

Universidade Federal de Juiz de Fora
Faculdade de Engenharia
Programa de Pós Graduação em Engenharia Elétrica

Heitor Magno Rodrigues Junior

**Fluxo de Potência Intervalar para Sistemas de Distribuição Multifásicos
Baseado no Método da Injeção de Correntes Trifásico**

Juiz de Fora

2023

Heitor Magno Rodrigues Junior

**Fluxo de Potência Intervalar para Sistemas de Distribuição Multifásicos
Baseado no Método da Injeção de Correntes Trifásico**

Tese de Doutorado apresentada ao Programa de Pós Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Juiz de Fora, como requisito parcial para a obtenção do título de Doutor em Engenharia Elétrica.

Orientador: Igor Delgado de Melo

Coorientador: Erivelton Geraldo Nepomuceno

Juiz de Fora

2023

Ficha catalográfica elaborada através do Modelo Latex do CDC da UFJF
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

Rodrigues Junior, H. M..

Fluxo de Potência Intervalar para Sistemas de Distribuição Multifásicos
Baseado no Método da Injeção de Correntes Trifásico / Heitor Magno
Rodrigues Junior. – 2023.

116 f. : il.

Orientador: Igor Delgado de Melo

Coorientador: Erivelton Geraldo Nepomuceno

Tese de Doutorado – Universidade Federal de Juiz de Fora, Faculdade
de Engenharia. Programa de Pós Graduação em Engenharia Elétrica, 2023.

1. Fluxo de Potência Intervalar. 2. Aritmética Intervalar. 3. Sistemas
de Distribuição. I. Melo, I. D., orient. II. Nepomuceno, Erivelton Geraldo,
coorient. III. Título.

Heitor Magno Rodrigues Júnior

Fluxo de Potência Intervalar para Sistemas de Distribuição Multifásicos Baseado no Método da Injeção de Correntes Trifásico

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Juiz de Fora como requisito parcial à obtenção do título de Doutor em Engenharia Elétrica. Área de concentração: Sistemas de Energia Elétrica

Aprovada em 06 de novembro de 2023.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Igor Delgado de Melo - Orientador

Universidade Federal de Juiz de Fora

Prof. Dr. Erivelton Geraldo Nepomuceno - Coorientador

Universidade Federal de São João Del-Rei

Prof. Dr. Wesley Peres

Universidade Federal de São João Del-Rei

Prof. Dr. Bráulio César de Oliveira

Universidade Federal do Rio de Janeiro

Prof. Dr. Leonardo Willer de Oliveira
Universidade Federal de Juiz de Fora

Prof. Dr. Ivo Chaves da Silva Junior
Universidade Federal de Juiz de Fora

Juiz de Fora, 16/10/2023.



Documento assinado eletronicamente por **Igor Delgado de Melo, Professor(a)**, em 06/11/2023, às 12:37, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Leonardo Willer de Oliveira, Professor(a)**, em 06/11/2023, às 12:45, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Wesley Peres, Usuário Externo**, em 06/11/2023, às 12:47, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Bráulio César de Oliveira, Usuário Externo**, em 06/11/2023, às 12:51, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Erivelton Geraldo Nepomuceno, Usuário Externo**, em 06/11/2023, às 12:54, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Ivo Chaves da Silva Junior, Professor(a)**, em 06/11/2023, às 14:48, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no Portal do SEI-Ufjf (www2.ufjf.br/SEI) através do ícone Conferência de Documentos, informando o código verificador **1526032** e o código CRC **30B9B780**.

AGRADECIMENTOS

Aos Professores José Luiz Rezende Pereira (*in memoriam*), Igor Delgado de Melo e Erivelton Geraldo Nepomuceno, que acreditaram no projeto e não mediram esforços para auxiliar e incentivar o desenvolvimento desse trabalho.

Aos meus pais Heitor Magno Rodrigues e Maria Cristina Vitorino por serem espelho e incentivo.

Aos amigos de Lavras, Juiz de Fora e Divino pelos bons momentos e apoio.

Ao CNPq pelo suporte financeiro.

À Jéssica, minha esposa, pessoa que mais acredita no meu potencial, pelo companheirismo, parceria, amor e apoio incondicional.

RESUMO

A incorporação de incertezas no problema do fluxo de potência em sistemas de média tensão representa um desafio contemporâneo devido ao advento de tecnologias que possibilitam a inserção de novos tipos de cargas e fontes renováveis com alta variabilidade, por exemplo. Diante desse complexo cenário, é urgente o desenvolvimento de métodos que representem as redes de distribuição com todas as suas peculiaridades como topologia predominantemente radial, existência de impedâncias mútuas, condutores de fases desequilibradas, representação do neutro e impedâncias de aterramento. Devido à escassez de estudos que abordam incertezas em redes com tamanha complexidade, esta tese almeja propor abordagens que solucionem essa problemática. Este trabalho apresenta um acervo metodológico baseado no fluxo de potência intervalar (FPI) usando as equações do método de injeção de correntes assumindo incertezas relacionadas aos valores de carga e geração. Na primeira abordagem proposta, é desenvolvido um fluxo de potência intervalar para análise da inserção de unidades de geração distribuída (GD) em redes ativas com representação monofásica. Nesse contexto, o impacto das unidades de GD nos resultados de magnitudes e ângulos de tensões intervalares é avaliado através do índice denominado sensibilidade intervalar percentual. Nessa ocasião, o sistema ativo IEEE 18-barras é utilizado para a condução de simulações computacionais. A segunda metodologia desenvolvida apresenta o Método de Injeção de Correntes Trifásico Intervalar (MICTI), uma nova abordagem que consiste no cálculo do FPI aplicado ao Método de Injeção de Correntes Trifásico (MICT) para sistemas a três fios e também envolvendo o condutor neutro. A principal contribuição desta tese se baseia no uso de extensões intervalares e na aplicação da técnica de rotação angular. A execução dessas estratégias de aprimoramento das soluções intervalares tornaram os cálculos mais assertivos e reduziram a superestimação dos resultados, problema enfrentado quando ocorre a simples aplicação da aritmética intervalar convencional no cálculo do fluxo de potência trifásico. As metodologias tratadas na tese são pioneiras, de modo que antes dos trabalhos publicados oriundos dessa pesquisa, não havia na literatura nenhuma referência que tratava do desenvolvimento de métodos de FPI baseados na aritmética intervalar tradicional através das equações de injeção de correntes em sistemas multifásicos e multiterrados. Os resultados obtidos fornecem soluções de esforço computacional relativamente baixo, confiáveis e compatíveis com as simulações de Monte Carlo. Além disso, todas as metodologias propostas representam um recurso viável para calcular o impacto de dados de entrada incertos nos resultados intervalares do fluxo de potência compreendendo as tensões trifásicas e as de neutro, também conhecidas como *Neutral-to-Earth Voltages*.

Palavras-chave: Fluxo de Potência Intervalar. Aritmética Intervalar. Método de Injeção de Correntes Trifásico. Operador de Krawczyk. Simulação de Monte Carlo.

ABSTRACT

The incorporation of uncertainties in the power flow problem in medium voltage systems represents a contemporary challenge due to the advent of new technologies that allow the insertion of new types of loads and renewable sources with high variability. Within this complex scenario, it is urgent to develop methods that represent distribution networks with all their peculiarities such as predominantly radial topology, existence of mutual impedances, unbalanced phase conductors, representation of the neutral and grounding impedances. Due to the lack of studies that address uncertainties in networks with such complexity, this work proposes a methodological collection based on interval power flow using current injection equations applied in distribution systems, assuming uncertainties about load and generation values. In the first proposed approach, an interval power flow calculation method is developed to analyze the insertion of distributed generation in active distribution networks with single-phase representation. In this context, the impact of distributed generation and their models are investigated by calculating the sensibility of voltages obtained by the interval power flow and the IEEE 18-bar active system is used as case study for conducting simulations and comparative analysis. The second developed methodology - and the main contribution of this work - presents the Interval Three-Phase Current Injection Method, a novel approach that consists of calculating the interval power flow applied to the Three-Phase Current Injection Method for multiphase systems. The main contribution of this thesis is based on the use of interval extensions and the application of the angular rotation technique. The implementation of these strategies to improve interval solutions made the calculations more assertive and reduced the overestimation, problem faced when the simple application of conventional interval arithmetic occurs in the calculation of three-phase power flow. Before the published works arising from this research, there was no reference in the literature that dealt with the development of FPI methods based on traditional interval arithmetic through current injection equations in multiphase systems. The obtained solutions are consistent with Monte Carlo simulations, which is a widely deterministic method used in interval analysis, and its application has a relatively higher computational time, depending on parameters such as convergence tolerance and number of simulations, which will be carefully evaluated during this document. Additionally, both methodologies are useful for operation studies and planning of unbalanced power distribution systems, representing a viable tool for calculating the impact of uncertain input data on the power flow involving the three-phase and the neutral voltages, also known as Neutral to Earth Voltages.

Keywords: Interval Power Flow. Interval Arithmetic. Three-Phase Current Injection Method. Krawczyk Operator. Monte Carlo Simulation.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Tamanho, ponto médio e limites de um intervalo X	27
Figura 2 – Representação da superestimação causada pelo <i>Intlab</i>	35
Figura 3 – Diagrama de blocos da técnica de rotação angular para cálculo do MICTI.	53
Figura 4 – Diagrama de blocos do MICTI.	54
Figura 5 – Diagrama unifilar do sistema IEEE 18-barras.	60
Figura 6 – Intervalos de magnitudes das tensões monofásicas calculados para o sistema IEEE 18 barras.	60
Figura 7 – Intervalos dos ângulos das tensões monofásicas calculados para o sistema IEEE 18 barras.	61
Figura 8 – Intervalos das potências reativas nas barras PV para o sistema monofásico IEEE 18 barras.	61
Figura 9 – Perfil de Tensão no Cenário I.	62
Figura 10 – Sensibilidade intervalar de tensão no Cenário I.	63
Figura 11 – Perfil de Tensão no Cenário II.	63
Figura 12 – Sensibilidade intervalar de tensão no Cenário II.	64
Figura 13 – Perfil de Tensão no Cenário III.	64
Figura 14 – Sensibilidade intervalar de tensão no Cenário III.	65
Figura 15 – Comparação de $S_{V_k}^{\%}$ no três cenários.	65
Figura 16 – Diagrama unifilar do sistema IEEE 69-barras.	67
Figura 17 – Intervalos de magnitude das tensões obtidas com o MICTI (vermelho) e MC (azul) no sistema de distribuição IEEE 69-barras considerando 5% de incerteza na carga.	68
Figura 18 – Intervalos de defasagem das tensões obtidas com o MICTI (vermelho) e MC (azul) no sistema de distribuição IEEE 69-barras considerando 5% de incerteza na carga.	69
Figura 19 – Diagrama unifilar do sistema IEEE 13-barras.	74
Figura 20 – Diagrama unifilar do sistema IEEE 33-barras.	74
Figura 21 – Sensibilidade intervalar de tensão $S_{V_k}^{\%,s}$ obtida com a aritmética intervalar convencional (linhas contínuas) e MICTI (linhas pontilhadas), considerando 5% de incerteza nas cargas.	76
Figura 22 – Intervalos de magnitudes de tensão obtidos com MICTI (vermelho) e Monte Carlo (azul) no sistema IEEE 69-barras modificado, para 5% de incerteza na carga e geração.	80
Figura 23 – Intervalos de ângulos de tensão obtidos com MICTI (vermelho) e Monte Carlo (azul) no sistema IEEE 69-barras modificado, para 5% de incerteza na carga e geração.	81

Figura 24 – Sensibilidade intervalar de tensão $S_{V_k}^{\%,s}$ obtida com a aritmética intervalar convencional (linhas contínuas) e MICTI (linhas pontilhadas) no sistema IEEE 69-barras, considerando unidades de GD nas barras 26 e 54 e incertezas de 5% na carga e geração.	83
Figura 25 – Intervalos de magnitudes de tensão obtidos com MICTI (vermelho) e Monte Carlo (azul) no sistema IEEE 69-barras modificado, para 5% de incerteza na carga e geração.	85
Figura 26 – Intervalos de ângulos de tensão obtidos com MICTI (vermelho) e Monte Carlo (azul) no sistema IEEE 69-barras modificado, para 5% de incerteza na carga e geração.	86
Figura 27 – Sensibilidade intervalar de tensão $S_{V_k}^{\%,s}$ obtida com a aritmética intervalar convencional (linhas contínuas) e MICTI (linhas pontilhadas) no sistema IEEE 69-barras, considerando unidade de GD despachável na barra 20 e incertezas de 5% na carga e geração.	87
Figura 28 – Diagrama unifilar do sistema NEV de 21 barras.	88
Figura 29 – Intervalos de magnitude das tensões obtidas com o MICTI (vermelho) e MC (azul) no sistema de distribuição NEV Circuito Simples considerando 5% de incerteza na carga.	90
Figura 30 – Intervalos dos ângulos das tensões obtidas com o MICTI (vermelho) e MC (azul) no sistema de distribuição NEV Circuito Simples considerando 5% de incerteza na carga.	91
Figura 31 – Intervalos de magnitude e ângulo das tensões de neutro obtidas com o MICTI (vermelho) e MC (azul) no sistema de distribuição NEV Circuito Simples considerando 5% de incerteza na carga.	92
Figura 32 – Sensibilidade intervalar de tensão $S_{V_k}^{\%,s}$ obtida com a aritmética intervalar convencional (linhas contínuas) e MICTQI (linhas pontilhadas), considerando 5% de incerteza nas cargas.	94
Figura 33 – Intervalos de magnitude das tensões obtidas com o MICTQI (vermelho) e MC (azul) na barra 21 do sistema de distribuição NEV Circuito Simples considerando 5% de incerteza na carga.	96
Figura 34 – Diagrama unifilar do sistema genérico de 3 barras.	106

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

GD	Geração Distribuída
MC	Simulação de Monte Carlo
AA	Aritmética Afim
MIC	Método de Injeção de Correntes
MICT	Método de Injeção de Correntes Trifásico
FPI	Fluxo de Potência Intervalar
MICTI	Método de Injeção de Correntes Trifásico Intervalar
IEEE	<i>Institute of Electrical and Electronic Engineers</i>
AI	Aritmética Intervalar
MICTQ	Método de Injeção de Correntes Trifásico a Quatro Condutores
MICTQI	Método de Injeção de Correntes Trifásico a Quatro Condutores Intervalar
VSI	Voltage Source Inverters
NEV	Neutral to Earth Voltage

LISTA DE SÍMBOLOS

X	Variável intervalar;
\underline{x}	Limite inferior de um intervalo X ;
\bar{x}	Limite superior de um intervalo X ;
$m(X)$	Ponto médio de um intervalo X ;
$\omega(X)$	Tamanho de um intervalo X ;
$rad(X)$	Raio de um intervalo X
\cap	Interseção;
\cup	União;
\emptyset	Conjunto vazio;
$max\{\}$	Valor máximo dentro de um conjunto;
$min\{\}$	Valor mínimo dentro de um conjunto;
\in	Pertence;
\notin	Não pertence;
\subset	Está contido em;
$f(x)$	Função de uma variável real x ;
$f(X)$	Função de uma variável intervalar X ;
\forall	Para todo;
\mathbb{R}	Conjunto dos números reais;
$*$	Complemento de um número complexo;
j	Representação de parte imaginária de um número complexo;
(h)	Iteração genérica;
M^T	Transposta de uma matriz M ;
M^{-1}	Inversa de uma matriz M ;
S	Conjunto com todas as possibilidades de multiplicação entre limites de dois intervalos;

$s = \{A,B,C\}$	Denota uma fase qualquer entre as fases A, B e C;
$s' = \{A,B,C,N\}$	Denota um condutor qualquer entre as fases A, B e C e o neutro N;
x^d	Variável x obtida no fluxo de potência determinístico;
X^i	Variável X definida no fluxo de potência intervalar;
τ	Tolerância adotada na simulação do fluxo de potência intervalar;
$\Delta\omega$	Deslocamento fasorial a ser aplicado a cada iteração no uso da técnica de rotação angular;
ω_R	Deslocamento fasorial já aplicado no uso da técnica de rotação angular;
x_0	Ponto médio do intervalo definido pelo <i>Intlab</i> ;
rad	Raio do intervalo definido pelo <i>Intlab</i> ;
inf	Limite inferior do intervalo definido pelo <i>Intlab</i> ;
sup	Limite superior do intervalo definido pelo <i>Intlab</i> ;
P_k	Potência ativa líquida em uma barra k ;
Q_k	Potência reativa líquida em uma barra k ;
V_k	Magnitude da tensão em uma barra k ;
V_m	Magnitude da tensão em uma barra m ;
V_{re_k}	Componente real da tensão na barra k ;
V_{im_k}	Componente imaginária da tensão na barra k ;
G_{km}	Condutância na linha que conecta as barras k e m ;
B_{km}	Susceptância na linha que conecta as barras k e m ;
θ_{km}	Diferença angular entre as tensões das barras k e m ;
$\sum_{m \in K}$	Somatório que considera somente as barras ligadas à barra k , incluindo a própria barra;
Ω_k	Conjunto de barras diretamente conectadas à barra k ;
\dot{I}_k	Corrente nodal na barra k ;
I_{re_k}	Parte real da corrente nodal na barra k ;

I_{im_k}	Parte imaginária da corrente nodal na barra k ;
P_k^{esp}	Potência ativa especificada na barra k ;
Q_k^{esp}	Potência reativa especificada na barra k ;
\mathbf{I}	Vetor de injeção de correntes;
\mathbf{Y}	Matriz admitância;
\mathbf{V}	Vetor de tensões nodais;
\mathbf{I}_{re}	Vetor de componentes reais das injeções de correntes;
\mathbf{I}_{im}	Vetor de componentes imaginárias das injeções de correntes;
\mathbf{G}	Matriz de condutância;
\mathbf{B}	Matriz de susceptância;
\mathbf{V}_{re}	Vetor de componentes reais das tensões nodais;
\mathbf{V}_{im}	Vetor de componentes imaginárias das tensões nodais;
$\Delta \mathbf{I}_{re}$	Vetor de componentes reais dos resíduos de corrente;
$\Delta \mathbf{I}_{im}$	Vetor de componentes imaginárias dos resíduos de corrente;
$\Delta \mathbf{V}_{re}$	Vetor de componentes reais dos resíduos de tensão;
$\Delta \mathbf{V}_{im}$	Vetor de componentes imaginárias dos resíduos de tensão;
$\Delta \mathbf{Q}$	Vetor dos resíduos de potências geradas por uma unidade GD;
$\Delta \mathbf{V}$	Vetor dos resíduos tensões controladas por uma unidade GD;
$\frac{\partial \mathbf{I}_{im}}{\partial \mathbf{V}_{re}}$	Submatriz com as derivadas parciais das componentes imaginárias das injeções de correntes em relação às componentes reais das tensões nodais;
$\frac{\partial \mathbf{I}_{im}}{\partial \mathbf{V}_{im}}$	Submatriz com as derivadas parciais das componentes imaginárias das injeções de correntes em relação às componentes imaginárias das tensões nodais;
$\frac{\partial \mathbf{I}_{re}}{\partial \mathbf{V}_{re}}$	Submatriz com as derivadas parciais das componentes reais das injeções de correntes em relação às componentes reais das tensões nodais;
$\frac{\partial \mathbf{I}_{re}}{\partial \mathbf{V}_{im}}$	Submatriz com as derivadas parciais das componentes reais das injeções de correntes em relação às componentes imaginárias das tensões nodais;
\mathbf{J}_{acob}	Matriz Jacobiana;

\mathbf{J}_d	Matriz Jacobiana estendida;
V_k^{esp}	Magnitude de tensão especificada na barra k ;
V_k^{calc}	Magnitude de tensão calculada na barra k ;
\mathbf{A}_1	Submatriz que expressa as derivadas parciais das partes real e imaginária das correntes em relação às potências injetadas por uma unidade GD;
\mathbf{A}_2	Submatriz que expressa as derivadas parciais das potências injetadas por uma unidade GD em relação às partes real e imaginária das correntes;
$\Delta \mathbf{X}$	Vetor com os resíduos das variáveis a serem calculadas no problema do fluxo de potência;
$\Delta \mathbf{Y}$	Vetor com os resíduos das variáveis especificadas no problema do fluxo de potência;
k'	Barra com geração de reativos devido à inserção da unidade GD;
$K(x^{(h)}, X^{(h)})$	Operador de Krawczyk aplicado a um intervalo X na iteração h ;
$x^{(h)}$	Ponto médio do intervalo X na iteração h ;
$f(x^{(h)})$	Função não-linear aplicada ao ponto médio do intervalo X na iteração h ;
$J(X)$	Matriz Jacobiana calculada para a variável intervalar X ;
C	Matriz de pré-condicionamento utilizada na aplicação do Operador de Krawczyk;
I	Matriz identidade;
$P_{D_k}^d$	Potência ativa demandada na barra k obtida no fluxo determinístico;
α_{P_k}	Variação percentual de excursionamento para uma potência ativa demandada na barra k ;
$P_{D_k}^i$	Potência ativa intervalar demandada na barra k ;
$P_{G_k}^i$	Potência ativa intervalar gerada na barra k ;
$Q_{D_k}^i$	Potência reativa intervalar demandada na barra k ;
$Q_{G_k}^i$	Potência reativa intervalar gerada na barra k ;
$S_{V_k}^{\%}$	Sensibilidade intervalar percentual de tensão da barra k ;

A	Valor médio da porcentagem de concordância entre uma saída obtida com a metodologia intervalar e a solução determinística verdadeira;
A_{min}	Valor mínimo da porcentagem de concordância entre um vetor que representa saída obtida com uma metodologia intervalar e a solução determinística verdadeira;
A_{max}	Valor máximo da porcentagem de concordância entre um vetor que representa saída obtida com uma metodologia intervalar e a solução determinística verdadeira;
X_k^{MC}	Intervalo obtido pela simulação de Monte Carlo, localizado na posição k do vetor da solução;
X_k^I	Intervalo obtido por uma metodologia intervalar, localizado na posição k do vetor da solução;
τ_{MC}	Tolerância do critério de parada do método de Monte Carlo;
n	Número de simulações a serem consideradas na análise do critério de parada do método de Monte Carlo;
λ	Fator de carregamento de um sistema elétrico.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	18
1.1	ESTADO DA ARTE	20
1.2	MOTIVAÇÕES DO TRABALHO DE PESQUISA	22
1.3	OBJETIVO GERAL E OBJETIVOS ESPECÍFICOS	23
1.4	PUBLICAÇÕES RESULTANTES DESTES TRABALHOS DE PESQUISA	24
1.5	ESTRUTURA DO TRABALHO	25
2	CONCEITOS PRELIMINARES	26
2.1	ARITMÉTICA INTERVALAR	26
2.1.1	Breve História	26
2.1.2	Definições Básicas	27
2.1.3	Relações Algébricas de Intervalos	28
2.1.3.1	<i>Importância da Interseção</i>	29
2.1.4	Operações Aritméticas Elementares	29
2.1.5	Propriedades Algébricas Intervalares	30
2.1.6	Funções Intervalares	32
2.1.7	Superestimação de Intervalos	32
2.1.8	Extensões Intervalares	33
2.1.9	Ferramenta Computacional Intervalar	34
2.1.9.1	<i>Intlab</i>	34
2.2	FLUXO DE POTÊNCIA EM SISTEMAS ELÉTRICOS DE POTÊNCIA	35
2.2.1	Fluxo de Potência Tradicional	36
2.2.2	Método de Injeção de Correntes Monofásico	36
2.2.3	Método de Injeção de Correntes Trifásico	40
2.2.4	Método de Injeção de Correntes Trifásico a Quatro Condutores	42
2.3	FLUXO DE POTÊNCIA INTERVALAR	44
2.3.1	Método de Krawczyk	44
3	ACERVO METODOLÓGICO	46
3.1	FLUXO DE POTÊNCIA INTERVALAR PARA ANÁLISE DA INSERÇÃO DE GERAÇÃO DISTRIBUÍDA EM REDES ATIVAS MONOFÁSICAS	46
3.2	FLUXO DE POTÊNCIA TRIFÁSICO INTERVALAR BASEADO NAS EQUAÇÕES DE INJEÇÃO DE CORRENTES PARA REDES ATIVAS	49
3.2.1	Uso de Extensões Intervalares	51
3.2.2	Uso da Técnica de Rotação Angular	52

3.2.2.1	<i>Resumo da Metodologia de Solução MICTI</i>	54
3.2.3	Representação do Controle de Tensão de Barras PV	56
3.3	Fluxo de Potência Trifásico Intervalar a Quatro Condutores Baseado nas Equações de Injeção de Correntes	57
4	RESULTADOS	59
4.1	FLUXO DE POTÊNCIA INTERVALAR PARA ANÁLISE DA INSERÇÃO DE GERAÇÃO DISTRIBUÍDA EM REDES ATIVAS MONOFÁSICAS	59
4.1.1	Verificação da Aplicabilidade	59
4.1.2	Análises dos Índices de Sensibilidade Intervalar de Tensão	62
4.1.2.1	<i>Cenário I: Sem Inserção de GDs</i>	62
4.1.2.2	<i>Cenário II: Inserção de GDs Com Controle de Tensão</i>	63
4.1.2.3	<i>Cenário III: Inserção de GDs Sem Controle de Tensão</i>	64
4.1.3	Análises Comparativas	65
4.2	FLUXO DE POTÊNCIA TRIFÁSICO INTERVALAR BASEADO NAS EQUAÇÕES DE INJEÇÃO DE CORRENTES PARA REDES ATIVAS	66
4.2.1	Verificação da Aplicabilidade	67
4.2.2	Análise Comparativa	70
4.2.3	Análise da Metodologia MICTI	73
4.2.4	Investigação de Critério de Parada para as Simulações de Monte Carlo	77
4.2.5	Estudo de Caso com Geração Distribuída Não Despachável	79
4.2.6	Estudo de Caso com Geração Distribuída Despachável - Modelagem de barras PV com limite de reativos	83
4.2.7	Fluxo de Potência Trifásico Intervalar a Quatro Condutores Baseado nas Equações de Injeção de Correntes	88
4.2.7.1	<i>Análise do MICTQI Diante da Variação de Carga</i>	93
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS	97
5.1	CONCLUSÕES	97
5.2	TRABALHOS FUTUROS	99
	Referências	100
	APÊNDICE A – Sistema Trifásico Tutorial	106
	APÊNDICE B – Dados do Sistema IEEE 18 Barras Modificado	110
	APÊNDICE C – Dados do Sistema IEEE 69-Barras	111

APÊNDICE D – Dados do Sistema IEEE 13-Barras Modificado	113
APÊNDICE E – Dados do Sistema IEEE 33-Barras	114
APÊNDICE F – Dados do Sistema NEV Circuito Simples - 21 Barras	116

1 INTRODUÇÃO

Aspectos relacionados à mudança socioambiental e tecnológica no mundo são um dos motivos das constantes transformações que o sistema elétrico mundial vem sofrendo (RAIMI et al., 2022). O rápido crescimento da demanda de energia elétrica observado nas últimas décadas, aliado à grande atenção voltada para a crise energética mundial e aos problemas causados pela poluição, faz com que incertezas associadas à carga e geração aumentem consideravelmente (SOUSA; MELO, 2022a).

O uso cada vez maior de recursos advindos de fontes com características renováveis e de alta variabilidade, como a energia solar e eólica, além da inserção de novos tipos de carga nos sistemas de potência, como os veículos elétricos, são exemplos de fatores que contribuem para variações abruptas e incertezas associadas aos valores de demanda e geração de energia elétrica em um sistema elétrico (KARIMI et al., 2016; MAZHARI; MONSEF; ROMERO, 2015; LIAO; LIU; LE et al., 2020).

Os sistemas de distribuição são geralmente associados a características inerentes como topologia radial ou pouco malhada, e linhas aéreas, ou subterrâneas, com distâncias mais curtas quando comparadas aos sistemas de transmissão. Além das variações diárias de carga e da inserção de geração distribuída (GD) intermitente (ou não despachável associadas à alta variabilidade), o fato de grande parte dos alimentadores de distribuição não ser monitorada em tempo real, devido ao pequeno número de unidades de medição alocadas ao longo dos sistemas, faz com que os níveis de incerteza associados às potências ativa e reativa sejam bastante expressivos (OLIVEIRA et al., 2018).

O cálculo convencional do fluxo de potência tem o objetivo principal de obter o perfil das tensões nodais e as distribuições dos fluxos de potência nos ramos do sistema elétrico, levando em conta um dado perfil de geração e carga especificados. Assim, o cálculo do fluxo de potência determinístico apresenta uma solução para uma condição específica do sistema e, qualquer variação ou incerteza nos parâmetros de entrada, requer um novo cálculo do mesmo (DIMITROVSKI; TOMSOVIC, 2004) para obtenção de outra solução alternativa. Portanto, para uma solução do problema do fluxo de potência considerando dados incertos, a utilização do modelo determinístico torna-se onerosa e surge a necessidade de desenvolver abordagens que avaliem as variáveis do sistema para uma faixa de possíveis condições de carga e geração (MORALES; PEREZ-RUIZ, 2007).

Para lidar com essa questão importante, métodos probabilísticos são frequentemente usados (XU; YAN, 2017; LIN et al., 2019; GRUOSSO et al., 2019), sendo a simulação de Monte Carlo (MC) um dos métodos mais conhecidos para avaliar a estocasticidade das variáveis associadas às soluções do fluxo de potência. A modelagem probabilística reconhece a natureza imprevisível dos parâmetros de entrada e considera suas incertezas e variações. Nas simulações de Monte Carlo, a solução geralmente é definida como uma

faixa de valores prováveis, de acordo com o nível de incerteza ou variação associado aos parâmetros de entrada. Apesar de ser uma metodologia amplamente aplicada, o tempo computacional associado para determinar resultados satisfatórios é sua principal desvantagem. Mesmo utilizando técnicas e ferramentas de otimização computacional, o tempo gasto na análise de incertezas no fluxo de potência com a simulação de Monte Carlo pode ser alto, sendo, de maneira geral, proporcional à quantidade pré-determinada de simulações, ao tamanho e à complexidade do sistema elétrico.

Nesse contexto, métodos baseados na teoria *fuzzy* também são propostos para incorporar parâmetros incertos como dados de entrada em algoritmos de fluxo de potência (KALESAR; SEIFI, 2010; POURAHMADI-NAKHILI; SEIFI; TAGHAVI, 2013; ALBATSH et al., 2017). Nesses casos, as variações na demanda e geração são modeladas como variáveis *fuzzy* e as variáveis de estado do fluxo de potência são obtidas como distribuições de probabilidade.

O fluxo de potência utilizando a aritmética intervalar vem sendo comumente usado na literatura ao longo dos últimos anos a fim de se obter soluções intervalares para magnitudes e ângulos de tensão assumindo incertezas sobre a demanda e dados de geração (GU et al., 2014; ZHANG et al., 2018; RAJ; KUMAR, 2019). A aritmética intervalar é baseada em operações intervalares, com o objetivo de calcular faixas de possíveis valores correspondentes às variáveis com incerteza. Dessa forma, os dados de entrada para o problema de fluxo de potência podem ser descritos por variáveis intervalares, que levam em consideração a natureza probabilística de cargas, geração e parâmetros de redes (PEREIRA; COSTA; ROSA, 2012).

Um dos maiores desafios da aritmética intervalar é fazer com que os intervalos obtidos como solução sejam os menores possíveis e acomodem as faixas de variação da simulação de Monte Carlo (SOUSA; MELO, 2022a). Em outras palavras, deve-se evitar a superestimação dos intervalos para impedir que o tamanho da solução intervalar encontrada comprometa a assertividade dos resultados (SOUSA; MELO, 2022a). Na literatura, existem várias abordagens intervalares propostas para reduzir a superestimação causada pelos algoritmos de fluxo de potência intervalar tradicionais, como a aplicação da aritmética afim (AA) e o uso da série de Taylor. Shouxiang Wang et al. (2019), por exemplo, calculam a capacidade de hospedagem de uma rede levando em conta as incertezas na carga e geração de unidades GD para avaliar casos de sobretensão através das aritméticas intervalar e afim. Por outro lado, Liao, Liu, Zhang et al. (2017) utilizam a expansão de funções em termos da série de Taylor para calcular o fluxo de potência de uma rede monofásica e obter resultados mais acurados em relação à aritmética intervalar. Sousa e Melo (2022a) representam uma nova metodologia para determinar intervalos associados às incertezas no fluxo de potência de microrredes com inversores de frequência do tipo VSI (*Voltage Source Inverters*), sendo possível determinar as variáveis de estados e frequência

intervalares considerando tanto esses sistemas ilhados quanto conectados à rede. Vale a pena salientar que esses trabalhos, assim como a grande maioria encontrada na literatura, realizam análises monofásicas considerando as equações algébricas do fluxo de potência em coordenadas polares, desconsiderando cargas desequilibradas e tensões existentes no condutor neutro.

O Método de Injeção de Correntes (MIC), uma das principais ferramentas destinadas ao cálculo do fluxo de potência em sistemas de distribuição (COSTA; MARTINS; PEREIRA, 1999), também é utilizado como base para a implementação de metodologias intervalares adotando as variáveis de tensão e corrente nodais em coordenadas retangulares. Pereira, Costa e Rosa (2012) propõem a incorporação da aritmética intervalar tradicional na solução do fluxo de potência monofásico usando MIC. Araujo e Costa (2018) apresentam a incorporação da representação das incertezas na forma afim (AA) na formulação do fluxo de potência monofásico usando o MIC. Um método intervalar é proposto em Ruback, Medeiros et al. (2018) baseado no MIC para avaliação de falhas simétricas e assimétricas. Nessas metodologias, a solução do fluxo de carga é obtida usando as tensões em coordenadas retangulares como variáveis de estado a serem determinadas iterativamente por Newton-Raphson e apenas sistemas monofásicos com topologia em malha são usados nos estudos de caso.

1.1 ESTADO DA ARTE

O desenvolvimento de uma modelagem de cálculo do fluxo de potência utilizando a aritmética intervalar teve início em Wang e Alvarado (1992), em que, para cada iteração do Método de Newton-Raphson na solução convencional do fluxo de potência, é aplicado o Método de Gauss-Seidel para resolver equações intervalares. Nesse trabalho, os resultados são comparados com métodos probabilísticos e observa-se um ganho computacional na aplicação da metodologia intervalar desenvolvida para soluções relativamente parecidas.

A aplicação do Método de Newton Intervalar para o cálculo do fluxo de potência convencional monofásico é realizada em Barboza, Dimuro e Reiser (2004), em que são consideradas redes com dados de carga com incerteza devido a erros nos instrumentos de medição. Nesse caso, toda a implementação computacional é feita em ambiente *Matlab*, através da *toolbox Intlab*. A aplicação da metodologia é detalhadamente apresentada para um sistema hipotético de três barras.

Trabalhos como Vargas et al. (2008) já apresentam a aplicação do Método de Krawczyk para o cálculo do fluxo de potência convencional intervalar. A metodologia proposta nesse trabalho é implementada computacionalmente através da biblioteca *C-XSC* e sua validação é realizada por meio da comparação com os resultados obtidos com o *Intlab*, previamente estabelecidos na literatura. São avaliadas as aplicações das metodologias em um sistema teste do IEEE de 6 barras e outro equivalente à região Sul e Sudeste do

Brasil com 352 barras.

A primeira aplicação da aritmética intervalar para cálculo da solução do fluxo de potência monofásico levando em conta o Método de Injeção de Correntes foi desenvolvida em Pereira, Costa e Rosa (2012). Nesse trabalho, foram consideradas incertezas tanto na carga quanto nos parâmetros da linha e foi utilizado o Método de Krawczyk para resolução das equações não-lineares. A implementação computacional da metodologia desenvolvida é realizada no *Intlab* e sua validação é feita com o uso da simulação de Monte Carlo. A metodologia foi aplicada nos sistemas IEEE 14 e 300, além de um sistema equivalente à rede do Brasil, com 1768 barras.

A referência Araujo e Costa (2018) trouxe algumas implementações associadas à aplicação da aritmética intervalar no cálculo do fluxo de potência levando em conta as equações de injeção de correntes, inicialmente desenvolvido em Pereira, Costa e Rosa (2012). A principal delas foi a representação das incertezas como variáveis intervalares representadas na forma afim, que é um avanço da aritmética intervalar que permite que seja considerada a correlação entre dois intervalos. Neste trabalho, a análise também é monofásica e o Método de Krawczyk é aplicado através da ferramenta *Intlab*. A metodologia desenvolvida é aplicada ao sistema IEEE 57 barras e são obtidos melhores resultados quando comparados com Monte Carlo e com a aplicação convencional da aritmética intervalar.

Em De Sousa e Costa (2019), o método a série de Taylor é aplicada em sistemas de transmissão malhados apresentando resultados promissores os quais poderiam ser explorados em sistemas de média tensão e microrredes. Portanto, em (SOUSA; MELO, 2022b), uma nova metodologia baseada em expansão da série de Taylor até os termos de segunda ordem é desenvolvida para encontrar respostas intervalares em microrredes considerando o controle de frequência de inversores do tipo fonte de tensão. Os resultados são promissores, resultam em intervalos bem reduzidos, tempo computacional vantajoso e validados por comparação com outras metodologias. A desvantagem é a necessidade de calcular matrizes Jacobianas e Hessianas esparsas de dimensões exacerbadas o que dificulta o trabalho de implementação computacional.

Em Melo e Mingorança (2022), foi desenvolvido o método de injeção de correntes harmônico utilizando o operador de Krawczyk considerando a integração de fontes harmônicas e cargas não lineares em redes de média tensão. Os resultados intervalares de tensões harmônicas são avaliados através do índice de sensibilidade e são validados, de acordo com os autores, por comparação com o Monte Carlo.

O autor desta tese trabalhou na referência Junior, Melo e Nepomuceno (2022) explorando as dificuldades de se determinar resultados intervalares para sistemas trifásicos e como a defasagem de 120 graus entre as fases a, b e c impactam negativamente no desequilíbrio dos resultados intervalares. Para isso, a fim de reduzir o tamanho dos

intervalos, novas técnicas foram propostas além do uso do operador de Krawczyk como rotação de ângulos assumindo a característica de fasores girantes em sistemas elétricos e o uso de extensões intervalares. Os resultados foram comparados aos obtidos por Monte Carlo, aritmética afim e intervalar tradicional para comprovar a superioridade dos resultados obtidos utilizando o acervo metodológico proposto e melhor detalhado neste documento.

Como já mencionado, não existiam trabalhos na literatura que consideravam a implementação do Método de Injeção de Correntes Trifásico para análise intervalar a fim de representar sistemas de distribuição com topologia radial, incluindo características intrínsecas, como dados de entrada incertos, impedâncias mútuas e cargas desequilibradas. Grande parte dos trabalhos que fazem a análise intervalar do fluxo de potência trifásico utilizam o método de varredura *backward/forward*, como pode ser apresentado em Das (2006), Yang Wang et al. (2017) e Alves (2019). É importante salientar que em todos esses casos são consideradas incertezas nos sistemas analisados e os resultados acomodam os limites obtidos com a simulação de Monte Carlo.

1.2 MOTIVAÇÕES DO TRABALHO DE PESQUISA

Embora sejam encontrados na literatura trabalhos que abordem a aplicação de metodologias intervalares baseadas no Método de Injeção de Correntes (MIC), apenas sistemas monofásicos com topologia malhada foram considerados na grande maioria dos casos de estudo. No tangente à aplicação de metodologias intervalares em sistemas trifásicos de distribuição, os métodos de cálculo de fluxo de potência mais utilizados na literatura são baseados na implementação do método de varredura *backward/forward*, como discutido em Das (2006), Yang Wang et al. (2017) e Alves (2019), como alternativa ao MIC.

No entanto, com base na revisão da literatura, há uma notável carência de pesquisas considerando o Método de Injeção de Correntes Trifásico (MICT), desenvolvido em Garcia, Pereira, Carneiro et al. (2000), para representar sistemas de distribuição com topologia radial incluindo características intrínsecas como impedâncias mútuas e cargas desequilibradas. Não obstante, também não foram encontrados trabalhos que tratam da representação do condutor neutro considerando o Método de Injeção de Correntes Trifásico a Quatro Condutores (MICTQ), desenvolvido em Penido et al. (2008). Portanto, há uma enfática escassez de metodologias destinadas ao cálculo do fluxo de potência trifásico intervalar utilizando a metodologia MICTQ, já estabelecida como uma das ferramentas possíveis para avaliar a operação dos sistemas de distribuição multifásicos e multiaterrados.

Baseando-se nessa premissa, o presente trabalho possui o propósito de, como contribuição, abordar as equações do MICT e MICTQ para determinar a solução do fluxo de potência em redes de distribuição desequilibradas multifásicas assumindo incertezas relacionadas às potências ativa e reativa modeladas usando aritmética intervalar, em que

o operador de Krawczyk (KRAWCZYK, 1969) é usado para determinar intervalos para a tensão em cada barra do sistema, evitando problemas de superestimação.

De maneira complementar à abordagem trifásica, devido ao fato de a inserção de unidades de geração distribuída em redes ativas ser uma das responsáveis pelo aumento das incertezas relacionadas aos sistemas elétricos de distribuição, é feito um estudo da sensibilidade intervalar em redes ativas considerando a penetração de unidades de GD baseado-se nas equações do Método de Injeção de Correntes monofásico, a fim de se obter estudo sistêmico sobre a ferramenta analítica MIC e resultados preliminares acerca da operação de redes com topologia radial.

1.3 OBJETIVO GERAL E OBJETIVOS ESPECÍFICOS

Esta tese tem como finalidade principal o desenvolvimento de metodologias intervalares baseadas no Método de Injeção de Correntes subdivididas em dois propósitos:

1. Investigar o índice de sensibilidade intervalar das magnitudes de tensão devido à inserção de unidades de geração distribuída através do controle de tensão de redes ativas em sistemas de distribuição monofásicos;
2. Calcular o fluxo de potência intervalar para sistemas de distribuição trifásicos desequilibrados e, também, casos de estudo envolvendo o condutor neutro como contribuição inédita.

Adicionalmente, os objetivos específicos relacionados ao Propósito 1 podem ser elencados a seguir:

- Aplicar o operador de Krawczyk para resolver o sistema não linear evitando a inversão da matriz Jacobiana, reduzindo a superestimação das soluções intervalares por consequência;
- Desenvolver uma metodologia de fluxo de potência intervalar que considere o controle de tensão de redes ativas através do Método de Injeção de Correntes;
- Investigar a sensibilidade intervalar de tensão nas barras de sistemas de distribuição assumindo que as unidades de GD inseridas sejam despacháveis e possibilitem o controle de tensão na barra em que estiverem alocadas através da injeção de potência reativa;
- Investigar a sensibilidade intervalar em sistemas de distribuição considerando penetração de unidades de GD modeladas como não despacháveis, sem controle de tensão e sem prover reativos para o sistema, avaliando um cenário híbrido em relação à variados tipos de geração;

- Comparar resultados com soluções advindas do método de Monte Carlo como uma forma de mensurar a eficiência do método proposto, validando-o por consequência.

No caso do desenvolvimento do Método de Injeção de Correntes Trifásico Intervalar (MICTI) para sistemas de distribuição desequilibrados (Propósito 2), são também objetivos específicos a serem elencados os seguintes itens:

- Desenvolver uma metodologia de fluxo de potência intervalar que considere a inserção de unidades de GD despacháveis e não despacháveis, possibilitando o controle de tensão em redes ativas através do Método de Injeção de Correntes Trifásico;
- Desenvolver uma metodologia de fluxo de potência intervalar considerando também o condutor neutro e impedâncias de aterramento, baseada no Método de Injeção de Correntes a Quatro Condutores;
- Investigar a implementação do uso de extensões intervalares como uma alternativa viável para reduzir o tamanho (largura das faixas intervalares) das soluções encontradas evitando superestimação;
- Investigar a implementação do uso da técnica de rotação angular como outra alternativa que objetiva a redução da superestimação dos intervalos. Neste caso, os fasores de tensões trifásicas serão rotacionados tendo suas fases iniciais distintas a cada vez que o método intervalar for executado buscando aliar o conceito de extensão intervalar à propriedade de fasores girantes no tempo;
- Usar diferentes índices como os de sensibilidade percentual e de acomodação a partir dos resultados para realizar análises comparativas; tanto para examinar a efetividade das melhorias propostas para redução de intervalos, quanto para verificar a aplicabilidade da metodologia em relação aos resultados de Monte Carlo;
- Verificar a aplicação do MICTI em sistemas de distribuição com características distintas e amplamente utilizados na literatura como os sistemas teste IEEE 13, 33, 69-barras bem como o sistema Kersting multiaterrado de 21 barras;
- Comparar resultados com soluções advindas da simulação de Monte Carlo como uma forma de mensurar a eficiência do método proposto tanto para as tensões de fase quanto para as de neutro.

1.4 PUBLICAÇÕES RESULTANTES DESTE TRABALHO DE PESQUISA

- RODRIGUES JUNIOR, Heitor Magno; MELO, Igor Delgado de ; NEPOMUCENO, Erivelton Geraldo. Análise da Inserção de Geração Distribuída em Redes Ativas:

Uma Abordagem Baseada em Fluxo de Potência Intervalar. In: **XXIII Congresso Brasileiro de Automática**, Santa Maria, RS, Brasil, Novembro de 2020.

- MELO, Igor Delgado de ; RODRIGUES JUNIOR, Heitor Magno ; OLIVEIRA, Mariana Escarati de . Maximum Hosting Capacity of Distributed Generation in Three-Phase Distribution Systems: an approach based on an optimization model / Máxima Capacidade de Hospedagem de Geração Distribuída em Sistemas de Distribuição Trifásicos: uma abordagem baseada em um modelo de otimização. **Brazilian Journal of Development**, v. 7, p. 7425-7443, 2021.
- RODRIGUES JUNIOR, Heitor Magno; MELO, Igor Delgado de ; NEPOMUCENO, Erivelton Geraldo. An Interval Power Flow for Unbalanced Distribution Systems based on the Three-Phase Current Injection Method. **International Journal of Electrical Power & Energy Systems**, v. 139, p. 107921, 2022.

1.5 ESTRUTURA DO TRABALHO

Além deste Capítulo 1, de caráter introdutório, esta tese conta com os demais capítulos, descritos a seguir.

No Capítulo 2 são apresentados os principais conceitos relacionados à aritmética intervalar, desde aspectos históricos, definições formais, propriedades, até a introdução de ferramentas computacionais relacionadas ao mesmo. Além disso, também são abordados aspectos relativos ao cálculo do fluxo de potência de um sistema elétrico de potência, com ênfase para o MIC e para apresentação do Fluxo de Potência Intervalar (FPI).

O Capítulo 3 conta com o acervo metodológico das duas abordagens intervalares desenvolvidas ao longo deste trabalho de pesquisa. Dessa forma, serão apresentados detalhes dos métodos utilizados para a aplicação do fluxo de potência intervalar visando tanto a análise da inserção de unidades de GD despacháveis e não despacháveis em redes ativas quanto a implementação do MICT e MICTQ no cálculo do fluxo de potência trifásico convencional e à quatro fios, respectivamente. Nessa última abordagem, são descritas as técnicas do uso de extensões intervalares e de rotação angular, visando a redução da superestimação e o aumento da acurácia dos intervalos resultantes.

As análises dos resultados das aplicações das duas metodologias podem ser acompanhadas através das simulações computacionais apresentadas no Capítulo 4, o qual almeja verificar a aplicabilidade do método, compatibilidade com as simulações de Monte Carlo, além de outras análises complementares e estudos de caso.

Finalmente, o Capítulo 5 traz as considerações finais, com as conclusões obtidas por esta tese, além de uma perspectiva de possíveis novos tópicos a serem investigados futuramente com base nas metodologias propostas.

2 CONCEITOS PRELIMINARES

Este capítulo possui o propósito de apresentar conceitos básicos para o entendimento geral deste trabalho. Dividido em três partes, primeiramente aborda-se conceitos e operações da aritmética intervalar.

Posteriormente, são apresentados, por ordem cronológica os métodos de injeção de correntes monofásico, trifásico e a quatro fios, respetivamente, permitindo ao leitor compreender todas as metodologias e conceituações envolvidas nesta tese.

Por fim, a fim de reunir todos os conceitos e métodos, é apresentado o conceito do fluxo de potência intervalar resolvido iterativamente através da abordagem clássica e tradicional encontrada na literatura.

2.1 ARITMÉTICA INTERVALAR

A partir de um modelo numérico simples, cada variável no domínio dos números reais pode ser representada por intervalos numéricos, sendo possível realizar operações de adição, subtração, multiplicação e divisão de forma que cada intervalo calculado contenha o valor desconhecido da variável associada (MOORE, 1966).

Algoritmos que usam a técnica intervalar podem ser aplicados em grande parte das áreas que englobam a análise numérica. Porém, embora não seja difícil implementá-los, os resultados podem não ter utilidade caso os intervalos obtidos como resposta sejam exacerbados representando limites de $[-\infty, +\infty]$, por exemplo. Neste caso extremo e inviável, outros algoritmos devem ser considerados, ou então devem ser desenvolvidas novas soluções para que intervalos mais estreitos sejam alcançados (HARGREAVES, 2002).

2.1.1 Breve História

Datar com precisão quando ocorreu o surgimento da análise intervalar não é uma tarefa fácil. Porém, alguns estudos apontam que o primeiro registro foi elaborado por Arquimedes em uma obra póstuma publicada em Heath (1897), onde o objetivo, na época, era desenvolver um cálculo com precisão que representasse o número π . Depois, na década de 1950, muitos trabalhos foram desenvolvidos com a ideia de limitação de erros usando análise intervalar nesse viés.

No entanto, embora todos esses estudos apresentem relevância, o livro de Moore (1966) foi o primeiro trabalho consistente, reconhecido por vários pesquisadores como uma contribuição de cunho prático para a área da análise intervalar (HARGREAVES, 2002). Durante quase duas décadas após a publicação de Moore (1966), a análise intervalar foi um tema pouco explorado ou desenvolvido pela comunidade acadêmica e suas pesquisas. Com o advento dos computadores, o tema passou a ser mais difundido e, na década de

90, a análise intervalar tornou-se popular com a adesão de vários grupos de pesquisa em múltiplas partes do mundo. Hoje em dia, o IEEE (*Institute of Electrical and Electronic Engineers*), principal entidade da área de engenharia, reconhece e padroniza o uso da computação intervalar (IEEE, 2015).

2.1.2 Definições Básicas

Por um intervalo, entende-se um conjunto fechado e limitado por números reais. Pode-se considerar também o intervalo como um par ordenado de pontos limítrofes (MOORE, 1966).

Neste trabalho, com o intuito de facilitar a compreensão do leitor, os intervalos serão representados por letras maiúsculas, seguindo o que foi adotado por Moore, Kearfott e Cloud (2009). Os limites inferior e superior de um intervalo X serão denotados por \underline{x} e \bar{x} , respectivamente, como padronizado pela norma IEEE 1788-2015 (IEEE, 2015). Portanto, um intervalo é representado por:

$$X = [\underline{x}, \bar{x}]. \quad (2.1)$$

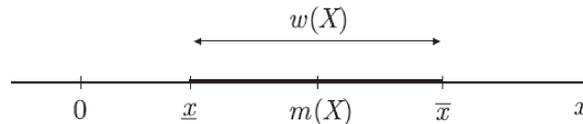
Diz-se que o intervalo X é degenerado se $\underline{x} = \bar{x}$. Assim, um número real pode ser representado por um intervalo degenerado como $x = [x, x]$ (ALEFELD; HERZBERGER, 2012).

Exemplo 2.1.2 A informação de que $X \in [59, 62]$ é muito mais clara em relação à afirmação de que $X \approx 60$, uma vez que a resposta intervalar demonstra a ideia do tamanho do erro associado.

Sabendo-se que uma resposta x está contida dentro da faixa de valores correspondentes ao intervalo $[\underline{x}, \bar{x}]$, pode-se usar o ponto médio $m = (\underline{x} + \bar{x})/2$ desse intervalo como uma possível solução x , com $|x - m| \leq \omega/2$, onde $\omega = \bar{x} - \underline{x}$ é o tamanho do intervalo. Com isso, se obtém uma solução aproximada e um erro associado à essa aproximação.

A Figura 1 apresenta as relações que foram definidas nessa subseção.

Figura 1 – Tamanho, ponto médio e limites de um intervalo X .



Fonte: Adaptado de Moore, Kearfott e Cloud (2009).

Dessa forma, qualquer intervalo X pode ser definido pela Equação (2.2):

$$X = m(X) + \left[-\frac{1}{2} \cdot \omega(X), \frac{1}{2} \cdot \omega(X) \right]. \quad (2.2)$$

O raio intervalar $rad(X)$ é dado pela metade do tamanho do intervalo e é definido pela Equação (2.3):

$$rad(X) = \frac{\omega}{2}. \quad (2.3)$$

Outra definição básica é que se um número x pertence a um intervalo X , significa que seu valor está entre os limites desse intervalo. Ou seja, de acordo com (2.4):

$$x \in X \text{ implica que } \underline{x} \leq x \leq \bar{x}. \quad (2.4)$$

É importante salientar que a qualidade de uma solução intervalar é inversamente proporcional ao tamanho do intervalo, ou seja, quanto menor o erro associado, mais precisa é considerada a solução.

2.1.3 Relações Algébricas de Intervalos

Todos os conceitos que serão aprofundados nesta subseção foram extraídos de Moore, Kearfott e Cloud (2009), além da referência Rothwell e Cloud (2012).

Dois intervalos X e Y são iguais se são os mesmos conjuntos, ou ainda, se seus pontos limites são os mesmos, conforme Equação (2.5):

$$X = Y \quad \text{se} \quad \underline{x} = \underline{y} \quad \text{e} \quad \bar{x} = \bar{y}. \quad (2.5)$$

A interseção entre dois intervalos X e Y é o conjunto de números reais que pertence a ambos os intervalos. Essa interseção é vazia tanto se $\bar{y} < \underline{x}$ ou $\bar{x} < \underline{y}$. Nesse caso, conforme Equação (2.6), denota-se:

$$X \cap Y = \emptyset, \quad (2.6)$$

indicando que X e Y não possuem pontos em comum. Se esse não for o caso, define-se a interseção $X \cap Y$ como o intervalo definido pela Equação (2.7):

$$X \cap Y = [\max\{\underline{x}, \underline{y}\}, \min\{\bar{x}, \bar{y}\}]. \quad (2.7)$$

A união entre dois intervalos $X \cup Y$ é o conjunto de números reais que pertencem à X ou Y (ou ambos). Se $X \cap Y$ não é vazio, então $X \cup Y$ é um intervalo dado pela Equação (2.8):

$$X \cup Y = [\min\{\underline{x}, \underline{y}\}, \max\{\bar{x}, \bar{y}\}]. \quad (2.8)$$

2.1.3.1 Importância da Interseção

A interseção tem um papel fundamental na análise intervalar. Essa afirmativa vem do fato de que se existem dois intervalos distintos que contêm um resultado de interesse, independente de como foram obtidos, a interseção, que deve ser mais estreita que ambos, também irá conter o resultado.

A afirmativa anterior pode ser simplificada através da Equação (2.9), que mostra que o tamanho da interseção entre dois intervalos tem, no máximo, o tamanho do menor dos intervalos.

$$\omega(X \cap Y) \leq \min\{\omega(X), \omega(Y)\}. \quad (2.9)$$

Com isso, essa simples operação algébrica pode diminuir o tamanho de um intervalo no qual a solução de um problema está contida, diminuindo o erro associado à resposta.

2.1.4 Operações Aritméticas Elementares

O que é importante ressaltar nesta subseção é que realizar operações com intervalos é o mesmo do que realizar operações com conjuntos. Quando operações são realizadas entre dois intervalos, resulta-se em um intervalo contendo todos os resultados das operações entre pares de valores de cada um dos intervalos. A seguir, serão definidas as operações aritméticas intervalares para os intervalos X e Y (ALEFELD; HERZBERGER, 2012; MOORE; KEARFOTT; CLOUD, 2009), definidas pelas Equações de (2.10) até (2.13), elencadas de forma itemizada:

. Adição

$$X + Y = [\underline{x} + \underline{y}, \bar{x} + \bar{y}]. \quad (2.10)$$

Por exemplo, seja $X = [0, 2]$ e $Y = [-1, 1]$, então $X + Y = [0 + (-1), 2 + 1] = [-1, 3]$. É importante ressaltar que essa operação não é o mesmo que $X \cup Y = [-1, 2]$.

. Subtração

$$X - Y = [\underline{x} - \bar{y}, \bar{x} - \underline{y}]. \quad (2.11)$$

Se $X = [-1, 0]$ e $Y = [1, 2]$, então $X - Y = [-1 - 2, 0 - 1] = [-3, -1]$. Ressalta-se que a operação $X - Y$ é o mesmo que $X + (-Y)$.

. Multiplicação

$$X.Y = [\min\{S\}, \max\{S\}], \quad (2.12)$$

em que $S = \{x.y, x.\bar{y}, \bar{x}.y, \bar{x}.\bar{y}\}$.

Sejam, por exemplo, $X = [-1,0]$ e $Y = [1,2]$. Então $S = \{-1, -2, 0, 0\}$. Portanto, $X.Y = [\min\{S\}, \max\{S\}] = [-2,0]$.

A multiplicação de um intervalo por um escalar pode ser feita da mesma forma que a multiplicação entre dois intervalos, basta considerar o escalar como um intervalo degenerado. No caso analisado, $2.Y = [2,2].[1,2] = [2,4]$.

. Divisão

$$\frac{X}{Y} = X. \left(\frac{1}{Y} \right), \quad (2.13)$$

em que $1/Y = [1/\bar{y}, 1/y]$. Nesse caso, deve-se assumir que $0 \notin Y$.

Por exemplo, se $X = [4,6]$ e $Y = [1,2]$, então $X/Y = [4,6].[1/2,1]$. Nesse caso, $S = \{2,4,3,6\}$. Portanto $X/Y = X.(1/Y) = [\min\{S\}, \max\{S\}] = [2,6]$.

2.1.5 Propriedades Algébricas Intervalares

As definições das propriedades algébricas apresentadas nesta seção foram baseadas em Moore, Kearfott e Cloud (2009).

Comutatividade e Associatividade

Na aritmética intervalar, tanto a adição quanto a multiplicação apresentam propriedades comutativa e associativa. O Sistema de Equações (2.14) a seguir mostra essas propriedades para três intervalos X , Y e Z .

$$\begin{aligned} X + Y &= Y + X \\ X + (Y + Z) &= (X + Y) + Z \\ X.Y &= Y.X \\ X.(Y.Z) &= (X.Y).Z \end{aligned} \quad (2.14)$$

Elementos Neutros da Adição e Multiplicação

Para a aritmética intervalar, os intervalos degenerados 0 e 1 são os elementos neutros da adição e multiplicação, respectivamente. O Sistema de Equações (2.15) mostra essas propriedades para um intervalo X .

$$\begin{aligned}
0 + X &= X + 0 = X \\
1 \cdot X &= X \cdot 1 = X \\
0 \cdot X &= X \cdot 0 = 0
\end{aligned} \tag{2.15}$$

Elemento Inverso

Não existem elementos inversos aditivos nem multiplicativos na aritmética intervalar. Com isso, $-X$ não é um elemento inverso aditivo de um intervalo X . De fato, segue-se a Equação (2.16):

$$X + (-X) = [\underline{x}, \bar{x}] + [-\bar{x}, -\underline{x}] = [\underline{x} - \bar{x}, \bar{x} - \underline{x}], \tag{2.16}$$

e essa soma é igual a $[0,0]$ somente se $\underline{x} = \bar{x}$.

Similarmente, $X/X = 1$ somente se $\omega(X) = 0$. De maneira geral, as condições especificadas nas Equações (2.17) e (2.18) devem ser ambas seguidas a rigor.

$$X/X = [\underline{x}/\bar{x}, \bar{x}/\underline{x}] \quad \text{se } 0 < \underline{x} \tag{2.17}$$

$$X/X = [\bar{x}/\underline{x}, \underline{x}/\bar{x}] \quad \text{se } \bar{x} < 0 \tag{2.18}$$

Portanto, os inversos multiplicativos e aditivos não são cumpridos na aritmética intervalar, a não ser para intervalos degenerados. No entanto, sempre os elementos neutros terão a relação: $0 \in (X - X)$ e $1 \in (X/X)$.

Subdistributividade

A propriedade distributiva da aritmética real também não é cumprida para aritmética intervalar conforme Equação (2.19). Um contra-exemplo simples pode ser visto utilizando os intervalos $X = [1,2]$, $Y = [1,1]$ e $Z = [-1, -1]$.

$$\begin{aligned}
X \cdot (Y + Z) &= [1,2] \cdot ([1,1] - [1,1]) \\
&= [1,2] \cdot [0,0] \\
&= [0,0]
\end{aligned} \tag{2.19}$$

Ao passo que a aplicação da propriedade distributiva resulta em (2.20):

$$\begin{aligned}
X \cdot Y + X \cdot Z &= [1,2] \cdot [1,1] - [1,2] \cdot [1,1] \\
&= [\min\{1,2\}, \max\{1,2\}] - [\min\{1,2\}, \max\{1,2\}] \\
&= [1,2] - [1,2] \\
&= [-1,1]
\end{aligned} \tag{2.20}$$

Entretanto, a propriedade da subdistributividade se aplica à aritmética intervalar, e possui a propriedade descrita pela Equação (2.21):

$$X.(Y + Z) \subset X.Y + X.Z \quad (2.21)$$

A propriedade distributiva pode ser aplicada somente para $x.(Y + Z) = x.Y + x.Z$, onde Y e Z são intervalos e x é um número real. Além disso, $X.(Y + Z) = X.Y + X.Z$ se $Y.Z > 0$.

Cancelamento

A propriedade do cancelamento, dada pela Equação (2.22) é assegurada para a aritmética intervalar.

$$X + Z = Y + Z \implies X = Y \quad (2.22)$$

2.1.6 Funções Intervalares

Seja f uma função de uma variável real x . A função intervalar $f(X)$ apresenta uma faixa de valores tomados por $f(x)$ de acordo com a variação de x em um intervalo X . Portanto, a imagem de uma função intervalar $f(X)$ dada pelo o conjunto representado por X mapeado por f é conforme a Equação (2.23):

$$f(X) = \{f(x) : x \in X\} \quad (2.23)$$

A relação descrita pela Equação (2.23) pode ser escrita de uma maneira um pouco diferente. Por exemplo, para a função $f(x) = x^2$, com $x \in \mathbb{R}$, se $X = [\underline{x}, \bar{x}]$, é evidente que $f(X) = \{x^2 : x \in X\}$ pode ser expressa por:

$$f(X) = \begin{cases} (\underline{x}^2, \bar{x}^2), & \text{se } 0 \leq x \\ (\bar{x}^2, \underline{x}^2), & \text{se } \bar{x} \leq 0 \\ (0, \max[\underline{x}^2, \bar{x}^2]), & \text{se } \underline{x} \leq 0 \leq \bar{x} \end{cases}$$

Observa-se que a definição anterior pode apresentar um resultado distinto de $X.X$. Por exemplo, para $X = [-1, 1]$, utilizando o terceiro caso da definição proposta, o intervalo resultante será $[0, \max\{-1^2, 1^2\}] = [0, 1]$. Enquanto que $X.X = [-1, 1].[-1, 1] = [-1, 1]$. No entanto, $[-1, 1]$ contém o intervalo $[0, 1]$.

2.1.7 Superestimação de Intervalos

A superestimação dos limites no cálculo de X^2 como $X.X$ na referência anterior acontece devido ao fato de que a aritmética intervalar considera cada intervalo independente. Mesmo quando dois intervalos iguais são subtraídos, por exemplo, o resultado não é $[0, 0]$ devido ao fato de que a operação subtração não considera que esses dois intervalos representem a mesma quantidade (ALEFELD; HERZBERGER, 2012).

O problema da superestimação se propaga quando resultados intermediários são usados em cálculos computacionais seguintes. Conseqüentemente, se uma certa variável intervalar é usada muitas vezes no mesmo cálculo, o resultado tende a ser superestimado (GALIAS, 2013). Esse fato pode ser facilmente mostrado para a função $f(X) = 2.X - X$, para $X = [0,1]$. Tem-se que $f([0,1]) = [0,2] - [0,1] = [-1,2]$, porém o resultado verdadeiro é $[0,1]$. Uma maneira de evitar isso, é simplificar a função de modo que a variável intervalar apareça a menor quantidade possível de vezes. Nesse caso, deveria ser feito o cálculo para $f(X) = X$.

2.1.8 Extensões Intervalares

Para uma função f definida para uma variável real x , Moore e Bierbaum (1979) definem que uma extensão intervalar de f é uma função intervalar F definida para mapear uma variável intervalar X , tal que para argumentos reais tem-se a Equação (2.24)

$$F(x) = f(x) \quad (2.24)$$

Isso quer dizer que para um número x que está dentro da faixa do intervalo X , a resposta verdadeira do cálculo de uma função f para x , ou $f(x)$, estará contida em uma resposta obtida por uma extensão intervalar $F(X)$ da função $f(x)$.

Exemplo 2.1.8

Algumas extensões intervalares de $f(x) = r \cdot x \cdot (1 - x)$ podem ser dadas por (2.25):

$$\begin{aligned} F(X) &= r \cdot (X \cdot (1 - X)) \\ G(X) &= r \cdot X - r \cdot X^2 \\ H(X) &= r \cdot (X - X^2) \end{aligned} \quad (2.25)$$

É importante ressaltar que as Equações (2.25) são algebricamente equivalentes, porém apresentam sequências diferentes nas operações básicas (RUDOLPH-LILITH; MULLER, 2014). Além disso, como mostrado nas subseções anteriores, as equações podem apresentar diferentes resultados devido à não aplicação da distributividade, além de inverso aditivo e multiplicativo (MOORE; KEARFOTT; CLOUD, 2009).

Ao longo dos anos, foram desenvolvidos trabalhos que trazem outros exemplos acerca da aplicação de extensões intervalares com o objetivo de obter resultados mais precisos, como pode ser visto em Nepomuceno, Junior et al. (2018), Junior, Peixoto et al. (2018) e Nepomuceno, Peixoto et al. (2018).

Dessa forma, evidencia-se a importância da utilização da interseção entre intervalos advindos de extensões intervalares de uma mesma função como ferramenta para limitar a superestimação da solução, conforme estabelecido pela Equação (2.9).

2.1.9 Ferramenta Computacional Intervalar

Existem diferentes plataformas em diferentes linguagens de programação com o intuito de implementar a aritmética intervalar nos computadores. Banerjee et al. (2015) afirma que com o passar dos anos e o desenvolvimento dessas plataformas computacionais, a possibilidade de analisar sistemas com incertezas paramétricas delimitadas como sistemas intervalares auxiliou no desenvolvimento de sistemas com modelos inexatos.

Neste trabalho, optou-se por trabalhar com o *Intlab* (Versão 9), uma *toolbox* do *Matlab* caracterizada pela velocidade em que os cálculos são realizados (RUMP, 1999). Vale-se ressaltar que, alternativamente, operações intervalares similares podem ser efetuadas em ferramentas *open-source* como o Octave através de pacotes criados para este ambiente de uso gratuito, denominado *Interval Octave Package* fato que garante a reprodutibilidade e acessibilidade desta pesquisa de doutorado.

2.1.9.1 *Intlab*

O *Intlab* e *Interval Octave Package* são ferramentas designadas para realizar operações com intervalos. O *Intlab* é definido como uma biblioteca rápida da aritmética intervalar em um ambiente interativo de programação para operações intervalares de fácil acesso (RUMP, 1999).

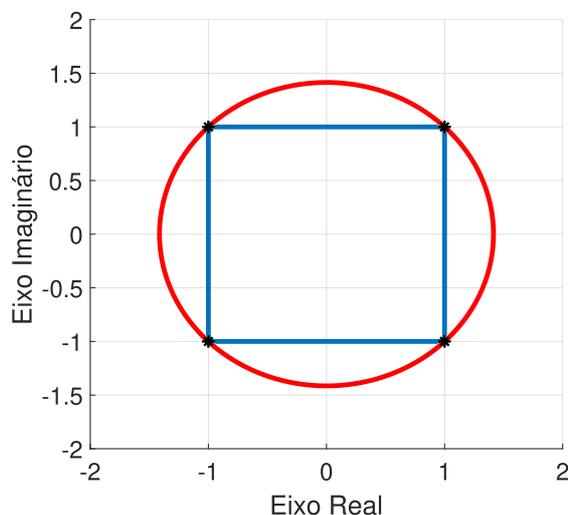
As maneiras mais básicas para definir a entrada de um intervalo no *Intlab* são através de duas funções: `midrad(x_0, rad)`, que gera um intervalo de ponto médio x_0 e raio rad , que caracteriza a metade do tamanho do intervalo; e `infsup(inf, sup)`, na qual o usuário entra com os pontos limites do intervalo, de modo que os parâmetros inf e sup representam os limites inferior e superior, respectivamente.

Embora o *Intlab* seja uma das ferramentas mais amplamente utilizadas em cálculos que envolvem aritmética intervalar, o *software* apresenta alguns problemas relacionados ao armazenamento de números complexos intervalares. Isso se torna ainda mais aparente quando os números complexos intervalares são considerados na forma retangular. Esses problemas ocorrem devido ao fato de o *Intlab* armazenar os números na forma `midrad` e, nesse caso, a faixa de valores possíveis que podem representar um intervalo complexo se encontra em um círculo no plano cartesiano.

Por exemplo, seja $X = [-1 - j1, 1 + j1]$ um intervalo complexo. De acordo com a aritmética intervalar, é esperado que X possua suas partes real e imaginária dentro de uma faixa de valores que variam de -1 a 1 , como representado pelo quadrado azul na Figura 2. No entanto, o *Intlab* armazena X de acordo com seu ponto médio 0 e seu raio, dado por $\omega(X)/2 = \sqrt{2}$, resultando na superestimação representada pelo círculo vermelho também mostrado na Figura 2.

Portanto, não se pode garantir a mesma precisão na associação direta de resultados

Figura 2 – Representação verdadeira do número complexo intervalar $X = [-1 - j1, 1 + j1]$ (quadrado em azul) e superestimação causada pelo *Intlab* no armazenamento desse intervalo (círculo em vermelho).



Fonte: Elaborado pelo autor.

envolvendo números complexos nas formas de representação retangular e polar, implicando no fato de que podem haver erros na conversão de uma forma de representação para outra.

2.2 FLUXO DE POTÊNCIA EM SISTEMAS ELÉTRICOS DE POTÊNCIA

A análise computacional do fluxo de potência em sistemas elétricos consiste no desenvolvimento de modelos matemáticos de componentes da rede e equações algébricas que estabelecem o balanço de potência gerada, demandada e suas perdas durante a transmissão de energia. Esses modelos consistem na representação de cada elemento que compõe o sistema através de circuitos equivalentes (WOOD; WOLLENBERG; SHEBLÉ, 2013).

O cálculo do fluxo de potência em um sistema elétrico objetiva, fundamentalmente, a determinação do estado operativo da rede, da distribuição dos fluxos de potências e algumas outras grandezas de interesse como tensões em barras controladas e, por exemplo ângulos de disparos em equipamentos chaveados advindos da eletrônica de potência (WOOD; WOLLENBERG; SHEBLÉ, 2013).

Para realizar a análise computacional do fluxo de potência em sistemas desequilibrados, os componentes da rede devem ser modelados por meio de seus respectivos circuitos elétricos multifásicos equivalentes (KAGAN; ROBBA; SCHMIDT, 2009). Neste trabalho, nos casos em que redes desequilibradas foram consideradas, foram assumidos os modelos matemáticos trifásicos dos componentes dos sistemas de distribuição, além de serem considerados os modelos do condutor neutro nos casos em que esses são existentes

de acordo com (GARCIA; PEREIRA; CARNEIRO et al., 2000) e (PENIDO et al., 2008).

2.2.1 Fluxo de Potência Tradicional

Na formulação básica do fluxo de potência, são calculadas as injeções de potência nas barras a partir da representação das tensões em coordenadas polares (magnitudes e ângulos) e das potências líquidas ativa e reativa, como mostram as Equações (2.26) e (2.27), respectivamente.

$$P_k = V_k \sum_{m \in K} V_m (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \sin \theta_{km}) \quad (2.26)$$

$$Q_k = V_k \sum_{m \in K} V_m (G_{km} \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}) \quad (2.27)$$

em que:

$k = 1, \dots, n$, sendo n o número de barras da rede;

K é o conjunto de barras ligadas diretamente à barra k , incluindo a própria barra;

P_k e Q_k são as injeções de potências ativa e reativa, respectivamente, na barra k ;

V_k, V_m correspondem às magnitudes das tensões das barras k e m ;

$\theta_{km} = \theta_k - \theta_m$ é a diferença entre os ângulos das tensões das barras k e m ;

G_{km} e B_{km} correspondem à condutância e susceptância, respectivamente, na linha que conecta as barras k e m .

Portanto, no fluxo de potência tradicional as potências ativas e reativas são calculadas em função de magnitude e ângulo das tensões nas barras, dadas em coordenadas polares. Geralmente, a solução do fluxo de potência tradicional é calculada pelo método de Newton-Raphson, embora existam diversas outras ferramentas usuais disponíveis na literatura para resolução de sistemas não-lineares, como Gauss-Newton e Gauss-Seidel, por exemplo.

2.2.2 Método de Injeção de Correntes Monofásico

Todo o acervo metodológico que constitui este trabalho é baseado no cálculo do fluxo de potência por meio do Método de Injeção de Correntes (MIC), inicialmente proposto em Costa, Martins e Pereira (1999). Como o próprio nome sugere, o MIC é formulado com base nas equações das injeções de corrente nas barras, que são expressas em função das tensões em coordenadas retangulares (divididas em partes real e imaginária).

O MIC pode ser entendido como uma formulação alternativa para o problema do fluxo de potência com $2n$ equações de injeção de corrente escritas em coordenadas

retangulares das tensões nas barras, sendo n o número de barras do sistema. Baseado na Equação (2.28), é possível decompor a corrente fasorial nodal \dot{I}_k em partes real e imaginária, como apresentado pelas Equações (2.29) e (2.30) em função de potências líquidas especificadas.

$$\dot{I}_k = \frac{(P_k^{esp}) - j(Q_k^{esp})}{(\dot{V}_k)^*} \quad (2.28)$$

$$I_{re_k} = \frac{P_k^{esp} V_{re_k} + Q_k^{esp} V_{im_k}}{(V_{re_k})^2 + (V_{im_k})^2} \quad (2.29)$$

$$I_{im_k} = \frac{P_k^{esp} V_{im_k} - Q_k^{esp} V_{re_k}}{(V_{re_k})^2 + (V_{im_k})^2} \quad (2.30)$$

Também é possível calcular o vetor de injeção de correntes \mathbf{I} de acordo com a Equação (2.31) em que \mathbf{Y} é a matriz admitância da rede e \mathbf{V} é o vetor de tensões nodais.

$$\mathbf{I} = \mathbf{Y} \cdot \mathbf{V} \quad (2.31)$$

A Equação (2.31) pode ser expressa em coordenadas retangulares, sendo decomposta em partes real e imaginária como mostrado pela Equação (2.32) e pelo sistema matricial (2.33).

$$\mathbf{I}_{re} + j\mathbf{I}_{im} = (\mathbf{G} + j\mathbf{B})(\mathbf{V}_{re} + j\mathbf{V}_{im}) \quad (2.32)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I}_{im} \\ \mathbf{I}_{re} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{B} & \mathbf{G} \\ \mathbf{G} & -\mathbf{B} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{V}_{re} \\ \mathbf{V}_{im} \end{bmatrix} \quad (2.33)$$

Dessa forma, as partes real e imaginária das injeções de corrente podem ser obtidas pelo cálculo das Equações (2.34) and (2.35).

$$I_{re_k} = \sum_{m \in \Omega_k} (G_{km} V_{re_m} - B_{km} V_{im_m}) \quad (2.34)$$

$$I_{im_k} = \sum_{m \in \Omega_k} (G_{km} V_{im_i} + B_{km} V_{re_m}) \quad (2.35)$$

em que Ω_k representa o conjunto de barras diretamente conectadas à barra k .

Os valores calculados das partes real e imaginária das injeções de corrente devem ser iguais aos valores especificados em (2.29) e (2.30), de modo que a diferença (ou resíduo) possa ser considerada nula, como apresentado pelas Equações (2.36) e (2.37).

$$\Delta I_{re,k} = \frac{P_k^{esp} V_{re_k} + Q_k^{esp} V_{im_k}}{(V_{re_k})^2 + (V_{im_k})^2} - \sum_{m \in \Omega_k} (G_{km} V_{re_m} - B_{km} V_{im_m}) = 0 \quad (2.36)$$

$$\Delta I_{im,k} = \frac{P_k^{esp} V_{im_k} - Q_k^{esp} V_{re_k}}{(V_{re_k})^2 + (V_{im_k})^2} - \sum_{m \in \Omega_k} (G_{km} V_{im_i} + B_{km} V_{re_m}) = 0 \quad (2.37)$$

Como se trata de um sistema de equações não lineares, a solução pode ser obtida iterativamente pelo método de Newton-Raphson, como mostrado em (2.38):

$$\begin{bmatrix} \Delta I_{im} \\ \Delta I_{re} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \frac{\partial \Delta I_{im}}{\partial V_{re}} & \frac{\partial \Delta I_{im}}{\partial V_{im}} \\ \frac{\partial \Delta I_{re}}{\partial V_{re}} & \frac{\partial \Delta I_{re}}{\partial V_{im}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta V_{re} \\ \Delta V_{im} \end{bmatrix} \quad (2.38)$$

De uma forma mais compacta, o sistema de matrizes pode ser reescrito como apresentado na Equação (2.39), em que a matriz Jacobiana \mathbf{J}_{ac} contém todas as derivadas parciais associadas ao problema.

$$\begin{bmatrix} \Delta I_{im} \\ \Delta I_{re} \end{bmatrix} = [\mathbf{J}_{ac}] \begin{bmatrix} \Delta V_{re} \\ \Delta V_{im} \end{bmatrix} \quad (2.39)$$

A atualização das variáveis de interesse é feita a cada iteração h do método de Newton-Raphson, como descrito pelas Equações (2.40) e (2.41).

$$V_{re_k}^{(h+1)} = V_{re_k}^{(h)} + \Delta V_{re_k}^{(h)} \quad (2.40)$$

$$V_{im_k}^{(h+1)} = V_{im_k}^{(h)} + \Delta V_{im_k}^{(h)} \quad (2.41)$$

Em Garcia, Pereira e Carneiro (2001) são apresentadas as formulações matemáticas para a representação dos dispositivos de controle, em que é adotado um sistema de equações aumentado, implicando que as novas equações que representam a relação entre a ação do controle e a respectiva variável controlada são incorporadas à matriz Jacobiana original. É importante mencionar que a implementação dos controles é válida para os modelos monofásico e trifásico do Método de Injeção de Correntes.

Barras com alocação de geração distribuída que possibilitam o controle de tensão através da injeção de reativos podem ser modeladas como barras PV nas equações de fluxo de potência. Com isso, para manter a tensão de uma barra k' em um valor especificado, a Equação (2.42) deve ser adicionada ao conjunto de Equações (2.38), fazendo com que a potência reativa correspondente $Q_{g_{k'}}$ se torne uma nova variável de estado na formulação do fluxo de potência.

$$V_{k'}^2 = (V_{re_{k'}})^2 + (V_{im_{k'}})^2 \quad (2.42)$$

Linearizando (2.42), tem-se a Equação (2.43):

$$\Delta V_{k'} = \frac{V_{re_{k'}}}{V_{k'}} \Delta V_{re_{k'}} + \frac{V_{im_{k'}}}{V_{k'}} \Delta V_{im_{k'}} \quad (2.43)$$

em que $\Delta V_{k'}$ é o resíduo de tensão e é calculado a cada iteração conforme mostrado em (2.44), sendo $V_{k'}^{esp}$ e $V_{k'}^{calc}$ os respectivos valores especificados e calculados da magnitude de tensão em que $V_{k'}^{calc}$ é dado pela Equação (2.45).

$$\Delta V_{k'} = V_{k'}^{esp} - V_{k'}^{calc} \quad (2.44)$$

$$V_{k'}^{calc} = \sqrt{(V_{re_{k'}})^2 + (V_{im_{k'}})^2} \quad (2.45)$$

O novo sistema matricial se estabelece conforme a Equação (2.46) em que \mathbf{A}_1 e \mathbf{A}_2 são submatrizes que expressam as relações entre potência reativa gerada na barra com GD e a sua tensão nodal. Essas matrizes são compostas por elementos nulos, exceto nas posições referentes à barra PV k' .

$$\begin{bmatrix} \Delta I_{im} \\ \Delta I_{re} \\ \Delta V_{k'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{Jac} & \mathbf{A}_1 \\ \mathbf{A}_2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta V_{re} \\ \Delta V_{im} \\ \Delta Q_{gk'} \end{bmatrix} \quad (2.46)$$

As Equações (2.47) e (2.48) mostram as derivadas parciais da tensão controlada na barra k em relação às suas partes real e imaginária. As Equações (2.49) e (2.50) mostram, respectivamente, as derivadas das partes real e imaginária das correntes em relação às potências reativas geradas na barra com GD.

$$\frac{\partial V_{k'}}{\partial V_{re_{k'}}} = \frac{V_{re_{k'}}}{V_{k'}} \quad (2.47)$$

$$\frac{\partial V_{k'}}{\partial V_{im_{k'}}} = \frac{V_{im_{k'}}}{V_{k'}} \quad (2.48)$$

$$\frac{\partial I_{re_{k'}}}{\partial Q_{g_{k'}}} = \frac{V_{im_{k'}}}{(V_{k'})^2} \quad (2.49)$$

$$\frac{\partial I_{im_{k'}}}{\partial Q_{g_{k'}}} = -\frac{V_{re_{k'}}}{(V_{k'})^2} \quad (2.50)$$

Desta forma, as estruturas das submatrizes \mathbf{A}_1 e \mathbf{A}_2 são, respectivamente, apresentadas em (2.51) e (2.52):

$$\mathbf{A}_1 = [0 \ 0 \ \dots \ -\frac{V_{re_{k'}}}{(V_{k'})^2} \ \frac{V_{im_{k'}}}{(V_{k'})^2} \ \dots \ 0 \ 0]^T \quad (2.51)$$

$$\mathbf{A}_2 = [0 \ 0 \ \dots \ \frac{V_{re_{k'}}}{V_{k'}} \ \frac{V_{im_{k'}}}{V_{k'}} \ \dots \ 0 \ 0] \quad (2.52)$$

Portanto, a solução determinística é obtida a partir da inversão da Jacobiana estendida (\mathbf{J}_d), sendo possível calcular os resíduos de tensão em coordenadas retangulares e as potências reativas em cada barra com GD conforme é mostrado pelo sistema (2.53):

$$\begin{bmatrix} \Delta \mathbf{V}_{re} \\ \Delta \mathbf{V}_{im} \\ \Delta \mathbf{Q}_{g_{k'}} \end{bmatrix} = [\mathbf{J}_d]^{-1} \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{I}_{im} \\ \Delta \mathbf{I}_{re} \\ \Delta \mathbf{V}_{k'} \end{bmatrix} \quad (2.53)$$

Da mesma forma como ocorre em (2.40) e (2.41), a atualização do valor correspondente à injeção de reativos para controle de tensão na barra k' com alocação de geração distribuída é dada pela Equação (2.54).

$$Q_{g_{k'}}^{(h+1)} = Q_{g_{k'}}^{(h)} + \Delta Q_{g_{k'}}^{(h)} \quad (2.54)$$

De maneira simplificada, pode-se reescrever o sistema matricial (2.53) como em (2.55), em que $\Delta \mathbf{X}$ e $\Delta \mathbf{Y}$ são vetores que incorporam os resíduos das variáveis a serem calculadas e as especificadas do problema, respectivamente.

$$[\Delta \mathbf{X}] = [\mathbf{J}_d]^{-1} [\Delta \mathbf{Y}] \quad (2.55)$$

2.2.3 Método de Injeção de Correntes Trifásico

O desenvolvimento do Método de Injeção de Correntes Trifásico (MICT) foi inicialmente descrito em Garcia, Pereira, Carneiro et al. (2000) e segue a mesma ideia básica do MIC. No entanto as três fases do sistema são consideradas. O sistema de equações não lineares a ser solucionado no MICT é descrito pela Equação (2.56).

$$\begin{bmatrix} \Delta I_{im}^a \\ \Delta I_{im}^b \\ \Delta I_{im}^c \\ \hline \Delta I_{re}^a \\ \Delta I_{re}^b \\ \Delta I_{re}^c \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \frac{\partial I_{im}^a}{\partial V_{re}^a} & \frac{\partial I_{im}^a}{\partial V_{re}^b} & \frac{\partial I_{im}^a}{\partial V_{re}^c} & \frac{\partial I_{im}^a}{\partial V_{im}^a} & \frac{\partial I_{im}^a}{\partial V_{im}^b} & \frac{\partial I_{im}^a}{\partial V_{im}^c} \\ \frac{\partial I_{im}^b}{\partial V_{re}^a} & \frac{\partial I_{im}^b}{\partial V_{re}^b} & \frac{\partial I_{im}^b}{\partial V_{re}^c} & \frac{\partial I_{im}^b}{\partial V_{im}^a} & \frac{\partial I_{im}^b}{\partial V_{im}^b} & \frac{\partial I_{im}^b}{\partial V_{im}^c} \\ \frac{\partial I_{im}^c}{\partial V_{re}^a} & \frac{\partial I_{im}^c}{\partial V_{re}^b} & \frac{\partial I_{im}^c}{\partial V_{re}^c} & \frac{\partial I_{im}^c}{\partial V_{im}^a} & \frac{\partial I_{im}^c}{\partial V_{im}^b} & \frac{\partial I_{im}^c}{\partial V_{im}^c} \\ \hline \frac{\partial I_{re}^a}{\partial V_{re}^a} & \frac{\partial I_{re}^a}{\partial V_{re}^b} & \frac{\partial I_{re}^a}{\partial V_{re}^c} & \frac{\partial I_{re}^a}{\partial V_{im}^a} & \frac{\partial I_{re}^a}{\partial V_{im}^b} & \frac{\partial I_{re}^a}{\partial V_{im}^c} \\ \frac{\partial I_{re}^b}{\partial V_{re}^a} & \frac{\partial I_{re}^b}{\partial V_{re}^b} & \frac{\partial I_{re}^b}{\partial V_{re}^c} & \frac{\partial I_{re}^b}{\partial V_{im}^a} & \frac{\partial I_{re}^b}{\partial V_{im}^b} & \frac{\partial I_{re}^b}{\partial V_{im}^c} \\ \frac{\partial I_{re}^c}{\partial V_{re}^a} & \frac{\partial I_{re}^c}{\partial V_{re}^b} & \frac{\partial I_{re}^c}{\partial V_{re}^c} & \frac{\partial I_{re}^c}{\partial V_{im}^a} & \frac{\partial I_{re}^c}{\partial V_{im}^b} & \frac{\partial I_{re}^c}{\partial V_{im}^c} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta V_{re}^a \\ \Delta V_{re}^b \\ \Delta V_{re}^c \\ \hline \Delta V_{im}^a \\ \Delta V_{im}^b \\ \Delta V_{im}^c \end{bmatrix} \quad (2.56)$$

O controle de tensão feito pela geração de potência reativa em uma dada barra k' pode ser incorporado ao sistema de equações do MICT de acordo com a Equação (2.57), em que $\Delta Q_{g_{k'}}^{abc}$ é a geração de reativos trifásica calculada para controlar a magnitude de tensão, denotada por $V_{k'}^{abc}$.

$$\begin{bmatrix} \Delta I_{im}^{abc} \\ \Delta I_{re}^{abc} \\ \hline \Delta V_{k'}^{abc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_{ac} & \mathbf{A}_2 \\ \hline \mathbf{A}_1 & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta V_{re}^{abc} \\ \Delta V_{im}^{abc} \\ \hline \Delta Q_{g_{k'}}^{abc} \end{bmatrix} \quad (2.57)$$

É importante mencionar que a formulação do problema considerando o controle de tensão pela injeção de reativos conserva as mesmas características do sistema original, uma vez que a matriz \mathbf{J}_{ac} é idêntica à matriz Jacobiana da Equação (2.56). O que muda é que nesse caso, a solução do fluxo de potência seria expandida, obtida iterativamente com a atualização das componentes real e imaginária de tensão, além da geração de potência reativa na barra k' .

Além disso, agora as estruturas das submatrizes \mathbf{A}_1 e \mathbf{A}_2 são, respectivamente, apresentadas em (2.58) e (2.59):

$$\mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} 0 & \dots & \frac{V_{re_{k'}}^a}{V_{k'}^a} & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & \frac{V_{im_{k'}}^a}{V_{k'}^a} & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & \frac{V_{re_{k'}}^b}{V_{k'}^b} & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \frac{V_{im_{k'}}^b}{V_{k'}^b} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 0 & \frac{V_{re_{k'}}^c}{V_{k'}^c} & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \frac{V_{im_{k'}}^c}{V_{k'}^c} & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \quad (2.58)$$

$$\mathbf{A}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 \\ -\frac{V_{re_{k'}}^a}{(V_{k'}^a)^2} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{V_{re_{k'}}^b}{(V_{k'}^b)^2} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{V_{re_{k'}}^c}{(V_{k'}^c)^2} \\ 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 \\ \frac{V_{im_{k'}}^a}{(V_{k'}^a)^2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{V_{im_{k'}}^b}{(V_{k'}^b)^2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{V_{im_{k'}}^c}{(V_{k'}^c)^2} \end{bmatrix} \quad (2.59)$$

As principais vantagens da utilização do Método de Injeção de Correntes para solução do fluxo de potência incluem um rápido processo de convergência e robustez para calcular as variáveis de estado em sistemas trifásicos de distribuição de energia considerando cargas desequilibradas e impedâncias mútuas. Um dos fatores que contribuem para essas características é que os elementos fora da diagonal da matriz Jacobiana permanecem constantes durante todo o processo iterativo na determinação da solução via Newton-Raphson.

2.2.4 Método de Injeção de Correntes Trifásico a Quatro Condutores

O MICT ainda possui uma variação considerando o condutor neutro na representação de redes trifásicas a quatro fios, possibilitando a modelagem de redes multiterradas, como pode ser visto em Penido et al. (2008). Nessa abordagem, os cálculos são bastante similares aos já apresentados na metodologia trifásica, porém, neste caso as tensões de fase devem estar referenciadas ao terra ao invés de estarem referenciadas ao neutro, de forma a assumir que a tensão de neutro possa existir em sistemas multiterrados e multifásicos.

O Fluxo de Potência Trifásico a Quatro Condutores (MICTQ) também se baseia nas equações de injeção de correntes. Os resíduos de corrente em cada fase são apresentados nas Equações (2.60) e (2.61), enquanto as Equações (2.62) e (2.63) mostram os resíduos de corrente calculados para o neutro.

$$\begin{aligned} \Delta I_{re_k}^s &= \frac{P_k^{s,esp}(V_{re_k}^s - V_{re_k}^n) + Q_k^{s,esp}(V_{im_k}^s - V_{im_k}^n)}{(V_{re_k}^s - V_{re_k}^n)^2 + (V_{im_k}^s - V_{im_k}^n)^2} \\ &\quad - \sum_{s' \in \{a,b,c,n\}} \sum_{i \in \Omega_k} (G_{k,i}^{ss'} V_{re_i}^{s'} - B_{k,i}^{ss'} V_{im_i}^{s'}) = 0 \end{aligned} \quad (2.60)$$

$$\Delta I_{im_k}^s = \frac{P_k^{s,esp}(V_{im_k}^s - V_{im_k}^n) + Q_k^{s,esp}(V_{re_k}^s - V_{re_k}^n)}{(V_{re_k}^s - V_{re_k}^n)^2 + (V_{im_k}^s - V_{im_k}^n)^2} - \sum_{s' \in \{a,b,c,n\}} \sum_{i \in \Omega_k} (G_{k,i}^{ss'} V_{im_i}^{s'} + B_{k,i}^{ss'} V_{re_i}^{s'}) = 0 \quad (2.61)$$

$$\Delta I_{re_k}^n = -(I_{re_k}^a + I_{re_k}^b + I_{re_k}^c) - \sum_{s' \in \{a,b,c,n\}} \sum_{i \in \Omega_k} (G_{k,i}^{ns'} V_{re_i}^{s'} - B_{k,i}^{ns'} V_{im_i}^{s'}) = 0 \quad (2.62)$$

$$\Delta I_{im_k}^n = -(I_{im_k}^a + I_{im_k}^b + I_{im_k}^c) - \sum_{s' \in \{a,b,c,n\}} \sum_{i \in \Omega_k} (G_{k,i}^{ns'} V_{im_i}^{s'} + B_{k,i}^{ns'} V_{re_i}^{s'}) = 0 \quad (2.63)$$

Para as equações apresentadas, tem-se que:

- s denota as fases a , b e c ;
- s' denota as fases a , b , c e o condutor neutro n ;
- Ω_k é o conjunto de barras diretamente conectadas à barra k , incluindo a própria barra k ;
- N_B é o número de barras da rede;
- $\Delta I_{re_k}^s + j\Delta I_{im_k}^s$ são as partes real e imaginária do resíduo de corrente em uma dada barra k , associadas à fase s ;
- $\Delta I_{re_k}^n + j\Delta I_{im_k}^n$ são as partes real e imaginária do resíduo de corrente associadas ao condutor neutro n em uma dada barra k ;
- $P_k^{s,esp}$ é a potência ativa especificada em uma dada barra k associada à fase s , dada pela diferença entre a potência ativa gerada e a potência ativa demandada;
- $Q_k^{s,esp}$ é a potência reativa especificada em uma dada barra k associada à fase s , dada pela diferença entre a potência reativa gerada e a potência reativa demandada;
- $V_{re_k}^s + jV_{im_k}^s$ são as partes real e imaginária da tensão complexa em uma dada barra k associada à fase s ;
- $V_{re_k}^n + jV_{im_k}^n$ é a tensão complexa em uma dada barra k associada ao condutor neutro n ;
- $G_{k,i}^{ss'}$ e $B_{k,i}^{ss'}$ são a condutância e a susceptância entre as fases s e s' da barra k para i ;
- $I_{re_k}^s + I_{im_k}^s$ são as partes real e imaginária da corrente em uma dada fase s ;
- $I_{re_k}^n + I_{im_k}^n$ são as partes real e imaginária da corrente no condutor neutro n ;

A partir dessas equações, tem-se o sistema matricial a ser resolvido iterativamente via Newton-Raphson segundo o sistema matricial (2.64):

$$\begin{bmatrix} \Delta I_{im}^a \\ \Delta I_{im}^b \\ \Delta I_{im}^c \\ \Delta I_{im}^n \\ \hline \Delta I_{re}^a \\ \Delta I_{re}^b \\ \Delta I_{re}^c \\ \Delta I_{re}^n \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \frac{\partial \Delta I_{im}^a}{\partial V_{re}^a} & \frac{\partial \Delta I_{im}^a}{\partial V_{re}^b} & \frac{\partial \Delta I_{im}^a}{\partial V_{re}^c} & \frac{\partial \Delta I_{im}^a}{\partial V_{re}^n} & \frac{\partial \Delta I_{im}^a}{\partial V_{im}^a} & \frac{\partial \Delta I_{im}^a}{\partial V_{im}^b} & \frac{\partial \Delta I_{im}^a}{\partial V_{im}^c} & \frac{\partial \Delta I_{im}^a}{\partial V_{im}^n} \\ \frac{\partial \Delta I_{im}^b}{\partial V_{re}^a} & \frac{\partial \Delta I_{im}^b}{\partial V_{re}^b} & \frac{\partial \Delta I_{im}^b}{\partial V_{re}^c} & \frac{\partial \Delta I_{im}^b}{\partial V_{re}^n} & \frac{\partial \Delta I_{im}^b}{\partial V_{im}^a} & \frac{\partial \Delta I_{im}^b}{\partial V_{im}^b} & \frac{\partial \Delta I_{im}^b}{\partial V_{im}^c} & \frac{\partial \Delta I_{im}^b}{\partial V_{im}^n} \\ \frac{\partial \Delta I_{im}^c}{\partial V_{re}^a} & \frac{\partial \Delta I_{im}^c}{\partial V_{re}^b} & \frac{\partial \Delta I_{im}^c}{\partial V_{re}^c} & \frac{\partial \Delta I_{im}^c}{\partial V_{re}^n} & \frac{\partial \Delta I_{im}^c}{\partial V_{im}^a} & \frac{\partial \Delta I_{im}^c}{\partial V_{im}^b} & \frac{\partial \Delta I_{im}^c}{\partial V_{im}^c} & \frac{\partial \Delta I_{im}^c}{\partial V_{im}^n} \\ \frac{\partial \Delta I_{im}^n}{\partial V_{re}^a} & \frac{\partial \Delta I_{im}^n}{\partial V_{re}^b} & \frac{\partial \Delta I_{im}^n}{\partial V_{re}^c} & \frac{\partial \Delta I_{im}^n}{\partial V_{re}^n} & \frac{\partial \Delta I_{im}^n}{\partial V_{im}^a} & \frac{\partial \Delta I_{im}^n}{\partial V_{im}^b} & \frac{\partial \Delta I_{im}^n}{\partial V_{im}^c} & \frac{\partial \Delta I_{im}^n}{\partial V_{im}^n} \\ \hline \frac{\partial \Delta I_{re}^a}{\partial V_{re}^a} & \frac{\partial \Delta I_{re}^a}{\partial V_{re}^b} & \frac{\partial \Delta I_{re}^a}{\partial V_{re}^c} & \frac{\partial \Delta I_{re}^a}{\partial V_{re}^n} & \frac{\partial \Delta I_{re}^a}{\partial V_{im}^a} & \frac{\partial \Delta I_{re}^a}{\partial V_{im}^b} & \frac{\partial \Delta I_{re}^a}{\partial V_{im}^c} & \frac{\partial \Delta I_{re}^a}{\partial V_{im}^n} \\ \frac{\partial \Delta I_{re}^b}{\partial V_{re}^a} & \frac{\partial \Delta I_{re}^b}{\partial V_{re}^b} & \frac{\partial \Delta I_{re}^b}{\partial V_{re}^c} & \frac{\partial \Delta I_{re}^b}{\partial V_{re}^n} & \frac{\partial \Delta I_{re}^b}{\partial V_{im}^a} & \frac{\partial \Delta I_{re}^b}{\partial V_{im}^b} & \frac{\partial \Delta I_{re}^b}{\partial V_{im}^c} & \frac{\partial \Delta I_{re}^b}{\partial V_{im}^n} \\ \frac{\partial \Delta I_{re}^c}{\partial V_{re}^a} & \frac{\partial \Delta I_{re}^c}{\partial V_{re}^b} & \frac{\partial \Delta I_{re}^c}{\partial V_{re}^c} & \frac{\partial \Delta I_{re}^c}{\partial V_{re}^n} & \frac{\partial \Delta I_{re}^c}{\partial V_{im}^a} & \frac{\partial \Delta I_{re}^c}{\partial V_{im}^b} & \frac{\partial \Delta I_{re}^c}{\partial V_{im}^c} & \frac{\partial \Delta I_{re}^c}{\partial V_{im}^n} \\ \frac{\partial \Delta I_{re}^n}{\partial V_{re}^a} & \frac{\partial \Delta I_{re}^n}{\partial V_{re}^b} & \frac{\partial \Delta I_{re}^n}{\partial V_{re}^c} & \frac{\partial \Delta I_{re}^n}{\partial V_{re}^n} & \frac{\partial \Delta I_{re}^n}{\partial V_{im}^a} & \frac{\partial \Delta I_{re}^n}{\partial V_{im}^b} & \frac{\partial \Delta I_{re}^n}{\partial V_{im}^c} & \frac{\partial \Delta I_{re}^n}{\partial V_{im}^n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta V_{re}^a \\ \Delta V_{re}^b \\ \Delta V_{re}^c \\ \Delta V_{re}^n \\ \hline \Delta V_{im}^a \\ \Delta V_{im}^b \\ \Delta V_{im}^c \\ \Delta V_{im}^n \end{bmatrix} \quad (2.64)$$

2.3 FLUXO DE POTÊNCIA INTERVALAR

Nesta seção serão descritos os passos básicos do cálculo do fluxo de potência intervalar pelo Método de Krawczyk, além de um breve histórico de trabalhos que possuem relação com a metodologia desenvolvida e utilizaram a aritmética intervalar para resolução desses problemas.

A grande relevância do Método de Krawczyk no cálculo do fluxo de potência intervalar se deve ao fato de que suas características intrínsecas tornam o procedimento mais preciso quando comparado à simples aplicação do Método de Newton levando em conta a aritmética intervalar. Por esse motivo, a grande maioria dos trabalhos que envolvem o desenvolvimento de métodos que utilizam a aritmética intervalar tradicional para o cálculo de fluxo de potência utilizam o Método de Krawczyk na resolução do sistema não linear.

2.3.1 Método de Krawczyk

O Método de Krawczyk, desenvolvido inicialmente em Mori e Yuihara (1999), é um método de resolução de sistemas não-lineares baseado no Método de Newton-Raphson,

em que a solução é alcançada apenas com o produto entre matrizes, evitando a inversão da matriz Jacobiana.

De maneira análoga ao Método de Newton-Raphson tradicional, o Método de Krawczyk permite calcular uma sequência iterativa de intervalos, de modo a convergir para um intervalo que contém a raiz real da função dada.

A modelagem matemática é feita com base no cálculo do Operador de Krawczyk K , obtido a cada iteração h , dado pela Equação (2.65):

$$K(x^{(h)}, X^{(h)}) = x^{(h)} - Cf(x^{(h)}) + [I - CJ(X^{(h)})](X^{(h)} - x^{(h)}) \quad (2.65)$$

em que $X^{(h)}$ é a variável intervalar de interesse, $x^{(h)}$ é o ponto médio do intervalo $X^{(h)}$ e $f(x^{(h)})$ representa a função não-linear aplicada ao ponto médio do intervalo. $J(X)$ é a matriz Jacobiana calculada para a variável intervalar X , C é uma matriz de pré-condicionamento dada pela inversa do ponto médio de $J(X)$ e I é a matriz identidade. É importante mencionar que as variáveis da Equação (2.65) podem ter dimensão unitária, mas em grande parte dos problemas são representadas por vetores.

O intervalo a ser considerado na iteração seguinte é calculado pela interseção entre o intervalo de solução X e o Operador de Krawczyk K , obtidos na iteração atual, como mostrado na Equação (2.66).

$$X^{(h+1)} = X^{(h)} \cap K(x^{(h)}, X^{(h)}) \quad (2.66)$$

Vale ressaltar que, apesar de ser válida a aplicação do Método de Newton intervalar, é altamente recomendável que a resolução de um sistema não-linear através da aritmética intervalar seja realizada pela aplicação do Método de Krawczyk. Isso ocorre porque o Método de Newton necessita que a matriz Jacobiana seja invertida, o que causa, em grande parte dos casos, superestimação dos intervalos resultantes. Como isso não ocorre na aplicação do Método de Krawczyk, essa solução se mostra mais eficiente.

3 ACERVO METODOLÓGICO

3.1 FLUXO DE POTÊNCIA INTERVALAR PARA ANÁLISE DA INSERÇÃO DE GERAÇÃO DISTRIBUÍDA EM REDES ATIVAS MONOFÁSICAS

Um dos propósitos deste trabalho é desenvolver uma metodologia baseada em um fluxo de potência intervalar (FPI) para analisar a inserção de geração distribuída em redes de distribuição ativas monofásicas. Na abordagem proposta, barras com a presença de geração distribuída são modeladas de duas maneiras distintas: a primeira forma assume que as unidades de geração distribuída são despacháveis e a segunda forma assume que as GDs são não despacháveis. As unidades despacháveis representam bem o comportamento de geradores a diesel e micro-turbinas a gás, sendo comumente utilizadas em redes ativas para efetuar melhorias como redução de perdas e controle de tensão em determinados pontos do sistema através da injeção de ativos/reativos. A segunda forma de representação caracteriza a geração solar e eólica, as quais não são despacháveis, isto é, possuem uma incerteza devido à sua natureza intermitente altamente dependente da irradiação solar e velocidade do vento, respectivamente (XU; YAN et al., 2017).

Dessa forma, as unidades despacháveis podem ser modeladas como barras PV, usando equações de fluxo de potência em que a potência ativa e tensão são especificadas para a barra em que a GD é alocada, sendo a quantidade de reativos calculada para manter os níveis de tensão especificados. Já as unidades não despacháveis podem ser modeladas como barras PQ, especificando suas potências geradas (RESE; COSTA; SILVA, 2013). Neste caso, não há controle de tensão na barra que fica sujeita à variabilidade da penetração de energia na rede, aumentando a incerteza acerca da possibilidade de sub e sobretensões.

No cálculo do FPI, é utilizado o Método de Injeção de Correntes (MIC) e procura-se implementar as técnicas de controle apresentadas pela Equação (2.46) no caso em que as unidades de GD são consideradas como despacháveis. Através da formulação de uma metodologia baseada no cálculo do FPI usando o operador de Krawczyk, as variáveis de estados são obtidas assumindo incertezas sobre valores de carga e geração.

A seguir são apresentados os principais passos a serem realizados para a implementação da metodologia de verificação da sensibilidade intervalar da inserção de unidades de GD despacháveis e não despacháveis. A metodologia é baseada na execução do fluxo de potência intervalar via MIC utilizando o operador de Krawczyk e cálculo da sensibilidade intervalar de tensão, ao final.

- **Passo 1:** Obter o perfil de tensões do sistema elétrico a ser estudado através do cálculo do fluxo de potência determinístico.

- **Passo 2:** Definir variações percentuais de linha, potências demandadas e gerações distribuídas, definindo seus respectivos valores intervalares. No caso da geração de reativo das barras PV, as variações percentuais são calculadas no Passo 4. A exemplo, se for definida uma variação percentual α_{P_k} de excursionamento para os valores de potências ativas demandadas, estes serão computados como exibido pela Equação (3.1), em que $P_{D_k}^d$ é a potência ativa demandada na barra k . Note que o índice i utilizado em cada variável denota que a gradeza respectiva é intervalar.

$$P_{D_k}^i = [P_{D_k}^d \cdot (1 - \alpha_{P_k}), P_{D_k}^d \cdot (1 + \alpha_{P_k})] \quad , \quad \alpha_{P_k} \in \{0,1\} \quad (3.1)$$

- **Passo 3:** Calcular os resíduos intervalares de corrente, segundo as Equações (3.2) e (3.3), em que os sobrescritos i e d denotam, respectivamente, grandezas intervalares e determinísticas. A tensão e corrente de uma barra k obtidas no fluxo de potência determinístico são dadas por $V_k^d = V_{re_k}^d + jV_{im_k}^d$ e $I_k^d = I_{re_k}^d + jI_{im_k}^d$, o resíduo intervalar de corrente é $\Delta I_{re_k}^i + j\Delta I_{im_k}^i$ e as potências intervalares ativas e reativas geradas e demandadas definidas no Passo 2 são, respectivamente, $P_{G_k}^i$, $Q_{G_k}^i$, $P_{D_k}^i$ e $Q_{D_k}^i$.

$$\Delta I_{re_k}^i = I_{re_k}^d - \frac{(P_{G_k}^i - P_{D_k}^i) \cdot V_{re_k}^d + (Q_{G_k}^i - Q_{D_k}^i) \cdot V_{im_k}^d}{(V_k^d)^2} \quad (3.2)$$

$$\Delta I_{im_k}^i = I_{im_k}^d - \frac{(P_{G_k}^i - P_{D_k}^i) \cdot V_{im_k}^d - (Q_{G_k}^i - Q_{D_k}^i) \cdot V_{re_k}^d}{(V_k^d)^2} \quad (3.3)$$

- **Passo 4:** Inicializar o perfil intervalar de tensão do sistema através da Equação (3.4). Os raios das tensões intervalares são $\Delta \mathbf{V}_{re_k}^i + j\Delta \mathbf{V}_{im_k}^i$, com \mathbf{J}_d sendo a matriz Jacobiana calculada no ponto de convergência do fluxo de potência. No caso de barras PV, o vetor $\Delta \mathbf{Q}_G^i$ é definido como os raios intervalares da geração de potências reativas e $\Delta \mathbf{V}_{esp}$ representa os resíduos de tensão nessas barras, que devem ser zero, uma vez que \mathbf{V}_{esp} deve ser fixo com base nos resultados obtidos com o fluxo de potência determinístico para as barras PV. Dessa forma, a inicialização das variáveis de estado intervalares é feita conforme as Equações (3.5) a (3.7).

$$\begin{bmatrix} \Delta \mathbf{V}_{re}^i \\ \Delta \mathbf{V}_{im}^i \\ \Delta \mathbf{Q}_G^i \end{bmatrix} = (\mathbf{J}_d)^{-1} \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{I}_{im}^i \\ \Delta \mathbf{I}_{re}^i \\ \Delta \mathbf{V}_{esp} \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

$$V_{re_k}^i = V_{re_k}^d + \Delta V_{re_k}^i \quad (3.5)$$

$$V_{im_k}^i = V_{im_k}^d + \Delta V_{im_k}^i \quad (3.6)$$

$$Q_{G_k}^i = Q_{G_k}^d + \Delta Q_{G_k}^i \quad (3.7)$$

- **Passo 5:** Aplicar o operador de Krawczyk como método de solução do conjunto de equações não-lineares através da Equação (3.8). Para uma dada iteração h , \mathbf{X} é a solução intervalar do fluxo de potência, \mathbf{x} é o ponto médio do intervalo \mathbf{X} , $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ corresponde aos resíduos de corrente e tensões controladas, localizados à direita na Equação (3.4), $\mathbf{J}(\mathbf{X})$ é a matriz Jacobiana calculada no intervalo \mathbf{X} , \mathbf{C} é uma matriz de pré-condicionamento dada pela inversa do ponto médio de $\mathbf{J}(\mathbf{X})$ e \mathbf{I} é a matriz identidade com as mesmas dimensões de \mathbf{C} . Ressalta-se que o operador é usado neste contexto para evitar a inversão da matriz Jacobiana intervalar, o que poderia resultar em soluções com intervalos superdimensionados.

$$\mathbf{K}(\mathbf{x}^h, \mathbf{X}^h) = \mathbf{x}^h - \mathbf{C}\mathbf{f}(\mathbf{x}^h) + [\mathbf{I} - \mathbf{C}\mathbf{J}(\mathbf{X}^h)](\mathbf{X}^h - \mathbf{x}^h) \quad (3.8)$$

- **Passo 6:** Após a aplicação do operador de Krawczyk, as tensões e gerações de reativo intervalares são atualizadas de acordo com a Equação (3.9). Lembrando que o cálculo de \mathbf{Q}_G^i só é feito caso haja barras PV no sistema. Caso contrário, são calculadas apenas as tensões intervalares como solução do problema.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{V}_{re}^{i(h+1)} \\ \mathbf{V}_{im}^{i(h+1)} \\ \mathbf{Q}_G^{i(h+1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{V}_{re}^{i(h)} \\ \mathbf{V}_{im}^{i(h)} \\ \mathbf{Q}_G^{i(h)} \end{bmatrix} \cap \mathbf{K}(\mathbf{x}^{(h)}, \mathbf{X}^{(h)}) \quad (3.9)$$

- **Passo 7:** A convergência da solução é verificada através da Equação (3.10), em que τ é uma tolerância pré-estabelecida. O processo iterativo deve ser repetido a partir do Passo 5 até que a condição seja satisfeita. Neste trabalho, a tolerância adotada é de 10^{-6} .

$$\frac{|\omega(\mathbf{X}^{(h)}) - \omega(\mathbf{X}^{(h-1)})|}{2} < \tau \quad (3.10)$$

- **Passo 8:** O impacto das GDs e seus modelos são investigados através do cálculo da sensibilidade intervalar das tensões obtidas em cada barra pelo método intervalar, dada pela Equação (3.11). O raio do intervalo de tensão na barra é um indício de que há mais ou menos estabilidade de acordo com o tipo de GD inserida no sistema. Dessa forma, é possível indicar quais barras são mais sensíveis à introdução de GDs no sistema.

$$S_{V_k\%} = \frac{rad(V_k^i)}{V_k^d} \cdot 100\% \quad (3.11)$$

3.2 FLUXO DE POTÊNCIA TRIFÁSICO INTERVALAR BASEADO NAS EQUAÇÕES DE INJEÇÃO DE CORRENTES PARA REDES ATIVAS

A contribuição de maior relevância do trabalho é fundamentada no desenvolvimento de um método de cálculo de fluxo de potência intervalar trifásico via equações de injeção de correntes, aqui chamado de Método de Injeção de Correntes Trifásico Intervalar (MICTI). A elaboração da metodologia também é baseada na aplicação do operador de Krawczyk e conta com o reforço de duas técnicas auxiliares que objetivam a redução do tamanho sem a perda de precisão dos intervalos obtidos na solução do fluxo de potência intervalar.

Pode-se perceber que a formulação inicial do MICTI possui basicamente as mesmas ideias do fluxo de potência intervalar desenvolvido na Seção 3.1, no entanto, todos os processos envolvidos tiveram que ser adaptados para que as três fases dos sistemas de distribuição fossem consideradas, além do condutor neutro.

A princípio, as incertezas associadas às potências ativa e reativa são modeladas como mostrado pelas Equações (3.12) e (3.13), respectivamente. Nessas equações, $P_{D_k}^{s,i}$ e $Q_{D_k}^{s,i}$ são os intervalos que representam as potências ativa e reativa demandadas em uma barra k para uma fase $s \in a,b,c$. Os fatores $\alpha_{P_k}^s$ e $\alpha_{Q_k}^s$ denotam as incertezas associadas à demanda ativa e reativa, respectivamente.

$$P_{D_k}^{s,i} = [P_{D_k}^{s,d} \cdot (1 - \alpha_{P_k}^s), P_{D_k}^{s,d} \cdot (1 + \alpha_{P_k}^s)] \quad , \quad \alpha_{P_k}^s \in \{0,1\} \quad (3.12)$$

$$Q_{D_k}^{s,i} = [Q_{D_k}^{s,d} \cdot (1 - \alpha_{Q_k}^s), Q_{D_k}^{s,d} \cdot (1 + \alpha_{Q_k}^s)] \quad , \quad \alpha_{Q_k}^s \in \{0,1\} \quad (3.13)$$

Com base nas Equações (3.12) e (3.13), outras variáveis que possuem algum nível de incerteza associado podem ser analogamente determinadas como as potências geradas.

A inicialização do perfil de tensões intervalares na metodologia desenvolvida é definida pela média dos raios intervalares dessas tensões, que são calculados pela Equação (3.14).

$$\begin{bmatrix} \Delta \mathbf{V}_{re}^{s,i} \\ \Delta \mathbf{V}_{im}^{s,i} \end{bmatrix} = (\mathbf{J}^d)^{-1} \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{I}_{im}^{s,i} \\ \Delta \mathbf{I}_{re}^{s,i} \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

em que $\Delta \mathbf{V}_{re}^{s,i}$ e $\Delta \mathbf{V}_{im}^{s,i}$ são os vetores que representam as componentes real e imaginária do raio intervalar em cada fase s ; \mathbf{J}^d é a matriz Jacobiana associada ao fluxo de potência determinístico; e os vetores $\Delta \mathbf{I}_{re}^{s,i}$ e $\Delta \mathbf{I}_{im}^{s,i}$ são compostos pelas componentes real e imaginária dos resíduos de corrente na fase s , como descrito pelas Equações (3.15) e (3.16), respectivamente:

$$\Delta I_{re_k}^{s,i} = I_{re_k}^{s,d} - \frac{(P_{G_k}^{s,i} - P_{D_k}^{s,i}) \cdot V_{re_k}^{s,d} + (Q_{G_k}^{s,i} - Q_{D_k}^{s,i}) \cdot V_{im_k}^{s,d}}{(V_k^{s,d})^2} \quad (3.15)$$

$$\Delta I_{im_k}^{s,i} = I_{im_k}^{s,d} - \frac{(P_{G_k}^{s,i} - P_{D_k}^{s,i}) \cdot V_{im_k}^{s,d} + (Q_{G_k}^{s,i} - Q_{D_k}^{s,i}) \cdot V_{re_k}^{s,d}}{(V_k^{s,d})^2} \quad (3.16)$$

em que $V_k^{s,d} = V_{re_k}^{s,d} + jV_{im_k}^{s,d}$ e $I_k^{s,d} = I_{re_k}^{s,d} + jI_{im_k}^{s,d}$ são a tensão e a corrente injetada na barra k para uma dada fase s calculadas no fluxo determinístico; além disso, $P_{G_k}^{s,i}$ e $Q_{G_k}^{s,i}$ representam os intervalos de geração de potência ativa e reativa na barra k na fase s .

A partir dos raios intervalares de tensão calculados através da Equação (3.14), a estimativa inicial das componentes real e imaginária das tensões intervalares podem ser definidas de acordo com as Equações (3.17) e (3.18), respectivamente:

$$V_{re_k}^{s,i} = V_{re_k}^{s,d} + \overline{\Delta V_{re_k}^{abc,i}} \quad (3.17)$$

$$V_{im_k}^{s,i} = V_{im_k}^{s,d} + \overline{\Delta V_{im_k}^{abc,i}} \quad (3.18)$$

em que $\overline{\Delta V_{re_k}^{abc,i}}$ e $\overline{\Delta V_{im_k}^{abc,i}}$ representam o valor médio dos raios intervalares obtidos nas três fases de uma mesma barra k , sendo as componentes real e imaginária definidas pelas Equações (3.19) e (3.20), respectivamente. Isso faz com que os intervalos de tensão em uma dada barra k sejam inicializados com o mesmo tamanho nas três fases.

$$\overline{\Delta V_{re_k}^{abc,i}} = \frac{\Delta V_{re_k}^{a,i} + \Delta V_{re_k}^{b,i} + \Delta V_{re_k}^{c,i}}{3} \quad (3.19)$$

$$\overline{\Delta V_{im_k}^{abc,i}} = \frac{\Delta V_{im_k}^{a,i} + \Delta V_{im_k}^{b,i} + \Delta V_{im_k}^{c,i}}{3} \quad (3.20)$$

Com base na solução determinística obtida com o MICT tradicional e nas variáveis intervalares definidas, o processo iterativo do Método de Krawczyk é então aplicado para definir a solução trifásica intervalar. Portanto, a Equação (3.8) é aplicada, com $\mathbf{x}^{(h)}$, $\mathbf{X}^{(h)}$ e $f(\mathbf{x}^{(h)})$ sendo respectivamente determinados pelas Equações (3.21), (3.22) e (3.23).

$$\mathbf{x}^{(h)} = \begin{bmatrix} \mathbf{V}_{re}^{s,d} \\ \mathbf{V}_{im}^{s,d} \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

$$\mathbf{X}^{(h)} = \begin{bmatrix} \mathbf{V}_{re}^{s,i} \\ \mathbf{V}_{im}^{s,i} \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

$$f(\mathbf{x}^{(h)}) = \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{I}_{re}^{s,i} \\ \Delta \mathbf{I}_{im}^{s,i} \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

De forma análoga ao método apresentado na Seção 3.1, a solução do sistema não linear é alcançada pela interseção entre os vetores intervalares $\mathbf{X}^{(h)}$ e $\mathbf{K}(\mathbf{x}^{(h)}, \mathbf{X}^{(h)})$ como apresentado pela Equação (3.24). O processo iterativo converge quando a diferença entre o raio de todos os elementos de \mathbf{X} em duas iterações consecutivas h e $h + 1$ for menor do que uma tolerância especificada, que também foi definida como $\tau = 10^{-6}$.

$$\mathbf{X}^{(h+1)} = \mathbf{X}^{(h)} \cap \mathbf{K}(\mathbf{x}^{(h)}, \mathbf{X}^{(h)}) \quad (3.24)$$

Com o objetivo de esclarecer a compreensão acerca do assunto abordado nesta seção, o Apêndice A apresenta o cálculo detalhado do fluxo de potência intervalar trifásico para um sistema simples de três barras. No tópico em questão, são abordados todos os passos para alcançar a solução, desde a definição das variáveis intervalares até a convergência do processo iterativo.

3.2.1 Uso de Extensões Intervalares

A junção da Equação (2.9) com o conteúdo abordado na Seção 2.1.8 estabelecem de forma clara que a interseção entre intervalos obtidos como soluções a partir de diferentes extensões intervalares pode ser usada como ferramenta para reduzir o tamanho ou aumentar a precisão da solução de uma dada função.

Dessa forma, uma das técnicas utilizadas na metodologia desenvolvida para o cálculo do fluxo de potência trifásico intervalar via equações de injeção de correntes foi a aplicação de extensões intervalares às equações relacionadas às derivadas parciais que compõem a matriz Jacobiana intervalar.

Por exemplo, o termo da matriz Jacobiana intervalar relacionado à derivada parcial do componente real da injeção de corrente na fase A para um barramento k em relação ao componente de tensão real associado à mesma fase para o mesmo barramento pode ser descrito pelas extensões intervalares F_1 e F_2 representadas nas Equações (3.25) e (3.26).

$$F_1 = \frac{\partial I_{re_k}^{a,i}}{\partial V_{re_k}^{a,i}} = \frac{P_k^{esp,a^i} \cdot \left[(V_{re_k}^{a,i})^2 - (V_{im_k}^{a,i})^2 \right] + 2 \cdot V_{re_k}^{a,i} \cdot V_{im_k}^{a,i} \cdot Q_k^{esp,a^i}}{(V_k^{a,i})^4} \quad (3.25)$$

$$F_2 = \frac{\partial I_{re_k}^{a,i}}{\partial V_{re_k}^{a,i}} = \frac{P_k^{esp,a^i} \cdot \left[(V_{re_k}^{a,i}) \cdot (V_{re_k}^{a,i}) - (V_{im_k}^{a,i}) (V_{im_k}^{a,i}) \right] + 2 \cdot V_{re_k}^{a,i} \cdot V_{im_k}^{a,i} \cdot Q_k^{esp,a^i}}{(V_k^{a,i})^2 \cdot (V_k^{a,i})^2} \quad (3.26)$$

A fim de salientar a importância do uso do conceito de extensões intervalares para conter a superestimação das soluções, a Tabela 1 apresenta valores aleatórios para as variáveis associadas às potências ativa e reativa especificadas e partes real e imaginária das magnitudes de tensão em uma dada barra k (P_k^{esp,a^i} , Q_k^{esp,a^i} , $V_{re_k}^{a,i}$ e $V_{im_k}^{a,i}$, respectivamente). Nesse exemplo, cada parâmetro é representado por um intervalo com limites inferior e superior mostrados na segunda coluna da Tabela 1. Os intervalos resultantes do cálculo desses parâmetros através das Equações 3.25 e 3.26 são apresentados nas colunas correspondentes a F_1 e F_2 , respectivamente. A última coluna apresenta a interseção entre as soluções intervalares obtidas por cada extensão intervalar.

Tabela 1 – Exemplo do uso de extensões intervalares.

Variáveis	Valor	F_1	F_2	$F_1 \cap F_2$
P_k^{esp,a^i}	[0,4;0,5]	[0,1407;1,0563]	[0,1407;1,2026]	[0,1407;1,0563]
Q_k^{esp,a^i}	[0,0,2]			
$V_{re_k}^{a,i}$	[0,9,1,1]			
$V_{im_k}^{a,i}$	[-0,2,0,2]			

Fonte: Elaborado pelo autor.

Pode-se notar que, para os mesmos parâmetros, o cálculo de F_1 e F_2 resulta em intervalos diferentes. Além disso, quando a interseção desses resultados é considerada, a solução intervalar obtida possui no máximo o tamanho do menor intervalo resultante de F_1 e F_2 , garantindo assim que a solução mais precisa seja obtida.

3.2.2 Uso da Técnica de Rotação Angular

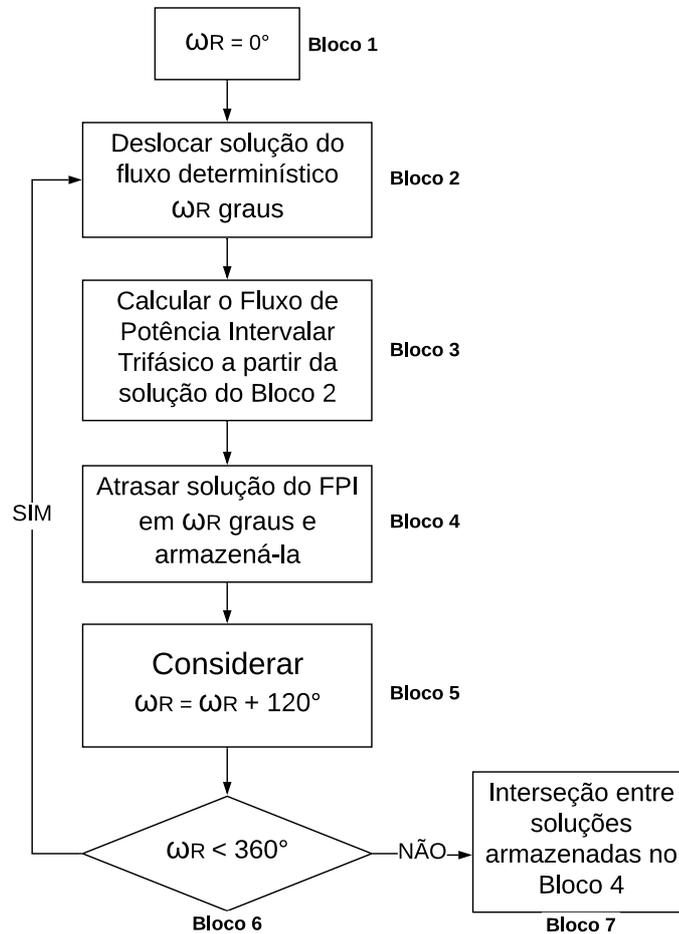
A aplicação direta do operador Krawczyk no cálculo do fluxo de potência trifásico resulta em diferenças consideráveis nos intervalos resultantes, mesmo em sistemas perfeitamente equilibrados, principalmente entre a fase A e as demais. Acredita-se que uma das possíveis razões para essas diferenças seja a posição angular das tensões obtidas no cálculo do fluxo determinístico, principalmente devido ao fato de as tensões nas fases B e C estarem, em geral, deslocadas em cerca de 120° e 240° respectivamente, fazendo com que as formas retangulares dessas tensões tenham os termos reais e imaginários muito próximos em valores absolutos. Por exemplo, dois números complexos de magnitude unitária, respectivamente deslocados no plano cartesiano em 120° e 240° , seriam $-0,5 + j0,87$ e $-0,5 - j0,87$ na forma retangular.

A fim de reduzir a interferência causada pelos *softwares* no tratamento de variáveis complexas intervalares, é desenvolvida uma estratégia para obter soluções mais precisas com o deslocamento fasorial simultâneo ou, simplesmente, a rotação angular das tensões nas três fases.

Portanto, a partir do cálculo do fluxo de potência determinístico, a ideia central da técnica desenvolvida pode ser descrita pelo diagrama de blocos apresentado pela Figura 3.

Para facilitar a compreensão do leitor, foi adotado um deslocamento angular de 120° a cada cálculo do fluxo de potência intervalar trifásico, resultando em três soluções armazenadas.

Figura 3 – Diagrama de blocos da técnica de rotação angular para cálculo do MICTI.



Fonte: Elaborado pelo autor.

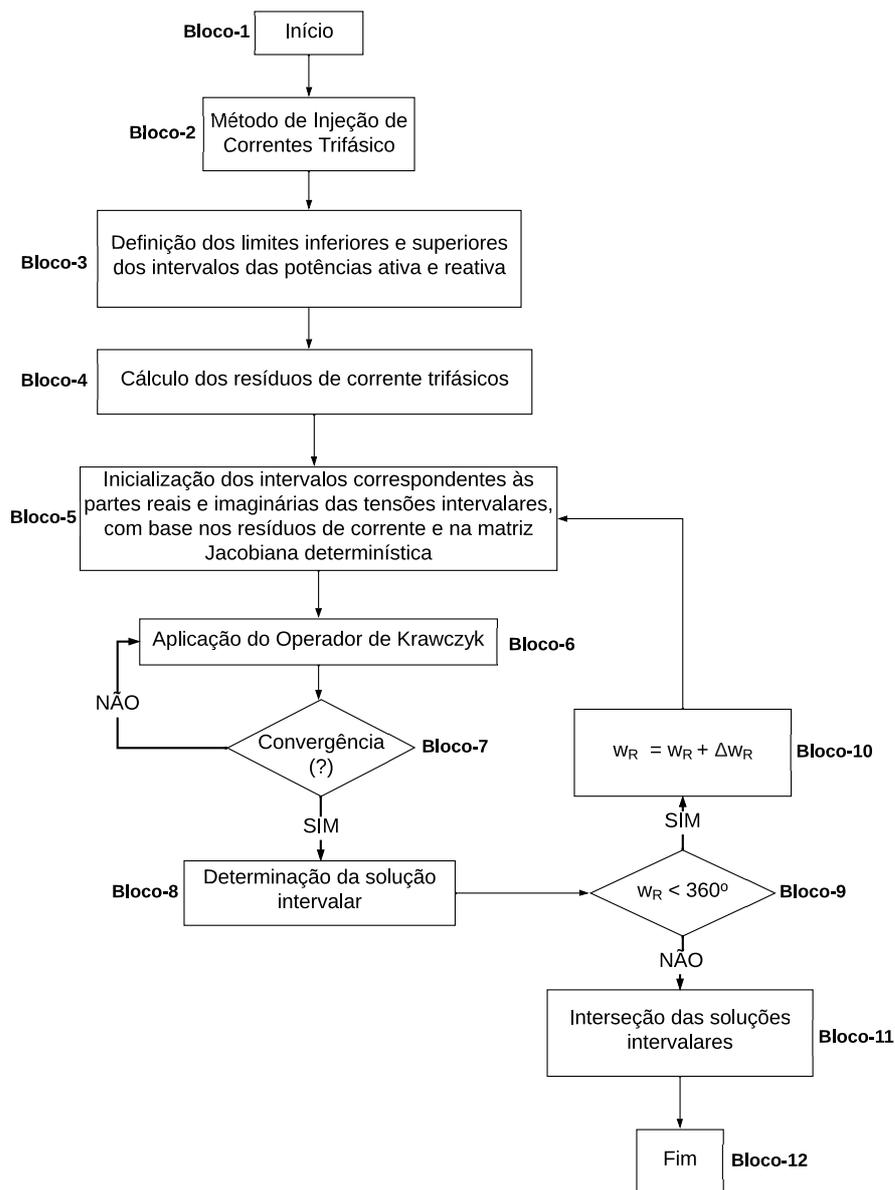
De maneira geral, o diagrama de blocos da Figura 3 mostra que são obtidas soluções para o fluxo de potência intervalar considerando o deslocamento fasorial em ω_R graus da solução encontrada com o fluxo de potência determinístico. Nesse trabalho, serão armazenadas três soluções intervalares, uma vez que adotou-se um deslocamento fasorial de $\Delta\omega = 120^\circ$. Desse modo, o FPI é calculado para a solução determinística deslocada de $\omega_R = 0^\circ$, $\omega_R = 120^\circ$ e $\omega_R = 240^\circ$. Ao final de cada cálculo, a solução intervalar é rotacionada em sentido contrário ao respectivo deslocamento inicial e, então, armazenada.

Quando o processo de rotação angular completa 360 graus, é feita a interseção dos conjuntos de soluções intervalares encontrados a cada deslocamento, a fim de se evitar resultados superestimados. A ideia é que os intervalos resultantes da interseção sejam uma solução intervalar mais precisa que englobe todas as possíveis tensões a serem medidas em cada barra do sistema de distribuição analisado.

3.2.2.1 Resumo da Metodologia de Solução MICTI

Um diagrama de blocos com o objetivo de detalhar a aplicação do MICTI é apresentado na Figura 4. Em seguida, cada etapa do processo de solução da metodologia é dividida em tópicos e detalhada minuciosamente.

Figura 4 – Diagrama de blocos do MICTI.



Fonte: Elaborado pelo autor.

- Bloco-1: Este bloco indica a inicialização do algoritmo. Para o cálculo do fluxo de potência são levados em conta as cargas nominais, impedâncias das linhas de distribuição e os dados das unidades de GD. Os valores iniciais associados às tensões trifásicas são $1/0^\circ$, $1/-120^\circ$, $1/120^\circ$ para as fases A, B e C, respectivamente;

- Bloco-2: As tensões trifásicas são calculadas pela aplicação do MICT, baseado nas variáveis de entrada previamente mencionadas;
- Bloco-3: Aqui são estabelecidos os limites dos intervalos para as potências ativa e reativa, de acordo com as Equações (3.12) e (3.13) respectivamente. Caso seja desejável considerar incertezas associadas à geração na simulação computacional, pode-se determiná-las de maneira análoga;
- Bloco-4: Os resíduos de corrente são calculados como apresentado nas Equações (3.15) e (3.16);
- Bloco-5: Neste bloco as estimativas iniciais para as tensões intervalares são determinados de acordo com as Equações (3.17) e (3.18);
- Bloco-6: Aqui ocorre a aplicação do Operador de Krawczyk de acordo com a Equação (3.8) e a convergência é verificada para uma tolerância pré-determinada τ ;
- Bloco-7: Se a convergência $\tau = 10^{-6}$ não é alcançada em uma dada iteração, o Operador de Krawczyk é aplicado iterativamente até que a tolerância seja atingida;
- Bloco-8: Os intervalos trifásicos de tensão são obtidos nesta etapa, como indicado pela Equação (3.24). É importante mencionar que a solução obtida nesse bloco é referente a um dado deslocamento angular ω_R e deve ser armazenada para que a solução intervalar final seja encontrada a partir da interseção entre as soluções correspondentes a cada deslocamento angular;
- Bloco-9: Uma vez que as tensões encontradas na solução determinísticas são rotacionadas de acordo com o procedimento descrito na Subseção 3.2.2, faz-se necessário verificar se essa rotação angular já completou uma volta completa, ou 360 graus. Dessa forma, a solução completa só é determinada depois do deslocamento angular completar 360 graus em um ciclo trigonométrico;
- Bloco-10: Esse bloco representa a aplicação da rotação angular aos fasores de tensão encontrados no fluxo de potência determinístico, usados como variáveis de entrada no cálculo do FPI. Neste trabalho, foi adotado um incremento nos valores iniciais de tensão igual a $\Delta\omega = 120^\circ$, de modo que foram obtidas três soluções intervalares para que o ciclo trigonométrico fosse completado;
- Bloco-11: Aqui é calculada a interseção entre as soluções intervalares obtidas em cada rotação. Isso é feito com o objetivo de se evitar efeitos da superestimação dos intervalos obtidos na solução intervalar;
- Bloco-12: Este bloco indica o final do algoritmo.

3.2.3 Representação do Controle de Tensão de Barras PV

A implementação do controle de tensão no MICTI se dá com a inserção da metodologia abordada na Seção 3.1. Após o cálculo do fluxo de potência trifásico determinístico e da definição dos intervalos de variação das potências geradas e demandadas, basta calcularmos os intervalos iniciais de tensão e da geração de reativos.

Nessa abordagem, os raios intervalares de tensão são calculados conforme a Equação (3.14) e os intervalos iniciais relacionados às potências reativas geradas são estabelecidos conforme a faixa de variação previamente definida, desde que não ultrapasse nenhum limite de geração associado ao ponto gerador. Dessa forma, se o cálculo do fluxo de potência determinístico de um sistema trifásico apontar uma geração de potência reativa igual a $Q_{G_k}^{s,d} = 1,0p.u.$ e a análise intervalar seja feita considerando uma variação de 10% na geração, então o intervalo inicial de potência reativa gerada será $Q_{G_k}^{s,i} = [0,9; 1,1]p.u.$, desde que não sejam ultrapassados limites de geração da unidade geradora. Caso algum limite de geração tenha sido atingido, o ponto extremo do intervalo em questão deve ser fixado em seu valor mínimo - no caso do limite inferior ter extrapolado - ou máximo - no caso do limite superior.

É importante mencionar que o raio intervalar de tensão de uma barra k também é dado pelo valor médio dos raios estabelecidos para essa mesma barra nas três fases, conforme mostram as Equações (3.19) e (3.20).

Desse ponto em diante, os cálculos são bastante similares aos realizados na abordagem apresentada na Seção 3.1, porém, agora são realizados considerando sistemas trifásicos, resultando nas Equações (3.27), (3.28) e (3.29) que regem o processo.

$$\mathbf{x}^{(h)} = \begin{bmatrix} \mathbf{V}_{re}^{s,d} \\ \mathbf{V}_{im}^{s,d} \\ \mathbf{Q}_G^{s,d} \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

$$\mathbf{X}^{(h)} = \begin{bmatrix} \mathbf{V}_{re}^{s,i} \\ \mathbf{V}_{im}^{s,i} \\ \mathbf{Q}_G^{s,i} \end{bmatrix} \quad (3.28)$$

$$f(\mathbf{x}^{(h)}) = \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{I}_{re}^{s,i} \\ \Delta \mathbf{I}_{im}^{s,i} \\ \Delta \mathbf{V}_{esp}^{s,i} \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

em que $\mathbf{Q}_G^{s,d}$ é o vetor das potências reativas geradas pelas unidades geradoras despacháveis, $\mathbf{Q}_G^{s,i}$ é o vetor intervalar que representa as variações das gerações de reativos nessas unidades e $\Delta \mathbf{V}_{esp}^{s,i}$ é o vetor de resíduos de tensão nas barras com esse tipo de geração. Assim como na metodologia desenvolvida na Seção 3.1, esse vetor de resíduos deve ser nulo, uma vez

que a tensão não deve apresentar variação, de modo que a tensão calculada seja igual à especificada.

3.3 Fluxo de Potência Trifásico Intervalar a Quatro Condutores Baseado nas Equações de Injeção de Correntes

O desenvolvimento do Fluxo de Potência Trifásico Intervalar a Quatro Condutores (MICTQI) é bastante similar ao MICTI. Basicamente, a metodologia intervalar tem um aumento de complexidade devido ao aumento do número de equações, que também envolvem o condutor neutro, além das três fases.

Após a definição das incertezas associadas às potências ativa e reativa com base na definição dos fatores $\alpha_{P_k}^s$ e $\alpha_{Q_k}^s$ e nas Equações (3.12) e (3.13), basta inicializar o perfil de tensões intervalares considerando também o condutor neutro, conforme mostrado na Equação (3.30).

$$\begin{bmatrix} \Delta \mathbf{V}_{re}^{s',i} \\ \Delta \mathbf{V}_{im}^{s',i} \end{bmatrix} = (\mathbf{J}^d)^{-1} \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{I}_{im}^{s',i} \\ \Delta \mathbf{I}_{re}^{s',i} \end{bmatrix} \quad (3.30)$$

em que $\Delta \mathbf{V}_{re}^{s',i}$ e $\Delta \mathbf{V}_{im}^{s',i}$ são os vetores que representam as componentes real e imaginária do raio intervalar em cada fase e no condutor neutro; \mathbf{J}^d é a matriz Jacobiana associada ao fluxo de potência determinístico; e os vetores $\Delta \mathbf{I}_{re}^{s',i}$ e $\Delta \mathbf{I}_{im}^{s',i}$ são as componentes real e imaginária dos resíduos de corrente em cada fase e no condutor neutro, como descrito pelas Equações (3.31) a (3.34).

$$\Delta I_{re_k}^{s,i} = I_{re_k}^{s,d} - \frac{(P_{G_k}^{s,i} - P_{D_k}^{s,i}) \cdot (V_{re_k}^{s,d} - V_{re_k}^{n,d}) + (Q_{G_k}^{s,i} - Q_{D_k}^{s,i}) \cdot (V_{im_k}^{s,d} - V_{im_k}^{n,d})}{(V_{re_k}^{s,d} - V_{re_k}^{n,d})^2 + (V_{im_k}^{s,d} - V_{im_k}^{n,d})^2} \quad (3.31)$$

$$\Delta I_{im_k}^{s,i} = I_{im_k}^{s,d} - \frac{(P_{G_k}^{s,i} - P_{D_k}^{s,i}) \cdot (V_{im_k}^{s,d} - V_{im_k}^{n,d}) + (Q_{G_k}^{s,i} - Q_{D_k}^{s,i}) \cdot (V_{re_k}^{s,d} - V_{re_k}^{n,d})}{(V_{re_k}^{s,d} - V_{re_k}^{n,d})^2 + (V_{im_k}^{s,d} - V_{im_k}^{n,d})^2} \quad (3.32)$$

$$\Delta I_{re_k}^{n,i} = I_{re_k}^{n,d} - (I_{re_k}^a + I_{re_k}^b + I_{re_k}^c) \quad (3.33)$$

$$\Delta I_{im_k}^{n,i} = I_{im_k}^{n,d} - (I_{im_k}^a + I_{im_k}^b + I_{im_k}^c) \quad (3.34)$$

Para que sejam gerados intervalos iniciais maiores das tensões de fase e neutro, optou-se por determinar o raio intervalar de uma mesma barra como o valor mínimo e

máximo entre os limites inferiores e superiores calculados em cada fase e no condutor neutro, como mostrado pelas Equações (3.35) e (3.36):

$$\Delta V_{re_k}^{abcn,i} = \left[\min\{V_{re_k}^{a,i}, V_{re_k}^{b,i}, V_{re_k}^{c,i}, V_{re_k}^{n,i}\}, \max\{V_{re_k}^{a,i}, V_{re_k}^{b,i}, V_{re_k}^{c,i}, V_{re_k}^{n,i}\} \right] \quad (3.35)$$

$$\Delta V_{im_k}^{abcn,i} = \left[\min\{V_{im_k}^{a,i}, V_{im_k}^{b,i}, V_{im_k}^{c,i}, V_{im_k}^{n,i}\}, \max\{V_{im_k}^{a,i}, V_{im_k}^{b,i}, V_{im_k}^{c,i}, V_{im_k}^{n,i}\} \right] \quad (3.36)$$

A aplicação do Método de Krawczyk é feita de forma bastante similar ao MICTI, bastando levar em consideração a inclusão das equações referentes ao condutor neutro no cálculo do operador $\mathbf{K}(\mathbf{x}^{(h)}, \mathbf{X}^{(h)})$.

4 RESULTADOS

Nesta seção, serão realizadas as análises dos resultados alcançados com as metodologias descritas anteriormente. Além disso, nesta seção também serão apresentadas ferramentas para a comprovação da aplicabilidade e verificação da eficiência dos métodos intervalares desenvolvidos usando índices de sensibilidade intervalar e acomodação de acordo com as referências usadas e descritas neste documento.

Em todas as verificações de aplicabilidade das metodologias desenvolvidas, foi utilizado como referência o método probabilístico de Monte Carlo com fins de comparação dos resultados. É importante mencionar que, assim como em trabalhos relevantes da área, buscou-se um número considerável de simulações de acordo com cada método e que em todos os casos foi associada a função densidade de probabilidade uniforme às variáveis com incerteza como é realizado tradicionalmente em outras referências.

Todas as simulações foram conduzidas em um computador *IntelCore i7-5500 @ 2,41GHz 8GB RAM, Windows 10* e implementado no *software MATLAB*.

4.1 FLUXO DE POTÊNCIA INTERVALAR PARA ANÁLISE DA INSERÇÃO DE GERAÇÃO DISTRIBUÍDA EM REDES ATIVAS MONOFÁSICAS

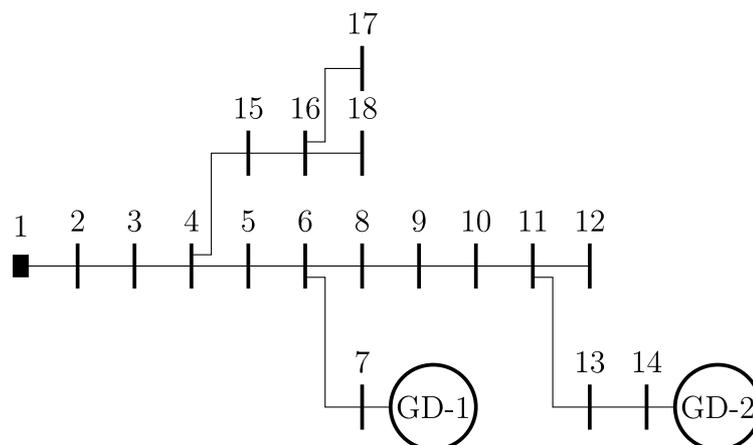
Como discutido na Seção 3.1, a primeira metodologia foi desenvolvida com o objetivo de desenvolver o fluxo de potência intervalar (FPI) para analisar a inserção de unidades de geração distribuída em redes ativas. Na abordagem proposta, barras com unidades de GD são formuladas como despacháveis e não despacháveis. Para investigar o impacto das GDs e seus modelos, optou-se pela aplicação do fluxo de potência intervalar no sistema de distribuição ativo IEEE 18-barras, com unidades de GD despacháveis (que permitem realizar controle de tensão) alocadas nas barras 7 e 14 (GD-1 e GD-2, respectivamente), conforme mostrado na Figura 5. Dados de carga nominal do sistema são apresentados no Apêndice B, modificados a partir da referência original Ahmadi e Green (2009).

4.1.1 Verificação da Aplicabilidade

O método de Monte Carlo foi usado para comparar os resultados obtidos com a metodologia intervalar desenvolvida. Para isso, foi considerada uma incerteza de 10% nos dados de carga nominal do sistema e foram emulados valores aleatórios seguindo uma distribuição uniforme dentro dos intervalos estabelecidos com a metodologia intervalar desenvolvida.

Foram feitas 10.000 simulações (a fim de compatibilizar com as outras metodologias citadas neste documento) e os valores mínimos e máximos de tensão (magnitude e fase)

Figura 5 – Diagrama unifilar do sistema IEEE 18-barras.

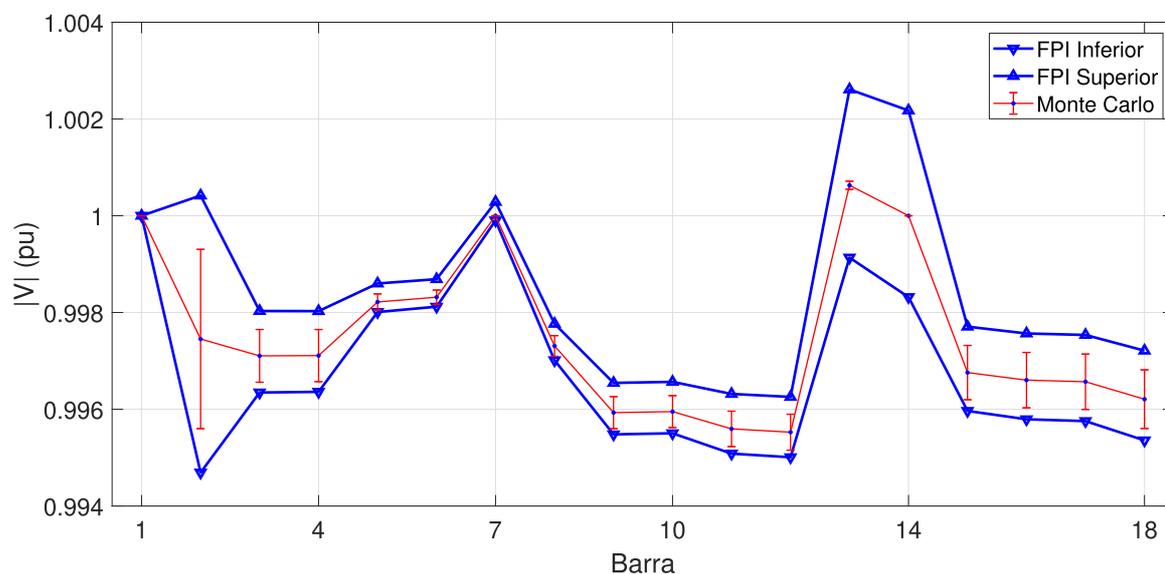


Fonte: Elaborado pelo autor.

e geração de reativos nas barras PV foram comparados com os intervalos obtidos pela metodologia desenvolvida neste trabalho.

As Figuras 6, 7 e 8 mostram a comparação entre o FPI desenvolvido e o método de Monte Carlo nos cálculos de $|V_k|$, θ_k e Q_{gPV} , respectivamente.

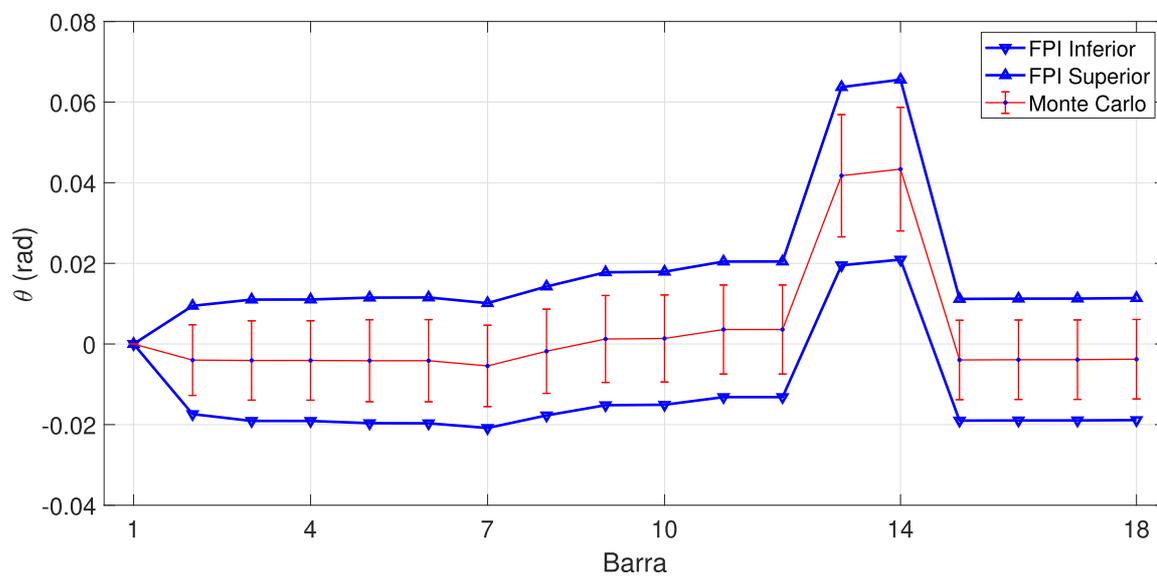
Figura 6 – Intervalos de magnitudes das tensões monofásicas calculados para o sistema IEEE 18 barras.



Fonte: Elaborado pelo autor.

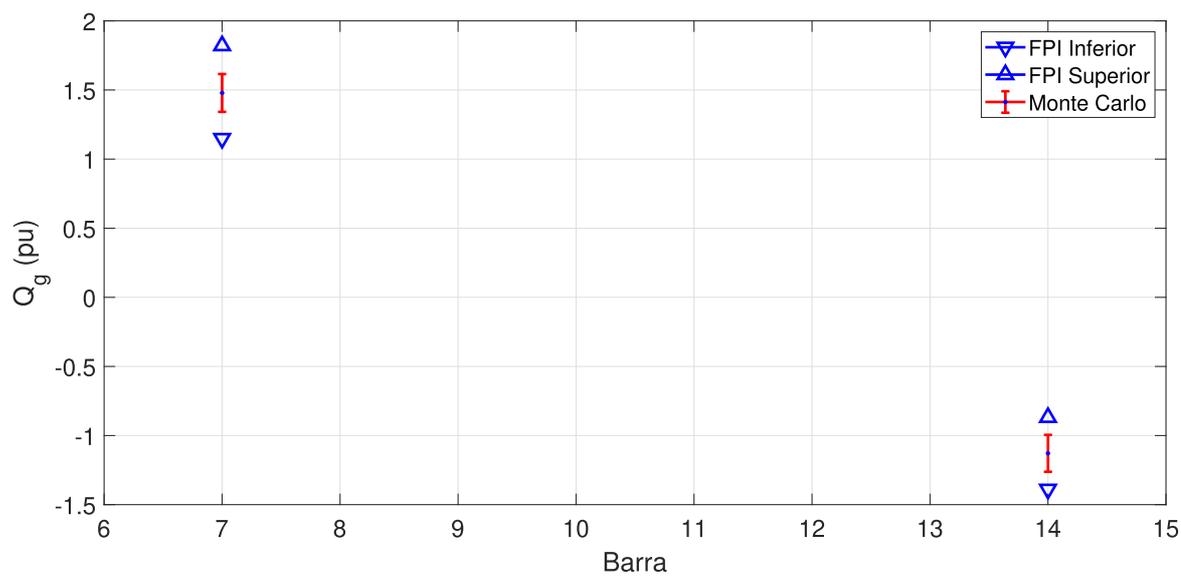
A partir das Figuras 6 a 8, nota-se que todos os resultados obtidos com a metodologia proposta englobam as respostas obtidas com o Monte Carlo, o que indica que a abordagem proposta permite uma análise adequada sobre a operação do sistema. Além disso, o tempo computacional para obter a solução no FPI é 168,7 vezes menor em relação às 10.000 simulações adotadas para o método de Monte Carlo.

Figura 7 – Intervalos dos ângulos das tensões monofásicas calculados para o sistema IEEE 18 barras.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 8 – Intervalos das potências reativas nas barras PV para o sistema monofásico IEEE 18 barras.



Fonte: Elaborado pelo autor.

4.1.2 Análises dos Índices de Sensibilidade Intervalar de Tensão

A partir do sistema ativo de distribuição de 18 barras mostrado na Figura 5, três cenários serão analisados:

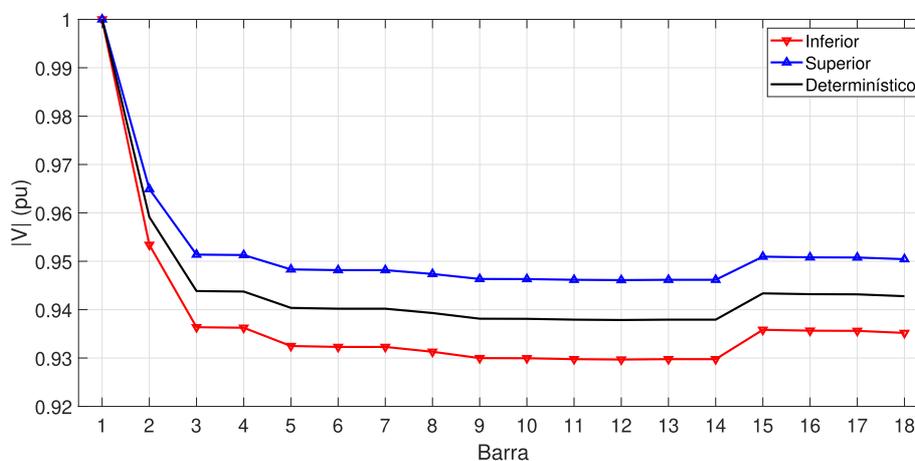
- **Cenário I:** O sistema de 18 barras é avaliado desconsiderando a presença de GDs, a fim de verificar o perfil de tensão neste caso;
- **Cenário II:** As GDs são caracterizadas como fontes despacháveis, modeladas como barras PV, em que potência ativa e tensão terminal são especificadas;
- **Cenário III:** As GDs são modeladas como barras PQ sem controle de tensão, assumindo que as fontes não são despacháveis.

Para os três cenários, uma incerteza de 10% será atribuída aos valores de potência demandada pelas cargas e potências ativas geradas. No caso das potências reativas injetadas, serão calculadas através do Passo 4 da Seção 3.1 caso as GDs sejam despacháveis (Cenário II) ou será atribuída incerteza de 10% para GDs não despacháveis (Cenário III).

4.1.2.1 Cenário I: Sem Inserção de GDs

Desconsiderando a presença de GDs, o perfil de tensão é mostrado pela Figura 9, onde pode-se observar as tensões nas barras obtidas pelo fluxo de potência determinístico, assim como os intervalos obtidos pela metodologia desenvolvida. Observa-se que várias magnitudes de tensões estão abaixo de $0,95p.u.$, tanto em condições nominais, quanto para variações de carga de 10% denotando uma queda de tensão característica de alimentadores de distribuição radiais tradicionais sem inserção de GDs ou recursos de controle de tensão.

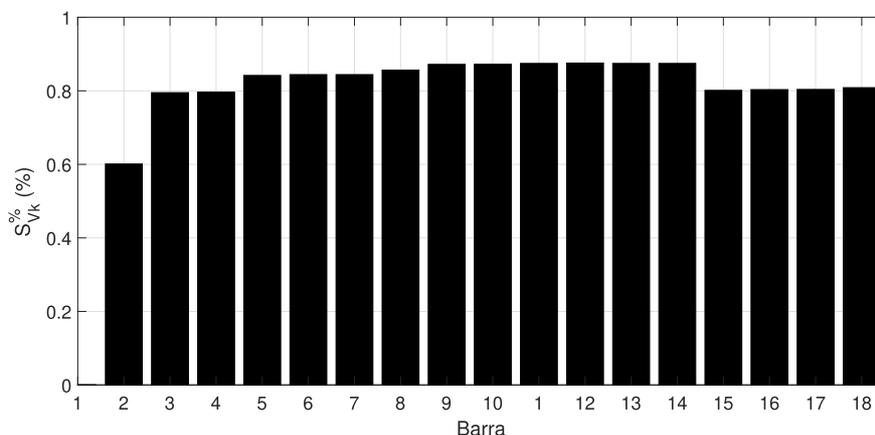
Figura 9 – Perfil de Tensão no Cenário I.



Fonte: Elaborado pelo autor.

O valor percentual do índice de sensibilidade intervalar de tensão em cada barra do sistema avaliado, dado pela Equação (3.11), é mostrado na Figura 10. Pode-se observar que a tensão apresenta sensibilidade intervalar inferior a 1,0% em todas as barras.

Figura 10 – Sensibilidade intervalar de tensão no Cenário I.

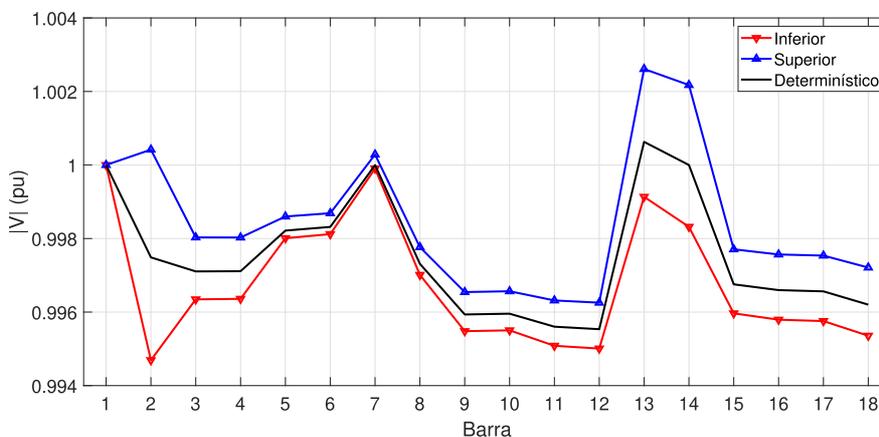


Fonte: Elaborado pelo autor.

4.1.2.2 Cenário II: Inserção de GDs Com Controle de Tensão

Considerando que as unidades de geração distribuída sejam despacháveis, tem-se o perfil de tensão mostrado pela Figura 11. Neste caso, observa-se que as tensões de todas as barras estão muito próximas a $1,0p.u.$, tanto em condições nominais, quanto para variações de carga e geração de potência ativa de 10%. As mudanças nos módulos de tensão ocorrem apenas na terceira casa decimal, consolidando a afirmação anterior, o que mostra que a inserção de barras com as GDs despacháveis atenua as quedas de tensões em alimentadores radiais.

Figura 11 – Perfil de Tensão no Cenário II.

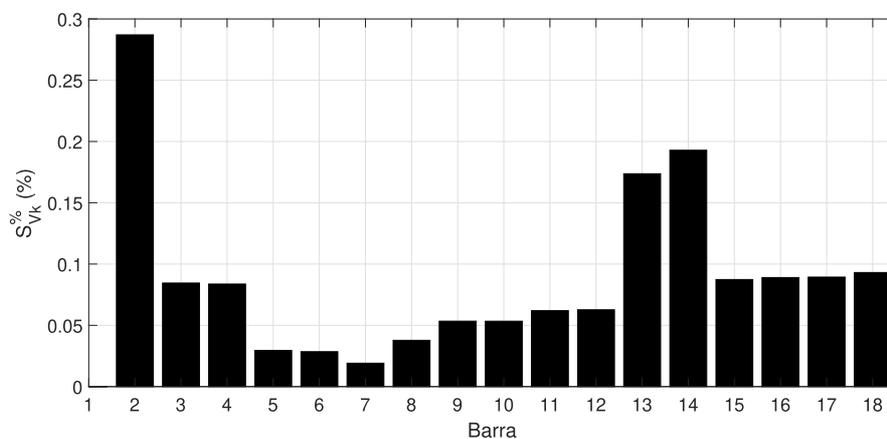


Fonte: Elaborado pelo autor.

A sensibilidade intervalar de tensão em cada barra é mostrada na Figura 12. Pode-se observar que a tensão apresenta sensibilidade intervalar inferior a 0,3% em todas as

barras mostrando que variações na carga afetam muito menos a operação do Cenário II em relação ao Cenário I.

Figura 12 – Sensibilidade intervalar de tensão no Cenário II.

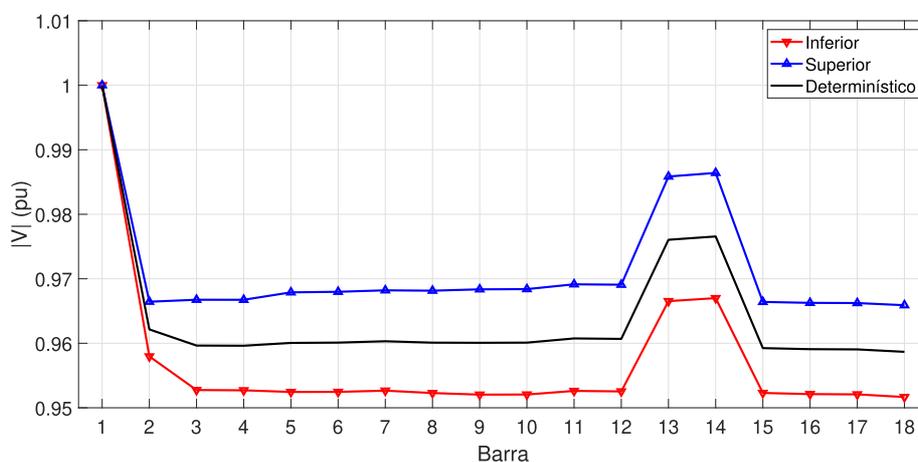


Fonte: Elaborado pelo autor.

4.1.2.3 Cenário III: Inserção de GDs Sem Controle de Tensão

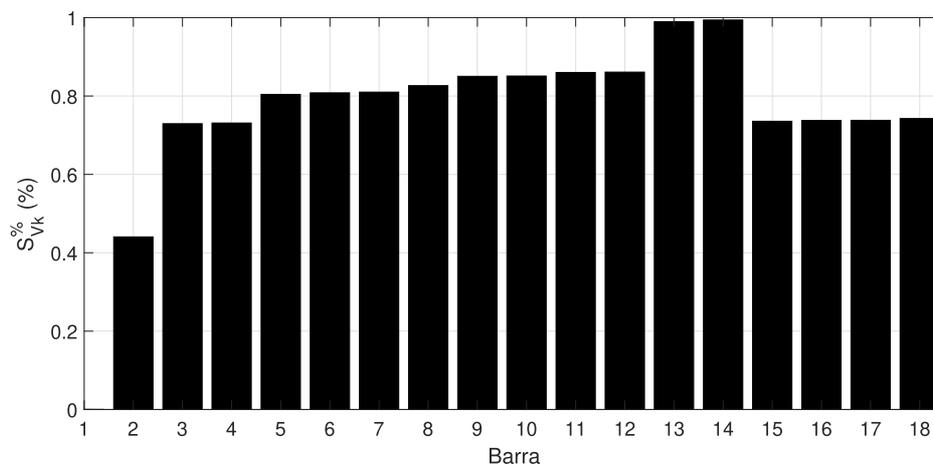
Considerando que as unidades de geração distribuída sejam não despacháveis, as tensões obtidas com a aplicação da metodologia são apresentadas na Figura 13. Neste caso, observa-se que o perfil de tensão é, aparentemente, melhor do que no Cenário I para condições nominais, uma vez que as tensões estão acima de $0,95p.u.$. No entanto, a sensibilidade intervalar de tensão, apresentada na Figura 12, mostra que variações de 10% na carga e geração podem afetar mais algumas barras nesse cenário em relação aos demais, visto que existem barras com $S_{V_k}^{\%}$ bem próximas a 1,0%.

Figura 13 – Perfil de Tensão no Cenário III.



Fonte: Elaborado pelo autor.

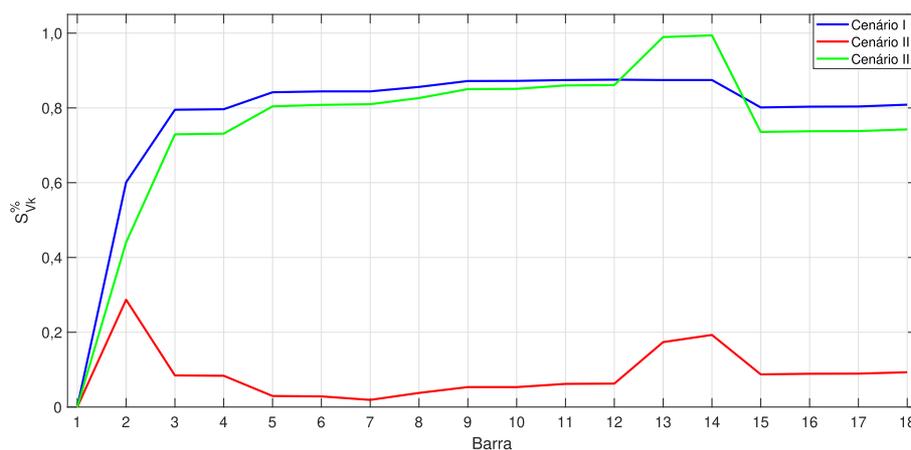
Figura 14 – Sensibilidade intervalar de tensão no Cenário III.



Fonte: Elaborado pelo autor.

4.1.3 Análises Comparativas

Com o intuito de simplificar a análise comparativa, a Figura 15 mostra o índice de sensibilidade intervalar de tensão em cada barra para os três cenários propostos com variações de 10% nas cargas e gerações. Como pode ser observado, o Cenário II apresenta-se bem menos sensível às variações as quais estão sujeitas em relação aos demais cenários. Isso ocorre devido às unidades de geração distribuída despacháveis, que permitem o controle de tensão nessas barras.

Figura 15 – Comparação de $S_{V_k}^{\%}$ no três cenários.

Fonte: Elaborado pelo autor.

Embora existam níveis de sensibilidade intervalar de tensão mais altos no Cenário III, o Cenário I apresenta maior sensibilidade intervalar média diante da variação estipulada, como mostra a Tabela 2. Esse resultado já era esperado, visto que é o único sistema sem

unidades de geração distribuída, o que tende a aumentar a sensibilidade intervalar diante de alterações na carga e geração.

Tabela 2 – Sensibilidade intervalar média nos três cenários para incerteza de 10%.

Cenário	Média de $S_{V_k}^{\%}$
Cenário I	0,7800
Cenário II	0,0848
Cenário III	0,7505

Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

A Tabela 3 mostra a sensibilidade intervalar média obtida considerando 20% de incerteza de carga e geração nos três cenários analisados. Percebe-se que todas as sensibilidades são maiores que os casos anteriores. Entretanto, apesar de algumas barras no Cenário III atingirem valores mais altos, o Cenário I sempre se mantém com a sensibilidade intervalar média maior em relação aos demais devido ao fato de desconsiderar as unidades de GD. Mais uma vez, o Cenário II apresenta menor sensibilidade intervalar diante dos demais.

Tabela 3 – Sensibilidade intervalar média nos três cenários para variação de 20%.

Cenário	Média de $S_{V_k}^{\%}$
Cenário I	1,5598
Cenário II	0,1794
Cenário III	1,5110

Fonte: Elaborado pelo autor.

4.2 FLUXO DE POTÊNCIA TRIFÁSICO INTERVALAR BASEADO NAS EQUAÇÕES DE INJEÇÃO DE CORRENTES PARA REDES ATIVAS

Inicialmente, essa seção visa verificar a aplicabilidade do Método de Injeção de Correntes Trifásico Intervalar (MICTI). Essa análise é baseada na comparação das tensões intervalares obtidas com o MICTI e as faixas de valores obtidas com simulações de Monte Carlo. Portanto, espera-se que os intervalos resultantes da metodologia desenvolvida contemplem esses limites obtidos com o método probabilístico. É relevante mencionar que todas as cargas dos sistemas de distribuição trifásicos estudados foram modeladas como potência constante.

Em seguida, são feitas avaliações das melhorias propostas com o uso de extensões intervalares e a técnica de rotação angular, descritas nas Subseções 3.2.1 e 3.2.2. Os resultados mostram que os tamanhos das soluções do MICTI são consideravelmente reduzidos com essas melhorias. As tensões intervalares resultantes da aplicação do MICTI serão avaliadas em diferentes sistemas de distribuição trifásicos desequilibrados, de modo a serem também analisados estudos de caso considerando a inserção de geração distribuída

(GD) despachável, não despachável e o fluxo de potência envolvendo os quatro condutores. Todas as avaliações serão realizadas com base em índices pré-estabelecidos na literatura como a sensibilidade intervalar e índices de acomodação percentuais.

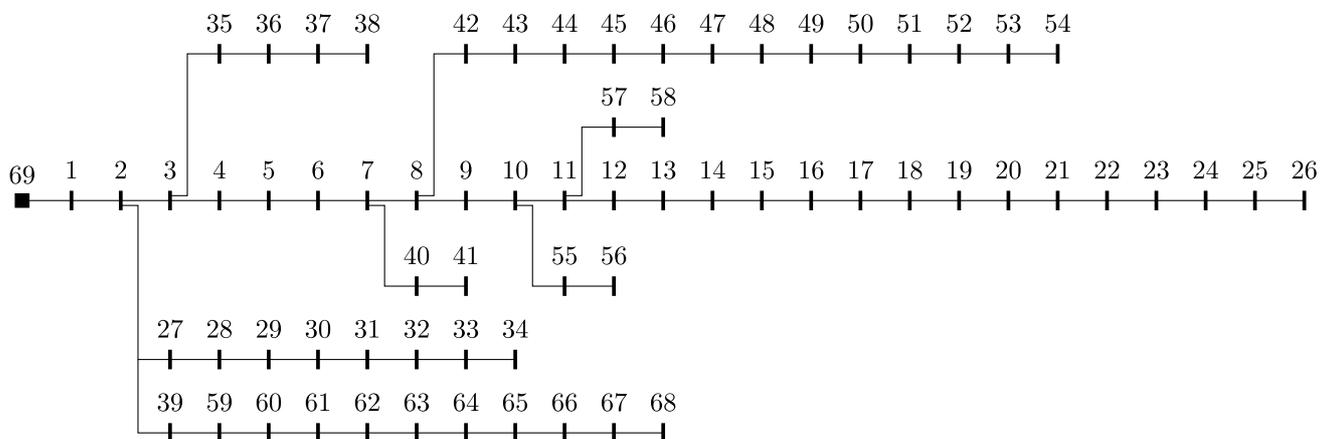
É importante mencionar que são realizadas 100.000 simulações em cada aplicação do método de Monte Carlo. Como será visto adiante, a adoção de uma quantidade fixa de simulações foi baseada na maior parte dos trabalhos relevantes relacionados ao tema encontrados na literatura. No entanto, a utilização de um critério de parada para as simulações de Monte Carlo também foi investigada e seus resultados mostram que a quantidade estipulada de amostras garante uma solução conservadora e precisa, embora o tempo computacional gasto seja maior.

Para todos os casos analisados, foi adotada uma tolerância de $\tau = 1 \times 10^{-6}$ nas simulações computacionais e em cada aplicação do MICTI são realizados três cálculos do fluxo de potência intervalar, uma vez que o deslocamento angular adotado é $\Delta\omega_R = 120^\circ$. Dessa forma, o FPI é calculado uma vez com base nos ângulos dos fasores de tensão obtidos no fluxo de potência determinístico, e mais duas vezes com base nesses ângulos deslocados em 120° e 240° .

4.2.1 Verificação da Aplicabilidade

Para analisar a aplicabilidade do MICTI e verificar as melhorias propostas, o sistema IEEE 69-barras foi adotado como caso de estudo. A Figura 16 apresenta o diagrama unifilar dessa rede de $12,66 \text{ kV}$ composta por 68 barras de carga e uma subestação na barra 69. Maiores detalhes a respeito dos dados de carga e linha podem ser encontrados no Apêndice B, assim como em Das (2002). Com o intuito de considerar um caso de estudo com cargas desequilibradas, no presente trabalho a carga nominal do sistema é multiplicada por fatores iguais a 1,0, 0,8 e 1,2 nas fases A, B e C, respectivamente.

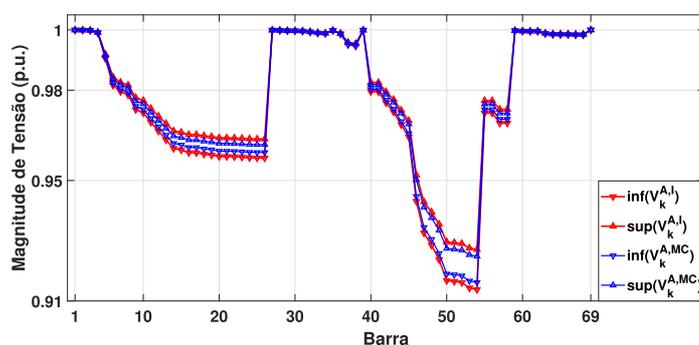
Figura 16 – Diagrama unifilar do sistema IEEE 69-barras.



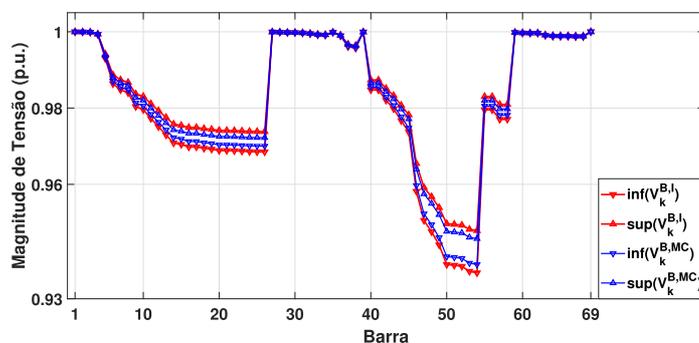
Fonte: Elaborado pelo autor.

A verificação da aplicabilidade da metodologia desenvolvida é realizada com base na comparação dos resultados obtidos com o MICTI e as faixas de valores atingidas com o método probabilístico de Monte Carlo. As Figuras 17 e 18 mostram, respectivamente, os intervalos de magnitude e fase das tensões trifásicas em cada barra para o sistema da Figura 16, considerando um nível de incerteza nas cargas de 5%. As curvas em vermelho representam os limites dos intervalos obtidos com o MICTI e as curvas em azul apontam os limites obtidos com a simulação de Monte Carlo.

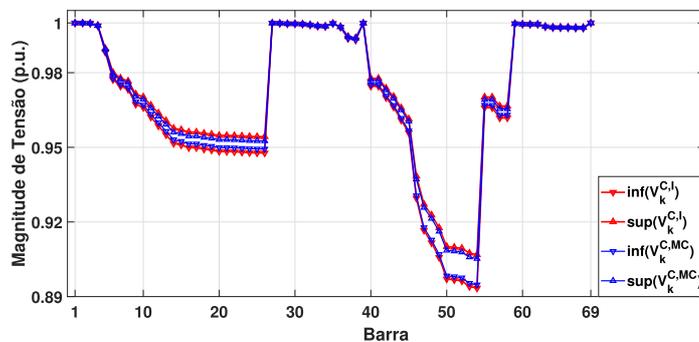
Figura 17 – Intervalos de magnitude das tensões obtidas com o MICTI (vermelho) e MC (azul) no sistema de distribuição IEEE 69-barras considerando 5% de incerteza na carga.



(a) $|V^A|$



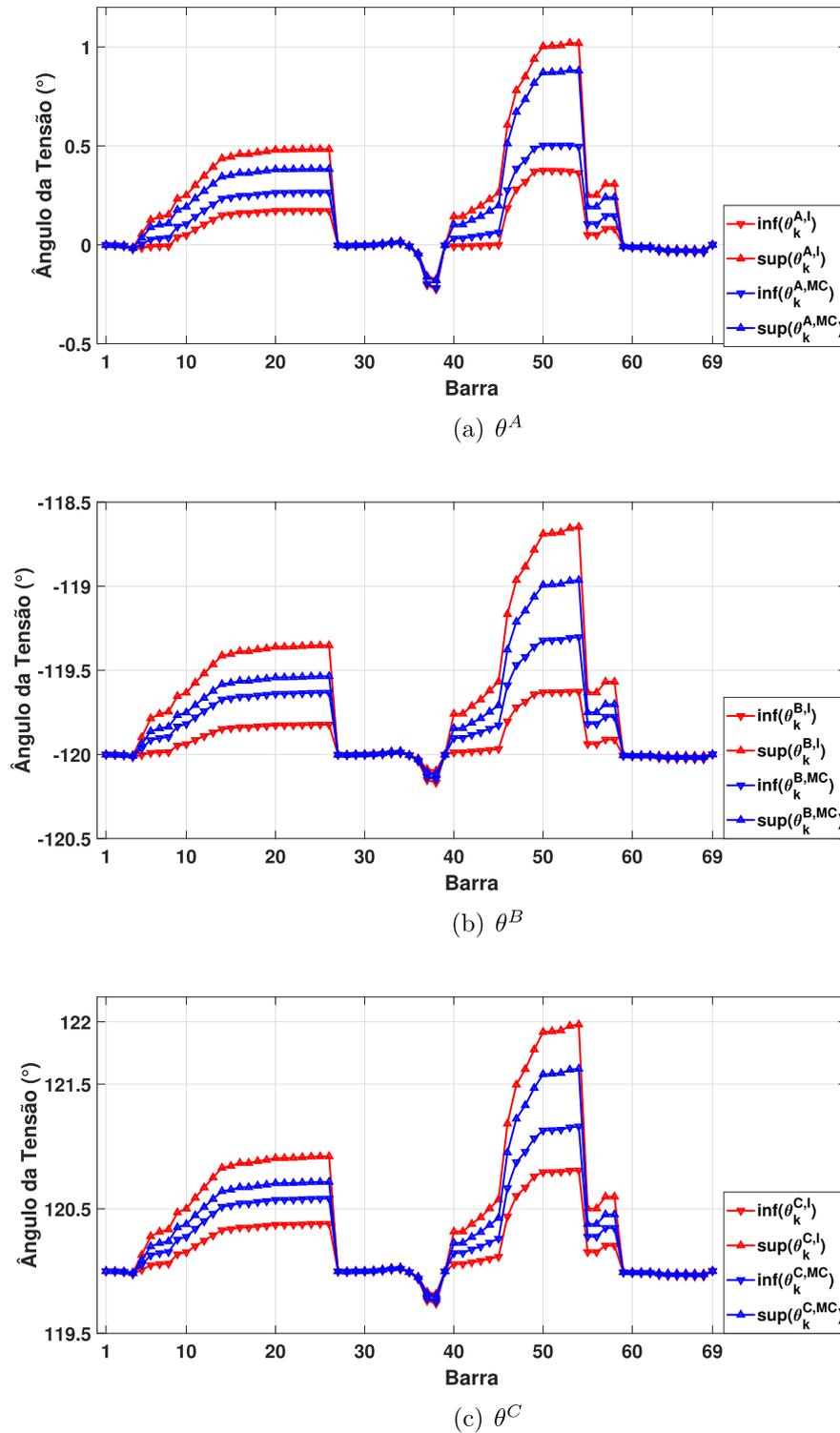
(b) $|V^B|$



(c) $|V^C|$

Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 18 – Intervalos de defasagem das tensões obtidas com o MICTI (vermelho) e MC (azul) no sistema de distribuição IEEE 69-barras considerando 5% de incerteza na carga.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Como pode ser observado nas Figuras 17 e 18, os intervalos obtidos com a metodologia desenvolvida englobam as faixas de possíveis soluções obtidas com a simulação de

Monte Carlo, sugerindo que o MICTI é aplicável no cálculo do fluxo de potência intervalar trifásico.

A seguir, ainda serão feitas análises quantitativas dos resultados obtidos com a metodologia desenvolvida, levando em conta comparações entre as formas de representação intervalares e a verificação da efetividade das melhorias propostas nas Subseções 3.2.1 e 3.2.2. Além disso, serão feitas análises minuciosas da aplicação do MICTI em diferentes sistemas elétricos de distribuição, contando ainda com avaliação da inclusão de unidades de GD em determinadas barras do sistema apresentado na Figura 16.

4.2.2 Análise Comparativa

O objetivo desta seção é comparar as tensões obtidas no cálculo do fluxo de potência intervalar levando em consideração as melhorias propostas e a representação das variáveis nas formas intervalar e afim (ou *affine*).

Para comparar os resultados intervalares, foram usados os índices de acomodação presentes em Leng et al. (2020). Basicamente, estes índices determinam os valores mínimo, máximo e médio da porcentagem de concordância entre uma resposta obtida com a metodologia intervalar aplicada e a solução intervalar verdadeira, representada pela faixa de valores obtidos com simulação de Monte Carlo. De um modo geral, esses índices de acomodação A_{min} , A_{max} e A , descritos pelas Equações (4.1), (4.2) e (4.3), levam em conta a porção de uma variável intervalar que engloba a solução verdadeira dessa variável.

$$A_{min} = \min \left(\frac{\omega(X_k^{MC})}{\omega(X_k^I)} \right) \cdot 100\% \quad (4.1)$$

$$A_{max} = \max \left(\frac{\omega(X_k^{MC})}{\omega(X_k^I)} \right) \cdot 100\% \quad (4.2)$$

$$A = \frac{\sum_{k=1}^n \omega(X_k^{MC})}{\sum_{k=1}^n \omega(X_k^I)} \cdot 100\% \quad (4.3)$$

em que $\omega(X_k^{MC})$ é o tamanho da faixa de valores obtida com a simulação de Monte Carlo para alguma variável na barra k e $\omega(X_k^I)$ é o tamanho dessa variável intervalar obtida com a aplicação de alguma metodologia intervalar. Quanto mais perto de 100%, mais próximos os intervalos obtidos com a metodologia desenvolvida estão da solução verdadeira.

Devido a propriedades inerentes à aritmética intervalar, espera-se que os intervalos obtidos como solução a partir de uma operação sofram efeitos de superestimação. Dessa forma, o desenvolvimento de novas metodologias intervalares sempre busca o uso de técnicas que reduzam esse efeito, com o objetivo de obter as menores soluções intervalares

que englobem a solução verdadeira, fazendo os índices de acomodação mais próximos a 100%.

Além da representação dos intervalos na forma convencional usando a aritmética intervalar (AI), também foi considerada a representação das variáveis intervalares na forma afim (AA). A principal vantagem da representação de uma variável intervalar na forma afim é a eliminação do problema de dependência nas operações intervalares, podendo evitar a superestimação dos resultados em vários casos.

O problema de dependência nas operações intervalares pode ser facilmente notado considerando uma variável intervalar $X = [-1,1]$ e realizando a operação $X - X$. É fácil perceber que a aplicação da aritmética intervalar tradicional resulta em $X - X = [-2,2]$ ao invés da solução exata $[0,0]$. Quando uma variável intervalar X é considerada na forma afim, é possível estabelecer uma correlação entre a própria variável, fazendo com que $X - X = [0,0]$.

Os índices A_{min} , A_{max} e A calculados para o sistema de distribuição IEEE 69-barras considerando diferentes abordagens e métodos intervalares são apresentados na Tabela 4. Nessa tabela, AI e AA descrevem os resultados considerando as variáveis representadas nas formas das aritméticas intervalar e afim sem aplicar nenhuma melhoria proposta; AI_{EI} e AA_{EI} representam o uso de extensões intervalares para essas mesmas formas de representação; e $MICTI_{AI}$ e $MICTI_{AA}$ descrevem o uso de todas as melhorias propostas nas Subseções 3.2.1 e 3.2.2, considerando as aritméticas intervalar e afim, respectivamente. A Tabela 5 apresenta os índices de acomodação para os ângulos das tensões. Em todos os casos, foi considerado um nível de incerteza na carga e geração de 5%.

Tabela 4 – Índices de acomodação mínimos A_{min} , máximos A_{max} e médio A considerando as magnitudes de tensão em cada fase para o sistema IEEE 69-barras com nível de incerteza de 5%.

Método	Fase A			Fase B			Fase C		
	A_{min}	A_{max}	A	A_{min}	A_{max}	A	A_{min}	A_{max}	A [b]
AI	16,91%	37,37%	26,87%	12,93%	28,54%	20,64%	19,09%	39,64%	28,14%
AA	34,58%	75,57%	50,87%	18,92%	41,73%	30,15%	27,99%	57,71%	41,15%
AI_{EI}	34,45%	75,56%	50,66%	18,86%	41,42%	30,03%	27,99%	57,71%	41,15%
AA_{EI}	34,56%	75,57%	50,82%	18,91%	41,67%	30,13%	27,99%	57,71%	41,15%
$MICTI_{AI}$	34,45%	75,56%	50,66%	31,92%	65,99%	47,50%	39,25%	78,53%	57,09%
$MICTI_{AA}$	34,56%	75,57%	50,82%	31,99%	66,00%	47,63%	39,38%	78,54%	57,10%

Fonte: Elaborado pelo autor.

Uma simples análise da Tabela 4 mostra que existe uma melhora gradual nos resultados com as aplicações das técnicas discutidas nas Seções 3.2.1 e 3.2.2. Com a aplicação do MICTI é possível observar um crescimento nos índices A_{min} , A_{max} e A nas três fases, considerando tanto a forma de representação AI quanto AA dos intervalos, o que evidencia que os resultados obtidos com a aplicação da metodologia proposta estão mais próximos da solução verdadeira.

Tabela 5 – Índices de acomodação mínimos A_{min} , máximos A_{max} e médio A considerando os ângulos de tensão em cada fase para o sistema IEEE 69-barras com nível de incerteza de 5%.

Método	Fase A			Fase B			Fase C		
	A_{min}	A_{max}	A	A_{min}	A_{max}	A	A_{min}	A_{max}	A [b]
AI	37,86%	75,43%	49,52%	20,64%	43,49%	27,18%	24,55%	58,70%	34,24%
AA	38,04%	75,45%	49,82%	20,74%	43,50%	27,31%	24,55%	58,70%	34,24%
AI _{EI}	37,92%	75,44%	49,62%	20,66%	43,49%	27,21%	24,55%	58,70%	34,24%
AA _{EI}	38,02%	75,45%	49,77%	20,72%	43,50%	27,29%	24,55%	58,70%	34,24%
MICTI _{AI}	37,92%	75,44%	49,62%	20,66%	43,49%	27,21%	24,55%	58,70%	34,24%
MICTI _{AA}	38,02%	75,45%	49,77%	20,72%	43,50%	27,29%	24,55%	58,70%	34,24%

Fonte: Elaborado pelo autor.

Além disso, a Tabela 4 mostra que a simples aplicação das extensões intervalares considerando a representação convencional da aritmética intervalar produz índices de acomodação muito próximos aos obtidos considerando a forma de representação da aritmética afim.

Também pode ser notado na Tabela 4 que os índices nas três fases estão mais próximos considerando a aplicação das extensões intervalares e da técnica de rotação angular no MICTI (duas últimas linhas), o que não ocorre nos casos anteriores. E embora os índices de acomodação obtidos para a fase A permaneçam praticamente inalterados com a aplicação da metodologia completa, existe uma melhora significativa nos resultados das fases B e C.

A Tabela 5 mostra que não existe mudança significativa nos índices considerando os ângulos das tensões trifásicas, independente da melhoria aplicada ou a forma de representação intervalar adotada. Por essa razão, todas as próximas avaliações serão realizadas apenas com base na magnitude das tensões.

Como mencionado no início da Seção 4.2, foi considerado $\omega_R = 120^\circ$ na aplicação da técnica de rotação angular. Foi observado que para valores de ω_R iguais a 120° , 60° ou 30° as soluções não apresentam mudanças significativas. Além disso, resultados considerando $\omega_R = 180^\circ$ são praticamente idênticos aos resultados de quando a técnica não é aplicada. Portanto, para evitar esforço computacional desnecessário e garantir bons resultados, é indicado que seja adotado $\omega_R = 120^\circ$.

A Tabela 6 mostra os valores correspondentes à média e desvio padrão relacionados ao tempo computacional demandado nas 100000 simulações de Monte Carlo e no cálculo do fluxo de potência intervalar trifásico considerando a aplicação das melhorias e a representação nas formas AI e AA, já apresentadas nas Tabelas 4 e 5. O fluxo de potência do sistema de distribuição IEEE 69-barras foi calculado 10 vezes para cada abordagem, considerando um nível de incerteza na carga de 5%.

Pode ser observado que, de maneira geral, a representação das variáveis intervalares

Tabela 6 – Tempo médio gasto no cálculo do fluxo de potência intervalar do sistema IEEE 69-barras considerando nível de incerteza de carga de 5%.

Método	Tempo Médio (s)	Desvio Padrão (s)
MC	2322,13	7,13
AI	9,06	0,04
AA	967,71	27,92
AI_{EI}	27,79	0,27
AA_{EI}	701,08	15,11
$MICTI_{AI}$	40,01	0,59
$MICTI_{AA}$	1808,09	21,01

Fonte: Elaborado pelo autor.

na forma convencional (AI) necessita de um esforço computacional significativamente menor em relação à simulação de Monte Carlo (MC) e à forma de representação AA. Ainda, a aplicação do MICTI considerando a representação na forma AA leva em média cerca de 45 vezes mais tempo do que a forma AI. Quando comparada com a simulação de Monte Carlo, $MICTI_{AI}$ leva por volta de 58 vezes menos tempo.

Outro ponto relacionado à Tabela 6 é que o uso de extensões intervalares considerando a representação dos intervalos na forma AA (representado por AA_{EI}) faz com que o fluxo de potência intervalar convirja com menos iterações para obter praticamente os mesmos resultados.

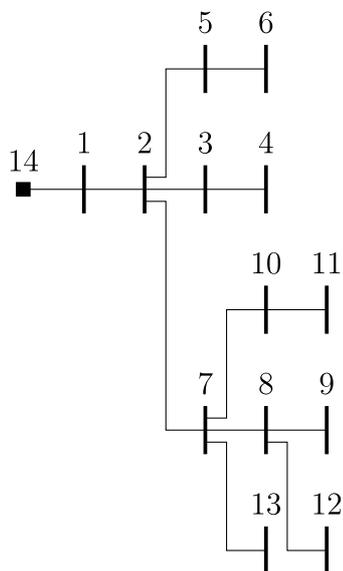
A proximidade entre os resultados obtidos com o $MICTI_{AA}$ e o $MICTI_{AI}$, apresentados na Tabela 4, associada à diferença significativa no tempo computacional dessas abordagens, mostrada na Tabela 6, são fatores determinantes para definir que a aplicação do MICTI considerando a representação dos intervalos na forma convencional da aritmética intervalar é mais vantajosa em relação aos outros métodos tratados no trabalho. Dessa forma, os resultados das próximas avaliações levarão em conta a aplicação da metodologia desenvolvida considerando a representação AI, sendo representada simplesmente por MICTI.

4.2.3 Análise da Metodologia MICTI

A avaliação da aplicação do MICTI é realizada considerando diferente níveis de incerteza associada à variação de carga em três sistemas de distribuição trifásicos: além do IEEE 69-barras (Fig. 16), descrito no Apêndice C, também foram estudados o sistema IEEE 13-barras, representado pela Figura 19, modificado a partir de William H Kersting (1991) e descrito no Apêndice D e o sistema IEEE 33-barras, representado na Figura 20, minuciosamente detalhado em Melo, Pereira et al. (2017), assim como no Apêndice E. Vale mencionar que a modificação do sistema IEEE 13-barras se dá por meio da inserção de uma barra de passagem, que, apesar de não afetar significativamente as características

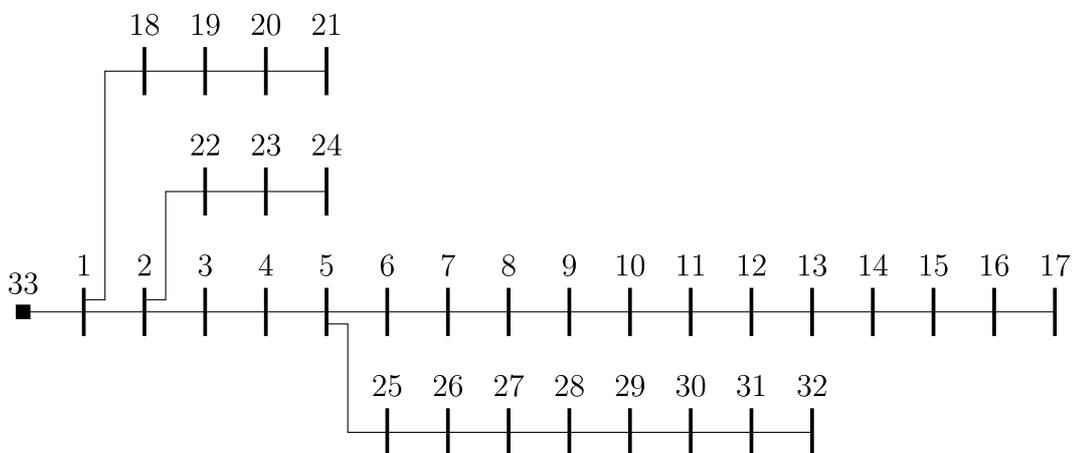
básicas do sistema, aumenta seu número de barras para quatorze.

Figura 19 – Diagrama unifilar do sistema IEEE 13-barras.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 20 – Diagrama unifilar do sistema IEEE 33-barras.



Fonte: Elaborado pelo autor.

A Tabela 7 apresenta uma análise completa do comportamento dos índices de acomodação A_{min} , A_{max} e A , com respeito à magnitude das tensões dos sistemas de distribuição estudados, mediante a aplicação do MICTI sob diferentes níveis de variação de carga. A análise é feita para as três fases e os níveis de incerteza de carga considerados são 5%, 7%, 10% e 15%.

O fato de um mesmo índice de acomodação não apresentar variação significativa com o aumento do nível de incerteza na carga indica que os intervalos obtidos com o MICTI variam praticamente na mesma proporção da solução verdadeira, o que sugere que

Tabela 7 – Índices de acomodação mínimos A_{min} , máximos A_{max} e médio A considerando a magnitude de tensão em cada fase dos sistemas de distribuição.

Sistema	Var. Carga	Fase A			Fase B			Fase C		
		A_{min}	A_{max}	A	A_{min}	A_{max}	A	A_{min}	A_{max}	A
IEEE 13	5%	50,34%	54,48%	51,10%	39,46%	40,84%	40,00%	48,76%	51,78%	49,50%
	7%	50,69%	55,23%	51,59%	40,58%	42,14%	41,25%	48,76%	51,86%	49,39%
	10%	48,93%	53,28%	49,95%	38,88%	40,86%	39,62%	47,96%	51,22%	48,78%
	15%	52,00%	56,68%	53,10%	44,58%	46,58%	45,43%	52,44%	54,95%	53,17%
IEEE 33	5%	41,56%	88,91%	53,41%	36,49%	43,30%	39,12%	37,02%	50,71%	44,55%
	7%	42,36%	86,75%	54,40%	33,81%	42,98%	38,18%	33,83%	50,85%	43,68%
	10%	44,42%	86,55%	53,32%	32,76%	40,77%	36,20%	35,59%	54,65%	46,81%
	15%	43,57%	86,21%	53,51%	30,63%	40,07%	35,18%	33,62%	52,17%	44,78%
IEEE 69	5%	34,45%	75,56%	50,66%	31,92%	65,99%	47,50%	39,25%	78,53%	57,09%
	7%	34,14%	72,31%	50,18%	34,41%	68,28%	46,59%	36,73%	76,45%	57,29%
	10%	35,09%	70,40%	50,48%	33,02%	69,08%	46,91%	37,26%	77,67%	57,43%
	15%	34,88%	71,35%	50,20%	33,44%	67,10%	46,26%	36,62%	76,44%	57,69%

Fonte: Elaborado pelo autor.

o aumento do nível de incerteza na carga não resulta em superestimação significativa nas magnitudes de tensão intervalares em nenhum dos sistemas estudados.

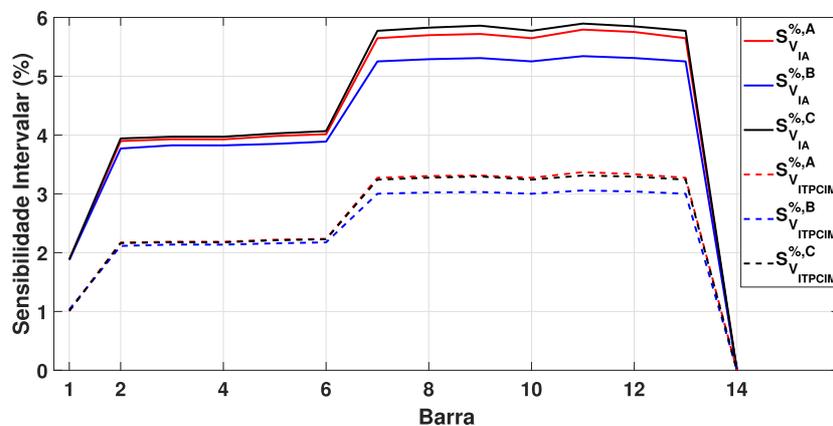
Embora os resultados apresentados na Tabela 7 sejam interessantes para avaliar o comportamento do MICTI em vista da variação da carga, não é possível quantificar precisamente o tamanho dos intervalos obtidos com a metodologia desenvolvida. Para que isso seja feito, opta-se por realizar a análise de sensibilidade intervalar de tensão, executada na Subseção 4.1 e descrita pela Equação 3.11. Como já mencionado, essa avaliação complementar relaciona o tamanho do intervalo de tensão resultante em uma dada barra k com seu valor determinístico, obtido no fluxo de potência sem variação de carga. Ainda, a sensibilidade intervalar de tensão indica quais barras do sistema são mais ou menos sensíveis às variações as quais estão sujeitas.

Com base na Equação (3.11), quanto maior a sensibilidade intervalar de tensão $S_{V_k}^{\%,s}$, maior é o tamanho do intervalo com relação à variável determinística representada. Portanto, é interessante que $S_{V_k}^{\%,s}$ seja o menor possível.

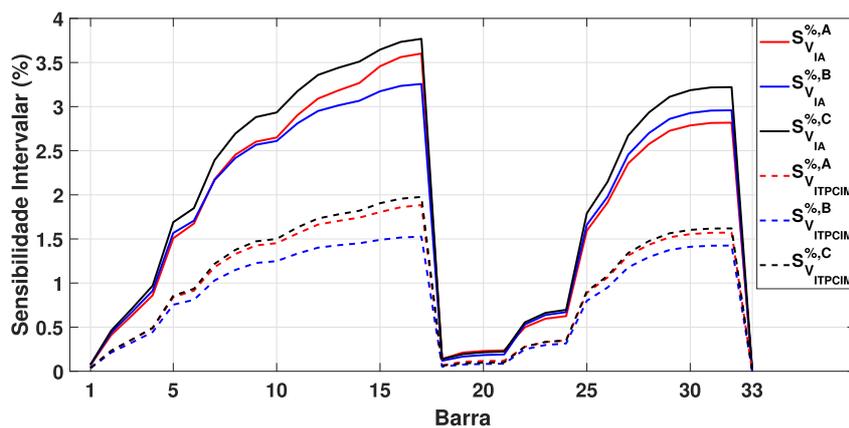
A Figura 21 mostra a sensibilidade intervalar de tensão entre resultados obtidos com o cálculo do fluxo de potência intervalar através da aplicação da aritmética intervalar convencional e a metodologia MICTI nos três sistemas de distribuição, considerando variação de carga de 5%. As linhas contínuas denotadas por $S_{V_{IA}}^{\%,s}$ representam a aplicação da aritmética intervalar convencional, enquanto as linhas pontilhadas correspondem à sensibilidade intervalar de tensão através do MICTI, sendo denotadas por $S_{V_{ITPCIM}}^{\%,s}$, em que $s = A, B, C$.

Como apresentado na Figura 21, com a aplicação do MICTI existe uma queda considerável na sensibilidade intervalar de tensão nos três sistemas de distribuição analisados. Para algumas fases de certos sistemas, essa redução é maior do que 50%, indicando que o tamanho do intervalo foi reduzido, na maioria dos casos, pela metade com as melhorias propostas na metodologia.

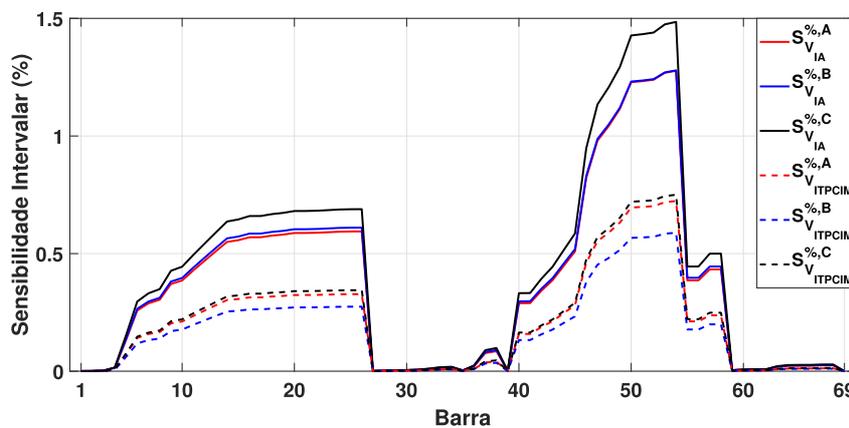
Figura 21 – Sensibilidade intervalar de tensão $S_{V_k}^{\%,s}$ obtida com a aritmética intervalar convencional (linhas contínuas) e MICTI (linhas pontilhadas), considerando 5% de incerteza nas cargas.



(a) IEEE 13-barras



(b) IEEE 33-barras



(c) IEEE 69-barras

Fonte: Elaborado pelo autor.

Portanto, a análise da Figura 21 e da Tabela 4 sugerem que o uso das extensões

intervalares e a aplicação da técnica de rotação angular não somente reduzem o tamanho dos intervalos obtidos, como também aumentam a porção do intervalo que corresponde à solução verdadeira.

Para uma análise mais completa, a Tabela 8 mostra os valores máximo ($S_{V_{max}}\%$) e médio ($S_{V_{avg}}$) da sensibilidade intervalar de tensão para os mesmos três sistemas estudados, considerando as três fases e os mesmos níveis de incerteza associados à carga.

Tabela 8 – Sensibilidade intervalar de tensão máxima $S_{V_{max}}\%$ e média $S_{V_{avg}}$ em sistemas de distribuição com diferentes níveis de incerteza.

Sistema	Incerteza	Fase A		Fase B		Fase C	
		$S_{V_{max}}\%$	$S_{V_{avg}}$	$S_{V_{max}}\%$	$S_{V_{avg}}$	$S_{V_{max}}\%$	$S_{V_{avg}}$
IEEE 13	5%	3,37%	2,51%	3,06%	2,35%	3,31%	2,49%
	7%	4,72%	3,51%	4,28%	3,29%	4,64%	3,49%
	10%	6,73%	5,02%	6,11%	4,70%	6,62%	4,98%
	15%	10,09%	7,52%	9,16%	7,05%	9,91%	7,46%
IEEE 33	5%	2,08%	1,04%	1,47%	0,84%	1,93%	1,02%
	7%	2,91%	1,45%	2,11%	1,20%	2,71%	1,43%
	10%	4,16%	2,08%	3,13%	1,78%	3,88%	2,04%
	15%	6,25%	3,13%	5,04%	2,86%	5,84%	3,07%
IEEE 69	5%	0,72%	0,20%	0,59%	0,17%	0,75%	0,21%
	7%	1,02%	0,29%	0,83%	0,24%	1,05%	0,30%
	10%	1,46%	0,41%	1,19%	0,34%	1,50%	0,42%
	15%	2,20%	0,62%	1,80%	0,51%	2,25%	0,64%

Fonte: Elaborado pelo autor.

Através da análise da Tabela 8 é possível verificar em todos os sistemas estudados que à medida em que o nível de incerteza na carga aumenta, existe um aumento no tamanho do intervalo de tensão, e, conseqüentemente, na sensibilidade intervalar de tensão. No entanto, esse aumento no tamanho dos intervalos obtidos com o MICTI segue o crescimento da faixa de valores que representam a solução verdadeira, como mostra a Tabela 7.

O índice $S_{V_{avg}}$ também aponta qual dos sistemas de distribuição possui barras sujeitas à maiores variações de tensão em uma dada fase mediante alterações de carga. Dessa forma, uma simples análise da Tabela 8 indica que as tensões no sistema de 13 barras estão sujeitas a sofrerem maiores variações diante de alterações nas cargas do que os sistemas de 33 e 69 barras.

4.2.4 Investigação de Critério de Parada para as Simulações de Monte Carlo

Foi investigada a implementação de um critério de parada para as simulações de Monte Carlo, de modo a otimizar a aplicação do método. O critério adotado se baseia na estagnação das soluções encontradas, de modo que o maior desvio padrão das tensões de cada barra, em cada uma das fases (ou neutro) seja analisado. Quando a diferença entre os últimos n valores armazenados for menor que uma tolerância τ_{MC} previamente

estabelecida, entende-se que há um indício da possibilidade de estabilidade na solução, uma vez que as tensões encontradas não apresentaram variação significativa nas últimas n simulações.

A Tabela 9 apresenta o número médio e o desvio padrão de simulações necessárias para que o critério de parada seja atingido, considerando a tolerância $\tau_{MC} = 1 \times 10^{-6}$ e o número de análises do desvio padrão n sendo 10 e 100. Para cada combinação, foram feitas dez simulações considerando um nível de incerteza na carga de 5% dos sistemas IEEE 13, 33 e 69-barras.

Tabela 9 – Número médio de simulações necessárias para que seja atingido o critério de parada estudado na aplicação de Monte Carlo considerando nível de incerteza de carga de 5% e $\tau_{MC} = 1 \times 10^{-6}$.

Sistema	n	Média de Simulações	Desvio Padrão
IEEE 13-barras	10	2756,7	591,4
	100	18303,8	1223,6
IEEE 33-barras	10	2454,5	258,9
	100	13585,2	1022,6
IEEE 69-barras	10	1916,2	497,5
	100	7646,5	983,6

Fonte: Elaborado pelo autor.

Pode ser verificado na Tabela 9 que o sistema IEEE 69-barras atinge o critério de parada com menos simulações em relação aos demais. O tempo gasto na convergência do critério de parada para as simulações de Monte Carlo nesse sistema é de aproximadamente 42,32 e 176,44 segundos para n sendo a 10 e 100, respectivamente. Enquanto isso, como pode ser visto na Tabela 6, o MICTI leva cerca de 40,01 segundos para ser calculado.

Embora o critério de parada adotado apresente resultados satisfatórios em comparação com as soluções encontradas com a adoção de um número fixo de simulações de Monte Carlo, é importante que seja levado em conta que os fatores previamente estabelecidos interferem significativamente nos resultados obtidos, como é o caso da tolerância adotada τ e do número de simulações n utilizado para analisar os últimos valores armazenados de desvio padrão. Por exemplo, a análise da Tabela 9 permite verificar que considerando uma tolerância $\tau_{MC} = 10^{-6}$ para o sistema IEEE 13-barras, o critério de parada é atingido com uma média de 2756,7 simulações quando são analisados os últimos $n = 10$ valores de desvio padrão armazenados, enquanto na análise dos últimos $n = 100$ valores, são necessárias em média 18303,8 simulações para que a tolerância seja atingida. Um comportamento semelhante pode ser observado para os demais sistemas analisados.

Além disso, de acordo com o sistema e dos parâmetros adotados, existe a possibilidade de que o critério de parada não seja atingido ou de que seja necessário um número de simulações muito grande para cumprir os requisitos de estabilidade da solução. É o caso dos três sistemas em análise quando adota-se $\tau_{MC} \leq 10^{-9}$, por exemplo.

Outro ponto de destaque a ser levado em conta se refere ao fato de que a grande maioria dos trabalhos encontrados na literatura que utilizam da simulação de Monte Carlo para obter soluções intervalares no fluxo de potência não adota metodologias de implementação de critérios de parada. Grande parte desses trabalhos definem o número de simulações de Monte Carlo baseado no objetivo de adquirir uma quantidade abrangente de soluções, de modo a aproximar as faixas de valores encontradas pelo MC com o que seria a solução verdadeira do cálculo.

Dessa forma, como neste trabalho o tempo computacional gasto nessas simulações adicionais não representa grande contribuição nas conclusões atingidas com as metodologias desenvolvidas, a partir dos argumentos levantados e com o objetivo de garantir resultados mais conservadores, de acordo com a literatura e próximos da solução verdadeira, opta-se pela adoção de uma quantidade significativa de cem mil simulações de Monte Carlo.

4.2.5 Estudo de Caso com Geração Distribuída Não Despachável

O objetivo desse estudo de caso é analisar o impacto da inserção de GD não despachável na implementação do MICTI. Para isso, novamente o sistema IEEE 69-barras (Fig. 16) será analisado, considerando que unidades de GD sejam inseridas no final de seus dois maiores ramos, mais precisamente nas barras 26 e 54. O valor nominal da geração trifásica de potência ativa de uma unidade de GD foi considerado igual à potência ativa nominal demandada na barra em que a unidade está localizada.

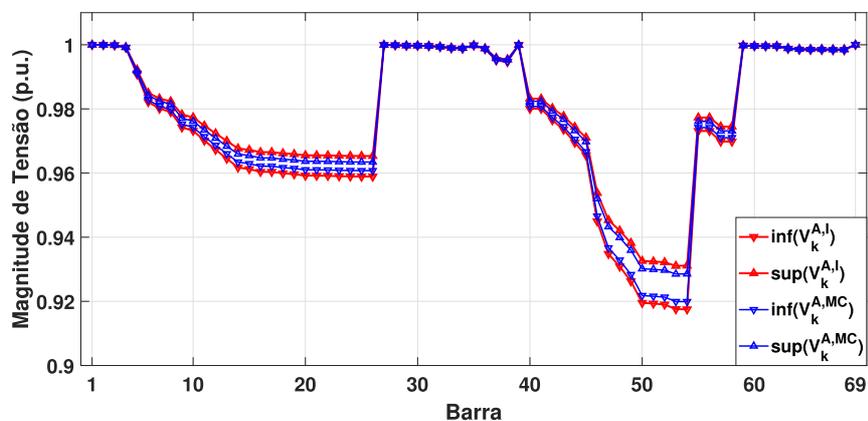
Com o intuito de verificar a aplicabilidade da metodologia considerando a inserção de unidades de GD não despacháveis, os resultados obtidos com a aplicação do MICTI são também comparados com as faixas de valores obtidas com a simulação de Monte Carlo. As Figuras 22 e 23 mostram, respectivamente, os intervalos de magnitude e ângulo das tensões trifásicas em cada barra do sistema IEEE 69-barras, considerando um nível de incerteza de 5% na carga e geração. As curvas vermelhas representam os limites dos intervalos obtidos com MICTI e as azuis denotam os limites obtidos com a simulação de Monte Carlo.

Como pode ser visto nas Figuras 22 e 23, os intervalos obtidos com o MICTI envolvem os possíveis resultados obtidos com a simulação de Monte Carlo, sugerindo que a metodologia desenvolvida é aplicável no cálculo do fluxo de potência trifásico intervalar considerando a inserção de unidades de geração distribuída não despachável.

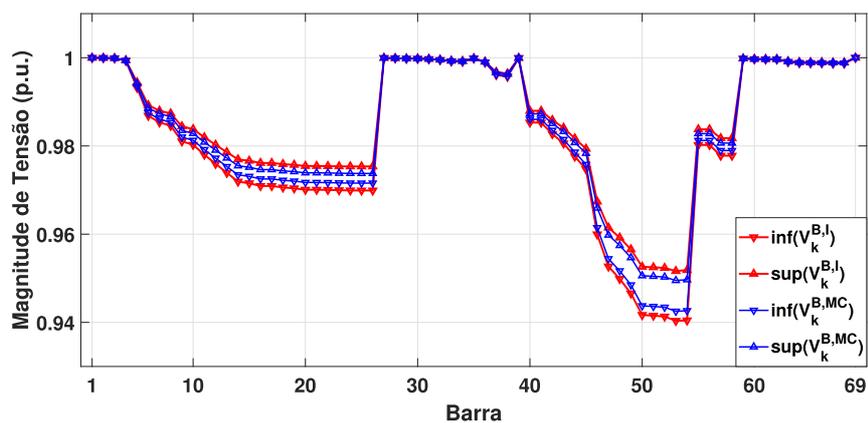
Para uma análise mais completa dos casos com a inserção de unidades GD no sistema IEEE 69-barras, o índice de acomodação A e a sensibilidade intervalar de tensão $S_{V_k}^{\%,s}$ são calculados e mostrados nas Tabelas 10 e 11. As análises são realizadas para as três fases e os níveis de incerteza considerados são os mesmos já explorados anteriormente, considerando agora carga e geração.

A análise da Tabela 10 mostra, mais uma vez, que o mesmo índice de acomodação

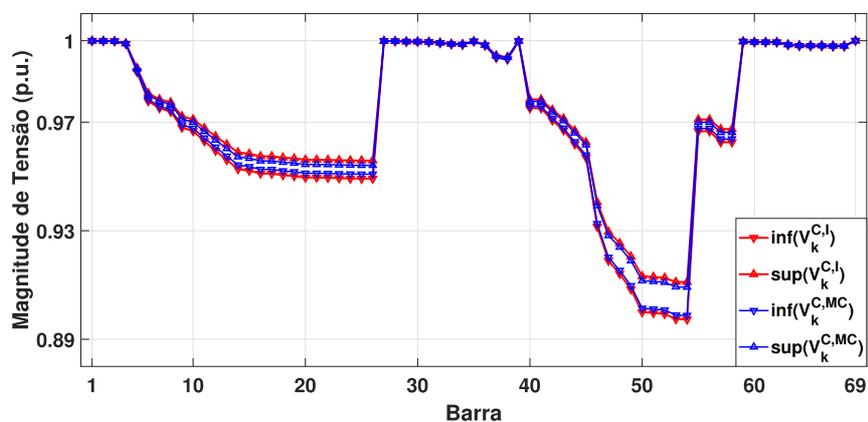
Figura 22 – Intervalos de magnitudes de tensão obtidos com MICTI (vermelho) e Monte Carlo (azul) no sistema IEEE 69-barras modificado, para 5% de incerteza na carga e geração.



(a) $|V^A|$



(b) $|V^B|$

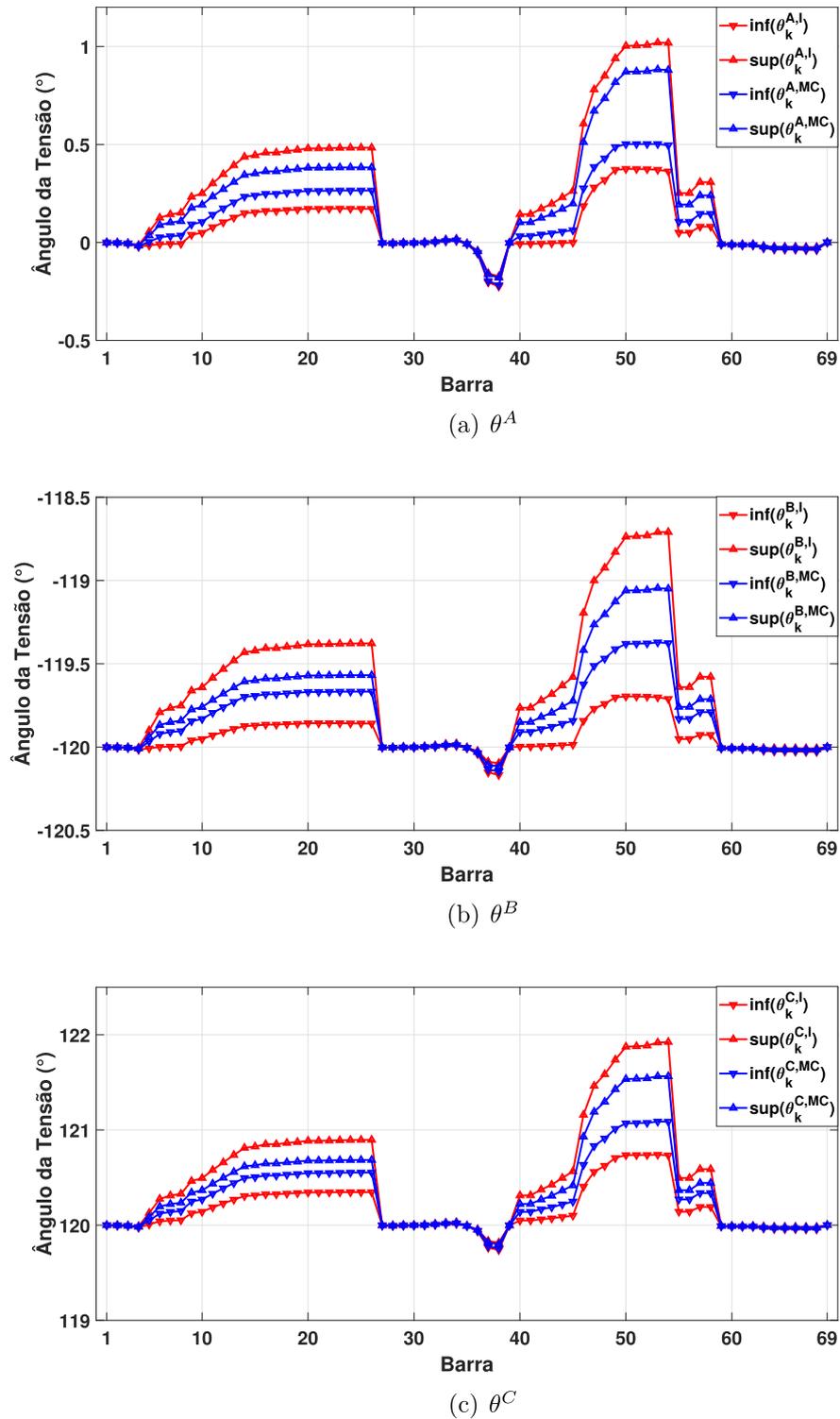


(c) $|V^C|$

Fonte: Elaborado pelo autor.

não sofre variação significativa com o aumento do nível de incerteza na carga e geração, o que indica que os intervalos obtidos com o MICTI para o sistema IEEE 69-barras variam

Figura 23 – Intervalos de ângulos de tensão obtidos com MICTI (vermelho) e Monte Carlo (azul) no sistema IEEE 69-barras modificado, para 5% de incerteza na carga e geração.



Fonte: Elaborado pelo autor.

praticamente na mesma proporção da solução verdadeira, sugerindo que o aumento do nível de incerteza da carga e geração não resultam em superestimação significativa nas

Tabela 10 – Índices de acomodação considerando a magnitude de tensão em cada fase do sistema IEEE 69-barras com unidades de GD alocadas nas barras 26 e 54.

Incerteza	Fase A			Fase B			Fase C		
	A_{min}	A_{max}	A	A_{min}	A_{max}	A	A_{min}	A_{max}	A
5%	36,68%	73,12%	50,57%	34,95%	67,13%	48,24%	37,58%	76,75%	56,85%
7%	35,86%	72,12%	49,77%	32,38%	69,13%	46,69%	35,36%	75,95%	55,16%
10%	34,50%	72,61%	49,51%	32,35%	66,90%	46,21%	38,95%	74,91%	55,83%
15%	34,61%	70,42%	49,48%	34,24%	73,62%	47,67%	37,91%	76,95%	56,02%

Fonte: Elaborado pelo autor.

magnitudes de tensão obtidas com a metodologia desenvolvida. Ainda, pode ser notado que os índices calculados considerando as unidades de GD não despacháveis possuem magnitudes próximas aos apresentados na Tabela 4, calculados desconsiderando a inserção de geração distribuída.

Os valores de sensibilidade intervalar de tensão indicados pela Tabela 11 seguem o mesmo padrão de quando as unidades GD não são consideradas nos cálculos. Aqui também é possível verificar que à medida em que o nível de incerteza na carga e geração aumenta, existe também um aumento no tamanho dos intervalos de tensão e, conseqüentemente, na sensibilidade intervalar de tensão.

Tabela 11 – Sensibilidades intervalares de tensão máxima $S_{V_{max}}\%$ e média $S_{V_{avg}}$ considerando a magnitude de tensão em cada fase do sistema IEEE 69-barras com unidades de GD alocadas nas barras 26 e 54.

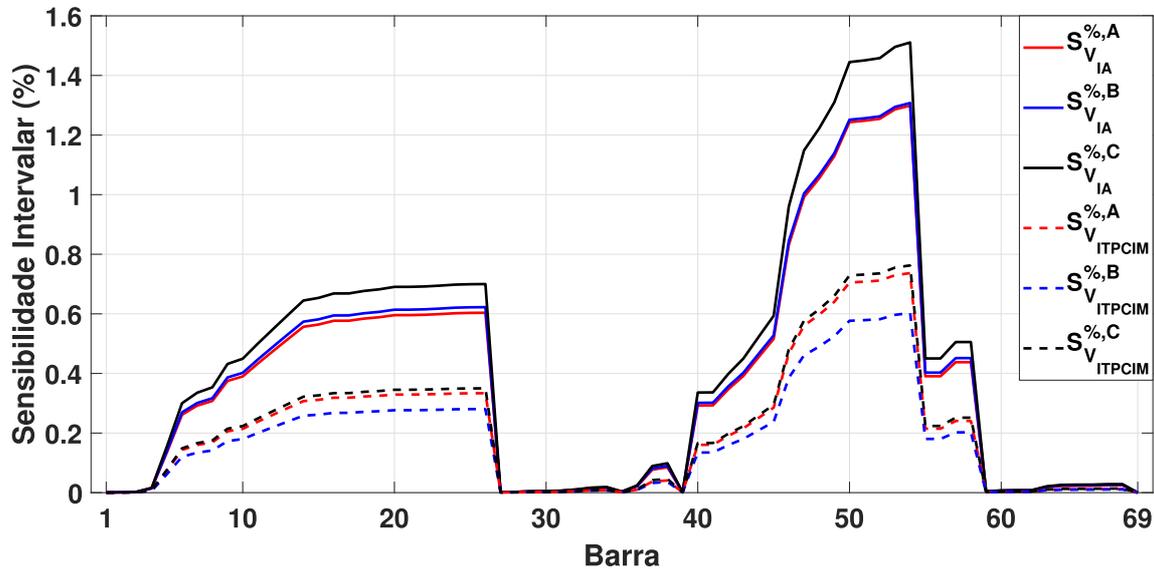
Incerteza	Fase A		Fase B		Fase C	
	$S_{V_{max}}\%$	$S_{V_{avg}}$	$S_{V_{max}}\%$	$S_{V_{avg}}$	$S_{V_{max}}\%$	$S_{V_{avg}}$
5%	0,74%	0,21%	0,60%	0,17%	0,76%	0,21%
7%	1,04%	0,29%	0,85%	0,24%	1,07%	0,30%
10%	1,49%	0,42%	1,22%	0,35%	1,53%	0,43%
15%	2,24%	0,63%	1,84%	0,52%	2,29%	0,64%

Fonte: Elaborado pelo autor.

A Figura 24 mostra que a aplicação das melhorias propostas com o MICTI no sistema de distribuição IEEE 69-barras também reduz consideravelmente a sensibilidade intervalar de tensão, indicando uma redução significativa no tamanho dos intervalos obtidos.

É importante mencionar que a inserção de unidades de geração distribuída não despacháveis foi testada em diferentes localizações e para diferentes quantidades de geração de potência ativa, não somente para o sistema IEEE 69-barras mas também para os outros sistemas de distribuição estudados no trabalho. Em todas as análises, a implementação do método MICTI é relevante e não há disparidade significativa dos resultados obtidos.

Figura 24 – Sensibilidade intervalar de tensão $S_{V_k}^{\%,s}$ obtida com a aritmética intervalar convencional (linhas contínuas) e MICTI (linhas pontilhadas) no sistema IEEE 69-barras, considerando unidades de GD nas barras 26 e 54 e incertezas de 5% na carga e geração.



Fonte: Elaborado pelo autor.

4.2.6 Estudo de Caso com Geração Distribuída Despachável - Modelagem de barras PV com limite de reativos

Nesse estudo de caso procura-se fazer a implementação do controle de tensão via injeção de reativos através da análise da inserção de GD despachável na implementação do MICTI. Aqui, será considerada a inserção de GD na barra 20 do sistema IEEE 69-barras (Fig. 16), sendo esta modelada como barra PV. Neste caso, a tensão da barra é controlada através da geração de potência reativa, desde que respeitados os limites físicos do gerador, e o valor nominal da geração trifásica de potência ativa de uma unidade GD também é considerado igual à potência ativa nominal demandada da barra em que a unidade está localizada.

Nos casos considerados, o limite de reativos foi incorporado ao fluxo de potência através da verificação a cada iteração da geração de potência reativa em cada unidade geradora. Caso algum limite tenha sido excedido em uma determinada iteração, a barra passa a ser modelada como PQ momentaneamente com o intuito de se reespecificar a tensão controlada no terminal da barra. Dessa forma, o fluxo de potência apenas converge quando a quantidade de potência reativa gerada estiver compreendida entre os valores mínimo e máximo de geração.

No estudo de caso em análise, para que fossem obtidas tensões de 1 p.u. na barra controlada, observou-se que os geradores precisariam ultrapassar 0,2 p.u.. Portanto, foram

definidos os limites mínimo e máximo como $-0,3 p.u.$ e $0,3 p.u.$, respectivamente.

A verificação da aplicabilidade do MICTI considerando a inserção de unidades despacháveis de GD também é feita através da comparação entre a solução obtida com a aplicação do MICTI e as faixas de valores resultantes da simulação de Monte Carlo. As Figuras 25 e 26 mostram, respectivamente, os intervalos de magnitude e ângulo das tensões trifásicas em cada barra do sistema IEEE 69-barras, considerando um nível de incerteza de 5% na carga e geração. As curvas em vermelho representam os limites dos intervalos obtidos com MICTI e as curvas em azul mostram os limites obtidos com a simulação de Monte Carlo.

A análise das Figuras 25 e 26 permite a confirmação de que o MICTI é aplicável no cálculo do fluxo de potência trifásico intervalar considerando a inserção de barras com controle de tensão, uma vez que a solução resultante com o MICTI engloba os possíveis resultados obtidos com a simulação de Monte Carlo.

Nesse estudo de caso também são calculados o índice de acomodação A e a sensibilidade intervalar de tensão $S_{V_k}^{\%,s}$. Os resultados dessas análises para as três fases sob os mesmos níveis de incerteza considerados anteriormente podem ser vistos nas Tabelas 12 e 13.

Tabela 12 – Índices de acomodação considerando a magnitude de tensão em cada fase do sistema IEEE 69-barras com unidades de GD alocadas nas barras 26 e 54.

Incerteza	Fase A			Fase B			Fase C		
	A_{min}	A_{max}	A	A_{min}	A_{max}	A	A_{min}	A_{max}	A
5%	29,37%	79,13%	58,98%	20,36%	62,22%	40,47%	27,93%	68,79%	51,85%
7%	29,25%	76,76%	58,01%	20,59%	64,33%	37,83%	27,45%	70,90%	52,89%
10%	28,38%	77,04%	58,85%	18,07%	62,51%	40,27%	28,14%	68,97%	52,88%
15%	28,94%	78,41%	59,86%	17,56%	64,51%	39,73%	26,12%	70,98%	53,33%

Fonte: Elaborado pelo autor.

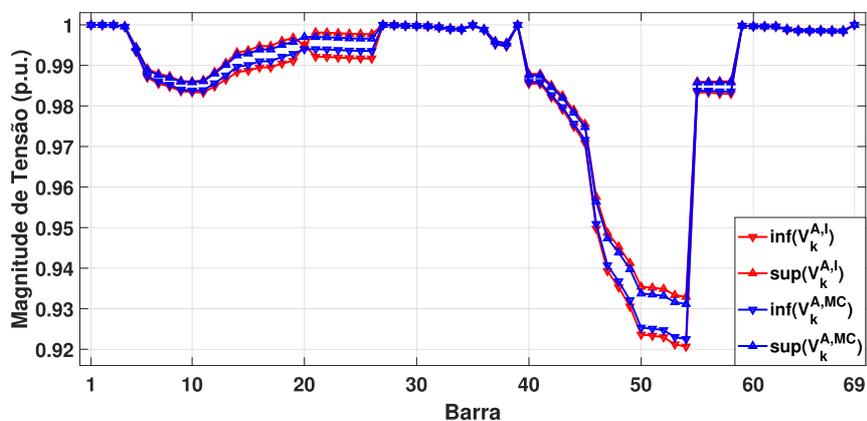
Tabela 13 – Sensibilidades intervalares de tensão máxima $S_{V_{max}}^{\%}$ e média $S_{V_{avg}}$ considerando a magnitude de tensão em cada fase do sistema IEEE 69-barras com unidades de GD alocadas nas barras 26 e 54.

Incerteza	Fase A		Fase B		Fase C	
	$S_{V_{max}}^{\%}$	$S_{V_{avg}}$	$S_{V_{max}}^{\%}$	$S_{V_{avg}}$	$S_{V_{max}}^{\%}$	$S_{V_{avg}}$
5%	0,66%	0,17%	0,77%	0,19%	0,87%	0,25%
7%	0,92%	0,24%	1,07%	0,27%	1,21%	0,34%
10%	1,32%	0,34%	1,52%	0,38%	1,72%	0,48%
15%	1,99%	0,50%	2,29%	0,56%	2,57%	0,71%

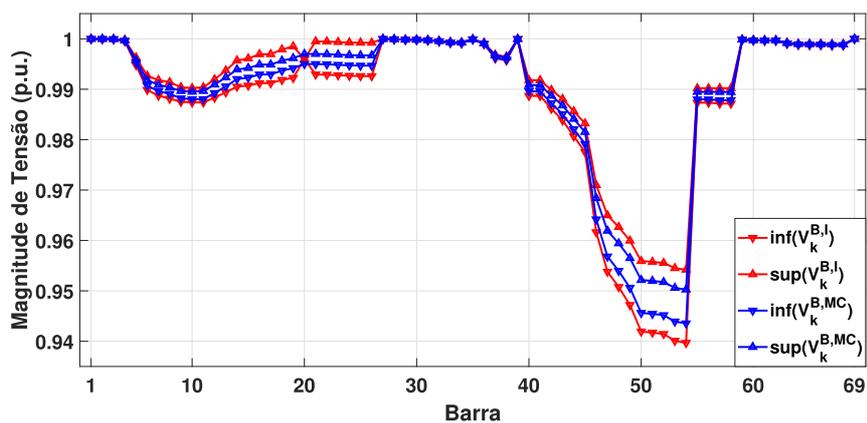
Fonte: Elaborado pelo autor.

Mais uma vez, como pode ser visto na Tabela 12, a metodologia intervalar desenvolvida se mostra consistente também quando é considerado o controle de tensão, uma vez que o mesmo índice de acomodação não sofre variação significativa com o aumento do

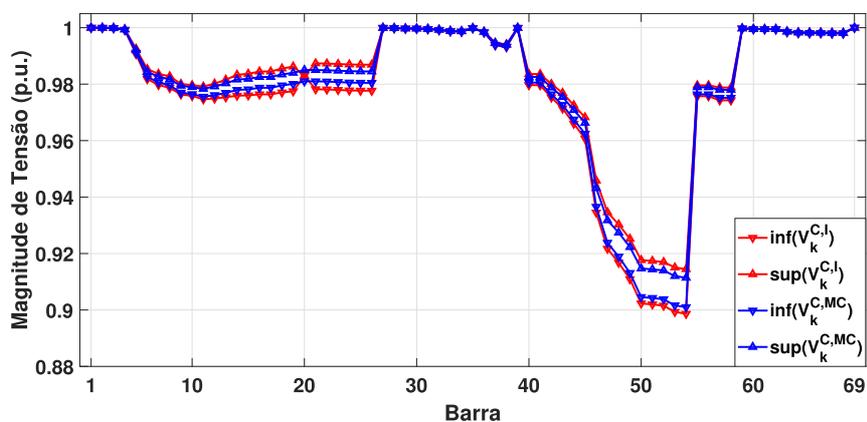
Figura 25 – Intervalos de magnitudes de tensão obtidos com MICTI (vermelho) e Monte Carlo (azul) no sistema IEEE 69-barras modificado, para 5% de incerteza na carga e geração.



(a) $|V^A|$



(b) $|V^B|$

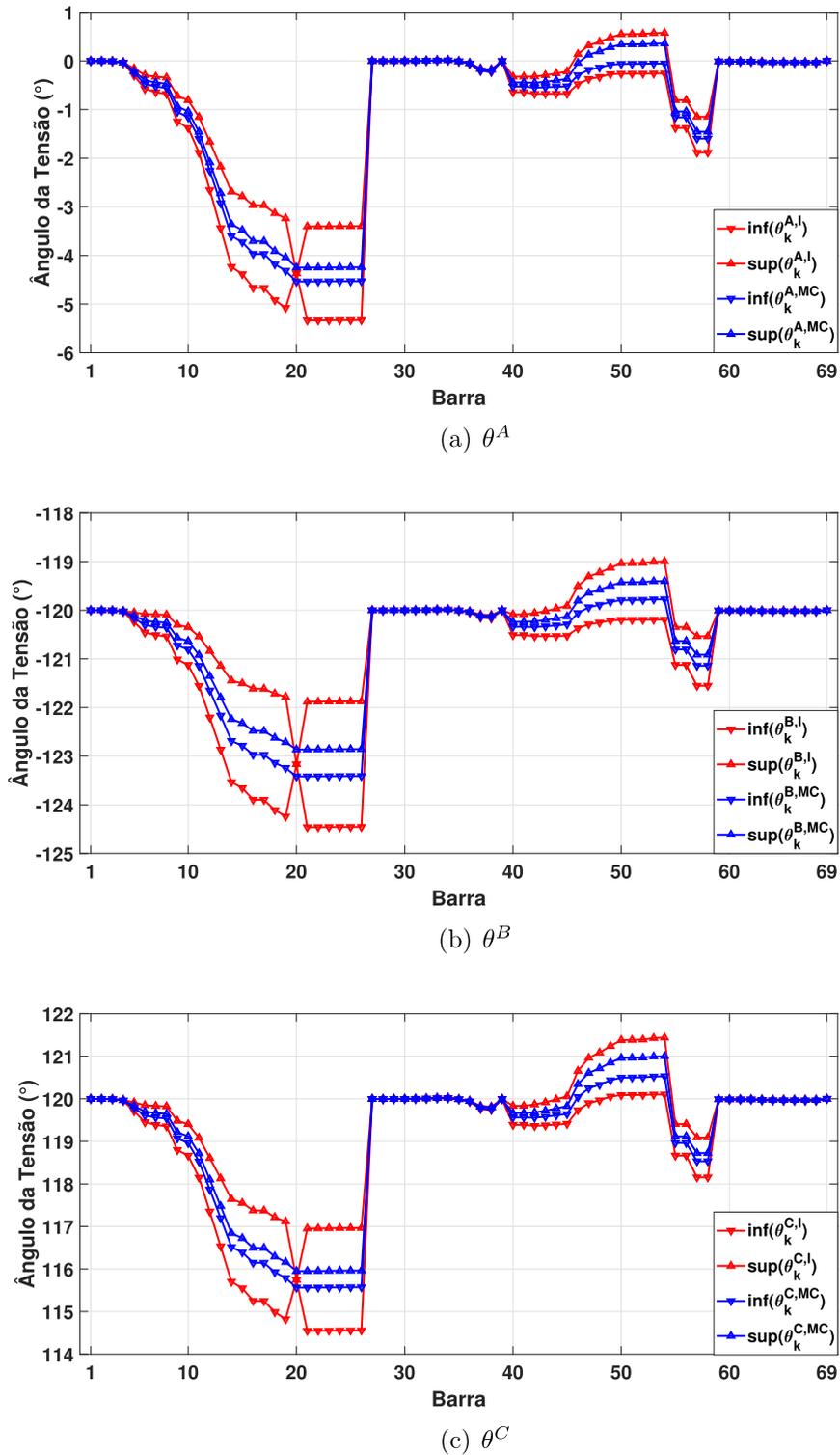


(c) $|V^C|$

Fonte: Elaborado pelo autor.

nível de incerteza na carga e geração, indicando que as soluções intervalares resultantes da aplicação do MICTI para o sistema IEEE 69-barras variam praticamente na mesma

Figura 26 – Intervalos de ângulos de tensão obtidos com MICTI (vermelho) e Monte Carlo (azul) no sistema IEEE 69-barras modificado, para 5% de incerteza na carga e geração.



Fonte: Elaborado pelo autor.

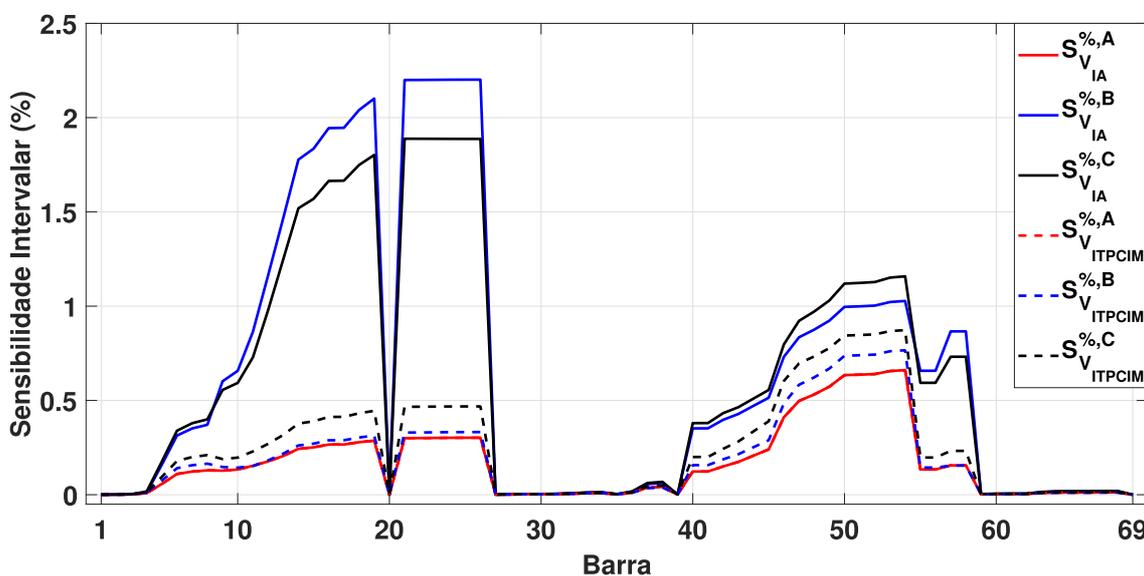
proporção da solução verdadeira, sugerindo também que não há superestimação significativa nas magnitudes de tensão obtidas diante do aumento do nível de incerteza da carga e

geração. Mais uma vez, pode ser notado que os índices calculados considerando o controle de tensão possuem magnitudes próximas aos apresentados nas Tabelas 4 e 10.

A análise de sensibilidade intervalar de tensão, descrita na Tabela 13, permite chegar a conclusões próximas às apresentadas quando não são consideradas unidades GD despacháveis: o aumento dos níveis de incerteza na carga e geração provocam também um aumento na sensibilidade intervalar de tensão decorrente do aumento no tamanho dos intervalos.

No entanto, a Figura 27 mostra que a aplicação das melhorias propostas com o MICTI considerando o controle de tensão na barra 20 do sistema de distribuição IEEE 69-barras apenas reduz consideravelmente a sensibilidade intervalar de tensão nas fases B e C, ao passo que a sensibilidade intervalar calculada para a fase A se mantém idêntica. Portanto, apesar da aplicação das técnicas de melhoria propostas não resultarem em ganho na sensibilidade intervalar da fase A, existe uma redução considerável no tamanho dos intervalos obtidos nas demais fases.

Figura 27 – Sensibilidade intervalar de tensão $S_{V_k}^{\%,s}$ obtida com a aritmética intervalar convencional (linhas contínuas) e MICTI (linhas pontilhadas) no sistema IEEE 69-barras, considerando unidade de GD despachável na barra 20 e incertezas de 5% na carga e geração.



Fonte: Elaborado pelo autor.

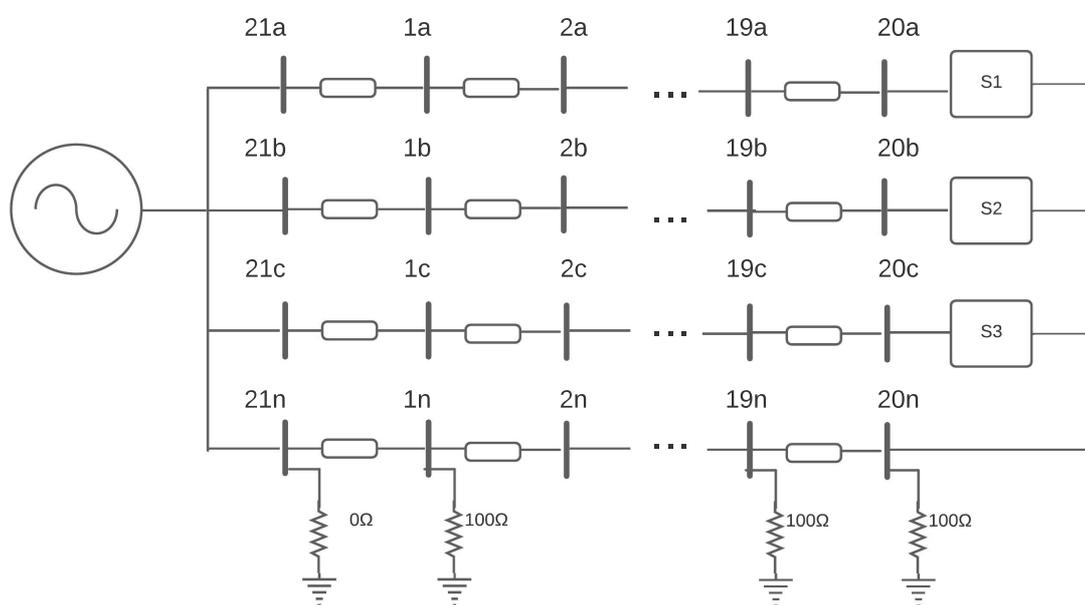
Vale a pena registrar que a aplicação da metodologia intervalar desenvolvida considerando controle de tensão (ou inserção de unidades GD despacháveis) também foi testada em diferentes localizações desse e de outros sistemas de distribuição utilizados no trabalho. Novamente, a implementação do método MICTI atinge resultados contundentes e não há discrepância nos resultados apresentados.

4.2.7 Fluxo de Potência Trifásico Intervalar a Quatro Condutores Baseado nas Equações de Injeção de Correntes

A aplicação resultante do cálculo do fluxo de potência intervalar a quatro condutores baseado nas equações de injeção de correntes é descrita nessa parte do trabalho com base na implementação do Fluxo de Potência Intervalar a Quatro Condutores (MICTQI), que por sua vez, é um método desenvolvido a partir do aumento do número de representações e equações já estabelecidas no MICTI.

Inicialmente, as análises do MICTQI se darão pela implementação do método no sistema NEV Circuito Simples (KERSTING, W., 2008; PENIDO et al., 2008), apresentado na Figura 28. A escolha desse sistema se baseou em seu uso considerável como ferramenta para análise a quatro condutores. O sistema elétrico NEV (do inglês *Neutral to Earth Voltages*) é composto de 21 barras e possui carga desequilibrada alimentada por 12,47 kV. Em todas as simulações, o ponto de neutro das barras é aterrado por uma impedância de 100 Ω , com exceção ao da fonte que está solidamente aterrado.

Figura 28 – Diagrama unifilar do sistema NEV de 21 barras.



Fonte: Elaborado pelo autor.

A aplicabilidade da metodologia descrita na Seção 3.3 será dada através da comparação entre os resultados obtidos com a aplicação do MICTQI e a solução obtida com a simulação de Monte Carlo. É importante mencionar que serão obtidas tanto as os valores de magnitude e ângulo das tensões das fases, respectivamente apresentados pelas Figuras

29 e 30, quanto os intervalos obtidos para a tensão do neutro, mostrados na Figura 31. As curvas em vermelho nas Figuras 29 a 31 representam os limites dos intervalos obtidos com MICTQI e as azuis denotam os limites obtidos com a simulação de Monte Carlo. Para essas análises foi considerado um nível de incerteza de 5%.

A simples análise das Figuras 29 a 31 reforça a aplicabilidade da metodologia desenvolvida, uma vez que todos os intervalos obtidos com o MICTQI envolvem as faixas de valores obtidas com a simulação de Monte Carlo, tanto para as fases quanto para o neutro.

Para uma análise mais detalhada da metodologia desenvolvida de cálculo de fluxo de potência trifásico intervalar a quatro condutores são considerados diferentes níveis de incerteza associada à variação de carga em dois sistemas de distribuição trifásicos com neutro: além do sistema NEV Circuito Simples (Fig. 28), cujos dados estão descritos no Apêndice F, a metodologia também será analisada no sistema IEEE 33-barras, mostrado na Figura 20 e com os dados (Apêndice E) modificados de maneira que sejam inseridos condutores neutros, modelados com a mesma resistência e reatância dos condutores de fase, bem como suas impedâncias mútuas; além disso, a impedância de aterramento foi considerada igual a 100Ω .

Os valores obtidos a partir da aplicação do MICTQI, sob diferentes níveis de incerteza de carga, para os índices de acomodação A_{min} , A_{max} e A com respeito à magnitude das tensões de fase e neutro dos sistemas de distribuição estudados são apresentados nas Tabelas 14 e 15, respectivamente.

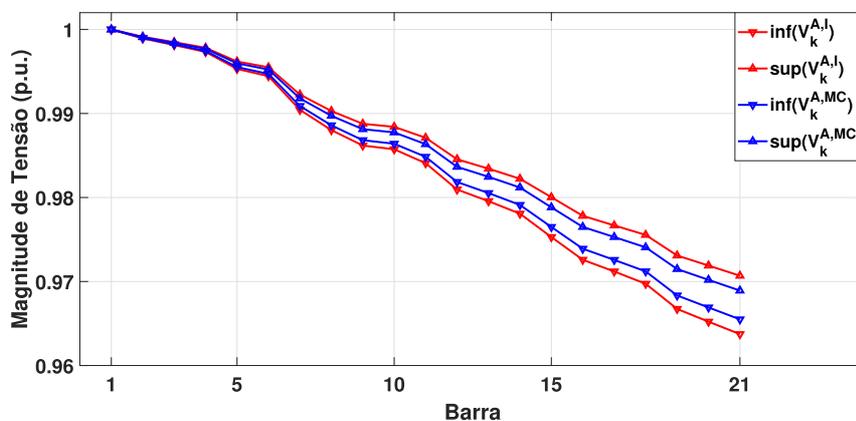
Tabela 14 – Índices de acomodação mínimos A_{min} , máximos A_{max} e médio A considerando a magnitude de tensão em cada fase dos sistemas de distribuição.

Sistema	Var. Carga	Fase A			Fase B			Fase C		
		A_{min}	A_{max}	A	A_{min}	A_{max}	A	A_{min}	A_{max}	A
NEV 21	5%	49,16%	95,79%	52,39%	45,59%	79,60%	48,25%	39,89%	83,64%	42,72%
	7%	49,24%	95,81%	52,50%	45,56%	79,57%	48,22%	39,95%	83,65%	42,76%
	10%	49,25%	95,78%	52,49%	45,52%	79,57%	48,19%	40,07%	83,61%	42,87%
	15%	49,09%	95,70%	52,35%	45,41%	79,53%	48,08%	39,89%	83,55%	42,76%
IEEE 33	5%	28,27%	42,37%	32,76%	24,95%	36,58%	28,09%	19,08%	28,61%	22,32%
	7%	30,74%	42,77%	34,13%	22,81%	36,86%	27,43%	18,79%	28,11%	22,16%
	10%	27,81%	42,60%	32,32%	25,06%	37,85%	28,74%	19,29%	27,84%	22,08%
	15%	27,21%	43,61%	32,47%	24,54%	38,27%	28,55%	18,50%	29,03%	22,50%

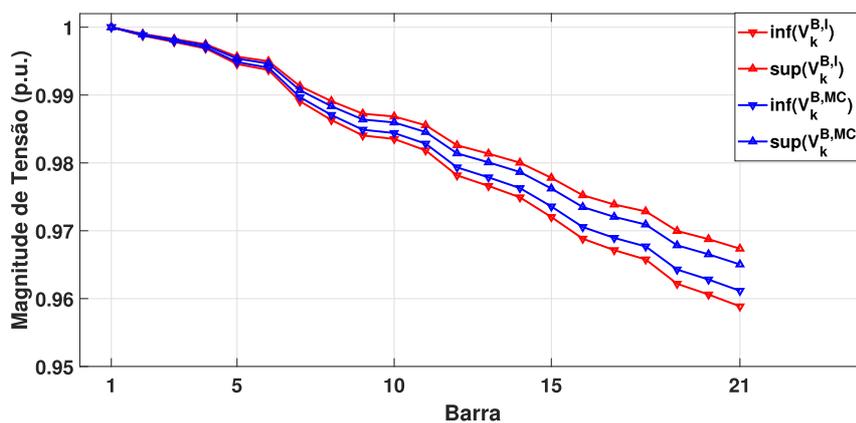
Fonte: Elaborado pelo autor.

Através de uma simples análise das Tabelas 14 e 15, pode-se notar que não existe variação considerável com o aumento do nível de incerteza, indicando que os intervalos obtidos com o MICTQI aumentam na mesma proporção da solução da simulação de Monte Carlo, estabelecida como solução verdadeira para simplificar o estudo. Dessa forma, tende-se a acreditar que o aumento do nível de incerteza na carga não resulta em superestimação significativa das soluções intervalares de magnitude de tensão encontradas para os sistemas elétricos analisados.

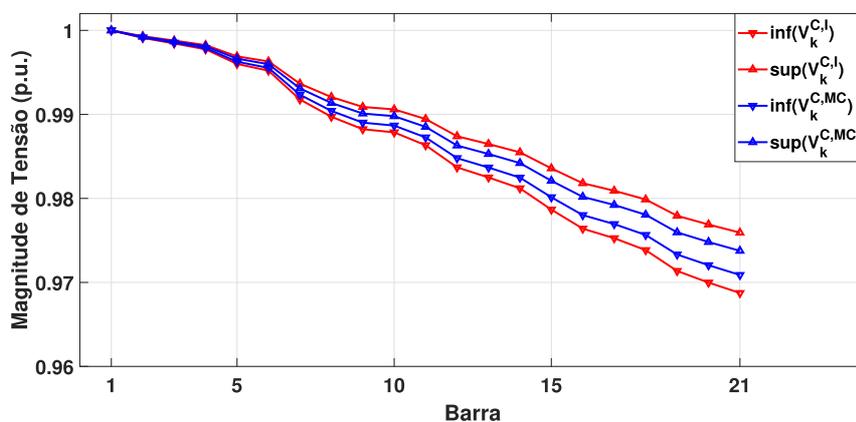
Figura 29 – Intervalos de magnitude das tensões obtidas com o MICTI (vermelho) e MC (azul) no sistema de distribuição NEV Circuito Simples considerando 5% de incerteza na carga.



(a) $|V^A|$



(b) $|V^B|$

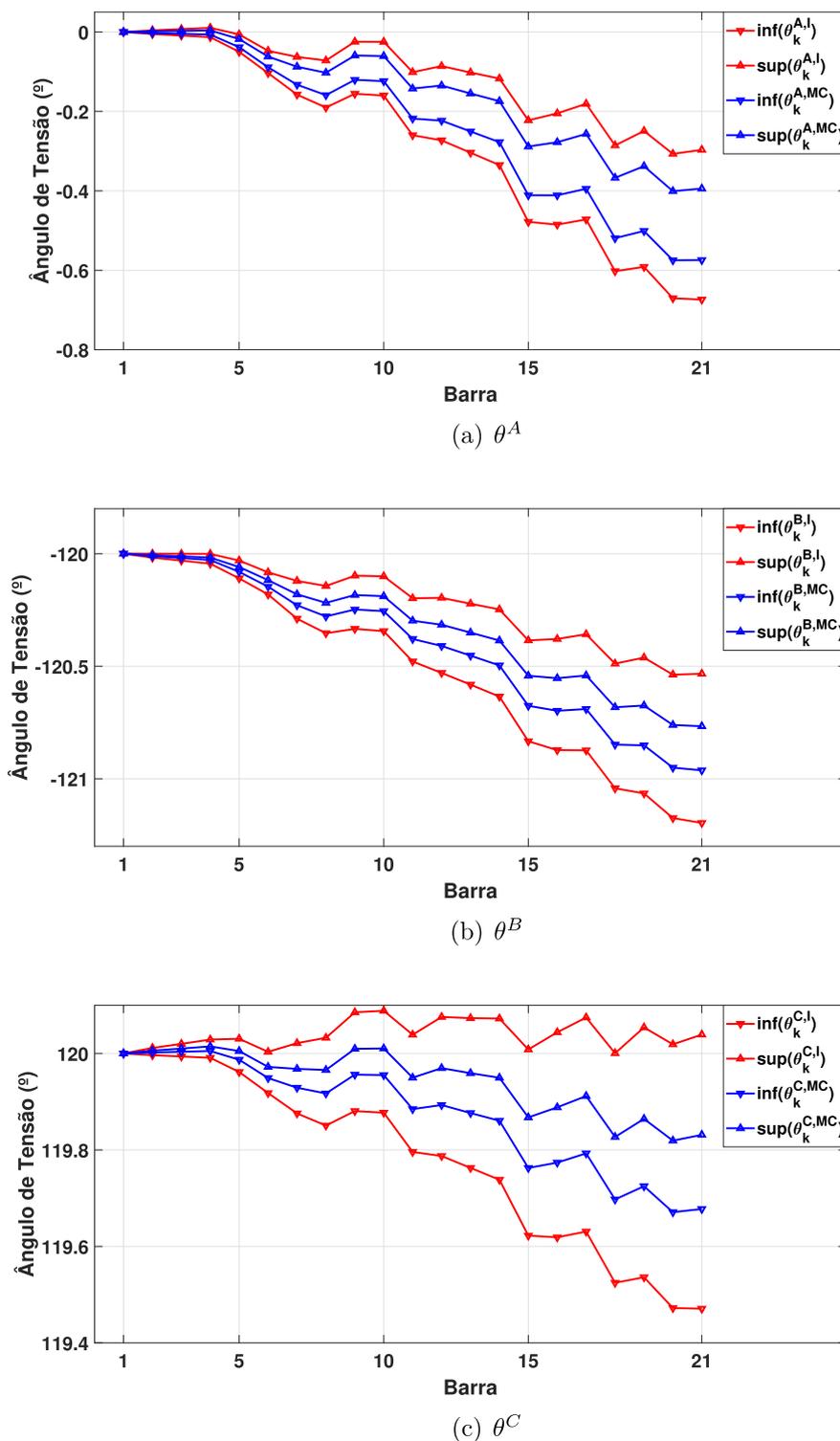


(c) $|V^C|$

Fonte: Elaborado pelo autor.

Com o intuito de se quantificar mais precisamente o tamanho das soluções intervalares obtidas com a aplicação do MICTQI, a Tabela 16 apresenta os valores máximo e

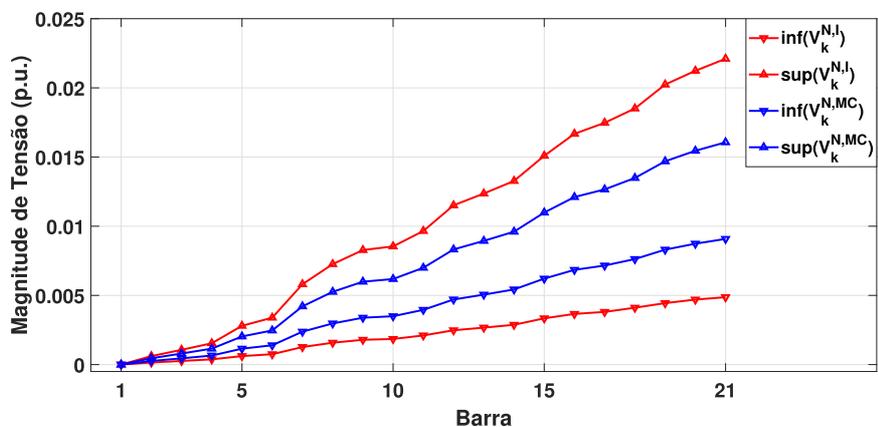
Figura 30 – Intervalos dos ângulos das tensões obtidas com o MICTI (vermelho) e MC (azul) no sistema de distribuição NEV Circuito Simples considerando 5% de incerteza na carga.



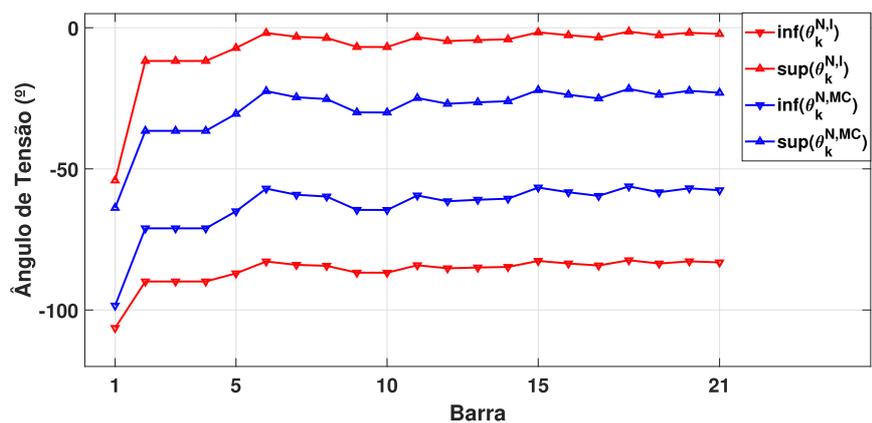
Fonte: Elaborado pelo autor.

médio da sensibilidade intervalar de tensão para os dois sistemas estudados em diferentes níveis de incerteza associados à carga.

Figura 31 – Intervalos de magnitude e ângulo das tensões de neutro obtidas com o MICTI (vermelho) e MC (azul) no sistema de distribuição NEV Circuito Simples considerando 5% de incerteza na carga.



(a) $|V^N|$



(b) θ^N

Fonte: Elaborado pelo autor.

Assim como ocorreu em todas as análises de sensibilidade intervalar de tensão, a Tabela 16 mostra que acontece aumento da solução intervalar decorrente do aumento do nível de incerteza associado à carga, uma vez que o índice é diretamente proporcional ao tamanho do intervalo de tensão. Porém, mais uma vez, pode-se observar que esse aumento no tamanho dos intervalos ocorre juntamente com o aumento da faixa de valores contidos na solução verdadeira, como mostrado pelas Tabelas 14 e 15.

A análise das Tabelas 8 e 16 com relação ao sistema IEEE 33-barras indica que as modificações decorrentes da inclusão do condutor neutro deixaram esse sistema elétrico menos sujeito à variações nas tensões das barras diante de variações na carga, uma vez que os valores de sensibilidade intervalar se encontram significativamente menores quando o condutor neutro é considerado.

Por fim, a Figura 32 mostra que as técnicas de melhoria propostas também

Tabela 15 – Índices de acomodação mínimos A_{min} , máximos A_{max} e médio A considerando a magnitude de tensão do neutro dos sistemas de distribuição.

Sistema	Var. Carga	Neutro		
		A_{min}	A_{max}	A
NEV 21	5%	40,04%	75,87%	42,53%
	7%	41,79%	78,81%	44,22%
	10%	45,40%	78,78%	47,40%
	15%	49,32%	74,40%	50,88%
IEEE 33	5%	15,54%	32,39%	20,77%
	7%	16,37%	32,62%	21,11%
	10%	15,78%	31,33%	20,60%
	15%	17,07%	32,96%	21,83%

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 16 – Sensibilidade intervalar de tensão máxima $SV_{max}^{\%}$ e média SV_{avg} em sistemas de distribuição com diferentes níveis de incerteza.

Sistema	Incerteza	Fase A		Fase B		Fase C		Neutro	
		$SV_{max}^{\%}$	SV_{avg}	$SV_{max}^{\%}$	SV_{avg}	$SV_{max}^{\%}$	SV_{avg}	$SV_{max}^{\%}$	SV_{avg}
NEV 21	5%	0,36%	0,17%	0,44%	0,20%	0,37%	0,17%	0,86%	0,40%
	7%	0,50%	0,23%	0,62%	0,29%	0,52%	0,24%	1,21%	0,57%
	10%	0,72%	0,33%	0,88%	0,41%	0,74%	0,34%	1,62%	0,76%
	15%	1,08%	0,50%	1,33%	0,61%	1,11%	0,51%	2,14%	1,00%
IEEE 33	5%	0,0029%	0,0015%	0,0025%	0,0013%	0,0021%	0,0011%	0,0061%	0,0032%
	7%	0,0041%	0,0022%	0,0036%	0,0019%	0,0030%	0,0016%	0,0087%	0,0045%
	10%	0,0059%	0,0031%	0,0051%	0,0027%	0,0043%	0,0023%	0,0125%	0,0066%
	15%	0,0088%	0,0046%	0,0076%	0,0040%	0,0064%	0,0034%	0,0178%	0,0093%

Fonte: Elaborado pelo autor.

reduziram ou, ao menos, mantiveram iguais, os tamanhos das soluções intervalares na aplicação do MICTQI, uma vez que os níveis de sensibilidade intervalar caíram para todas as componentes analisadas dos dois sistemas considerados neste estudo, exceto na fase A, em que os índices de sensibilidade intervalar se mantiveram.

4.2.7.1 Análise do MICTQI Diante da Variação de Carga

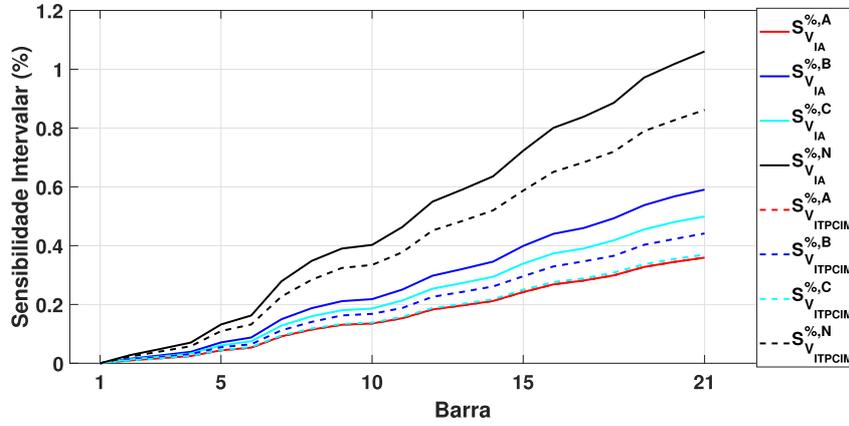
Outro estudo de caso realizado foi a análise do comportamento do método diante do aumento do desequilíbrio das cargas. Diante disso, optou-se por avaliar os resultados de tensão intervalar de uma das barras do sistema sistema NEV Circuito Simples de 21 barras (Fig. 28) sujeitos à variação do carregamento do sistema.

A escolha da barra a ser avaliada é baseada no fato de que a barra 21 é a única a qual está conectada carga, além de estar posicionada ao final do ramo, sendo então considerada a barra mais crítica do sistema, como pode ser visto nas Figuras 29 a 31.

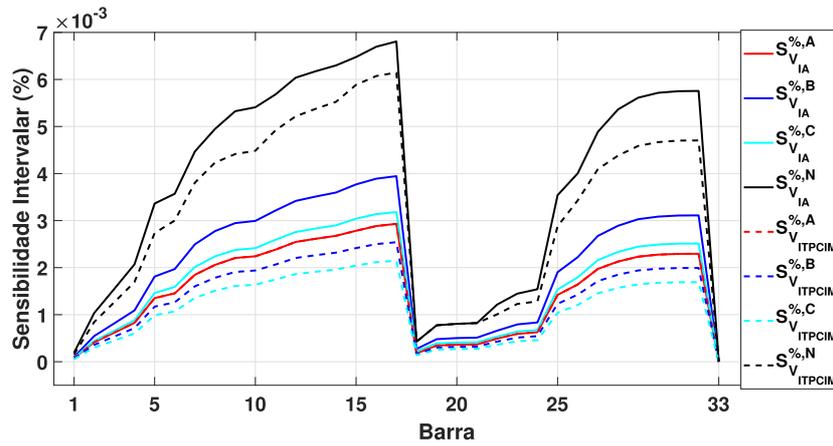
A Figura 33 apresenta os intervalos de tensão na barra 21 obtidos com MICTQI (curvas em vermelho), as faixas de valores obtidas com a simulação de Monte Carlo (curvas em azul) e o resultado da tensão no fluxo determinístico (curvas em preto) para diferentes níveis de carregamento do sistema analisado. Portanto, os gráficos apresentados denotam a característica da tensão fasorial do sistema em relação à variação da potência demandada.

O estudo do comportamento da tensão na barra crítica do sistema foi realizado

Figura 32 – Sensibilidade intervalar de tensão $S_{V_k}^{\%,s}$ obtida com a aritmética intervalar convencional (linhas contínuas) e MICTQI (linhas pontilhadas), considerando 5% de incerteza nas cargas.



(a) IEEE 21-barras



(b) IEEE 33-barras

Fonte: Elaborado pelo autor.

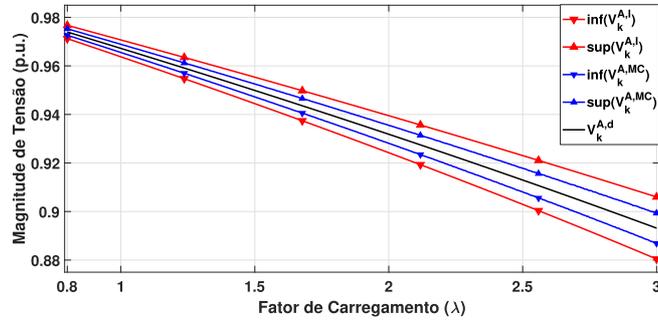
considerando variação no fator de carregamento (λ) entre 0,8 e 3,0, de modo que a carga trifásica em desequilíbrio do sistema fosse igualmente multiplicada por λ , considerando 5% de incerteza nas metodologias intervalares. Para os cálculos, foram consideradas 500 amostras do fator de carregamento $\lambda = [0,8; \dots; 3,0]$, e para cada nível de carregamento λ , além de ser aplicado o MICTQI, foram realizadas 5000 simulações de Monte Carlo.

A simples análise da Figura 33 leva à conclusão de que para os diferentes níveis de carregamento considerados no sistema estudado, os intervalos de tensão na barra 21, obtidos com o fluxo de potência intervalar MICTQI, apresentam o comportamento esperado, uma vez que em todos os casos considerados, a tensão intervalar da metodologia sempre envolve as faixas de valores obtidas com a simulação de Monte Carlo e também, por consequência, as tensões obtidas com o fluxo determinístico. Além disso, o aumento dos intervalos obtidos com o MICTQI parece acompanhar o aumento das faixas resultantes

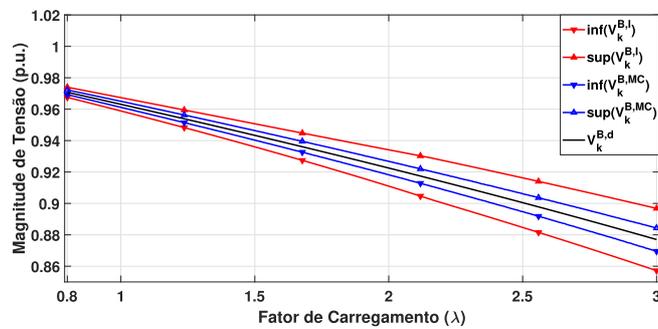
da simulação de Monte Carlo, o que também era esperado, uma vez que o aumento do nível de carregamento deixa as tensões do sistema menos estáveis.

Outra observação a ser feita que também era esperada é que o aumento do carregamento do sistema leva a uma redução no nível de tensão das fases, enquanto a tensão de neutro tende a apresentar um crescimento.

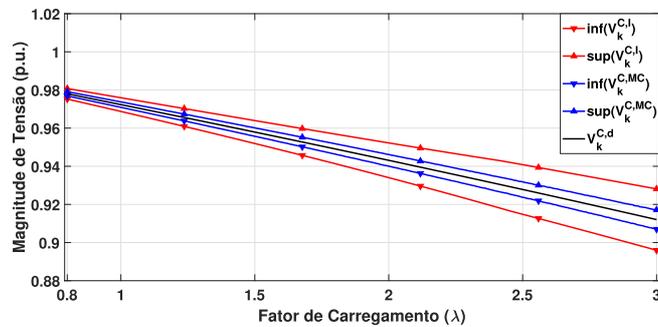
Figura 33 – Intervalos de magnitude das tensões obtidas com o MICTQI (vermelho) e MC (azul) na barra 21 do sistema de distribuição NEV Circuito Simples considerando 5% de incerteza na carga.



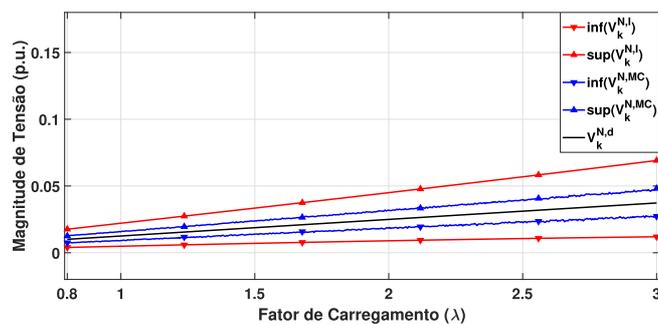
(a) Fase A



(b) Fase B



(c) Fase C



(d) Neutro

Fonte: Elaborado pelo autor.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente capítulo apresenta as conclusões alcançadas com as abordagens e metodologias propostas por esta tese de doutorado envolvendo o fluxo de potência intervalar, além de trazer uma perspectiva de possíveis caminhos a serem estudados como complemento dos métodos já propostos neste trabalho.

5.1 CONCLUSÕES

A primeira abordagem apresentou uma metodologia baseada em fluxo de potência intervalar para avaliar a operação de redes de distribuição ativas. A metodologia proposta se vale de um fluxo de potência monofásico resolvido pelo método de injeção de correntes com Jacobiana estendida em que os estados operativos são calculados em coordenadas retangulares conjuntamente às potências reativas injetadas para controle de tensão em barras PV. Através da solução obtida via Newton-Raphson, o operador de Krawczyk é aplicado para determinar os intervalos relativos aos perfis de tensão da rede. Os resultados mostraram que por demandarem tempo computacional muito menor (1,3s contra 218,8s obtido pelo Monte Carlo) e englobar todas as respostas obtidas pelo Monte Carlo, o FPI desenvolvido pode ser defendido como uma ferramenta prática e útil no cálculo do fluxo de potência monofásico considerando incertezas.

Através do índice de sensibilidade intervalar, analisou-se as diferenças entre a modelagem das GDs despacháveis (tratadas como barras PV) e não despacháveis (tratadas como barras PQ). Concluiu-se que, como esperado, a sensibilidade intervalar das tensões do alimentador de distribuição é bem maior quando GDs não despacháveis são inseridas em comparação às unidades despacháveis com controle de tensão. Tal fato atesta que, a alta penetração de fontes eólica e solar, altamente dependentes de fatores climáticos com alta variabilidade, podem afetar demasiadamente a sensibilidade e variações de tensões na rede, sendo a ferramenta proposta neste trabalho útil para avaliação neste contexto de transição energética.

Além da abordagem monofásica para a avaliação das redes de distribuição ativas, também foi desenvolvido o Método de Injeção de Correntes Trifásico Intervalar (MICTI), com o intuito de obter soluções intervalares no cálculo do fluxo de potência trifásico em sistemas de potência desequilibrados através das equações do Método de Injeção de Correntes Trifásico (MICT). O MICTI procurou verificar o impacto das incertezas associadas às cargas e unidades de geração de potências ativa e reativa nas tensões das barras de três sistemas com características distintas (13, 33 e 69 barras). A representação dessas incertezas se deu pelo uso da aritmética intervalar e o cálculo do fluxo de potência fez uso do operador de Krawczyk a fim de evitar a inversão da matriz Jacobiana ocasionando superestimação de intervalos. Além disso, foram desenvolvidas técnicas de melhoria com o

objetivo de obter soluções intervalares mais precisas com redução de intervalos, merecendo essas serem destacadas como contribuições originais deste trabalho de pesquisa.

Para verificar a aplicabilidade do MICTI, foram considerados diferentes estudos de caso considerando sistemas de 13, 33 e 69 barras. Os resultados foram comparados com soluções provenientes de simulações de Monte Carlo. Baseado nos resultados apresentados na Seção 4.2, é possível confirmar que os intervalos obtidos com MICTI englobam as faixas obtidas com Monte Carlo.

A análise desses resultados também sugere que o uso das extensões intervalares e a aplicação da técnica de rotação angular não apenas reduzem o tamanho dos intervalos, mas também aumentam a porção do intervalo que corresponde à solução verdadeira. Além disso, o emprego dessas técnicas permitiu que os intervalos representados na forma intervalar convencional alcançassem praticamente os mesmos resultados da representação na forma afim, reduzindo drasticamente o problema de dependência nas operações intervalares com um esforço computacional consideravelmente menor.

Também foram analisados estudos de caso em que são consideradas inserções de geração distribuída despacháveis e não-despacháveis no sistema IEEE 69-barras. Com isso, foi possível abranger a representação de barras PV com limite de reativos no MICTI, uma vez que as unidades GD despacháveis são modeladas dessa forma. A aplicabilidade do MICTI com a inserção de geração distribuída também se mostrou viável e os resultados apresentados possibilitam que conclusões semelhantes às anteriores também sejam alcançadas.

Além das análises em sistemas trifásicos, também foram analisados sistemas a quatro fios, de modo a ser desenvolvido o Método de Injeção de Correntes a Quatro Fios Intervalar (MICTQI). Os resultados obtidos em sistemas que consideram a inclusão do fio neutro se mostraram bastante satisfatórios e a aplicação das técnicas de melhorias propostas também aperfeiçoaram as soluções intervalares em todos os casos analisados, resultando em intervalos de tamanhos menores ou pelo menos iguais aos obtidos com o MICTQI sem a aplicação da rotação angular e o uso de extensões intervalares.

Finalmente, embora a impossibilidade de considerar análises que levem em conta a probabilidade de ocorrência de determinados estados da rede, a versatilidade das metodologias desenvolvidas, aliada às soluções intervalares satisfatórias, fazem com que o MICTI e MICTQI sejam métodos úteis para estudos de operação e planejamento de sistemas de distribuição, representando um recurso viável para calcular o impacto de dados de entrada incertos nos resultados intervalares do fluxo de potência compreendendo as tensões trifásicas e as de neutro.

5.2 TRABALHOS FUTUROS

Destaca-se, como trabalhos futuros possíveis de serem realizados a partir das metodologias desenvolvidas neste trabalho, os seguintes itens:

- Foi percebido, de forma clara, que a inserção de geração distribuída não despachável, como solar e eólica, em sistemas ativos culmina em altos valores de índices de sensibilidade denotando que há maior probabilidade de variações brutas de curta e longa duração durante a operação desses sistemas. Tal fato pode ser melhor explorado em trabalhos futuros que também promovam técnicas para reduzir tal sensibilidade através de novas tecnologias como armazenamento de energia, banco de baterias e hidrogênio verde;
- No contexto da transição energética, vale a pena correlacionar os intervalos e suas sensibilidades com o grau de flexibilidade operacional de redes ativas. Por exemplo, para cenários em que há maior variações de tensão, podem ser exploradas técnicas mais arrojadas, eficientes e rápidas para corte de carga, ou corte de geração;
- A discussão sobre tempo computacional sempre será uma questão importante de ser discutida em ambientes de simulação computacional e de comparações entre métodos distintos programados sob as mais diversas condições, envolvendo ou não técnicas de esparsidade, processamento paralelo e outras. O intuito de mostrar o tempo computacional associado às abordagens s deste trabalho teve o único propósito de salientar as vantagens de se desenvolver novas abordagens para evitar abordagens probabilísticas que demandam elevado esforço computacional e pre-determinação de funções de densidade de probabilidade. Portanto, o uso de computadores com processadores mais eficientes podem ser utilizados, bem como outras linguagens de programação o que certamente afetará o tempo computacional declarado nesta tese, devendo ser explorado com tecnologias novas que abordem uso de armazenamento dedados, tratamento de grande volume de dados, entre outras.

Referências

- AHMADI, Ali R; GREEN, Timothy C. Optimal power flow for autonomous regional active network management system. In: IEEE. 2009 IEEE Power & Energy Society General Meeting. [S.l.: s.n.], 2009. P. 1–7. Citado nas pp. 59, 110.
- ALBATSH, Fadi M et al. Fuzzy-logic-based UPFC and laboratory prototype validation for dynamic power flow control in transmission lines. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, IEEE, v. 64, n. 12, p. 9538–9548, 2017. Citado na p. 19.
- ALEFELD, Gotz; HERZBERGER, Jurgen. **Introduction to interval computation**. [S.l.]: Academic press, 2012. Citado nas pp. 27, 29, 32.
- ALVES, Helton N. An interval arithmetic-based power flow algorithm for radial distribution network with distributed generation. **Journal of Control, Automation and Electrical Systems**, Springer, v. 30, n. 5, p. 802–811, 2019. Citado na p. 22.
- ARAUJO, BMC; COSTA, VM da. New Developments in the Interval Current Injection Power Flow Formulation. **IEEE Latin America Transactions**, IEEE, v. 16, n. 7, p. 1969–1976, 2018. Citado nas pp. 20, 21.
- BANERJEE, S. et al. An Interval Approach for Robust Control of a Large PHWR with PID Controllers. **IEEE Transactions on Nuclear Science**, v. 62, n. 1, p. 281–292, 2015. Citado na p. 34.
- BARBOZA, Luciano Vitória; DIMURO, Graçaliz Pereira; REISER, Renata Hax Sander. Power flow with load uncertainty. **TEMA: Tendências em Matemática Aplicada e Computacional**, v. 5, n. 1, p. 27–36, 2004. Citado na p. 20.
- COSTA, Vander Menengoy da; MARTINS, Nelson; PEREIRA, José Luiz R. Developments in the Newton Raphson power flow formulation based on current injections. **IEEE Transactions on power systems**, IEEE, v. 14, n. 4, p. 1320–1326, 1999. Citado nas pp. 20, 36.
- DAS, Biswarup. Consideration of input parameter uncertainties in load flow solution of three-phase unbalanced radial distribution system. **IEEE Transactions on Power Systems**, IEEE, v. 21, n. 3, p. 1088–1095, 2006. Citado na p. 22.
- _____. Radial distribution system power flow using interval arithmetic. **International Journal of Electrical Power & Energy Systems**, Elsevier, v. 24, n. 10, p. 827–836, 2002. Citado na p. 67.
- DE SOUSA, Letícia LS; COSTA, Vander M da. Fluxo de Potência Polar Intervalar Baseado na Expansão da Série de Taylor. In: 1. CONGRESSO Brasileiro de Automática-CBA. [S.l.: s.n.], 2019. v. 1. Citado na p. 21.
- DIMITROVSKI, Aleksandar; TOMSOVIC, Kevin. Boundary load flow solutions. **IEEE Transactions on Power Systems**, IEEE, v. 19, n. 1, p. 348–355, 2004. Citado na p. 18.

GALIAS, Zbigniew. The Dangers of Rounding Errors for Simulations and Analysis of Nonlinear Circuits and Systems?and How to Avoid Them. **IEEE Circuits and Systems Magazine**, v. 13, n. 3, p. 35–52, jan. 2013. Citado na p. 33.

GARCIA, PAN; PEREIRA, JLR; CARNEIRO, S. Voltage control models for distribution power flow analysis. **IEEE Power Engineering Review**, IEEE, v. 21, n. 10, p. 60–60, 2001. Citado na p. 38.

GARCIA, Paulo AN; PEREIRA, Jose Luiz R; CARNEIRO, Sandoval et al. Three-phase power flow calculations using the current injection method. **IEEE Transactions on Power Systems**, IEEE, v. 15, n. 2, p. 508–514, 2000. Citado nas pp. 22, 36, 40.

GRUOSSO, Giambattista et al. Probabilistic load flow methodology for distribution networks including loads uncertainty. **International Journal of Electrical Power & Energy Systems**, Elsevier, v. 106, p. 392–400, 2019. Citado na p. 18.

GU, Wei et al. An affine arithmetic-based algorithm for radial distribution system power flow with uncertainties. **International Journal of Electrical Power & Energy Systems**, Elsevier, v. 58, p. 242–245, 2014. Citado na p. 19.

HARGREAVES, Gareth I. Interval Analysis in Matlab. **Analysis**, v. 416, n. 416, p. 1–49, 2002. Citado na p. 26.

HEATH, Thomas Little. **The works of Archimedes**. [S.l.]: Cambridge University Press : Cambridge, 1897. Citado na p. 26.

IEEE. **Institute of Electrical and Electronics Engineers. IEEE Standard for Interval Arithmetic**. [S.l.]: IEEE, 2015. ISBN 9780738197203. Citado na p. 27.

JUNIOR, Heitor M Rodrigues; MELO, Igor D; NEPOMUCENO, Erivelton G. An interval power flow for unbalanced distribution systems based on the Three-Phase Current Injection Method. **International Journal of Electrical Power & Energy Systems**, Elsevier, v. 139, p. 107921, 2022. Citado na p. 21.

JUNIOR, HM Rodrigues; PEIXOTO, MLC et al. Using different interval extensions to increase the accuracy of the exact solution on recursive functions. **Discontinuity, Nonlinearity, and Complexity**, L&H Scientific Publishing, v. 7, n. 2, p. 165–172, 2018. Citado na p. 33.

KAGAN, Nelson; ROBBA, Ernesto João; SCHMIDT, Hernán Prieto. **Estimação de indicadores de qualidade da energia elétrica**. [S.l.]: Editora Blucher, 2009. Citado na p. 35.

KALESAR, Belal Mohammadi; SEIFI, Ali Reza. Fuzzy load flow in balanced and unbalanced radial distribution systems incorporating composite load model. **International Journal of Electrical Power & Energy Systems**, Elsevier, v. 32, n. 1, p. 17–23, 2010. Citado na p. 19.

- KARIMI, M et al. Photovoltaic penetration issues and impacts in distribution network—A review. **Renewable and Sustainable Energy Reviews**, Elsevier, v. 53, p. 594–605, 2016. Citado na p. 18.
- KERSTING, WH. A three-phase unbalanced line model with grounded neutrals through a resistance. In: IEEE. 2008 IEEE Power and Energy Society General Meeting—Conversion and Delivery of Electrical Energy in the 21st Century. [S.l.: s.n.], 2008. P. 1–2. Citado na p. 88.
- KERSTING, William H. Radial distribution test feeders. **IEEE Transactions on Power Systems**, IEEE, v. 6, n. 3, p. 975–985, 1991. Citado na p. 73.
- KRAWCZYK, Rudolf. Newton-algorithmen zur bestimmung von nullstellen mit fehlerschranken. **Computing**, Springer, v. 4, n. 3, p. 187–201, 1969. Citado na p. 23.
- LENG, Shipeng et al. An Affine Arithmetic-Based Model of Interval Power Flow With the Correlated Uncertainties in Distribution System. **IEEE Access**, IEEE, v. 8, p. 60293–60304, 2020. Citado na p. 70.
- LIAO, Xiaobing; LIU, Kaipei; LE, Jian et al. Extended affine arithmetic-based global sensitivity analysis for power flow with uncertainties. **International Journal of Electrical Power & Energy Systems**, Elsevier, v. 115, p. 105440, 2020. Citado na p. 18.
- LIAO, Xiaobing; LIU, Kaipei; ZHANG, Yachao et al. Interval method for uncertain power flow analysis based on Taylor inclusion function. **IET Generation, Transmission & Distribution**, IET, v. 11, n. 5, p. 1270–1278, 2017. Citado na p. 19.
- LIN, Wei et al. Toward fast calculation of probabilistic optimal power flow. **IEEE Transactions on Power Systems**, IEEE, v. 34, n. 4, p. 3286–3288, 2019. Citado na p. 18.
- MAZHARI, Seyed Mahdi; MONSEF, Hassan; ROMERO, Rubén. A multi-objective distribution system expansion planning incorporating customer choices on reliability. **IEEE Transactions on Power Systems**, IEEE, v. 31, n. 2, p. 1330–1340, 2015. Citado na p. 18.
- MELO, Igor D; MINGORANÇA, Jeanderson S. Interval current injection method for harmonic analysis in distribution systems: An approach using the Krawczyk operator. **Electric Power Systems Research**, Elsevier, v. 208, p. 107891, 2022. Citado na p. 21.
- MELO, Igor D; PEREIRA, José LR et al. Harmonic state estimation for distribution networks using phasor measurement units. **Electric Power Systems Research**, Elsevier, v. 147, p. 133–144, 2017. Citado na p. 73.
- MOORE, Ramon E. **Interval analysis**. [S.l.]: Prentice-Hall Englewood Cliffs, 1966. v. 4. Citado nas pp. 26, 27.

- MOORE, Ramon E; BIERBAUM, Fritz. **Methods and applications of interval analysis**. [S.l.]: SIAM, 1979. v. 2. Citado na p. 33.
- MOORE, Ramon E; KEARFOTT, R. Baker; CLOUD, Michael J. **Introduction to Interval Analysis**. [S.l.]: Society for Industrial & Applied Mathematics: Philadelphia, 2009. v. 22, p. 219. Citado nas pp. 27–30, 33.
- MORALES, Juan M; PEREZ-RUIZ, Juan. Point estimate schemes to solve the probabilistic power flow. **IEEE Transactions on power systems**, IEEE, v. 22, n. 4, p. 1594–1601, 2007. Citado na p. 18.
- MORI, Hiroyuki; YUIHARA, Atsushi. Calculation of multiple power flow solutions with the Krawczyk method. In: IEEE. 1999 IEEE International Symposium on Circuits and Systems (ISCAS). [S.l.: s.n.], 1999. v. 5, p. 94–97. Citado na p. 44.
- NEPOMUCENO, Erivelton G; JUNIOR, Heitor M Rodrigues et al. Interval computing periodic orbits of maps using a piecewise approach. **Applied Mathematics and Computation**, Elsevier, v. 336, p. 67–75, 2018. Citado na p. 33.
- NEPOMUCENO, Erivelton G; PEIXOTO, Márcia LC et al. Inconsistencies in numerical simulations of dynamical systems using interval arithmetic. **International Journal of Bifurcation and Chaos**, World Scientific, v. 28, n. 04, p. 1850055, 2018. Citado na p. 33.
- OLIVEIRA, Bráulio César de et al. Decentralized three-phase distribution system static state estimation based on phasor measurement units. **Electric Power Systems Research**, Elsevier, v. 160, p. 327–336, 2018. Citado na p. 18.
- PENIDO, Debora Rosana Ribeiro et al. Three-phase power flow based on four-conductor current injection method for unbalanced distribution networks. **IEEE Transactions on Power Systems**, IEEE, v. 23, n. 2, p. 494–503, 2008. Citado nas pp. 22, 36, 42, 88.
- PEREIRA, L E S; COSTA, V M da; ROSA, A L S. Interval arithmetic in current injection power flow analysis. **International Journal of Electrical Power & Energy Systems**, Elsevier, v. 43, n. 1, p. 1106–1113, 2012. Citado nas pp. 19–21.
- POURAHMADI-NAKHLI, Meisam; SEIFI, Ali Reza; TAGHAVI, Reza. A nonlinear-hybrid fuzzy/probabilistic load flow for radial distribution systems. **International Journal of Electrical Power & Energy Systems**, Elsevier, v. 47, p. 69–77, 2013. Citado na p. 19.
- RAIMI, Daniel et al. Global Energy Outlook 2022: Turning Points and Tension in the Energy Transition. **Resources for the Future Report, Washington, DC**, 2022. Citado na p. 18.
- RAJ, Vinod; KUMAR, Boddeti Kalyan. A modified affine arithmetic-based power flow analysis for radial distribution system with uncertainty. **International Journal of Electrical Power & Energy Systems**, Elsevier, v. 107, p. 395–402, 2019. Citado na p. 19.

- RESE, Leonardo; COSTA, Antonio Simões; SILVA, Aguinaldo S e. A modified load flow algorithm for microgrids operating in islanded mode. In: IEEE. 2013 IEEE PES Conference on Innovative Smart Grid Technologies (ISGT Latin America). [S.l.: s.n.], 2013. P. 1–7. Citado na p. 46.
- ROTHWELL, Edward J.; CLOUD, Michael J. Automatic error analysis using intervals. **IEEE Transactions on Education**, v. 55, n. 1, p. 9–15, 2012. Citado na p. 28.
- RUBACK, Rodolfo Oliveira; MEDEIROS, Bárbara Silva et al. A new method for analyzing unsymmetrical faults under data uncertainties. **International Journal of Electrical Power & Energy Systems**, Elsevier, v. 102, p. 38–51, 2018. Citado na p. 20.
- RUDOLPH-LILITH, Michelle; MULLER, Lyle E. On a representation of the Verhulst logistic map. **Discrete Mathematics**, Elsevier, v. 324, p. 19–27, 2014. Citado na p. 33.
- RUMP, S M. INTLAB - INTerval LABoratory. In: CSENDES, Tibor (Ed.). **Developments in Reliable Computing**. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1999. P. 77–104. Citado na p. 34.
- SOUSA, Leticia LS de; MELO, Igor D. Interval power flow analysis of microgrids with uncertainties: an approach using the second-order Taylor series expansion. **Electrical Engineering**, Springer, v. 104, n. 3, p. 1623–1633, 2022. Citado nas pp. 18, 19.
- _____. _____. **Electrical Engineering**, Springer, v. 104, n. 3, p. 1623–1633, 2022. Citado na p. 21.
- VARGAS, Rogério Rodrigues de et al. Incerteza de Dados em Fluxo de Potência: uma Abordagem com a Matemática Intervalar do C-XSC. **TEMA: Tendências em Matemática Aplicada e Computacional**, v. 9, n. 3, p. 491–502, 2008. Citado na p. 20.
- WANG, Shouxiang et al. Interval Overvoltage Risk Based PV Hosting Capacity Evaluation Considering PV and Load Uncertainties. **IEEE Transactions on Smart Grid**, IEEE, 2019. Citado na p. 19.
- WANG, Yang et al. Interval power flow analysis via multi-stage affine arithmetic for unbalanced distribution network. **Electric Power Systems Research**, Elsevier, v. 142, p. 1–8, 2017. Citado na p. 22.
- WANG, Zian; ALVARADO, Fernando L. Interval arithmetic in power flow analysis. **IEEE Transactions on Power Systems**, IEEE, v. 7, n. 3, p. 1341–1349, 1992. Citado na p. 20.
- WOOD, Allen J; WOLLENBERG, Bruce F; SHEBLÉ, Gerald B. **Power generation, operation, and control**. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2013. Citado na p. 35.
- XU, Xiaoyuan; YAN, Zheng. Probabilistic load flow calculation with quasi-Monte Carlo and multiple linear regression. **International Journal of Electrical Power & Energy Systems**, Elsevier, v. 88, p. 1–12, 2017. Citado na p. 18.

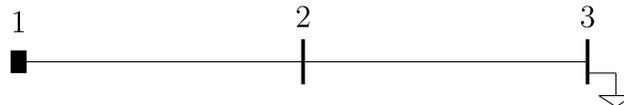
XU, Xiaoyuan; YAN, Zheng et al. Power system voltage stability evaluation considering renewable energy with correlated variabilities. **IEEE Transactions on Power Systems**, IEEE, v. 33, n. 3, p. 3236–3245, 2017. Citado na p. 46.

ZHANG, Cong et al. DC power flow analysis incorporating interval input data and network parameters through the optimizing-scenarios method. **International Journal of Electrical Power & Energy Systems**, Elsevier, v. 96, p. 380–389, 2018. Citado na p. 19.

APÊNDICE A – Sistema Trifásico Tutorial

Para facilitar a compreensão sobre a metodologia desenvolvida no trabalho, toma-se o sistema trifásico de três barras mostrado na Figura 34, cujos dados de carga são apresentados na Tabela 17. Além da subestação, representada pela barra 1, o sistema possui duas barras PQ que não possuem nenhum tipo de geração de potência.

Figura 34 – Diagrama unifilar do sistema genérico de 3 barras.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 17 – Dados de carga de sistema genérico de 3 barras.

Barra	P_d^a (MW)	P_d^b (MW)	P_d^c (MW)	Q_d^a (MVar)	Q_d^b (MVar)	Q_d^c (MVar)
1	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
2	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
3	0,20	0,50	1,00	0,10	0,25	0,50

Neste sistema, considera-se que as impedâncias próprias nas linhas são $Z_{km} = 0.5 + j0.5\Omega$, sendo $k, m = \{1, 2, 3\}$ as barras do sistema e $k \neq m$. As impedâncias *shunt* e mútuas são desconsideradas neste exemplo para simplificação dos cálculos. Para o cálculo do fluxo de potência, os valores considerados de tensão e potência base são $S_{Base} = 10MVA$ e $V_{Base} = 12,66kV$.

As tensões resultantes do cálculo do fluxo de potência trifásico determinístico são apresentadas na Tabela 18.

Tabela 18 – Tensões em valores *p.u.* obtidas do fluxo de potência determinístico para o sistema genérico de 3 barras.

Barra	V_{re}^a (p.u.)	V_{im}^a (p.u.)	V_{re}^b (p.u.)	V_{im}^b (p.u.)	V_{re}^c (p.u.)	V_{im}^c (p.u.)
1	1,0000	0,0000	-0,5000	-0,8660	-0,5000	0,8660
2	0,9995	-0,0004	-0,4992	-0,8640	-0,4963	0,8629
3	0,9990	-0,0008	-0,4984	-0,8619	-0,4927	0,8598

A seguir será calculado o fluxo de potência intervalar considerando uma faixa possível de variação na carga de 10%. Como já mostrado ao longo do trabalho, o primeiro passo é determinar os intervalos iniciais de potência. Como apenas a barra 3 possui carga, apenas essa barra tem intervalos de potências não nulos, resultando nas faixas apresentadas na Tabela 19.

Com os intervalos associados à variação de carga definidos, o método é iniciado com o cálculo dos resíduos intervalares de corrente, conforme Equações (3.15) e (3.16). Os resultados são mostrados na Tabela 20.

Tabela 19 – Variação de carga na barra 3 do sistema genérico de 3 barras.

Potência	Fase A	Fase B	Fase C
$P_d^{s,i}$ (p.u.)	[0,0180;0,0220]	[0,0450;0,0550]	[0,0900;0,1100]
$Q_d^{s,i}$ (p.u.)	[0,0090;0,0110]	0,0225;0,0275]	[0,0450;0,0550]

Tabela 20 – Resíduos intervalares de corrente obtidos para o sistema genérico de 3 barras.

Barra	Fase	$\Delta I_{re_k}^{s,i}$ (p.u.)	$\Delta I_{im_k}^{s,i}$ (p.u.)
1	A	[0,0000;0,0000]	[0,0000;0,0000]
	B	[0,0000;0,0000]	[0,0000;0,0000]
	C	[0,0000;0,0000]	[0,0000;0,0000]
2	A	[0,0000;0,0000]	[0,0000;0,0000]
	B	[0,0000;0,0000]	[0,0000;0,0000]
	C	[0,0000;0,0000]	[0,0000;0,0000]
3	A	[-0,0020;0,0020]	[-0,0010;0,0010]
	B	[-0,0047;0,0047]	[-0,0056;0,0056]
	C	[-0,0094;0,0094]	[-0,0113;0,0113]

Após o cálculo de $\Delta I_{re_k}^{s,i}$ e $\Delta I_{im_k}^{s,i}$, são calculados os raios intervalares de tensão, conforme estabelecido nas Equações (3.14), (3.19) e (3.20). Os resultados desses intervalos a serem incrementados na tensão determinística são apresentados na Tabela 21. Lembrando que o raio intervalar de tensão de uma mesma barra é igual para as três fases, uma vez que o cálculo é feito considerando o valor médio obtido entre as fases.

Tabela 21 – Raios intervalares de tensão calculados para o sistema genérico de 3 barras.

Barra	$\overline{\Delta V_{re_k}^{abc,i}}$ (p.u.)	$\overline{\Delta V_{im_k}^{abc,i}}$ (p.u.)
1	[0,0000;0,0000]	[0,0000;0,0000]
2	[-0,4229;0,4229] $\times 10^{-3}$	[-0,4250;0,4250] $\times 10^{-3}$
3	[-0,8459;0,8459] $\times 10^{-3}$	[-0,8449;0,8449] $\times 10^{-3}$

Após incorporar os raios calculados nas tensões determinísticas apresentadas na tabela 18, inicia-se o processo iterativo do fluxo de potência intervalar. Nesse processo, a solução final deve ser encontrada quando a interseção entre o vetor de tensões intervalares e o vetor obtido com o Método de Krawczyk K atingir raio máximo menor do que a tolerância estipulada. A seguir, são calculadas as iterações até que a solução final seja encontrada, admitindo uma tolerância de 10^{-6} .

Para que o processo iterativo se encerre é necessário que todas as subtrações entre os diâmetros das tensões intervalares encontradas em duas iterações consecutivas sejam menores do que a tolerância estabelecida.

Aplicando a Equação (3.10) nos vetores intervalares obtidos, tem-se que o maior valor obtido pela subtração dos diâmetros das tensões intervalares na primeira iteração e os intervalos iniciais é $4,6925 \times 10^{-4}$. Como esse valor é maior do que a tolerância estabelecida, o processo iterativo deve continuar.

Tabela 22 – Resultados da primeira iteração do fluxo de potência intervalar.

Tensão	$X^{(1)}$	$K^{(1)}$	$X^{(1)} \cap K^{(1)}$
$Vre_1^{i,a}$	[1,0000 ; 1,0000]	[1,0000 ; 1,0000]	[1,0000 ; 1,0000]
$Vre_1^{i,b}$	[-0,5000;-0,5000]	[-0,5000;-0,5000]	[-0,5000;-0,5000]
$Vre_1^{i,c}$	[-0,5000;-0,5000]	[-0,5000;-0,5000]	[-0,5000;-0,5000]
$Vre_2^{i,a}$	[0,9991 ; 0,9999]	[0,9993 ; 0,9997]	[0,9993 ; 0,9997]
$Vre_2^{i,b}$	[-0,4996;-0,4988]	[-0,4996;-0,4988]	[-0,4996;-0,4988]
$Vre_2^{i,c}$	[-0,4968;-0,4959]	[-0,4970;-0,4956]	[-0,4968;-0,4959]
$Vre_3^{i,a}$	[0,9981 ; 0,9998]	[0,9986 ; 0,9993]	[0,9986 ; 0,9993]
$Vre_3^{i,b}$	[-0,4993;-0,4976]	[-0,4992;-0,4977]	[-0,4992;-0,4977]
$Vre_3^{i,c}$	[-0,4935;-0,4918]	[-0,4940;-0,4913]	[-0,4935;-0,4918]
$Vim_1^{i,a}$	[0,0000 ; 0,0000]	[0,0000 ; 0,0000]	[0,0000 ; 0,0000]
$Vim_1^{i,b}$	[-0,8660;-0,8660]	[-0,8660;-0,8660]	[-0,8660;-0,8660]
$Vim_1^{i,c}$	[0,8660 ; 0,8660]	[0,8660 ; 0,8660]	[0,8660 ; 0,8660]
$Vim_2^{i,a}$	[-0,0008; 0,0000]	[-0,0006;-0,0002]	[-0,0006;-0,0002]
$Vim_2^{i,b}$	[-0,8644;-0,8635]	[-0,8644;-0,8636]	[-0,8644;-0,8636]
$Vim_2^{i,c}$	[0,8625 ; 0,8633]	[0,8622 ; 0,8636]	[0,8625 ; 0,8633]
$Vim_3^{i,a}$	[-0,0017; 0,0000]	[-0,0012;-0,0004]	[-0,0012;-0,0004]
$Vim_3^{i,b}$	[-0,8627;-0,8610]	[-0,8627;-0,8611]	[-0,8627;-0,8611]
$Vim_3^{i,c}$	[0,8590 ; 0,8607]	[0,8584 ; 0,8612]	[0,8590 ; 0,8607]

Os resultados obtidos na segunda iteração são mostrados na Tabela 23.

Tabela 23 – Resultados da segunda iteração do fluxo de potência intervalar.

Tensão	$X^{(2)}$	$K^{(2)}$	$X^{(2)} \cap K^{(2)}$
$Vre_1^{i,a}$	[1,0000 ; 1,0000]	[1,0000 ; 1,0000]	[1,0000 ; 1,0000]
$Vre_1^{i,b}$	[-0,5000;-0,5000]	[-0,5000;-0,5000]	[-0,5000;-0,5000]
$Vre_1^{i,c}$	[-0,5000;-0,5000]	[-0,5000;-0,5000]	[-0,5000;-0,5000]
$Vre_2^{i,a}$	[0,9993 ; 0,9997]	[0,9993 ; 0,9997]	[0,9993 ; 0,9997]
$Vre_2^{i,b}$	[-0,4996;-0,4988]	[-0,4996;-0,4988]	[-0,4996;-0,4988]
$Vre_2^{i,c}$	[-0,4968;-0,4959]	[-0,4970;-0,4956]	[-0,4968;-0,4959]
$Vre_3^{i,a}$	[0,9986 ; 0,9993]	[0,9986 ; 0,9993]	[0,9986 ; 0,9993]
$Vre_3^{i,b}$	[-0,4992;-0,4977]	[-0,4992;-0,4977]	[-0,4992;-0,4977]
$Vre_3^{i,c}$	[-0,4935;-0,4918]	[-0,4940;-0,4913]	[-0,4935;-0,4918]
$Vim_1^{i,a}$	[0,0000 ; 0,0000]	[0,0000 ; 0,0000]	[0,0000 ; 0,0000]
$Vim_1^{i,b}$	[-0,8660;-0,8660]	[-0,8660;-0,8660]	[-0,8660;-0,8660]
$Vim_1^{i,c}$	[0,8660 ; 0,8660]	[0,8660 ; 0,8660]	[0,8660 ; 0,8660]
$Vim_2^{i,a}$	[-0,0006;-0,0002]	[-0,0006;-0,0002]	[-0,0006;-0,0002]
$Vim_2^{i,b}$	[-0,8644;-0,8636]	[-0,8644;-0,8636]	[-0,8644;-0,8636]
$Vim_2^{i,c}$	[0,8625 ; 0,8633]	[0,8622 ; 0,8636]	[0,8625 ; 0,8633]
$Vim_3^{i,a}$	[-0,0012;-0,0004]	[-0,0012;-0,0004]	[-0,0012;-0,0004]
$Vim_3^{i,b}$	[-0,8627;-0,8611]	[-0,8627;-0,8611]	[-0,8627;-0,8611]
$Vim_3^{i,c}$	[0,8590 ; 0,8607]	[0,8584 ; 0,8612]	[0,8590 ; 0,8607]

O máximo diâmetro encontrado na subtração entre as tensões intervalares da

iteração atual e anterior é $1,8152 \times 10^{-8}$. Isso marca o fim do processo iterativo e a solução final do fluxo de potência intervalar para o sistema genérico de três barras da Figura 34 é dada pelo vetor intervalar apresentado na terceira coluna da Tabela 23.

As magnitudes das tensões intervalares são determinadas a partir da Equação (A.1) e são mostradas na Tabela 24.

$$V_k^{s,i} = \sqrt{(V_{re_k}^{s,i})^2 + (V_{im_k}^{s,i})^2} \quad (\text{A.1})$$

Tabela 24 – Magnitudes das tensões intervalares obtidas para o sistema genérico de 3 barras.

Barra	$V_k^{a,i}$ (p.u.)	$V_k^{b,i}$ (p.u.)	$V_k^{c,i}$ (p.u.)
1	[1,0000 ; 1,0000]	[1,0000 ; 1,0000]	[1,0000 ; 1,0000]
2	[0,9993 ; 0,9997]	[0,9973 ; 0,9984]	[0,9949 ; 0,9961]
3	[0,9986 ; 0,9993]	[0,9946 ; 0,9967]	[0,9898 ; 0,9921]

APÊNDICE B – Dados do Sistema IEEE 18 Barras Modificado

Dados de linha e de carga são apresentados na Tabela 25 e 26, respectivamente. O sistema de 18 barras original de Ahmadi e Green (2009) foi modificado pela multiplicação das cargas pelo dobro de seus respectivos valores originais. Este recurso foi usado para analisar melhorias de perfil de tensão e casos de subtensão, visto que o sistema original possui um perfil de tensão muito próximo a $1pu$.

Tensão Base: 1 kV

Potência Base: 10 MVA

Tabela 25 – Dados de linha

De	Para	R (pu)	X (pu)	De	Para	R (pu)	X (pu)
1	2	0,000	0,1000	8	9	0,0022	0,0011
2	3	0,0174	0,0085	9	10	0,0001	0,0000
3	4	0,001	0,0001	10	11	0,0016	0,0008
4	15	0,0025	0,0007	11	13	0,0299	0,0081
4	5	0,0052	0,0028	11	12	0,0007	0,0003
5	6	0,0003	0,0002	14	13	0,0010	0,0010
6	8	0,0017	0,0008	15	16	0,0011	0,0003
7	6	0,0010	0,0010	16	18	0,0013	0,0004
				16	17	0,0034	0,0009

Tabela 26 – Dados de carga

Barra	Pg(MW)	Qg(MVar)	Pd(MW)	Qd(MVar)
2	0,0	0,0	0,2	0,2
3	0,0	0,0	0,6	0,2
5	0,0	0,0	0,8	0,4
9	0,0	0,0	1,6	0,8
10	0,0	0,0	1,6	0,8
12	0,0	0,0	0,8	0,4
17	0,0	0,0	0,2	0,2
18	0,0	0,0	1,0	0,6
7 (GD-1)	2,0	0,0	0,0	0,0
14 (GD-2)	5,0	0,0	0,0	0,0

APÊNDICE C – Dados do Sistema IEEE 69-Barras

Tensão Base: 12,66 kV

Potência Base: 10 MVA

Tabela 27 – Dados de linha do sistema IEEE 69-Barras

De	Para	R (pu)	X (pu)	De	Para	R (pu)	X (pu)
69	1	0,0005	0,0012	3	35	0,0034	0,0084
1	2	0,0005	0,0012	35	36	0,0851	0,2083
2	3	0,0015	0,0036	36	37	0,2898	0,7091
3	4	0,0251	0,0294	37	38	0,0822	0,2011
4	5	0,3660	0,1864	7	40	0,0928	0,0473
5	6	0,3811	0,1941	40	41	0,3319	0,1114
6	7	0,0922	0,0470	8	42	0,1740	0,0886
7	8	0,0493	0,0251	42	43	0,2030	0,1034
8	9	0,8190	0,2707	43	44	0,2842	0,1447
9	10	0,1872	0,0619	44	45	0,2813	0,1433
10	11	0,7114	0,2351	45	46	1,5900	0,5337
11	12	1,0300	0,3400	46	47	0,7837	0,2630
12	13	1,0440	0,3450	47	48	0,3042	0,1006
13	14	1,0580	0,3496	48	49	0,3861	0,1172
14	15	0,1966	0,0650	49	50	0,5075	0,2585
15	16	0,3744	0,1238	50	51	0,0974	0,0496
16	17	0,0047	0,0016	51	52	0,1450	0,0738
17	18	0,3276	0,1083	52	53	0,7105	0,3619
18	19	0,2106	0,0690	53	54	1,0410	0,5302
19	20	0,3416	0,1129	10	55	0,2012	0,0611
20	21	0,0140	0,0046	55	56	0,0047	0,0014
21	22	0,1591	0,0526	11	57	0,7394	0,2444
22	23	0,3463	0,1145	57	58	0,0047	0,0016
23	24	0,7488	0,2475	2	39	0,0044	0,0108
24	25	0,3089	0,1021	39	59	0,0640	0,1565
25	26	0,1732	0,0572	59	60	0,1053	0,1230
2	27	0,0044	0,0108	60	61	0,0304	0,0355
27	28	0,0640	0,1565	61	62	0,0018	0,0021
28	29	0,3978	0,1315	62	63	0,7283	0,8509
29	30	0,0702	0,0232	63	64	0,3100	0,3623
30	31	0,3510	0,1160	64	65	0,0410	0,0478
31	32	0,8390	0,2816	65	66	0,0092	0,0116
32	33	1,7080	0,5646	66	67	0,1089	0,1373
33	34	1,4740	0,4873	67	68	0,0009	0,0012

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 28 – Dados de carga do sistema IEEE 69-barras

Barra	Pg	Qg	Pd	Qd	Barra	Pg	Qg	Pd	Qd
5	0,000	0,000	0,010	0,010	37	0,000	0,000	0,385	0,275
6	0,000	0,000	0,040	0,030	38	0,000	0,000	0,385	0,275
7	0,000	0,000	0,075	0,054	39	0,000	0,000	0,026	0,019
8	0,000	0,000	0,030	0,022	40	0,000	0,000	0,040	0,028
9	0,000	0,000	0,028	0,019	41	0,000	0,000	0,010	0,010
10	0,000	0,000	0,145	0,104	42	0,000	0,000	0,010	0,010
11	0,000	0,000	0,145	0,104	43	0,000	0,000	0,026	0,019
12	0,000	0,000	0,010	0,010	44	0,000	0,000	0,024	0,017
13	0,000	0,000	0,010	0,010	48	0,000	0,000	0,100	0,072
15	0,000	0,000	0,045	0,030	50	0,000	0,000	1,244	0,888
16	0,000	0,000	0,060	0,035	51	0,000	0,000	0,032	0,023
17	0,000	0,000	0,060	0,035	53	0,000	0,000	0,227	0,162
19	0,000	0,000	0,010	0,010	54	0,000	0,000	0,059	0,042
20	0,000	0,000	0,114	0,081	55	0,000	0,000	0,018	0,013
21	0,000	0,000	0,010	0,010	56	0,000	0,000	0,018	0,013
23	0,000	0,000	0,028	0,020	57	0,000	0,000	0,028	0,020
25	0,000	0,000	0,014	0,010	58	0,000	0,000	0,028	0,020
26	0,000	0,000	0,014	0,010	59	0,000	0,000	0,026	0,019
27	0,000	0,000	0,026	0,019	61	0,000	0,000	0,024	0,017
28	0,000	0,000	0,026	0,019	62	0,000	0,000	0,024	0,017
32	0,000	0,000	0,014	0,010	63	0,000	0,000	0,010	0,010
33	0,000	0,000	0,020	0,014	65	0,000	0,000	0,010	0,010
34	0,000	0,000	0,010	0,010	67	0,000	0,000	0,039	0,026
36	0,000	0,000	0,079	0,056	68	0,000	0,000	0,039	0,026

Fonte: Elaborado pelo autor.

APÊNDICE D – Dados do Sistema IEEE 13-Barras Modificado

Tensão Base: 12,66 kV

Potência Base: 10 MVA

Tabela 29 – Impedâncias próprias do sistema IEEE 13-Barras modificado.

De	Para	R_{aa} (pu)	X_{aa} (pu)	R_{bb} (pu)	X_{bb} (pu)	R_{cc} (pu)	X_{cc} (pu)
2	3	0,00001	0,00001	0,12589	0,12757	0,12536	0,12849
2	5	0,07127	0,11187	0,07079	0,11348	0,07042	0,11470
3	4	0,00001	0,00001	0,07553	0,07654	0,07522	0,07710
1	2	0,13125	0,38557	0,12784	0,39689	0,12932	0,39197
8	12	0,20341	0,07764	0,00001	0,00001	0,00001	0,00001
2	7	0,13125	0,38500	0,13140	0,40000	0,12155	0,36197
7	8	0,07522	0,07710	0,00001	0,00010	0,07553	0,07654
7	13	0,06562	0,19278	0,06392	0,19845	0,06466	0,19598
7	10	0,00010	0,00010	0,00010	0,00010	0,00010	0,00010
8	9	0,00001	0,00001	0,00001	0,00001	0,07552	0,07656
10	11	0,07559	0,04226	0,07473	0,03827	0,07559	0,04226
14	1	0,13125	0,38557	0,12784	0,39689	0,12932	0,39197
5	6	0,00001	0,00001	0,07553	0,07654	0,07522	0,07710

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 30 – Impedâncias mútuas do sistema IEEE 13-Barras modificado.

De	Para	R_{ab} (pu)	X_{ab} (pu)	R_{ac} (pu)	X_{ac} (pu)	R_{bc} (pu)	X_{bc} (pu)
2	3	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,01956	0,04348
2	5	0,01496	0,04011	0,01477	0,04751	0,01454	0,03645
3	4	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,01174	0,02609
1	2	0,05909	0,19004	0,05985	0,16045	0,05814	0,14580
8	12	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
2	7	0,06262	0,19004	0,05985	0,15780	0,06000	0,14600
7	8	0,00000	0,00000	0,01174	0,02609	0,00000	0,00000
7	13	0,02955	0,09502	0,02992	0,08023	0,02907	0,07290
7	10	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
8	9	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
10	11	0,03023	0,00311	0,02698	-0,00135	0,03023	0,00311
14	1	0,05909	0,19004	0,05985	0,16045	0,05814	0,14580
5	6	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,01174	0,02609

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 31 – Dados de carga do sistema IEEE 13-Barras modificado.

Barra	Pg (MW)			Qg (MVar)			Pd (MW)			Qd (MVar)		
	A	B	C	A	B	C	A	B	C	A	B	C
3	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,170	0,000	0,000	0,125	0,000
6	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,160	0,120	0,120	0,110	0,090	0,090
7	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,402	0,451	0,502	0,230	0,258	0,288
9	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,170	0,000	0,000	0,080
11	0,485	0,068	0,290	0,000	0,000	0,000	0,485	0,068	0,290	0,190	0,060	0,212
12	0,128	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,128	0,000	0,000	0,086	0,000	0,000

Fonte: Elaborado pelo autor.

APÊNDICE E – Dados do Sistema IEEE 33-Barras

Tensão Base: 12,66 kV

Potência Base: 10 MVA

Tabela 32 – Dados de linha do sistema IEEE 33-Barras

De	Para	R_{aa}	X_{aa}	R_{bb}	X_{bb}	R_{cc}	X_{cc}
33	1	0,0922	0,0922	0,0922	0,0470	0,0470	0,0470
1	2	0,4930	0,4930	0,4930	0,2511	0,2511	0,2511
2	3	0,3660	0,3660	0,3660	0,1864	0,1864	0,1864
3	4	0,3811	0,3811	0,3811	0,1941	0,1941	0,1941
4	5	0,8190	0,8190	0,8190	0,7070	0,7070	0,7070
5	6	0,1872	0,1872	0,1872	0,6188	0,6188	0,6188
6	7	1,7114	1,7114	1,7114	1,2351	1,2351	1,2351
7	8	1,0300	1,0300	1,0300	0,7400	0,7400	0,7400
8	9	1,0440	1,0440	1,0440	0,0650	0,0650	0,0650
9	10	0,1966	0,1966	0,1966	0,1238	0,1238	0,1238
10	11	0,3744	0,3744	0,3744	1,1550	1,1550	1,1550
11	12	1,4680	1,4680	1,4680	0,7129	0,7129	0,7129
12	13	0,5416	0,5416	0,5416	0,5260	0,5260	0,5260
13	14	0,5910	0,5910	0,5910	0,5450	0,5450	0,5450
14	15	0,7463	0,7463	0,7463	1,7210	1,7210	1,7210
15	16	1,2890	1,2890	1,2890	0,5740	0,5740	0,5740
16	17	0,7320	0,7320	0,7320	0,1565	0,1565	0,1565
1	18	0,1640	0,1640	0,1640	1,3554	1,3554	1,3554
18	19	1,5042	1,5042	1,5042	0,4784	0,4784	0,4784
19	20	0,4095	0,4095	0,4095	0,9373	0,9373	0,9373
20	21	0,7089	0,7089	0,7089	0,3083	0,3083	0,3083
2	22	0,4512	0,4512	0,4512	0,7091	0,7091	0,7091
22	23	0,8980	0,8980	0,8980	0,7011	0,7011	0,7011
23	24	0,8960	0,8960	0,8960	0,1034	0,1034	0,1034
5	25	0,2030	0,2030	0,2030	0,1447	0,1447	0,1447
25	26	0,2842	0,2842	0,2842	0,9337	0,9337	0,9337
26	27	1,0590	1,0590	1,0590	0,7006	0,7006	0,7006
27	28	0,8042	0,8042	0,8042	0,2585	0,2585	0,2585
28	29	0,5075	0,5075	0,5075	0,9630	0,9630	0,9630
29	30	0,9744	0,9744	0,9744	0,3619	0,3619	0,3619
30	31	0,3105	0,3105	0,3105	0,5302	0,5302	0,5302
31	32	0,3410	0,3410	0,3410	0,0000	0,0000	0,0000

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 33 – Dados de carga do sistema IEEE 33-Barras

Barra	Pg (MW)			Qg (MVar)			Pd (MW)			Qd (MVar)		
	A	B	C	A	B	C	A	B	C	A	B	C
1	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,100	0,090	0,110	0,060	0,050	0,065
2	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,090	0,080	0,100	0,040	0,030	0,050
3	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,120	0,110	0,130	0,080	0,070	0,090
4	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,060	0,050	0,070	0,030	0,025	0,040
5	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,060	0,050	0,070	0,020	0,015	0,030
6	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,200	0,190	0,210	0,100	0,090	0,110
7	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,200	0,190	0,210	0,100	0,090	0,110
8	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,060	0,050	0,065	0,020	0,015	0,030
9	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,060	0,050	0,065	0,020	0,015	0,030
10	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,045	0,040	0,047	0,030	0,025	0,040
11	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,400	0,500	0,700	0,350	0,300	0,400
12	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,060	0,050	0,070	0,035	0,030	0,040
13	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,120	0,110	0,130	0,080	0,070	0,090
14	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,060	0,050	0,065	0,010	0,009	0,015
15	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,060	0,050	0,065	0,020	0,015	0,030
16	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,060	0,050	0,065	0,020	0,015	0,030
17	0,700	0,085	0,100	0,000	0,000	0,000	0,700	0,085	0,100	0,200	0,030	0,050
18	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,090	0,085	0,010	0,040	0,030	0,050
19	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,900	0,085	0,100	0,400	0,030	0,050
20	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,090	0,085	0,100	0,040	0,030	0,050
21	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,090	0,085	0,100	0,040	0,030	0,050
22	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,190	0,171	0,209	0,050	0,045	0,055
23	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,420	0,410	0,430	0,200	0,190	0,210
24	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,420	0,410	0,430	0,200	0,190	0,210
25	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,060	0,050	0,065	0,025	0,023	0,030
26	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,060	0,050	0,065	0,025	0,023	0,030
27	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,600	0,500	0,650	0,200	0,150	0,300
28	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,920	0,828	1,012	0,700	0,650	0,800
29	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,200	0,190	0,210	0,600	0,590	0,610
30	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,150	0,140	0,160	0,070	0,065	0,075
31	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,210	0,200	0,220	0,100	0,090	0,110
32	0,060	0,050	0,065	0,000	0,000	0,000	0,060	0,050	0,065	0,040	0,030	0,050

Fonte: Elaborado pelo autor.

APÊNDICE F – Dados do Sistema NEV Circuito Simples - 21 Barras

Tensão Base: 12,47 kV

Potência Base: 1 MVA

Tabela 34 – Dados de linha do sistema NEV Circuito Simples - 21 Barras

De	Para	R_{aa}	X_{aa}	R_{bb}	X_{bb}	R_{cc}	X_{cc}
1	2	0,4930	0,2511	0,4930	0,2511	0,4930	0,2511
2	3	0,3660	0,1864	0,3660	0,1864	0,3660	0,1864
3	4	0,3811	0,1941	0,3811	0,1941	0,3811	0,1941
4	5	0,8190	0,7070	0,8190	0,7070	0,8190	0,7070
5	6	0,1872	0,6188	0,1872	0,6188	0,1872	0,6188
6	7	1,7114	1,2351	1,7114	1,2351	1,7114	1,2351
7	8	1,0300	0,7400	1,0300	0,7400	1,0300	0,7400
8	9	1,0440	0,0650	1,0440	0,0650	1,0440	0,0650
9	10	0,1966	0,1238	0,1966	0,1238	0,1966	0,1238
10	11	0,3744	1,1550	0,3744	1,1550	0,3744	1,1550
11	12	1,4680	0,7129	1,4680	0,7129	1,4680	0,7129
12	13	0,5416	0,5260	0,5416	0,5260	0,5416	0,5260
13	14	0,5910	0,5450	0,5910	0,5450	0,5910	0,5450
14	15	0,7463	1,7210	0,7463	1,7210	0,7463	1,7210
15	16	1,2890	0,5740	1,2890	0,5740	1,2890	0,5740
16	17	0,7320	0,1565	0,7320	0,1565	0,7320	0,1565
17	18	0,1640	1,3554	0,1640	1,3554	0,1640	1,3554
18	19	1,5042	0,4784	1,5042	0,4784	1,5042	0,4784
19	20	0,4095	0,9373	0,4095	0,9373	0,4095	0,9373
20	21	0,7089	0,3083	0,7089	0,3083	0,7089	0,3083

Fonte: Elaborado pelo autor.

Em todos os casos estudados, as impedâncias mútuas foram consideradas com valores iguais às impedâncias próprias (que são as mesmas em todas as fases) divididas por 8. Além disso, como falado no texto, o neutro estava aterrado em todas as barras do sistema e foi considerada uma impedância $Z_n = 100\Omega$, exceto na fonte, em que a barra se encontra solidamente aterrada.

Tabela 35 – Dados de carga do sistema NEV Circuito Simples.

Barra	Pd (MW)			Qd (MVar)		
	A	B	C	A	B	C
21	0,2700	0,3325	0,2125	0,1308	0,1093	0,1317

Fonte: Elaborado pelo autor.