

**JOSÉLIO LOPES VALENTIM JÚNIOR**

**A GEOMETRIA ANALÍTICA COMO CONTEÚDO DO ENSINO  
SECUNDÁRIO:**

**análise de livros didáticos utilizados entre a Reforma Capanema e o  
MMM.**

Juiz de Fora (MG)

Março de 2013

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA**  
**INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS**  
**Pós-Graduação em Educação Matemática**  
**Mestrado Profissional em Educação Matemática**

**JOSÉLIO LOPES VALENTIM JÚNIOR**

**A GEOMETRIA ANALÍTICA COMO CONTEÚDO DO ENSINO  
SECUNDÁRIO:**

**análise de livros didáticos utilizados entre a Reforma Capanema e o  
MMM.**

Orientadora: Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Maria Cristina Araújo de Oliveira

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Educação Matemática, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Educação Matemática.

Juiz de Fora (MG)

Março de 2013

Ficha catalográfica elaborada através do Programa de geração automática da Biblioteca Universitária da UFJF, com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

VALENTIM JR., Josélio Lopes .

A GEOMETRIA ANALÍTICA COMO CONTEÚDO DO ENSINO SECUNDÁRIO:  
: análise de livros didáticos utilizados entre a reforma  
Gustavo Capanema e o MMM / Josélio Lopes VALENTIM JR.. --  
2013.

123 p. : il.

Orientadora: Maria Cristina Araújo OLIVEIRA  
Dissertação (mestrado profissional) - Universidade Federal  
de Juiz de Fora, Instituto de Ciências Exatas. Programa de Pós-  
Graduação em Educação Matemática, 2013.

1. história da educação matemática. 2. geometria analítica.  
3. livros didáticos de matemática. 4. história das disciplinas  
escolares. 5. reformas educacionais. I. OLIVEIRA, Maria  
Cristina Araújo, orient. II. Título.

**JOSÉLIO LOPES VALENTIM JÚNIOR**

**A GEOMETRIA ANALÍTICA COMO CONTEÚDO DO ENSINO  
SECUNDÁRIO:**

**análise de livros didáticos utilizados entre a Reforma Capanema e o  
MMM.**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Educação Matemática, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Educação Matemática.

**Comissão Examinadora**

---

**Prof.<sup>a</sup>. Dr.<sup>a</sup>. Maria Cristina Araújo de Oliveira**  
Universidade Federal de Juiz de Fora  
Orientadora

---

**Prof. Dr. José Manuel Matos**  
Universidade Nova de Lisboa - Portugal

---

**Prof. Dr. Marco Aurélio Kistemann Junior**  
Universidade Federal de Juiz de Fora

Juiz de Fora, 22 de março de 2013.

## AGRADECIMENTOS

Agradeço:

Primeiramente a DEUS, que me ofereceu essa valiosa oportunidade. Além de Ser sempre, o alicerce de tudo. Obrigado!

Aos meus amados filhos: Petrus e Valentina. E aproveito para fazer um pedido de desculpa pelas constantes ausências. Toda luta e sacrifício, é recompensado por um simples sorriso de vocês. Obrigado!

A minha querida esposa, Aline Vilela, por sempre estar do meu lado. Tenho certeza que sem você jamais teria chegado até aqui. Obrigado!

A minha mãe que dedicou uma vida inteira aos seus quatro filhos. Obrigado!

A meu pai que incondicionalmente sempre acreditou em mim. Obrigado!

Aos meus irmãos, Josimara, Jésus e Jonathan, vocês são fundamentais em minha vida. Esse título também pertence a vocês. Obrigado!

As minhas tias que jamais foram ausentes. Obrigado!

Aos meus queridos alunos. Cada um de vocês é um número primo par para mim. Obrigado!

A minha sogra que abriu a porta de uma escola para primeira experiência oficial. Muito Obrigado!

A professora e orientadora desse trabalho que o conduziu, com dedicação, seriedade e, sobretudo com muita competência. Obrigado!

Aos professores doutores, Marco Aurélio Kistemann Júnior e José Manuel Matos pelas valiosas sugestões e considerações no exame de qualificação. Obrigado!

Aos demais professores do programa do mestrado, e a todos aqueles que fizeram parte da minha caminhada escolar, que contribuíram para meu crescimento intelectual. Há resíduos de cada um de vocês em mim. Obrigado!

Aos queridos colegas do grupo de história: Éder, Élida, Fernanda, Iago, Luciana, Paola e Susana, com quem compartilhei valiosas discussões. Obrigado!

## MENSAGEM

Os bons vi sempre passar  
no Mundo grandes tormentos;  
e para mais me espantar,  
os maus vi sempre nadar  
em mar de contentamentos.

Cuidando alcançar assim  
o bem tão mal ordenado,  
fui mau, mas fui castigado:  
assim que, só para mim,  
anda o Mundo concertado.

(Luís Vaz de Camões)

## RESUMO

O presente trabalho teve como objetivo produzir um estudo histórico sobre a trajetória da geometria analítica como conteúdo da matemática escolar no ensino secundário, no período compreendido entre 1940 e 1970. Nessa pesquisa, o recorte temporal ficou restrito ao período no qual estiveram em vigência a Reforma Gustavo Capanema, a Portaria Ministerial de 1951 e um movimento de dimensão internacional denominado Movimento da Matemática Moderna (MMM). A pesquisa, inserida no campo da história da educação matemática, tomou os livros didáticos dessa disciplina para o colégio como fonte de pesquisa. Visando analisar historicamente as mudanças ocorridas nos livros didáticos relativamente ao conteúdo de geometria analítica, o presente trabalho histórico se apoiou nos pressupostos teóricos de historiadores e educadores da educação que discutem a história cultural, a cultura escolar, as disciplinas escolares e os livros didáticos como objetos históricos, as noções de apropriação, de estratégias e de táticas. A análise dos livros revelou obras semelhantes e convergentes com os programas tanto nas décadas de 1940 quanto 1950. Especificamente em relação à geometria analítica na década de 1940, essa se constituiu num dos blocos que compunham a matemática do colégio, ainda como herança da matemática fragmentada em ramos das décadas anteriores. Na década de 1950, a geometria analítica deixou de aparecer explicitamente e ficou diluída entre o estudo de limites e derivadas, e restrita ao estudo da reta e da circunferência. A geometria analítica ganhou força novamente com o advento do MMM. Porém, não se verificou a padronização observada nas décadas anteriores, ao que tudo indica pela ausência de uma orientação oficial.

**Palavras-chave:** história da educação matemática, geometria analítica, livros didáticos de matemática, história das disciplinas escolares, reformas educacionais.

## ABSTRACT

This study aimed to produce a historical study of the trajectory of analytic geometry and content of mathematics in secondary education, in the period between 1940 and 1970. In this research, the time frame was restricted to the period in which the Reformation were in effect Capanema, the Ministerial Decree of 1951, and a movement of international dimension named Modern Mathematics Movement (MMM). The research, part of the field of the history of mathematics education, took the textbooks of this discipline to the college as a research resource. To analyze the changes that have occurred historically in textbooks regarding, the content of analytical geometry, this historical work was supported in theoretical assumptions of historians and historians of education to discuss the cultural history, the school culture, school subjects and textbooks as objects historical, notions of ownership, strategies and tactics. The analysis revealed similar works and books converged with both programs in the 1940s as in 1950. Specifically in relation to analytic geometry in 1940, this constituted one of the blocks that made up the mathematical school, even as a legacy of mathematics fragmented into branches of the previous decades. In the 1950s, analytic geometry stopped appearing explicitly and was diluted by the study of limits and derivatives, and restricted to the study of the line and the circle. Analytic geometry has gained momentum again with the advent of the MMM. However, there was no standardization observed in previous decades, it seems the lack of official guidance.

**Keywords:** history of mathematics education, analytic geometry, mathematics textbooks, history of school subjects, educational reforms.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

<b>Figura A</b> - Programa de matemática para 3ª série dos cursos clássico e científico expedido em 1943.....	26
<b>Figura B</b> - Programa de matemática para 3ª série dos cursos clássico e científico expedido em 1951 .....	29
<b>Figura C</b> - Sugestão de programa para o ensino de matemática para a terceira série colegial elaborado pelo GEEM .....	34
<b>Figura 1</b> - Contra capa do livro: Elementos de Geometria Analítica. (PEIXOTO, 1941) .....	40
<b>Figura 2</b> - Prefácio do livro: Elementos de Geometria Analítica. (PEIXOTO, 1941) .....	41
<b>Figura 3</b> - Introdução do capítulo I do livro, 1ª parte: Elementos de Geometria Analítica.(PEIXOTO, 1941) .....	42
<b>Figura 4</b> - Introdução do capítulo I do livro, 2ª parte: Elementos de Geometria Analítica.(PEIXOTO, 1941) .....	43
<b>Figura 5</b> - Propriedade 180 do livro: Elementos de Geometria Analítica. (PEIXOTO, 1941) .....	44
<b>Figura 6</b> - Referência bibliográfica do livro: Elementos de Geometria Analítica.(PEIXOTO, 1941) .....	45
<b>Figura 7</b> - Contra capa do livro: Geometria Analítica no espaço de duas dimensões.(MELLO E SOUZA, 1943) .....	46
<b>Figura 8</b> - A geometria analítica segundo o autor do livro: Geometria Analítica no espaço de duas dimensões.(MELLO E SOUZA, 1943).....	47
<b>Figura 9</b> - Contra capa do livro: Matemática para os cursos clássico e científico.(CARVALHO, 1950) .....	48
<b>Figura 10</b> - Exemplo de exercícios do livro: Matemática para os cursos clássico e científico.(CARVALHO, 1950).....	53
<b>Figura 11</b> - Exemplo de exercícios do livro:Matemáticapara os cursos clássico e científico.(CARVALHO, 1950).....	53
<b>Figura 12</b> - Contra capa do livro: Matemáticapara os cursos clássico e científico.(CARVALHO, 1956) .....	55
<b>Figura 13</b> - Índice do livro: Matemática para os cursos clássico e científico.(CARVALHO, 1956) .....	56

<b>Figura 14</b> - Contra capa do livro: Matemática 2º ciclo, 3ª série. (ROXO e outros, 1946).....	<b>60</b>
<b>Figura 15</b> - Advertência da 2ª edição do livro: Matemática 2º ciclo, 3ª série. (ROXO e outros, 1946).....	<b>61</b>
<b>Figura 16</b> - Um dos subgrupos do livro: Matemática 2º ciclo, 3ª série. (ROXO e outros, 1946).....	<b>62</b>
<b>Figura 17</b> - Índice do subgrupo de geometria analítica no livro: Matemática 2º ciclo, 3ª série. (ROXO e outros, 1946).....	<b>63</b>
<b>Figura 18</b> - Contra capa do livro: Matemática 2º ciclo, 3ª série. (ROXO e outros, 1956).....	<b>64</b>
<b>Figura 19</b> - Índice do livro: Matemática 2º ciclo, 3ª série. (ROXO e outros, 1956).....	<b>66</b>
<b>Figura 20</b> - Índice do livro: Matemática 2º ciclo, 3ª série. (ROXO e outros, 1956).....	<b>67</b>
<b>Figura 21</b> - Contra capa do livro: Matemática para o terceiro ano colegial.(QUINTELLA, 1958).....	<b>69</b>
<b>Figura 22</b> - Programa de matemática para o 3º ano colegial no livro: Matemática para o terceiro ano colegial.(QUINTELLA, 1958).....	<b>70</b>
<b>Figura 23</b> - Programa de matemática para o 3º ano colegial no livro: Matemática para o terceiro ano colegial.(QUINTELLA, 1958).....	<b>71</b>
<b>Figura 24</b> - Índice geral do livro: Matemática para o terceiro ano colegial.(QUINTELLA, 1958).....	<b>72</b>
<b>Figura 25</b> - Índice geral do livro: Matemática para o terceiro ano colegial.(QUINTELLA, 1958).....	<b>73</b>
<b>Figura 26</b> - Estudo da reta como função linear no livro: Matemática para o terceiro ano colegial.(QUINTELLA, 1958).....	<b>74</b>
<b>Figura 27</b> - Definição de reta no livro: Matemática para o terceiro ano colegial.(QUINTELLA, 1958).....	<b>74</b>
<b>Figura 28</b> - Formulário no livro: Matemática para o terceiro ano colegial. (QUINTELLA, 1958).....	<b>75</b>
<b>Figura 29</b> - Contra capa do livro: Curso de Matemática 3ª série ciclo colegial. (MAEDER, 1959).....	<b>78</b>
<b>Figura 30</b> - Índice do livros: Curso de Matemática 3ª série ciclo colegial. (MAEDER, 1959).....	<b>79</b>
<b>Figura 31</b> - Índice do livros: Curso de Matemática 3ª série ciclo colegial. (MAEDER, 1959).....	<b>80</b>

<b>Figura 32</b> - Índice do livros: Curso de Matemática 3ª série ciclo colegial. (MAEDER, 1959).....	<b>82</b>
<b>Figura 33</b> - Apresentação do livro: Curso de Matemática para os primeiro, segundo e terceiros anos dos cursos clássico e científico. (BEZERRA, 1960) .....	<b>84</b>
<b>Figura 34</b> - Índice do livro: Curso de Matemática para os primeiro,segundo e terceiros anos dos cursos clássico e científico.(BEZERRA, 1960).....	<b>85</b>
<b>Figura 35</b> - Índice do livro: Curso de Matemática para os primeiro, segundo e terceiros anos dos cursos clássico e científico.(BEZERRA, 1960).....	<b>86</b>
<b>Figura 36</b> - Capa do livro: Matemática curso colegial moderno. (MADSEM BARBOSA e MAURO ROCHA, 1970).....	<b>88</b>
<b>Figura 37</b> - Apresentação do livro: Matemática curso colegial moderno. (MADSEM BARBOSA e MAURO ROCHA, 1970).....	<b>89</b>
<b>Figura 38</b> - Parte de geometria analítica no livro: Matemática curso colegial moderno. (MADSEM BARBOSA e MAURO ROCHA, 1970).....	<b>90</b>
<b>Figura 39</b> - Mensagem aos professores no livro: Matemática na escola renovada - Vol. 3.(PIERRO NETTO e GOTIN GÓES, 1972) .....	<b>93</b>
<b>Figura 40</b> - Exposição gráfica no livro: Matemática na escolarenovada Vol. 3.(PIERRO NETTO e GOTIN GÓES, 1972) .....	<b>94</b>
<b>Figura 41</b> - Exercícios no livro: Matemática na escola renovada Vol. 3. (PIERRO NETTO e GOTIN GÓES, 1972) .....	<b>95</b>
<b>Figura 42</b> - Exposição gráfica no livro: Matemática na escola renovada Vol. 3. (PIERRO NETTO e GOTIN GÓES, 1972) .....	<b>96</b>
<b>Figura 43</b> - Prefácio do livro: Matemática (IEZZI e outros, 1974) .....	<b>98</b>
<b>Figura 44</b> - Índice do livro: Matemática (IEZZI e outros, 1974).....	<b>99</b>
<b>Figura 45</b> - Abordagem das inequações do 1º grau no livro: Matemática (IEZZI e outros, 1974).....	<b>100</b>
<b>Figura 46</b> - Abordagem das inequações do 1º grau no livro: Matemática (IEZZI e outros, 1974).....	<b>101</b>

# SUMÁRIO

<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>1</b>
Enquadramento teórico-metodológico.....	5
A Geometria Analítica e uma breve revisão de literatura .....	6
<b>CAPÍTULO I: CONSIDERAÇÕES TEÓRICO - METODOLÓGICAS .....</b>	<b>10</b>
<b>CAPÍTULO II: A GEOMETRIA ANALÍTICA VISTA PELA LEGISLAÇÃO .....</b>	<b>21</b>
2.1 - A reforma Gustavo Capanema e as propostas para o ensino de geometria analítica na década de 1940. ....	22
2.2 - A Portaria Ministerial de 1951 e as propostas para o ensino de geometria analítica na década de 1950. ....	27
2.3 - O Movimento da Matemática Moderna e as propostas para o ensino de geometria analítica nas décadas de 1960 e 1970. ....	30
<b>CAPÍTULO III: A GEOMETRIA ANALÍTICA NOS LIVROS DIDÁTICOS .....</b>	<b>35</b>
3.1 - Elementos Geometria Analítica (PEIXOTO, 1941) .....	39
3.2 - Geometria Analítica: primeira parte – Geometria Analítica no espaço de duas dimensões (MELLO E SOUZA, 1943).....	46
3.3 - Matemática para os cursos: Clássico e Científico (CARVALHO, 1950) .....	50
3.4 - Matemática para os cursos: Clássico e Científico (CARVALHO, 1956) .....	55
3.5 - Matemática 2º ciclo (ROXO e outros, 1946).....	59
3.6 - Matemática 2º ciclo (ROXO e outros, 1956).....	64
3.7 - Matemática: terceiro ano colegial (QUINTELLA, 1958).....	69
3.8 - Matemática: terceiro ano colegial(QUINTELLA, 1965).....	76

<b>3.9 - Matemática: terceiro ano colegial (QUINTELLA, 1968).....</b>	<b>77</b>
<b>3.10 - Curso de Matemática: 3ª série do ciclo colegial (MAEDER, 1959) .....</b>	<b>78</b>
<b>3.11 - Curso de matemática: para os primeiro, segundo e terceiro anos dos cursos Clássico e Científico (BEZERRA, 1960) .....</b>	<b>84</b>
<b>3.12 - Curso de matemática: para os cursos de segundo grau (BEZERRA, 1976) .....</b>	<b>87</b>
<b>3.13 - Matemática: curso colegial moderno – vol.3 (MAURO ROCHA E MADSEN BARBOSA, 1970).....</b>	<b>88</b>
<b>3.14 - Matemática na Escola Renovada – vol.3 (PIERRO NETTO E GOTIN GÓES, 1972) .....</b>	<b>92</b>
<b>3.15 - Matemática, 3ª série (IEZZI, 1974).....</b>	<b>97</b>
<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS .....</b>	<b>103</b>
<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>107</b>

# Introdução

Ainda jovem, segundo filho de uma família de quatro irmãos, no ensino fundamental de uma escola pública desta cidade, estive muitas vezes empenhado em ajudar, colaborar ou compartilhar o aprendizado, conhecimento, com os meus companheiros de turma. Isso não se devia ao fato de um conhecimento matemático prematuro ou fora do normal, embora apresentasse facilidade com a matéria.

Após a conclusão do ensino fundamental, migrei para uma instituição particular, para fazer o Curso Técnico em Química Industrial. Afinal, tinha o desejo de seguir os caminhos profissionais percorridos pelo meu pai na indústria têxtil. Nesse período iniciou-se um processo de transformação, dedicação e qualificação profissional, o qual este mestrado está inserido. Tal transformação foi no sentido de ir ficando clara a aptidão profissional de trabalhar com o magistério, haja vista, que fui monitor de Matemática e Química no Ensino Médio/Técnico que cursei.

Foi um período de incertezas e de muita insegurança que serviram para mostrar a importância do estudo contínuo, do preparo das aulas e domínio do conhecimento a ser trabalhado, bem como os diferentes meios de fazer com que todos fossem contemplados com a aquisição do conhecimento. Acredito que aquele momento, “cheio” de medo e angústias, gerou um profissional preocupado em fazer-se entendido e com a formação dos colegas, afinal, estávamos todos ali no mesmo nível de aprendizagem e eu estava em tal posto, monitor, por ter um domínio razoável dos conteúdos matemáticos e químicos, e por apresentar “gosto” com o processo de ensino e aprendizagem.

Já com uma pequena experiência no magistério, fui então para a faculdade de matemática, onde cursei, concomitantemente, com o trabalho na indústria têxtil. Foi um período muito difícil, porém, consegui superar tamanha foi a dedicação e o prazer de fazer algo que queria muito, e que aquele era o caminho certo.

Durante os quatro anos do curso, muitas perguntas e dúvidas surgiram, algumas, o tempo ou a experiência em sala de aula respondeu, outras questões, ainda estão em aberto. Talvez a busca constante de encontrar tais respostas, seja o

real motivo de continuar minha jornada de evolução intelectual e profissional, com vista em tornar minha prática cada vez mais efetiva e eficiente.

Hoje, após treze anos de exercício na educação, leciono matemática em duas realidades diametralmente opostas, uma escola particular, extremamente tradicional e rígida, com alunos pertencentes a uma classe sócio-econômica favorável, e a outra realidade é em uma escola pública estadual, que pertence a uma comunidade extremamente carente de Juiz de Fora.

Nessas duas realidades posso perceber, assim como destacado por Ubiratan D'Ambrosio, como fatores externos influenciam no processo educacional, principalmente no que diz respeito ao ensino e a aprendizagem de matemática. Na primeira escola exerço a função na qual estou lotado, professor, na segunda infelizmente isso por vezes passa despercebido, haja vista que as condições básicas para o efetivo exercício de cidadania são precárias.

Quanto à aprendizagem dos conceitos matemáticos, vai ficando cada vez mais nítida uma lacuna, na formação dos professores e nos sistemas educacionais que colaboram para que essa disciplina seja uma das responsáveis pela evasão escolar, seleção natural ou até mesmo a desigualdade social.

Nesse cenário preocupante que surge a Educação Matemática, que tem como um dos seus múltiplos objetivos, o preenchimento dessas lacunas, sobretudo, através da capacitação dos professores e do uso de novas metodologias e tecnologias.

Na escola particular, há um compromisso maior em adequar-se às exigências dos programas propostos pelas universidades. Neste sentido apresenta uma preocupação maior com o programa, e nesse sentido, a geometria, referendada nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN, 1997) ganha um lugar de destaque.

Ao ingressar neste programa de mestrado ficaram nítidas algumas limitações na formação do professor de matemática de modo geral, inclusive na minha própria formação, pois vários assuntos com grande relevância profissional jamais foram abordados na graduação, onde os cursos de licenciaturas são, de certa forma, um “subgrupo” dos bacharelados e as diferenças estão presentes na inclusão de algumas, poucas, disciplinas pedagógicas.

O ingresso no programa de Mestrado Profissional em Educação Matemática, na UFJF, em 2011, representou muito mais do que um sonho antigo. Afinal tinha esse desejo desde 2003, quando encerrei a graduação, mas a busca de uma capacitação contínua que refletisse diretamente na minha prática profissional a qual exerço com tanto amor e entrega.

Durante o primeiro semestre de 2011, fiz várias leituras que contribuíram e me ajudaram a conceber a Educação Matemática como um campo científico fértil, líquido e poderoso, que visa auxiliar, contribuir com o ensino de matemática em todos os seus níveis.

Tal campo científico faz fronteiras com diferentes áreas da ciência. Podemos destacar algumas entre tantas: a história, a psicologia, a sociologia, a antropologia, a pedagogia e, claro, a matemática. Daí, assumi-lo como um campo científico líquido, não tendo uma forma rígida, que pode ser visto de diferentes espectros, dependendo do invólucro em que esteja inserido.

Nesse período inicial do curso, as limitações do professor de matemática ficaram nítidas, como já mencionamos acima, no que diz respeito à bagagem histórica, pedagógica e metodológica do ensino e da matemática, haja vista, que os cursos de matemática priorizam as “matemáticas” em detrimento desses fatores tão importantes para prática docente.

Foi opinião comum entre os mestrandos da turma, a falta de informação, conhecimento ou até mesmo uma concepção equivocada desse emergente campo de pesquisa, bem como, o desconhecimento dos fatos históricos e personalidades que marcaram a trajetória da educação matemática brasileira.

A escolha por tal programa é uma preocupação antiga, que vem desde os períodos de monitoria, lá trás, ainda no ensino médio. Tal preocupação ou desejo, de aproximar, estreitar, a educação da matemática, ou seja, fazer uso dos estudos psicológicos, pedagógicos e metodológicos inerentes à educação, para que a apropriação das ideias e conceitos matemáticos sejam sólidos, duráveis e permitam o seu uso na vida cotidiana ou acadêmica futura.

Vale a pena ressaltar, que a Educação Matemática não é simplesmente uma fusão entre as ciências: Educação e Matemática. Ela admite muitas outras intersecções, formas, entre a matemática e outros campos do conhecimento humano.

A Educação Matemática surgiu à medida que as discussões acadêmicas, sobre a

necessidade de reformas no ensino de matemática em todos os níveis, se intensificaram, algumas foram contempladas nessa pesquisa. Sobretudo a partir do final do século XIX, principalmente por intermédio do matemático alemão Felix Klein. Mas foi nas décadas de 1950 e 1960 do século XX que ela teve grande difusão, principalmente na Europa e nos EUA, com as discussões a respeito do Movimento da Matemática Moderna (MMM).

No Brasil, a Educação Matemática teve um crescimento substancial a partir do final da década de 1970, e início dos anos 1980, sobretudo pelo regresso dos primeiros educadores matemáticos formados na Europa e nos EUA, que ajudaram a difundir-la no país. Posteriormente, com o surgimento dos primeiros cursos de pós-graduação em Educação Matemática. Em consequência desses fatos surgiram os primeiros trabalhos de pesquisa nesse campo científico.

Inicialmente, antes de entrar no programa, havia um desejo de fazer um trabalho em antropologia, mas, a proximidade a professora Dr<sup>a</sup>. Maria Cristina Araújo de Oliveira cuja linha de pesquisa é em história, conduziu-me a investigar em história das disciplinas escolares, especificamente em geometria analítica. A temática articula-se a um projeto de maior fôlego: A formação de professores de Matemática na Universidade Federal de Juiz de Fora: história das disciplinas Cálculo Diferencial e Integral, Geometria Analítica, Prática de Ensino da Matemática e História da Matemática.

Escolhida a linha de pesquisa com base na história, a qual já era uma tendência inicial, nossa ideia a princípio em pesquisar a história das disciplinas escolares, sobretudo no nosso país, é servir de apoio para os debates, trabalhos e propostas pedagógicas futuras, bem como compreender como foi o processo de inserção da geometria analítica no ensino, assim como as abordagens iniciais desse conteúdo no Brasil, para tal recorreremos principalmente aos livros didáticos.

Nossa proposta com essa pesquisa será investigar o percurso da geometria analítica como conteúdo de matemática do ensino secundário no Brasil, assim como as transformações que ocorreram, se é que ocorreram, nos livros didáticos desse conteúdo no período de 1940 até a metade da década de 1970.

## Enquadramento teórico-metodológico

Para o desenvolvimento da pesquisa foi necessário uma fundamentação teórico-metodológica que deu suporte a ela. Após as primeiras leituras, análises de algumas dissertações e trabalhos acadêmicos atuais, observamos uma tendência em apropriar-se, utilizar-se das ideias de alguns teóricos.

Entre eles, o historiador francês Marc Bloch (2002) que nos mostrou, como produzir uma história, o papel do pesquisador, bem como a responsabilidade do historiador. Segundo Bloch, na pesquisa histórica é preciso encontrar dois tipos de “documentos”: aqueles explícitos, como os livros didáticos que podem ser analisados em qualquer tempo, e os implícitos, como as políticas existentes em determinada época ou mesmo os movimentos educacionais nesse período.

Existem ainda, segundo Bloch, documentos a serem descobertos que podem ou não mudar o rumo da pesquisa.

Michel De Certeau (2007) também nos mostrou como organizar uma pesquisa histórica, explicitando com clareza os passos metodológicos do fazer histórico. Esclarecendo ainda que qualquer investigação historiográfica articula-se sobre um lugar, uma região social, econômica, política e cultural.

Outro historiador em quem buscamos apoio, André Chervel (1990), que nos orientou sobre as disciplinas escolares. Ele salienta que até o final do século XIX o termo “disciplina escolar” significava o modo de disciplinar o espírito. Para Chervel, a pesquisa das disciplinas escolares tem um papel relevante não somente para a história da educação, mas na história cultural. Ao pesquisar o comportamento de uma disciplina escolar, Chervel destacou que o processo de “solidificação” da mesma pode levar alguns anos e os resultados nem sempre são satisfatórios.

Sobre a importância da história cultural, história dos livros e o significado do conceito de “apropriação”, recorreremos, a Roger Chartier (1991), que assim como os outros historiadores citados acima, é francês. Chartier ressalta que a maneira como um texto, ou uma ideia, é lida ou concebida, respectivamente, por diferentes sujeitos (pessoas ou grupos), cada qual com suas especificidades. É recebida, apropriada de maneiras distintas.

A respeito da cultura escolar, recorreremos ao Dominique Julia (2001). Em linhas gerais para Julia a cultura escolar é: grupo de normas que definem conhecimentos a ensinar e condutas a inculcar, por meio de diversas metodologias de transmissão

desses conhecimentos, que deverão posteriormente ser colocados em prática para alguma finalidade. (JULIA, 2001)

Por fim, nos apoiamos em outro emblemático autor, com grande influência na história da educação matemática brasileira - Wagner Rodrigues Valente, líder do GHEMAT, autor de livros com abordagem histórica concernentes ao desenvolvimento da educação matemática.

### **A Geometria Analítica e uma breve revisão de literatura**

A geometria como ciência foi criada pelos gregos e fundamentada principalmente por Euclides (360 – 295 a.C.), embora não tenha sido ele o criador, o idealizador da geometria. O fato de Euclides ser considerado o “pai” da geometria se deve ao trabalho no qual fundamentou sistematicamente todo conhecimento geométrico existente até aquela época, por meio de teoremas e axiomas. Toda essa organização foi traduzida no livro: Os Elementos.

Os gregos desenvolviam a matemática partindo do conceito que a geometria precedia à aritmética e álgebra. Mais tarde René Descartes “desenvolveu” seu estudo na ordem inversa, ou seja, a geometria era precedida pela aritmética e a álgebra.

No século XVII, por intermédio de René Descartes (1596 – 1650) e Pierre Fermat (1601 – 1665) a geometria analítica dá um grande salto. Pois eles, em grande medida formalizaram o conhecimento que existia desse conteúdo até aquela data, trazendo operacionalidade à geometria criada pelos gregos.

Nesse sentido, Descartes é considerado o “pai” da Geometria Analítica, embora não seja ele o criador das primeiras ideias concernentes à esse conteúdo. Pelo fato de ser ele, assim como fez Euclides, o autor de uma obra que sintetizava todas as informações a respeito da geometria analítica. Segundo Carl Boyer, autor do livro História da Matemática de 1996, existe uma controvérsia sobre a autenticidade da obra Descartes, segundo esse livro, Descartes conheceu a obra de Fermat antes mesmo de divulgada.

Boyer também cita que os egípcios, em especial os agrimensores, e os gregos na confecção de seus mapas, já usavam métodos que, através de coordenadas convenientes, podiam fixar a posição de um ponto.

Se certo ou não, Descartes é citado como principal mentor da geometria

analítica. René Descartes, filósofo, matemático, licenciado em Direito cuja principal obra publicada em Matemática é o apêndice *La Geometrie* da obra *Discours De La Methode* (1637).

A geometria analítica é o estudo da geometria através dos princípios da álgebra. Utilizando um sistema de coordenadas cartesianas para manipular equações para planos, retas, cônicas e círculos. Tem como objetivo conciliar fatos geométricos com relações algébricas e vice versa. Permite, assim, que álgebra e a geometria se relacionem mutuamente, o que possibilita um estudo sistemático das figuras geométricas.

Tal fusão geometria/álgebra foi responsável por grande progresso na matemática em todas suas ramificações, assim como nas outras ciências. Alguns citam essa descoberta como início de uma matemática moderna, e a formalização das obras de Descartes e Fermat têm grande mérito nesse avanço.

Com a vinda da família real para o Brasil, e a necessidade de um melhor preparo para as eminentes guerras, o desenvolvimento da artilharia e infantaria, impulsionaram o ensino da geometria no país, sobretudo pelas *Aulas de Artilharia e Fortificações*, cursos preparatórios dos oficiais militares. Afinal, essa necessidade já estava bastante difundida na Europa pelo risco das eminentes guerras assim como os cursos para os militares.

No Brasil colônia, inicialmente, o ensino de matemática tinha uma papel secundário, aliás, como todas as ciências especulativas. Fato esse de que no país o ensino nos primeiros dois séculos após a chegada dos portugueses, ser dominado pelos jesuítas, herdados da Escolástica<sup>1</sup>, cuja filosofia surgiu, sobretudo, na igreja católica, com a necessidade de responder às exigências da fé ensinada pela igreja, considerada como a guardiã dos valores espirituais e morais de toda a cristandade. Assim os jesuítas acreditavam que estudos em geometria, astronomia, física, era um divertimento em vão. Mas segundo Leite:

Os primeiros textos ou documentos que acenam com a matemática escolar no Brasil dizem:

“O ensino de Matemática no Brasil principiou naturalmente por onde deveria começar, isto é, pela Lição de Algarismos, ou primeiras operações, ensino gradativamente elevado, mencionando-se em

---

<sup>1</sup>Foi uma corrente filosófica nascida na Europa da Idade Média, que dominou o pensamento entre os séculos IX e XV. Esse pensamento tinha como base a fé católica e que em certa medida repudiava o pensamento científico. A corrente escolástica perdeu o papel de destaque na filosofia européia por volta do século XVI, com o nascimento da filosofia moderna, sobretudo por pensadores e cientistas como Galileu Galilei e René Descartes.

1605 nos três Colégios da Bahia, Riode Janeiro e Pernambuco, a aula de Aritmética” (LEITE, 1945, p. 163 APUD VALENTE, 2002, p.29)

Com a vinda da família real para o Brasil, e a necessidade de um melhor preparo para as eminentes guerras, o desenvolvimento da artilharia e infantaria, impulsionaram o ensino da geometria no país, sobretudo pelas *Aulas de Artilharia e Fortificações*. Afinal, essa necessidade já estava bastante difundida na Europa.

Nessa concepção, o conceito geométrico para desenvolvimento bélico surgiu um profissional no exército que aliava a geometria às técnicas de guerra, possibilitando o desenvolvimento militar: o engenheiro, cuja principal “ferramenta” era o conhecimento geométrico.

No sentido de preservar a soberania portuguesa, foi enviado para o Brasil, no século XVIII, especialistas com objetivo de capacitar e acelerar o desenvolvimento militar que, a partir de 1738, exigia a obrigatoriedade do ensino de geometria a todo militar que desejasse ser tornar um oficial. (VALENTE, 2002)

Assim, José Fernandes Pinto Alpoim, nascido em 14 de julho de 1700 em Portugal, militar, engenheiro, começou por determinação da coroa portuguesa a trabalhar na colônia nos setores de construção e capacitação dos soldados na escola militar. Alpoim utilizou seu espírito criativo e engenhoso na construção, criação de armas e otimização de armamentos, graças a sua formação na Escola Militar de Lisboa.

Uma das grandes contribuições do militar português no Brasil colônia podem ser observadas no fragmento do texto abaixo:

Desde a fundação 1699, por ocasião da *Aula Fortificações*, muitos problemas surgiram para levar a bom termo o curso. Um deles e crucial era o dos livros e compêndios didáticos a serem utilizados. Haja vista que Aula fundada em 1699, em 1710 ainda não havia começado e dentre as razões alegadas estavam as da falta de material didático e, sobretudo, livros. Em matéria de artilharia, morteiros e bombas, nada existia escrito em português. Alpoim acumulando experiências pedagógicas em suas aulas ministradas desde a época em que foi lente substituto na Academia de Viana do Castelo em Portugal, vai escrever dois livros que se tornariam os primeiros livros didáticos escritos no Brasil: 1744 o *Exame de Artilheiros* e *Exame de Bombeiros* em 1748. Como esclarece o próprio autor no segundo livro, na página de dedicatória, “foi para facilitar o estudo aos novos Soldados e Artilheiros do Batalhão”. Que ele escreveu os livros. Ambos estruturados por meio de perguntas e respostas. Os conteúdos da “arte militar” são precedidos da matemática necessária à sua compreensão. *Exame de Artilheiros*

compreende três capítulos: Aritmética, Geometria e Artilharia. *Exame de Bombeiros*, escrito em dez tratados têm os dois primeiros dedicados à geometria e à Trigonometria. (VALENTE, p.47-48, 2002)

Com os avanços e as transformações da sociedade, indústria, tecnologia e ciências, heranças das revoluções Industrial e Francesa, a escola, como conhecemos hoje, foi sendo concebida no sentido de adequar-se a essas mudanças. Com isso, o ensino de geometria foi se estabilizando no país, principalmente pela contribuição dos cursos superiores de Direito e Medicina que a tinham como imprescindíveis.

A geometria ensinada, tal qual a geometria de Euclides, que prevalecia em todas as partes do planeta, era baseada no método lógico-dedutivo, rigor, axiomas, teoremas, postulados e etc. Afinal, tal geometria fora formalizada há mais de dois mil anos.

Esse “programa” de ensino prevaleceu no Brasil até o início da década de 1930 do século XX, quando as propostas de mudanças do ensino da Matemática, concebidas por Felix Klein, no início desse mesmo século, começaram a serem incorporadas no ensino brasileiro por Euclides Roxo, professor do Colégio Pedro II no Rio de Janeiro.

A seguir, no primeiro capítulo lançamos mão do referencial teórico dos historiadores, que convergem com o modelo historiográfico por nós adotado.

No segundo capítulo, procuramos destacar os acontecimentos pontuais, concernentes à educação brasileira, sobretudo no período de 1940 ao final da década de 1970. Destacando a Reforma Gustavo Capanema de 1942, a Portaria Ministerial de 1951 e o Movimento da Matemática Moderna da década de 1960.

No terceiro e último capítulo, descrevemos as análises das obras, com o olhar na geometria analítica, de autores como Euclides Roxo, Thales Mello Carvalho, Manoel Jairo Bezerra, Ary Quintella, Gelson Iezzi entre outros.

# CAPÍTULO I

## CONSIDERAÇÕES TEÓRICO – METODOLÓGICAS

de tudo fica um pouco / da ponte bombardeada / ... nos muros zangados ... / no pires de porcelana / dragão partido, flor branca ... / ... Se tudo fica um pouco / mas por que não ficaria / um pouco de mim? No trem / que leva ao norte, no barco / nos anúncios de jornal / um pouco de mim em Londres / um pouco de mim algures? / na consoante? / no poço? / Um pouco fica oscilando / na embocadura dos rios / e os peixes não o evitam / um pouco: não está nos livros<sup>2</sup>

Talvez, se Carlos Drummond de Andrade fosse um historiador, não descrevesse com tanta propriedade e profundidade o objeto de interesse do historiador. Nesse fragmento do poema Resíduo, inserido no livro de poesias “A rosa do povo”, o poeta destacou que há resíduos em tudo e que nada passa sem deixar marcas. Marc Léopold Benjamin Bloch<sup>3</sup> chama de vestígios<sup>4</sup>, e esses constituem os ingredientes das histórias que nos propomos construir.

Antes de qualquer coisa, para que nossa proposta fique clara, devemos assumir de imediato algumas posições para que em nossa pesquisa fiquem visíveis nossos suportes teóricos e metodológicos, como salienta o pesquisador Wagner Rodrigues Valente<sup>5</sup>.

A explicação que sempre utilizei foi a de deixar a entender que a menção da base teórica dos projetos já indicava o percurso do trabalho a ser realizado, a sua metodologia. Desse modo, tenho sido partidário da expressão “base teórico-metodológica” como o lugar onde é possível encontrar os caminhos por onde a pesquisa irá trilhar. Alterando o ditado, sem alterar-lhe muito o sentido, tenho me amparado na ideia do “dize-me com quem andas que te direi por onde irás”.(VALENTE, p. 28;29, 2007)

---

<sup>2</sup> Fragmento do poema “Resíduo”, do poeta mineiro Carlos Drummond de Andrade (1902-1987).

<sup>3</sup> (1886-1944) Co-fundador da escola dos Anales (1929), um dos principais historiadores do século XX, sendo também um dos primeiros a romper com a Historiografia Positivista dando origem à Nova História.

<sup>4</sup> Apropriação das ideias do historiador francês François Simiand (1873-1935).

<sup>5</sup> Pesquisador livre docente da UNIFESP e líder do GHEMAT (Grupo de Pesquisa de História e Educação Matemática)

Até o início do século XX, o modelo teórico vigente de construção histórica era baseado em sequências temporais, datas, heróis, ou seja, uma narração sem crítica, ausente de contextualização homem/tempo. Esse modelo teórico era baseado na filosofia elaborada por Augusto Comte<sup>6</sup> e denominada Positivismo. Divergente às ideias de Comte, a partir do final da década de 1920 surge um novo modelo historiográfico. A “Escola dos Annales”<sup>7</sup> rompe com as ideias positivistas e busca:

Em primeiro lugar, a substituição da tradicional narrativa de acontecimentos por uma história-problema. Em segundo lugar, a história de todas as atividades humanas e não apenas da história política. Em terceiro lugar, visando completar os dois primeiros objetivos, a colaboração com outras disciplinas, tais como a Geografia, a Sociologia, a Psicologia, a Economia, a Linguística, a Antropologia Social, e tantas outras. (BURKE, 1990, p.12)

Com a proposta de elaborar a história de um conteúdo da disciplina escolar Matemática: a Geometria Analítica nos livros didáticos, baseamos nossa pesquisa na concepção historiográfica moderna proposta pelos Annales, liderados por Marc Bloch e Lucien Febvre<sup>8</sup>, por acreditar que só é possível conhecer a trajetória de uma disciplina escolar ou um conteúdo dessa disciplina, se olharmos para ela e para os diferentes períodos históricos no qual a mesma esteve inserida.

Em suma, nunca se explica plenamente um fenômeno histórico fora do estudo de seu momento. Isso é verdade para todas as etapas da evolução. Tanto daquela em que vivemos como das outras. O provérbio árabe disse antes de nós: “Os homens se parecem mais com sua época do que com seus pais”. Por não ter meditado essa sabedoria oriental, o estudo do passado às vezes caiu em descrédito. (BLOCH, 2002, p.60)

Na citação acima, Bloch faz críticas à historiografia positivista e resume o que para ele, opinião que compartilhamos, seja a forma adequada de produção histórica: que relaciona o homem ao seu tempo. Nesse sentido, como bem defende Bloch, um dos objetivos de estudos historiográficos é permitir ao leitor ou à comunidade científica uma compreensão sobre um dado fenômeno ou acontecimento histórico.

---

<sup>6</sup> (1798-1857) Filósofo francês.

<sup>7</sup> É um movimento historiográfico formado a partir do periódico acadêmico francês *Annales d'histoire économique et sociale*, que ganha destaque por incorporar métodos das Ciências Sociais à História.

<sup>8</sup> (1878 – 1956) Influente historiador modernista francês e co-fundador da Escola dos Annales.

Na inserção do homem no seu tempo, por que estudar o passado? Afinal passado é passado, certo? Errado!

O passado é, por definição, um dado que nada mais modificará. Mas o conhecimento do passado é uma coisa em progresso, que incessantemente se transforma e aperfeiçoa. (BLOCH, 2002, p.75)

Ainda segundo Valente:

O estudo histórico representa um “alargamento da compreensão do processo de escolarização” dos saberes, em particular, da matemática. (VALENTE, p.28, 2007)

Sendo assim, saímos em busca dos vestígios, livros e outros documentos de Geometria Analítica para o colégio, de modo a construir a história desse conteúdo entre as décadas de 1940 e 1970.

Segundo Bloch, o desenvolvimento da pesquisa deve-se ao poder de interrogação dos fatos pelo historiador, ou seja, o historiador pode atuar na construção histórica, na medida em que sabe interrogar os fatos, documentos e vestígios. Ainda segundo ele, é importante que o historiador possua ao menos um verniz de todas as outras principais técnicas de seu ofício, ou seja, é necessário que para realização da pesquisa, o pesquisador multiplique seus campos de conhecimento. Essa recomendação nos remete então ao consentimento de trabalhos em grupo entre diferentes campos científicos, interdisciplinaridade, recomendação convergente com os trabalhos dentro da Educação Matemática que possui uma relação estreita com outras áreas da ciência. Como destacado por Febvre:

Como dizia Febvre, com seu característico uso de imperativo: “Historiadores, sejam geógrafos. Sejam juristas, também, sociólogos e psicólogos”. (FEBVRE, p.32, 1953. APUD BURKE, p.12, 1990)

Mas, como produzir a história? Bloch sugere a busca por testemunhos voluntários (documentos diretos) e involuntários. Que, no nosso caso, podem ser atas, diários de classe, livros didáticos, enfim, documentos que por si só “falam”, mas que segundo o historiador francês, serão incapazes de colaborar na produção

histórica se o pesquisador não souber interrogá-los, não souber explorá-los na direção norteadora da pesquisa:

“Pois os textos ou documentos arqueológicos, mesmo os aparentemente mais claros e complacentes, não falam senão quando sabemos interrogá-los”. (BLOCH, p. 79, 2002)

Sobre os documentos diretos, ele ainda defende uma postura crítica e reflexiva do historiador, pois, segundo ele, nem sempre esses documentos diretos representam as intenções de um povo ou de uma determinada época. Podem apresentar interesses individuais, de grupos políticos, econômicos e outros. Ou até mesmo serem documentos fraudados. Por isso, sugere a busca de documentos indiretos, que são, segundo ele, documentos implícitos, que num sentido macro vem a ser o conhecimento histórico da época, em que a história proposta esteja inserida.

Para Marc Bloch a verdade absoluta não existe. Tudo deve ser indagado, questionado e contextualizado no tempo.

Em consonância com a proposta dos Annales, a respeito da produção histórica problematizadora, Valente destaca a resposta de Antoine Prost<sup>9</sup> de 1996, em que o historiador, no seu exercício, não pode diante de todos esses documentos, voluntários (livros) ou involuntários (momento histórico), partir dos fatos *a priori*. Destaca a importância de ter uma questão problematizadora, uma interrogação ou hipótese que precedem a pesquisa.

Antoine Prost responde que são as questões do historiador, suas hipóteses iniciais. Assim, não haverá fatos sem questões prévias para o seu estabelecimento. Em síntese, não existem fatos históricos sem questões postas pelo historiador. (VALENTE; p.31; 2007)

Nesse sentido, decidimos buscar construir a história de um importante conteúdo em Matemática no ensino secundário, a geometria analítica. Tal importância pode ser creditada entre outros fatores pela possibilidade de articulação entre álgebra, aritmética e geometria, bem como pela importância dada a ela nos cursos superiores, que se baseiam nas Ciências Exatas.

---

<sup>9</sup> Professor de história na França (1933), cuja obra destacada por Valente é: Doze lições sobre História de 1996.

No processo de organização do sistema educacional brasileiro, alguns acontecimentos foram relevantes entre as décadas de 1940 e 1970, e o presente trabalho partiu dessas hipóteses prévias: diante das mudanças da legislação educacional que transformações ocorreram no ensino de Geometria Analítica? Em que medida elas ocorreram? Como os autores de livros didáticos se apropriaram dessas alterações? A apropriação assumida é tomada como no sentido dado por Roger Chartier<sup>10</sup>, que destaca que diferentes pessoas, grupos ou sociedades utilizam uma ideia, lei ou ordem de maneiras distintas, se apropriando de variadas formas. Formas essas sustentadas pela base sócio-cultural à qual as pessoas, grupos ou sociedades estejam inseridos.

A apropriação tal como entendemos visa elaboração de uma história social dos usos e das interpretações, relacionados às suas determinações fundamentais e inscritos nas práticas específicas que os constroem. Prestar, assim, atenção às condições e aos processos que muito concretamente são portadores das operações de produção de sentido, significa reconhecer, em oposição à antiga história intelectual, que nem as ideias nem as interpretações são desencarnadas, e que, contrariamente ao que colocam os pensamentos universalizantes, as categorias dadas como invariantes, sejam elas fenomenológicas ou filosóficas, devem ser pensadas em função da descontinuidade das trajetórias históricas. (CHARTIER, 1995, p.185)

Essa noção de Chartier deriva de dois constructos teóricos, que não podem ser analisados separadamente: as noções de estratégias e táticas de Michel de Certeau<sup>11</sup> (1990<sup>12</sup>). De Certeau define dois tipos de “comportamentos”, o estratégico e o tático, como elementos que tendem ou pelos menos tentam equilibrar as “forças” entre aqueles que propõem estratégias (os dominante – as instituições) e aqueles que fazem uso delas lançando mão das táticas (os dominados, os submetidos a uma dada instituição de poder).

---

<sup>10</sup>É historiador francês vinculado à atual historiografia da Escola dos Annales. Que estuda a história dos livros, das edições e das práticas de leitura.

<sup>11</sup> (1925 - 1986) foi um historiador erudito francês que se dedicou aos estudos: psicanálise, filosofia, e ciências sociais. Intelectual jesuíta é autor de inúmeras obras fundamentais sobre a religião, a história e o misticismo dos séculos XVI e XVII.

<sup>12</sup> Ano da publicação do livro A invenção do cotidiano: artes de fazer na França.

A estratégia, segundo De Certeau, é uma medida “proposta” ou até mesmo, como na maioria das vezes, imposta por uma instituição ou um grupo que representa a autoridade ou os agentes detentores do poder. Tais estratégias são informadas mediante os meios de comunicação: fala (rádio, TV, Internet ...), escrita (jornais, leis, literatura, internet, entre outros), produtos ou em novas metodologias de informação. Sendo assim podemos entender que uma estratégia tem finalidade de produzir algo, explorar algo de modo que ela seja capaz de obter algum “ganho”, ou que otimize algum processo.

Chamo de estratégia o cálculo (ou a manipulação) das relações de forças que se torna possível a partir do momento em que um sujeito de querer e poder (uma empresa, um exército, uma cidade, uma instituição científica) pode ser isolado. A estratégia postula um lugar suscetível de ser circunscrito como algo próprio e ser a base de onde se podem gerir as relações com uma exterioridade de alvos e ameaças (os clientes ou os concorrentes, ou inimigos, o campo em torno da cidade, os objetivos e objetos da pesquisa etc.) (DE CERTEAU, p. 99, 1998)

Uma vez exposta uma estratégia, ela tem um objetivo, uma intenção ou uma meta. Sendo assim, as estratégias são apropriadas por aqueles subordinados a ela, ou por aqueles que irão executá-la. Em nossa pesquisa, o momento histórico, ou a legislação impõem essas estratégias, seja pelas necessidades sócio-culturais e econômicas, seja pelas mudanças educacionais consequentes.

Em nosso trabalho, olhamos para a apropriação dos autores de livros didáticos relativamente ao conteúdo de geometria analítica nos diferentes momentos históricos compreendidos no período de 1940 a 1970 e de que maneira os autores desses livros didáticos fizeram uso das estratégias e consolidaram suas táticas, de modo que as metas estabelecidas pelas entidades reguladoras fossem alcançadas. Dessa maneira, De Certeau define a tática como:

chamo de tática ação calculada que é determinada pela ausência de um próprio. Então nenhuma delimitação de fora lhe fornece a condição de autonomia. A tática não tem por lugar senão o do outro. E por isso deve jogar com o terreno que lhe é imposto tal como o organiza a lei de uma força estranha. Não tem meios de se manter em si mesma, à distância, numa posição recuada, de previsão e de convocação própria: a tática é movimento “dentro do campo de visão

do inimigo”, como dizia Von Bullow<sup>13</sup>, e no espaço por ele controlado. (DE CERTEAU, p100, 1998)

A tática, então, é como o líquido, que se adapta a um dado recipiente. Ela tem como finalidade se adaptar às exigências estabelecidas e, mediante a sua flexibilidade, desenvolver e desempenhar o papel que se espera dela, para que as estratégias tenham êxito. É importante ressaltar que o ser tático não implica na falta de poder, afinal o professor em sala de aula, ao fazer uso do livro constitui uma tática, pois se apropria de alguma forma da estratégia “imposta” pelo autor do livro didático ou pela legislação. E sua ação em sala de aula seria uma estratégia. Assim, a noção de estratégias e táticas de De Certeau é uma questão de ordem.

Segundo André Chervel<sup>14</sup>(1990), o estudo das disciplinas escolares é um campo extremamente fértil a ser desbravado e as pesquisas nesse sentido só começaram nos últimos anos, principalmente por grupos da história da educação. As pesquisas históricas sobre as disciplinas escolares vieram para preencher uma lacuna na historiografia francesa do ensino. No Brasil, essas pesquisas apresentam um quadro ainda mais recente. O GHEMAT, a partir de 2000, vem tentando preencher essa lacuna e, de alguma maneira, alavancou o início de pesquisas com esse enfoque, entre as quais podemos destacar: VALENTE (2006)<sup>15</sup>, MENESES (2007)<sup>16</sup>, OLIVEIRA (2009)<sup>17</sup> e LOPES (2012)<sup>18</sup>.

Sobre as pesquisas das disciplinas escolares, Chervel ainda destaca:

“E, para ir mais longe, a observação histórica permite resgatar as regras de funcionamento, ver um ou vários modelos disciplinares ideais, cujo conhecimento e exploração poderiam ser de alguma

---

<sup>13</sup> “A estratégia é uma ciência dos movimentos bélicos fora do campo de visão do inimigo: a tática dentro deste”.

<sup>14</sup> Pesquisador francês do Service D’histoire de l’éducation – Institut National de Recherche Pédagogique, Paris.

<sup>15</sup> Wagner Rodrigues Valente, Artigo publicado na revista: Educação em revista, Belo Horizonte-MG. A criação da disciplina escolar no Brasil e seu primeiro livro didático. 2006.

<sup>16</sup> Ricardo Soares Meneses, Dissertação de Mestrado em Educação Matemática da PUC-SP. *Uma História da Geometria Escolar no Brasil: de disciplina a conteúdo de ensino*. 2007.

<sup>17</sup> Alexandre de Souza Oliveira, Dissertação de Mestrado em Educação Matemática da UNIBAN-SP. A abordagem do conceito de Função em livros didáticos ginasiais: Uma análise em tempos modernos (décadas de 1960 e 1970). 2009.

<sup>18</sup> Marcelo dos Reis Lopes, Dissertação de Mestrado acadêmico do Programa de Pós Graduação em Ensino de Matemática da UFRJ. *Matrizes: História de conteúdo escolar*. 2012.

utilidade nos debates pedagógicos atuais ou do futuro?” (CHERVEL, p.177, 1990)

Um dos objetivos da nossa pesquisa é contribuir de alguma forma, como explícito acima por Chervel, para o entendimento, e o funcionamento da geometria analítica no ensino secundário, ou mesmo sua evolução no processo de disciplinarização no século passado.

Mas o que vem a ser uma disciplina escolar?

Segundo o pesquisador francês André Chervel, o conceito de disciplina sofreu algumas transformações ao longo do tempo, no que diz respeito ao significado. Até os primeiros decênios do século XX, os termos “disciplina” e “disciplina escolar” eram reconhecidos apenas como modo de disciplinar o espírito:

No seu uso escolar, o termo “disciplina” e a expressão “disciplina escolar” não designam, até fim do século XIX mais do que a vigilância dos estabelecimentos, a repressão das condutas prejudiciais à sua boa ordem e aquela parte da educação dos alunos que contribui para isso. No sentido que nos interessa aqui, de “conteúdos de ensino”, o termo está ausente de todos os dicionários do século XIX, e mesmo do Dictionnaire de l’Academie<sup>19</sup> de 1932. (CHERVEL, p. 178, 1990)

O presente trabalho tem justamente foco na pesquisa de um conteúdo escolar, conceito esse que demorou bastante a aparecer, pois as necessidades educacionais no período anterior às primeiras décadas do século XX eram outras. A ênfase era dada nas ciências clássicas em detrimento das científicas, que até certo período não eram nem reconhecidas como tal. Somente com as mudanças sociais ocorridas na transição dos séculos XIX e XX, que as necessidades educacionais foram se modificando.

A razão desse atraso é simples. Até 1880, mesmo até 1902, para a universidade não há senão um modo de formar os espíritos, não mais do que uma “disciplina”, no sentido forte do termo: humanidades clássicas. Uma educação que fosse fundamentalmente matemática ou científica não deveria ser, antes do começo do século XX, plenamente reconhecida como uma verdadeira formação do espírito. É somente quando a evolução da sociedade e dos espíritos permite contrapor a disciplina literária uma disciplina científica que se

---

<sup>19</sup> 8ª edição do dicionário oficial da língua francesa.

faz sentir a necessidade de um termo genérico.  
(CHERVEL, p. 182, 1990)

Já no século XX, após a 1ª guerra, ganha corpo o conceito de disciplina escolar no sentido de um conteúdo escolar propriamente dito. Nesse sentido, a disciplina escolar é desenvolvida em uma sequência organizada de modo a possibilitar o desenvolvimento dos espíritos de acordo com as necessidades sociais, econômicas e educacionais. Nessa visão, Chervel afirma:

Uma “disciplina” é igualmente, para nós, em qualquer campo que se a encontre, um modo de disciplinar o espírito, quer dizer de lhe dar os métodos e as regras para abordar os diferentes domínios do pensamento, do conhecimento e da arte. (CHERVEL, p. 182, 1990)

Nesse sentido o conteúdo ou disciplina escolar, organizado de forma sistemática, como salientado por Chervel para o cenário francês, pressupõe uma metodologia para construir uma ponte entre o aluno e o conhecimento, de modo que em contato com essas “regras” possa contribuir na evolução dos espíritos.

Ainda sobre a importância de uma disciplina escolar e do seu papel na estrutura da educação, é possível verificar, mediante os estudos históricos, que sua importância transcende os muros da sala de aula, refletindo diretamente na sociedade.

Desde que se compreenda em toda sua amplitude a noção de disciplina, desde que se reconheça que uma disciplina escolar comporta não somente as práticas docentes da aula, mas também as grandes finalidades que presidiram a sua constituição e o fenômeno de aculturação da massa que ela determina, então a história das disciplinas escolares pode desempenhar um papel importante não somente na história da educação mas na história cultural.  
(CHERVEL, p.187, 1990)

As disciplinas escolares ocupam um papel bastante relevante na formação e na consolidação da cultura da escolar, que é formada por múltiplos agentes. Dominique Julia<sup>20</sup> descreve assim a cultura escolar:

Cultura escolar como um conjunto de normas que definem conhecimentos a ensinar e condutas a inculcar, e um conjunto de práticas que permitem a transmissão desses conhecimentos e a incorporação desses comportamentos; normas e práticas coordenadas a finalidades que podem variar segundo as épocas. (JULIA, 2001, p.10-11)

Constituinte importante na compreensão das disciplinas escolares e, conseqüentemente, na compreensão da Educação, o livro didático exerce uma correspondência biunívoca com as disciplinas escolares, na medida em que ele tem grande poder de penetração nas escolas, constituindo assim num agente capaz de consolidar uma disciplina escolar ou mesmo um conteúdo. E como toda correspondência biunívoca admite inversa, as disciplinas escolares, leis, filosofia ou doutrinas exercem grande influência sobre os livros, de modo que “atendam” a essas instâncias superiores.

Nesse sentido, de modo a compreender um conteúdo de uma disciplina escolar, as pesquisas que colocam os livros didáticos como objetos históricos vêm ganhando destaque, principalmente pelos trabalhos de Alain Choppin<sup>21</sup>.

Segundo Choppin, na obra “História dos livros e das edições didáticas: sobre o estado da arte”, o livro didático desempenha quatro funções quando observados pelo espectro histórico.

É de se destacar ainda que os livros escolares assumem, conjuntamente ou não, múltiplas funções: o estudo histórico mostra que os livros didáticos exercem quatro funções essenciais, que podem variar consideravelmente segundo o ambiente sociocultural, a época, as disciplinas, os níveis de ensino, os métodos e as formas de utilização. (CHOPPIN, p.552, 2004)

---

<sup>20</sup>Historiador francês que concentra suas pesquisas principalmente em períodos do Antigo Regime, Revolução Francesa, e história da religião e história da educação.

<sup>21</sup>Um dos grandes pesquisadores de livro didático no mundo é professor do Institut National de Recherche Pédagogique (INRP), na França. Ele criou o banco de dados Emmanuelle, que mantém amplo acervo de material didático publicado na França desde 1789.

Essas funções são: referencial, instrumental, ideológica/cultural e documental. A primeira também chamada de curricular, programática está relacionada com os programas, legislação, portarias de ensino vigente, na qual o livro didático atua, na maioria das vezes, como um tradutor desses programas. A segunda diz respeito à metodologia, onde o livro didático desempenha a função de promover ou facilitar a aprendizagem. A terceira, segundo Choppin, é a função mais antiga, pois desde os tempos mais antigos os livros didáticos tendem a manipular, domesticar e doutrinar os jovens espíritos. A última função, documental, a qual lançaremos mão, permite mediante ao olhar crítico dos livros didáticos, seja por alunos, seja por docentes, compreender as transformações, alterações de uma dada disciplina ou mesmo de um conteúdo num dado período histórico.

## **CAPÍTULO II**

### **A Geometria Analítica na legislação educacional brasileira**

O presente capítulo tem como objetivo apresentar um percurso histórico dos diferentes momentos vividos pela educação brasileira, sobretudo com foco na matemática escolar, e mais especificamente no conteúdo de geometria analítica do ensino secundário.

#### **2.1 A reforma Gustavo Capanema e as propostas para o ensino de geometria analítica na década de 1940**

No final do ano de 1937, o então presidente Getúlio Dorneles Vargas<sup>22</sup> instituiu o “Estado Novo”, um regime político com filosofias nacionalistas, autoritaristas, cujo poder era totalmente centralizado e fechado, ou seja, um regime ditatorial. Esse modelo de governo durou até 1945. A queda do “Estado Novo” se deu no mesmo período da nefasta segunda grande guerra mundial, no qual os conflitos se iniciaram em 1939.

Com o final dos embates e do regime idealizado por Vargas, algumas heranças deixadas por esses dois movimentos, mundial e nacional, respectivamente, puderam ser notadas na década de 1940.

Entre eles podemos destacar:

- Crescente avanço industrial do Brasil, sobretudo na região Sudeste, frente à demanda agrícola, embora a agricultura ainda abrigasse maior parte dos trabalhadores brasileiros;
- Vertiginoso avanço tecnológico;

---

<sup>22</sup> (1882 – 1954) Gaúcho de São Borja, RS. Décimo quarto presidente da república, e que governou o país por quase duas décadas no período de 1930 a 1954.

- Êxodo rural, do campo para as cidades, principalmente para São Paulo e Rio de Janeiro. Destacando aqui o êxodo do Nordeste do país, efeito esse causado pela crescente industrialização.

Nessa década, a maioria da população brasileira era predominantemente rural. Segundo o IBGE<sup>23</sup>, no início da década de 1940, a população nacional era de cerca de 41,2 milhões de habitantes, sendo quase 70% oriundos das regiões rurais do país.

Para que se possa compreender as reformas educacionais das décadas 1940 até 1970, se faz necessário um breve resumo da organização educacional brasileira anterior a esse período, sobretudo a partir do início da década de 1930.

Após a primeira grande guerra mundial<sup>24</sup>, os cenários econômico, político e geográfico mundiais sofreram grandes transformações. Nesse sentido a educação, começa a sofrer pressão da sociedade para que fosse capaz de atender as novas necessidades de mão-de-obra, sobretudo pelo crescimento industrial que até aquela época no Brasil era apenas eminente.

A partir do final da década de 1920 e início da década de 1930, começaram no Brasil, a ocorrer algumas tentativas de democratizar a educação, haja vista que a educação no país, desde a chegada dos nossos colonizadores portugueses até aquele momento atendia uma minoria de “privilegiados” que, na maioria das vezes, eram representantes da elite. Nessa perspectiva inicia-se, ainda que timidamente, nas décadas de 1930 e 1940, uma ampliação dos estudantes do nível secundário. Esses “avanços” só foram possíveis, em grande medida, pela movimentação dos educadores e pelas primeiras iniciativas governamentais.

Sendo assim, o então ministro dos Negócios da Educação e da Saúde Pública do governo getulista Francisco Luís da Silva Campos<sup>25</sup>, através da Lei Orgânica<sup>26</sup> n° 19890/31 de 18 de abril de 1931, reestrutura o ensino secundário brasileiro.

---

<sup>23</sup> Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística.

<sup>24</sup> Ocorrida de 1914 a 1918.

<sup>25</sup> (1891 – 1968). Mineiro de Dolores do Indaiá a 222Km da capital Belo Horizonte.

<sup>26</sup> Leis no formato das atuais medidas.

A reforma estruturou o ensino secundário, comercial e superior no Brasil. Estabelecendo definitivamente o currículo seriado, a frequência obrigatória e um ensino em dois ciclos básicos: um fundamental, com duração de cinco anos, e outro complementar, com dois anos, visando à preparação para o ingresso no curso superior. A reforma estabeleceu ainda exigência de habilitação nesses cursos Complementares para o ingresso no nível superior. Tudo então passava a ser inspecionado pelo governo federal. O segundo ciclo funcionava em anexos às faculdades de Medicina, Direito e Engenharia sendo então os Cursos Complementares considerados como Pré-Médico, Pré-Jurídico e Pré-Politécnico, respectivamente (PAVANELLO, 1989).

Essa Lei Orgânica, sobretudo relativamente à matemática, foi sustentada pelo Colégio Pedro II<sup>27</sup>, até então referência de ensino. As propostas para o ensino de matemática já haviam sido implantadas pela influência do professor e diretor do colégio, Euclides de Medeiros Guimarães Roxo<sup>28</sup>, então assessor do ministro Francisco Campos. Roxo propunha uma mudança estrutural, tanto no conteúdo quanto nos métodos, baseadas nas discussões advindas do primeiro movimento internacional de modernização do ensino de Matemática sistematizado pela IMUK/CIEM (Comissão Internacional de Instrução Matemática), sob a presidência do matemático alemão Felix Klein, no início do século XX.

Tal proposta visava acabar com a matemática ensinada em partes como: álgebra, geometria, aritmética, trigonometria e geometria analítica. Baseando nas ideias de Klein, Roxo defendia o ensino de matemática, o que até então não ocorria, na qual uma das principais ferramentas para essa unificação no 1º movimento modernizador seria o ensino, ainda no ginásio, das funções por meio geométrico. Em 1927, Roxo expõe essas ideias, que são aprovadas no Colégio Pedro II e que posteriormente foram acatadas em toda federação.

Por atender as especificidades dos cursos de Medicina, Direito e Engenharia e apoiada nas teorias de Chervel, Otone e Silva (2006) afirma em suas

---

<sup>27</sup> É uma tradicional instituição de ensino público federal, localizada no estado do Rio de Janeiro. É o segundo mais antigo dentre os colégios em atividade no país, fundado em 02/12/1837, na época do período regencial brasileiro. Tinha como um de seus objetivos no período imperial, formar as lideranças condutoras. E nesse sentido influenciava as demais instituições educacionais funcionando como se fosse um ministério da educação.

<sup>28</sup> (1890 – 1950) Sergipano de Aracaju e professor de Matemática e um dos líderes do Colégio Pedro II na década de 1920.

considerações finais que, o ensino de matemática ministrado nos cursos complementares não se constituiu uma disciplina escolar de matemática por não apresentar uma padronização. A Reforma Francisco Campos foi a primeira movimentação coordenada visando organizar o sistema educacional brasileiro. (ARANHA, 1989, p.246).

Foi com essa nomenclatura e estrutura que o Ensino Secundário brasileiro rompeu a década de 1940, como um curso Pré-Superior de dois anos denominados Cursos Complementares.

Havia uma clara necessidade de mudança no paradigma educacional. A industrialização, o desenvolvimento tecnológico, exigia uma força de trabalho específica que fosse capaz de suprir as novas necessidades. De modo atender ao ideário da era Vargas com seu “Estado Novo”, o então ministro da Educação e Saúde, Gustavo Capanema Filho<sup>29</sup>, instaura várias Leis Orgânicas de reestruturação do Ensino Secundário no país. O sistema proposto pelo ministro Capanema correspondia à divisão econômica – social do trabalho.

A lei em seu artigo 1º especifica que as finalidades do Ensino Secundário são:

- Formar a personalidade integral dos adolescentes;
- Acentuar e elevar a consciência patriótica e a consciência humanística;
- Dar preparação intelectual geral que possa servir de base a estudos mais elevados de formação especial.

E ainda no artigo 25:

- Formar as individualidades condutoras.

A esse respeito diz Otaíza Romanelli:

“Em síntese a julgar pelo texto da lei, o ensino secundário deveria:

- a) Proporcionar a cultura geral e humanística;
- b) Alimentar a ideologia política definidas em termos de patriotismo e nacionalismo de caráter fascista;
- c) Proporcionar condições para o ingresso no curso superior;

---

<sup>29</sup> Advogado e político mineiro. Ministro que mais tempo ocupou uma cadeira ministerial (1900 – 1985).

d) Possibilitar a formação de lideranças.

Na verdade com exceção do item b, constituído de um objetivo novo e bem característico do momento histórico em que vivíamos, a lei nada mais fazia do que acentuar a velha tradição do ensino secundário acadêmico, propedêutico e aristocrático”.(ARANHA; 1989; p.247)

Dessa forma o Curso Secundário ficou da seguinte maneira segundo a Lei Orgânica do Ensino Secundário nº 4244/42 promulgada em 9 de abril de 1942:

- 1º ciclo que era de cinco anos na reforma Francisco Campos passa a ter um período de quatro anos e denominação de ginásio;
- 2º ciclo que era de dois anos e denominado cursos complementares na reforma Francisco Campos passa para um período de três anos e denominação de colegial (clássico ou científico). Sendo os mesmos executados em instituições específicas e não mais em anexos às Universidades.

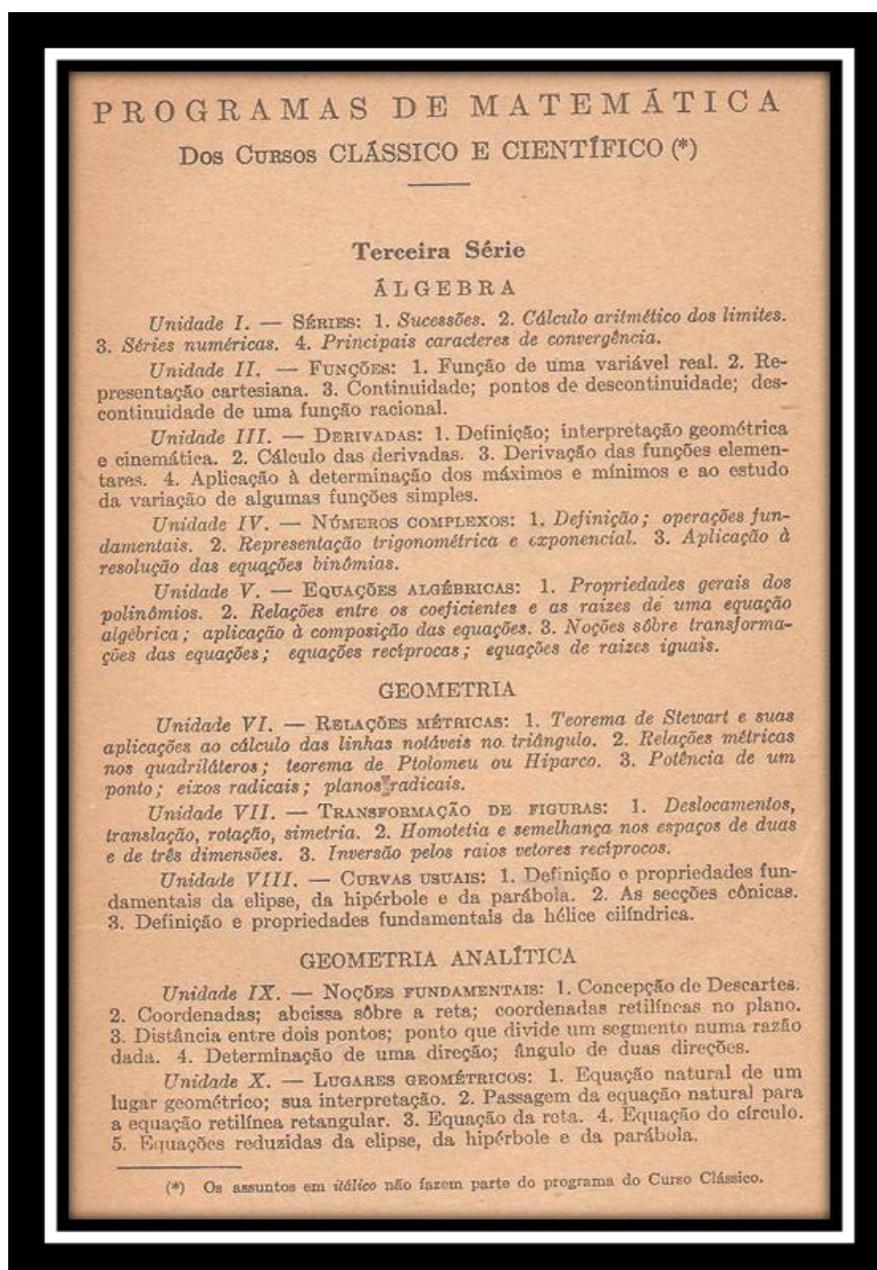
Anteriormente a essa lei, surgiram outras, como a lei nº 4073/42, que instituía o Ensino Industrial e a lei nº 4048/42, que cria o Serviço Nacional de Aprendizagem Industrial (SENAI). Essas iniciativas demonstram em certa medida a preocupação de Vargas em “manter um equilíbrio social”. Elites que governariam, fariam o ensino secundário tradicional e acessariam as universidades e as classes menos favorecidas ocupariam as cadeiras dos cursos técnicos e formaria a crescente classe operária brasileira. Nesse sentido, o “equilíbrio” citado acima estaria preservado, bem como a ditadura de Vargas.

Posteriormente à lei nº4244/42, novas leis foram surgindo como a lei nº6141/43, que instituía o ensino comercial; e após a queda de Vargas em 1945 o ministro Capanema promulgou a lei orgânica do ensino primário sob nº 8529/46; lei nº8530/46, que instituía o ensino normal; 8621 e 8622/46 que criam o Serviço Nacional de Aprendizagem Comercial (SENAC) e por fim a lei orgânica do ensino agrícola sob nº9613/46.

A figura abaixo representa o programa do 3º ano do colégio expedido pela Portaria Ministerial nº 177, em 16 de março de 1943, extraído do livro do 3º ano de Thales Mello Carvalho, publicado em 1946. Nela podemos observar a fragmentação

dos grandes grupos que constituíam a Matemática da Reforma Francisco Campos, como álgebra, geometria e a geometria analítica, que permanece na década de 1940. Nesse sentido, a Geometria analítica era determinada pelo Programa como último grande grupo e subdividida em dois subgrupos: Noções fundamentais e lugares Geométricos

**Figura A: Programa de matemática para 3ª série dos cursos clássico e científico expedido em 1943**



Fonte: CARVALHO, T. M, 1946, p. 5

## **2.2 A Portaria Ministerial de 1951 e as propostas para o ensino de geometria analítica na década de 1950**

Na década de 1950, o Brasil vivia um novo e efervescente cenário político com um vertiginoso crescimento populacional e industrial iniciado na década de 1930. A população urbana se aproximava pela primeira vez à população rural. Isso, em certa medida, potencializou o processo de massificação do número de estudantes em nível secundário, o que, conseqüentemente, gerou um aumento do número de unidades de ensino em todo território nacional. (ROMANELLI, 1999)

Nessa década vivemos sob a liderança de cinco presidentes, destacando aqui os governos de Getúlio Vargas e de Juscelino Kubitschek, os quais, em grande medida, catalisaram o processo de industrialização nacional; investimento em infraestrutura como rodovias, hidroelétricas, aeroportos; promoção da indústria de base e de produção de bens de capitais, fundamentais para produção nacional. A materialização desse processo de expansão, que representou um marco desse processo, foi a construção de Brasília, nova capital do país inaugurada no início dos anos 60.

Sob o governo Vargas, agora eleito pelo voto popular, publicou-se a Portaria Ministerial nº 966 de 02 de outubro de 1951, que instituiu, por intermédio do então Ministro da Educação e Saúde, Simões Filho<sup>30</sup> uma revisão dos currículos e das orientações das disciplinas do ensino secundário tanto ao nível do ginásio, quanto do colégio. A referida portaria tinha como um de seus objetivos suprir a escassez ou ausência de considerações curriculares e metodológicas dos programas anteriores, instaurando em toda federação, progressivamente a partir de 1952, um programa denominado Programas Mínimos, elaborado pelos membros do Colégio Pedro II, que acenavam com os conteúdos básicos, ou mínimos que todas as instituições deveriam ministrar. (MARQUES, 2005)

A figura a seguir representa um recorte desse programa expedido em 1952, referente ao terceiro ano do colégio contido no livro de Euclides Roxo e outros, publicado em 1956. Nesse programa é possível observar o desaparecimento dos grandes grupos que constituíam a Matemática, numa perspectiva ainda

---

<sup>30</sup> (1886 - 1957) foi um político, jornalista e empresário brasileiro, ex-Ministro da Educação no país e fundador do jornal A Tarde.

fragmentada, presente nas décadas anteriores. A legislação parece então assumir de forma mais explícita a proposta de fusão do início do século XX.

Assim, observa-se uma mudança significativa na abordagem dada a Geometria Analítica na legislação: seja na localização, passando do final da obra do 3º ano na década de 1940 para o início da obra e entre o estudo de limite e derivadas nas obras do 3º ano na década de 1950, seja na sua finalidade pedagógica, como abordaremos no capítulo III.

Da Reforma Gustavo Capanema de 1942 para Portaria Ministerial de 1951, as principais alterações observadas nos programas de Geometria Analítica, conforme as figuras A e B das páginas 29 e 32, foram:

- i) Mudança de lugar, do final da obra do 3º ano para o início da obra entre o estudo de limites e derivadas, respectivamente;
- ii) Desaparecimento das obras do 3º ano do estudo das secções cônicas na década de 1950. O conteúdo, com isso, ficou restrito no estudo da reta e da circunferência nas obras do 3º ano.

Figura B: Programa de matemática para 3ª série dos cursos clássico e científico expedido em 1951

<b>PROGRAMA</b>	
I	<p><i>Conceito de função; representação cartesiana; reta e círculo; noção intuitiva de limite e de continuidade.</i></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Conceito elementar de variável e de função. Variável progressiva e variável contínua; intervalos. Noção intuitiva de limite de uma sucessão; exemplos clássicos elementares; convergência.</li> <li>2. Funções elementares; classificação. Representação cartesiana de uma função e equação de uma curva. Curvas geométricas e curvas empíricas; noção intuitiva de continuidade. Representação gráfica de funções usuais; função exponencial, função logarítmica e funções trigonométricas diretas. Acréscimo de uma função num ponto; funções crescentes e funções decrescentes. Tangente; inclinação da tangente.</li> <li>3. Limite de variáveis e de funções; limites infinitos. Propriedades fundamentais. Exemplos elementares de descontinuidade de uma função em um ponto. Descontinuidade das funções racionais fracionárias.</li> <li>4. A função linear e a linha reta em coordenadas cartesianas. Parâmetro angular e parâmetro linear. Formas diversas da equação da linha reta. Representação paramétrica; área de um triângulo em função das coordenadas dos vértices. Os problemas clássicos de inclinação, interseção, passagem e distâncias, relativos a linha reta.</li> <li>5. A equação geral do 2.º grau com duas variáveis e a circunferência de círculo em coordenadas cartesianas. Formas diversas da equação da circunferência de círculo. Interseção de retas e circunferências.</li> </ol>
II	<p><i>Noções sobre derivadas e primitivas; interpretações; aplicações.</i></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Definição da derivada em um ponto; notações; derivada infinita. Interpretação geométrica e cinemática da derivada. Diferença e diferencial; interpretação-geométrica. Funções derivadas. Derivação sucessiva.</li> <li>2. Regras de derivação; derivada de uma constante; de uma função de função; de funções inversas; da soma, do produto e do quociente de funções. Aplicação à derivação de funções elementares.</li> <li>3. Aplicação da teoria das derivadas ao estudo da variação de uma função. Funções crescentes e funções decrescentes; máximos e mínimos relativos; interpretação geométrica.</li> <li>4. Funções primitivas; integral definida; constante de integração. Primitivas imediatas; regras simples de integração.</li> <li>5. Integral definida. Aplicação ao cálculo de áreas e de volumes; exemplos elementares.</li> </ol>
III	<p><i>Introdução à teoria das equações; polinômios; propriedades; divisibilidade por <math>x \pm a</math>; problemas de composição, transformação e pesquisa de raízes; equações de tipos especiais.</i></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Polinômios de uma variável; identidade. Aplicação ao método dos coeficientes a determinar. Divisibilidade de um polinômio inteiro em <math>x</math> por <math>x \pm a</math>; regra e dispositivo prático de Ruffini. Fórmula de Taylor para os polinômios; algoritmo de Ruffini-Horner.</li> <li>2. Polinômios e equações algébricas em geral; raízes ou zeros. Conceito elementar de número complexo; forma binomial; complexos conjugados; módulo; representação geométrica. Operações racionais. Decomposição de um polinômio em fatores binômios; número de raízes de uma equação; raízes múltiplas e raízes nulas. Raízes complexas conjugadas. Indicação sobre o número de raízes reais contidas em um dado intervalo; teorema de Bolzano; conseqüências.</li> <li>3. Relações entre os coeficientes e as raízes de uma equação; aplicação à composição das equações. Propriedades das raízes racionais inteiras e fracionárias.</li> <li>4. Transformação das equações; transformações de primeira ordem aditivas, multiplicativas e recíprocas.</li> <li>5. Equações recíprocas; classificação; forma normal; abaixamento do grau.</li> <li>6. Cálculo das raízes inteiras. Determinação das cotas pelo método de Laguerre-Thibault. Regras de exclusão de Newton. Algoritmo de Peletarius.</li> </ol>

Fonte: ROXO, E. e Outros, 1956, p. 5

## 2.3 O Movimento da Matemática Moderna e as propostas para o ensino de geometria analítica nas décadas de 1960 e 1970

A partir da década de 1930, a educação apresentava um quadro crítico quanto ao seu papel social, acesso e da permanência das crianças e jovens na escola. Se considerarmos que no final do século XIX, os países industrializados tinham alcançado a universalização da educação, ou seja, tinham vencido a barreira do analfabetismo, enquanto que no nosso país a taxa de analfabetismo para indivíduos com idade igual ou superior a 15 anos beirava a barreira de 56,5%, segundo censo de 1940.

Da segunda metade da década de 1940 em diante, se intensificaram as discussões a respeito da educação e sobre o papel do Estado na sua condução, discussões essas que se iniciaram no Brasil, na década de 1920 com os escolanovistas (Escola Nova<sup>31</sup>). Nesse sentido, de modo a atender a essa necessidade, a 5ª Constituição brasileira, promulgada em 18 de setembro de 1946, acenava com a necessidade da elaboração de uma Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional, e por isso, em 1948, o então ministro da Educação, Clemente Mariani, apresentou um projeto de lei ao Congresso. A lei original propunha algumas alterações estabelecidas por Gustavo Capanema que, após uma longa gestão no Ministério da Educação, de 1934 a 1945, fora eleito deputado federal, dando início ao que seria uma longa carreira parlamentar. A presença do deputado no Congresso impediu, por razões políticas, a consolidação dos parâmetros da educação brasileira, sendo uma das razões pela qual mantiveram o projeto “abandonado” por mais de uma década até sua apresentação e aprovação, embora tenha sido um período marcado por diversas discussões.

No final da década de 1950, o debate se reacendeu, estando polarizado entre duas linhas: de um lado os educadores comprometidos com os ideais da Escola Nova, fortalecidos pela presença ativa de Darci Ribeiro, e de outro, os defensores

---

<sup>31</sup> A Escola Nova foi um movimento de renovação do ensino que foi especialmente forte na Europa, na América e no Brasil, na primeira metade do século XX. O escolanovismo desenvolveu-se no Brasil sob importantes impactos de transformações econômicas, políticas e sociais. O rápido processo de urbanização e a ampliação da cultura cafeeira trouxeram o progresso industrial e econômico para o país, porém, com eles surgiram graves desordens nos aspectos políticos e sociais, ocasionando uma mudança significativa no ponto de vista intelectual brasileiro. De modo a corrigir essas desordens, os escolanovistas propunham que: as pessoas deveriam ser aperfeiçoadas para que se afirme o prosseguimento social, assim sendo, possam dar prosseguimento às suas idéias e conhecimentos.

da rede privada de ensino, que achavam que as famílias deveriam ser livres para escolher o tipo de ensino de seus filhos, e que contavam com o apoio do deputado Carlos Lacerda .

Com isso em 20, de dezembro de 1961, através da lei nº4024/61 a União apresenta a versão final da 1ª Lei de Diretrizes e Bases da Educação brasileira (LDB). A lei contemplou o ideário apoiado por Lacerda em detrimento das ideias escolanivistas. A LDB apresentada em 1961 em linha gerais apresentam as seguintes características:

- Regulamenta a existência dos Conselhos Estaduais de Educação e do Conselho Federal de Educação (art. 8 e 9);
- Mais autonomia aos órgãos estaduais, diminuindo a centralização do poder no MEC (art. 10);
- Institui a obrigatoriedade de matrícula nos quatro anos do ensino primário (art. 30);
- Formação do professor para o ensino médio nos cursos de nível superior (art. 59);
- Institui o ano letivo de 180 dias (art. 72).

Por essa descentralização e liberdade, os estados, municípios e escolas “ficaram livres” para se adequarem às necessidades e especificidades de cada localidade.

Com respeito ao ensino de matemática, ocorriam, sobretudo a partir da década de 1950, discussões mundiais, principalmente na Europa e nos Estados Unidos, sobre a necessidade de uma nova estrutura curricular e metodológica para o ensino dessa disciplina.

Uma das principais propostas era que o currículo contemplasse os avanços da ciência Matemática, principalmente concernentes à inclusão no ensino secundário do estudo: das estruturas algébricas, da teoria dos conjuntos, da geometria vetorial e por transformações, entre outros, de modo a aproximar a matemática desenvolvida nos cursos superiores da ensinada no ensino secundário.

Tal proposta baseou-se nas concepções Bourbakistas<sup>32</sup> de Matemática e ficou conhecida como Matemática Moderna (MM).

As novas propostas para o ensino de Matemática apresentam um programa influenciado por idéias estruturalistas dominantes na época, que com relação aos conteúdos matemáticos revelam a influência da concepção bourbakista e quanto aos métodos, os estudos de Jean Piaget.

Quanto aos métodos, as orientações se aproximam do processo de ensino e de aprendizagem, do papel do professor e do aluno. Entre as recomendações estão a valorização:

- i) da compreensão em detrimento à mecanização;
- ii) da aprendizagem por descoberta;
- iii) da intuição como algo que deve preceder o ensino dedutivo;
- iv) importância dada ao trabalho experimental como uma etapa anterior à abstração.

O seminário de Royaumont que se realizou no final de 1959, na França, e reuniu em torno de 50 representantes de 18 países é considerado um marco para o Movimento da Matemática Moderna (MMM). Deste seminário e do encontro de Dubrovnik, realizado em 1960, emergiram orientações sobre o ensino de Matemática tanto com relação aos conteúdos matemáticos como aos métodos de ensino de tais conteúdos. (GUIMARÃES, 2007)

Tais orientações foram sistematizadas no livro *Un programme moderne de mathématiques pour l'enseignement secondaires*, publicado pela OECE<sup>33</sup>, em 1961, traduzido para o português pelo professor Jacy Monteiro (diretor de publicações do GEEM<sup>34</sup>) e editado pelo GEEM, em 1965.

No Brasil, o professor Osvaldo Sangiorgi foi um dos principais defensores e divulgadores do MMM. Ele atuou como professor nos diferentes níveis de ensino e

---

<sup>32</sup> (1934) Bourbaki era pseudônimo de um grupo de matemáticos franceses em sua maioria. Jean Dieudonné foi um dos integrantes do grupo que participou ativamente das discussões sobre a renovação do ensino da Matemática, que ficou conhecida como Movimento da Matemática Moderna.

<sup>33</sup> Organização Europeia de Cooperação Econômica.

<sup>34</sup> Grupo de Estudos do Ensino de Matemática, criado em 31 de outubro de 1960, criado pelo professor Osvaldo Sangiorgi. Esse grupo foi um dos principais difusores das ideias do MMM no Brasil.

foi um dos principais autores de livros didáticos das décadas de 1950 a 1970 do século passado. Sangiorgi esteve na Universidade de Kansas onde frequentou o curso de verão de 1960. Teve aulas com o professor George Springer que, posteriormente, esteve no Brasil ministrando cursos no GEEM.

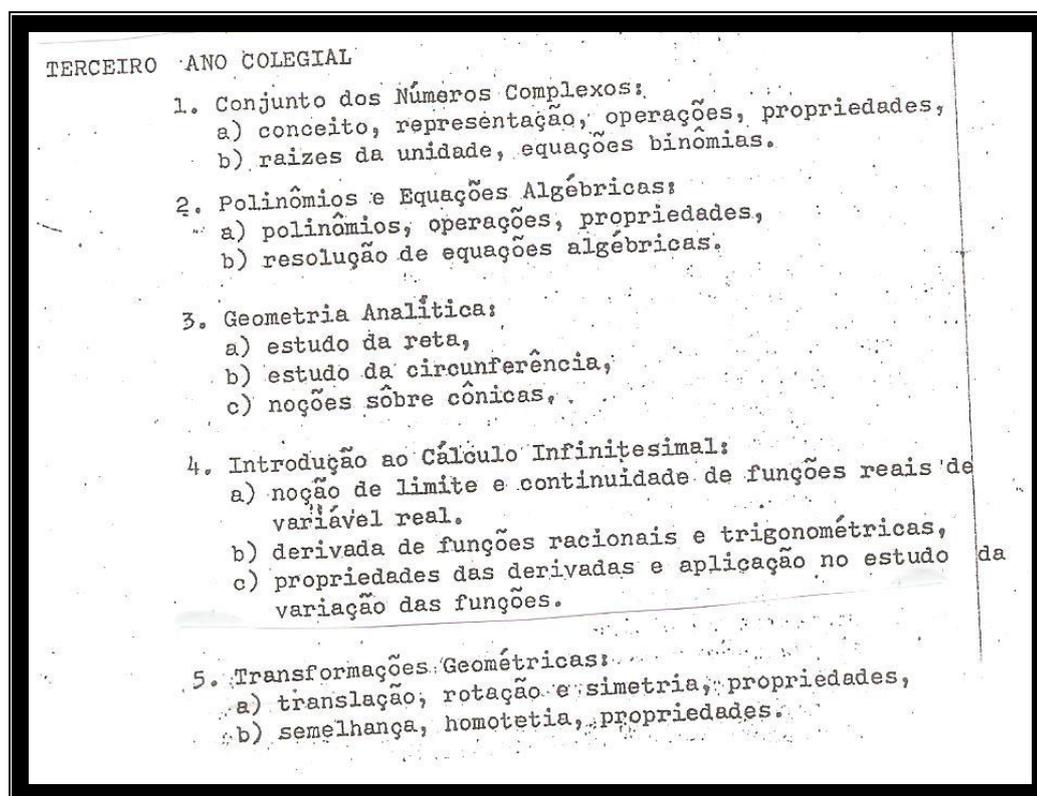
A Matemática Moderna foi discutida por educadores brasileiros a partir do III Congresso Brasileiro do Ensino de Matemática, realizado no Rio de Janeiro, em 1959. Embora tenha surgido uma primeira argumentação brasileira em favor dessa nova concepção, já no II Congresso Brasileiro de Ensino de Matemática realizado no Rio Grande do Sul. (LEME DA SILVA, 2006).

Em 1962, no IV Congresso, realizado no Pará, tal movimento foi o tema central das discussões a respeito da reestruturação curricular para o ensino da Matemática, sobretudo por influência do GEEM, liderado por Osvaldo Sangiorgi. Nesse evento, o grupo propôs uma lista de assuntos mínimos para um programa moderno de Matemática em todos os níveis do ensino secundário. Essa lista ficou conhecida como “Assuntos Mínimos”.

Nesse programa havia ainda algumas sugestões sobre o que deveria ser explorado. E no programa de geometria analítica conforme a figura C abaixo, as sugestões eram:

Recordar, sistematizando, os elementos de geometria analítica já introduzidos. Exame das equações como definindo sub-conjuntos de pontos do plano. Poder-se-ia iniciar, inclusive, um tratamento de geometria analítica com álgebra vetorial. (GEEM, 1965, p.99)

**Figura C: Sugestão de programa para o ensino de matemática para 3ª série do colégio expedido pelo GEEM 1962**



Fonte: GEEM, 1965, p. 5.

Embora os Assuntos Mínimos não fossem oficializados, o programa vigorou em grande medida pela força dos seus difusores no Brasil e pela “abertura” que a LDB/1961 concedia aos estados e municípios. A busca pela padronização e organização continuou na 2ª LDB, publicada em 11 de agosto de 1971, que remodelou o ensino primário e secundário, dando origem ao ensino de 1º e 2º graus. As principais características da 2ª lei de diretrizes da educação brasileira foram:

- Prevê um núcleo comum para o currículo de 1º e 2º graus e uma parte diversificada em função das peculiaridades locais (art. 4);
- Inclui a educação moral e cívica, a educação física, a educação artística e os programas de saúde como matérias obrigatórias do currículo, além do ensino religioso facultativo (art. 7);
- Institui o ano letivo de 200 dias (art. 24);
- Ensino de 1º grau obrigatório dos 7 aos 14 anos (art. 20).

## CAPÍTULO III

### **A Geometria Analítica nos livros didáticos**

O livro didático tem um papel importante para compreensão da História da Educação e conseqüentemente para a História da educação matemática. Embora Choppin destaque não ser o livro didático o único instrumento para a Educação.

O livro didático não é, no entanto, o único instrumento que faz parte da educação da juventude: a coexistência (e utilização efetiva) no interior do universo escolar de instrumentos de ensino-aprendizagem que estabelecem com o livro relações de concorrência ou de complementaridade influi necessariamente em suas funções e usos. Estes outros materiais didáticos podem fazer parte do universo dos textos impressos (quadros ou mapas de parede mapas mundi, diários de férias, coleções de imagens, “livros de prêmio” — livros presenteados em cerimônias de final de ano aos alunos exemplares — enciclopédias escolares...) ou são produzidos em outros suportes (audiovisuais, softwares didáticos, CD-Rom, internet, etc.). Eles podem, até mesmo, ser funcionalmente indissociáveis, assim como as fitas cassete e os vídeos, nos métodos de aprendizagem de línguas. O livro didático, em tais situações, não tem mais existência independente, mas torna-se um elemento constitutivo de um conjunto multimídia. (CHOPPIN, p.553, 2004)

Nossa pesquisa enfoca as transformações de um conteúdo da disciplina de matemática: a geometria analítica, a partir dos livros didáticos. Com a seriação dos livros, que coincide com a adoção do termo disciplina de matemática compreendendo os ramos: aritmética, geometria e álgebra, esse conteúdo passa a ser tratado nos livros do último ano do ensino secundário.

Sendo assim, usamos os conceitos de Bloch sobre a história contextualizada, o tempo histórico e outros como destacamos no primeiro capítulo. Acrescentamos ainda as contribuições de Alain Choppin (2004), no sentido de considerar que os livros didáticos não são apenas instrumentos pedagógicos, são também produtos de grupos sociais que procuram, por intermédio deles, perpetuar suas identidades, seus valores, suas tradições, enfim, sua cultura.

No capítulo II, descrevemos de forma breve o caminho percorrido pela Educação no nosso país, destacando os acontecimentos pontuais que interferiram

de alguma maneira na disciplina de matemática e em específico na geometria analítica do ensino secundário no período de 1940 a 1970.

Nesse sentido, em grande medida, o livro didático surge com objetivo de buscar padrões, condicionando formas e linguagens que na maioria das vezes preservem essas identidades, valores, tradições, definindo uma cultura.

Para as análises dos livros didáticos de matemática para o colégio, trabalhamos com obras adquiridas de alguns sebos pela internet e no endereço eletrônico do GHEMAT.

Organizamos as análises em duas frentes: por década e por autores, conforme os quadros 1 e 2 a seguir.

Na análise por décadas procurou-se identificar a apropriação dos autores dos livros, a partir da legislação ou dos paradigmas vigentes, para o ensino de matemática no colégio. Vale ressaltar que, a divisão por décadas se deve ao fato dos acontecimentos relevantes, conforme destacado no capítulo anterior, terem ocorridos em intervalos decenais como: Reforma Capanema de 1942, a Portaria Ministerial de 1951 e a difusão do MMM, no Brasil, no início da década de 1960. (VIDE o quadro 1)

Já na análise por autores procurou-se identificar as mudanças ocorridas nos livros didáticos autor em diferentes épocas, sob diferentes determinações legais ou sob novos paradigmas. (VIDE o quadro 2)

Os critérios utilizados para analisar as obras foram: i) relevância do autor; ii) enquadramento da obra; iii) proposta da obra no prefácio; iv) abordagem e o lugar da geometria analítica no livro; v) exposição do conteúdo; vi) tipos de exercícios; vii) tratamento gráfico.

### Análise por décadas (Legislação)

Nº	Legislação vigente	Autor	Ano	ITEM	Pag.
1	Gustavo Capanema	Euclides Roxo	1946	3.5	59
2	Gustavo Capanema	Júlio César de Mello e Souza	1943	3.2	46
3	Gustavo Capanema	Roberto Peixoto	1941	3.1	39
4	Gustavo Capanema	Thales Melo Carvalho	1950	3.3	50
5	Portaria Ministerial	Algacyr Munhoz Maeder	1959	3.10	78
6	Portaria Ministerial	Ary Quintella	1958	3.7	69
7	Portaria Ministerial	Euclides Roxo	1956	3.6	64
8	Portaria Ministerial	Manoel Jairo Bezerra	1960	3.11	84
9	Portaria Ministerial	Thales Melo Carvalho	1956	3.4	55
10	MMM	Ary Quintella	1965	3.8	76
11	MMM	Ary Quintella	1968	3.9	77
12	MMM	Gelson Iezzi e outros	1974	3.15	97
13	MMM	Luiz Mauro Rocha e Ruy Madsen	1970	3.13	88
14	MMM	Manoel Jairo Bezerra	1976	3.12	87
15	MMM	Scipione Di Pierro Netto e Célia Contin Góes	1972	3.14	92

Quadro - 1

## Análise por autores

Nº	Legislação vigente	Autor	Ano	ITEM	Pag.
1	Portaria Ministerial	Algacyr Munhoz Maeder	1959	3.10	78
2	Portaria Ministerial	Ary Quintella	1958	3.7	69
3	MMM	Ary Quintella	1965	3.8	77
4	MMM	Ary Quintella	1968	3.9	78
5	Gustavo Capanema	Euclides Roxo	1946	3.5	59
6	Portaria Ministerial	Euclides Roxo	1956	3.6	64
7	MMM	Gelson Iezzi e outros	1974	3.15	97
8	Gustavo Capanema	Júlio César de Mello e Souza	1943	3.2	46
9	MMM	Luiz Mauro Rocha e Ruy Madsen	1970	3.13	88
10	Portaria Ministerial	Manoel Jairo Bezerra	1960	3.11	84
11	MMM	Manoel Jairo Bezerra	1976	3.12	87
12	Gustavo Capanema	Roberto Peixoto	1941	3.1	39
13	MMM	Scipione Di Pierro Netto e Célia Contin Góes	1972	3.14	92
14	Gustavo Capanema	Thales Melo Carvalho	1950	3.3	50
15	Portaria Ministerial	Thales Melo Carvalho	1956	3.4	55

Quadro - 2

### **3.1 - Elementos de Geometria Analítica**

**Autor: Roberto Peixoto**

**Publicação de 1941, 2ª Edição**

**Editora Minerva – Rio de Janeiro**

Importante professor do Instituto de Educação do Rio de Janeiro e influente autor de livros didáticos para os cursos complementares, Roberto Peixoto, constituiu-se num dos mais valiosos autores de livros didáticos voltados para o ensino de matemática entre as décadas de 1930 a 1950.

A obra aqui analisada, cuja 1ª edição é de 1938, segue um padrão estabelecido na década anterior, ou seja, 1930, onde os livros didáticos de matemática para os cursos complementares, correspondente aos Cursos clássico e científico das décadas de 1940 e 1950 e ao ensino médio de hoje, consistiam em obras fragmentadas de conteúdos específicos, voltadas para os exames que possibilitavam o acesso aos cursos superiores: geometria, geometria analítica, álgebra, cálculo vetorial entre outros, são algumas das denominações dos livros didáticos deste período.

O formato dos livros didáticos desse período pode ser concebido como uma herança dos pontos, que eram tópicos específicos que seriam “tomados” dos alunos de modo a obter promoções, para o ingresso no curso superior.

Consta na contra capa que a obra estava de acordo com os programas do exame vestibular da Escola Politécnica e dos cursos complementares (fig.1). A 2ª edição do livro de 1941, apresenta no prefácio, o mesmo da 1ª edição, a informação que não traz nada de novo diante dos demais tratados sobre o mesmo assunto (fig.2).

ROBERTO PEIXOTO  
PROF. DO INSTITUTO DE EDUCAÇÃO

ELEMENTOS DE

# Geometria Analítica

*de acordo com os programas do exame vestibular  
da Escola Politécnica e dos cursos complementares.*



2.<sup>a</sup> Edição

1941  
EDITORA MINERVA, LTDA.  
RIO DE JANEIRO

Fig.1

## Prefácio da 1.<sup>a</sup> edição

*Este modesto trabalho contém a parte dos programas do exame vestibular da Escola Politécnica e dos cursos complementares relativa às “Noções de Geometria Analítica”. Duas vezes apresentado mimeografado, surge agora em nova feição, completamente refundido e com maior número de aplicações numéricas.*

*Nada de novo se encontra nele. Qualquer tratado que cuide do mesmo assunto dá o que aqui se vê. Limitamos a reunir a matéria que os alunos menos experientes e sem maiores pretensões talvez tivessem dificuldade em selecionar dentro das exigências dos programas oficiais. Si, por vezes, deixamos também estabelecido o nosso ponto de vista, nem por isso fugimos de apresentar o que outros pensam e exigem. No decorrer da matéria citamos alguns autores cuja orientação preferimos por julgar mais simples e melhor desenvolvida. No fim apresentamos uma lista das obras que consultamos e que servirão aos que mais aprofundadamente quizerem estudar o assunto.*

*Destinado este livro a alunos, procuramos ser claros sem, entretanto, descer a grandes detalhes. Ao professor que o adotar fácil será, em aula, desenvolver este ou aquele capítulo de acordo com a reação intelectual da classe.*

*Rio de Janeiro, Janeiro de 1938.*

ROBERTO PEIXOTO

Fig.2

No segundo parágrafo do prefácio (fig.2) fica clara a preocupação do autor com os alunos menos experientes e sem grandes pretensões, explorando em sua obra os conteúdos que esses alunos tivessem mais dificuldade.

Na introdução do capítulo I, o autor expõe algumas diretrizes concernentes à geometria analítica (fig.3 e fig.4) que representam a forma como a vê. A obra é

dividida em dois livros: Geometria Analítica em duas dimensões (1941), a qual nos coube a analisar, e a Geometria Analítica de três dimensões (1942).

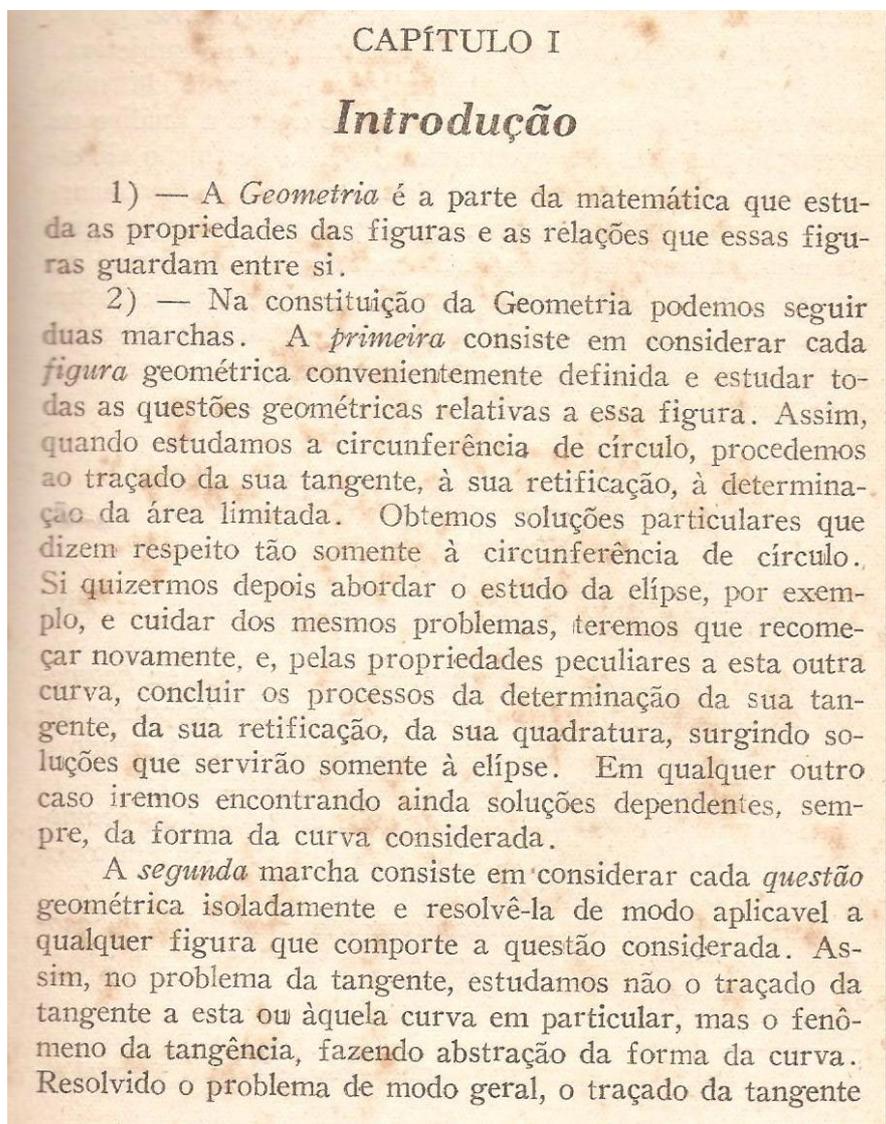


Fig.3

a uma curva qualquer nada mais é do que um caso particular do caso geral.

Na primeira marcha os métodos diferem com os objetos, enquanto na segunda somente com os assuntos. Aquela constitue a *geometria elementar, preliminar, antiga, grega ou euclideana*, puramente objetiva; esta é a *geometria geral, moderna, analítica ou cartesiana*, essencialmente subjetiva.

3) — A geometria analítica é comumente definida como a parte da matemática na qual se aplica a análise na resolução das questões geométricas. É a definição clássica da maioria dos tratados. Alguns professores se insurgem, porem, contra esta afirmação, preferindo o modo por que apresentamos a verdadeira concepção cartesiana, no sentido dela realizar a transformação das questões de forma da geometria euclideana em questões de grandeza, restringindo a dependência entre a forma e a extensão à relatividade da posição de pontos.

#### DIVISÃO DO ESTUDO DA GEOMETRIA ANALÍTICA.

4) — O estudo da Geometria Analítica pode ser feito em tres partes:

a) — *geometria analítica de uma dimensão, ou geometria da reta ou geometria do eixo*, que estuda os pontos localizados sobre uma reta orientada (eixo). Seu estudo é feito, geralmente, nos cursos de trigonometria (\*);

b) — *geometria analítica de duas dimensões ou geometria analítica do plano*, que estuda as figuras que têm todos os pontos no mesmo plano;

c) — *geometria analítica com três dimensões ou geometria analítica do espaço*, que estuda as figuras no espaço de três dimensões.

(\*) ROBERTO PEIXOTO — *Elementos de Cálculo Vetorial* — 2.<sup>a</sup> edição, pg. 87.

Fig.4

A introdução (fig. 3 e fig.4) representa o 1º capítulo do livro, os demais capítulos são respectivamente: sistemas de coordenadas; determinação de uma direção; distância entre dois pontos dos quais se conhecem as coordenadas; ângulo de duas direções; correlação entre lugar geométrico e uma equação; lugares geométricos — exemplos da representação de linhas por meio de equações; transformação de coordenadas; linha reta — diferentes formas da equação da linha

reta; problemas sobre a linha reta; equações de graus superiores que representam a linha reta – sistemas e feixes de retas; curvas do 2º grau; pontos particulares das curvas planas; tangentes às curvas;

Uma característica do livro, é que foram numeradas 180 propriedades entre teoremas e definições, característica essa, que nos remete aos pontos que eram tomados nos exames dos períodos anteriores, oriundos do século XIX no Brasil. A primeira dessas 180 propriedades, no primeiro capítulo: “A geometria é a parte da matemática que estuda as propriedades das figuras e as relações que essas figuras guardam entre si” (fig.3) sendo a última, 180ª, no último capítulo: tangente a uma circunferência de círculo paralela a uma direção dada (fig.5).

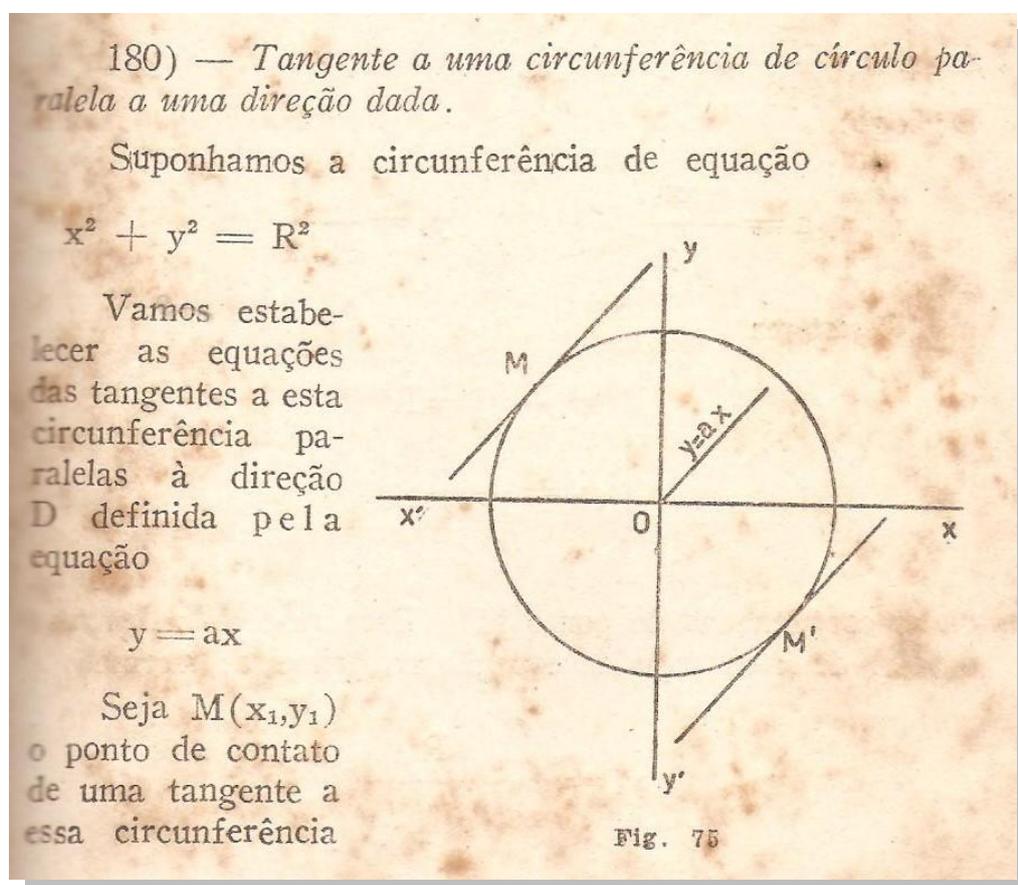


Fig.5

As poucas ilustrações gráficas eram produzidas artesanalmente, régua, compasso, foto e colagem. A obra de Roberto Peixoto possui alguns exercícios resolvidos, entre uma propriedade e outra e uma série de exercícios propostos no final de cada capítulo todos com respostas, exceto os de demonstrações; totalizando

178 exercícios propostos. Os exemplos resolvidos servem como modelo dos exercícios propostos.

Conforme informado pelo autor no prefácio, a obra analisada apresenta referências bibliográficas, e não há um número significativo de livros brasileiros. O autor então, apoiou-se também em autores estrangeiros, principalmente franceses, conforme podemos observar na figura 6.

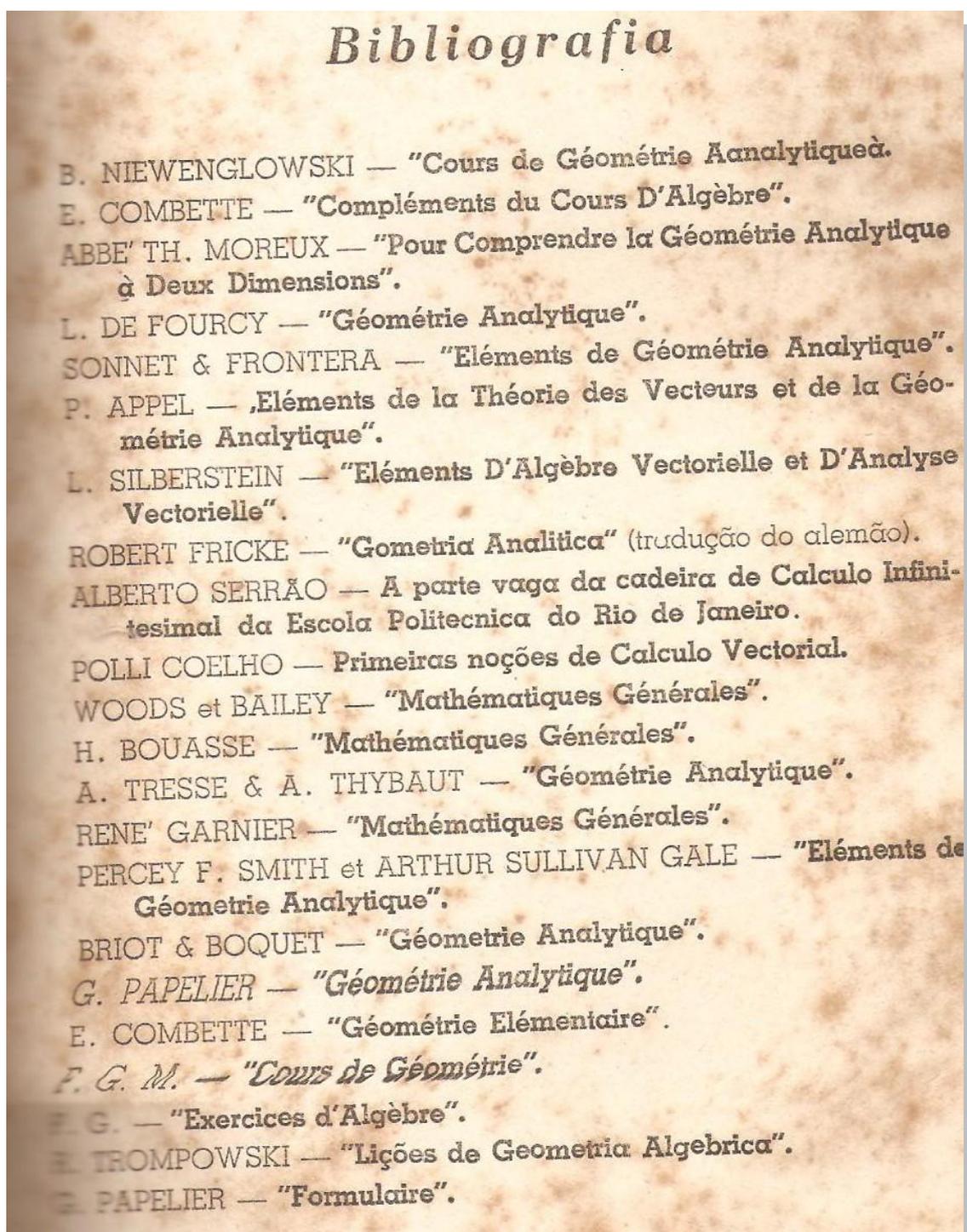


Fig.6

## 3.2 - Geometria Analítica: primeira parte - Geometria Analítica no espaço de duas dimensões

**Autor: Julio Cesar de Mello e Souza**

**Publicação de 1943, 5ª Edição**

**Editora Getúlio Costa – Rio de Janeiro**

Júlio César de Mello e Souza importante professor da Escola Nacional de Belas Artes, foi catedrático do Colégio Pedro II e autor de livros didáticos de matemática (fig.7), nas décadas de 1930 e 1940, também autor de diversas fábulas, contos e romances que exploravam de forma lúdica conhecimentos matemáticos. Como autor de fábulas, contos e romances assinava sob o pseudônimo de Malba Tahan.

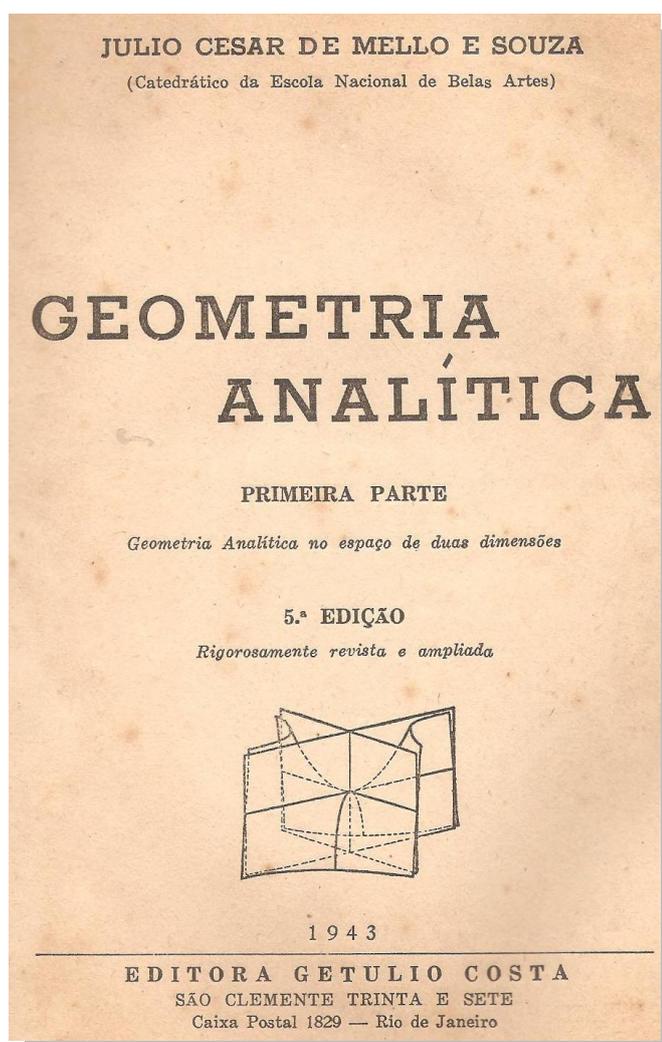


Fig.7

O livro sem prefácio de geometria analítica de Mello e Souza segue essa tendência comentada na obra anterior de Roberto Peixoto. A primeira parte aborda a geometria analítica de duas dimensões. A obra não faz referência a nenhuma legislação vigente, nem Francisco Campos (1931), tão pouco Gustavo Capanema (1942). A segunda parte da obra trata a geometria analítica em três dimensões, conteúdo este que o presente trabalho não pretende investigar por se tratar de um conteúdo exclusivo dos cursos superiores.

Embora as obras do autor publicadas pela Livraria Francisco Alves na década de 1930 fossem voltadas para os cursos superiores, decidimos por analisar essa obra que não traz nenhuma referência sobre o público que a mesma seja destinada. Além disso, com a tentativa de padronização do ensino secundário a partir de 1942, e em especial o ensino do colégio, alguns tópicos do livro de Mello e Souza aparecem nas obras voltadas para os cursos clássico e científico e outros provavelmente ficaram somente nos cursos superiores.

Em uma abordagem densa, aqui no sentido de explorar extensivamente o conteúdo, apresentando todas as propriedades sem lançar mão das figuras, expõe logo na primeira página o que vem a ser a geometria analítica (fig.8).

## CAPÍTULO I

# NOÇÕES PRELIMINARES — COORDE- NADAS

### 1 — Noções preliminares.

A Geometria Analítica é a parte da Matemática que tem por objeto a aplicação da análise algébrica ao estudo das propriedades das figuras geométricas (linhas e superfícies).

A Geometria Analítica — escreve A. Cuvilier — inventada por Descartes (1637), realiza a síntese da Geometria e da Álgebra, permitindo traduzir na linguagem do número as grandezas contínuas do espaço.

Podemos dividir o estudo da ciência que vamos abordar em duas partes: a Geometria Analítica do plano — quando só consideramos figuras (linhas) planas; e a Geometria Analítica do espaço — quando estendemos o nosso estudo às figuras geométricas (linhas e superfícies) no espaço de três dimensões.

Iniciaremos o presente curso pela parte relativa à Geometria Analítica do plano. Mais tarde trataremos desenvolvendo da Geometria Analítica do espaço de três dimensões.

Alguns autores denominam “Geometria analítica de uma dimensão”, ou “Geometria analítica do eixo”, ou ainda “Geometria analítica unidimensional”, à parte da Geometria analítica que estuda as propriedades dos conjuntos de pontos considerados sobre um eixo.

O estudo da Geometria Analítica, no espaço de três dimensões, vai constituir o II volume desta obra.

Fig.8

O autor explora a geometria analítica de forma a relacioná-la com outros conteúdos como representação gráfica das funções. A sequência percorrida no livro de Mello e Souza é a seguinte: noções preliminares – coordenadas; representação gráfica das funções; representação paramétrica; sistema polar de coordenadas; curva - definição – generalidades sobre as curvas; transformação de coordenadas; a linha reta; problemas sobre a reta; o círculo; a elipse, a hipérbole; parábola; generalidades sobre as cônicas – equação do 2º grau com duas variáveis; lugar geométrico; curvas algébricas e transcendentais – funções moduladas; outros sistemas de coordenadas; distância entre dois pontos em eixos oblíquos; área de um triângulo; equações paramétricas da reta.

Não há exercícios resolvidos, no final de cada capítulo consta uma série de exercícios, todos com respostas no final da obra, totalizando 263, explora a aplicação das propriedades e fórmulas.

### **3.3 - Matemática para os cursos: Clássico e Científico**

**Autor: Thales Mello Carvalho**

**Publicação de 1950, 3ª Edição**

**Companhia Editora Nacional – São Paulo**

Thales Mello Carvalho, conforme destacado na capa de seu livro (fig.9), era professor catedrático do Instituto de Educação e livre docente de Matemática Financeira da Faculdade Nacional de Ciências Econômicas.

A obra de Carvalho não traz prefácio nas páginas iniciais, mas sim, uma mensagem de um influente matemático italiano: Francesco Severi sobre o papel do professor:

Ao professor compete fazer do livro um organismo plástico e vivo; a ele compete escolher o que se pode fazer e o que se pode deixar, o que se pode antepor ou pospor segundo as condições peculiares dos alunos. O que importa muito mais é a aptidão para pensar do que o acúmulo de conhecimentos específicos que haja conseguido faze-los aprender. (SEVERI apud CARVALHO, p.6, 1950)

Na obra: Matemática para os cursos Clássico e Científico publicada em 1950, de forma idêntica às obras publicadas em 1944 e 1948, 1ª e 2ª edições, respectivamente, o autor apresenta a geometria analítica como último conteúdo do livro do 3ºano para os Cursos Clássico e Científico, subdivida em: Noções Fundamentais (Capítulo IX) e Lugares Geométricos (Capítulo X). (fig.9).

PROGRAMAS DE MATEMÁTICA  
Dos Cursos Clássico e Científico (\*)

Terceira Série

ÁLGEBRA

Unidade I. — SÉRIES: 1. Sucessões. 2. Cálculo aritmético dos limites. 3. Séries numéricas. 4. Principais caracteres de convergência.

Unidade II. — FUNÇÕES: 1. Função de uma variável real. 2. Representação cartesiana. 3. Continuidade; pontos de descontinuidade; descontinuidade de uma função racional.

Unidade III. — DERIVADAS: 1. Definição; interpretação geométrica e cinemática. 2. Cálculo das derivadas. 3. Derivação das funções elementares. 4. Aplicação à determinação dos máximos e mínimos e ao estudo da variação de algumas funções simples.

Unidade IV. — NÚMEROS COMPLEXOS: 1. Definição; operações fundamentais. 2. Representação trigonométrica e exponencial. 3. Aplicação à resolução das equações binômias.

Unidade V. — EQUAÇÕES ALGÉBRICAS: 1. Propriedades gerais dos polinômios. 2. Relações entre os coeficientes e as raízes de uma equação algébrica; aplicação à composição das equações. 3. Noções sobre transformações das equações; equações recíprocas; equações de raízes iguais.

GEOMETRIA

Unidade VI. — RELAÇÕES MÉTRICAS: 1. Teorema de Stewart e suas aplicações ao cálculo das linhas notáveis no triângulo. 2. Relações métricas nos quadriláteros; teorema de Ptolomeu ou Hiparco. 3. Potência de um ponto; eixos radicais; planos radicais.

Unidade VII. — TRANSFORMAÇÃO DE FIGURAS: 1. Deslocamentos, translação, rotação, simetria. 2. Homotetia e semelhança nos espaços de duas e de três dimensões. 3. Inversão pelos raios vetores recíprocos.

Unidade VIII. — CURVAS USUAIS: 1. Definição e propriedades fundamentais da elipse, da hipérbole e da parábola. 2. As seções cônicas. 3. Definição e propriedades fundamentais da hélice cilíndrica.

GEOMETRIA ANALÍTICA

Unidade IX. — NOÇÕES FUNDAMENTAIS: 1. Conceção de Descartes. 2. Coordenadas; abscissa sobre a reta; coordenadas retilíneas no plano. 3. Distância entre dois pontos; ponto que divide um segmento numa razão dada. 4. Determinação de uma direção; ângulo de duas direções.

Unidade X. — LUGARES GEOMÉTRICOS: 1. Equação natural de um lugar geométrico; sua interpretação. 2. Passagem da equação natural para a equação retilínea retangular. 3. Equação da reta. 4. Equação do círculo. 5. Equações reduzidas da elipse, da hipérbole e da parábola.

(\*) Os assuntos em *itálico* não fazem parte do programa do Curso Clássico.

THALES MELLO CARVALHO

Catedrático de Metodologia do Cálculo do Instituto de Educação. Livre Docente de Matemática Financeira da Faculdade Nacional de Ciências Econômicas. Professor de Matemática Geral e Financeira do Curso de Aperfeiçoamento da Caixa Econômica do Rio de Janeiro e do Curso de Extensão do Instituto de Resseguros do Brasil.

MATEMÁTICA

TERCEIRA SÉRIE

De acôdo com os programas  
dos Cursos

CLÁSSICO E CIENTÍFICO

+

3.<sup>a</sup> EDIÇÃO

Livro de uso autorizado pelo Ministério  
da Educação e Saúde. Registro n.º 562.

COMPANHIA EDITORA NACIONAL  
SÃO PAULO

Fig.9

É a partir da metade da década de 1940 que começaram a surgir os livros de matemática, uma para cada uma das três séries do colégio, acompanhando a orientação da Reforma Gustavo Capanema de 1942.

O autor indica, apenas no pé da página do sumário (fig.9), que os assuntos em *itálico* não faziam parte do programa dos cursos clássicos, somente do científico. Os conteúdos que não faziam parte dos cursos clássicos eram: números complexos, equações algébricas, relações métricas e transformações de figuras.

A partir da Reforma Gustavo Capanema os cursos clássico e científico não eram mais dois caminhos distintos como ocorrera após a Reforma Francisco Campos, na qual os cursos complementares atendiam as especificidades dos cursos de medicina, direito e engenharia. A diferença entre os cursos clássicos e científicos

se resumiria em que o primeiro seria marcado por uma forte ênfase ao estudo das letras antigas enquanto que no segundo, a ênfase seria dada às ciências exatas e biológicas. (RIBEIRO, 2006, p.38).

Ainda sobre essa distinção entre os cursos científicos e clássicos documentada pelo livro didático analisado, podemos destacar a posição do próprio ministro Gustavo Capanema.

Não são cursos especializados, cada qual com uma finalidade adequada a determinado setor de estudos superiores. (EXPOSIÇÃO DE MOTIVOS, 1942 Apud RIBEIRO, 2006, p.38)

Logo na introdução do capítulo IX, o autor expõe qual é o objetivo do estudo em Geometria Analítica:

Este estudo constitui o objetivo da Geometria Analítica, que, reduzindo os conceitos de posição e forma aos conceitos de número e de relação entre números, trata algebricamente as questões geométricas. (CARVALHO, 1950, p.314)

Inicialmente o livro explora o conteúdo usando a ideia de Descartes de associar par ordenado a um ponto do plano. Trabalhando com planos retangulares e oblíquos. Definindo esses planos, expõem algumas de suas propriedades, com algumas ilustrações, com ênfase na distância entre dois pontos do plano e na divisão de um segmento por uma razão dada ou na divisão de um segmento em partes iguais, destacando o ponto médio.

O autor introduz no final da primeira parte, uma breve ideia vetorial, com a determinação de uma direção e do ângulo entre duas direções. Sendo essa parte vetorial essencialmente teórica, sem nenhum exemplo, exercício resolvido ou proposto.

De posse dessa conceituação o autor propõe alguns exercícios, todos com as respectivas respostas. Tais exercícios são explorados no sentido de verificar o entendimento posicional dos pontos nos sistemas de localização anteriormente definidos. Esses exercícios exploram bastante a ideia de simetria, conteúdo abordado na obra no capítulo VII, capítulo esse destinado somente aos cursos científicos, bem como as propriedades e fórmulas. Conforme as figuras a seguir, podemos observar que alguns exercícios exigiam também alguns conceitos

trigonométricos.

Lista de exercícios das páginas 322 (fig. 10) e 323 (fig. 11) abaixo:

## 12. Exercícios para resolver.

1. Num sistema de eixos retangulares os vértices de um triângulo são os pontos  $A(5, 3)$ ,  $B(0, 6)$  e  $C(-1, 2)$ . Determinar as coordenadas dos vértices do triângulo simétrico dêste em relação ao eixo das abcissas  
*Resp.:  $A'(5, -3)$ ,  $B'(0, -6)$  e  $C'(-1, -2)$*
2. Num sistema de eixos retangulares, os vértices de um triângulo são os pontos  $A(0, 3)$ ,  $B(2, 3)$  e  $C(4, 6)$ . Determinar as coordenadas dos vértices do triângulo simétrico dêste em relação à primeira bissetriz.  
*Resp.:  $A'(3, 0)$ ,  $B'(3, 2)$  e  $C'(6, 4)$*
3. Determinar as coordenadas dos pontos  $A'$  e  $A''$ , simétricos do ponto  $A(2, 2)$  respectivamente em relação aos eixos das abcissas e das ordenadas, considerando-se um sistema de eixos oblíquos, cujo ângulo dos eixos é  $60^\circ$ .  
*Resp.:  $A'(4, -2)$  e  $A''(-2, 4)$*
4. Determinar as distâncias  $d$  e  $d'$  do ponto  $A$  do problema anterior respectivamente aos eixos das abcissas e das ordenadas.  
*Resp.:  $d = d' = \sqrt{3}$*

Fig. 10

5. Num sistema de eixos oblíquos cujo ângulo dos eixos é  $60^\circ$ , são dados os dois vértices  $A(0, 2)$  e  $B(0, -2)$  de um triângulo equilátero  $ABC$ . Determinar as coordenadas do terceiro vértice.  
*Resp.:  $C(4, -2)$*
6. Num sistema de eixos oblíquos, cujo ângulo dos eixos é  $60^\circ$ , os vértices de um triângulo são os pontos  $A(2, -2)$ ,  $B(2, 2)$  e  $C(0, 3)$ . Determinar as coordenadas polares destes pontos, tomando-se para polo a origem e para eixo polar o eixo dos  $x$ .  
*Resp.:  $A(-60^\circ, 2)$ ,  $B(30^\circ, 2\sqrt{3})$  e  $C(60^\circ, 3)$*
7. Num sistema de eixos oblíquos, cujo ângulo é  $\theta = 60^\circ$ , os pontos  $A(-2, -2)$  e  $B(-2, 4)$  são vértices de um triângulo equilátero  $ABC$ . Sabendo-se que a abcissa de  $C$  é positiva, pede-se determinar as coordenadas polares dêste ponto, supondo-se que o polo coincide com a origem e o eixo polar com o eixo das abcissas.  
*Resp.:  $A(210^\circ, \sqrt{3})$ ,  $B(90^\circ, 2\sqrt{3})$  e  $C(-30^\circ, 2\sqrt{3})$*

Fig. 11

No capítulo X, é introduzida a geometria analítica escolar mais próxima da maneira como desenvolvemos hoje no colégio, com o estudo da reta, círculo, elipse, hipérbole e parábola todos esses conceitos intitulados geometria analítica: lugares geométricos.

Os conteúdos são expostos sem qualquer exercício proposto ou resolvido. Somente no fim do último item, parábola, que são oferecidos uma série de exercícios (21), todos com as respectivas respostas, onde era explorada a aplicação das propriedades.

### 3.4 - Matemática para os cursos: Clássico e Científico

**Autor: Thales Mello Carvalho**

**Publicação de 1956, 6ª Edição**

**Companhia Editora Nacional – São Paulo**

Nessa publicação o autor informa aos leitores que a obra atende à lei orgânica n° 966 de 2 de outubro de 1951 (fig.12). A geometria analítica não aparece de forma explícita como aparecia nas obras publicadas pelo autor na década de 1940, nem aparece no final do 3º volume como acontecia anteriormente (fig.13).

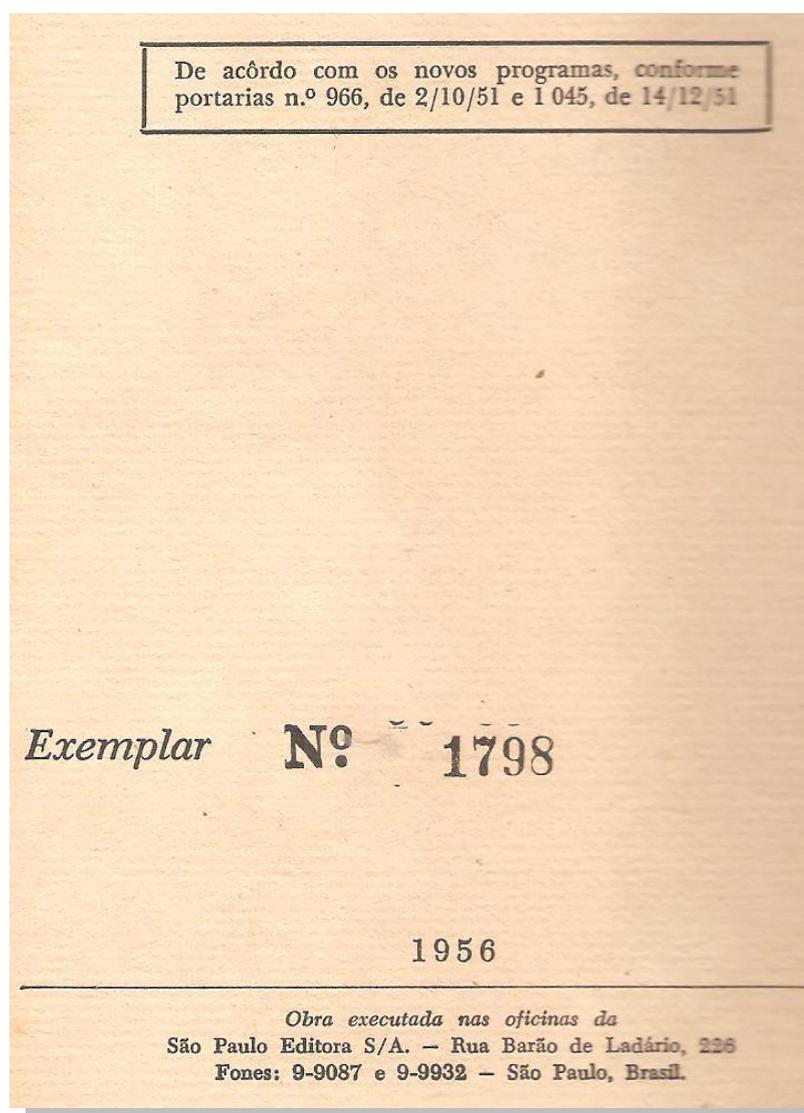


Fig. 12

# ÍNDICE

	<i>Pág.</i>
Capítulo I: Noções sobre conjuntos e sucessões.....	9
Capítulo II: Funções reais de uma variável real.....	31
Capítulo III: Limites e continuidade.....	43
Capítulo IV: Estudo analítico da linha reta.....	71
Capítulo V: Estudo analítico da circunferência.....	103
Capítulo VI: Teoria elementar das derivadas.....	123
Capítulo VII: Máximos e mínimos.....	157
Capítulo VIII: Estudo da variação de uma função.....	169
Capítulo IX: Funções primitivas.....	179
Capítulo X: Integrais definidas.....	195
Capítulo XI: Números complexos.....	209
Capítulo XII: Polinômios com uma variável.....	229
Capítulo XIII: Equações algébricas.....	253
Capítulo XIV: Transformações das equações.....	269
Capítulo XV: Equações recíprocas.....	279
Capítulo XVI: Cálculo das raízes inteiras.....	287

NOTA: Os Capítulos VII, VIII, X, XIV, XV e XVI fazem parte apenas do programa do Curso Científico. Os demais são comuns nos Cursos Clássico e Científico.

Fig. 13

Na nota da ilustração acima, ainda fica clara a distinção entre os cursos clássico e científico, pois dos dezesseis capítulos contidos na obra somente dez eram comuns aos dois Cursos. Novamente a geometria analítica integra a parte comum aos dois cursos. A subdivisão entre os grandes grupos: álgebra, geometria e geometria analítica de outrora não fazia mais parte da formatação da obra de 1956, diferentemente do que como aconteceu na obra analisada anteriormente (fig.9), onde os capítulos pertenciam aos grandes grupos, álgebra, geometria e geometria analítica.

Na figura 13 ainda podemos observar que a geometria analítica aparece entre o estudo de limite e o estudo das derivadas, nos capítulos IV e V: estudo analítico da linha reta e estudo analítico da circunferência. Nesse sentido, parece ser

abordada na obra mais como um pré-requisito para o estudo e entendimento das derivadas, do que como um estudo do conteúdo propriamente dito, haja vista que a geometria analítica nem é citada.

Antes de entrar especificamente no estudo da reta, o autor explora a distância entre dois pontos, a divisão de um segmento por uma razão dada, a determinação de um ponto médio de um segmento de reta e finaliza, essa parte inicial, com 3 exercícios resolvidos que exploram as propriedades.

O autor propõe um estudo teórico elaborado sobre a reta, com todas as suas particularidades como: equação cartesiana da linha reta; equações paramétricas da reta; equação segmentária da reta; equação normal da reta, ângulo de duas retas; paralelismo e perpendicularismo; reta definida por um ponto e uma direção; reta definida por dois pontos; condição de alinhamento de três pontos; intersecção de duas retas; distância de um ponto a uma reta; bissetriz de duas retas e por fim a área do triângulo conhecendo seus vértices no plano.

A exposição desses conceitos ocorre de maneira formal, definição e teoremas, com alguns exemplos, e alguns exercícios resolvidos entre uma propriedade e outra. No fim do estudo das retas propõe uma série de 38 exercícios, todos com respostas, que lançam mão das propriedades e fórmulas.

Assim como o Estudo Analítico da Linha Reta, o autor aborda o Estudo Analítico da Circunferência lançando mão da mesma metodologia e formatação usadas no conteúdo anterior. Expõe a circunferência com suas diversas propriedades e particularidades como: equação cartesiana da circunferência; equação geral do 2º grau e a circunferência; circunferência definida por três pontos; intersecção de uma reta e uma circunferência; tangentes à circunferência tiradas de um ponto exterior; tangentes à circunferência num de seus pontos; tangentes à circunferência paralelas a uma direção; intersecção de duas circunferências.

Igualmente ao estudo da reta, o texto assim como as demais obras analisadas até aqui, não apresenta a ilustração de muitas propriedades, o que acarreta um uso excessivo de linguagem teórica, de maneira a garantir as propriedades e a compreensão.

Fazendo uma comparação com as obras do mesmo autor nas décadas de

1940 e 1950 ficam bastante destacadas algumas alterações como:

- O desaparecimento da subdivisão da Matemática em Álgebra; Geometria; Geometria Analítica e Aritmética nas obras da década de 1950. Nesse sentido, a Geometria Analítica passa a não mais aparecer de forma explícita como ocorria, anteriormente, nos livros do mesmo autor na década de 1940.
- Conforme a mudança de localização na obra de 1956, a Geometria Analítica parece ser abordada como um pré-requisito ao estudo das Derivadas. Também não aparecem mais os conceitos de Parábola, Hipérbole e Elipse, ou seja, as secções cônicas.

### **3.5 - Matemática 2º ciclo**

**Autores: Euclides Roxo, Roberto Peixoto, Haroldo Cunha e Dacorso Netto**

**Publicação de 1946, 2ª Edição**

**Livraria Francisco Alves – Rio de Janeiro**

Importante agente na difusão da Educação Matemática brasileira, Euclides Roxo, que segundo Valente (2005) pode ser considerado o primeiro educador matemático brasileiro, foi um elemento ativo no final da década de 1920, nas discussões concernentes ao 1º movimento internacional de modernização do ensino de matemática. Professor do Colégio Pedro II, foi o responsável pela formatação do programa de matemática na reforma Francisco Campos de 1931, participando efetivamente do grupo encarregado de elaborar o programa da reforma Gustavo Capanema em 1942 (VALENTE, 2005).

Os demais autores da obra são: Haroldo Lisbôa da Cunha professor do Colégio Pedro II, e da Universidade do Brasil, hoje UFRJ, onde chegou a reitor; César Dacorso Netto, professor no Instituto de Educação e do colégio São Bento e Roberto Peixoto citado anteriormente (fig.14).

A obra dos quatro autores, Matemática 2º ciclo para 3ª série de 1946 é um referencial valioso devido à grande influência dos mesmos no processo educacional brasileiro nas décadas de 1920 a 1950. Tal obra faz referência quanto ao regime vigente afirmando estar de acordo com a Reforma Capanema de 1942 (fig.15). Vale observar que esse compêndio não faz distinção entre os cursos clássico e científico, como outras obras do mesmo período.

Euclides Roxo  
Haroldo Lisbôa da Cunha  
(do Colégio Pedro II)

Roberto Peixoto  
Cesar Dacorso Netto  
(do Instituto de Educação)

# MATEMÁTICA

## 2.º CICLO

3ª SÉRIE

2.ª EDIÇÃO

LIVRARIA FRANCISCO ALVES  
166, RUA DO OUVIDOR, 166 — RIO DE JANEIRO  
S. PAULO | BELO HORIZONTE  
292, Rua Líbero Badaró | Rua Rio de Janeiro, 655  
1946

Fig.14

## Advertência da 2.<sup>a</sup> edição

Praz-nos exprimir aqui, aos prezados colegas, ilustres professores de Matemática do 2.<sup>o</sup> Ciclo secundário, nossos sinceros agradecimentos pela generosa acolhida dispensada aos livros desta coleção (MATEMÁTICA — 2.<sup>o</sup> CICLO) e bem assim pelas valiosas sugestões que nos enviaram.

Atendendo a muitas dessas sugestões e à nossa própria experiência, resolvemos refundir êste volume, conservando-lhe, porém, a primitiva estruturação.

O livro continua a preencher todas as exigências dos atuais programas de ensino e, sem prejuízo do rigor dedutivo cabível nesta fase do curso, tornou-se mais leve e mais susceptível de ser integralmente assimilado no exíguo tempo que a lei destina à execução de tais programas.

Contamos que o laborioso e competente professorado de Matemática do Brasil continue a distinguir-nos com a sua crítica severa e sua valorosa cooperação.

OS AUTORES

Fig.15

Assim como a obra de Thales Mello Carvalho, embora essa obra dos quatro autores a precedesse, está dividida em três grandes grupos, onde cada tópico foi atribuído a um dos autores. Coube a Haroldo Lisbôa da Cunha o primeiro tópico, referente à álgebra, seguido da geometria escrito por Euclides Roxo e finalizando no terceiro e último tópico geometria analítica por Roberto Peixoto (fig.16). No volume da 3<sup>a</sup> série, César Dacorso Netto não foi responsável por nenhum conteúdo.

## PARTE III — GEOMETRIA ANALÍTICA

Roberto Peixoto

Fig.16

A parte dedicada a geometria analítica apresenta a seguinte estrutura:

MATEMÁTICA — 2º CICLO — 3ª SÉRIE		471
<b>Terceira Parte — Geometria Analítica</b>		
UNIDADE IX		
	PÁGS.	
Conceções fundamentais; concepção de Descartes .....		359
Abcissa de um ponto de um eixo .....		361
Coordenadas; coordenadas retilíneas no plano .....		367
Determinação de uma direção; ângulo de duas direções .....		375
Distância de dois pontos; ponto que divide um segmento numa razão dada .....		383
UNIDADE X		
Lugares geométricos .....		391
Equação natural; sua interpretação; passagem da equação natural para a equação retilínea retangular .....		392
Círculo .....		393
Elipse .....		398
Hipérbole .....		403
Parábola .....		410
Linha reta .....		415
Problemas sobre a linha reta .....		427
Equações de grau superior que representam a linha reta; sistemas e feixes de retas; classificação das curvas planas		442
SOLUÇÕES DOS EXERCÍCIOS .....		451

Fig.17

Conforme o índice do manual na figura acima (fig.17), o livro dos quatro

autores escrito por Roberto Peixoto na parte que tratou de Geometria Analítica, aborda a Geometria Analítica em dois Subgrupos assim como fez a obra de Thales Mello Carvalho posteriormente: noções fundamentais na unidade IX e lugar geométrico na unidade X. No primeiro subgrupo denominado noções fundamentais o autor oferece noções básicas, como ponto, reta, plano, eixo cartesiano, distância de dois pontos e a divisão de segmentos de reta em partes iguais bem como noções de sentido e direção. No segundo subgrupo aborda os lugares geométricos e suas propriedades no estudo da reta, círculo, elipse, hipérbole e parábola (fig.17).

A obra dos quatro autores propõe exercícios todos com respostas no final do livro, seguindo a mesma linha dos demais livros, aplicação das propriedades.

Provavelmente a obra dos quatro autores constitui-se num manual inovador defendido por Lopes (2012) em suas considerações finais:

A coleção de três volumes destinadas às três séries do segundo ciclo do ensino secundário conhecida como o *livro dos quatro autores*, influenciou a elaboração de outras obras para este mesmo nível de ensino neste período, conforme apontam algumas pesquisas. (LOPES, p.93, 2012)

## 3.6 - Matemática 2º ciclo

**Autores: Euclides Roxo, Roberto Peixoto, Haroldo Cunha e Dacorso Netto**

**Publicação de 1956, 5ª Edição**

**Livraria Francisco Alves – Rio de Janeiro**

Informando aos leitores que a obra se enquadra na portaria ministerial nº 1045 de 14 de dezembro de 1951, conhecida também como programas mínimos, o livro dos quatro autores publicado em 1956, em sua 5ª edição sofreu algumas transformações de modo a atender o programa de Matemática instituído em 1951. (fig.18)

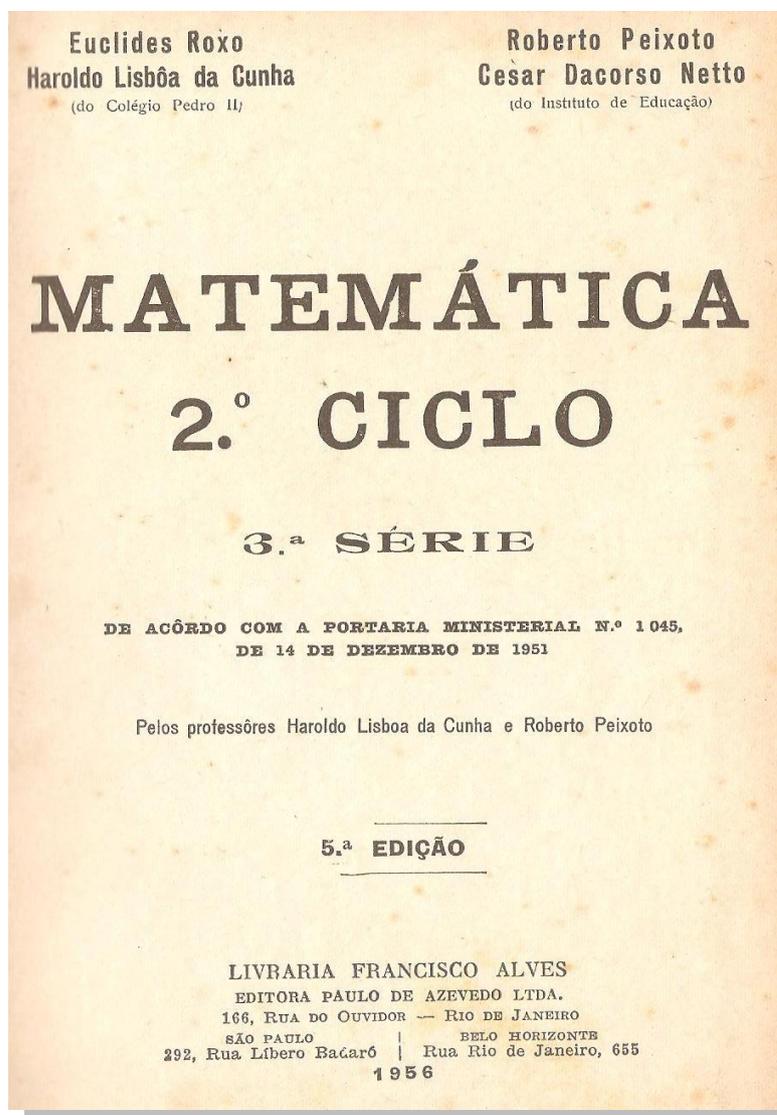


Fig.18

O programa elaborado para a 3ª série do colégio propunha uma abordagem

implícita da geometria analítica, entre o estudo de limites e o estudo das derivadas. A geometria analítica que na década de 1940 aparecia no final do volume, agora aparece também, assim como a orientação do programa e a obra de Thales Mello Carvalho, diluída entre limites e derivada.

Todos os volumes analisados para a década de 1950 de autoria de: Thales Mello Carvalho, Ary Quintella, Euclides Roxo e outros e Algacyr Munhoz Maeder traziam logo no início da obra, antes mesmo do índice, o programa de Matemática que em todos os compêndios norteavam a obra, conforme as figuras 22 e 23. A subdivisão dos grandes grupos também da década passada não aparece mais, conforme o índice da obra (fig.19), assim como nas demais obras do período.

## ÍNDICE

	PÁGS.
<b>I — Conceito de função; representação cartesiana; reta e círculo; noção intuitiva e de continuidade.</b>	
1. Conceito elementar de variável e de função. Variável progressiva e variável contínua; intervalos. Noção intuitiva de limite de uma sucessão; exemplos clássicos elementares; convergência..	7
2. Funções elementares; classificação. Representação cartesiana de uma função e equação de uma curva. Curvas geométricas e curvas empíricas; noção intuitiva de continuidade. Representação gráfica de funções usuais; função exponencial, função logarítmica e funções trigonométricas diretas. Acréscimo de uma função num ponto; funções crescentes e funções decrescentes. Tangente; inclinação da tangente .....	13
3. Limite de variáveis e de funções; limites infinitos. Propriedades fundamentais. Exemplos elementares de descontinuidade de uma função em um ponto. Descontinuidade das funções racionais fracionárias .....	30
4. A função linear e a linha reta em coordenadas cartesianas. Parâmetro angular e parâmetro linear. Formas diversas da equação da linha reta. Representação paramétrica; área de um triângulo em função das coordenadas dos vértices. Os problemas clássicos de inclinação, interseção, passagem e distâncias, relativos à linha reta .....	50
5. A equação geral do 2.º grau com duas variáveis e a circunferência de círculo em coordenadas cartesianas. Formas diversas da equação da circunferência de círculo. Interseção de retas e circunferências .....	78
<b>II — Noções sobre derivadas e primitivas; interpretações; aplicações.</b>	
1. Definição da derivada em um ponto; notações; derivada infinita. Interpretação geométrica e cinemática da derivada. Diferença e diferencial; interpretação geométrica. Funções derivadas. Derivação sucessiva .....	85
2. Regras de derivação: derivada de uma constante; de uma função de função; de funções inversas; da soma, do produto e do quociente de funções. Aplicação à derivação de funções elementares .....	92
3. Aplicação da teoria das derivadas ao estudo da variação de uma função Funções crescentes e funções decrescentes; máximos e mínimos relativos; interpretação geométrica .....	106
4. Funções primitivas; integral definida; constante de integração. Primitivas imediatas; regras simples de integração .....	119
5. Integral definida. Aplicação ao cálculo de áreas e de volumes; exemplos elementares .....	123
<b>III — Introdução à teoria das equações; polinômios; propriedades; divisibilidade por <math>x \pm a</math>; problemas de composição, transformação e pesquisa de raízes; equações de tipos especiais.</b>	
1. Polinômios de uma variável; identidade. Aplicação ao método dos coeficientes a determinar. Divisibilidade de um polinômio inteiro em $x$ por $x \pm a$ ; regra e dispositivo prático de Ruffini. Fórmula de Taylor para os polinômios; algoritmo de Ruffini-Horner ..	130

Fig.19

Se compararmos o índice (fig.19 e fig.20) da obra de Euclides Roxo e outros com os programas mínimos de matemática para a 3ª série (fig.22 e fig.23) veremos que os quatro autores usaram rigorosamente o programa como índice, como elemento norteador.

2.	Polinômios e equações algébricas em geral; raízes ou zeros. Conceito elementar de número complexo; forma binomial; complexos conjugados; módulo; representação geométrica. Operações racionais. Decomposição de um polinômio em fatores binômios; número de raízes de uma equação; raízes múltiplas e raízes nulas. Raízes complexas conjugadas. Indicação sobre o número de raízes reais contidas em um dado intervalo; teorema de Bolzano; conseqüências . . . . .	145
3.	Relações entre os coeficientes e as raízes de uma equação; aplicação à composição das equações. Propriedades das raízes racionais inteiras e fracionárias . . . . .	173
4.	Transformação das equações; transformações de primeira ordem aditivas, multiplicativas e recíprocas . . . . .	180
5.	Equações recíprocas; classificação; forma normal; abaixamento do grau . . . . .	187
6.	Cálculo das raízes inteiras. Determinação das cotas pelo método de Laguerre-Thibault. Regras de exclusão de Newton. Algoritmo de Peletarius . . . . .	195

Fig.20

A geometria analítica era abordada com algumas demonstrações, como o estudo da linha reta no primeiro tópico no capítulo IV (fig.19) em suas diversas propriedades como: equações da linha reta; equação normal da linha reta; equação da linha reta em função das coordenadas da origem; equação paramétrica da linha reta; forma simétrica da linha reta; construção de uma reta conhecida a sua equação; retas passando por um ponto – feixe de retas; equação da reta que passa por dois pontos; condições para que três pontos sejam colineares; intersecção de duas retas – sistema de retas; ângulo de uma reta com eixo coordenados; ângulo de duas retas; condição de paralelismo de duas retas; condições de perpendicularismo de duas retas; distância de um ponto e uma reta; bissetrizes dos ângulos de duas retas; área de triângulo em função das coordenadas dos vértices. Finalizando com uma série de exercícios com aplicação das propriedades e fórmulas, todos com resposta no final do volume.

Ainda no primeiro tópico só que no quinto capítulo (fig.19) os autores lançam mão do estudo da circunferência com algumas de suas propriedades como: definição e equação natural da circunferência de círculo; equação da circunferência de círculo em eixos cartesianos ortogonais; condições para que a equação do segundo grau com duas variáveis represente uma circunferência de círculo; intersecção de uma reta com uma circunferência de círculo. Onde os autores encerram com uma série de 10 exercícios todos com respostas no final do volume.

Assim como as demais obras da década de 1950, na obra dos quatro autores

as seções cônicas: hipérbole, elipse e parábola também desaparecem do 3º volume dos livros de matemática para os cursos clássico e científico.

### 3.7 - Matemática: terceiro ano colegial

**Autor: Ary Quintella**

**Publicação de 1958, 2ª edição**

**Companhia Editora Nacional – São Paulo**

Professor Catedrático do Colégio Militar, Ary Quintella se constituiu num valioso autor de livros didáticos nas décadas de 1950 e 1960 tendo sido no início da década de 1960 o autor com mais obras comercializadas para colégio segundo dados da pesquisadora Lúcia Aversa Villela, em sua tese de doutorado de 2009.

Conforme a fig.21, o livro de Ary Quintella faz referências quanto ao enquadramento da obra junto às portarias n° 966 de 2/10/1951 e n° 1045 de 14/12/1951, legislação vigente na década de 1950.

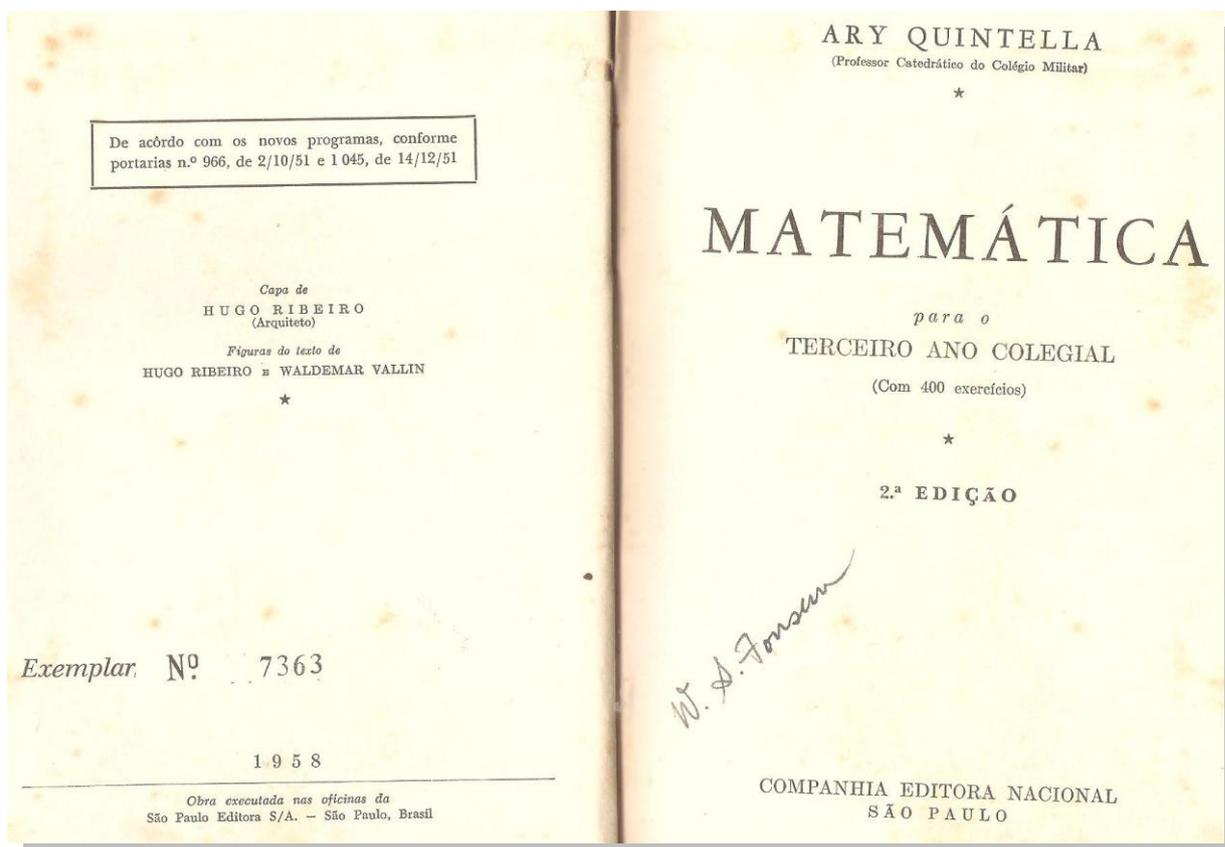


Fig.21

Antes ainda da introdução dos conteúdos traz o programa de Matemática para o 3º ano do colégio, conforme as fig.22 e fig.23. E um informativo que a obra possuía 400 exercícios (fig. 21), um número significativo de atividades na época.

# PROGRAMA DE MATEMÁTICA

do

## TERCEIRO ANO COLEGIAL

---

### I — Conceito de função: representação cartesiana; reta e círculo; noção intuitiva de limite e de continuidade.

1. Conceito elementar de variável e de função. Variável progressiva e variável contínua; intervalos. Noção intuitiva de limite de uma sucessão; exemplos clássicos elementares; convergência.
2. Funções elementares; classificação. Representação cartesiana de uma função e equação de uma curva. Curvas geométricas e curvas empíricas; noção intuitiva de continuidade. Representação gráfica de funções usuais; função exponencial, função logarítmica e funções trigonométricas diretas. Acréscimo de uma função num ponto; funções crescentes e funções decrescentes. Tangente; inclinação da tangente.
3. Limite de variáveis e de funções; limites infinitos. Propriedades fundamentais. Exemplos elementares de descontinuidade de uma função em um ponto. Descontinuidade das funções racionais fracionárias.
4. A função linear e a linha reta em coordenadas cartesianas. Parâmetro angular e parâmetro linear. Formas diversas da equação da linha reta. Representação paramétrica; área de um triângulo em função das coordenadas dos vértices. Os problemas clássicos de inclinação, intersecção, passagem e distância relativos à linha reta.
5. A equação geral do 2.º grau com duas variáveis e a circunferência de círculo em coordenadas cartesianas. Formas diversas da equação da circunferência de círculo. Intersecção de retas e circunferências.

### II — Noções sobre derivadas e primitivas: interpretações e aplicações.

1. Definição da derivada em um ponto; notações; derivadas infinitas. Interpretação geométrica e cinemática da derivada. Diferença e diferencial; interpretação geométrica. Funções derivadas. Derivação sucessiva.

2. Regras de derivação; derivada de uma constante; de uma função de função; de funções inversas; de soma, de produto e de quociente de funções. Aplicação à derivação de funções elementares.
3. *Aplicação da teoria das derivadas no estudo da variação de uma função. Funções crescentes e funções decrescentes; máximos e mínimos relativos; interpretação geométrica.*
4. Funções primitivas; integral indefinida; constante de integração. Primitivas imediatas; regras simples de integração.
5. *Integral definida. Aplicação ao cálculo de área e de volume; exemplos elementares.*

**III — Introdução à teoria das equações; polinômios; propriedades; divisibilidade por  $x + a$ ; problemas de composição, transformação e pesquisa de raízes.**

1. Polinômios de uma variável; identidade. Aplicação ao método dos coeficientes a determinar. Divisibilidade de um polinômio inteiro em  $x$  por  $x + a$ ; regra e dispositivo prático de Ruffini. Fórmula de Taylor para os polinômios; algoritmo de Ruffini-Horner.
2. Polinômios e equações algébricas em geral; raízes ou zeros. Conceito elementar de número complexo; forma binominal; complexos conjugados; módulo; representação geométrica. Operações racionais. Decomposição de um polinômio em fatores binômios; número de raízes de uma equação; raízes múltiplas e raízes nulas. Raízes complexas conjugadas. Indicação sobre o número de raízes reais contidas em um dado intervalo; teorema de Bolzano; conseqüências.
3. Relações entre os coeficientes e as raízes de uma equação; aplicação à composição das equações. Propriedades das raízes racionais inteiras e das fracionárias.
4. *Transformação das equações. Transformações de 1.ª ordem: aditivas, multiplicativas e recíprocas.*
5. *Equações recíprocas; classificações. Forma normal; abaixamento do grau.*
6. *Cálculo das raízes inteiras. Determinação das cotas pelo método de Laguerre-Thibault. Regras de exclusão de Newton. Algoritmo de Peletarius.*

OBSERVAÇÃO: Os parágrafos em grifo destinam-se somente ao Curso Científico; os demais são comuns ao Clássico e ao Científico.

Fig.23

Assim como as obras de Thales Mello Carvalho e dos quatro autores, o “lugar” onde se localiza o estudo da linha reta e da circunferência nas obras de Quintella é idêntico: entre o estudo de Limite e Derivadas, conforme o índice ilustrado nas fig.24 e fig.25.

# ÍNDICE GERAL

<i>Índice dos Exercícios</i> .....	10
<i>Programa de Matemática do 3.º ano Colegial</i> .....	11

## 1) FUNÇÕES. GRÁFICOS

1.1 - Intervalo.....	13	1.8 - Função definida em um ponto.....	18
1.2 - Variável. Constante....	15	1.9 - Função definida em um intervalo.....	19
1.3 - Variável progressiva....	15	1.10 - Classificação das funções	19
1.4 - Representação gráfica duma variável real contínua.....	16	1.11 - Funções inversas.....	21
1.5 - Função.....	16	1.12 - Funções periódicas....	22
1.6 - Função real de variável real.....	17	1.13 - Funções pares e ímpares	22
1.7 - Notação funcional.....	18	1.14 - Função de função.....	22
		1.15 - Representação gráfica das funções.....	22

## 2) LIMITES. CONTINUIDADE

2.1 - Limite de uma variável	33	2.9 - Limites laterais de uma função.....	49
2.2 - Tendência da variável para seu limite.....	34	2.10 - Função contínua no ponto $\alpha$ .....	51
2.3 - Limite infinito.....	35	2.11 - Continuidade num intervalo.....	52
2.4 - Infinitésimos.....	35	2.12 - Pontos de descontinuidade.....	53
2.5 - Propriedades dos limites	35	2.13 - Classificação das descontinuidades.....	53
2.6 - Operações com limites.	36		
2.7 - Limite de uma função.	41		
2.8 - Limites fundamentais...	42		

## 3) FUNÇÃO LINEAR. LINHA RETA

3.1 - Equação da linha reta.	59	3.4 - Diversas formas da equação da reta.....	64
3.2 - Casos particulares.....	62	3.5 - Representação paramétrica.....	66
3.3 - Parâmetro angular e linear.....	63	Problemas.....	67

Fig.24

3.6 – Retas que passam num ponto.....	67	3.10 – Ângulo de duas retas...	72
3.7 – Reta que passa por dois pontos.....	69	3.11 – Paralelismo.....	75
3.8 – Intersecção de duas retas	70	3.12 – Perpendicularismo.....	76
3.9 – Distância de um ponto a uma reta.....	70	3.13 – Área do triângulo.....	78
		3.14 – Resumo.....	79

## 4) EQUAÇÃO DO 2.º GRAU. CIRCUNFERÊNCIA DE CÍRCULO

4.1 – Distância entre dois pontos. Fórmula.....	83	4.3 – Equação geral do segundo grau a duas variáveis e a circunferência de círculo.....	85
4.2 – Equação da circunferência de círculo em coordenadas cartesianas ortogonais.....	84	4.4 – Intersecções de retas e circunferências.....	87

## 5) DERIVADAS

5.1 – Acréscimo.....	91	5.7 – Segundo grupo: funções algébricas.....	98
5.2 – Derivada em um ponto	92	5.8 – Terceiro grupo: funções transcendentess.....	104
5.3 – Regra geral de derivação	93	5.9 – Derivadas sucessivas ...	110
5.4 – Interpretação geométrica	94	5.10 – Diferencial.....	110
5.5 – Interpretação cinemática	95	5.11 – Interpretações geométricas.....	111
5.6 – Primeiro grupo.....	96		

## 6) VARIAÇÃO DAS FUNÇÕES. MÁXIMOS E MÍNIMOS

6.1 – Funções crescentes e decrescentes.....	116	6.5 – Interpretação geométrica	122
6.2 – Sinal da derivada.....	117	6.6 – Pontos de inflexão.....	122
6.3 – Máximos e mínimos....	118	6.7 – Estudo da variação de uma função.....	124
6.4 – Cálculo dos máximos e mínimos.....	119		

## 7) FUNÇÕES PRIMITIVAS. INTEGRAL

7.1 – Funções primitivas....	126	7.4 – Integral de monômios e polinômios.....	130
7.2 – Constante de integração. Integral indefinida....	127	7.5 – Integral definida. Cálculo de áreas.....	131
7.3 – Propriedades elementares da integral.....	128		

Fig.25

A abordagem de Quintella difere um pouco das demais obras, pois, ele introduz o estudo da linha reta associando a uma função linear conforme a fig.26 e afirmando que toda reta representa uma equação do 1º grau e vice-versa conforme a fig.27.

# 3

## função linear . linha reta

### 3.1 - Equação da linha reta.

A linha reta é representada no sistema cartesiano por uma equação do primeiro grau.

*Demonstração.*

Seja a reta  $\Delta$  (fig. 18) que corta o eixo  $y'y$  no ponto  $N$  de ordenada  $ON = b$ . Tracemos  $NP_2$  paralela a  $Ox$ .

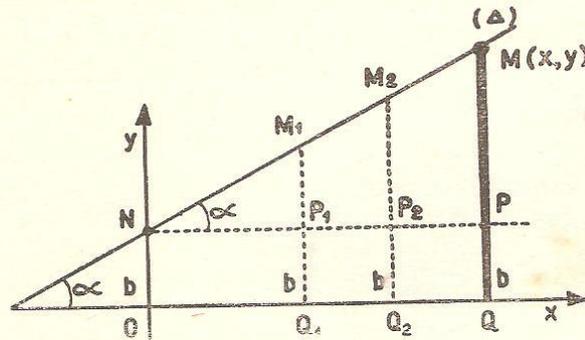


Fig. 18

Consideremos o ponto  $M$ , descrevendo da reta, tomando as posições  $M_1, M_2, \dots$ . Traçadas as ordenadas destes pontos, os triângulos  $M_1NP_1, M_2NP_2, \dots$  são semelhantes (ângulo  $\alpha$  comum); logo, temos:

59

Fig.26

Tôda equação do primeiro grau é equação de uma reta.

Fig.27

Quanto aos conteúdos, o autor, assim como nas outras obras trabalha o estudo da reta e suas propriedades. Equação geral, reduzida e normal; representação paramétrica; intersecção de duas retas; distância de um ponto a uma reta; ângulo entre duas retas; condições de paralelismo e perpendicularismo; área

do triângulo em função das coordenadas do vértice são os assuntos abordados. Uma novidade que a obra traz é um resumo das fórmulas do estudo da reta (fig. 28). Por fim propõe uma série de 56 exercícios todos com respostas, que exploram as propriedades fórmulas.

**3 . 14 - Resumo.**

EQUAÇÕES DA RETA	F Ó R M U L A S	
<b>Geral :</b> $Ax + By + C = 0$	<b>Retas que passam por um ponto :</b> $y - y_1 = a(x - x_1)$	<b>Distância :</b> $d = \left  \frac{Ax_1 + By_1 + C}{\sqrt{A^2 + B^2}} \right $
<b>Reduzida :</b> $y = ax + b$	<b>Reta determinada por dois pontos :</b> $y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} (x - x_1)$	<b>Ângulo :</b> $\text{tg } \varphi = \frac{a - a'}{1 + aa'}$
<b>Normal :</b> $x \cdot \cos u + y \cdot \sin u = p$	<b>Pontos colineares :</b> $\frac{y_3 - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x_3 - x_1}{x_2 - x_1}$	<b>Paralelismo :</b> $a = a'$
<b>Segmentária :</b> $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$	<b>Área do triângulo :</b> $S = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix}$	<b>Perpendicularismo</b> $a = -\frac{1}{a'}$
<b>Paramétrica :</b> $x = x_1 + p \cdot \rho$ $y = y_1 + q \cdot \rho$		

Fig.28

Posteriormente ao estudo da linha reta, Quintella aborda equação do 2º grau: e o estudo analítico da circunferência. O tratamento dado ao conteúdo é mais superficial quando comparado, por exemplo, aos livros de Thalles Mello Carvalho e dos quatro autores. Pois apresenta um número ainda menor de ilustrações. O autor finaliza o capítulo com a utilização de uma série de 40 atividades todos com respostas, exercícios que em grande medida exigia a aplicação das propriedades.

### **3.8 – Matemática: terceiro ano colegial**

**Autor: Ary Quintella**

**Publicação de 1965, 12ª Edição**

**Companhia Editora Nacional – São Paulo**

A 12ª edição do livro publicado em 1965 não faz menção a nenhum programa vigente. A única diferença na obra para o 3º colegial de 1958 (2ª edição analisada anteriormente) está na quantidade, maior de exercícios.

O livro aqui analisado é idêntico ao de 1958, sem qualquer alteração, seja na formatação, seja na abordagem.

Isso nos sugere que não houve apropriação do autor quanto à proposta dos Assuntos Mínimos elaborados pelo GEEM em 1962, e principalmente pelo movimento modernizador que nesse período (1964/65) já apresentava um crescimento significativo com difusão em todo o país. Assim coube a nós buscarmos obras do mesmo autor no período posterior a 1965.

### **3.9 - Matemática: terceiro ano colegial**

**Autor: Ary Quintella**

**Publicação de 1968, 16ª Edição**

**Companhia Editora Nacional – São Paulo**

A 16ª edição do livro publicado em 1968 não faz menção a nenhum programa vigente. As únicas diferenças das obras de 1958 e 1965 para a obra de 1968 estão na quantidade maior de exercícios e na existência de um apêndice com questões de concursos universitários.

O livro aqui analisado é idêntico às obras anteriores do mesmo autor, sem qualquer alteração, seja na formatação, na abordagem, ou no tipo de exercícios.

Isso nos sugere que não houve apropriação do autor quanto à chegada das propostas modernizadoras, sobretudo dos assuntos mínimos elaborados pelo GEEM.

### 3.10 - Curso de Matemática: 3ª série ciclo colegial

**Autor: Algacyr Munhoz Maeder**

**Publicação de 1959, 7ª Edição**

**Edições Melhoramentos – São Paulo**

Influente professor de Física e Matemática, reitor da Universidade do Paraná hoje UFPR, político, sendo prefeito de Curitiba em 1945 e autor de diversas obras voltadas para o ensino secundário. Algacyr Munhoz Maeder constituiu-se num valioso autor de livros didáticos nas décadas de 1930 a 1960 (fig.29).

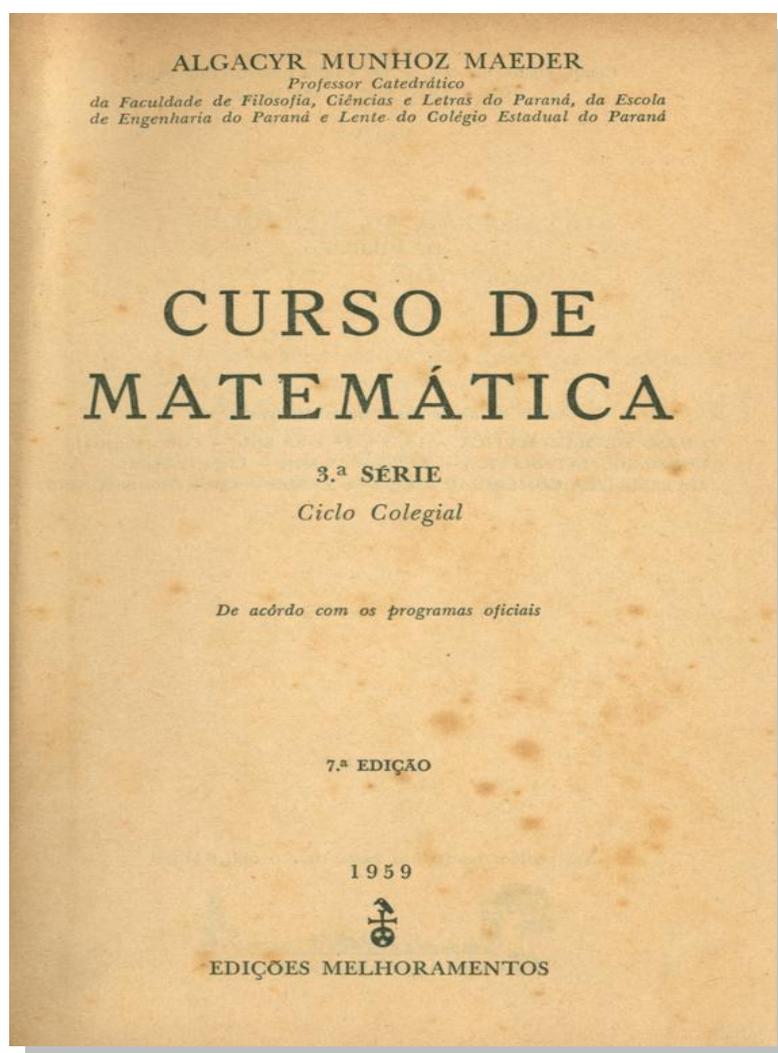


Fig.29

Assim como a maioria das obras de Matemática voltadas para o 3º ano dos Cursos Clássico e Científico da década de 1950, o Curso de Matemática: 3ª série do

ciclo colegial traz os programas mínimos de Matemática expedidos em 1951 logo no início da obra e a informação do enquadramento do livro a esse programa que norteia o índice do livro conforme as figuras 30, 31 e 32.

INDICE	
<i>Capítulo I: Conceito elementar de variável e de função — Limite de uma sucessão</i>	
Sucessões indefinidas .....	15
Conceito elementar de variável e de função .....	15
Variáveis independentes .....	17
Variável progressiva e variável contínua .....	17
Intervalos .....	18
Funções .....	18
Funções unívocas e plurívocas .....	18
Campo de existência de uma função .....	19
Característica de uma função .....	20
Limite de uma sucessão .....	21
Exemplo .....	22
Observação .....	22
Limites infinitos .....	23
Sucessões convergentes .....	23
Sucessões divergentes .....	24
Sucessões oscilantes .....	24
Sucessões monótonas .....	25
Sucessões monótonas contíguas .....	26
Observação .....	26
O número $e$ .....	27
<i>Capítulo II: Funções elementares — Representação cartesiana</i>	
Classificação .....	30
Representação cartesiana de uma função .....	32
Abscissa sobre a reta .....	32
Sistemas de coordenadas .....	33
Coordenadas retilíneas ou cartesianas .....	33
Coordenadas cartesianas ortogonais .....	35
Gráfico de uma função .....	35
Exemplos .....	37
Equação de uma curva .....	39
Exemplo .....	40
Observação .....	41
Curvas geométricas e curvas empíricas .....	42
Noção intuitiva de continuidade .....	43
Exercícios .....	43
<i>Capítulo III: Representação gráfica de funções usuais</i>	
Função exponencial .....	47
Representação gráfica .....	47

Fig.30

De acordo com as ilustrações (fig.30 à fig.32) do índice da obra de Algacyr Munhoz Maeder, o livro segue a tendência das obras dessa década, ou seja, o desaparecimento explícito dos grandes grupos Álgebra, Aritmética, Geometria e Geometria Analítica. Nesse sentido a denominação Geometria Analítica não

aparece, sendo abordada como: função linear e a linha reta em coordenadas cartesianas, no capítulo VI; Representação paramétrica e área de um triângulo em função das coordenadas dos vértices, no capítulo VII; problemas relativos à linha reta, no capítulo VIII e finalizando no capítulo IX com a equação geral do 2º grau com duas variáveis e a circunferência de círculo.

CURSO DE MATEMÁTICA	INDICE
Função logarítmica .....	50
Representação gráfica .....	50
Funções trigonométricas diretas .....	51
Função $y = \text{sen } x$ .....	51
Representação gráfica .....	51
Função $y = \text{cos } x$ .....	52
Função $y = \text{tg } x$ .....	52
Representação gráfica .....	53
Função $y = \text{cot } x$ .....	53
Função $y = \text{sec } x$ .....	54
Representação gráfica .....	54
Função $y = \text{co-sec } x$ .....	55
Capítulo IV: <i>Acréscimo de uma função — Funções crescentes e funções decrescentes</i>	
Acréscimo de uma função .....	56
Exercícios .....	57
Interpretação gráfica .....	58
Funções crescentes e funções decrescentes .....	59
Continuidade de uma função .....	59
Máximos e mínimos .....	60
Interpretação gráfica .....	61
Observação .....	62
Problemas .....	62
Representação gráfica do trinômio do 2.º grau .....	66
1.º caso .....	66
2.º caso .....	66
Tangente a uma curva .....	68
Definição .....	69
Inclinação da tangente .....	69
Exercícios resolvidos .....	70
Exercícios propostos .....	72
Capítulo V: — <i>Limite de variáveis e de funções</i>	
Limite de uma variável .....	74
Infinitamente pequenos .....	74
Límites infinitos .....	75
Limite de uma função .....	75
Propriedades fundamentais .....	76
Limite de uma soma .....	77
Limite de uma diferença .....	78
Limite de um produto .....	78
Limite de um quociente .....	79
Limite de uma potência .....	80
Limite de uma raiz .....	80
Passagem ao limite .....	81
Indeterminações aparentes .....	81
Cálculo de alguns limites .....	83
Limite à direita e limite à esquerda .....	86
Funções contínuas .....	88
Definição .....	88
Observação .....	88
Propriedades das funções contínuas .....	89
Continuidade dos polinômios .....	91
Descontinuidade de uma função em um ponto .....	91
Descontinuidade das funções racionais fracionárias .....	93
Exercícios resolvidos .....	93
Exercícios propostos .....	99
Capítulo VI: <i>A função linear e a linha reta em coordenadas cartesianas</i>	
Equação da reta .....	102
Parâmetro angular e parâmetro linear .....	103
Teorema recíproco .....	103
Resumo .....	106
Equação normal da reta .....	106
Equação da reta em função das suas coordenadas na origem .....	107
Exercícios resolvidos .....	108
Exercícios propostos .....	110
Capítulo VII: <i>Representação paramétrica — Área de um triângulo em função das coordenadas dos vértices</i>	
Preliminares .....	112
Determinação de uma direção .....	112
Co-senos diretores de uma reta .....	113
Problema .....	114
Exercício .....	115
Representação paramétrica .....	115
Equações paramétricas da reta .....	116
Área de um triângulo .....	117
Exercícios resolvidos .....	119
Exercícios propostos .....	119
Capítulo VIII: <i>Problemas relativos à linha reta</i>	
Equação das retas que passam por um ponto .....	121
Equação da reta que passa por dois pontos .....	121
Interseção de duas retas .....	122
Discussão .....	124
Exercícios .....	126
Ângulo formado por duas retas .....	127
Condição de paralelismo .....	127
Condição de perpendicularismo .....	128
Exercício .....	128
Distância de dois pontos .....	129
Distância à origem .....	130
Distância de um ponto a uma reta .....	130
Exercícios propostos .....	133

Fig.31

Introduzindo o estudo analítico da reta e explorando a ideia de uma função linear conforme a abordagem de Quintella, Algacyr Munhoz Maeder escreveu um estudo da reta a partir de tópicos como: equação da reta, parâmetro angular e parâmetro linear, teorema do recíproco, equação normal da reta; equação da reta em função das suas coordenadas na origem.

Finaliza o capítulo VI com quatro exercícios resolvidos e uma série de 20 exercícios todos com as respectivas respostas e seguindo a mesma linha dos autores analisados anteriormente. A exposição do conteúdo lança mão de algumas demonstrações das propriedades acima citadas.

No capítulo VII, apresenta uma breve ideia vetorial com os conceitos de direção e sentido de uma reta, explorando os co-senos diretores de uma reta, expondo dois exercícios resolvidos com a aplicação da ideia de co-senos diretores. Somente depois desse item preliminar, assim denominado pelo autor, que surgem as ideias de: representação paramétrica, equações paramétricas da reta e a área de um triângulo. Finalizando o capítulo com dois exercícios resolvidos e uma amostra de 10 exercícios propostos todos com respostas.

Capítulo IX: *A equação geral do 2.º grau com duas variáveis e a circunferência de círculo*

Equação cartesiana .....	135
Formas diversas da equação da circunferência de círculo .....	136
A equação do segundo grau e o círculo .....	138
Observação .....	139
Exercícios .....	140
Observação .....	141
Interseção de retas e circunferências .....	142
Exercícios propostos .....	143

Capítulo X: *Noções sobre derivadas*

Derivada em um ponto .....	146
Definição .....	147
Exemplos .....	147
Observações .....	149
Interpretação geométrica .....	149
Exemplo .....	151
Interpretação cinemática .....	152
Diferença e diferencial .....	153
Definição .....	155
Observações .....	155
Notação de Leibniz .....	156
Significação geométrica da diferencial .....	156
Diferenciação de funções .....	158
Funções derivadas .....	158
Derivação sucessiva .....	158
Notações .....	159

Capítulo XI: *Regras de derivação*

Método geral .....	160
Exemplos .....	160
Regras de derivação .....	163
Derivada de uma constante .....	163
Derivada de uma função de função .....	163
Derivada de funções inversas .....	164
Derivada de uma soma .....	166
Derivada de um produto de duas funções .....	167
Observação .....	169
Derivada de um produto de várias funções .....	170
Derivada da função $y = x^m$ .....	170
Derivada de um quociente .....	171
Derivada de um polinômio inteiro em $x$ .....	173
Exercícios .....	173

Capítulo XII: *Derivação das funções elementares*

Derivadas das funções elementares .....	176
Derivada da função potência .....	176
Derivada da função exponencial .....	178

Fig.32

O último capítulo do estudo analítico da reta denominado Problemas Relativos à Linha Reta contém: a equação das retas que passam por um ponto, a equação da

reta que passa por dois pontos, interseção de duas retas, ângulo formado por duas retas, condições de paralelismo e perpendicularismo, distância de dois pontos, distância à origem, distância de um ponto a uma reta. Nesse capítulo constam três exercícios resolvidos e uma série de 12 exercícios, todos com as respectivas respostas.

No estudo analítico da circunferência de acordo a proposta de 1951, o autor continua seguindo fielmente o programa, onde cada tópico segue exatamente os tópicos da proposta elaborada por influência do Colégio Pedro II, nesse sentido a obra Curso de Matemática: 3ª série ciclo colegial explora os seguintes tópicos: equação cartesiana da circunferência, formas diversas da equação da circunferência de círculo, a equação do 2º grau e o círculo, interseção de retas e circunferências. Finalizando com três exercícios resolvidos e uma série de 15 exercícios propostos todos com respostas.

### 3.11 - Curso de Matemática: para os primeiro, segundo e terceiro anos dos cursos Clássico e Científico

**Autor: Manoel Jairo Bezerra**

**Publicação de 1960, 3ª Edição**

**Companhia Editora Nacional – São Paulo**

Manoel Jairo Bezerra foi professor no Colégio Pedro II, no Instituto de Educação do Estado da Guanabara, na Escola de Comando e Estado-Maior da Aeronáutica, no Curso de Técnica de Ensino do Exército e no Colégio Naval. Teve uma importante atuação nos primeiros movimentos educacionais que desencadearam o que hoje conhecemos como a TV Escola ou TV Educativa.

Informando aos leitores a convergência da obra, em sua terceira edição, com o programa expedido no início da década de 1950, o livro de Manoel Jairo Bezerra se constitui num valioso documento de investigação, na medida em que ele, talvez tenha sido o primeiro autor que escreveu todo conteúdo do colégio, que normalmente era dividido em três volumes (1º, 2º e 3º) em uma única obra, segundo a apresentação o objetivo dessa união era para facilitar os estudos às vésperas dos vestibulares. (fig.33)

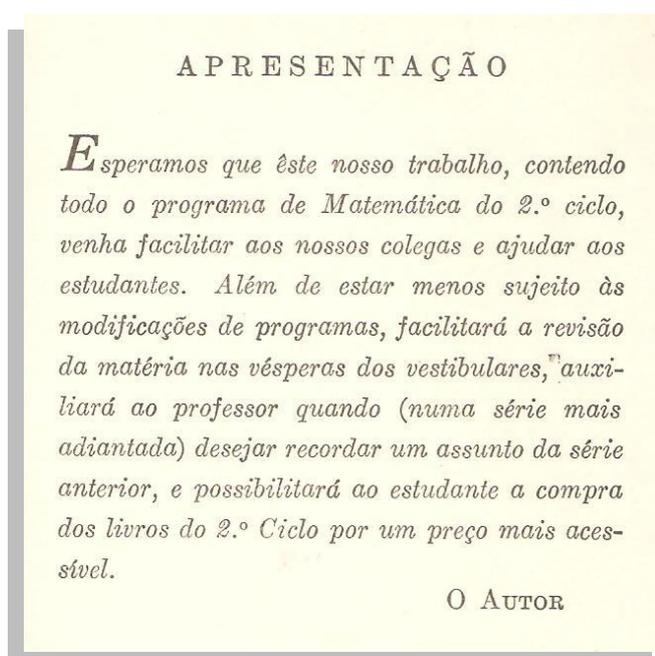


Fig. 33

A obra possui algumas singularidades quando comparado com as obras de Thales Mello Carvalho, Quintella, Maeder e a obra dos quatro autores no mesmo período:

i) não traz o programa de 1951; ii) ainda aparecem as subdivisões explícitas dos grandes grupos como aritmética e álgebra, geometria, trigonometria e geometria analítica; iii) o livro não segue uma ordem temporal, há conteúdos das três séries no primeiro capítulo (aritmética e álgebra), toda geometria no 1º ano, inclusive com um breve estudo das secções cônicas, trigonometria no 2º ano. (Figuras 34 e 35)

Í N D I C E	
<i>Apresentação</i> .....	9
ARITMÉTICA E ÁLGEBRA	
(1.º, 2.º e 3.º Anos)	
1. Noções sobre o cálculo aritmético aproximado. Erros (1.º ano).....	13
2. Progressões (1.º ano).....	39
3. Logaritmos (1.º ano).....	63
4. Equações exponenciais (1.º ano).....	88
5. Análise combinatória simples (2.º ano).....	94
6. Binômio de Newton (2.º ano).....	110
7. Determinantes (2.º ano).....	118
8. Sistemas lineares (2.º ano).....	137
9. Trinômio do 2.º grau.....	151
10. Números reais e complexos (3.º ano).....	155
11. Funções (3.º ano).....	165
12. Limites (3.º ano).....	179
13. Derivadas (3.º ano).....	203
14. Primitivas imediatas (3.º ano).....	250
15. Polinômios (3.º ano).....	264
16. Introdução à teoria das equações (3.º ano).....	281
G E O M E T R I A	
(1.º Ano)	
1. Retas e planos.....	333
2. Poliedros.....	368
3. Superfícies.....	377
4. Prismas.....	386
5. Pirâmides e Troncos.....	400
6. Cilindros.....	418
7. Cones.....	428
8. Esfera.....	439
9. Secções cônicas.....	465

Fig. 34

A geometria analítica é abordada no último capítulo, em trinta e seis páginas, dividida em cinco eixos, conforme a figura 35. Bezerra, assim como Quintella, inicia o estudo da reta com a ideia de função linear e posteriormente expõe suas

propriedades com as demonstrações. No final de cada tópico explora o conteúdo nos exercícios, cujas respostas estão na página seguinte.

<b>TRIGONOMETRIA</b>	
(2.º Ano)	
1. Noções sobre vetores.....	479
2. Projeções.....	485
3. Relações trigonométricas.....	488
4. Transformações trigonométricas.....	518
5. Equações trigonométricas.....	545
6. Resolução trigonométrica de triângulos.....	553
 <b>GEOMETRIA ANALÍTICA</b>	
(3.º Ano)	
1. Coordenadas cartesianas.....	581
2. Problemas importantes.....	584
3. A função linear e a linha reta.....	589
4. Problemas clássicos da reta.....	603
5. Circunferência.....	616

Fig.35

### **3.12 – Curso de Matemática: para os cursos de segundo grau (antigos cursos clássico e científico)**

**Autor: Manoel Jairo Bezerra**

**Publicação de 1976, 33ª Edição**

**Companhia Editora Nacional – São Paulo**

A 33ª edição do livro de Manoel Jairo Bezerra publicado em 1976 não faz menção a nenhum programa vigente. A única diferença na obra aqui analisada em relação à obra do mesmo autor de 1960 está no título. Afinal a partir da década de 1970, mais precisamente em 1971 com a nova LDB, o nível colegial passou a ser denominado 2º grau. Nessa perspectiva, o livro de Bezerra abandonou a denominação curso de matemática dos cursos clássico e científico e passou a fazer referências ao 2º grau. A 33ª edição da obra de Bezerra não sofreu qualquer alteração em relação à 3ª edição de 1960 comentada acima, nesse sentido a geometria analítica também não sofreu qualquer alteração quanto à abordagem apresentada na década de 1950.

### 3.13 – Matemática: Curso Colegial Moderno – Vol. 3

**Autores: Luiz Mauro Rocha e Ruy Madsen Barbosa**

**Publicação de 1970, 1ª Edição**

**Editora IBEP (Instituto Brasileiro de Edições Pedagógicas) – São Paulo**

Luiz Mauro Rocha e Ruy Madsen Barbosa foram professores universitários, o primeiro da Faculdade de Filosofia Ciências e Letras da Fundação Santo André (FFCL) e instrutor de cálculo infinitesimal da Escola Politécnica da USP e o segundo da Universidade Católica de Campinas e da FFCL de Araraquara, além de ambos terem atuado no ensino secundário no estado de São Paulo.

A obra aqui descrita é bastante importante, pois ela possui uma abordagem diferenciada àquelas vistas anteriormente, pois contempla o ideário modernista do Movimento da Matemática Moderna. Logo no título já fica explícita a filosofia modernista: “Curso Colegial Moderno”.

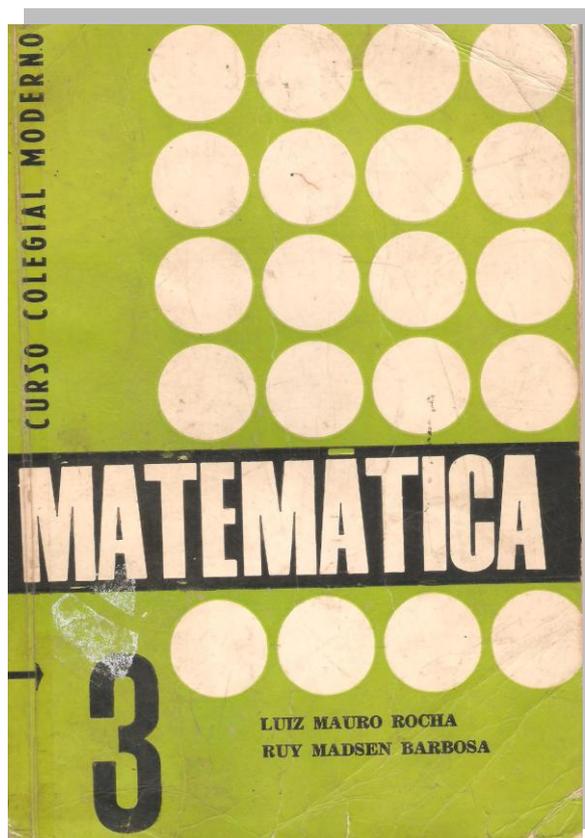


Fig.36

Na apresentação da última obra da coleção, para o terceiro ano do 2º grau, enfatiza a importância do estudo da geometria analítica bem como as

transformações geométricas apoiadas na teoria de matrizes e as estruturas algébricas.

## APRESENTAÇÃO

*Acreditando termos alcançado nossos objetivos, propostos quando iniciamos esta série para um Curso Colegial Moderno, sentimo-nos honrados ao entregar, aos nossos colegas de magistério e aos queridos alunos, êste terceiro e último volume da coleção.*

*Dentro da orientação básica: Fundamentação (1.º ano). Cálculos (2.º ano) e Complementação (3.º ano) oferecemos aos leitores:*

*Combinatória e Probabilidades com recursos modernos de contagem e os preciosos auxílios didáticos das árvores. Acrescentou-se ao final aplicações à genética, que o professor poderá tratar optativamente, em função do interêsse de seus alunos.*

*Estudam-se questões de Geometria Analítica e Transformações Geométricas, dando continuidade à introdução realizada no primeiro volume, apoiando-se agora na útil, potente e motivadora Teoria das Matrizes, estudada no 2.º volume.*

*As Estruturas Algébricas, os Números Reais e os Complexos dão coroamento a vários estudos anteriores.*

*Estudam-se elementarmente as noções básicas de Cálculo Infinitesimal.*

*Os Polinômios são introduzidos com recursos das seqüências, preparando o material para um estudo simples e ao mesmo tempo avançado das Equações Algébricas e sua Resolução Numérica.*

*Não poderíamos deixar de, jubilosos, agradecer pela grande acolhida que tiveram os dois volumes anteriores aos ilustres colegas do magistério brasileiro.*

*Agradecemos também ao Prof. José Gaspar Ruas Filho sua colaboração na revisão das provas e exercícios.*

*Novamente, nos serão valiosas as críticas, para possíveis modificações.*

Os Autores

São Paulo, janeiro de 1970

Fig.37

A obra difere ainda quanto ao lugar da geometria analítica, com exceção da obra de Bezerra, as demais obras a partir da década de 1950, exploravam a geometria analítica entre o estudo de limite e derivada. Já a obra de Mauro Rocha e Ruy Madsen expõe o conteúdo entre Análise Combinatória e Estruturas

Algébricas/Números Complexos.

Outra alteração de grande relevância é a reintegração das seções cônicas no conteúdo de geometria analítica, haja vista que, as seções cônicas era abordada brevemente nas obras do 2º ano no conteúdo de Geometria, nos livros da década de 1950. A geometria analítica era explorada na segunda parte do livro de Rocha e Madsen conforme a figura 38 abaixo.

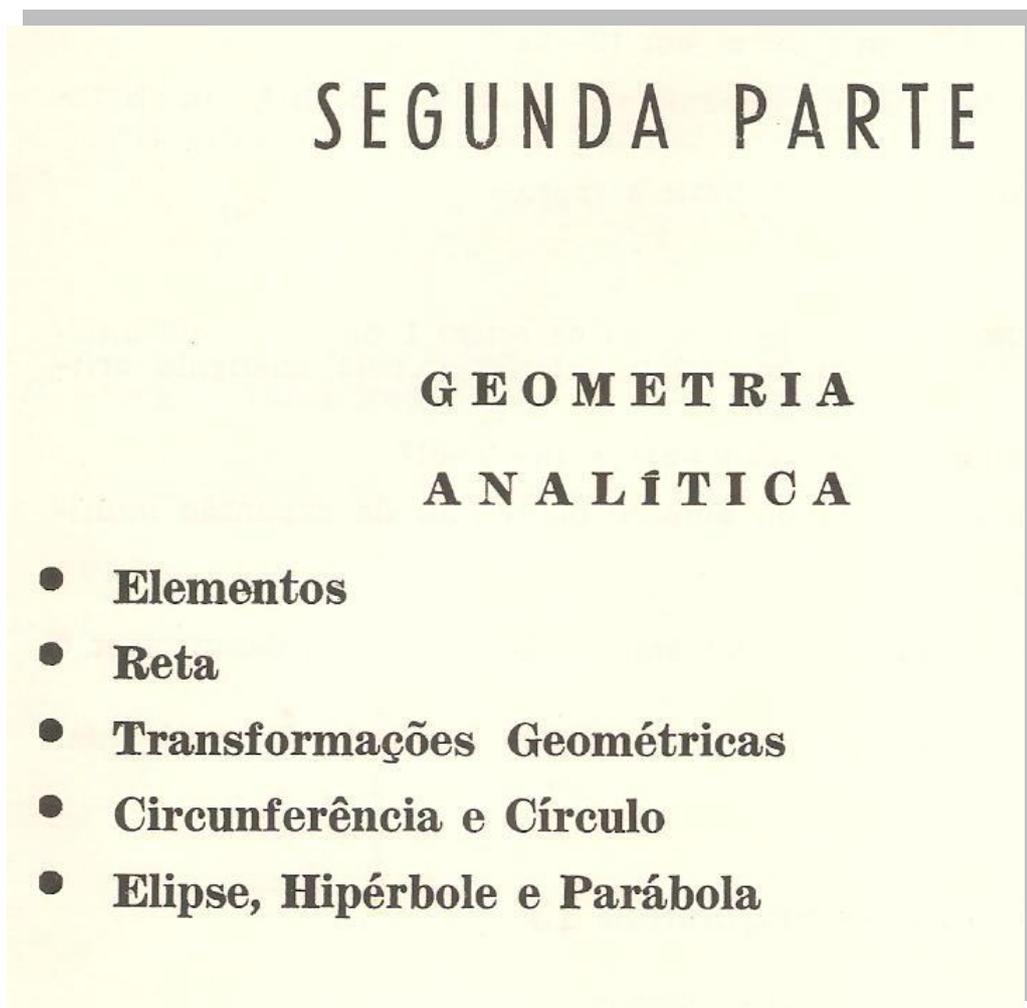


Fig. 38

No primeiro tópico da segunda parte, Elementos, para contemplar as ideias modernistas expõe: distância de dois pontos; paralelogramo de vetores por meio matricial; área de um triângulo e finaliza com uma série 12 de exercícios todos com respostas, que contemplam as propriedades e fórmulas.

No tópico seguinte aborda o estudo da reta em todas suas propriedades e

assuntos, finalizando com uma série de 20 exercícios.

O terceiro tópico é bem sugestivo, pois explora a geometria das transformações: translação; simetria, rotação e homotetia apoiadas na linguagem moderna das estruturas.

Por fim no último tópico elabora um estudo da circunferência, parábola, hipérbole e elipse todos com uma série de exercícios no final de cada item, que visavam a aplicação das fórmulas.

Importante destacar que por contemplar o ideário das estruturas algébricas o tratamento gráfico é bem reduzido, onde a geometria analítica é explorada de forma essencialmente algébrica.

### **3.14 – Matemática na Escola Renovada – Vol. 3**

**Autores: Scipione di Pierro Netto e Célia Contin Góes**

**Publicação de 1972, 1ª Edição**

**Editora IBEP - São Paulo**

Importantíssimo autor de livros didáticos para colégio nas décadas de 1960 e 1970, Scipione Di Pierro Netto foi professor de prática de ensino de matemática na Universidade de São Paulo e na Faculdade de Filosofia Ciências e Letras de São Bento<sup>35</sup> no estado de São Paulo. A obra aqui analisada escrita cooperativamente com Célia Contin Góes, professora de fundamentos da matemática da PUC-SP inicia-se, sem prefácio, mas, com um recado aos professores, conforme a figura a seguir.

---

<sup>35</sup> Hoje Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – PUC-SP.

Aos Senhores Professores:

Neste terceiro volume para o Curso de Matemática de 2<sup>o</sup> Grau, apresentamos:

- Geometria Analítica
- Análise Algébrica: Limites, Continuidade, Derivadas, Variação das Funções
- O Corpo dos Números Complexos
- Polinômios e Funções Polinomiais
- Equações Algébricas

Demos atenção especial a alguns capítulos: A **Análise Algébrica** está estudada pormenorizadamente neste nível. Os conceitos de **Limite**, **Continuidade**, **Derivadas** e suas aplicações são exaustivamente examinados. Os **Polinômios** mereceram um tratamento por seqüências quase-nulas, em termos elementares, embora este tipo de abordagem somente tenha sido feita em outros níveis.

Procuramos reduzir e simplificar o estudo das **Equações Algébricas**; a solução deste problema está hoje muito mais afeto aos cursos de **Cálculo Numérico**.

No mais, os exercícios, em qualquer capítulo, são muito numerosos. Mesmo que não possam ser feitos num primeiro estudo, serão de muita utilidade para os que se destinam a estudos superiores.

Àqueles que nos honrarem com sugestões e críticas construtivas, nossos agradecimentos.

Os autores

**Correspondência aos autores:**

Rua Fortaleza, 53  
Caixa Postal 2362  
São Paulo, SP

Fig.39

De acordo com índice do livro podemos observar que a geometria analítica está localizada logo no primeiro capítulo da obra, anteriormente ao estudo de limites. Vemos no índice da figura 40, ilustrada abaixo, que a geometria analítica era abordada em todos seus elementos para o ensino secundário, que nesse período já era denominado 2<sup>o</sup> grau: estudo da reta e suas propriedades; estudo das cônicas divididas em circunferência, elipse, hipérbole e parábola.

Uma observação marcante nessa obra é o maior número de ilustrações gráfica por página, maior que os livros analisados de períodos anteriores. (fig.40)

a) Paralelismo

Sejam  $r$  e  $r'$  distintas, tais que  $r \parallel r'$  e cujas equações são:

$$r: y = mx + n \quad \text{Ou: } ax + by + c = 0$$

$$r': y = m'x + n' \quad \text{Ou: } a'x + b'y + c' = 0$$

Como  $r \parallel r' \Rightarrow \alpha \equiv \alpha' \Rightarrow$   
 $\Rightarrow \operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} \alpha'$   
 E como  $\operatorname{tg} \alpha = m$  e  
 $\operatorname{tg} \alpha' = m'$ , então:

$m = m'$

 é a condição de paralelismo de duas retas.

Também se pode ver que:

$$\left. \begin{aligned} m &= -\frac{a}{b} \\ m' &= -\frac{a'}{b'} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$$
 é outra forma de escrever a condição de paralelismo de  $r$  e  $r'$ .

b) Perpendicularismo

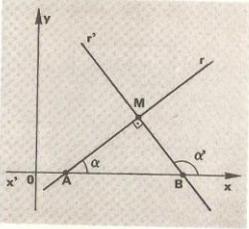
Sejam  $r$  e  $r'$  tais que  $r \perp r'$ , onde:

$$r: y = mx + n \quad \text{Ou: } ax + by + c = 0$$

$$r': y = m'x + n' \quad \text{Ou: } a'x + b'y + c' = 0$$

Supomos que qualquer delas não seja perpendicular a  $\vec{x}\vec{x}$  (se isso ocorrer, então a equação de  $r$  será  $y = k$  e de  $r'$  será  $x = k'$  e o perpendicularismo é trivial). Também suporemos que:

$$r \cap r' = \{M\} \quad \text{e } M \notin \vec{x}\vec{x}$$

$$r \cap \vec{x}\vec{x} = \{A\} \quad \text{e } r' \cap \vec{x}\vec{x} = \{B\}$$


$$\alpha' = \alpha + \frac{\pi}{2} \text{ rd} \Rightarrow \operatorname{tg} \alpha' = \operatorname{tg} \left( \alpha + \frac{\pi}{2} \right)$$

Como  $\operatorname{tg} \left( \alpha + \frac{\pi}{2} \right) = -\operatorname{cotg} \alpha$  vem, pela propriedade transitiva,

$$\operatorname{tg} \alpha' = -\operatorname{cotg} \alpha = \frac{-1}{\operatorname{tg} \alpha}$$

lembrando que  $\begin{cases} \operatorname{tg} \alpha = m \\ \operatorname{tg} \alpha' = m' \end{cases}$

Então:  $m' = -\frac{1}{m}$  é uma condição de perpendicularismo, que também se escreve:

$m \cdot m' + 1 = 0$  ou  $\frac{a}{b} = -\frac{b'}{a'}$  ou  $aa' + bb' = 0$

 (12, I)

Para se obter as duas últimas fórmulas basta substituir  $m = -\frac{a}{b}$  e  $m' = -\frac{a'}{b'}$ .

13. Equação da reta de coeficiente angular  $m$  e que passa por  $A(x_0, y_0)$

Seja  $r: mx + n$  (1) uma reta de coeficiente angular  $m$ .

Se  $A \in r$ , então:  $(x_0, y_0)$  satisfaz a equação de  $r$ . Assim:

$$y_0 = mx_0 + n$$
 (2)

Fazendo-se (1) - (2), vem:

$$y - y_0 = mx - mx_0$$

Ou:  $y - y_0 = m(x - x_0)$  (13, I)

reta cujo coeficiente angular é  $m$  e que contém o ponto  $A(x_0, y_0)$ .

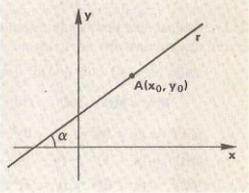


Fig.40

O número de exercícios também é bastante significativo na primeira parte, estudo da reta, são quase 100 exercícios que exploram as propriedades e aplicações, inclusive alguns que exigiam demonstrações, conforme a figura 41.

- c) escrever a equação da reta passando por  $D$  e de coeficiente angular  $8$  e determinar a intersecção  $A$  desta reta com a perpendicular conduzida por  $B$  à reta  $r$ ;
- d) calcular o perímetro e a área do trapézio  $ABCD$ ;
- e) sendo  $P$  o ponto intersecção das retas  $AD$  e  $BC$ , verificar analiticamente que a bissetriz do ângulo  $PBA$  divide o lado oposto  $AP$  em partes proporcionais aos outros dois lados do triângulo  $PBA$ .

#### Seqüência II

- 1) Demonstrar que as diagonais de um retângulo têm a mesma medida.
- 2) Demonstrar que as diagonais de um paralelogramo se interceptam mutuamente ao meio.
- 3) Provar que se as diagonais de um quadrilátero se interceptam em seus pontos médios, então o quadrilátero é um paralelogramo.
- 4) Provar que as medianas de um triângulo  $ABC$  se interceptam num ponto  $G$  e, sendo  $\overline{AM}$  uma delas, então vale a relação  $\frac{AG}{GM} = \frac{2}{1}$ .
- 5) Sejam  $b$  e  $c$  os catetos de um triângulo  $ABC$ , reto em  $A$ . Sendo  $h$  a altura relativa à hipotenusa, provar que vale a relação  $\frac{1}{h^2} = \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}$ .
- 6) A hipotenusa de um triângulo retângulo vale  $a$ . Determinar os três lados quando eles formam uma progressão aritmética.
- 7)  $ABC$  é um triângulo retângulo em  $B$ . A hipotenusa  $AC = 13u$ ,  $AB = 10u$ . Calcular a posição do ponto  $D$  sobre a reta  $\overrightarrow{BC}$  de modo que o novo triângulo  $ABD$  tenha a hipotenusa  $AD = 2AC$ .
- 8) Provar que a soma das medidas dos segmentos perpendiculares aos lados congruos de um triângulo isósceles, traçados por um ponto  $P$  da base, é constante.
- 9) Dado um triângulo isósceles  $ABC$ , demonstrar que
 
$$(AB)^2 + (AC)^2 = 2(AD^2 + BD^2)$$
 onde  $D$  é o ponto médio de  $\overline{BC}$ .
- 10) Demonstrar que o segmento determinado pelos pontos médios dos lados de um triângulo é paralelo ao terceiro lado e sua medida é a metade da medida desse terceiro lado.

Fig.41

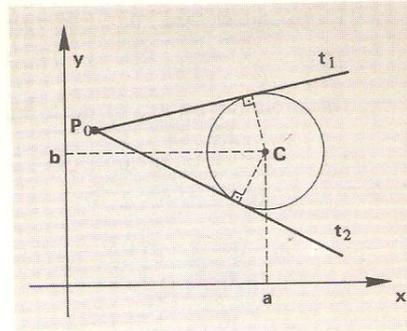
Na segunda parte de geometria analítica: estudo das cônicas: circunferência, elipse, hipérbole e parábola, os autores seguiram com as mesmas características apresentadas no estudo da reta. São quase 100 exercícios explorando as propriedades e que exigiam algumas demonstrações. Bem como uma evolução gráfica que provavelmente exigia novos equipamentos gráficos, conforme podemos

observar na figura 42, que relaciona o eixo cartesiano, com uma circunferência e duas tangentes à ela de mesma origem, o que até aquele momento não era muito comum (possível).

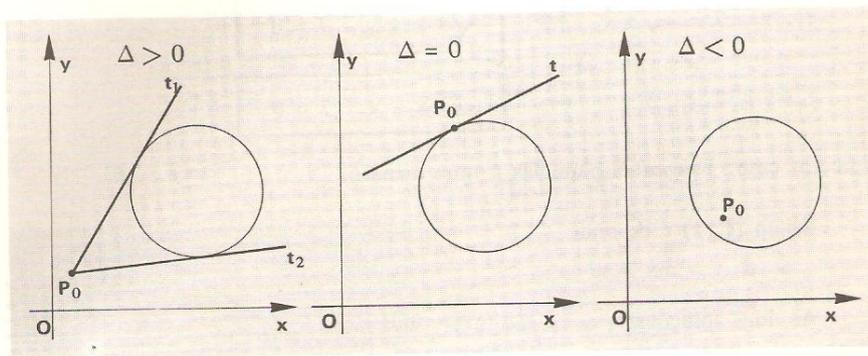
Segundo caso:  $P_0(x_0, y_0)$  é externo  $(C, r)$

Neste caso basta:

- Determinar a equação do feixe de centro  $P_0(x_0, y_0)$ .
- Impor a condição que as retas do feixe devem distar  $r$  de  $C(a, b)$ .
- Obtém-se uma equação do 2.º grau em  $m$  com  $\Delta > 0$  e portanto duas soluções  $t_1$  e  $t_2$ .



Uma análise simples da equação do 2.º grau que se obtém mostra que poderá ocorrer, num caso geral, onde a posição relativa de  $P_0$  e  $(C, r)$  não seja conhecida, as seguintes possibilidades:



Exemplo:

Dar as equações das tangentes à circunferência de equação

$$x^2 + y^2 - 6y + 5 = 0$$

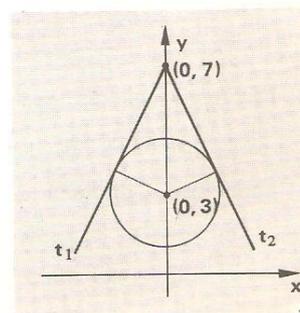
traçadas pelo ponto  $P_0(0, 7)$ .

- Coordenadas de  $(a, b)$  e raio de  $(C, r)$

$$x^2 + y^2 - 6y + 5 = 0$$

$$\left. \begin{array}{l} -2a = 0 \iff a = 0 \\ -2b = -6 \iff b = 3 \end{array} \right\} (a, b) = (0, 3)$$

$$r = \sqrt{a^2 + b^2 - c} = \sqrt{0^2 + 3^2 - 5} = \sqrt{4} = 2$$



51

Fig.42

### **3.15 – Matemática, 3ª série**

**Autores: Gelson Iezzi e outros**

**Publicação de 1974, 5ª Edição**

**Atual Editora - São Paulo**

Engenheiro metalurgista pela Escola Politécnica da Universidade de São Paulo (USP), licenciado em Matemática pelo Instituto de Matemática e Estatística da USP, professor em cursos pré-vestibulares e autor de livros didáticos de matemática desde o final da década de 1960. Gelson Iezzi é um importante autor de livros didáticos de matemática para o ensino secundário, na medida em que sua obra dura mais de quatro décadas.

A obra aqui comentada não faz menção a nenhuma legislação nem a nenhum programa, consta no prefácio algumas informações a respeito da obra como podemos observar na figura a seguir.

## Prefácio

Completamos com este volume o trabalho a que nos propusemos: escrever uma coleção de livros de Matemática para alunos do 2º grau, pensando também naqueles que não se encaminharão para um estudo superior de Matemática. Assim, na mesma linha dos volumes lançados anteriormente, a formalização foi reduzida ao mínimo necessário, a teoria foi desenvolvida em pequenas doses sempre acompanhadas de exercícios resolvidos e propostos, e mostramos, sempre que possível, aplicações práticas da matéria exposta.

A seguir, fazemos algumas considerações sobre os assuntos tratados neste volume.

- Desenvolvemos a *Geometria Analítica* levando em conta que o aluno já teve contatos, embora esparsos, com o plano cartesiano, com gráficos e procuramos apenas organizar e aprofundar conhecimentos anteriores. Demos destaque aos estudos de retas e circunferências, porém limitamos as informações sobre as cônicas que, de qualquer modo, teriam de ser incompletas.

- Fazemos um estudo superficial sobre *Polinômios* de coeficientes reais, não nos preocupando com uma definição geral de polinômio nem com as demonstrações de certas propriedades; detivemo-nos mais na explicação de operações com polinômios, notadamente a divisão euclideana.

- Nos capítulos onde fazemos um estudo introdutório ao *Cálculo*, optamos por um desenvolvimento mais pormenorizado das derivadas e suas aplicações, restringindo propositadamente a exposição sobre limites. Reconhecendo que, de qualquer modo, ao nível do 2º grau, é impossível colocar a teoria dos limites com todo rigor matemático, apresentamos as propriedades de que precisamos em derivadas, sem cogitar de suas provas e fazendo sucessivos apelos à intuição.

- Terminados os tópicos em que trabalhamos apenas no campo dos números reais (*Geometria Analítica*, *Polinômios*, *Limites*, *Derivadas*, *Regras de Derivação e Variação das funções*) fazemos um estudo dos *Números Complexos*, preparando o caminho para o assunto *Equações Polinomiais*, último capítulo do livro.

Mais uma vez colocamo-nos à disposição dos colegas professores para receber suas críticas e sugestões.

São Paulo, 1974

Os autores

Correspondência para os autores  
ATUAL EDITORA LTDA.  
Rua José Antonio Coelho, 785  
04011 – São Paulo – SP

Fig.43

Neste prefácio o autor destaca a redução da formalização ao mínimo necessário. E que a geometria analítica teria como destaques a exploração da reta e da circunferência, e com uma exploração simplificada e limitada. (fig.43)

Assim conforme o índice (fig.44) a geometria analítica foi explorada em 108 páginas, divididas em quatro estudos: 1) o ponto; 2) a reta; 3) a circunferência e

finalizando com 4) as cônicas. A obra, onde observamos pela primeira vez, elementos, letras e ilustrações coloridas logo na primeira página traz a concepção do autor sobre o estudo de geometria analítica por processos algébricos (analíticos).

Há muitas maneiras de se estudar Geometria. Provavelmente, quem nos lê já deve ter visto um pouco de Geometria P no 1º grau e algo de Geometria Espacial no 2º grau. Vamos agora abordar alguns exemplos de Geometria Plana, porém com outra técnica, diferentes das vistas em cursos anteriores, substituiremos gradativamente as figuras elementares (pontos, reta, circunferência, etc) por elementos algébricos (pares ordenados, equações, etc) e resolveremos problemas geométricos por processos algébricos (analíticos) (IEZZI, p.3, 1974)

<b>ÍNDICE</b>	
<b>1 O PONTO</b>	<b>1</b>
1. Introdução, 3 – 2. Sistema cartesiano plano, 3 – 3. Propriedades, 4 – 4. Distância entre dois pontos, 6 – 5. Razão de seção, 8 – 6. Ponto divisor, 10 – 7. Ponto médio, 11 – 8. Baricentro de um triângulo, 14 – 9. Condição para o alinhamento de três pontos, 15.	
<b>2 A RETA</b>	<b>19</b>
1. Equação geral, 21 – 2. Interseção de retas, 25 – 3. Interseções com os eixos, 26 – 4. Equações paramétricas, 28 – 5. Coeficiente angular, 30 – 6. Condição de paralelismo, 34 – 7. Posições relativas, 34 – 8. Equação reduzida, 37 – 9. Equação de reta, dados um ponto e a direção, 37 – 10. Condição de perpendicularismo, 40 – 11. Ângulo de retas, 44 – 12. Distância entre ponto e reta, 47 – 13. Área do triângulo, 50 – 14. Bissetrizes, 54 – 15. Inequações do 1º grau, 57.	
<b>3 A CIRCUNFERÊNCIA</b>	<b>61</b>
1. Equação da circunferência, 63 – 2. Reconhecimento de uma circunferência, 67 – 3. Posições relativas, 71 – 3.1 ponto e circunferência, 71 – 3.2 reta e circunferência, 76 – 3.3 duas circunferências, 81 – 4. Problemas de tangência, 83.	
<b>4 AS CÔNICAS</b>	<b>89</b>
1. Elipse, 91 – 2. Hipérbole, 96 – 3. Parábola, 101.	
<b>5 POLINÔMIOS</b>	<b>109</b>
1. Conceitos preliminares, 111 – 1.1 função polinomial, 111 – 1.2 valor numérico de um polinômio, 111 – 1.3 grau de um polinômio, 113 – 2. Identidade de polinômios, 114 – 2.1 polinômio identicamente nulo, 114 – 2.2 polinômios idênticos, 114 – 3. Operações com polinômios, 116 – 3.1 adição, 116 – 3.2 multiplicação, 117 – 3.3 divisão, 119 – 4. Divisão de polinômios por binômios do 1º grau, 123 – 4.1 teorema do resto, 123 – 4.2 teorema de D'Alembert, 124 – 4.3 dispositivo prático de Briot-Ruffini, 128.	

Fig.44

Conforme salientado pelo autor, há realmente uma quantidade significativa de exercícios resolvidos no livro, além de contar com um número significativo de exercícios propostos, cuja finalidade era a aplicação das propriedades. Todos com resposta no final da obra.

A geometria analítica era explorada em todas as propriedades no estudo da reta, conforme as obras de períodos anteriores, a novidade que a obra trouxe, sobretudo pela evolução gráfica é a abordagem das inequações do 1º grau com um tratamento gráfico conforme a figura 45 a seguir.

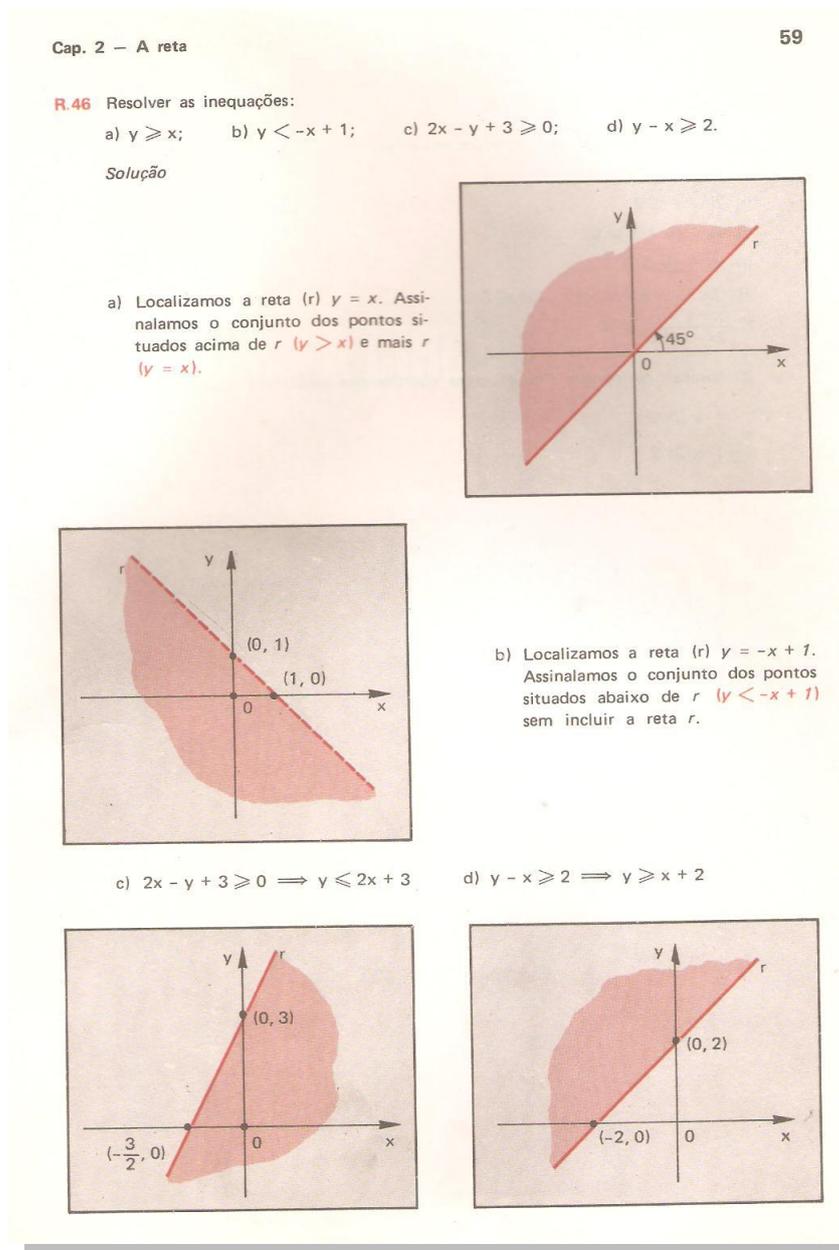


Fig.45

No terceiro e penúltimo tópico relativamente à geometria analítica, lezzi aborda o estudo da circunferência em todas as suas propriedades, seguindo a mesma linha daquela explorada no estudo da reta, ou seja, além de usar um tratamento algébrico o autor fez bastante uso das figuras coloridas e da exploração das inequações.

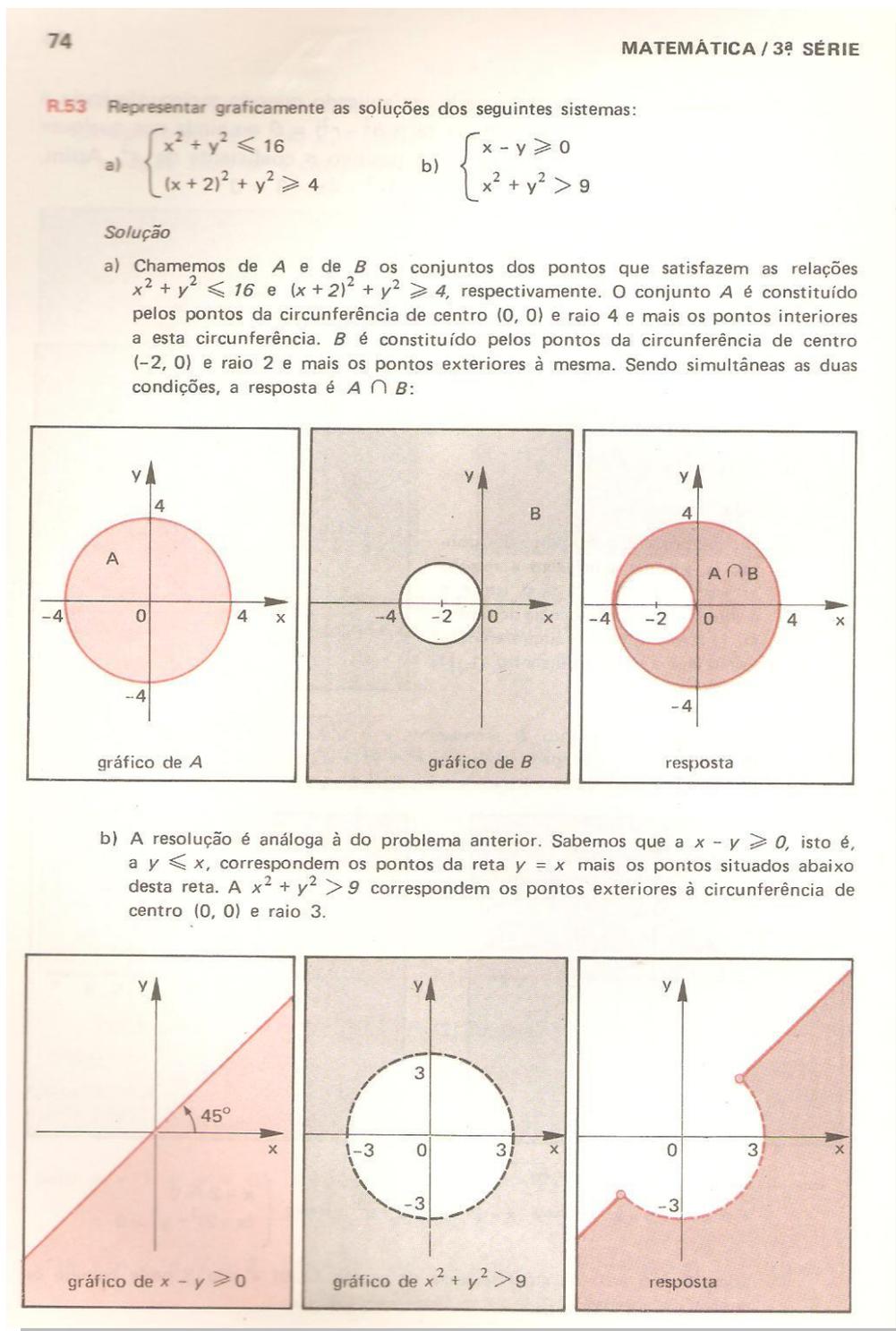


Fig.46

Por fim expõe as cônicas, como o próprio autor salientou no prefácio de forma breve, porém com alguns exercícios resolvidos e propostos, além de abusar do uso das figuras coloridas.

## **Considerações Finais:**

A presente pesquisa teve como objetivo apresentar os resultados de uma investigação sobre a disciplina de geometria analítica para ensino secundário, a partir da análise de livros didáticos de Matemática no período compreendido de 1940, até meados de 1970. Visando analisar historicamente as mudanças ocorridas nos livros didáticos relativamente ao conteúdo de geometria analítica, o presente trabalho histórico se apoiou nos pressupostos teóricos de historiadores como Marc Bloch (2002), Michel de Certeau (1982, 2007), Roger Chartier (1991), Dominique Julia (2001), André Chervel (1990) e Alain Choppin (2004).

Bloch nos orientou como produzir história, o papel do historiador, bem como a sua responsabilidade. Michel De Certeau (1982) nos indicou como organizar uma pesquisa histórica, explicitando com clareza os passos metodológicos do fazer histórico. Esclarecendo ainda que, qualquer investigação historiográfica articula-se sobre um lugar, uma região social, econômica, política e cultural; e nesse “lugar” delimitado que a pesquisa se consolida. De Certeau (2007) lançamos mão ainda dos conceitos de *estratégias* e *táticas* que sustentaram nossa proposta. Chartier (1991) definiu a *apropriação* como sendo o fenômeno que, diferentes indivíduos, grupos ou classes se apropriam de diferentes maneiras de uma mesma ideia (*estratégias*), lei ou ordem. Dominique Julia (2001) descrevendo a cultura escolar e André Chervel (1990) nos norteou sobre a relevância das pesquisas sobre as disciplinas escolares, não somente para o conhecimento da história da educação, mas também na compreensão da história cultural. E com Choppin (2004) buscamos referências para a pesquisa em livros didáticos.

Procurou-se entender a trajetória do conteúdo de geometria analítica no ensino secundário, abordado por diferentes autores e a forma como os mesmos se apropriaram dos diferentes momentos históricos vividos pela educação brasileira, em especial o ensino de Matemática (*táticas*).

A Reforma Francisco Campos de 1931 era a legislação vigente no início dos anos de 1940, que instituiu a frequência obrigatória e o regime seriado. O ensino secundário era formado por um curso básico de cinco anos, hoje o ensino fundamental, e os cursos complementares de dois anos. Nesse período não havia

uma padronização do ensino de matemática o que era refletido nos livros didáticos de matemática para os cursos complementares (RIBEIRO, 2006; OTONE E SILVA, 2006), hoje o ensino médio. Os livros didáticos de matemática desse período em grande medida baseavam-se em obras de conteúdos específicos, compêndios, não eram organizados sequencialmente com conteúdos afins, mantinham uma herança dos cursos preparatórios.

A partir de 1942 ocorreram novas tentativas de se padronizar o ensino básico brasileiro por meio da reforma Gustavo Capanema (ROMANELLI, 1999). Nesse período ocorreram mudanças bastante significativas no nosso processo educacional, que foram claramente *apropriadas* pelos autores dos livros didáticos em meados da década de 1940. Foi nesse período que surgiu o Colégio, denominação dada ao período final da educação básica e juntamente com ele, surgiram os primeiros livros didáticos sob denominação: matemática para o colégio. Fato esse que até aquele momento não ocorria, onde os livros eram compêndios denominados pelos conteúdos específicos.

Embora tenham surgido na década de 1940, posteriormente à Reforma Gustavo Capanema, obras intituladas matemática para o ensino secundário, internamente estavam divididas em grandes blocos de conteúdos: álgebra, aritmética, trigonometria, geometria e geometria analítica.

Nesse sentido, a geometria analítica nos livros didáticos da década de 1940 era abordada como um dos subgrupos, ou blocos, herdados da década anterior no último tópico das obras do 3º ano do colégio.

A análise dos livros revelou obras bem semelhantes e bastante convergentes com o programa expedido em 1943, nas quais o índice de cada uma delas é quase uma cópia do programa. Assim, eram abordados: o estudo da reta, da circunferência e das seções cônicas, expostas com demonstrações, alguns exercícios resolvidos e outros que exploravam a aplicação das propriedades e o uso das fórmulas.

A Portaria Ministerial de 1951 seguiu nessa linha de padronizar a educação brasileira principalmente no colégio e, por intermédio do Colégio Pedro II, instituíram-se os Programas Mínimos: um programa curricular básico que, em certa medida, sintetizava o programa anterior, sobretudo em relação à matemática.

Com a mudança da legislação foram observadas algumas alterações nos livros didáticos de matemática para década de 1950, que refletiram no conteúdo de geometria analítica. Os grandes blocos citados acima não apareciam mais

explicitamente, conforme orientação do programa, e das propostas advindas da Europa do primeiro movimento modernizador para o ensino de matemática, cujo principal difusor no Brasil foi Euclides Roxo. Nessa perspectiva a geometria analítica desapareceu de forma explícita, a única exceção entre as obras analisadas, foi o livro de Manoel Jairo Bezerra que conservou por várias décadas esse formato, além de escrever as três obras do colégio em um único volume.

Outra significativa mudança observada no conteúdo de geometria analítica nesse período foi quanto ao lugar, ou seja, a posição desse tópico no livro. O conteúdo de geometria analítica foi condensado, resumindo-se aos estudos da reta e da circunferência. Desaparece das obras do terceiro ano colegial a exposição das seções cônicas, abordadas brevemente, em algumas obras do segundo ano, como assunto de geometria. Essas alterações de lugar, de abordagem ou mesmo desaparecimento de itens, confirmam os períodos de instabilidade de uma disciplina ou conteúdo escolar em seu percurso de disciplinarização, descritos por Chervel (1990).

Assim como na década de 1940, os livros são, em grande medida, idênticos aos programas expedidos, na década de 1950 os livros analisados seguem exatamente a orientação do programa, gerando uma padronização dos manuais didáticos para o colégio.

As ideias modernizadoras advindas da Europa e dos EUA que visavam preencher a lacuna existente entre os cursos secundário e superior, eclodiram no Brasil na década de 1960. O segundo grande movimento organizado para o ensino de matemática em nível secundário, denominado Movimento da Matemática Moderna (MMM), aspirava uma melhoria no sistema de ensino de Matemática que enfatizava a fusão entre a álgebra, geometria e aritmética por meio das estruturas algébricas. Nesse sentido, ao iniciarmos a pesquisa partimos da hipótese que a geometria analítica poderia ter ganhado um novo *status* dentro da disciplina matemática com o movimento modernizador internacional, pois ela é um conteúdo que possibilita tal fusão, uma unidade entre os blocos: álgebra, geometria e a aritmética.

Em relação aos livros didáticos desse período observamos que a liberdade concedida pela LDB/61 aos estados e municípios, e a ausência de um programa oficial, permitiram uma diversificação nas obras, fato que não observamos nas décadas de 1940 e 1950 nos livros analisados.

Por essa liberdade o GEEM importante grupo de estudos e difusor do ideário do MMM no Brasil, organizou um programa denominado *Assuntos Mínimos*, que foi “acolhido” como “programa oficial de matemática” face à ausência de um, sobretudo pela influência do professor Osvaldo Sangiorgi.

Nesse sentido as obras de Ary Quintella e Manoel Jairo Bezerra, analisadas nesse período não contemplaram o movimento, gerando obras idênticas às respectivas da década de 1950.

Em contra partida o livro de Ruy Madsen e Luiz Mauro Rocha contempla o ideário modernista e, nesse espectro, a geometria analítica é abordada de forma essencialmente algébrica. O tratamento gráfico ou geométrico fica em certa medida num segundo plano. Assim a geometria analítica ressurgiu de forma explícita e explorada nos estudos da: reta, circunferência e seções cônicas.

Já a obra de Gelson Iezzi, tenta reduzir ao mínimo possível a formalização conforme destacou no prefácio, e nesse sentido, além dos avanços gráficos (primeiras figuras coloridas), o autor explora a geometria analítica formalmente, conforme as décadas anteriores, mas, faz grande uso dos gráficos. Expõem todos os assuntos, reta, circunferência, cônicas e, pela primeira vez, observa-se a análise geométrica das inequações do primeiro e segundo grau.

Com o presente trabalho não esperamos encerrar a discussão sobre o caminho percorrido pelo conteúdo de geometria analítica no ensino secundário brasileiro, e sim contribuir, alimentar, trabalhos e discussões futuras. Ainda há muito a se conhecer sobre o passado do ensino de matemática e acreditamos que esse conhecimento pode refinar nossa prática docente no futuro.

## Referências

- ARAGÃO, M. J. **História da Matemática**. Rio de Janeiro: Interciência, 2009.
- ARANHA, M. L. A. **A História da Educação**. 1ª Edição; São Paulo: Editora Moderna, 1989.
- BEZERRA, M. J. **Curso de Matemática: para os primeiro, segundo e terceiros anos dos Cursos Clássico e Científico**. 3ª Ed. SP: Companhia Editora Nacional. 1960.
- BEZERRA, M. J. **Curso de Matemática: cursos de segundo grau (antigos Cursos Clássico e Científico)**. 33ª Ed. SP: Companhia Editora Nacional. 1976.
- BLOCH, M. **Apologia da História ou o ofício do historiador**. Tradução: André Telles. Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 2002.
- BOYER, C. B. **História da Matemática**. 2ª Ed. Tradução: Elza F. Gomide. São Paulo: Edgar Blucher, 1996.
- BURKE, P. **A revolução francesa da historiografia: A Escola dos Annales**. Tradução: Nilo Odália. 3ª ed. São Paulo: Unesp. 1990.
- CARVALHO, T. M. **Matemática para os cursos Clássico e Científico: 3º ano**. 3ª Ed. SP: Companhia Editora Nacional. 1950.
- CARVALHO, T. M. **Matemática para os cursos Clássico e Científico: 3º ano**. 6ª Ed. SP: Companhia Editora Nacional. 1956.
- CERTEAU, M de. **A escrita da história**. Tradução: Maria de Lourdes Menezes. 2ª ed. Rio de Janeiro, RJ: Forense Universitária, 2007.
- CHARTIER, R. **O mundo como representação**. In Estudos avançados 11 (5) São Paulo-IEA-SP. 1991.
- CHARTIER, R. **Cultura Popular: Revistando um conceito historiográfico**. Estudos Históricos. Rio de Janeiro. V.8. nº16. P. 179-192. 1995.
- CHERVEL, A. **A História das disciplinas escolares: reflexões sobre um campo**

**de pesquisa.** Teoria e Educação, n.2, Porto Alegre, 1990.

CHOPPIN, A. **História dos livros e das edições didáticas: sobre o estado da arte.** Revista Educação e Pesquisa, São Paulo, v.30, n.3, p. 549-566, set./dez. 2004.

DANTE, L. R. **Matemática volume único.** 1ª ed. São Paulo: Ática, 2005.

DI PIERRO NETTO, S. e CONTIN GÓES, C. **Matemática na Escola Renovada.** SP: Editora Saraiva. 1976.

EVES, H. **Introdução à História da Matemática.** Tradução: Hygino A. Domingues. São Paulo: Unicamp, 2004.

GEEM, **Matemática Moderna para o Ensino Secundário.** 2ª Edição. São Paulo: L.P.M Editora. 1965

IEZZI, G. e outros. **Matemática.** São Paulo: Atual, 1974.

IEZZI, G. **Matemática Volume Único.** São Paulo: Atual, 2002.

JULIA, D. **A cultura escolar como objeto histórico.** Tradução: Gizele de Souza. In: Revista brasileira de História da Educação. Campinas SP: Editora Autores Associados, n.1, jan./jun. 2001.

LEITE, S. **História da Companhia de Jesus no Brasil.** Tomo VII. Rio de Janeiro: Civilização Brasileira, 1945.

LOPES, M. R **O ensino de Matrizes: A história de um conteúdo da matemática escolar (1930 – 1980).** Dissertação de mestrado UFRJ. 2012.

MAEDER, A. M. **Curso de Matemática:** 3ª série. 7ª Ed. São Paulo: Edições Melhoramentos. 1959.

MENESES, R. S. **A História da Geometria Escolar no Brasil: de disciplina a conteúdo de ensino.** PUC – SP. São Paulo. 2007. Dissertação de Mestrado Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.

MIORIM, M. A. **Introdução à história da educação matemática.** São Paulo: Atual, 1998.

OLIVEIRA, A. S. **A abordagem do conceito de função em livros didáticos ginasiais: Uma análise em tempos modernos (décadas de 1960 e 1970).** Dissertação de Mestrado UNIBAN-SP. 2009.

OTONE E SILVA, M.C. **A Matemática do Curso Complementar da Reforma Francisco Campos.** São Paulo: PUC-SP, 2006. Dissertação de mestrado.

PAVANELLO, M. R. **O abandono do ensino de geometria: uma visão histórica.** 1989. Dissertação (Mestrado em Educação: Metodologia do Ensino) – Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação, Campinas.

PEIXOTO, R. **Elementos de Geometria Analítica.** 2ª Ed. RJ: Editora Minerva. 1941.

QUINTELLA, A. **Matemática para o terceiro ano colegial.** 2ª Ed. SP: Companhia Editora Nacional. 1958.

QUINTELLA, A. **Matemática para o terceiro ano colegial.** 12ª Ed. SP: Companhia Editora Nacional. 1965.

QUINTELLA, A. **Matemática para o terceiro ano colegial.** 2ª Ed. SP: Companhia Editora Nacional. 1968.

RIBEIRO, D. F. C. **Dos Cursos Complementares ao Cursos Clássico e Científico: a mudança da organização dos ensinos de Matemática.** PUC – SP. São Paulo. 2006. Dissertação de Mestrado Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.

SESSA, C. **Iniciação ao estudo didático da Álgebra: origens e perspectivas.** Tradução: Damian Kraus. São Paulo: Edições SM, 2009.

SOUZA, J. C. M. **Geometria Analítica: no espaço de duas dimensões.** 5ª Ed. RJ: Editora Getúlio Costa. 1943.

ROMANELLI, O. O. **História da educação no Brasil (1930/1973).** 23ª Ed. Petrópolis: Vozes, 1999.

ROXO, E. e outros. **Matemática 2º ciclo.** 2ª Ed. Rio de Janeiro: Editora Paulo

Azevedo LTDA. 1946.

ROXO, E. e outros. **Matemática 2º ciclo**. 5ª Ed. Rio de Janeiro: Editora Paulo Azevedo LTDA. 1956.

VALENTE, W. R. **Uma História da Matemática escolar no Brasil: (1730 – 1930)**. 2ª Ed. São Paulo: Annablume: FAPESP. 2002.

VALENTE, W. R. **Euclides Roxo e a História da Educação Matemática no Brasil**. Revista Iberoamericana de Educación Matemática. 2005. nº 1. pag. 89-94

VALENTE, W. R. **Tendências da História da Educação Matemática no Brasil**. In. ZDM Mathematics Education, 2010, 42: 315-323.

VALENTE, W. R. **História da Educação Matemática: Interrogações Metodológicas**. In. REVEMAT, V. 2.2, p. 28-49, UFSC 2007.

VALENTE, W. R. **A criação da disciplina escolar no Brasil e seu primeiro livro didático**. Revista: Educação em revista, V. 43, p. 173-187, Belo Horizonte – MG. 2006.

VILELA, L. M. A. **“GRUEMA”**: Uma contribuição para a História da Educação Matemática no Brasil. UNIBAN – SP. São Paulo. 2009. Tese de doutorado.

VIÑAO, A. **A História das disciplinas escolares**. In Revista Brasileira de História da Educação. Campinas, SP. SBHE/Editora Autores Associados. Jan/Jun, Nº 18. 2008.

ZUIN, E. S. L. **A geometria Analítica busca seu verdadeiro pai**. PUC – MG. Artigo.

Juiz de Fora, 22 de Março de 2013.