanometre scale. *Archives of Oral Biology* 46 (2), 173 – 183.

- Habelitz, S., Marshall, S. J., Jr., G. W. M., Balooch, M., 2001b. Mechanical properties of human dental enamel on the nanometre scale. *Archives of Oral Biology* 46, 173–183.
- Hertz, H., 1896. On the contact of rigid solids and on hardness. 2.
- Hibbeler, R., 2010. Resistência dos materiais. PRENTICE HALL BRASIL.  
URL <https://books.google.com.br/books?id=eLOJQwAACAAJ>
- Hutchings, I. M., 1992. Tribology ? Friction and Wear of Engineering Materials. BH, London, pp. 173–183.
- Ijbara, M., Wada, K., Tabata, M. J., Wada, J., Inoue, G., Miyashin, M., 2018. Enamel microcracks induced by simulated occlusal wear in mature, immature, and deciduous teeth. *BioMed research international* 2018, 5658393–9.
- Jurevicius, M., Skeivalas, J., Urbanavicius, R., 2014. Analysis of surface roughness parameters digital image identification. *Measurement* 56, 81 – 87.  
URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0263224114002668>
- Kalliorinne, K., Persson, B. N., Sandberg, J., Hindér, G., Larsson, R., Holmberg, H.-C., Almqvist, A., 2023. Characterisation of the contact between cross-country skis and snow: A micro-scale study considering the ski-base texture. *Lubricants* 11 (5), 225.
- Kis, V. K., Sulyok, A., Hegedűs, M., Kovács, I., Rózsa, N., Kovács, Z., 2021. Magnesium incorporation into primary dental enamel and its effect on mechanical properties. *Acta Biomaterialia* 120, 104–115.
- Kotsanos, N., Birkhed, D., 2022. Tooth wear in children and adolescents. In: *Pediatric Dentistry*. Springer, pp. 465–474.
- Kunin, A. A., Evdokimova, A. Y., Moiseeva, N. S., 2015. Age-related differences of tooth enamel morphochemistry in health and dental caries. *EPMA Journal* 6, 1–11.
- Lahcene, B., 2013. On pearson families of distributions and its applications. *African Journal of Mathematics and Computer Science Research* 6 (5), 108–117.

Lanza, A., Ruggiero, A., Sbordone, L., 2019. Tribology and dentistry: A commentary. *Lubricants* 7 (6).

URL <https://www.mdpi.com/2075-4442/7/6/52>

Lei, L., Zheng, L., Xiao, H., Zheng, J., Zhou, Z., 2020. Wear mechanism of human tooth enamel: The role of interfacial protein bonding between ha crystals. *Journal of the Mechanical Behavior of Biomedical Materials* 110, 103845.

URL <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1751616120303994>

Li, H., Zhang, D., 09 2007. Probabilistic collocation method for flow in porous media: Comparisons with other stochastic methods. *Water Resources Research - WATER RESOUR RES* 43.

Li, Y., Yu, F., Niu, L., Long, Y., Tay, F. R., Chen, J., 2018. Association between bruxism and symptomatic gastroesophageal reflux disease: A case-control study. *Journal of Dentistry* 77, 51–58.

URL <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S030057121830201X>

Liu, S., Xu, Y., Liao, R., He, G., Ding, L., An, B., Zhang, D., 2023. On fracture behavior of inner enamel: a numerical study. *Applied Mathematics and Mechanics* 44 (6), 931–940.

Lobbezoo, F., Ahlberg, J., Raphael, K. G., Wetselaar, P., Glaros, A. G., Kato, T., Santiago, V., Winocur, E., De Laat, A., De Leeuw, R., Koyano, K., Lavigne, G. J., Svensson, P., Manfredini, D., 2018. International consensus on the assessment of bruxism: Report of a work in progress. *Journal of Oral Rehabilitation* 45 (11), 837–844.

URL <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1111/joor.12663>

Lobbezoo, F., Lavigne, G., 1997. Do bruxism and temporomandibular disorders have a cause-and-effect relationship. *Journal of Orofacial Pain* 11, 15–23.

Mair, L., Stolarski, T., Vowles, R., Lloyd, C., 1996. Wear: mechanisms, manifestations and measurement. report of a workshop. *Journal of Dentistry* 24 (1), 141 – 148.

URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0300571295000437>

- Malik-Sheriff, R. S., Glont, M., Nguyen, T. V., Tiwari, K., Roberts, M. G., Xavier, A., Vu, M. T., Men, J., Maire, M., Kananathan, S., *et al.*, 2020. Biomodels—15 years of sharing computational models in life science. *Nucleic acids research* 48 (D1), D407–D415.
- McFarlane, G., Guatelli-Steinberg, D., Loch, C., White, S., Bayle, P., Floyd, B., Pitfield, R., Mahoney, P., 2021. An inconstant biorhythm: The changing pace of retzius periodicity in human permanent teeth. *American Journal of Physical Anthropology* 175 (1), 172–186.
- Montgomery, D. C., Runger, G. C., 2003. *Estatística aplicada e probabilidade para engenheiros, segunda edição* Edition. LTC.
- Moreira, M. A., 2014. Modelos científicos, modelos mentais, modelagem computacional e modelagem matemática: aspectos epistemológicos e implicações para o ensino. *Revista brasileira de ensino de ciência e tecnologia* 7 (2).
- Nakashima, J., Taira, Y., Sawase, T., 2016. In vitro wear of four ceramic materials and human enamel on enamel antagonist. *European Journal of Oral Sciences* 124 (3), 295–300.
- Nota, A., Pittari, L., Paggi, M., Abati, S., Tecco, S., 2022. Correlation between bruxism and gastroesophageal reflux disorder and their effects on tooth wear. a systematic review. *Journal of Clinical Medicine* 11 (4), 1107.
- Oliveira, E. A., 2016. Modelos computacionais para análise da influência de parâmetros estatísticos de textura superficial no contato dentário humano. Mestrado em modelagem computacional, Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora.
- Oliver, W. C., Pharr, G. M., 1992. An improved technique for determining hardness and elastic modulus using load and displacement sensing indentation experiments. *J Mater Res* 7, 1564–1583.
- O’Toole, S., Lau, J. S., Rees, M., Warburton, F., Loomans, B., Bartlett, D., 2020. Quantitative tooth wear analysis of index teeth compared to complete dentition. *Journal of dentistry* 97, 103342–103342.

Padmanabhan, S. K., Balakrishnan, A., Chu, M.-C., Kim, T. N., Cho, S. J., 2010. Micro-indentation fracture behavior of human enamel. *Dental Materials* 26 (1), 100 – 104.

URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0109564109003042>

Pottirayil, A., Menezes, P. L., Kailas, S. V., 2010. A parameter characterizing plowing nature of surfaces close to gaussian. *Tribology International* 43 (1-2), 370 – 380.

URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0301679X09002187>

Ratto, M., Castelletti, A., Pagano, A., 2012. Emulation techniques for the reduction and sensitivity analysis of complex environmental models.

Ren, J., Yuan, H., 2022. Contact analysis and friction prediction of non-gaussian random surfaces. *Applied Sciences* 12 (21), 11237.

Rethwisch, D., 2012. *Materials Science and Engineering an Introduction 9E Binder Ready Version + WileyPlus Registration Card*. John Wiley Sons, Incorporated.

URL <https://books.google.com.br/books?id=oE0BCgAAQBAJ>

Retzius, A., 1837. Microscopic investigation of the structure of the teeth. *Arch. Anat. U. Physiol.*

Rudy C. Melfi, K. E. A., 2000. *Permar's Oral Embryology and Microscopic Anatomy*.

Saha, S., Roy, S., 2022. Metallic dental implants wear mechanisms, materials, and manufacturing processes: A literature review. *Materials* 16 (1), 161.

Sarna-Boś, K., Skic, K., Boguta, P., Adamczuk, A., Vodanovic, M., Chałas, R., 2023. Elemental mapping of human teeth enamel, dentine and cementum in view of their microstructure. *Micron* 172, 103485.

Sarna-Boś, K., Skic, K., Boguta, P., Adamczuk, A., Vodanovic, M., Chałas, R., 2023. Elemental mapping of human teeth enamel, dentine and cementum in view of their microstructure. *Micron* 172, 103485.

URL <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0968432823000835>

- Shimomura, N., Tanaka, R., Shibata, Y., Zhang, Z., Li, Q., Zhou, J., Tobe, T., Ikeda, S., Yoshikawa, K., Shimada, Y., *et al.*, 2019. Exceptional contact elasticity of human enamel in nanoindentation test. *Dental materials* 35 (1), 87–97.
- Stiffler, C. A., Jakes, J. E., North, J. D., Green, D. R., Weaver, J. C., Gilbert, P. U., 2021. Crystal misorientation correlates with hardness in tooth enamels. *Acta Biomaterialia* 120, 124–134.
- Tsai, M.-T., Wang, Y.-L., Yeh, T.-W., Lee, H.-C., Chen, W.-J., Ke, J.-L., Lee, Y.-J., 2019. Early detection of enamel demineralization by optical coherence tomography. *Scientific reports* 9 (1), 17154.
- Tworzydło, W. W., Cecot, W., Oden, J. T., Yew, C. H., 1998. Computational micro- and macroscopic models of contact and friction: formulation, approach and applications. *Wear* 220, 113–40.
- Vidojevic, S., 2014. Shape modeling with family of pearson distributions: Langmuir waves. *Advances in Space Research* 54 (7), 1326 – 1330, spectral line shapes in astrophysics and related phenomena.  
URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0273117713008247>
- Waters, N. E., 1980. *The mechanical properties of biological materials*. Cambridge University Press, Ch. Some mechanical and physical properties of teeth, pp. 99–136.
- Wetselaar, P., Manfredini, D., Ahlberg, J., Johansson, A., Aarab, G., Papagianni, C. E., Reyes Sevilla, M., Koutris, M., Lobbezoo, F., 2019. Associations between tooth wear and dental sleep disorders: A narrative overview. *Journal of oral rehabilitation* 46 (8), 765–775.
- Wilmers, J., Bargmann, S., 2020. Nature’s design solutions in dental enamel: Uniting high strength and extreme damage resistance. *Acta biomaterialia* 107, 1–24.
- Xiu, D., 2010. *Numerical methods for stochastic computations: a spectral method approach*. Princeton university press.

- Yang, Y., Yang, D., He, Q.-C., 2019. Investigation of the effective wear of enamel accounting for microstructure and phase properties. *Wear* 432, 202941.
- Yu, X., Sun, Y., Zhao, D., Wu, S., 2021. A revised contact stiffness model of rough curved surfaces based on the length scale. *Tribology International* 164, 107206.
- Zhao, H., Liu, S., Wei, Y., Yue, Y., Gao, M., Li, Y., Zeng, X., Deng, X., Kotov, N. A., Guo, L., *et al.*, 2022. Multiscale engineered artificial tooth enamel. *Science* 375 (6580), 551–556.
- Zhou, C., Huang, F., Han, X., Gu, Y., 2017. An elastic–plastic asperity contact model and its application for micro-contact analysis of gear tooth profiles. *International Journal of Mechanics and Materials in Design* 13, 335–345.
- Zhou, J., Fu, J., Xiao, M., Qiao, F., Fu, T., Lv, Y., Wu, F., Sun, C., Li, P., Wu, L., 2022a. New technique for detecting cracked teeth and evaluating the crack depth by contrast-enhanced cone beam computed tomography: an in vitro study. *BMC Oral Health* 22 (1), 48.
- Zhou, T., Zhao, Y., Rao, Z., 2022b. Fundamental and estimation of thermal contact resistance between polymer matrix composites: A review. *International journal of heat and mass transfer* 189, 122701.

# 6 EXPANSÃO EM CHAOS POLINOMIAL PARA ANÁLISE DOS PARÂMETROS TEXTURAIS NA DUREZA SUPERFICIAL.

Foi realizada uma análise paramétrica dos parâmetros que caracterizam o esmalte dentário, utilizando a Expansão Polinomial de Caos. Em resumo, essa metodologia consiste na construção de um polinômio de caos capaz de, com base nos parâmetros de rugosidade de uma superfície (parâmetros de entrada), determinar a resposta para a variável de interesse, no caso, a dureza superficial. A seguir, são apresentados os resultados obtidos com esse modelo.

## 6.1 Expansão em Chaos Polinomial (ECP) e Emulações

As emulações, ou Metamodelos, têm um papel muito importante no estudo envolvendo modelos de sistemas complexos (Ratto *et al.*, 2012). Esta técnica tem como objetivo diminuir a complexidade dos modelos matemáticos causados pela super parametrização, mas mantendo os resultados como esperado. Com este processo, o novo modelo perde algumas informações fenomenológicas, mas, em grande escala, ainda é capaz de reproduzir os resultados esperados e ajudar no processo de tomada de decisão.

Nos estudos que envolvem a quantificação de incertezas, a Expansão em Chaos Polinomial (ECP) é uma técnica comum para analisar a inserção da incerteza em modelos determinísticos. Nesta técnica, um polinômio ortogonal é usado para aproximar algumas saídas de um modelo (Xiu, 2010). Como uma avaliação polinomial é computacionalmente rápida, esta abordagem se torna muito útil quando o modelo original tem um alto custo

computacional a ser simulado. De modo que, alguns processos em que são necessárias muitas simulações, como análise de sensibilidade e ajuste de parâmetro, tornam-se mais práticos de serem executados.

Considerando um vetor  $\xi = (\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_N)^T$  de  $N$  entradas do modelo, compostas por variáveis aleatórias independentes. Assume-se que a quantidade de interesse  $y$  é escrita em termos dessas variáveis. Dessa forma, é possível expressar esse valor através de uma expansão infinita do caos polinomial (Li e Zhang, 2007). Em aplicações práticas, essa quantidade de interesse pode ser aproximada por uma expansão finita obtida através de uma combinação linear dos elementos da base do caos polinomial.

$$y(\xi) = \sum_{i=1}^P b_i \Phi_i(\xi) \quad (6.1)$$

onde  $b_i$  são coeficientes desconhecidos e  $\Phi_i$  são as funções polinomiais ortogonais. A expansão polinomial tem  $P$  termos, onde  $P = \frac{(N+d)!}{N!d!}$ , de modo que  $d$  representa o grau do polinômio.

## 6.2 Método de Monte Carlo

A técnica de Monte Carlo pode ser descrita como um método de simulação estatística que faz uso de sequências de números aleatórios para desenvolver as simulações. Nesse trabalho, 2183 superfícies foram geradas numericamente, definidas por parâmetros aceitáveis dentro das características da superfície do esmalte dentário. Após a geração das superfícies, através de scripts acoplado ao programa de elementos finitos Abaqus, a dureza para cada aspereza foi obtida. Com auxílio das técnicas de homogeneização, as respostas de dureza para todas essas superfícies foram calculadas. O tempo computacional para realizar todos esses processos foi de, aproximadamente, 200 horas. Fato esse que torna a simulação computacionalmente cara.

### 6.3 Chaospy: Leave-One-Out

Com o objetivo de validar o polinômio encontrado para a resposta da dureza superficial, nos diferentes níveis de indentação, foi aplicada a técnica de Leave-One-Out. Trata-se de uma técnica, onde o treinamento do polinômio é realizado com  $P - 1$  dados de entrada e o teste é realizado com a entrada restante.

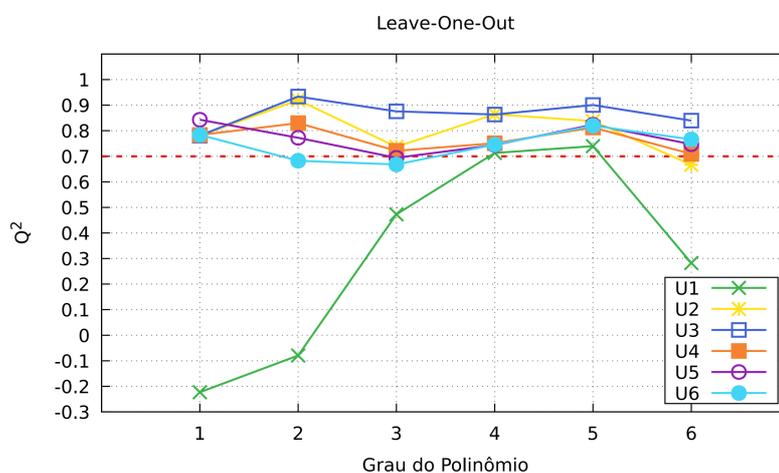
A Tabela 6.1 mostra o número de entrada  $P$  para cada grau de polinômio avaliado. A fim de garantir a eficiência do polinômio, para todos os níveis  $U$  de indentação, deseja-se encontrar um valor de  $Q^2$  superior a 0.7. Para isso, foi necessário fornecer  $5P$  para efetuar a expansão polinomial chaos. De acordo com gráfico da Figura 6.1 é possível perceber que com o polinômio de grau 5 maiores valores de  $Q^2$  foram encontrados, sendo todos são superiores ao limiar estabelecido. Dessa forma, o polinômio de grau 5 com  $P = 5P = 1260$  foi utilizado para obter as respostas de dureza superficial.

Tabela 6.1: Número de entradas para gerar os polinômios.

Grau do Polinômio	P	5P
1	6	30
2	21	105
3	56	280
4	126	630
5	252	1260
6	462	2310

Elaborada pela autora.

Figura 6.1: Leave-One-Out para a Dureza Superficial com  $P = 5P$ .



Elaborada pela autora.

A Tabela 6.2 mostra, para o polinômio de grau 5 escolhido, a média, o desvio padrão e o coeficiente de variação  $\frac{std}{med}$  das respostas da dureza em todos os níveis de indentação. A resposta da dureza no nível de indentação  $0.1\mu m$  foi a mais afetada, com variabilidade em relação a média de 21.6%, houve menos efeito no nível de indentação  $0.2\mu m$  com 8.6% seguida da indentação  $0.3$  com 10.5%.

Tabela 6.2: Coeficiente de Variação para os diferentes níveis de indentação.

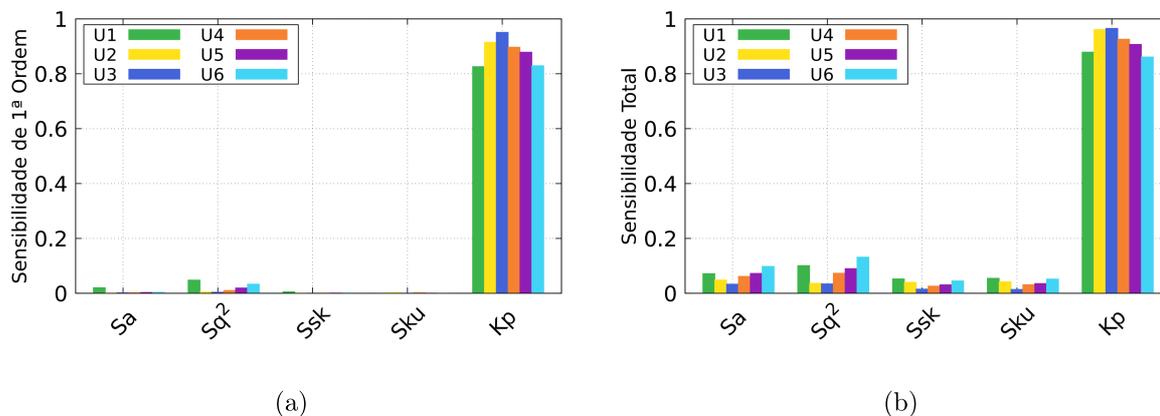
H	Média (med)	Desvio Padrão (std)	Coeficiente de Variação
U1	1.08E-02	2.34E-03	0.216
U2	2.72E-02	4.53E-03	0.086
U3	4.31E-02	6.56E-03	0.105
U4	6.07E-02	8.75E-03	0.108
U5	7.92E-02	1.09E-02	0.110
U6	9.77E-02	1.26E-02	0.111

Elaborada pela autora.

### 6.3.1 Índice Sobol - Polinômio Chaos

Para avaliar a influência de cada um dos parâmetros de entrada na variância total da quantidade de interesse, dureza superficial, duas métricas foram realizadas: o índice de sensibilidade de primeira ordem, ou índice de sensibilidade principal e o índice de sensibilidade total. Na Figura 6.2 temos o índice de sensibilidade principal, que mostra como cada uma das entradas influencia diretamente na variância da dureza, sendo possível analisar a influência direta de cada uma delas. É possível visualizar a supremacia da variável  $Kp$ , o que significa que a mesma tem grande influência da variabilidade da resposta para dureza superficial. A Figura 6.2 mostra o índice de sensibilidade total. Essa métrica, por sua vez, quantifica a variabilidade na resposta quando há também interações entre as variáveis de entrada. Apesar de um pequeno aumento da variabilidade na resposta da dureza causada pela influência dos parâmetros  $Sa$ ,  $Sq^2$ ,  $Ssk$  e  $Sku$ , a curvatura média quadrática dos picos ( $Kp$ ) é responsável pelo maior índice de variabilidade na quantidade de interesse.

Figura 6.2: Índice Sobol para a medida de dureza superficial.



Elaborada pela autora.

### 6.3.2 Monte Carlo x Polinômio Chaos

#### 6.3.2.1 Polinômio chaos na resposta de contato oclusal dentário na dureza superficial

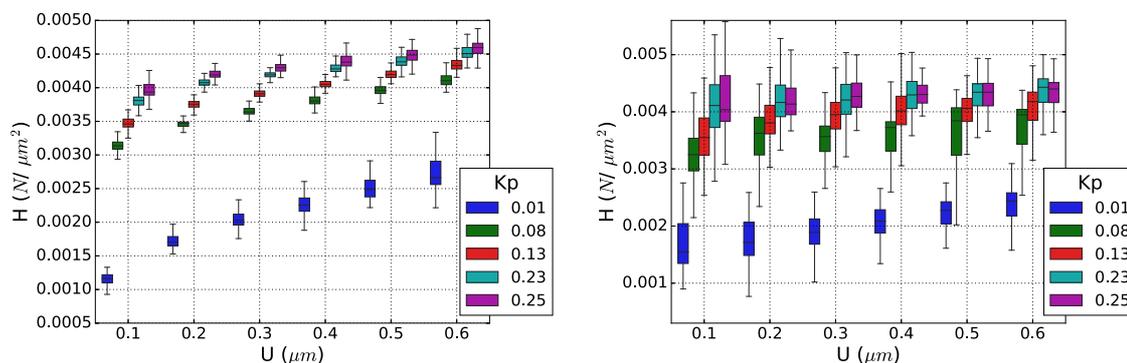
Esta etapa consistiu em ajustar um polinômio chaos na resposta de contato oclusal dentário na dureza superficial, comparando as respostas obtidas pelo polinômio com as encontradas através da metodologia de Monte Carlo.

Os gráficos apresentados nas Figuras 6.3 (a) e (b) mostram a dureza, em função dos distintos níveis de indentação, para a curvatura média. Esses resultados, encontrados através do polinômio chaos de grau 5, foram obtidos quando avaliou-se as mesmas 2183 superfícies utilizadas na técnica de Monte Carlo. Procurando reparar na tendência central na dispersão dos dados, em ambas metodologias, para a curvatura média das asperezas ( $Kp$ ), está claro que quanto maior esse valor, maiores serão as tensões geradas no contato, em todos os níveis de indentação.

Já para rugosidade média dos picos ( $Sa$ ), não há uma variabilidade significativa dentro de cada nível de indentação, visto que para todos os níveis estudado foi encontrado valores similares de tensão, através da mediana da dureza, para os distintos  $Sa$  (Figura 6.4).

A fim de comparar o desempenho do polinômio, para o nível de indentação intermediário  $U = 0.3\mu m$ , obteve-se os valores de dureza superficial em ambas as simulações: Monte Carlo e Chaos Polinomial. Observando os gráficos da Figura 6.5, é possível afirmar que para a curvatura média das asperezas, o resultado encontrado através do polinômio chaos

Figura 6.3: Relação dureza-indentação relacionados com a curvatura média.

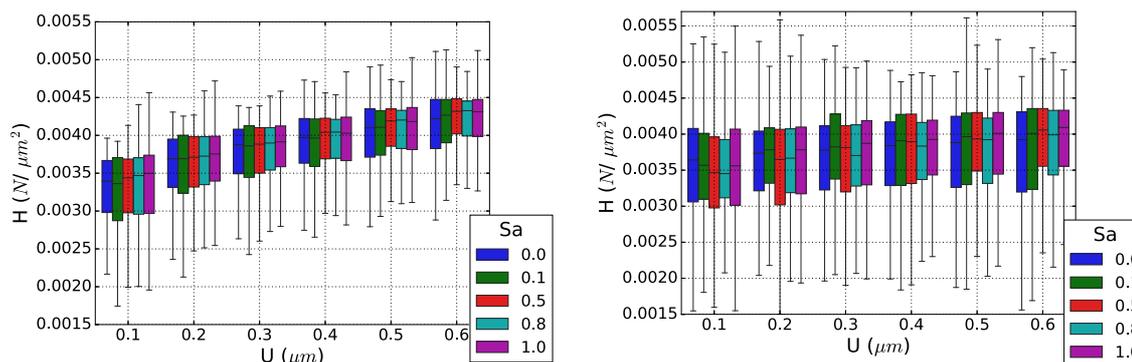


(a) Curvatura Média ( $Kp$ ) - polinômio caos.

(b) Curvatura Média ( $Kp$ ) - Monte Carlo.

Elaborada pela autora.

Figura 6.4: Relação dureza-indentação relacionados com a rugosidade média.



(a) Rugosidade Média ( $Sa$ ) - polinômio caos.

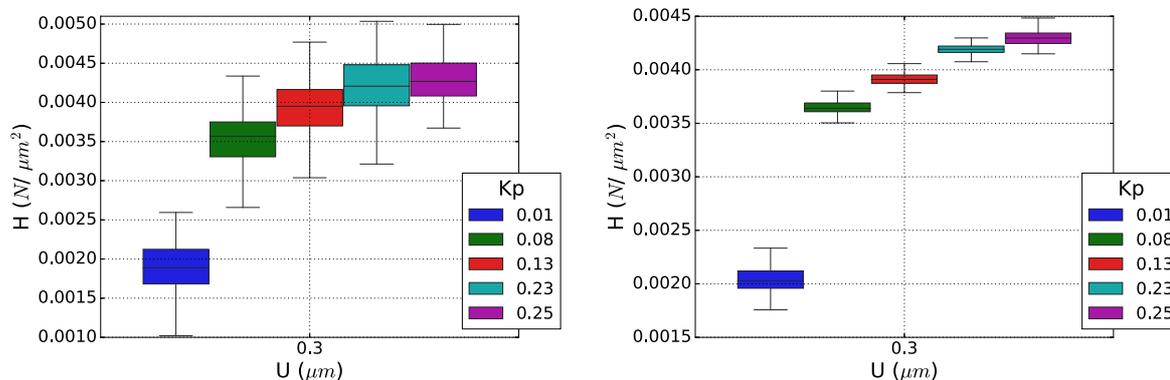
(b) Rugosidade Média ( $Sa$ ) - Monte Carlo.

Elaborada pela autora.

aproximou dos encontrados na simulação feita utilizando o método Monte Carlo. Em ambos os casos houve aumento nos níveis de tensão à medida que o  $Kp$  foi incrementado. Além disso, os valores encontrados para a variável de interesse estão dentro da mesma faixa. Logo o polinômio  $U^3$  encontrado foi satisfatório qualitativamente e quantitativamente.

De acordo com a análise de sensibilidade realizada, a rugosidade média das asperezas foi um dos parâmetros que não teve grande influência na variabilidade da resposta de interesse. Através das Figuras [6.6](#), é possível visualizar que os valores de dureza não sofrem influência com alterações no parâmetro de entrada  $Sa$  nas duas metodologias abordadas. Além disso, é possível inferir que os resultados obtidos com o auxílio do polinômio são

Figura 6.5: Dureza Superficial no nível de indentação  $0.3\mu m$ .



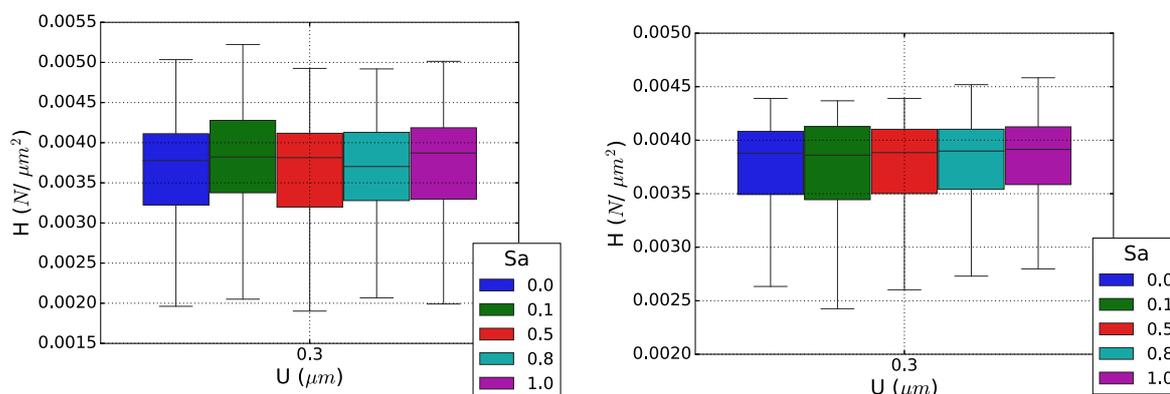
(a) Monte Carlo.

(b) Polinômio Chaos.

Elaborada pela autora.

satisfatórios se comparado com a respostas obtidas através da técnica de Monte Carlo.

Figura 6.6: Dureza Superficial no nível de indentação  $0.3\mu m$ .



(a) Monte Carlo.

(b) Polinômio Chaos.

Elaborada pela autora.