

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA  
FACULDADE DE ECONOMIA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ECONOMIA**

**Matheus Pereira Ribeiro**

**ENSAIOS SOBRE CRESCIMENTO E INTERRELAÇÃO ENTRE REGIÕES**

Juiz de Fora

2024

**Matheus Pereira Ribeiro**

**Ensaio sobre crescimento e interrelação entre regiões**

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Economia da Universidade Federal de Juiz de Fora, na área de concentração Microeconomia Aplicada, como requisito parcial para obtenção do título de Doutor em Economia. Área de concentração: Economia.

Orientador: Prof. Dr. Eduardo Simões de Almeida

Juiz de Fora

2024

Ficha catalográfica elaborada através do programa de geração automática da Biblioteca Universitária da UFJF, com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

Ribeiro, Matheus Pereira.

ENSAIOS SOBRE CRESCIMENTO E INTERRELAÇÃO ENTRE REGIÕES / Matheus Pereira Ribeiro. -- 2024.

100 p. : il.

Orientador: Eduardo Simões de Almeida

Tese (doutorado) - Universidade Federal de Juiz de Fora, Faculdade de Economia. Programa de Pós-Graduação em Economia, 2024.

1. Crescimento Econômico. 2. Interdependência Regional. 3. Econometria Espacial. 4. Complexidade Econômica. 5. Balanço de Pagamentos. I. Almeida, Eduardo Simões de, orient. II. Título.

**Matheus Pereira Ribeiro**

**Ensaio sobre crescimento e interrelação entre regiões**

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Economia da Universidade Federal de Juiz de Fora como requisito parcial à obtenção do título de Doutor em Economia. Área de contração: Economia.

Aprovada em 25 de junho de 2024

**BANCA EXAMINADORA**

**Dr. Eduardo Simões de Almeida** - Orientador  
Universidade Federal de Juiz de Fora

**Dr. Claudio Roberto Foffano Vasconcelos**  
Universidade Federal de Juiz de Fora

**Dr. Wilson Luiz Rotatori Correa**  
Universidade Federal de Juiz de Fora

**Dr. Luciano Dias de Carvalho**  
Universidade Federal de Viçosa

**Dr. Lucas Siqueira de Castro**  
Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro

Juiz de Fora, 17/06/2024.



Documento assinado eletronicamente por **Eduardo Simoes de Almeida, Professor(a)**, em 26/06/2024, às 14:14, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).

---



Documento assinado eletronicamente por **Wilson Luiz Rotatori Correa, Professor(a)**, em 01/07/2024, às 08:53, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).

---



Documento assinado eletronicamente por **Luciano Dias de Carvalho, Usuário Externo**, em 01/07/2024, às 09:04, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).

---



Documento assinado eletronicamente por **Claudio Roberto Foffano Vasconcelos, Professor(a)**, em 01/07/2024, às 14:20, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).

---



Documento assinado eletronicamente por **Lucas Siqueira de Castro, Usuário Externo**, em 15/07/2024, às 15:03, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).

---



A autenticidade deste documento pode ser conferida no Portal do SEI-Ufjf ([www2.ufjf.br/SEI](http://www2.ufjf.br/SEI)) através do ícone Conferência de Documentos, informando o código verificador **1830680** e o código CRC **D5F117F8**.

---

Dedico esta Tese àquele ser engasgado, contido, subjugado pela ordem iníqua dos racionais que tem como essas suas verdadeiras naturezas, cerne da sua condição de homem, herói e pobre-diabo, pária, negro, judeu, índio, cigano, santo, poeta e mendigo, as vezes louco. Ele se rebelou dentro de si, enfim liberto, tão poderoso na sua frágil inocência e terrível na pureza de sua loucura. Depois de quebrar as correntes que ligavam ao normal, passou a compreender em profundidade sua existência e a grandiosidade de sua pequenez, pronto para se libertar, agora, dele próprio!

## AGRADECIMENTOS

À Andréia Simone. Você foi e sempre será o motivo pela minha luta incessante por ganhar conhecimento e crescer. Sem você nem uma linha da minha pobre existência seria escrita. Esse trabalho é dedicado única e exclusivamente a você e todo seu esforço em proporcionar a estrutura para que eu pudesse chegar até aqui.

Ao meu comparsa, Anderson Alexandre, e minha cunhada querida, Taisa Delucca, por todo apoio e irmandade nesse processo. Sem vocês o mundo seria mais pesado e não conseguiria imaginar as possibilidades lindas que a vida pode nos dar. Obrigado por compreenderem minha ausência e sempre estarem presentes.

A toda minha família pelo apoio e paciência. Eu não seria a metade do homem que me tornei e muito menos teria tido a audácia de ir tão longe. Essa ingrata tarefa nos deixou distantes fisicamente, mas a presença de vocês no meu coração tornou tudo possível.

À Juliana Wencioneck pela parceria e companheirismo. As vezes precisamos de alguém que nos dê apoio pra tudo fazer sentido. Por ser meu suporte e inspiração.

Aos vínculos de amizade eternas criadas no doutorado, pelas risadas, pela relação fraterna, por todo aprendizado e equilíbrio. Em especial Claudio, Caio, Lucas, Bia, Marina, João, Helo, Alex e todos os demais que também compartilhei.

Ao Professor Doutor Eduardo Simoes de Almeida, por toda paciência, atenção e dedicação no processo de orientação.

A todo o corpo docente do Programa de Pós-Graduação em Economia da UFJF/PPGE e demais profissionais pela atenção e dedicação. A todos vocês o meu respeito e agradecimento.

A todos que, de alguma forma, contribuíram para a concretização deste trabalho.

Por fim, a quem eu mais tenho dívidas. Por suportar e superar todas as adversidades. A quem eu tanto cobre e a quem eu tanto machuquei no caminho para concluir esse percurso. Você, e unicamente você, sabe como foi difícil e doloroso. Descanse, meu castigado amigo. É chegado os momentos de louros e glórias que tanto sonhamos. Um brinde a sua inabalável maneira de compreender que a vida é feita de dificuldades e criar força para superá-las. Os problemas virão, mas você terá uma mania incompreensível para enfrentá-los. Que a força esteja com você.

## RESUMO

Esta tese propõe dois ensaios sobre crescimento econômico. Esses se inspiram em diversos modelos estruturais canônicos de crescimento que buscam *insights* de uma realidade econômica complexa. Seguindo a linha de modelos de convergência, o primeiro capítulo analisa a convergência de renda regional levando em consideração a interdependência entre elas. O primeiro trabalho contribui para a literatura ao deixar claro a importância da estrutura produtiva para o processo de acumulação de conhecimento ao incorporar no modelo de convergência clássico o Índice de Complexidade Econômica. Os resultados para um estudo de caso das cidades brasileiras, apontam para a importância da complexidade econômica bem como na relevância de avaliar o modelo sobre o prisma da interdependência entre as regiões. Já no segundo ensaio é feita uma extensão dos modelos de crescimento restritos pelo Balanço de Pagamentos para incorporar o multilateralismo das relações comerciais, avaliando o crescimento de renda sob essa perspectiva. Aqui, fica evidente a dependência de diversos países nas exportações agregadas, diferentemente de uma ótica bilateral estimada convencionalmente. Os resultados apontam para correção de um possível viés presente no modelo canônico ao incorporar o multilateralismo das regiões. Nos dois capítulos são feitas análises empíricas utilizando de procedimentos ligados a econometria espacial para avaliar as hipóteses ali levantadas.

## **ABSTRACT**

This thesis proposes two essays on economic growth. These are inspired by various canonical structural models of growth that seek insights from a complex economic reality. Following the line of convergence models, the first chapter analyzes regional income convergence taking into consideration the interdependence between them. The first essay contributes to the literature by highlighting the importance of productive structure for the knowledge accumulation process, incorporating the Economic Complexity Index into the classic convergence model. The results point to the importance of economic complexity as well as the relevance of evaluating the model from the perspective of interdependence between regions. In the second essay, an extension of balance of payments-constrained growth models is made to incorporate the multilateralism of trade relations, evaluating income growth from this perspective. Here, the dependence of several countries on aggregate exports becomes evident, unlike a conventionally estimated bilateral perspective. The results indicate a correction of a possible bias present in the canonical model by incorporating the multilateralism of regions. In both chapters, empirical analyses are conducted using procedures related to spatial econometrics to evaluate the hypotheses raised.

## LISTA DE TABELAS E FIGURAS

Tabela 1: Fonte, tratamento de dados, medidas de posição e variação. ....	40
Tabela 2: Modelos de convergência de renda A-Espaciais .....	44
Tabela 3: Modelos de Convergência de Renda Espaciais .....	45
Tabela 4: Modelos de Convergência com efeito médio direto, indireto e total.....	48
Tabela 5: Fonte, tratamento de dados, medidas de posição e variação. ....	72
Tabela 6: Equações de Exportação e Importação estimadas (espaciais e a-espaciais)..	74
Figura 1: Cidades brasileiras em termos de crescimento do PIB <i>per capita</i> (A) e Complexidade Econômica (B) .....	21

## SUMÁRIO

CAPÍTULO 1.....	11
1 INTRODUÇÃO GERAL .....	11
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	15
CAPÍTULO 2.....	18
CONVERGÊNCIA DE RENDA, INTERDEPENDÊNCIA TECNOLÓGICA E COMPLEXIDADE ECONÔMICA: EVIDÊNCIAS EMPÍRICAS DO BRASIL .....	18
1 INTRODUÇÃO .....	19
2 REFERENCIAL TEÓRICO .....	22
2.1 A hipótese de convergência de renda .....	22
2.2 Complexidade Econômica.....	24
3 Modelo de convergência condicional, interdependência e complexidade econômica .....	25
3.1 Evidências empíricas .....	31
4 ESTRATÉGIA EMPÍRICA.....	35
4.1 Fonte e tratamento dos dados .....	38
5 DISCUSSÃO DOS RESULTADOS.....	40
6 CONCLUSÃO .....	49
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	51
CAPÍTULO 3.....	57
MODELO DE CRESCIMENTO DO PRODUTO RESTRITO PELO BALANÇO DE PAGAMENTOS: UMA ANÁLISE ECONOMETRICO-ESPACIAL.....	57
1 INTRODUÇÃO .....	58
2 REFERENCIAL TEÓRICO .....	59
2.1 Modelo de crescimento restrito pelo Balanço de Pagamentos .....	59
2.2 Extensões do modelo .....	62
3 O MODELO GENERALIZADO ESPACIALMENTE .....	66

4	ESTRATÉGIA EMPÍRICA .....	69
4.1	Fonte e tratamento dos dados .....	72
5	RESULTADOS E DISCUSSÃO .....	73
6	CONCLUSÃO .....	76
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	78
	CAPÍTULO 4.....	82
1	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	82
	APÊNDICE A - CONVERGÊNCIA DE RENDA, INTERDEPENDÊNCIA TECNOLÓGICA E COMPLEXIDADE ECONÔMICA - CONTAS ABERTAS.....	84
	APÊNDICE B - MODELO DE CRESCIMENTO DO PRODUTO RESTRITO PELO BALANÇO DE PAGAMENTOS: UMA ANÁLISE ESPACIAL - CONTAS ABERTAS.....	99

## CAPÍTULO 1

### 1 INTRODUÇÃO GERAL

As causas da disparidade de renda entre as regiões ainda se mostra um importante objeto de estudo. Na verdade, para Acemoglu (2008, p. 10), o motivo de algumas regiões serem tão ricas e outras tão pobres é o desafio mais importante das ciências sociais. Isso pode ser explicado devido ao fato de diferença no nível de renda entre as regiões ter efeito no bem-estar geral da população e refletir a organização das economias e seu funcionamento.

Logo, a análise do crescimento econômico regional e suas disparidades têm sido um tema de grande interesse nas últimas décadas (THIRLWALL, 1979, BAUMOL, 1986, MANKIW; ROMER; WEIL, 1992, GALOR, 1996, BARBOSA-FILHO, 2001, NELL, 2003, ERTUR; KOCH, 2007, HAUSMANN; HIDALGO, 2011, HAQ; LUQMAN, 2014, MORAIS, 2017, BHERING; SERRANO; FREITAS, 2019, entre outros). Com o avanço da globalização e das mudanças nas dinâmicas impulsionadoras, tornou-se cada vez mais importante compreender a interdependência entre as diferentes regiões em um cenário de integração econômica crescente.

Parte da literatura que avalia o crescimento entre as regiões se utilizou do desenvolvimento de modelos matemáticos capazes de simplificar realidade para retirar conclusões de determinadas hipóteses. Além disso, estes modelos estruturais são submetidos a uma série de testes estatísticos para validar as hipóteses ali levantadas (THIRLWALL, 1979, BAUMOL, 1986, MANKIW; ROMER; WEIL, 1992, ERTUR; KOCH, 2007, HAQ; LUQMAN, 2014). O que se percebe é que os modelos matemáticos estruturais combinados com análise empírica têm desempenhado um papel relevante na tentativa de explicar e prever o comportamento do crescimento regional e a disparidade de renda.

A diferença entre os modelos estruturais e a análise empírica é crucial para entender a contribuição do presente trabalho. Os modelos matemáticos, à la Solow (1956, 1957) e Thirlwall (1979), são estruturas teóricas que se baseiam em equações matemáticas para representar relações causais entre variáveis econômicas. Por mais que esses modelos

procurem expor a realidade, são puramente teóricos. Por outro lado, os modelos empíricos baseiam-se em dados observacionais e estatísticas para testar as hipóteses levantadas nos modelos estruturais.

Lucas (1976) já argumentava sobre a necessidade de aliar as duas estratégias metodológicas para tornar a análise econômica mais robusta, com a chamada crítica de Lucas. O autor criticou a abordagem empírica convencional que muitas vezes utiliza apenas modelos econométricos para avaliar o impacto de políticas econômicas sem uma base teórica sólida, afirmando que somente uma das estratégias (ou teórica ou empírica) pode levar a conclusões enganosas. Nesse caso, fundamentos teóricos sólidos permitem uma interpretação mais coerente dos resultados empíricos.

No entanto, é essencial reconhecer que esses modelos são apenas representações simplificadoras de uma realidade complexa. Eles são construídos com base em diversas hipóteses, e, portanto, sua validade e aplicabilidade dependem da precisão com que refletem o mundo real. Nesse aspecto, a extensão e generalização dos modelos para incorporar determinadas variáveis ou tratar de determinados fenômenos traz relevância para o debate econômico (BARRO; SALA-I-MARTIN, 1991, ANSELIN; VARGA; ACS, 2007). Isso se justifica, pois, formuladores de políticas podem tomar decisões mais embasadas, promovendo um crescimento regional equilibrado e sustentável. Assim, a integração entre a teoria econômica e a evidência empírica é um caminho necessário para avançar no debate acerca desenvolvimento econômico das regiões de forma efetiva.

Em resumo, análises do crescimento econômico regional e a compreensão da interdependência entre as regiões têm sido temas relevantes e essenciais na economia contemporânea. Dito isto, os trabalhos da tese se propõem a desenvolver dois modelos de crescimento. Em ambos os estudos são feitos modelos estruturais e discutido suas principais hipóteses e conclusões. Com o modelo teórico em mãos, eles foram submetidos a uma análise empírica por meio de estudo econométrico. Nos dois casos, é levado em consideração a interdependência entre as regiões, além, de outras contribuições.<sup>1</sup>

---

<sup>1</sup> O presente trabalho não se dedica a uma revisão de metodologias e estratégias para responder a determinado problema econômico. Entretanto, há abordagens alternativas, como análises de equilíbrio geral computável (EGC) que fornece insights teóricos sobre os efeitos de políticas econômicas ou modelos de simulação entre agentes individuais para entender padrões emergentes. Abordagens qualitativas, como estudos de caso, análises de políticas entre outras, também oferecem uma compreensão de contextos específicos e processos que não podem ser totalmente capturados por modelos matemáticos ou análises estatísticas.

Os trabalhos aqui propostos procuram abordar o crescimento econômico sobre duas óticas. O primeiro ensaio trata sobre modelos de convergência e, o segundo, modelos de crescimento restrito pelo Balanço de Pagamentos. Em ambos os trabalhos são desenvolvidos modelos estruturais e, posteriormente, feito a aplicação econométrica deles.

O principal objetivo do primeiro estudo foi analisar a relação entre a complexidade estrutural e o crescimento econômico em um modelo de convergência, levando em consideração o cenário de interdependência entre economias. O objetivo geral do segundo trabalho foi de incorporar a dimensão espacial em um modelo de crescimento restrito pelo Balanço de Pagamentos, de forma a imputar essas interrelações e o multilateralismo das relações comerciais.

O primeiro ensaio se justifica pois, em um contexto globalizado, as trocas de conhecimento, tecnologia e inovação, seja por meio do comércio ou a mobilidade dos agentes, pode gerar transbordamentos tecnológicos entre as regiões que podem afetar a trajetória das economias (ERTHUR; KOCH, 2007). Além disso, é sabido que as regiões diferem em termos de dotações de fatores e capacidades intrínsecas. Dito isso, regiões com capacidades disponíveis concentradas em estruturas econômicas de baixa produtividade podem levar ao atraso no processo de convergência (HAUSMANN, HWANG, RODRIK; 2007, RODRIK, 2013).

Principalmente, ao inserir o índice de complexidade econômica (para trabalhos semelhantes ver Ertur e Koch (2007), Haq e Luqman (2014), entre outros) que pode descrever melhor a capacidade de uma região de absorver, criar e combinar conhecimentos. Nesse caso, o estudo contribui ao conciliar em um mesmo modelo de convergência esses dois fenômenos, a possibilidade de *spillovers* e a importância da estrutura produtiva no processo de convergência, melhorando a explicação para as diferenças de renda e processo de convergência (ANTONELLI, 2011).

O segundo trabalho contribui para a literatura ao deixar claro o multilateralismo das relações comerciais nos modelos de crescimento restrito pelo Balanço de Pagamentos. Ao contrário das abordagens predominantemente bilaterais, encontradas em trabalhos como Thirlwall (1979), Moreno-Brid (1998), McCombie e Roberts (2002), Missio e Jayme Jr. (2012) Gabriel e Missio (2018), entre outros, a extensão busca incorporar a relação comercial com diversos outros parceiros comerciais, abrindo espaço para discussões acerca da dependência relativa e seu impacto nas restrições impostas ao

Balço de Pagamentos. De fato, a omissão das diversas relações comerciais desagregadas com os parceiros comerciais pode ser considerada uma simplificação um tanto enganosa da realidade a qual o comércio internacional prevalece. Isso pode trazer viés de variável omitida nas estimativas, uma vez que a renda do resto do mundo é usada como *proxy* para o somatório de todas as relações comerciais que um país mantém com as outras regiões (NELL; 2003, BHERING, SERRANO, FREITAS; 2019).

Nesse aspecto, a presente extensão preenche essa lacuna, abrindo novas possibilidades para o uso de econometria espacial nessa linha de modelos. A análise multilateral permite capturar os efeitos indiretos e as externalidades provenientes das interações complexas entre diversas regiões, enriquecendo a compreensão das dinâmicas econômicas inter-regionais. Dessa forma, ao explorar as relações comerciais de maneira mais abrangente, esta pesquisa contribui para melhorar a explicação das dependências das regiões em direção aos seus parceiros comerciais. De fato, essa já era uma avaliação de Thirlwall (2019), na qual a taxa de crescimento será uma média da demanda de todos os bens que um país exporta para seus diversos parceiros comerciais. Nesse caso, o modelo pode trazer luz a possíveis orientações para países em rápido crescimento ou com uma melhor razão entre as elasticidades, e não apenas uma relação linear com o crescimento do “resto do mundo”.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ACEMOGLU, D. **Introduction to Modern Economic Growth**, Princeton University Press, 2008, 1005 p.
- ANSELIN, L., VARGA, A., ACS, Z. Local Geographic Spillovers between University Research and High Technology Innovations. **Journal of Urban Economics**, v. 42, p. 422-448, 1997.
- ANTONELLI, C. **Handbook on the Economic Complexity of technological change**. Edward Elgar Publishing: Cheltenham, 2011.
- BAUMOL, W. J. Productivity growth, convergence and welfare. **American Economic Review**, v. 76, n. 5, p. 1072-7085, 1986.
- BARBOSA-FILHO, N. H. The balance-of-payments constraint: from balanced trade to sustainable debt. **PSL Quarterly Review**, v. 54, n. 219, p. 381-400, 2001.
- BARRO, R. J., SALA-I-MARTIN, X. Convergence across States and Regions. **Brookings Papers on Economic Activity**, v. 22, p. 107-182, 1991.
- BHERING, G.; SERRANO, F.; FREITAS, F. Thirlwall's law, external debt sustainability, and the balance-of-payments-constrained level and growth rates of output. **Review of Keynesian Economics**, v. 7, n. 4, p. 486-497, 2019.
- ERTUR, C.; KOCH, W. Growth, technological interdependence and spatial externalities: theory and evidence. **Journal of Applied Econometrics**, v. 22, n. 6, p. 1033-1062, 2007.
- GABRIEL, L. F.; MISSIO, F. J. Real exchange rate and economic complexity in a North-South structuralist BoPG model. **PSL Quarterly Review**, v. 71, n. 287, p. 439-465, 2018.
- GALOR, O. Convergence? Inferences from theoretical models. **The Economic Journal**, v. 106, n. 437, p. 1056-1069, 1996.
- HAQ, M.; LUQMAN, M. The contribution of international trade to economic growth through human capital accumulation: Evidence from nine Asian countries. **Cogent Economics & Finance**, v. 2, n. 1, p. 947000, 2014.
- HAUSMANN, R.; HIDALGO, C. A.; BUSTOS, S.; COSCIA, M.; CHUNG, S.; JIMENEZ, J.; SIMOES, A.; YILDIRIM, M. A. **The Atlas of Economic Complexity: mapping paths to prosperity**, Massachusetts: The MIT Press. 2011.

- HAUSMANN, R.; HWANG, J.; RODRIK, D. What you export matters. **Journal of Economic Growth**, v. 12, n. 1, p. 1-25, 2007.
- LUCAS, R. E. **Econometric policy evaluation: A critique**. Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy, v. 1, p. 19–46, 1976.
- MANKIW, N. G.; ROMER, D.; WEIL, D. N. A contribution to the empirics of economic growth. **The Quarterly Journal of Economics**, v. 107, n. 2, p. 407-437, 1992.
- MCCOMBIE, J. S. L.; ROBERTS, M. The role of balance of payments in economic growth. *In*: SETTERFIELD, M. (Ed.), **The economics of demand-led growth**, Massachusetts: Edward Elgar, 2002. p. 87-114.
- MISSIO, F. J., JAYME JR., F. G. Structural heterogeneity and endogeneity of elasticities on the balance of payments constrained growth model. *In*: SOUZIAKIS, E.; CERQUEIRA, P. A. (Eds.), **Models of Balance of Payments Constrained Growth**, v. 1, ed. 1, London: Palgrave. 2012. p. 239–267.
- MORAIS, L. S. **Complexidade e crescimento: uma análise empírica para regiões da américa latina**. 2017. Thesis (Master's degree in Economic Development) – Setor de Ciências Sociais Aplicadas, Universidade Federal do Paraná, Curitiba.
- MORENO-BRID, J. C. On capital flows and the balance-of-payments constrained growth model. **Journal of Post Keynesian Economics**, v. 21, n. 2, p. 283–297, 1998.
- NELL, K. A 'Generalized' Version of the Balance-of-Payments Growth Model: An application to neighboring regions. **International Review of Applied Economics**, v. 17, n. 3, p. 249-267, 2003.
- RODRIK, D. Unconditional convergence in manufacturing. **The Quarterly Journal of Economics**, v. 128, n. 1, p. 165-204, 2013.
- SOLOW, R. M. A contribution to the theory of economic growth. **The Quarterly Journal of Economics**, v. 70, n. 1, p. 65-94, 1956.
- SOLOW, R. M. Technical Change and the Aggregate Production Function. **Review of Economics and Statistics**, v. 39, p. 312-20, 1957.
- THIRLWALL, A. P. The Balance of Payments constraint as an explanation of international growth rate differences. **Quarterly Review**, v. 64, n. 259, p. 429-438, 1979.
- THIRLWALL, A. P. Thoughts on balance-of-payments-constrained growth after 40

years. **Review of Keynesian Economics**, v. 7, n. 4, p. 554-567, 2019.

## CAPÍTULO 2

### CONVERGÊNCIA DE RENDA, INTERDEPENDÊNCIA TECNOLÓGICA E COMPLEXIDADE ECONÔMICA: EVIDÊNCIAS EMPÍRICAS DO BRASIL

#### RESUMO

O presente trabalho tem por objetivo analisar a associação entre a Índice de Complexidade Econômica (ECI) e o crescimento da renda *per capita*, levando em consideração a natureza interdependente em termos tecnológicos das economias. Para tal, o ECI foi inserido como um fator de produção, aumentador do capital humano, conjuntamente com interdependência tecnológica e externalidades tecnológicas de capital físico e humano. Este modelo foi testado para os municípios brasileiros, de 2010 a 2015, tendo como referencial teórico o modelo de crescimento econômico aumentado espacialmente por Ertur e Koch (2007). Os resultados empíricos estão em consonância com o previsto teoricamente pelo modelo estrutural. Todas as estimativas mostraram evidências quanto à convergência entre as cidades brasileiras no período. Ainda, o ECI apresentou resultado esperado: regiões com maiores capacidades de diversificação e produção de bens raros tiveram maior crescimento no período e, também, que as cidades rodeadas por municípios mais especializados, com menor ECI, tendem a crescer mais.

**Palavras-chave:** Crescimento, convergência, complexidade econômica, interdependência tecnológica.

**Classificação JEL:** C31, L16, O18, O47, R11.

## 1 INTRODUÇÃO

O principal objetivo do presente trabalho é analisar a relação entre a complexidade e crescimento econômico, em um cenário de interdependência entre economias. Logo, utiliza-se o modelo Mankiw, Romer e Weil (1992) estendido por Ertur e Koch (2007), no qual, além da análise de convergência, os autores incluem as interações espaciais. Entretanto, aqui propõe-se a incorporação das capacidades intrínsecas disponíveis em uma localidade. Ainda, pretende-se aplicar tal modelo para os municípios brasileiros, de 2010 a 2015<sup>2</sup>, em um estudo de caso para avaliar a aderência do modelo em uma análise intrarregional.

É válido ressaltar que a literatura disponível sobre o crescimento econômico possui grande interesse em relação aos seus determinantes da possibilidade de convergência regional. De fato, a partir do trabalho seminal de Baumol (1986) e de De Long (1988) a análise da convergência de renda se tornou um tema controverso, ao menos sob uma ótica empírica. Muitos trabalhos se concentraram nessa problemática, podendo citar os trabalhos de Mankiw, Romer e Weil (1992), Quah (1993), Galor (1996), Johnson e Takayama (2003), entre outros.

Diversos desses trabalhos apontaram para a possibilidade de convergência, mas havendo certo debate acerca de que tipo. Na prática, a literatura aponta três alternativas; absoluta, condicional e de clubes. Na primeira<sup>3</sup>, a convergência independe de condições iniciais. A segunda implica a convergência de economias, mas com condições iniciais idênticas. Por fim, a terceira aponta que as regiões convergiriam a depender de suas zonas de atração (JOHNSON; TAKAYAMA, 2003).

Na verdade, a evidência de convergência absoluta tem sido questionada, em favor da condicional e de clubes, devido à existência de diferenças permanentes nos níveis de renda *per capita*. De fato, vários trabalhos vêm mostrando sistematicamente que diversas outras variáveis, que não a renda inicial, podendo citar o capital humano (LUCAS, 1988), alfabetização (BILLS; KLENOW, 1998), diversificação produtiva (HAQ; LUQMAN, 2014), qualidade da saúde (HESHMATI, 2001), investimento externo direto (RAO; SINGH, 2010), entre outros, são capazes de definir grupos de países com comportamento

---

<sup>2</sup> A escolha do período se justifica exclusivamente pela disponibilidade de dados.

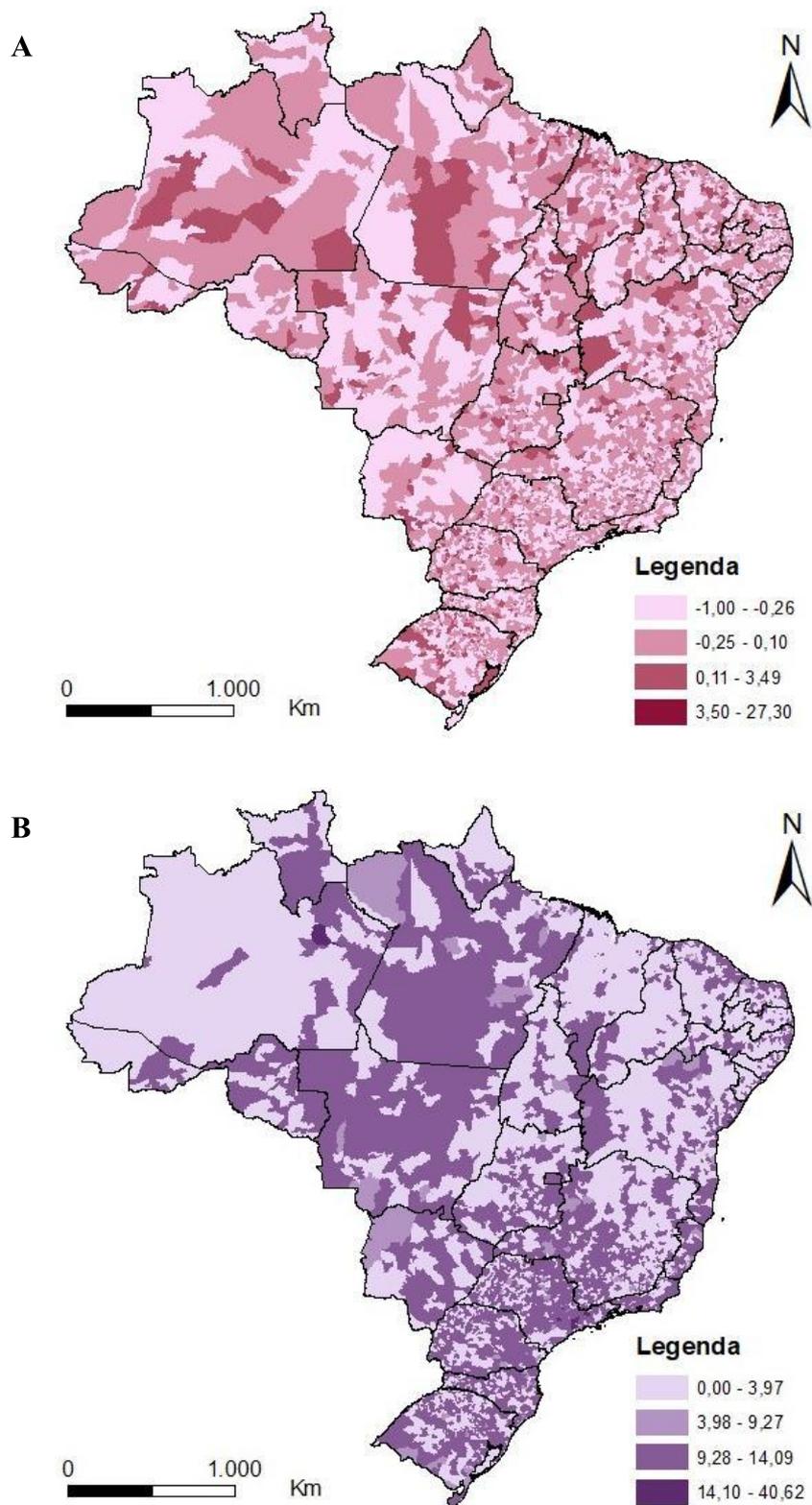
<sup>3</sup> Isso assume que todas as regiões têm acesso à mesma tecnologia e têm taxas de poupança e crescimento populacional e outros fatores que alteram o crescimento de longo prazo similares.

semelhante, mas com diferentes resultados de longo prazo entre os grupos. Tais fatos contradizem o modelo de convergência absoluta, uma vez que a renda inicial não contém todas as informações necessárias para determinar a distribuição da renda de longo prazo.

Porém, principalmente em uma perspectiva subnacional, há uma maior mobilidade de fatores de produção. Devido à proximidade linguística, institucional, entre outros, esse processo ocorre com menos barreiras. Enquanto as fronteiras nacionais podem impor barreiras significativas à mobilidade de fatores como trabalho e capital, as cidades, muitas vezes, beneficiam-se de uma maior permeabilidade dessas fronteiras internas. A estrutura produtiva de uma cidade pode, assim, desempenhar um papel fundamental no seu desenvolvimento econômico, influenciando diretamente a atração de talentos, investimentos e inovação. Cidades com setores produtivos mais diversificados e sofisticados têm maior probabilidade de atrair recursos humanos qualificados e investimentos, promovendo um ciclo virtuoso de crescimento econômico. (DURANTON, PUGA; 2004).

Hausmann e Hidalgo (2011) empregaram o fluxo de comércio internacional para criar uma medida de complexidade econômica que define a aptidão de determinada região de se diversificar e especializar ou, ainda, medir as capacidades não observáveis incorporadas na produção. A inclusão desse componente em um modelo de convergência que deixa claro a interdependência entre as regiões pode contribuir para a avaliação das necessidades para alcançar um crescimento sustentável em comparação as regiões mais próximas. Nesse contexto, é válido destacar que as cidades brasileiras comungam de uma intrínseca desigualdade, seja em relação ao crescimento no período analisado ou a própria complexidade econômica, como pode ser visto na figura 1, abaixo:

Figura 1: Cidades brasileiras em termos de crescimento do PIB *per capita* (A) e Complexidade Econômica (B)



Fonte: Elaboração própria.

Diversos trabalhos empíricos utilizaram esses conceitos de complexidade econômica para analisar sua relação com o crescimento e a riqueza em níveis nacionais

(como Hausmann, Hwang e Rodrik (2007), Hausmann e Hidalgo, (2011), entre outros). Num nível subnacional, destaca-se o trabalho de Jarreau e Poncet (2012), que analisou convergência de renda, controlando a complexidade entre regiões chinesas. Para o caso brasileiro, o trabalho de Salles *et al.* (2018) investigou a evolução da complexidade dos estados brasileiros.

Entretanto, nenhum desses trabalhos avançou na inclusão dessa variável em um modelo de convergência de renda, principalmente levando em consideração a interdependência entre as regiões. Exceções são feitas ao trabalho de Morais (2017), Jarreau e Poncet (2012) e Haq e Luqman (2014). O último autor inseriu uma *proxy* para diversificação para explicar o aumento de capital humano, mas relevando a qualidade dos produtos e a interdependência entre os países. Por outro lado, embora os dois primeiros tenham inserido a complexidade em suas análises empíricas, não desenvolveram um modelo estrutural, o que configura o principal objetivo do trabalho.

Para isso, além da presente introdução, a pesquisa se divide em outras quatro seções. A próxima seção expõe o arcabouço teórico utilizado, da hipótese de convergência, do conceito de complexidade, e apresenta o modelo de convergência elaborado e, por fim, alguns trabalhos que trataram da complexidade econômica e crescimento econômico regional. A terceira descreve a estratégia empírica utilizada, bem como a fonte e o tratamento dos dados. Discorre-se, ainda, na quarta seção, acerca dos resultados encontrados. Finalmente, na quinta seção são sintetizadas as análises.

## **2 REFERENCIAL TEÓRICO**

### **2.1 A hipótese de convergência de renda**

Os modelos neoclássicos tradicionais, desenvolvidos por Solow (1956) e Swan (1956), trouxeram contribuições para as inter-relações entre as regiões. Nesses trabalhos, haveria a possibilidade de convergência econômica, devido aos retornos decrescentes de escala, no qual as regiões caminhariam para uma mesma taxa de crescimento.<sup>4</sup>

---

<sup>4</sup> É necessário apontar, de antemão, que não configura um dos objetivos do presente trabalho fazer uma análise detalhada das teorias de crescimento e convergência. Para tal, ver Martin e Sunley (2000).

Embora haja diversas críticas a esses modelos seminais, como destacado por Mankiw, Romer e Weil (1992), o modelo canônico trouxe muitas contribuições para a literatura de crescimento e desenvolvimento econômico para ser ignorado<sup>5</sup>. O modelo vem sendo testado e estendido. Romer (1986) e Lucas (1988) já haviam apontado a possibilidade da existência de externalidades. Mankiw, Romer e Weil (1992) incorporaram ao modelo o capital humano. Por sua vez, Galor (1996) afirmou que diferentes regiões podem convergir para diferentes estados estacionários, lançando a hipótese de convergência de clubes. Ertur e Koch (2007) possibilitaram a interdependência espacial entre as regiões, dentre outros.<sup>6</sup>

Mesmo essa literatura sendo tão abrangente, Antonelli (2011) afirmou que ela vem falhando em demonstrar a endogeneidade dinâmica dos *spillovers* de conhecimento e importância da estrutura produtiva. Ainda não é claro teoricamente quais as contribuições que uma economia voltada a uma estrutura produtiva capaz de absorver e criar conhecimento de uma forma eficiente tem, tanto para o crescimento quanto para o processo de convergência. De fato, espera-se que as externalidades sejam maiores em regiões com maiores capacidades e com possibilidades de interação, uma vez que tais externalidades ocorrem por meio de transações ou, sob uma ótica marshalliana, devido à característica da sua atmosfera, uma vez que “o conhecimento está no ar”.

Isto é, regiões com maiores capacidades intrínsecas, que se referem à habilidade inata de absorver e assimilar conhecimento, estão propensas a desenvolver vantagens comparativas. As vantagens comparativas são baseadas nos custos relativos de produção de bens e serviços em comparação com outras regiões. Em contextos nos quais a capacidade intrínseca é alta, a região pode especializar-se na produção de bens ou serviços nos quais possui uma eficiência relativa, impulsionando a complexidade econômica. A complexidade econômica refere-se à diversidade e sofisticação da produção de bens e serviços em uma economia. Em um ambiente com maiores capacidades, ou seja, uma

---

<sup>5</sup> Se sobressai como contribuição a estrutura teórica do modelo, podendo dar ênfase as demonstrações de como a acumulação de capital impulsiona o crescimento econômico e como os retornos decrescentes ao capital influenciam esse processo.

<sup>6</sup> Deve-se destacar que Carrington (2003) já havia modelado a convergência com heterogeneidade espacial. Ertur e Koch (2006) também contribuíram nesse tema, porém, as externalidades seriam advindas do capital humano, e não do capital físico, como propuseram Ertur e Koch (2007). Já Ertur e Koch (2011) modelaram a taxa de crescimento com interdependência espacial sob um arcabouço shumpeteriano. Outro trabalho que merece destaque é o de Fisher (2011) que incorporou conjuntamente as externalidades de capital humano e físico. Por sua vez, Álvarez e Barbero (2016) utilizaram o modelo de Fisher (2011), desmembrando a taxa de poupança de determinada região entre pública e privada, além de incorporar impostos sobre a renda.

região onde há uma base sólida de conhecimento, habilidades e infraestrutura, as empresas têm mais facilidade para desenvolver atividades produtivas mais complexas e inovadoras (HIDALGO; HAUSMANN, 2009).

Quando uma região possui altas capacidades intrínsecas, isso cria um ambiente propício para a geração e difusão de conhecimento, bem como para o desenvolvimento de habilidades. Empresas em ambientes mais capacitados são mais propensas a se envolver em atividades produtivas que demandam conhecimentos especializados, tecnologias avançadas e inovação (HIDALGO; HAUSMANN, 2009). Esse processo se assemelha as externalidades marshallianas. É sugerido que as transações econômicas podem gerar benefícios a terceiros. Em termos de capacidade intrínseca, as externalidades marshallianas podem se manifestar como a difusão de conhecimento e habilidades entre os agentes econômicos em uma região.

Por exemplo, a presença de empresas inovadoras em uma região pode gerar externalidades positivas ao capacitar outros agentes econômicos com novos conhecimentos, práticas eficientes e tecnologias avançadas. Essa difusão de conhecimento impulsiona a produtividade geral da região, criando um ambiente favorável ao crescimento econômico (MARSHALL, 1920). Nesse aspecto, a presença da complexidade econômica no modelo pode trazer contribuição quanto a explicação como as capacidades intrínsecas de uma região em combinar e atrair conhecimento afetam o processo de crescimento e convergência.

## **2.2 Complexidade Econômica**

Para que uma região seja complexa, indivíduos capacitados devem interagir e combinar seus conhecimentos para produzir bens. Logo, a complexidade econômica pode ser expressa na composição da produção, refletindo as estruturas de combinação de conhecimento. Sendo assim, essas capacidades podem ser consideradas fatores de produção disponíveis em determinada localidade (HAUSMANN et al., 2011, p. 18).

Portanto, o processo de desenvolvimento econômico pode estar associado ao domínio de técnicas sofisticadas de produção, interação e combinação de conhecimento, que podem levar a uma maior produtividade do trabalho e, logo, a maiores taxas de crescimento. Nesse caso, o desenvolvimento pode ser entendido não como um processo

de contínua melhora na produção de determinados bens, mas como um processo que necessita de um conjunto complexo de capacidades que facilitam a produção de novos bens.

De fato, os produtos são feitos por meio de combinações de capacidades não comercializáveis. Como as regiões diferem em termos de número e combinação dessas capacidades, elas seriam capazes de produzir somente aquilo para o qual possuem recursos. Logo, regiões com maiores capacidades são aptas a produzir um conjunto mais diversos de bens e, ainda, produtos que necessitam de maiores níveis de capacidades são produzidos por uma menor gama de regiões (HIDALGO; HAUSMANN, 2009).

Pode-se relacionar a complexidade aos efeitos de urbanização, também relacionados a variedade e diversidade de uma região. Tais ambientes permitem maior interação e combinação do conhecimento do que regiões especializadas (JACOBS, 1969)<sup>7</sup>. Admite, ainda, atrair indivíduos com maiores níveis de capital humano. Sendo assim, pode-se supor que as capacidades disponíveis em uma região representam um importante fator de produção, associada ao capital humano. Logo, há indícios de que a complexidade econômica deve ser levada em consideração no modelo de crescimento neoclássico.

### **3 MODELO DE CONVERGÊNCIA CONDICIONAL, INTERDEPENDÊNCIA E COMPLEXIDADE ECONÔMICA**

Nessa seção, desenvolveu-se um modelo de convergência de renda utilizando como base os trabalhos de Mankiw, Romer e Weil (1992), Ertur e Koch (2007) e Fisher (2011), mas estendendo-o ao incorporar a presença da Complexidade Econômica. A função de produção, aqui sugerida, possui neutralidade de Harrod<sup>8</sup>. Entretanto, assume

---

<sup>7</sup> Jacobs (1969, p. 98) afirmou que novos setores (valor adicionado) são criados nas cidades. Esses novos postos multiplicam e diversificam o trabalho existente nesses locais. Ainda, que as capacidades necessárias para diversificar a produção são maiores que as necessárias para replicar e especializar. Ademais, cidades menos complexas, voltadas à produção interna e menos diversificadas, provavelmente possuem menos capacidades que cidades maiores, diversificadas e voltadas ao mercado externo. Jacobs (1969, p. 101) também afirmou que as cidades pequenas normalmente têm alta interação com grandes cidades, seja no fornecimento de insumo para as exportações daquela ou seja nas importações para suprir o mercado interno. Logo, fica evidente que as cidades mantêm uma relação íntima entre si.

<sup>8</sup> Também conhecida como progresso tecnológico neutro de Harrod, refere-se a uma forma específica de progresso tecnológico onde a tecnologia melhora a eficiência do trabalho (ou seja, aumenta a produtividade do trabalho) sem alterar a relação entre capital e trabalho na função de produção. Em outras palavras, esse

que mesmo a tecnologia sendo aumentadora de trabalho e capital, a produção possui uma elasticidade ligada a ela. Especificamente, a renda  $Y_i$  na região  $i$  advém da seguinte função de produção<sup>9</sup>:

$$Y_i = A_i^\beta K_i^\alpha H_i^{1-\alpha-\beta}, \alpha \in [0,1] \quad (1)$$

em que  $K_i$ ,  $H_i$  e  $A_i$  denotam, respectivamente, o estoque de capital físico, o montante de trabalho aumentado pelo capital humano utilizado na produção e a produtividade aumentadora de capital físico e humano. Destaca-se que os retornos decrescentes de capital e trabalho sustentam a convergência do modelo para um estado estacionário.

Assume-se, ainda, que o trabalho ( $L_i$ ) é homogêneo dentro de uma mesma região e que cada unidade de trabalho passa por um processo de aprendizado, captado por  $h_i$ , e, ainda, é aumentado por meio de um processo de interação e combinação de conhecimento, dado por  $c_i$ , ou seja:

$$H_i = L_0 c_0 h_0 e^{(\delta D_i t + \vartheta ECI_i t + n_i t)} \quad (2)^{10}$$

$$H_i = L_i h_i c_i, \text{ onde } h_i = h_0 e^{\delta D_i t}, c_i = c_0 e^{\vartheta ECI_i t}, L_i = L_0 e^{n_i t}$$

$D_i$  se refere a distorção entre idade-série (uma *proxy* para a qualidade do capital humano) e  $ECI_i$  ao Índice de Complexidade Econômica e  $L_i$  ao estoque de trabalho.  $\delta$ ,  $\vartheta$  e  $n$  se referem as taxas de crescimento exógenas do trabalho ligadas, respectivamente, ao ensino, complexidade econômica e ao crescimento populacional.  $\delta$  e  $\vartheta$ , mais do que isso, podem ser consideradas as propensões a qualidade do ensino e da complexidade econômica (que variam ao longo do tempo) que levam ao aumento da qualidade do capital humano.  $h_0$ ,  $c_0$  e  $L_0$  as condições iniciais de aprendizado, capacidades intrínsecas e estoque de trabalho não qualificado.

---

tipo de progresso tecnológico aumenta a produtividade do trabalho de forma proporcional, mantendo constante a relação capital-trabalho ( $K/L$ ).

<sup>9</sup> Para maior detalhamento do modelo ver o Apêndice A.

<sup>10</sup> Note que se  $\delta = \vartheta = 0$  e  $ECI_0 = D_0 = 1$  (no período inicial a taxa de aprendizado e de complexidade eram iguais a 1, então  $H_i = L_i$ , o modelo retorna ao proposto no estudo de Solow (1956, 1957). A hipótese dos retornos decrescentes do capital humano é justificada pela observação de que altos níveis educacionais são limitados e por estudos que mostram que a contribuição do capital humano para a renda está diminuindo (ver Becker (1975)). O mesmo não pode se afirmar quanto ao efeito da tecnologia. Especificamente, a inserção da complexidade como determinante do capital humano é justificada no trabalho de Haq e Luqman (2014). Os autores afirmam que quanto mais diversificada for uma região, mais capital humano acumulará. De fato, Abramovitz (1986) já havia enfatizado que as “capacidades sociais”, incluindo a capacidade de absorver tecnologia e atrair capital, como a capacidade de diversificar e produzir bens raros, são pré-requisitos para o processo de convergência.

Ainda em concordância com Ertur e Koch (2007), mas incorporando a extensão de Fisher (2011), o nível de produtividade  $A_i$  em uma região  $i$  é dado por:

$$A_i = \Omega K_i^\varphi H_i^{1-\varphi-\gamma \sum w_{ij}} \prod_{j \neq i}^N A_j^{\gamma w_{ij}}, \varphi \text{ e } \gamma \in [0,1] \quad (3)$$

onde  $\Omega$  é a produtividade autônoma, ou seja,  $\Omega = \Omega_0 e^{gt}$  em que  $g$  é a taxa de crescimento exógena da produtividade<sup>11</sup>. Ainda, supõe-se que a produtividade aumente com o nível agregado de capital físico e humano.<sup>12</sup>

Por fim, não há razões para que essas externalidades se limitem à fronteira física de uma região, logo, supõe-se que o conhecimento de uma região  $i$  depende positivamente do estoque de conhecimento de outras regiões  $j = 1, \dots, N$ , para  $j \neq i$ . Esse processo de interdependência é capturado por  $w_{ij}$  que mostra a conectividade entre as regiões  $i$  e  $j$ .<sup>13</sup> Já o grau de interdependência tecnológica é dado por  $\gamma$ . Além disso, essa modificação na equação de produtividade traz uma importante implicação. O próprio progresso tecnológico possui retornos decrescentes de escala. Isso implica que quão mais a produtividade de determinada região for impactada pela produtividade de outras regiões menos ela irá ser dependente do capital humano da própria região.

Inserindo as equações (2) e (3) na equação (1), o produto por trabalhador eficiente se torna:

$$\bar{y}_i = \Omega^{\frac{\beta}{1-\gamma}} \bar{k}_i^{u_i} \prod_{j \neq i}^N \bar{k}_j^{u_j} \quad (4)^{14}$$

Essa é a equação da renda em unidades de trabalho eficiente com interdependência tecnológica entre as regiões. Ela mostra a heterogeneidade nos parâmetros da função de produção. Note que se não houver externalidades do capital físico ( $\varphi = 0$ ), então  $u_i = \alpha$  e  $u_j = 0$ .

<sup>11</sup> Essa hipótese vai ao encontro às considerações feitas por Mankiw, Phelps e Romer (1995, p. 301). Os autores afirmaram que, para entender a experiência internacional, a melhor hipótese é assumir que todas as regiões tenham acesso comum ao mesmo acervo de conhecimento, mas diferem pelo grau que aproveitam desse conhecimento ao investir em capital físico e humano.

<sup>12</sup> Um destaque deve ser dado ao papel do capital, físico e humano. Cada unidade de investimento em capital físico ( $K_i$ ) melhora o processo de aprendizado dos trabalhadores ( $D_i$ ) ou o aumento da capacidade de produzir bens raros e diversificados ( $ECl_i$ ) das empresas aumenta não só o capital físico e humano da própria empresa, mas gera externalidades de conhecimento que aumentam o nível de produtividade de todas as empresas da região.

<sup>13</sup> Esses termos são não negativos, não aleatórios e finitos, em que  $0 \leq w_{ij} \leq 1$ ,  $w_{ij} = 0$  se  $i = j$  e  $\sum_{j \neq i}^N w_{ij} = 1$ , ou seja, há uma normalização desses termos.

<sup>14</sup> Onde  $u_i = \alpha + \beta\varphi(1 + \gamma \sum w_{ij})$  e  $u_j = \beta\varphi\gamma \sum w_{ij}$ .

Por sua vez, a equação de acumulação de capital, que descreve como o capital se acumula ao longo do tempo por trabalhador eficiente, assumindo que a função de produção é caracterizada por retornos decrescentes, é dada por:

$$\begin{aligned}\dot{\bar{k}}_i &= s_i \bar{y}_i - \left( \dot{H}_i / H_i + d \right) \bar{k}_i \\ \dot{\bar{k}}_i &= s_i \bar{y}_i - (\delta D_i + \vartheta ECI_i + n_i + d) \bar{k}_i\end{aligned}\tag{5}$$

onde  $\dot{\bar{k}}_i$  se refere a variação do estoque de capital por trabalhador eficiente,  $s_i \bar{y}_i$  ao investimento por trabalhador eficiente e  $(\delta D_i + \vartheta ECI_i + n_i + d) \bar{k}_i$  a depreciação do capital por trabalhador eficiente, sendo os parâmetros  $s$  e  $d$  a propensão a poupar e a depreciação do capital físico, respectivamente.

Simplificando, e substituindo a função de produção por trabalhador eficiente na equação (5), log-linearizando a mesma, a equação de movimento de capital se torna:

$$\frac{\dot{\bar{k}}_i}{\bar{k}_i} = s_i \Omega^{\frac{\beta}{1-\gamma}} e^{-(1-u_i) \ln \bar{k}_i} \prod_{j \neq i}^N e^{u_j \Sigma \ln \bar{k}_j} - \left( \dot{H}_i / H_i + d \right)\tag{6}$$

Por meio da aproximação de Taylor do capital por trabalhador eficiente no estado estacionário e sabendo que  $\frac{\dot{y}_i}{\bar{y}_i} = \frac{g}{1-\gamma} + u_i \frac{\dot{\bar{k}}_i}{\bar{k}_i} + \sum_{j \neq i}^N u_j \frac{\dot{\bar{k}}_j}{\bar{k}_j}$ , então o crescimento da renda *per capita* é dada por:

$$\frac{\dot{y}_i}{\bar{y}_i} = \frac{g}{1-\gamma} + \lambda (\ln y_i - \ln y_i^*)\tag{7}^{15}$$

Logo, a velocidade de convergência da renda em torno do estado estacionário é dada por:

$$\begin{aligned}\lambda_i &= \frac{\partial \dot{y}_i / \bar{y}_i}{\partial \ln y_i} = \left( \dot{H}_i / H_i + d \right) \left( u_i - \frac{u_i}{u_i + \sum_{j \neq i}^N u_j \frac{1}{\theta_j}} \right) + \\ &\sum_{j \neq i}^N \left( \dot{H}_j / H_j + d \right) \left( \frac{u_j}{\theta_j} - \frac{u_j \frac{1}{\theta_j}}{u_i + \sum_{j \neq i}^N u_j \frac{1}{\theta_j}} \right)\end{aligned}\tag{8}$$

<sup>15</sup> É assumido que o capital *per capita* e a renda *per capita* tem uma relação com o *gap* dos países em relação a seu próprio estado estacionário, i.e.:  $(\ln \bar{y}_i - \ln \bar{y}_i^*) = \phi_j (\ln \bar{y}_j - \ln \bar{y}_j^*)$  e  $(\ln \bar{k}_i - \ln \bar{k}_i^*) = \theta_j (\ln \bar{k}_j - \ln \bar{k}_j^*)$ . Essas hipóteses mostram que a diferença de uma região  $i$  em relação a própria região é proporcional a diferença da região  $j$ . Portanto, se  $\phi_j = 1$ , países têm a mesma distância de seu estado estacionário. Se  $\phi_j > 1$ , a região  $i$  está mais distante de seu estado estacionário do que a região  $j$ .

Note que se não houver externalidades do capital físico ( $\varphi = 0$ ) então  $\lambda = (\alpha - 1)(n_i + d)$ , retorna-se à configuração do modelo de Solow<sup>16</sup>. Ainda, como equações diferenciais lineares possuem soluções fechadas, a equação básica de crescimento da renda *per capita*, é dada por:

$$\ln y_{it} - \ln y_{i0} = -(1 - e^{-\lambda}) \frac{g}{1-\gamma} \frac{1}{\lambda} - (1 - e^{-\lambda}) \ln y_{i0} + (1 - e^{-\lambda}) \ln y_i^* \quad (9)$$

Já a renda de equilíbrio do estado estacionário, após a manipulação da equação (4), é dada por:

$$\begin{aligned} \ln y_i = & \beta \ln \Omega + (\alpha + \beta \varphi) \ln k_i + (1 - \alpha - \beta \varphi) \ln h_i + \\ & (1 - \alpha - \beta \varphi) \ln c_i - \alpha \gamma \sum_{j \neq 1}^N w_{ij} \ln k_j - (1 - \alpha) \gamma \sum_{j \neq 1}^N w_{ij} \ln h_j - \\ & (1 - \alpha) \gamma \sum_{j \neq 1}^N w_{ij} \ln c_j + \gamma \sum_{j \neq 1}^N w_{ij} \ln y_j \end{aligned} \quad (10)$$

Ainda, da equação de acumulação de capital, no estado estacionário  $\dot{k}_i = 0$ , tem-se que:

$$\ln k_i = \ln s_i - \ln \left( \frac{\dot{H}_i}{H_i} + d \right) \ln y_i \quad (11)$$

Inserindo (11), para  $\ln k_i$  e  $\ln k_j$ , em (10), tem-se:

$$\begin{aligned} \ln y_i^* = & \frac{\beta}{1-\alpha-\beta\varphi} \ln \Omega + \frac{\alpha+\beta\varphi}{1-\alpha-\beta\varphi} \left[ \ln s_i - \ln \left( \frac{\dot{H}_i}{H_i} + d \right) \right] \ln h_i + \ln c_i - \\ & \frac{\alpha\gamma}{1-\alpha-\beta\varphi} \sum_{j \neq 1}^N w_{ij} \left[ \ln s_j - \ln \left( \frac{\dot{H}_j}{H_j} + d \right) \right] - \frac{\gamma(1-\alpha)}{1-\alpha-\beta\varphi} \sum_{j \neq 1}^N w_{ij} \ln h_j - \\ & \frac{\gamma(1-\alpha)}{1-\alpha-\beta\varphi} \sum_{j \neq 1}^N w_{ij} \ln c_j + \frac{\gamma(1-\alpha)}{1-\alpha-\beta\varphi} \sum_{j \neq 1}^N w_{ij} \ln y_j \end{aligned} \quad (12)$$

Substituindo (12) em (9), após algumas manipulações, é possível obter a equação de crescimento da renda *per capita* estimável para a região  $i$ :

<sup>16</sup> Para que o modelo retorne as condições do livro texto outras condições devem ser atendidas, como  $\delta = \vartheta = 0$  e  $E C I_0 = D_0 = 1$ , como mencionado anteriormente.

$$\begin{aligned}
\ln y_{it} - \ln y_{i0} &= \Delta_i - (1 - e^{-\lambda_i}) \ln y_{i0} \\
&+ (1 - e^{-\lambda_i}) \frac{\alpha + \beta\varphi}{1 - \alpha - \beta\varphi} [\ln s_i - \ln(n_i + d)] \\
&+ (1 - e^{-\lambda_i}) \delta \left[ \frac{1 + 2(-\alpha - \beta\varphi)}{1 - \alpha - \beta\varphi} \right] D_i \\
&+ (1 - e^{-\lambda_i}) \vartheta \left[ \frac{1 + 2(-\alpha - \beta\varphi)}{1 - \alpha - \beta\varphi} \right] ECI_i \\
&+ (1 - e^{-\lambda_i}) \frac{\gamma(1 - \alpha)}{1 - \alpha - \beta\varphi} \sum_{j \neq 1}^N w_{ij} \ln y_{j0} \\
&- (1 - e^{-\lambda_i}) \frac{\alpha\gamma}{1 - \alpha - \varphi} \sum_{j \neq 1}^N w_{ij} [\ln s_j - \ln(n_j + d)] \\
&- (1 - e^{-\lambda_i}) \left[ \frac{\gamma(1 - \alpha)\delta}{1 - \alpha - \beta\varphi} - \frac{\alpha\gamma\delta}{1 - \alpha - \varphi} \right] \sum_{j \neq 1}^N w_{ij} D_j \\
&- (1 - e^{-\lambda_i}) \left[ \frac{\gamma(1 - \alpha)\vartheta}{1 - \alpha - \beta\varphi} - \frac{\alpha\gamma\vartheta}{1 - \alpha - \varphi} \right] \sum_{j \neq 1}^N w_{ij} ECI_j \\
&+ \frac{\gamma(1 - \alpha)}{1 - \alpha - \varphi} (1 - e^{-\lambda_i}) \sum_{j \neq 1}^N \frac{1}{(1 - e^{-\lambda_j t})} w_{ij} (\ln y_{jt} - \ln y_{j0})
\end{aligned} \tag{13}$$

em que  $\Delta_i = (1 - e^{-\lambda_i}) \left\{ \frac{g}{1 - \gamma} \frac{1}{\lambda_i} \left[ 1 - \frac{\gamma(1 - \alpha)}{1 - \alpha - \varphi} \right] \right\} + \sum_{j \neq 1}^N \frac{1}{(1 - e^{-\lambda_j})} w_{ij} + \frac{(1 - e^{-\lambda_i})}{1 - \alpha - \varphi} \ln \Omega$ .

As derivadas parciais conseguem resumir em certa medida como uma alteração em determinada variável do modelo é capaz de afetar seu processo de crescimento<sup>17</sup>. Isto é:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial(\ln y_{it} - \ln y_{i0})}{\partial \ln y_{i0}} &= -(1 - e^{-\lambda_i}) \\
\frac{\partial(\ln y_{it} - \ln y_{i0})}{\partial \ln s_i} &= (1 - e^{-\lambda_i}) \frac{\alpha + \beta\varphi}{1 - \alpha - \beta\varphi} \\
\frac{\partial(\ln y_{it} - \ln y_{i0})}{\partial \ln n_i} &= -(1 - e^{-\lambda_i}) \frac{\alpha + \beta\varphi}{1 - \alpha - \beta\varphi} \\
\frac{\partial(\ln y_{it} - \ln y_{i0})}{\partial D_i} &= (1 - e^{-\lambda_i}) \delta \left[ \frac{1 + 2(-\alpha - \beta\varphi)}{1 - \alpha - \beta\varphi} \right] \\
\frac{\partial(\ln y_{it} - \ln y_{i0})}{\partial ECI_i} &= (1 - e^{-\lambda_i}) \vartheta \left[ \frac{1 + 2(-\alpha - \beta\varphi)}{1 - \alpha - \beta\varphi} \right]
\end{aligned} \tag{14}$$

<sup>17</sup> A recuperação dos parâmetros estruturais se tornou inviável, dada a complexidade do modelo.

$$\frac{\partial(\ln y_{it} - \ln y_{i0})}{\partial \ln y_{j0}} = (1 - e^{-\lambda_i}) \frac{\gamma(1-\alpha)}{1-\alpha-\beta\varphi} w_{ij}$$

$$\frac{\partial(\ln y_{it} - \ln y_{i0})}{\partial \ln s_j} = (1 - e^{-\lambda_i}) \frac{\alpha\gamma}{1-\alpha-\varphi} w_{ij}$$

$$\frac{\partial(\ln y_{it} - \ln y_{i0})}{\partial \ln n_j} = (1 - e^{-\lambda_i}) \frac{\alpha\gamma}{1-\alpha-\varphi} w_{ij}$$

$$\frac{\partial(\ln y_{it} - \ln y_{i0})}{\partial D_j} = -(1 - e^{-\lambda_i}) \left[ \frac{\gamma(1-\alpha)\delta}{1-\alpha-\beta\varphi} - \frac{\alpha\gamma\delta}{1-\alpha-\varphi} \right] w_{ij}$$

$$\frac{\partial(\ln y_{it} - \ln y_{i0})}{\partial ECI_j} = -(1 - e^{-\lambda_i}) \left[ \frac{\gamma(1-\alpha)\vartheta}{1-\alpha-\beta\varphi} - \frac{\alpha\gamma\vartheta}{1-\alpha-\varphi} \right] w_{ij}$$

$$\frac{\partial(\ln y_{it} - \ln y_{i0})}{\partial \ln(\ln y_{jt} - \ln y_{j0})} = (1 - e^{-\lambda_i}) \frac{\gamma(1-\alpha)}{1-\alpha-\varphi} \frac{1}{(1-e^{-\lambda_i})} w_{ij}$$

Percebe-se que o crescimento da renda *per capita* é uma função negativa da renda *per capita* no período inicial, controlando os determinantes do estado estacionário. Espera-se que a renda dependa positivamente da taxa de poupança, dos fatores aumentadores do capital humano e de fatores das regiões vizinhas, como depreciação, renda inicial e do crescimento da renda. Também que o crescimento esteja negativamente associado à taxa de depreciação e de outros fatores das regiões contíguas, como poupança e fatores aumentadores do capital humano. Isto posto, é necessário avançar em relação aos trabalhos empíricos disponíveis na literatura, principalmente em relação à importância da complexidade econômica para o crescimento. Deve ficar claro, que o resultado é óbvio apenas para a renda inicial. Para os demais casos isso depende do valor dos parâmetros estruturais.

### 3.1 Evidências empíricas

Parece haver certo consenso na literatura quanto ao efeito positivo da complexidade econômica no crescimento da renda, principalmente para o caso de economias nacionais, como encontraram Hidalgo e Hausmann (2009), Hausmann et al. (2011), entre outros. Já para o caso de modelos de convergência, diversos trabalhos incluíram efeitos espaciais.<sup>18</sup> E, em boa parte dos trabalhos, se constata que a omissão da

---

<sup>18</sup> Diversos trabalhos analisaram a convergência a um nível nacional, ver Baumol (1986), De Long (1988), Mankiw, Romer e Weil (1992), Johnson e Takayama (2003) entre outros. A um nível subnacional, ver Barro e Sala-i-Martin (1991; 1992), para os autores há maior possibilidade de ocorrência de convergência absoluta dentro de um mesmo país, pois as regiões são mais homogêneas e compartilham de um mesmo

dependência espacial pode levar a uma má especificação do modelo. Entretanto, a presente seção procura analisar os trabalhos que conciliaram as duas abordagens ao nível subnacional.

Ao avançar nessa temática, Jarreau e Poncet (2012) analisaram se a atualização da pauta exportadora contribuiu para o crescimento de 30 províncias chinesas, de 1997 a 2009. Fizeram uso, como *proxy* para atualização produtiva, de uma medida de sofisticação das exportações em um modelo de convergência. Os resultados apontaram que regiões especializadas em produtos sofisticados cresceram mais.

Com argumentos de que a Complexidade Econômica contribui para o desenvolvimento de capacidades e adoção de tecnologias, Poncet e Starosta de Waldemar (2013) recorreram a metodologias de dados em painel para 200 cidades chinesas, de 1997 a 2009. Concluíram que o nível de capacidades disponíveis para as empresas operarem no comércio afeta positivamente o crescimento econômico.

Dong et al. (2019) partiram do princípio de que regiões que produzem produtos complexos tendem a crescer mais rapidamente e a ser mais ricas, ou seja, regiões mais complexas podem acelerar o processo de convergência. Assim, analisaram 191 indústrias em 286 cidades da China com níveis de complexidade similar e existência de estrutura industrial, de 2003 a 2008. Os autores validaram as hipóteses levantadas e mostraram que a complexidade é importante para a industrialização.

Tendo como problema de pesquisa as externalidades de conhecimento no crescimento da complexidade econômica, para a economia colombiana, de 1997 a 2011, Sahdev (2016) regrediu o Índice de Complexidade Econômica sobre variáveis propícias a facilitar *spillovers* de conhecimento. Encontrou uma associação negativa do crescimento do ECI com a diversidade e, também, com a concorrência. Nesse aspecto, o autor sugeriu que a especialização se mostrou importante para a transmissão de conhecimento em indústrias nascentes, como é o caso colombiano. Sinalizou, ainda, que a complexidade afetou não somente o próprio município, mas que transbordou para outras regiões.

---

ambiente macroeconômico. Para o caso brasileiro, ver Ellery Júnior e Ferreira (1996), Azzoni (1997; 2001), Ávila e Pôrto Júnior (2015), Ribeiro e Almeida (2012), Pinto Coelho (2006), entre outros. Para uma revisão de diversos trabalhos aplicados a economia brasileira ver Guimarães e Almeida (2017).

Pérez-Balsalobre, Llano Verduras e Diaz-Lanchas (2019) desenvolveram uma medida de complexidade em nível subnacional, para 50 províncias da Espanha (NUTS-3), de 1995 a 2016. O trabalho se diferenciou ao incluir no indicador de complexidade informações sobre o comércio intranacional.<sup>19</sup> Concluíram que as regiões diferiram em termos de complexidade internacional e intranacional. Ainda, ao comparar com outras medidas, verificaram que o indicador criado é um melhor determinante do crescimento do PIB futuro.

Ao analisar as externalidades de aglomeração para 260 regiões europeias, de 2004 a 2012, Cortinovis e Van Oort (2015) utilizaram os conceitos de variedade relacionada e não relacionada<sup>20</sup> e especialização setorial. Modelaram explicitamente a importância da dependência e da heterogeneidade espacial, por meio de procedimentos de econometria espacial. Com o uso do modelo espacial do tipo SARAR, os resultados apontaram que as externalidades da variedade relacionada afetaram positivamente o desempenho econômico de uma região, mas apenas em regiões tecnologicamente avançadas. Assim, concluíram que a estratégia de diversificação não necessariamente acarretará um processo de *catching-up*.

Já Daboín et al. (2019) usaram o Índice de Complexidade Econômica como preditor das perspectivas de crescimento populacional futuro e do crescimento do emprego na indústria das cidades norte-americanas, de 2006 a 2016. Os autores notaram que cidades mais desenvolvidas tenderam a apresentar maior complexidade. Eles concluíram que, embora a complexidade seja um importante determinante da riqueza, esse efeito dependeu do tamanho das cidades, pois cidades pequenas se beneficiaram da

---

<sup>19</sup> Pérez-Balsalobre, Llano Verduras e Diaz-Lanchas (2019) apontaram que o indicador de complexidade tradicional dá muita ênfase no comércio internacional, o que pode trazer viés às estimativas. De fato, Reynolds et al. (2017) já haviam construído um índice de complexidade que leva em consideração o comércio interestadual e internacional para as regiões australianas, concluindo que o comércio interestadual era especializado em produtos complexos. Gao e Zhou (2018) estimaram um índice de complexidade econômica para as províncias chinesas de 1990 a 2015. Os autores concluíram que as províncias mais diversificadas tendem a ser as menos ubíquas. Já Balland e Rigby (2017) também estimaram a complexidade econômica num nível subnacional das cidades norte-americanas, de 1975 a 2010. Eles chegaram à conclusão que tecnologias complexas tendem a se aglomerar em cidades altamente produtivas.

<sup>20</sup> O Índice de Variedade Relacionada está vinculado à inovação, exploração de novos mercados e crescimento do emprego. Já o Índice de Variedade Não Relacionada se relaciona a um efeito portfólio que protege a região contra *spillovers* de desemprego setorial. Por sua vez, a especialização é calculada por um índice de Theil de empregabilidade. Destaca-se que, por mais que o trabalho de Cortinovis e Oort (2015) não se relacione à teoria de complexidade econômica, contribui quanto a discussão das externalidades e transbordamentos de regiões diversificadas e especializadas.

concentração dos recursos e grandes cidades acumularam economias de escala em diferentes setores.

Analisando especificamente a convergência absoluta da indústria manufatureira, Rodrik (2013) mostrou que estas indústrias apresentam uma forte convergência da produtividade do trabalho. O resultado do autor se mantém para diversos níveis de desagregação, para cerca de 118 países no período de 1975 a 1995. Para o autor, a falha no processo de convergência se deve à baixa parcela de emprego no setor manufatureiro e ao baixo crescimento desse setor em países de baixa renda. Nesse aspecto, sugeriu que políticas econômicas que promovam maior produtividade, expandindo o emprego doméstico em torno de tais atividades podem acelerar o processo de convergência, dado as evidências favoráveis a produtividade do trabalho em torno de tais indústrias.

Focando nas microrregiões do estado de Minas Gerais – Brasil, em 2004 e 2012, Ramos (2015) verificou a associação da complexidade tanto com o crescimento quanto com o nível do PIB *per capita*. Por meio do método de Mínimos Quadrados Ordinários (MQO) e adotando um modelo de convergência, o autor usou a diversidade ponderada pela ubiquidade para captar a possível heterogeneidade entre as microrregiões. Os resultados apontaram que a diversidade tem um efeito positivo sobre o PIB *per capita*. Porém, não se mostrou significativa para explicar o crescimento das regiões.

Salles et al. (2018) estudaram a evolução da complexidade econômica nos estados brasileiros de 2002 a 2014, mas com foco na complexidade econômica do estado de Minas Gerais e sua relação com a estrutura produtiva voltada a recursos naturais. Os resultados apontaram que a complexidade se relacionou positivamente ao PIB *per capita* dos estados brasileiros.

Preocupados com a desigualdade social e econômica da economia brasileira, por meio de métodos espaciais, Verheij e Oliveira (2020) avaliaram se a complexidade econômica foi espacialmente dependente entre os municípios brasileiros de 2000 a 2010. Especificamente, do modelo autorregressivo espacial (SAR), notou-se que a complexidade possuiu dependência espacial.

Embora em um nível nacional, Morais (2017) contribuiu ao presente estudo. Em uma análise de 19 países da América Latina, de 1990 a 2000, o autor investigou se a complexidade é relevante para explicar a convergência de renda. O Índice de Complexidade Econômica foi incorporado à matriz de pesos espaciais. O autor aplicou

dois tipos de modelo, o SAR e SDM. Por fim, validou a hipótese de convergência para todas as amostras. Ainda, controlado o diferencial de complexidade entre os países, o processo de convergência mostrou uma velocidade superior.

Nota-se que a complexidade se configura como um importante determinante do crescimento das regiões, também a um nível subnacional. As evidências não são um consenso. Aparentemente a complexidade é importante para explicar a riqueza das regiões, mas não é um consenso de que ela possa acelerar o processo de convergência. Nesse aspecto, é necessário avançar em relação ao presente problema de pesquisa, no que tange ao efeito da complexidade econômica para o crescimento dos municípios brasileiros, baseado no modelo aqui desenvolvido.

#### 4 ESTRATÉGIA EMPÍRICA

Esse trabalho tem como estratégia de identificação o uso de procedimentos de econometria espacial, como proposto por Anselin (1988). Além disso, para analisar a convergência de renda entre os municípios brasileiros, insere-se a importância da complexidade econômica dos municípios e a interdependência tecnológica entre eles.

Como apresentado na seção 3, o presente trabalho propõe um modelo estrutural, dado pela equação (13). Logo, o modelo estimável, adaptando a equação de crescimento, é dado por:

$$\begin{aligned}
 \ln y_{it} - \ln y_{i0} = & \beta_0 + \beta_1 \ln y_{i0} + \beta_2 s_i + \beta_3 \ln(n_j + \delta + g + \vartheta + \delta) + \\
 & \beta_4 D_i + \beta_5 ECI_i + \theta_1 \sum_{j \neq i}^N w_{ij}^{(r)} \ln y_{j0} + \theta_2 \sum_{j \neq i}^N w_{ij}^{(r)} s_j + \\
 & \theta_3 \sum_{j \neq i}^N w_{ij}^{(r)} \ln(n_j + \delta + g + \vartheta + \delta) + \theta_4 \sum_{j \neq i}^N w_{ij}^{(r)} D_j + \theta_5 \sum_{j \neq i}^N w_{ij}^{(r)} ECI_j + \\
 & \rho \sum_{j \neq i}^N w_{ij}^{(r)} \ln(y_{jt} - y_{j0})
 \end{aligned} \tag{15}$$

Os parâmetros do modelo, podem ser definidos como na equação (13), por meio das derivadas parciais, como se segue:

$$\begin{aligned}
 \Delta_i &= \beta_0 \\
 \frac{\partial (\ln y_{it} - \ln y_{i0})}{\partial \ln y_{i0}} &= -(1 - e^{-\lambda_i}) = \beta_1 \\
 \frac{\partial (\ln y_{it} - \ln y_{i0})}{\partial \ln s_i} &= (1 - e^{-\lambda_i}) \frac{\alpha + \beta \varphi}{1 - \alpha - \beta \varphi} = \beta_2 \\
 \frac{\partial (\ln y_{it} - \ln y_{i0})}{\partial \ln n_i} &= -(1 - e^{-\lambda_i}) \frac{\alpha + \beta \varphi}{1 - \alpha - \beta \varphi} = \beta_3
 \end{aligned} \tag{16}$$

$$\frac{\partial(\ln y_{it} - \ln y_{i0})}{\partial D_i} = (1 - e^{-\lambda_i}) \delta \left[ \frac{1+2(-\alpha-\beta\varphi)}{1-\alpha-\beta\varphi} \right] = \beta_4$$

$$\frac{\partial(\ln y_{it} - \ln y_{i0})}{\partial ECI_i} = (1 - e^{-\lambda_i}) \vartheta \left[ \frac{1+2(-\alpha-\beta\varphi)}{1-\alpha-\beta\varphi} \right] = \beta_5$$

$$\frac{\partial(\ln y_{it} - \ln y_{i0})}{\partial \ln y_{j0}} = (1 - e^{-\lambda_i}) \frac{\gamma(1-\alpha)}{1-\alpha-\beta\varphi} w_{ij} = \theta_1 w_{ij}^{(r)}$$

$$\frac{\partial(\ln y_{it} - \ln y_{i0})}{\partial \ln s_j} = -(1 - e^{-\lambda_i}) \frac{\alpha\gamma}{1-\alpha-\varphi} w_{ij} = \theta_2 w_{ij}^{(r)}$$

$$\frac{\partial(\ln y_{it} - \ln y_{i0})}{\partial \ln n_j} = (1 - e^{-\lambda_i}) \frac{\alpha\gamma}{1-\alpha-\varphi} w_{ij} = \theta_3 w_{ij}^{(r)}$$

$$\frac{\partial(\ln y_{it} - \ln y_{i0})}{\partial D_j} = -(1 - e^{-\lambda_i}) \left[ \frac{\gamma(1-\alpha)\delta}{1-\alpha-\beta\varphi} - \frac{\alpha\gamma\delta}{1-\alpha-\varphi} \right] w_{ij} = \theta_4 w_{ij}^{(r)}$$

$$\frac{\partial(\ln y_{it} - \ln y_{i0})}{\partial ECI_j} = -(1 - e^{-\lambda_i}) \left[ \frac{\gamma(1-\alpha)\vartheta}{1-\alpha-\beta\varphi} - \frac{\alpha\gamma\vartheta}{1-\alpha-\varphi} \right] w_{ij} = \theta_5 w_{ij}^{(r)}$$

$$\frac{\partial(\ln y_{it} - \ln y_{i0})}{\partial \ln(\ln y_{jt} - \ln y_{j0})} = \rho w_{ij}$$

Reescrevendo a equação (15) em sua forma matricial é possível obter o modelo de Durbin espacial (SDM):

$$y = X\beta + W_p X\theta + \rho W_p y + \varepsilon \therefore y = (1 - \rho W_p)^{-1} (X\beta + W_p X\theta + \varepsilon) \quad (17)$$

onde  $y$  é um vetor  $N \times 1$  do logaritmo do crescimento do PIB *per capita*,  $X$  é uma matriz  $N \times 6$  das variáveis independentes. Por sua vez,  $W_p$  é uma matriz  $N \times N$  de pesos espaciais padronizadas na linha, no qual  $p$  denota o tipo de contiguidade, isto é, podendo ser do tipo *queen*, *rook*, etc. Aqui, foram utilizadas duas matrizes espaciais, do tipo *rook* e *queen*. Na matriz do tipo *rook* duas unidades são consideradas vizinhas se compartilham uma fronteira comum, podendo ser considerada mais restrita, considerando apenas a adjacência direta. Na *queen*, duas unidades são consideradas vizinhas se compartilham uma fronteira comum ou um vértice, sendo mais inclusiva em termos de vizinhança, pois inclui unidades que compartilham uma fronteira ou um vértice.

$W_p X$  é uma matriz  $N \times 6$  das variáveis independentes defasadas espacialmente e  $W_p y$  é um vetor de defasagem espacial do crescimento. Ainda,  $\beta' = [\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4, \beta_5]$ ,  $\theta' = [\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4, \theta_5]$  e  $\rho = (1 - e^{-\lambda_i}) \frac{\gamma(1-\alpha)}{1-\alpha-\varphi}$  é um vetor  $N \times 1$

de parâmetros autorregressivos da variável dependente. Por fim,  $\varepsilon$  representa um vetor  $N \times 1$  de ruídos brancos.

Logo, percebe-se que o modelo estendido de Ertur e Koch (2007) com a inclusão da complexidade econômica se trata de um modelo espacial de Durbin (SDM). Um fato tratado por Ertur e Koch (2007) se refere a natureza global do modelo SDM. Os autores expuseram que:

[...] real income per worker in a location  $i$  will not only be affected by the investment rate and the physical capital effective rate of depreciation in  $i$ , but also by those in all other locations through the inverse spatial transformation  $(1 - \rho W_p)^{-1}$ . [...] a random shock in a specific location  $i$  [...] has an impact on the real income per worker in all other locations through the same inverse spatial transformation (ERTUR; KOCH, 2007, p. 1044).

LeSage (2008) sugere que esse tipo de modelo, com uma natureza global, deve ser analisado à luz dos efeitos diretos e indiretos. Na verdade, para LeSage e Pace (2009) os coeficientes estimados pelo modelo SDM não podem ser interpretados como se fossem efeitos marginais médios.

Realmente, o termo inverso da forma reduzida, como também apontado por Ertur e Koch (2007), representa a transmissão do efeito do aumento das variáveis explicativas do modelo, devido à interdependência tecnológica entre as regiões, sobre todas as regiões analisadas.<sup>21</sup> Logo, é possível captar esses efeitos, avaliando como a alteração de uma variável do modelo afeta não somente o crescimento desta mesma cidade (impacto direto), mas também o crescimento de todos os outros municípios (impacto indireto), no qual o impacto total seria dado pela soma dos dois efeitos.

Para estimar o modelo, deve-se analisar a normalidade dos resíduos. Caso se verifique a normalidade, pode-se utilizar o método de estimação de Máxima Verossimilhança. Do contrário, sugere-se a utilização do procedimento de variáveis

---

<sup>21</sup> É bem verdade que a proposta da interpretação dos parâmetros de um modelo espacial global por meio de efeitos diretos e indiretos foram introduzidos por LeSage (2008). Porém, trabalhos posteriores fundamentados em Ertur e Koch (2007), como Fisher (2011) e Álvarez e Barbero (2016), não distinguiram estes efeitos em sua análise empírica.

instrumentais, no qual os instrumentos seriam as defasagens das defasagens espaciais ( $W^2X$ ), como sugerido por Kalejjan e Prucha (1998).<sup>22</sup>

#### 4.1 Fonte e tratamento dos dados

De antemão, destaca-se que as variáveis utilizadas foram log-linearizadas. Aplicou-se o modelo de convergência para informações das cidades brasileiras, de 2010 a 2015<sup>23</sup>. A tabela Tabela 1 apresenta as variáveis utilizadas bem como a sua fonte. Tanto o crescimento populacional quanto o PIB foram fornecidos pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE). Já para a taxa de poupança foi utilizado como *proxy* um índice (um dos componentes do índice de capacidade de pagamento dos municípios sobre poupança) fornecido pela Secretaria do Tesouro Nacional (STN).

O distúrbio idade-série foi utilizado como *proxy* para o aprendizado, disponibilizado pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP). Segundo Horowitz e Souza (2004), como o processo de acumulação de capital humano das crianças não está completo, a taxa de progressão pode ser uma boa medida para captar o aprendizado.

Já o Índice de Complexidade Econômica (ECI) foi coletado junto ao Data Viva. Data Viva é uma plataforma de visualização de dados que visa fundamentar processos de decisão e investigação científica. O projeto é uma iniciativa do Governo de Minas Gerais, Brasil, para diagnosticar a economia mineira e demais estados da federação. A construção do Índice de Complexidade Econômica é fundamentada no conceito de “produtos ligados”, que são bens e serviços que compartilham características produtivas similares. Seu cálculo envolve vários passos. Inicialmente, é criada a Matriz de Similaridade Produtiva (MSP) que representa a similaridade entre os produtos de uma economia.

Essa matriz é construída com base em dados de exportação, em que a similaridade entre dois produtos é determinada pela frequência com que são exportados pelas mesmas regiões. O próximo passo é calcular a diversidade produtiva de cada região, construindo o Vetor de Diversidade Produtiva (VDP). Isso é feito por meio de um vetor que indica a

---

<sup>22</sup> Deve-se destacar que estes pontos ainda são turvos na literatura. A título de exemplo, Lee (2004) mostrou que se o modelo representar o verdadeiro processo gerador de dados ainda consegue-se atingir consistência, eficiência assintótica e normalidade assintótica, mesmo não verificando a normalidade dos resíduos.

<sup>23</sup> A escolha do período se deve a disponibilidade dos dados.

distribuição de exportações da região entre diferentes produtos. Regiões que exportam uma ampla variedade de produtos têm um vetor de diversidade produtiva mais extenso. Por fim, é construído o ECI com base nos dados da MSP e VDP. Ele reflete a diversidade e a complexidade dos produtos que uma região é capaz de produzir e exportar com sucesso. Regiões que exportam produtos mais complexos e menos comuns terão um ECI mais alto.

Ainda, utilizou-se de diversas *dummies* invariantes no tempo, entre elas região geográfica, parte da região Amazônica, região urbana, semiárido, região de fronteira e região da costa. Espera-se que essas variáveis possam captar possíveis fatores omitidos no modelo, como qualidade institucional e nível de governança e outros fatores que podem permanecer constantes ao longo do tempo. Isso se justifica pois boa parte das normas e regras para o funcionamento da economia são interiorizadas em tais regiões, se mantendo relativamente estáveis.

No período analisado, o número de municípios do Brasil aumentou. Em 2010, havia 5565 municípios no país, incluídos nesse número o Distrito Federal (Brasília, DF) e um Distrito Estadual (Fernando de Noronha, PE). Em 2017, esse número passou a 5570,<sup>24</sup> mas 5572 geocódigos<sup>25</sup> porque inclui, ainda, 2 áreas estaduais operacionais (Lagoa dos Patos e Lagoa Mirim, ambas no RS)<sup>26</sup>. Entretanto, devido à disponibilidade de dados a amostra engloba 4297 municípios.

---

<sup>24</sup> Cinco novos municípios foram instalados no País em 2013, Pinto Bandeira, RS, Pescaria Brava e Balneário Rincão, SC, Paraíso das Águas, em MT, e Mojuí dos Campos, no PA, além dos 5.565 municípios preexistentes. Informações sobre a evolução do número de municípios ao longo dos Censos Populacionais podem ser acessadas no IBGE, disponível em [https://ww2.ibge.gov.br/home/geociencias/geografia/default\\_evolucao.shtm](https://ww2.ibge.gov.br/home/geociencias/geografia/default_evolucao.shtm). Acesso em: 13 de junho de 2019.

<sup>25</sup> Sobre a malha municipal digital de 2017, cf: [ftp://geoftp.ibge.gov.br/organizacao\\_do\\_territorio/malhas\\_territoriais/malhas\\_municipais/municipi\\_o\\_2017/](ftp://geoftp.ibge.gov.br/organizacao_do_territorio/malhas_territoriais/malhas_municipais/municipi_o_2017/). Acesso em: 13 de junho de 2019.

<sup>26</sup> Essas duas áreas podem ser facilmente excluídas do estudo, por se tratar de lagos, pertencentes a estados e não municípios.

Tabela 1: Fonte, tratamento de dados, medidas de posição e variação.

Variável	Descrição	Unidades de Medida	Fonte	Média	DP	Mín.	Máx.
$\frac{(\ln y_{i2015} - \ln y_{i2010})}{6}$	Crescimento da renda <i>per capita</i>	Taxa	IBGE	0,03	0,04	-0,24	0,43
$y_{i2010}$	Renda <i>per capita</i> em 2010	R\$/pop.	IBGE	13655	14986	2369	298790
$s_i$	Taxa de Poupança	Índice	STN	0,92	0,10	-4,01	1,00
$n_i$	Taxa de Crescimento Populacional	Taxa	IBGE	0,01	0,01	-0,05	0,09
$\delta + g$	Depreciação e Progresso Tecnológico	Taxa	MRW (1990)	0,05	0,00	0,05	0,05
$D_i$	Distorção Idade-Série	Índice	INEP	0,32	0,15	0,00	1,00
$ECl_i$	Índice de Complexidade Econômica	Índice	Dataviva	4,82	5,34	0,00	23,58
<i>Dummies</i>	Variáveis invariantes no tempo como região geográfica, parte da região Amazônica, região urbana, semiárido, região de fronteira e região da costa.						

Nota: *Mín.*=menor valor da amostra e *Máx.*=maior valor da amostra.  $\delta + g = 0.05$ , como sugerido por Mankiw, Romer e Weils (1990). Ainda, o *ECl* foi transformado para que os municípios sem informação tenham complexidade igual a 0. Como o índice assume valores negativos, a seguinte fórmula foi aplicada:

$$ECl \text{ modificado} = \begin{cases} ECl - \min(ECl) + 1, & \text{se a cidade exportou;} \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

Fonte: Elaboração própria.

## 5 DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Inicialmente, foram estimados os modelos a-espaciais. Nesses modelos não é considerado uma matriz espacial que pondere a relação entre as regiões de alguma maneira. Eles foram estimados com diversas características, como mostrado na Tabela 2, incluindo ou não *dummies* invariantes no tempo.

Foi testado nesses modelos a normalidade dos resíduos. Isso contribuiu para avaliar o melhor método para estimar os modelos espaciais. Destaca-se que se verificou a não normalidade dos resíduos, implicando na estimação dos modelos espaciais por métodos de variáveis instrumentais.

Voltando aos modelos não espaciais, na Tabela 2, utilizou-se o MQO robusto à presença de heterocedasticidade. Os resultados encontrados apontaram que, em todos os modelos, os municípios mais pobres em 2010 cresceram mais de 2010 a 2015 em comparação com as cidades brasileiras mais ricas. Isto é, em todos os modelos, independente da sua configuração e variáveis inseridas, ocorreu algum tipo de processo de convergência, mesmo não considerando a inter-relação entre as cidades.

Na Tabela 2, a primeira coluna foi estimada o modelo de convergência absoluta, constatando que os municípios convergiram independentemente de suas condições

iniciais, uma vez que o modelo não apresenta variáveis explicativas. Os resultados são semelhantes aos encontrados por diversos trabalhos que analisaram o mesmo problema para a economia brasileira (Ribeiro (2010), Resende (2011), entre outros).

Já a convergência do modelo de Solow (1956) foi testada na segunda e terceira coluna da Tabela 2. Aqui, são inseridas variáveis explicativas, testando a hipótese de convergência condicional. Mesmo que as cidades converjam, como já afirmado, elas não terão a mesma velocidade, dado pelas características de poupança e crescimento populacional. Isto é, mesmo que as cidades mais pobres tenham crescido mais rapidamente, os municípios não apresentam as mesmas características estruturais e isso afeta a velocidade no qual cada município isolado alcança a convergência.

Nas quatro primeiras colunas da Tabela 6 foram estimadas equações de exportações. Nas duas primeiras, a equação de Exportação estimada utilizando o modelo espacial. Na terceira e quarta são modelos a-espaciais, estimados pelo método de Efeitos Fixos. No primeiro modelo (bem como no terceiro e na primeira equação de importações), foi inserida a taxa de câmbio real, e no segundo (terceira equação de exportações e segunda de importações) foi suposta a paridade do poder de compra (implicando na ausência da RER).

Nos modelos espaciais, estimado por efeitos fixos, o teste Wald indica que o modelo espacial alternativo é o mais adequado para corrigir problemas advindos da dependência espacial. A análise do Índice de Moran também corrobora essa hipótese. Nos modelos a-espaciais, ele foi estatisticamente significativo ao nível de 5% de significância, indicando a impossibilidade de rejeitar a hipótese nula.

Isso sugere que há presença de dependência espacial nesses modelos. Assim, há indícios de que esses modelos contêm informações omitidas e que são espacialmente correlacionadas. Logo, possivelmente ocorre uma má especificação dos modelos pois não incorporam explicitamente a multilateralidade das relações comerciais. Nesse caso, um modelo alternativo espacial conseguiu lidar com os problemas advindos da dependência espacial.

Nas colunas 4, 5, 6 e 7, da Tabela 2, são inseridas outras variáveis explicativas, aumentando o teste para a hipótese de convergência condicional em relação a outros fatores. Nota-se que há indícios de que mesmo havendo convergência, existem diferenças permanentes na renda de longo prazo devido a características estruturais. Isso ocorre pois pelo menos uma das variáveis explicativas é significativa nesses modelos. Ou seja, mesmo que na média as cidades brasileiras estejam convergindo para um estado estacionário comum, elas iram divergir em termos de velocidade, em decorrência das variáveis explicativas presentes no modelo, como poupança, crescimento populacional, já inserida nos modelos anteriores, mas também educação e complexidade econômica.

Explorou-se a hipótese de convergência com a presença de capital humano, conforme o modelo de Mankiw, Romer e Weils (1992) nas colunas 4 e 5. Destaca-se que o distúrbio idade-série se mostrou significativo, implicando que quanto maior a defasagem da idade escolar menor tende a ser o processo de aprendizagem dos indivíduos, o que leva a efeitos negativos sobre o crescimento.

Nos modelos das colunas 6 e 7 foi inserido o Índice de Complexidade Econômica. Por conseguinte, percebe-se que o sinal do parâmetro segue o esperado, ou seja, quanto maior a complexidade econômica de uma localidade maior foi o crescimento da renda. Ainda, que a inclusão dessa variável aumenta a velocidade de convergência encontrada no modelo. De fato, o parâmetro  $\lambda$  se aproxima ao encontrado por Barro e Sala-i-Martin (2004) de 2%, quando não se controla por *dummies* invariantes no tempo.

Porém, por meio do Índice de Moran há indícios de que esses modelos contêm fatores omitidos e que são espacialmente correlacionados. Logo, sugere-se que eles são mal especificados pois não levam em consideração a interdependência tecnológica entre as regiões e as externalidades de capital físico e humano. Assim sendo, nas colunas de 8 a 19, da tabela Tabela 3, foram estimados os modelos de convergência espacial.

Em todos os modelos, na Tabela 3, os coeficientes de autocorrelação espacial ( $\rho$ ) – a atrelados a variável dependente defasada espacialmente  $\left( W \frac{(\ln y_{i2015} - \ln y_{i2010})}{6} \right)$  – ou do capital humano não foram significativos. Tal fato coloca dúvidas acerca da especificação do modelo, algo que pode ser corrigido ao se analisar os efeitos diretos e indiretos, porém, os demais coeficientes seguem o sinal esperado do modelo resultante, o que fornece indícios sobre a forma funcional modelada.

Além disso, ainda na Tabela 3, há evidência de convergência condicional, após controlar não só as condições estruturais. Isto é, mesmo a inserção da inter-relação entre as regiões leva a avaliação de que as regiões convergiram no período. Ignorando a presença da complexidade e capital humano, o parâmetro de velocidade de convergência implícito é de cerca de 0,023 e, controlando, aumenta para cerca de 0,03. Esses valores são próximos dos sugeridos por Barro e Sala-i-Martin (2004), fornecendo mais evidências em direção ao modelo proposto.

Tabela 2: Modelos de convergência de renda A-Espaciais

Modelo	Conv. abs.	Conv. à la Baumol (1986)		Conv. MRW		Conv. MRW com ECI	
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
$\beta_0$	0,1480*** (0,0092)	0,1330*** (0,0301)	0,2249*** (0,0253)	0,1405*** (0,0315)	0,2310*** (0,0256)	0,1529*** (0,0311)	0,2468*** (0,0254)
$\ln y_{i2010}$	-0,0133*** (0,0010)	-0,0134*** (-0,0134)	-0,0219*** (0,0016)	-0,0138*** (0,0012)	-0,0220*** (0,0016)	-0,0173*** (0,0014)	-0,0253*** (0,0017)
$s_i$	-	-0,0390* (0,0229)	-0,0239 (0,0156)	-0,0391* (0,0230)	-0,0235 (0,0155)	-0,0391* (0,0222)	-0,0233 (0,0146)
$\ln(n_i + 0,05)$	-	-0,0178*** (0,0039)	-0,0113*** (0,0036)	-0,0173*** (0,0039)	-0,0108* (0,0037)	-0,0225*** (0,0044)	-0,0147*** (0,0038)
$ECI_i$	-	-	-	-0,0001 (0,0000)	-0,0001*** (0,0000)	-0,0001 (0,0000)	-0,0001** (0,0000)
$D_i$	-	-	-	-	-	0,0010*** (0,0001)	0,0012*** (0,0002)
<i>Dummies</i>	Não	Não	Sim	Não	Sim	Não	Sim
$\lambda$ implícito	0,0139	0,0140	0,0234	0,0144	0,0236	0,0183	0,0274
Meia-Vida	50,03	49,67	29,58	48,01	29,32	37,84	25,28
I de Moran (Wq)	271,10***	238,39***	146,07***	240,07***	143,30***	259,36***	149,16***
I de Moran (Wr)	261,28***	229,68***	139,96***	231,34***	137,31***	250,49***	143,46***

Nota: \*\*\* p-valor < 0.01; \*\* p-valor < 0.05; \* p-valor < 0.1. Os erros padrão se encontram entre parênteses.  $\lambda$  resulta da manipulação de  $\beta_1 = -(1 - e^{\lambda T})/T$ . Portanto,  $\lambda = -\ln(1 + \beta_1 T)/T$ . Por sua vez, a meia-vida se refere ao tempo requerido para que a desigualdade entre a renda *per capita* das regiões acabe, é igual a  $\ln(2)/\lambda$ .

Fonte: Elaboração própria.

Tabela 3: Modelos de Convergência de Renda Espaciais

Modelo	Conv. à la Baumol (1986)				Conv. MRW				Conv. MRW com ECI			
	Wq (8)	Wr (9)	Wq (10)	Wr (11)	Wq (12)	Wr (13)	Wq (14)	Wr (15)	Wq (16)	Wr (17)	Wq (18)	Wr (19)
$\beta_0$	0,1967*** (0,0315)	0,1996*** (0,0309)	0,2452*** (0,0337)	0,2489*** (0,0328)	0,1977*** (0,0328)	0,2004*** (0,0321)	0,2500*** (0,0347)	0,2535*** (0,0337)	0,2070*** (0,0321)	0,2103*** (0,0315)	0,2634*** (0,0344)	0,2673*** (0,0333)
$lny_{i2010}$	-0,0213*** (0,0018)	-0,0213*** (0,0018)	-0,0239*** (0,0019)	-0,0240*** (0,0019)	-0,0215*** (0,0019)	-0,0215*** (0,0018)	-0,0242*** (0,0019)	-0,0242*** (0,0019)	-0,0249*** (0,0019)	-0,0248*** (0,0019)	-0,0272*** (0,0020)	-0,0272*** (0,0020)
$lns_i$	-0,0309 (0,0193)	-0,0312 (0,0195)	-0,0233 (0,0152)	-0,0234 (0,0153)	-0,0304 (0,0191)	-0,0307 (0,0192)	-0,0228 (0,0151)	-0,0229 (0,0152)	-0,0296* (0,0178)	-0,0301* (0,0180)	-0,0225 (0,0142)	-0,0226 (0,0142)
$\ln(n_i + 0,05)$	-0,0171*** (0,0041)	-0,0172*** (0,0042)	-0,0128*** (0,0041)	-0,0127*** (0,0042)	-0,0171*** (0,0042)	-0,0172*** (0,0042)	-0,0123*** (0,0041)	-0,0122*** (0,0042)	-0,0219*** (0,0046)	-0,0220*** (0,0047)	-0,0161*** (0,0044)	-0,0160*** (0,0044)
$D_i$	-	-	-	-	0,0000 (0,0001)							
$ECI_i$	-	-	-	-	-	-	-	-	0,0010*** (0,0001)	0,0010*** (0,0001)	0,0012*** (0,0002)	0,0012*** (0,0002)
$Wlny_{i2010}$	0,0105*** (0,0024)	0,0103*** (0,0023)	0,0042 (0,0026)	0,0040 (0,0025)	0,0108*** (0,0024)	0,0106*** (0,0023)	0,0045* (0,0027)	0,0044* (0,0026)	0,0128*** (0,0025)	0,0124*** (0,0024)	0,0049* (0,0028)	0,0046* (0,0027)
$Ws_i$	-0,0772*** (0,0160)	-0,0793*** (0,0157)	-0,0299*** (0,0100)	-0,0312*** (0,0100)	-0,0751*** (0,0160)	-0,0769*** (0,0158)	-0,0262*** (0,0098)	-0,0274*** (0,0098)	-0,0724*** (0,0155)	-0,0753*** (0,0154)	-0,0239** (0,0095)	-0,0252*** (0,0095)
$Wln(n_i + 0,05)$	0,0080 (0,0073)	0,0074 (0,0071)	0,0056 (0,0063)	0,0052 (0,0063)	0,0095 (0,0073)	0,0091 (0,0071)	0,0063 (0,0061)	0,0061 (0,0061)	0,0154** (0,0071)	0,0142** (0,0069)	0,0083 (0,0064)	0,0077 (0,0064)
$WD_i$	-	-	-	-	0,0000 (0,0001)	0,0000 (0,0001)	-0,0001 (0,0001)	-0,0001 (0,0001)	-0,0001 (0,0001)	-0,0001 (0,0001)	-0,0001* (0,0001)	-0,0002* (0,0001)
$WECI_i$	-	-	-	-	-	-	-	-	-0,0006** (0,0002)	-0,0006** (0,0002)	-0,0002 (0,0002)	-0,0002 (0,0002)
$W \frac{(lny_{i2015} - lny_{i2010})}{6}$	0,0392 (0,1516)	0,0095 (0,1473)	-0,0906 (0,1271)	-0,1193 (0,1288)	0,0783 (0,1490)	0,0551 (0,1453)	-0,0678 (0,1222)	-0,0894 (0,1239)	0,1542 (0,1284)	0,1144 (0,1246)	-0,0302 (0,1124)	-0,0594 (0,1127)
<i>Dummies</i>	Não	Não	Sim	Sim	Não	Não	Sim	Sim	Não	Não	Sim	Sim
Implícito $\lambda$	0,0228	0,0228	0,0258	0,0259	0,0230	0,0230	0,0261	0,0262	0,0269	0,0269	0,0296	0,0243
Meia-vida	30,37	30,42	26,84	26,79	30,11	30,13	26,52	26,46	25,75	25,81	23,39	28,57
Teste de Wald	57,71***	59,00***	18,97***	21,03***	58,19***	59,78***	20,76***	23,22***	60,75***	61,74***	19,73***	22,21***

Nota: \*\*\* p-valor<0.01; \*\* p-valor <0.05; \* p-valor <0.1. Os erros padrão se encontram entre parênteses. Wq se refere à matriz de contiguidade espacial do tipo *queen*, e Wr diz respeito a matriz *rook*. Fonte: Elaboração própria.

Vale discutir os outros componentes do modelo defasado espacialmente. O coeficiente de renda inicial é positivo e estatisticamente significativo. Isso indica que, uma determinada cidade rodeada por regiões mais pobres no período inicial cresceu mais no período do que se fosse rodeado por regiões mais ricas. Ainda, que os coeficientes do ECI e do capital humano são negativos e significativos (o último em apenas alguns modelos), sugerindo que o capital humano de uma localidade é importante não somente para ela própria, mas, devido à interdependência tecnológica entre os municípios brasileiros, transborda para regiões vizinhas por meio das externalidades de capital físico e humano.

Estes resultados estão em consonância com as contribuições teóricas dos trabalhos canônicos de Marshall (1920) e Jacobs (1969). O primeiro descreve as vantagens de concentração de indústrias especializadas. A segunda, as externalidades de urbanização e diversificação em seu estudo sobre a dinâmica das cidades. Enquanto, para Marshall (1920), as externalidades são geradas pela especialização da cidade em um mesmo setor industrial, para Jacobs (1969), essas externalidades seriam advindas da diversidade das atividades econômicas em um município.

Isto posto, os resultados encontrados no presente estudo apontam em direção às externalidades de concentração marshallianas em oposição às do tipo jacobiana, para além da fronteira dos municípios brasileiros. Logo, se as regiões vizinhas de uma cidade fossem mais concentradas isso possibilitaria a existência de mercados de trabalho especializados e maiores níveis de economias de escala que transbordariam para os municípios mais próximos. Entretanto, deve-se destacar que os coeficientes não defasados da complexidade econômica apontam para um efeito positivo sobre o crescimento. Nesse caso, destaca-se que as externalidades jacobianas são importantes dentro de uma mesma localidade. Isto é, a interação entre os indivíduos em uma cidade para gerar novas ideias e produtos levaria à difusão da inovação e transbordamentos dentro da própria região.

Vale destacar que em todos os modelos de convergência condicional, inclusive os espaciais, a taxa de depreciação do capital apresenta o sinal esperado, como encontrado pelos trabalhos de Mankiw, Romer e Weil (1992) e Ertur e Koch (2007). Porém, a taxa de poupança não se mostrou significativa para explicar o crescimento. Esse resultado pode ser explicado pela fraqueza da *proxy* utilizada para a poupança.

Por fim, analisam-se os efeitos diretos e indiretos dos modelos espaciais. Tais resultados podem ser observados na Tabela 4. Tanto os efeitos diretos quanto os indiretos de uma alteração no PIB inicial ou em uma das variáveis de controle do estado estacionário, seja da depreciação quanto do ECI, seguem o modelo proposto. Porém, como anteriormente, o efeito da taxa de poupança, bem como da distorção idade-série, não é significativo, apenas em alguns modelos e com sinal negativo. Este resultado, novamente, pode estar relacionado à fragilidade das *proxies*. Porém, a defasagem espacial da poupança está em consonância com a expectativa teórica.

Tabela 4: Modelos de Convergência com efeito médio direto, indireto e total

Efeito	Modelo	Conv. à la Baumol (1986)				Conv. MRW				Conv. MRW com ECI			
		Wq (9)	Wr (10)	Wq (11)	Wr (12)	Wq (13)	Wr (14)	Wq (15)	Wr (16)	Wq (17)	Wr (18)	Wq (19)	Wr (20)
Direto	$lny_{i2010}$	-0,0212*** (0,0018)	-0,0213*** (0,0018)	-0,0241*** (0,0019)	-0,0241*** (0,0020)	-0,0213*** (0,0018)	-0,0214*** (0,0018)	-0,0243*** (0,0019)	-0,0244*** (0,0019)	-0,0245*** (0,0019)	-0,0246*** (0,0019)	-0,0272*** (0,0020)	-0,0273*** (0,0020)
	$lns_i$	-0,0315* (0,0184)	-0,0314* (0,0187)	-0,0227 (0,0151)	-0,0227 (0,0152)	-0,0318* (0,0182)	-0,0317* (0,0184)	-0,0224 (0,0150)	-0,0224 (0,0151)	-0,0323* (0,0171)	-0,0322* (0,0173)	-0,0223* (0,0141)	-0,0223 (0,0142)
	$ln(n_i + 0,05)$	-0,0171*** (0,0041)	-0,0172*** (0,0042)	-0,0130*** (0,0041)	-0,0129*** (0,0042)	-0,0170*** (0,0041)	-0,0171*** (0,0042)	-0,0124*** (0,0041)	-0,0123*** (0,0042)	-0,0215*** (0,0045)	-0,0217*** (0,0046)	-0,0161*** (0,0043)	-0,0161*** (0,0044)
	$D_i$	-	-	-	-	0,0000 (0,0001)							
	$ECI_i$	-	-	-	-	-	-	-	-	0,0010*** (0,0001)	0,0010*** (0,0001)	0,0012*** (0,0002)	0,0012*** (0,0002)
Indireto	$lny_{i2010}$	0,0100*** (0,0017)	0,0101*** (0,0017)	0,0060*** (0,0019)	0,0063*** (0,0019)	0,0097*** (0,0018)	0,0098*** (0,0018)	0,0058*** (0,0019)	0,0061*** (0,0019)	0,0102*** (0,0021)	0,0105*** (0,0020)	0,0056*** (0,0021)	0,0060*** (0,0021)
	$s_i$	-0,0805*** (0,0171)	-0,0798*** (0,0170)	-0,0259*** (0,0101)	-0,0260** (0,0102)	-0,0823*** (0,0173)	-0,0818*** (0,0173)	-0,0233** (0,0099)	-0,0236** (0,0099)	-0,0879*** (0,0180)	-0,0863*** (0,0177)	-0,0226*** (0,0095)	-0,0227** (0,0096)
	$ln(n_i + 0,05)$	0,0076 (0,0063)	0,0072 (0,0060)	0,0063 (0,0054)	0,0061 (0,0053)	0,0087 (0,0066)	0,0085 (0,0062)	0,0067 (0,0053)	0,0067 (0,0053)	0,0137** (0,0069)	0,0129** (0,0065)	0,0085** (0,0056)	0,0082 (0,0055)
	$D_i$	-	-	-	-	0,0000 (0,0001)	0,0000 (0,0001)	-0,0001 (0,0001)	-0,0001 (0,0001)	-0,0001 (0,0001)	-0,0001 (0,0001)	-0,0001 (0,0001)	-0,0001* (0,0001)
	$ECI_i$	-	-	-	-	-	-	-	-	-0,0005* (0,0002)	-0,0005** (0,0002)	-0,0003** (0,0002)	-0,0003 (0,0002)
Total	$lny_{i2010}$	-0,0113*** (0,0012)	-0,0112*** (0,0011)	-0,0181*** (0,0017)	-0,0178*** (0,0016)	-0,0117*** (0,0014)	-0,0116*** (0,0013)	-0,0185*** (0,0017)	-0,0183*** (0,0017)	-0,0143*** (0,0019)	-0,0140*** (0,0018)	-0,0216*** (0,0019)	-0,0213*** (0,0019)
	$s_i$	-0,1121*** (0,0209)	-0,1112*** (0,0205)	-0,0486*** (0,0148)	-0,0486*** (0,0144)	-0,1140*** (0,0215)	-0,1134*** (0,0212)	-0,0458*** (0,0149)	-0,0460*** (0,0146)	-0,1202*** (0,0227)	-0,1185*** (0,0220)	-0,0449*** (0,0147)	-0,0450*** (0,0144)
	$ln(n_i + 0,05)$	-0,0095 (0,0065)	-0,0099 (0,0061)	-0,0067 (0,0055)	-0,0068 (0,0053)	-0,0082 (0,0069)	-0,0086 (0,0066)	-0,0056 (0,0056)	-0,0056 (0,0054)	-0,0078 (0,0075)	-0,0088 (0,0070)	-0,0076 (0,0060)	-0,0079 (0,0058)
	$D_i$	-	-	-	-	0,0000 (0,0001)	0,0000 (0,0001)	-0,0002** (0,0001)	-0,0002** (0,0001)	-0,0001 (0,0001)	0,0000 (0,0001)	-0,0002 (0,0001)	-0,0002*** (0,0001)
	$ECI_i$	-	-	-	-	-	-	-	-	0,0005** (0,0003)	0,0005** (0,0003)	0,0009** (0,0002)	0,0009*** (0,0002)
	<i>Dummies</i>	Não	Não	Sim	Sim	Não	Não	Sim	Sim	Não	Não	Sim	Sim

Nota: \*\*\* p-valor<0.01; \*\* p-valor <0.05; \* p-valor <0.1. Os erros padrão se encontram entre parênteses. Wq se refere à matriz de contiguidade espacial do tipo *queen*, e Wr diz respeito a matriz *rook*. Fonte: Elaboração própria.

## 6 CONCLUSÃO

O presente trabalho teve por objetivo analisar como a complexidade econômica de um município brasileiro é capaz de afetar seu processo de crescimento em um modelo de convergência que leve em consideração a interdependência entre as regiões e os *spillovers* de conhecimento. O estudo analisou 4297 municípios, de 2010 a 2015, tendo como pilar o modelo desenvolvido por Mankiw, Romer e Weil (1992) e a extensão proposta por Ertur e Koch (2007) e Fisher (2011).

Como afirmado, as regiões são interdependentes. Logo, além de controlar o estado estacionário, Fisher (2011) estendeu o modelo de Ertur e Koch (2007), incorporando além das externalidades do capital físico as externalidades de capital humano. O presente trabalho foi além, ao adicionar o Índice de Complexidade Econômica (ECI); uma *proxy* das capacidades não transacionáveis em uma região que possibilita a produção de bens com alta diversidade e raridade; como um fator aumentador de capital humano. Ainda, a presente estimação leva em consideração a natureza global do modelo, mostrando a importância de se analisar os efeitos diretos e indiretos.

A hipótese de convergência foi verificada em todos os modelos analisados. O ECI se mostrou estatisticamente significativo nos diversos modelos. Quanto maior a complexidade econômica em uma cidade, maior tende a ser seu próprio crescimento, fornecendo indícios a favor das externalidades jacobianas. Para além disso, o ECI poderia acentuar os transbordamentos tecnológicos entre as regiões. Porém, quanto mais especializadas em torno de uma mesma indústria maiores seriam os transbordamentos para as regiões vizinhas, assemelhando-se às externalidades marshallianas.

Por fim, deve-se destacar os problemas empíricos encontrados pelo presente trabalho. Foram encontrados indícios de uma associação negativa entre poupança e crescimento. Justificou-se tal irregularidade devido à indisponibilidade de dados, forçando a utilização de uma *proxy*.

Para além deste trabalho, em uma agenda futura, sugere-se a aplicação do modelo em nível nacional para verificar como os resultados do presente modelo estendido se comportam. Também, propõe-se a análise empírica do modelo utilizando procedimentos de dados em painel, para mitigar efeitos de possíveis fatores não observáveis invariantes no tempo, como cultura, instituições e governança. Ainda, aponta-se a existência de um

possível *puzzle*, no que se refere ao aumento da velocidade de convergência à medida que se inserem variáveis de controle no modelo.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABRAMOVITZ, M. Catching up, forging ahead, and falling behind. **The journal of economic history**, v. 46, n. 2, p. 385-406, 1986.

ÁLVAREZ, I. C.; BARBERO, J. The public sector and convergence with spatial interdependence: empirical evidence from Spain. **Applied Economics**, v. 48, n. 24, p. 2238-2252, 2016.

ANSELIN, L. **Spatial econometrics: methods and models**. Dordrecht: Kluwer Academic. 1988.

ANTONELLI, C. **Handbook on the Economic Complexity of technological change**. Edward Elgar Publishing: Cheltenham, 2011.

ÁVILA, R. P.; PÔRTO JÚNIOR. S. S. **O crescimento das regiões brasileiras e seus componentes estocásticos não observados: convergência e formação de clubes no período 1985-2008**. In: ENCONTRO NACIONAL DE ECONOMIA, 43., Annals... Florianópolis: Anpec, 2015.

AZZONI, C. R. Concentração regional e dispersão das rendas per capita estaduais: análise a partir de séries históricas estaduais de PIB (1939-1995). **Estudos Econômicos**, v. 27, n. 3, 1997.

\_\_\_\_\_. Economic growth and regional income inequality in Brazil. **The Annals of Regional Science**, v. 35, n. 1, p. 133-152, 2001.

BALLAND, P.; RIGBY, D. The geography of complex knowledge. **Economic Geography**, v. 93, n. 1, p. 1-23, 2017.

BARRO, R. J.; SALA-I-MARTIN, X. Convergence across states and regions. **Brooking Papers on Economic Activity**, n. 1, p. 107-182, 1991.

\_\_\_\_\_. Convergence. **The Journal of Political Economy**, v. 100, n. 2, p. 223-251, 1992.

\_\_\_\_\_. **Economic growth**. London: MIT Press, 2004

BAUMOL, W. J. Productivity growth, convergence and welfare. **American Economic Review**, v. 76, n. 5, p. 1072-7085, 1986.

BECKER, G. S. **Investment in human capital: rates of return.** In: **Human Capital: A Theoretical and Empirical Analysis, with Special Reference to Education**, Second Edition. NBER, 1975. p. 45-144.

BILS, M.; KLENOW, P. J. **Does schooling cause growth or the other way around?** National Bureau of Economic Research, 1998. (NBER working paper, 6393).

CARRINGTON, A. A divided Europe? Regional convergence and neighbourhood spillover effects. **Kyklos**, v. 56, n. 3, p. 381-393, 2003.

CORTINOVIS, N.; VAN OORT, F. Variety, economic growth and knowledge intensity of European regions: a spatial panel analysis. **The Annals of Regional Science**, v. 55, n. 1, p. 7-32, 2015.

DABOÍN, C.; ESCOBARI, M.; HERNÁNDEZ, G.; MORALES-ARILLA, J. **Economic Complexity and technological relatedness: findings for American cities**, Unpublished manuscript. Available in: <https://www.brookings.edu/wp-content/uploads/2019/05/Technical-Paper.pdf>. Acessado em 14 de setembro de 2019.

DURANTON, G.; PUGA, D. **Micro-foundations of urban agglomeration economies.** In: Handbook of regional and urban economics. Elsevier, 2004. p. 2063-2117.

**DATAVIVA.** <http://dataviva.info/pt/data/>. Acessado em 16 de setembro de 2019.

DE LONG, B. Productivity growth, convergence and welfare: comment. **The American Economic Review**, v. 78, n. 5, p. 1138-1154, 1988.

DONG, Z.; LI, Y.; BALLAND, P.; ZHENG, S. **Industrial land policy and Economic Complexity of chinese cities.** Utrecht University, Department of Human Geography and Spatial Planning, Group Economic Geography, 2019.

ERTUR, C.; KOCH, W. **Convergence, human capital and international spillovers.** Laboratoire d'Economie et de Gestion, Université de Bourgogne, 2006. (Working Paper).

\_\_\_\_\_. Growth, technological interdependence and spatial externalities: theory and evidence. **Journal of Applied Econometrics**, v. 22, n. 6, p. 1033-1062, 2007.

\_\_\_\_\_. A contribution to the theory and empirics of Schumpeterian growth with worldwide interactions. **Journal of Economic Growth**, v. 16, n. 3, p. 215, 2011.

ELLERY JÚNIOR, R.G.; FERREIRA, P. Convergência entre a renda per capita dos estados brasileiros. **Revista de Econometria**, v. 16, n. 1, p. 83-103, 1996.

FISCHER, M. M. A spatial Mankiw–Romer–Weil model: theory and evidence. **The Annals of Regional Science**, v. 47, n. 2, p. 419-436, 2011.

GALOR, O. Convergence? Inferences from theoretical models. **The Economic Journal**, v. 106, n. 437, p. 1056-1069, 1996.

GAO, J.; ZHOU, T. Quantifying China's regional economic complexity. **Physica A: Statistical Mechanics and its Applications**, v. 492, p. 1591-1603, 2018.

GUIMARÃES, Pablo Miranda; ALMEIDA, Eduardo. A análise de convergência de renda no Brasil e o problema de escala espacial. **Ensaio FEE**, v. 37, n. 4, p. 899-924, 2017.

HAQ, M.; LUQMAN, M. The contribution of international trade to economic growth through human capital accumulation: Evidence from nine Asian countries. **Cogent Economics & Finance**, v. 2, n. 1, p. 947000, 2014.

HAUSMANN, R.; HIDALGO, C. A.; BUSTOS, S.; COSCIA, M.; CHUNG, S.; JIMENEZ, J.; SIMOES, A.; YILDIRIM, M. A. **The Atlas of Economic Complexity: mapping paths to prosperity**, Massachusetts: The MIT Press. 2011.

HAUSMANN, R.; HWANG, J.; RODRIK, D. What you export matters. **Journal of Economic Growth**, v. 12, n. 1, p. 1-25, 2007.

HESHMATI, A. **On the causality between GDP and health care Expenditure in augmented Solow growth model**. SSE/EFI Working Paper Series in Economics and Finance, 2001.

HIDALGO, C. A.; HAUSMANN, R. The building blocks of Economic Complexity. **Proceedings of the national academy of sciences (PNAS)**, v. 106, n. 26, p. 10570-10575, 2009.

HOROWITZ, A. W.; SOUZA, A. P. **The dispersion of intra-household human capital across children: A measurement strategy and evidence**. Nashville: Department of Economics, Vanderbilt University, 2004. (Working Paper, n. 04-W08).

**INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA (IBGE)**. <<https://www.ibge.gov.br/estatisticas/economicas/contas-nacionais/9088-produto-interno-bruto-dos-municipios.html?t=resultados>>. Acessado em 16 de setembro de 2019.

**INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA (IBGE).**

<<https://www.ibge.gov.br/geociencias/organizacao-do-territorio/malhas-territoriais/15774-malhas.html?=&t=sobre>>. Acessado em 16 de setembro de 2019.

**INSTITUTO NACIONAL DE ESTUDOS E PESQUISAS EDUCACIONAIS**

**ANÍSIO TEIXEIRA (INEP).** <<http://portal.inep.gov.br/indicadores-educacionais>>.

Acessado em 15 de janeiro de 2020.

JACOBS, J. **The Economy of Cities.** New York: Penguin Books, 1969.

JARREAU, J.; PONCET, S. Export sophistication and economic growth: evidence from China. **Journal of development Economics**, v. 97, n. 2, p. 281-292, 2012.

JOHNSON, P.; TAKEYAMA, L. **Convergence among the US States: absolute, conditional or club?** Poughkeepsie: Department of Economics Vassar College, 2003. (Working Paper, n. 50).

KELEJIAN, H.; PRUCHA, I. A generalized spatial two-stage least squares procedure for estimating a spatial autoregressive model with autoregressive disturbances, **Journal of Real Estate Finance and Economics**, v. 17, pp. 99-121, 1998.

LEE, L. Asymptotic distributions of quasi-maximum likelihood estimators for spatial autoregressive models. **Econometrica**, v. 72, n. 6, p. 1899-1925, 2004.

LESAGE, J. P. An introduction to spatial econometrics. **Revue d'économie industrielle**, v. 123, p. 19-44, 2008.

LESAGE, J.; PACE, R. K. **Introduction to spatial econometrics.** Chapman and Hall/CRC, 2009.

LUCAS, R. E. On the Mechanics of Economic Development. **Journal of Monetary Economics**, v. 22, p. 3 – 42, 1988.

MANKIW, N. G.; PHELPS, E. S.; ROMER, P. M. The growth of nations. **Brookings papers on economic activity**, v. 1995, n. 1, p. 275-326, 1995.

MANKIW, N. G.; ROMER, D.; WEIL, D. N. A contribution to the empirics of economic growth. **The Quarterly Journal of Economics**, v. 107, n. 2, p. 407-437, 1992.

MARSHALL, A. **Principles of economics: an introductory.** Macmillan, London, 1920.

MARTIN, R.; SUNLEY, P. Convergência lenta? A nova teoria do crescimento endógeno e o desenvolvimento regional. **Cadernos do IPPUR**, Rio de Janeiro, v. 14, n. 1, p. 15-48, 2000.

MORAIS, L. S. **Complexidade e crescimento: uma análise empírica para regiões da américa latina**. 2017. Thesis (Master's degree in Economic Development) – Setor de Ciências Sociais Aplicadas, Universidade Federal do Paraná, Curitiba.

PÉREZ-BALSALOBRE, S.; LLANO VERDURAS, C.; DIAZ-LANCHAS, J. **Measuring subnational economic complexity: An application with Spanish data**. European Commission, Joint Research Centre (JRC), Seville, 2019. (JRC Working Papers, n. 05/2019).

PINTO COELHO, R. L. **Dois ensaios sobre a desigualdade de renda dos municípios brasileiros**. 2006. Thesis (Master's degree in Economics) – Cedeplar, UFMG, Belo Horizonte, 2006.

PONCET, S.; STAROSTA DE WALDEMAR, F. Export upgrading and growth: the prerequisite of domestic embeddedness. **World Development**, v. 51, p. 104-118, 2013.

QUAH, D. Empirical cross section dynamics in economic growth. **European Economic Review**, v. 37, p. 426-434, 1993.

RAMOS, P. J. M. **Complexidade econômica e crescimento em Minas Gerais: uma aplicação da abordagem de espaço de produto**. 2015. Thesis (Master's degree in Economics) – Departamento de Economia, Universidade Federal de Viçosa, Viçosa.

RAO, B. B.; SINGH, R. Effects of trade openness on the steady-state growth rates of selected Asian countries with an extended exogenous growth model. **Applied Economics**, v. 42, n. 29, p. 3693-3702, 2010.

RESENDE, G. M. Multiple dimensions of regional economic growth: the Brazilian case, 1991-2000. **Papers in Regional Science**, v. 90, n. 3, p. 629-662, 2011.

REYNOLDS, C.; AGRAWAL, M.; LEE, I.; ZHAN, C.; LI, J.; TAYLOR, F.; MARES, T.; MORISON, J.; ANGELAKIS, N.; ROOS, G. A sub-national economic complexity analysis of Australia's states and territories. **Regional Studies**, v. 52, n. 5, p. 715-726, 2017.

RIBEIRO, E. C. B. A. **Convergência de renda local entre os municípios brasileiros para o período 2000 a 2005**. 2010. Thesis (Master's degree in Economics) – Universidade Federal de Juiz de Fora, Minas Gerais, 2010.

RIBEIRO, E. C. B. A; ALMEIDA, E. S. **Convergência local de renda no Brasil. Economia Aplicada**, v. 16, n. 3, p. 399-420, 2012.

RODRIK, D. Unconditional convergence in manufacturing. **The Quarterly Journal of Economics**, v. 128, n. 1, p. 165-204, 2013.

ROMER, P. M. Increasing returns and long-run growth. **Journal of Political Economy**, v. 94, n. 5, p. 1002-1037, 1986.

SAHDEV, N. K. **Do knowledge externalities lead to growth in economic complexity? Empirical evidence from Colombia**. Palgrave Communications, v. 2, n. 1, 2016.

SALLES, F. C.; ROCHA, E. P.; PORTO, I. V. B.; VASCONCELOS, F. L. V. A armadilha da baixa complexidade em Minas Gerais: o desafio da sofisticação econômica em um estado exportador de commodities. **Revista Brasileira de Inovação**, v. 17, n. 1, p. 33-62, 2018.

SECRETARIA DO TESOURO NACIONAL.  
<<http://www.tesourotransparente.gov.br/ckan/dataset/capag-municipios/resource/f2149990-1ca4-475d-95c1-512f78079905>>. Acessado on 15 Jan. 2020.

SOLOW, R. M. A contribution to the theory of economic growth. **The Quarterly Journal of Economics**, v. 70, n. 1, p. 65-94, 1956.

SOLOW, R. M. Technical Change and the Aggregate Production Function. **Review of Economics and Statistics**, v. 39, p. 312-20, 1957.

SWAN, T. W. Economic growth and capital accumulation. **Economic Record**, v. 32, n. 2, p. 334-361, 1956.

VERHEIJ, T.; OLIVEIRA, H. C. Is Economic Complexity spatially dependent? a spatial analysis of interactions of economic complexity between municipalities in Brazil. **Revista Brasileira de Gestão e Desenvolvimento Regional**, v. 16, n. 1, p. 318-338, 2020.

## CAPÍTULO 3

### MODELO DE CRESCIMENTO DO PRODUTO RESTRITO PELO BALANÇO DE PAGAMENTOS: UMA ANÁLISE ECONOMETRICO- ESPACIAL

#### RESUMO

O presente trabalho tem por objetivo estender o modelo de crescimento com restrição do Balanço de Pagamentos de forma a incorporar as relações multilaterais entre as regiões. Para tal, a renda do resto do mundo foi desagregada entre os diversos países da amostra, inserindo essa defasagem espacial na equação de exportações. Este modelo foi testado para 67 países, de 1995 a 2015, tendo como referencial teórico Thirlwall (1979) e a generalização de Nell (2003). Os resultados apontaram a robustez do modelo aqui proposto. As elasticidades estimadas seguiram os valores esperados. Além disso, encontraram evidências sobre a importância da competitividade extra preço em detrimento da competitividade via preços. Outro resultado observado foi que o método utilizado corrige os vieses decorrentes da omissão de variáveis nas regiões mais próximas. Isso é particularmente relevante nos casos em que os países apresentam uma interdependência comercial e são mais restritos pelo Balanço de Pagamentos.

**Palavras-chave:** Crescimento, Exportações, Balanço de Pagamentos, Interdependência.

**Classificação JEL:** C31, L16, O18, O47, R11.

## 1 INTRODUÇÃO

É notória a importância dada às restrições impostas pelo Balanço de Pagamentos (BP) nos modelos Pós-Keynesianos desde o trabalho seminal de Thirlwall (1979). Na verdade, outras extensões deste modelo incorporaram outros elementos, como fluxos de capital, taxa de câmbio, mudanças estruturais e questões setoriais. No entanto, pouca atenção foi dada às interrelações entre os países, principalmente em relação à proximidade entre eles.

Quando se considera o modelo canônico essas interrelações são captadas pela presença da renda do resto do mundo e nas elasticidades. Porém, embora essa caracterização traga parcimônia, o modelo é entendido como de comércio bilateral. Nesse caso, se essas interrelações são relevantes, sua ausência nas estimativas pode gerar um viés de variável omitida.

As principais conclusões do modelo base são: a) que o crescimento é limitado pelas restrições impostas pelo BP; b) que essas restrições se originam na demanda mundial pelas exportações de um país; e c) que produto e emprego se ajustam para satisfazer essas restrições (RAZMI, 2016). Porém, essa segunda hipótese carece de maior investigação, uma vez que outros modelos apontaram sua limitação, como proposto por Nell (2003) e Bagnai, Rieber e Tran (2015). Isto é, as restrições não se originam na demanda mundial, mas nas diversas relações comerciais bilaterais que os países sustentam.

Assim, o presente trabalho tem por objetivo incorporar a dimensão espacial em um modelo de crescimento restrito pelo BP, de forma a imputar essas interrelações e o multilateralismo das relações comerciais, analisando diversos países, de 1995 a 2015. Procura-se, assim, contribuir com a literatura ao tornar evidente a dependência espacial e, mais que isso, as endogeneidades presentes no modelo sistêmico, tal qual se apresenta o modelo de Thirlwall (1979) e sua extensão generalizada proposta por Nell (2003).

O trabalho se divide da seguinte forma. Na segunda seção, são tratados os aspectos teóricos do modelo. Já seção seguinte apresenta a versão espacial do modelo canônico. Por sua vez, na quarta seção é discutida a estratégia de identificação e, posteriormente, na próxima são analisados e discutidos os resultados. Por fim, na última seção, são sintetizadas as principais conclusões do estudo.

## 2 REFERENCIAL TEÓRICO

### 2.1 Modelo de crescimento restrito pelo Balanço de Pagamentos

Ao procurar preencher as lacunas no trabalho desenvolvido por Dixon e Thirlwall (1975), Thirlwall (1979) apresentou um modelo de crescimento sob uma ótica da demanda. Diferentemente de Dixon e Thirlwall (1975), o modelo do autor passou a incorporar um limite às taxas de crescimento imposto pelas restrições provenientes do Balanço de Pagamentos.

Há diversos canais que justificam a existência dessas restrições. Se a renda se elevar e, assim, a capacidade de demanda expandir, isso induzirá um aumento das importações. Se esse aumento for superior à expansão das exportações, tudo o mais constante, ocorrerão déficits no BP. Como grande parte dos países em desenvolvimento depende de moeda estrangeira para aquisição de bens de capital e insumos industriais intermediários, sucessivos déficits em conta corrente, propiciados pelo crescimento da renda, tornam-se insustentáveis por longos períodos, visto o esgotamento das reservas internacionais e aumento razão dívida/PIB. Portanto, esse processo leva à necessidade de um novo ajustamento ou financiamento internacional.

Para a maioria dos países, pelo menos em desenvolvimento, o câmbio estrangeiro é um recurso escasso, que pode causar restrições. Dessa forma, há um limite do déficit em conta corrente em razão do PIB, motivo esse que usualmente causa perturbações no mercado financeiro, dificultando a tomada de empréstimos, por exemplo. Nesse caso, as exportações seriam o único fator capaz de relaxar as restrições impostas pelo BP, visto que é a única fonte realmente autônoma da demanda que proporciona o pagamento das importações e demais componentes do BP.<sup>27</sup>

Para formalizar esse arcabouço teórico, inicialmente, Thirlwall (1979) apresentou a condição do equilíbrio do BP (na ausência de fluxos de capitais) para determinado país  $i$ :

---

<sup>27</sup> Outros modelos incorporaram outros mecanismos de ajuste, como os fluxos de capitais e dívida externa. Ver os trabalhos de Thirlwall e Hussain (1982), Moreno-Brid (1998) e Barbosa-Filho (2001). Porém, nas estimativas as restrições impostas ao BP não diminuíram.

$$P_{di}X_i = P_{fi}M_iE_i \quad (18)$$

$M_i$  se refere ao quantum importado pela região  $i$  no período  $t$ ,  $X_i$  denota o exportado,  $P_{di}$  ( $P_{fi}$ ) representa o nível dos preços domésticos (externos),  $E_i$  indica o nível da taxa de câmbio nominal – razão entre a moeda doméstica sobre a estrangeira (i.e.:  $E = R\$/US\%$  (e. g.)). Essa restrição de equilíbrio pode ser escrita em termos de taxas de crescimento, após a log-linearização da equação (18) e derivação em relação ao tempo, isto é:

$$p_{di} + x_i = p_{fi} + m_i + e_i \quad (19)$$

Já a função de demanda das exportações possui o formato de uma equação de demanda padrão, dado por:

$$X_i = \left( \frac{P_{di}}{P_{fi}E_i} \right)^\eta Z_i^\varepsilon \quad (20)$$

em que  $Z_i$  é o nível de renda do resto do mundo;  $\varepsilon$  a elasticidades-renda da demanda por exportações ( $\varepsilon > 0$ );  $\eta$  a elasticidade-preço da demanda por exportações ( $\eta < 0$ ). Em termos de taxas de crescimento a equação se torna:<sup>28</sup>

$$x_i = \eta(p_{di} - p_{fi} - e_i) + \varepsilon z_i \quad (21)$$

Por sua vez, o quantum importado exigido pode ser expresso por:

$$M_i = \left( \frac{P_{fi}E_i}{P_{di}} \right)^\psi Y_i^\pi \quad (22)$$

em que  $\pi$  é a elasticidade-renda da demanda por importações ( $\pi > 0$ );  $\psi$  é a elasticidades-preço da demanda por importações ( $\psi < 0$ ). A equação (22) em termos de taxas de crescimento é expressa por:

$$m_i = -\psi(p_{di} - p_{fi} - e_i) + \pi y_i \quad (23)$$

---

<sup>28</sup> Assumiu-se que a elasticidade-preço e a elasticidade-preço cruzada das exportações são iguais. Isso foi feito para simplificar e deixar o modelo mais parcimonioso. Para mais detalhes ver Dixon e Thirlwall (1975). A forma desta equação vai ao encontro à formalização apresentada por McCombie e Thirlwall (1994).

Ao substituir (23) e (21) em (19), chega-se à taxa de crescimento do produto restrito pelo BP:

$$y_i = \frac{(1 + \eta + \psi)(p_{di} - p_{fi} - e_i) + \varepsilon z_i}{\pi} \quad (24)$$

Se a condição Marshall-Lerner for atendida (i.e.  $|\eta + \psi| > 1$ ) é possível notar que o crescimento reduz se a inflação doméstica for maior que a internacional ( $p_{dt} > p_{ft}$ ). Observa-se, além disso, que depreciações da taxa de câmbio nominal ( $e_t > 0$ ) podem levar ao aumento do crescimento. Por fim, que se a renda mundial ( $z_i$ ) crescer a taxa de crescimento restrita pelo BP se elevará (THIRLWALL, 1979).

Ademais, se for satisfeita a hipótese de paridade do poder de compra (PPC) relativa no longo prazo<sup>29</sup>, a equação (24) é reduzida a:

$$y_{iBP} = \frac{\varepsilon}{\pi} z_i = \frac{x_i}{\pi} \quad (25)^{30}$$

Essa equação mostra que o crescimento restrito pelo BP é equivalente ao crescimento do resto do mundo ponderado pela razão entre as elasticidades-renda da demanda das exportações/importações  $\left(\frac{\varepsilon}{\pi}\right)$ , que por sua vez, reflete o nível de especialização estrutural de um país e o grau de diferenciação dos bens internos, isto é, a competitividade extra preço (THIRLWALL, 1979).

Também mostra, ademais, que o crescimento econômico não pode exceder, no longo prazo, a taxa compatível com o equilíbrio do BP, sendo conhecida como “Lei de Thirlwall”. Quando a taxa de crescimento efetiva superar a taxa de crescimento do modelo haverá deterioração da conta corrente o que, eventualmente, pode levar à insustentabilidade da dívida externa. Assim, a taxa de crescimento é restrita pelo BP, uma vez que ela define o limite para o crescimento da demanda ao qual a oferta pode se adaptar (THIRLWALL; HUSSEIN, 1982, p. 498). Isto é,  $y_{iBP}$  define um limite superior para a taxa de crescimento sustentável de longo prazo para uma economia. Além disso, estabelece que a demanda mundial por exportações é a variável exógena que determina a

<sup>29</sup> A hipótese de que os preços relativos no comércio internacional são constantes ( $p_{di} - p_{fi} - e_i = 0$ ) se justifica pois os preços podem ser fixados em mercados oligopolísticos ou por que as reduções de preços por um país podem ser facilmente correspondidas por concorrentes estrangeiros (THIRLWALL, 1986).

<sup>30</sup> Frisa-se, novamente, que para obtê-la deve-se ter como premissa que, no longo prazo, o comércio deve ser equilibrado em conta corrente e que os termos de troca permaneçam constantes (THIRLWALL, 1983, p. 250).

restrição do BP à qual a renda e emprego se ajustam, pois mudanças relativas nos preços não atuam como um mecanismo de ajuste eficiente do BP, mas ela é ponderada pela elasticidades-renda das importações.

## 2.2 Extensões do modelo

Mesmo que déficits na Balança Comercial (BC) não sejam sustentáveis, devido à possibilidade de esgotamento das reservas cambiais, no trabalho de Thirlwall (1979), os canais de ajuste para preservar o equilíbrio do BP são a renda real e o emprego. Entretanto, o modelo parece não se adequar à realidade de diversos países, principalmente em desenvolvimento, que podem ter grandes déficits por longos períodos financiados por uma série de entradas de capitais.<sup>31</sup>

Dessa maneira, outros autores propuseram outros canais de ajuste. Por exemplo, Thirlwall e Hussain (1982) inseriram os fluxos de capitais. Porém, uma limitação do trabalho dos autores é que nenhum limite foi imposto ao tamanho do déficit em conta corrente que poderia ser financiado por entradas de capital e nem foram considerados os pagamentos de juros sobre a dívida. Essas deficiências foram corrigidas por outros estudos. Moreno-Brid (1998) e Barbosa-Filho (2001) introduziram um limite no endividamento de um país. Já Moreno-Brid (2003) incluíram o pagamento de juros da dívida.

Bhering, Serrano e Freitas (2019) derivaram um modelo que critica a medição da sustentabilidade da dívida pela relação dívida-déficit-PIB e não por outra medida que capte a capacidade de pagamento de passivos externos, como a razão dívida-exportação, que mitiga a incompatibilidade cambial. O resultado da equação de crescimento restrito pelo BP não foi alterado, uma vez que deve haver um equilíbrio entre exportações e importações. Porém, mostraram que para haver sustentabilidade da dívida a taxa de juros deve ser menor que a taxa de crescimento das exportações.

É bem verdade que pode ser considerado que estas extensões tratam duas fontes de financiamento de maneira simétrica, a conta corrente (exportações líquidas) e a conta

---

<sup>31</sup> Vale destacar que não configura um dos objetivos do trabalho exaurir todas as extensões do modelo de crescimento restrito pelo BP. Para esse fim, ver McCombie e Thirlwall (1994), Ribeiro (2019), entre outros.

de capital (endividamento externo)<sup>32</sup>. No entanto, estas extensões se distanciam da questão angular do modelo que é saber se um país pode financiar seu crescimento indefinidamente a partir de uma entrada crescente de capital estrangeiro, situação que pode acarretar uma dívida externa insustentável. Outras importantes ressalvas são feitas a esses modelos. Essas extensões não aliviaram as restrições do BP. Na verdade, a taxa de crescimento prevista dificilmente muda. Nesse aspecto, a inclusão dessas variáveis não traz relevância empírica ao modelo. Assim, o crescimento das exportações seria, em última instância, o principal componente do BP (BAGNAI; RIEBER; TRAN, 2015).

A taxa de câmbio é outro canal que vêm ganhando ênfase ultimamente. No modelo seminal, para que a taxa de câmbio real (RER) tenha impacto no crescimento, seria necessário que ela variasse significativamente ao longo do tempo, além de satisfazer a condição de Marshall-Lerner. Uma depreciação momentânea não afetaria o crescimento das exportações e importações continuamente. Thirlwall (1979) argumentou que a RER deve permanecer constante no longo prazo devido a seu espraiamento nos preços internos, a alteração de preços dos concorrentes ou a própria lei de preço único. Thirlwall (2019) sugeriu que esta é mais uma questão empírica.

Entretanto, outros autores afirmaram que uma taxa de câmbio subvalorizada poderia iniciar um círculo virtuoso de crescimento, afetando tanto os investimentos quanto levando a mudanças estruturais ou contribuir para o processo de inovação. Algumas extensões, no geral, alteraram a hipótese de elasticidades constantes, a especificação de outras funções de demanda de exportação e importação, entre outros. Por exemplo, Missio e Jayme Jr. (2012) endogeneizaram as elasticidades-renda em função da RER com a justificativa de que a taxa de câmbio pode alterar a competitividade não relacionada a preços. Missio e Gabriel (2016) relacionaram mudanças estruturais e elasticidades do comércio internacional com a RER. Gabriel e Missio (2018) especificaram uma equação para mudanças estruturais em função da RER, com uma relação não linear (quadrática).

Porém, como revela Thirlwall (2019), a inserção da taxa de câmbio real na função de exportações parece ser algo muito peculiar. Outra importante questão é que mesmo que a taxa de câmbio possa levar a um círculo virtuoso de crescimento, é improvável observar depreciações sucessivas no longo prazo, como já argumentado. Nesse aspecto,

---

<sup>32</sup> Por exemplo, Thirlwall e Hussain (1982) trabalharam com uma identidade. Os autores justificaram fazer isso devido à necessidade de a soma da conta corrente e da conta de capital ser nula.

é importante destacar que se trata de um modelo de crescimento de longo prazo. No curto prazo, de fato, esses distúrbios na taxa de câmbio, bem como outros choques nos termos de troca e fluxos de capitais, podem causar desvios no crescimento. Entretanto, é contraintuitivo considerar que esses choques durem permanentemente. Como Rodrik (2018) reconheceu, uma taxa de câmbio subapreciada não pode sustentar as transições de crescimento indefinidamente.

Outros importantes canais foram explorados por outros trabalhos. Por exemplo, Roberts (2002) incorporou ao modelo de Dixon e Thirlwall (1975) efeitos de competitividade extra preço e barganha salarial. Por sua vez, Léon-Ledesma (2002) incorporou ao modelo efeitos de *catching-up* e *lock-in*. Fagerberg (1988) sugeriu a inserção de fatores ligados à competitividade extra preço como determinantes da exportação a competitividade tecnológica e, ainda, a capacidade produtiva. Setterfield (1997) e McCombie e Roberts (2002) inseriram, explicitamente, a importância do processo histórico de acumulação. Outra contribuição foi apresentada por Araújo e Lima (2007) que apresentaram uma versão multissetorial do modelo, ressaltando a importância do efeito composição estrutural para o crescimento. Gabriel e Missio (2018) incorporaram o nível de complexidade econômica para captar as diferenças na competitividade não preço entre as economias.

Diversas outras extensões podem ser citadas, mas, em suma, modelaram um caso específico de uma relação comercial bilateral de um país com o “resto do mundo”. Entretanto, por mais que o modelo traga parcimônia, ele renega o multilateralismo das relações comerciais.

Focando nessa lacuna, Nell (2003) trouxe importantes contribuições a literatura em sua versão “generalizada” do modelo de crescimento restrito pelo BP. Nell (2003) enfatizou a interdependência mútua da economia mundial, na qual a taxa de crescimento de um país depende de outros países ao qual ele mantém relações comerciais, e não apenas do “resto do mundo”. O autor fez uma alteração nas funções tradicionais de exportações e importações, especificando os parceiros comerciais.

As elasticidades-renda das exportações (importações) no modelo de Nell (2003), assim, passaram a ser ponderadas pelas exportações (importações) de um país para seus principais parceiros em relação às exportações (importações) totais. De fato, o autor mostrou que as restrições ao crescimento de um país não são em referência ao resto do

mundo, mas dependem de uma melhora nas características estruturais de demanda de suas exportações para seus principais parceiros.

Mesmo que Nell (2003) tenha alertado sobre a especificidade do modelo canônico de Thirlwall (1979), pouca atenção foi dada à necessidade de incorporar a interdependência dos países. Aliás, por mais que o modelo apresentado pelo autor trouxe avanços em relação a generalizações do modelo canônico, a sua característica é também de sobremaneira agregada e específica, uma vez que seu modelo incorpora apenas a relações entre três parceiros comerciais.

Foi esse o interesse de Bagnai, Rieber e Tran (2015). Partindo da proposta de Nell (2003) para avaliar o crescimento dos países da África Subsaariana, mas focando nas relações de comércio sul-sul, e não entre blocos, como o fez Nell (2003), os autores estenderam o modelo, desagregando as restrições impostas pelo BP em relação aos parceiros comerciais. De fato, essa mudança pode ser considerada uma versão melhorada do modelo de Nell (2003), pois deixou clara a contribuição de cada parceiro comercial na restrição do BP, e não apenas em termos agregados. Entretanto, os autores têm um grande foco nos parceiros comerciais de renda baixa e renda média-baixa, relevando a importância de todos os demais parceiros comerciais de determinada região e sua implicação nas estimativas.

Razmi (2016) buscando testar as principais hipóteses do modelo Balance-of-Payments-Constrained Growth (BPCG), analisou as relações entre o crescimento da demanda mundial e o crescimento da renda. De 1950 a 2011, o autor notou que um terço dos 167 países analisados apresentaram uma correlação negativa entre as variáveis. Ele justificou esse fato devido aos diversos casos isolados, como a disparidade do crescimento chinês com o crescimento da renda do resto do mundo. Na verdade, questionou a possibilidade de outras variáveis afetarem o crescimento, que não a demanda mundial.

Nell (2003) aplicou sua versão “generalizada” do modelo de crescimento restrito pelo BP para 3 regiões OCDE, África do Sul (AS) e o resto da Comunidade de Desenvolvimento da África Austral (RSADC), de 1981 a 1998. O autor utilizou técnicas de séries temporais, especificamente o modelo ARDL e VAR. Ele concluiu que as taxas de crescimento reais de longo prazo corresponderam às previstas pelo modelo. Ainda, que AS é limitado pelo BP em relação à OCDE. Por sua vez, RSADC é limitado pelo BP em relação à AS.

Levando em consideração o modelo “generalizado” de Nell (2003), Bagnai, Rieber e Tran (2015) aplicaram o modelo a 20 países africanos subsaarianos (SSA) de renda baixa e média-baixa que negociam com o resto da SSA, alguns países asiáticos e o resto do mundo, de 1990 a 2008. Para isso, os autores utilizaram técnicas de painel co-integrado, especificamente usando o estimador OLS (FMOLS). Focaram em três áreas parceiras para cada país: os outros países em desenvolvimento da SSA, a Ásia em desenvolvimento e o resto do mundo. Concluíram que as restrições impostas pelo BP têm sido relaxadas ao longo do tempo. Sua versão mais generalizada permitiu mostrar os canais desse processo. Houve um aumento da renda dos próprios vizinhos da SSA, desenvolvimento da Ásia e do resto do mundo por meio dos termos de comércio.

Poucos trabalhos empíricos se preocuparam com as contribuições do modelo generalizado de Nell (2003). Além disso, como apresentado por de Razmi (2016), pode ocorrer uma correlação negativa entre a renda do resto do mundo e o crescimento de determinada região. Essa incompatibilidade, não prevista no modelo canônico, pode ser explicada pela ausência de fatores não inseridos no modelo ou, ainda, pela omissão de diversos parceiros comerciais. Porém, para estimar esse modelo, os autores ou se utilizaram de procedimentos ligados a séries temporais ou painel co-integrado, procedimentos que podem trazer certos problemas ao inserir a interdependência entre as regiões.

### **3 O MODELO GENERALIZADO ESPACIALMENTE**

O trabalho de Thirlwall (1979) proporcionou importantes previsões de forma parcimoniosa, sendo esse um dos objetivos do autor (THIRLWALL, 2019). Entretanto, por mais que o modelo incorpore a interdependência entre os países, expressa nas elasticidades-renda ( $\pi$  e  $\varepsilon$ ), não deixa claro qual a relação da renda de regiões próximas com as exportações. Nesse aspecto, modelos econômicos ampliados espacialmente podem fornecer uma abordagem mais detalhada.

A renda dos parceiros comerciais compreende a receita mundial total na perspectiva de determinada região. Nell (2003) justificou que com essa especificação, as elasticidades-renda não capturam apenas os elementos da demanda no processo de crescimento, mas também as características da oferta ou da demanda estrutural dos bens em relação a seus principais parceiros comerciais.

Romero e McCombie (2018, p. 3) afirmaram que a função de demanda para diferentes bens deve incorporar a característica dos produtos, como postulou Araújo e Lima (2007), mas, além disso, a característica dos concorrentes. Porém, essa tarefa parece complexa. Como destacaram Romero e McCombie (2018), normalmente supõe-se que fatores não relacionados a preço e a estrutura das economias já estão embutidas nas elasticidades-renda, o que não parece claro.

Uma das soluções foi incorporar ao modelo aspectos ligados à estrutura das economias, como a complexidade econômica e a participação da indústria no PIB, como proposto por Gabriel e Missio (2018). Entretanto, isso não explicita como essas diferenças estruturais podem ter efeitos interrelacionais entre as economias. Como outra saída, o modelo foi estendido com a presença do *gap* tecnológico entre uma região e a fronteira do conhecimento, como feito por León-Ledesma (2002), Fagerberg (1988), Missio e Gabriel (2016) e outros autores. Novamente, questiona-se a capacidade dessas abordagens em captar as interrelações entre as economias.

Exposto isso, a presente extensão segue a base do modelo canônico proposto por Thirlwall (1979) e a generalização de Nell (2003), mas utilizando de um arcabouço ligado à econometria espacial. Propõe-se que o quantum exportado seja dado por:

$$X_i = \left( P_{di} / P_{fi} E_i \right)^\eta \prod_{i \neq j}^N Y_j^{\varepsilon w_{ij}} \quad (26)^{33}$$

$$X_i = (RER_i)^\eta \prod_{i \neq j}^N Y_j^{\varepsilon w_{ij}}$$

$Y_j$  se refere a renda do  $j$  –ésimo país. Já a  $RER_i = P_{di} / P_{fi} E_i$  é a taxa de câmbio real (RER). Por sua vez, o termo exógeno de contiguidade  $w_{ij}$  representa a conectividade entre um país  $i$  e seus demais vizinhos, para  $j = 1, \dots, N$  e  $j \neq i$ . Por hipótese, tais

---

<sup>33</sup> O último termo da eq. (26),  $\prod_{i \neq j}^N Y_j^{\varepsilon w_{ij}} = Y_1^{\varepsilon w_{i1}} \cdot Y_2^{\varepsilon w_{i2}} \cdot \dots \cdot Y_N^{\varepsilon w_{iN}}$  (produtório da renda de outras regiões contíguas) deixa claro que as exportações de determinada região dependem não apenas da renda do “resto do mundo”, mas da renda seus parceiros comerciais. Não basta que a renda do resto do mundo varie para acarretar efeitos sobre as exportações via comércio internacional. Em verdade, é necessário que determinada região seja conectada com outras regiões para que as exportações sofram um efeito direto do aumento da renda. Nesse caso, as hipóteses sobre como a matriz de pesos espaciais é configurada terão resultado direto no modelo. Isto é, os pesos espaciais devem refletir, de alguma forma, a conectividade entre as regiões em termos de comércio.

termos são não negativos, não estocásticos e finitos; no qual  $0 \leq w_{ij} \leq 1$ ,  $\sum_{i=j}^N w_{ij} = 1$  para  $i = 1, \dots, N$  e  $w_{ii} = 0$  (uma região não faz fronteira com si própria).<sup>34</sup> As exportações passam a depender não apenas da renda do resto do mundo, sob uma ótica bilateral, ou seja, é feito um particionamento da renda do resto do mundo levando em consideração todos os países vizinhos.

Deve ficar claro que tanto no modelo seminal de Thirwall (1979) supõe-se a exogeneidade dos parâmetros. Isso implica que as taxas de crescimento das exportações e importações, e conseqüentemente a taxa de crescimento econômico, permanecem inalteradas ao longo do período analisado, ou, ainda, são consideradas a média das competitividades no período. A estabilidade das elasticidades implica que as respostas das exportações e importações a mudanças na renda e nos preços são previsíveis e consistentes ao longo do tempo, de forma simplificadora. Além disso, é suposto que os próprios pesos espaciais são constantes ao longo do tempo. Nesse aspecto, mudanças nos padrões de comércio não são captadas diretamente pelos pesos, mas pelo quantum de exportação e importação entre os países.

Portanto, se torna evidente no modelo que o que está mais próximo importa mais. Por sua vez, a taxa de crescimento das exportações passa a ser:

$$x_i = \eta(p_{di} - p_{fi} - e_i) + \varepsilon \sum_{i \neq j}^N w_{ij} y_j \quad (27)$$

A equação (27) mostra que as regiões devem estar conectadas de alguma forma para as exportações se beneficiarem do aumento da renda de outros países. Assim, a renda passa a ser considerada uma média aritmética ponderada da renda dos países vizinhos, e não mais a renda do resto do mundo. O grau de interdependência é, novamente, captado pelas elasticidades-renda das exportações ( $\varepsilon$ ). Tal elasticidade é considerada constante

---

<sup>34</sup> Nell (2003) já havia ponderado as elasticidades-renda do comércio internacional com relação a um parâmetro que levou em conta a proximidade dos países, assim como Bagnai, Rieber e Tran (2015). Entretanto, o autor considerou a abertura comercial em relação aos parceiros comerciais, o que pode gerar uma endogeneidade no modelo. Para além dos modelos Pós-Keynesianos, outros autores já inseriram tais termos em modelos de crescimento. Ver, por exemplo, Ertur e Koch (2007). Essa matriz reflete o arranjo das interações espaciais, no qual regiões mais conectadas interagem mais. Há diversas matrizes de pesos espaciais que podem ser utilizadas, como *queen*, *rook*, de distância, socioeconômicas etc. De fato, não configura um dos objetivos desse trabalho expor as particularidades dos procedimentos ligados à econometria espacial. Para uma visão mais detalhada sobre matrizes de contiguidade, e demais procedimentos da econometria espacial, ver LeSage e Pace (2009) e Almeida (2012).

entre os países, mas o efeito líquido da interdependência comercial se sujeita à conectividade de determinado país com seus vizinhos, captado por  $w_{ij}$ .

Quanto mais um país  $i$  está conectado aos seus vizinhos, maior o  $w_{ij}$  e mais elevado tende a ser o efeito líquido do aumento da renda externa no crescimento das exportações. Nesse aspecto, nota-se que as elasticidades-renda das exportações irão variar de região para região e que a competitividade de uma região se dá em termos relativos a outras regiões.

Inserindo a equação (27) na equação (19), obtém-se a taxa de crescimento do produto restrito pelo Balanço de Pagamentos aumentada espacialmente:

$$y_{BPEi} = \frac{(1 + \eta + \psi)(p_{di} - p_{fi} - e_i) + \varepsilon \sum_{i \neq j}^N w_{ij} y_j}{\pi} \quad (28)$$

Caso  $p_{di} = p_{fi} + e_i$  (satisfeita a condição de Marshall-Lerner), então:

$$y_{BPEi} = \frac{\varepsilon \sum_{i \neq j}^N w_{ij} y_j}{\pi} \quad (29)$$

Esse modelo se assemelha ao desenvolvido por Nell (2003), entretanto, aqui não é feito o particionamento do quantum importado. O crescimento de longo prazo da renda do país  $i$  é equivalente à soma da renda dos parceiros comerciais multiplicados pela elasticidade-renda das exportações. Essas elasticidades-renda, por sua vez, são ponderadas por uma constante de proximidade entre os países  $i$  e  $j$  e pela elasticidade-renda das importações. À guisa de mensagem, como postulou Thirlwall (2019), os países devem buscar mercados em rápido crescimento e, ainda, substituir as importações de países nos quais possuem maior proximidade.

#### 4 ESTRATÉGIA EMPÍRICA

Para identificar as elasticidades-renda da demanda por exportações a partir do modelo de crescimento restrito pelo BP generalizado, foi utilizado um estimador de dados em painel espacial. Assim, pretende-se levar em consideração a dependência espacial entre os países, com o objetivo de averiguar se o crescimento foi restrito pelo Balanço de Pagamentos em um contexto de comércio multilateral.

Cabe ressaltar que as elasticidades estimadas correspondem à média dos países analisados. Como os países são heterogêneos, os valores das elasticidades não devem ser interpretados de forma isolada para determinado país. A validade do modelo é testada pela regressão entre a taxa de crescimento observada e a compatível com o equilíbrio do BP. Essa técnica é utilizada quando a amostra envolve um grupo de países, caso este necessário para analisar o modelo sob uma ótica generalizada.

Nell (2003) partiu de uma estratégia distinta. O autor utilizou procedimentos ligados a séries temporais. Especificamente, o modelo ARDL proposto por Pesaran et al. (2001). O modelo tem como vantagem estimar tanto relações de curto quanto de longo prazo. Entretanto, como o autor revelou, esse modelo pode ter diversas fontes de endogeneidade, uma vez que as outras unidades de uma unidade de corte transversal são desconsideradas. Buscando corrigir tais problemas metodológicos, Bagnai, Rieber e Tran (2015) utilizaram procedimentos ligados a Dados em Painel Co-Integrado. Já Nell (2003) fez uso do modelo Vetorial Autorregressivo (VAR), proposto por Sims (1980). Entretanto, caso o número de parceiros comerciais aumente o modelo pode ser sobreparametrizado dificultando estimativas confiáveis do modelo, uma vez que o número de parâmetros cresce de forma quadrática com o aumento de componentes. Nesse caso, o VAR se torna inviável (NICHOLSON et al., 2014).

Nesse aspecto, um painel espacial possibilitaria a correção da influência de outras unidades de um corte transversal, uma omissão nas estimativas. Isto é, a renda de regiões contíguas ( $y_j$ ) afeta as exportações de regiões domésticas, mas além disso, as exportações das regiões domésticas ( $x_i$ ) aumentam a renda interna ( $y_i$ ) via identidade macroeconômica e por relaxar as próprias restrições impostas pelo BP. Nesse aspecto, ocorre uma dependência transversal dos resíduos (as informações sobre o comércio com outras regiões são omitidas), o que traz viés às estimativas. Isto é, ao omitir as relações comerciais com os diversos países, essas informações são incorporadas ao resíduo. Como essas relações estão associadas a renda pode fazer com que a competitividade estimada via parâmetros seja diferente do real. Ao tratar a renda de regiões vizinhas como uma média, procedimentos econométricos espaciais mitigam esse problema.

Ignorar essa dependência espacial (transversal) dos resíduos pode trazer problemas às estimativas. Tais correlações cruzadas dos erros são provenientes de efeitos espaciais proporcionados pelo comércio multilateral entre as regiões. De fato, estimações

padrões de dados em painel podem resultar em inferência enganosa e até mesmo estimadores inconsistentes (PESARAN, 2015).

O que se assume com a econometria espacial é que essa estrutura de autocorrelação transversal está relacionada à localização e distância entre os países, sendo aqui uma *proxy* para a intensidade comercial entre os países, definida pela matriz de pesos espaciais, que é o que caracteriza o padrão de dependência espacial, ou seja,  $w_{ij}$  pode ser interpretado como a força da interação potencial entre os países  $i$  e  $j$ . Assim, a autocorrelação transversal é representada por meio de um processo espacial, que relaciona explicitamente cada país com seus vizinhos (ANSELIN, 2013).

De maneira estimável, as equações do sistema acompanham as equações (19) e (27), isto é:

$$\begin{aligned}
 x_i + RER_i &= m_i \\
 x_i &= \beta_0 + \eta RER_i + \varepsilon_1 z_i + \varepsilon_2 \sum_{i \neq j}^N w_{ij} y_j + u_{xi} \\
 m_i &= \alpha_0 + \psi RER_i + \pi y_i + u_{mi}
 \end{aligned} \tag{30}$$

Para que não houvesse simultaneidade, três condições devem ser atendidas. A primeira é que não exista covariância entre as equações, ou seja,  $Cov(u_{xi}, u_{mi}) = 0 \forall i$ . Em segundo lugar, os resíduos das equações de exportações (importação) não podem ser autocorrelacionados espacialmente, isto é  $Cov(u_{xi}, u_{xj}) = 0 \forall i \neq j$  ( $Cov(u_{mi}, u_{mj}) = 0 \forall i \neq j$ ). Por fim, não pode haver dependência espacial dos resíduos, ou seja,  $Cov(u_{xi}, u_{mj}) = 0 \forall i \neq j$ . De fato, a partir do modelo de Nell (2003) tais vieses não podem ser negligenciados, embora as estimações até o presente momento não buscaram corrigi-las.

Ambas as equações serão estimadas usando procedimentos de efeitos fixos para mitigar problemas ligados a possível omissão de variáveis invariantes no tempo no modelo e problemas advindos da heterogeneidade individual não observada. A equação de exportações também será estimada por um modelo espacial. Como mostrado na equação (30), é feito a aplicação do modelo SRX (*Spatial Regression with spatially lagged X*) – no qual apenas uma variável explicativa é defasada espacialmente (PIB).

#### 4.1 Fonte e tratamento dos dados

As variáveis selecionadas nesse estudo se referem aos determinantes das exportações e das importações (levando em consideração as equações (30)) de 67 países<sup>35</sup>. Aplicou-se tanto o modelo de Thirlwall (1979) quanto a presente extensão espacial para essas localidades de 1995 a 2015<sup>36</sup>. Os dados foram obtidos junto ao Banco Mundial (WB). Foram coletados tanto as taxas de câmbio bilateral efetiva real (relativo ao dólar (US\$)), uma medida do valor de uma moeda em relação a uma média ponderada de várias moedas estrangeiras dividida por um deflator de preços ou índice de custos, quanto os preços internos, o Produto Interno Bruto *per capita* e as exportações e importações expressos em US\$. Todas as séries foram log-linearizadas de forma a captar as elasticidades do modelo. A análise descritiva dos dados pode ser visualizada na tabela 5:

Tabela 5: Fonte, tratamento de dados, medidas de posição e variação.

Variável	Descrição	Unidades de medida	Fonte	Média	DP	Mín.	Máx.
<i>y</i>	Log do Produto Interno Bruto	US\$	Banco Mundial	25,55	2,05	20,39	30,45
<i>m</i>	Log da Importação	US\$	Banco Mundial	24,51	1,92	18,84	28,69
<i>x</i>	Log da Exportação	US\$	Banco Mundial	24,49	2,06	18,37	28,43
<i>RER</i>	Taxa de câmbio bilateral efetiva real	Taxa	Banco Mundial	101,50	25,64	46,22	538,37

Nota: *Mín.*=menor valor da amostra e *Máx.*=maior valor da amostra.

Fonte: Elaboração própria.

Em relação aos resultados esperados, tanto a elasticidade-renda da demanda das exportações deve ter um sinal positivo, conforme a previsão do modelo. Entretanto, ao fazer o particionamento da renda do resto do mundo entre as regiões vizinhas ou mais próximas, sua inserção deve eliminar a dependência espacial presente no modelo, mantendo um valor estável da elasticidade. Por sua vez, as elasticidades-preço têm valores negativos.

<sup>35</sup> A amostra de países se mostra relevante, uma vez que, no período, correspondeu a cerca de 80% do PIB mundial.

<sup>36</sup> O período escolhido foi devido a disponibilidade de dados.

## 5 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Inicialmente, foi estimado o modelo canônico de Thirlwall (1979) utilizando de procedimentos padrões ligados aos modelos de dados em painel. Destaca-se, de antemão, que foram realizados diversos testes para verificar as características das relações presentes no processo gerador de dados.

Nos modelos a-espacial, que foram estimados pelo método de Efeito Fixo, verificou-se heterocedasticidade pelos testes White e MV, implicando na estimação robusta. Pelo indicador VIF não se observou multicolinearidade. O Teste de Portmanteau, Born e Breitung, HR e de Lagrange implicam na não correlação serial no painel. Estas análises podem ser verificadas na Tabela 6.

Nas quatro primeiras colunas da Tabela 6 foram estimadas equações de exportações. Nas duas primeiras, a equação de Exportação estimada utilizando o modelo espacial. Na terceira e quarta são modelos a-espaciais, estimados pelo método de Efeitos Fixos. No primeiro modelo (bem como no terceiro e na primeira equação de importações), foi inserida a taxa de câmbio real, e no segundo (terceira equação de exportações e segunda de importações) foi suposta a paridade do poder de compra (implicando na ausência da RER).

Nos modelos espaciais, estimado por efeitos fixos, o teste Wald indica que o modelo espacial alternativo é o mais adequado para corrigir problemas advindos da dependência espacial. A análise do Índice de Moran também corrobora essa hipótese. Nos modelos a-espaciais, ele foi estatisticamente significativo ao nível de 5% de significância, indicando a impossibilidade de rejeitar a hipótese nula.

Isso sugere que há presença de dependência espacial nesses modelos. Assim, há indícios de que esses modelos contêm informações omitidas e que são espacialmente correlacionadas. Logo, possivelmente ocorre uma má especificação dos modelos pois não incorporam explicitamente a multilateralidade das relações comerciais. Nesse caso, um modelo alternativo espacial conseguiu lidar com os problemas advindos da dependência espacial.

Tabela 6: Equações de Exportação e Importação estimadas (espaciais e a-espaciais).

Dependente	$x^1$	$x^2$	$x^3$	$x^4$	$m^1$	$m^2$
$\beta_0$			-30,44*** (3,53)	-30,57*** (3,60)	-15,12*** (2,71)	-15,21*** (2,66)
<i>RER</i>	-0,22*** (0,03)		-0,06 (0,14)		-0,02 (0,18)	
<i>z</i>	0,08 (0,07)	0,17 ** (0,07)	1,74*** (0,11)	1,74*** (0,11)		
<i>y</i>					1,56*** (0,10)	1,55*** (0,10)
<i>wy</i>	2,09*** (0,09)	2,05*** (0,09)				
Efeitos fixos	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim
Espacial	Sim	Sim	Não	Não	Não	Não
$y_{iBP} = \frac{\varepsilon}{\pi} z_i$ (ou adaptada c/ <i>RER</i> )	0,66	0,70	0,96	0,96		
Wald	1999,68***	1941,54***				
VIF			1,00	1,00	1,01	1,01
Breusch-Pagan			24,98***	24,98***	2,93 *	2,93 *
White			42,74***	42,74***	97,37***	97,37***
MV			1692,77***	1692,77***	1304,61***	1304,61***
Portmanteau			57,15 **	57,15 **	51,03 *	51,03 *
Born e Breitung			5,56***	5,56***	3,62***	3,62***
Lagrange			36,35***	36,35***	15,84***	15,84***
HR			-2,86***	-2,86***	-2,21 **	-2,21 **
<i>I</i> de Moran			11,19***	11,19***	8,34***	8,34***

Nota: \*\*\* p<0,01; \*\* p <0,05; \* p <0,1. Os desvios-padrão se encontram entre parênteses. A matriz de pesos espaciais utilizada é do tipo distância geográfica.

Fonte: Elaboração própria.

As elasticidades-preço não se mostraram estatisticamente significativas nos modelos a-espaciais. Seja no caso das exportações ou das importações. Apenas no modelo espacial a taxa de câmbio real se mostrou estatisticamente significativa. A direção do coeficiente segue o valor esperado. Quanto maior a taxa de câmbio real mais valorizada uma moeda nacional está em termos reais. Para o caso das exportações, isso implica que o conteúdo nacional exportado se torna mais caro, o que acaba desestimulando as vendas de determinado país para o exterior. Porém, o valor desses parâmetros é baixo.

Isso dá suporte a validade da hipótese de paridade de poder de compra, no qual os preços se equivalem no longo prazo. E mesmo quando significativa, seu valor é baixo. Implicando da baixa importância da competitividade via preço para os países. Além disso, empiricamente vai ao encontro da hipótese levantada por Thirlwall (2019) de que uma alteração na RER possivelmente leva a um espriamento nos preços internos e externos. Esse resultado dá suporte a validade da lei do preço único.

O resultado sobre as elasticidades-preço está em linha com a hipótese de pessimismo das elasticidades e vai ao encontro de resultados de alguns estudos empíricos, como os trabalhos de Bahmani-Oskooee e Niroomand (1998) e Boyd et al. (2001) que analisaram os fluxos comerciais de diversos países. Sob a ótica das importações, a não significância da taxa de câmbio real pode refletir a dependência da maioria dos países em bens de capital produzidos pelos seus principais parceiros comerciais (ALGIERI, 2004).

Além disso, como sugeriram McCombie e Thirlwall (1994), os movimentos nos preços relativos medidos em uma moeda comum são relativamente baixos. Ainda, mudanças nas taxas de câmbio tendem a ser espelhadas por variações nos preços internos, mantendo as taxas de câmbio reais estáveis ao longo do tempo. Essas justificativas fundamentam a não significância ou baixo valor das elasticidades-preço.

A compreensão das elasticidades-renda é importante dentro dos modelos restritos pelo Balanço de Pagamentos. Esses parâmetros refletem o grau de especialização estrutural de determinada região ou, ainda, a competitividade extra preço de determinado país (THIRLWALL, 1979). Essa competitividade no comércio internacional se refere à capacidade de um país em diferenciar e tornar seus produtos internos atrativos, em que os países estão disputando no comércio internacional em relação à qualidade, diversidade etc. (MCCOMBIE; THIRLWALL, 1994).

Nos modelos a-espaciais, elas indicam quanto as exportações são sensíveis a alterações na renda do resto do mundo. Como sugerido, isso guarda uma ótica bilateral, em um contexto em que as relações econômicas se dão de maneira multilateral, como também sugerido pelos testes de dependência espacial. Já nos modelos espaciais, são estimados dois parâmetros referentes a renda do resto do mundo. O primeiro,  $wy$ , se remete ao PIB defasado espacialmente. O segundo,  $z$ , se refere ao resíduo da renda do resto do mundo, subtraindo o primeiro.

As elasticidades-renda da demanda estimadas são estatisticamente significativas. Apenas no modelo espacial com a presença da taxa de câmbio real o coeficiente da renda do resto do mundo não se mostrou estatisticamente significativo, apenas o Produto Interno Bruto defasado espacialmente, uma *proxy* para a renda dos principais parceiros comerciais. Vale, ainda, observar que as elasticidades são relativamente estáveis entre os modelos quando se retira a taxa de câmbio real, sugerindo que o modelo está bem ajustado.

Das elasticidades-renda desses dois parâmetros, o que se têm é que as importações são menos sensíveis a alterações na renda doméstica do que as exportações o são a variações na renda internacional. As exportações dos países são mais sensíveis a variações na renda de países mais próximos. Na média, importa mais para as regiões a renda de regiões mais próximas. Nesse aspecto, pode-se afirmar que as regiões possuem maior restrição ao Balanço de Pagamentos em relação às regiões mais próximas.

Nesse aspecto, o modelo consegue apontar que os países devem voltar sua estratégia industrial tanto quanto possível para países em rápido crescimento, ou, mais do que isso, para regiões em que tenham maior proximidade geográfica. Assim, períodos de maiores taxas de crescimento podem ser resultado de uma melhora estrutural da demanda por exportações para regiões mais próximas do que apenas um crescimento mais rápido da renda do resto do mundo.

A aplicação espacial, nesse caso, se mostrou mais adequada dada a presença de dependência espacial nos modelos estimados sem a desagregação da renda externa nos diversos parceiros comerciais. Além disso, notou-se a importância da renda externa defasada espacialmente frente ao restante do mundo. Isto é, na média, o Balanço de Pagamentos dos países é mais restrito em relação à renda externa de seus pares mais próximos.

## **6 CONCLUSÃO**

Este artigo aplica uma versão espacial do modelo de crescimento restrito pelo Balanço de Pagamento proposto por Thirlwall (1979). O modelo pode ser considerado uma aplicação do modelo generalizado proposto por Nell (2003), utilizando métodos ligados a econometria espacial. Nesse aspecto, o modelo testa as relações de longo prazo entre as exportações e a renda externa entre diversos países (67), de 1995 a 2015, levando em consideração a proximidade entre eles. As implicações empíricas encontradas são particularmente relevantes, no qual na média os países são mais dependentes de regiões mais conectadas.

O modelo empírico expande suas aplicações ao oferecer evidências de que uma perspectiva multilateral é mais apropriada do que uma perspectiva bilateral. Em termos simples, ao incorporar diversos países nas equações do modelo e desagregar a renda do

resto do mundo, percebe-se que os procedimentos adotados podem corrigir potenciais problemas decorrentes do viés de variáveis omitidas presentes nas estimações convencionais de painel. Essencialmente, o modelo destaca a interconexão entre as economias globais, sublinhando que a taxa de crescimento de determinado país está interligada às condições econômicas de outros.

Além disso, os resultados indicam a importância da competitividade além do preço, em vez da competitividade baseada no preço. Em outras palavras, o baixo valor ou a insignificância das elasticidades-preço, em contraste com a importância da renda externa, evidenciada pelos valores significativos das elasticidades-renda, sugere que os ajustes no Balanço de Pagamentos dependem da renda e não de mudanças nos preços relativos.

Assim, uma forma eficiente de expandir essa fronteira é melhorar a estrutura de demanda externa relativa com relação aos países mais próximos ou, mais precisamente, mais interconectados. Países devem melhorar a atratividade de seus produtos no exterior, melhorando a competitividade extra preço. Isto é, quanto maiores os esforços em melhorar a característica estrutural de demanda dos produtos exportados como qualidade, *design*, diferenciação de produto e serviço de entrega, maior será o crescimento da renda consistente com o equilíbrio em conta corrente, principalmente com relação aos parceiros em que é sustentada uma maior conexão.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ALGIERI, B. PrECI and income elasticities of Russian exports, **European Journal of Comparative Economics**, vol. 1, p. 175–193, 2004.
- ALMEIDA, E. **Econometria especial aplicada**. Campinas: Alínea, 2012.
- ANSELIN, L. **Spatial econometrics: methods and models**. Springer Science & Business Media, 2013.
- ARAÚJO, R. A.; LIMA, G. T. A structural economic dynamics approach to balance-of-payments constrained growth, **Cambridge Journal of Economics**, v. 31, n. 5, p. 755-774, 2007.
- BAGNAI, A.; RIEBER, A.; TRAN, T. A.D. Sub-Saharan Africa's growth, South–South trade and the generalized balance-of-payments constraint. **Cambridge Journal of Economics**, v. 40, n. 3, p. 797-820, 2015.
- BAGNAI, A. Italy's decline and the balance-of-payments constraint: a multicounty analysis. **International Review of Applied Economics**, v. 30, n. 1, p. 1-26, 2016.
- BAHMANI-OSKOOEE, M.; NIROOMAND, F. Long-run price elasticities and the Marshall-Lerner condition revisited. **Economics Letters**, v. 61, p.101–109, 1998.
- BARBOSA-FILHO, N. H. The balance-of-payments constraint: from balanced trade to sustainable debt. **PSL Quarterly Review**, v. 54, n. 219, p. 381-400, 2001.
- BHERING, G.; SERRANO, F.; FREITAS, F. Thirlwall's law, external debt sustainability, and the balance-of-payments-constrained level and growth rates of output. **Review of Keynesian Economics**, v. 7, n. 4, p. 486-497, 2019.
- BOYD, D.; CAPORALE, G. M.; SMITH R. Real exchange rate effects on the balance of payments: cointegration and the Marshall-Lerner condition. **International Journal of Finance and Economics**, vol. 6, p. 187–200, 2001.
- DIXON, R.; THIRLWALL, A. P. A model of regional growth-rate differences on Kaldorian lines. **Oxford Economic Papers**, v. 27, n. 2, p. 201-214, 1975.
- ERTUR, C.; KOCH, W. Growth, technological interdependence and spatial externalities: theory and evidence. **Journal of Applied Econometrics**, v. 22, n. 6, p. 1033-1062, 2007.
- FAGERBERG, J. International competitiveness, **Economic Journal**, v. 98, n. 391, p. 55-374, 1988.

FISCHER, M. M. A spatial Mankiw–Romer–Weil model: theory and evidence. **The Annals of Regional Science**, v. 47, n. 2, p. 419-436, 2011.

GABRIEL, L. F.; MISSIO, F. J. Real exchange rate and economic complexity in a North-South structuralist BoPG model. **PSL Quarterly Review**, v. 71, n. 287, p. 439-465, 2018.

LEÓN-LEDESMA, M. A. Cumulative growth and the catching-up debate from a disequilibrium standpoint. *In*: MCCOMBIE, J. S. L.; PUGNO, M.; SORO, B. (Eds.), **Productivity growth and economic performance: essays on Verdoorn's law**. New York: Palgrave Macmillan. 2002. p. 197-218.

LESAGE, J.; PACE, R. K. **Introduction to spatial econometrics**. Chapman and Hall/CRC, 2009.

MCCOMBIE, J. S. L.; ROBERTS, M. The role of balance of payments in economic growth. *In*: SETTERFIELD, M. (Ed.), **The economics of demand-led growth**, Massachusetts: Edward Elgar, 2002. p. 87-114.

MCCOMBIE, J. S. L.; THIRLWALL, A. P. **Economic growth and the Balance-of-Payments constraint**. New York: St. Martin's Press, 1994.

MISSIO, F. J.; GABRIEL, L. F. Real exchange rate, technological catching up and spillovers in a balance-of-payments constrained growth model. **EconomiA**, v. 17, n. 3, p. 291-309, 2016.

MISSIO, F. J., JAYME JR., F. G. Structural heterogeneity and endogeneity of elasticities on the balance of payments constrained growth model. *In*: SOUZIAKIS, E.; CERQUEIRA, P. A. (Eds.), **Models of Balance of Payments Constrained Growth**, v. 1, ed. 1, London: Palgrave. 2012. p. 239–267.

MORENO-BRID, J. C. On capital flows and the balance-of-payments constrained growth model. **Journal of Post Keynesian Economics**, v. 21, n. 2, p. 283–297, 1998.

\_\_\_\_\_. Capital flows, interest payments and the balance-of-payments. **Metroeconomica**, v. 54, n. 2, p. 346-365, 2003.

NELL, K. A 'Generalized' Version of the Balance-of-Payments Growth Model: An application to neighbouring regions. **International Review of Applied Economics**, v. 17, n. 3, p. 249-267, 2003.

- NICHOLSON, W. B.; WILMS, I.; BIEN, J.; MATTESON, D. S. High dimensional forecasting via interpretable vector autoregression. **arXiv preprint arXiv:1412.5250**, 2014.
- PESARAN, M. H. **Time series and panel data econometrics**. Oxford University Press, 2015.
- PESARAN, M. H.; SHIN, Y.; SMITH, R. J. Bounds testing approaches to the analysis of level relationships. *Journal of applied econometrics*, v. 16, n. 3, p. 289-326, 2001.
- RAZMI, Arslan. Correctly analyzing the balance-of-payments constraint on growth. **Cambridge Journal of Economics**, v. 40, n. 6, p. 1581-1608, 2016.
- RIBEIRO, M. P. **Mudança estrutural e não linearidades da taxa de câmbio em um modelo Kaldoriano de crescimento**. 2019. Dissertação (Mestrado em Economia) – Departamento de Economia, Universidade Federal de Viçosa, Viçosa.
- ROBERTS, M. Cumulative causation and unemployment. *In: MCCOMBIE, J. S. L.; PUGNO, M.; SORO, B. (Eds.), Productivity Growth and Economic Performance: Essays on Verdoorn's Law*. New York: Palgrave Macmillan. 2002. p. 165-196.
- RODRIK, Dani. An African growth miracle? **Journal of African Economies**, v. 27, n. 1, p. 10-27, 2018.
- ROMERO, J. P.; MCCOMBIE, J. S. L. Thirlwall's law and the specification of export and import functions. **Metroeconomica**, v. 69, p. 366-395, 2018.
- SETTERFIELD, M. History versus equilibrium and the theory of economic growth. **Cambridge Journal of Economics**, v. 21, n. 3, p. 365-378, 1997.
- SIMS, C. A. Macroeconomics and reality. **Econometrica: journal of the Econometric Society**, p. 1-48, 1980.
- THIRLWALL, A. P. The Balance of Payments constraint as an explanation of international growth rate differences. **Quarterly Review**, v. 64, n. 259, p. 429-438, 1979.
- \_\_\_\_\_. Foreign trade elasticities in centre-periphery models of growth and development. **PSL Quarterly Review**, v. 36, n. 146, 1983.
- \_\_\_\_\_. A general model of growth and development on Kaldorian lines. **Oxford Economic Papers**, v. 38, n. 2, p. 199-219, 1986.
- \_\_\_\_\_. Thoughts on balance-of-payments-constrained growth after 40

years. **Review of Keynesian Economics**, v. 7, n. 4, p. 554-567, 2019.

THIRLWALL, A. P.; HUSSAIN, M. N. The balance of payments constraint, capital flows and growth rate differences between developing countries. **Oxford economic papers**, v. 34, n. 3, p. 498-510, 1982.

## CAPÍTULO 4

### 1 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este conjunto de estudos trouxe contribuições significativas para a compreensão das disparidades de renda regional e do crescimento econômico, explorando tanto os modelos teóricos quanto as análises empíricas. As duas abordagens metodológicas utilizadas nos estudos, teórica e empírica, demonstraram que a integração entre fundamentos teóricos sólidos e análise de dados observacionais é essencial para uma compreensão mais robusta e precisa das dinâmicas econômicas regionais e internacionais.

A partir da análise do primeiro ensaio, que focou na relação entre Complexidade Econômica e convergência regional, foi possível observar como a capacidade produtiva diversificada e a presença de *spillovers* tecnológicos influenciam positivamente o desenvolvimento econômico das regiões. A aplicação do Índice de Complexidade Econômica (ECI) se mostrou uma ferramenta valiosa para medir e explicar as variações no crescimento regional, ressaltando a importância de políticas que promovam a diversificação e a inovação local.

No segundo ensaio, a introdução de uma perspectiva multilateral nos modelos de crescimento restrito pelo Balanço de Pagamentos proporcionou uma visão mais realista e abrangente das interdependências comerciais entre os países. Ao considerar a renda externa desagregada e a proximidade entre os parceiros comerciais, a análise econométrica revelou que a competitividade extra-preço e a capacidade de melhorar a estrutura de demanda dos produtos exportados são cruciais para o crescimento econômico sustentável, principalmente em relação a regiões mais próximas em termos geográficos, uma *proxy* para a proximidade comercial.

No entanto, é importante reconhecer as limitações dos modelos utilizados, que são simplificações da realidade complexa. As sugestões para futuras pesquisas incluem a aplicação dos modelos a nível nacional e o uso de dados em painel para mitigar fatores não observáveis invariantes no tempo.

Em suma, este trabalho reforça a necessidade de políticas públicas que promovam a diversificação econômica e a melhoria da competitividade extra-preço, visando um crescimento regional e internacional mais equilibrado e sustentável. Ao aprofundar a

análise das interdependências econômicas e incorporar novos fatores e variáveis nos modelos existentes, espera-se que futuros estudos possam continuar a contribuir para o avanço do debate sobre o desenvolvimento econômico das regiões, principalmente em uma realidade cada vez mais interdependente e dinâmica, proporcionando *insights* valiosos para formuladores de políticas e pesquisadores.

## APÊNDICE A - CONVERGÊNCIA DE RENDA, INTERDEPENDÊNCIA TECNOLÓGICA E COMPLEXIDADE ECONÔMICA - CONTAS ABERTAS

A função de produção, aqui sugerida, possui neutralidade de Harrod. Especificamente, a renda é dada por:

$$Y_i = A_i^\beta K_i^\alpha H_i^{(1-\alpha-\beta)}, \alpha, \beta \in [0,1] \quad (31)$$

Onde o capital humano, aqui, pode ser definido como:

$$H_i = L_0 c_0 h_0 e^{(\delta D_i t + \vartheta ECI_i t + n_i t)} \quad (32)$$

$$\therefore H_i = L_i h_i c_i, \text{ onde } h_i = h_0 e^{\delta D_i t}, c_i = c_0 e^{\vartheta ECI_i t}, L_i = L_0 e^{n_i t}$$

Note que a taxa de crescimento do capital humano é equivalente a:

$$\frac{\dot{H}_i}{H_i} = \delta D_i + \vartheta ECI_i + n_i$$

Substituindo a (32) em (31) obtém-se a função de produção por trabalhador qualificado é dada por:

$$Y_i = A_i^\beta K_i^\alpha (L_i h_i c_i)^{(1-\alpha-\beta)}$$

$$Y_i = \frac{A_i^\beta K_i^\alpha (L_i h_i c_i)}{(L_i h_i c_i)^\beta (L_i h_i c_i)^\alpha} \quad (33)$$

$$\frac{Y_i}{(L_i h_i c_i)} = \frac{A_i^\beta K_i^\alpha}{(L_i h_i c_i)^\beta (L_i h_i c_i)^\alpha}$$

$$\bar{y}_i = \bar{A}_i^\beta \bar{k}_i^\alpha, \text{ onde } \bar{y}_i = \frac{Y_i}{H_i}, \bar{A}_i = \frac{A_i}{H_i} \text{ e } \bar{k}_i = \frac{K_i}{H_i}$$

Já a tecnologia é uma função dos fatores de produção da própria região, como no modelo endógeno de Romer (1986) e de Fisher (2011), e das externalidades da tecnologia de outras regiões contíguas, isto é:

$$A_i = \Omega K_i^\varphi H_i^{(1-\varphi-\gamma \sum w_{ij})} \prod_{j \neq i}^N A_j^{\gamma \sum w_{ij}}$$

$$A_i = \Omega K_i^\varphi H_i^{(1-\varphi-\gamma \sum w_{ij})} \prod_{j \neq i}^N A_j^{\gamma \sum w_{ij}}$$

$$A_i = \Omega H_i \frac{K_i^\varphi \prod_{j \neq i}^N A_j^{\gamma \sum w_{ij}}}{H_i^\varphi H_i^{\gamma \sum w_{ij}}} \quad (34)$$

$$\frac{A_i}{H_i} = \Omega \frac{K_i^\varphi \prod_{j \neq i}^N A_j^{\gamma \sum w_{ij}}}{H_i^\varphi H_i^{\gamma \sum w_{ij}}}$$

$$\bar{A}_i = \Omega \bar{k}_i^\varphi \prod_{j \neq i}^N \bar{A}_j^{\gamma \sum w_{ij}}, \text{ onde } \bar{A}_i = \frac{A_i}{H_i} \text{ e } \bar{A}_j = \frac{A_j}{H_j} \forall j = 1, \dots, N$$

Log-linearizando (34):

$$\ln \bar{A}_i = \ln \Omega + \varphi \ln \bar{k}_i + \gamma \sum_{j \neq i}^N w_{ij} \ln \bar{A}_j \quad (35)$$

Em sua forma matricial e reduzindo a equação (35):

$$\ln \bar{A} = \ln \Omega + \varphi \ln \bar{k} + \gamma W \ln \bar{A}$$

$$\ln \bar{A} - \gamma W \ln \bar{A} = \ln \Omega + \varphi \ln \bar{k}$$

$$\ln \bar{A} (1 - \gamma W) = \ln \Omega + \varphi \ln \bar{k} \quad (36)$$

$$\ln \bar{A} = (I - \gamma W)^{-1} \ln \Omega + \varphi (I - \gamma W)^{-1} \ln \bar{k}$$

Para o indivíduo  $i$  e aplicando o operador exponencial:

$$\ln \bar{A}_i = (1 - \gamma)^{-1} \ln \Omega + \varphi \ln \bar{k}_i + \varphi \gamma \sum_{j=1}^N w_{ij} \ln \bar{k}_j$$

$$\therefore \text{(aplicando exponencial)} \quad (37)$$

$$\bar{A}_i = \Omega^{\frac{1}{1-\gamma}} \bar{k}_i^\varphi \prod_{j=1}^N \bar{k}_j^{\varphi \gamma \sum w_{ij}}$$

Ainda, tem-se por hipótese que nível de tecnologia autônomo ( $\Omega$ ) cresça a uma taxa constante, isto é,  $\Omega = \Omega_0 e^{gt}$ . Inserindo a equação (37) em (33):

$$\begin{aligned}
\bar{y}_i &= \left( \Omega^{1-\gamma} \bar{k}_i^\varphi \prod_{j=i}^N \bar{k}_j^{\beta\varphi\gamma \sum w_{ij}} \right)^\beta \bar{k}_i^\alpha \\
&\therefore \\
\bar{y}_i &= \Omega^{\frac{\beta}{1-\gamma}} \bar{k}_i^{\beta\varphi} \prod_{j=i}^N \bar{k}_j^{\beta\varphi\gamma \sum w_{ij}} \bar{k}_i^\alpha \\
&\therefore \text{(simplificando para } \bar{k}_i) \\
\bar{y}_i &= \Omega^{\frac{\beta}{1-\gamma}} \bar{k}_i^{(\alpha+\beta\varphi)} \prod_{j=i}^N \bar{k}_j^{\beta\varphi\gamma \sum w_{ij}} \\
&\therefore \text{(retirando } \bar{k}_i \text{ do produtório)} \tag{38}^{37} \\
\bar{y}_i &= \Omega^{\frac{\beta}{1-\gamma}} \bar{k}_i^{(\alpha+\beta\varphi)} \bar{k}_i^{\beta\varphi\gamma \sum w_{ij}} \prod_{j \neq i}^N \bar{k}_j^{\beta\varphi\gamma \sum w_{ij}} \\
&\therefore \text{(simplificando para } \bar{k}_i) \\
\bar{y}_i &= \Omega^{\frac{\beta}{1-\gamma}} \bar{k}_i^{(\alpha+\beta\varphi(1+\gamma \sum w_{ij}))} \prod_{j \neq i}^N \bar{k}_j^{\beta\varphi\gamma \sum w_{ij}} \\
&\therefore \text{(reduzindo os termos)} \\
\bar{y}_i &= \Omega^{\frac{\beta}{1-\gamma}} \bar{k}_i^{u_i} \prod_{j \neq i}^N \bar{k}_j^{u_j}
\end{aligned}$$

Essa é a equação da renda por trabalhador eficiente com interdependência tecnológica entre as regiões. Além disso, lembre-se da derivação da equação de acumulação de capital. Ela parte das seguintes suposições:

$$\begin{aligned}
\dot{K} &= -dK \text{ (capital deprecia a uma taxa constante } d) \\
I &= \frac{dK}{dt} = \dot{K} \text{ (investimento é igual a variação do capital físico)} \\
I &= S = sY \text{ (por identidade contábil, poupança é igual a investimento)}^{38} \\
\dot{K} &= sY - dK \text{ (equação de movimento de capital agregado)} \tag{39} \\
\frac{\dot{K}}{K} &= sY - d \\
\bar{k} &= \frac{K}{H} \text{ (capital per capita)}
\end{aligned}$$

<sup>37</sup> Em que  $u_i = \alpha + \beta\varphi(1 + \gamma \sum w_{ij})$  e  $u_i = \beta\varphi\gamma \sum w_{ij}$ .

<sup>38</sup> A taxa de poupança  $s$  é a fração da produção que é investida em novo capital.

$$\begin{aligned} \therefore \dot{\bar{k}} &= \frac{\dot{K}H - \dot{H}K}{H^2} \quad \therefore \dot{\bar{k}} = \frac{\dot{K}H}{H^2} - \frac{\dot{H}K}{H^2} \quad \therefore \dot{\bar{k}} = \frac{\dot{K}H}{H^2} - \frac{\dot{H}/_H HK}{H^2} \quad \therefore \dot{\bar{k}} = \frac{\dot{K}}{H} - \frac{\dot{H}/_H K}{H} \\ \therefore \dot{\bar{k}} &= \frac{\dot{K}}{H} - \frac{\dot{H}}{H} \bar{k} \quad \therefore \dot{\bar{k}} = \frac{sY - dK}{H} - \frac{\dot{H}}{H} \bar{k} \quad \therefore \dot{\bar{k}} = s\bar{y} - d\bar{k} - \frac{\dot{H}}{H} \bar{k} \\ \therefore \dot{\bar{k}} &= s\bar{y} - \left( \frac{\dot{H}}{H} + d \right) \bar{k} \end{aligned}$$

Essa é a equação de acumulação de capital. Usando essa equação e fazendo algumas manipulações e substituindo a equação de produto por trabalhador eficiente, (38), tem-se que

$$\dot{\bar{k}}_i = s_i \bar{y}_i - \left( \frac{\dot{H}_i}{H_i} + d \right) \bar{k}_i$$

$\therefore$  (dividindo por  $\bar{k}_i$ )

$$\frac{\dot{\bar{k}}_i}{\bar{k}_i} = s_i \frac{\bar{y}_i}{\bar{k}_i} - \left( \frac{\dot{H}_i}{H_i} + d \right)$$

$\therefore$  (substituindo (38) no lugar de  $\bar{y}_i$ )

$$\frac{\dot{\bar{k}}_i}{\bar{k}_i} = s_i \frac{\Omega^{\frac{\beta}{1-\gamma}} \bar{k}_i^{u_i} \prod_{j \neq i}^N \bar{k}_j^{u_j}}{\bar{k}_i} - \left( \frac{\dot{H}_i}{H_i} + d \right)$$

$\therefore$  (simplificando para  $\bar{k}_i$ )

$$\frac{\dot{\bar{k}}_i}{\bar{k}_i} = s_i \Omega^{\frac{\beta}{1-\gamma}} \bar{k}_i^{-(1-u_i)} \prod_{j \neq i}^N \bar{k}_j^{u_j} - \left( \frac{\dot{H}_i}{H_i} + d \right) \tag{40}$$

$\therefore$  (aplicando simultaneamente exp e ln)

$$\frac{\dot{\bar{k}}_i}{\bar{k}_i} = s_i \Omega^{\frac{\beta}{1-\gamma}} e^{-(1-u_i) \ln \bar{k}_i} \prod_{j \neq i}^N e^{u_j \ln \bar{k}_j} - \left( \frac{\dot{H}_i}{H_i} + d \right)$$

$\therefore$  (as derivadas parciais, a seguir)

$$f'_{\ln \bar{k}_i} = -(1-u_i) s_i \Omega^{\frac{\beta}{1-\gamma}} e^{-(1-u_i) \ln \bar{k}_i} \prod_{j \neq i}^N e^{u_j \ln \bar{k}_j}$$

$$f'_{\ln \bar{k}_j} = u_j s_i \Omega^{\frac{\beta}{1-\gamma}} e^{-(1-u_i) \ln \bar{k}_i} \prod_{j \neq i}^N e^{u_j \ln \bar{k}_j}$$

A taxa de crescimento do capital por trabalhador eficiente é uma função multivariada, ou seja:

$$\frac{\dot{\bar{k}}_i}{\bar{k}_i} \equiv f(\ln \bar{k}_i, \ln \bar{k}_j) \quad (41)$$

Fazendo a aproximação de Taylor em torno do estado estacionário do capital por trabalhador eficiente:

$$\begin{aligned} \frac{\dot{\bar{k}}_i}{\bar{k}_i} &\approx f(\ln \bar{k}_i^*, \ln \bar{k}_j^*) + f'_{\ln \bar{k}_i^*} (\ln \bar{k}_i - \ln \bar{k}_i^*) + f'_{\ln \bar{k}_j^*} (\ln \bar{k}_j - \ln \bar{k}_j^*) \\ \therefore (f(\ln \bar{k}_i^*, \ln \bar{k}_j^*) = \frac{\dot{\bar{k}}_i}{\bar{k}_i} = 0, \text{ no s.s. } \dot{\bar{k}}_i = 0; \text{ e substituindo as derivadas} \\ &\text{parciais}) \end{aligned} \quad (42)$$

$$\begin{aligned} \frac{\dot{\bar{k}}_i}{\bar{k}_i} &\approx -(1 - u_i) s_i \Omega^{\frac{\beta}{1-\gamma}} e^{-(1-u_i) \ln \bar{k}_i^*} \prod_{j \neq i}^N e^{u_j \Sigma \ln \bar{k}_j^*} (\ln \bar{k}_i - \ln \bar{k}_i^*) + \\ &u_j s_i \Omega^{\frac{\beta}{1-\gamma}} e^{-(1-u_i) \ln \bar{k}_i^*} \prod_{j \neq i}^N e^{u_j \Sigma \ln \bar{k}_j^*} (\ln \bar{k}_j - \ln \bar{k}_j^*) \end{aligned}$$

Porém, no estado estacionário sabe-se que:

$$s_i \Omega^{\frac{\beta}{1-\gamma}} e^{-(1-u_i) \ln \bar{k}_i^*} \prod_{j \neq i}^N e^{u_j \Sigma \ln \bar{k}_j^*} = \left( \frac{\dot{H}_i}{H_i} + d \right) \quad (43)$$

Logo, ao inserir (43) em (42), o crescimento do capital por trabalhador eficiente em torno do estado estacionário é aproximadamente:

$$\begin{aligned} \frac{\dot{\bar{k}}_i}{\bar{k}_i} &\approx -(1 - u_i) \left( \frac{\dot{H}_i}{H_i} + d \right) (\ln \bar{k}_i - \ln \bar{k}_i^*) + \\ &\sum_{j \neq i}^N u_j \left( \frac{\dot{H}_i}{H_i} + d \right) (\ln \bar{k}_j - \ln \bar{k}_j^*) \\ \therefore (\text{distribuindo}) \\ \frac{\dot{\bar{k}}_i}{\bar{k}_i} &\approx - \left( \frac{\dot{H}_i}{H_i} + d \right) (\ln \bar{k}_i - \ln \bar{k}_i^*) + \\ &u_i \left( \frac{\dot{H}_i}{H_i} + d \right) (\ln \bar{k}_i - \ln \bar{k}_i^*) + \\ &\sum_{j \neq i}^N u_j \left( \frac{\dot{H}_i}{H_i} + d \right) (\ln \bar{k}_j - \ln \bar{k}_j^*) \end{aligned} \quad (44)^{39}$$

<sup>39</sup> O quarto passo é obtido ao substituir a função de produção em sua forma de desvios em relação ao estado estacionário, ou seja:  $\ln \bar{y}_i - \ln \bar{y}_i^* = u_i (\ln \bar{k}_i - \ln \bar{k}_i^*) + \sum_{j \neq i}^N u_j (\ln \bar{k}_j - \ln \bar{k}_j^*)$ , uma vez que  $\Omega$  é o mesmo para todos os indivíduos.

∴ (tentando encontrar a função de produção)

$$\begin{aligned} \frac{\dot{\bar{k}}_i}{\bar{k}_i} &\approx - \left( \frac{\dot{H}_i}{H_i} + d \right) (\ln \bar{k}_i - \ln \bar{k}_i^*) + \\ &\left( \frac{\dot{H}_i}{H_i} + d \right) [u_i (\ln \bar{k}_i - \ln \bar{k}_i^*) + \sum_{j \neq i}^N u_j (\ln \bar{k}_j - \ln \bar{k}_j^*)] \\ \therefore \text{(de (38)) } \frac{\dot{y}_i}{\bar{y}_i} &= \frac{g}{1-\gamma} + u_i \frac{\dot{\bar{k}}_i}{\bar{k}_i} + \sum_{j \neq i}^N u_j \frac{\dot{\bar{k}}_j}{\bar{k}_j}, \text{ então, em torno do s.s. } \ln \bar{y}_i - \ln \bar{y}_i^* = \\ &u_i (\ln \bar{k}_i - \ln \bar{k}_i^*) + \sum_{j \neq i}^N u_j (\ln \bar{k}_j - \ln \bar{k}_j^*) \\ \frac{\dot{\bar{k}}_i}{\bar{k}_i} &\approx - \left( \frac{\dot{H}_i}{H_i} + d \right) (\ln \bar{k}_i - \ln \bar{k}_i^*) + \left( \frac{\dot{H}_i}{H_i} + d \right) (\ln \bar{y}_i - \ln \bar{y}_i^*) \end{aligned}$$

∴ (simplificando)

$$\frac{\dot{\bar{k}}_i}{\bar{k}_i} \approx \left( \frac{\dot{H}_i}{H_i} + d \right) [(\ln \bar{y}_i - \ln \bar{y}_i^*) - (\ln \bar{k}_i - \ln \bar{k}_i^*)]$$

Ainda, da função de produção sabe-se que:

$$\ln \bar{y}_i = \frac{\beta}{1-\gamma} (\ln \Omega + g) + u_i \ln \bar{k}_i + \sum_{j \neq i}^N u_j \ln \bar{k}_j$$

∴ (45)

$$\frac{\dot{y}_i}{\bar{y}_i} = \frac{g}{1-\gamma} + u_i \frac{\dot{\bar{k}}_i}{\bar{k}_i} + \sum_{j \neq i}^N u_j \frac{\dot{\bar{k}}_j}{\bar{k}_j}$$

Inserindo (44) em (45) obtém-se:

$$\begin{aligned} \frac{\dot{y}_i}{\bar{y}_i} &= \frac{g}{1-\gamma} + u_i \left( \frac{\dot{H}_i}{H_i} + d \right) [(\ln \bar{y}_i - \ln \bar{y}_i^*) - (\ln \bar{k}_i - \ln \bar{k}_i^*)] + \\ &\sum_{j \neq i}^N u_j \left( \frac{\dot{H}_j}{H_j} + d \right) [(\ln \bar{y}_j - \ln \bar{y}_j^*) - (\ln \bar{k}_j - \ln \bar{k}_j^*)] \end{aligned}$$

∴ (distribuindo)

$$\begin{aligned} \frac{\dot{y}_i}{\bar{y}_i} &= \frac{g}{1-\gamma} + u_i \left( \frac{\dot{H}_i}{H_i} + d \right) (\ln \bar{y}_i - \ln \bar{y}_i^*) + \\ &\sum_{j \neq i}^N u_j \left( \frac{\dot{H}_j}{H_j} + d \right) (\ln \bar{y}_j - \ln \bar{y}_j^*) - \\ &u_i \left( \frac{\dot{H}_i}{H_i} + d \right) (\ln \bar{k}_i - \ln \bar{k}_i^*) - \end{aligned} \tag{46}$$

$$\sum_{j \neq i}^N u_j \left( \frac{\dot{H}_j}{H_j} + d \right) (\ln \bar{k}_j - \ln \bar{k}_j^*)$$

Supondo que as seguintes hipóteses são válidas:

$$\begin{aligned} (\ln \bar{y}_i - \ln \bar{y}_i^*) &= \phi_j (\ln \bar{y}_j - \ln \bar{y}_j^*) \\ (\ln \bar{k}_i - \ln \bar{k}_i^*) &= \theta_j (\ln \bar{k}_j - \ln \bar{k}_j^*) \end{aligned} \quad (47)$$

Isto é, tanto capital por trabalhador eficiente quanto a renda por trabalhador eficiente guardam uma relação com o *gap* dos países em relação ao seu próprio estado estacionário. Inserindo a primeira equação de (47) em (46):

$$\begin{aligned} \frac{\dot{y}_i}{\bar{y}_i} &= \frac{g}{1-\gamma} + u_i \left( \frac{\dot{H}_i}{H_i} + d \right) (\ln \bar{y}_i - \ln \bar{y}_i^*) + \\ &\sum_{j \neq i}^N u_j \left( \frac{\dot{H}_j}{H_j} + d \right) \frac{1}{\phi_j} (\ln \bar{y}_j - \ln \bar{y}_j^*) - \\ &u_i \left( \frac{\dot{H}_i}{H_i} + d \right) (\ln \bar{k}_i - \ln \bar{k}_i^*) - \\ &\sum_{j \neq i}^N u_j \left( \frac{\dot{H}_j}{H_j} + d \right) (\ln \bar{k}_j - \ln \bar{k}_j^*) \\ \therefore (\text{simplificando para } (\ln \bar{y}_i - \ln \bar{y}_i^*)) & \end{aligned} \quad (48)$$

$$\begin{aligned} \frac{\dot{y}_i}{\bar{y}_i} &= \frac{g}{1-\gamma} + (\ln y_i - \ln y_i^*) \left[ \begin{aligned} &u_i \left( \frac{\dot{H}_i}{H_i} + d \right) + \\ &\sum_{j \neq i}^N u_j \left( \frac{\dot{H}_j}{H_j} + d \right) \frac{1}{\phi_j} \end{aligned} \right] - \\ &u_i \left( \frac{\dot{H}_i}{H_i} + d \right) (\ln \bar{k}_i - \ln \bar{k}_i^*) - \\ &\sum_{j \neq i}^N u_j \left( \frac{\dot{H}_j}{H_j} + d \right) (\ln \bar{k}_j - \ln \bar{k}_j^*) \end{aligned}$$

Por sua vez, da variação da função de produção em torno do estado estacionário. Tem-se que:

$$\ln \bar{y}_i - \ln \bar{y}_i^* = u_i (\ln \bar{k}_i - \ln \bar{k}_i^*) + \sum_{j \neq i}^N u_j (\ln \bar{k}_j - \ln \bar{k}_j^*)$$

∴ (substituindo a segunda equação de (47))

$$\ln \bar{y}_i - \ln \bar{y}_i^* = u_i (\ln \bar{k}_i - \ln \bar{k}_i^*) + \sum_{j \neq i}^N u_j \frac{1}{\theta_j} (\ln \bar{k}_i - \ln \bar{k}_i^*)$$

∴ (simplificando para  $(\ln k_i - \ln k_i^*)$ )

$$\ln \bar{y}_i - \ln \bar{y}_i^* = (\ln k_i - \ln k_i^*) \left[ u_i + \sum_{j \neq i}^N u_j \frac{1}{\theta_j} \right] \quad (49)$$

∴ (isolando  $(\ln \bar{y}_i - \ln \bar{y}_i^*)$ )

$$\ln \bar{k}_i - \ln \bar{k}_i^* = \frac{1}{u_i + \sum_{j \neq i}^N u_j \frac{1}{\theta_j}} (\ln \bar{y}_i - \ln \bar{y}_i^*)$$

∴ (substituindo, novamente, a segunda equação de (47))

$$\ln \bar{k}_j - \ln \bar{k}_j^* = \frac{\frac{1}{\theta_j}}{u_i + \sum_{j \neq i}^N u_j \frac{1}{\theta_j}} (\ln \bar{y}_i - \ln \bar{y}_i^*)$$

Inserindo as duas últimas equação de (49) em (48), as variações do capital por trabalhador eficiente em torno do estado estacionário, obtém-se:

$$\begin{aligned} \frac{\dot{y}_i}{y_i} &= \frac{g}{1-\gamma} + (\ln \bar{y}_i - \ln \bar{y}_i^*) \left[ u_i \left( \frac{\dot{H}_i}{H_i} + d \right) + \sum_{j \neq i}^N u_j \left( \frac{\dot{H}_j}{H_j} + d \right) \frac{1}{\theta_j} \right] - \\ &u_i \left( \frac{\dot{H}_i}{H_i} + d \right) \frac{1}{u_i + \sum_{j \neq i}^N u_j \frac{1}{\theta_j}} (\ln \bar{y}_i - \ln \bar{y}_i^*) - \\ &\sum_{j \neq i}^N u_j \left( \frac{\dot{H}_j}{H_j} + d \right) \frac{\frac{1}{\theta_j}}{u_i + \sum_{j \neq i}^N u_j \frac{1}{\theta_j}} (\ln \bar{y}_i - \ln \bar{y}_i^*) \end{aligned} \quad (50)$$

∴ (isolando  $(\ln \bar{y}_i - \ln \bar{y}_i^*)$ )

$$\begin{aligned} \frac{\dot{y}_i}{y_i} &= \frac{g}{1-\gamma} + (\ln \bar{y}_i - \ln \bar{y}_i^*) \left[ u_i \left( \frac{\dot{H}_i}{H_i} + d \right) + \sum_{j \neq i}^N u_j \left( \frac{\dot{H}_j}{H_j} + d \right) \frac{1}{\theta_j} - \right. \\ &\left. u_i \left( \frac{\dot{H}_i}{H_i} + d \right) \frac{1}{u_i + \sum_{j \neq i}^N u_j \frac{1}{\theta_j}} - \sum_{j \neq i}^N u_j \left( \frac{\dot{H}_j}{H_j} + d \right) \frac{\frac{1}{\theta_j}}{u_i + \sum_{j \neq i}^N u_j \frac{1}{\theta_j}} \right] \end{aligned}$$

∴ (isolando as depreciações do capital ( $d$ ))

$$\frac{\dot{y}_i}{y_i} = \frac{g}{1-\gamma} + (\ln \bar{y}_i - \ln \bar{y}_i^*) \left[ \begin{array}{l} \left( \dot{H}_i / H_i + d \right) \left( u_i - \frac{u_i}{u_i + \sum_{j \neq i}^N u_j \frac{1}{\theta_j}} \right) + \\ \sum_{j \neq i}^N \left( \dot{H}_j / H_j + d \right) \left( \frac{u_j}{\theta_j} - \frac{u_j \frac{1}{\theta_j}}{u_i + \sum_{j \neq i}^N u_j \frac{1}{\theta_j}} \right) \end{array} \right]$$

Logo, a velocidade de convergência do modelo será dada por:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \dot{y}_i / y_i}{\partial \ln y_i} &= \left( \dot{H}_i / H_i + d \right) \left( u_i - \frac{u_i}{u_i + \sum_{j \neq i}^N u_j \frac{1}{\theta_j}} \right) + \\ &\sum_{j \neq i}^N \left( \dot{H}_j / H_j + d \right) \left( \frac{u_j}{\theta_j} - \frac{u_j \frac{1}{\theta_j}}{u_i + \sum_{j \neq i}^N u_j \frac{1}{\theta_j}} \right) = \lambda_i \end{aligned} \quad (51)$$

Por fim, perceba que a equação básica de crescimento da renda, novamente, não se altera, uma vez que equações diferenciais lineares possuem soluções fechadas, dado pela equação (9), ou seja:

$$\dot{z}_t = \frac{\partial z_t}{\partial t} = -az_t + b \text{ (sendo } a \text{ e } b \text{ constantes)}$$

$$z_t = \frac{b}{a} + \left[ z_0 - \frac{b}{a} \right] e^{-at} \text{ (solução fechada de equações diferenciais lineares genérica)}$$

$$z_t = \frac{b}{a} + z_0 e^{-at} - \frac{b}{a} e^{-at}$$

$$z_t = z_0 e^{-at} - \frac{b}{a} (1 - e^{-at})$$

$$\therefore \text{ (chamando } \dot{z}_t = \dot{y}_t / y_t, z_t = \ln y_t, a = \lambda \text{ e } b = \lambda \ln y_t^*, \ln y_t)$$

$$\ln y_t = \ln y_0 e^{-\lambda t} + \ln y_t^* (1 - e^{-\lambda t}) \quad (52)$$

$$\therefore \text{ (Diminuindo } \ln y_0 \text{ de ambos os lados)}$$

$$\ln y_t - \ln y_0 = -(1 - e^{-\lambda t}) \ln y_0 + (1 - e^{-\lambda t}) \ln y_t^*$$

$\therefore$

$$\ln y_{it} - \ln y_{i0} = -(1 - e^{-\lambda_i t}) \frac{g}{1-\gamma} \frac{1}{\lambda_i} - (1 - e^{-\lambda_i t}) \ln y_{i0} +$$

$$(1 - e^{-\lambda_i t}) \ln y_i^*$$

Assim, é necessário encontrar a renda de equilíbrio do estado estacionário. Log-linearizando a função de produção por trabalhador eficiente, dada por (33):

$$\ln \bar{y}_i = \beta \ln \bar{A}_i + \alpha \ln \bar{k}_i \quad (53)$$

Ou, em termos matriciais:

$$\ln \bar{y} = \beta \ln \bar{A} + \alpha \ln \bar{k} \quad (54)$$

Substituindo (36) em (54):

$$\begin{aligned} \ln \bar{y} &= \beta(I - \gamma W)^{-1} \ln \Omega + \beta \varphi (I - \gamma W)^{-1} \ln \bar{k} + \alpha \ln \bar{k} \ln y - \ln h - \ln c \\ &\therefore \\ \ln \bar{y} &= \beta(I - \gamma W)^{-1} \ln \Omega + [\beta \varphi (I - \gamma W)^{-1} + \alpha](\ln k - \ln h - \ln c) \\ &\therefore \text{(note que a partir de agora a renda passar\u00e1 a ser analisada } \textit{per capita}, \text{ uma} \\ &\text{vez que tanto aprendizado quanto complexidade foram passados para o lado} \\ &\text{esquerdo da equa\u00e7\u00e3o)} \end{aligned} \quad (55)$$

$$\begin{aligned} \ln y &= \beta(I - \gamma W)^{-1} \ln \Omega + \beta \varphi (I - \gamma W)^{-1} (\ln k - \ln h - \ln c) + \\ &\alpha (\ln k - \ln h - \ln c) + \ln h + \ln c \\ &\therefore \\ \ln y &= \beta(I - \gamma W)^{-1} \ln \Omega + \beta \varphi (I - \gamma W)^{-1} (\ln k - \ln h - \ln c) + \alpha \ln k + \\ &(1 - \alpha) \ln h + (1 - \alpha) \ln c \end{aligned}$$

Pr\u00e9-multiplicando ambos os lados por  $(I - \gamma W)$

$$\begin{aligned} (I - \gamma W) \ln y &= \beta \ln \Omega + \beta \varphi (\ln k - \ln h - \ln c) + \alpha (I - \gamma W) \ln k + \\ &(1 - \alpha) (I - \gamma W) \ln h + (1 - \alpha) (I - \gamma W) \ln c \\ &\therefore \\ (I - \gamma W) \ln y &= \beta \ln \Omega + (\alpha + \beta \varphi) \ln k + (1 - \alpha - \beta \varphi) \ln h - \\ &(1 - \alpha - \beta \varphi) \ln c + \alpha \ln k - \alpha \gamma W \ln k - (1 - \alpha) \gamma W \ln h - \\ &(1 - \alpha) (I - \gamma W) \ln c \end{aligned} \quad (56)$$

$$\begin{aligned} &\therefore \\ \ln y &= \beta \ln \Omega + (\alpha + \beta \varphi) \ln k + (1 - \alpha - \beta \varphi) \ln h + (1 - \alpha - \beta \varphi) \ln c - \\ &\alpha \gamma W \ln k - (1 - \alpha) \gamma W \ln h - (1 - \alpha) (I - \gamma W) \ln c + \gamma W \ln y \end{aligned}$$

Para o indivíduo  $i$ :

$$\begin{aligned}
lny_i &= \beta \ln \Omega + (\alpha + \beta \varphi) \ln k_i + (1 - \alpha - \beta \varphi) \ln h_i + \\
(1 - \alpha - \beta \varphi) \ln c_i - \alpha \gamma \sum_{j \neq 1}^N w_{ij} \ln k_j - (1 - \alpha) \gamma \sum_{j \neq 1}^N w_{ij} \ln h_j - & \quad (57) \\
-(1 - \alpha) \gamma \sum_{j \neq 1}^N w_{ij} \ln c_j + \gamma \sum_{j \neq 1}^N w_{ij} \ln y_j
\end{aligned}$$

Da equação de acumulação de capital, no estado estacionário  $\dot{k}_i = 0$ , tem-se que:

$$\begin{aligned}
s_i y_i &= \left( \frac{\dot{H}_i}{H_i} + d \right) k_i \\
\therefore & \\
k_i &= \frac{s_i}{\left( \frac{\dot{H}_i}{H_i} + d \right)} y_i \quad (58)
\end{aligned}$$

$\therefore$  (aplicando ln)

$$\ln k_i = \ln s_i - \ln \left( \frac{\dot{H}_i}{H_i} + d \right) + \ln y_i$$

Inserindo (58), para  $\ln k_i$  e  $\ln k_j$ , em (57), tem-se:

$$\begin{aligned}
lny_i^* &= \beta \ln \Omega + (\alpha + \beta \varphi) \left[ \ln s_i - \ln \left( \frac{\dot{H}_i}{H_i} + d \right) + \ln y_i \right] + \\
(1 - \alpha - \beta \varphi) \ln h_i + (1 - \alpha - \beta \varphi) \ln c_i - & \\
\alpha \gamma \sum_{j \neq 1}^N w_{ij} \left[ \ln s_j - \ln \left( \frac{\dot{H}_j}{H_j} + d \right) + \ln y_j \right] - & \\
(1 - \alpha) \gamma \sum_{j \neq 1}^N w_{ij} \ln h_j - (1 - \alpha) \gamma \sum_{j \neq 1}^N w_{ij} \ln c_j + \gamma \sum_{j \neq 1}^N w_{ij} \ln y_j & \\
\therefore & \quad (59)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
lny^* &= \frac{\beta}{1 - \alpha - \beta \varphi} \ln \Omega + \frac{\alpha + \beta \varphi}{1 - \alpha - \beta \varphi} \left[ \ln s_i - \ln \left( \frac{\dot{H}_i}{H_i} + d \right) \right] + \\
\ln h_i + \ln c_i - \frac{\alpha \gamma}{1 - \alpha - \beta \varphi} \sum_{j \neq 1}^N w_{ij} \left[ \ln s_j - \ln \left( \frac{\dot{H}_j}{H_j} + d \right) \right] - & \\
\frac{\gamma(1 - \alpha)}{1 - \alpha - \beta \varphi} \sum_{j \neq 1}^N w_{ij} \ln h_j - \frac{\gamma(1 - \alpha)}{1 - \alpha - \beta \varphi} \sum_{j \neq 1}^N w_{ij} \ln c_j + & \\
\frac{\gamma(1 - \alpha)}{1 - \alpha - \beta \varphi} \sum_{j \neq 1}^N w_{ij} \ln y_j &
\end{aligned}$$

(59) em sua forma matricial e reduzida:

$$\begin{aligned}
\ln y^* &= (I - \rho W)^{-1} \frac{\beta}{1-\alpha-\beta\varphi} \ln \Omega + (I - \rho W)^{-1} \frac{\alpha+\beta\varphi}{1-\alpha-\beta\varphi} \ln S + \\
&(I - \rho W)^{-1} \ln h + (I - \rho W)^{-1} \ln c - (I - \rho W)^{-1} \frac{\alpha\gamma}{1-\alpha-\beta\varphi} W \ln S - \\
&(I - \rho W)^{-1} \frac{\gamma(1-\alpha)}{1-\alpha-\beta\varphi} W \ln h - (I - \rho W)^{-1} \frac{\gamma(1-\alpha)}{1-\alpha-\beta\varphi} W \ln c
\end{aligned} \tag{60}$$

Onde  $\ln S = \ln s - \ln \left( \dot{H}/H + d \right)$ ,  $\rho = \frac{\gamma(1-\alpha)}{1-\alpha-\varphi}$ . Já a equação (52) em sua forma matricial é dada por:

$$\ln y_t - \ln y_0 = G - D \ln y_0 + D \ln y^* \tag{61}$$

Onde  $D$  é uma matriz  $N \times N$  na qual a diagonal principal é dada por  $(1 - e^{-\lambda t})$  e  $G = -(1 - e^{-\lambda t}) \frac{g}{1-\gamma} \frac{1}{\lambda}$ .

Inserindo (60) em (61):

$$\begin{aligned}
\ln y_t - \ln y_0 &= G - D \ln y_0 + D (I - \rho W)^{-1} \frac{\beta}{1-\alpha-\beta\varphi} \ln \Omega + \\
&D (I - \rho W)^{-1} \frac{\alpha+\beta\varphi}{1-\alpha-\beta\varphi} \ln S + D (I - \rho W)^{-1} \ln h + \\
&D (I - \rho W)^{-1} \ln c - D (I - \rho W)^{-1} \frac{\alpha\gamma}{1-\alpha-\beta\varphi} W \ln S - \\
&D (I - \rho W)^{-1} \frac{\gamma(1-\alpha)}{1-\alpha-\beta\varphi} W \ln h - D (I - \rho W)^{-1} \frac{\gamma(1-\alpha)}{1-\alpha-\beta\varphi} W \ln c
\end{aligned} \tag{62}$$

Multiplicando ambos os lados por  $[D(I - \rho W)^{-1}]^{-1}$  é possível obter a seguinte equação:

$$\begin{aligned}
[D(I - \rho W)^{-1}]^{-1} (\ln y_t - \ln y_0) &= \\
[D(I - \rho W)^{-1}]^{-1} G + \frac{\beta}{1-\alpha-\beta\varphi} \ln \Omega - \\
[D(I - \rho W)^{-1}]^{-1} D \ln y_0 + \frac{\alpha+\beta\varphi}{1-\alpha-\beta\varphi} \ln S + \\
\ln h + \ln c - \frac{\alpha\gamma}{1-\alpha-\beta\varphi} W \ln S -
\end{aligned} \tag{63}$$

$$\frac{\gamma(1-\alpha)}{1-\alpha-\beta\varphi} Wlnh - \frac{\gamma(1-\alpha)}{1-\alpha-\beta\varphi} Wlnc$$

∴

$$D^{-1}(I - \rho W)(lny_t - lny_0) =$$

$$D^{-1}(I - \rho W)G + \frac{\beta}{1-\alpha-\beta\varphi} ln\Omega -$$

$$D^{-1}(I - \rho W)Dlny_0 + \frac{\alpha+\beta\varphi}{1-\alpha-\beta\varphi} lnS + lnh +$$

$$lnc] - \frac{\alpha\gamma}{1-\alpha-\beta\varphi} WlnS -$$

$$\frac{\gamma(1-\alpha)}{1-\alpha-\beta\varphi} Wlnh - \frac{\gamma(1-\alpha)}{1-\alpha-\beta\varphi} Wlnc$$

∴

$$D^{-1}(lny_t - lny_0) =$$

$$D^{-1}G - \rho W D^{-1}G + \frac{\beta}{1-\alpha-\beta\varphi} ln\Omega - lny_0$$

$$+ \rho W lny_0 + \frac{\alpha+\beta\varphi}{1-\alpha-\beta\varphi} lnS + lnh + lnc$$

$$- \frac{\alpha\gamma}{1-\alpha-\beta\varphi} WlnS - \frac{\gamma(1-\alpha)}{1-\alpha-\beta\varphi} Wlnh -$$

$$\frac{\gamma(1-\alpha)}{1-\alpha-\beta\varphi} Wlnc + \rho W D^{-1}(lny_t - lny_0)$$

∴

$$lny_t - lny_0 = G - GD\rho W D^{-1} - Dlny_0 + \rho DW lny_0$$

$$+ D \frac{1}{1-\alpha-\varphi} ln\Omega + D \frac{\alpha+\beta\varphi}{1-\alpha-\beta\varphi} lnS + Dlnh + Dlnc$$

$$- D \frac{\alpha\gamma}{1-\alpha-\beta\varphi} WlnS - D \frac{\gamma(1-\alpha)}{1-\alpha-\beta\varphi} Wlnh - D \frac{\gamma(1-\alpha)}{1-\alpha-\beta\varphi} Wlnc$$

$$+ \rho DW D^{-1}(lny_t - lny_0)$$

Entretanto, de (32) sabe-se que

$$h_i = h_0 e^{\delta D_i t} \therefore ln h = \delta h t$$

$$c_i = c_0 e^{\vartheta EC I_i t} \therefore lnc = \vartheta EC I t$$

(64)

Logo, a equação de crescimento do produto se torna:

$$\begin{aligned}
\ln y_t - \ln y_0 &= G - GD\rho W D^{-1} - D \ln y_0 + \rho D W \ln y_0 \\
&+ D \frac{1}{1-\alpha-\varphi} \ln \Omega + D \frac{\alpha+\beta\varphi}{1-\alpha-\beta\varphi} \ln S + D \delta h + D \vartheta ECI \\
&- D \frac{\alpha\gamma}{1-\alpha-\beta\varphi} W \ln S - D \frac{\gamma(1-\alpha)\delta t}{1-\alpha-\beta\varphi} W h - D \frac{\gamma(1-\alpha)\vartheta t}{1-\alpha-\beta\varphi} W ECI \\
&+ \rho D W D^{-1} (\ln y_t - \ln y_0)
\end{aligned} \tag{65}$$

Fazendo a transformação para o indivíduo  $i$ :

$$\begin{aligned}
\ln y_{it} - \ln y_{i0} &= \Delta_i - (1 - e^{-\lambda_i}) \ln y_{i0} \\
&+ (1 - e^{-\lambda_i}) \frac{\alpha+\beta\varphi}{1-\alpha-\beta\varphi} \left[ \ln s_i - \ln \left( \frac{\dot{H}_i}{H_i} + d \right) \right] \\
&+ (1 - e^{-\lambda_i}) \delta D_i + (1 - e^{-\lambda_i}) \vartheta ECI_i \\
&+ (1 - e^{-\lambda_i}) \frac{\gamma(1-\alpha)}{1-\alpha-\beta\varphi} \sum_{j \neq 1}^N w_{ij} \ln y_{j0} \\
&- (1 - e^{-\lambda_i}) \frac{\alpha\gamma}{1-\alpha-\varphi} \sum_{j \neq 1}^N w_{ij} \left[ \ln s_j - \ln \left( \frac{\dot{H}_j}{H_j} + d \right) \right] \\
&- (1 - e^{-\lambda_i}) \frac{\gamma(1-\alpha)\delta}{1-\alpha-\beta\varphi} \sum_{j \neq 1}^N w_{ij} h_j \\
&- (1 - e^{-\lambda_i}) \frac{\gamma(1-\alpha)\vartheta}{1-\alpha-\beta\varphi} \sum_{j \neq 1}^N w_{ij} ECI_j \\
&+ \frac{\gamma(1-\alpha)}{1-\alpha-\varphi} (1 - e^{-\lambda_i}) \sum_{j \neq 1}^N \frac{1}{(1-e^{-\lambda_j t})} w_{ij} (\ln y_{jt} - \ln y_{j0})
\end{aligned} \tag{66}$$

onde  $\Delta_i = (1 - e^{-\lambda_i}) \frac{g}{1-\gamma} \frac{1}{\lambda_i} - \frac{\gamma(1-\alpha)}{1-\alpha-\varphi} (1 - e^{-\lambda_i}) \frac{g}{1-\gamma} \frac{1}{\lambda_i} \sum_{j \neq 1}^N \frac{1}{(1-e^{-\lambda_j})} w_{ij} + \frac{(1-e^{-\lambda_i})}{1-\alpha-\varphi} \ln \Omega$ .

Lembre-se, que  $\frac{\dot{H}_i}{H_i} = \delta D_i + \vartheta ECI_i + n_i$ , portanto, a equação de crescimento da renda *per capita*, no estado estacionário, é dada por:

$$\begin{aligned}
\ln y_{it} - \ln y_{i0} &= \Delta_i - (1 - e^{-\lambda_i}) \ln y_{i0} \\
&+ (1 - e^{-\lambda_i}) \frac{\alpha+\beta\varphi}{1-\alpha-\beta\varphi} [\ln s_i - \ln(n_i + d)] \\
&+ (1 - e^{-\lambda_i}) \delta \left[ 1 - \frac{\alpha+\beta\varphi}{1-\alpha-\beta\varphi} \right] D_i + (1 - e^{-\lambda_i}) \vartheta \left[ 1 - \frac{\alpha+\beta\varphi}{1-\alpha-\beta\varphi} \right] ECI_i \\
&+ (1 - e^{-\lambda_i}) \frac{\gamma(1-\alpha)}{1-\alpha-\beta\varphi} \sum_{j \neq 1}^N w_{ij} \ln y_{j0}
\end{aligned} \tag{67}$$

$$\begin{aligned}
& -(1 - e^{-\lambda_i}) \frac{\alpha\gamma}{1-\alpha-\varphi} \sum_{j \neq 1}^N w_{ij} [\ln s_j - \ln(n_j + d)] \\
& -(1 - e^{-\lambda_i}) \left[ \frac{\gamma(1-\alpha)\delta}{1-\alpha-\beta\varphi} - \frac{\alpha\gamma}{1-\alpha-\varphi} \delta \right] \sum_{j \neq 1}^N w_{ij} D_j \\
& -(1 - e^{-\lambda_i}) \left[ \frac{\gamma(1-\alpha)\vartheta}{1-\alpha-\beta\varphi} - \frac{\alpha\gamma}{1-\alpha-\varphi} \vartheta \right] \sum_{j \neq 1}^N w_{ij} ECI_j \\
& + \frac{\gamma(1-\alpha)}{1-\alpha-\varphi} (1 - e^{-\lambda_i}) \sum_{j \neq 1}^N \frac{1}{(1-e^{-\lambda_j t})} w_{ij} (\ln y_{jt} - \ln y_{j0})
\end{aligned}$$

Simplificando os parâmetros:

$$\begin{aligned}
& \ln y_{it} - \ln y_{i0} = \Delta_i - (1 - e^{-\lambda_i}) \ln y_{i0} \\
& + (1 - e^{-\lambda_i}) \frac{\alpha+\beta\varphi}{1-\alpha-\beta\varphi} [\ln s_i - \ln(n_i + d)] \\
& + (1 - e^{-\lambda_i}) \delta \left[ \frac{1+2(-\alpha-\beta\varphi)}{1-\alpha-\beta\varphi} \right] D_i + (1 - e^{-\lambda_i}) \vartheta \left[ \frac{1+2(-\alpha-\beta\varphi)}{1-\alpha-\beta\varphi} \right] ECI_i \\
& + (1 - e^{-\lambda_i}) \frac{\gamma(1-\alpha)}{1-\alpha-\beta\varphi} \sum_{j \neq 1}^N w_{ij} \ln y_{j0} \\
& -(1 - e^{-\lambda_i}) \frac{\alpha\gamma}{1-\alpha-\varphi} \sum_{j \neq 1}^N w_{ij} [\ln s_j - \ln(n_j + d)] \\
& -(1 - e^{-\lambda_i}) \left[ \frac{\gamma(1-\alpha)\delta}{1-\alpha-\beta\varphi} - \frac{\alpha\gamma\delta}{1-\alpha-\varphi} \right] \sum_{j \neq 1}^N w_{ij} D_j \\
& -(1 - e^{-\lambda_i}) \left[ \frac{\gamma(1-\alpha)\vartheta}{1-\alpha-\beta\varphi} - \frac{\alpha\gamma\vartheta}{1-\alpha-\varphi} \right] \sum_{j \neq 1}^N w_{ij} ECI_j \\
& + \frac{\gamma(1-\alpha)}{1-\alpha-\varphi} (1 - e^{-\lambda_i}) \sum_{j \neq 1}^N \frac{1}{(1-e^{-\lambda_j t})} w_{ij} (\ln y_{jt} - \ln y_{j0})
\end{aligned} \tag{68}$$

**APÊNDICE B - MODELO DE CRESCIMENTO DO PRODUTO RESTRITO  
PELO BALANÇO DE PAGAMENTOS: UMA ANÁLISE ESPACIAL -  
CONTAS ABERTAS**

A condição, agregada, do equilíbrio do Balanço de Pagamentos é uma soma, de todas as exportações e importações domésticas para seus diversos parceiros comerciais, podendo ser escrita da seguinte forma:

$$\sum_{f \neq d}^N X_{df} P_d = \sum_{f \neq d}^N M_{df} E_{fd} P_f \quad (69)$$

Nesse caso, no modelo seminal, a condição do equilíbrio do BP (na ausência de fluxos de capitais), para o caso agregado, para determinado país  $i$ :

$$XP_d = MP_f E$$

$$\therefore \quad (70)$$

$$p_d + x = p_f + m + e$$

Já as funções de exportações e importações, agregadas, definidas aqui, são dadas por:

$$X = \left( P_d / P_f E \right)^\eta \prod_{d \neq f}^N Y_f^{\varepsilon w_{df}}$$

$$x = \eta(p_d - p_f - e) + \varepsilon \sum_{d \neq f}^N w_{df} y_f \quad (71)$$

$$M = \left( P_f E / P_d \right)^\psi Y_d^\pi$$

$$m = -\psi(p_d - p_f - e) + \pi y_d$$

Combinando as equações agregadas, o que se tem é:

$$p_d + \eta(p_d - p_f - e) + \varepsilon \sum_{d \neq f}^N w_{df} y_f =$$

$$p_f + -\psi(p_d - p_f - e) + \pi y_d + e \quad (72)$$

$\therefore$

$$p_d + \eta p_d - \eta p_f - \eta e + \varepsilon \sum_{d \neq f}^N w_{df} y_f =$$

$$p_f - \psi p_d + \psi p_f + \psi e + \pi y_d + e$$

$\therefore$

$$\pi y_d = (1 + \eta + \psi)(p_d - p_f - e) + \varepsilon \sum_{d \neq f}^N w_{df} y_f$$

$\therefore$

$$y_d = \frac{(1 + \eta + \psi)(p_d - p_f - e) + \varepsilon \sum_{d \neq f}^N w_{df} y_f}{\pi}$$

E, respeitando a condição de Marshall-Lerner, temos que:

$$y_d = \frac{\varepsilon \sum_{d \neq f}^N w_{df} y_f}{\pi} \tag{73}$$