

UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA
FACULDADE DE ENGENHARIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

Pedro Paulo Surerus Sarmento

Modelagem e Controle de Conversores Modulares Multinível via
Representação $\Sigma - \Delta$

Juiz de Fora

2024

Ficha catalográfica elaborada através do Modelo Latex do CDC da UFJF
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

Sarmento, Pedro Paulo Surerus.

Modelagem e Controle de Conversores Modulares Multinível via Representação $\Sigma - \Delta$ / Pedro Paulo Surerus Sarmento. – 2024.

85 f. : il.

Orientador: Pedro Machado de Almeida

Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Juiz de Fora, Faculdade de Engenharia. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, 2024.

1. Conversor Modular Multinível. 2. Transmissão em corrente contínua.
 3. Transformações de Clarke e Park. I. Almeida, Pedro Machado de, orient.
- II. Título.

Pedro Paulo Surerus Sarmento

**Modelagem e Controle de Conversores Modulares Multinível via
Representação $\Sigma - \Delta$**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Juiz de Fora como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica. Área de concentração: Sistemas de Energia Elétrica.

Orientador: Prof. Dr. Pedro Machado de Almeida

Juiz de Fora

2024

Pedro Paulo Surerus Sarmiento

Modelagem e Controle de Conversores Modulares Multinível Via Representação $\Sigma - \Delta$

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Juiz de Fora como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica. Área de concentração: Sistemas de Energia Elétrica

Aprovada em 27 de março de 2024.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Pedro Machado de Almeida - Orientador

Universidade Federal de Juiz de Fora

Prof. Dr. Pedro Gomes Barbosa

Universidade Federal de Juiz de Fora

Prof. Dr. Allan Fagner Cupertino

Universidade Federal de Juiz de Fora

Prof. Dr. Heverton Augusto Pereira

Universidade Federal de Viçosa

Juiz de Fora, 14/03/2024.



Documento assinado eletronicamente por **Pedro Machado de Almeida, Professor(a)**, em 27/03/2024, às 10:32, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Pedro Gomes Barbosa, Coordenador(a)**, em 27/03/2024, às 10:33, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Heverton Augusto Pereira, Usuário Externo**, em 27/03/2024, às 13:06, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Allan Fagner Cupertino, Professor(a)**, em 27/03/2024, às 13:20, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no Portal do SEI-Ufjf (www2.ufjf.br/SEI) através do ícone Conferência de Documentos, informando o código verificador **1750221** e o código CRC **CCBE4352**.

AGRADECIMENTOS

Faço especiais agradecimentos à minha esposa Ana Carolina e aos meus pais por todo suporte para conclusão dessa dissertação.

Também agradeço ao meu orientador Pedro Machado pela paciência, conselhos e ensinamentos ao longo de todo o curso, assim como a todos os professores do Programa de Pós Graduação em Engenharia Elétrica da UFJF. Por fim, agradeço a Universidade Federal de Juiz de Fora pelo suporte financeiro.

RESUMO

Esta dissertação se dedica ao aprofundamento no estudo do Conversor Modular Multinível (MMC) e suas aplicações, destacando-se a aplicação em sistemas de transmissão em corrente contínua a alta tensão. Após uma introdução sobre conversores e tópicos relacionados ao seu estudo, foi desenvolvido um modelo médio do MMC empregando a representação $\Delta - \Sigma$, capaz de separar as variáveis do conversor dependendo do seu conteúdo harmônico e que considera as tensões dos capacitores internos dos submódulos do conversor. A aplicação das Transformações de Clarke e Park nesse modelo se mostra como um ponto chave do trabalho modelo encontrado, pois para a sua utilização, diversas manipulações matemáticas tiveram que ser realizadas. A arquitetura de controle proposta visa aprimorar a operação do conversor e otimizar a eficiência na transmissão de potência. Essa abordagem contempla o controle das correntes injetadas na rede, a supressão de correntes circulantes, a regulação da tensão no barramento cc, o controle da corrente de entrada e da energia armazenada internamente nos submódulos. Após esse desenvolvimento, a metodologia apresentada foi validada por meio de simulações computacionais em software especializado, seguido da inserção do sistema estudado em uma linha para transmissão de potência entre duas redes de corrente alternada para um estudo introdutório.

Palavras-chave: Conversor Modular Multinível. MMC. Transmissão em corrente contínua. HVDC. Controle. Transformações de Clarke e Park. Modelo médio. Controle em cascata.

ABSTRACT

This dissertation is dedicated to a thorough investigation of the Modular Multilevel Converter (MMC) and its applications, with a particular emphasis on its application in high-voltage direct current power transmission. Following an introduction to converters and topics relevant to their study, a comprehensive mathematical model of the MMC was developed using the $\Delta - \Sigma$ representation. This model has the capability to segregate converter variables based on their harmonic content and incorporates the voltages of internal capacitors in the converter's submodules. The application of Clarke and Park Transformations in this model emerges as a pivotal aspect, necessitating various mathematical manipulations. The proposed control architecture aims to enhance the converter's operation and optimize power transmission efficiency. This approach encompasses the control of injected currents into the grid, suppression of circulating currents, regulation of the voltage in the DC bus, control of input current, and management of energy stored internally in the submodules. Following this development, the presented methodology was validated through computational simulations in specialized software, followed by the integration of the studied system into a power transmission line between two alternating current networks for an introductory study.

Keywords: Multilevel Modular Converter. MMC. High Voltage Direct Current. HVDC. Control. Clarke and Park Transformations. Average Model. Cascade Control.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Representação do Conversor MMC.	13
Submódulos em meia-ponte (a esquerda) e de ponte completa (a direita).	13
Topologia Básica do Conversor MMC.	18
Simplificação da Modelagem do Conversor MMC.	20
Modelo Médio do Conversor MMC Monofásico.	21
Modelo Médio do Conversor MMC Trifásico.	25
Valores de i_{abc}^{Δ} no Domínio do Tempo (esquerda) e no da Frequência (direita). . . .	45
Valores de i_{abc}^{Σ} no Domínio do Tempo (esquerda) e no da Frequência (direita). . . .	46
Valores de v_{Cabc}^{Δ} no Domínio do Tempo (esquerda) e no da Frequência (direita). . . .	46
Valores de v_{Cabc}^{Σ} no Domínio do Tempo (esquerda) e no da Frequência (direita). . . .	47
Comparação de i_{dq}^{Δ} nos Modelos Chaveado e Médio.	48
Comparação de i_{dq}^{Σ} nos Modelos Chaveado e Médio.	48
Comparação de v_{Cdq}^{Δ} nos Modelos Chaveado e Médio.	48
Comparação de v_{Cdq}^{Σ} nos Modelos Chaveado e Médio.	49
Comparação de v_{Cz}^{Δ} nos Modelos Chaveado e Médio.	49
Comparação de v_{Cz}^{Σ} nos Modelos Chaveado e Médio.	49
Planta de Primeira Ordem com Controlador IP.	51
Resposta no Tempo para Entrada em Degrau e $\xi = 1$	53
Conceito de Controladores em Cascata com Controladores IP.	54
Modelo Médio do Conversor MMC Trifásico com Fonte de Corrente.	55
Malha de Controle dos Estados i_d^{Δ} e i_q^{Δ}	57
Malha de Controle Externa da Tensão do Barramento CC.	60
Malha de Controle dos Estados i_d^{Σ} e i_q^{Σ}	61
Malha de Controle do Estado i_z^{Σ}	62
Malha de Controle Externa da Energia Armazenada dos Capacitores.	63
Malha de Controle Externa da Energia Armazenada dos Capacitores.	64
Potências Ativa e Reativa Injetadas na Rede pelo Conversor.	66
Componentes dq das Correntes Injetadas na Rede.	66
Tensão do Barramento CC.	67
Energia Total Armazenada pelos Capacitores do Conversor.	67
Componente z das Correntes Circulantes no Conversor.	68
Simulação com Potência Fornecida pela Rede.	68
Componentes dq das Correntes Circulantes no Conversor.	69
Componentes dq dos Índices de Modulação Δ	69
Componentes dq dos Índices de Modulação Σ	70
Componente z dos Índices de Modulação Σ	70
Índices de Modulação U em abc.	70

Índices de Modulação L em abc.	71
Componentes d e q da Diferenças de Tensão dos Capacitores dos Submódulos.	71
Componentes Zd e Zq da Diferenças de Tensão dos Capacitores dos Submódulos.	71
Componentes d e q da Média de Tensão dos Capacitores dos Submódulos.	72
Componentes z da Média de Tensão dos Capacitores dos Submódulos.	72
Tensões Moduladas Δ em abc.	72
Tensões Moduladas Σ em abc.	73
Valores Simulados de i_{abc}^{Δ} em Malha Aberta.	73
Correntes Circulantes em abc.	73
Valores Simulados de v_{mabc}^{Δ} em Malha Fechada.	74
Resposta em Frequência das Plantas em Malha Fechada.	75
Diagrama de Bode da Função de Transferência de Malha Aberta das Malhas de Controle das Correntes Δ (esquerda) e Σ (direita).	76
Diagrama de Bode da Função de Transferência de Malha Aberta das Malhas de Controle de v_{dc} (esquerda) e de w_z^{Σ} (direita).	76
Esquema da Linha de Transmissão Detalhado.	77
Esquema da Linha de Transmissão Simplificado.	78
Tensões nos Barramentos e suas Referências para cada Conversor na LT.	79
Potências ao longo da Linha de Transmissão.	79
Corrente na Linha de Transmissão.	79

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Determinação das Variáveis Δ e Σ a partir das U e L	22
Tabela 2 – Determinação das Variáveis U e L a partir das Δ e Σ	22
Tabela 3 – Parâmetros da Simulação Computacional.	45
Tabela 4 – Bases pu do Sistema.	46
Tabela 5 – Parâmetros dos Controladores PI.	65

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	11
1.1	Evolução da Transmissão em Corrente Contínua em Alta Tensão (HVDC)	11
1.2	Características e Topologias do Conversor MMC	12
1.3	Modelagem e Simulação de Conversores em Eletrônica de Potência . . .	14
1.4	Motivação	15
1.5	Objetivos	15
1.6	Organização da Dissertação	16
2	ESTUDO E MODELAGEM DO CONVERTOR MMC	17
2.1	Topologia Básica	17
2.2	Representação $\Delta - \Sigma$ do Conversor MMC	21
2.3	Modelagem Matemática do Conversor	23
2.3.1	Equações das Correntes	23
2.3.2	Equações das Tensões	24
2.3.3	Consolidação do Modelo em Coordenadas abc	25
2.3.4	Análise Harmônica do Conversor MMC	27
2.3.5	Transformações de Clarke e Park	28
2.3.6	Consolidação do Modelo em Coordenadas $dq0$	31
<i>2.3.6.1</i>	A Dinâmica da Diferença de Tensões nas Coordenadas de Park	32
<i>2.3.6.2</i>	A Dinâmica das Correntes da Rede nas Coordenadas de Park	36
<i>2.3.6.3</i>	A Dinâmica da Soma das Tensões nas Coordenadas de Park	40
<i>2.3.6.4</i>	A Dinâmica das Correntes Circulantes nas Coordenadas Park	41
<i>2.3.6.5</i>	Conclusão das Equações do Modelo $\Delta - \Sigma$ nas Coordenadas Síncronas	43
2.3.7	Considerações do Capítulo	44
2.3.8	Comparação Modelo Chaveado e Modelo Médio	47
3	CONTROLE E SIMULAÇÃO DO CONVERTOR MMC	50
3.1	Controle de Corrente na Rede	55
3.2	Controle de Tensão do Barramento CC	58
3.3	Supressão das Correntes Circulantes	60
3.4	Controle da Corrente de Entrada no Conversor	61
3.5	Controle da Energia dos Capacitores dos Submódulos	62
3.6	Comentários acerca da Arquitetura de Controle	63
3.7	Simulação Computacional	64
3.7.1	Parâmetros de Simulação	65
3.7.2	Resultados da Simulação	65
<i>3.7.2.1</i>	Análise das Malhas de Controle	74
3.7.3	Introdução do Conversor MMC a Linhas HVDC	77
4	CONCLUSÃO	80

REFERÊNCIAS	82
-----------------------	----

1 INTRODUÇÃO

1.1 Evolução da Transmissão em Corrente Contínua em Alta Tensão (HVDC)

O desenvolvimento da transmissão de alta tensão em corrente contínua, do inglês *High-voltage Direct Current* (HVDC), teve uma expressiva evolução desde a sua primeira operação comercial em 1954, quando conectou eletricamente a ilha sueca de Gotland ao continente. Nesse momento, não se utilizou ainda as conhecidas válvulas de estado sólido a tiristores, equipamento principal de muitas linhas HVDC em funcionamento hoje em dia. Essa tecnologia foi utilizada comercialmente pela primeira vez em 1970, também na Suécia [1].

Com o passar dos anos e o amadurecimento da transmissão HVDC, linhas utilizando os tiristores se espalham pelo mundo devido a sua alta capacidade de transmissão de energia, baixas perdas e baixo custo. Essa tipo de transmissão ficou conhecido na literatura pela sigla LCC (Line Commutated Converter), por utilizarem conversores fonte de corrente (*Current Source Converters*) (CSC) comutados pela linha [2, 3, 4].

Para a sua operação, as linhas com a tecnologia LCC-HVDC são altamente dependentes da referência da rede CA para comutação das suas válvulas, além disso, apresentam como característica a restrição de conduzir corrente em apenas uma direção, operar a baixo fator de potência, produzir harmônicos de corrente em alta frequência, que impactam negativamente a rede. Com isso, devido a essas características, os principais equipamentos nesse tipo de transmissão são: (i) conversores retificadores e inversores a 6 pulsos; (ii) transformadores, que são construídos para operar em presença de correntes harmônicas; (iii) reatores de alisamento da linha CC, para melhorar a dinâmica da linha e promover melhor resposta a falhas de comutação e faltas; (iv) compensadores de potência reativa e filtros, mitigando os harmônicos no lado CA e o baixo fator de potência [4].

Tendo em vista esses desafios, a utilização dos VSC (Voltage Source Converters) na transmissão em corrente contínua ao longo dos últimos anos, mostrou-se como uma solução para essas características inerentes ao tipo LCC-HVDC. Entretanto, para aplicações em altas tensões e potências, economicamente não se provou viável quando se utiliza conversores a dois ou três níveis. Dessa forma, com o advento dos Conversores Modulares Multinível (MMC, do inglês *Modular Multilevel Converter*), foi possível construir topologias que reduziam as perdas por comutação e aumentavam o nível de tensão suportado [5, 6].

Recentemente, com a gradativa evolução dessa tecnologia, a aplicação de conversores VSC em projetos de Transmissão de Corrente Contínua de Ultra Alta Tensão, do inglês Ultra High-voltage Direct Current (UHVDC), vem sendo desenvolvidas. Como por exemplo, tem-se a linha Baihetan-Jiangsu na China, em que estão sendo estudados e propostos a utilização das duas tecnologias em conjunto para a construção de linhas híbridas, buscando

os benefícios de aplicação de cada tecnologia [7].

1.2 Características e Topologias do Conversor MMC

Os Conversores Modulares Multinível, como proposto por Lesnicar e Marquardt (2003), destacam-se por apresentarem características que os tornam aplicáveis em variados níveis de potência e tensão. Em comparação com outros conversores multiníveis, o MMC se sobressai pela notável capacidade de escalabilidade sem aumentar a complexidade do sistema. Além disso, ele demonstra maior eficiência e menor distorção harmônica, resultando em menores custos na utilização de filtros passivos. Essas características conferem ao MMC uma posição vantajosa em relação aos seus concorrentes.

Basicamente, a estrutura do MMC consiste na composição de módulos, que são responsáveis por formar diferentes níveis de tensão, de acordo com a operação desses componentes. Esses módulos são compostos por dispositivos semicondutores e capacitores que, quando ligados em série, formam uma estrutura em cascata. Conforme Akagi e Hirofumi (2011), esses conversores podem ser classificados de acordo com quatro categorias: [9]

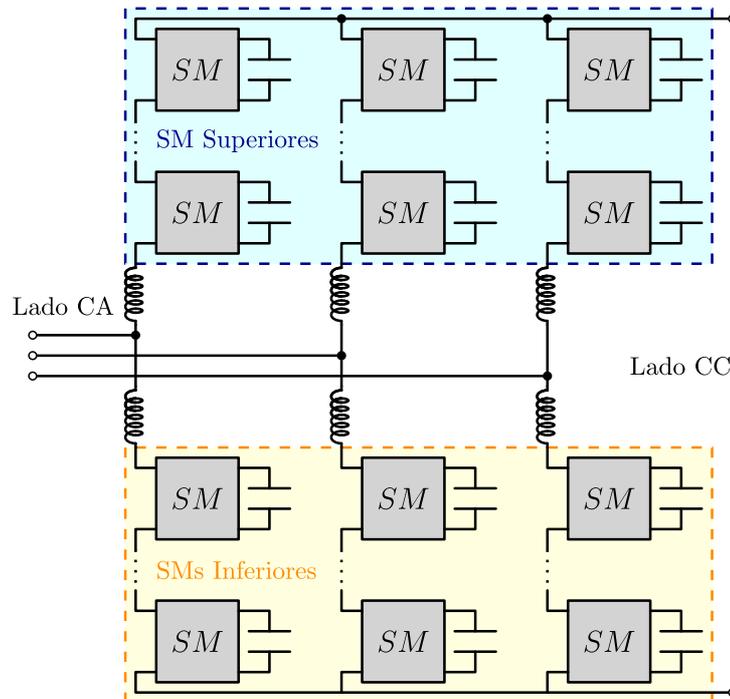
- *Single-Star Bridge-Cells* (SSBC);
- *Single-Delta Bridge-Cells* (SDBC);
- *Double-Star Chopper-Cells* (DSCC); e
- *Double-Star Bridge-Cells* (DSBC).

Comum a todas essas estruturas e característica principal do MMC, a arquitetura do conversor é construída de módulos em cascata. Os primeiros dois grupos tem os agrupamentos de submódulos chamados de *clusters*, em que uma ponta está ligada na rede CA e a outra em um ponto comum, no caso dos SSBC, ou ao outro lado do próximo agrupamento, compondo o SDBC. Nota-se que essas ligações se assemelham às ligações em delta e estrela em circuitos trifásicos. Em Akagi e Hirofumi (2011) é demonstrado uma utilização do SSBC em estações de armazenagem de energia de baterias, enquanto mostra-se o SDBC como um STATCOM (*Static Synchronous Compensator*) para controle de potência reativa.

Já os conversores DSCC e DSBC, apresentam utilizações mais relacionadas à transmissão em corrente contínua e produção de energia elétrica pela geração eólica ou solar. Nessas estruturas, os agrupamentos de submódulos são conhecidos por *legs* (pernas) e seu ponto médio é utilizado para fazer a ligação ao sistema CA, que também divide o conjunto em dois *arms* (braços), com metade dos submódulos em cada grupo. Por outro lado, a outra extremidade dos *arms* é ligada em um ponto comum as três fases, tanto

no grupo superior, quanto no inferior, formando os dois últimos polos do equipamento, conhecido pelo lado contínuo do conjunto. Como forma de simplificação na linguagem dos termos utilizados, os braços são divididos em inferior e superior. Essas definições podem ser visualizadas na Figura 1.

Figura 1 – Representação do Conversor MMC.



Fonte: Elaborado pelo autor (2024).

A diferença estrutural principal entre os dois últimos conversores citados está nos submódulos, podendo ele ser uma célula em meia-ponte ou ponte completa, como ilustrado na Figura 2. Essas duas topologias são as mais difundidas e estudadas, porém novas propostas já vem sendo discutidas de forma a melhorar as características do conversor [10, 11]. Da mesma forma, novos tipos de conversores derivados do MMC estão sendo estudados, como é o caso do *Parallel Hybrid Modular Multilevel Converter* (PHMMC) [12, 13].

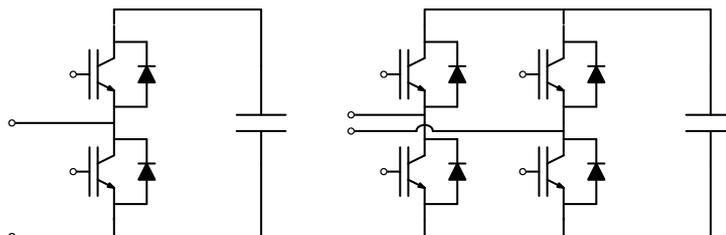


Figura 2 – Submódulos em meia-ponte (a esquerda) e de ponte completa (a direita).

Fonte: Elaborado pelo autor (2024).

Nos últimos anos, apesar dos estudos e das aplicações do MMC já estarem bem consolidados, desafios como balanceamento de tensão nos capacitores, controle em condições de frequência variável e minimização de oscilações de tensão para reduzir o tamanho do submódulo, estão sendo estudados para aumentar a confiabilidade, a redução dos custos do conversor e a aplicabilidade do MMC além das suas aplicações convencionais [14].

1.3 Modelagem e Simulação de Conversores em Eletrônica de Potência

No estudo de conversores em eletrônica de potência, a modelagem e simulação desempenham papéis cruciais para compreender o comportamento do sistema. A avaliação e identificação de possíveis problemas, juntamente com a análise da performance do circuito proposto, constituem etapas essenciais nesse campo de estudo. Geralmente, os conversores e seus componentes associados são compostos por chaves semicondutoras, como tiristores, transistores e diodos, além de elementos passivos, como capacitores e indutores. Para incorporar esses componentes nos estudos, eles são representados por modelos matemáticos que se alinham de maneira coerente com as variáveis e objetivos envolvidos [15, 16].

Ao tentar representar fenômenos reais matematicamente, é inevitável que ocorram erros que distanciam os valores simulados da realidade. No entanto, é possível mitigar esses erros de forma a não influenciarem significativamente nos resultados finais de interesse. Um exemplo disso é a supressão das ondas chaveadas de um conversor ao se adotar o seu modelo médio, evidenciando que os modelos são adaptados de acordo com as necessidades do estudo, como tempo de simulação, nível de precisão, detalhamento requerido, limites econômicos, capacidade de processamento do computador e nível de não-linearidade do fenômeno. O objetivo desse tipo de ferramenta é simplificar o modelo, eliminando as componentes de alta frequência devido ao chaveamento, porém mantendo as propriedades originais de baixa frequência do sistema [17].

Nesse contexto, os desafios para desenvolver um modelo são variados, ainda mais considerando que não há uma representação única e ideal que atenda a todas as situações. Diversos modelos com aplicações específicas para o Conversor Modular Multinível, do inglês *Modular Multilevel Converter* (MMC), foram propostos ao longo dos anos. O texto de Bergna-Diaz *et al.* (2018) oferece um breve resumo e análise de como o MMC pode ser representado conforme sua aplicação. Existem modelos chaveados, que fornecem uma representação explícita dos componentes do circuito, com foco em estudos sobre o comportamento dos submódulos em situações de desbalanceamento entre pernas e capacitores, bem como em situações anormais, como faltas. Embora mais precisos, esses modelos demandam considerável poder computacional, especialmente com o aumento do número de módulos em cada perna.

Para aplicações centradas no controle de correntes e transferência de potência, a

adoção do modelo médio do conversor emerge como uma solução adequada para simplificar o modelo matemático. Embora algumas informações sejam suprimidas, o esforço computacional diminui, possibilitando análises em regime permanente e a integração com o sistema elétrico de potência [19]. O desenvolvimento desse modelo resulta em um modelo não linear e variante no tempo, incompatível com as análises clássicas de circuitos e controle tradicionalmente consolidadas no campo de estudo. Além disso, existem estudos para aplicabilidade de estruturas de controle mais complexas, como, por exemplo, as não lineares, que permitirão análises mais adequadas em relação a estabilidade do sistema, considerando possíveis mudanças no ponto de operação do conversor [20].

A abordagem dos conversores MMC pode ser realizada de diversas formas, como discutido nos próximos capítulos. Haridas, Khandelwal e Das (2016) estuda a modelagem e controle do conversor utilizando a estrutura DSBC, enquanto [21] se concentra na modelagem do conversor e nos efeitos do chaveamento dos submódulos. [22] propõe um controle do MMC considerando atrasos em sensores e atuadores. Por outro lado, [23] desenvolve um modelo utilizando um sistema de equações diferenciais ordinárias, resolvidas por métodos numéricos, e [24] apresenta o MMC visto pelo seu modelo bilinear discreto, utilizando o método “*Sum of Squares Decomposition*”. Todas essas abordagens destacam a diversidade de estudos relacionados aos conversores MMC e ressaltam o comprometimento do presente trabalho com essa área de pesquisa.

1.4 Motivação

Como discutido, os conversores modulares multiníveis (MMC) e sua aplicação em elos do tipo VSC-HVDC representam o estado da arte no estudo de conversores de eletrônica de potência e seu controle. No entanto, a elaboração de um modelo médio que separe cada tipo de variável conforme suas características e conteúdo harmônico, bem como o detalhamento do comportamento das tensões dos capacitores internos dos submódulos, ainda não é amplamente abordada na literatura. Este trabalho visa aprofundar nesse tema crucial, consolidando os conhecimentos adquiridos ao longo do curso de mestrado em engenharia elétrica e oferecendo uma análise detalhada que possa aprimorar as técnicas de controle e otimização desses sistemas.

1.5 Objetivos

O objetivo principal desta dissertação é investigar o Conversor Modular Multinível (MMC), com ênfase no desenvolvimento de um modelo médio invariante no tempo utilizando a representação $\Delta - \Sigma$. A aplicação das transformações de Clarke e Park, conforme o conteúdo harmônico das variáveis do modelo, é um aspecto fundamental deste estudo.

Essas transformações permitem uma análise mais precisa das características dinâmicas do conversor, facilitando a modelagem e o controle do sistema.

A partir desta investigação, propõe-se elaborar uma arquitetura de controle baseada em técnicas clássicas. Para isso, serão utilizados controladores do tipo Proporcional-Integral (PI) e Integral-Proporcional (IP), que são amplamente reconhecidos por sua eficácia em sistemas de controle de potência. Além disso, serão implementadas estruturas de controle em cascata no modelo linearizado do conversor, visando melhorar a robustez e a resposta dinâmica do sistema. A escolha dessas técnicas se deve à sua comprovada eficiência e simplicidade na implementação prática.

Por fim, a metodologia proposta será validada através de simulações computacionais detalhadas do modelo desenvolvido. Essas simulações permitirão demonstrar a eficácia do modelo e da arquitetura de controle implementada, fornecendo uma análise aprofundada do desempenho do conversor em diferentes condições operacionais. Espera-se que os resultados obtidos contribuam significativamente para o avanço no controle de Conversores Modulares Multinível, oferecendo uma base sólida para futuras pesquisas e aplicações práticas na área de sistemas de potência.

1.6 Organização da Dissertação

O trabalho é organizado em quatro capítulos, sendo elas (i) Introdução, em que se realiza uma breve discussão sobre os principais tópicos envolvidos no tema da dissertação, além da exposição de literatura relacionada ao tema, (ii) Estudo e Modelagem do Conversor MMC, em que se desenvolve um modelo matemático do conversor, (iii) Controle e Análise do Conversor MMC, em que uma arquitetura de controle é desenvolvida, seguida de análise e consolidação dos resultados em simulações computacionais e, finalmente, (iv) Conclusão, de forma a sintetizar e agrupar todos os conhecimentos desenvolvidos ao longo do trabalho.

2 ESTUDO E MODELAGEM DO CONVERTOR MMC

2.1 Topologia Básica

Os conversores MMC possuem uma topologia básica [26], como pode ser visualizado na Figura 3. Essa estrutura será a base das estruturas estudadas ao longo de todo o trabalho. Dessa forma, analisando a sua topologia, observa-se que o conversor é composto de braços superior e inferior, representados pelos sobre-escritos U e L, respectivamente. Além disso, nos braços estão presentes os resistores R_{arm} e os indutores L_{arm} , que modelam as perdas das chaves semicondutoras e dos condutores do conversor. Outra terminologia é se referir ao conjunto formado pelos braços superior e inferior como perna do conversor. Na interseção entre os braços, conecta-se a rede, representada por uma fonte de tensão, através de um resistor de valor R_f e um indutor de L_f , representando filtros e transformadores na rede [18].

Na Figura 3, observa-se que a corrente em um braço superior de uma perna j é representada por i_j^U , enquanto para um braço inferior é i_j^L . Além disso, cada submódulo apresenta um subscrito i para indicar a sua posição na sequência dentro de um braço, iniciando de 1 até N . Cada módulo possui uma tensão de saída v_{mij} , sendo a soma total em uma perna representada por v_{mj} , conforme Equação (2.1). Por outro lado, na interface de corrente contínua, tem-se a corrente i_{dc} e a tensão v_{dc} de entrada do conversor. Já no lado em corrente alternada, a tensão da rede é dada por v_j^G e a corrente injetada por i_j^Δ .

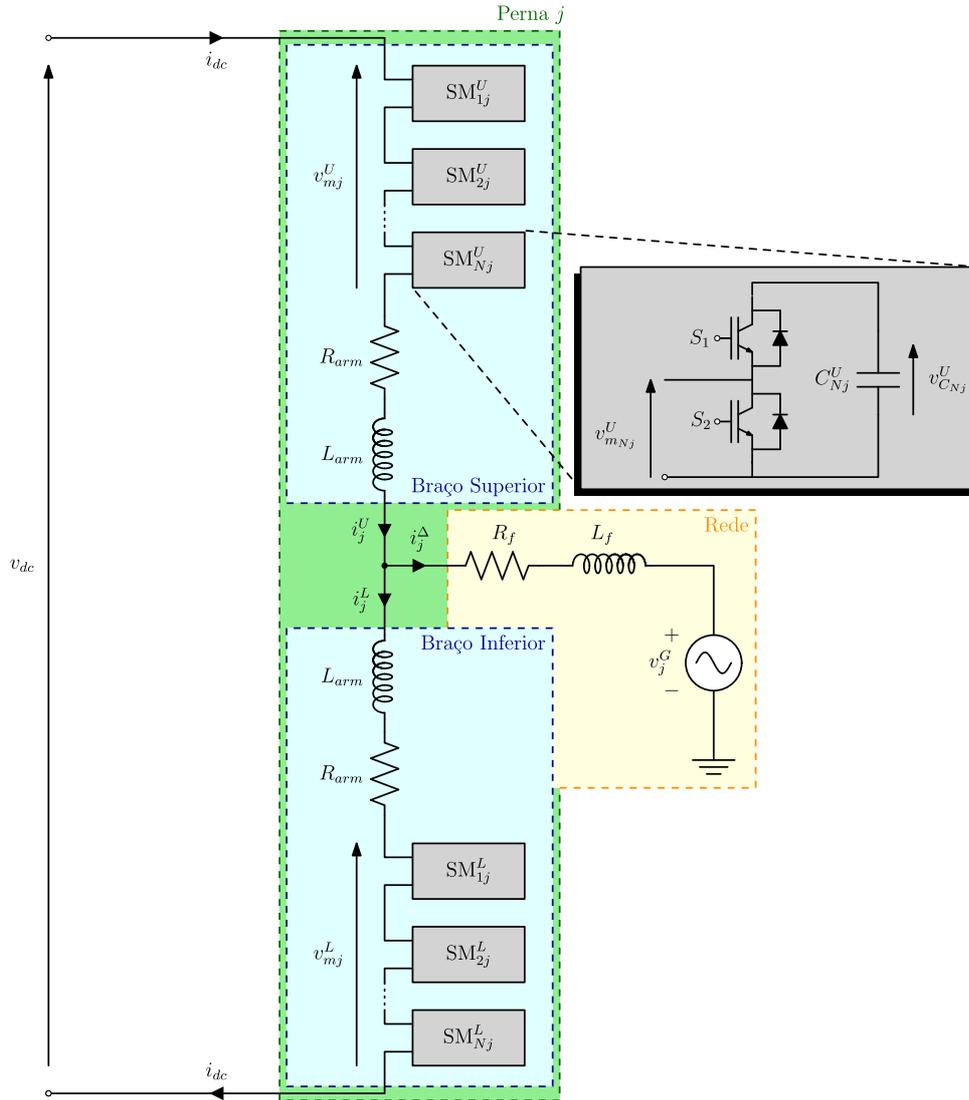
$$\begin{aligned} v_{mj}^U &= \sum_{i=1}^N v_{mij}^U \\ v_{mj}^L &= \sum_{i=1}^N v_{mij}^L \end{aligned} \tag{2.1}$$

A topologia básica do conversor apresentada representa apenas uma fase genérica j . A quantidade de pernas no conversor estará de acordo com o projeto e a aplicação a qual está inserida. Considerando o tema do presente trabalho, o conversor estudado será composto por 3 fases, representadas por a , b e c .

Com objetivo de se analisar o comportamento elétrico de um conversor e construir o seu modelo analítico, os devidos critérios devem ser adotados para que ele seja adequado ao estudo. Critérios como (i) tempo de simulação; (ii) precisão em estado estacionário ou regime transiente; (iii) nível de complexidade para o tempo de simulação; (iv) variáveis a serem explicitadas e etc são importantes fatores que irão pautar o melhor método a ser utilizado. É importante ressaltar que nenhum modelo irá representar e com precisão todos os fenômenos que acontecem durante um experimento ou a operação de um sistema, sempre haverá simplificações a serem consideradas.

Para desenvolvimento do modelo médio do conversor MMC será utilizado a média

Figura 3 – Topologia Básica do Conversor MMC.



Fonte: Elaborado pelo autor (2024).

móvel para eliminar a influência do chaveamento no circuito [27]. Além disso, outra simplificação a ser realizada é o agrupamento dos diversos submódulos do MMC. Sem perda de generalidade, o desenvolvimento tanto de $v_{C_{ij}}^U$ quanto de $v_{C_{ij}}^L$ são semelhantes, sendo assim, o sobre-escrito para indicar em que braço ele se encontra é suprimido a fim de simplificação da notação. Logo, sabe-se que a tensão ao longo do tempo de um capacitor i de uma perna j é dado por

$$v_{C_{ij}}(t) = v_{C_{ij}}(t_0) + \int \frac{m_{ij} i_j}{C_{ij}} dt, \quad (2.2)$$

em que $v_{C_{ij}}$ é a tensão do capacitor i da perna j no instante t , $v_{C_{ij}}(t_0)$ o seu valor inicial, C_{ij} o valor de sua capacitância, i_j a corrente que passa no capacitor quando a chave S_1 do detalhe mostrado na Figura 3 está fechada.

De fato, nem sempre o capacitor está inserido no circuito. Para representar esses

momentos, define-se a função modulante por semi-módulo m_{ij} para representar esses momentos ao longo do tempo. Se o seu valor é 1, a chave S_1 está acionada, tendo corrente fluindo através do capacitor e sua tensão variando. No caso do valor ser 0, a chave S_2 está acionada, não havendo corrente no capacitor e sua tensão e carga permanecem constantes, estando o capacitor isolado [28]. Em resumo, a função m_{ij} é definida por

$$m_{ij}(t) = \begin{cases} 1, & \text{se } S_1 \text{ fechada e } S_2 \text{ aberta} \\ 0, & \text{se } S_1 \text{ aberta e } S_2 \text{ fechada} \end{cases}, \quad (2.3)$$

em que é importante ressaltar que as duas chaves nunca deverão ser acionadas por uma lógica complementar para evitar que o capacitor seja curto-circuitado.

Com isso, nota-se que durante a operação do conversor MMC, cada semi módulo irá possuir diferentes estruturas, dependendo do acionamento do circuito. É possível agrupar todos esses valores em apenas uma função m_j , que irá simplificar o desenvolvimento do modelo e permitir o agrupamento de todos os submódulos em apenas um equivalente. Durante a operação do conversor, existem momentos em que todos os submódulos de um braço estarão inseridos no circuito, enquanto em outros momentos nenhum estará, desde que ao longo de toda a perna, sempre tenham N capacitores inseridos. Para que a função modulante do semi-módulo equivalente mantenha a propriedade de estar entre 0 e 1, a soma será normalizada, conforme

$$m_j = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N m_{ij}. \quad (2.4)$$

Dito isso, como os capacitores dos módulos estão em série, para encontrar sua tensão total equivalente, basta somar ao longo de todo o braço

$$v_{C_j} = \sum_{i=1}^N v_{C_{ij}}. \quad (2.5)$$

Substituindo Equação (2.2) em Equação (2.5), chega-se que

$$v_{C_j} = v_{C_j}(t_0) + \sum_{i=1}^N \left[\int_{t_0}^t \frac{m_{ij} i_j}{C_{ij}} dt \right]. \quad (2.6)$$

Sabendo que todos os capacitores do MMC possuem capacitância equivalente C e que a corrente i_j é a mesma para todos os módulos, pode-se simplificar a equação para

$$v_{C_j} = v_{C_j}(t_0) + \frac{1}{C} \int_{t_0}^t \left[i_j \sum_{i=1}^N m_{ij} \right] dt, \quad (2.7)$$

e substituindo a Equação (2.4), encontra-se

$$v_{C_j} = v_{C_j}(t_0) + \frac{1}{C_{arm}} \int_{t_0}^t m_j i_j dt. \quad (2.8)$$

Ao se comparar (2.2) e (2.8), percebe-se que elas apresentam o mesmo formato, sendo possível utilizar um modelo equivalente para os submódulos de um mesmo braço, em que $C_{arm} = C/N$ e

$$i_{mj} = m_j i_j, \quad (2.9)$$

representando a corrente que flui através do capacitor.

Continuando o raciocínio, a tensão v_{mij} será a representação de $v_{C_{ij}}$, quando o capacitor está inserido, ou seja,

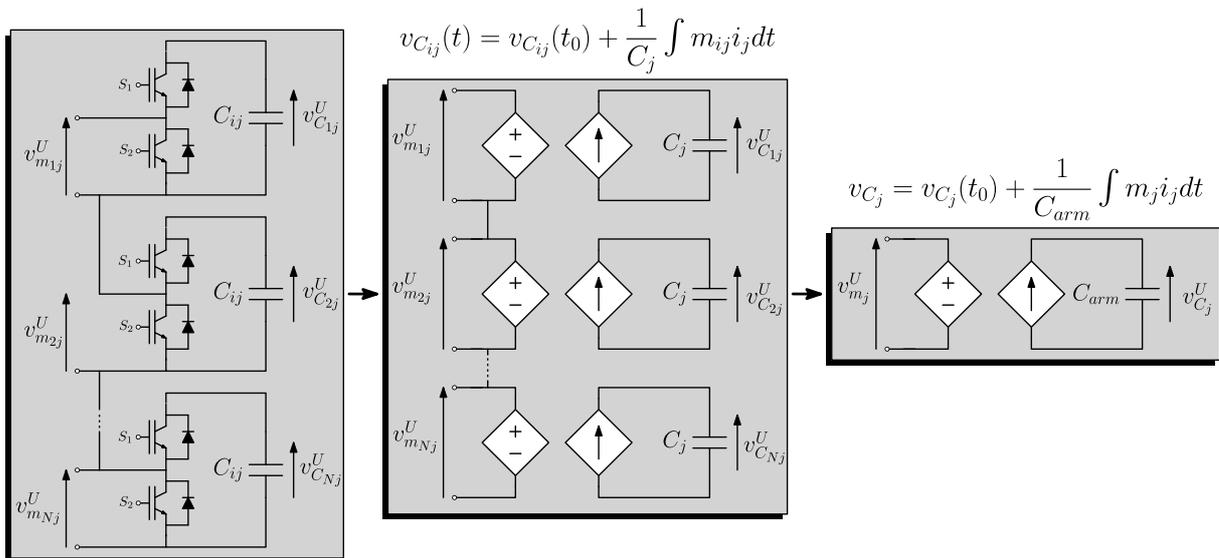
$$v_{mij} = m_{ij} v_{C_{ij}}. \quad (2.10)$$

O mesmo pode ser feito para o semi-módulo equivalente, em que

$$v_{mj} = m_j v_{C_j}. \quad (2.11)$$

A Equação (2.9) pode ser vista como a representação de uma fonte de corrente controlada pelo índice de modulação e a corrente no braço do conversor. Já Equação (2.11), como uma fonte de tensão controlada também pelo índice de modulação e a tensão do capacitor equivalente. Um resumo do processo de simplificação dos submódulos e capacitores em uma única estrutura pode ser visualmente observado na Figura 4, em que a esquerda é mostrado todos os módulos sem simplificação, no meio são vistos pelo seu modelo médio e, por fim, a direita estão resumidos a uma estrutura equivalente.

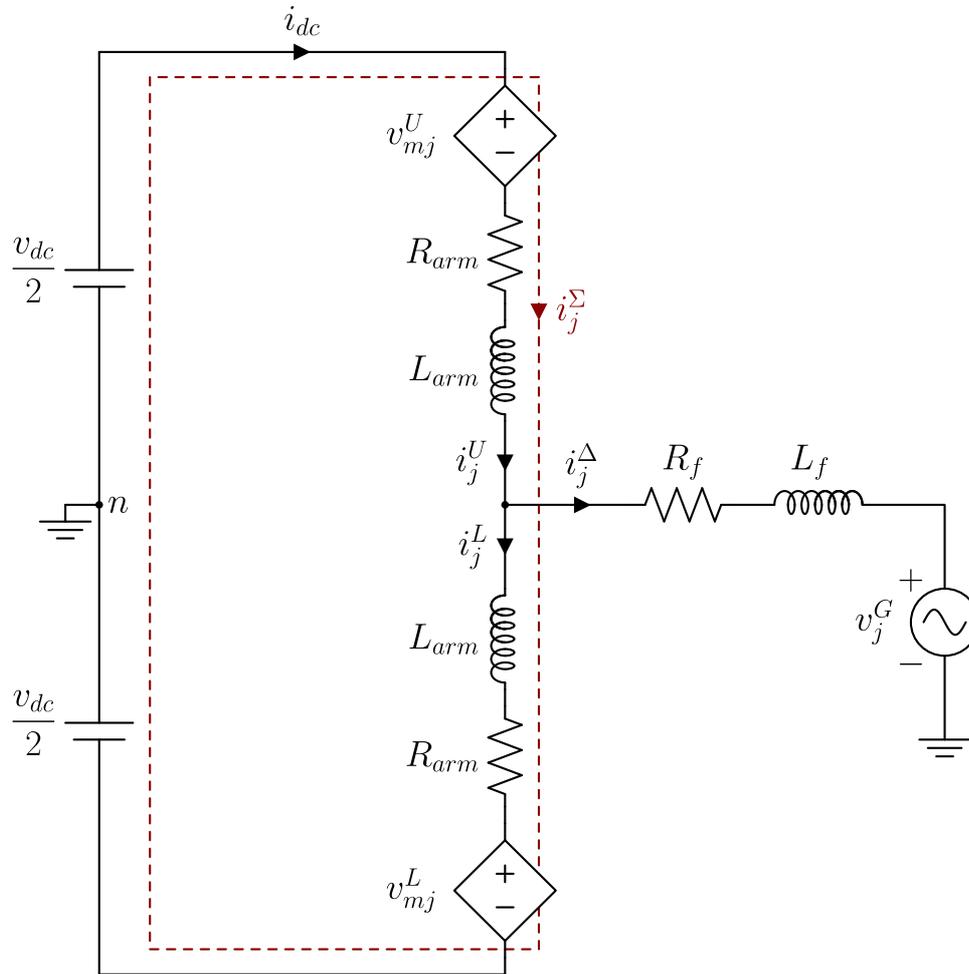
Figura 4 – Simplificação da Modelagem do Conversor MMC.



Fonte: Elaborado pelo autor (2024).

A partir do que foi demonstrado ao longo da presente seção, essa metodologia será aplicada à representação do conversor apresentada na Figura 3. Dessa forma, substituindo

Figura 5 – Modelo Médio do Conversor MMC Monofásico.



Fonte: Elaborado pelo autor (2024).

os N submódulos dos braços pelo modelo médio do seu equivalente, chega-se à estrutura que será trabalhada ao longo do presente trabalho, como ilustrado na Figura 5.

Nessa figura, está representada a corrente i_j^Σ , conhecida na literatura como corrente circulante, que são predominantes por harmônicos de segunda ordem e surgem a partir do chaveamento dos submódulos e das oscilações de tensão dos capacitores, diminuindo a eficiência do conversor e aumentando o desgaste dos componentes [29]. Além disso, elas possuem um valor médio e está diretamente relacionadas com a transmissão de potência através do conversor.

2.2 Representação $\Delta - \Sigma$ do Conversor MMC

Nota-se que na Figura 5, além dos sobre-escritos U e L já discutidos anteriormente, a corrente de saída do conversor apresenta o símbolo Δ . Apesar de auxiliar no desenvolvimento das equações, a separação das variáveis do conversor entre os braços

superior e inferior não se mostra adequada no âmbito da separação e da análise das ondas harmônicas predominantes nas tensões e correntes, dificultando das transformações que serão utilizadas no desenvolvimento do modelo proposto nesse trabalho. Dessa forma, será, inicialmente, definido a representação $\Delta - \Sigma$ e sua equivalência ao sistema $U - L$ é dado na Tabela 1. Já no sentido contrário, as equações para a transformação inversa são dadas pela Tabela 2 [30].

Destaca-se que na Seção 2.3.4 é apresentada uma análise mais profunda do significado e do conteúdo harmônico das variáveis do modelo, estando a presente seção restrita apenas as definições matemáticas para o desenvolvimento do modelo inicial na Seção 2.3.

Tabela 1 – Determinação das Variáveis Δ e Σ a partir das U e L .

Tipo de Variável	Δ	Σ
i_j	$i_j^\Delta \triangleq i_j^U - i_j^L$	$i_j^\Sigma \triangleq \frac{i_j^U + i_j^L}{2}$
v_{mj}	$v_{mj}^\Delta \triangleq \frac{-v_{mj}^U + v_{mj}^L}{2}$	$v_{mj}^\Sigma \triangleq \frac{v_{mj}^U + v_{mj}^L}{2}$
m_j	$m_j^\Delta \triangleq m_j^U - m_j^L$	$m_j^\Sigma \triangleq m_j^U + m_j^L$
v_{C_j}	$v_{C_j}^\Delta \triangleq \frac{v_{C_j}^U - v_{C_j}^L}{2}$	$v_{C_j}^\Sigma \triangleq \frac{v_{C_j}^U + v_{C_j}^L}{2}$

Fonte: Elaborado pelo autor (2024).

Tabela 2 – Determinação das Variáveis U e L a partir das Δ e Σ .

Tipo de Variável	U	L
i_j	$i_j^U = i_j^\Sigma + \frac{i_j^\Delta}{2}$	$i_j^L = i_j^\Sigma - \frac{i_j^\Delta}{2}$
v_{mj}	$v_{mj}^U = v_{mj}^\Sigma - v_{mj}^\Delta$	$v_{mj}^L = v_{mj}^\Sigma + v_{mj}^\Delta$
m_j	$m_j^U = \frac{m_j^\Sigma + m_j^\Delta}{2}$	$m_j^L = \frac{m_j^\Sigma - m_j^\Delta}{2}$
v_{C_j}	$v_{C_j}^U = v_{C_j}^\Sigma + v_{C_j}^\Delta$	$v_{C_j}^L = v_{C_j}^\Sigma - v_{C_j}^\Delta$

Fonte: Elaborado pelo autor (2024).

Conforme exposto em (2.11), as tensões v_{mj}^U e v_{mj}^L podem ser escritas um função dos índices de modulação e da tensão do capacitor equivalente. De forma a encontrar um paralelo na representação $\Delta - \Sigma$, será necessário realizar manipulações matemáticas que

não são tão diretas quanto as presentes na Tabela 1. Nas Equações (2.12) e (2.19), v_{mj}^Δ e v_{mj}^Σ são encontrados apenas em função de variáveis do tipo Δ e Σ , apesar de não ser possível haver total separação entre elas. Essa característica irá implicar em desafios na modelagem do conversor, que serão tratados na Seção **2.3.6**.

$$v_{mj}^\Delta = \frac{-v_{mj}^U + v_{mj}^L}{2} = -\frac{m_j^U v_{C_j}^U - m_j^L v_{C_j}^L}{2} \quad (2.12)$$

$$v_{mj}^\Delta = -\frac{\frac{1}{2}m_j^U v_{C_j}^U + \frac{1}{2}m_j^U v_{C_j}^U - \frac{1}{2}m_j^L v_{C_j}^L - \frac{1}{2}m_j^L v_{C_j}^L + \frac{1}{2}m_j^U v_{C_j}^L - \frac{1}{2}m_j^U v_{C_j}^L + \frac{1}{2}m_j^U v_{C_j}^L - \frac{1}{2}m_j^U v_{C_j}^L}{2} \quad (2.13)$$

$$v_{mj}^\Delta = -\frac{(m_j^U - m_j^L)\frac{v_{C_j}^U - v_{C_j}^L}{2} + (m_j^U + m_j^L)\frac{v_{C_j}^U + v_{C_j}^L}{2}}{2} \quad (2.14)$$

$$v_{mj}^\Delta = -\frac{1}{2} \left(m_j^\Delta v_{C_j}^\Sigma + m_j^\Sigma v_{C_j}^\Delta \right) \quad (2.15)$$

$$v_{mj}^\Sigma = \frac{v_{mj}^U + v_{mj}^L}{2} = \frac{m_j^U v_{C_j}^U + m_j^L v_{C_j}^L}{2} \quad (2.16)$$

$$v_{mj}^\Sigma = \frac{\frac{1}{2}m_j^U v_{C_j}^U + \frac{1}{2}m_j^U v_{C_j}^U + \frac{1}{2}m_j^L v_{C_j}^L + \frac{1}{2}m_j^L v_{C_j}^L + \frac{1}{2}m_j^U v_{C_j}^L - \frac{1}{2}m_j^U v_{C_j}^L + \frac{1}{2}m_j^U v_{C_j}^L - \frac{1}{2}m_j^U v_{C_j}^L}{2} \quad (2.17)$$

$$v_{mj}^\Sigma = \frac{(m_j^U + m_j^L)\frac{v_{C_j}^U - v_{C_j}^L}{2} + (m_j^U - m_j^L)\frac{v_{C_j}^U + v_{C_j}^L}{2}}{2} \quad (2.18)$$

$$v_{mj}^\Sigma = \frac{1}{2} \left(m_j^\Delta v_{C_j}^\Delta + m_j^\Sigma v_{C_j}^\Sigma \right) \quad (2.19)$$

2.3 Modelagem Matemática do Conversor

2.3.1 Equações das Correntes

Como mostrado na Figura 5, os componentes chaveados do MMC foram modelados pelo seu modelo médio. A partir disso, é possível prosseguir para encontrar equações diferenciais que representarão o comportamento dinâmico das correntes no conversor. Assim, tomando como ponto de partida o ponto n , pela 2ª Lei de Kirchoff [31], encontra-se que

$$\frac{v_{dc}}{2} - v_{mj}^U - R_{arm} i_j^U - L_{arm} \frac{di_j^U}{dt} - R_f i_j^\Delta - L_f \frac{di_j^\Delta}{dt} - v_j^G = 0 \quad (2.20)$$

e

$$-\frac{v_{dc}}{2} + v_{mj}^L + R_{arm}i_j^L + L_{arm}\frac{di_j^L}{dt} - R_f i_j^\Delta - L_f \frac{di_j^\Delta}{dt} - v_j^G = 0. \quad (2.21)$$

Enquanto (2.20) se refere à malha que passa pelo braço superior, (2.21) representa o braço inferior do conversor. Dessa forma, somando (2.20) e (2.21) e rearranjando os seus termos, chega-se que:

$$-(v_{mj}^U - v_{mj}^L) - R_{arm}(i_j^U - i_j^L) - L_{arm}\frac{d}{dt}(i_j^U - i_j^L) - 2R_f i_j^\Delta - 2L_f \frac{di_j^\Delta}{dt} - 2v_j^G = 0. \quad (2.22)$$

Utilizando o mesmo raciocínio, porém subtraindo Equação (2.21) de Equação (2.20), tem-se o resultado:

$$v_{dc} - (v_{mj}^U + v_{mj}^L) - R_{arm}(i_j^U + i_j^L) - L_{arm}\frac{d}{dt}(i_j^U + i_j^L) = 0. \quad (2.23)$$

De (2.22) e (2.23), é possível substituir os termos entre parênteses conforme Tabela 1, simplificando as equações e utilizando apenas a representação $\Delta - \Sigma$ para o modelo. Com isso, encontra-se que as equações de estado para as correntes i_j^Δ e i_j^Σ são

$$L_{eq}^{ac} \frac{di_j^\Delta}{dt} = v_{mj}^\Delta - v_j^G - R_{eq}^{ac} i_j^\Delta \quad (2.24)$$

e

$$L_{arm} \frac{di_j^\Sigma}{dt} = \frac{v_{dc}}{2} - v_{mj}^\Sigma - R_{arm} i_j^\Sigma. \quad (2.25)$$

Destaca-se que para chegar em (2.24), introduziu-se as variáveis de resistência e indutância equivalentes, sendo elas definidas por $R_{eq}^{ac} = R_f + R_{arm}/2$ e $L_{eq}^{ac} = L_f + L_{arm}/2$.

2.3.2 Equações das Tensões

Foram encontradas as equações de estado para as correntes que estão diretamente relacionadas com a energia armazenada nos indutores dos braços. Outro elemento com função equivalente são os capacitores, em que suas tensões serão variáveis de estado do modelo. Assim, retomando a Equação (2.5), em que se chegou à equação da dinâmica do capacitor equivalente de todos os semi-módulos do MMC, ao se derivar ambos os termos da igualdade, encontra-se as equações de estado tanto para o braço superior como para o inferior, conforme as Equações (2.26) e (2.27).

$$\frac{dv_{C_j}^U}{dt} = \frac{m_j^U i_j^U}{C_{arm}} \quad (2.26)$$

$$\frac{dv_{C_j}^L}{dt} = \frac{m_j^L i_j^L}{C_{arm}} \quad (2.27)$$

Com essas equações em mãos, é possível utilizar um raciocínio análogo ao que foi feito na Seção 2.3.1 para encontrar as equações de estado na representação $\Delta - \Sigma$. Além disso, um desenvolvimento semelhante ao realizado para as tensões $v_{m_j}^\Delta$ e $v_{m_j}^\Sigma$ é utilizado para se substituir os termos de representação U e l . Destarte, chega-se que

$$2C_{arm} \frac{dv_{C_j}^\Delta}{dt} = \frac{1}{2} m_j^\Sigma i_j^\Delta + m_j^\Delta i_j^\Sigma \quad (2.28)$$

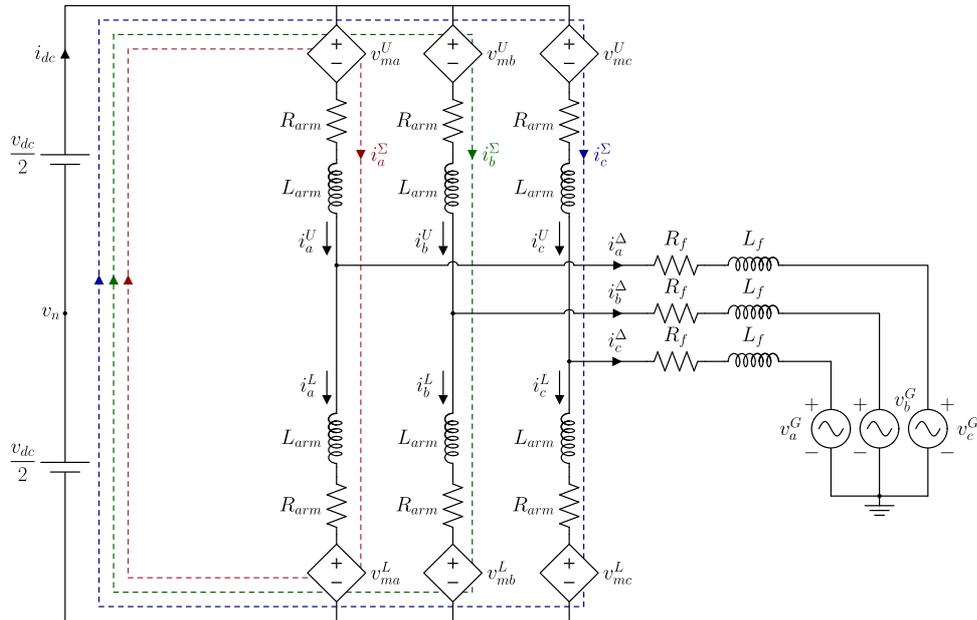
e

$$2C_{arm} \frac{dv_{C_j}^\Sigma}{dt} = \frac{1}{2} m_j^\Delta i_j^\Delta + m_j^\Sigma i_j^\Sigma. \quad (2.29)$$

2.3.3 Consolidação do Modelo em Coordenadas abc

As equações anteriores foram definidas para uma fase j genérica. Expandindo o modelo visto na Figura 5, representa-se o conversor MMC no seu modelo trifásico nas fases abc, visualizado na Figura 6. Nesse momento, o conversor é ligado a uma rede trifásica em Y, aterrada em seu neutro.

Figura 6 – Modelo Médio do Conversor MMC Trifásico.



Fonte: Elaborado pelo autor (2024).

Reescrevendo (2.24), (2.25), (2.28), (2.29) para cada fase a, b e c de um sistema trifásico, tem-se 12 equações, que representam o modelo médio para o conversor MMC trifásico.

$$L_{eq}^{ac} \frac{di_a^\Delta}{dt} = v_{ma}^\Delta - v_a^G - R_{eq}^{ac} i_a^\Delta + v_n \quad (2.30)$$

$$L_{eq}^{ac} \frac{di_b^\Delta}{dt} = v_{mb}^\Delta - v_b^G - R_{eq}^{ac} i_b^\Delta + v_n \quad (2.31)$$

$$L_{eq}^{ac} \frac{di_c^\Delta}{dt} = v_{mc}^\Delta - v_c^G - R_{eq}^{ac} i_c^\Delta + v_n \quad (2.32)$$

$$L_{arm} \frac{di_a^\Sigma}{dt} = \frac{v_{dc}}{2} - v_{ma}^\Sigma - R_{arm} i_a^\Sigma \quad (2.33)$$

$$L_{arm} \frac{di_b^\Sigma}{dt} = \frac{v_{dc}}{2} - v_{mb}^\Sigma - R_{arm} i_b^\Sigma \quad (2.34)$$

$$L_{arm} \frac{di_c^\Sigma}{dt} = \frac{v_{dc}}{2} - v_{mc}^\Sigma - R_{arm} i_c^\Sigma \quad (2.35)$$

$$2C_{arm} \frac{dv_{C_a}^\Delta}{dt} = \frac{m_a^\Sigma i_a^\Delta}{2} + m_a^\Delta i_a^\Sigma \quad (2.36)$$

$$2C_{arm} \frac{dv_{C_b}^\Delta}{dt} = \frac{m_b^\Sigma i_b^\Delta}{2} + m_b^\Delta i_b^\Sigma \quad (2.37)$$

$$2C_{arm} \frac{dv_{C_c}^\Delta}{dt} = \frac{m_c^\Sigma i_c^\Delta}{2} + m_c^\Delta i_c^\Sigma \quad (2.38)$$

$$2C_{arm} \frac{dv_{C_a}^\Sigma}{dt} = \frac{m_a^\Delta i_a^\Delta}{2} + m_a^\Sigma i_a^\Sigma \quad (2.39)$$

$$2C_{arm} \frac{dv_{C_b}^\Sigma}{dt} = \frac{m_b^\Delta i_b^\Delta}{2} + m_b^\Sigma i_b^\Sigma \quad (2.40)$$

$$2C_{arm} \frac{dv_{C_c}^\Sigma}{dt} = \frac{m_c^\Delta i_c^\Delta}{2} + m_c^\Sigma i_c^\Sigma \quad (2.41)$$

Outra representação que será utilizada ao longo do texto é a consolidação de cada conjunto de equações na forma matricial, agrupando cada equação de estado do conversor, conforme mostrado de (2.42) a (2.45). Para diferenciar matrizes e vetores de variáveis simples, suas representações estarão em **negrito** ao longo do texto. A operação \circ equivale à multiplicação entre matrizes duas matrizes termo a termo, definida por $\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} \circ \begin{bmatrix} c \\ d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ac \\ bd \end{bmatrix}$.

$$L_{eq}^{ac} \frac{d\mathbf{i}_{abc}^\Delta}{dt} = \mathbf{v}_{mabc}^\Delta - \mathbf{v}_{abc}^G - R_{eq}^{ac} \mathbf{i}_{abc}^\Delta + \mathbf{v}_n \quad (2.42)$$

$$L_{arm} \frac{d\mathbf{i}_{abc}^\Sigma}{dt} = \frac{\mathbf{v}_{dc}}{2} - \mathbf{v}_{mabc}^\Sigma - R_{arm} \mathbf{i}_{abc}^\Sigma \quad (2.43)$$

$$2C_{arm} \frac{d\mathbf{v}_{C_{abc}}^\Delta}{dt} = \frac{\mathbf{m}_{abc}^\Sigma \circ \mathbf{i}_{abc}^\Delta}{2} + \mathbf{m}_{abc}^\Delta \circ \mathbf{i}_{abc}^\Sigma \quad (2.44)$$

$$2C_{arm} \frac{d\mathbf{v}_{C_{abc}}^\Sigma}{dt} = \frac{\mathbf{m}_{abc}^\Delta \circ \mathbf{i}_{abc}^\Delta}{2} + \mathbf{m}_{abc}^\Sigma \circ \mathbf{i}_{abc}^\Sigma \quad (2.45)$$

Com a definição do MMC trifásico, surge um conceito importante que será utilizado ao longo da presente dissertação. Analisando a Figura 6, nota-se que, para cada perna do conversor, há a presença da corrente circulante para cada fase. Analisando as malhas em vermelho, verde e azul, pode-se dizer que

$$i_{dc} = i_a^\Sigma + i_b^\Sigma + i_c^\Sigma, \quad (2.46)$$

ou seja, essas correntes estão diretamente relacionadas com a corrente no lado dc e, conseqüentemente, com a potência fornecida ou absorvida pela fonte dc. Ainda assim, considerando o pior caso, isto é, a presença de harmônicos de segunda ordem balanceados e equilibrado relevantes no conversor, a soma fasorial da parcela alternada seria nula, restando apenas o valor médio para o barramento contínuo.

Outro ponto a se considerar é a diferença dos aterramentos em relação ao caso monofásico. Nota-se que na Figura 6, o ponto n entre os capacitores não está aterrado e, por tanto, irá aparecer uma tensão de deslocamento de neutro no sistema, representada por v_n . Entretanto, como será utilizado uma rede a 3 fios, não há um caminho para a corrente de sequência zero circular no sistema.

2.3.4 Análise Harmônica do Conversor MMC

Considerando a transmissão de potência para uma rede convencional, espera-se que, em condições normais de operação do MMC, as correntes na rede possuam forma senoidal, apresentando apenas a harmônica fundamental da rede. Como já adiantado, as correntes circulantes presentes nas pernas do conversor são compostas principalmente de uma parcela contínua, seu valor médio, e outra parcela de sequência negativa em segundo harmônico. Essa parte alternada é indesejada, sendo ela passível de ser suprimida através de técnicas de controle [30].

De (2.42), tem-se que a tensão moduladas \mathbf{v}_{mabc}^Δ irão assumir um comportamento semelhante a \mathbf{i}_{abc}^Δ e \mathbf{v}_{abc}^G , oscilando na frequência da rede, enquanto \mathbf{v}_{mabc}^Σ , na Equação (2.43), irá possuir comportamento semelhante às correntes circulantes. Nesse momento, nota-se um padrão nas frequência dominantes de cada variável, dependendo da sua classificação na representação $\Delta - \Sigma$.

Por outro lado, analisando as tensões v_{Cj}^U e v_{Cj}^L , considerando operação, controle e dimensionamento adequados do conversor, deseja-se que os capacitores dos submódulos oscilem em torno de um valor médio, de forma que essas tensões possam ser aproximadas por uma constante em uma breve análise [30, 32]. Considerando que uma fonte de tensão no lado contínuo do conversor de V_{dc} , os capacitores serão controlados de forma a manter tensões próximas a esse valor. Dessa forma, diz-se que

$$v_{Cj}^U \approx V_{dc} \quad (2.47)$$

e

$$v_{Cj}^L \approx V_{dc}, \quad (2.48)$$

em que a Equação (2.11) pode ser reescrita por

$$v_{mj}^\Delta = m_j^\Delta V_{dc} \quad (2.49)$$

e

$$v_{mj}^{\Sigma} = m_j^{\Sigma} V_{dc}. \quad (2.50)$$

Dessa forma, é direto concluir que o conteúdo harmônico de m_{abc}^{Δ} e m_{abc}^{Σ} serão os mesmo de v_{Cabc}^{Δ} e v_{Cabc}^{Σ} , respectivamente.

Nota-se que a multiplicação de senos e cossenos de frequências diferentes resultarão em duas parcelas de mesmo comportamento, porém com frequências diferentes. Em uma das parcelas, sua oscilação se dará pela soma das frequências dos sinais originais, enquanto a outra pela diferença delas. Utilizando esse princípio, será possível estimar o conteúdo harmônicos das variáveis v_{Cabc}^{Δ} e v_{Cabc}^{Σ} . Primeiramente, analisando (2.44), seu formato é baseado na multiplicação de variáveis Δ e Σ e, com isso, a diferença da tensão nos capacitores será predominantemente composta pelos primeiro e terceiro harmônicos. Por outro lado, ao se observar (2.45), é possível concluir que a média das tensões nos capacitores terá o segundo harmônico como frequência predominante, além do valor médio.

O conteúdo harmônico de cada tipo de variável é de extrema importância para a aplicação adequada da Transformação de Park no modelo, como será visto a seguir. Por fim, organizando as variáveis de acordo com sua composição harmônica mais relevante, tem-se que:

- Variáveis do tipo Δ : ω em sequência positiva e 3ω em sequência zero; e
- Variáveis do tipo Σ : parcela constante e 2ω em sequência negativa.

2.3.5 Transformações de Clarke e Park

Para análise e estudo de circuitos trifásicos, as Transformações de Clarke e de Park são ferramentas largamente utilizadas na literatura. Dentre as diversas formas de se desenvolver essas transformações, no presente trabalho o estudo será baseado em O'Rourke *et al.* (2019). Assim, inicialmente, considerando três sinais trifásicos v_a , v_b e v_c , define-se o vetor espacial \vec{v}_{abc} de forma que

$$\vec{v}_{abc} = \frac{2}{3}(v_a \hat{x} + v_b \hat{y} + v_c \hat{z}), \quad (2.51)$$

em que \hat{x} , \hat{y} e \hat{z} são os vetores canônicos do espaço vetorial cartesiano. Dessa forma, supondo um sistema trifásico balanceado e equilibrado, pode-se dizer que

$$\begin{aligned} v_a &= V \cos(\omega t + \phi) \\ v_b &= V \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3} + \phi\right). \\ v_c &= V \cos\left(\omega t + \frac{2\pi}{3} + \phi\right) \end{aligned} \quad (2.52)$$

Calculando a norma do vetor [34], encontra-se que

$$\|\vec{v}_{abc}\| = \sqrt{\vec{v}_{abc} \cdot \vec{v}_{abc}} = V, \quad (2.53)$$

em que é possível observar que o fator $2/3$ colocado na Equação (2.51) garante que a norma do vetor espacial e os sinais originais possuam a mesma amplitude.

Com isso, a definição da Transformada de Clarke será dada pela transformação linear do vetor espacial através de uma matriz de rotação \mathbf{A}_c , de forma que o caminho percorrido por \vec{v}_{abc} esteja projetado no plano definido por \vec{x} e \vec{y} . A partir disso, define-se que

$$\vec{v}_{\alpha\beta 0} = \mathbf{A}_c \vec{v}_{abc}, \quad (2.54)$$

em que

$$\vec{v}_{\alpha\beta 0} = v_\alpha \vec{\alpha} + v_\beta \vec{\beta} + v_0 \vec{0}, \quad (2.55)$$

sendo que $\vec{\alpha}$, $\vec{\beta}$ e $\vec{0}$ são os vetores ortonormais do espaço vetorial $\alpha\beta 0$ e $\vec{v}_{\alpha\beta 0}$ é o vetor espacial transformado. A transformação inversa também é possível, e é definida por

$$\vec{v}_{abc} = \mathbf{A}_c^{-1} \vec{v}_{\alpha\beta 0}, \quad (2.56)$$

desde que \mathbf{A}_c não seja singular.

Substituindo (2.55) em (2.56), encontra-se que

$$\vec{v}_{abc} = \begin{bmatrix} \mathbf{T}_c^{-1} \vec{\alpha} & \mathbf{T}_c^{-1} \vec{\beta} & \mathbf{T}_c^{-1} \vec{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_\alpha \\ v_\beta \\ v_0 \end{bmatrix}. \quad (2.57)$$

Dessa forma, resta definir em qual direção e sentido estará cada componente do vetor $\vec{v}_{\alpha\beta 0}$, e isso se dará para definição dos vetores $\mathbf{T}_c^{-1} \vec{\alpha}$, $\mathbf{T}_c^{-1} \vec{\beta}$ e $\mathbf{T}_c^{-1} \vec{0}$. Essas direções serão dadas baseadas no próprio vetor espacial \vec{v}_{abc} , de forma que as direções sejam dadas por esse vetor quando ele estiver, respectivamente, na posição $\theta = 0$ e $\theta = \frac{\pi}{2}$ para as direções $\vec{\alpha}$ e $\vec{\beta}$, que são ortogonais, fazendo com que os valores da coordenada α estejam em fase com o eixo a. Perpendicular a esses dois vetores, estará a direção de $\vec{0}$, definido pelo produto vetorial dos vetores anteriores. Com isso, sabendo que $\theta = \omega t + \phi$, pode-se definir matematicamente esse vetores por

$$\mathbf{T}_c^{-1} \vec{\alpha} = \frac{\vec{v}_{abc}|_{\theta=0}}{\|\vec{v}_{abc}|_{\theta=0}\|} = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}^T, \quad (2.58)$$

$$\mathbf{T}_c^{-1} \vec{\beta} = \frac{\vec{v}_{abc}|_{\theta=\pi/2}}{\|\vec{v}_{abc}|_{\theta=\pi/2}\|} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix}^T \quad (2.59)$$

e

$$\mathbf{T}_c^{-1} \vec{0} = \sqrt{3} \frac{\vec{v}_{abc}|_{\theta=0} \times \vec{v}_{abc}|_{\theta=\pi/2}}{\|\vec{v}_{abc}|_{\theta=0} \times \vec{v}_{abc}|_{\theta=\pi/2}\|} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}^T. \quad (2.60)$$

Para resumir, comparando-se (2.56) e (2.57), a partir das definições dadas por (2.58), (2.59) e (2.60), pode-se definir que

$$\mathbf{A}_c^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & 1 \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & 1 \end{bmatrix}. \quad (2.61)$$

Do resultado de \mathbf{A}_c^{-1} , como seu determinante não é nulo, chega-se à Matriz de Transformação de Clarke, definida por

$$\mathbf{A}_c = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 0 & \sqrt{3} & -\sqrt{3} \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}. \quad (2.62)$$

Nesse momento, com a primeira transformação já definida, é possível progredir e partir dela, definir a Transformação de Park, que usará o mesmo princípio de transformações lineares. Da mesma forma como anteriormente, define-se que

$$\vec{v}_{dqz} = \mathbf{A}_p \vec{v}_{abc}, \quad (2.63)$$

assim como sua transformação inversa

$$\vec{v}_{abc} = \mathbf{A}_p^{-1} \vec{v}_{dqz}. \quad (2.64)$$

Os vetores espaciais \vec{v}_{abc} e $\vec{v}_{\alpha\beta 0}$, devido a suas definições, são vetores que possuem velocidade angular, ou seja, seus valores não são constantes ao longo do tempo. A Transformação de Park é realizada de forma a transformá-los em vetores espaciais estáticos, fazendo com que o espaço vetorial gire na mesma velocidade que o vetor, isto é, girando a referência desse vetor junto com ele próprio e tornando seus valores constantes. Com isso, aplicando uma transformação vetorial rotacional à Matriz de Clarke

$$\mathbf{A}_p = \mathbf{A}_{dq0} \mathbf{A}_c, \quad (2.65)$$

em que

$$\mathbf{A}_{dq0} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \text{sen } \theta & 0 \\ -\text{sen } \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (2.66)$$

encontra-se a Matriz de Transformação de Park, definida por

$$\mathbf{A}_p(n) = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos(n\omega t) & \cos\left(n\omega t - \frac{2\pi n}{3}\right) & \cos\left(n\omega t + \frac{2\pi n}{3}\right) \\ \text{sen}(n\omega t) & \text{sen}\left(n\omega t - \frac{2\pi n}{3}\right) & \text{sen}\left(n\omega t + \frac{2\pi n}{3}\right) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}, \quad (2.67)$$

bem como sua inversa

$$\mathbf{A}_p^{-1}(n) = \begin{bmatrix} \cos(n\omega t) & \text{sen}(n\omega t) & 1 \\ \cos\left(n\omega t - \frac{2\pi n}{3}\right) & \text{sen}\left(n\omega t - \frac{2\pi n}{3}\right) & 1 \\ \cos\left(n\omega t + \frac{2\pi n}{3}\right) & \text{sen}\left(n\omega t + \frac{2\pi n}{3}\right) & 1 \end{bmatrix}, \quad (2.68)$$

em que n é um número inteiro, que define a velocidade angular do espaço vetorial $dq0$.

É importante ressaltar que a Transformação de Park está diretamente relacionada com a velocidade angular dos vetores, que depende da frequência de oscilação do sistema. Para utilizá-la, será necessário sincronizar o algoritmo à frequência do sinal transformado, ou seja, o conteúdo harmônico das tensões e correntes analisadas é de suma importância para aplicar a transformação de forma adequada, tendo resultados não oscilantes. A definição de \mathbf{A}_p está em função das frequências dos senos e cossenos, e esses valores devem ser adaptados, através de n , conforme a aplicação. No contexto da eletrônica de potência, essas transformações são largamente utilizadas para simplificação dos modelos dos conversores e de seu controle, como será visto ao longo do trabalho.

Como discutido anteriormente, pelas características da rede representada, pode-se dizer que a corrente de sequência zero no circuito é nula e, com a transformação da corrente na rede pela representação dqz , conclui-se que $i_z^\Delta = 0$. Dessa forma, ao longo do desenvolvimento do modelo não será considerada a equação para essa variável. Como outra consequência disso, como a tensão de deslocamento de neutro só possui influência nas componentes de sequência zero, ela poderá ser desprezada no desenvolvimento das equações para i_d^Δ e i_q^Δ .

Por fim, ao longo do texto, para simplificação das notações matemáticas, a Matriz de Transformação de Park será indicada apenas por \mathbf{P}_ω , em que o subscrito ω indica em qual harmônica da frequência está sendo realizada a transformação.

2.3.6 Consolidação do Modelo em Coordenadas $dq0$

A partir do modelo do MMC desenvolvido anteriormente, é possível, agora, aplicar os conceitos apresentados da Transformada de Park em suas equações de forma a transformar suas variáveis em valores invariantes no tempo. A presente sessão discorre sobre esse tema e é baseada no texto de Bergna-Diaz *et al.* (2018).

De forma geral, pode-se dizer que as transformações serão realizadas substituindo as equações do modelo a partir da definição de (2.64), ajustando as frequências de cada sinal de acordo com o seu conteúdo harmônico.

2.3.6.1 A Dinâmica da Diferença de Tensões nas Coordenadas de Park

Inicialmente, a Equação (2.44), que representa a dinâmica da diferença das tensões dos capacitores superior e inferior do conversor MMC, é retomada por meio da Equação (2.69).

$$2C_{arm} \frac{dv_{Cabc}^{\Delta}}{dt} = \frac{1}{2} \mathbf{m}_{abc}^{\Sigma} \circ \mathbf{i}_{abc}^{\Delta} + \mathbf{m}_{abc}^{\Delta} \circ \mathbf{i}_{abc}^{\Sigma} \quad (2.69)$$

A transformação para a representação $dq0$ será realizada substituindo as suas variáveis de acordo com (2.44), como pode ser visto em (2.70).

$$2C_{arm} \frac{d}{dt} \left(\mathbf{P}_{\omega}^{-1} \mathbf{v}_{Cdqz}^{\Delta} \right) = \frac{1}{2} \left(\mathbf{P}_{-2\omega}^{-1} \mathbf{m}_{dqz}^{\Sigma} \right) \circ \left(\mathbf{P}_{\omega}^{-1} \mathbf{i}_{dqz}^{\Delta} \right) + \left(\mathbf{P}_{\omega}^{-1} \mathbf{m}_{dqz}^{\Delta} \right) \circ \left(\mathbf{P}_{-2\omega}^{-1} \mathbf{i}_{dqz}^{\Sigma} \right) \quad (2.70)$$

Nota-se que a matriz de transformação de Park é utilizada de forma a adequar a sua velocidade angular com o conteúdo harmônico do sinal transformado. Dessa forma, de acordo com o que já foi analisado anteriormente, para a representação dqz , utiliza-se a \mathbf{P}_{ω} com $n = 1$, denominada \mathbf{P}_{ω} , para as variáveis do tipo Δ e com $n = -2$ para as de tipo Σ , denominada por $\mathbf{P}_{-2\omega}$.

Para simplificação do desenvolvimento, a Equação (2.71) é dividida em três partes: Φ_A^{Δ} , Φ_B^{Δ} e Φ_C^{Δ} , conforme apresentado em Equação (2.71).

$$\underbrace{2C_{arm} \frac{d(\mathbf{P}_{\omega}^{-1} \mathbf{v}_{Cdqz}^{\Delta})}{dt}}_{\Phi_A^{\Delta}} + 2C_{arm} \mathbf{P}_{\omega}^{-1} \frac{d\mathbf{v}_{Cdqz}^{\Delta}}{dt} = \frac{1}{2} \underbrace{\left(\mathbf{P}_{-2\omega}^{-1} \mathbf{m}_{dqz}^{\Sigma} \right) \circ \left(\mathbf{P}_{\omega}^{-1} \mathbf{i}_{dqz}^{\Delta} \right)}_{\Phi_B^{\Delta}} + \underbrace{\left(\mathbf{P}_{\omega}^{-1} \mathbf{m}_{dqz}^{\Delta} \right) \circ \left(\mathbf{P}_{-2\omega}^{-1} \mathbf{i}_{dqz}^{\Sigma} \right)}_{\Phi_C^{\Delta}} \quad (2.71)$$

Pré-multiplicando essas 3 matrizes por \mathbf{P}_{ω} , encontra-se que

$$\mathbf{P}_{\omega} \Phi_A^{\Delta} = 2C_{arm} \mathbf{J}(\omega) \mathbf{v}_{Cdqz}^{\Delta} + 2C_{arm} \frac{d\mathbf{v}_{Cdqz}^{\Delta}}{dt}, \quad (2.72)$$

$$\mathbf{P}_{\omega} \Phi_B^{\Delta} = \mathbf{M}_{\Phi_B}^{\Delta} \mathbf{i}_{dqz}^{\Delta} \quad (2.73)$$

e

$$\mathbf{P}_{\omega} \Phi_C^{\Delta} = \mathbf{M}_{\Phi_C}^{\Delta} \mathbf{i}_{dqz}^{\Sigma}, \quad (2.74)$$

em que

$$\mathbf{J}(\omega) = \mathbf{P}_{\omega} \frac{d\mathbf{P}_{\omega}^{-1}}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & \omega & 0 \\ -\omega & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (2.75)$$

$$\mathbf{M}_{\Phi_B}^{\Delta} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} m_d^{\Sigma} + 2m_z^{\Sigma} & -m_q^{\Sigma} & 2m_d^{\Sigma} \cos 3\omega t - 2m_q^{\Sigma} \sin 3\omega t \\ -m_q^{\Sigma} & -m_d^{\Sigma} + 2m_z^{\Sigma} & 2m_d^{\Sigma} \sin 3\omega t + 2m_q^{\Sigma} \cos 3\omega t \\ m_d^{\Sigma} \cos 3\omega t - m_q^{\Sigma} \sin 3\omega t & m_d^{\Sigma} \sin 3\omega t + m_q^{\Sigma} \cos 3\omega t & 2m_z^{\Sigma} \end{bmatrix} \quad (2.76)$$

e

$$\mathbf{M}_{\Phi_C}^{\Delta} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} m_d^{\Delta} + 2m_z^{\Delta} \cos 3\omega t & -m_q^{\Delta} - 2m_z^{\Delta} \sin 3\omega t & 2m_d^{\Delta} \\ -m_q^{\Delta} + 2m_z^{\Delta} \sin 3\omega t & -m_d^{\Delta} + 2m_z^{\Delta} \cos 3\omega t & 2m_q^{\Delta} \\ m_d^{\Delta} \cos 3\omega t + m_q^{\Delta} \sin 3\omega t & m_q^{\Delta} \cos 3\omega t - m_d^{\Delta} \sin 3\omega t & 2m_z^{\Delta} \end{bmatrix}. \quad (2.77)$$

Assim, na Equação (2.78), é consolidado o modelo das variáveis de estados $\mathbf{v}_{Cdqz}^{\Delta}$ trabalhado na presente seção. Entretanto, ao se utilizar o conceito das coordenadas estacionárias e da transformação de Park, espera-se que todas variáveis sejam constantes durante o regime estacionário do modelo e, analisando as Equações (2.76) e (2.77), isso não acontece, pois há a presença de senos e cossenos nos termos dessas matrizes. Resumindo o desenvolvimento apresentado, as equações de estado se consolidam em

$$\frac{d\mathbf{v}_{Cdqz}^{\Delta}}{dt} = \frac{1}{2C_{arm}} \left(\mathbf{M}_{\Phi_B}^{\Delta} \mathbf{i}_{dqz}^{\Delta} + \mathbf{M}_{\Phi_C}^{\Delta} \mathbf{i}_{dqz}^{\Sigma} \right) - \omega \begin{bmatrix} v_{Cq}^{\Delta} \\ -v_{Cd}^{\Delta} \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (2.78)$$

A partir de agora, serão realizados desenvolvimentos matemáticos a fim de simplificar as equações e suprimir os termos não constantes das matrizes. Primeiramente, como pode ser visualizado na Equação (2.73), $\mathbf{M}_{\Phi_B}^{\Delta}$ contém quatro valores não constantes. Os casos presentes na terceira coluna da matriz serão multiplicados por i_z^{Δ} que, como discutido anteriormente, possui valor nulo para qualquer situação do conversor e não influenciará o modelo. Já os valores não constantes presentes na terceira linha serão analisados de forma mais aprofundada.

Antes, analisando-se os valores presentes na matriz $\mathbf{M}_{\Phi_C}^{\Delta}$ que, por não serem multiplicados por i_z^{Δ} , não serão anulados, é necessário um desenvolvimento mais detalhado. Para isso, define-se o índice de modulação m_z^{Δ} como uma composição de senos e cossenos de terceiro harmônico, conforme é apresentado na Equação (2.79). Apesar da inserção de sinais de terceiro harmônico na modulação, eles não influenciarão as correntes injetadas na rede pelo conversor, pois não haverá caminho para o terra disponível. Esse desenvolvimento apresentado por Freytes (2017), é baseado na inserção de sinais de terceiro harmônico da modulação de conversores fonte de tensão (VSC) para aumentar a sua capacidade de sintetização de sinais de tensão, como pode ser visto em Houldsworth e Grant (1984).

$$m_z^{\Delta} = m_{Zd}^{\Delta} \cos 3\omega t + m_{Zq}^{\Delta} \sin 3\omega t \quad (2.79)$$

Dessa forma, lembrando as ?????? e fazendo um recorte das duas primeiras linhas e colunas de $\mathbf{M}_{\Phi_C}^\Delta$, além de substituir a Equação (2.79) em (2.77), chega-se a valores com termos de sexta harmônica, que podem ser desprezados por possuir valores muito pequenos em comparação às outras frequências do modelo [30]. Esse desenvolvimento é demonstrado nas Equações (2.80).

$$\mathbf{M}_{\Phi_C}^{\Delta 2 \times 2} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} m_d^\Delta + m_{Z_d}^\Delta + m_{Z_d}^\Delta \cos 6\omega t + m_{Z_q}^\Delta \sin 6\omega t & -m_q^\Delta - m_{Z_q}^\Delta - m_{Z_d}^\Delta \sin 6\omega t + m_{Z_q}^\Delta \cos 6\omega t \\ -m_q^\Delta + m_{Z_q}^\Delta + m_{Z_d}^\Delta \sin 6\omega t - m_{Z_q}^\Delta \cos 6\omega t & -m_d^\Delta + m_{Z_d}^\Delta + m_{Z_d}^\Delta \cos 6\omega t + m_{Z_q}^\Delta \sin 6\omega t \end{bmatrix} \quad (2.80a)$$

$$\mathbf{M}_{\Phi_C}^{\Delta 2 \times 2} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} m_d^\Delta + m_{Z_d}^\Delta & -m_q^\Delta - m_{Z_q}^\Delta \\ -m_q^\Delta + m_{Z_q}^\Delta & -m_d^\Delta + m_{Z_d}^\Delta \end{bmatrix} + \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -m_{Z_d}^\Delta & m_{Z_q}^\Delta \\ m_{Z_q}^\Delta & m_{Z_d}^\Delta \end{bmatrix} \underbrace{\begin{bmatrix} -\cos 6\omega t & \sin 6\omega t \\ \sin 6\omega t & \cos 6\omega t \end{bmatrix}}_{\approx 0_{2 \times 2}} \quad (2.80b)$$

indo, após a simplificação, chega-se no valor final de $\mathbf{M}_{\Phi_C}^\Delta$, como mostrado na Equação (2.81).

$$\mathbf{M}_{\Phi_C}^\Delta = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} m_d^\Delta + m_{Z_d}^\Delta & -m_q^\Delta - m_{Z_q}^\Delta & 2m_d^\Delta \\ -m_q^\Delta + m_{Z_q}^\Delta & -m_d^\Delta + m_{Z_d}^\Delta & 2m_q^\Delta \\ m_d^\Delta \cos 3\omega t + m_q^\Delta \sin 3\omega t & m_q^\Delta \cos 3\omega t - m_d^\Delta \sin 3\omega t & 2m_z^\Sigma \end{bmatrix} \quad (2.81)$$

Resta serem analisados os termos presentes nas terceiras linhas das matrizes $\mathbf{M}_{\Phi_B}^\Delta$ e $\mathbf{M}_{\Phi_C}^\Delta$, ou seja, aqueles referente ao estado $v_{C_z}^\Delta$ na Equação (2.78). Para isso, na Equação (2.82), essa equação é explicitada.

$$\begin{aligned} \frac{dv_{C_z}^\Delta}{dt} &= i_d^\Delta \left(\frac{m_d^\Sigma \cos 3\omega t}{8C_{arm}} - \frac{m_q^\Sigma \sin 3\omega t}{8C_{arm}} \right) + i_d^\Sigma \left(\frac{m_d^\Delta \cos 3\omega t}{4C_{arm}} + \frac{m_q^\Delta \sin 3\omega t}{4C_{arm}} \right) + \\ & i_q^\Delta \left(\frac{m_d^\Sigma \sin 3\omega t}{8C_{arm}} + \frac{m_q^\Sigma \cos 3\omega t}{8C_{arm}} \right) + i_q^\Sigma \left(-\frac{m_d^\Delta \sin 3\omega t}{4C_{arm}} + \frac{m_q^\Delta \cos 3\omega t}{4C_{arm}} \right) + \quad (2.82) \\ & \frac{i_z^\Delta m_z^\Sigma}{4C_{arm}} + \frac{i_z^\Sigma m_z^\Delta}{2C_{arm}} \end{aligned}$$

Substituindo $i_z^\Delta = 0$ e a Equação (2.79) na Equação (2.82), além de colocar $\cos 3\omega t$ e $\sin 3\omega t$ em evidência, chega-se que

$$C_{arm} \frac{dv_{C_z}^\Delta}{dt} = \Psi_d \cos 3\omega t + \Psi_q \sin 3\omega t, \quad (2.83)$$

em que

$$\Psi_d = \frac{m_d^\Sigma i_d^\Delta}{8} + \frac{m_q^\Sigma i_q^\Delta}{8} + \frac{m_d^\Delta i_d^\Sigma}{4} + \frac{m_q^\Delta i_q^\Sigma}{4} + \frac{m_{Zd}^\Delta i_z^\Sigma}{2} \quad (2.84)$$

e

$$\Psi_q = -\frac{m_q^\Sigma i_d^\Delta}{8} + \frac{m_d^\Sigma i_q^\Delta}{8} + \frac{m_q^\Delta i_d^\Sigma}{4} - \frac{m_d^\Delta i_q^\Sigma}{4} + \frac{m_{Zq}^\Delta i_z^\Sigma}{2}. \quad (2.85)$$

É possível interpretar a equação como a definição de um vetor girante com velocidade angular 3ω , sendo que a amplitude do movimento no eixo x é Ψ_d e no eixo y é Ψ_q . Da mesma forma como para as Transformações de Clarke e Park, define-se o valor de $\frac{dv_{Cz}^\Delta}{dt}$ em um novo espaço vetorial $\alpha\beta$, dado por

$$C_{arm} \frac{dv_{C\alpha}^\Delta}{dt} = \Psi_d \cos 3\omega t + \Psi_q \sin 3\omega t \quad (2.86)$$

e

$$C_{arm} \frac{dv_{C\beta}^\Delta}{dt} = \Psi_d \sin 3\omega t - \Psi_q \cos 3\omega t, \quad (2.87)$$

que podem ser escritos matricialmente por

$$C_{arm} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} v_{C\alpha}^\Delta \\ v_{C\beta}^\Delta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos 3\omega t & \sin 3\omega t \\ \sin 3\omega t & -\cos 3\omega t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Psi_d \\ \Psi_q \end{bmatrix} = \mathbf{T}_{3\omega}^{-1} \begin{bmatrix} \Psi_d \\ \Psi_q \end{bmatrix}. \quad (2.88)$$

Nota-se que enquanto o valor de v_{Cz}^Δ e $v_{C\alpha}^\Delta$ são idênticos, $v_{C\beta}^\Delta$ é uma sinal virtual defasado de 90° do valor original de forma a criar o espaço ortogonal $\alpha\beta$, tornando possível a aplicação de dos conceitos da Transformada de Park em sinais monofásicos, como mostrado em Vasiladiotis e Rufer (2013). A partir desse momento, define-se a matriz $\mathbf{T}_{3\omega}^{-1}$, que será a matriz rotacional dessa transformação, conceito semelhante ao detalhado na seção **2.3.5**. Com isso, pode-se definir que

$$\begin{bmatrix} v_{CZd}^\Delta \\ v_{CZq}^\Delta \end{bmatrix} = \mathbf{T}_{3\omega} \begin{bmatrix} v_{C\alpha}^\Delta \\ v_{C\beta}^\Delta \end{bmatrix}, \quad (2.89)$$

que, ao ser substituído na Equação (2.88), a equação resulta em

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} v_{CZd}^\Delta \\ v_{CZq}^\Delta \end{bmatrix} = \frac{1}{C_{arm}} \begin{bmatrix} \Psi_d \\ \Psi_q \end{bmatrix} - \mathbf{J}(3\omega) \begin{bmatrix} v_{CZd}^\Delta \\ v_{CZq}^\Delta \end{bmatrix}, \quad (2.90)$$

em que

$$\mathbf{J}(3\omega) = \mathbf{T}_{3\omega} \frac{d\mathbf{T}_{3\omega}^{-1}}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 3\omega \\ -3\omega & 0 \end{bmatrix}. \quad (2.91)$$

Isto posto, em resumo, as Equações (2.92) e (2.93) explicitam os estados v_{CZd}^Δ e v_{CZq}^Δ , respectivamente desenvolvidos a partir de (2.90).

$$\frac{dv_{CZd}^{\Delta}}{dt} = -3\omega v_{CZq}^{\Delta} + \frac{i_d^{\Delta} m_d^{\Sigma}}{8C_{arm}} + \frac{i_d^{\Sigma} m_d^{\Delta}}{4C_{arm}} + \frac{i_q^{\Delta} m_q^{\Sigma}}{8C_{arm}} + \frac{i_q^{\Sigma} m_q^{\Delta}}{4C_{arm}} + \frac{i_z^{\Sigma} m_{Zd}^{\Delta}}{2C_{arm}} \quad (2.92)$$

$$\frac{dv_{CZq}^{\Delta}}{dt} = 3\omega v_{CZd}^{\Delta} - \frac{i_d^{\Delta} m_q^{\Sigma}}{8C_{arm}} + \frac{i_d^{\Sigma} m_q^{\Delta}}{4C_{arm}} + \frac{i_q^{\Delta} m_d^{\Sigma}}{8C_{arm}} - \frac{i_q^{\Sigma} m_d^{\Delta}}{4C_{arm}} + \frac{i_z^{\Sigma} m_{Zq}^{\Delta}}{2C_{arm}} \quad (2.93)$$

A partir desse desenvolvimento, todas as equações para os estados v_{Cd}^{Δ} , v_{Cq}^{Δ} , v_{CZd}^{Δ} e v_{CZq}^{Δ} foram devidamente desenvolvidas, contendo apenas variáveis estacionárias. Para todos as outras equações do modelo, desenvolvimentos semelhantes serão realizados.

2.3.6.2 A Dinâmica das Correntes da Rede nas Coordenadas de Park

Da mesma forma como desenvolvido na Seção 2.3.6.1, reescreve-se a Equação (2.42) em Equação (2.94), que representa a dinâmica das correntes $\mathbf{i}_{abc}^{\Delta}$. Nesse caso, a tensão de deslocamento de neutro será desconsiderada.

$$L_{eq}^{ac} \frac{d\mathbf{i}_{abc}^{\Delta}}{dt} = \mathbf{v}_{mabc}^{\Delta} - \mathbf{v}_{abc}^G - R_{eq}^{ac} \mathbf{i}_{abc}^{\Delta} + \mathbf{v}_d \quad (2.94)$$

Aplicando a Transformada de Park, é feita a transformação para a representação dqz , como pode ser visualizado na Equação (2.95).

$$L_{eq}^{ac} \frac{d(\mathbf{P}_{\omega}^{-1} \mathbf{i}_{dqz}^{\Delta})}{dt} = \mathbf{P}_{\omega}^{-1} \mathbf{v}_{mdqz}^{\Delta} - \mathbf{P}_{\omega}^{-1} \mathbf{v}_{dqz}^G - R_{eq}^{ac} \mathbf{P}_{\omega}^{-1} \mathbf{i}_{dqz}^{\Delta} + \mathbf{v}_d \quad (2.95)$$

Desenvolvendo a equação, chega-se que

$$L_{eq}^{ac} \frac{d\mathbf{P}_{\omega}^{-1}}{dt} \mathbf{i}_{dqz}^{\Delta} + L_{eq}^{ac} \mathbf{P}_{\omega}^{-1} \frac{d\mathbf{i}_{dqz}^{\Delta}}{dt} = \mathbf{P}_{\omega}^{-1} \mathbf{v}_{mdqz}^{\Delta} - \mathbf{P}_{\omega}^{-1} \mathbf{v}_{dqz}^G - R_{eq}^{ac} \mathbf{P}_{\omega}^{-1} \mathbf{i}_{dqz}^{\Delta} + \mathbf{v}_d, \quad (2.96)$$

que, pré-multiplicando todas as parcelas por \mathbf{P}_{ω} , resulta em

$$L_{eq}^{ac} \frac{d\mathbf{i}_{dqz}^{\Delta}}{dt} = \mathbf{v}_{mdqz}^{\Delta} - \mathbf{v}_{dqz}^G - R_{eq}^{ac} \mathbf{i}_{dqz}^{\Delta} - L_{eq}^{ac} \mathbf{J}(\omega) \mathbf{i}_{dqz}^{\Delta} + \mathbf{N}_d, \quad (2.97)$$

em que

$$\mathbf{N}_d = \begin{bmatrix} 0 & 0 & v_d \end{bmatrix}^T. \quad (2.98)$$

Realizando de forma adequada as transformações, espera-se que os vetores $\mathbf{i}_{dqz}^{\Delta}$ e \mathbf{v}_{dqz}^G já assumam valores constantes em regime permanente. Entretanto, isso não é o que acontece com as variáveis representada pelo $\mathbf{v}_{mdqz}^{\Delta}$. Baseado no que foi demonstrado para a Equação (2.15), o valor explícito de $\mathbf{v}_{mabc}^{\Delta}$ é definido por

$$\mathbf{v}_{mabc}^{\Delta} = -\frac{1}{2} \mathbf{m}_{abc}^{\Delta} \circ \mathbf{v}_{Cabc}^{\Sigma} - \frac{1}{2} \mathbf{m}_{abc}^{\Sigma} \circ \mathbf{v}_{Cabc}^{\Delta}, \quad (2.99)$$

em que se observa a presença de algumas variáveis do tipo Σ . Esses sinais, com já visto, possuem o dobro da frequência se comparado aos de tipo Δ e, por tanto, a matriz de

transformação de Park deve ser adaptada. Assim, ao se utilizar a Equação (2.68), o valor de n deve ser -2 . Com isso, substituindo a Equação (2.64) em 2.99 , chega-se a

$$\mathbf{v}_{mabc}^{\Delta} = -\frac{1}{2} \underbrace{\left(\mathbf{P}_{\omega}^{-1} \mathbf{m}_{dqz}^{\Delta} \right)}_{\boldsymbol{\Upsilon}_B^{\Delta}} \circ \underbrace{\left(\mathbf{P}_{-2\omega}^{-1} \mathbf{v}_{Cdqz}^{\Sigma} \right)}_{\boldsymbol{\Upsilon}_C^{\Delta}} - \frac{1}{2} \underbrace{\left(\mathbf{P}_{-2\omega}^{-1} \mathbf{m}_{dqz}^{\Sigma} \right)}_{\boldsymbol{\Upsilon}_C^{\Delta}} \circ \underbrace{\left(\mathbf{P}_{\omega}^{-1} \mathbf{v}_{Cdqz}^{\Delta} \right)}_{\boldsymbol{\Upsilon}_B^{\Delta}}, \quad (2.100)$$

que ao ser pré-multiplicada pela matriz de transformação de Park \mathbf{P}_{ω} para se encontrar $\mathbf{v}_{mdqz}^{\Delta}$, tem-se

$$\mathbf{v}_{mdqz}^{\Delta} = \mathbf{P}_{\omega} \mathbf{v}_{mabc}^{\Delta} = \mathbf{P}_{\omega} \boldsymbol{\Upsilon}_B^{\Delta} + \mathbf{P}_{\omega} \boldsymbol{\Upsilon}_C^{\Delta}, \quad (2.101)$$

em que

$$\mathbf{P}_{\omega} \boldsymbol{\Upsilon}_B^{\Delta} = \mathbf{M}_{\boldsymbol{\Upsilon}_B}^{\Delta} \mathbf{v}_{Cdqz}^{\Sigma} \quad (2.102)$$

e

$$\mathbf{P}_{\omega} \boldsymbol{\Upsilon}_C^{\Delta} = \mathbf{M}_{\boldsymbol{\Upsilon}_C}^{\Delta*} \mathbf{v}_{Cdqz}^{\Delta}. \quad (2.103)$$

O valor de $\mathbf{M}_{\boldsymbol{\Upsilon}_B}^{\Delta}$ na Equação (2.102) é definido por

$$\mathbf{M}_{\boldsymbol{\Upsilon}_B}^{\Delta} = -\frac{1}{4} \begin{bmatrix} m_d^{\Delta} + 2m_z^{\Delta} \cos 3\omega t & -m_q^{\Delta} - 2m_z^{\Delta} \sin 3\omega t & 2m_d^{\Delta} \\ -m_q^{\Delta} + 2m_z^{\Delta} \sin 3\omega t & -m_d^{\Delta} + 2m_z^{\Delta} \cos 3\omega t & 2m_q^{\Delta} \\ m_d^{\Delta} \cos 3\omega t + m_q^{\Delta} \sin 3\omega t & -m_d^{\Delta} \sin 3\omega t + m_q^{\Delta} \cos 3\omega t & 2m_z^{\Delta} \end{bmatrix}, \quad (2.104)$$

e nota-se, novamente, que a matriz apresenta termos não constantes, não cumprindo os objetivos da transformação de Park. Dessa maneira, da mesma forma como feito anteriormente, utilizando a Equação (2.79) e substituindo em 2.104, assim como separando as parcelas com senos e cossenos de sexta ordem, obtém-se

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_{\boldsymbol{\Upsilon}_B}^{\Delta} = & \\ & -\frac{1}{4} \begin{bmatrix} m_{Zd}^{\Delta} + m_d^{\Delta} & -m_{Zq}^{\Delta} - m_q^{\Delta} & 2m_d^{\Delta} \\ m_{Zq}^{\Delta} - m_q^{\Delta} & m_{Zd}^{\Delta} - m_d^{\Delta} & 2m_q^{\Delta} \\ m_d^{\Delta} \cos 3\omega t + m_q^{\Delta} \sin 3\omega t & -m_d^{\Delta} \sin 3\omega t + m_q^{\Delta} \cos 3\omega t & 2m_{Zd}^{\Delta} \cos 3\omega t + 2m_{Zq}^{\Delta} \sin 3\omega t \end{bmatrix} + \\ & -\frac{1}{4} \underbrace{\begin{bmatrix} m_{Zd}^{\Delta} \cos 6\omega t + m_{Zq}^{\Delta} \sin 6\omega t & -m_{Zd}^{\Delta} \sin 6\omega t + m_{Zq}^{\Delta} \cos 6\omega t & 0 \\ m_{Zd}^{\Delta} \sin 6\omega t - m_{Zq}^{\Delta} \cos 6\omega t & m_{Zd}^{\Delta} \cos 6\omega t + m_{Zq}^{\Delta} \sin 6\omega t & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{\approx 0_{3 \times 3}}, \end{aligned} \quad (2.105)$$

que, ao ser simplificada, resulta em

$$M_{\Upsilon_B}^{\Delta} = -\frac{1}{4} \begin{bmatrix} m_{Z_d}^{\Delta} + m_d^{\Delta} & -m_{Z_q}^{\Delta} - m_q^{\Delta} & 2m_d^{\Delta} \\ m_{Z_q}^{\Delta} - m_q^{\Delta} & m_{Z_d}^{\Delta} - m_d^{\Delta} & 2m_q^{\Delta} \\ m_d^{\Delta} \cos 3\omega t + m_q^{\Delta} \sin 3\omega t & -m_d^{\Delta} \sin 3\omega t + m_q^{\Delta} \cos 3\omega t & 2m_{Z_d}^{\Delta} \cos 3\omega t + 2m_{Z_q}^{\Delta} \sin 3\omega t \end{bmatrix}. \quad (2.106)$$

Por outro lado, o valor de $M_{\Upsilon_C}^{\Delta\star}$ é dado por

$$M_{\Upsilon_C}^{\Delta\star} = -\frac{1}{4} \begin{bmatrix} m_d^{\Sigma} + 2m_z^{\Sigma} & -m_q^{\Sigma} & 2m_d^{\Sigma} \cos 3\omega t - 2m_q^{\Sigma} \sin 3\omega t \\ -m_q^{\Sigma} & -m_d^{\Sigma} + 2m_z^{\Sigma} & 2m_d^{\Sigma} \sin 3\omega t + 2m_q^{\Sigma} \cos 3\omega t \\ m_d^{\Sigma} \cos 3\omega t - m_q^{\Sigma} \sin 3\omega t & m_d^{\Sigma} \sin 3\omega t + m_q^{\Sigma} \cos 3\omega t & 2m_z^{\Sigma} \end{bmatrix}. \quad (2.107)$$

Nessa matriz, não há o valor m_z^{Δ} para ser substituído. Nesse caso, retomando (2.83), percebe-se que o valor de $v_{C_z}^{\Delta}$ é composto pela associação de senos e cossenos de 3ª ordem. Assim, define-se que

$$v_{C_z}^{\Delta} = v_{C_{Zd}}^{\Delta} \cos 3\omega + v_{C_{Zq}}^{\Delta} \sin 3\omega, \quad (2.108)$$

e, substituindo em (2.103), tem-se que

$$P_{\omega} \Upsilon_C^{\Delta} = M_{\Upsilon_C}^{\Delta\star} v_{Cdqz}^{\Delta} = M_{\Upsilon_C}^{\Delta} v_{CdqZ}^{\Delta}, \quad (2.109)$$

sendo que com a definição de $v_{C_{Zd}}^{\Delta}$ e $v_{C_{Zq}}^{\Delta}$, o vetor v_{Cdqz}^{Δ} é expandido para $v_{CdqZ}^{\Delta} = [v_{C_d}^{\Delta} \ v_{C_q}^{\Delta} \ v_{C_{Zd}}^{\Delta} \ v_{C_{Zq}}^{\Delta}]^T$. Dessa forma, chega-se em

$$M_{\Upsilon_C}^{\Delta} = -\frac{1}{4} \begin{bmatrix} m_d^{\Sigma} + 2m_z^{\Sigma} & -m_q^{\Sigma} & m_d^{\Sigma} & -m_q^{\Sigma} \\ -m_q^{\Sigma} & -m_d^{\Sigma} + 2m_z^{\Sigma} & m_q^{\Sigma} & m_d^{\Sigma} \\ m_d^{\Sigma} \cos 3\omega t - m_q^{\Sigma} \sin 3\omega t & m_d^{\Sigma} \sin 3\omega t + m_q^{\Sigma} \cos 3\omega t & 2m_z^{\Sigma} \cos 3\omega t & 2m_z^{\Sigma} \sin 3\omega t \end{bmatrix} + \underbrace{-\frac{1}{4} \begin{bmatrix} 0 & 0 & m_d^{\Sigma} \cos 6\omega t - m_q^{\Sigma} \sin 6\omega t & m_d^{\Sigma} \sin 6\omega t + m_q^{\Sigma} \cos 6\omega t \\ 0 & 0 & m_d^{\Sigma} \sin 6\omega t + m_q^{\Sigma} \cos 6\omega t & -m_d^{\Sigma} \cos 6\omega t + m_q^{\Sigma} \sin 6\omega t \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{\approx 0_{3 \times 3}}, \quad (2.110)$$

e, finalmente,

$$M_{\Upsilon_C}^\Delta = -\frac{1}{4} \begin{bmatrix} m_d^\Sigma + 2m_z^\Sigma & -m_q^\Sigma & m_d^\Sigma & -m_q^\Sigma \\ -m_q^\Sigma & -m_d^\Sigma + 2m_z^\Sigma & m_q^\Sigma & m_d^\Sigma \\ m_d^\Sigma \cos 3\omega t - m_q^\Sigma \sin 3\omega t & m_d^\Sigma \sin 3\omega t + m_q^\Sigma \cos 3\omega t & 2m_z^\Sigma \cos 3\omega t & 2m_z^\Sigma \sin 3\omega t \end{bmatrix} \quad (2.111)$$

Percebe-se, ainda, que a terceira linha das matrizes $M_{\Upsilon_B}^\Delta$ e $M_{\Upsilon_C}^\Delta$ possuem valores não constantes. Novamente, o valor de v_{mz}^Δ pode ser visto como um vetor girante e, por isso, um desenvolvimento semelhante ao que realizado com v_{Cz}^Δ será repetido. Então, definindo

$$v_{mz}^\Delta = X_d \cos 3\omega t + X_q \sin 3\omega t, \quad (2.112)$$

em que

$$X_d = -\frac{m_{Zd}^\Delta v_{Cz}^\Sigma}{2} - \frac{m_d^\Delta v_{Cd}^\Sigma}{4} - \frac{m_d^\Sigma v_{Cd}^\Delta}{4} - \frac{m_q^\Delta v_{Cq}^\Sigma}{4} - \frac{m_q^\Sigma v_{Cq}^\Delta}{4} - \frac{m_z^\Sigma v_{CZd}^\Delta}{2} \quad (2.113)$$

e

$$X_q = -\frac{m_{Zq}^\Delta v_{Cz}^\Sigma}{2} + \frac{m_d^\Delta v_{Cq}^\Sigma}{4} - \frac{m_d^\Sigma v_{Cq}^\Delta}{4} - \frac{m_q^\Delta v_{Cd}^\Sigma}{4} + \frac{m_q^\Sigma v_{Cd}^\Delta}{4} - \frac{m_z^\Sigma v_{CZq}^\Delta}{2}, \quad (2.114)$$

tem-se que

$$v_{mZ\alpha}^\Delta = X_d \cos 3\omega t + X_q \sin 3\omega t \quad (2.115)$$

e

$$v_{mZ\beta}^\Delta = X_d \sin 3\omega t - X_q \cos 3\omega t. \quad (2.116)$$

Aplicando a matriz de rotação à tensão modulada v_{mz}^Δ , encontra-se

$$\begin{bmatrix} v_{mZd}^\Delta \\ v_{mZq}^\Delta \end{bmatrix} = \mathbf{T}_{3\omega} \begin{bmatrix} v_{mZ\alpha}^\Delta \\ v_{mZ\beta}^\Delta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_d \\ X_q \end{bmatrix}, \quad (2.117)$$

ou seja,

$$v_{mZd}^\Delta = -\frac{m_{Zd}^\Delta v_{Cz}^\Sigma}{2} - \frac{m_d^\Delta v_{Cd}^\Sigma}{4} - \frac{m_d^\Sigma v_{Cd}^\Delta}{4} - \frac{m_q^\Delta v_{Cq}^\Sigma}{4} - \frac{m_q^\Sigma v_{Cq}^\Delta}{4} - \frac{m_z^\Sigma v_{CZd}^\Delta}{2} \quad (2.118)$$

e

$$v_{mZq}^\Delta = -\frac{m_{Zq}^\Delta v_{Cz}^\Sigma}{2} + \frac{m_d^\Delta v_{Cq}^\Sigma}{4} - \frac{m_d^\Sigma v_{Cq}^\Delta}{4} - \frac{m_q^\Delta v_{Cd}^\Sigma}{4} + \frac{m_q^\Sigma v_{Cd}^\Delta}{4} - \frac{m_z^\Sigma v_{CZq}^\Delta}{2}. \quad (2.119)$$

Como visto, o valor da corrente de sequência zero será sempre nulo dada as condições propostas para o circuito e, dessa forma, a dinâmica para a variável i_z^Δ será desconsiderada no modelo, isto é, a Equação (2.97) será reescrita por

$$L_{eq}^{ac} \frac{d\mathbf{i}_{dq}^\Delta}{dt} = \mathbf{v}_{mdq}^\Delta - \mathbf{v}_{dq}^G - R_{eq}^{ac} \mathbf{i}_{dq}^\Delta - L_{eq}^{ac} \mathbf{J}^*(\omega) \mathbf{i}_{dq}^\Delta, \quad (2.120)$$

em que $\mathbf{J}^*(\omega)$ é definida pelas duas primeiras linhas e colunas na matriz $\mathbf{J}(\omega)$.

2.3.6.3 A Dinâmica da Soma das Tensões nas Coordenadas de Park

Retomando a Equação (2.45) da dinâmica da médias tensões dos capacitores em

$$2C_{arm} \frac{dv_{Cabc}^\Sigma}{dt} = \frac{\mathbf{m}_{abc}^\Delta \circ \mathbf{i}_{abc}^\Delta}{2} + \mathbf{m}_{abc}^\Sigma \circ \mathbf{i}_{abc}^\Sigma \quad (2.121)$$

e fazendo as transformações para a representação dqz , chega-se em

$$\underbrace{2C_{arm} \frac{d}{dt} \mathbf{P}_{-2\omega}^{-1} \mathbf{v}_{Cdqz}^\Sigma}_{\Phi_A^\Sigma} + 2C_{arm} \mathbf{P}_{-2\omega}^{-1} \frac{d}{dt} \mathbf{v}_{Cdqz}^\Sigma = \underbrace{\frac{1}{2} \left(\mathbf{P}_\omega^{-1} \mathbf{m}_{dqz}^\Delta \right) \circ \left(\mathbf{P}_\omega^{-1} \mathbf{i}_{dqz}^\Delta \right)}_{\Phi_B^\Sigma} + \underbrace{\left(\mathbf{P}_{-2\omega}^{-1} \mathbf{m}_{dqz}^\Sigma \right) \circ \left(\mathbf{P}_{-2\omega}^{-1} \mathbf{i}_{dqz}^\Sigma \right)}_{\Phi_C^\Sigma}. \quad (2.122)$$

Pré-multiplicando todas as parcelas da Equação (2.122) por $\mathbf{P}_{-2\omega}$, as parcelas de 2.122 são dadas por

$$\mathbf{P}_{-2\omega} \Phi_A^\Sigma = 2C_{arm} \mathbf{J}(-2\omega) \mathbf{v}_{Cdqz}^\Sigma + 2C_{arm} \frac{d\mathbf{v}_{Cdqz}^\Sigma}{dt}, \quad (2.123)$$

$$\mathbf{P}_{-2\omega} \Phi_B^\Sigma = \mathbf{M}_{\Phi_B}^\Sigma \mathbf{i}_{dqz}^\Delta \quad (2.124)$$

e

$$\mathbf{P}_{-2\omega} \Phi_C^\Sigma = \mathbf{M}_{\Phi_C}^\Sigma \mathbf{i}_{dqz}^\Sigma, \quad (2.125)$$

em que

$$\mathbf{M}_{\Phi_B}^\Sigma = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} m_d^\Delta + 2m_z^\Delta \cos 3\omega t & -m_q^\Delta + 2m_z^\Delta \sin 3\omega t & 2m_d^\Delta \cos 3\omega t + 2m_q^\Delta \sin 3\omega t \\ -m_q^\Delta - 2m_z^\Delta \sin 3\omega t & -m_d^\Delta + 2m_z^\Delta \cos 3\omega t & -2m_d^\Delta \sin 3\omega t + 2m_q^\Delta \cos 3\omega t \\ m_d^\Delta & m_q^\Delta & 2m_z^\Delta \end{bmatrix} \quad (2.126)$$

e

$$\mathbf{M}_{\Phi_C}^\Sigma = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} m_d^\Sigma \cos 6\omega t - m_q^\Sigma \sin 6\omega t + 2m_z^\Sigma & -m_d^\Sigma \sin 6\omega t - m_q^\Sigma \cos 6\omega t & 2m_d^\Sigma \\ -m_d^\Sigma \sin 6\omega t - m_q^\Sigma \cos 6\omega t & -m_d^\Sigma \cos 6\omega t + m_q^\Sigma \sin 6\omega t + 2m_z^\Sigma & 2m_q^\Sigma \\ m_d^\Sigma & m_q^\Sigma & 2m_z^\Sigma \end{bmatrix}. \quad (2.127)$$

Como já visto, o valor de i_z^Δ é nulo, podendo a terceira coluna de $\mathbf{M}_{\Phi_B}^\Sigma$ ser suprimida, além disso, percebe-se que as matrizes $\mathbf{M}_{\Phi_B}^\Sigma$ e $\mathbf{M}_{\Phi_C}^\Sigma$ apresentam as mesmas

questões já tratadas em casos anteriores no âmbito de simplificação para se ter valores constantes. Dessa forma, substituindo m_z^Δ na Equação (2.126) e negligenciando os senos e cossenos de sexto harmônico, encontra-se que

$$\mathbf{M}_{\Phi_B}^\Sigma = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} m_{Zd}^\Delta + m_d^\Delta & m_{Zq}^\Delta - m_q^\Delta \\ -m_{Zq}^\Delta - m_q^\Delta & m_{Zd}^\Delta - m_d^\Delta \\ m_d^\Delta & m_q^\Delta \end{bmatrix} \quad (2.128)$$

e

$$\mathbf{M}_{\Phi_C}^\Sigma = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 2m_z^\Sigma & 0 & 2m_d^\Sigma \\ 0 & 2m_z^\Sigma & 2m_q^\Sigma \\ m_d^\Sigma & m_q^\Sigma & 2m_z^\Sigma \end{bmatrix}. \quad (2.129)$$

2.3.6.4 A Dinâmica das Correntes Circulantes nas Coordenadas Park

Para finalizar o modelo, retoma-se (2.43) da dinâmica das correntes circulantes do conversor em

$$L_{arm} \frac{d\mathbf{i}_{abc}^\Sigma}{dt} = \frac{\mathbf{v}_{dc}}{2} - \mathbf{v}_{mabc}^\Sigma - R_{arm} \mathbf{i}_{abc}^\Sigma \quad (2.130)$$

e, fazendo as substituições para a representação $dq0$, chega-se em

$$L_{arm} \frac{d\mathbf{i}_{dqz}^\Sigma}{dt} = \mathbf{M}_{v_{dc}} - \mathbf{v}_{mdqz}^\Sigma - R_{arm} \mathbf{i}_{dqz}^\Sigma - L_{arm} \mathbf{J}(-2\omega) \mathbf{i}_{dqz}^\Sigma, \quad (2.131)$$

sendo que

$$\mathbf{M}_{v_{dc}} = \frac{\mathbf{P}_{-2\omega} \mathbf{v}_{dc}}{2} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{v_{dc}}{2} \end{bmatrix}^\top. \quad (2.132)$$

Da mesma forma como no desenvolvimento da equação para \mathbf{i}_{dqz}^Δ , todos os elementos de (2.131) são constantes em estado estacionário, com exceção do vetor \mathbf{v}_{mdqz}^Σ . Assim, a equação explícita para \mathbf{v}_{mabc}^Σ é dada por

$$\mathbf{v}_{mabc}^\Sigma = \frac{\mathbf{m}_{abc}^\Sigma \circ \mathbf{v}_{Cabc}^\Sigma}{2} + \frac{\mathbf{m}_{abc}^\Delta \circ \mathbf{v}_{Cabc}^\Delta}{2}. \quad (2.133)$$

Do mesmo modo como visto em (2.99), por apresentar variáveis tanto do tipo Δ quanto de Σ na mesma equação, a transformação para coordenadas estacionárias não é trivial. Assim, substituindo as variáveis em (2.133), chega-se que

$$\mathbf{v}_{mabc}^\Sigma = \frac{1}{2} \underbrace{\left(\mathbf{P}_{-2\omega}^{-1} \mathbf{m}_{dqz}^\Sigma \circ \mathbf{P}_{-2\omega}^{-1} \mathbf{v}_{Cdqz}^\Sigma \right)}_{\mathbf{\Upsilon}_B^\Sigma} + \frac{1}{2} \underbrace{\left(\mathbf{P}_\omega^{-1} \mathbf{m}_{dqz}^\Delta \circ \mathbf{P}_\omega^{-1} \mathbf{v}_{Cdqz}^\Delta \right)}_{\mathbf{\Upsilon}_C^\Sigma} \quad (2.134)$$

e pré-multiplicando todas as parcelas por $\mathbf{P}_{-2\omega}$, encontra-se que

$$\mathbf{P}_{-2\omega} \mathbf{\Upsilon}_B^\Sigma = \mathbf{M}_{\Upsilon_B}^\Sigma \mathbf{v}_{Cdqz}^\Sigma \quad (2.135)$$

e

$$\mathbf{P}_{-2\omega} \Upsilon_C^\Sigma = \mathbf{M}_{\Upsilon_C}^{\Sigma*} \mathbf{v}_{Cdqz}^\Delta, \quad (2.136)$$

sendo que

$$\mathbf{M}_{\Upsilon_B}^\Sigma = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} m_d^\Sigma \cos 6\omega t - m_q^\Sigma \sin 6\omega t + 2m_z^\Sigma & -m_d^\Sigma \sin 6\omega t - m_q^\Sigma \cos 6\omega t & 2m_d^\Sigma \\ -m_d^\Sigma \sin 6\omega t - m_q^\Sigma \cos 6\omega t & -m_d^\Sigma \cos 6\omega t + m_q^\Sigma \sin 6\omega t + 2m_z^\Sigma & 2m_q^\Sigma \\ m_d^\Sigma & m_q^\Sigma & 2m_z^\Sigma \end{bmatrix} \quad (2.137)$$

e

$$\mathbf{M}_{\Upsilon_C}^{\Sigma*} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} m_d^\Delta + 2m_z^\Delta \cos 3\omega t & -m_q^\Delta + 2m_z^\Delta \sin 3\omega t & 2m_d^\Delta \cos 3\omega t + 2m_q^\Delta \sin 3\omega t \\ -m_q^\Delta - 2m_z^\Delta \sin 3\omega t & -m_d^\Delta + 2m_z^\Delta \cos 3\omega t & 2m_d^\Delta \sin 3\omega t + 2m_q^\Delta \cos 3\omega t \\ m_d^\Delta & m_q^\Delta & 2m_z^\Delta \end{bmatrix}. \quad (2.138)$$

Como já discutido, os harmônicos de 6ª ordem em $\mathbf{M}_{\Upsilon_B}^\Sigma$ são suprimidos no modelo e, por tanto,

$$\mathbf{M}_{\Upsilon_B}^\Sigma = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 2m_z^\Sigma & 0 & 2m_d^\Sigma \\ 0 & 2m_z^\Sigma & 2m_q^\Sigma \\ m_d^\Sigma & m_q^\Sigma & 2m_z^\Sigma \end{bmatrix}. \quad (2.139)$$

Já no caso de $\mathbf{M}_{\Upsilon_C}^{\Sigma*}$, faz-se a substituição de m_z^Δ e v_{Cz}^Δ , dados em (??) e em (??), chega-se em

$$\mathbf{M}_{\Upsilon_C}^{\Sigma*} \mathbf{v}_{Cdqz}^\Delta = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} m_{Zd}^\Delta + m_d^\Delta & m_{Zq}^\Delta - m_q^\Delta & m_d^\Delta & -m_q^\Delta \\ -m_{Zd}^\Delta - m_q^\Delta & m_{Zd}^\Delta - m_d^\Delta & m_q^\Delta & -m_d^\Delta \\ m_d^\Delta & m_q^\Delta & m_{Zd}^\Delta & m_{Zq}^\Delta \end{bmatrix} \mathbf{v}_{Cdqz}^\Delta + \frac{1}{4} [\mathbf{A} \quad \mathbf{B}] \mathbf{v}_{Cdqz}^\Delta. \quad (2.140)$$

As matrizes \mathbf{A} e \mathbf{B} estão representadas em (2.141) e em (2.142), respectivamente. Elas surgem da separação dos termos da equação para simplificação do modelo e, mantendo o raciocínio, eles também são suprimidas.

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} m_{Zd}^\Delta \cos 6\omega t + m_{Zq}^\Delta \sin 6\omega t & m_{Zd}^\Delta \sin 6\omega t - m_{Zq}^\Delta \cos 6\omega t \\ -m_{Zd}^\Delta \sin 6\omega t + m_{Zq}^\Delta \cos 6\omega t & m_{Zd}^\Delta \cos 6\omega t + m_{Zq}^\Delta \sin 6\omega t \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.141)$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} m_d^\Delta \cos 6\omega t + m_q^\Delta \sin 6\omega t & m_d^\Delta \sin 6\omega t - m_q^\Delta \cos 6\omega t \\ -m_d^\Delta \sin 6\omega t + m_q^\Delta \cos 6\omega t & m_d^\Delta \cos 6\omega t + m_q^\Delta \sin 6\omega t \\ m_{Z_d}^\Delta \cos 6\omega t + m_{Z_q}^\Delta \sin 6\omega t & m_{Z_d}^\Delta \sin 6\omega t - m_{Z_q}^\Delta \cos 6\omega t \end{bmatrix} \quad (2.142)$$

Por fim, chega-se ao resultado final da matriz $\mathbf{M}_{\mathbf{r}_C}^\Sigma$ em 2.143, concluindo os desenvolvimentos para a equação.

$$\mathbf{M}_{\mathbf{r}_C}^\Sigma = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} m_{Z_d}^\Delta + m_d^\Delta & m_{Z_q}^\Delta - m_q^\Delta & m_d^\Delta & -m_q^\Delta \\ -m_{Z_d}^\Delta - m_q^\Delta & m_{Z_d}^\Delta - m_d^\Delta & m_q^\Delta & -m_d^\Delta \\ m_d^\Delta & m_q^\Delta & m_{Z_d}^\Delta & m_{Z_q}^\Delta \end{bmatrix} \quad (2.143)$$

2.3.6.5 Conclusão das Equações do Modelo $\Delta - \Sigma$ nas Coordenadas Síncronas

A partir de todo desenvolvimento realizado para cada conjunto de equações do modelo, as Equações (2.144) a (2.155) consolidam as 12 equações do modelo do conversor MMC em coordenadas síncronas.

$$\begin{aligned} \frac{di_d^\Delta}{dt} = & -\omega i_q^\Delta + v_{Cd}^\Delta \left(-\frac{m_d^\Sigma}{4L_{eq}^{ac}} - \frac{m_z^\Sigma}{2L_{eq}^{ac}} \right) + v_{Cd}^\Sigma \left(-\frac{m_{Z_d}^\Delta}{4L_{eq}^{ac}} - \frac{m_d^\Delta}{4L_{eq}^{ac}} \right) + v_{Cq}^\Sigma \left(\frac{m_{Z_q}^\Delta}{4L_{eq}^{ac}} + \frac{m_q^\Delta}{4L_{eq}^{ac}} \right) + \\ & -\frac{R_{eq}^{ac} i_d^\Delta}{L_{eq}^{ac}} - \frac{m_d^\Delta v_{Cz}^\Sigma}{2L_{eq}^{ac}} - \frac{m_d^\Sigma v_{CZd}^\Delta}{4L_{eq}^{ac}} + \frac{m_q^\Sigma v_{CZq}^\Delta}{4L_{eq}^{ac}} + \frac{m_q^\Sigma v_{Cq}^\Delta}{4L_{eq}^{ac}} - \frac{v_d^G}{L_{eq}^{ac}} \end{aligned} \quad (2.144)$$

$$\begin{aligned} \frac{di_q^\Delta}{dt} = & \omega i_d^\Delta + v_{Cd}^\Sigma \left(-\frac{m_{Z_q}^\Delta}{4L_{eq}^{ac}} + \frac{m_q^\Delta}{4L_{eq}^{ac}} \right) + v_{Cq}^\Delta \left(\frac{m_d^\Sigma}{4L_{eq}^{ac}} - \frac{m_z^\Sigma}{2L_{eq}^{ac}} \right) + v_{Cq}^\Sigma \left(-\frac{m_{Z_d}^\Delta}{4L_{eq}^{ac}} + \frac{m_d^\Delta}{4L_{eq}^{ac}} \right) + \\ & -\frac{R_{eq}^{ac} i_q^\Delta}{L_{eq}^{ac}} - \frac{m_d^\Sigma v_{CZq}^\Delta}{4L_{eq}^{ac}} - \frac{m_q^\Delta v_{Cz}^\Sigma}{2L_{eq}^{ac}} - \frac{m_q^\Sigma v_{CZd}^\Delta}{4L_{eq}^{ac}} + \frac{m_q^\Sigma v_{Cd}^\Delta}{4L_{eq}^{ac}} - \frac{v_q^G}{L_{eq}^{ac}} \end{aligned} \quad (2.145)$$

$$\begin{aligned} \frac{di_d^\Sigma}{dt} = & 2\omega i_q^\Sigma + v_{Cd}^\Delta \left(-\frac{m_{Z_d}^\Delta}{4L_{arm}} - \frac{m_d^\Delta}{4L_{arm}} \right) + v_{Cq}^\Delta \left(-\frac{m_{Z_q}^\Delta}{4L_{arm}} + \frac{m_q^\Delta}{4L_{arm}} \right) - \frac{R_{arm} i_d^\Sigma}{L_{arm}} + \\ & -\frac{m_d^\Delta v_{CZd}^\Delta}{4L_{arm}} - \frac{m_d^\Sigma v_{Cz}^\Sigma}{2L_{arm}} - \frac{m_q^\Delta v_{CZq}^\Delta}{4L_{arm}} - \frac{m_z^\Sigma v_{Cd}^\Sigma}{2L_{arm}} \end{aligned} \quad (2.146)$$

$$\begin{aligned} \frac{di_q^\Sigma}{dt} = & -2\omega i_d^\Sigma + v_{Cd}^\Delta \left(\frac{m_{Z_q}^\Delta}{4L_{arm}} + \frac{m_q^\Delta}{4L_{arm}} \right) + v_{Cq}^\Delta \left(-\frac{m_{Z_d}^\Delta}{4L_{arm}} + \frac{m_d^\Delta}{4L_{arm}} \right) - \frac{R_{arm} i_q^\Sigma}{L_{arm}} + \\ & \frac{m_d^\Delta v_{CZq}^\Delta}{4L_{arm}} - \frac{m_q^\Delta v_{CZd}^\Delta}{4L_{arm}} - \frac{m_q^\Sigma v_{Cz}^\Sigma}{2L_{arm}} - \frac{m_z^\Sigma v_{Cq}^\Sigma}{2L_{arm}} \end{aligned} \quad (2.147)$$

$$\begin{aligned} \frac{di_z^\Sigma}{dt} = & -\frac{R_{arm}i_z^\Sigma}{L_{arm}} - \frac{m_{Zd}^\Delta v_{CZd}^\Delta}{4L_{arm}} - \frac{m_{Zq}^\Delta v_{CZq}^\Delta}{4L_{arm}} - \frac{m_d^\Delta v_{Cd}^\Delta}{4L_{arm}} - \frac{m_d^\Sigma v_{Cd}^\Sigma}{4L_{arm}} + \\ & -\frac{m_q^\Delta v_{Cq}^\Delta}{4L_{arm}} - \frac{m_q^\Sigma v_{Cq}^\Sigma}{4L_{arm}} - \frac{m_z^\Sigma v_{Cz}^\Sigma}{2L_{arm}} + \frac{v_{dc}}{2L_{arm}} \end{aligned} \quad (2.148)$$

$$\begin{aligned} \frac{dv_{Cd}^\Delta}{dt} = & -\omega v_{Cq}^\Delta + i_d^\Delta \left(\frac{m_d^\Sigma}{8C_{arm}} + \frac{m_z^\Sigma}{4C_{arm}} \right) + i_d^\Sigma \left(\frac{m_{Zd}^\Delta}{4C_{arm}} + \frac{m_d^\Delta}{4C_{arm}} \right) + \\ & i_q^\Sigma \left(-\frac{m_{Zq}^\Delta}{4C_{arm}} - \frac{m_q^\Delta}{4C_{arm}} \right) - \frac{i_q^\Delta m_q^\Sigma}{8C_{arm}} + \frac{i_z^\Sigma m_d^\Delta}{2C_{arm}} \end{aligned} \quad (2.149)$$

$$\begin{aligned} \frac{dv_{Cq}^\Delta}{dt} = & \omega v_{Cd}^\Delta + i_d^\Sigma \left(\frac{m_{Zq}^\Delta}{4C_{arm}} - \frac{m_q^\Delta}{4C_{arm}} \right) + i_q^\Delta \left(-\frac{m_d^\Sigma}{8C_{arm}} + \frac{m_z^\Sigma}{4C_{arm}} \right) + \\ & i_q^\Sigma \left(\frac{m_{Zd}^\Delta}{4C_{arm}} - \frac{m_d^\Delta}{4C_{arm}} \right) - \frac{i_d^\Delta m_q^\Sigma}{8C_{arm}} + \frac{i_z^\Sigma m_q^\Delta}{2C_{arm}} \end{aligned} \quad (2.150)$$

$$\frac{dv_{CZd}^\Delta}{dt} = -3\omega v_{CZq}^\Delta + \frac{i_d^\Delta m_d^\Sigma}{8C_{arm}} + \frac{i_d^\Sigma m_d^\Delta}{4C_{arm}} + \frac{i_q^\Delta m_q^\Sigma}{8C_{arm}} + \frac{i_q^\Sigma m_q^\Delta}{4C_{arm}} + \frac{i_z^\Sigma m_{Zd}^\Delta}{2C_{arm}} \quad (2.151)$$

$$\frac{dv_{CZq}^\Delta}{dt} = 3\omega v_{CZd}^\Delta - \frac{i_d^\Delta m_q^\Sigma}{8C_{arm}} + \frac{i_d^\Sigma m_q^\Delta}{4C_{arm}} + \frac{i_q^\Delta m_d^\Sigma}{8C_{arm}} - \frac{i_q^\Sigma m_d^\Delta}{4C_{arm}} + \frac{i_z^\Sigma m_{Zq}^\Delta}{2C_{arm}} \quad (2.152)$$

$$\begin{aligned} \frac{dv_{Cd}^\Sigma}{dt} = & 2\omega v_{Cq}^\Sigma + i_d^\Delta \left(\frac{m_{Zd}^\Delta}{8C_{arm}} + \frac{m_d^\Delta}{8C_{arm}} \right) + i_q^\Delta \left(\frac{m_{Zq}^\Delta}{8C_{arm}} - \frac{m_q^\Delta}{8C_{arm}} \right) + \frac{i_d^\Sigma m_z^\Sigma}{2C_{arm}} + \frac{i_z^\Sigma m_d^\Sigma}{2C_{arm}} \end{aligned} \quad (2.153)$$

$$\begin{aligned} \frac{dv_{Cq}^\Sigma}{dt} = & -2\omega v_{Cd}^\Sigma + i_d^\Delta \left(-\frac{m_{Zq}^\Delta}{8C_{arm}} - \frac{m_q^\Delta}{8C_{arm}} \right) + i_q^\Delta \left(\frac{m_{Zd}^\Delta}{8C_{arm}} - \frac{m_d^\Delta}{8C_{arm}} \right) + \frac{i_q^\Sigma m_z^\Sigma}{2C_{arm}} + \frac{i_z^\Sigma m_q^\Sigma}{2C_{arm}} \end{aligned} \quad (2.154)$$

$$\frac{dv_{Cz}^\Sigma}{dt} = \frac{i_d^\Delta m_d^\Delta}{8C_{arm}} + \frac{i_d^\Sigma m_d^\Sigma}{4C_{arm}} + \frac{i_q^\Delta m_q^\Delta}{8C_{arm}} + \frac{i_q^\Sigma m_q^\Sigma}{4C_{arm}} + \frac{i_z^\Sigma m_z^\Sigma}{2C_{arm}} \quad (2.155)$$

2.3.7 Considerações do Capítulo

Com o modelo estacionário do conversor MMC consolidado e todas as considerações realizadas até agora, é possível fazer uma breve simulação em malha aberta, ou seja, tendo como entrada das equações os índices de modulação, além dos valores das fontes de corrente contínua e alternada. Para isso, define-se o vetor

$$\mathbf{m}_{dqZ}^{\Delta\Sigma} = \left[m_d^\Sigma \quad m_q^\Sigma \quad m_z^\Sigma \quad m_d^\Delta \quad m_q^\Delta \quad m_{Zd}^\Delta \quad m_{Zq}^\Delta \right]^T, \quad (2.156)$$

em que é imposto ao conversor os valores $m_d^\Delta = -0,8$, $m_z^\Sigma = 1$ e nulo para os restantes. Com isso, encontra-se as curvas representadas nas Figuras 7, 8, 9 e 10, que representam,

respectivamente, os valores de i_{abc}^{Δ} , i_{abc}^{Σ} , v_{Cabc}^{Δ} e v_{Cabc}^{Σ} no domínio do tempo, a esquerda, e sua decomposição pela Transformada de Fourier, a direita.

Para a simulação, foram utilizados os parâmetros conforma a Tabela 3, retirados de Freytes (2018). Destaca-se que v_j^G representa o valor de pico das tensões de rede, sendo elas equilibradas e balanceadas, enquanto que V_{dc} é a tensão nominal do lado cc, bem como o valor inicial dos capacitores internos dos submódulos do conversor. Conforme os valores da tabela, calcula-se que $R_{eq}^{ac} = 1,033 \Omega$ e $L_{eq}^{ac} = 83,15 \text{ mH}$.

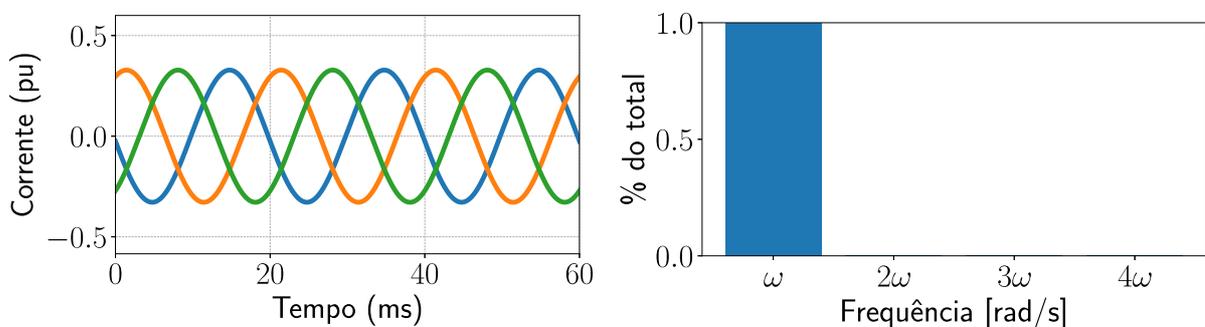
Tabela 3 – Parâmetros da Simulação Computacional.

Variável	Valor
R_{arm}	1,024 Ω
L_{arm}	48,9 mH
R_f	0,521 Ω
L_f	58,7 mH
C_{arm}	32,55 μF
f	50 Hz
C_{dc}	4,6 mF
v_j^G	200 kV
V_{dc}	600 kV

Fonte: Elaborado pelo autor (2024).

Para a exibição dos resultados de simulação realizados ao longo do trabalho, destaca-se que todos os resultados estão normalizados pelo sistema pu , em que as bases utilizadas estão descritas na Tabela 4.

Figura 7 – Valores de i_{abc}^{Δ} no Domínio do Tempo (esquerda) e no da Frequência (direita).



Fonte: Elaborado pelo autor (2024).

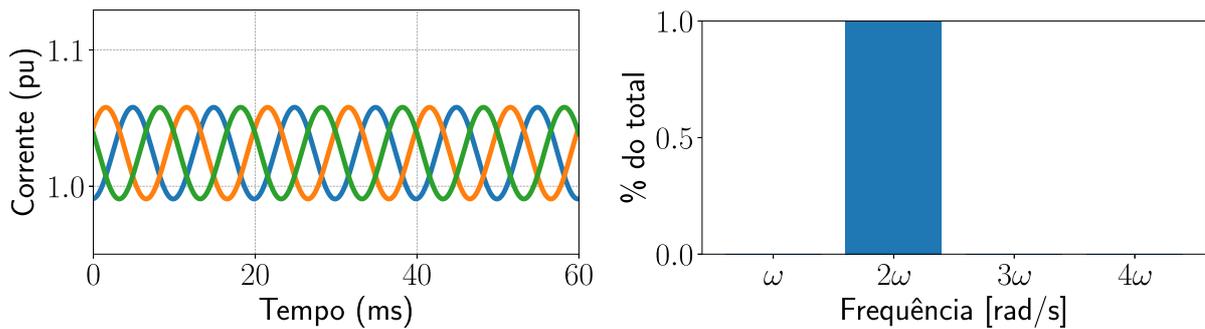
Analisando os resultados, é possível notar, como já discutido, a presença de um valor médio em i_{abc}^{Σ} e v_{Cabc}^{Σ} , além da componente oscilante de frequência 2ω em sequência

Tabela 4 – Bases pu do Sistema.

Variável	Valor
S_{pu}	1 GVA
V_{pu}^{ac}	200 kV
I_{pu}	5 kA
Z_{pu}	40 Ω
L_{pu}	127,3 m Ω
C_{pu}	79,577 $\mu\Omega$
V_{pu}^{dc}	600 kV

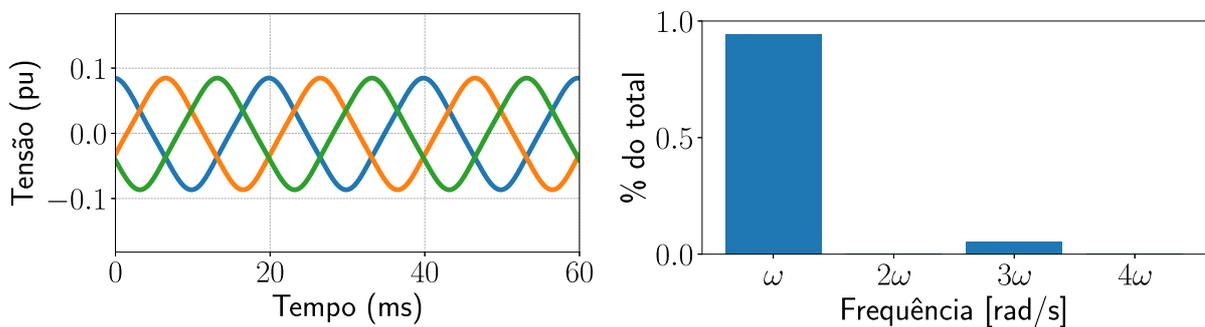
Fonte: Elaborado pelo autor (2024).

Figura 8 – Valores de i_{abc}^{Σ} no Domínio do Tempo (esquerda) e no da Frequência (direita).



Fonte: Elaborado pelo autor (2024).

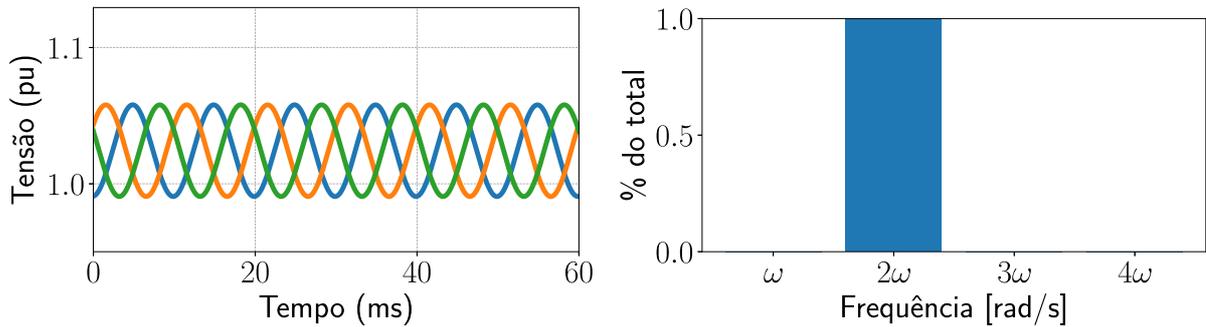
Figura 9 – Valores de v_{Cabc}^{Δ} no Domínio do Tempo (esquerda) e no da Frequência (direita).



Fonte: Elaborado pelo autor (2024).

negativa, que pode ser vista pela alteração na sequência de cores em relação às ondas para i_{abc}^{Δ} . Nas variáveis v_{Cabc}^{Δ} , além da parcela na frequência da rede, também há uma pequena distorção causada pela parcela em terceiro harmônico. Apesar de apresentar um baixo nível de distorção, o conversor em malha aberta não apresenta robustez contra desvios e

Figura 10 – Valores de v_{Cab}^Σ no Domínio do Tempo (esquerda) e no da Frequência (direita).



Fonte: Elaborado pelo autor (2024).

distúrbios provocados pelo sistema, como será visto a seguir.

A partir da consolidação do modelo e do desenvolvimento de (2.134) e (2.100), é possível definir uma importante relação entre as tensões moduladas do conversor, as tensões dos capacitores e os índices de modulação, que podem ser vistas em

$$\mathbf{v}_{mdqZ}^{\Sigma\Delta} = \mathbf{V}_{CmdqZ}^{\Sigma\Delta} \mathbf{m}_{dqZ}^{\Sigma\Delta}, \quad (2.157)$$

sendo que

$$\mathbf{v}_{mdqZ}^{\Sigma\Delta} = \left[v_{md}^\Sigma \quad v_{mq}^\Sigma \quad v_{mz}^\Sigma \quad v_{md}^\Delta \quad v_{mq}^\Delta \quad v_{mzd}^\Delta \quad v_{mqz}^\Delta \right]^\top \quad (2.158)$$

e

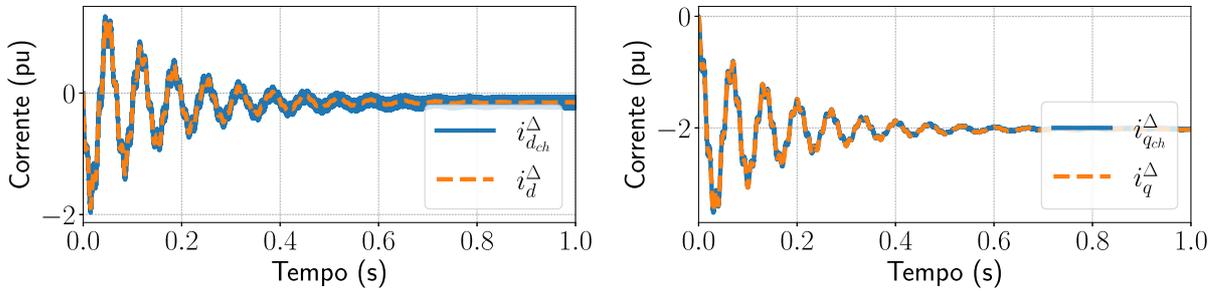
$$\mathbf{V}_{CmdqZ}^{\Sigma\Delta} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 2v_{Cz}^\Sigma & 0 & 2v_{Cd}^\Sigma & v_{Cd}^\Delta + v_{Czd}^\Delta & v_{Czq}^\Delta - v_{Cq}^\Delta & v_{Cd}^\Delta & v_{Cq}^\Delta \\ 0 & 2v_{Cz}^\Sigma & 2v_{Cq}^\Sigma & -v_{Cq}^\Delta - v_{Czq}^\Delta & v_{Czd}^\Delta - v_{Cd}^\Delta & v_{Cq}^\Delta & -v_{Cd}^\Delta \\ v_{Cd}^\Sigma & v_{Cq}^\Sigma & 2v_{Cz}^\Sigma & v_{Cd}^\Delta & v_{Cq}^\Delta & v_{Czd}^\Delta & v_{Czq}^\Delta \\ -v_{Cd}^\Delta - v_{Czd}^\Delta & v_{Cq}^\Delta + v_{Czq}^\Delta & -2v_{Cd}^\Delta & -v_{Cd}^\Sigma - 2v_{Cz}^\Sigma & v_{Cq}^\Sigma & -v_{Cd}^\Sigma & v_{Cq}^\Sigma \\ v_{Cq}^\Delta - v_{Czq}^\Delta & v_{Cd}^\Delta - v_{Czd}^\Delta & -2v_{Cq}^\Delta & v_{Cq}^\Sigma & v_{Cd}^\Sigma - 2v_{Cz}^\Sigma & -v_{Cq}^\Sigma & -v_{Cz}^\Sigma \\ -v_{Cd}^\Delta & -v_{Cq}^\Delta & -2v_{Czd}^\Delta & -v_{Cd}^\Sigma & -v_{Cq}^\Sigma & -2v_{Cz}^\Sigma & 0 \\ -v_{Cq}^\Delta & v_{Cd}^\Delta & -2v_{Czq}^\Delta & v_{Cq}^\Sigma & -v_{Cd}^\Sigma & 0 & -2v_{Cz}^\Sigma \end{bmatrix}. \quad (2.159)$$

2.3.8 Comparação Modelo Chaveado e Modelo Médio

Por fim, além da simulação do modelo médio em malha aberta desenvolvido para conversor, foi simulado, sob os mesmo parâmetros e valores de entrada, o modelo chaveado com todos os submódulos simplificados em apenas um, conforme feito na Figura 4, porém sem realizar a aproximação para o modelo médio. Os resultados podem ser vistos nas Figuras 11, 12, 13, 14, 15 e 16, em que se nota a semelhança no comportamento entre as duas simulações, demonstrando a viabilidade do modelo médio em representação os fenômenos do conversor. Destaca-se a Figura 15, sendo a variável mais impactada na

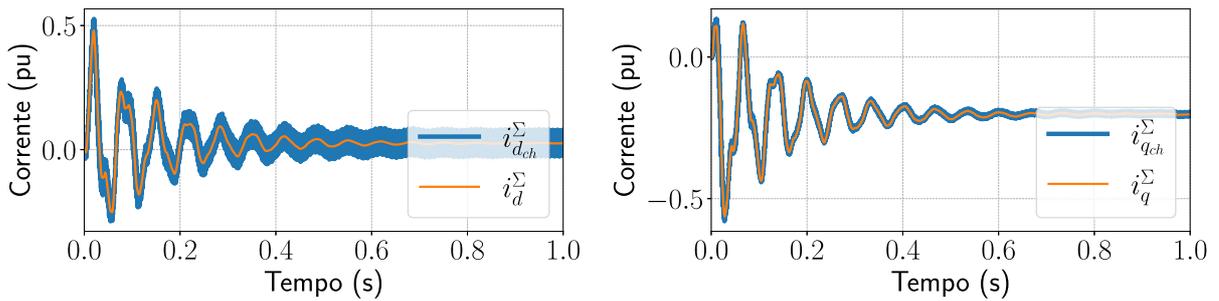
comparação, resultado das simplificações realizadas durante o desenvolvimento do modelo para eliminação das variáveis com harmônicas de sexta ordem.

Figura 11 – Comparação de i_{dq}^{Δ} nos Modelos Chaveado e Médio.



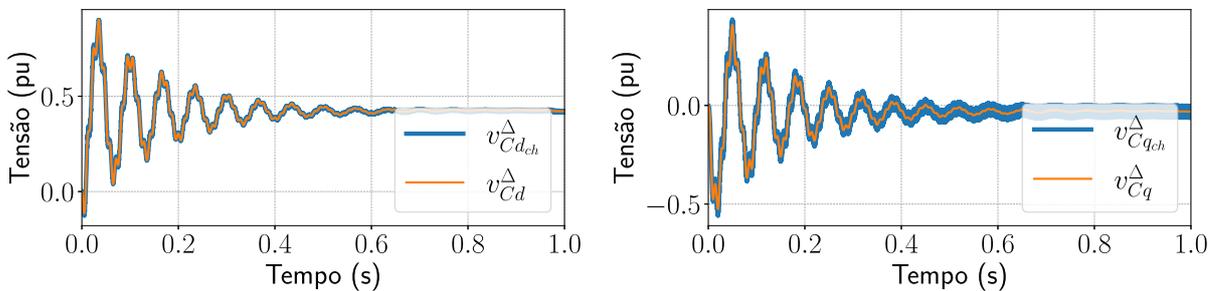
Fonte: Elaborado pelo autor (2024).

Figura 12 – Comparação de i_{dq}^{Σ} nos Modelos Chaveado e Médio.



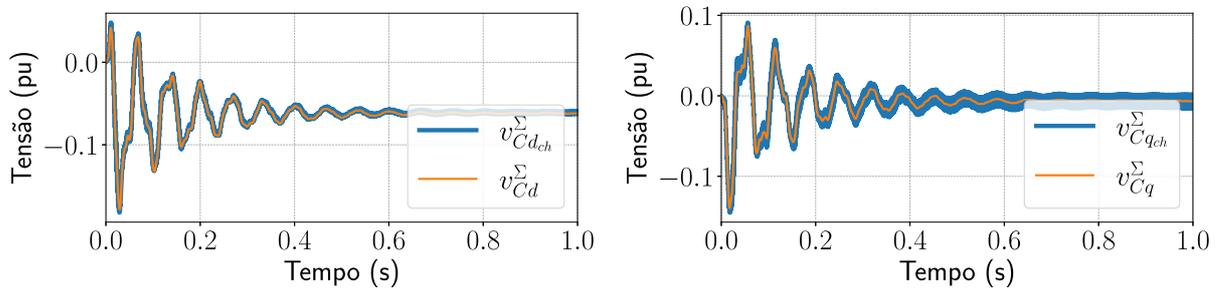
Fonte: Elaborado pelo autor (2024).

Figura 13 – Comparação de v_{Cdq}^{Δ} nos Modelos Chaveado e Médio.



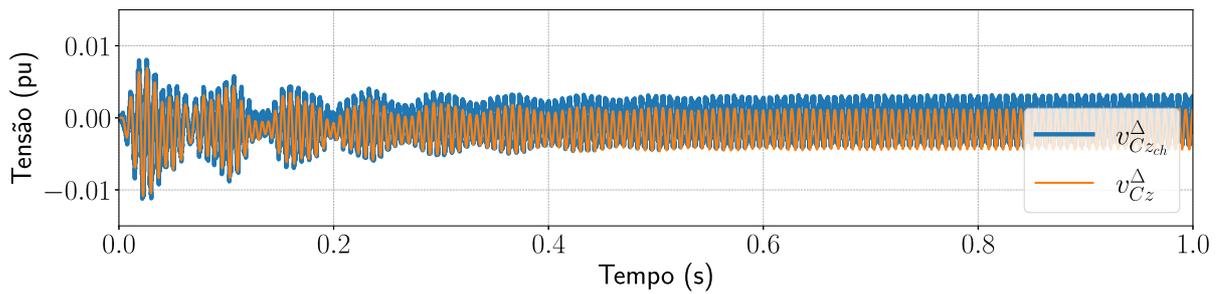
Fonte: Elaborado pelo autor (2024).

Figura 14 – Comparação de v_{Cdq}^Σ nos Modelos Chaveado e Médio.



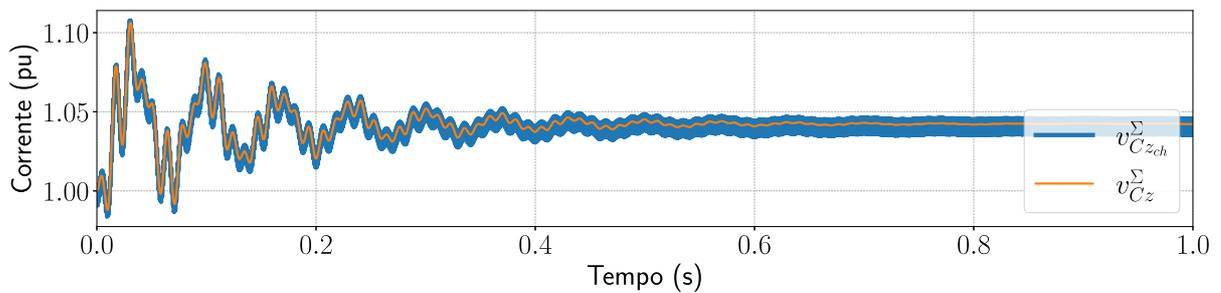
Fonte: Elaborado pelo autor (2024).

Figura 15 – Comparação de v_{Cz}^Δ nos Modelos Chaveado e Médio.



Fonte: Elaborado pelo autor (2024).

Figura 16 – Comparação de v_{Cz}^Σ nos Modelos Chaveado e Médio.



Fonte: Elaborado pelo autor (2024).

3 CONTROLE E SIMULAÇÃO DO CONVERSOR MMC

A partir da definição do modelo do conversor MMC é possível estudar de forma mais aprofundada o seu comportamento. Ao final do capítulo anterior, foram apresentados resultados de uma simulação em malha aberta, em que os valores de entrada do modelo foram os índices de modulação do vetor $\mathbf{m}_{dqz}^{\Delta\Sigma}$. Por outro lado, o objetivo final do presente capítulo será o desenvolvimento do controle em malha fechada do conversor, em que ele conseguirá rastrear as variáveis de saída para valores determinados, tornando possível a sua aplicação para sistemas de transmissão em corrente contínua.

Primeiramente, ao se analisar as equações desenvolvidas, nota-se que todas ficaram em função da derivada de tensões ou de correntes dos componentes do conversor. Não coincidentemente, as equações foram encontradas se baseando nessas variáveis, pois, para desenvolvimento do modelo e da análise em espaço de estados de um sistema, as variáveis de estado estão diretamente associadas à energia armazenada nos dos componentes do circuito, em que, nesse caso, a corrente está relacionada com os indutores, enquanto que a tensão está com os capacitores [37].

Para o projeto de controladores, será considerado a modulação não-compensada do conversor MMC, do inglês *Uncompensated Modulation* (UCM) [30]. Nessa aproximação, todos os capacitores são considerados suficientemente grandes para suportar variações significativas de sua tensão de forma que é possível dizer que

$$v_{C_a}^U = v_{C_b}^U = v_{C_c}^U = v_{C_a}^L = v_{C_b}^L = v_{C_c}^L = V_{dc}, \quad (3.1)$$

sendo essas tensões constantes ao longo da operação do conversor. Consequentemente, os valores das tensões $v_{C_a}^\Delta$, $v_{C_b}^\Delta$ e $v_{C_c}^\Delta$, dados pela diferença de tensão entre os braços superior e inferior, serão nulos, enquanto que as tensões $v_{C_a}^\Sigma$, $v_{C_b}^\Sigma$ e $v_{C_c}^\Sigma$, dadas pela média aritmética entre os braços superior e inferior, serão iguais a V_{dc} . Ao aplicar a Transformação de Park, nota-se que todas essas variáveis no espaço dqz serão nulas, com exceção de $v_{C_z}^\Sigma$, que devido a utilização dessa transformada na forma invariante em amplitude, também terá o valor de V_{dc} . Com isso, aplicando esses resultados em Equação (2.159), encontra-se que

$$\mathbf{V}_{C_{mdqz}}^{\Sigma\Delta} \approx \frac{1}{2} \begin{bmatrix} V_{dc} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & V_{dc} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & V_{dc} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -V_{dc} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -V_{dc} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -V_{dc} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -V_{dc} \end{bmatrix}. \quad (3.2)$$

A princípio, ao se analisar (2.159), as variáveis de estado não são totalmente independentes entre si, consequência do desbalanceamento das tensões entre os capacitores

superiores e inferiores das três fases. Entretanto, a simplificação apresentada permite que os controladores sejam desenvolvidos separadamente para cada malha, isto é, para cada uma das cinco equações da dinâmica de correntes do modelo.

Assim, para determinação e sintonização dos ganhos dos controladores, será utilizado o método da alocação dos polos de malha fechada. De forma geral, para todas as malhas desenvolvidas no MMC, será possível, após simplificações, chegar em um modelo equivalente a um sistema dinâmico com funções de transferência de primeira ordem genérica da forma:

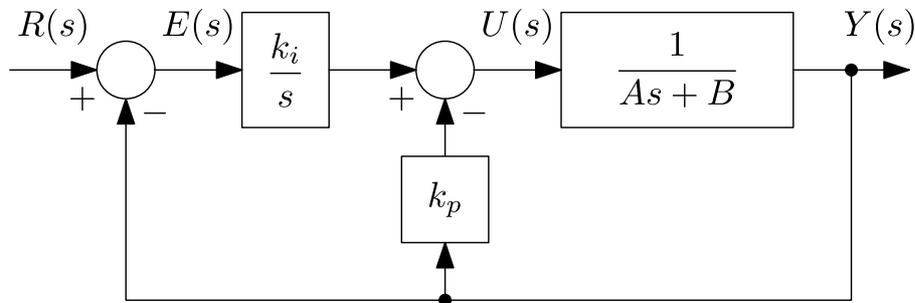
$$P(s) = \frac{1}{As + B}. \quad (3.3)$$

Para controle dessa planta, aplica-se um controlador do tipo IP (Integral-Proporcional), de forma que a sinal de controle na planta é descrito por

$$U(s) = \frac{k_i}{s}E(s) - k_p Y(s). \quad (3.4)$$

Visualmente, o diagrama de blocos equivalente dessa malha pode ser visto na Figura 17, em que $E(s)$ é o sinal de erro entre a referência $R(s)$ e a saída $Y(s)$ e $U(s)$ é o sinal de atuação do controle na entrada da planta. Os valores k_p e k_i representam, respectivamente, as constantes proporcional e integral do controlador IP.

Figura 17 – Planta de Primeira Ordem com Controlador IP.



Fonte: Elaborado pelo autor (2024).

A escolha da utilização de controladores IP foi baseada na sua característica de apresentar menor valor de *overshoot* em comparação com o controlador PI clássico [38], pois como será vista a seguir, a constante k_p multiplicar apenas o sinal de saída impede o aparecimento de um zero no sistema de malha fechada. Dessa forma, realizando os cálculos matemáticos do diagrama de blocos, encontra-se que a função de transferência da malha fechada do sistema da Figura 17 é:

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{\frac{k_i}{A}}{s^2 + \left(\frac{B + k_p}{A}\right)s + \frac{k_i}{A}}. \quad (3.5)$$

Reescrevendo (3.5) conforme mostrado a seguir:

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}, \quad (3.6)$$

tem-se que:

$$\frac{k_i}{A} = \omega_n^2 \quad (3.7)$$

e

$$\frac{B + k_p}{A} = 2\xi\omega_n. \quad (3.8)$$

A Equação 3.6 é amplamente definida e utilizada nos estudos de teoria de controle como a forma canônica para sistemas de segunda ordem [39]. Seu comportamento está inteiramente relacionado com os coeficientes ω_n e ξ , sendo essas variáveis denominadas frequência natural não amortecida e coeficiente de amortecimento, respectivamente.

Com isso, pode-se pensar na sistemática para a sintonia dos valores de k_p e k_i que irão definir o projeto dos controladores do conversor. Sabe-se que o comportamento do sistema está intrinsecamente ligado à localização de seus polos e definir o local deles é o objetivo no desenvolvimento do controle. Com isso, os polos para a Equação (3.6) são dados por

$$s_{1,2} = -\xi\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1 - \xi^2}, \quad (3.9)$$

ou seja, definindo-se os parâmetros ξ e ω_n é possível alocar os polos da função de malha fechada em qualquer lugar do plano complexo e, assim, definir exatamente o comportamento dinâmico da resposta do sistema de segunda ordem. Dessa forma, utilizando (3.7) e (3.8), encontra-se os valores de k_p e k_i para sintonizar o controlador de acordo com a localização desejada dos polos de malha fechada.

Além disso, os polos também são definidores da estabilidade do sistema e, para garantir que a saída da planta não apresente comportamentos indesejados e instáveis, uma análise a estabilidade do sistema deve ser realizada. De acordo com (3.9), garantindo que $\xi\omega_n > 0$ para todos os polos, o sistema estudado será sempre estável para entradas estáveis, uma vez que os polos do sistema de malha fechada estarão no semiplano esquerdo do plano complexo [39].

Ao longo do desenvolvimento dos controladores, será utilizado, como um dos parâmetro do projeto de controle, $\xi = 1$, de forma a se ter o menor tempo de acomodação da saída, com o mínimo de sobressinal em relação a referência. Com isso, (3.9) reescrita como se segue:

$$s_{1,2} = -\omega_n, \quad (3.10)$$

sendo eles iguais e com parte imaginária nula. Assim, conclui-se que o sistema será estável quando $\omega_n > 0$, ou seja, quando os valores de A e k_i possuírem o mesmo sinal.

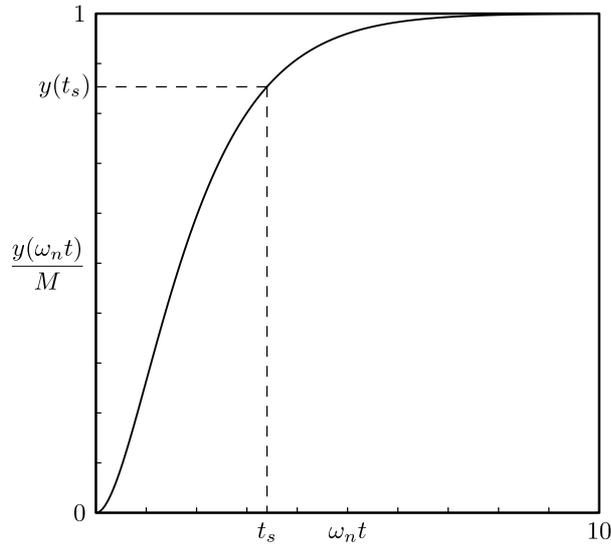
Para ilustrar a saída do sistema com a implementação dos controladores propostos, é possível encontrar matematicamente que, para um ξ unitário e uma entrada em degrau

de amplitude M , a resposta no tempo será dada por

$$y(t) = M(1 - e^{-\omega_n t} - \omega_n t e^{-\omega_n t}), \quad (3.11)$$

que pode ser graficamente vista na Figura 18.

Figura 18 – Resposta no Tempo para Entrada em Degrau e $\xi = 1$.



Fonte: Elaborado pelo autor (2024).

Como já foi definido o valor para ξ , o projeto dos controladores pode ser resumido a definir o valor de ω_n . Para isso, será utilizado o tempo necessário para a resposta do sistema sair do seu valor inicial e atingir 98% do valor em regime permanente da saída, denominado tempo de subida e representado pela variável t_s . Assim, pode-se dizer que

$$y(t_s) = 0,98M + y(0), \quad (3.12)$$

sendo que

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = M. \quad (3.13)$$

Aplicando a variável t_s em (3.11) e substituindo em (3.12), chega-se:

$$e^{-\omega_n t_s} + \omega_n t_s e^{-\omega_n t_s} = 0,02 \quad (3.14)$$

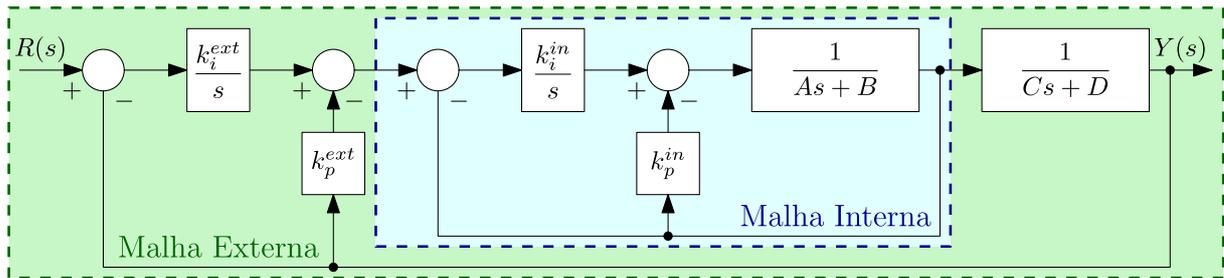
e, encontrado a solução numericamente, tem-se que

$$t_s = \frac{5,834}{\omega_n}. \quad (3.15)$$

Em síntese, a partir do que foi apresentado, os projetos das malhas do conversor serão realizados a partir da definição do valor de t_s requerido, seguido do cálculo de ω_n e por fim, dos ganhos proporcional e integral dos controladores.

Como será apresentado, algumas malhas do conversor estão relacionadas entre si de forma que será possível estabelecer o que é definido por arquitetura em cascata de malhas de controle. Essa estrutura permitirá aperfeiçoamento da saída do sistema, enquanto mantém as características discutidas ao longo do presente capítulo. Assim, pode-se visualizar, na Figura 19, um exemplo de sistema de controle com esse tipo de arquitetura.

Figura 19 – Conceito de Controladores em Cascata com Controladores IP.



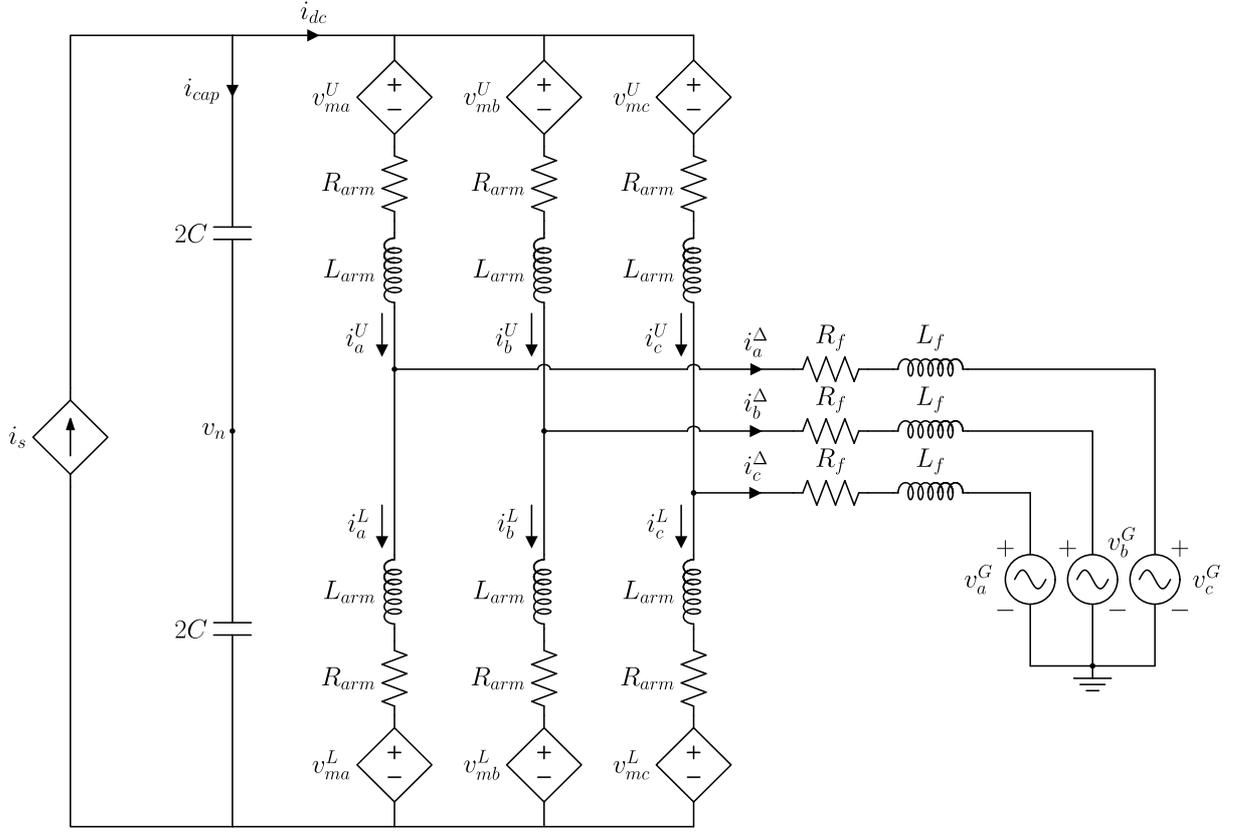
Fonte: Elaborado pelo autor (2024).

Nota-se claramente a presença de uma malha inserida dentro da outra, ou seja, a referência da malha interna é dada pela ação de controle da malha externa, enquanto a ação de controle na planta da malha externa é dada pela saída da malha interna. O sucesso dessa arquitetura está na capacidade da malha interna ser mais rápida que a externa, permitindo que os dois controladores possam ser sintonizados independentemente. Como a velocidade da malha pode ser relacionada com o seu tempo de acomodação, para o projeto dos controladores do conversor MMC, as malhas internas terão valores de t_s inferiores às suas respectivas malhas externas [37].

Antes de prosseguir para o desenvolvimento das malhas de controle, como foi visto ao longo do capítulo anterior, mais especificamente na Figura 6, a fonte de energia no lado contínuo do conversor MMC foi considerada como uma fonte de tensão v_{dc} ideal. Entretanto, na prática, o conversor está conectado a equipamentos com características indutivas, como geradores e linhas de transmissão, que possuem comportamento semelhante ao de fontes de corrente. Para permitir a integração com elementos com essa características, assim como o controle da tensão na entrada do conversor, como será realizado a seguir, adiciona-se um capacitor em paralelo na entrada do MMC para fornecer a característica de fonte de tensão necessária à operação do VSC. Essas alterações estão ilustradas na Figura 20.

Dessa forma, chega-se, finalmente, no modelo final do sistema a ser trabalhado, composto pela fonte de energia, o conversor MMC e a sua ligação à rede. A seguir, será realizado o projeto dos controladores para cada variável considerada.

Figura 20 – Modelo Médio do Conversor MMC Trifásico com Fonte de Corrente.



Fonte: Elaborado pelo autor (2024).

3.1 Controle de Corrente na Rede

Primeiramente, serão analisadas as malhas de corrente responsáveis pela dinâmica das correntes na rede i_d^Δ e i_q^Δ . Retomando as Equações (2.144) e (2.145), porém com a simplificação demonstrada na 3.2, tem-se que

$$L_{eq}^{ac} \frac{di_d^\Delta}{dt} = -\frac{m_d^\Delta V_{dc}}{2} - v_d^G - R_{eq}^{ac} i_d^\Delta - \omega i_q^\Delta \quad (3.16)$$

e

$$L_{eq}^{ac} \frac{di_q^\Delta}{dt} = -\frac{m_q^\Delta V_{dc}}{2} - v_q^G - R_{eq}^{ac} i_q^\Delta + \omega i_d^\Delta. \quad (3.17)$$

Nesse momento, é possível perceber que, aplicando a Transformada de Laplace, não será encontrada uma função de transferência do mesmo formato que mostrado e discutido na Equação (3.6). Sem perda de generalidade, tomando como exemplo a malha referente a i_d^Δ , chega-se que

$$L_{eq}^{ac} I_d^\Delta s = -\frac{M_d^\Delta V_{dc}}{2} - V_d^G - R_{eq}^{ac} I_d^\Delta - \omega I_q^\Delta, \quad (3.18)$$

em que há a presença de um fator multiplicativo junto ao sinal de entrada M_d^Δ , um distúrbio V_d^Δ e uma influência da malha referente a i_q^Δ . Essas parcelas podem ser compensadas

e anuladas na ação de controle do sistema, já que em uma situação prática, medições de tensão e corrente correspondentes a esses sinais naturalmente estariam disponíveis ao controlador e não acrescentaria custos ao projeto. Para isso, fecha-se a malha através da ação de controle

$$M_d^\Delta = -\frac{2}{V_{dc}} \left(V_d^G + \omega I_q^\Delta - k_p^\Delta I_d^\Delta + \frac{k_i^\Delta}{s} (I_d^{\Delta*} - I_d^\Delta) \right). \quad (3.19)$$

Ao longo do trabalho, as variáveis com um asterisco sobrescrito representam valores de referência das malhas de controle. De forma análoga acontece para a malha referente à corrente i_q^Δ , sendo isso contornado pela ação de controle

$$M_q^\Delta = -\frac{2}{V_{dc}} \left(V_q^G - \omega I_d^\Delta - k_p^\Delta I_q^\Delta + \frac{k_i^\Delta}{s} (I_q^{\Delta*} - I_q^\Delta) \right). \quad (3.20)$$

Substituindo a Equação (3.19) em 3.18, e da mesma forma para a malha de i_q^Δ , conclui-se que, em ambos os casos, as funções de transferência de malha fechada serão dadas por

$$\frac{I_d^\Delta}{I_d^{\Delta*}} = \frac{I_q^\Delta}{I_q^{\Delta*}} = \frac{\frac{k_i^\Delta}{L_{eq}^{ac}}}{s^2 + \frac{R_{eq}^{ac} + k_p^\Delta}{L_{eq}^{ac}}s + \frac{k_i^\Delta}{L_{eq}^{ac}}}. \quad (3.21)$$

Aplicando o método da alocação de polos, chega-se que a sintonia do controlador IP será dada por

$$k_p^\Delta = 2\xi\omega_n L_{eq}^{ac} - R_{eq}^{ac} \quad (3.22)$$

e

$$k_i^\Delta = \omega_n^2 L_{eq}^{ac}. \quad (3.23)$$

Por fim, na Figura 21 é ilustrado o diagrama de blocos referente à malha de controle das correntes na rede, com todas as características discutidas ao longo do trabalho.

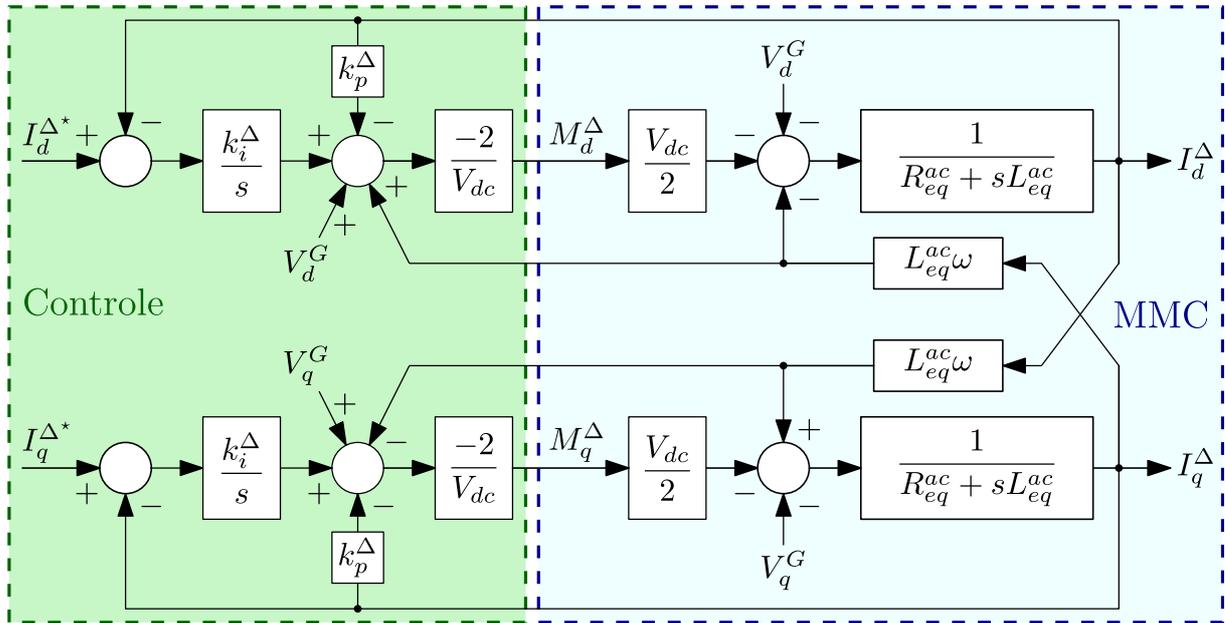
O controle apresentado está intrinsecamente relacionado à transmissão de potência do conversor à rede. Sabendo os valores de v_d^G e v_q^G , encontrados diretamente com medição da tensão da rede, o controle será responsável por fazer com que o conversor transmita a potência de acordo com o que foi estabelecido para i_d^Δ e i_q^Δ . Em face disso, voltando ao sistema original trifásico em abc , a potência instantânea trifásica transmitida no ponto de acoplamento comum entre a rede e o conversor pode ser definida como o produto interno entre os vetores tensão e corrente no ponto de acoplamento entre o conversor e a rede [40], em que

$$p(t) = \mathbf{v}_{abc}^G \cdot \mathbf{i}_{abc}^{\Delta \top}. \quad (3.24)$$

Aplicando a Transformação de Park, isto é, fazendo

$$p(t) = \mathbf{P}_\omega^{-1} \mathbf{v}_{dqz}^G \cdot (\mathbf{P}_\omega^{-1} \mathbf{i}_{dqz}^{\Delta \top}), \quad (3.25)$$

Figura 21 – Malha de Controle dos Estados i_d^Δ e i_q^Δ .



Fonte: Elaborado pelo autor (2024).

chega-se que a potência ativa transmitida pelo conversor nas coordenadas dqz é dada por

$$p = \frac{3}{2}v_d^G i_d^G + \frac{3}{2}v_q^G i_q^G. \quad (3.26)$$

Paralelamente, a teoria das potências instantâneas também define o vetor potência reativa como o produto vetorial entre os vetores \mathbf{v}_{abc}^G e \mathbf{i}_{abc}^Δ [40], ou seja,

$$\mathbf{q} \stackrel{\text{def}}{=} \mathbf{v}_{abc}^G \times \mathbf{i}_{abc}^\Delta = \begin{bmatrix} q_a \\ q_b \\ q_c \end{bmatrix}. \quad (3.27)$$

Assim, o valor instantâneo de potência reativa no tempo será dado pela norma do vetor \mathbf{q} , representado matematicamente por

$$q = \|\mathbf{q}\| = \sqrt{q_a^2 + q_b^2 + q_c^2}. \quad (3.28)$$

Da mesma forma como feito para a potência ativa, aplicando a Transformação de Park em (3.28), a potência reativa trifásica no ponto de acoplamento entre o conversor e a rede na representação dqz é representada por

$$q = \frac{3}{2}v_q^G i_d^G - \frac{3}{2}v_d^G i_q^G. \quad (3.29)$$

É importante lembrar que a definição dos espaços vetoriais das representações $\alpha\beta 0$ e dqz podem ser desenvolvidos a bel-prazer dos projetistas de modo a melhor encaixar

os sinais no modelo estudado. A sincronização da matriz de rotação na Transformação de Park deve obrigatoriamente estar na mesma velocidade angular que a rede e, para garantir isso, os algoritmos de transformação em microcontroladores são acompanhados de técnicas de *Phase-locked Loop* (PLL), responsáveis, nesse caso, por encontrar essa frequência angular do sistema [41, 42]. No presente trabalho, não será dado foco a esse tema e nem às consequências de sua utilização.

Retomando o caso da matriz de rotação, além de sua velocidade, também a sua defasagem angular pode ser escolhida, tendo influência direta nos valores das componentes d e q . Em resumo, no contexto apresentado do trabalho, é possível acoplar o eixo d de forma que v_q^G seja nulo, simplificando (3.30) e (3.29) como se segue:

$$p = \frac{3}{2}v_d^G i_d^G \quad (3.30)$$

e

$$q = -\frac{3}{2}v_d^G i_q^G. \quad (3.31)$$

Essas definições serão de suma importância a introdução da malha externa de controle da tensão no barramento cc, como segue.

3.2 Controle de Tensão do Barramento CC

A tensão do barramento cc é de extrema importância para um VSC, pois ele define a tensão modulada na saída do conversor. No caso da situação estudada, essa tensão é fornecida por capacitor na entrada do conversor MMC, ou seja, sua energia armazenada e sua tensão poderão variar ao longo da operação do conversor, podendo chegar em valores que irão causar problemas aos componentes, diminuindo a eficiência e a confiabilidade do conversor. Sabe-se que para um capacitor de capacitância C_{dc} , sua tensão está diretamente relacionada com o valor da sua energia armazenada, dada por

$$E = \frac{C_{dc}v_{dc}^2}{2}. \quad (3.32)$$

A potência injetada pela fonte de corrente no conversor poderá ser absorvida pelo capacitor do barramento cc, dissipada pelas resistências do conversor e do filtro, absorvida pelos os capacitores dos submódulos ou, principalmente, injetada na rede. Pela lei da conservação de energia, pode-se concluir então que

$$p_{in} = \frac{dE}{dt} + p_R + p_{SM} + p_g, \quad (3.33)$$

em que p_{in} é a potência injetada pela fonte de corrente no sistema, p_g a potência injetada na rede, p_R a potência dissipada nos resistores e p_{SM} a potência injetada nos submódulos. Os valores de p_R e p_{SM} por serem muito pequenos em comparação com as outras potências,

podem ser desprezados [43] e, assim, substituindo (3.32) em (3.33), além de aplicar (3.30), pode-se escrever que

$$C_{dc} \frac{dv_{dc}^2}{dt} = 2p_{in} - 3v_d^G i_d^\Delta. \quad (3.34)$$

Aplicando a Transformada de Laplace, nota-se que haverá um distúrbio dado pela potência injetada no sistema. Assim, desenvolvendo (3.34) e suprimindo o distúrbio, tem-se que

$$V_{dc}^2 = -\frac{3V_d^G}{sC_{dc}} I_d^\Delta. \quad (3.35)$$

Como observado em (3.35), em malha aberta, a entrada da planta é dada por I_d^Δ e assim, fazendo uma realimentação a partir de um controlador PI de forma que

$$I_d^\Delta = -\frac{C_{dc}}{3V_d^G} \left(\left(\frac{k_i^{dc}}{s} + k_p \right) (V_{dc}^{2*} - V_{dc}^2) \right), \quad (3.36)$$

é possível encontrar a função de transferência de malha fechada para a tensão, como mostrado em

$$\frac{V_{dc}^2}{V_{dc}^{2*}} = \frac{k_p^{dc} s + k_i^{dc}}{s^2 + k_p^{dc} s + k_i^{dc}}. \quad (3.37)$$

Para encontrar (3.37), foi considerada nula a influência de P_{in} , pois o objetivo dessa malha está no controle da tensão v_{dc} . Pelo olhar do conversor MMC e do presente trabalho, toda energia injetada no sistema deve ser transmitida à rede. Dessa forma, sabendo que a energia armazenada em um capacitor é proporcional ao quadrado da tensão sobre ele, garantindo que esse valor não altere, nenhuma parcela de energia será armazenada indevidamente pelo capacitor. A malha de controle de tensão, além de todas as funcionalidades já apresentadas, também será responsável por fazer o rastreamento da potência injetada no sistema, transmitindo ela ao lado ca. Esse tipo de controle é conhecido como Rastreamento do Ponto de Máxima Potência [44, 45].

Prosseguindo, utilizando o método de alocação de polos para sintonizar o controlador, define-se que

$$k_p^{dc} = 2\xi\omega_n \quad (3.38)$$

e

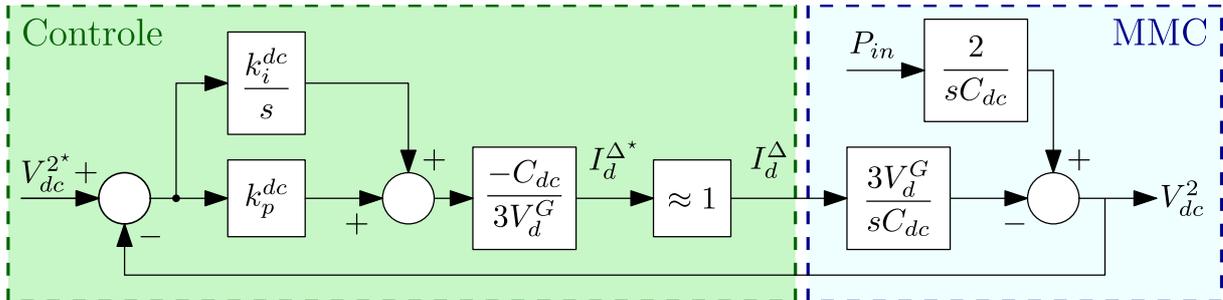
$$k_i^{dc} = \omega_n^2. \quad (3.39)$$

Tendo em mente esses resultados, é necessários elucidar que, nesse caso, é utilizado o controlador PI convencional, com a parcela proporcional multiplicando o sinal de erro, pois não se conseguiu obter resultados satisfatórios com o método apresentado na Figura 17. Além disso, a malha de controle da tensão do barramento cc, pela sua relação com i_d^Δ , será a malha externa na arquitetura em cascada em relação à malha de corrente i_d^Δ . Assim, faz-se necessário que os valores k_p^Δ e k_q^Δ definam uma malha mais rápida do que k_p^{dc} e k_q^{dc} . Outro ponto importante é o aparecimento de um zero no sistema, o que irá provocar

algumas influências no transiente da saída, mas não na sua estabilidade e no seu formato, pois apenas os polos tem essa capacidade.

Resumindo todos os conceitos apresentados ao longo da presente seção, na Figura 22, ilustra-se o diagrama de blocos da malha do barramento cc.

Figura 22 – Malha de Controle Externa da Tensão do Barramento CC.



Fonte: Elaborado pelo autor (2024).

3.3 Supressão das Correntes Circulantes

Como visto, uma das características marcantes do MMC é o surgimento das correntes circulantes nas pernas do conversor. Sendo elas indesejadas, causando perda de eficiência na operação, anular esse fenômeno se mostra uma técnica vantajosa para se implementar. Da forma como o modelo foi construído, as correntes circulantes estão diretamente relacionadas com as variáveis i_d^Σ e i_q^Σ , sendo o objetivo da malha de supressão dessas correntes torná-las zero durante a operação do conversor. De forma semelhante ao que foi realizado para i_d^Δ e para i_q^Δ , retoma-se (2.146) e (2.147), porém com a simplificação demonstrada na Equação (3.2), em que

$$L_{arm} \frac{di_d^\Sigma}{dt} = -\frac{m_d^\Sigma V_{dc}}{2} - R_{arm} i_d^\Sigma + 2\omega i_q^\Sigma \quad (3.40)$$

e

$$L_{arm} \frac{di_q^\Sigma}{dt} = -\frac{m_q^\Sigma V_{dc}}{2} - R_{arm} i_q^\Sigma - 2\omega i_d^\Sigma. \quad (3.41)$$

Fechando as malhas através das ações de controle

$$M_d^\Sigma = -\frac{2}{V_{dc}} \left(-2\omega I_q^\Sigma - k_p^\Sigma I_d^\Sigma + \frac{k_i^\Sigma}{s} (I_d^{\Sigma*} - I_d^\Sigma) \right) \quad (3.42)$$

e com

$$M_q^\Sigma = -\frac{2}{V_{dc}} \left(2\omega I_d^\Sigma - k_p^\Sigma I_q^\Sigma + \frac{k_i^\Sigma}{s} (I_q^{\Sigma*} - I_q^\Sigma) \right), \quad (3.43)$$

chega-se as equações de malha fechada

$$\frac{I_d^\Sigma}{I_d^{\Sigma*}} = \frac{I_q^\Sigma}{I_q^{\Sigma*}} = \frac{\frac{k_i^\Sigma}{L_{arm}}}{s^2 + \frac{R_{arm} + k_p^\Sigma}{L_{arm}}s + \frac{k_i^\Sigma}{L_{arm}}}. \quad (3.44)$$

Assim, aplicando o método de alocação de polos, conclui-se que

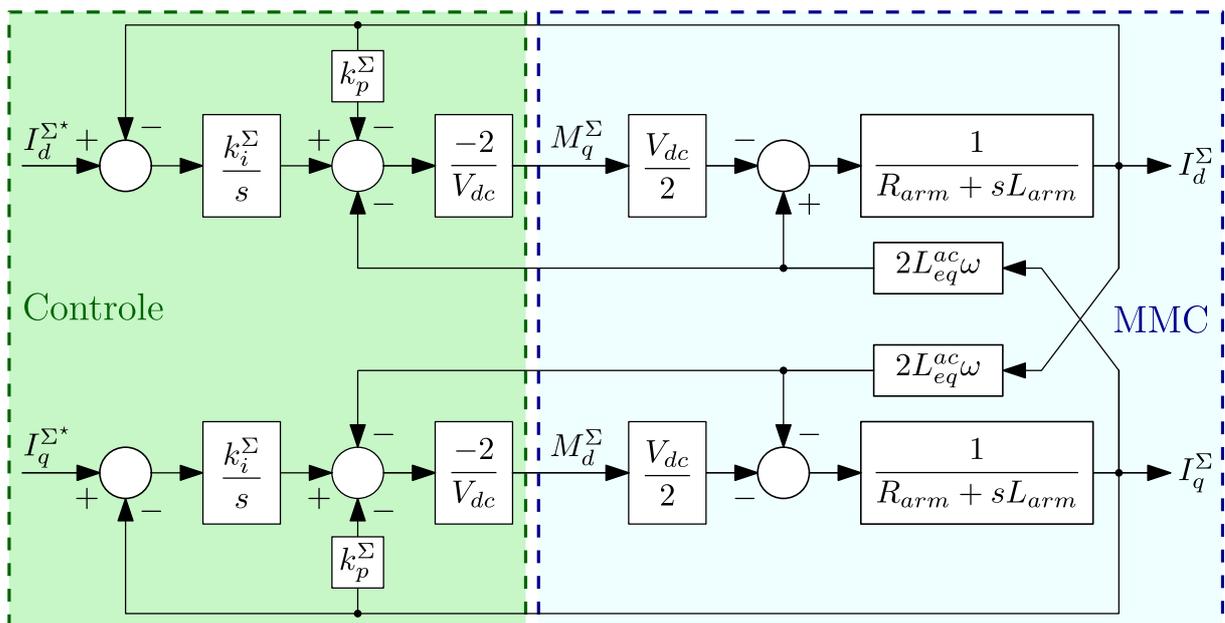
$$k_p^\Sigma = 2\xi\omega_n L_{arm} - R_{arm} \quad (3.45)$$

e

$$k_i^\Sigma = \omega_n^2 L_{arm}. \quad (3.46)$$

Em suma, na forma de diagrama de blocos, o controle implementado para a supressão das correntes circulantes do conversor MMC pode ser visualizado na Figura 23, com as indicações do que representa o modelo matemático do conversor e o seu respectivo controle.

Figura 23 – Malha de Controle dos Estados i_d^Σ e i_q^Σ .



Fonte: Elaborado pelo autor (2024).

3.4 Controle da Corrente de Entrada no Conversor

A corrente de entrada do conversor no lado cc está intrinsecamente relacionada com a componente i_z^Σ do modelo, podendo ser definida por

$$i_{dc} = 3i_z^\Sigma, \quad (3.47)$$

e a não utilização de uma malha de controle para essa componente pode causar a instabilidade do sistema [30]. Dessa forma, retomando (2.148), que representa o comportamento da corrente, porém com a simplificação vista em (3.2), tem-se que

$$L_{arm} \frac{di_z^\Sigma}{dt} = \frac{v_{dc}}{2} - \frac{m_z^\Sigma V_{dc}}{2} - R_{arm} i_z^\Sigma. \quad (3.48)$$

Utilizando uma ação de controle do tipo

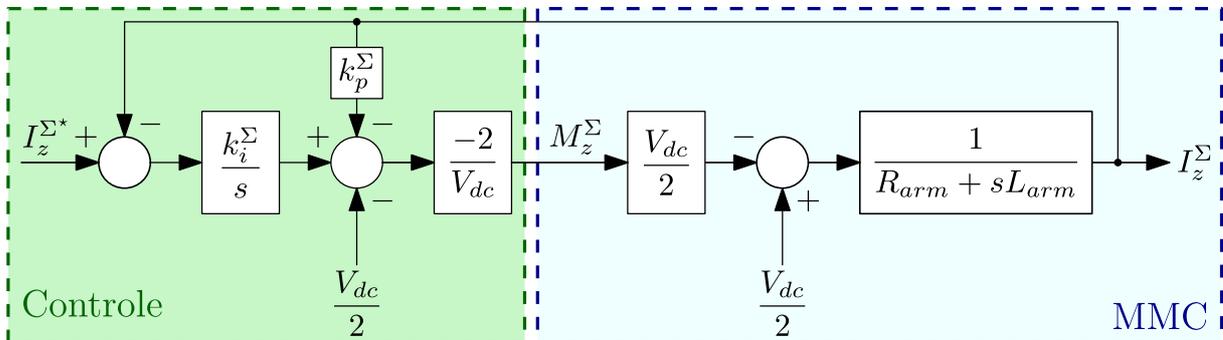
$$M_z^\Sigma = -\frac{2}{V_{dc}} \left(-\frac{V_{dc}}{2} - k_p^\Sigma I_z^\Sigma + \frac{k_i^\Sigma}{s} (I_z^{\Sigma*} - I_z^\Sigma) \right), \quad (3.49)$$

encontra-se que a função de transferência de malha fechada do sistema proposto é

$$\frac{I_z^\Sigma}{I_z^{\Sigma*}} = \frac{\frac{k_i^\Sigma}{L_{arm}}}{s^2 + \frac{R_{arm} + k_p^\Sigma}{L_{arm}}s + \frac{k_i^\Sigma}{L_{arm}}}. \quad (3.50)$$

Pode-se notar que o resultado encontrado se assemelha a (3.44) dos controles para as componentes dq , o que, conseqüentemente, resulta nas mesmas constantes de sintonização dos controladores. Por fim, resume-se a metodologia proposta na Figura 24.

Figura 24 – Malha de Controle do Estado i_z^Σ .



Fonte: Elaborado pelo autor (2024).

3.5 Controle da Energia dos Capacitores dos Submódulos

Naturalmente, a operação do sistema seria capaz de estabilizar a corrente dc a um valor que balancearia o fluxo de potência do conversor, entretanto, com o controle de malha fechada dessa corrente, a necessidade de se estabelecer o valor de referência da malha i_z^Σ interromperia esse balanço [30]. Com isso, utilizando-se da arquitetura em cascata, é proposto uma malha externa para gerar $i_z^{\Sigma*}$ a partir da variação da energia armazenada e liberada pelos capacitores dos submódulos do conversor. Para isso, define-se a variável w_z^Σ , calculada pela expressão

$$w_z^\Sigma = C_{arm} \left(\frac{(v_{Cd}^\Sigma)^2}{2} + \frac{(v_{Cq}^\Sigma)^2}{2} + (v_{Cz}^\Sigma)^2 + \frac{(v_{Cd}^\Delta)^2}{2} + \frac{(v_{Cq}^\Delta)^2}{2} + \frac{(v_{Czd}^\Delta)^2}{2} + \frac{(v_{Czq}^\Delta)^2}{2} \right). \quad (3.51)$$

A Equação (3.51) representa a energia total armazenada em todos os capacitores internos do conversor e a sua variação irá acontecer quando houver uma diferença entre as potências no lado dc e ac do conversor, como visto em

$$\frac{dw_z^\Sigma}{dt} \approx p_{dc} - p_{ac} \approx 3v_{dc}i_z^\Sigma - p_{ac}, \quad (3.52)$$

desconsiderando as perdas nos resistores, da mesma forma como feito para a malha de v_{dc} . Assim, fechando a malha de controle de forma que

$$I_z^\Sigma = \frac{1}{3V_{dc}} \left(\left(k_p^W + \frac{k_i^W}{s} \right) (W_z^{\Sigma*} - W_z^\Sigma) \right), \quad (3.53)$$

chega-se a um sistema com função de transferência de malha fechada de equação

$$\frac{W_z^\Sigma}{W_z^{\Sigma*}} = \frac{k_p^W s + k_i^W}{s^2 + k_p^W s + k_i^W}, \quad (3.54)$$

em que, de acordo com a alocação de polos, os ganhos do controlador PI serão calculados por

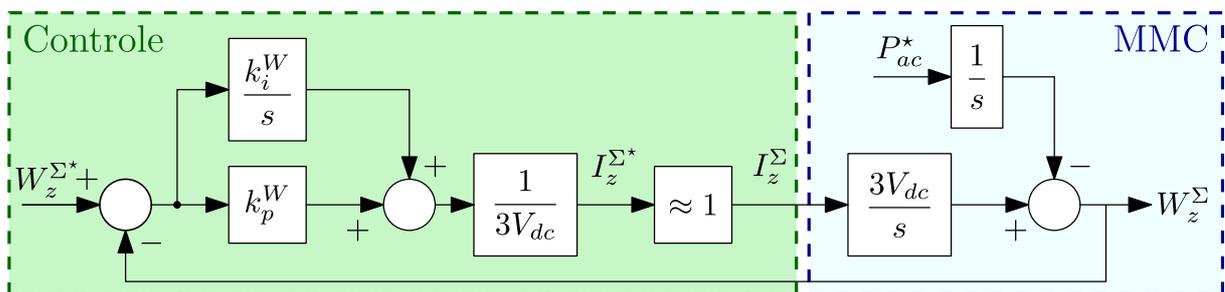
$$k_p^W = 2\xi\omega_n \quad (3.55)$$

e por

$$k_i^W = \omega_n^2. \quad (3.56)$$

Em resumo, a malha externa de controle da energia dos capacitores internos do MMC pode ser visualizado na Figura 25, assim como a sua relação com a malha interna.

Figura 25 – Malha de Controle Externa da Energia Armazenada dos Capacitores.

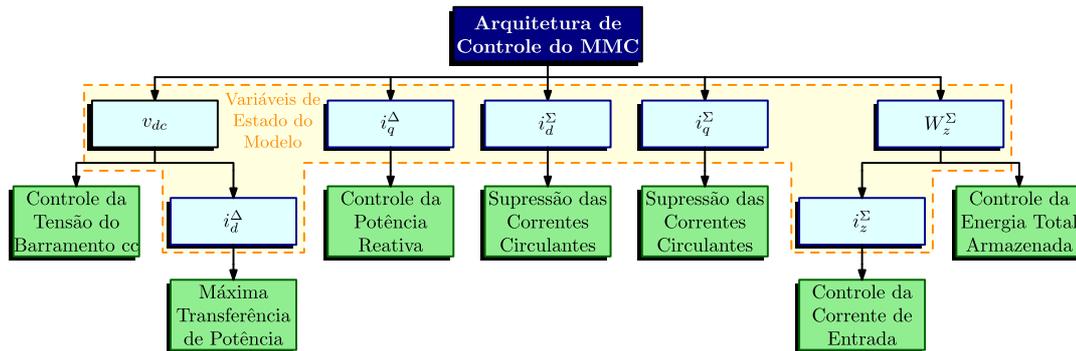


Fonte: Elaborado pelo autor (2024).

3.6 Comentários acerca da Arquitetura de Controle

As malhas de controle das seções anteriores podem ser visualizadas na Figura 26, em que se observa a relação entre cada variável e o objetivo ao serem controladas.

Figura 26 – Malha de Controle Externa da Energia Armazenada dos Capacitores.



Fonte: Elaborado pelo autor (2024).

Como é discutido em Freytes (2018), a arquitetura de controle mais básica envolvendo conversores MMC envolve as malhas das correntes na rede, de forma controlar a potência transferida à rede. Entretanto, como já mostrado e discutido ao longo do trabalho, para garantir melhor eficiência e desempenho do sistema, é recomendável a utilização de um Controle de Supressão das Correntes Circulantes (CCSC), que basicamente se resume às malhas desenvolvidas para as variáveis i_d^Σ e i_q^Σ introduzidas na Seção 3.3. Ao se determinar as referências $i_d^{\Sigma*}$ e $i_q^{\Sigma*}$ iguais a zero, o próprio controle será capaz de eliminar essas indesejadas correntes, quando devidamente realizado.

Por outro lado, olhando pelo foco da estabilidade do sistema, a não inserção das malhas de controle para as variáveis i_z^Σ e W_z^Σ podem provocar efeitos indesejados no sistema, fazendo com que as interações do conversor com as barras cc e ca tornem o sistema instável. Para melhoria dessas características, são adicionadas as duas malhas referentes a essas variáveis e compondo assim, o que é denominado por Controle Baseado em Energia #1 [30] e, no caso do presente trabalho, foi incrementado com a malha de controle da tensão do barramento cc. Entretanto, pode-se notar que nem todas as variáveis de estado do modelo foram consideradas separadamente na arquitetura de controle. As componentes dqz das diferenças e médias das tensões dos capacitores foram concentradas apenas na variável w_z^Σ , impossibilitando o controle sobre eventuais desequilíbrios entre os capacitores do conversor.

3.7 Simulação Computacional

De forma a consolidar os resultados encontrados no projeto dos controladores e permitir análises sobre os conceitos introduzidos ao longo do capítulo, foi realizada uma simulação computacional do conversor MMC no *software* PSIM.

3.7.1 Parâmetros de Simulação

Para a simulação, foram utilizados os mesmos parâmetros utilizados na simulação em malha aberta, que pode ser visualizada na Tabela 3. A partir desses valores, encontra-se os parâmetros dos controladores PI, conforme as Equações (3.22), (3.23), (3.38), (3.39), (3.45), (3.46), (3.55) e (3.56), sendo eles apresentados na Tabela 5.

Tabela 5 – Parâmetros dos Controladores PI.

Parâmetro	Valor
k_p^Δ	969,16 V/A
k_i^Δ	2 830 056,48 V/As
k_p^{dc}	23,34 s ⁻¹
k_i^{dc}	136,14 s ⁻²
k_p^Σ	569,54 V/A
k_i^Σ	1 664 338,69 V/As
k_p^W	233,36 s ⁻¹
k_i^W	13 614,22 s ⁻²

Fonte: Elaborado pelo autor (2024).

O projeto dos controladores foi realizado determinando um coeficiente de amortecimento unitário, isto é, $\xi = 1$ para todas as malhas, de forma a minimizar o sobressinal, porém com a maior velocidade de resposta. Já o valor da frequência natural do sistema foi determinado a partir de (3.15), após a determinação do tempo de subida requerido para a saída do sistema. Dessa forma, sabendo que, para a arquitetura em cascata, as malhas internas devem ser mais rápidas do que as externas, para as malhas referentes às variáveis i_d^Δ , i_q^Δ , i_d^Σ , i_q^Σ e i_z^Σ foi considerado um $t_s = 1$ ms. Por outro lado, para as malhas externas, o valor de t_s referente à malha de v_{dc} foi 500 ms, enquanto a malha de W_z^Σ foi projetada para um $t_s = 50$ ms.

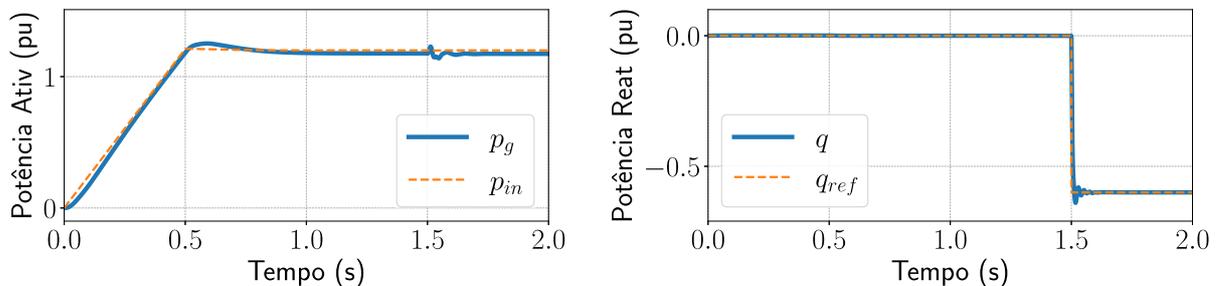
3.7.2 Resultados da Simulação

A seguir, serão apresentados resultados das simulações realizadas para análise do modelo desenvolvido e do projeto de controle estudado ao longo do trabalho. As simulações foram realizadas definindo uma injeção de potência ao sistema pela fonte de corrente, com um subida em rampa até atingir um patamar constante em 0,5s. Além disso, também se determinou a potência reativa injetada na rede pelo conversor a partir do tempo 1,5s. Os outros valores de referências presentes nas malhas de controle serão constantes ao longo das análises e simulações, sendo eles $v_{dc}^* = 1 pu$, $i_d^{\Sigma*} = 0$, $i_q^{\Sigma*} = 0$ e $W_z^{\Sigma*} = 0,409 pu$. Tal

valor para $W_z^{\Sigma^*}$ foi determinado a partir da substituição em (3.51) dos valores de tensão dos capacitores em dqz .

Na Figura 27, visualizam-se as curvas para as potências de referência e injetada na rede pelo conversor, sendo a potência injetada instantânea p_{in} definida pela multiplicação entre a corrente i_s e a tensão do barramento de corrente contínua v_{dc} . Com isso, conforme discutido, espera-se que o conversor transfira essa potência para a rede após o sistema atingir o equilíbrio. O valor de p_g representa essa grandeza e o seu valor ao longo do tempo rastreia com sucesso a potência injetada. Nota-se que há uma pequena diferença entre essas variáveis, mesmo em regime permanente, explicado pelas perdas nas resistências internas do conversor e da rede. Já no caso da potência reativa, o conversor também é capaz de entregar o valor requisitado conforme a referência estabelecida.

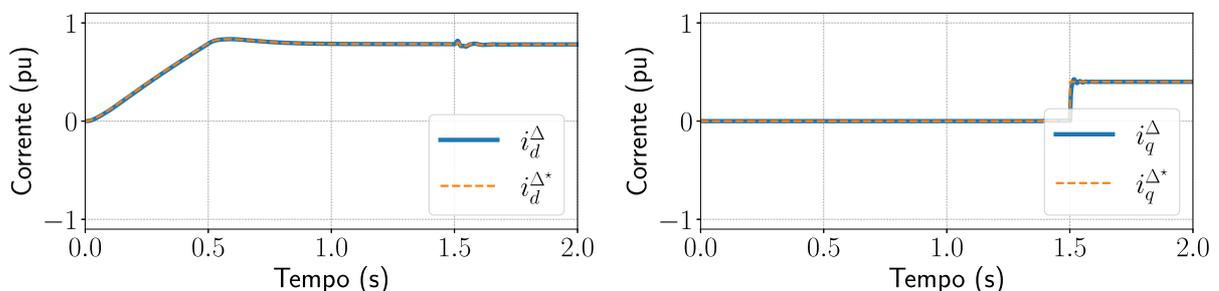
Figura 27 – Potências Ativa e Reativa Injetadas na Rede pelo Conversor.



Fonte: Elaborado pelo autor (2024).

Dessa forma, como foi visto em (3.30) e em (3.31), os valores de i_d^Δ e i_q^Δ são proporcionais à essas potências pelo fator $\pm \frac{3v_d^G}{2}$, desde que v_q^G seja nulo. Por tanto as correntes na rede devem apresentar comportamento semelhante às potências injetadas, é o que pode ser analisado ao se visualizar a Figura 28.

Figura 28 – Componentes dq das Correntes Injetadas na Rede.

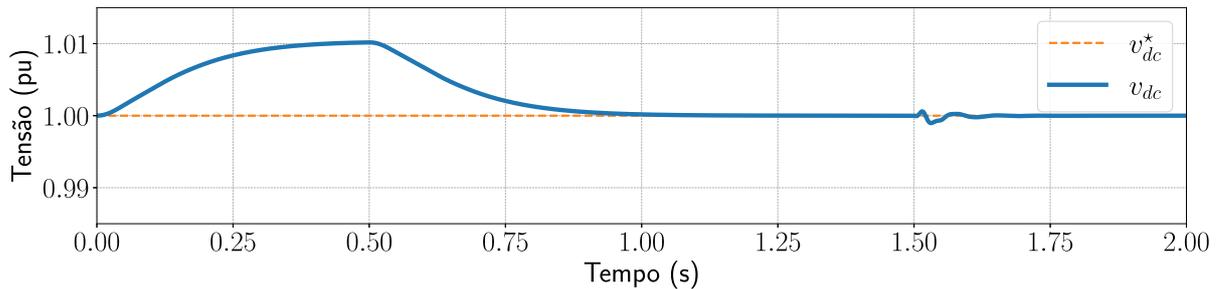


Fonte: Elaborado pelo autor (2024).

O balanço de energia no sistema pode ser analisado baseando-se em quatro elementos principais: (i) a fonte de potência e corrente; (ii) o capacitor do barramento cc; (iii) os

capacitores internos dos submódulos; e (iv) a rede. No momento em que se aumenta a injeção de potência no sistema pela fonte, devido a inércia da rede e do conversor, essa energia, inicialmente, tende a ser armazenada no capacitor do barramento, o que acarreta na sua elevação de tensão. Essa diferença é identificada pela malha de tensão externa, que provoca um aumento da referência para a corrente $i_d^{\Delta^*}$ e conseqüentemente da corrente i_d^{Δ} e, depois, da potência injetada na rede p_{in} . Esse comportamento pode ser visualizado na Figura 29.

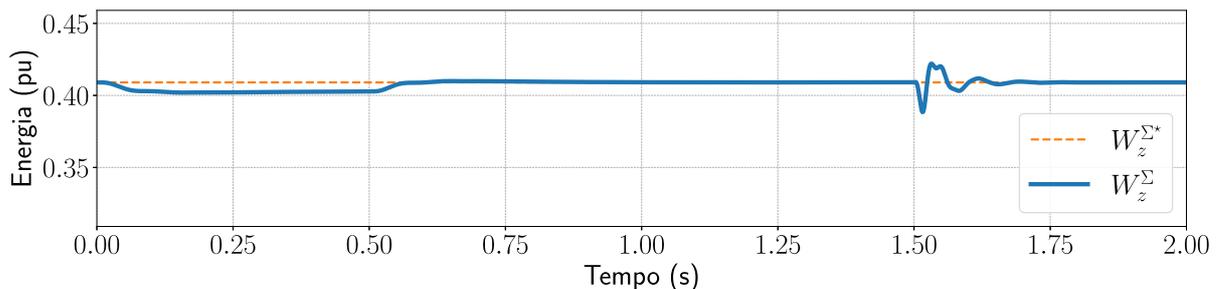
Figura 29 – Tensão do Barramento CC.



Fonte: Elaborado pelo autor (2024).

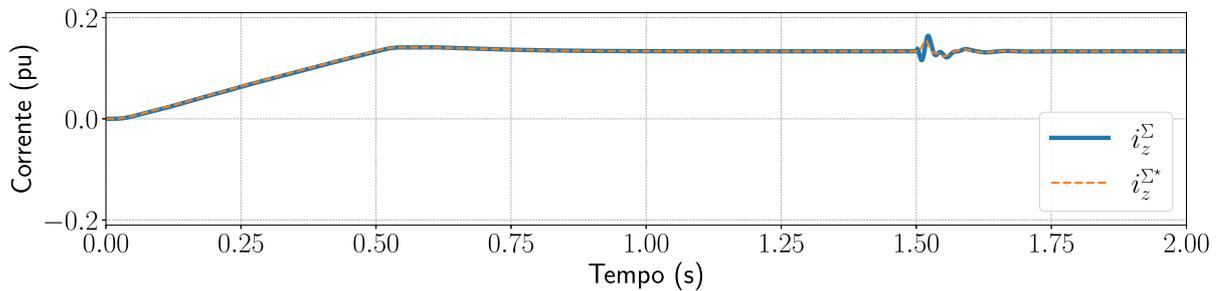
Concomitantemente a esse processo, a energia injetada na rede pelo conversor é, inicialmente, proveniente dos capacitores presentes nos submódulos, representado pelo afundamento em i_z^{Σ} ocorrido no início da Figura 30. A medida em que a malha de controle externa relacionada a essa variável identifica uma diferença entre o valor atual e a referência, a corrente de entrada no conversor i_{dc} é ajustada para fornecer o equilíbrio ao longo de todo o sistema. Com isso, até que se haja uma mudança nas propriedades, entradas ou distúrbios do sistema, o balanço de energia foi rastreado pelo controle, transmitindo toda potência fornecida pela fonte para a rede. O valor de i_z^{Σ} representado na Figura 31. Nota-se que o valor de i_z^{Σ} possui um pequeno atraso em relação, explicado pelo balanço de energia do sistema.

Figura 30 – Energia Total Armazenada pelos Capacitores do Conversor.



Fonte: Elaborado pelo autor (2024).

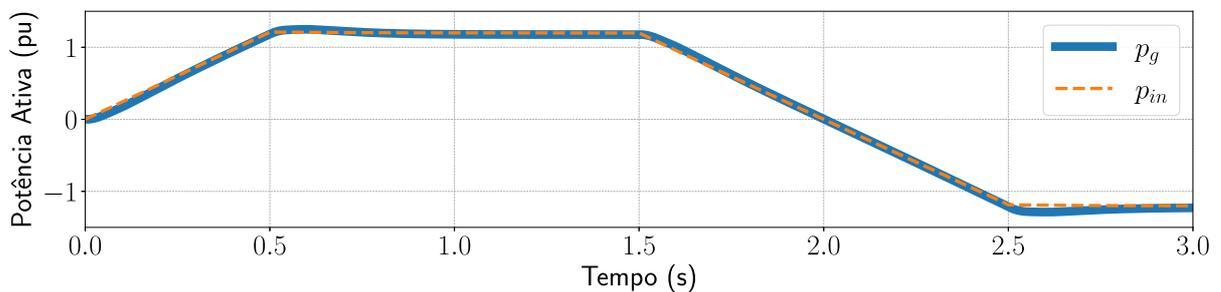
Figura 31 – Componente z das Correntes Circulantes no Conversor.



Fonte: Elaborado pelo autor (2024).

Ressalta-se que essa análise também é válida para o sentido inverso, sendo esse sistema capaz de retirar energia da rede e injetar no lado cc. Para demonstrar essa situação, foi realizada uma outra simulação em que há a inversão do sentido da energia, ilustrada na Figura 32. A partir de 2 s, a fonte de corrente começa a demandar energia da rede através do conversor, mantendo o rastreamento com sucesso.

Figura 32 – Simulação com Potência Fornecida pela Rede.

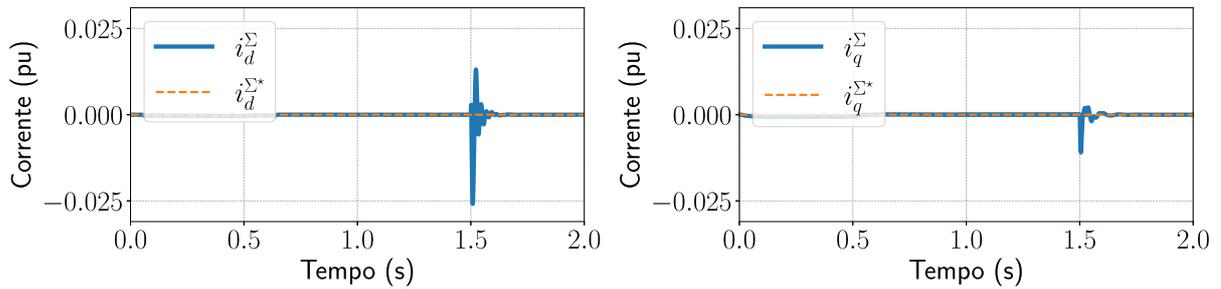


Fonte: Elaborado pelo autor (2024).

Voltando à simulação anterior, relembra-se que outro objetivo do projeto de controle desenvolvido é eliminar as correntes circulantes nos braços do conversor. A partir da Transformação de Park, as variáveis diretamente relacionadas com essa variável são representadas pelas correntes i_d^{Σ} e i_q^{Σ} , que foram anuladas com sucesso pelas suas respectivas malhas de controle. Esses resultados podem ser vistos na Figura 33, em que os valores sempre se mantiveram próximos a 0.

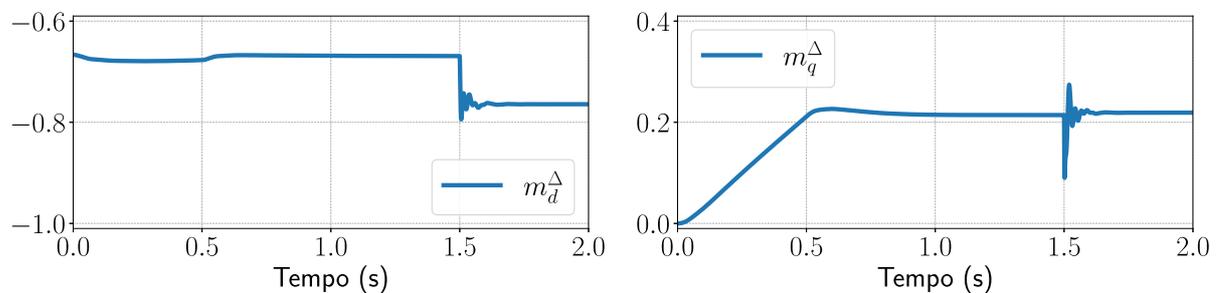
A partir do início de injeção de potência reativa, nota-se um pequeno transitório em praticamente todas as variáveis do sistema. A Equação (2.157) mostra que as tensões v_m no modelo médio do conversor não são totalmente independentes de outras malhas, o que explica o resultado encontrado para a potência reativa, assim como para outras distorções ao longo da simulação. Nas Figuras 34, 35 e 36, são ilustrados as curvas dos cinco índices de modulação do modelo. Nota-se que há uma dependência entre essas variáveis, em que

Figura 33 – Componentes dq das Correntes Circulantes no Conversor.



Fonte: Elaborado pelo autor (2024).

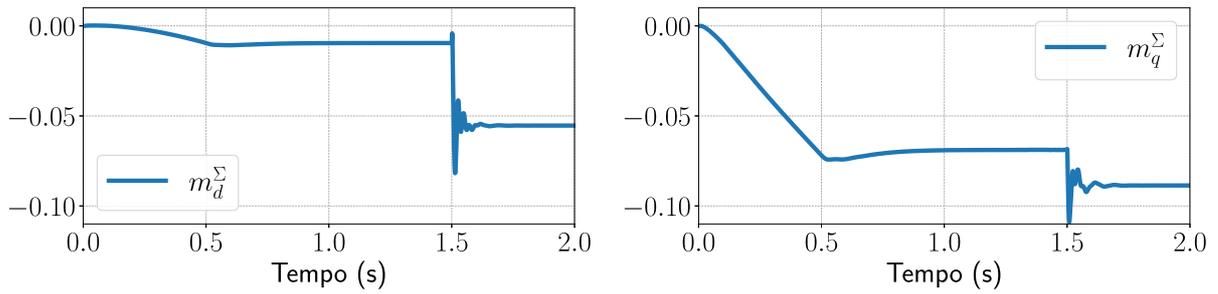
a alteração de uma delas promove transientes nas demais, como no tempo 1,5s. Além disso, ao se analisar as curvas apresentadas para m_d^Δ e m_q^Δ e comparar com as de i_d^Δ e i_q^Δ na Figura 28, é possível perceber uma semelhança cruzada entre o índice de modulação no eixo d com a corrente no eixo q , bem como vice-versa. Esse comportamento é explicado pelo acoplamento entre as malhas, conforme expresso nas Equações (3.16) e (3.17), em que, por exemplo, uma alteração na corrente i_d^Δ terá mais influência sobre o índice de modulação m_q^Δ do que sobre o m_d^Δ , assim com para i_q^Δ .

Figura 34 – Componentes dq dos Índices de Modulação Δ .

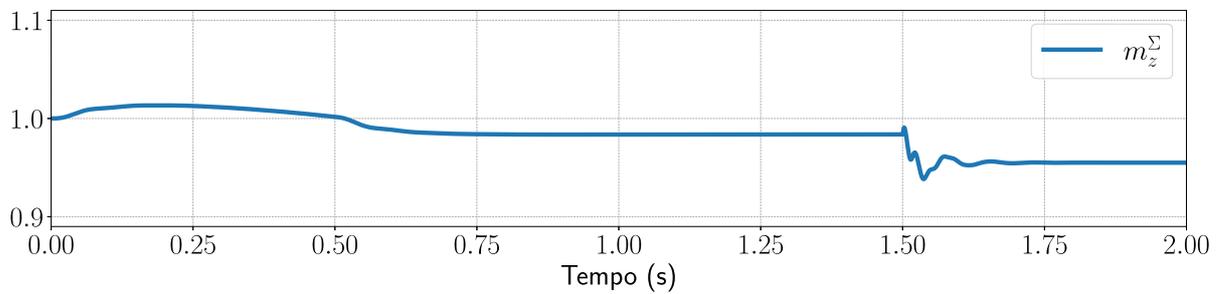
Fonte: Elaborado pelo autor (2024).

Comumente em eletrônica de potência, os conversores apresentam sobremodulação quando os índices de modulação do conversor ultrapassam o valor 1 em módulo. Nota-se que isso acontece com m_z^Σ , porém, nesse caso, a análise se torna mais complexa devido ao valor do índice de modulação relacionado às fontes de tensão do modelo médio serem relacionadas diretamente às variáveis do tipo U e L . Assim, verificando os valores de m_{abc}^U e m_{abc}^L , que representam no modelo a média de submódulos inseridos em cada braço do conversor, esses valores são limitados inferiormente a 0 e superiormente a 1. Nas Figuras 37 e 38 essa variáveis podem ser visualizadas e como conclusão vê-se que os limites não foram atingidos.

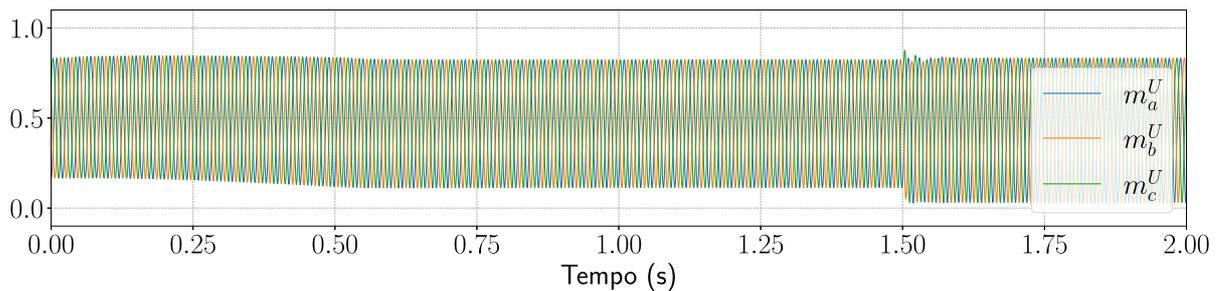
Tendo já analisado os resultados para as correntes, índices de modulação, potência

Figura 35 – Componentes dq dos Índices de Modulação Σ .

Fonte: Elaborado pelo autor (2024).

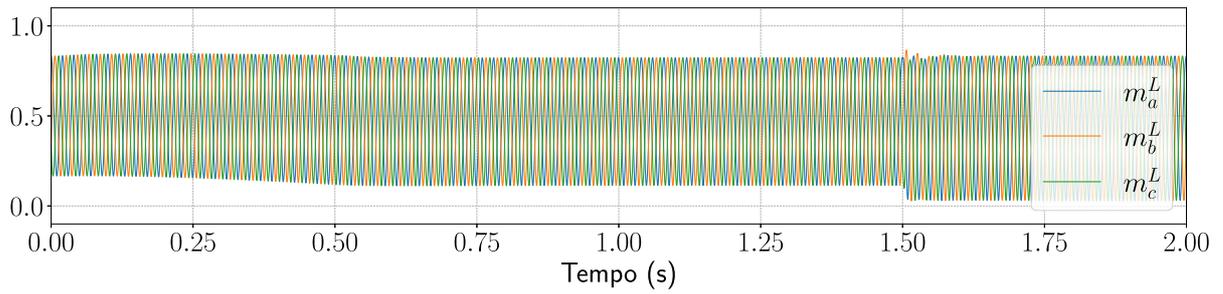
Figura 36 – Componente z dos Índices de Modulação Σ .

Fonte: Elaborado pelo autor (2024).

Figura 37 – Índices de Modulação U em abc.

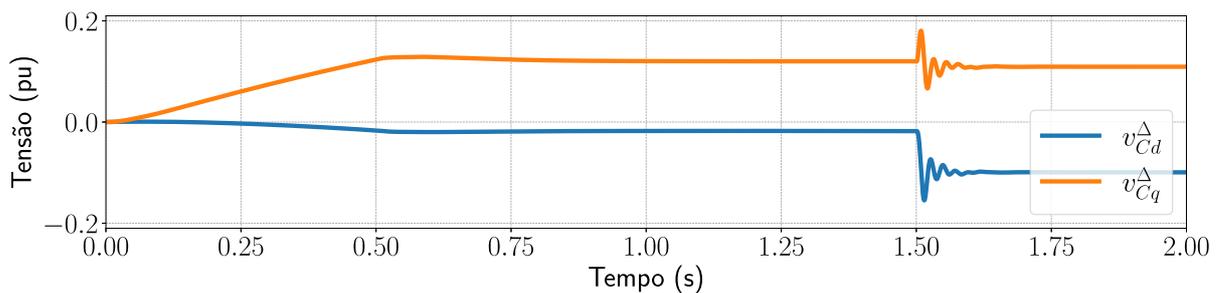
Fonte: Elaborado pelo autor (2024).

injetada e etc, resta especificar o comportamento das tensões nos capacitores dos submódulos e das tensões moduladas ao longo da simulação. Da forma como foi projetado o controle, o único elemento relacionado a essas tensões é a energia total armazenada nesses capacitores, representado pela variável w_z^Σ . Entretanto, essa metodologia que analisa apenas a soma total, não permite o controle de cada variável separadamente. Idealmente, o valor de $v_{C_z}^\Sigma$ deveria permanecer próximo de $1 pu$, enquanto as outras tensões de 0, garantindo que todos os capacitores trabalhem de forma mais equilibrada entre eles, mantendo a energia

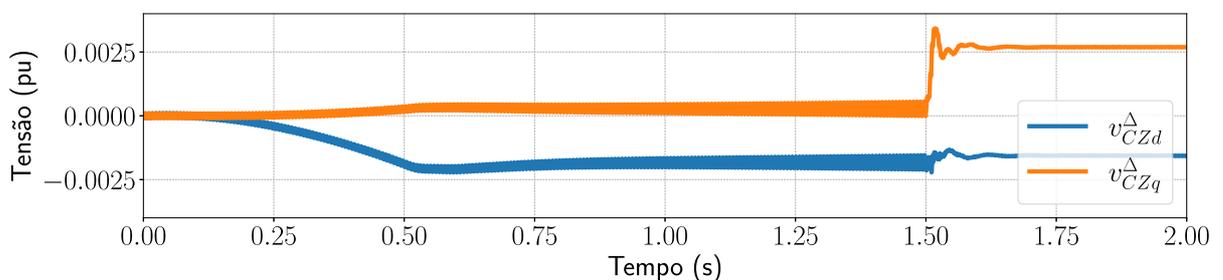
Figura 38 – Índices de Modulação L em abc.

Fonte: Elaborado pelo autor (2024).

distribuída uniformemente. Nas Figuras 39, 40, 41 e 42 são demonstrados os resultados da simulação, em que pode-se notar que realmente houve um pequeno desequilíbrio entre os capacitores, porém sem comprometer os macro-objetivos do sistema.

Figura 39 – Componentes d e q da Diferenças de Tensão dos Capacitores dos Submódulos.

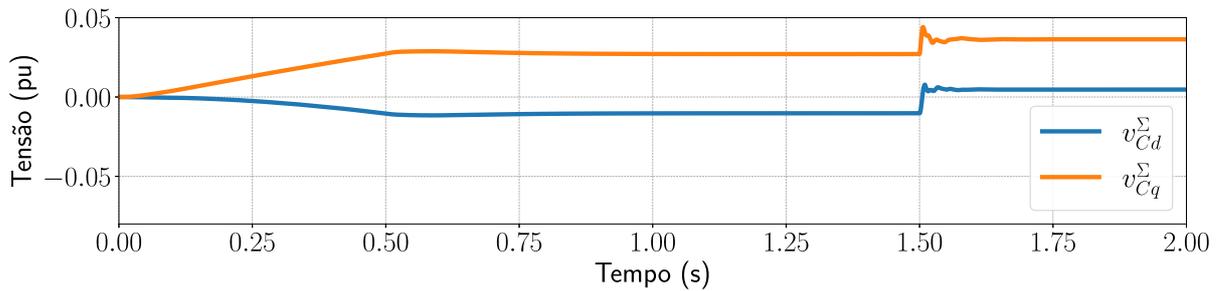
Fonte: Elaborado pelo autor (2024).

Figura 40 – Componentes Zd e Zq da Diferenças de Tensão dos Capacitores dos Submódulos.

Fonte: Elaborado pelo autor (2024).

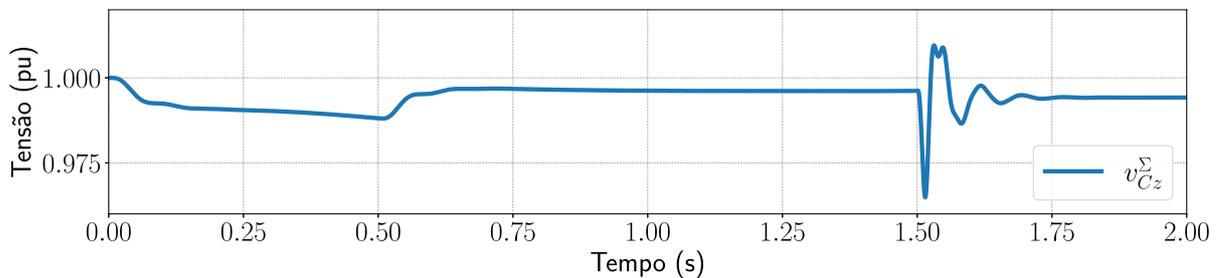
Por outro lado, nas Figuras 43 e 44 estão representadas as tensões moduladas no conversor em abc tanto Δ quanto Σ , apresentando comportamento semelhante às correntes

Figura 41 – Componentes d e q da Média de Tensão dos Capacitores dos Submódulos.



Fonte: Elaborado pelo autor (2024).

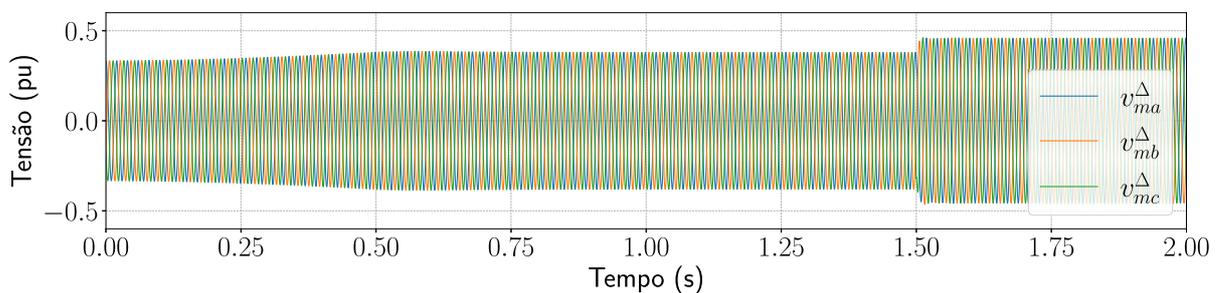
Figura 42 – Componentes z da Média de Tensão dos Capacitores dos Submódulos.



Fonte: Elaborado pelo autor (2024).

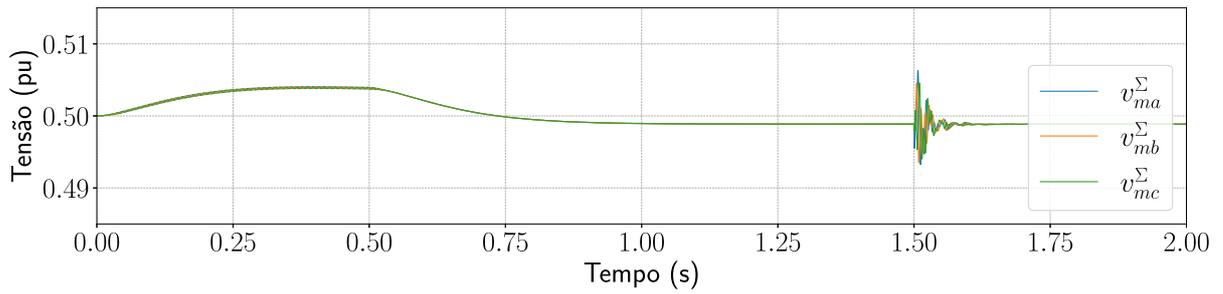
de i_{abc}^{Δ} e i_{abc}^{Σ} , respectivamente. Como pode ser visto pelas Equações (2.42) e (2.43), essa característica era esperada e planejada, pois são essas tensões que ditam o comportamento das correntes no conversor.

Figura 43 – Tensões Moduladas Δ em abc.



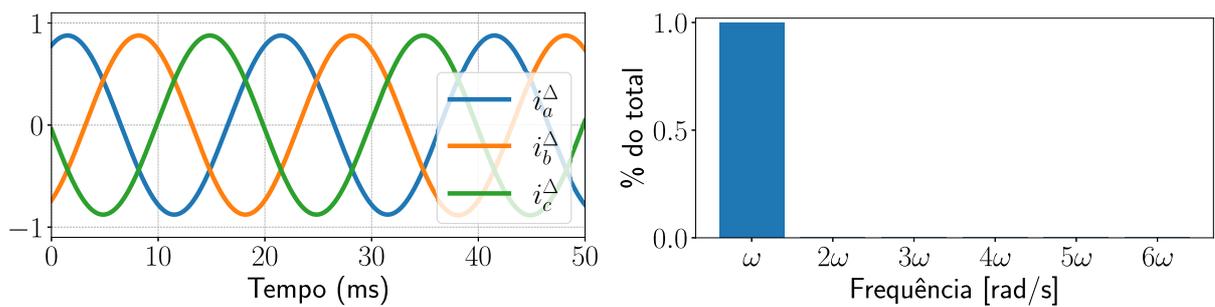
Fonte: Elaborado pelo autor (2024).

Prosseguindo com as análises, fazendo um recorte dos últimos 100 ms da simulação, ou seja, quando o sistema já entrou em regime permanente, é possível visualizar com detalhes as formas de onda no tempo de algumas variáveis do conversor na representação trifásica e alternada. Na Figura 45, são mostradas as correntes a, b e c injetadas na rede,

Figura 44 – Tensões Moduladas Σ em abc.

Fonte: Elaborado pelo autor (2024).

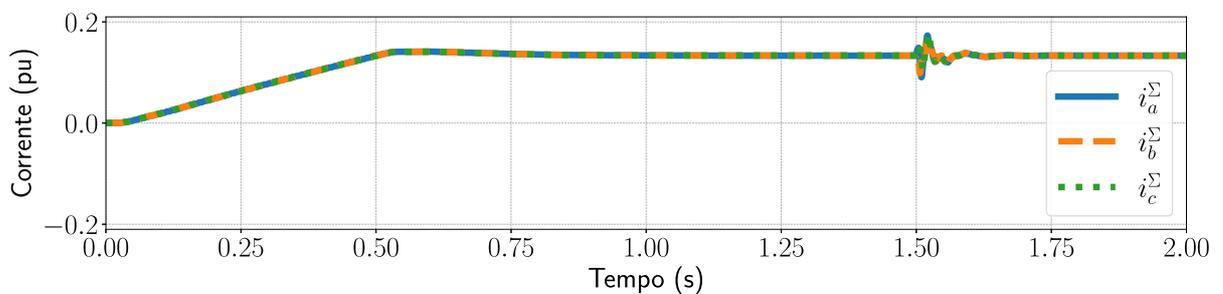
além da sua transformada de fourier, que explicita a presença apenas da componente fundamental.

Figura 45 – Valores Simulados de i_{abc}^{Δ} em Malha Aberta.

Fonte: Elaborado pelo autor (2024).

Já as correntes circulantes podem ser vistas na Figura 46, em que mostra-se a ausência de parcelas oscilatórias consideráveis ao atingir o ponto de equilíbrio, tendo apenas o seu valor constante preponderante.

Figura 46 – Correntes Circulantes em abc.

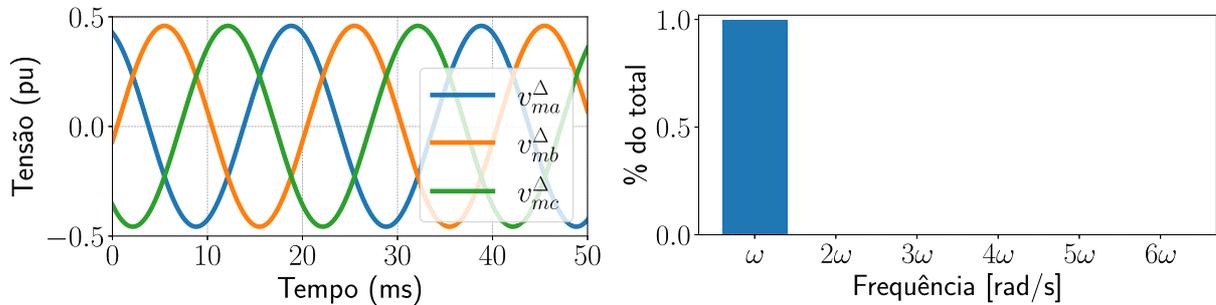


Fonte: Elaborado pelo autor (2024).

Reforçando o que foi visto anteriormente na Figura 43, na Figura 47 estão ilustrados

as tensões moduladas v_{mabc}^{Δ} com mais detalhes, em que é mostrado sua característica senoidal pura, assim como para as correntes i_{abc}^{Δ} .

Figura 47 – Valores Simulados de v_{mabc}^{Δ} em Malha Fechada.



Fonte: Elaborado pelo autor (2024).

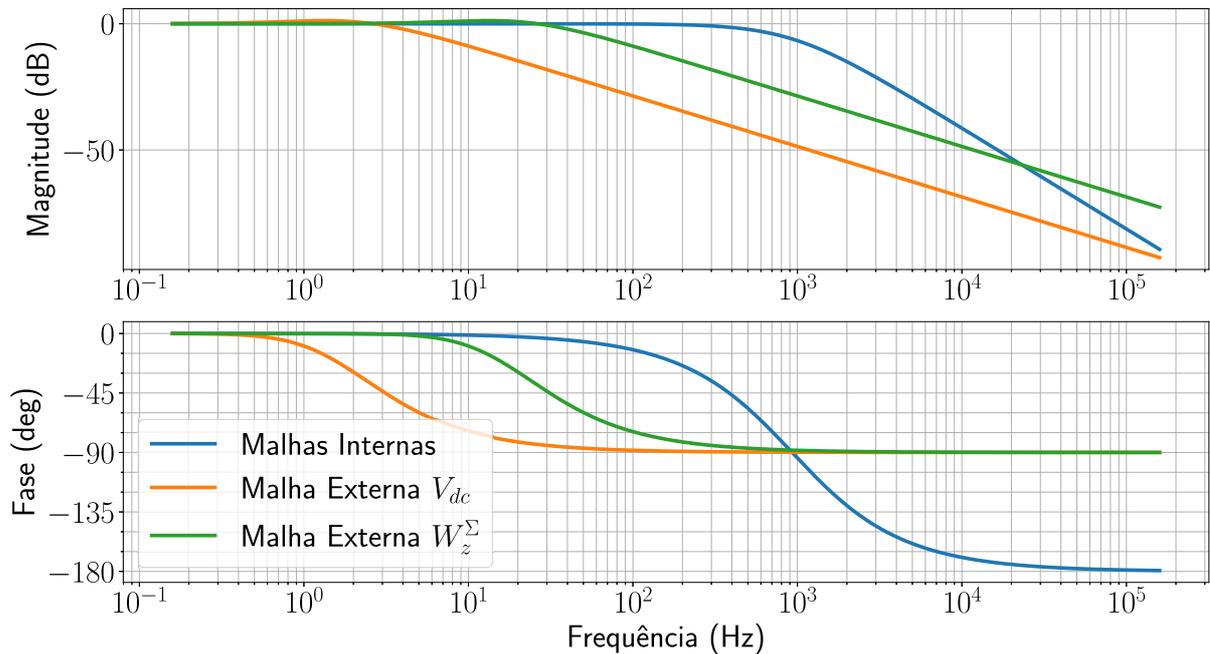
Por fim, ao longo de todos os gráficos apresentados na presente seção, duas características devem ser discutidas. Primeiramente, as variáveis de estado do modelo ao longo do transitório devido a uma variação em degrau na referência de potência apresentam um comportamento diferente do visto na Figura 18 e a alteração em uma variável acarreta em transitório em todos os outros estados do modelo, como pode ser visto principalmente no tempo em que se inicia a injeção de reativo na rede. A principal explicação para esse fenômeno está na matriz vista na Equação (2.159). Durante o projeto dos controladores, devido à aproximação realizada pela Equação (3.2), o acoplamento entre as malhas foram negligenciadas, não sendo realizada nenhuma ação para combater esse fenômeno. Uma solução possível passa pela linearização das equações das tensões moduladas em torno de um ponto de operação, desacoplando-as entre si. Essa metodologia denominada modulação compensada, do inglês *Compensated Modulation* (CM), não foi realizada na arquitetura desenvolvida neste trabalho, pois a estabilidade do sistema não é garantida, da mesma forma como acontece na metodologia UCM [30].

3.7.2.1 Análise das Malhas de Controle

Para o projeto dos controladores em cascata, durante a sintonia dos ganhos proporcional e integral das malhas externas foi considerado que as malhas internas poderiam ser aproximadas por um ganho unitário. Na Figura 48, são apresentadas as respostas em frequência de malha fechada dos sistemas desenvolvidos.

A validação da aproximação realizada é baseada na malha interna ser mais rápida do que as externas, o que pode ser visto no gráfico, já que a banda passante das malhas internas é maior do que as das externas. Complementando esse raciocínio, é possível verificar o valor de magnitude e fase da malha interna nas frequências naturais não amortecidas das malhas de tensão e de energia interna, sendo esses valores $0,999996 \angle -0,2^\circ$ e $0,999600 \angle -2,3^\circ$,

Figura 48 – Resposta em Frequência das Plantas em Malha Fechada.



Fonte: Elaborado pelo autor (2024).

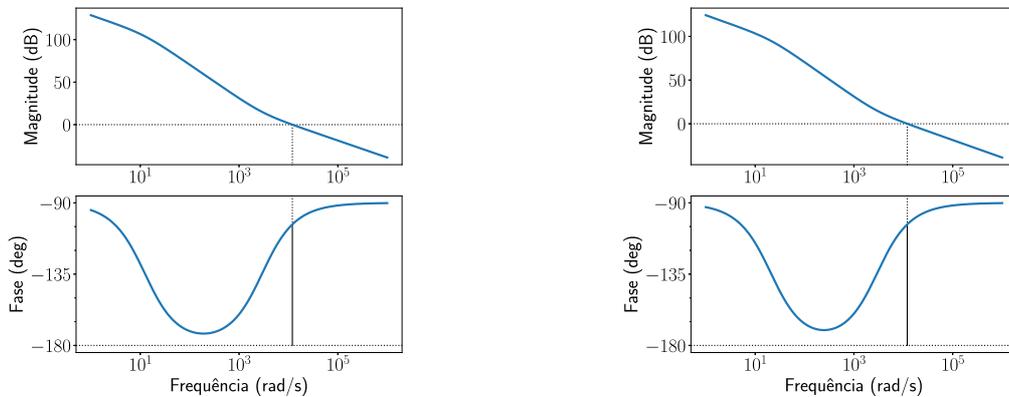
respectivamente. Dessa forma, tanto pela proximidade desses valores ao ganho unitário, quanto pelos resultados satisfatórios encontrados, é possível dizer que a aproximação realizada foi validada.

Por outro lado, sabendo que uma arquitetura de controle é sensível a variações que o próprio sistema sofre ao longo do tempo, a utilização e, conseqüentemente, a deterioração dos componentes podem provocar mudanças no sistema que podem levar à instabilidade, assim a mudança de parâmetros externos que influenciam-no. Para evitar situações como essa, a inserção de controladores deverão estar inseridos em um contexto em que as suas equações em malha aberta apresentem margens de estabilidade adequadas. No caso de caso de funções de transferência em malha aberta estáveis, as margens de ganho e de fase podem ser determinadas através do Diagrama de Bode, que estão representados nas Figuras 49 e 50, para cada malha desenvolvida ao longo do capítulo. Nota-se que, como esperado, as margens de ganho são todas infinitas, pois todos os sistemas são de primeira ou segunda ordem. Já no caso das margens de fase, em todos os casos, elas são positivas e estão acima de 76° . Assim, conclui-se que em ambos os casos, garantem robustez a variações paramétricas.

Voltando à definição das malhas de controle de corrente na rede e de correntes circulantes, algo que se pode notar é que a posição do controlador proporcional não se encontra onde comumente é estudado em teoria de controle. A partir da definição dada pelas Equações (3.19), (3.20), (3.42) e (3.43) para estabelecimento da retroalimentação

Figura 49 – Diagrama de Bode da Função de Transferência de Malha Aberta das Malhas de Controle das Correntes Δ (esquerda) e Σ (direita).

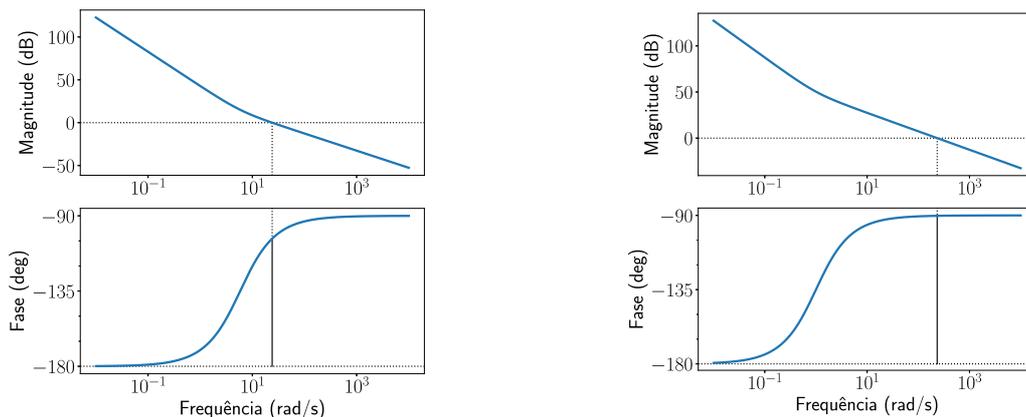
Gm = inf dB (at nan rad/s), Pm = 76.38 deg (at 11995.93 rad/s) Gm = inf dB (at nan rad/s), Pm = 76.40 deg (at 11988.08 rad/s)



Fonte: Elaborado pelo autor (2024).

Figura 50 – Diagrama de Bode da Função de Transferência de Malha Aberta das Malhas de Controle de v_{dc} (esquerda) e de w_z^Σ (direita).

Gm = inf dB (at nan rad/s), Pm = 76.35 deg (at 24.01 rad/s) Gm = inf dB (at nan rad/s), Pm = 89.75 deg (at 233.36 rad/s)



Fonte: Elaborado pelo autor (2024).

negativa das malhas, o termo proporcional não se encontra multiplicando o valor da referência. Matematicamente, isso irá influenciar diretamente na função de transferência de malha fechada do sistema. Na Equação (3.57), está mostrado como seriam a Equação (3.5) caso o termo k_p estivesse multiplicando o sinal de erro.

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{\frac{k_p}{A}s + \frac{k_i}{A}}{s^2 + \left(\frac{B + k_p}{A}\right)s + \frac{k_i}{A}}. \quad (3.57)$$

A única diferença se encontra na inclusão de um zero na posição $s = -\frac{k_i}{k_p}$, cujo impacto, embora não interfira na estabilidade, no comportamento estacionário e no desenho

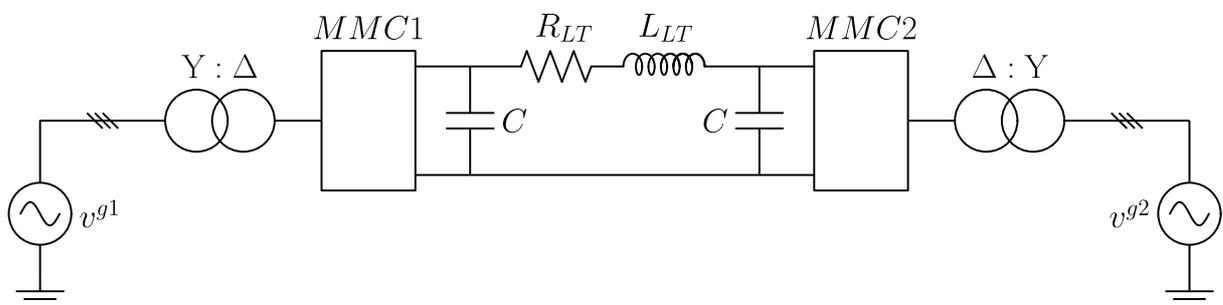
dos controladores de malha, pode provocar alterações transitórias na saída. Esses impactos podem resultar em valores indesejados para o máximo sobressinal e o tempo de acomodação. Uma abordagem elucidativa desse tópico pode ser alcançada por meio de uma análise qualitativa do diagrama de blocos da malha de controle, uma vez que as variações em degrau na entrada do controlador proporcional são, de imediato, transmitidas à ação de controle da planta.

3.7.3 Introdução do Conversor MMC a Linhas HVDC

Após encontrar o modelo médio do conversor MMC utilizando a Transformação de Park, foram desenvolvidas as malhas de controle para as correntes circulantes, injetadas na rede e a de entrada no conversor, bem como da tensão no capacitor do barramento dc e da energia total armazenada nos capacitores do conversor. Com isso, permitiu-se anular as correntes circulantes internas no conversor, controlar a injeção de potência reativa na rede, rastrear a potência injetada por uma fonte de energia de modo a transferir o máximo possível para a rede, e vice versa e controlar a tensão do barramento cc para uma tensão constante. Todas essas características tornam a operação do controlador mais estável e confiável.

Assim, com a teoria de conversores MMC melhor consolidada, é possível demonstrar como ela pode ser utilizada integrando duas redes em corrente alternada e controlando a potência transmitida de uma barra para a outra, realizando, assim, uma transmissão de energia em alta tensão e corrente contínua. Para demonstração, propõe-se uma simples rede com dois conversores, interfaceados por um resistência e uma indução, conforme Figura 51. A conexão das fontes de tensão com os conversores se dá através de transformadores com o enrolamento no lado do conversor conectado em Δ para que não haja caminho para as corrente de sequência zero no sistema.

Figura 51 – Esquema da Linha de Transmissão Detalhado.

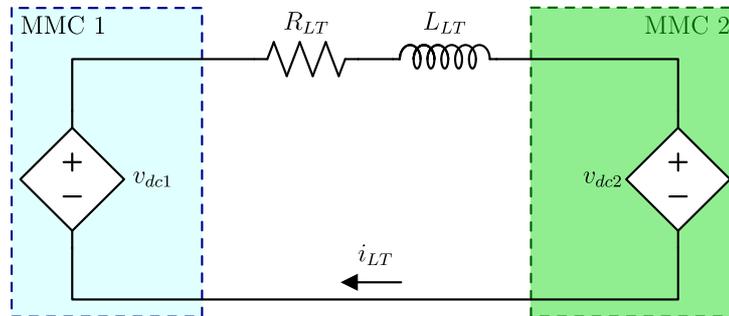


Fonte: Elaborado pelo autor (2024).

Prosseguindo no raciocínio, a transmissão de energia pode ser entendida através de um esquema simplificado, em que os conversores e os capacitores são substituídos por

fontes de tensão controlada, como é ilustrado na Figura 52. Após o transitório, espera-se que os valores das tensões sejam constantes e o indutor pode se interpretado como um curto circuito. Assim, chega-se que a corrente através da linha é dada por

Figura 52 – Esquema da Linha de Transmissão Simplificado.



Fonte: Elaborado pelo autor (2024).

$$i_{LT} = \frac{v_{dc1} - v_{dc2}}{R_{LT}}. \quad (3.58)$$

Dessa forma, sem perda de generalidade, supondo que $V_{dc1} > V_{dc2}$, pode-se dizer que a potência transmitida para da rede 1 para a rede 2 será dada por

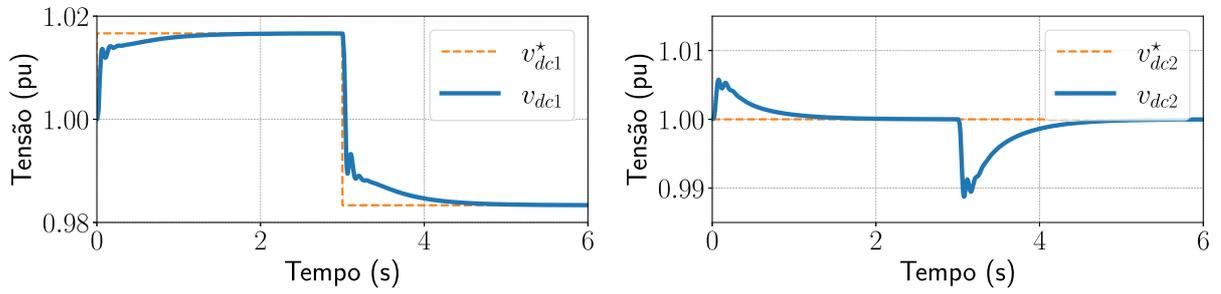
$$p = v_{dc2} \frac{v_{dc1} - v_{dc2}}{R_{LT}}. \quad (3.59)$$

Destaca-se que a transmissão de potência será realizada quando houver diferença de tensão entre os capacitores de cada lado da rede e isso pode ser garantido e controlado através da malha de tensão externa dos conversores MMC. Para se demonstrar isso, foi realizado uma simulação usando os mesmos parâmetros já demonstrados ao longo do presente trabalho, com a exceção de que a tensão de referência do MMC 1 foi alterada ao longo da simulação.

Realizando a simulação, até 3s, colocou-se a referência de tensão em 610 kV. A partir disso, até 6s, determinou-se a referência em 590 kV. Essa dinâmica pode ser visualizada no gráfico a esquerda da Figura 53, em que nota-se o rastreamento da referência sendo feito com sucesso. Para o MMC 2, a referência foi mantida em 600 kV ao longo de toda a simulação.

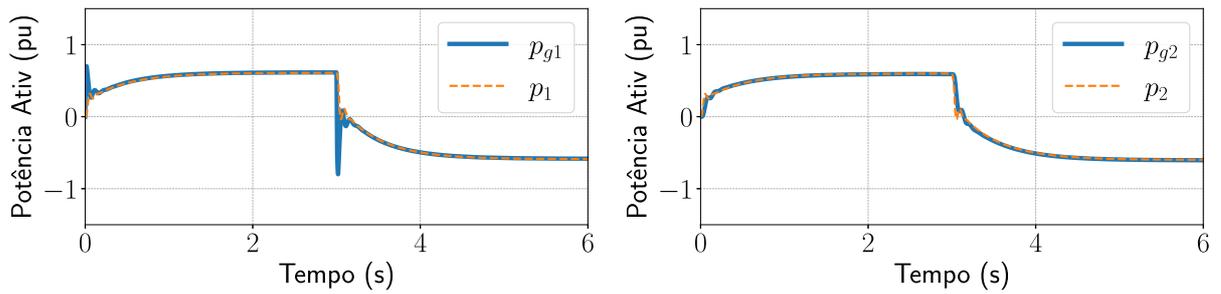
Com a diferença de tensão estabelecida, a transmissão de energia é iniciada e a corrente na linha de transmissão é estabelecida. A esquerda na Figura 54, pode-se visualizar a potência fornecida pela rede 1 — p_{g1} — e a potência fornecida à LT pelo MMC 1 — p_1 . Na mesma figura, à direita é ilustrado a potência injetada no MMC 2 pela linha — p_2 — e a potência fornecida à rede 2 pelo conversor — p_{g2} . Por fim, na Figura 55 mostra-se a corrente i_{LT} na linha de transmissão, corroborando a teoria apresentada.

Figura 53 – Tensões nos Barramentos e suas Referências para cada Conversor na LT.



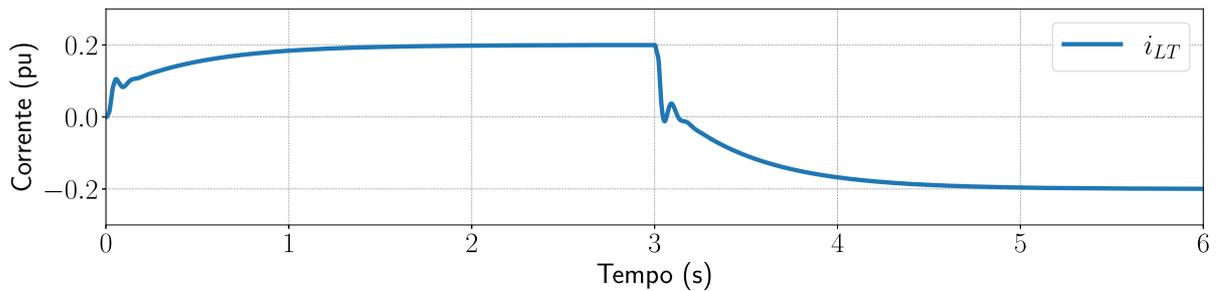
Fonte: Elaborado pelo autor (2024).

Figura 54 – Potências ao longo da Linha de Transmissão.



Fonte: Elaborado pelo autor (2024).

Figura 55 – Corrente na Linha de Transmissão.



Fonte: Elaborado pelo autor (2024).

4 CONCLUSÃO

O presente trabalho teve como principal escopo a investigação e aprofundamento de um modelo matemático invariante no tempo do Conversor Modular Multinível e suas aplicações. Inicialmente, ressalta-se que o MMC possui versatilidade para ser aplicado em diversos contextos, sendo que o enfoque desta pesquisa concentrou-se na sua utilização na transmissão de energia em alta tensão a corrente contínua. Apesar de, atualmente, já existirem outras formas comerciais de empregar esse conversor, ao longo do seu amadurecimento, evidenciou-se que a aplicação de conversores fonte de tensão, em detrimento dos comutados pela linha, poderia superar vários desafios inerentes a esse tema.

Dentre os diversos tipos de Conversores de Fonte de Tensão (VSC), os Conversores Modulares Multiníveis destacaram-se como os mais adequados para a implementação em linhas de transmissão. Sua preferência decorre da capacidade de aumentar os limites de tensão e potência sem introduzir uma complexidade significativa ao sistema. Atualmente, essa tecnologia representa o estado da arte nesse campo, tornando essencial a sua modelagem matemática para compreender o seu comportamento em diferentes cenários.

O desenvolvimento do modelo matemático do conversor permitiu a formulação de um conjunto de equações que descrevem as correntes na rede, as correntes circulantes no conversor e as tensões nos capacitores internos de cada submódulo. Posteriormente, realizou-se uma transformação de variáveis para separar as componentes harmônicas, utilizando as representações em Δ e Σ . Notavelmente, as variáveis em Δ compreendem principalmente harmônicos naturais do sistema, enquanto as em Σ englobam harmônicos de segunda ordem e em sequência negativa, além de uma componente de valor médio.

O ponto central desta dissertação concentrou-se na aplicação das Transformações de Clarke e Park no modelo obtido. Diferentemente de modelos mais simples, a utilização dessas transformações exigiu esforços matemáticos devido às não linearidades presentes nas equações, as quais foram atenuadas por meio de simplificações, manipulações algébricas e transformações vetoriais. Como visto, esses desenvolvimentos não apresentaram impactos significativos no resultados de simulação.

A aplicação dessas transformações revela-se altamente útil em eletrônica de potência, permitindo a aplicação de conceitos clássicos de teoria de controle a modelos complexos. Isso viabiliza a inserção de controladores do tipo Proporcional-Integral (PI) mesmo em circuitos trifásicos em corrente alternada. Com o modelo desenvolvido, foram introduzidas malhas de controle para realizar simulações do funcionamento do conversor. A arquitetura de controle proposta visou melhorar e tornar mais eficiente a transmissão de potência entre os lados de corrente contínua e alternada do sistema.

No que tange ao controle das correntes na rede, as variáveis i_d^Δ e i_q^Δ foram controladas de modo a assegurar a transmissão da potência desejada. A malha de controle para a

tensão v_{dc} foi projetada para estabilizar a tensão no capacitor do barramento, gerando a referência de corrente para a malha de i_d^Δ e, assim, rastreando o ponto de máxima potência no sistema.

Por outro lado, no que concerne às malhas relacionadas às correntes i_d^Σ e i_q^Σ , seu papel está associado à supressão das indesejadas correntes circulantes no conversor. Para aprimorar a estabilidade do sistema, também foi implementado o controle da corrente i_z^Σ , diretamente vinculado à corrente de entrada do conversor e à energia total armazenada nos capacitores internos dos submódulos. A sintonia dos ganhos controladores proporcional e integrativo dessas malhas foi determinada, sendo posteriormente realizada uma simulação computacional. Os resultados obtidos, condizentes com a teoria, comprovaram com êxito a arquitetura de controle e de todos os tópicos discutidos ao longo deste trabalho.

Finalizando, após diversas análises sobre o comportamento do modelo e de seu controle, foi apresentada uma breve introdução sobre a utilização do MMC em redes de transmissão, seguida de outra simulação computacional, em que se mostrou a sua aplicação na conversão da energia para realizar a transmissão em corrente contínua. Com base em todo o exposto, juntamente com as análises realizadas ao longo deste estudo, conclui-se que a investigação desta relevante tecnologia para a engenharia elétrica foi conduzida de maneira satisfatória. A partir disso, são sugeridos alguns temas para trabalhos futuros relacionados ao assunto, como

- averiguar a necessidade dos capacitores em paralelo aos conversores no lado cc;
- estudo de sistemas de HVDC multiterminal utilizando o modelo desenvolvido no trabalho;
- análise da inércia virtual do sistema com o MMC;
- investigação dos efeitos de faltas em componentes internos do conversor;
- análise de faltas na rede, como desequilíbrios, afundamentos/elevações de tensões e variações de frequência;
- verificação da modelagem e da técnica de controle propostas em um protótipo de pequena escala;
- estudo da simulação da linha de transmissão com um conversor como fonte de tensão e outro como fonte de corrente; e
- investigação do controle, utilizando a modulação compensada, além de técnicas de controle robusto e de controladores não-lineares.

REFERÊNCIAS

- 1 V. F. Lescale, “Modern hvdc: state of the art and development trends,” vol. 1, pp. 446–450 vol.1, 1998.
- 2 M. P. Bahrman and B. K. Johnson, “The abcs of hvdc transmission technologies,” *IEEE Power and Energy Magazine*, vol. 5, no. 2, pp. 32–44, 2007.
- 3 J. R. B. L. Ferreira, “Sistema hvdc multiterminal com conversores comutados pela linha e conversores multinível modulares,” 2019.
- 4 D. Jovcic and K. Ahmed, *High-voltage direct-current transmission : converters, systems and DC grids*. John Wiley and Sons, 2015.
- 5 M. A. Abdel-Moamen, S. A. Shaaban, and F. Jurado, “France-spain hvdc transmission system with hybrid modular multilevel converter and alternate-arm converter,” vol. 2017-January, 2017.
- 6 H. Alyami and Y. Mohamed, “Review and development of mmc employed in vsc-hvdc systems,” pp. 1–6, *IEEE*, 4 2017.
- 7 J. Zhou, L. Kou, H. Gu, and L. Zhu, “Key technology of hybrid cascaded uhvdc transmission system,” in *18th International Conference on AC and DC Power Transmission (ACDC 2022)*, vol. 2022, pp. 1273–1278, 2022.
- 8 A. Lesnicar and R. Marquardt, “An innovative modular multilevel converter topology suitable for a wide power range,” in *2003 IEEE Bologna Power Tech Conference Proceedings*, vol. 3, pp. 6 pp. Vol.3–, 2003.
- 9 H. Akagi, “Classification, terminology, and application of the modular multilevel cascade converter (mmcc),” *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 26, no. 11, pp. 3119–3130, 2011.
- 10 R. Zeng, B. Zhao, T. Wei, C. Xu, Z. Chen, J. Liu, W. Zhou, Q. Song, and Z. Yu, “Integrated gate commutated thyristor-based modular multilevel converters: A promising solution for high-voltage dc applications,” *IEEE Industrial Electronics Magazine*, vol. 13, no. 2, pp. 4–16, 2019.
- 11 G. P. Adam, I. Abdelsalam, J. E. Fletcher, G. M. Burt, D. Holliday, and S. J. Finney, “New efficient submodule for a modular multilevel converter in multiterminal hvdc networks,” *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 32, no. 6, pp. 4258–4278, 2017.
- 12 S. Kumar Patro and A. Shukla, “Hybrid phase converter with enhanced efficiency and dc fault tolerant capability for hvdc application,” in *2019 IEEE Energy Conversion Congress and Exposition (ECCE)*, pp. 55–61, 2019.
- 13 P. Mishra and M. M. Bhesaniya, “Comparison of total harmonic distortion of modular multilevel converter and parallel hybrid modular multilevel converter,” in *2018 2nd International Conference on Trends in Electronics and Informatics (ICOEI)*, pp. 890–894, 2018.

- 14 M. A. Perez, S. Ceballos, G. Konstantinou, J. Pou, and R. P. Aguilera, "Modular multilevel converters: Recent achievements and challenges," *IEEE Open Journal of the Industrial Electronics Society*, vol. 2, pp. 224–239, 2021.
- 15 A. Gole, A. Keri, C. Kwankpa, E. Gunther, H. Dommel, I. Hassan, J. Marti, J. Martinez, K. Fehrle, L. Tang, M. McGranaghan, O. Nayak, P. Ribeiro, R. Iravani, and R. Lasseter, "Guidelines for modeling power electronics in electric power engineering applications," *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 12, no. 1, pp. 505–514, 1997.
- 16 D. Maksimovic, A. Stankovic, V. Thottuvelil, and G. Verghese, "Modeling and simulation of power electronic converters," *Proceedings of the IEEE*, vol. 89, no. 6, pp. 898–912, 2001.
- 17 P. Krein, J. Bentsman, R. Bass, and B. Lesieutre, "On the use of averaging for the analysis of power electronic systems," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 5, no. 2, pp. 182–190, 1990.
- 18 G. Bergna-Diaz, J. Freytes, X. Guillaud, S. D'Arco, and J. A. Suul, "Generalized voltage-based state-space modeling of modular multilevel converters with constant equilibrium in steady state," *IEEE Journal of Emerging and Selected Topics in Power Electronics*, vol. 6, no. 2, pp. 707–725, 2018.
- 19 Y. Song, Y. Chen, S. Huang, Z. Yu, and Y. Qiao, "Average value model of grid side converter in pmsg for system-level studies," *The Journal of Engineering*, vol. 2017, no. 13, pp. 1799–1803, 2017.
- 20 G. C. d. Oliveira, *Avanços em sistemas de transmissão multi-terminais hvdc: controles não-lineares para conversores modulares multiníveis*. PhD thesis, Universidade de Sao Paulo, Agencia USP de Gestao da Informacao Academica (AGUIA).
- 21 J. Wang, R. Burgos, and D. Boroyevich, "Switching-cycle state-space modeling and control of the modular multilevel converter," *IEEE Journal of Emerging and Selected Topics in Power Electronics*, vol. 2, no. 4, pp. 1159–1170, 2014.
- 22 P. Münch, S. Liu, and M. Dommaschk, "Modeling and current control of modular multilevel converters considering actuator and sensor delays," in *2009 35th Annual Conference of IEEE Industrial Electronics*, pp. 1633–1638, 2009.
- 23 S. Rohner, J. Weber, and S. Bernet, "Continuous model of modular multilevel converter with experimental verification," in *2011 IEEE Energy Conversion Congress and Exposition*, pp. 4021–4028, 2011.
- 24 M. Vatani, M. Hovd, and M. Saeedifard, "Control of the modular multilevel converter based on a discrete-time bilinear model using the sum of squares decomposition method," *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 30, no. 5, pp. 2179–2188, 2015.
- 25 K. Haridas, S. Khandelwal, and A. Das, "Three phase to single phase modular multilevel converter using full bridge cells," in *2016 IEEE International Conference on Power Electronics, Drives and Energy Systems (PEDES)*, pp. 1–5, 2016.

- 26 A. Yadav, S. N. Singh, and S. P. Das, “Modular multi-level converter topologies: Present status and key challenges,” in *2017 4th IEEE Uttar Pradesh Section International Conference on Electrical, Computer and Electronics (UPCON)*, pp. 280–288, 2017.
- 27 H. Yang, Y. Chen, W. Li, X. He, W. Sun, Y. Chi, and Y. Li, “Average-value model of modular multilevel converters considering capacitor voltage,” in *2016 IEEE Applied Power Electronics Conference and Exposition (APEC)*, pp. 1462–1467, 2016.
- 28 A. Alesina and M. Venturini, “Solid-state power conversion: A fourier analysis approach to generalized transformer synthesis,” *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, vol. 28, no. 4, pp. 319–330, 1981.
- 29 L. A. M. Lima. PhD thesis.
- 30 J. Freytes, *Small- signal stability analysis of Modular Multilevel Converters and application to MMC –based Multi-Terminal DC grids*. Theses, Ecole Centrale de Lille, Dec. 2017.
- 31 C. K. Alexander and M. Sadiku, *Fundamentos de Circuitos Eléctricos*. Mar. 2013.
- 32 B. C. Paucar, *Sistema HVDC Baseado em Conversores Multinível Modulares*. PhD thesis, UFRJ/COPPE/Programa de Engenharia Eléctrica, 2014.
- 33 C. J. O’Rourke, M. M. Qasim, M. R. Overlin, and J. L. Kirtley, “A geometric interpretation of reference frames and transformations: dq0, clarke, and park,” *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 34, no. 4, pp. 2070–2083, 2019.
- 34 J. L. Boldrini, *Algebra linear / Jose Luiz Boldrini... [et al.]*. -. São Paulo :: Harbra,, 3.ed. ed., c1986. Bibliografia: p. [406].
- 35 J. A. Houldsworth and D. A. Grant, “The use of harmonic distortion to increase the output voltage of a three-phase pwm inverter,” *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. IA-20, no. 5, pp. 1224–1228, 1984.
- 36 M. Vasiladiotis and A. Rufer, “Fictive axis emulator-based state feedback vector current control for single-phase voltage source converters,” in *IECON 2013 - 39th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society*, pp. 773–778, 2013.
- 37 B. A. S. R. M. Castrucci, Plínio Benedicto de Lauro, *Controle Automático*. Rio de Janeiro: LTC, 2018.
- 38 S. A. Bhatti, S. A. Malik, and A. Daraz, “Comparison of p-i and i-p controller by using ziegler-nichols tuning method for speed control of dc motor,” in *2016 International Conference on Intelligent Systems Engineering (ICISE)*, pp. 330–334, 2016.
- 39 K. Ogata, *Engenharia de Controle Moderno*. Pearson Universidades, 2010.
- 40 F. Z. Peng and J.-S. Lai, “Generalized instantaneous reactive power theory for three-phase power systems,” *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, vol. 45, no. 1, pp. 293–297, 1996.
- 41 S.-K. Chung, “A phase tracking system for three phase utility interface inverters,” *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 15, no. 3, pp. 431–438, 2000.

- 42 S. Golestan, J. M. Guerrero, and J. C. Vasquez, “Three-phase plls: A review of recent advances,” *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 32, no. 3, pp. 1894–1907, 2017.
- 43 A. Yazdani and R. Iravani, *Voltage-Sourced Converters in Power Systems: Modeling, Control, and Applications*. IEEE Press, Wiley, 2010.
- 44 A. S. Badawi, N. F. Hasbullah, S. H. Yusoff, A. Hashim, S. Khan, and A. M. Zyoud, “Paper review: maximum power point tracking for wind energy conversion system,” in *2020 2nd International Conference on Electrical, Control and Instrumentation Engineering (ICECIE)*, pp. 1–6, 2020.
- 45 Z. Alqarni, “Maximum power point tracking for solar photovoltaic system using synchronous reference frame theory,” in *2021 IEEE 12th Annual Information Technology, Electronics and Mobile Communication Conference (IEMCON)*, pp. 0811–0819, 2021.