

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**  
**MESTRADO PROFISSIONAL EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**

**Izaias Paula de Jesus**

**Processo Educacional para Implementação da Sala de Aula Invertida de Geometria  
Analítica com Suporte de Sistemas de Comunicação**

Juiz de Fora

2023

**Izaias Paula de Jesus**

**Processo Educacional para Implementação da Sala de Aula Invertida de Geometria  
Analítica com Suporte de Sistemas de Comunicação**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Federal de Juiz de Fora como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Educação Matemática. Área de concentração: Educação Matemática.

Orientador: Dr. José Maria N. David

Juiz de Fora

2023

Ficha catalográfica elaborada através do programa de geração automática da Biblioteca Universitária da UFJF, com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

Jesus, Izaias Paula de.

Processo Educacional para Implementação da Sala de Aula Invertida no Ensino Remoto de Geometria Analítica / Izaias Paula de Jesus. -- 2023.

103 f. : il.

Orientador: José Maria Nazar David

Dissertação (mestrado profissional) - Universidade Federal de Juiz de Fora, Instituto de Ciências Exatas. Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, 2023.

1. Comunicação. 2. Sala de aula invertida. 3. Ensino-aprendizagem. 4. Tecnologias. I. David, José Maria Nazar, orient. II. Título.

Izaias Paula de Jesus

**Processo Educacional para Implementação da Sala de Aula Invertida de Geometria Analítica com Suporte de Sistemas de Comunicação**

Dissertação apresentada ao Programa de pós-graduação em Educação Matemática da Universidade Federal de Juiz de Fora como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Educação Matemática. Área de concentração: Educação Matemática.

Aprovada em 11 de outubro de 2023.

BANCA EXAMINADORA

**Prof. Dr. José Maria Nazar David** - Orientador

Universidade Federal de Juiz de Fora

**Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Janae Gonçalves**

Universidade Federal Rural da Amazônia

**Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Liamara Scortegagna**

Universidade Federal de Juiz de Fora

Juiz de Fora, 06/10/2023.



Documento assinado eletronicamente por **Jose Maria Nazar David, Professor(a)**, em 19/12/2023, às 18:31, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Liamara Scortegagna, Coordenador(a)**, em 20/12/2023, às 14:43, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).

---



Documento assinado eletronicamente por **JANAE GONCALVES, Usuário Externo**, em 04/01/2024, às 15:00, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).

---



A autenticidade deste documento pode ser conferida no Portal do SEI-Uffj ([www2.uffj.br/SEI](http://www2.uffj.br/SEI)) através do ícone Conferência de Documentos, informando o código verificador **1516645** e o código CRC **E981169C**.

---

Dedico este trabalho a minha mãe, Rosana de Paula, que não mediu esforços para apoiar meus estudos e desenvolvimento pleno enquanto indivíduo. Ainda que minha existência seja efêmera, os valores e posturas com ela aprendidos farão parte permanente do início, meio e fim de todas as coisas que fiz, faço e farei.

## **AGRADECIMENTOS**

Em primeiro lugar, gostaria de agradecer aos meus familiares próximos que, a despeito dos desafios encontrados em suas trajetórias de vida, nunca deixaram de apoiar meu crescimento profissional e acadêmico.

Ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Federal de Juiz de Fora pelo acolhimento, o qual me possibilitou inúmeras vivências, descobertas e laços acadêmicos e afetivos. Em especial, ao meu orientador, José Maria, que me orientou ao longo de todo o processo e com quem muito pude aprender.

Aos meus amigos, cuja convivência e apoio me permitiram ter forças para concluir este trabalho.

## RESUMO

Como consequência da pandemia mundial da COVID-19 e as medidas de isolamento social dela consequentes, institutos educacionais no mundo todo aderiram a regimes de ensino remotos e híbridos, baseados no uso de tecnologias digitais. Diante disso, pesquisadores manifestaram que a abrupta inserção das tecnologias para fins de ensino-aprendizagem de matemática poderia estimular a adoção de práticas pedagógicas mais tradicionais, centradas na transmissão de conhecimento professor-aluno. Em contrapartida, existem pesquisas em torno de metodologias ativas como a Sala de Aula Invertida, que busca promover os estudantes a uma posição de protagonismo no ensino-aprendizagem, favorecendo seu envolvimento ativo e colaborativo. Apesar das potencialidades da metodologia, por meio de um Mapeamento Sistemático da Literatura foi possível constatar que estudos que abordam a Sala de Aula Invertida no âmbito do ensino-aprendizagem de Geometria Analítica são escassos. Dentre as poucas publicações mapeadas sobre o tópico, nenhuma tratou da implementação dessa metodologia ativa em contextos de ensino remoto. O Mapeamento Sistemático da Literatura permitiu, ainda, a percepção que aspectos pertinentes à comunicação entre alunos foram raramente discutidos nos estudos. Considerando a Sala de Aula Invertida uma alternativa pedagógica em potencial para o rompimento com práticas pedagógicas tradicionais mesmo em ensino remoto, o estudo aqui relatado teve o objetivo de prototipar, testar e avaliar um Processo Educacional, que visa apoiar professores na implementação da Sala de Aula Invertida para o ensino-aprendizagem de Geometria Analítica, em contextos de ensino remoto. Para a concretização do objetivo da pesquisa, foi adotada a abordagem epistemológica-metodológica *Design Science Research*. Com a abordagem mencionada, foi elaborado através da notação *BPMN* um Processo Educacional protótipo, o qual teve como base a conjectura que os Sistemas de Comunicação podem potencializar o ensino-aprendizagem de Geometria Analítica na Sala de Aula Invertida em ensino remoto. Para a testagem e avaliação do Processo Educacional, foi realizada uma investigação empírica com a estratégia de pesquisa estudo de caso. Os participantes no estudo de caso eram alunos matriculados em uma turma de terceiro ano do ensino médio de uma escola privada do estado do Rio de Janeiro, enquanto o Sistema de Comunicação utilizado foi o WhatsApp. O estudo de caso permitiu a verificação de limitações e fragilidades do protótipo, principalmente no que tange ao suporte para elaboração de videoaulas, o que pode requerer do professor conhecimentos mais específicos sobre hardware e software, como uso de câmeras e edição de vídeos. Como consequência, o Processo Educacional protótipo foi incrementado de maneira a incluir materiais didáticos que visam

suprir essas deficiências. Por outro lado, o estudo de caso permitiu a confirmação da conjectura comportamental, evidenciando que o Sistema de Comunicação WhatsApp apoiou a interação entre os estudantes no desenvolvimento das tarefas e que isso potencializou e favoreceu o ensino e a aprendizagem de Geometria Analítica.

**Palavras-chave:** Comunicação. Sala de aula invertida. Ensino-aprendizagem. Tecnologias.



## ABSTRACT

As a result of the global COVID-19 pandemic and the due social isolation measures, educational institutes worldwide have adhered to remote and blended teaching regimes based on the use of digital technologies. Given this, researchers have stated that the abrupt insertion of technologies for teaching and learning mathematics could encourage adopting more traditional pedagogical practices centered on transmitting knowledge teacher-student. On the other hand, there are researches around active learning methodologies such as the Flipped Classroom, which seeks to promote students to a protagonist position in teaching and learning, favoring their active and collaborative involvement. Despite methodology's potential, it was possible to verify that studies that approach the Flipped Classroom in the context of teaching and learning Analytical Geometry are scarce through systematic mapping study. Among the few publications on the topic, they have yet to deal with implementing this active learning methodology in remote teaching contexts. The systematic mapping study also showed that aspects relevant to communication between students were rarely discussed in the studies. Considering the Flipped Classroom, a potential pedagogical alternative for breaking with traditional pedagogical practices even in remote teaching, the study reported here had the objective of prototyping, testing, and evaluating an Educational Process, which aims to support teachers in the implementation of the Flipped Classroom for the teaching and learning of Analytical Geometry, in remote teaching contexts. We adopted the epistemological-methodological approach Design Science Research to achieve the research objective. With the mentioned approach, a prototype Educational Process was elaborated through the BPMN notation, based on the conjecture that Communication Systems can enhance the teaching and learning of Analytical Geometry in the Flipped Classroom in remote teaching. An empirical investigation was carried out with the case study research strategy to test and evaluate the Educational Process. Participants in the case study were students enrolled in a second-year high school class at a private school in Rio de Janeiro, while the Communication System used was WhatsApp. The case study allowed the verification of limitations and weaknesses of the prototype, mainly regarding the support for the elaboration of video lessons, which may require more specific knowledge from the teacher about hardware and software, such as the use of cameras and video editing. Consequently, the prototype Educational Process was increased to include didactic materials to overcome these deficiencies. On the other hand, the case study confirmed the behavioral conjecture, showing that the WhatsApp Communication System

supported the interaction between students in the development of tasks and that this enhanced and favored the teaching and learning of Analytical Geometry.

**Keywords:** Communication. Flipped classroom. Teaching process. Learning process. Technologies.



## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO.....</b>	<b>25</b>
<b>2 QUADRO TEÓRICO.....</b>	<b>29</b>
2.1 SERES HUMANOS, TECNOLOGIAS E CONHECIMENTO MATEMÁTICO: RELAÇÕES HISTÓRICAS .....	29
2.2 SALA DE AULA INVERTIDA: UMA METODOLOGIA ATIVA.....	33
2.2.1 Sistemas Colaborativos e Aprendizagem Colaborativa com Suporte Computacional ...	35
2.3 SISTEMAS DE COMUNICAÇÃO E MEIOS DE CONVERSAÇÃO EM REDE .....	37
2.5 pandemia no brasil: alguns dados educacionais.....	39
2.6 CONSIDERAÇÕES FINAIS DO CAPÍTULO .....	46
<b>3 ENSINO HÍBRIDO EM GEOMETRIA: UM MAPEAMENTO SISTEMÁTICO DA LITERATURA.....</b>	<b>48</b>
3.2 MÉTODO DE PESQUISA .....	51
3.2.1 Percurso Metodológico .....	52
3.3 RESULTADOS.....	56
3.3.1 Onde têm sido veiculados os trabalhos? .....	58
3.3.2 Quando foram publicados os trabalhos? .....	59
3.3.3 Quais autores realizaram os trabalhos? .....	59
3.3.4 Como foram desenvolvidos metodologicamente os trabalhos? .....	59
3.4.5 Quais ramos da Geometria foram abordados nos trabalhos? .....	62
3.4.6 Como o Ensino Híbrido foi implementado nos trabalhos? .....	62
3.4.7 Quais contribuições dos trabalhos? .....	64
3.4.7 Ameaças à validade.....	65
3.5 DISCUSSÃO .....	66
3.6 CONSIDERAÇÕES FINAIS DO CAPÍTULO .....	68
<b>4 MODELO EPISTEMOLÓGICO-METODOLÓGICO <i>DESIGN SCIENCE RESEARCH</i> .....</b>	<b>69</b>

4.1 PROBLEMA EM CONTEXTO .....	69
4.2 CONJECTURA COMPORTAMENTAL .....	70
4.3 Construção do ARTEFATO .....	71
4.4 ESTUDO DE CASO .....	72
4.5 PROCESSO EDUCACIONAL MODIFICADO .....	<b>102</b>
<b>5 CONCLUSÃO.....</b>	<b>103</b>



## 1 INTRODUÇÃO

Dentro do âmbito da Educação Matemática, a utilização das tecnologias para fins de ensino e aprendizagem é um assunto explorado há pelo menos três décadas (Borba; Silva; Gadanidis, 2020). O uso desses artefatos permite a exploração de cenários alternativos de ensino e aprendizagem em matemática (Borba; Penteado, 2019). Uma das aplicações das tecnologias que tem sido explorada nessa direção é a adoção de modelos de Ensino Híbrido (Borba *et al.*, 2016; Engelbrecht; Llinares; Borba, 2020).

No Ensino Híbrido, o cronograma de uma disciplina passa a ser organizado de forma a possibilitar a mescla de momentos presenciais em sala de aula e momentos remotos em espaços virtuais (Bacich; Tanzi Neto; Trevisani, 2015). Um exemplo importante é a metodologia ativa Sala de Aula Invertida. Na metodologia em questão, os alunos ficam responsáveis por assistir vídeos curtos em momentos online, nos quais há a exposição teórica dos conteúdos, enquanto na sala de aula presencial ocorrem atividades grupais, pautadas na resolução de problemas (Bishop; Verleger, 2013). Dessa forma, esta metodologia tem sido utilizada para promover a participação mais ativa dos alunos nas práticas educacionais, opondo-se às práticas baseadas na transmissão de conhecimento (Valente, 2014; 2018).

Atualmente, entretanto, pesquisadores tem apontado que a abrupta inserção das tecnologias em Educação Matemática pode promover um retrocesso pedagógico, com a implementação de atividades alicerçadas em visões educacionais mais tradicionais, como a transmissão de conhecimento já apontada (Bakker; Wagner, 2020; Engelbrecht *et al.*, 2020). Este problema está associado a ruptura brusca com o ensino presencial habitual e, em especial, a falta de apoio e preparo aos professores para incorporarem essas tecnologias em sua rotina profissional (Bakker; Wagner, 2020; Engelbrecht *et al.*, 2020).

Naturalmente, o problema descrito pode afetar a prática pedagógica dos professores de matemática em geral, influenciando no ensino e aprendizagem de uma grande variedade de conteúdos, nos diversos níveis educacionais. Um exemplo a ser considerado é a Geometria Analítica, a qual caracteriza, “por um lado, o estudo da Geometria por meio da introdução de coordenadas e, por outro lado, o método de olhar para problemas de Álgebra (e de Análise) sob o ponto de vista da Geometria” (Lima, 2014b, p. 6).

Os conceitos apresentados pela Geometria Analítica permitem que o aluno adquira familiaridade com as relações entre a Álgebra e a Geometria, em nível elementar (Lima, 2014a). Relações que se mostram fundamentais para a formação matemática em nível superior do indivíduo, dando suporte ao estudo de outras áreas da Matemática, como a Álgebra Linear, o Cálculo Diferencial e Integral, as Equações Diferenciais Ordinárias e a Análise (Lima, 2014a; 2014b). O fato das disciplinas mencionadas se encontrarem presentes em uma grande parte dos cursos das Ciências Exatas evidenciam que o ensino e a aprendizagem de Geometria Analítica mostram-se importantes para a formação acadêmica e profissional de um amplo conjunto de estudantes.

Apesar disso, a importância da Geometria Analítica não se restringe ao ensino superior, uma vez que seus conceitos têm habitado outros espaços curriculares no Brasil. No Plano de Estudo Tutorado (PET) desenvolvido pela Secretaria de Estado de Educação de Minas Gerais (SEEMG) para o ano de 2021, por exemplo, podem ser encontrados conteúdos da Geometria Analítica para alunos do terceiro ano do ensino médio (Minas Gerais, 2021). Embora sua presença no ensino médio não se restrinja ao estado de Minas Gerais, esse aspecto revela uma crença institucionalizada que a aprendizagem de Geometria Analítica pode desempenhar um papel fundamental para a própria formação básica de um indivíduo.

Considerando as possibilidades oferecidas pela Sala de Aula Invertida e outros modelos de Ensino Híbrido e a importância da Geometria Analítica para a formação dos estudantes da educação básica, foi realizada uma pesquisa bibliográfica exploratória em torno do tema. A pesquisa objetivou caracterizar como tais práticas têm sido implementadas para o ensino e a aprendizagem de Geometria em geral. No que tange a Geometria Analítica, o panorama de pesquisa mapeado aponta uma escassez de investigações, denotando que apesar de sua importância, o ensino e a aprendizagem de conteúdos de Geometria Analítica raramente têm sido objeto de estudo.

Entre os trabalhos mapeados, encontra-se um artigo publicado por Salinas e Quintero (2015), o qual investigou uma implementação da Sala de Aula Invertida no âmbito da disciplina intitulada “Introdução à Matemática Universitária”. Embora a Geometria Analítica esteja inserida na disciplina, ela é apenas um componente dos vários conteúdos no curso abordados e, a despeito da Sala de Aula Invertida promover muitas vezes atividades grupais, não existe nenhum enfoque na comunicação entre alunos. Esta característica pode ser estendida, também,

ao trabalho de Silva-López, Ocampo-García e Hernández-Rodríguez (2017), que realizou sua investigação no ambiente de um *workshop* de matemática para engenheiros.

Notoriamente, a Sala de Aula Invertida costuma envolver atividades grupais (Bishop; Verleger, 2013), portanto a comunicação entre alunos se constitui frequentemente parte da metodologia. Sob a perspectiva que a disseminação das tecnologias digitais tem promovido a utilização de serviços de comunicação variados, com muitas possibilidades de conversação, tais elementos podem potencializar a comunicação para fins de ensino e aprendizagem entre alunos.

Considerando o contexto de escassez de publicações sobre a Sala de Aula Invertida em Geometria Analítica, a importância de seu ensino e aprendizagem, a lacuna de estudos sobre a comunicação entre alunos neste contexto e a preocupação com um possível retrocesso pedagógico decorrente da adesão emergencial do ensino remoto, o presente estudo tem o objetivo geral de prototipar, testar e avaliar um Processo Educacional. Esse Processo Educacional considera a conjectura que os sistemas de comunicação podem potencializar o ensino e a aprendizagem de Geometria Analítica na Sala de Aula Invertida e visa apoiar professores na implementação da metodologia nesses moldes. O termo “Processo Educacional” é entendido no contexto deste trabalho como uma “descrição das etapas empreendidas no processo de ensino e aprendizagem, com intencionalidade clara e com objetivo de criar oportunidades sistematizadas e significativas entre o sujeito e um conhecimento específico” (Rizzatti *et al.*, 2020, p. 5).

Visando concretizar o objetivo geral da pesquisa, em seu planejamento foram estipulados os seguintes objetivos específicos:

- Caracterizar como a Sala de Aula Invertida e outros modelos de Ensino Híbrido têm sido implementados no ensino e na aprendizagem de Geometria Analítica;
- Prototipar um Processo Educacional para apoiar a implementação da Sala de Aula Invertida no ensino e aprendizagem de Geometria Analítica em contextos de Ensino Remoto;
- Aplicar e avaliar o Processo Educacional protótipo;
- Analisar as contribuições dos Sistemas de Comunicação para o ensino e a aprendizagem de Geometria Analítica na Sala de Aula Invertida;
- Revisar o Processo Educacional a partir dos resultados da avaliação.

A investigação da forma pela qual o Ensino Híbrido tem sido implementado em Geometria Analítica foi conduzida através de um Mapeamento Sistemático da Literatura. A realização dos demais objetivos apontados foi viabilizada por meio da abordagem epistemológico-metodológica *Design Science Research* (Pimentel; Filippo; Santos, 2020). A partir dela foi desenvolvido um protótipo de Processo Educacional, o qual foi aplicado, analisado e avaliado através da estratégia de pesquisa estudo de caso (Yin, 2002). O estudo de caso foi realizado em perspectiva qualitativa, com dois grupos de alunos matriculados no terceiro ano do ensino médio, em um colégio privado do estado do Rio de Janeiro.

Com o estudo de caso, foram percebidos alguns problemas do Processo protótipo, sobretudo no que tange ao apoio tecnológico. Em sua implementação, o pesquisador precisou se valer de conhecimentos de software e hardware que podem não ser de domínio geral. Por conta disso, o Processo Educacional foi enriquecido com materiais didáticos que instruem o professor sobre como gravar e editar videoaulas.

O estudo de caso permitiu, também, avaliar a conjectura comportamental. Os dados analisados apontam que os Sistemas de Comunicação podem sim potencializar o ensino e a aprendizagem de Geometria Analítica na Sala de Aula Invertida em contextos de ensino remoto.

Por fim, este trabalho é composto de quatro capítulos, além desta “Introdução”. No capítulo dois são apresentados alguns aspectos teóricos norteadores da investigação associados ao uso de tecnologias digitais em Educação Matemática, com particular ênfase na Sala de Aula Invertida, nos Sistemas de Comunicação em Rede e no Ensino Remoto Emergencial. No terceiro, são apresentados o percurso metodológico e os resultados de uma pesquisa bibliográfica exploratória do tipo Mapeamento Sistemático da Literatura. Nos capítulos quatro e cinco, respectivamente, são apontados os encaminhamentos metodológicos e resultados da pesquisa, seguidos das conclusões do trabalho em questão.

## 2 QUADRO TEÓRICO

Este capítulo apresenta aspectos teóricos norteadores da pesquisa aqui relatada. Nele encontram-se elaborações teóricas acerca das relações entre as tecnologias e a aprendizagem matemática. Posteriormente, o capítulo adentra no âmbito das metodologias ativas que se apropriam das tecnologias digitais para fins de ensino-aprendizagem, com particular ênfase à Sala de Aula Invertida e os modelos de Ensino Híbrido. Por fim, são discutidos os Sistemas de Comunicação em Rede e os meios de conversação por estes ofertados.

### 2.1 SERES HUMANOS, TECNOLOGIAS E CONHECIMENTO MATEMÁTICO: RELAÇÕES HISTÓRICAS

Como enfatizado por D'Ambrosio (2012; 2002; 1991), historicamente as diversas sociedades humanas têm sido confrontadas com diferentes contextos naturais e socioculturais, em meio aos quais buscam realizar suas necessidades básicas e instintivas de sobrevivência e transcendência. Frente a essas demandas, os seres humanos desenvolveram variadas estratégias para compreender, explicar e atuar em sua própria realidade. Dessa forma, surgem as diversas religiões, as ciências biológicas e, também, as matemáticas.

Alguns exemplos diferentes desse fenômeno podem ser dados. Se enquadram dentro dessa perspectiva os conhecimentos acerca do movimento dos corpos celestes e a sofisticada mecânica newtoniana que lançaram as bases para a ciência moderna; se enquadram os conhecimentos sobre a teoria da evolução de Charles Darwin, que elucidam como seres vivos, em condições distintas se transformam e diversificam ao longo do tempo; e se enquadram, é importante destacar, os conhecimentos de um pedreiro que, ao medir as dimensões de um cômodo, estima a quantidade de metros quadrados de piso necessários para cobri-lo, fazer os rodapés e ainda prover uma margem segura para os pisos que se quebram no processo de corte sem, entretanto, comprar em excesso.

De maneira análoga ao desenvolvimento de tais estratégias, pode-se dizer que o ser humano tem atuado dentro de sua realidade natural e sociocultural de maneira criativa, buscando tanto adaptar-se ao mundo quanto adaptar o mundo a si. Conforme D'Ambrosio (2002), um olhar histórico nos mostra que mesmo antes da espécie *homo* surgir, tecnologias

como a pedra polida e outros utensílios rudimentares já faziam parte do cotidiano desses indivíduos. E, se esse olhar histórico se torna mais longitudinal, é possível perceber que as diferentes tecnologias desenvolvidas pela humanidade sempre tiveram uma relação íntima com a produção de conhecimento e, muitas vezes, com a produção de conhecimento matemático mais especificamente.

O autor cita o matemático Isaac Newton, por exemplo, que ao desenvolver seus estudos em mecânica celeste, aliado ao desenvolvimento do Cálculo, se apoiou em tecnologias já existentes, propostas por indivíduos que o precederam, como as tabelas decimais e de logaritmos, além de telescópios e relógios. Por outro lado, o desenvolvimento do Cálculo Diferencial e Integral possibilitou o estudo dos fluídos, que redundaria na criação de tecnologias hidrodinâmicas (D'Ambrosio, 2002).

Nesse sentido, pode-se dizer que as tecnologias e o conhecimento matemático possuem laços de proximidade e podem se apoiar mutuamente, em uma relação de reciprocidade. E, de fato, como mostram Borba e Penteadó (2019, p. 48), o desenvolvimento das demonstrações matemáticas esteve subordinado a disseminação da escrita em diversas sociedades. Assim, destacam os autores, a produção de conhecimento matemático se dá sempre a partir de coletivos formados “por seres-humanos-com-mídias, ou seres-humanos-com-tecnologias e não, como sugerem outras teorias, por seres humanos solitários ou coletivos formados apenas por seres humanos”.

Pensar nas relações entre o conhecimento matemático e as tecnologias como propõe Borba e Penteadó (2019), naturalmente, tem implicações importantes para a prática matemática em si, assim como para a Educação Matemática, seja enquanto campo de atuação docente ou enquanto campo de pesquisa científica. Nessa perspectiva, os autores advogam em favor de um entendimento mais amplo das relações entre as tecnologias e os seres humanos, coerente com a história da humanidade e do desenvolvimento das mídias, como tem sido exposto por Pierre Lévy. Tal perspectiva se demarca de visões dicotômicas e maniqueístas sobre as relações entre as mídias e os seres humanos bastante comuns, como a que associa o uso de tecnologias com a robotização e dominação da humanidade. Uma visão que se apresenta, inclusive, em discussões acerca da inserção das tecnologias na educação.

À luz desses aspectos teóricos e a íntima relação entre a produção de conhecimento matemático e as tecnologias destacada por Borba e Penteadó (2019), torna-se difícil e

antinatural desvincular os seres humanos do uso das tecnologias digitais, em especial, no contexto educacional. Isso se torna particularmente evidente em um mundo no qual as tecnologias se encontram cada vez mais disseminadas pelas sociedades.

Pode-se, então, discutir os impactos pedagógicos dessas tecnologias para a promoção da Educação Matemática. Borba, Silva e Gadanidis (2020, p. 25) destacam que “as dimensões da inovação tecnológica permitem a exploração e o surgimento de cenários alternativos para a educação e, em especial, para o ensino e aprendizagem de Matemática”. Borba e Penteadó (2019) acrescentam que para que essas dimensões sejam bem exploradas é fundamental que as mídias digitais sejam utilizadas de formas que não domesticuem suas potencialidades, isto é, essas tecnologias podem ser incorporadas de maneiras que promovam, entre outras coisas, a investigação, experimentação e visualização matemática.

Dentro da Educação Matemática, o uso das tecnologias tem sido considerado um tema de investigação bastante relevante, contando inclusive com um grupo de trabalho próprio vinculado à Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM). A temática vem sendo estudada, no Brasil, há pelo menos três décadas, nas quais é possível identificar a existência de quatro diferentes fases, com terminologias, tecnologias, perspectivas teóricas, ferramentas e orientações pedagógicas próprias, como pode ser observado de maneira sintética no quadro 1, a seguir (Borba; Silva; Gadanidis, 2020).

Quadro 1 – Características das quatro fases das tecnologias digitais em Educação Matemática

	<b>Tecnologias</b>	<b>Natureza ou base tecnológica das atividades</b>	<b>Perspectivas ou noções teóricas</b>	<b>Terminologia</b>
<b>Primeira fase (1985)</b>	Computadores ; calculadoras simples e científicas	LOGO Programação.	Construcionismo; micromundo.	Tecnologias informáticas (TI).
<b>Segunda fase (início dos anos 1990)</b>	Computadores (popularização); calculadoras gráficas.	Geometria dinâmica (Cabri Géomètre; Geometricks); múltiplas representações de funções (Winplot, Fun,	Experimentação, visualização e demonstração; zona de risco; conectividade; ciclo de aprendizagem construcionista; seres-humanos-com-mídias.	TI: software educacional; tecnologia educativa.

		Mathematica); CAS (Maple); jogos.		
<b>Terceira fase (1999)</b>	Computadores, laptops e internet.	Teleduc, e-mail; chat; forum; Google.	Educação a distância online; interação e colaboração online; comunidades de aprendizagem.	Tecnologias da informação e comunicação (TIC).
<b>Quarta fase (2004)</b>	Computadores ; laptops; tablets; telefones celulares; internet rápida.	GeoGebra; objetos virtuais de aprendizagem; applets; vídeos; YouTube; WolframAlpha; Wikipédia; Facebook; ICZ; Second Life; Moodle.	Multimodalidade; telepresença; interatividade; internet em sala de aula; produção e compartilhamento online de vídeos; performance matemática digital.	Tecnologias digitais (TD); tecnologias móveis ou portáteis.

Fonte: Borba, Silva e Gadanidis (2020, p. 46).

Atualmente, a pesquisa sobre o tema se encontra em sua quarta fase, marcada pelo advento da internet rápida. Nessa fase as tecnologias, perspectivas teóricas, pedagógicas e desafios práticos e teóricos das fases anteriores se mesclam e se integram, dado o caráter indissociável das fases (Borba; Silva; Gadanidis, 2020).

Trabalhos recentes têm sido desenvolvidos com a intenção de analisar o movimento da pesquisa sobre o uso das tecnologias digitais em Educação Matemática (Borba, 2021; Engelbrecht; Llinares; Borba, 2020; Borba *et al.*, 2016). No *13th International Congress on Mathematics Education*<sup>1</sup>), Borba *et al.* (2016) apresentaram uma *survey*, a qual visou identificar quais eram os principais avanços até então nesse tópico de pesquisa. Como resultado, os autores identificaram a emergência de cinco subáreas principais de investigação, associadas a: tecnologias móveis, *massive open online courses (MOOCs)*, bibliotecas digitais e desenvolvimento de objetos de aprendizagem, aprendizagem colaborativa e formação de professores com ensino híbrido.

Mais recentemente, um novo esforço investigativo foi realizado no campo, com uma *survey* conduzida por Engelbrecht, Llinares e Borba (2020). Nela, três temáticas de pesquisa se

---

<sup>1</sup>Congresso Internacional de Educação Matemática, em tradução literal.

destacam: princípios de *design* de ambientes de aprendizagem, interação social e construção do conhecimento e ferramentas e recursos educacionais.

Nas próximas seções deste capítulo serão apresentados alguns aspectos teóricos que fundamentam este trabalho, o qual se relaciona com alguns dos temas emergentes de investigação mencionados. Em especial, a aprendizagem colaborativa, *design* de ambientes de aprendizagem, interação social e construção do conhecimento e formação de professores com Ensino Híbrido.

## 2.2 SALA DE AULA INVERTIDA: UMA METODOLOGIA ATIVA

A Sala de Aula Invertida é um modelo de Ensino Híbrido (Moran, 2015; 2018; Bacich; Tanzi Neto; Trevisani, 2015; Valente, 2014; 2018). Isto equivale a dizer que na Sala de Aula Invertida busca-se a mescla flexível entre atividades presenciais e remotas, com o apoio das tecnologias digitais, visando promover o ensino e a aprendizagem (Bacich; Tanzi Neto; Trevisani, 2015). Por outro lado, a Sala de Aula Invertida pode ser considerada uma Metodologia Ativa (Moran, 2015; 2018; Valente, 2014; 2018).

Conforme Moran (2018, p. 41), as Metodologias Ativas “[...] dão ênfase ao papel protagonista do aluno, ao seu envolvimento direto, participativo e reflexivo em todas as etapas do processo, experimentando, desenhando, criando, com orientação do professor”. Representam, portanto, uma ruptura com as práticas educacionais baseadas no ensino tradicional e a exposição unidirecional dos conteúdos centradas na figura do professor (Valente, 2014; 2018).

Tal como propuseram Bergmann e Sams (2016, p. 4), a Sala de Aula Invertida tem sua gênese associada ao deslocamento conveniente da presença do professor para os momentos em que sua intervenção junto aos alunos pode ser mais necessária e significativa. Em suas práticas pedagógicas enquanto professores de Química nos Estados Unidos, os autores relataram que:

[...] O momento em que os alunos realmente precisam da minha presença física é quando empacam e carecem de ajuda individual. Não necessitam de mim pessoalmente ao lado deles, tagarelando um monte de coisas e informações; eles podem receber o conteúdo sozinhos.

Quando os autores começaram a implementar a metodologia em suas aulas o entendimento que orientou essa prática foi o de que o momento em que os alunos mais

necessitavam do apoio do professor era justamente aquele em que estes tinham que resolver exercícios e problemas práticos. Em geral, esse momento ocorria fora da escola, nas atividades dadas como tarefas para casa. Dessa forma, entendeu-se que por meio dos vídeos os alunos poderiam ter acesso à exposição dos conteúdos sem maiores dificuldades e que o momento da resolução de problemas, exercícios e questões com um caráter de aplicação dos conhecimentos básicos ocorreria em sala, com a presença do professor (Bergmann; Sams, 2016)

Os autores destacam, entretanto, que a Sala de Aula Invertida pode ser implementada de muitas formas diferentes, dependendo das preferências e características de cada professor:

[...] Não fomos os primeiros educadores a usar vídeos *screencast* em sala de aula como ferramenta didática, mas fomos pioneiros e proponentes ostensivos dessa prática, e, para nós, a sala de aula invertida não teria sido possível sem esse recurso. No entanto, são vários os professores que aplicam muitos dos conceitos expostos neste livro e se consideram adeptos da sala de aula invertida, mas que não usam vídeos como ferramenta didática. [...] Esperamos que, ao ler este livro, você conclua que não existe uma única maneira de inverter a sala de aula - não há essa coisa de *a* sala de aula invertida. Não existe metodologia específica a ser replicada, nem *checklist* a seguir que leve a resultados garantidos. Inverter a sala de aula tem mais a ver com certa mentalidade: a de deslocar a atenção do professor para o aprendiz e para a aprendizagem. Todo professor que optar pela inversão, terá uma maneira distinta de colocá-la em prática. Com efeito, ainda que tenhamos desenvolvido as salas de aula invertidas juntos e nossas salas de aula sejam vizinhas, ambas seriam distintas entre si, assim como nossas personalidades e nossos estilos didáticos se diferenciam em meio às semelhanças. (Bergmann; Sams, 2016, p. 5-10).

Moran (2018) corrobora com Bergmann e Sams (2016), alertando que a Sala de Aula Invertida é muitas vezes enxergada de maneira reducionista como a utilização de vídeos antes das aulas presenciais. O uso de vídeos não é um imperativo para a Sala de Aula Invertida. A Sala de Aula Invertida não se reduz a isso. Enquanto a preparação para aula por meio do uso de vídeos e a realização posterior de atividades presenciais é uma forma de inverter a sala de aula, ela não é a única. Dentro da metodologia, os alunos podem começar, por exemplo, pela experimentação, projetos e outras propostas mais abertas que o uso de materiais prontos (Moran, 2018).

Independente da forma que a Sala de Aula Invertida será implementada pelo professor, “o importante para inverter a sala de aula é engajar os alunos em questionamentos e resolução de problemas, revendo, ampliando e aplicando o que foi aprendido *on-line* com atividades bem planejadas e fornecendo-lhes *feedback* imediatamente” (Moran, 2018, p. 21). Sua

implementação acaba por demandar uma mudança no papel atribuído ao professor. Segundo Moran (2018, p. 22), “o articulador das etapas individuais e grupais é o docente, com sua capacidade de acompanhar, mediar, analisar os processos, resultados, lacunas e necessidades a partir dos percursos realizados pelos alunos individualmente e em grupo”.

### **2.2.1 Sistemas Colaborativos e Aprendizagem Colaborativa com Suporte Computacional**

O momento histórico que vem sendo vivenciado pela humanidade tem se caracterizado pela ocorrência de transformações profundas nas sociedades decorrentes do que tem sido chamada “Revolução da Internet”. De maneira semelhante a outras revoluções ocorridas ao longo da história humana, como a Revolução Industrial, esse evento tem promovido uma descontinuidade massiva das formas tradicionais das pessoas se relacionarem, trabalharem, serem e viverem (Nicolaci-da-Costa; Pimentel, 2011).

Esse processo de transformação, segundo os autores, tem sua gênese ainda em meados do século XX, quando foram inventados os primeiros computadores. Desde então é possível notar uma série sucessiva de desenvolvimentos e desdobramentos tecnológicos, levando à disseminação dos microcomputadores e, mais recentemente, a popularização das mídias sociais, as quais têm ajudado a criar um novo ser humano (Nicolaci-da-Costa; Pimentel, 2011).

Nicolaci-da-Costa e Pimentel (2011, p. 3) caracterizam alguns elementos desse novo ser humano em emergência:

O novo ser humano é digital, deixa de ser reconhecido somente por sua aparência física e passa a ter sua identidade vinculada a um perfil, um endereço de correio eletrônico, um nickname, um avatar. O ser humano do século XXI tem novos comportamentos, novos estilos de ser e agir, lê e escreve de forma diferente, desenvolveu novas formas de pensar e aprender, de se relacionar com amigos e de amar.

A existência desse novo ser humano tem demandado novos esforços práticos e teóricos no entendimento e desenvolvimento de sistemas que possam dar o melhor suporte possível para o relacionamento interpessoal no ciberespaço, apoiando o trabalho colaborativo. São preocupações dessa natureza que têm catalisado o desenvolvimento de estudos na área que no Brasil tem sido chamada de Sistemas Colaborativos (Nicolaci-da-Costa; Pimentel, 2011).

Esses sistemas mostram-se relevantes para uma vasta gama de empreendimentos humanos por apoiarem a colaboração, empregada no âmbito de muitas organizações e práticas profissionais. Apresentam, também, contribuições importantes para a Educação Matemática. Como mostram Stahl, Koschmann e Suthers (2015), Lev Vygotsky já apontava a importância da aprendizagem em grupos, mas o uso de tais sistemas de comunicação permitiu o surgimento de novos cenários de investigação e a emergência da área das Ciências da Aprendizagem denominada Aprendizagem Colaborativa com Suporte Computacional (*CSCL – Computer-Supported Collaborative Learning*).

A *CSCL*, sob a ótica dos autores, está baseada na ideia de que as tecnologias podem ser incorporadas nos processos educativos de forma a propiciar a aprendizagem grupal, com atividades criativas que exploram o desenvolvimento intelectual e a interação social (Stahl; Koschmann; Suthers, 2015). E, como Borba *et al.* (2016) apontaram, a *CSCL* constitui-se um subtópico emergente na pesquisa sobre tecnologias em Educação Matemática.

Atividades grupais, baseadas na interação são elementos comuns a algumas metodologias de ensino. Pode-se mencionar como exemplos a Assimilação Solidária e a *Jigsaw* propostas, respectivamente, por Baldino (1998) e Aronson e Patnoe (2011). As Metodologias Ativas, as quais destacam o papel protagonista dos alunos, são outro exemplo, com forte mediação tecnológica e enfoque grupal e/ou colaborativo, como a própria Sala de Aula Invertida (Moran, 2018; Bishop; Verleger, 2013).

Castro e Menezes (2011, p. 137) destacam alguns aspectos e contribuições de práticas pedagógicas baseadas na aprendizagem colaborativa:

A aprendizagem colaborativa tem sido defendida por educadores e praticada por muitos professores nos diversos níveis escolares, do ensino fundamental à pós-graduação. Esta prática não é uma novidade, entretanto, a disponibilidade das tecnologias de comunicação e de interação social tem contribuído para melhorias e a adesão de novos interessados. Os benefícios decorrentes das práticas pedagógicas baseadas na colaboração são inúmeros, dos quais podemos citar: a preparação para a vida em sociedade, o desenvolvimento do espírito crítico e a competência para resolver problemas de grande porte a partir das contribuições individuais.

Desenvolver atividades que visam promover a aprendizagem colaborativa envolve o fomento da participação ativa dos alunos, independentes e, simultaneamente, interdependentes, trabalhando em conjunto visando a concretização de objetivos comuns e coletivos (Castro;

Menezes, 2011). Stahl, Koschmann e Suthers (2015, p. 74) destacam outras nuances e desafios de tais práticas. Conforme os autores, a aprendizagem colaborativa

[...] Impõe a colaboração entre os alunos; eles não estão simplesmente reagindo isoladamente a conteúdos publicados. Neste caso, a aprendizagem acontece através das interações entre os alunos. Eles aprendem através das suas perguntas, perseguindo conjuntamente linhas de raciocínio, ensinando um ao outro e vendo como os outros estão aprendendo.

### 2.3 SISTEMAS DE COMUNICAÇÃO E MEIOS DE CONVERSAÇÃO EM REDE

Dentro do breve período desde que as tecnologias digitais se popularizam no país, os brasileiros têm se mostrado consumidores assíduos dos sistemas de comunicação e redes sociais. Redes como Twitter e Facebook são amplamente populares entre os brasileiros, que demonstram uma propensão à comunicação no uso da internet (Calvão; Pimentel; Fuks, 2014).

À luz das reflexões de Nicolaci-da-Costa e Pimentel (2011), esse aspecto parece estar associado de maneira mais ampla não só a uma componente cultural brasileira, mas também a um processo de transformação na própria humanidade. O ser humano digital atual participa ativamente da sociedade em rede. Nela, tende a se manter em constante contato com outras pessoas, por meio das mais variadas mídias digitais (Calvão; Pimentel; Fuks, 2014).

Na ótica de Calvão, Pimentel e Fuks (2014, p. 38), os sistemas de conversação como Gmail, Facebook e Twitter podem ser entendidos como “os meios que possibilitam a conversação entre interlocutores”. Essa conversação se dá de maneira dialógica, de forma que os interlocutores desempenham simultaneamente tanto o papel de receptores quanto de emissores de informações, em oposição às tecnologias de comunicação de massa tradicionais, como o rádio e a televisão.

Em meio a esses sistemas são proporcionados diferentes meios de conversação, que caracterizam formas distintas das pessoas se comunicarem em rede (Calvão; Pimentel; Fuks, 2014). Calvão, Pimentel e Fuks (2014) propõem um dicionário que permite a identificação das principais características dos meios de conversação existentes atualmente. O quadro 2, a seguir, apresenta esse dicionário em maior detalhe.

#### Quadro 2 – Dicionário dos Meios de Conversação em Rede

Ícone	Meio de conversação	Descrição	Exemplos
	Audiochamada (conversa telefônica)	Meio de conversação síncrona entre dois interlocutores com transmissão de áudio	Skype, Viber
	Audioconferência	Meio de conversação síncrona em grupo pequeno com transmissão de áudio	UberConference, FreeConferenceCall
	Bate-papo (chat)	Meio de conversação síncrona para a discussão em turma (ou grupo pequeno) em que todos trocam mensagens textuais curtas	mIRC, Bate papo UOL
	Blog	Meio de conversação assíncrona em que um autor divulga mensagens de texto elaboradas para serem comentadas por todos	Wordpress, Blogger
	Email (correio eletrônico)	Meio de conversação assíncrona entre dois (ou poucos) interlocutores que trocam mensagens de texto elaboradas	Gmail, Outlook
	Fórum de discussão	Meio de conversação assíncrona para a discussão entre muitos interlocutores que trocam mensagens de texto elaboradas, organizadas em tópicos	phpBB, vBulletin
	Lista de discussão	Meio de conversação assíncrona para a discussão entre muitos interlocutores que enviam mensagens de texto elaboradas, organizadas em lista	Google Groups, Yahoo Groups
	Mensageiro instantâneo (mensagens instantâneas)	Meio de conversação síncrona em que dois interlocutores trocam mensagens de texto curtas	ICQ, WhatsApp
	Mensagens em grupo	Meio de conversação assíncrona para a discussão em grupos pequenos (ou turmas) em que todos trocam mensagens de texto curtas	WhatsApp, Conversa em Grupo no Facebook
	Microblog	Meio de conversação assíncrona em que o autor divulga mensagens de texto curtas para serem comentadas por todos	Twitter, Tumblr
	SMS (torpedo)	Meio de conversação assíncrona entre dois interlocutores que trocam mensagens de texto curtas	WhatsApp, Handcent
	Videochamada	Meio de conversação síncrona entre dois interlocutores com transmissão de áudio e vídeo	Skype, FaceTime
	Videoconferência	Meio de conversação síncrona em grupo pequeno com a transmissão de áudio e vídeo	Skype, Hangouts

Fonte: Adaptado de Calvão, Pimentel e Fuks (2014, p. 57-59).

## 2.5 PANDEMIA NO BRASIL: ALGUNS DADOS EDUCACIONAIS

O Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP) realizou, em 2021, uma pesquisa intitulada “*Resposta Educacional à Pandemia de COVID-19 no Brasil*” (Brasil, 2021). O propósito do estudo foi identificar as ações adotadas nas escolas brasileiras diante da necessidade de medidas de enfrentamento à disseminação do vírus SARS-CoV-2 no período correspondente ao ano letivo de 2020. A coleta dos dados foi ampla, englobando mais de 168 mil escolas, totalizando, respectivamente, cerca de 97,2% e 83,2% das escolas públicas e privadas do país. Dada sua abrangência, o estudo traz elementos importantes ao se analisar a educação praticada em tempos de pandemia no Brasil.

Conforme a pesquisa, quase a totalidade das escolas públicas e privadas do país suspenderam a realização das atividades presenciais de ensino e aprendizagem em algum momento. Apesar da paralisação dessas atividades presenciais ter sido praticamente generalizada, o período de paralisação variou de escola para escola. Na rede privada, por exemplo, as escolas ficaram paralisadas em média 248 dias, enquanto na rede pública esse número alcançou a marca de 287 dias (Brasil, 2021).

Quadro 3 - Números de dias com escolas fechadas (sem atividades presenciais) em decorrência da pandemia de COVID-19 (março/2020 - fevereiro/2021)

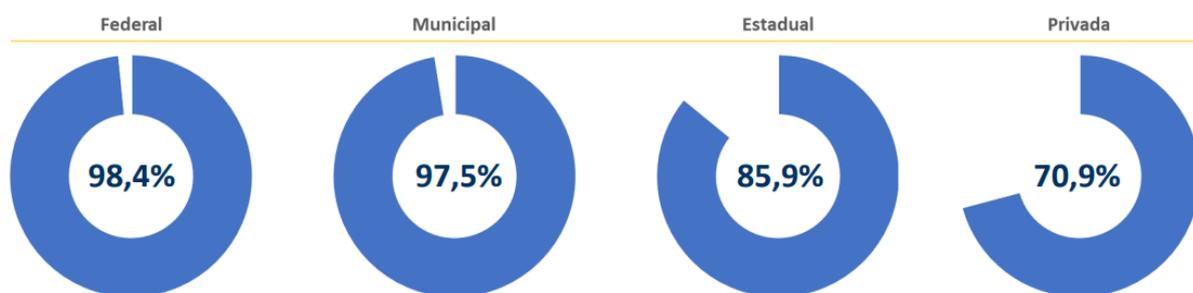
<b>País</b>	<b>Número médio de dias de suspensão das atividades presenciais</b>
Brasil	279
Índia	235
Chile	199
Argentina	199
México	180
Colômbia	173
Canadá	163
Austrália	125

Alemanha	92
Dinamarca	76
Espanha	75
Portugal	67
França	43

Fonte: Adaptado de Brasil (2021).

Comparando dados brasileiros a dados globais apresentados pela UNESCO presentes na tabela 1, pode-se perceber que o período de paralisação das atividades presenciais de ensino e aprendizagem no Brasil foi significativamente mais longo que em outros países da América Latina e, possivelmente, ocasionou perdas mais severas na aprendizagem dos estudantes (Brasil, 2021).

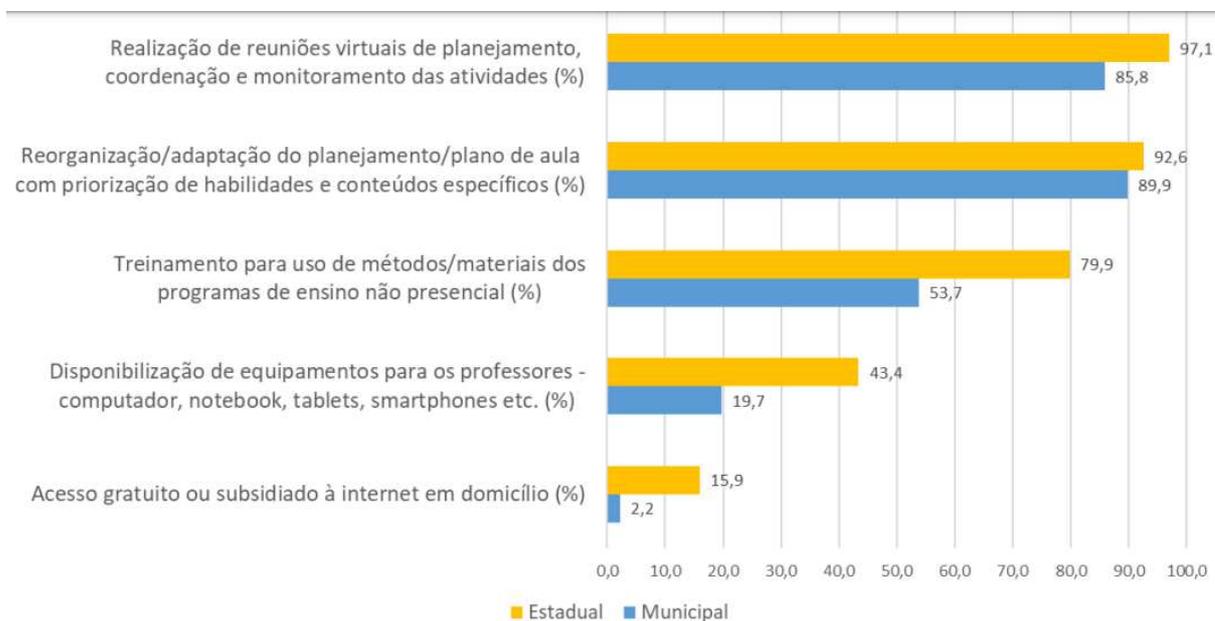
Figura 1 - Percentual de escolas que não retornou às atividades presenciais no ano de 2020 no Brasil



Fonte: Brasil (2021).

Pelos dados expostos na figura 1, é possível notar que, embora quase a totalidade das escolas no Brasil tenha aderido à suspensão das práticas educacionais presenciais, cerca de 29,1% das escolas da iniciativa privada promoveram atividades de ensino e aprendizagem nesses moldes, à despeito do cenário pandêmico e os riscos à saúde coletiva por ele ofertados. Nas escolas das redes estaduais este número se mostrou mais moderado, restringindo-se a 14,1% (Brasil, 2021).

Figura 2 - Percentual de escolas por estratégia adotada pela escola/secretaria de educação junto aos professores para continuidade das atividades pedagógicas durante a suspensão das atividades presenciais no Brasil em 2020



Fonte: Brasil (2021).

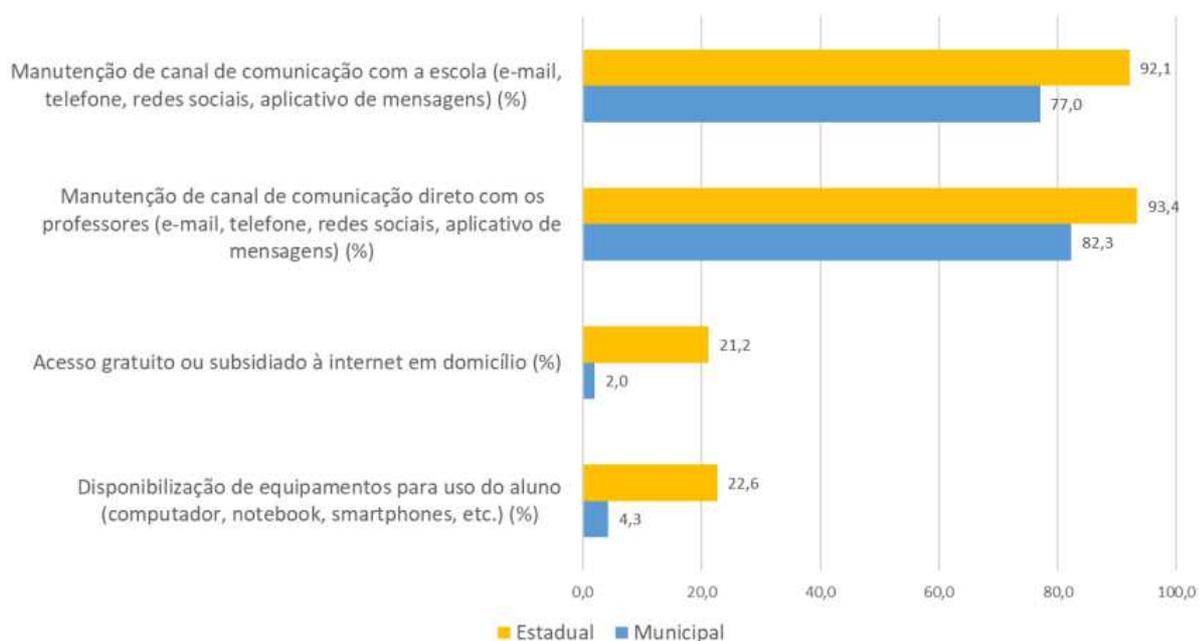
A pesquisa também permitiu o mapeamento de ações implementadas pelas escolas e secretarias de educação municipais e estaduais de apoio aos professores para atuação pedagógica em momento pandêmico.

Do ponto de vista material, isto é, das condições tecnológicas básicas indispensáveis para a realização de atividades educacionais online junto aos alunos, dois tipos de iniciativas das secretarias e escolas são notados: a disponibilização de equipamentos como computadores, notebooks e smartphones e o subsídio à internet domiciliar. A primeira iniciativa abrangeu 43,4% das escolas estaduais, enquanto no cenário municipal, este número mostra-se ainda mais reduzido, totalizando 19,7%. Dessa forma, embora tenham sido confrontados com a necessidade urgente de infraestrutura tecnológica domiciliar, a maioria dos professores atuantes nas escolas estaduais e municipais não pode contar com este apoio material das escolas/secretarias as quais estavam vinculados (Brasil, 2021). Assim, naturalmente, uma parte expressiva dos professores teve que lançar mão de recursos materiais e financeiros próprios para oferecerem educação em período pandêmico.

No que tange ao acesso domiciliar à internet, indispensável à realização de atividades educacionais remotas síncronas e assíncronas, o suporte das escolas e secretarias aos professores das escolas estaduais e municipais mostrou-se ainda mais tímido e precário. Dessa forma, os professores tiveram predominantemente que empregar recursos financeiros e

materiais próprios para financiarem e viabilizarem a realização de atividades de ensino e aprendizagem não presenciais (Brasil, 2021).

Figura 3 - Percentual de escolas por estratégia de comunicação e apoio tecnológico disponibilizadas aos alunos para continuidade das atividades pedagógicas durante a suspensão das atividades presenciais no Brasil em 2020



Fonte: Brasil (2021).

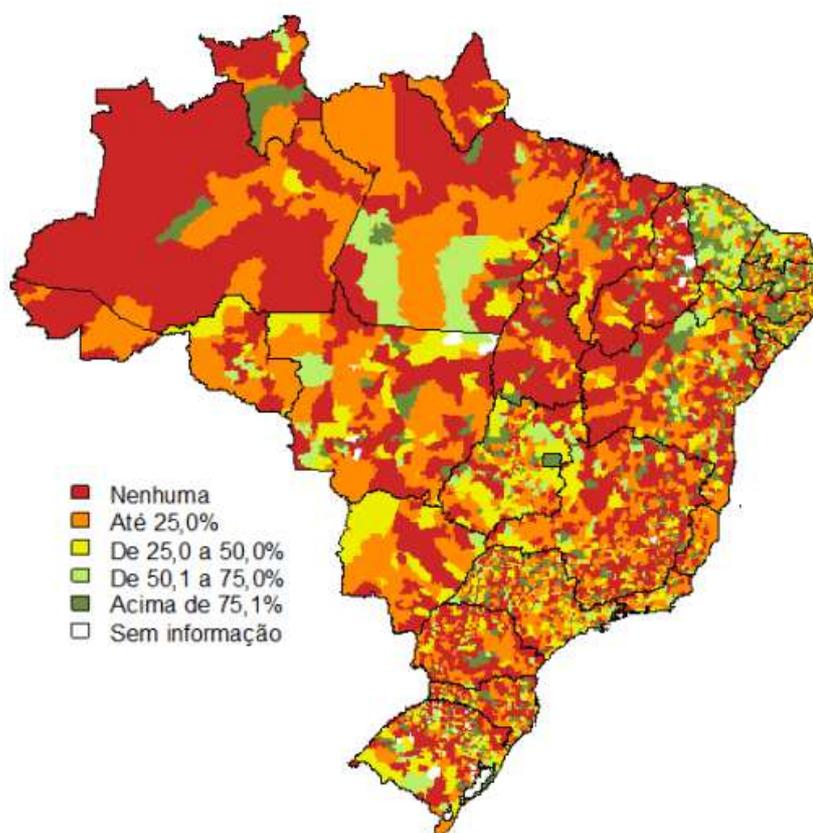
Na figura 3 são apresentadas algumas das estratégias de comunicação e apoio tecnológico disponibilizadas aos alunos durante a suspensão das atividades presenciais. Dentre as iniciativas adotadas pelas secretarias estaduais e municipais de educação, figuram de maneira particularmente frequente a manutenção de canais de comunicação diretos com a escola e professores. Esses canais eram constituídos a partir de tecnologias de comunicação síncrona e assíncrona, como chamadas, mensagens e etc. Dessa forma, pode-se dizer que as secretarias tomaram, de fato, ações para favorecer a comunicação com seus estudantes.

Em contrapartida, no que tange ao acesso à internet e dispositivos como smartphones, notebooks e desktops, indispensáveis à comunicação não presencial, o apoio ofertado aos estudantes foi modesto nas secretarias estaduais e ainda mais reduzido nas municipais. Assim, os alunos de instituições dessas esferas que não dispunham de tais recursos em domicílio, apesar

da existência de canais de comunicação com a escola e seus professores, tiveram dificuldade em usufruir destes.

Um dos tópicos explorados foram as atividades e ferramentas implementadas pelas escolas para a aprendizagem dos estudantes. Nesse tópico, a pesquisa apresenta que mesmo durante a pandemia, nas escolas estaduais municipais houve massiva utilização de materiais impressos, como livros didáticos, apostilas e folhas de atividades. Dentre as estratégias, a realização de atividades online síncronas com interação direta entre professores e estudantes ocorreu em cerca de 27% das escolas municipais, enquanto na rede estadual esse número foi cerca de duas vezes maior.

Figura 4 - Realização de atividades online síncronas por espaço geográfico no Brasil em 2020

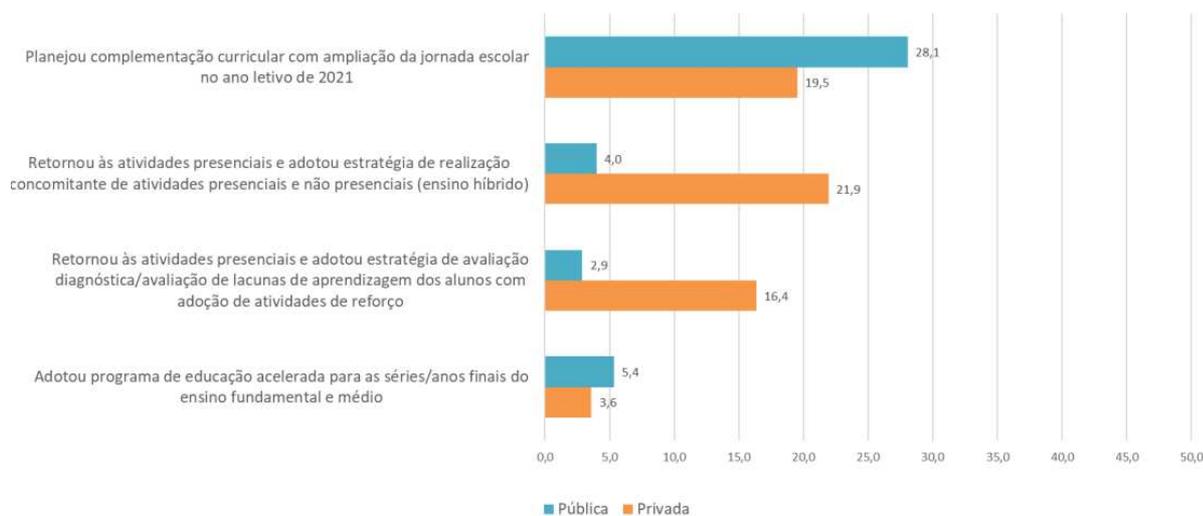


Fonte: Brasil (2021).

Conforme ilustra a figura, nos estados do norte e nordeste houve faixas do mapa vermelhas e laranjas em uma proporção que contrasta com a das demais das regiões do país.

Nesses locais, poucas ou nenhuma escola municipal e estadual conseguiram manter aulas com interações direta online entre estudantes e professores. Essa realidade ilustra que o acesso às tecnologias não alcança todos ao mesmo tempo (Borba, 2021; Borba; Penteadó, 2019).

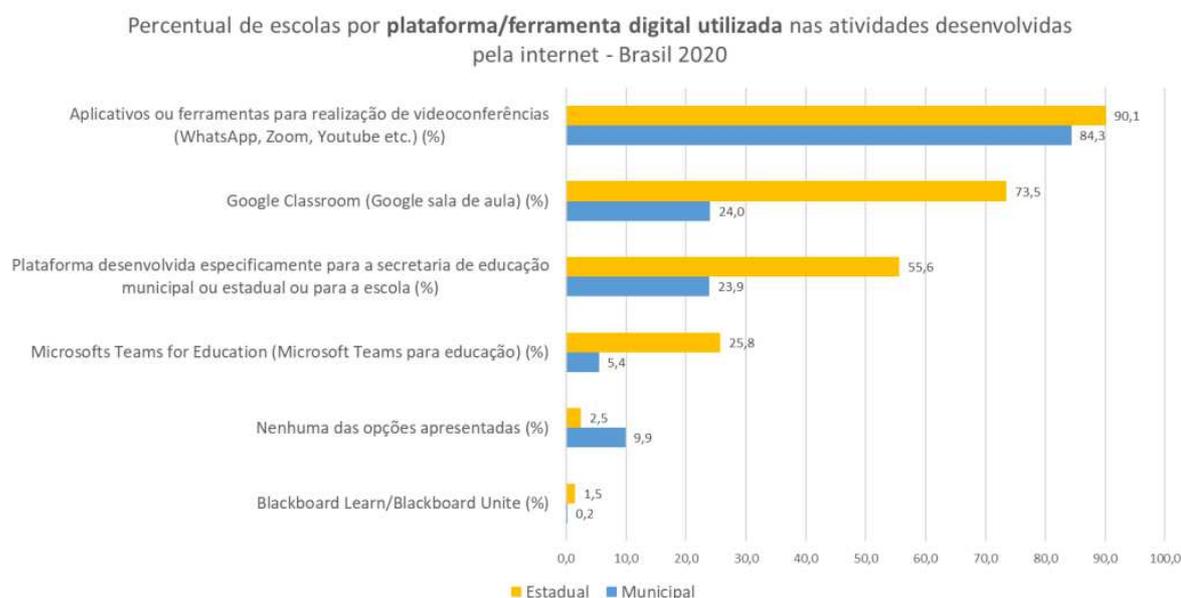
Figura 5 - Ações das escolas para complementação do período sem aulas em 2020



Fonte: Brasil (2021).

Na pandemia, a grande maioria das escolas suspenderam temporariamente as atividades presenciais. A ação resultou em um descompasso entre o período letivo esperado e o tempo disponível para seu cumprimento. Nas escolas públicas, de maneira geral, essa dificuldade foi enfrentada xpor essa estratégia: ampliação da jornada escolar no ano seguinte, assim como nas escolas privadas. Nas escolas privadas, entretanto, houve a adoção de educação presencial como estratégia.

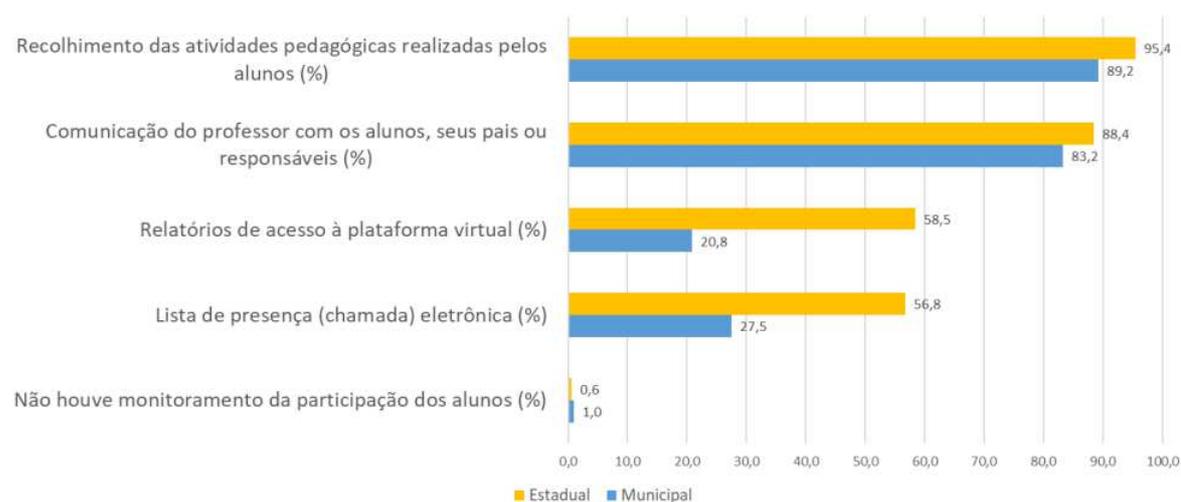
Figura 6 – Percentual de escolas por plataforma/ferramenta digital utilizada nas atividades desenvolvidas pela internet – Brasil 2020



Fonte: Brasil (2021).

Em relação às tecnologias incorporadas pelas escolas públicas, observou-se na pesquisa a predominância de ferramentas para a realização de videochamadas e videoconferências, com o AVA Google Classroom sendo frequentemente utilizado.

Figura 7 – Percentual de escolas por forma de monitoramento da participação (frequência) dos alunos nas atividades de ensino não presenciais – Brasil 2020



Fonte: Brasil (2021).

A monitoração dos estudantes foi realizada muitas vezes pelo recolhimento das atividades pedagógicas, comunicação do professor com alunos, pais e responsáveis, relatórios de acesso em plataforma virtual e lista de presença online.

### 3.1 RESULTADOS NA APRENDIZAGEM

Buscando verificar os impactos dos regimes de ensino remoto e híbrido implementados no Brasil, os institutos Insper e Unibanco financiaram uma pesquisa sobre o tópico. Foram objetivos da pesquisa: estimar o impacto que a pandemia teve no aprendizado dos alunos em 2020, prever as possíveis perdas para o ano de 2021 (na ocasião de manutenção da tendência do ano anterior) e indicar possibilidades de mitigação dessas perdas. Para atingir essas finalidades, os pesquisadores fizeram uso da escala Saeb – Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica. Nesta escala, os resultados da Prova Brasil dos alunos do 5º e 9º anos do ensino fundamental e 3º do ensino médio são estruturados em níveis de proficiência em Língua Portuguesa e Matemática.

Conforme o estudo, os estudantes brasileiros que concluíram o terceiro ano do ensino médio em ensino remoto alcançaram um nível de proficiência em Matemática de 9 a 10 pontos abaixo na escala Saeb do que obteriam caso o ensino presencial tivesse sido mantido. Dessa forma, a pandemia e as práticas educacionais emergencialmente adotadas em sua resposta resultaram em perda e precarização da formação matemática dos estudantes (Barros *et al.*, 2021).

Os resultados destacam que tanto em Língua Portuguesa quanto em Matemática a adoção do ensino remoto emergencial invariavelmente levaria à defasagem da aprendizagem em comparação ao ensino presencial, o qual é, segundo os autores, mais eficiente. Por outro lado, uma vez adotado o ensino remoto emergencial, os pesquisadores destacam que algumas ações, como o aumento do engajamento dos estudantes, poderiam mitigar essas perdas. (Barros *et al.*, 2021).

### 2.6 CONSIDERAÇÕES FINAIS DO CAPÍTULO

Ao longo do capítulo foram expostas algumas perspectivas teóricas referentes a utilização e pesquisa em torno das tecnologias digitais em Educação Matemática. Como mostrado, o desenvolvimento tecnológico e o matemático possuem relações históricas, evidenciando o potencial pedagógico desses artefatos para a Educação Matemática. Sua inserção em ambientes educacionais tem permitido a adoção de modelos educacionais alternativos ao tradicional, tais como a Sala de Aula Invertida.

Posteriormente, foram explorados alguns dados pertinentes à pandemia mundial da COVID-19, que se alastrou por todo o mundo e provocou, no Brasil, o advento do Ensino Remoto Emergencial.

No capítulo seguinte serão apresentados o percurso metodológico e os resultados de uma pesquisa bibliográfica exploratória (Fiorentini; Lorenzato, 2012) do tipo Mapeamento Sistemático da Literatura (Falbo; Souza; Felizardo, 2017), que teve o objetivo de caracterizar como o Ensino Híbrido (o que engloba, naturalmente, a Sala de Aula Invertida) tem sido implementado para o ensino e a aprendizagem de Geometria.

### 3 ENSINO HÍBRIDO EM GEOMETRIA: UM MAPEAMENTO SISTEMÁTICO DA LITERATURA

Consideradas as proposições teóricas apresentadas no capítulo anterior, pode-se notar que a utilização das tecnologias digitais permite a exploração de cenários alternativos para o ensino e a aprendizagem (Borba; Silva; Gadanidis, 2020), condicionando, portanto, a produção de conhecimento matemático (Borba; Penteadó, 2019). Em meio a variedade de cenários alternativos que se fazem possíveis a partir do uso de tais tecnologias, destaca-se o Ensino Híbrido, tópico emergente da pesquisa em Educação Matemática (Borba *et al.*, 2016; Engelbrecht; Llinares; Borba, 2020).

Não há um consenso acadêmico sobre o que caracterizaria o Ensino Híbrido. Apesar desse impasse, a maioria das conceituações convergem em relação a um ponto: no Ensino Híbrido há a articulação da aprendizagem presencial em sala de aula com o ensino a distância em espaços virtuais. Este conceito tem figurado em meio às discussões sobre o uso educacional das tecnologias digitais. Nessas discussões, argumenta-se a favor do Ensino Híbrido enquanto plataforma para a implementação de práticas pedagógicas que caminham na contramão do ensino tradicional<sup>2</sup>, se apropriando de tecnologias digitais e promovendo, dentre outras coisas, interação, personalização e colaboração no ensino e na aprendizagem (Bacich; Tanzi Neto; Trevisani, 2015).

O Ensino Híbrido pode oferecer muitas possibilidades para o desenvolvimento de práticas educativas diversas, abertas e sujeitas a uma multiplicidade de combinações (Bacich; Tanzi Neto; Trevisani; 2015; Moran, 2015; 2018). Uma vez reconhecida a relevância do tópico, foi realizada uma busca preliminar por estudos bibliográficos com o objetivo de identificar quais aspectos do Ensino Híbrido já foram investigados por estudos secundários. Para isso, foi

---

<sup>2</sup> Entende-se por “ensino tradicional” aquele que se baseia na transferência de conhecimento do professor para os estudantes, criticado por Freire (2020) e Baldino (1998).

realizada uma busca automática na base de trabalhos científicos *Scopus*<sup>3</sup>, com a *string*<sup>4</sup>: ( *ABS* ( "*blended learning*" ) *OR ABS* ( "*flipped classroom*" ) ) *AND ABS* ( "*systematic literature*" ). A partir da busca<sup>5</sup> foram retornados 23 trabalhos, que foram filtrados a partir da leitura de seus resumos. No quadro 3, a seguir, são apresentados de maneira sintética os principais aspectos dos 12 trabalhos selecionados após a busca<sup>6</sup>.

Quadro 3 – Estudos Sistemáticos da Literatura sobre Ensino Híbrido

<b>Título</b>	<b>Referência</b>	<b>Tema</b>	<b>Objetivo do trabalho</b>
Enabling Stakeholders to Change: Development of a Change Management Guideline for Flipped Classroom Implementations	Blömer, Droit e Hoppe (2020)	Gestão de Mudanças na Sala de Aula Invertida	Sintetizar as descobertas científicas sobre as abordagens em Gestão de Mudanças aplicadas à Sala de Aula Invertida.
Agile Development of a Flipped Classroom Course	Blömer <i>et al.</i> (2020)	Desenvolvimento da Sala de Aula Invertida.	Desenvolver um modelo de desenvolvimento ágil para a Sala de Aula Invertida.
Revisiting Blended Learning in TPACK: Literature Review	Rahmawati, Budiyanto e Basori (2019)	TPACK no Ensino Híbrido.	Avaliar os resultados da aplicação do TPACK no Ensino Híbrido.
A Classification of How MOOCs Are Used for Blended Learning	Alghamdi, Hall e Millard (2019)	MOOCs no Ensino Híbrido.	Propor uma classificação hierárquica das formas de utilização dos MOOCs no Ensino Híbrido.
Critical Success Factor in Blended Learning for English Training: a Systematic Literature Review	Putri, Luke e Sela (2019)	Ensino Híbrido no Ensino de Inglês	Investigar os fatores críticos para o sucesso do Ensino Híbrido para o Ensino de Inglês.

<sup>3</sup> A *Scopus* foi utilizada por se tratar da maior base de dados, resumos e citações de trabalhos acadêmicos revisados por pares do mundo (Scopus, 2020). Na base encontram-se indexados, por exemplo, artigos e resumos dos periódicos utilizados por Borba *et al.* (2016) na realização de uma *survey* sobre tecnologias digitais em Educação Matemática: *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, *Educational Studies in Mathematics*, *Journal for Research in Mathematics Education*, *For the Learning of Mathematics*, *Journal of Mathematics Teacher Education*, *Mathematical Thinking and Learning*, *ZDM – Mathematics Education*, *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, *International Journal of Science and Mathematics Education* e *Mathematics Education Research Journal*.

<sup>4</sup> Uma *string* é, conforme Fabbri, Octaviano e Hernandes (2017, p. 29), “um conjunto de palavras e termos referente ao tema de pesquisa conectados por operadores lógicos AND e OR”.

<sup>5</sup> A busca foi realizada no dia dezoito de novembro de 2020.

<sup>6</sup> Dos trabalhos encontrados foram removidos: (1) o qual os pesquisadores não conseguiram ter acesso, (4) por se tratarem de anais de eventos, (1) por apresentar o protocolo de uma revisão sistemática da literatura, sem os resultados e (5) por não terem o Ensino Híbrido como tema central.

A Systematic Review of Flipped Classroom Empirical Evidence from Different Fields: What Are the Gaps and Future Trends?	Zainuddin <i>et al.</i> (2019)	Sala de Aula Invertida.	Revisar e analisar as tendências da pesquisa sobre a Sala de Aula Invertida.
Flipping the Classroom in Graduate Medical Education: a Systematic Review	King <i>et al.</i> (2019)	Sala de Aula Invertida em Educação Médica.	Caracterizar o uso da Sala de Aula Invertida na pós-graduação em Educação Médica e avaliar a qualidade da pesquisa existente.
Blended Learning with MOOCs: from Investment Effort to Success: a Systematic Literature Review on Empirical Evidence	Eradze <i>et al.</i> (2019)	MOOCs no Ensino Híbrido.	Relatar uma revisão sistemática da literatura sobre MOOCs no Ensino Híbrido.
An Systematic Review of E-learning Outcomes in Undergraduate Dental Radiology Curricula—Levels of Learning and Implications for Researchers and Curriculum Planners	Botelho, Agrawal e Bornstein (2019)	Ensino Híbrido e Educação a Distância em Radiologia Odontológica.	Examinar os resultados do Ensino Híbrido e da Educação a Distância em Radiologia Odontológica.
In Search of Attributes that Support Self-Regulation in Blended Learning Environments	Van Laer e Elen (2017)	Auto-regulação no Ensino Híbrido.	Identificar e definir os atributos do Ensino Híbrido que apoiam as habilidades autorregulatórias dos estudantes.
Monitoring, Awareness and Reflection in Blended Technology Enhanced Learning: A Systematic Review	Rodríguez-Triana <i>et al.</i> (2017)	Learning Analytics e Educational Data Mining no Ensino Híbrido.	Apresentar uma revisão sistemática da literatura sobre Learning Analytics e Educational Data Mining para monitoramento, conscientização e reflexão no Ensino Híbrido.
Reviewing the Flipped Classroom Research: Reflections for Computer Science Education	Giannakos, Krogstie e Chrisochoides (2014)	Sala de Aula Invertida em Ciência da Computação.	Prover uma revisão da literatura sobre a Sala de Aula Invertida em Ciência da Computação.

Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Os estudos encontrados possuem objetivos variados. Existem estudos que abordam o Ensino Híbrido em interseção com diferentes contextos disciplinares, como Educação Médica (King *et al.*, 2019), Ciência da Computação (Giannakos; Krogstie; Chrisochoides, 2014), Radiologia Odontológica (Botelho; Agrawal; Bornstein, 2019) e inglês (Putri; Luke; Sela, 2019). Em alguns estudos, o Ensino Híbrido intercede com outros aspectos teóricos, como o modelo TPACK (Rahmawati; Budiyanto; Basori, 2019), os MOOCs (Eradze *et al.* 2019;

Alghamdi; Hall; Millard, 2019), enquanto existe investigações que buscam olhar para a literatura existente como forma de embasar a formulação de modelos e estratégias úteis na implementação da Sala de Aula Invertida (Blömer; Droit; Hoppe, 2020; Blömer *et al.*, 2020).

Apesar do caráter multifacetado evidenciado pelos trabalhos consultados, nota-se que os trabalhos não incidem sobre o Ensino Híbrido em Geometria, de maneira que é difícil precisar quais são os avanços e lacunas presentes na pesquisa em torno do tópico. Dado este hiato, no presente capítulo são apresentados o percurso metodológico e os resultados de uma pesquisa bibliográfica exploratória (Fiorentini; Lorenzato, 2012) do tipo Mapeamento Sistemático da Literatura (Falbo; Souza; Felizardo, 2017), que tem o objetivo de caracterizar como o Ensino Híbrido tem sido implementado em Geometria.

### 3.2 MÉTODO DE PESQUISA

Segundo Niss (2004), dentro do cenário da pesquisa em Educação Matemática existe certa tendência de que os pesquisadores falem e escrevam numa proporção maior do que leem, refletem e contemplam sobre a produção científica já existente, que é bastante rica em extensão e qualidade. Para o autor, em tal contexto é necessário que a literatura de pesquisa venha a ser examinada de maneiras mais sistemáticas, catalogando, caracterizando e sintetizando o conhecimento existente. Considerando essa crítica, nesse estudo optou-se pela realização de um Mapeamento Sistemático da Literatura (MSL).

Conforme Kitchenham e Charters (2007 *apud* Falbo; Souza; Felizardo, 2017), um MSL é uma investigação feita com base em outros estudos, visando compreender a pesquisa em torno de um dado tópico de interesse. Um estudo dessa natureza possibilita ao pesquisador caracterizar a produção acadêmica em torno de seu tema de pesquisa, contemplar sua dimensão e identificar aspectos que ainda precisam ser investigados (Falbo; Souza; Felizardo, 2017).

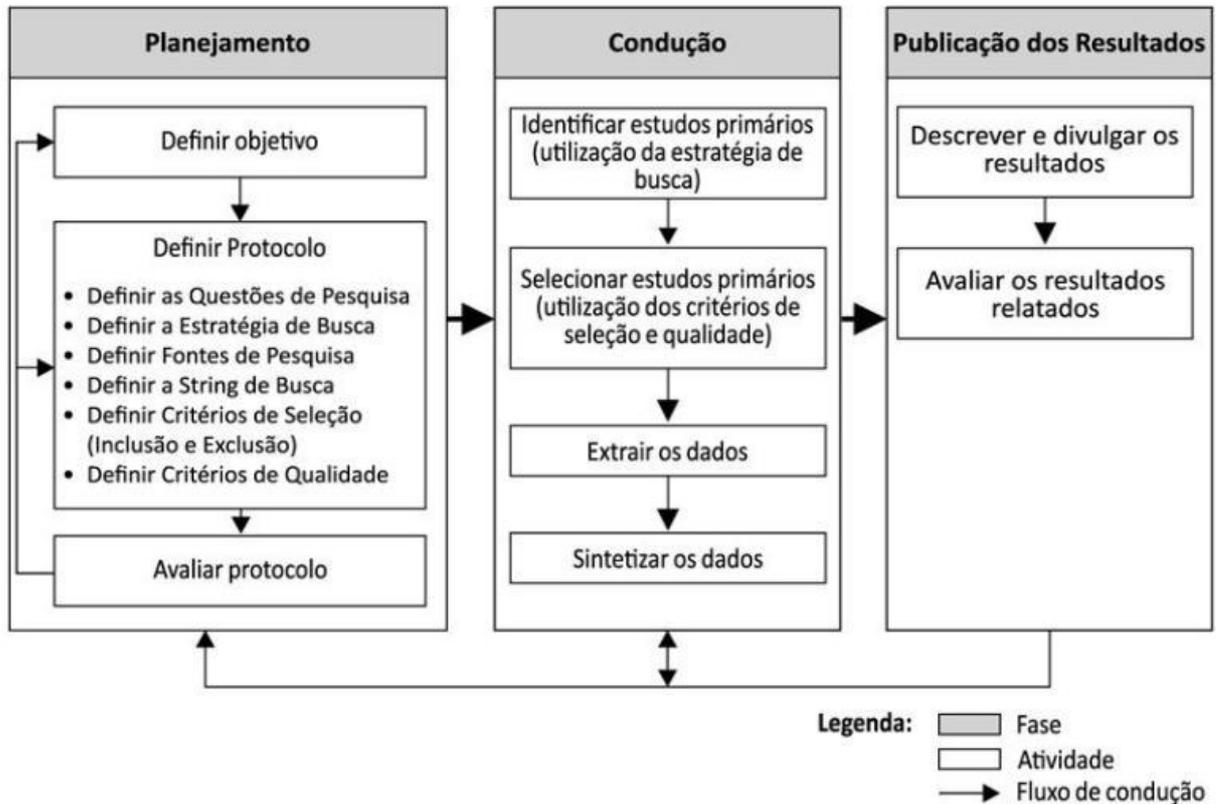
Nesse sentido, a execução de um MSL age na direção de propiciar uma visualização e compreensão panorâmica do próprio movimento da pesquisa em torno de determinado tópico. Em adição, a realização de um MSL cria condições para um pesquisador elevar os níveis de confiabilidade, sistematização e rigor de um estudo, diminuindo a influência de seu viés nos resultados da pesquisa, além de tornar o estudo replicável, em oposição aos mapeamentos e revisões de literatura usuais (Souza; Felizardo; Falbo, 2017).

Dadas os aspectos citados, entende-se que o desenvolvimento de MSLs pode desempenhar um papel importante e potencializar a pesquisa em Educação Matemática, e se constitui, portanto, no instrumental investigativo aqui adotado.

### **3.2.1 Percurso Metodológico**

No desenvolvimento desse mapeamento foram tomadas como diretrizes os procedimentos propostos por Falbo, Souza e Felizardo (2017), que sugerem um processo de mapeamento composto de três fases: planejamento, condução e publicação dos resultados. Na primeira fase, a de planejamento, foi definida a questão primária de pesquisa e constituído um percurso metodológico para respondê-la. Na segunda, o mapeamento propriamente dito foi conduzido por meio da execução do planejamento e a terceira se conclui com a publicação deste trabalho, divulgando os resultados do estudo para a comunidade científica interessada. Os procedimentos e processos para a realização de um MSL são representados em maior detalhe na Figura 8, a seguir.

Figura 8 – Etapas e processos para a realização de um Mapeamento Sistemático da Literatura



Fonte: Souza, Felizardo e Falbo (2017, p. 19).

No desenvolvimento do protocolo, que estrutura a estratégia de mapeamento, os elementos expostos na Figura 8 foram definidos, à exceção dos critérios de qualidade, usualmente não utilizados em MSLs (Falbo; Souza; Felizardo, 2017).

Esse MSL tem por objetivo caracterizar como o Ensino Híbrido tem sido implementado em Geometria e identificar lacunas que justifiquem novas pesquisas sobre o tema. Para alcançar esse objetivo foram formuladas as questões de pesquisa secundárias expostas no Quadro 4.

Quadro 4 – Questões de pesquisa secundárias do Mapeamento Sistemático da Literatura

Questão de pesquisa	Objetivo
Questão de pesquisa secundária I: Onde vinculam os trabalhos?	Compreender quais veículos, especialmente periódicos e anais de eventos têm servido como ambiente para a divulgação e discussão dessa temática, assim como observar se existem predominâncias em relação aos tipos de veículos, revistas, eventos etc.
Questão de pesquisa secundária II: Quando foram publicados os trabalhos?	Caracterizar o movimento da pesquisa sobre o tópico e a distribuição dos trabalhos ao longo do

	tempo, assim como observar se existem tendências de crescimento, decrescimento, ou mesmo constância do interesse nesse tópico e a extensão da produção já existente.
Questão de pesquisa secundária III: Quais autores realizaram os trabalhos?	Identificar se existem autores que concentram publicações sobre o tema e, portanto, têm sido influentes na área.
Questão de pesquisa secundária IV: Como os trabalhos foram desenvolvidos metodologicamente?	Identificar características metodológicas dos estudos, como o tamanho das turmas envolvidas, nível de ensino dos alunos, duração das implementações e instrumentos utilizados para coleta de dados.
Questão de pesquisa secundária V: Quais ramos da Geometria foram abordados nos trabalhos?	Entender quais subtópicos da Geometria foram abordados pelas pesquisas e se existe alguma concentração de trabalhos em determinado subtópico.
Questão de pesquisa secundária VI: Como o Ensino Híbrido foi implementado nos trabalhos?	Caracterizar as implementações do Ensino Híbrido, em termos das tecnologias utilizadas, dinâmica de interação entre alunos e meios de conversação adotados.
Questão de pesquisa secundária VII: Quais as contribuições dos trabalhos?	Identificar quais contribuições já foram realizadas pelos trabalhos já publicados.

Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Visando responder a essas questões, foi estruturada uma estratégia para busca de estudos. Essa estratégia teve como referência um MSL sobre a implementação de Metodologias Ativas Cooperativas e Colaborativas em cursos de Engenharia e Computação (Pow-Sang; Cohn-Muroy; Flores-Lafosse, 2017). Nesse MSL, os autores adotaram como estratégia a busca automática nas bases e bibliotecas acadêmicas *Scopus*, *Web of Science* e *IEEE Xplore*.

Uma vez definida a estratégia de busca, partiu-se para o desenvolvimento da *string* de busca. Em sua elaboração foram considerados dois grupos de termos unidos pelo conectivo “AND”: o primeiro relativo ao campo da Geometria; o segundo, ao Ensino Híbrido. Naturalmente existe certa variedade de termos utilizados na literatura para se referir ao Ensino Híbrido, dessa forma a *string* precisou ser enriquecida: primeiramente com variações de termos já conhecidos pelos autores de antemão, agrupados com o conectivo “OR”. Foram consultados, então, os termos de buscas adotados em uma revisão da literatura sobre Sala de Aula Invertida em cursos de Ciência da Computação (Giannakos; Krogstie; Chrisochoides, 2014). Esses termos foram combinados de variadas formas buscando a elaboração de uma *string* de busca abrangente e robusta.

No Quadro 5 são apresentados os termos utilizados na composição da *string*.

Quadro 5 – Termos de busca

<b>Geometria</b>	<b>Ensino Híbrido</b>
Geometry	Blended, hybrid, inverted, inverting, reverted, reverting, reversed, reversing, flipped, flipping, course, class, classroom, teaching, learning

Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

A *string* foi então adaptada ao mecanismo de buscas da base *Scopus*, onde uma busca inicial foi feita. Nela, dentre os trabalhos retornados, foi possível encontrar alguns estudos que refletiam precisamente a temática do mapeamento. Dois desses foram escolhidos para constituir o grupo de controle do MSL (Santos *et al.*, 2016; Leopold, 2009). Posteriormente foram realizadas iterativas buscas, ainda na base *Scopus*, que resultaram em reformulações e refinamentos constantes da *string*, visando obter o máximo de trabalhos relevantes ao mapeamento, associado a um baixo número de estudos irrelevantes.

Por fim, após as alterações foi realizada a avaliação da *string*. Para essa avaliação, a *string* resultante das diversas modificações foi pesquisada na base *Scopus*. Dentre os resultados da busca estavam todos os trabalhos presentes no grupo de controle, concluindo a avaliação com sucesso. Depois de avaliada a *string* foi adaptada às bases e bibliotecas digitais *IEEE Xplore* e *Web of Science*, como expostas no Quadro 6.

Quadro 6 – *Strings* de busca em inglês utilizadas

<b>Base/diretório de busca</b>	<b><i>String</i> de busca</b>
Scopus	( ABS ( "geometry" ) ) AND ( ABS ( "blended learning" ) OR ABS ( "invert* class" ) OR ABS ( "revers* teaching" ) OR ABS ( "flip* learning" ) OR ABS ( "flip* class" ) OR ABS ( "flip* classroom" ) OR ABS ( "flip* the learning" ) OR ABS ( "hybrid learning" ) OR ABS ( "hybrid teaching" ) )
IEEE Xplore	("Abstract":geometry) AND (((((((("Abstract":"blended learning") OR "Abstract":"invert* class") OR "Abstract":"revers* teaching") OR "Abstract":"flip* learning") OR "Abstract":"flip* class") OR "Abstract":"flip* classroom") OR "Abstract":"flip* the learning") OR "Abstract":"hybrid learning") OR "Abstract":"hybrid teaching")
Web of Science	(AB=(geometry)) AND (AB=(“blended learning”) OR AB=(“invert* class”) OR AB=(“revers* teaching”) OR AB=(“flip* learning”) OR AB=(“flip* class”) OR AB=(“flip* classroom”) OR AB=(“flip the learning”) OR AB=(“hybrid learning”) OR AB=(“hybrid teaching”))

Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

No protocolo, para a filtragem dos estudos retornados das bases e diretórios ao longo das etapas de seleção, foram definidos os critérios de inclusão e exclusão apresentados no Quadro 7. E, para a coleta e armazenamentos dos dados, foi desenvolvido um formulário de extração.

Quadro 7 – Critérios para a seleção de estudos utilizados

<b>Critérios para etapa de seleção inicial</b>	
Critério de Inclusão I	Serão incluídos estudos que não atendam a nenhum dos critérios de exclusão.
Critério de Exclusão I	Serão excluídos estudo que não são primários.
Critério de Exclusão II	Serão excluídas obras que não se apresentem sob a forma de artigo científico completo (com seis ou mais páginas).
Critério de Exclusão III	Serão excluídos estudos que os pesquisadores não consigam ter acesso.
Critério de Exclusão IV	Serão excluídas obras que não foram escritas em inglês ou português.
<b>Critérios para etapa de seleção final</b>	
Critério de Inclusão II	Serão incluídos estudos que discutam a implementação do Ensino Híbrido em Geometria, com apoio de tecnologias.
Critério de Exclusão V	Serão excluídas obras que sejam versões mais antigas de estudos já considerados.
Critério de Exclusão VI	Serão excluídos os que não se enquadrem no critério de inclusão II.

Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

O protocolo aqui apresentado foi avaliado por meio do teste piloto, no qual as fases de condução do MSL foram realizadas com os estudos do grupo de controle já mencionado (Santos *et al.*, 2016; Leopold, 2009). Como resultado da avaliação, algumas alterações foram realizadas no formulário de extração. A avaliação concluiu o processo de planejamento do MSL, ao longo do qual sucessivos testes foram feitos, tanto com as *strings*, quanto com os demais elementos do protocolo, levando a reformulações e refinamentos constantes dos mesmos.

### 3.3 RESULTADOS

Com a avaliação do protocolo se seguiu a seleção dos estudos para o mapeamento. Essa seleção foi realizada em seis etapas. Na primeira etapa foi feita a identificação dos estudos encontrados, isto é, todos os trabalhos retornados nas buscas em bases, diretórios e bibliotecas

digitais foram registrados em uma tabela, com os campos: título, autores, ano e base. Com essa busca foi possível identificar um total de 58 estudos (*IEEE Xplore* (4), *Scopus* (31) e *Web of Science* (23)). Seguindo a esse registro, os trabalhos duplicados foram excluídos, concluindo a primeira etapa de busca, após a qual restaram 42 estudos.

Uma vez identificados os estudos, seguiu-se a segunda fase: a seleção inicial. No Quadro 7, para identificação dos estudos, foram adicionados mais quatro campos: ID, resumo, análise e revisão de análise. A seleção inicial se baseou na leitura do resumo dos trabalhos e na aplicação dos critérios de inclusão e exclusão apresentados anteriormente no Quadro 7. Respectivamente, esses campos visavam: identificar, ordenadamente, os estudos de acordo com seu título em ordem alfabética, descrevê-los e analisar sua inclusão ou exclusão especificando os critérios adotados. Após a seleção inicial restaram 15 artigos.

Depois da seleção inicial, passou-se a terceira fase: a seleção final, na qual o corpo dos trabalhos também foi lido e os critérios de inclusão e exclusão aplicados (é importante destacar que os critérios aplicados nas duas fases são distintos, conforme já explicitado anteriormente no Quadro 7). Foram selecionados ao final dessa etapa 5 artigos.

Dado o baixo número de trabalhos mapeados inicialmente, optou-se pela utilização de uma estratégia de busca complementar. A estratégia utilizada foi a *parallel snowballing*, proposta por Mourão *et al.* (2020). Na aplicação dessa estratégia de busca, os trabalhos mapeados inicialmente foram utilizados como *seeds* para a busca de novos trabalhos. Assim, os trabalhos citados pelas *seeds*, assim como os trabalhos que as citaram<sup>7</sup> foram identificados, na quarta fase de seleção. Dentre eles, nenhum trabalho duplicado foi verificado, então se seguiu a seleção inicial e a seleção final dos trabalhos identificados através do *parallel snowballing*, com a aplicação dos critérios de seleção e exclusão já mencionados. No Quadro 8 a seguir são listados os 5 artigos mapeados.

Quadro 8 – Lista de trabalhos mapeados

Título	Referência
--------	------------

<sup>7</sup> Os trabalhos que citaram os artigos mapeados foram identificados a partir da ferramenta online Google Acadêmico ou *Google Scholar*.

An Hybrid and Flipped Experience Supported by Math and Motion MOOC Where Students Participate on Their Own Assessment	Salinas e Quintero (2015)
Gamification, Flipped and Collaborative Learning in Mathematics Teaching with Engineering Students	Silva-López, Ocampo-García e Hernández-Rodríguez (2017)
Need Analysis for Developing Applied Mathematics Textbooks Based on Blended Learning to Improve Problem Solving Abilities at the Students of Polytechnic State of Bali	Darma, Karma e Santiana (2020)
Virtual and Real Geometry Learning Environments	Leopold (2009)
Web Geometry Laboratory: Case Studies in Portugal and Serbia	Santos <i>et al.</i> (2016)

Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Após o término da seleção dos estudos, se seguiu a coleta e armazenamento dos dados. Para isso, o formulário de extração foi preenchido com os dados de cada artigo, correspondentes a cada questão de pesquisa definida anteriormente.

### 3.3.1 Onde têm sido veiculados os trabalhos?

Os trabalhos mapeados têm sido veiculados tanto em periódicos quanto nos anais de eventos. Predominam entre eles os que fazem parte dos anais de conferências acadêmicas, com três publicações, enquanto os dois trabalhos restantes derivam de periódicos científicos.

Dentre os trabalhos oriundos de eventos é possível notar a predominância de publicações em anais de diferentes edições da *EDULEARN (Annual International Conference on Education and New Learning Technologies)*, que tem sido sediada em solo espanhol. O terceiro trabalho foi publicado na quarta edição da *IICMA 2019 (IndoMS International Conference on Mathematics and Its Application)*<sup>8</sup>.

Em relação aos trabalhos publicados em periódicos, estes foram veiculados nas revistas *Interactive Learning Environments* e *Journal for Geometry and Graphics*<sup>9</sup>. A primeira tem

---

<sup>9</sup> Respectivamente, em tradução literal, Ambientes de Aprendizagem Interativos e Revista de Geometria e Gráficos.

como escopo as pesquisas relacionadas tanto ao desenvolvimento quanto à utilização de ambientes de aprendizagem interativos em sentido amplo, sejam eles voltados para aprendizagem individual, colaborativa ou trabalho compartilhado. A segunda, por sua vez, tem como foco trabalhos relacionados ao ensino de gráficos e aspectos geométricos a ele relacionados.

### **3.3.2 Quando foram publicados os trabalhos?**

Entre os trabalhos obtidos, o mais antigo é de 2009. A partir dele há um hiato de publicações que só viria a ser rompido em 2015, dando início a uma sequência que se prolongou até 2017, em que ocorreu uma publicação por ano. Seguindo-se a esse período foi iniciado um novo hiato que se prolongou até a publicação de um estudo no ano de 2020.

### **3.3.3 Quais autores realizaram os trabalhos?**

As pesquisas mapeadas possuem certa variedade de autores, podendo ser mencionados os seguintes: Salinas e Quintero (2015), Silva-López, Ocampo-García e Hernández-Rodríguez (2017), Leopold (2009), Santos, Quaresma, Maric, Campos (2016), Darma, Karma e Santiana (2020). Apesar dessa variedade, a quantidade de publicações por autor é unitária, não existindo nenhuma concentração de trabalhos por autoria.

Os autores destes trabalhos estavam vinculados às seguintes universidades: Instituto Tecnológico e de Estudos Superiores de Monterrey e Universidade Autônoma Metropolitana, no México; Campus Virtual Renânia-Palatinado, na Alemanha; Universidade de Coimbra, Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro e Universidade de Aveiro, em Portugal; Universidade de Belgrado, na Sérvia; e Escola Politécnica do Estado de Bali, na Indonésia. Predominam, assim, estudos desenvolvidos por autores vinculados a universidades mexicanas.

### **3.3.4 Como foram desenvolvidos metodologicamente os trabalhos?**

Dentre os trabalhos mapeados, a maioria deriva diretamente dos resultados de uma investigação ou experiência realizada no contexto de alguma instituição de ensino. Darma,

Karma e Santiana (2020), por exemplo, desenvolveram um estudo no contexto da Escola Politécnica do Estado de Bali, uma universidade localizada na Indonésia. Os propósitos desse estudo foram descrever as competências a serem desenvolvidas nos cursos de Matemática Aplicada, identificar as características e necessidades dos alunos da instituição e desenvolver esboços de livros didáticos eletrônicos, baseados no Ensino Híbrido, com particular ênfase ao desenvolvimento da capacidade de resolver problemas. Para isso, os autores realizaram um levantamento, em perspectiva quantitativa, apoiado em estatística descritiva, recorrendo a questionários, entrevistas, documentos e observações para coleta de dados. Na coleta, participaram 251 alunos ingressantes em cursos de graduação em engenharias da universidade, assim como vinte professores a ela vinculados.

Salinas e Quintero (2015), por sua vez, desenvolveram um estudo diagnóstico amplo com alunos do Instituto Tecnológico e de Estudos Superiores de Monterrey, no México. O estudo enfocou variadas dimensões de uma experiência de ensino e aprendizagem na qual a Sala de Aula Invertida foi implementada. Nesse artigo em específico é dada ênfase a autoavaliação dos alunos, a partir de uma abordagem quantitativa, na qual o índice de aprovação dos alunos participantes da disciplina invertida é comparado ao dos matriculados na disciplina tradicional. A implementação do curso teve duração de um semestre letivo ou quatorze semanas. Os alunos participantes eram ingressantes na instituição nos cursos de bacharelado de onze diferentes turmas matriculadas na disciplina Introdução à Matemática Acadêmica, das quais oito cursaram a disciplina invertida com autoavaliação, enquanto os três restantes cursaram a disciplina tradicional.

Leopold (2009) realizou um estudo com alunos vinculados ao Campus Virtual Renânica-Palatinado, utilizado conjuntamente por algumas universidades alemãs do estado. Esse estudo, em particular, enfocou a avaliação dos alunos da experiência do curso baseado em Ensino Híbrido, em termos de sua eficiência, potencialização da aprendizagem, aspectos organizacionais, técnicos, de conteúdo, dentre outros aspectos. Os alunos participantes estavam matriculados na disciplina Geometria Descritiva, cursada ao longo de um semestre letivo. De um total de 165 alunos matriculados no curso, 136 responderam ao questionário de avaliação adotado para coleta de dados. Os dados coletados foram analisados a partir de uma perspectiva predominantemente quantitativa, com uso da escala Likert.

Silva-López, Ocampo-García e Hernández-Rodríguez (2017) desenvolveram uma investigação com alunos da Universidade Autónoma Metropolitana, no México. Nessa experiência foi implementado um curso integrando as estratégias pedagógicas: Sala de Aula Invertida, aprendizagem colaborativa e gamificação. Os alunos participantes estavam matriculados nos cursos de engenharia da instituição. Para avaliar a experiência foram considerados o índice de aprovação e reprovação além da observação dos catorze estudantes participantes.

Santos *et al.* (2016) conduziram um estudo de caso em Portugal, com professores de matemática e seus alunos. Nesse estudo de caso foi realizado um *workshop* de formação de professores com um total de treze sessões. Os participantes do *workshop* foram dezesseis professores secundários, com mais de dezesseis anos de experiência profissional. No *workshop* os professores foram introduzidos ao *Web Geometry Laboratory (WGL)* e instruídos em relação às formas que poderiam implementá-lo em suas práticas pedagógicas. Com a implementação de atividades com seus alunos utilizando o *WGL*, foram coletados dados por meio de questionários e testes. Um total de 105 estudantes participou desse estudo de caso. Os dados foram analisados a partir de uma abordagem quantitativa, com uso da escala Likert e análise estatística.

Os autores desenvolveram, ainda, dois estudos de caso na Sérvia, visando avaliar os efeitos de uso do ambiente de aprendizagem colaborativo *WGL* no desempenho dos alunos nas tarefas para casa. Nesses estudos de caso foram utilizados métodos quantitativos para a coleta de dados. Mais especificamente, foram coletadas as notas médias dos alunos antes e depois de utilizarem o ambiente colaborativo, utilizando o método experimental com grupos paralelos.

No primeiro estudo de caso, os objetivos foram: propiciar aos professores a possibilidade de explorarem os recursos do *WGL* e compreender como os alunos lidam com sua utilização. Foram adotados também métodos qualitativos para coleta de dados, com a realização de entrevistas com os alunos participantes. O grupo experimental e o grupo de controle possuíam mesmo antes do estudo um rendimento escolar significativamente diferente.

Posteriormente, foi realizado um segundo estudo de caso no país. Nesse estudo de caso participaram dois professores secundários e 89 alunos, com cerca de quinze anos de idade. Ao longo de dois meses os alunos estudaram transformações isométricas dentro do modelo de ensino tradicional, com apenas um grupo realizando as tarefas de casa com o auxílio do *WGL*,

de acordo com sua escolha individual. Ao final do período foi aplicado um teste aos alunos e, três meses após esse primeiro teste, realizado um segundo.

### **3.4.5 Quais ramos da Geometria foram abordados nos trabalhos?**

Nas pesquisas foram abordados os seguintes ramos da área de Geometria: Geometria Plana, Geometria Analítica e Geometria Descritiva. Dentre esses, o ramo mais comum foi a Geometria Plana, seguido pela Geometria Analítica e a Geometria Descritiva, com, respectivamente, três, dois e um trabalhos publicados. Geralmente, entretanto, os conteúdos geométricos contemplados nos estudos faziam parte de cursos cuja ementa contemplava uma coleção de conteúdos matemáticos diversos, em disciplinas introdutórias dos cursos universitários em Ciências Exatas. Nessas disciplinas os ramos da Geometria mencionados partilhavam espaço, por exemplo, com tópicos de Álgebra, Aritmética e Trigonometria. Os únicos estudos que enfocaram apenas os conteúdos de Geometria foram os desenvolvidos por Leopold (2009) e Santos *et al.* (2016).

### **3.4.6 Como o Ensino Híbrido foi implementado nos trabalhos?**

Darma, Karma e Santiana (2020) relatam alguns aspectos do processo de desenvolvimento de livros didáticos eletrônicos de Matemática Aplicada para apoiar o Ensino Híbrido. Esse trabalho, entretanto, não apresenta aspectos de uma implementação de fato realizada, sendo, portanto, desconsiderado nessa questão secundária de pesquisa.

Em Salinas e Quintero (2015), foi desenvolvido primeiramente um MOOC intitulado Matemática e Movimento para plataforma de cursos online Coursera. Esse MOOC foi incorporado à disciplina Introdução à Matemática Universitária, que se organizou a partir da metodologia Sala de Aula Invertida. Na implementação, as videoaulas do MOOC eram disponibilizadas aos alunos online por meio da plataforma, como forma de exposição dos conteúdos. Os alunos eram responsáveis por acessarem os vídeos antes das aulas presenciais e produzirem relatórios sobre eles (os relatórios eram considerados as “tarefas de casa” do curso), de maneira a se prepararem para as atividades presenciais em sala de aula.

Nos momentos presenciais em sala, a prerrogativa era que os alunos aprofundassem os conhecimentos adquiridos a partir dos vídeos. Para isso, eram promovidas atividades variadas, tanto individuais quanto em pares ou equipes, muitas vezes com enfoque colaborativo e tecnológico, com a utilização de softwares que promoviam a visualização e representação matemática.

A avaliação dos alunos era realizada em dois momentos. O primeiro deles era realizado pelo próprio aluno ao final de cada aula, com o preenchimento de um formulário de autoavaliação de desempenho. O segundo momento da avaliação utilizava as respostas dos alunos em *quizzes* integrados a plataforma Coursera. Os *quizzes* eram de múltipla escolha e deviam ser realizados primeiro em sala de aula. Caso errassem alguma questão os alunos tinham mais duas chances de realizarem ele posteriormente, mesmo fora da sala de aula presencial. A autoavaliação correspondia a 70% da nota enquanto os *quizzes* equivaliam a 30%. A nota final era dada pela média semanal de todas as notas.

Em termos de tecnologias digitais, além dos vídeos, do MOOC e os softwares de visualização e representação matemática, foi utilizado para dar suporte ao curso um ambiente virtual de aprendizagem. Embora houvesse atividades colaborativas no curso, elas eram realizadas apenas presencialmente, sem a utilização de sistemas de comunicação em rede para apoiá-la.

Silva-López, Ocampo-García e Hernández-Rodríguez (2017), por sua vez, desenvolveram um *workshop* de matemática para a engenharia. Nesse *workshop* foi adotada a Sala de Aula Invertida, integrada com elementos de gamificação e colaboração. Para a realização do curso foram desenvolvidos materiais didáticos, totalizando 68 recursos multimídia diferentes, como Objetos de Aprendizagem, integrados ao ambiente virtual de aprendizagem.

No ambiente virtual de aprendizagem os materiais educacionais do curso eram organizados de maneira gamificada. Nessa estrutura, o curso se constituía uma corrida, com obstáculos e desafios ao longo dos tópicos, em que a linha de chegada marcava sua conclusão. Os alunos recebem pontos à medida que vão avançando pelos materiais educacionais e resolvem os desafios propostos por ele. Quando há certo atraso na entrega das atividades os alunos passam a ser penalizado em termos de pontos. O curso empregou recursos digitais

diversos, como: vídeos, objetos de aprendizagem, explicação de conceitos, exemplos resolvidos, exercícios online, jogos, autoavaliações e mapas mentais.

Leopold (2009) relata que o Ensino Híbrido foi adotado com alunos de uma disciplina de Geometria Descritiva em uma universidade alemã. Para sua implementação foi utilizado um ambiente virtual de aprendizagem para a interação entre alunos através dos meios de conversação: chat e fóruns. Com os materiais online buscava-se promover a aprendizagem individualizada dos alunos. Foram utilizados como materiais didáticos online: slides das aulas, hiperlinks e softwares de modelagem 3D.

Santos *et al.* (2016) implementaram o Ensino Híbrido com o apoio de um Laboratório Online de Geometria. O laboratório em questão é um ambiente virtual para a aprendizagem de Geometria, que visa apoiar o trabalho com Ensino Híbrido e aprendizagem colaborativa, com aspectos adaptativos e automatizados. Esse laboratório incorpora múltiplas funcionalidades integradas, como software de geometria dinâmico, demonstrador de teoremas geométricos automatizado, repositório de construções geométricas, e oferece os meios de conversação fórum e chat. Como tecnologias, foram utilizados: demonstrador de teoremas geométricos automatizado, ambiente virtual de aprendizagem e repositório de construções geométricas.

### 3.4.7 Quais contribuições dos trabalhos?

As contribuições observadas nos trabalhos mapeados são apresentadas em maior detalhe no quadro 9, a seguir.

Quadro 9 – Contribuições dos trabalhos publicados

<b>Título</b>	<b>Referência</b>	<b>Contribuições</b>
An Hybrid and Flipped Experience Supported by Math and Motion MOOC Where Students Participate on their Own Assessment	Salinas e Quintero (2015)	Discute o <i>design</i> e desenvolvimento de um curso baseado no modelo de Ensino Híbrido da Sala de Aula Invertida, apoiado por um MOOC, para a disciplina de Introdução à Matemática Acadêmica; Reflete sobre os índices de aprovação dos alunos, considerando a dinâmica de autoavaliação da disciplina implementada.
Gamification, Flipped and Collaborative Learning in	Silva-López, Ocampo-García e	Descreve uma experiência de um Workshop de Matemática Aplicada para Engenharia, com base no Ensino Híbrido,

Mathematics Teaching with Engineering Students	Hernández-Rodríguez (2017)	aprendizagem colaborativa e gamificação e os seus resultados.
Need Analysis for Developing Applied Mathematics Textbooks Based on Blended Learning to Improve Problem Solving Abilities at the Students of Polytechnic State of Bali	Darma, Karma e Santiana (2020)	Descreve as competências e objetivos de aprendizagem que devem ser alcançados em um curso de Matemática Aplicada para a formação de engenheiros; Identifica as características e necessidades próprias dos alunos da Escola Politécnica Estadual de Bali ( <i>State Polytechnic of Bali</i> ), em termos de sua: atitude, nível de interesse, motivação e independência em relação ao estudo de Matemática, assim como suas dificuldades no uso de livros didáticos e materiais didáticos suplementares; também descreve aspectos como uso médio semanal de internet dos alunos e o seu emprego para fins de estudo; Esboça alguns elementos de dois livros didáticos de Matemática Aplicada, baseados em Ensino Híbrido.
Virtual and Real Geometry Learning Environments	Leopold (2009)	Apresenta e discute os resultados da avaliação dos alunos em um curso de Geometria Descritiva baseado em Ensino Híbrido.
Web Geometry Laboratory: Case Studies in Portugal and Serbia	Santos <i>et al.</i> (2016)	Discute a importância para o ensino e aprendizagem de Geometria de um Laboratório Virtual de Geometria, voltado ao Ensino Híbrido e aprendizagem colaborativa e adaptativa; Descreve o Laboratório Virtual de Geometria desenvolvido pelos autores; Apresenta os resultados de dois estudos de caso diferentes realizados em Portugal e na Sérvia sobre a utilização do Laboratório.

Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

### 3.4.7 Ameaças à validade

Apesar da elaboração do protocolo e sua validação por meio de avaliações, algumas ameaças à validade ainda são elementos que precisam ser considerados. Nesse estudo foram adotadas a estratégia de busca automática proposta por Falbo, Souza e Felizardo (2017), nas bases e bibliotecas digitais utilizadas por Pow-Sang, Cohn-Muroy e Flores-Lafosse (2017), juntamente com a estratégia complementar *parallel snowballing* proposta por Mourão *et al.*

(2020). O uso de diferentes estratégias de busca pode influenciar nos estudos mapeados e, por consequência, nos resultados do mapeamento.

De maneira análoga às estratégias de busca, a consideração de outros formatos de trabalhos, como dissertações, teses e capítulos de livros, dentre outros, também pode influenciar nos estudos mapeados. Dessa forma, é possível que estudos diferentes sejam mapeados e isso ocasione modificações nos resultados do mapeamento.

Outros fatores que ameaçam a validade desse estudo são: a desconsideração de estudos que não foram escritos em português ou inglês, além da possibilidade que a *string* não tenha englobado todos os termos relevantes que se referem ao tema investigado. E, por fim, o número de estudos mapeados é relativamente reduzido, o que dificulta a extração de tendências e generalizações (Falbo; Souza; Felizardo, 2017).

Embora existam fatores de risco, o Mapeamento Sistemático da Literatura realizado perseguiu a questão de pesquisa definida de acordo com os procedimentos metodológicos apontados por Falbo, Souza e Felizardo (2017) e Mourão *et al.* (2020). Com ele foi possível responder à questão de pesquisa de maneira satisfatória.

### 3.5 DISCUSSÃO

O Ensino Híbrido tem sido tema recorrente de discussões no âmbito educacional atualmente. Sua relevância prática parece estar associada à capacidade de apoiar o *design* de soluções e práticas educacionais diversas, englobando uma multiplicidade de tempos, espaços, tecnologias e metodologias para fins de ensino e aprendizagem (Moran, 2015; 2018). Em especial, o Ensino Híbrido tem sido associado à uma ruptura pedagógica com o ensino tradicional, baseado na transmissão de conhecimento e centralizado nas ações da figura docente (Moran, 2015; 2018; Bacich; Tanzi Neto; Trevisani, 2015; Valente, 2014; 2018).

Os trabalhos consultados na busca preliminar evidenciam a existência de pesquisas sobre Ensino Híbrido em variados cenários disciplinares. E o fato de existirem estudos secundários em torno da temática revela que a própria pesquisa sobre o Ensino Híbrido se tornou objeto de investigação. Apesar disso, não foram encontrados trabalhos com esse perfil que caracterizassem o Ensino Híbrido em Geometria. É precisamente nessa lacuna que o presente mapeamento atua.

Embora alguns estudos tenham apontado a pesquisa relacionada ao Ensino Híbrido em Educação Matemática como uma tendência (Borba *et al.*, 2016; Engelbrecht; Llinares; Borba, 2020), o ensino de Geometria parece ser um quadro a parte. Embora a Geometria englobe um conjunto amplo de conteúdos matemáticos (Geometria Plana, Geometria Espacial, e Geometria Analítica), a pesquisa nesse âmbito se mostra incipiente, contando com poucas publicações. Em contrapartida, ela se estabelece como campo fértil para o desenvolvimento de novas investigações.

Como o mapeamento mostrou, o número de publicações provenientes de eventos acadêmicos é ligeiramente superior às oriundas de periódicos. Dentre esses veículos, é possível notar uma pequena concentração de publicações em anais de diferentes edições da conferência *EDULEARN*. Diferente do que se poderia esperar, não foi mapeado nenhum trabalho publicado em evento ou periódico voltado especificamente à área da Educação Matemática, seja ele nacional ou internacional. Assim, pode-se dizer que o tema tem sido pouco discutido nesses espaços.

Metodologicamente, poucos estudos apresentaram uma questão de pesquisa explícita. Nota-se, também, uma preferência a abordagens quantitativas na coleta e na análise dos dados, lançando mão de instrumentos como testes, índices de aprovação/reprovação, avaliações de desempenho e questionários estruturados, muitas vezes com o emprego da escala Likert e análise estatística, embora Santos *et al.* (2016) tenham também se utilizado de abordagem qualitativa. Talvez a predominância dessa abordagem esteja relacionada ao tamanho das amostras utilizadas nos estudos, que eram relativamente numerosas, dificultando uma abordagem mais descritiva. Em quatro dos cinco estudos foram investigados ao menos 69 alunos. A única exceção foi a pesquisa desenvolvida por Silva-López, Ocampo-García e Hernández-Rodríguez (2017), que desenvolveram um estudo com apenas catorze estudantes.

Se tratando dos participantes, na maior parte dos estudos estes eram alunos de cursos similares aos cursos de graduação, em áreas como Arquitetura e Engenharia, embora Santos *et al.* (2016) tenham desenvolvido pesquisas com alunos e professores do ensino secundário simultaneamente. Em relação à duração dos experimentos, pode-se dizer que os estudos tiveram uma duração de dois a seis meses.

De um ponto de vista geográfico, os estudos foram desenvolvidos apenas nos países: México, Portugal, Sérvia e Alemanha, isto é, não existem estudos sobre Ensino Híbrido em

Geometria dentro de instituições e grupos brasileiros. Dentro das investigações é possível notar que o Ensino Híbrido é comumente implementado de maneira integrada a atividades de caráter grupal e/ou colaborativo entre estudantes e aliado às tecnologias. Dentre as tecnologias utilizadas para apoiar esse ensino, os ambientes virtuais de aprendizagem são particularmente comuns na literatura. Nos estudos não são dados muitos detalhes sobre a colaboração, nem tampouco sobre a comunicação e os meios de conversação utilizados pelos alunos para colaborarem.

### 3.6 CONSIDERAÇÕES FINAIS DO CAPÍTULO

Nesse capítulo foram apresentados o percurso metodológico e os resultados de um Mapeamento Sistemático da Literatura, o qual caracterizou como o Ensino Híbrido tem sido implementado em Geometria. Como efeito do mapeamento, foi possível constatar a existência ainda incipiente de pesquisa em torno do tema, com escassos estudos publicados. Em contrapartida, a carência de estudos evidencia um cenário no qual um rico espectro de novas investigações pode ser explorado. No próximo capítulo, são detalhados alguns aspectos metodológicos da investigação que se pretende empreender.

#### 4 MODELO EPISTEMOLÓGICO-METODOLÓGICO *DESIGN SCIENCE RESEARCH*

A presente investigação se constitui em meio a um Mestrado Profissional em Educação Matemática. Nesta modalidade, espera-se que o mestrando desenvolva um Produto ou Processo Educacional oriundo da pesquisa da dissertação, o qual possa auxiliar na resolução ou mitigação de um problema da prática profissional (Rizzatti, *et al.*, 2020). Este trabalho envolve, portanto, a produção de conhecimento científico associado ao desenvolvimento de um artefato voltado para a prática. Pesquisas com esse perfil têm sido realizadas no âmbito das chamadas *Design Sciences* como Administração, Engenharias (Dresch; Lacerda; Antunes Júnior, 2014) e Educação Matemática (Wittmann, 1995; Nührenbörger *et al.*, 2016).

Visando articular a produção de um Processo Educacional e o desenvolvimento de uma pesquisa, esta investigação se orienta a partir da abordagem epistemológico-metodológica *Design Science Research* (DSR). A abordagem tem sido empregada em pesquisas no âmbito da Educação e da Computação e possui os seguintes objetivos: “(1) desenvolver um artefato para resolver um problema prático num contexto específico e (2) gerar novos conhecimentos técnicos e científicos” (Pimentel; Filippo; Santos, 2020, p. 41). A figura 9 ilustra os elementos principais da abordagem, os quais são expostos em maior detalhe nas seções subsequentes.

Figura 9 – Principais Elementos da abordagem DSR



Fonte: Dados da pesquisa (2023).

##### 4.1 PROBLEMA EM CONTEXTO

Atualmente, dentro do contexto da Educação Matemática, desafios têm emergido decorrentes da pandemia mundial da COVID-19 e a consequente adoção de regimes de ensino e aprendizagem remotos em todo o mundo. Como descrevem Engelbrecht *et al.* (2020, p. 821, tradução do autor):

Depois de se depararem com a realidade da COVID-19, as medidas subsequentes introduzidas por governos em todo o mundo, e os diversos arranjos feitos por escolas e universidades para cumprir essas medidas, alunos e professores tiveram que fazer mudanças drásticas na abordagem tradicional de ensino e aprendizagem, trabalhando e aprendendo em casa. O mundo do ensino e aprendizagem mudou drasticamente e nos encontramos contando com a tecnologia para realizar palestras e outras atividades de ensino e aprendizagem. Nossos alunos estão em locais remotos, longe do campus, e nos conectamos com eles usando tecnologia. Apesar de todas essas mudanças, a vida continua e temos que conviver com essa realidade, que agora é chamada de 'um novo normal'.

Grande parte dos professores e alunos não foram preparados para essa transição (Engelbrecht *et al.*, 2020). Neste cenário, pesquisadores têm apontado o seguinte problema: *a abrupta inserção das tecnologias em Educação Matemática pode levar à adoção de perspectivas pedagógicas menos favoráveis, como as baseadas na transmissão de conhecimento* (Bakker; Wagner, 2020). Segundo Engelbrecht *et al.* (2020, p. 823, tradução do autor), os professores

[...] tiveram que pular no fundo do poço - às vezes com pouco aviso prévio e muitas vezes com pouco apoio. Como as escolas estavam fechando, alguns professores tiveram que reunir freneticamente materiais para usarem online. Precisamos perceber que, para muitos professores, essa foi uma experiência inteiramente nova. Os professores encontraram novos problemas e podem se sentir isolados e desconfortáveis neste ambiente (Engelbrecht *et al.*, 2020, p. 823, tradução do autor).

Pode-se dizer que, diante do problema prático posto pela literatura, esforços na direção de constituir artefatos que possam apoiar os professores na adoção de práticas educacionais que envolvam os alunos de maneira mais ativa no ensino e na aprendizagem de conteúdos são relevantes ao campo da prática. Por outro lado, o estado da arte caracterizado pelo Mapeamento Sistemático da Literatura mostra a inexistência de modelos voltados a implementação da Sala de Aula Invertida no contexto de ensino e aprendizagem de Geometria Analítica.

#### 4.2 CONJECTURA COMPORTAMENTAL

Atualmente, há quase um consenso que a educação deve ser centrada nos alunos (Engelbrecht *et al.*, 2020). A utilização de metodologias ativas tem convergido nessa direção, rompendo com práticas educacionais baseadas na transmissão de conhecimento entre professores e alunos (Moran, 2015; 2018; Valente, 2014; 2018; Bacich; Tanzi Neto; Trevisani, 2015). A Sala de Aula Invertida, por exemplo, tem sido utilizada e investigada em variados ambientes educacionais, como em Ciência da Computação (Giannakos; Chrisochoides; Krogstie, 2014), Medicina (King *et al.*, 2019) e em Matemática (Pavanelo; Lima, 2017; Engelbrecht; Llinares; Borba, 2020).

Na produção acadêmica mapeada, a utilização de atividades grupais e/ou colaborativas junto a Sala de Aula Invertida e outros modelos de Ensino Híbrido se mostrou frequente. Considerando isto, a comunicação entre alunos poderia desempenhar um papel relevante para o ensino e a aprendizagem dos mesmos. Dadas a versatilidade de possibilidades de comunicação ofertadas pelos diferentes meios de conversação, conjecturamos que *a utilização de Sistemas de Comunicação pode potencializar o ensino e a aprendizagem de Geometria Analítica na Sala de Aula Invertida no Ensino Remoto.*

Tendo a conjectura citada como base, foi produzido um artefato. Mais precisamente, foi desenvolvido um processo educacional, o qual pode ser entendido como uma “descrição das etapas empreendidas no processo de ensino e aprendizagem, com intencionalidade clara e com objetivo de criar oportunidades sistematizadas e significativas entre o sujeito e um conhecimento específico” (RIZZATI *et al.*, 2020, p. 5). Este processo tem o objetivo de *apoiar os professores da educação básica na implementação da metodologia Sala de Aula Invertida para o ensino e a aprendizagem de Geometria Analítica.*

#### 4.3 CONSTRUÇÃO DO ARTEFATO

O artefato (Processo Educacional), ao considerar a conjectura comportamental já mencionada, engloba etapas e ações pertinentes ao uso dos sistemas de comunicação para interação entre alunos. Para sua produção foram utilizadas as notações usualmente adotadas na

*Business Model Process Notation (BMPN)*<sup>10</sup>. A figura 10 ilustra o Processo Educacional em questão.

Figura 10 – Processo Educacional Piloto



Fonte: Dados da pesquisa (2023).

O Processo Educacional foi desenvolvido considerando a importância de suporte tecnológico apropriado dentro de um regime educacional remoto e considera os resultados de trabalhos e pesquisas consultados pelo pesquisador.

#### 4.4 ESTUDO DE CASO

O presente estudo de caso possui dois objetivos: (I) analisar como os sistemas de comunicação mediam o ensino e a aprendizagem de Geometria Analítica na Sala de Aula Invertida no Ensino Remoto e (II) avaliar como o Processo Educacional apoia a implementação da Sala de Aula Invertida em Geometria Analítica no Ensino Remoto. Para sua realização, o Processo Educacional foi aplicado pelo pesquisador com uma turma de alunos do terceiro ano do ensino médio, matriculados em uma escola privada do estado do Rio de Janeiro. A coleta de dados foi realizada mediante questionários, gravação dos encontros síncronos, registro de

<sup>10</sup> Modelos e Notações para Processos de Negócios, em tradução literal.

atividades desenvolvidas e entregues pelos alunos e registro de trocas de mensagem assíncronas entre alunos nos grupos.

Para o desenvolvimento do estudo de caso, o pesquisador entrou em contato com uma das professoras responsáveis pela turma de terceiro ano do ensino médio do colégio. A partir desse contato, houve a introdução do pesquisador e de sua proposta de pesquisa à direção, a qual concordou com sua realização. Depois de conseguir a anuência da direção, a professora mencionada apresentou a pesquisa e seus objetivos aos estudantes, cerca de uma semana antes do início da coleta de dados. Ao concordarem em participar, os alunos preencheram as autorizações necessárias, assim como seus pais.

Posteriormente, o pesquisador marcou um encontro síncrono no Google Meet com os estudantes para explicar o funcionamento da pesquisa e sanar suas dúvidas. E, após esse momento, os alunos puderam tirar dúvidas com o professor, tanto na videoconferência quanto, posteriormente, por meio de e-mail e WhatsApp.

Conforme previsto dentro da abordagem epistemológico-metodológica *Design Science Research*, após sua produção, o artefato deve passar por uma avaliação com objetivo duplo. Um dos objetivos é de natureza científica, isto é, a avaliação da conjectura comportamental na qual o artefato está embasado. O segundo objetivo, entretanto, é de natureza técnica, visando a avaliação e aperfeiçoamento do artefato em si (Pimentel; Fillipo; Santos, 2020).

Na investigação, o estudo de caso foi definido como estratégia de pesquisa para a avaliação do artefato e da conjectura comportamental. Este é adotado, geralmente, quando o pesquisador possui questões de pesquisa do tipo “como” ou “por que” em torno de um fenômeno contemporâneo, quando não se sabe precisar os limites entre o fenômeno e seu contexto (Yin, 2002).

O estudo de caso aqui relatado se constituiu em meio à seguinte questão de pesquisa: *como os Sistemas de Comunicação podem potencializar o ensino e a aprendizagem de Geometria Analítica na Sala de Aula Invertida em contextos de Ensino Remoto?* E, em sua realização, contou com a utilização do Processo Educacional apresentado e descrito nas seções anteriores.

À medida que o Processo Educacional sugere etapas e ações para a implementação da Sala de Aula Invertida em contextos de Ensino Remoto, suas elaborações ajudaram a dar forma ao planejamento do estudo de caso. No planejamento figuram, principalmente, a caracterização

e preparação dos participantes, das atividades pedagógicas e do sistema de comunicação utilizado.

Para a coleta de dados foram utilizados formulários por meio do serviço *online Google Forms*<sup>11</sup>, registros de mensagens e arquivos dos estudantes na aplicação *WhatsApp*, gravações dos encontros síncronos realizados no *Google Meet*<sup>12</sup> e atividades entregues pelos estudantes.

#### 4.4.1 Caracterização dos participantes

No estudo de caso participaram seis estudantes, com idades entre 16 e 17 anos, os quais no momento de realização da pesquisa cursavam o terceiro ano do ensino médio. Todos eles se encontravam matriculados em um mesmo colégio privado localizado no estado do Rio de Janeiro.

Para a escolha dos participantes, foi estabelecido como critério o voluntariado. Dessa forma, uma das professoras da escola apresentou um convite à pesquisa para todos os estudantes da turma do colégio. Dentre os estudantes de uma turma de terceiro ano do ensino médio no colégio em questão, participaram da coleta de dados apenas aqueles que se prontificaram voluntariamente a participar do estudo. Esperava-se que com participantes voluntários, ocorresse uma maior predisposição ao compartilhamento de informações e dados mais completos em procedimentos como a aplicação de questionários, troca de mensagens, dentre outras atividades envolvidas na pesquisa, favorecendo a análise do pesquisador.

No estudo de caso, foram abordados conteúdos de Geometria Analítica. A área possui contribuições relevantes à formação dos estudantes, ao estabelecer relações fortes entre os campos da Geometria e da Álgebra (Lima, 2014). Dessa forma, foram determinadas duas semanas para seu estudo.

Na primeira semana, foram estudados aspectos básicos do Plano Cartesiano, seu sistema de coordenadas, sua forma de atribuir coordenadas aos pontos, separação em quadrantes. Além desses tópicos, a primeira semana contou, também, com a abordagem da fórmula da distância.

---

<sup>11</sup> Disponível em: <https://docs.google.com/forms/u/0/>.

<sup>12</sup> Disponível em: <https://meet.google.com>.

Essa aplicação do teorema de Pitágoras ao Plano Cartesiano permite a medição e cálculo de distâncias entre pontos, partindo de suas coordenadas.

Na segunda semana, foi estudada a equação geral da reta, que estabelece uma expressão algébrica envolvendo as variáveis  $x$  e  $y$  que só é satisfeita pelos pares ordenados de pontos que pertencem a reta. Dada sua importância, foi elaborado, também, método para a determinação de uma equação de reta por meio das coordenadas de dois de seus pontos. Além dela, foi trabalhada a interseção entre retas, por meio da qual é possível encontrar seu ponto em comum.

Assim, esperava-se que as atividades planejadas pudessem capacitar os estudantes a tratarem de tais problemas geométricos por meio do método das coordenadas.

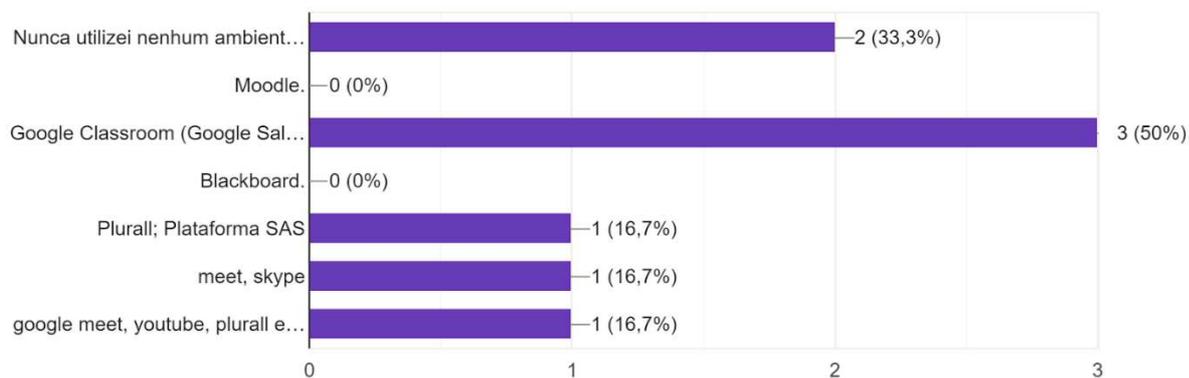
#### **4.4.2 Preparação do Ambiente Virtual de Aprendizagem**

Conforme o Processo Educacional, parte da implementação da Sala de Aula Invertida em contextos de Ensino Remoto é a escolha do Ambiente Virtual de Aprendizagem. No encontro de introdução à pesquisa com os estudantes, realizado pelo pesquisador para sanar e esclarecer possíveis dúvidas, foi aplicado um questionário inicial. O questionário permitiu levantar, dentre outras informações, quais Ambientes Virtuais de Aprendizagem os participantes já haviam utilizado.

Figura 11 – Ambientes Virtuais de Aprendizagem utilizados pelos estudantes anteriormente

Marque os Ambientes Virtuais de Aprendizagem (AVAs) que já utilizou:

6 respostas



Fonte: Dados da pesquisa (2023).

Figura 12 - Ambientes Virtuais de Aprendizagem utilizados pelos estudantes anteriormente por ambientação

Com qual desses Ambientes Virtuais de Aprendizagem (AVAs) você tem maior familiaridade?

6 respostas



Fonte: Dados da pesquisa (2023).

Pelo levantamento, a maioria dos estudantes havia utilizado anteriormente o *Google Classroom* ou Google Sala de Aula<sup>13</sup>. Como consequência, o Google Classroom foi o escolhido

<sup>13</sup> Disponível em: <https://classroom.google.com>.

para o estudo de caso, pois entendeu-se que a escolha de um ambiente virtual de aprendizagem com o qual os estudantes possuíam maior ambientação facilitaria sua adaptação à metodologia Sala de Aula Invertida, uma vez que os estudantes se encontravam em um lugar privilegiado no que tange à sua curva de aprendizagem do sistema em relação a um estudante tendo seu primeiro contato.

O Google Classroom é um Ambiente Virtual de Aprendizagem-de fácil acesso, sendo passível de uso por qualquer indivíduo que possua uma conta Google. E, considerando que serviços populares como Google Meet, Gmail <sup>14</sup>e YouTube<sup>15</sup> utilizam contas Google, é comum que os estudantes já possuam contas nesses serviços. Foi o que aconteceu com os participantes da pesquisa, uma vez que todos eles já contavam com cadastros na plataforma.

No Google Classroom, entretanto, não existem muitas funcionalidades voltadas à comunicação entre estudantes. Meios de conversação como Chat, por exemplo, não são encontrados no ambiente. Por conta disso, o ambiente foi utilizado principalmente como ferramenta para o envio de tarefas.

Na primeira semana de realização das atividades avaliativas, elas foram entregues ao professor por meio do Sistema de Comunicação. Na segunda, entretanto, o Ambiente Virtual de Aprendizagem foi utilizado com essa finalidade.

Assim, na segunda semana os estudantes foram cadastrados e enviadas a eles instruções sobre como postar as atividades nos formulários.

#### **4.4.3 Preparação do sistema de suporte à comunicação**

Conforme o Processo Educacional, os sistemas de comunicação possuem importância estratégica na Sala de Aula Invertida em contextos de Ensino Remoto. É no âmbito dos grupos de um sistema de comunicação e meios de conversação por ele ofertados, que os estudantes vão se comunicar em prol do entendimento e realização das atividades propostas para os estudantes.

No caso do estudo de caso, a escolha do sistema de comunicação tornou-se particularmente relevante, à medida que o Ambiente Virtual de Aprendizagem Google

---

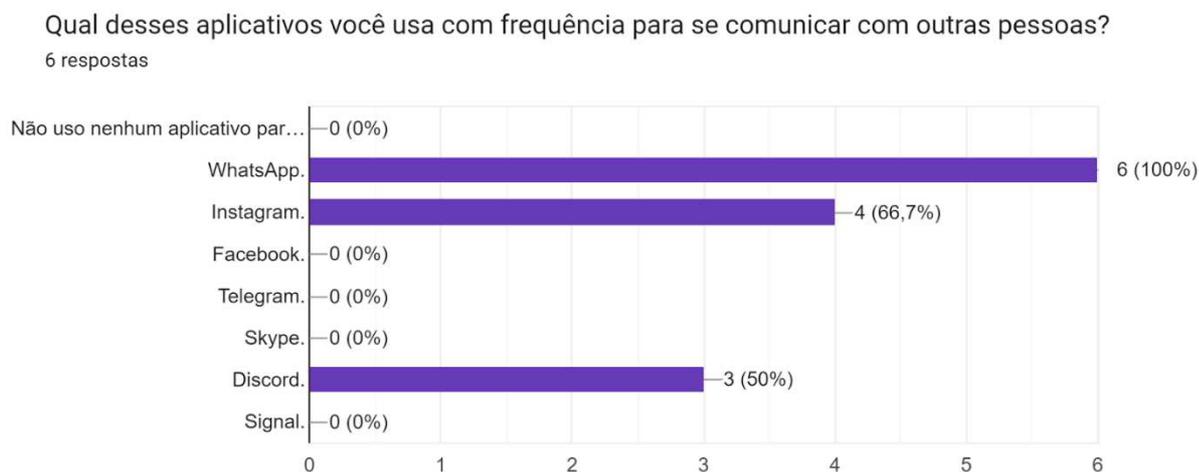
<sup>14</sup> Disponível em: <https://mail.google.com/mail/u/0/>.

<sup>15</sup> Disponível em: <https://www.youtube.com>.

Classroom, conforme já mencionado, oferece possibilidades modestas de interação entre os discentes.

Com o questionário inicial, além do levantamento dos ambientes virtuais com os quais os participantes estavam mais ambientados, foi possível descobrir quais sistemas de comunicação eles utilizam com maior frequência.

Figura 13 – Aplicativos mais utilizados pelos estudantes para fins de comunicação



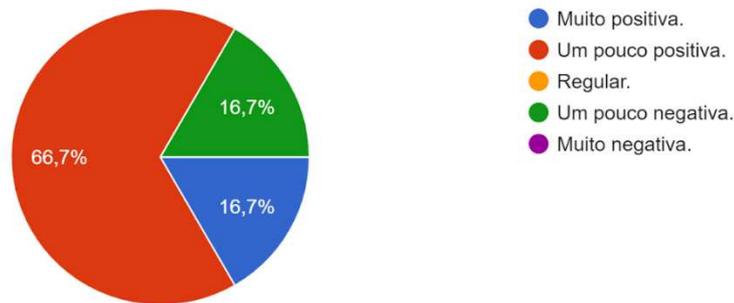
Fonte: Dados da pesquisa (2023).

Como o gráfico ilustra, o WhatsApp é frequentemente utilizado por todos os voluntários da pesquisa. Assim, de maneira análoga à escolha do ambiente Google Classroom, o WhatsApp foi definido como sistema de comunicação para apoio da comunicação entre os estudantes.

Figura 14 - Experiência dos estudantes com a utilização de sistemas de comunicação para a discussão de atividades escolares

Como você avalia sua experiência utilizando esses aplicativos para discutir conteúdos e tarefas escolares?

6 respostas



Fonte: Dados da pesquisa (2023).

Quando foram questionados sobre o uso desses sistemas de comunicação para a discussão de conteúdos e tarefas matemáticos, todos os participantes relataram utilizarem isso. E quase todos descreveram essa experiência de uso como positiva.

*“Conversar com meus colegas, consigo ajudá-los e entender minhas próprias dúvidas”.*

*“Consegui tanto ensinar quanto aprender matérias da escola com meus amigos, fazendo exercícios juntos em chamada de voz ou vendo vídeo aula juntos.”*

*“com meus amigos eu tiro dúvidas de maneira mais informal e aprendo com o linguajar de pessoas da minha idade, me facilitando na hora de compreender a matéria”*

*“Principalmente o whatsapp e o discord me ajudaram muito durante as aulas remotas em 2020 até 2021, esses meios possibilitaram um contato mais direto com meus colegas de sala que também sentiam dificuldades para se adaptar as aulas remotas.”*

*“Com o auxílio do Whatsapp posso me comunicar a qualquer momento com colegas e professores para tirar dúvidas, fazer perguntas etc, não tendo que esperar um dia inteiro ou uma semana, sendo mais difícil de perder meu raciocínio ou esquecer as dúvidas.”*

*“Não tenho muita familiaridade com essas plataformas, geralmente eu utilizo/utilizava a plataforma que a escola adotava. Dentre as plataformas que a escola adotou, a que eu mais me identifiquei foi a SAS, porque ela apresenta exercícios complementares ao conteúdo dado pela apostila em sala de aula (o que é importante pra mim num ano de vestibular) e apresenta videoaulas explicando e resolvendo as questões da apostila. Embora eu seja mais adepta a*

*explicação do professor, nós estamos lidando com um conteúdo muito vasto, então essa plataforma funciona como um complemento para mim tanto para tirar algumas dúvidas quanto para aprender novos conteúdos por conta própria, levando uma dúvida ou outra para discutir com o professor.”*

Foi pedido aos estudantes que se dividissem em dois grupos de três pessoas. Não foi estabelecido pelo pesquisador nenhum critério na formação dos grupos, de maneira que os estudantes poderiam utilizar critérios como familiaridade, proximidade afetiva, dentre outros. Assim, formaram-se dois grupos: Grupo 1 e Grupo 2. Para cada grupo, foi criado um grupo no sistema de comunicação WhatsApp para sua comunicação, nos quais o pesquisador se fazia presente para acompanhar as interações dos estudantes. Um terceiro grupo foi criado com o pesquisador, junto a todos os participantes, para o compartilhamento de informações gerais, como cronograma e data dos encontros.

Nas interações entre estudantes no WhatsApp, o pesquisador evitou intervir, de maneira a propiciar mais interações e trocas entre os estudantes. Se uma dúvida sobre determinado conteúdo ou questão é colocada por um membro do grupo, a resposta imediata do pesquisador poderia evitar uma discussão (desnecessária) por parte dos estudantes através da qual compartilham seus entendimentos e compreensões acerca do tema.

Apesar de os estudantes conviverem presencialmente nas aulas do colégio, estes foram orientados pelo pesquisador a não realizarem tarefas nem discutirem as questões em ambiente diferente do online, por conta da possibilidade de perda de dados pelo pesquisador. O mesmo ocorre com chamadas de vídeo, videoconferências e chamadas de áudio, enquanto meios de conversação síncronos.

#### **4.4.4 Preparação do material didático**

A preparação do material didático, ocorreu em duas semanas. E cada semana foi dividida em Materiais Didáticos Iniciais e Materiais Didáticos Avaliativos.

Na Sala de Aula Invertida, tal como proposta pelo Processo Educacional, o estudo dos tópicos se dá em ciclos com duração semanal. O ciclo se inicia com a disponibilização de videoaulas com a exposição conceitual do conteúdo referente àquela semana, junto com uma lista curta de problemas nele baseados.

A expectativa é que os estudantes assistam aos vídeos, com a liberdade de reprodução, pausa, aceleração, desaceleração disponíveis nesse tipo de mídia. A partir disso, os estudantes buscam a compreensão do conteúdo exposto. Posteriormente, eles podem avaliar sua compreensão dos temas envolvidos com a resolução dos problemas iniciais.

As videoaulas e a lista de problemas iniciais acabam servindo como fonte de discussão. É a partir delas que os estudantes manifestam dúvidas, dificuldades, curiosidades, dentre outros aspectos no grupo do WhatsApp. E, tais dúvidas, devem ser levadas ao encontro síncrono. No encontro, o professor pode sanar as dúvidas dos estudantes resolvendo passo-a-passo, inclusive, os problemas da lista inicial.

Num segundo momento, são produzidos os Materiais Didáticos Avaliativos. Após a realização do encontro síncrono, é entregue aos estudantes uma segunda lista de problemas. Esta conta com problemas um pouco mais elaborados e difíceis que os anteriores introdutórios. Além da lista, um outro Material Didático Avaliativo desenvolvido são videoaulas nas quais o professor resolve cada um dos problemas avaliativos.

Para a produção das listas de problemas, o pesquisador utilizou o software de edição de textos Microsoft Word. Outros softwares e aplicações livres podem ser utilizados com essa finalidade, como o Microsoft Word Online<sup>16</sup>, Google Documentos<sup>17</sup> que são alternativas online, e o LibreOffice Writer<sup>18</sup>.

Na produção de videoaulas, foram empregados mais recursos, tanto em termos de hardware quanto de software. Em termos de software, foi utilizada a aplicação Notion<sup>19</sup>. O Notion é uma aplicação gratuita voltada para o registro de anotações, a qual conta com *templates* variados para diferentes propósitos, como anotações de estudo, orçamentos de gastos.

No Notion, foram registrados e roteirizados os slides. Os slides foram produzidos como o software Microsoft PowerPoint, embora existam, também, alternativas gratuitas a ele como

---

<sup>16</sup> Disponível em: <https://www.office.com/launch/word?ui=pt-PT&rs=PT&auth=1>.

<sup>17</sup> Disponível em: <https://docs.google.com/document/u/0/?hl=pt-BR>.

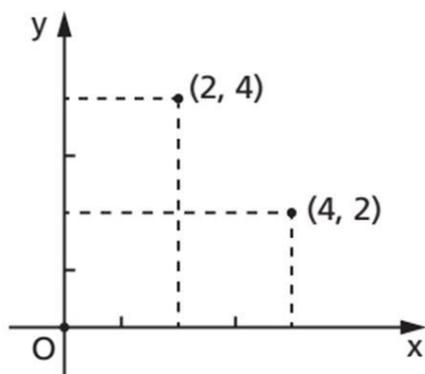
<sup>18</sup> Disponível em: <https://pt-br.libreoffice.org/baixar/libreoffice-novo/>.

<sup>19</sup> Disponível em: <https://www.notion.so>.

Microsoft PowerPoint Online<sup>20</sup>, LibreOffice Impress<sup>21</sup> e Google Apresentações<sup>22</sup>. Os slides foram elaborados de maneira a contarem com registros em imagens, gráficos e diagramas, simultaneamente com registros em texto e notação matemática. Isso foi feito com a intenção de que os estudantes tivessem contato com registros matemática de tipos variados. O tamanho das fontes dos textos e tamanho das figuras foram ajustados de maneira que os estudantes que acessassem os vídeos em dispositivos móveis como tablets e smartphones pudessem ver tais elementos com clareza.

Figura 15 – Slide utilizado na gravação de uma das videoaulas

## PLANO CARTESIANO



- Possui dois eixos perpendiculares ( $x$  e  $y$ ) e uma origem  $O$ ;
- Os dois eixos se estendem infinitamente (horizontalmente e verticalmente, respectivamente);
- A partir dos eixos é possível atribuir coordenadas aos pontos;
- A ordem das coordenadas é fundamental para o posicionamento dos pontos.

Fonte: Dados da pesquisa (2023).

<sup>20</sup> Disponível em: <https://www.microsoft365.com/launch/powerpoint?auth=1>.

<sup>21</sup> Disponível em: <https://pt-br.libreoffice.org/baixe-ja/libreoffice-novo/>.

<sup>22</sup> Disponível em: <https://docs.google.com/presentation/u/0/>.

Na gravação das videoaulas, foi utilizado o software gratuito OBS Studio<sup>23</sup>. Esse programa permite a constituição e gravação de cenas variadas, englobando fontes de áudio como o próprio *desktop*, microfones e outros dispositivos de captação de áudio, junto a dispositivos de captura de imagem, como webcam, por exemplo.

Figura 16 – Frame de uma das videoaulas gravadas pelo pesquisador



Fonte: Dados da pesquisa (2023).

Para as videoaulas em que conceitos de Geometria Analítica eram expostos, optou-se pela disposição ilustrada acima. Nela, existe o slide, uma imagem de fundo e uma câmera onde aparece o pesquisador. Seguindo as orientações de Bergmann e Sams (2016), buscou-se a produção de videoaulas com duração que não ultrapasse os 10 minutos, embora existam pesquisas em que os estudantes participantes preferiram videoaulas mais longas (Pavanelo; Lima, 2017).

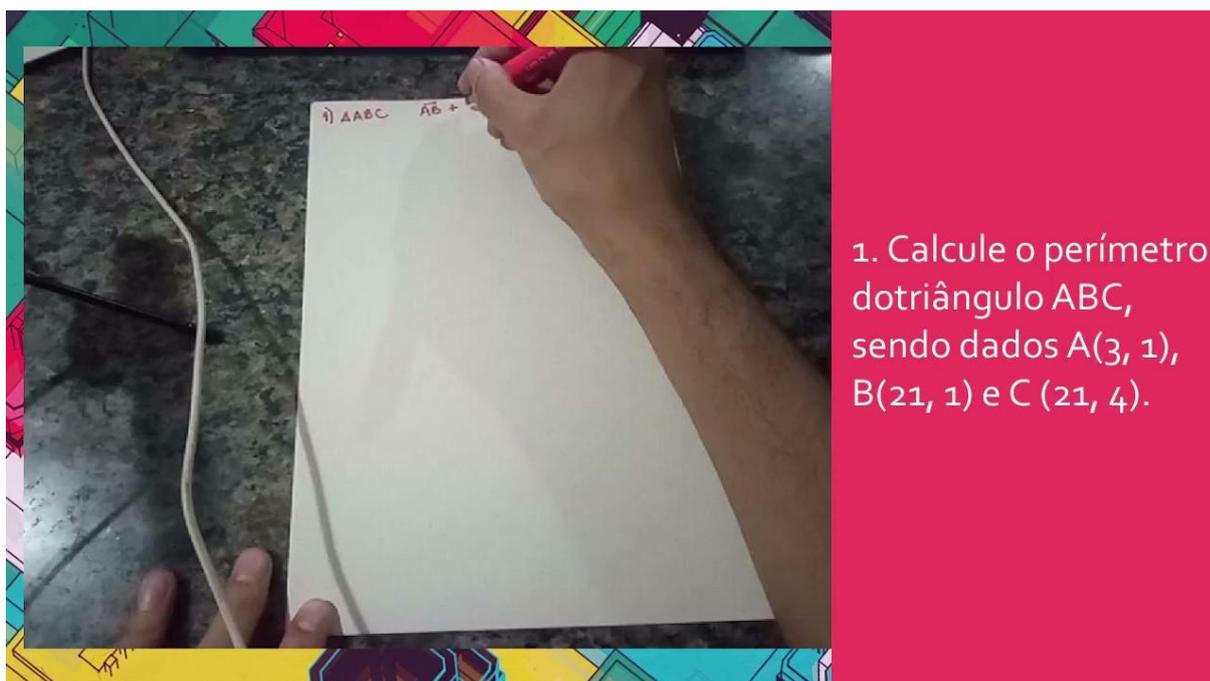
---

<sup>23</sup> Disponível em: <https://obsproject.com/pt-br/download>.

Os vídeos gravados foram importados e editados no software gratuito Kdenlive<sup>24</sup>, onde o pesquisador realizou cortes e erros de gravação. Após a edição, o áudio foi extraído e importado no software Audacity<sup>25</sup> editor de áudio. Nele, foram utilizadas ferramentas para a identificação do ruído da gravação e sua redução. Após esse processo, o novo áudio substituiu o anterior e o vídeo foi renderizado em 1280x720, isto é, High Definition (HD).

Um outro recurso que foi utilizado na gravação de vídeos é a aplicação DroidCam<sup>26</sup>. Esta aplicação permite a utilização da câmera de smartphones como webcams. Nas videoaulas em que os exercícios eram corrigidos, a disposição da cena era um pouco distinta.

Figura 17 - Frame de uma das videoaulas gravadas pelo pesquisador de correção de problemas



Fonte: Dados da pesquisa (2023).

---

<sup>24</sup> Disponível em: <https://kdenlive.org/en/download/>.

<sup>25</sup> Disponível em: <https://www.audacityteam.org/download/>.

<sup>26</sup> Disponível em: <https://www.dev47apps.com>.

Nessa disposição, o enunciado das questões aparece à direita, enquanto o vídeo ocupa a maior parte da tela com o professor resolvendo os problemas com pincel ou marca texto em papel.

Depois de renderizados, os vídeos foram enviados para a plataforma de vídeos YouTube. E, a partir dela, foram disponibilizados links de acesso para as videoaulas aos estudantes. Na primeira semana, esses *links* foram disponibilizados no WhatsApp, enquanto na seguinte foram disponibilizados no Google Classroom.

#### **4.4.5 Preparação dos alunos**

Aos estudantes, foi apresentada, em primeiro lugar, a proposta da pesquisa por uma de suas professoras, que comunicou a temática desta e seu funcionamento. Os estudantes que aceitaram participar da pesquisa, assinaram os devidos termos, assim como seus responsáveis, possibilitando a coleta de seus dados.

Inicialmente, ocorreu um encontro síncrono no Google Meet, que visou a apresentação da pesquisa, dessa vez pelo próprio pesquisador, diretamente aos estudantes. Esse momento foi voltado a sanar as dúvidas dos participantes em relação à pesquisa e, nela, foram apresentados um cronograma das atividades. Também foi explanado o funcionamento da metodologia Sala de Aula Invertida em contextos de Ensino Remoto, nos moldes propostos pelo Processo Educacional.

#### **4.4.6 Execução e coleta de dados**

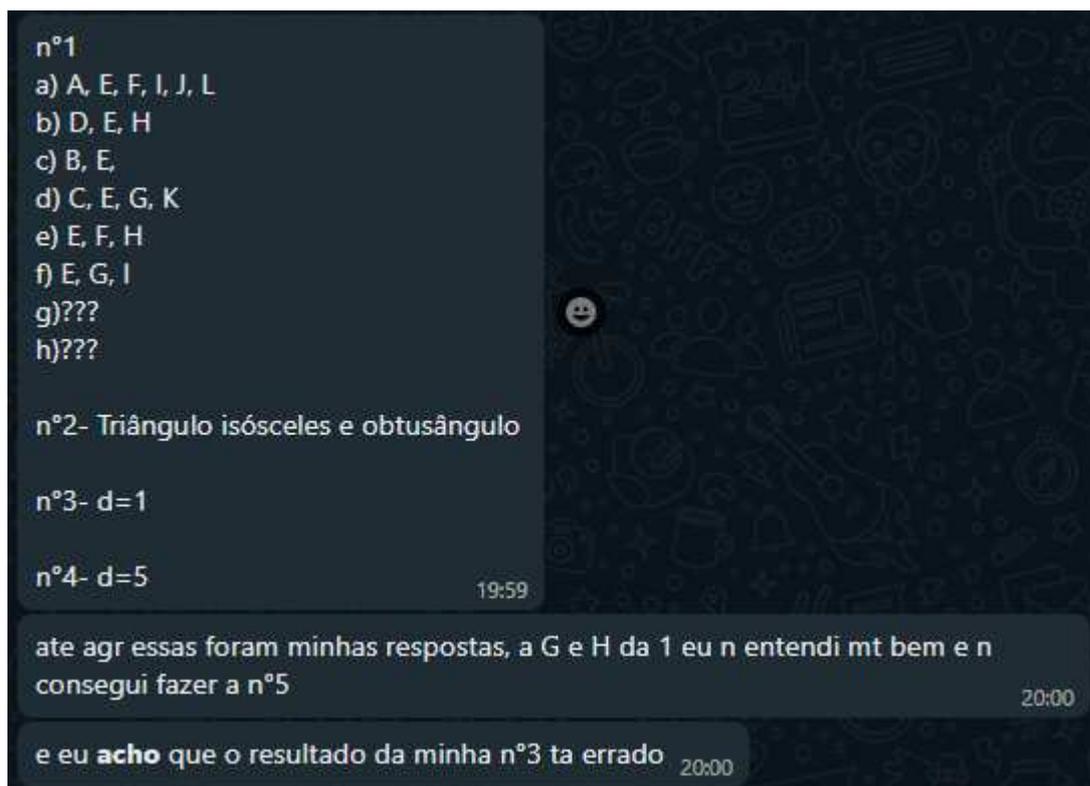
Nessa subseção são detalhadas a execução do estudo de caso e a coleta dos dados da pesquisa.

##### *4.4.6.1 Lista de problemas básica 1*

Algumas horas após o pesquisador enviar a lista de problemas inicial e o link para as videoaulas, um estudante do grupo B compartilhou os seus resultados parciais na resolução das questões; neles, em mensagem de texto, expôs suas respostas à algumas questões e indicou em

quais ainda estava em dúvida, como a Figura 18 ilustra. Em seguida, o estudante manifestou que aguardaria novas informações e *feedbacks* dos colegas sobre seus resultados.

Figura 18 – Compartilhamento de soluções parciais de aluno do grupo B



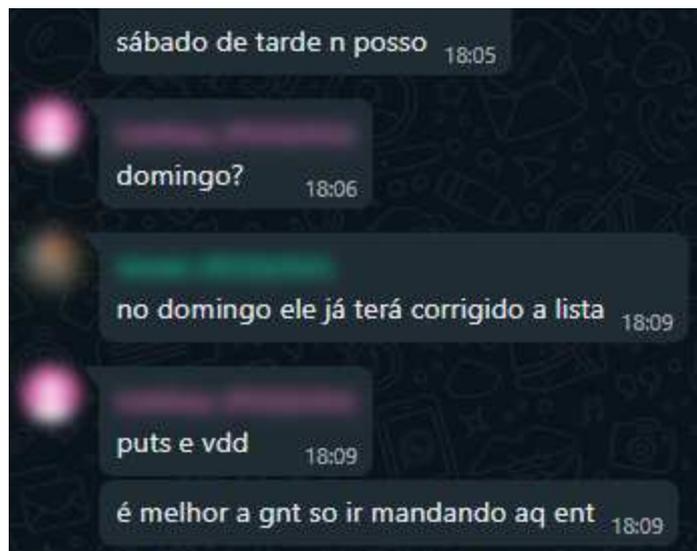
Fonte: Dados da pesquisa (2023).

Após o envio das mensagens de texto realizado pelo primeiro estudante, seu grupo permaneceu silencioso por alguns dias, sem que nenhum dos estudantes apresentasse informação ou dúvida adicional antes do encontro síncrono com o pesquisador. Dessa forma, é possível que os demais estudantes do grupo tenham estado pouco ativos na resolução dos problemas, isto é, tenham despendido pouco ou nenhum tempo para essa atividade durante o período.

No grupo A, poucos minutos após o pesquisador disponibilizar as videoaulas e os problemas, duas estudantes começaram a discutir de que forma se organizariam para sua resolução. Inicialmente, consideraram a possibilidade de realizar uma videoconferência para resolver os problemas em conjunto. Dada a dificuldade em encontrar um momento em que as agendas dos estudantes convergissem para uma chamada síncrona antes do encontro com o

pesquisador, os integrantes do grupo A optaram pela resolução individual dos problemas por cada integrante do grupo seguida da socialização dos resultados obtidos. Para tanto, utilizaram os meios de conversação assíncronos disponibilizados pelo WhatsApp.

Figura 19 – Interação entre estudantes do grupo B



Fonte: Dados da pesquisa (2023).

No dia seguinte, os estudantes do grupo A relataram dificuldades em compreender os conteúdos expostos na segunda videoaula. Na segunda videoaula o pesquisador apresentava e demonstrava o teorema que permite o cálculo da distância entre dois pontos no plano cartesiano partindo de suas coordenadas. Possivelmente, em razão do encontro síncrono com o pesquisador ocorrer no dia seguinte, pela manhã, os alunos desse grupo estenderam a troca de mensagens e respostas até quase meia noite e deram continuidade pela manhã, antes do encontro síncrono.

#### 4.4.6.2 Encontro síncrono 1

Na manhã seguinte, minutos antes do encontro síncrono, o pesquisador enviou o *link* pelo WhatsApp para uma sala do Google Meet. A partir de então, aguardou a entrada de todos

os estudantes na videoconferência, cumprimentando e conversando com os já presentes acerca de suas dúvidas e dificuldades com os problemas apresentados.

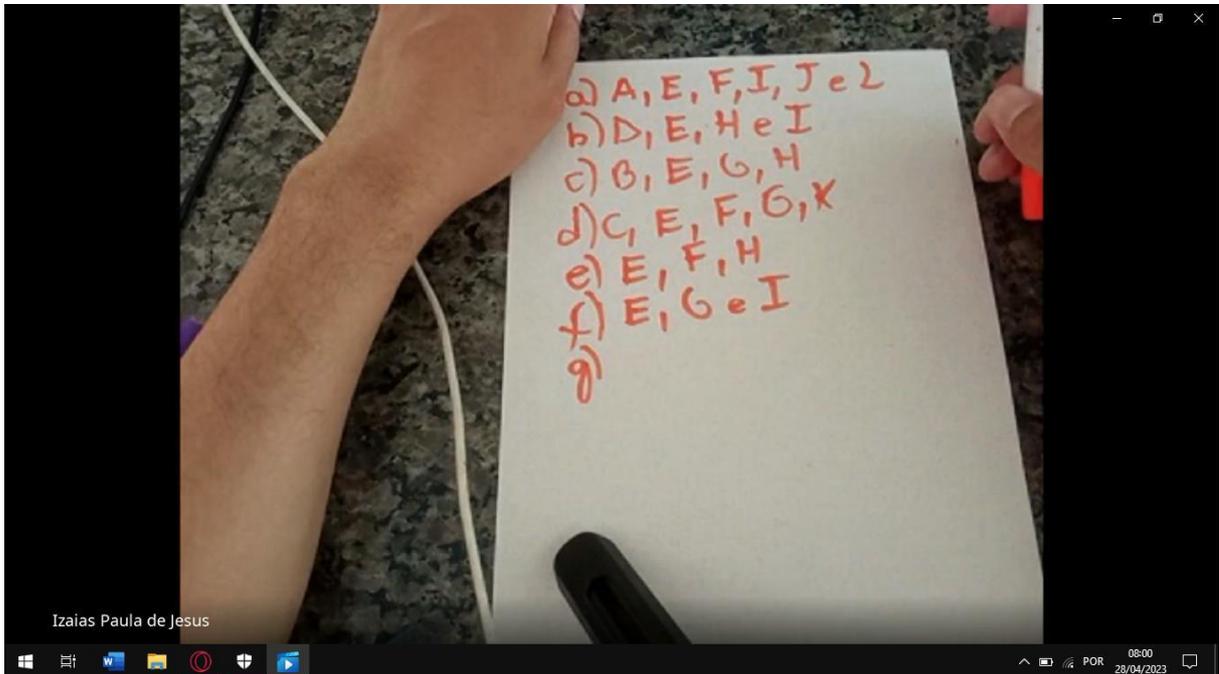
Figura 20 - Disposição de câmera para conversa com os estudantes em videoconferência



Fonte: Dados da pesquisa (2023).

No primeiro momento, o pesquisador, enquanto aguardava a entrada de todos os estudantes no Google Meet, optou por utilizar uma disposição de câmera na qual seu rosto ficava visível, corroborando para que os estudantes visualizassem suas expressões faciais durante a fala. Num segundo momento, entretanto, com a entrada dos estudantes na videoconferência, o pesquisador preferiu uma outra disposição de câmera, de forma a propiciar aos estudantes a visualização de uma folha de papel. Nessa folha, o pesquisador resolveu os problemas matemáticos disponibilizados anteriormente aos alunos, de maneira similar ao que faria em uma lousa.

Figura 21 - Disposição de câmera para a resolução de problemas

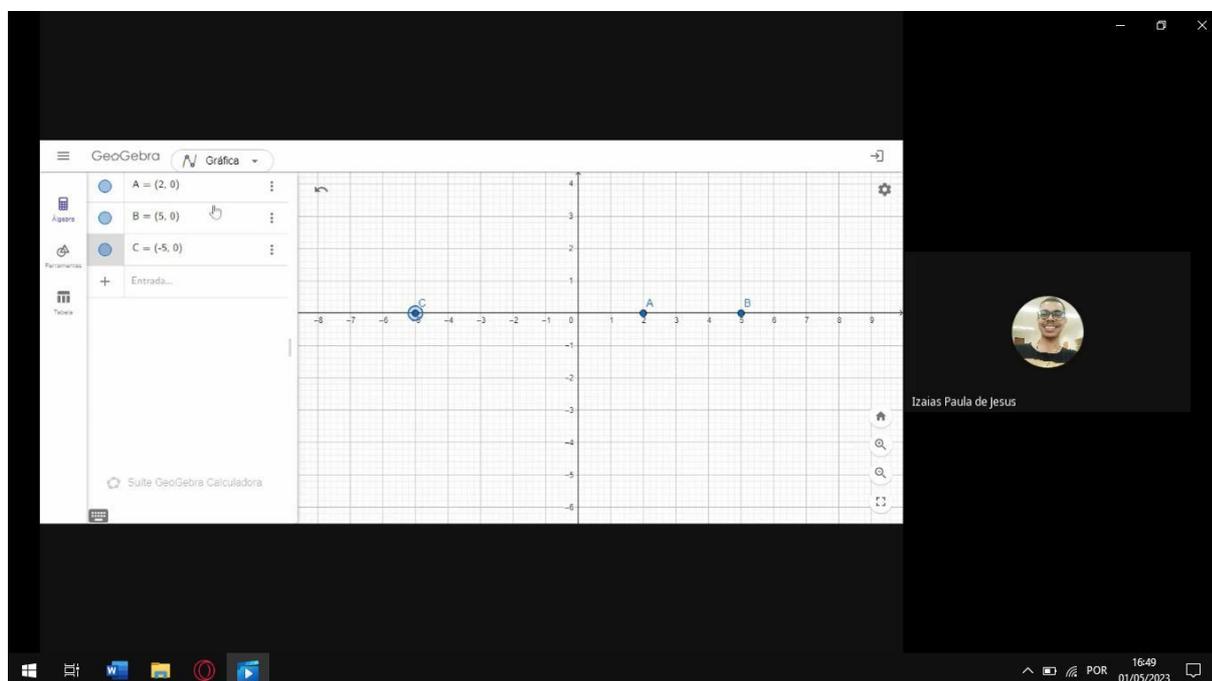


Fonte: Dados da pesquisa (2023).

Conforme o pesquisador explicou aos estudantes, a mudança de disposição teve o objetivo de facilitar a comunicação e entendimento deles. O discurso matemático costuma tomar forma por meio de muitos símbolos, sinais, diagramas e outras formas de representações. Assim, o pesquisador entendeu que a exposição visível de tais elementos aos estudantes favoreceria mais sua exposição em oposição a uma explanação puramente oral.

Ao longo do encontro síncrono, em determinados momentos, o pesquisador partilhava sua tela com o GeoGebra Online, como mostra a Figura 22. Este recurso foi utilizado em algumas situações por ser um software de geometria dinâmica amplamente investigado em Educação Matemática e com importantes contribuições para a aprendizagem. Por meio do GeoGebra Online o pesquisador conseguia ilustrar alguns aspectos do plano cartesiano. Na Figura 22, utilizou-se do GeoGebra para mostrar que os pontos do plano cartesiano sob o eixo  $x$  possuem ordenada igual a zero.

Figura 22 – Pesquisador compartilhando o GeoGebra Online em tela durante uma videoconferência



Fonte: Dados da pesquisa (2023).

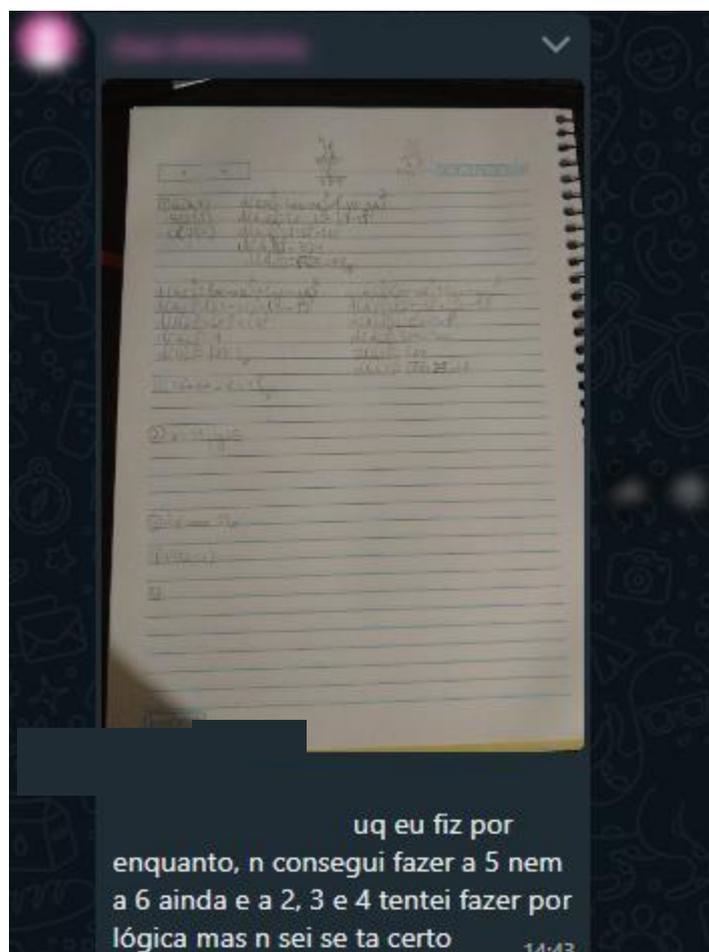
#### 4.4.6.3 Lista de problemas avaliativa 1

Após o encontro síncrono, o pesquisador disponibilizou nos grupos uma lista de problemas avaliativa. A lista contava com problemas que envolviam os tópicos apresentados anteriormente nas videoaulas, estudados pelos estudantes individualmente e no interior de seus grupos. Adicionalmente, foram abordados didaticamente pelo pesquisador ao corrigir os problemas da lista básica no encontro síncrono.

No grupo B, houve um hiato das interações entre os estudantes, que passaram alguns dias sem discutir as questões, não apresentando dúvidas, resoluções, nem nenhum outro tipo de interação com seus pares. Esse hiato teve fim no dia em que, conforme combinado, os estudantes entregariam ao pesquisador os resultados obtidos na solução dos problemas da lista avaliativa.

O hiato foi quebrado pelo mesmo estudante que havia compartilhado suas soluções parciais sobre a lista de problemas iniciais. Esse estudante enviou uma foto de suas soluções, além de alguns comentários adicionais acerca dos problemas resolvidos, como ilustra a Figura 23.

Figura 23 - Interações entre os estudantes



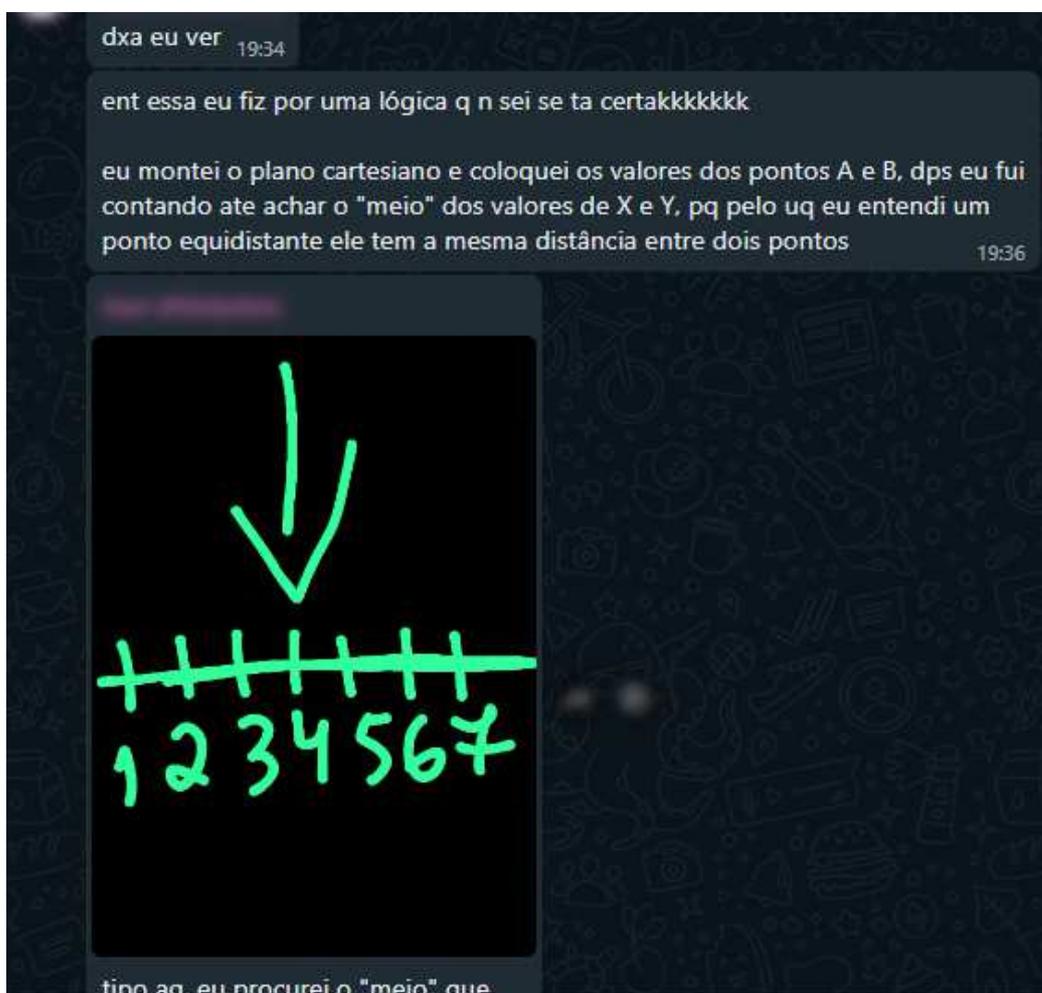
Fonte: Dados da pesquisa (2023).

Algumas horas depois os demais integrantes do grupo notificaram o estudante que estavam realizando as atividades e/ou cumprindo outros compromissos, mas que mais tarde dariam um *feedback*. Posteriormente, entretanto, somente um dos integrantes do grupo apresentou seus resultados parciais e perguntando-o como fez algumas das questões. A partir daí, os dois começam a trocar informações e explicações, principalmente por meio de mensagens de texto.

Nas trocas de mensagens, ora as explicações e dúvidas tomavam forma de texto, ora eram ilustradas por meio do envio de fotos de registros escritos de soluções e diagramas. Cabe ressaltar, que os estudantes não recorreram a outras formas de conversação disponíveis no WhatsApp, como o envio de vídeos e áudios.

A dinâmica de interações apresentadas no grupo se mostrou bilateral, com dois estudantes se auxiliando e apoiando mutuamente. Um dos membros do grupo, entretanto, não fez parte desse processo, à medida que não foi registrado nenhuma interação deles com os demais durante as trocas entre os estudantes.

Figura 24 - Interações entre os estudantes

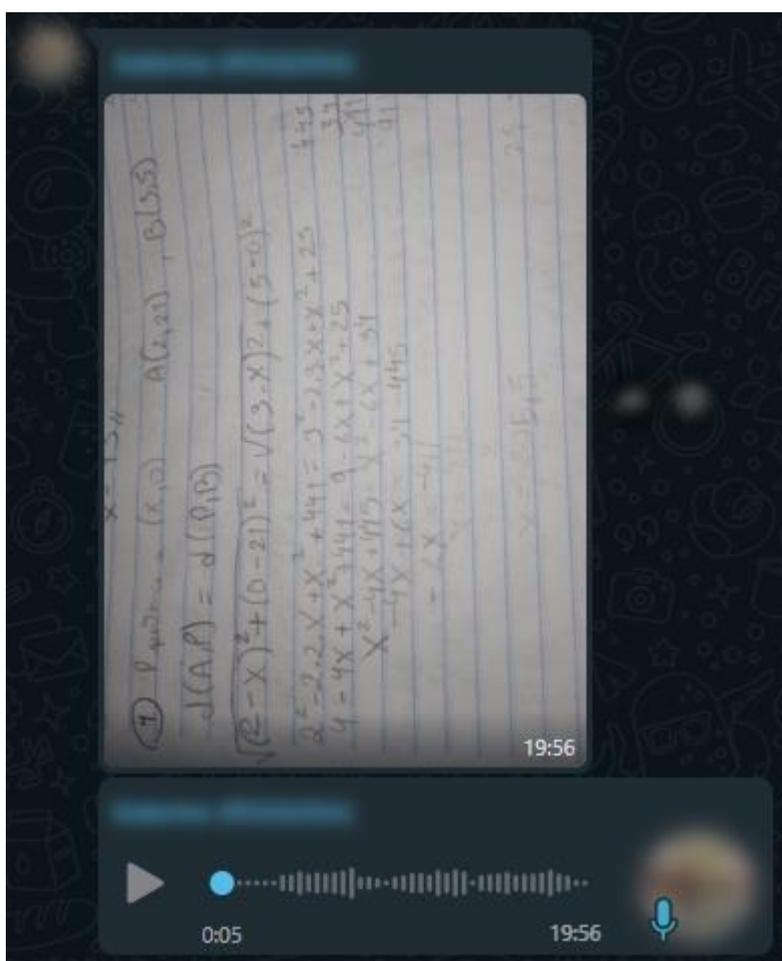


Fonte: Dados da pesquisa (2023).

Assim como no grupo B, os estudantes do grupo A permaneceram inativos durante alguns dias. E, de maneira semelhante, voltaram a interagir no WhatsApp somente no dia da entrega das atividades. Diferente do grupo B, entretanto, todos estudantes do grupo A se engajaram ativamente na resolução dos problemas, com um fluxo intenso de mensagens quase simultâneas. Nessas interações, os estudantes recorreram principalmente às mensagens de texto

e fotos de resoluções no caderno. Não deixaram, entretanto, de se valerem das mensagens de áudio, como a Figura 25 evidencia.

Figura 25 - Interações entre os estudantes com registros em foto de resoluções



Fonte: Dados da pesquisa (2023).

#### 4.4.6.4 Lista de problemas básica 2

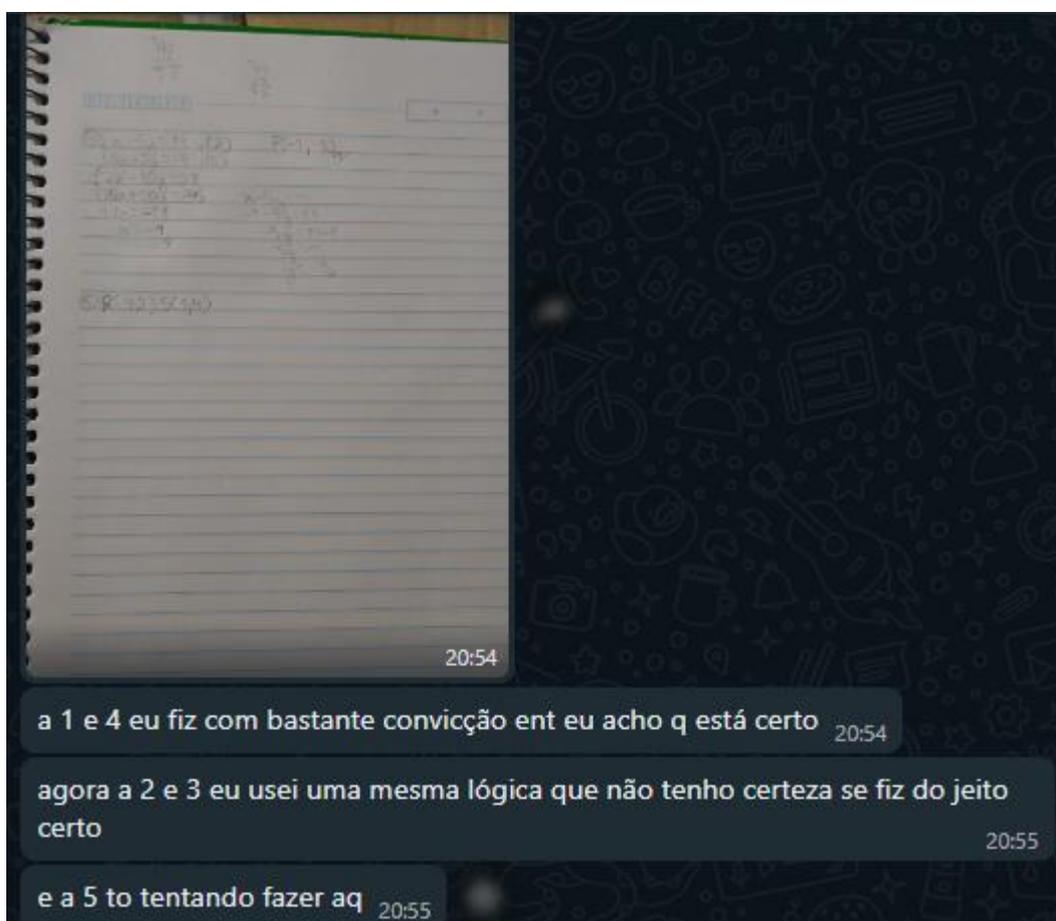
Com a entrega da lista de problemas para o pesquisador, deu-se início a um novo ciclo. Foram enviados aos estudantes videoaulas com a resolução de cada um dos problemas apresentados na lista avaliativa, de maneira a propiciá-los uma oportunidade de verificar e compreender melhor seus erros e acertos. Junto à essas videoaulas foram enviadas outras, nas quais os conteúdos da semana seguinte eram apresentados.

Nas videoaulas expositivas o pesquisador incorporou um aspecto comentado pelos estudantes no encontro síncrono. Como estes disseram que a resolução dos problemas no encontro síncrono tornou os conteúdos mais inteligíveis que as videoaulas, o pesquisador optou por apresentar o conteúdo de forma mais orientada à resolução de exercícios práticos.

Apesar de seus integrantes terem interagido de maneira intensa em prol da resolução dos problemas na semana anterior, o grupo A não enviou nenhuma mensagem antes do encontro síncrono com o pesquisador.

O grupo B apresentou comportamento parecido com o A, tendo interagido apenas na noite de véspera ao encontro síncrono. As mensagens trocadas foram reduzidas, como é possível notar na Figura 26 e partiram de um único estudante, o qual apresentou algumas de suas resoluções para os demais, mas sem resposta.

Figura 26 - Interações entre os estudantes



Fonte: Dados da pesquisa (2023).

#### 4.4.6.5 *Encontro síncrono 2*

Apesar da inatividade apresentada pelos estudantes de ambos os grupos, estes não deixaram de comparecer ao encontro síncrono. Nesse encontro, assim como no anterior, o pesquisador aguardou a chegada de todos os estudantes enquanto conversava com os demais. Após um período inicial de tolerância, o pesquisador deu início a correção dos problemas, ainda com um dos estudantes ausente. Para a correção dos problemas o pesquisador utilizou um marcador de texto em cor vermelha ao invés de um pincel. Assim, perguntou os estudantes se eram visíveis os traços, o que eles confirmaram.

Enquanto o pesquisador resolvia os problemas, ia dialogando com os estudantes, conferindo seus resultados e sanando dúvidas. Como no encontro anterior, os estudantes interagiam por meio de mensagens no chat e, em alguns momentos, por meio de áudio.

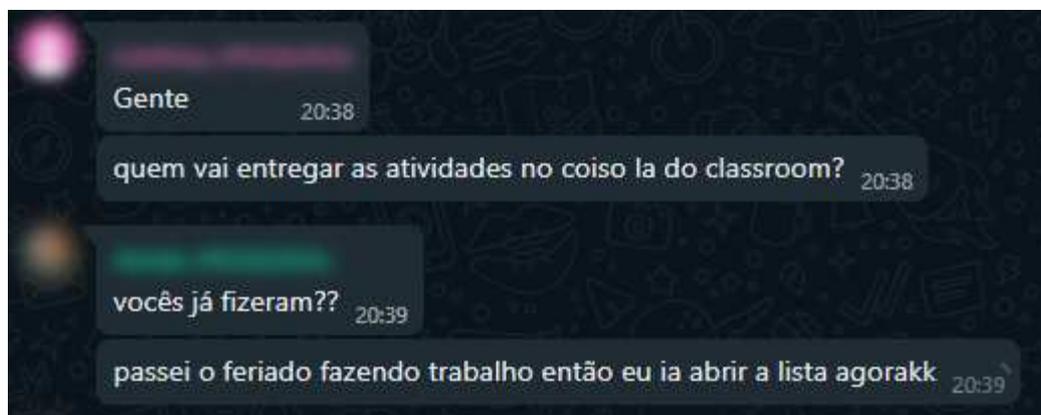
Uma das estudantes chegou atrasada ao encontro, pois havia, segundo ela, se confundido com as datas. E uma outra aluna havia viajado, então tentou participar do encontro síncrono por meio da internet sem conexão WiFi. Sendo assim, apresentou problemas de conexão e teve dificuldades em acompanhar as discussões do encontro.

Para essas estudantes o pesquisador disponibilizou, posteriormente, o *link* para a gravação do encontro no Google Meet, de maneira a possibilitar sua consulta. E, por fim, o pesquisador reforçou aos estudantes que a coleta de dados por meio de atividades pedagógicas e registros de mensagens se encerrava naquela semana, restando posteriormente um encontro final para os estudantes avaliarem a experiência que tiveram.

#### 4.4.6.6 *Lista de problemas avaliativa 2*

No grupo A os estudantes só foram interagir no dia da entrega das atividades. Possivelmente, tiveram dificuldades para organizar sua rotina de maneira a realizar seus estudos de maneira gradual. Talvez por isso tenha começado a resolução dos problemas logo no dia de entrega.

Figura 27 - Interações entre os estudantes



Fonte: Dados da pesquisa (2023).

#### 4.4.7 Análise do estudo de caso

##### 4.4.7.1 Achados Teóricos

A presente pesquisa se estruturou a partir de abordagem epistemológico-metodológica *Design Science Research* e partiu da seguinte conjectura comportamental: *a utilização de Sistemas de Comunicação pode potencializar o ensino e a aprendizagem de Geometria Analítica na Sala de Aula Invertida no Ensino Remoto*. As observações e análises feitas no estudo de caso corroboram com a conjectura exposta.

Em um primeiro momento, ainda antes da realização das atividades pedagógicas da pesquisa, o pesquisador aplicou aos estudantes um questionário. O questionário tratou, dentre outros aspectos, da utilização de Sistemas de Comunicação para fins de ensino e aprendizagem.

Todos os estudantes envolvidos na pesquisa relataram experiência passada e presente na utilização de Sistemas de Comunicação para discutir conteúdos e tarefas escolares com seus pares. A maioria deles descreveram as experiências como positivas. Diante disso, pode-se considerar a possibilidade que tais serviços, de fato, impactaram o ensino e a aprendizagem dos estudantes de maneira positiva.

Sobre os impactos do uso dos Sistemas de Comunicação para discutir conteúdos e tarefas com os colegas, um dos estudantes comentou que ao conversar com seus pares conseguiam tanto ensinar uns aos outros quanto aprender com estes. Nesse sentido, os Sistemas

de Comunicação apoiaram a aprendizagem dos estudantes ao permitirem que estes assumissem posições ativas perante os estudos, como é o caso quando explicam conceitos matemáticos, tarefas e resoluções entre si.

Com o uso de Sistemas de Comunicação, portanto, os alunos conseguem estabelecer uma dinâmica interna distinta à tradicional transmissão unidirecional de conhecimentos entre professor e estudantes. Nesse ambiente, quando os estudantes se envolvem efetivamente, existem fluxos de conhecimentos multidirecionais. Dessa forma, os Sistemas de Comunicação mostram-se como ferramentas compatíveis com as metodologias ativas, à medida que estas buscam romper com dinâmicas educacionais tradicionais e bancárias.

Ainda sobre o suporte à comunicação, os estudantes relataram que isso permitia que tivessem maior clareza sobre suas próprias dúvidas. Assim, a comunicação mediada pelos Sistemas promoveu reflexões de natureza metacognitiva nos estudantes.

Um outro aspecto mencionado pelos alunos foi que as explanações trocadas pelos estudantes se formulam de maneira distinta às advindas de professores. Enquanto as últimas possuem caráter mais formal, as primeiras tendem a ser mais flexíveis e próximas do linguajar, expressões e vocabulários próprios desses grupos. Isso, segundo os estudantes, facilita a compreensão das ideias discutidas. Pode-se dizer, então, que nos Sistemas de Comunicação os alunos constituem um espaço onde sentem-se mais confortáveis para se comunicarem de forma mais livre e espontânea.

Foi relatado por um dos participantes que havia realizado anteriormente sessões de estudo síncrono por meio de videoconferências com seus colegas de turma, tanto assistindo videoaulas quanto resolvendo exercícios. Por meio da experiência, o estudante afirmou que pôde tanto aprender quanto ensinar.

Durante a pandemia, os estudantes participantes da pesquisa passaram pelo ensino remoto nos anos de 2020 e 2021. Um deles revelou que o uso dos Sistemas de Comunicação WhatsApp e Discord foram relevantes aos seus estudos no período. Utilizando estas aplicações, estudantes que sentiam não se adequarem ao ensino praticado, reuniam-se e aprendiam juntos com o que descreveu ser um “contato mais direto”.

O WhatsApp pode ser utilizado para realizar perguntas e consulta à qualquer momento, destacou um aluno. Nesse sentido, seu uso permitia que os estudantes mantivessem seu fluxo

de estudo, sem terem que esperar por períodos longos para obterem alguma informação relevante.

A partir dos diferentes depoimentos, pode-se notar que os Sistemas de Comunicação fazem parte do repertório ferramental de estudos dos voluntários da pesquisa. E, sem sua maioria, entendem que essas ferramentas potencializam o ensino e aprendizagem entre pares. Um dos participantes, entretanto, avaliou como pouco negativa sua experiência com os Sistemas. Apesar disso, quando questionado sobre os impactos dos Sistemas em sua aprendizagem, não apontou quais seriam os pontos negativos que vivenciou.

No decorrer do estudo de caso, por meio da observação e registro das mensagens trocadas pelos participantes, foi possível notar que a utilização do Sistema de Comunicação WhatsApp desempenhou uma importante função de suporte à comunicação e aprendizagem dos estudantes. Como as figuras apresentadas ao longo do capítulo mostraram, houve vários momentos em que a comunicação entre os estudantes nos grupos promoveu trocas de informações e conhecimentos que ajudaram a esclarecer conceitos e problemas.

Notou-se, também, que nos dias em que os estudantes mostravam-se menos ativos nos grupos, sua produção, no que tange à resolução dos problemas, cessava ou diminuía. Isso pode indicar que a ausência das trocas de conhecimento no decorrer das atividades remotas pode impactar negativamente a realização das mesmas.

Nos períodos em que os estudantes permaneceram sem troca de mensagens nos grupos, o tempo para resolução dos problemas ficava gradualmente mais escasso. Assim, os estudantes acabavam empreendendo jornadas longas e intensas de estudos às vésperas da entrega das atividades. Uma das participantes afirmou que isso tornava, por vezes, a experiência de estudo desregulada e exaustiva.

Dessa forma, apesar da dinâmica dos estudantes ter se mostrado frutífera em alguns momentos, o Sistema de Comunicação poderia ter sido melhor aproveitado caso organizassem melhor os horários de estudo. E, considerando que os estudantes possuem outras demandas escolares, além de outras atividades, a realização de atividades intensa próxima aos prazos de entrega pode não ser sustentável.

Enquanto o uso do Sistema de Comunicação contribuiu para a aprendizagem dos estudantes, em alguns momentos produziu efeitos adversos. Quando um estudante partilha um

entendimento sobre determinado problema e sua explicação é corroborada por um colega, acaba ocorrendo uma validação daquele entendimento no interior do grupo. Este fenômeno foi observado em momentos nos quais os estudantes partilhavam suas perspectivas sobre os conceitos estudados de maneira fidedigna à matemática formal. Em outros momentos, entretanto, ocorreu o inverso.

Ao final do estudo de caso, os estudantes emitiram algumas avaliações sobre a experiência. Um deles elencou como aspecto positivo o fato de poderem partilhar soluções, erradas ou não, e as aperfeiçoarem por meio de discussões buscando um consenso. Nessa perspectiva, a resolução de problemas em grupo envolve argumentação e construção negociada de soluções.

Foi levantado, nos questionários, o seguinte ponto: os colegas servem de apoio importante para complementação de materiais expositivos como videoaulas. Assim, as explicações fornecidas pelos estudantes propicia o preenchimento de lacunas na compreensão matemática dos mesmos.

Um ponto destacado por parte dos voluntários foi que o WhatsApp permitiu a comunicação de maneira versátil, com possibilidade de envio de áudios, imagens e vídeos.

Dentre os pontos negativos, os alunos apontaram que a comunicação nos grupos ficava desorganizada em alguns momentos e confusa de compreender. Além disso, foi mencionado que pode ser difícil a comunicação matemática no WhatsApp. É comum que diálogos em torno de conceitos matemáticos sejam repletos de símbolos e a ferramenta, embora conte com símbolos comuns em teclados como “\*”, “-“, “=”, “+” e os Algarismos, não apresenta suporte para a construção de expressões mais elaboradas.

#### 4.4.7.2 Achados Técnicos

No estudo de caso, foi executado o Processo Educacional piloto. Um Processo Educacional é, conforme mencionado anteriormente, a “descrição das etapas empreendidas no processo de ensino e aprendizagem, com intencionalidade clara e com objetivo de criar oportunidades sistematizadas e significativas entre o sujeito e um conhecimento específico” (Rizzatti *et al.*, 2020, p. 5). Este processo tem o objetivo de *apoiar os professores de educação*

*básica na implementação da metodologia Sala de Aula Invertida para o ensino e a aprendizagem de Geometria Analítica no Ensino Remoto.*

A estratégia de pesquisa estudo de caso viabilizou a avaliação deste artefato protótipo. As subseções seguintes tratam deste aspecto.

#### 4.4.7.2.1 Etapa Vermelha

Na primeira etapa, indicada pelas caixas de texto em vermelho da Figura 10, o pesquisador tomou ações com o objetivo de conhecer os estudantes, isto é, levantar informações pertinentes a suas experiências prévias e acesso às tecnologias e ferramentas. Isso foi realizado mediante a aplicação de questionário online no serviço Formulários Google. No formulário estavam presentes questões sobre as experiências progressas dos estudantes com Sistemas de Comunicação e Ambientes Virtuais de Aprendizagem.

Pode-se dizer que o questionário atendeu à necessidade de conhecimento contextual dos estudantes por parte do pesquisador. Os dados levantados com o questionário permitiram identificar o WhatsApp como Sistema de Comunicação de uso comum dos participantes da pesquisa. Notou-se, também, que a maior parte dos alunos possuía contato prévio com o Google Classroom. Partindo dessas informações, foi possível escolher serviços com os quais os estudantes possuíam maior familiaridade.

Para além de conhecer os estudantes, na primeira etapa o pesquisador também tomou ações para que estes conhecessem a metodologia implementada. Com essa finalidade, realizou um encontro síncrono no Google Meet com os participantes da pesquisa. Nesse encontro, apresentou, fazendo uso de slides, a metodologia Sala de Aula Invertida para o Ensino Remoto, esclarecendo seu funcionamento em diferentes momentos. Além disso, o pesquisador convidou os estudantes a manifestarem suas dúvidas. Tal abordagem de introdução mostrou-se relativamente satisfatória, considerando que ao longo das duas semanas de atividades pedagógicas posteriores os participantes raramente realizaram perguntas sobre o funcionamento da metodologia, tanto nos encontros síncronos quanto nos grupos do Sistemas de Comunicação.

Uma das tarefas previstas na etapa vermelha é a divisão dos grupos, a qual foi realizada sem maiores dificuldades pelo pesquisador junto aos alunos, que puderam escolher com quais colegas formariam os grupos.

Como todos os participantes já possuíam contas no Sistema de Comunicação WhatsApp, não foi necessária a realização de cadastros. E bastou que o pesquisador adicionasse o contato dos alunos e os dividisse em dois grupos no WhatsApp.

De maneira geral, pode-se dizer que os objetivos da etapa vermelha foram atingidos sem maiores dificuldades. O pesquisador conseguiu levantar informações importantes sobre as experiências e preferências de acesso dos participantes na pesquisa e isso permitiu a tomada de decisões como a escolha dos Sistemas de Comunicação e Ambientes Virtuais de Aprendizagem a serem utilizados.

#### 4.4.7.2.2 Etapa Amarela

Na segunda etapa, indicada pelas caixas de texto em amarelo da Figura 10, o pesquisador objetivou a preparação de materiais didáticos, como listas de problemas, videoaulas e textos expositivos que seriam utilizados na implementação da Sala de Aula Invertida.

De início, o pesquisador planejou e comunicou aos estudantes que haveria duas semanas de estudo na Sala de Aula Invertida. A primeira semana seria dedicada aos tópicos: introdução ao sistema de coordenadas cartesiano e distância entre dois pontos no plano cartesiano e a segunda à equação geral da reta e interseção entre retas.

A partir da definição dos tópicos de estudo, o pesquisador prosseguiu para a produção dos vídeos e das listas de problemas. A produção dos vídeos, especialmente, mostrou-se um processo trabalhoso, envolvendo horas de dedicação e saberes diversos.

Ao longo da produção das videoaulas, por exemplo, ações como roteirização, preparação de slides, configuração de cenas no OBS Studio, gravação de videoaulas, otimização de áudio, edição e renderização de vídeos foram realizadas. Através dessas ações, o pesquisador percebeu que estava se valendo de conhecimentos que podem não ser tão usuais dentre professores da educação básica.

As videoaulas, após edição e renderização, foram hospedadas no site YouTube em uma lista de reprodução não listada, isto é, que só pode ser acessada pelas pessoas que possuem um *link* para a mesma. Fazendo uso desse *link*, o pesquisador pôde compartilhar as videoaulas nos grupos do WhatsApp com os alunos participantes da pesquisa.

De maneira geral, o pesquisador conseguiu atingir os objetivos da etapa, isto é, a preparação e disponibilização de materiais didáticos. Apesar disso, é possível que professores que não possuam conhecimentos específicos pertinentes a produção de videoaulas possam ter dificuldades e dúvidas sobre como proceder, quais softwares utilizar e que passos seguir. Diante de tais questões e sem sugestões, não seria surpreendente que um professor desistisse ou se visse pedido na utilização do Processo

#### 4.4.7.2.3 Etapa Azul

A terceira e última etapa é representada pelas tarefas em azul da figura 10. Na etapa, implementou-se efetivamente a Sala de Aula Invertida, realizando os encontros síncronos e avaliando a aprendizagem dos estudantes.

Na etapa, o pesquisador não teve maiores dificuldades. Por outro lado, pôde perceber que as duas tarefas apresentadas não sintetizam todo o processo. Existem mais ações que ocorrem, como a criação de tarefas online no AVA, dentre outras.

### 4.5 PROCESSO EDUCACIONAL MODIFICADO

Considerando que o Processo Educacional Piloto omitia tarefas relevantes na implementação da Sala de Aula Invertida em contextos de Ensino Remoto, foram realizadas algumas alterações, gerando um segundo Processo Educacional apresentado na Figura 28.

As alterações ocorreram, sobretudo, na etapa azul. Novas tarefas foram adicionadas de maneira a tornar mais claro o “passo-a-passo” do Processo. Dessa maneira, ações antes implícitas, tornaram-se mais claras e melhor sinalizadas.

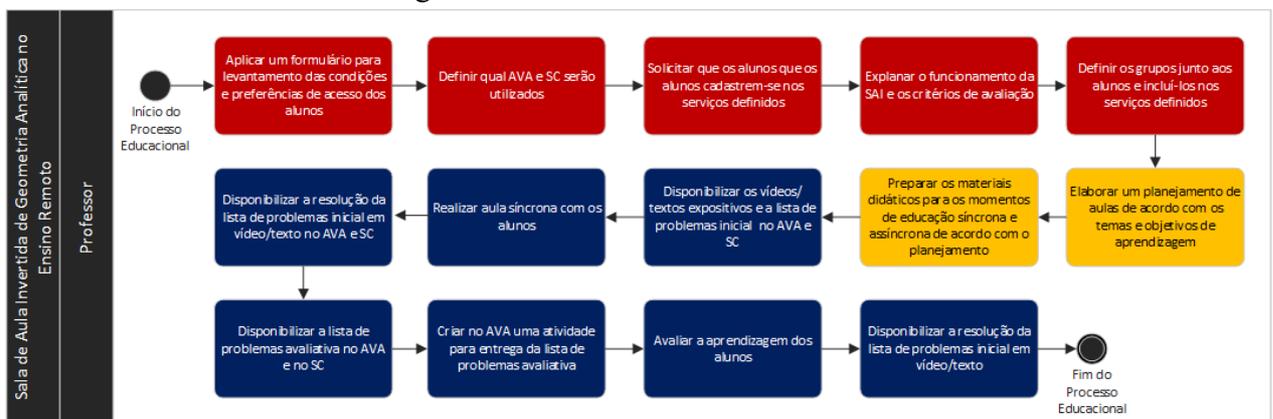
Uma outra modificação relevante realizada no Processo Educacional foi a inserção de um apêndice, no qual é fornecido um modelo de formulário para o levantamento das condições e preferências de acesso dos estudantes prevista na etapa vermelha. Assim, o professor que utilizar o Processo Educacional pode fazer uso do formulário pronto ou basear-se nele para a confecção de um que se adeque melhor às suas demandas.

No apêndice do Processo também foi adicionado um conjunto de softwares e aplicações gratuitas que podem ser úteis em ações como roteirização, gravação e edição de videoaulas,

além da construção de listas de problemas e textos didáticos. Com isso, espera-se que o professor possa evitar, se assim desejar, o uso de softwares pagos.

Espera-se que com as modificações feitas, o Processo Educacional possa ser utilizado com maior facilidade pelos professores.

Figura 28 – Processo Educacional Modificado



Fonte: Dados da pesquisa (2023).

## 5 CONCLUSÃO

O uso de tecnologias para fins de ensino e aprendizagem de matemática é um tópico investigado há algumas décadas no Brasil e no mundo todo. Essas investigações possuem em seu cerne o interesse na capacidade que as tecnologias possuem de propiciar cenários alternativos para o ensino e a aprendizagem de Matemática.

No âmbito geral da pesquisa sobre tecnologias em Educação Matemática encontram-se outros subtópicos como o uso de Metodologias Ativas. Essas metodologias comumente se apropriam de tecnologias para promover a autonomia dos estudantes, conferindo a estes uma posição de protagonismo e centralidade no desenvolver das práticas educacionais.

Uma das metodologias que apresenta tais características é a Sala de Aula Invertida. Na Sala de Aula Invertida as atividades educacionais são organizadas em momentos online, em ambientes virtuais e momentos de presença física. Dados esses elementos, a Sala de Aula Invertida é considerada um modelo de Ensino Híbrido.

Visando identificar as limitações da pesquisa existente em torno da Sala de Aula Invertida e outros modelos de Ensino Híbrido para fins de ensino e aprendizagem de Geometria, foi realizada uma pesquisa bibliográfica do tipo Mapeamento Sistemático da Literatura. O mapeamento apresentou resultados pertinentes, ao mostrar tecnologias que são utilizadas nas implementações, tópicos dos currículos de Geometria que são abordados nas pesquisas, estratégias de investigação adotadas, dentre outras informações.

Em meio as informações proporcionadas pelo Mapeamento Sistemático da Literatura, foi possível perceber que as pesquisas realizadas raramente tinham a Geometria Analítica como o conteúdo abordado, apesar de seu estudo trazer importantes contribuições para formação Geométrica e Algébrica dos alunos. Além disso, pode-se constatar uma escassez de investigações que discutissem a comunicação dentre estudantes na Sala de Aula Invertida e, também investigações no Ensino Remoto.

Por meio da literatura relacionada foi possível notar que pesquisadores têm previsto que a implementação brusca de modelos de ensino remoto emergenciais pode promover a adoção de práticas pedagógicas mais tradicionais pelos docentes.

Através de uma pesquisa bibliográfica exploratória foi possível constatar, também, uma escassez de investigações acerca da comunicação na Sala de Aula Invertida de Geometria Analítica e, também, sobre o uso da metodologia em ensino remoto. Visando a mitigação dos problemas práticos e teóricos mencionados, a partir da abordagem epistemológica-metodológica *Design Science Research*, foi desenvolvido um protótipo de Processo Educacional, o qual visa apoiar os professores na implementação da Sala de Aula Invertida para o ensino e a aprendizagem de Geometria Analítica.

O Processo Educacional, assim como a conjectura comportamental da qual é originário, foram avaliados através da estratégia da pesquisa estudo de caso. Com as avaliações, foi possível identificar aspectos técnicos passíveis de correção e melhoramento, promovendo o aperfeiçoamento do Processo Educacional. Por outro lado, o conhecimento científico produzido no estudo de caso permitiu a confirmação da conjectura comportamental, a qual afirma que os Sistemas de Comunicação podem potencializar os processos de ensino e aprendizagem remotos de Geometria Analítica na Sala de Aula Invertida.

Na pesquisa, o estudo de caso foi realizado com dois grupos pequenos de estudantes. O uso de Sistemas de Comunicação mostrou-se algo habitual, isto é, com relevância reconhecida

pelos estudantes e já parte integrante de suas estratégias de estudo, evidenciando que tais ferramentas contribuem para o ensino e aprendizagem.

Em trabalhos futuros, o Processo Educacional pode ser implementado em grupos maiores, como turmas completas de matemática, por exemplo.

Futuramente, é importante que o Processo Educacional seja utilizado e investigado por outros pesquisadores. Dessa maneira, sua aplicabilidade a outros contextos e usabilidade por outros professores poderá ser discutida em maior profundidade.

## REFERÊNCIAS

ALGHAMDI, T.; HALL, W.; MILLARD, D. A classification of how MOOCs are used for blended learning. *In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON INFORMATION AND EDUCATION INNOVATIONS*, 4., 2019, Durham. **ICIEI [...]**. New York: ACM, 2019. p. 1–7. Disponível em: <https://doi.org/10.1145/3345094.3345107>.

ALTAY, I. F.; ALTAY, A. A review of studies on blended learning in EFL environment. **International Journal of Curriculum and Instruction**, [s. l.], v. 11, n. 1, p. 125–140, 2019. Disponível em: <http://ijci.wcci-international.org/index.php/IJCI/article/view/255>.

ARONSON, E.; PATNOE, S. **Cooperation in the classroom: the jigsaw method**. London: Pinter & Martin, 2011.

BACICH, L.; TANZI NETO, A.; TREVISANI, F. M. Ensino híbrido: personalização e tecnologia na educação. *In: BACICH, L.; TANZI NETO, A.; TREVISANI, F. M. (org.). Ensino híbrido: personalização e tecnologia na educação*. Porto Alegre: Penso, 2015. p. 40–54.

BALDINO, R. R. Desenvolvimento de essências de cálculo infinitesimal. Rio de Janeiro: MEM/USU, 1998.

BAKKER, A.; WAGNER, D. Pandemic: lessons for today and tomorrow? **Educational Studies in Mathematics**, [s. l.], v. 104, n. 1, p. 1–4, 2020. Disponível em: <https://doi.org/10.1007/s10649-020-09946-3>.

BERGMANN, J.; SAMS, A. **Sala de aula invertida: uma metodologia ativa de aprendizagem**. Rio de Janeiro: LTC, 2016.

BISHOP, J. L.; VERLEGER, M. A. The flipped classroom: a survey of the research. *In: ASEE ANNUAL CONFERENCE & EXPOSITION*, 120., 2013, Atlanta. **Proceedings [...]**. [S. l.]: ASEE, 2013. p. 1–18. Disponível em: <https://doi.org/10.18260/1-2--22585>.

BLÖMER, L.; DROIT, A.; HOPPE, U. Enabling stakeholders to change: development of a change management guideline for flipped classroom implementations. *In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON COMPUTER SUPPORTED EDUCATION*, 12., 2020. **Proceedings [...]**. [S. l.]: SciTePress, 2020. p. 227–237. Disponível em: <https://doi.org/10.5220/0009352402270237>.

BLÖMER, L. *et al.* Agile development of a flipped classroom course. *In: HATTINGH, M. et al. (ed.). Responsible design, implementation and use of information and communication technology. I3E 2020. Lecture notes in computer science, vol 12066*. Cham: Springer, 2020. p. 581–592. Disponível em: [https://doi.org/10.1007/978-3-030-44999-5\\_48](https://doi.org/10.1007/978-3-030-44999-5_48).

Borba, M. C. *et al.* Blended learning, e-learning and mobile learning in mathematics education. **ZDM – Mathematics Education**, [s. l.], v. 48, n. 5, p. 589–610, 2016. Disponível em: <https://doi.org/10.1007/s11858-016-0798-4>.

Borba, M. C. The future of mathematics education since COVID-19: humans-with-media or humans-with-non-living-things. **Educational Studies in Mathematics**, [s. l.], 2021. Disponível em: <https://doi.org/10.1007/s10649-021-10043-2>.

Borba, M. C.; PENTEADO, M. G. **Informática e Educação Matemática**. 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2007. (Coleção Tendências em Educação Matemática).

Borba, M. C.; SILVA, R. S. R.; GADANIDIS, G. **Fases das tecnologias digitais em Educação Matemática: sala de aula e internet em movimento**. 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2020. (Coleção Tendências em Educação Matemática).

BOTELHO, M. G.; AGRAWAL, K. R.; BORNSTEIN, M. M. An systematic review of e-learning outcomes in undergraduate dental radiology curricula — levels of learning and implications for researchers and curriculum planners. **Dentomaxillofacial Radiology**, [s. l.], v. 48, n. 1, p. 1–10, 2018. Disponível em: <https://doi.org/10.1259/dmfr.20180027>.

CALVÃO, L. D.; PIMENTEL, M.; FUKS, H. **Do email ao facebook: uma perspectiva evolucionista sobre os meios de conversação da internet**. Rio de Janeiro: UNIRIO, 2014.

CASTRO, A.; MENEZES, C. Aprendizagem colaborativa com suporte computacional. *In*: PIMENTEL, M.; FUKS, H. (org.). **Sistemas colaborativos**. Rio de Janeiro: Elsevier, 2011. p. 135-153. Disponível em: <https://sistemascolaborativos.uniriotec.br/aprendizagem-colaborativa-com-suporte-computacional/>.

D'AMBROSIO, U. **Da realidade à ação: reflexões sobre educação (e) matemática**. 2. ed. São Paulo: Summus, 1986.

D'AMBROSIO, U. **Educação Matemática: da teoria à prática**. 23. ed. Campinas: Papirus, 2012.

D'AMBROSIO, U. Educação Matemática, tecnologia e sociedade. *In*: ENCONTRO PARANAENSE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 7., 2002, Foz do Iguaçu. **Anais [...]**. [S. l.]: [s. n.], 2002. p. 1-5. Disponível em: [http://www.sbemparana.com.br/arquivos/anais/epremvii/2\\_palestras.html](http://www.sbemparana.com.br/arquivos/anais/epremvii/2_palestras.html). Acesso em: 11 out. 2020.

D'AMBROSIO, U. Matemática, ensino e educação: uma proposta global. **Temas & Debates**, Rio Claro, v. 1, n. 3, p. 1–15, 1991. Disponível em: <http://sbem.iuri0094.hospedagemdesites.ws/revista/index.php/td/article/view/2602>.

DARMA, I. K.; KARMA, I. G. M.; SANTIANA, M. A. Need analysis for developing applied mathematics textbooks based on blended learning to improve problem solving abilities at the

students of polytechnic state of Bali. In: IndoMS International Conference on Mathematics and Its Application, 4., 2019, [s. l.]. **AIP [...]**: AIP Publishing, 2020, p. 1-13. Disponível em: <https://doi.org/10.1063/5.0018166>.

DRESCH, A.; LACERDA, D. P.; ANTUNES JÚNIOR, J. A. V. **Design science research: a method for science and technology advancement**. Cham: Springer, 2014. Disponível em: <https://doi.org/10.1007/978-3-319-07374-3>.

Engelbrecht, J. *et al.* Will 2020 be remembered as the year in which education was changed? **ZDM – Mathematics Education**, [s. l.], v. 52, n. 5, p. 821–824, 2020. Disponível em: <https://doi.org/10.1007/s11858-020-01185-3>.

Engelbrecht, J.; LLINARES, S.; Borba, M. C. Transformation of the mathematics classroom with the internet. **ZDM – Mathematics Education**, [s. l.], v. 52, n. 5, p. 825–841, 2020. Disponível em: <https://doi.org/10.1007/s11858-020-01176-4>.

ERADZE, M. *et al.* Blended learning with MOOCs: from investment effort to success: a systematic literature review on empirical evidence. In: CALISE, M. *et al.* (ed.). **Digital education: at the MOOC crossroads where the interests of academia and business converge: 6th european MOOCs stakeholders summit, EMOOCs 2019, Naples, Italy, may 20–22, 2019, proceedings**. Cham: Springer, 2019. p. 53–58. Disponível em: [https://doi.org/10.1007/978-3-030-19875-6\\_7](https://doi.org/10.1007/978-3-030-19875-6_7).

FABBRI, S. C. P. F.; OCTAVIANO, F. R.; HERNANDES, E. C. M. Protocolo da revisão sistemática. In: FELIZARDO, K. R. *et al.* **Revisão sistemática da literatura em engenharia de software: teoria e prática**. Rio de Janeiro: Elsevier, 2017.

FALBO, R. A.; SOUZA, E. F.; FELIZARDO, K. R. Mapeamento sistemático. In: FELIZARDO, K. R. *et al.* **Revisão sistemática da literatura em engenharia de software: teoria e prática**. Rio de Janeiro: Elsevier, 2017.

FIorentini, D.; LOrenzato, S. **Investigação em Educação Matemática: percursos teóricos e metodológicos**. 3. ed. Campinas: Autores Associados, 2012. (Coleção Formação de Professores).

GIANNAKOS, M. N.; KROGSTIE, J.; CHRISOCHOIDES, N. Reviewing the flipped classroom research: reflections for computer science education. In: COMPUTER SCIENCE EDUCATION RESEARCH CONFERENCE, 14., 2014, Berlin. **CSERC '14 [...]**. New York: ACM, 2014. p. 23-29. Disponível em: <https://doi.org/10.1145/2691352.2691354>.

KING, A. M. *et al.* Flipping the classroom in graduate medical education: a systematic review. **Journal of Graduate Medical Education**, [s. l.], v. 11, n. 1, p. 18-29, 2019. Disponível em: <https://doi.org/10.4300/JGME-D-18-00350.2>.

LEOPOLD, C. Virtual and real geometry learning environments. **Journal of Geometry and Graphics**, [s. l.], v. 13, n. 1, p. 121-130, 2009. Disponível em: <https://www.heldermann.de/JGG/JGG13/JGG131/jgg13011.htm>.

Moran, J. Educação híbrida: um conceito-chave para a educação, hoje. *In*: BACICH, L.; TANZI NETO, A.; TREVISANI, F. M. (org.). **Ensino híbrido: personalização e tecnologia na educação**. Porto Alegre: Penso, 2015. p. 27–39.

Moran, J. Metodologias ativas para uma aprendizagem mais profunda. *In*: BACICH, L.; Moran, J. (org.). **Metodologias ativas para uma educação inovadora: uma abordagem teórico-prática**. Porto Alegre: Penso, 2018. p. 34–76.

MOURÃO, E. *et al.* Investigating the use of a hybrid search strategy for systematic reviews. *In*: INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON EMPIRICAL SOFTWARE ENGINEERING AND MEASUREMENT, 11., 2017, Toronto. **2017 [...]**. [S. l.]: IEEE, 2017. p. 193–198. Disponível em: <https://doi.org/10.1109/ESEM.2017.30>.

MOURÃO, E. *et al.* On the performance of hybrid search strategies for systematic literature reviews in software engineering. **Information and Software Technology**, [s. l.], v. 123, 2020. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.infsof.2020.106294>.

NICOLACI-DA-COSTA, A. M.; PIMENTEL, M. Sistemas colaborativos para uma nova sociedade e um novo ser humano. *In*: PIMENTEL, M.; FUKS, H. (org.). **Sistemas colaborativos**. Rio de Janeiro: Elsevier, 2011. p. 3-15. Disponível em: <https://sistemascolaborativos.uniriotec.br/sistemas-colaborativos-para-uma-nova-sociedade-e-um-novo-ser-humano/>.

NISS, M. Key issues and trends in research on mathematical education. *In*: FUJITA, H. *et al.* (ed.). **Proceedings of the ninth international congress on mathematical education**. Dordrecht: Springer, 2004. p. 37-57. Disponível em: [https://doi.org/10.1007/978-94-010-9046-9\\_3](https://doi.org/10.1007/978-94-010-9046-9_3).

NISS, M. The very multi-faceted nature of mathematics education research. *In*: CONFERENCE OF THE INTERNATIONAL GROUP FOR THE PSYCHOLOGY OF MATHEMATICS EDUCATION, 42., 2018, Umeå. **Proceedings [...]**. Umeå: PME, 2018. p. 35-50. Disponível em: <http://www.igpme.org/publications/current-proceedings/>.

NÜHRENBÖRGER, M. *et al.* **Design science and its importance in the german mathematics educational discussion**. Cham: Springer, 2016. (ICME-13 Topical Surveys). Disponível em: <https://doi.org/10.1007/978-3-319-43542-8>.

PAVANELO, E.; LIMA, R. Sala de aula invertida: a análise de uma experiência na disciplina de cálculo I. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, v. 31, n. 58, p. 739–759, 2017. Disponível em: <https://doi.org/10.1590/1980-4415v31n58a11>.

PIMENTEL, M.; FILIPPO, D.; SANTOS, T. M. Design science research: pesquisa científica atrelada ao design de artefatos. **RE@D – Revista de Educação a Distância e Elearning**, [s. l.], v. 3, n. 1, p. 37–61, 2020. Disponível em: [https://revistas.rcaap.pt/lead\\_read/article/view/21898](https://revistas.rcaap.pt/lead_read/article/view/21898).

POW-SANG, J. A.; COHN-MUROY, D.; FLORES-LAFOSSE, N. A systematic mapping review on cooperative and collaborative learning in engineering and computing. *In*: LACCEI INTERNATIONAL MULTI-CONFERENCE FOR ENGINEERING, EDUCATION AND TECHNOLOGY, 15., 2017, Boca Raton. **Global [...]**. Boca Raton: LACCEI, 2017. p. 1–7. Disponível em: <https://doi.org/10.18687/LACCEI2017.1.1.347>.

PUTRI, M. R.; LUKE, J. Y.; SELA, S. T. Critical success factor in blended learning for english training: a systematic literature review. **Journal of Physics: Conference Series**, [s. l.], v. 1175, n. 1, 2019. Disponível em: <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1175/1/012251>.

RAHMAWATI, N.; BUDIYANTO, C.; BASORI. Revisiting blended learning in TPACK: literature review. *In*: INTERNATIONAL CONFERENCE ON SCIENCE, MATHEMATICS, ENVIRONMENT, AND EDUCATION, 2., 2019, Surakarta. **AIP [...]**. [S. l.]: AIP Publishing, 2019. p. 1–6. Disponível em: <https://doi.org/10.1063/1.5139828>.

Rizzatti, I. M. *et al.* Os produtos e processos educacionais dos programas de pós-graduação profissionais: proposições de um grupo de colaboradores. **ACTIO: Docência em Ciências**, Curitiba, v. 5, n. 2, p. 1–17, 2020. Disponível em: <https://doi.org/10.3895/actio.v5n2.12657>.

RODRÍGUEZ-TRIANA, M. J. *et al.* Monitoring, awareness and reflection in blended technology enhanced learning: a systematic review. **International Journal of Technology Enhanced Learning**, [s. l.], v. 9, n. 2–3, p. 1–26, 2017. Disponível em: <https://doi.org/10.1504/IJTEL.2017.10005147>.

SALINAS, P.; QUINTERO, E. An hybrid and flipped experience supported by math and motion MOOC where students participate on their own assessment. *In*: INTERNATIONAL CONFERENCE ON EDUCATION AND NEW LEARNING TECHNOLOGIES, 7., 2015, Barcelona. **EDULEARN15 [...]**. [S. l.]: IATED, 2015. p. 6302-6308. Disponível em: <https://library.iated.org/view/SALINAS2015ANH>.

SANTOS, V. *et al.* Web geometry laboratory: case studies in Portugal and Serbia. **Interactive Learning Environments**, [s. l.], v. 26, n. 1, p. 3–21, 2016. Disponível em: <https://doi.org/10.1080/10494820.2016.1258715>.

SCOPUS. **What is Scopus about?** Disponível em: [https://service.elsevier.com/app/answers/detail/a\\_id/15100/supporthub/scopus/related/1/session/L2F2LzEvdGltZS8xNjA5MzU5Nzk1L2dlbi8xNjA5MzU5Nzk1L3NpZC9mVXkxQIU0RHAIN0VfSENiRk9Cc1N1JTdfYXNqYkZBOGtSMIRWQmVpT1R4UW03Zk1WVUtXZWN RQW5uVGJhYINFQkkyamJPcXpEOGhvOGFsTjEzdFdLTzBBb2tRYWNRWFQIN0VXNUlQelpKWfFdac1dVUHo5djM3aldxNEdIUxcIMjEIMjE/](https://service.elsevier.com/app/answers/detail/a_id/15100/supporthub/scopus/related/1/session/L2F2LzEvdGltZS8xNjA5MzU5Nzk1L2dlbi8xNjA5MzU5Nzk1L3NpZC9mVXkxQIU0RHAIN0VfSENiRk9Cc1N1JTdfYXNqYkZBOGtSMIRWQmVpT1R4UW03Zk1WVUtXZWN RQW5uVGJhYINFQkkyamJPcXpEOGhvOGFsTjEzdFdLTzBBb2tRYWNRWFQIN0VXNUlQelpKWfFdac1dVUHo5djM3aldxNEdIUxcIMjEIMjE/). Acesso em: 30 dez. 2020.

SILVA-LÓPEZ, R. B.; OCAMPO-GARCÍA, J. U.; HERNÁNDEZ-RODRÍGUEZ, J. A. Gamification, flipped and collaborative learning in mathematics teaching with engineering students. *In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON EDUCATION AND NEW LEARNING TECHNOLOGIES*, 9., 2017, Barcelona. **EDULEARN17 [...]**. [S. l.]: IATED, 2017. p. 4385-4391. Disponível em: <https://doi.org/10.21125/edulearn.2017.1947>.

SOUZA, E. F.; FELIZARDO, K. R.; FALBO, R. A. Revisão sistemática. *In: FELIZARDO, K. R. et al. Revisão sistemática da literatura em engenharia de software: teoria e prática*. Rio de Janeiro: Elsevier, 2017.

STAHL, G.; KOSCHMANN, T.; SUTHERS, D. Aprendizagem colaborativa com suporte computacional: uma perspectiva histórica. *In: STAHL, G. Global introduction do CSCL*. [S. l.]: Gerry Stahl, 2015. p. 72-91. (Gerry Stahl's Assembled Texts). Disponível em: <http://gerrystahl.net/elibrary/global/>.

VALENTE, J. A. Blended learning e as mudanças no ensino superior: a proposta da sala de aula invertida. **Educar em Revista**, Curitiba, n. 4, p. 79–97, 2014. Disponível em: <https://doi.org/10.1590/0104-4060.38645>.

VALENTE, J. A. A sala de aula invertida e a possibilidade do ensino personalizado: uma experiência com a graduação em midialogia. *In: BACICH, L.; Moran, J. (org.). Metodologias ativas para uma educação inovadora: uma abordagem teórico-prática*. Porto Alegre: Penso, 2018. p. 77–108.

VAN LAER, S.; ELEN, J. In search of attributes that support self-regulation in blended learning environments. **Education and Information Technologies**, [s. l.], v. 22, n. 4, p. 1395–1454, 2017. Disponível em: <https://doi.org/10.1007/s10639-016-9505-x>.

WITTMANN, E. C. Mathematics education as a “design science”. **Educational Studies in Mathematics**, [s. l.], v. 29, n. 4, p. 355–374, 1995. Disponível em: <https://doi.org/10.1007/BF01273911>.

YIN, R. K. **Estudo de caso: planejamento e métodos**. 2. ed. Porto Alegre: Bookman, 2001.

ZAINUDDIN, Z. *et al.* A systematic review of flipped classroom evidence from different fields: what are gaps and future trends? **On the Horizon**, [s. l.], v. 27, n. 2, p. 72-86, 2019. Disponível em: <https://doi.org/10.1108/OTH-09-2018-0027>.