

# Tarefas de Desenho Geométrico como recurso didático para o ensino de Geometria no 6º ano



Leandro de Araújo Pires  
Amarildo Melchiades Da Silva  
Orestes Piermatei Filho



Este trabalho está licenciado com uma Licença [Creative Commons – Atribuição – NãoComercial 4.0 Internacional](http://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/)

```
<a rel="license" href="http://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/"></a><br />Este trabalho está licenciado com uma Licença <a rel="license" href="http://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/">Creative Commons - Atribuição-NãoComercial 4.0 Internacional</a>.
```



UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA  
MESTRADO PROFISSIONAL EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

## **Produto Educacional**

**Tarefas de Desenho Geométrico como recurso didático  
para o ensino de Geometria no 6º ano**

**Leandro de Araújo Pires  
Amarildo Melchiades da Silva  
Orestes Piermatei Filho**

# Produto Educacional

## APRESENTAÇÃO

Este Produto Educacional apresenta um conjunto de dez tarefas, referenciadas teoricamente pelo Modelo dos Campos Semânticos, para uso do professor em salas de aula do 6º ano do ensino fundamental, cujo objetivo é estimular a produção de significados dos estudantes para a geometria a partir da manipulação dos instrumentos de desenho: régua, compasso, esquadros e transferidor, na construção dos objetos da geometria: ângulo, triângulo, círculo, quadrado e retângulo, utilizando como metodologia o Desenho Geométrico. Todas as tarefas foram pensadas e elaboradas de modo que os estudantes pudessem aprender geometria desenhando.

Além do conjunto de tarefas, este trabalho traz três capítulos que falam respectivamente, sobre o que entendemos por Desenho Geométrico, sobre o referencial teórico que o orienta, e sobre algumas sugestões de trabalho para os professores que o utilizarão em sua sala de aula. Ele é parte integrante de uma Dissertação de Mestrado intitulada “Uma investigação sobre tarefas de Desenho Geométrico como recurso didático para o ensino de Geometria”, de mesmo autor, desenvolvido durante a realização do curso de Mestrado Profissional em Educação Matemática, da Universidade Federal de Juiz de Fora, no estado de Minas Gerais.

## DESENHO GEOMÉTRICO

De acordo com Marmo (1994), “O Desenho é a GEOMETRIA GRÁFICA” que “estuda as FIGURAS (abstratas) relacionando-as com suas representações (que são concretas). O Desenho concretiza os conhecimentos teóricos da Geometria.” E “consegue: DEFINIR conceitos, DEMONSTRAR propriedades e RESOLVER problemas” (MARMO, 1994, p. 12). A forma mais didática de se estudar o DG e a Geometria acontece quando as construções geométricas e a Geometria são trabalhadas juntas (MARMO, 1994).

Já Putnoki (1993) traz em seu trabalho uma proposta de ensino que apresenta “[...] o DG plenamente integrado à Geometria, fazendo com que o estudo dos problemas de construções evolua naturalmente a partir de teorias geométricas” (PUTNOKI, 1993, p. 6).

Tal obra, assim como Marmo (1994), defende a ideia de que o DG deve ser trabalhado com a Geometria, seguindo a mesma proposta dos gregos que não faziam distinção entre ambos. O DG nada mais era do que problemas de construções geométricas, que surgiam a partir da exposição de uma teoria da Geometria (PUTNOKI, 1993, p. 8).

Segundo Zuin (2001), no Brasil, o DG “[...] refere-se às construções, com régua e compasso, da Geometria Euclidiana Plana” (ZUIN, 2001, p. 14).

Entendemos, portanto, que não é possível dissociar o DG das construções geométricas. Além disso, temos a concepção de que o DG é um modo de produção de significados para a Geometria através da utilização de instrumentos de desenho como a régua, o compasso ou um par de esquadros, por exemplo.

Assim como os gregos e as obras citadas anteriormente, entendemos que o DG deve ser estudado juntamente com a Geometria. Quando o estudante desenha um triângulo ou um par de retas paralelas, por exemplo, uma ligação entre o abstrato e o concreto é estabelecida, isto é, há uma correspondência entre uma figura abstrata, a reta, por exemplo, e a sua representação, que é algo concreto feito com um lápis e uma régua. Assim, as propriedades dos objetos abstratos que estão sendo representados por desenhos começam a emergir como se estivessem dando pistas para aquele que desenha, potencializando a aprendizagem da teoria que está sendo estudada.

Para nós, o DG é uma estratégia de ensino que leva os estudantes à constituição de objetos, tais como triângulos, retas paralelas, sugerindo a eles uma maneira de operar segundo uma lógica específica que vem do uso dos instrumentos euclidianos – de suas potencialidades e limitações.

## O MODELO DOS CAMPOS SEMÂNTICOS

O referencial que orienta esta pesquisa é o Modelo dos Campos Semânticos (MCS), um modelo epistemológico cujo alicerce são os modos de produção de conhecimento e significado. Sua elaboração foi desenvolvida pelo professor e educador matemático Romulo Campos Lins a partir de sua tese de doutorado intitulada “*A framework for understanding what algebraic thinking is*” (um quadro de referência para entender-se o que é pensamento algébrico), defendida na University of Nottingham (UK). (LINS, 1992).

Lins deu início à sua elaboração teórica nos anos 1986 ou 1987 para tentar compreender o que se passava na cabeça dos alunos quando faziam afirmações que estavam erradas segundo o conhecimento acadêmico. Porém, sua preocupação não estava em fazer julgamentos de “certo” ou “errado”, mas em saber por que estavam dizendo o que estavam dizendo. Como, por exemplo, por que ao somar frações somavam tanto os numeradores quanto os denominadores? O que estavam pensando neste momento? A fim de falarmos sobre essa teoria, passo a utilizar um fato experimentado por nós, em sala de aula.

Em 2020, em plena pandemia, durante uma aula síncrona para alunos de uma turma do 8º ano do Ensino Fundamental, propusemos uma questão que fornecia as áreas de três retângulos, um azul, um verde e outro amarelo. Em seguida, uma letra F maiúscula, conforme a da figura abaixo, era construída com estes retângulos, sem sobrepô-los (figura 1).

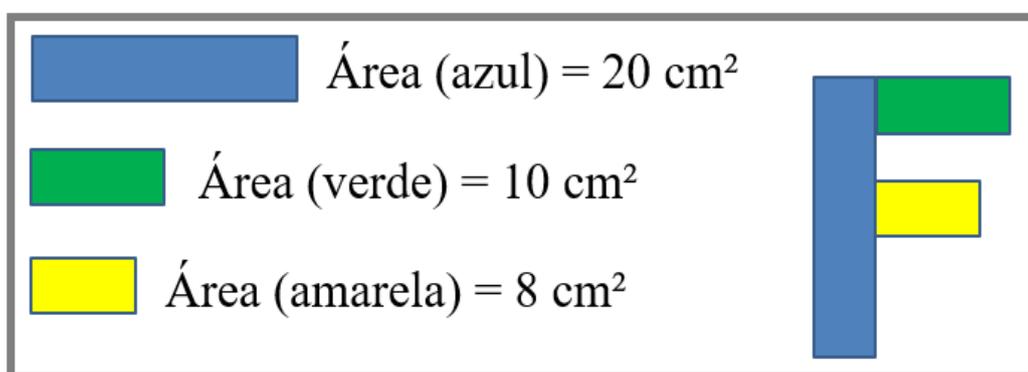


Figura 1 – Problema da letra F. (Elaborado pelo autor)

Por fim, a questão pedia a área da região ocupada pela letra F construída. Enquanto conversávamos sobre uma solução para a questão, a qual consistia em somar as áreas dos três retângulos, uma aluna, tomando a palavra, disse que o que estávamos propondo não poderia ser feito, uma vez que para se calcular a área é necessário efetuar uma multiplicação e não uma adição, pois a área é calculada multiplicando-se a base pela altura.

Este fato exemplifica uma das inquietações que impulsionaram o trabalho realizado por Lins (1992), que o levou a propor a seguinte caracterização para o que é conhecimento:

Conhecimento é entendido como uma crença – algo que o sujeito acredita e expressa, e que se caracteriza, portanto, como uma afirmação – junto com o que o sujeito considera ser uma justificação para a sua crença-afirmação (LINS, 1993, p.88).

De acordo com esta noção de conhecimento, composta de três elementos: crença, afirmação e justificação, ou crença-afirmação e justificação, o sujeito do conhecimento diz o que diz porque acredita de alguma forma naquilo que diz, faz ou escreve, o que Lins (1993) denomina como crença-afirmação. Voltando ao fato que relatamos anteriormente, observamos que a aluna enuncia algo que, de fato, acredita: “não faz sentido utilizar soma para se calcular área”.

Além disso, temos o terceiro elemento presente nesta caracterização, que é a justificação. Esta não é necessariamente um argumento lógico. Quem diz ou escreve algo tem uma justificação para tal enunciação, e que também não precisa, necessariamente, ser dita pelo sujeito. E essa justificação pode, por exemplo, ser algo como: “Li num livro tal”, “Meu professor disse isso”, “Estava num site da internet”, “Vi uma demonstração matemática”, etc. Ela é o que dá legitimidade para o que está sendo dito, enunciado (LINS, 1995).

Quando perguntamos à aluna por que ela disse que não poderíamos calcular a área da letra F utilizando a soma das áreas dos retângulos, a sua justificação foi: “Porque área é base vezes altura”. Com esta fala, suspeitamos que a justificação para a sua crença-afirmação era que, de alguma forma, ela entende a área a partir da fórmula matemática utilizada para o cálculo de área de um retângulo, ou seja, a área é igual à base vezes a altura.

O fato de ouvirmos sua justificação nos deu condições de levantar algumas hipóteses que, de alguma forma, influenciaram no seu entendimento para o conceito de área. E, a partir daí, intervir no processo de ensino e de aprendizagem que estava ocorrendo naquele momento.

Portanto, segundo Lins (1993), mesmo a resposta da aluna não tendo embasamento acadêmico, não anula o fato de que ela produziu, sim, conhecimento. Pois, “produzir conhecimento é produzir justificações no processo de enunciação das crenças-afirmações” (SILVA, 2003, p.19).

Por isso, de acordo com o MCS, livros não contêm conhecimento, mas apenas os resíduos de enunciação de seu autor (LINS, 1999). É uma justificação diferente, ainda que para uma mesma crença-afirmação, resulta num conhecimento diferente (LINS, 1994). Voltando ao nosso exemplo, se outro aluno dissesse que a soma não poderia ser realizada, apresentando outra justificação, tal evento caracterizaria um conhecimento diferente do primeiro. Por isso, a partir das noções apresentadas, não faz sentido se falar em transmissão de conhecimentos ou de significados, uma vez que o conhecimento é da ordem da enunciação.

É claro que a maneira como a aluna operou para resolver o problema proposto a coloca em um limite epistemológico – no sentido proposto por Lins -, isto é, operando desta maneira ela não resolverá o problema proposto. É neste ponto que o MCS permite ao professor e ao pesquisador ler os seus alunos ou os participantes de uma pesquisa de modo a intervir em suas dificuldades de aprendizagem<sup>1</sup>. Pois identificar limites epistemológicos necessita ter elementos teóricos para fazer a leitura das suas produções de significado e de conhecimento.

Assumindo a postura de ler os alunos pelo conhecimento que produzem, alteramos nossa concepção epistemológica de olhá-los, ou seja, estamos interessados no que estão dizendo, pois agora o conhecimento é da ordem da enunciação. Isto é, estamos interessados na produção de significado de cada aluno, onde “[...] significado é a relação que se estabelece entre uma crença-afirmação e uma justificação para ela no momento da enunciação” (LINS, 1994, p. 30).

---

<sup>1</sup> Para Lins (1993), uma dificuldade [de aprendizagem] deve ser entendida de duas maneiras excludentes: ou ela se caracteriza como um obstáculo epistemológico ou como um limite epistemológico. [...] um limite epistemológico no MCS seria a impossibilidade de um aluno em produzir significado a partir de uma afirmação [...], a qual é, muitas vezes, decorrente de sua maneira de operar. (Lins, apud Silva, 2022)

A obra Henriques e Silva (2019) cita um exemplo onde duas pessoas olham para dois triângulos congruentes. Uma afirma: “são congruentes”. A outra, do mesmo modo, e fazendo uso de uma linguagem mais livre, afirma que ambos são iguais. A primeira justifica sua crença-afirmação depois de medir, com certa precisão, os lados e os ângulos dos triângulos; a segunda, por sua vez, tem sua fala legitimada pelo fato de olhar e ver que os triângulos são muito parecidos. Segundo os autores:

Portanto, de acordo com a formulação de conhecimento que apresentamos, elas produziram conhecimentos diferentes. Isto equivale a dizer que produziram diferentes significados para as mesmas figuras desenhadas no quadro; ou ainda, que constituíram objetos geométricos distintos (HENRIQUES; SILVA, 2019, p. 33).

É exatamente aí que se encontra o ponto central do MCS. Segundo Lins (1999): “Pra mim, o aspecto central de toda aprendizagem humana – em verdade, o aspecto central de toda cognição humana – é a produção de significados” (LINS, 1999, p.86). E, para Silva (2003), a noção de significado de um objeto diz respeito àquilo que o sujeito pode e efetivamente diz sobre um objeto no interior de uma atividade e, portanto, não importa o que o sujeito deveria ou poderia dizer de um objeto, mas sim, o que ele efetivamente diz sobre aquele objeto. Este é constituído, enquanto tal, a partir do que o sujeito diz que ele é (SILVA, 2003, p. 09).

Essa concepção nos orienta para uma postura educacional distinta daquela concebida a partir do modelo tradicional de ensino, onde o que se pretende ensinar é exposto pelo professor, que está na posição de detentor do conhecimento. E, noutro momento, como forma de avaliar se houve aprendizagem, aplica-se uma avaliação. Silva (2003) classifica essa postura como Ensino Tradicional Vigente (ETV), onde as aulas expositivas e explicativas são o que prevalece, onde o conteúdo é apresentado na sua forma final e acabada para o aluno que, por sua vez, tenta, de forma passiva, aprender durante o processo de ensino (SILVA, 2003).

Segundo Lins (1996), precisamos “[...] buscar um olhar que permita ler o processo em andamento e em mudança” (Ibid, p. 86), para que seja possível investigar se o que está acontecendo está indo na direção de que gostaríamos.

Assumindo estes pressupostos, somos direcionados para uma postura cujo propósito está na realização da leitura da produção de significados dos alunos, tendo um olhar investigativo para a lógica ou coerência que são apresentadas em relação às tarefas propostas durante o processo de ensino.

Além disso, em nossa prática docente, não são poucas as vezes em que falamos algo para nossos alunos na expectativa de que eles aprendam o que gostaríamos que aprendessem. Porém, o que ouvimos muitas vezes é: “Não entendi”. E o que fazemos na maioria das vezes? Repetimos a mesma coisa, só que agora, buscando um modo diferente de falar, usando outras palavras ou outros exemplos.

Outras vezes, os alunos não se manifestam para dizer que não entenderam. E, quando se deparam com uma tarefa relacionada ao assunto abordado, escrevem coisas que não falamos. Muitas vezes, são afirmações completamente desconexas do que gostaríamos que tivessem aprendido. Isto, muitas vezes, frustra, não só a nós, professores, mas também aquele que quer aprender. Tal fato pode impedir que o processo de ensino e de aprendizagem tenha êxito.

Para entendermos por que tudo isso acontece, precisamos compreender como ocorre o processo de ensino e de aprendizagem em sala de aula proposto por Lins (1999), onde ele apresenta a noção de processo comunicativo. Este exclui a ideia de que para que ocorra a aprendizagem basta que haja uma boa exposição daquilo que se pretende ensinar.

Neste processo, três elementos estão presentes: autor, texto e leitor, expressos por Silva (2003) nos seguintes termos:

O autor é aquele que, no processo, produz a enunciação: um professor em uma aula expositivo-explicativa, um artista plástico expondo seus trabalhos, um escritor apresentando sua obra. O leitor é aquele que, no processo, se propõe a produzir significados para o resíduo das enunciações como, por exemplo, o aluno que, assistindo à aula, busca entender o que o professor diz, o crítico de arte ou o leitor de um livro. Já o texto é entendido como qualquer resíduo de enunciação para o qual o leitor produza algum significado (SILVA, 2003, p. 62).

Aquele que apresenta ou fala sobre algo, isto é, que está produzindo resíduos de enunciação, está na posição de "autor", que enquanto fala tem a sensação de estar falando para indivíduos, seres biológicos. Isto porque, de fato, há pessoas à sua frente. Porém, na realidade, sua fala está sendo dirigida na direção de um ser cognitivo, denominado interlocutor.

Assim, supõe-se que basta falar do jeito que está falando, que será compreendido. Por isso, quando os alunos não correspondem à nossa expectativa, ou seja, não respondem o que gostaríamos que respondessem, temos a sensação de que, ou os alunos não prestaram a atenção (o que pode, de fato, ocorrer), ou falamos rápido demais.

Neste momento, é muito comum repetirmos tudo novamente, e do mesmo jeito, só que falando mais lentamente. Ou então, recorreremos a mais exemplos e utilizamos outro vocabulário.

O leitor, por sua vez, ao receber os resíduos de enunciação, constitui “um autor”. E a leitura que faz é exatamente dos resíduos de enunciação que este “um autor”, constituído por ele, diria e, para os quais, produz significados. Neste momento, tais resíduos de enunciação se transformam em texto. Note que, durante o processo, os seres cognitivos para os quais o “autor” e o “um autor” se dirigem são distintos. Além disso, não estão necessariamente falando da mesma coisa, numa mesma direção. Observe que ambos, ou seja, aquele que fala e aquele que ouve, estão interagindo com seres cognitivos e não com pessoas ou coletividades.

Com relação às pessoas, os seres biológicos que compartilham o espaço comunicativo, quem ouve, compreenderá o que, de fato, aquele que fala quer informar, quando os seres cognitivos envolvidos nos processos falarem numa mesma direção, de acordo com (LINS, 1999).

Por isso, não podemos conceber um ensino baseado exclusivamente na boa exposição do conteúdo, devido à complexidade do processo comunicativo. E, portanto, fica claro por que, muitas vezes, ao falarmos de um determinado assunto, aquele que ouve, quando questionado sobre o que foi falado, nos apresenta algo completamente distinto daquilo que acreditávamos ter informado. Em sala de aula, isto é recorrente. Daí, a necessidade de um ensino que se propõe a ler os alunos através de suas legitimidades.

Segundo Henriques e Silva (2019):

[...] podemos entender o ensinar como um processo docente sustentado em uma leitura positiva<sup>1</sup>, uma leitura do outro através de suas legitimidades, e não uma leitura pela falta, como acontece nas teorias piagetianas e no ensino tradicional vigente<sup>2</sup>. Na função de ensinar, o professor deveria, então, ter consciência de um objetivo fundamental a ser por ele atingido: criar e compartilhar espaços comunicativos, começando por dar legitimidade aos significados produzidos por seus alunos (HENRIQUES E SILVA, 2019, p. 35).

Com relação às legitimidades, é importante dizer que na perspectiva do MCS não há juízo de valor, isto é, não há julgamento de certo ou errado para a produção de significados de um aluno, se o que diz está de acordo ou não com a matemática da academia. Portanto, todos os significados produzidos são possíveis e legítimos. Lins e Gimenez tratam essa questão nos seguintes termos:

É preciso que a escola tenha a dignidade de admitir que significados matemáticos são mais um modo de produzir significados, e não o único, e mais, que os significados matemáticos e os não-matemáticos são diferentes. Apenas assim, permitindo a legitimidade dos significados não matemáticos na escola, poderemos aspirar à legitimidade dos significados matemáticos fora da escola (LINS e GIMENEZ, 1997, p. 165).

A fim de sugerir o MCS em ação, apresentamos dois recortes de tarefas desenvolvidas para alunos da educação básica envolvendo os conceitos de área e perímetro, juntamente com as respectivas leituras da produção de significados de três participantes da pesquisa, de pseudônimo Roberta, Marte e Ortência, desenvolvidas por Henriques e Silva (2019). A primeira tarefa consistia em pedir a área do trapézio a seguir (figura 2):

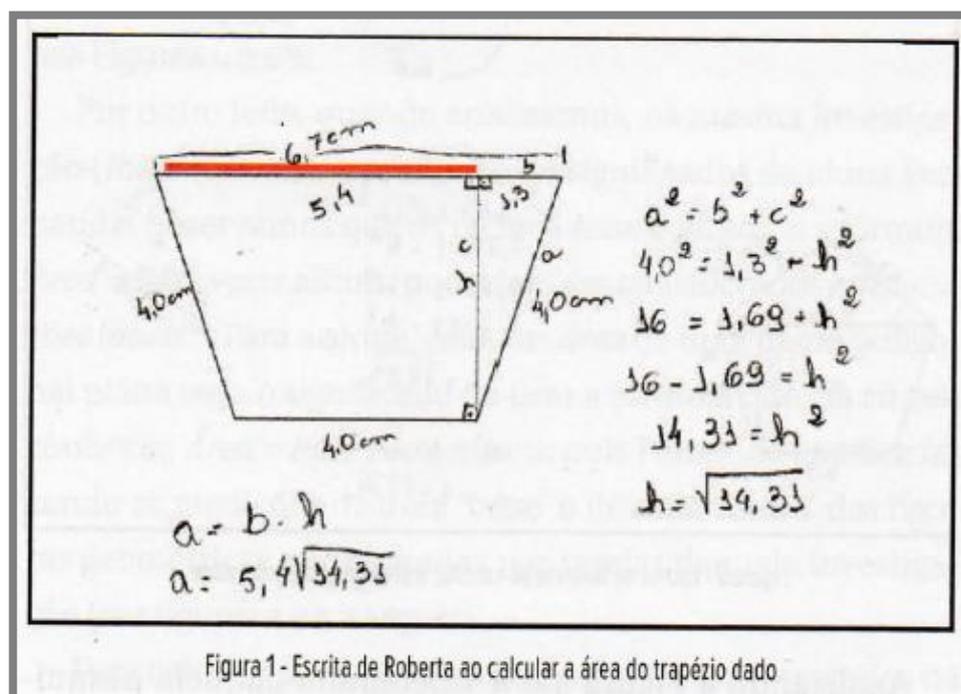


Figura 2 – Produção de significados de Roberta. Henriques e Silva (2019, p. 45)

Segundo Henriques e Silva (2019):

Como podemos ver na Figura 1 (a seguir), Roberta desenha a altura de modo perpendicular às bases do trapézio dado, como geralmente encontramos nos livros didáticos, mas a aluna considera base como sendo o segmento que marcamos em vermelho, ao analisarmos suas fichas. (HENRIQUES; SILVA, 2019, p. 44).

Noutro momento, é pedido que a aluna calcule a área do octógono da figura a seguir (figura 3):

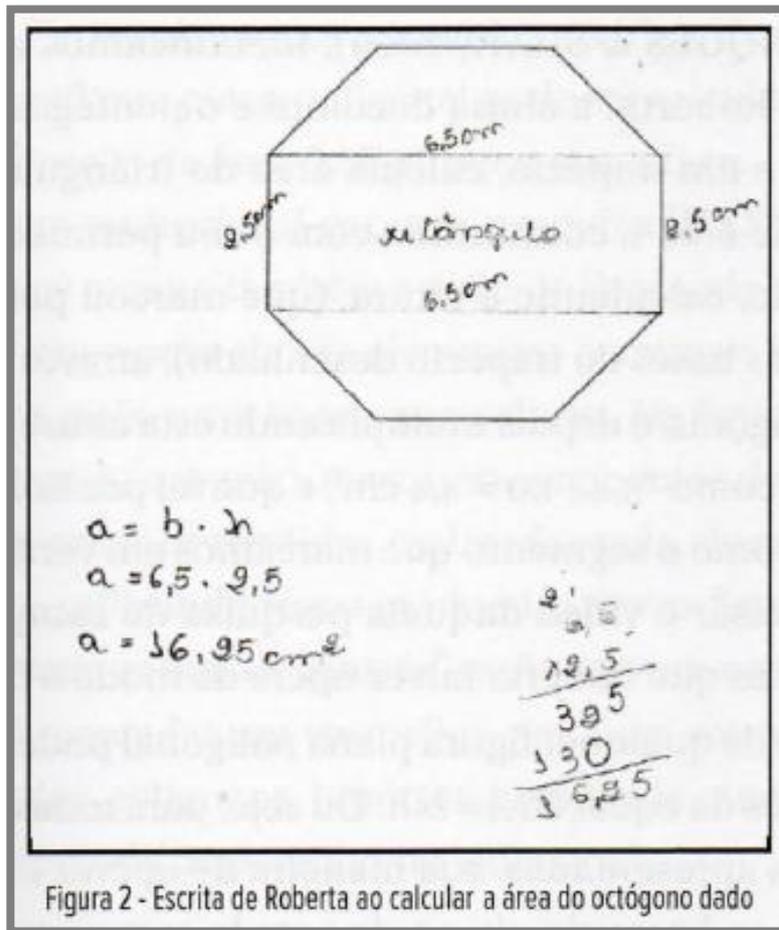


Figura 3: Produção de significados de Roberta. Henriques e Silva (2019, p. 45)

A partir da leitura da produção de significados da aluna Roberta, os autores puderam identificar que:

Para a aluna Roberta, calcular a área de uma figura poligonal parece ter o significado de dividir a figura em partes e calcular todas e quaisquer áreas com a fórmula  $A = b \cdot h$ . Vejamos as Figuras 2 e 3, apresentadas a seguir, nas quais vemos esta ação de Roberta: ela decompõe o octógono em dois trapézios idênticos e um retângulo, mas calcula apenas a área do retângulo, multiplicando corretamente as medidas da base pela medida da altura (HENRIQUES; SILVA, 2019, p. 44).

A terceira e última tarefa que recortamos do trabalho de Henriques e Silva (2019) tem o objetivo de colocar os participantes diante de uma situação nada usual, explorando área e perímetro de figuras planas, conforme a figura 4 a seguir:

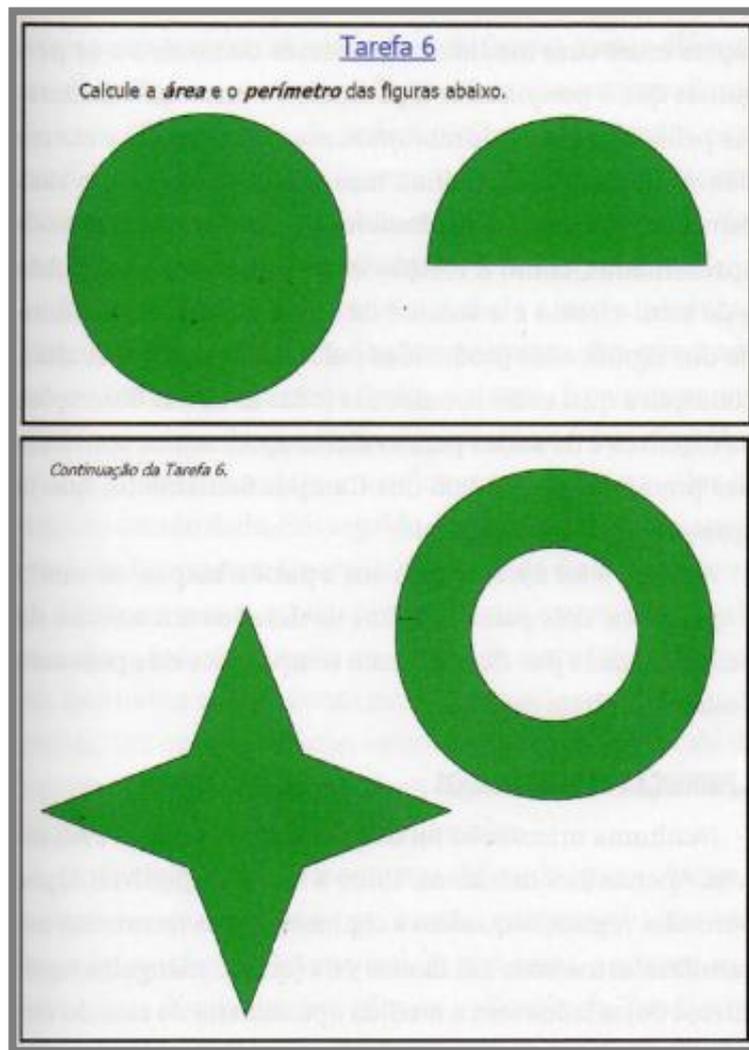


Figura 4: Produção de significados de Marte e Ortência. Henriques e Silva (2019, p. 63)

A partir da fala das alunas, de pseudônimo Marte e Ortência, os autores perceberam que elas não sabiam calcular a área de figuras não poligonais, como círculo e semicírculo. Por isso, tinham dificuldades de produzir significados para a área das figuras. Porém, através da interação entre elas e utilizando um quadrado e um triângulo recortados, conseguiram produzir significados para as respectivas áreas por meio da circunscrição das figuras ao círculo.

Isto nos leva a algumas reflexões, como, por exemplo, a de que os alunos trazem consigo diversas aprendizagens para a sala de aula. E, além disso, vemos a importância de tarefas que exijam algum esforço cognitivo, cujo objetivo é o de ampliar a produção de significados.

Noutro momento, Ortência tem dificuldades de produzir significados para o perímetro do círculo quando tenta utilizar o mesmo método utilizado para o cálculo da sua área, isto é, circunscrevendo o quadrado. Mas depois, propõem uma solução tomando os

quatro lados do quadrado circunscrito, subtraindo dois lados e somando as medidas dos dois lados que sobraram.

Com isto, os autores conseguiram identificar como as alunas estavam operando para que pudessem propor novos modos de produção de significados. E, após os relatos, os autores escreveram:

Vejamos, professor e professora, que ambas as alunas se utilizaram da circunscrição de figuras, calcularam a área das figuras de modos diferentes. Com a intenção de oferecer novos elementos ao processo de produção de significados das alunas, o pesquisador coloca no quadro (lousa) as fórmulas de área e de perímetro do círculo. As alunas, então, retornam às suas fichas, medem os raios usando réguas e, então, comparam suas medidas e seus cálculos (HENRIQUES; SILVA, 2019, p. 67).

A partir do trabalho que desenvolveram, os autores chegaram a uma conclusão:

Identificamos, dentre outras, uma importante consequência do MCS na prática do educador matemático: a possibilidade de um permanente redirecionamento do trabalho docente, em função da análise da produção de significados dos estudantes para os objetos de aprendizagem (HENRIQUES; SILVA, 2019, p. 50).

Entendemos, portanto, que o MCS nos possibilita olhar o modo de operar dos estudantes. Investigar o porquê de estarem dizendo o que estão dizendo e, a partir daí, sem julgar ou desconsiderar a produção de significado de cada um, pelo contrário, trazendo para a discussão cada objeto constituído no interior de uma atividade, propor novos modos de produção de significados e, assim, contribuir não só para a aprendizagem da matemática do aluno da educação básica, mas também para a formação do futuro cidadão.

# **TAREFAS**

## ORIENTAÇÕES GERAIS

- As tarefas devem ser aplicadas aos estudantes, preferencialmente, antes de qualquer exposição sobre os assuntos que estão propostos em cada tarefa. A necessidade de inserir notações e falar sobre elas vai surgindo naturalmente à medida que os estudantes vão avançando na execução das tarefas. Nesses momentos, cabe ao professor fazer as intervenções que julgar necessárias ou convenientes e propor as notações que deverão ser utilizadas.
- Antes de o professor sugerir como cada instrumento de desenho pode ser utilizado para realizar as construções geométricas, deve permitir um tempo para que os estudantes possam manipulá-los, produzindo significados para a utilização dos instrumentos. Após isso, o professor pode e deve sugerir como utilizá-los, negociando com seus alunos novos modos de produzir significados para cada instrumento de desenho.
- Sugerimos um tempo mínimo de duas aulas de 50 minutos para a realização de cada tarefa.
- As intervenções por parte do professor devem ser realizadas à medida que os estudantes apresentem dificuldades para avançar em determinado momento da tarefa, ou quando julgar necessário.
- Cada professor pode e deve realizar as modificações e/ou adaptações que julgar necessárias em qualquer tarefa, de acordo com a realidade da sua sala de aula. Além disso, encorajamos a elaboração de novas tarefas que estimulem a produção de significados para os objetos da geometria a partir do Desenho Geométrico.
- Não temos dúvidas de que nossa maneira de olhar para o processo de ensino e de aprendizagem durante as nossas aulas é transformada a partir do exercício de ler a produção de significados dos nossos estudantes. Este trabalho, portanto, é também um convite a esse exercício.

# ORIENTAÇÕES ESPECÍFICAS

## TAREFA 1

Essa é uma tarefa introdutória que apresenta os objetos da geometria que serão estudados nas demais tarefas, e os instrumentos de desenho. Neste momento, o professor consegue perceber quais estudantes já tiveram algum contato com pelo menos alguns dos instrumentos de desenho, se sabem manipulá-los e como está a coordenação motora fina.

Além disso, é possível falar um pouco sobre a distinção que é feita por muitos matemáticos entre instrumentos puros e impuros, e que neste trabalho nós não estamos preocupados com isso.

## TAREFA 2

Um dos objetivos dessa tarefa é desenvolver a habilidade motora fina para trabalhar com o compasso, pois as demais tarefas exigirão bastante a construção de círculos e arcos de circunferência. O outro é estimular a produção de significados para o círculo e alguns de seus elementos. As notações devem ser inseridas aos poucos, quando for conveniente.

## TAREFA 3

Essa tarefa dá início ao estudo dos triângulos e alguns de seus elementos a partir das construções geométricas. Observamos durante a aplicação dessa tarefa em sala de aula que os estudantes recorriam, num primeiro momento, à régua para realizar a construção do triângulo. Sugerimos que permitam aos estudantes utilizarem a régua ou qualquer outro instrumento.

Porém, não deixe de solicitar que, após a construção, meçam os lados e verifiquem se as medidas correspondem com as que foram exigidas na tarefa. Muito provavelmente, haverá diferenças entre as medidas. Feito isso, o professor pode negociar um novo modo de produzir significados para se construir triângulos, sugerindo a utilização da régua e do compasso.

Para isso, é necessário que o professor se dirija para a lousa para propor como se pode utilizar a régua e o compasso e realizar algumas construções. Caso não se sinta à vontade para desenhar na lousa, sugerimos a utilização de algum vídeo, que seja breve e que haja um professor fazendo esse trabalho.

## **TAREFA 4**

Essa tarefa faz uma introdução sobre ângulos. Para realizar a construção dos ângulos, o professor pode sugerir a utilização de régua e transferidor. Porém, não há impedimento do uso da régua e do compasso na execução das construções.

## **TAREFA 5**

Essa tarefa retoma os triângulos, introduzindo os conceitos de triângulo equilátero, isósceles e retângulo, abordando algumas de suas propriedades. Ela faz uma breve introdução sobre o assunto e segue com as construções geométricas.

## **TAREFA 6**

Nessa tarefa, propomos a utilização dos esquadros para introduzir os conceitos de retas paralelas e retas concorrentes. Porém, nada impede que o professor proponha a utilização da régua e do compasso na realização das construções geométricas.

## **TAREFAS 7 E 8**

Essas tarefas trabalham o quadrado, o retângulo e algumas de suas propriedades. Elas trazem uma breve introdução sobre os assuntos e seguem com as construções geométricas. Nesse momento, os estudantes já sabem construir retas paralelas e perpendiculares, já falam sobre ângulos e, provavelmente, estão bem mais familiarizados com os instrumentos de desenho. Assim, devem ser estimulados a colocar tudo isso em prática na realização dessas tarefas.

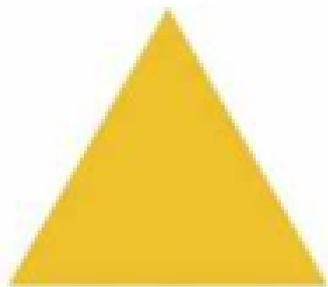
## **TAREFAS 9**

Essa é a última tarefa. Ela traz três desafios que reúnem conceitos e propriedades do triângulo, do círculo, do quadrado, do retângulo e de ângulos, ou seja, tudo o que foi estudado nas tarefas anteriores. O nosso objetivo é estimular a produção de significados dos estudantes a partir de tudo o que foi realizado nas tarefas anteriores.

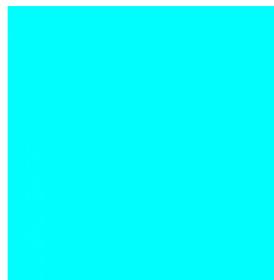
Enfim, vamos às tarefas.

## Tarefa 1 – Instrumentos de Desenho Geométrico

1. Em Geometria, entre outras coisas, estudaremos algumas figuras geométricas que vocês já conhecem e, provavelmente, já sabem desenhar. Veja algumas delas e escreva o nome de cada uma.



\_\_\_\_\_



\_\_\_\_\_



\_\_\_\_\_



\_\_\_\_\_

2. Para desenhar essas figuras e muitas outras, podemos usar um computador ou instrumentos de desenho geométrico, que talvez você conheça.



Fonte: <https://www.costaatacado.com.br/>

a) Você conhece esse instrumento? Qual é o nome dele?

---

---

---

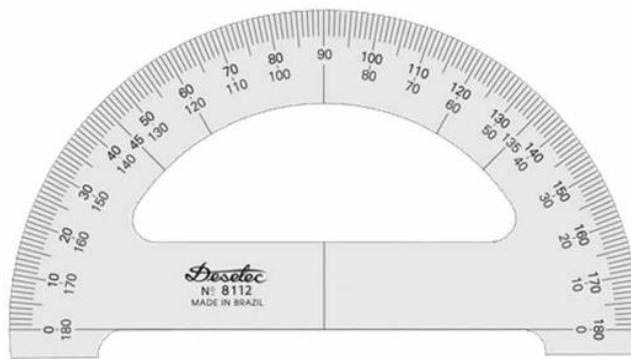
b) Para que serve esse instrumento?

---

---

---

3. E este aqui, você conhece?



Fonte: <https://www.artgessodecor.com.br/>

a) Qual é o nome desse instrumento?

---

---

---

b) Para que ele é usado?

---

---

---

4. Existem estes aqui também.



Fonte: <https://oustock.com/>

a) Como eles são chamados?

---

---

---

b) O que fazemos com esses instrumentos?

---

---

---

5. Veja esta foto:



Fonte: <https://www.suprinform.com.br/>

a) Qual é o nome desse instrumento?

---

---

b) Ele é utilizado para fazer o quê?

---

---

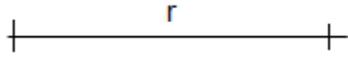
---





## Tarefa 2 – Círculos

1. Desenhe um círculo com centro no ponto O e com raio r com a seguinte medida:



O ×

Esboço

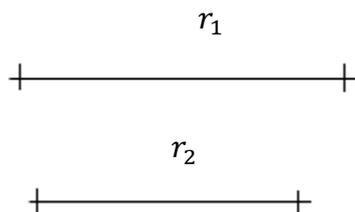
2. Construa dois círculos de centros O e A e raio r com a medida que quiser.

O ×

× A

Esboço

3. Construa dois círculos com mesmo centro e raios  $r_1$  e  $r_2$ .

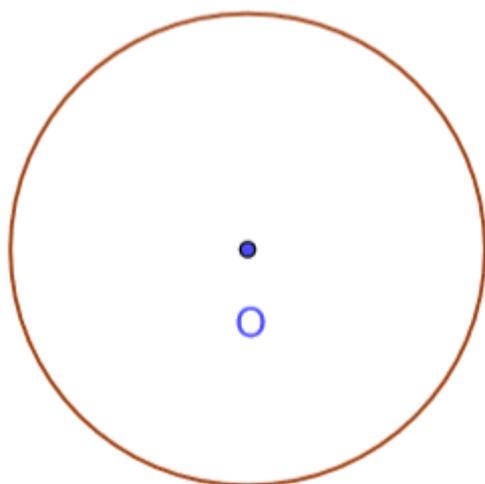
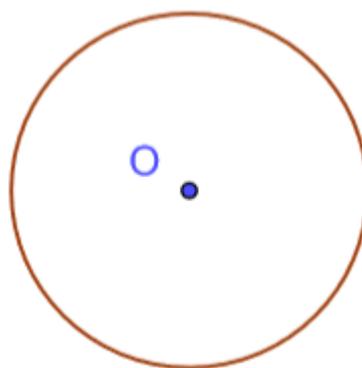
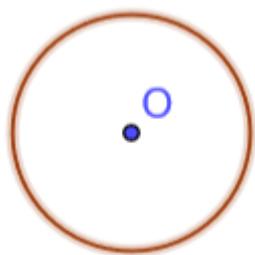


Esboço

4. Construa um círculo com raio medindo 2,5 cm.

Esboço

5. Meça o raio dos círculos a seguir.





### Tarefa 3 – Triângulos

O que você sabe falar a respeito do triângulo?

---

---

---

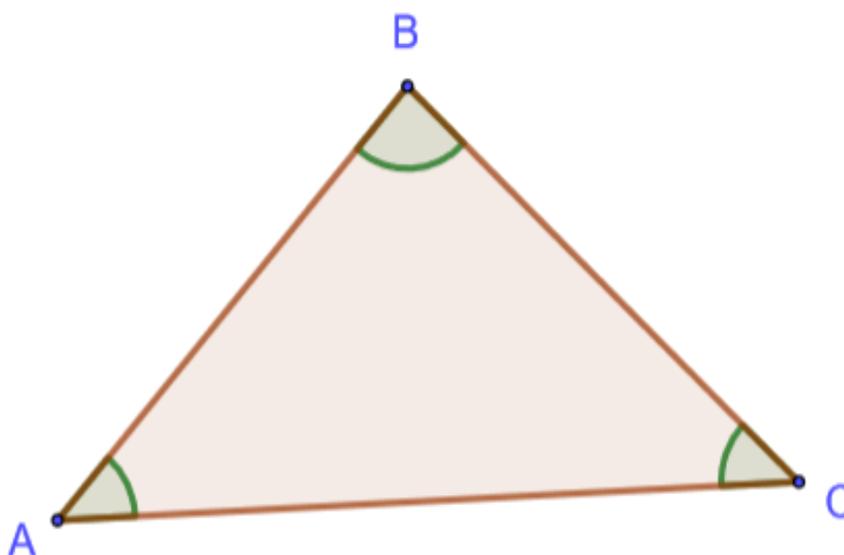
---

---

---

---

Este é um triângulo que você já conhece:



Ele tem:

- Três vértices.
- Três lados.
- Três ângulos.

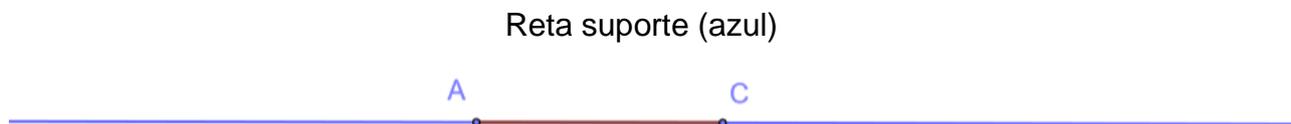
Vamos combinar algumas coisas:

- Para os vértices, escreveremos letras maiúsculas: A, B, C.
- Para os lados, escreveremos:  $\overline{AB}$ ,  $\overline{BC}$  e  $\overline{AC}$  (segmentos de reta).
- Para representar os ângulos, escreveremos  $\hat{a}$ ,  $\hat{b}$ ,  $\hat{c}$  ou letras do alfabeto grego  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ .

Vamos aprender mais coisas sobre os triângulos fazendo seus desenhos, utilizando os instrumentos euclidianos: esquadros, compasso e transferidor, para desenhar.

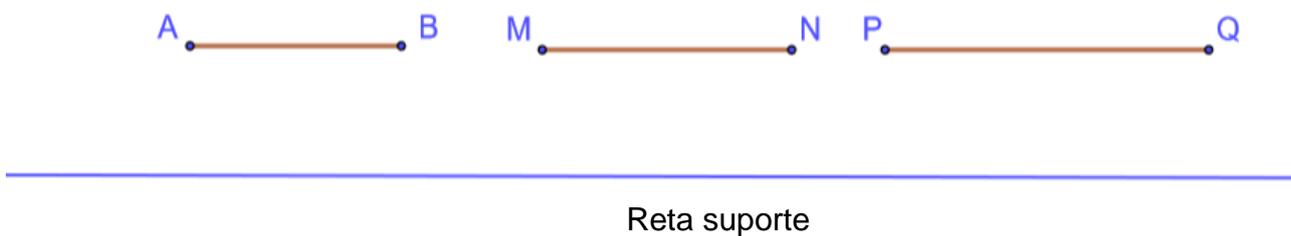
**Algumas informações importantes:**

- (a) Reta suporte: reta sobre a qual se representa um segmento, ou podemos dizer que é a reta que contém aquele segmento.



- (b) Vamos aprender a transportar um segmento.

Transporte os seguintes segmentos:



- (c) Ponto geométrico: é o cruzamento de duas linhas.



1. Construa um triângulo ABC de lado  $\ell$ .

$\ell$



Esboço

a) Quais são os vértices desse triângulo?

---

---

b) Escreva os lados desse triângulo.

---

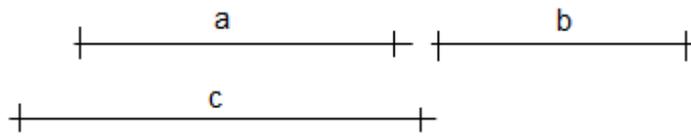
---

c) Quais são os ângulos desse triângulo?

---

---

2. Construa um triângulo ABC de lados a, b e c.



Esboço

a) Escreva os vértices desse triângulo.

---

---

b) Quais são os lados desse triângulo?

---

---

c) Escreva os ângulos desse triângulo?

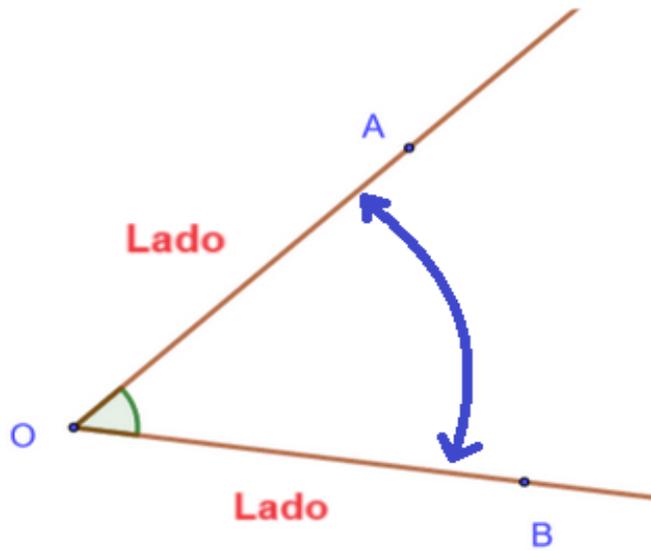
---

---



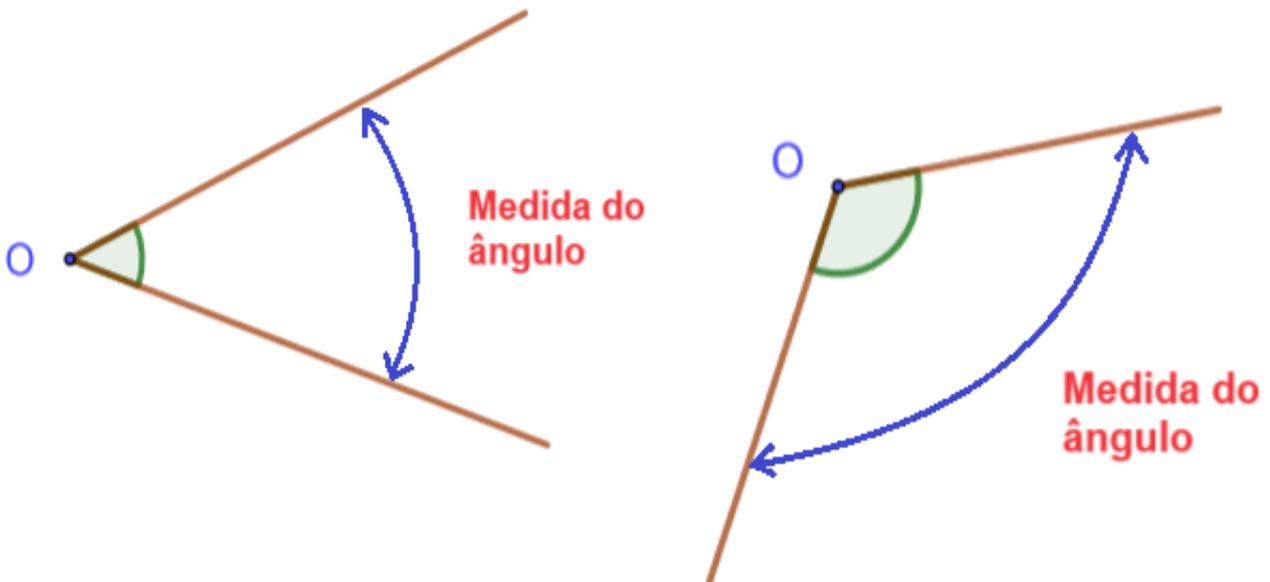
## Tarefa 4 – Ângulos

Chamamos de ângulo a figura formada por duas semirretas de mesma origem.

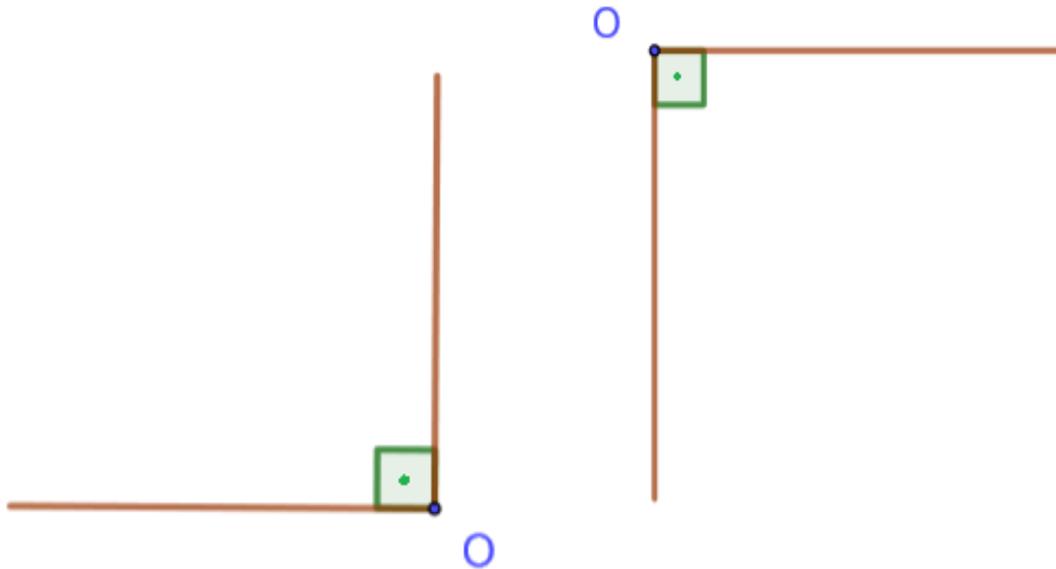


No caso do ângulo do triângulo, ele é formado pelo encontro de seus lados.

Medimos um ângulo pela sua abertura e não pelo comprimento dos seus lados.

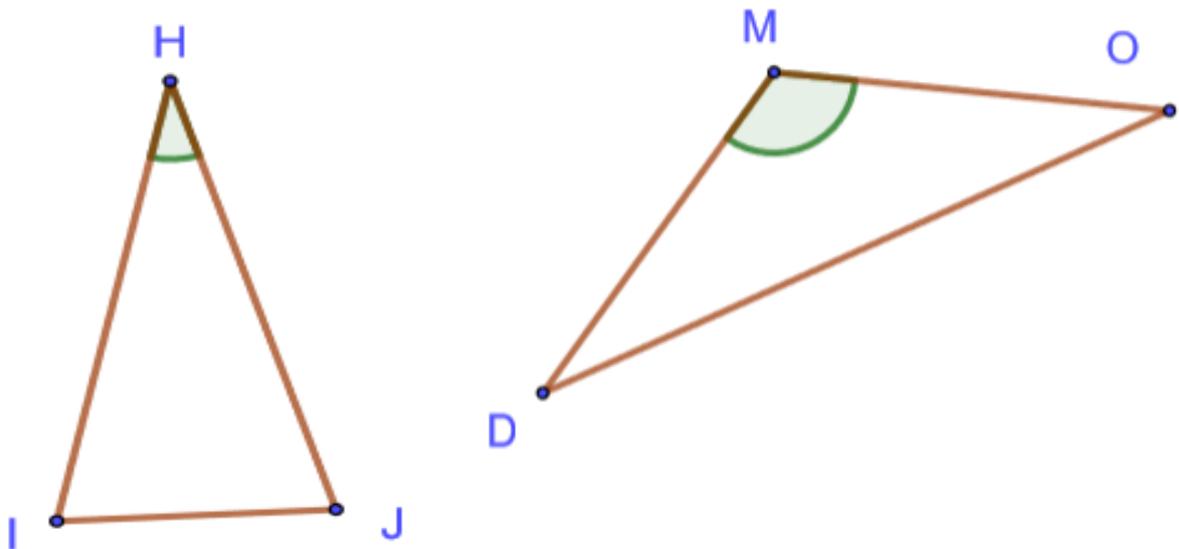


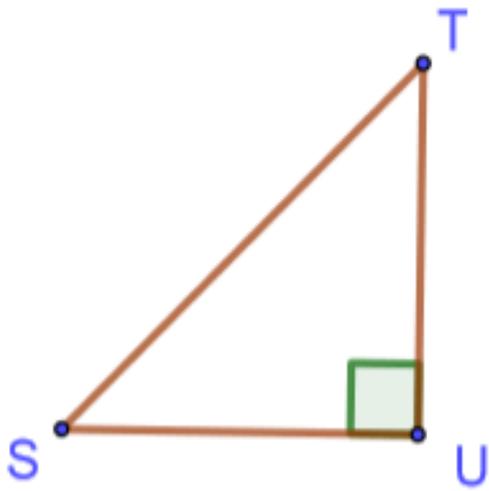
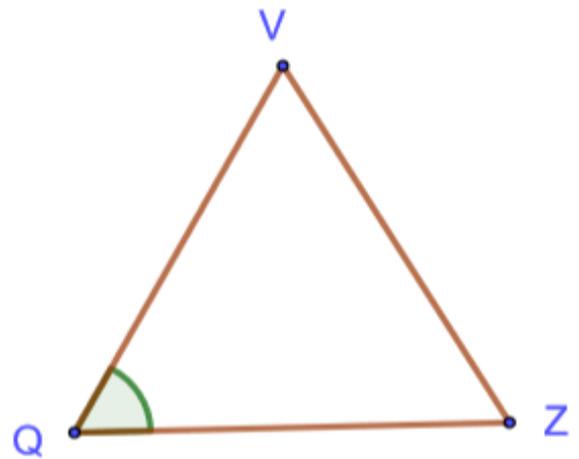
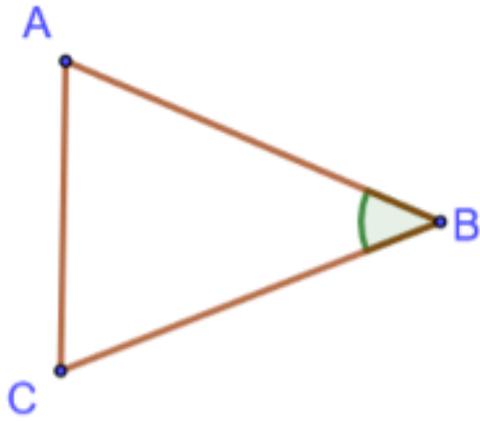
Existe um ângulo muito especial, chamado de ângulo reto, e sua medida é  $90^\circ$ .



Para o ângulo reto, adota-se um símbolo particular: um pequeno quadrado junto ao vértice, podendo ou não trazer um ponto no centro deste quadrado.

1. Os ângulos de um triângulo podem ser medidos usando o transferidor. Encontre a medida dos ângulos assinalados dos triângulos a seguir.





2. Construir os seguintes ângulos:

a)  $60^\circ$

**Esboço**

**b) 30°**

**Esboço**

**c) 45°**

**Esboço**

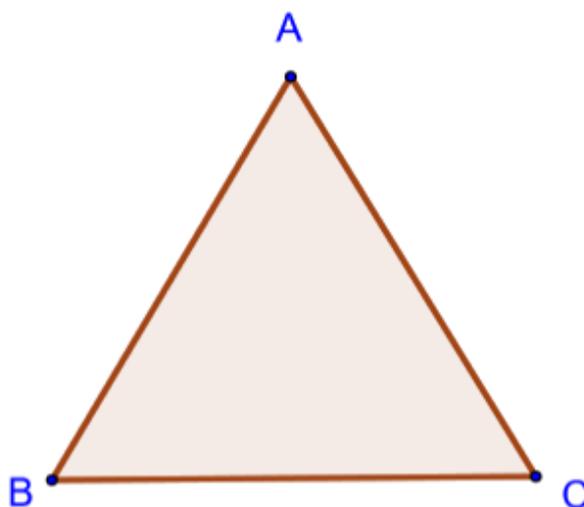
**d) 90°**

**Esboço**



## Tarefa 5 – Triângulos Especiais

Um triângulo é chamado de equilátero quando tem os três lados iguais.



Responda:

Se os três lados do triângulo são iguais, o que podemos afirmar sobre os seus ângulos?

---

---

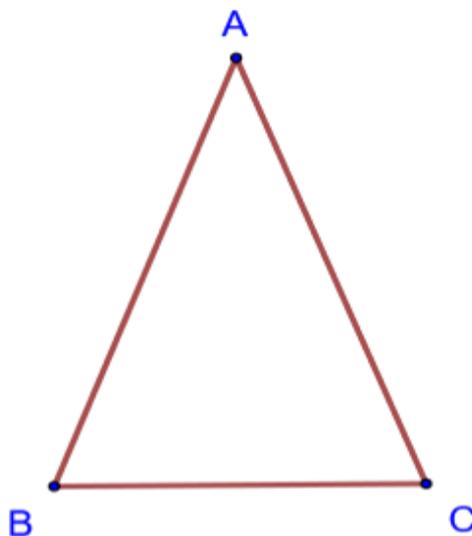
---

---

---

---

Um triângulo é chamado de isósceles quando tem dois lados iguais.



Chama-se base um dos lados do triângulo. No triângulo isósceles, o lado desigual é considerado a base.

O vértice do ângulo oposto à base é chamado de vértice do triângulo.

Responda:

Os ângulos da base do triângulo isósceles são diferentes ou iguais? Por quê?

---

---

---

---

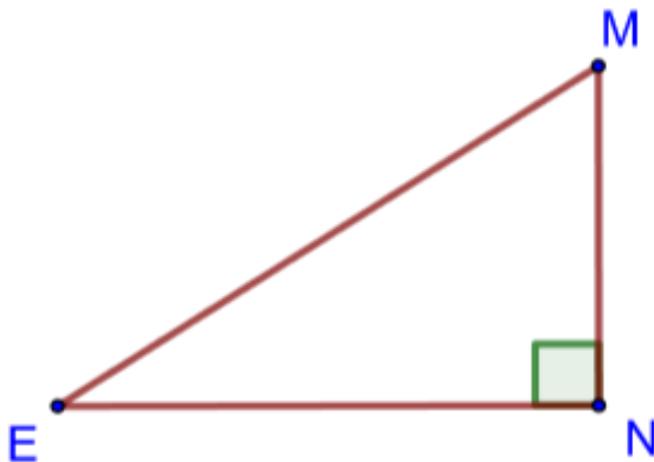
---

---

---

---

Um triângulo é chamado de retângulo quando tem um ângulo de  $90^\circ$ .



Nos triângulos retângulos, os lados do ângulo reto chamam-se **catetos** e o lado oposto ao ângulo de  $90^\circ$  chama-se **hipotenusa**.

**1)** Construa um triângulo equilátero ABC. Em seguida, escreva as medidas dos seus ângulos.

Esboço

**2)** Construa um triângulo isósceles OPQ. Em seguida, escreva as medidas dos seus ângulos.

Esboço

**3)** Construa um triângulo LMN com os lados medindo 3 unidades, 4 unidades e 5 unidades.

Esboço

**4)** Construa um triângulo retângulo KLM.

Esboço



## Tarefa 6 – Paralelas e Perpendiculares

1. Utilizando os esquadros, construa duas retas que não se cruzam. Chame-as de  $r$  e  $s$ .

Esboço

2. Se aumentarmos bastante o comprimento das retas  $r$  e  $s$  construídas no item 1., elas se encontrarão? Por quê?

---

---

---

---

**3.** Desenhe três retas que não se encontram.  
Agora, chame-as de  $r$ ,  $s$  e  $t$ .

Esboço

**4.** Que nome é dado para retas que não se encontram, que não têm ponto comum?

---

---

**5.** Desenhe duas retas,  $u$  e  $v$ , que se cruzam formando um ângulo reto.

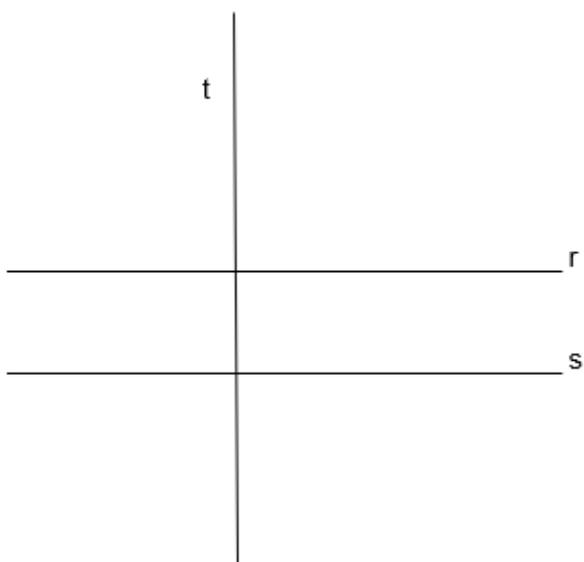
Esboço

6. Como as retas que se cruzam (ou se intersectam) formando um ângulo de  $90^\circ$  são chamadas?

---

---

7. Reproduza a construção a seguir. As retas  $r$  e  $s$  são paralelas e a reta  $t$  é perpendicular a elas.

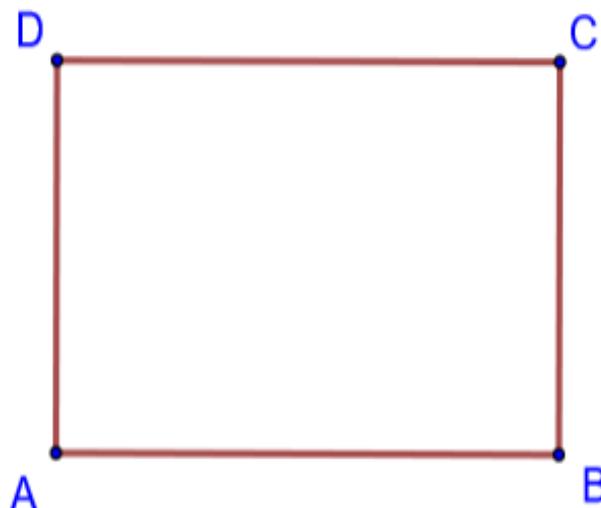


Esboço



## Tarefa 7 – Retângulo

Este é o retângulo:

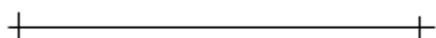


Ele tem:

- (a) Quatro lados;
- (b) Os lados paralelos iguais:  $\overline{AB} = \overline{CD}$  e  $\overline{AD} = \overline{BC}$ ;
- (c) Quatro ângulos iguais:  $\hat{A} = \hat{B} = \hat{C} = \hat{D} = 90^\circ$ ;
- (d) Duas diagonais:  $\overline{AC}$  e  $\overline{BD}$ .

1. Construa um retângulo MNOP que tenha os seguintes lados:

- Dois lados com esta medida:



- Dois lados com esta medida:



Esboço

**a)** Quais são os lados desse retângulo?

---

---

---

**b)** Escreva os ângulos desse retângulo?

---

---

---

**c)** Meça os ângulos desse retângulo.

---

---

---

2. Construa um retângulo ABCD com os quatro lados tendo a seguinte medida:



Esboço

a) Escreva os lados desse retângulo?

---

---

---

b) Quais são os ângulos desse retângulo?

---

---

---

c) Escreva as medidas dos ângulos desse retângulo.

---

---

---

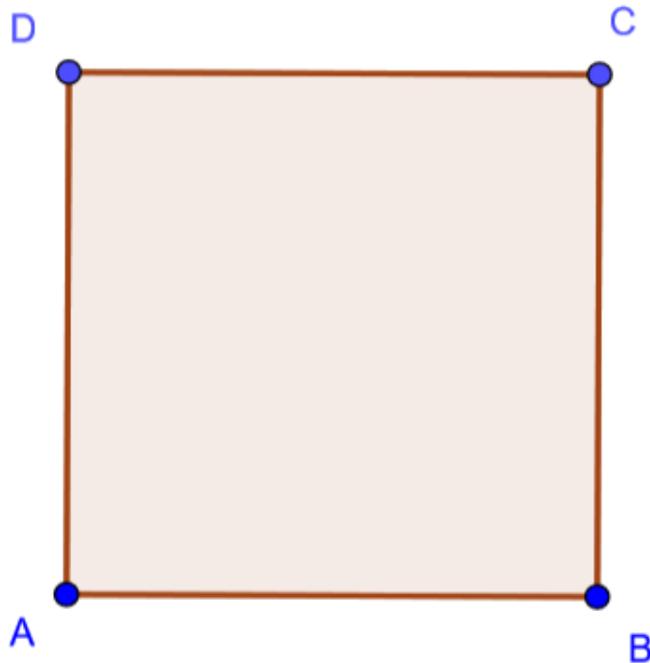
**d)** O retângulo que você desenhou no **item 2.**, ao invés de ser chamado de retângulo, ele pode receber outro nome? Qual nome? \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_



## Tarefa 8 – Quadrado

Este é o quadrado:



Ele tem:

- (a) Quatro lados iguais:  $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{AD}$ ;
- (b) Quatro ângulos iguais:  $\hat{A} = \hat{B} = \hat{C} = \hat{D} = 90^\circ$ ;
- (c) Duas diagonais:  $\overline{AC}$  e  $\overline{BD}$ .

1. Construa um quadrado PQRS que tenha lado com a seguinte medida:



Esboço

**a)** Quais são os lados desse quadrado?

---

---

---

**b)** Escreva os ângulos desse quadrado.

---

---

---

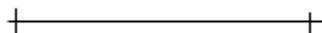
**c)** Quais são as medidas dos ângulos desse quadrado?

---

---

---

**2.** Construa um quadrado HIJL com o lado tendo a medida a seguir, e trace a sua diagonal.



Esboço

**a)** Quais são os lados desse quadrado?

---

---

---

**b)** Escreva os ângulos desse quadrado.

---

---

---

**c)** Determine as medidas dos ângulos desse quadrado.

---

---

---



## Tarefa 9 – Desafios

### Desafio 1

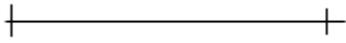
Construa um triângulo RST que tenha um ângulo reto e dois lados iguais.

Esboço

## Desafio 2

a) Construa um quadrado com um círculo dentro, mas obedecendo às seguintes condições:

1º) O lado do quadrado deve ter a seguinte medida:



2º) O círculo tem que tocar os lados do quadrado.

Esboço

**b)** Calcule a medida do raio do círculo.

---

---

---

---

**c)** Qual é a relação que existe entre o raio do círculo que você desenhou e o lado do quadrado?

---

---

---

---

### Desafio 3

Um estudante tentou construir um triângulo utilizando as seguintes medidas e não conseguiu.



a) Tente construir esse triângulo você também.

## Esboço

**b)** Se você conseguiu construir, o estudante que tentou e não conseguiu estava errado. Mas caso você também não tenha conseguido construí-lo, reflita e diga por que não foi possível construir um triângulo com essas medidas de lados? O que está acontecendo?

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---



## REFERÊNCIAS

HENRIQUES, M. D.; SILVA, A. M. **Área e perímetro nos anos finais do ensino fundamental**. 1. ed. Rio de Janeiro: Autografia, 2019.

ITZCOVICH, H. **Iniciação ao estudo didático da geometria: das construções às demonstrações**. 1. ed. São Paulo: Anglo, 2012.

LINS, R. C. **A framework for understanding what algebraic thinking is**. 1992. 330 f. Thesis (Phd) – University of Nottingham, Nottingham, 1992.

LINS, R. C. O modelo teórico dos campos semânticos: uma análise epistemológica da álgebra e do pensamento algébrico. **Revista Dynamis**, Blumenau, v.1(7), p.29-39, abr./jun., 1994.

LINS, R. C. Por que discutir teoria do conhecimento é relevante para a Educação Matemática. In: Bicudo, M. A. V. (org.). **Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas**. São Paulo: Editora da UNESP, 1999. p.75-94. (Seminários e Debates).

LINS, R.C. **O Modelo dos Campos Semânticos: estabelecimentos e notas de teorizações**. In: Modelo dos Campos Semânticos e Educação Matemática: 20 anos de História. ANGELO, C. L. et al. São Paulo: Midiograf, p.11–30. 2012.

MARMO, Carlos e MARMO, Nicolau. **Desenho Geométrico**. 2ª ed., Scipione, Rio de Janeiro, 1994. 168 f.

PUTNOKI, J. C. **Elementos de Geometria e Desenho Geométrico**. [S.l.]: Scipione, 1993.

ZUIN, E. da S. L. **Da régua e do compasso: as construções geométricas como um saber escolar no Brasil**. 2001. 211 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2001.