

**Uma Abordagem Didática Envolvendo Ideias e Conceitos
Probabilísticos no 6º Ano do Ensino Fundamental**

Letícia Santos Elias Rocha

Leticia Santos Elias Rocha

Uma Abordagem Didática Envolvendo Ideias e Conceitos Probabilísticos
no 6º Ano do Ensino Fundamental

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Federal de Juiz de Fora como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Educação Matemática. Linha de Pesquisa: Tecnologia da Informação e Comunicação na Educação Matemática. Área de concentração: Educação Matemática.

Orientadora: Profa Dra Chang Kuo Rodrigues

Juiz de Fora
2024

Ficha catalográfica elaborada através do programa de geração automática da Biblioteca Universitária da UFJF, com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

Santos Elias Rocha, Leticia.

Uma Abordagem Didática Envolvendo Ideias e Conceitos Probabilísticos no 6º Ano do Ensino Fundamental / Leticia Santos Elias Rocha. – 2024.

130 p.

Orientadora: Profa Dra Chang Kuo Rodrigues
Dissertação (mestrado profissional) - Universidade Federal de Juiz de Fora, Instituto de Ciências Exatas. Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, 2024.

1. Educação Matemática. 2. Educação Estatística. 3. Objeto de Aprendizagem. 4. Literacia Probabilística. I. Kuo Rodrigues, Profa Dra Chang , orient. II. Título.

Letícia Santos Elias Rocha

Uma Abordagem Didática Envolvendo Ideias e Conceitos Probabilísticos no 6º Ano do Ensino Fundamental

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Federal de Juiz de Fora como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Educação Matemática. Linhas de Pesquisa: Tecnologia da Informação e Comunicação na Educação Matemática/ Ensino e Aprendizagem da Matemática, Análise dos condicionantes da sala de aula e Intervenção Pedagógica em Matemática. Área de concentração: Educação Matemática.

Aprovada em 12 de dezembro de 2024

BANCA EXAMINADORA

Profa. Dra. Chang Kuo Rodrigues - Orientadora

Universidade Federal de Juiz de Fora

Profa. Dra. Cristiane Azevêdo dos Santos Pessoa - Membro externo

Universidade Federal de Pernambuco

Profa. Dra. Liamara Scortegagna - Membro interno

Universidade Federal de Juiz de Fora

Juiz de Fora, 11/12/2024.



Documento assinado eletronicamente por **CHANG KUO RODRIGUES, Usuário Externo**, em 07/02/2025, às 07:02, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Cristiane Azevedo dos Santos Pessoa, Usuário Externo**, em 07/02/2025, às 12:39, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Liamara Scortegagna, Professor(a)**, em 07/02/2025, às 15:09, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no Portal do SEI-UIF (www2.uif.br/SEI) através do ícone Conferência de Documentos, informando o código verificador **2153459** e o código CRC **9CDBB4A8**.

Dedico este trabalho à minha família, meu
bem mais precioso.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente ao meu Senhor e Salvador Jesus, pelo seu amor e proteção todos os dias. Por renovar minhas forças e iluminar meu caminho.

Aos meus pais José e Fátima por inculcarem em mim desde pequenina a importância dos estudos e de estar sempre pronta a aprender.

Ao meu esposo Helder e à minha filha Priscila, por me incentivarem e compreenderem as minhas ausências para dedicar-me à pesquisa. Amo vocês!

À minha querida orientadora Chang, por todo acolhimento e dedicação. Agradeço imensamente todo aprendizado e parceria durante a realização deste trabalho.

Aos membros da Banca Examinadora, Prof.(a) Dr(a) Cristiane Azevêdo dos Santos Pessoa e Prof.(a) Dr(a) Liamara Scortegagna, pela disponibilidade e contribuições dadas a esta pesquisa.

Aos colegas do GEPDIM-UFJF, pelo companheirismo e pelas discussões, sempre promovendo criticidade a aprendizado.

Aos professores do PPGEM, que muito contribuem para nossa formação e para as pesquisas em Educação Matemática.

Agradeço aos meus colegas e amigos professores, que são incansáveis na missão de “acreditar” na Educação. Vamos seguir confiantes!

Agradeço também a todos os meus alunos que já fizeram ou fazem parte de minha vida. Este trabalho foi realizado pensando em vocês.

Gratidão!

“Não sei... Se a vida é curta ou
longa demais pra nós,
Mas sei que nada do que vivemos
Tem sentido, se não tocamos o
coração das pessoas.”
Cora Coralina

RESUMO

O presente trabalho envolve o estudo do processo de ensino e de aprendizagem de ideias e noções de Probabilidade, bem como a discussão sobre meios que podem contribuir para potencializar esse processo nos Anos Finais da Educação Básica, mais especificamente no 6º ano do Ensino Fundamental. A pesquisa é de cunho qualitativo e foi utilizada a metodologia da Engenharia Didática em confluência com a Teoria das Situações Didáticas. A escola onde a Experimentação foi realizada é pública e também o local onde a pesquisadora atua como professora regente. Foi aplicada uma sequência de atividades em uma turma do 6º ano do Ensino Fundamental. Os dados foram coletados com o objetivo de estudo e análise de como se deu o processo de ensino e de aprendizagem dos conceitos e ideias probabilísticas, utilizando como procedimento metodológico a Teoria das Situações Didáticas na Experimentação e, além disso, foi feita a análise dos resultados à luz da Literacia Probabilística. Neste contexto, foram desenvolvidos dois produtos educacionais: um sob a perspectiva do ensino, que é uma proposta metodológica para a análise de livros didáticos e um sob a perspectiva da aprendizagem, que é um *quiz on-line*, um objeto de aprendizagem. A partir das análises realizadas na perspectiva de ensino, verificou-se que a proposta metodológica apresentada neste trabalho, pode permitir ao professor verificar como o conteúdo de interesse vem sendo abordado nos livros didáticos aprovados pela PNLD e, diante disso, ajudá-lo a fazer escolhas; e, na perspectiva da aprendizagem, verificou-se que a utilização do *quiz on-line* pode favorecer a aprendizagem dos alunos, bem como as tarefas que estimulam o exercício da literacia probabilística, uma vez que foram identificados nas justificativas para escolha das respostas dadas pelos alunos, os cinco elementos do construto da Literacia Probabilística.

Palavras-chave: Educação Matemática. Educação Estatística. Objeto de Aprendizagem. Literacia Probabilística.

ABSTRACT

The present study involves investigating the teaching and learning process of ideas and notions of Probability, as well as discussing ways to enhance this process in the Final Years of Basic Education, specifically in the 6th grade of Elementary School. The research adopts a qualitative approach, employing the Didactical Engineering methodology in conjunction with the Theory of Didactical Situations. The experimentation was conducted in a public school, which is also the workplace of the researcher as a lead teacher. A sequence of activities was applied to a 6th-grade class, and data were collected to study and analyze how the teaching and learning process of probabilistic concepts and ideas unfolded. The Theory of Didactical Situations served as the methodological framework for the experimentation. Additionally, the results were analyzed through the lens of Probabilistic Literacy. Within this context, two educational products were developed: one from a teaching perspective, which is a methodological proposal for analyzing textbooks, and another from a learning perspective, which is an online quiz, a learning object. Based on the teaching perspective analyses, it was found that the methodological proposal presented in this work can enable teachers to evaluate how the content of interest is addressed in textbooks approved by the PNLD (Programa Nacional do Livro Didático) and assist them in making informed choices. From the learning perspective, it was observed that the use of the online quiz can promote student learning, as well as tasks that stimulate the exercise of probabilistic literacy. This conclusion was supported by identifying the five elements of the Probabilistic Literacy construct in the justifications given by students for their answers.

Keywords: Mathematics Education. Statistics Education. Learning Object. Probabilistic Literacy.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Inter-relações entre Matemática e Estatística: Estocástica	42
Figura 2 – Triângulo didático	60
Figura 3 – Atividade do livro didático (C1) sobre Probabilidade.....	76
Figura 4 - Atividade do livro didático (C11) sobre acaso	80
Figura 5 - <i>Site Slido</i>	88
Figura 6 - Visualização do participante	88
Figura 7 – Nomes dos participantes	89
Figura 8 – Resultado da Enquete da Nuvem de palavras.....	90
Figura 9 – Resultado do <i>Quiz</i> : Tarefa 1	92
Figura 10: Resolução da aluna Lorena	94
Figura 11: Resolução do aluno Luiz Fellipe	94
Figura 12: Resolução do aluno Davi Lucas	94
Figura 13: Resolução da dupla Marcos e Emanuel	94
Figura 14 – Resultado do <i>Quiz</i> : Tarefa 2	95
Figura 15: Resolução do aluno Davi Lucas	95
Figura 16: Resolução da aluna Lorena	95
Figura 17 – Resultado do Quiz: Tarefa 3	96
Figura 18: Resolução da aluna Lorena	96
Figura 19 – Resultado do Quiz: Tarefa 4	97
Figura 20 – Resolução do aluno Luiz Fellipe	97
Figura 21 – Resolução do aluno Luiz Fellipe	97
Figura 22 – Resultado do Quiz: Tarefa 5	99
Figura 23 – Resolução do aluno Davi Lucas	99
Figura 24 – Resultado do <i>Quiz</i> : Tarefa 6	100
Figura 25 – Resultado do Quiz: Tarefa 7	101
Figura 26 – Resultado do Quiz: Tarefa 8	101
Figura 27 – Resolução da dupla Isabele e Maisy	102
Figura 28 – Resolução do aluno Davi Lucas	102
Figura 29 – Resultado do Quiz: Tarefa 9	103
Figura 30 – Resultado do Quiz: Tarefa 10	103
Figura 31 – Resolução do aluno Ralf	104
Figura 32 – Resultado final do quiz	104
Figura 33 – Resposta da dupla: Marcos e Emanuel	106
Figura 34 – Atividade impressa: Tarefa 2	107
Figura 35 – Atividade impressa: Tarefa 3	107
Figura 36 – Atividade impressa: Tarefa 4	107
Figura 37: Tarefa 5 - Resposta da dupla: Daniel M. e Daniel T.	108
Figura 38 – Atividade impressa: Tarefa 6	108
Figura 39 – Atividade impressa: Tarefa 7	108
Figura 40: Tarefa 8 - Resposta da dupla: Lorena e Davi Lucas	109
Figura 41: Tarefa 9 - Resposta da dupla: Arthur e João	109
Figura 42: Atividade impressa - Tarefa 10	110
Figura 43 -Mapa conceitual	126
Figura 44 – <i>Storyboard</i> do Objeto de Aprendizagem.	127
Figura 45 – Mapa Navegacional	128

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Critérios para a realização da RSL.....	18
Quadro 2 – Artigos selecionados pela RSL	21
Quadro 3 - Categorização dos assuntos tratados nos artigos	30
Quadro 4 – Fases da Engenharia Didática	47
Quadro 5 – Um modelo de literacia estatística	53
Quadro 6 – - Alfabetização de Probabilidade - blocos de construção.....	57
Quadro 7 - Livros didáticos selecionados no PNLD/2019	75
Quadro 8 – Livros didáticos selecionados no PNLD/2023	81
Quadro 9 - Comparativo entre os programas PNLD/2019 e PNLD/2023	85
Quadro 10 - Matriz de Design Institucional	125

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Resultado percentual das alternativas escolhidas no Quiz	92
Tabela 2 – Resultado percentual das alternativas escolhidas	106

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO.....	13
2 REVISÃO SISTEMÁTICA DA LITERATURA.	17
3 O ENSINO E A APRENDIZAGEM DE PROBABILIDADE NA EDUCAÇÃO BÁSICA.	32
3.1 TRANSPOSIÇÃO DIDÁTICA.....	35
3.2 A PROBABILIDADE E OS PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS	36
3.3 A PROBABILIDADE E AS DIRETRIZES CURRICULARES NACIONAIS DA EDUCAÇÃO BÁSICA	39
3.4 OS LIVROS DIDÁTICOS	40
3.5 A EDUCAÇÃO ESTOCÁSTICA NA INFÂNCIA.	41
4 METODOLOGIA DA PESQUISA: ENGENHARIA DIDÁTICA.	45
5 ANÁLISES PRELIMINARES	50
5.1 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA E METODOLÓGICA DA PESQUISA.....	50
5.1.1 Literacia Estatística	52
5.1.2 Literacia Probabilística.....	56
5.1.3 Teoria das Situações Didáticas	59
6 CONSTRUÇÕES E ANÁLISES A <i>PRIORI</i>.....	63
6.1 VARIÁVEIS DA PESQUISA	63
6.2 PRODUTO EDUCACIONAL 1: UMA SUGESTÃO DE METODOLOGIA PARA A ANÁLISE DE LIVROS DIDÁTICOS	69
6.3 PRODUTO EDUCACIONAL 2: QUIZ “SHOW DA PROBABILIDADE”.....	70
7 EXPERIMENTAÇÃO.....	74
7.1 ANÁLISE DOS LIVROS DIDÁTICOS.	74
7.1.1 Análise das Coleções Aprovadas pelo PNLD 2019.	74
7.1.2 Análise das Coleções Aprovadas pelo PNLD 2023.	81
7.1.3 Comparativo entre os Dois Programas	85
7.2 APLICAÇÃO DA SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES	86
8 ANÁLISES A POSTERIORI E VALIDAÇÃO	111
9 CONSIDERAÇÕES FINAIS	116
REFERÊNCIAS	119
APÊNDICE.....	125

1 INTRODUÇÃO

O presente trabalho faz parte do projeto de pesquisa intitulado: “Educação Estatística: desafios e possibilidades no ensino e na aprendizagem”. Esta pesquisa envolve o estudo do processo de ensino e de aprendizagem de ideias e noções de Probabilidade, bem como a discussão sobre meios que podem contribuir para potencializar esse processo nos Anos Finais da Educação Básica, mais especificamente no 6º ano do Ensino Fundamental. Vale ainda destacar que o conteúdo atende às duas linhas de pesquisa do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática: da Linha 1, Ensino e Aprendizagem da Matemática, Análise dos condicionantes da sala de aula e Intervenção Pedagógica em Matemática e, também, da Linha 2, Tecnologias da Informação e Comunicação na Educação Matemática. Isso se justifica pelos Produtos Educacionais intencionalmente elaborados para esta pesquisa.

Em relação à motivação para a realização deste trabalho, ela se deu a partir da seguinte questão: **Como potencializar o processo de ensinar e de aprender as ideias e noções probabilísticas no 6º ano do Ensino Fundamental à luz da Literacia Probabilística?** e, a partir dela, definiu-se o objetivo geral: **apresentar uma proposta didática para potencializar as ideias e noções probabilísticas, no 6º ano do Ensino Fundamental, à luz da Literacia Probabilística.** E como objetivos específicos: aplicar uma sequência de atividades envolvendo Probabilidade para esta etapa de ensino; analisar, à luz dos pressupostos teóricos da Literacia Probabilística; e produzir dois produtos educacionais: um sob a perspectiva do ensino, que é uma metodologia para a análise de livros didáticos e um sob a perspectiva da aprendizagem, que é um *quiz on-line*.

O segundo impulsionador para a realização desta pesquisa é a relevância de refletir e discutir sobre as ideias relativas ao raciocínio, ao pensamento e à literacia no tocante à Probabilidade na Educação Básica, uma vez que o ensino de Probabilidade foi previsto desde os Parâmetros Curriculares Nacionais (1998), quando apontavam que os currículos de Matemática para o ensino fundamental deveriam contemplar blocos como, por exemplo, números e operações, espaço e formas e grandezas e medidas.

Além disso, neste documento oficial, há recomendação para um olhar mais atento por parte da sociedade, indicando a necessidade de acrescentar a esses conteúdos aqueles que permitam ao cidadão “tratar” as informações que recebe cotidianamente, a lidar com dados estatísticos, tabelas e gráficos, a raciocinar utilizando ideias relativas à Probabilidade e à combinatória.

O terceiro impulsionador é uma questão abordada por Rodrigues (2009) em sua pesquisa que, mediante a compreensão de como tratar os dados que são transformados em informações ao recebê-los, questiona qual será o ponto de vista do professor de Matemática em relação a este bloco e chega à seguinte constatação:

A partir de trabalhos realizados com professores de Matemática, durante catorze anos, nos foi possível constatar vários obstáculos, quando o assunto a ser tratado era Estatística - ao menos no início da implementação dos PCN, no final da década de 90. Um dos agravantes era que, se algum tema tivesse de ser sacrificado, seria essa disciplina ou algum tópico relacionado a ela. (Rodrigues, 2009, p. 21).

Essa situação diverge do que é proposto nos documentos oficiais, uma vez que este material foi elaborado a fim de servir como ponto de partida para nortear as atividades a serem desenvolvidas em sala de aula pelos docentes.

Diante desse fato, surgem outras questões secundárias: Quatorze anos depois da publicação desses resultados, e cerca de 25 anos após a publicação dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), será que esta realidade foi modificada? É possível verificar avanços nesta área? e ainda hoje, nos momentos em que os docentes são incumbidos a deixar de trabalhar um conteúdo, para que sejam cumpridos os prazos estipulados pela equipe escolar, ainda são elegidos os conteúdos relacionados à Estatística?

Tais reflexões são importantes e necessárias para que se possa ter um ponto de partida e um direcionamento para o trabalho que se pretende desenvolver, buscando além da questão principal de pesquisa, analisar como o conteúdo de Estatística, mais especificamente Probabilidade, vem sendo abordado nos livros didáticos, que são um recurso didático disponível para os professores em exercício. Estas questões também se fazem importante refletir para uma próxima discussão e pesquisa, que poderão ser realizados em um próximo trabalho.

Ainda há a justificativa que é o fato de vários autores defenderem o ensino da Probabilidade desde a infância. Batanero (2011) afirma que o ensino de Probabilidade já se faz presente nos currículos do Ensino Médio nas últimas duas décadas e, recentemente, vem se propondo ampliar esse público, para que os alunos tenham uma experiência estocástica mais direta desde a infância. A este respeito, ela destaca a importância no reforço da intuição e dos raciocínios estatísticos dos alunos, que vão além da compreensão dos conceitos e procedimentos.

Este trabalho estrutura-se em nove capítulos, que busca apresentar de forma clara e disposta, desde seu planejamento até sua concepção.

No capítulo 1, traz a parte introdutória do trabalho, expõe a questão da pesquisa, o objetivo geral e os objetivos específicos, bem como sua justificativa e todo o contexto em que ela está inserida.

A Revisão Sistemática da Literatura é realizada no capítulo 2 e faz parte das Análises Preliminares da Engenharia Didática, pois apresenta o tema Probabilidade e investiga como os trabalhos recentes abordam a respeito do assunto.

O capítulo 3 também faz parte da primeira fase da Engenharia Didática, pois se compõe na dimensão epistemológica, uma vez que aborda o ensino e a aprendizagem da Probabilidade na Educação Básica, apresentando o ensino da Estatística e da Probabilidade nesta etapa de ensino sob a perspectiva da Transposição Didática de Chevallard (1991), que foi utilizada para a análise dos livros didáticos aprovados pelo Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD), recentemente, para o 6º ano do Ensino Fundamental, e sua menção nos PCN e, por último, a concepção de Educação Estocástica (Lopes, 2012; Ortiz, 2020; Alsina e Bosch, 2023) também para a Educação Básica.

O capítulo 4 descreve a metodologia do trabalho, Engenharia Didática (Artigue, 1988), desde seu surgimento até suas quatro fases de desenvolvimento, a saber: Análises Preliminares, Construção e Análise *a priori*, Experimentação e Análise *a posteriori* e Validação.

Vale destacar que os capítulos 3 e 4 estão destinados às hipóteses da pesquisa, a saber: um sob a perspectiva do ensino: “Uma proposta metodológica que permite ao professor verificar como o conteúdo de interesse vem sendo abordado nos livros didáticos aprovados pelo PNLD”; e outra, sob a perspectiva da aprendizagem: “A utilização do *quiz on-line*, “*Show da Probabilidade*”, nas aulas de Matemática do 6º ano do Ensino Fundamental, pode favorecer a aprendizagem dos alunos à luz da Literacia Probabilística”.

No capítulo 5, completa a primeira fase da Engenharia Didática, Análises Preliminares, que compreende a fundamentação teórica que se dá pela Literacia Estatística e probabilística na perspectiva de Gal (2002; 2005), utilizadas na análise dos dados colhidos no momento da Experimentação; e a Teoria das Situações Didáticas de Brousseau (1986), utilizada como procedimento metodológico na aplicação das atividades aplicadas na Experimentação.

A Construção e Análise *a priori*, segunda fase da Engenharia Didática, apresentada no capítulo 6, compreende a descrição das variáveis da pesquisa e o desenvolvimento dos produtos educacionais. O primeiro sob a perspectiva do ensino, que é uma metodologia para a análise de livros didáticos e, o segundo, na perspectiva da aprendizagem, que é um *quiz on-line*, baseado na Metodologia dos Objetos de Aprendizagem de Scortegagna (2016).

O capítulo 7 traz a terceira fase da Engenharia Didática, a Experimentação da pesquisa, fundamentada nas cinco etapas das TSD: Situações de: Devolução, Ação, Formalização, Validação e Institucionalização.

A quarta e última fase da Engenharia Didática, as Análises *a posteriori* e a Validação, ou não, da hipótese compreende o capítulo 8.

Por fim, no capítulo 9, faz-se as considerações finais após a análise do estudo realizado.

2 REVISÃO SISTEMÁTICA DA LITERATURA

A Revisão Sistemática da Literatura é um método muito utilizado no campo da Medicina e da Biologia, que possibilita ao pesquisador verificar se um procedimento terapêutico é eficaz, bem como fazer seus próprios estudos quando não encontrar nenhuma evidência em suas buscas (Atallah, 1996). Além da Medicina e da Biologia, a Revisão Sistemática abrange outras áreas do conhecimento em que se objetiva dar continuidade a pesquisas já iniciadas, promover novos estudos ou mesmo trazer um apontamento para a pesquisa que se deseja realizar, ao realizar a RSL neste momento.

Sampaio e Mancini (2007) definem ainda a Revisão Sistemática da Literatura como uma forma de pesquisa que utiliza como fonte de dados a literatura sobre determinado tema e que tipo de investigação disponibiliza um resumo das evidências relacionadas a uma estratégia de intervenção específica, mediante a aplicação de métodos explícitos e sistematizados de busca, apreciação crítica e síntese da informação selecionada.

Desta forma, vê-se a relevância da realização de uma revisão da literatura que ocorra de forma sistemática, com critérios bem definidos de pesquisa, seleção e análise, para que os resultados obtidos expressem uma revisão completa e, conseqüentemente, com grande valor científico, como afirmam Paula, Rodrigues e Silva (2016).

Nesta perspectiva, definiu-se como critérios para a realização desta revisão, os passos apresentados por Paula, Rodrigues e Silva (2016), que defendem que a RSL é um dos meios existentes para identificar, avaliar e interpretar toda a pesquisa pertinente a uma pergunta de pesquisa particular.

Estes passos que, de forma geral, estão dispostos a seguir e, subsequentemente, serão descritos, ocorrendo da seguinte forma:

1 - Descrição da revisão sistemática:

Questão da Pesquisa de trabalhos: “Como encontrar trabalhos que focam na potencialização do processo de ensinar e aprender as ideias e noções probabilísticas no 6º ano do Ensino Fundamental à luz da Literacia Probabilística?”

- Intervenção: trabalhos que apresentam um estudo sobre o ensino e aprendizagem de Probabilidade no Ensino Fundamental.
- Controle: Não definido.

- Efeito: A partir das leituras dos resumos dos artigos, verificar como o ensino e (ou) a aprendizagem do objeto de estudo, neste caso, a Probabilidade, foi abordado nos trabalhos voltados para o Ensino Fundamental.
- Medida de desfecho: quantidade de artigos publicados envolvendo o ensino e a aprendizagem de Probabilidade no Ensino Fundamental.
- População: artigos relacionados ao ensino e à aprendizagem de Probabilidade no Ensino Fundamental.
- Problema: A Literacia Probabilística favorece o ensino e a aprendizagem de Probabilidade no Ensino Fundamental?
- Aplicação: pesquisar como os trabalhos abordam o ensino e a aprendizagem de Probabilidade no Ensino Fundamental.

A seguir, será esboçado o Quadro 1, que apresenta os critérios para a realização da RSL a partir da questão de pesquisa apresentada.

Quadro 1 - Critérios para a realização da RSL

Critério	Descrição
Seleção de Fontes	-Trabalhos mais recentes publicados nas revistas voltadas para a área de Ensino, avaliadas com Qualis pela Capes, voltados para o ensino e a aprendizagem de Probabilidade no Ensino Fundamental. -Buscou-se por periódicos com evento de classificação do quadriênio de 2017-2020 e, posteriormente, foram consideradas as revistas com publicações na área de ensino com classificação A1, A2, A3 e A4, no sentido de restringir com qualidade os artigos selecionados. -Totalizou-se 14 revistas.
Palavras-chave	"probabilidade" AND "Ensino Fundamental" na primeira <i>string</i> e "raciocínio probabilístico" OR "pensamento probabilístico" OR "literacia probabilística" OR "letramento probabilístico" na segunda <i>string</i> . Buscando por estudos e trabalhos que traziam contribuições nas esferas de raciocínio, pensamento ou literacia probabilística. Acrescentou-se à segunda <i>string</i> o termo "letramento probabilístico", que é também uma tradução do termo em inglês " <i>probability literacy</i> ".
Idioma dos Estudos	Português
Métodos de busca de fontes	As fontes serão acessadas via <i>web</i> . No contexto desta revisão, não será considerada a busca manual.
Listagem de Fontes	Plataforma digital Sucupira.

Tipo dos Artigos	Análise de livros didáticos, recursos digitais e não digitais para o ensino de Probabilidade, investigação de ideias e conceitos probabilísticos que emergiram em sala de aula e trabalhos voltados para a formação continuada de professores da Educação Básica.
Critérios de Inclusão e Exclusão de Artigos	Os artigos devem estar disponíveis na <i>web</i> ; Não devem ser considerados os artigos em língua estrangeira; Artigos não direcionados a Probabilidade; Artigos não direcionados ao Ensino Fundamental.

Fonte: Adaptado de Paula, Rodrigues e Silva (2016, p. 58)

Nemer, Jatobá e Carvalho (2022) afirmam que, para tratar da Avaliação dos Programas de Pós-Graduação no Brasil, foi trabalhado na pesquisa, a ferramenta que subsidia o processo de Avaliação dos Programas de Pós-Graduação é o sistema de Coleta de Dados da Plataforma Sucupira. Sobre esta plataforma, os autores ainda destacam que,

Com a Plataforma Sucupira alguns dos avanços para a CAPES, de acordo com a própria agência (2014), são: maior transparência dos dados para toda a comunidade acadêmica; maior facilidade no acompanhamento da avaliação; maior confiabilidade, precisão e segurança das informações; controle gerencial mais eficiente. (Nemer; Jatobá; Carvalho, 2022, p. 3).

A partir dessas informações, justificou-se a escolha da plataforma digital Sucupira, fonte que subsidiou a busca dos artigos para esta pesquisa e que proporcionou a escolha das 14 revistas nacionais e *on-line*, na área de Ensino, como mencionado no Quadro 1. Destas, têm-se três revistas Qualis A1: Bolema: Boletim de Educação Matemática, Educação Matemática Pesquisa e Revista Internacional de Pesquisa em Educação Matemática (RIPEM); três Qualis A2: Educação Matemática em Revista, Zetetiké e Perspectivas da Educação Matemática; quatro Qualis A3: Boletim *on-line* de Educação Matemática, Educação Matemática Debate, Educação Matemática em Foco (UFPB) e Em Teia - Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana. E, por último, quatro revistas Qualis A4: Boletim Labem, Educação Matemática em Revista (RS), Revista Baiana de Educação Matemática e Revista de Investigação e Divulgação em Educação Matemática.

2 - Avaliação da qualidade dos estudos primários

Foram selecionados artigos publicados em revistas nacionais e *on-line*, na área de Ensino, com classificação Qualis A1, A2, A3 e A4, obtidos por pesquisa na Plataforma digital Sucupira.

3 - Estratégia da extração de informação

Para cada artigo selecionado, foram extraídos os seguintes dados:

- Título do artigo;

- Autores;
- Fonte;
- Tipo de artigo;
- Categoria;
- Contexto;
- Descrição das metodologias utilizadas.

4 - Sumarização de resultados

Os resultados foram tabulados e realizadas as análises de cada um, de forma a obter um panorama dos trabalhos que vem sendo realizados nos últimos anos relacionados ao ensino e à aprendizagem de Probabilidade, bem como o direcionamento para a pesquisa que se deseja realizar.

5 - Busca

Em relação às *strings* selecionadas, o embasamento se deu a partir do que afirma Campos (2007), que as três importantes competências da área da Educação Estatística são a literacia, o raciocínio e o pensamento estatístico, sem as quais não seria possível aprender (ou apreender) os conceitos fundamentais dessa disciplina.

Deste modo, foram selecionados os artigos publicados de 01 de janeiro de 2018 a 31 de dezembro de 2022, de acordo com a identificação da pesquisa, por meio das palavras-chave "probabilidade" AND "Ensino Fundamental" na primeira *string* e "raciocínio probabilístico" OR "pensamento probabilístico" OR "literacia probabilística" OR "letramento probabilístico" na segunda *string*. Além disso, buscou-se por artigos publicados neste período pelo fato da revisão ter sido realizada no início da pesquisa, uma vez que, a intenção era fazer uma análise, de como os trabalhos mais recentes abordavam a respeito do assunto de probabilidade, mas também para servir como apontamento para a pesquisa que se desejava realizar.

Nesse contexto, ampliou-se as competências para a Probabilidade, uma vez que é uma ramificação da Educação Estatística, buscando assim, por estudos e trabalhos que trouxessem contribuições nas esferas de raciocínio, pensamento ou literacia probabilística, acrescentou-se à segunda *string* da pesquisa o termo "letramento probabilístico", que é também uma tradução do termo em inglês "*probability literacy*", de acordo com a identificação da pesquisa.

6 - Busca realizada

Como resultado da busca realizada na Plataforma Sucupira, encontrou-se 52 resultados e, a partir daí, aplicados os critérios de exclusão já citados, foram selecionados, ao final, 14 artigos apresentados, seguindo sua ordem de classificação no Quadro 2.

Quadro 2 - Artigos selecionados pela RSL

AUTOR(ES)	ANO	TÍTULO	REVISTA	CLASSIFICAÇÃO
Janielly Taila dos Santos; Verbisck Marilena Bittar	2019	O ensino de Probabilidade em uma coleção de livros didáticos dos anos iniciais do ensino fundamental	Educação Matemática Pesquisa	A1
Ewellen Tenorio de Lima	2020	Probabilidade em livros didáticos de Matemática dos Anos Finais: diferentes concepções	Zetetiké	A2
Ailton Paulo de Oliveira Júnior; Nilceia Datori Barbosa	2020	O jogo pedagógico “brincando com a Probabilidade” para os anos iniciais do ensino fundamental: o espaço amostral	Zetetiké	A2
Robson da Silva Eugênio; Carlos Eduardo Ferreira Monteiro; Liliane Maria Teixeira Lima de Carvalho	2022	Letramento probabilístico de professores de Matemática do Ensino Fundamental: reflexões da formação continuada	Zetetiké	A2
Emilly Diniz; José Ivanildo Felisberto de Carvalho	2021	Mergulhando no universo das incertezas: literatura infantil e Probabilidade nos anos iniciais do ensino fundamental	Educação Matemática em Foco (UFPB)	A3
Sandra Gonçalves Vilas Bôas; Janete Fonseca Miranda	2021	Jogos digitais educacionais e o ensino de Probabilidade: uma conexão para os anos iniciais do ensino fundamental	Educação Matemática em Foco (UFPB)	A3
Cristimara Rodrigues de Castilho; Heloísa Almeida de Figueiredo; Chang Kuo Rodrigues	2021	As noções de acaso no ensino de Probabilidade pautado na BNCC: uma proposta para o primeiro ano do ensino fundamental	Educação Matemática em Foco (UFPB)	A3
Carla Mariana Rocha Brittes da Silva	2021	Lançamento de dados on-line: desenvolvendo habilidades de Probabilidade com o 1º ano do ensino fundamental	Educação Matemática em Foco (UFPB)	A3
Rodrigo Castelo Branco Herzog; Clarissa Coragem Ballejo; Magnus Cesar Ody; Elisabete Rambo Braga; Lori Viali	2019	Probabilidade na Educação Básica: uma proposta de jogo como recurso didático	Em Teia - Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana	A3
Janielly Taila dos Santos Verbisck; Marilena Bittar	2022	Uma proposta de ensino de Probabilidade em uma coleção de livros didáticos dos Anos Finais do Ensino	Educação Matemática em Revista (RS)	A4

		Fundamental e suas relações com conhecimentos estatísticos		
Robson da Silva Eugênio; Carlos Eduardo Ferreira Monteiro; Liliane Maria Teixeira Lima de Carvalho	2022	Utilização de exemplos de contextos para promover o letramento probabilístico de professores de Matemática	Educação Matemática em Revista (RS)	A4
Ewellyn Amâncio Araújo Barbosa; Claudia de Oliveira Lozada; Jaciera de Abreu Santos	2022	Argumentação em aulas de Probabilidade no Ensino Fundamental: uma proposta utilizando o <i>Peer Instruction</i> (Instrução por Pares)	Revista Baiana de Educação Matemática	A4
Sandra Gonçalves Vilas Bôas; Keli Cristina Conti	2022	O Jogo “Lançando a moeda”: uma possibilidade para o ensino de Probabilidade nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental	Revista Baiana de Educação Matemática	A4
Auriluci de Carvalho Figueiredo; Cileda de Queiroz e Silva Coutinho	2022	Uma situação adidática para o desenvolvimento do raciocínio e pensamento probabilísticos em uma formação de professores	Revista Baiana de Educação Matemática	A4

Fonte: Acervo próprio

Realizadas as leituras, descrevemos agora, os pontos que convergem para o tema de interesse, podendo contribuir para a pesquisa que se deseja realizar.

O primeiro artigo, de Verbisck e Bittar, de 2019, é parte de uma pesquisa de mestrado em andamento. Nele, as autoras analisam o ensino de Probabilidade ao longo da Educação Básica, a partir de três coleções de livros didáticos do autor Luiz Roberto Dante, aprovadas no PNLD nos anos de 2016, 2017 e 2018 para os anos iniciais do Ensino Fundamental (1º, 2º, 3º, 4º e 5º anos). Como referencial teórico e metodológico, optaram pela Teoria Antropológica do Didático (TAD), a qual utilizaram para a análise do conteúdo de Probabilidade.

Verbisck e Bittar (2019) fizeram considerações sobre Probabilidade no livro didático analisado, com base no procedimento teórico e metodológico adotado. Elas afirmaram que, no caso dessa coleção, o ensino de Probabilidade nesta etapa de ensino foi iniciado de forma intuitiva, com propostas de atividades de possibilidades e experimentações com dados e representações de valores monetários. A formalização do conceito de Probabilidade foi apresentada no último volume da coleção, com atividades associadas à ideia de fração, razão, porcentagem e, também, com atividades para discussão do uso do termo Probabilidade no cotidiano, bem como em contexto que envolve crenças e opiniões pessoais.

O segundo artigo, de Lima (2020), é um recorte de um estudo de tese em andamento, que volta o olhar para a Probabilidade, buscando entender como esse campo da Matemática,

que ganhou mais destaque com a homologação da Base Comum Curricular - BNCC (Brasil, 2017).

A análise buscou levantar quais concepções de Probabilidade estão presentes nas atividades propostas ao longo dos volumes de cada coleção, dado que a BNCC (Brasil, 2017) traz a importância do trabalho com a concepção frequentista de Probabilidade e sua comparação com a concepção clássica.

Inicialmente, a autora limitou-se à Probabilidade voltada para os Anos Finais do Ensino Fundamental, trazendo algumas ideias de que o conhecimento dessa área da Matemática proporciona um modo de mensurar a incerteza, em consequência, os modelos probabilísticos são o fundamento da Estatística. Ela esboçou diferentes concepções de Probabilidade: A concepção clássica, frequentista, subjetiva, lógica e a concepção formal.

Como processos metodológicos, foram realizadas análises quantitativas e qualitativas partindo de uma perspectiva documental, de 44 volumes que compõem as coleções de livros didáticos de Matemática para os Anos Finais aprovadas pelo PNLD/2017 (BRASIL, 2016).

Sobre os resultados obtidos, Lima (2020) afirma que, do total de 875 atividades identificadas, o maior percentual está presente nos livros do 7º ano (43%), enquanto o 6º ano apresenta o menor percentual (apenas 5%). Destaca, ainda, que a grande parte das atividades analisadas (81%) aborda a concepção clássica de Probabilidade – principalmente a partir de contextos de jogos e sorteios, envolvendo moedas, dados, entre outros.

O terceiro artigo, de Oliveira Jr. e Barbosa (2020), mostra o processo de criação de um jogo pedagógico para o desenvolvimento de conceitos probabilísticos nos anos iniciais do Ensino Fundamental, especificamente a noção de espaço amostral, propostos na BNCC, base curricular brasileira publicada em dezembro de 2017.

Utilizando a Teoria Antropológica do Didático - TAD como suporte metodológico, na elaboração das tarefas que constituem as cartas do jogo, buscou-se conectar a BNCC (Brasil, 2017) e um Programa de Ensino desenvolvido na Inglaterra para ser aplicado nos anos iniciais da Educação Básica, de forma a possibilitar também um diálogo com pesquisas realizadas na área de Probabilidade.

Nas considerações finais, Oliveira Jr. e Barbosa (2020) concluíram que os conceitos de Probabilidade são complexos com alto grau de abstração, de modo que é necessário progredir gradualmente em direção a uma compreensão adequada da linguagem específica da Probabilidade. Consideraram também que o estudo de espaço amostral deve ser iniciado com as crianças nos anos iniciais da sua escolaridade.

O quarto artigo, de Eugênio, Monteiro e Carvalho (2022), apresenta aspectos de um estudo de doutorado finalizado sobre o letramento probabilístico em seis encontros de formação continuada, os quais foram filmados e contaram com a participação de cinco professores dos Anos Finais do Ensino Fundamental.

Na introdução, os autores justificam a importância da Probabilidade, tendo um papel primordial na compreensão dos fenômenos sociais, não determinísticos.

Eugênio, Monteiro e Carvalho (2022) destacaram que estudos internacionais com professores de Matemática em Portugal, México e Espanha também apontaram para a importância da formação inicial e continuada de professores de Matemática, pois os professores pesquisados tinham intuições errôneas sobre Probabilidade e não conseguiram se sair bem em situações que envolviam a resolução de problemas em Probabilidade. Os autores ainda enfatizaram que tanto a formação inicial como a continuada devem abordar de forma crítica e reflexiva as temáticas pertinentes ao ensino de Probabilidade e, além disso, fizeram uma abordagem teórica sobre o letramento probabilístico, que discute o termo literacia.

Além disso, os autores defendem que a formação continuada de professores constitui um novo horizonte para os profissionais da Educação e se faz necessário para o progresso da área, uma vez que a maioria dos professores formados nas licenciaturas em Matemática irá atuar na Educação Básica. E, por fim, à luz do aporte teórico de Gal (2005), perceberam que as respostas que foram dadas na ocasião da entrevista semiestruturada refletiram uma superficialidade na compreensão conceitual de Probabilidade.

Para concluir, eles defendem que o trabalho com professores na perspectiva do letramento probabilístico pode promover processos educacionais que levam os próprios docentes e seus alunos ao exercício de uma cidadania crítica e reflexiva, contribuindo à análise de problemas sociais, por avaliações de situações probabilísticas.

O quinto artigo, de Diniz e Carvalho (2021), é o resumo de uma dissertação de mestrado, na qual desenvolveu-se uma pesquisa qualitativa, de caráter exploratório e que tem como questão de pesquisa: Qual o potencial da literatura infantil para a mobilização das demandas cognitivas na construção do conceito de Probabilidade por estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental?

O intuito foi de investigar diferentes demandas cognitivas para a construção do conceito de Probabilidade na relação entre literatura infantil e compreensões de estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental. E, sobre o referencial teórico, o estudo explorou três das demandas

cognitivas sendo elas: a aleatoriedade, o espaço amostral e a comparação/quantificação de probabilidades.

Os resultados encontrados, a partir da análise do mapeamento dos catálogos e exploração documental das literaturas infantis, apontaram a escassez de literaturas que discutam os conceitos de Probabilidade e Estatística e, de forma mais acentuada, a Probabilidade.

Dessa maneira, os autores defendem que o livro “O Clubinho” contribuiu para a exploração e desenvolvimento de conhecimentos e conceitos probabilísticos, favorecendo a organização do pensamento matemático, interpretação, contextualização e problematização.

O sexto trabalho, de Vilas Bôas e Miranda (2021), traz possibilidades para o ensino deste conteúdo por meio de jogos digitais educacionais no Ensino Fundamental - Anos Iniciais. Ele foi escrito a partir de uma pesquisa de mestrado profissional em Educação, cujo objetivo geral foi “Construir jogos digitais educacionais que contemplem os objetos de conhecimento e as habilidades propostas na Unidade Temática Probabilidade e Estatística” para esta etapa de ensino.

Vilas Bôas e Miranda (2021) buscaram nos jogos digitais educacionais, utilizando a plataforma *Wordwall*, possibilidades para propor às crianças e aos seus professores uma maneira lúdica de ensinar e aprender Probabilidade.

Dos estudos realizados, os autores inferiram que o ensino de Probabilidade contribuirá para que, ao longo de sua vida, a criança saiba elaborar conjecturas, formular hipóteses e estabelecer relações sobre os fenômenos aleatórios e concluíram que os jogos digitais educacionais facilitam à criança o entendimento de conceitos e palavras relacionadas à chance, incerteza e Probabilidade, eventos possíveis, impossíveis, prováveis e improváveis que aparecem diariamente, particularmente, na mídia.

O sétimo artigo, de Castilho, Figueiredo e Rodrigues (2021), foi pautado nos resultados de uma pesquisa de mestrado concluída no ano de 2020, que buscou identificar aspectos de literacia probabilística apresentados pelos alunos no ensino de Probabilidade.

Com base nos resultados, no referencial teórico e na metodologia adotada na pesquisa de mestrado, uma sequência didática foi criada para introduzir as noções de acaso, sendo esse o primeiro contato que a escola deve oferecer aos alunos no ensino de Probabilidade, seguindo as orientações da Base Nacional Comum Curricular (Brasil, 2018). No artigo, as autoras trazem as definições de literacia probabilística baseado em Gal (2005), que define a Literacia Probabilística dividida em três grandes construtos: alfabetização, numeracia e literacia estatística.

A metodologia que estruturou a pesquisa foi a Engenharia Didática, servindo também para os procedimentos metodológicos, subsidiando toda a fase da experimentação com a participação dos alunos. O trabalho investigou o primeiro contato de uma aluna com as noções do acaso. Nesse caminho, durante a elaboração da sequência didática, na apresentação e discussão sobre ela no minicurso e, durante o processo de aplicação realizado com a aluna, buscou-se responder à questão: “Como proceder no primeiro contato com noções de acaso no ensino de Probabilidade de modo a subsidiar o trabalho com a literacia probabilística?”

Castilho, Figueiredo e Rodrigues (2021) concluem que a indicação do primeiro contato com as noções de acaso, sendo estruturado por uma metodologia que leve em conta os conhecimentos prévios dos alunos, o contexto em que está inserido pode contribuir para o desenvolvimento satisfatório desse aluno na aprendizagem de Probabilidade.

As autoras destacam, ainda, a importância da atuação do professor como mediador, visando a base que sustenta o conhecimento do aluno, e que há potencialidade para o ensino de Estatística e Probabilidade, mas reiteram que não se pode desprezar a falta de orientações e possibilidades para os professores no que concerne ao ensino.

O oitavo artigo, de Silva (2021), apresenta um relato de experiência e traz uma proposta relacionada à Probabilidade com uma turma do 1º ano do Ensino Fundamental. Tal relato apresenta uma reflexão sobre uma vivência com as crianças da referida turma, envolvendo a ideia de aleatoriedade, por meio do uso do programa *Word* e do site *PiliApp*, que realiza o lançamento de dados de forma *on-line*, atividade realizada no período das aulas remotas.

Por meio de tal proposta, as crianças mostraram indícios de terem desenvolvido as habilidades relacionadas à classificação de eventos, bem como registrar a forma como pensaram. Para a condução a esse resultado, a professora esteve presente durante toda a proposta da atividade de forma interventiva, incentivando as crianças a refletirem a respeito de diferentes respostas possíveis, desconstruindo a ideia de “resposta única/padrão” quando tratar de conteúdos matemáticos.

Assim, Silva (2021) observou que, mesmo com algumas limitações, é possível o professor pensar em propostas para serem realizadas com as crianças de forma *on-line*, as quais abarquem habilidades presentes nos documentos oficiais que devem ser desenvolvidas com elas, utilizando ferramentas de mais fácil acesso e manuseio.

O nono artigo, de Herzog, Ballejo, Ody, Braga e Viali (2019), investiga a ideia intuitiva de Probabilidade com o recurso de um jogo didático denominado “7 da sorte”, atividade que consiste no arremesso de pares de dados pelos alunos.

Os autores acreditam que o jogo possa servir como recurso didático para que os professores introduzam conceitos probabilísticos no ensino básico. E, por se tratar de uma atividade lúdica na qual os estudantes possuem um papel ativo, este jogo pode ser um facilitador para a aprendizagem desse assunto, uma vez que envolveu e engajou a turma e permitiu a construção de um novo conhecimento por parte dos estudantes: o espaço amostral.

Além disso, Herzog, Ballejo, Ody, Braga e Viali (2019) defendem que se trata de uma atividade de fácil aplicação, que pode ser abordada em turmas de diferentes níveis e realidades, e reiteram que o jogo deve ser considerado um recurso para que professores possam desenvolver habilidades nos estudantes relacionadas a esse tema.

O décimo artigo, de Verbisck e Bittar (2022), traz uma proposta de ensino de Probabilidade e as relações que se estabelecem com conhecimentos estatísticos em uma coleção de livros didáticos destinada aos Anos Finais do Ensino Fundamental. Para isso, analisam uma coleção aprovada no PNLD de 2017, a partir de elementos teóricos e metodológicos da Teoria Antropológica do Didático.

As autoras observaram que no volume destinado ao 6º ano foram propostas apenas quatro tarefas para o estudo de Probabilidade e essas não relacionavam conhecimentos de Estatística. No 7º ano, duas tarefas que articulam conhecimentos de probabilidade com conhecimentos de Estatística (em que o aluno determinará a Probabilidade de que um certo evento ocorra, observando e retirando os dados de tabela de dupla entrada ou gráfico de barras para o cálculo probabilístico). No 8º ano, cinco tarefas relacionam Probabilidade e Estatística (que mobilizam a análise e retirada de dados de tabelas de dupla entrada, gráficos de barras e pictograma para o cálculo de espaço amostral e Probabilidades). E, apenas no 9º, a priorização da proposta de articulação entre esses domínios, havendo uma ampliação de tarefas que mobilizam conhecimentos de Probabilidade e de Estatística.

O décimo primeiro artigo, Eugênio, Monteiro e Carvalho (2022), discutiu resultados de um estudo que buscou analisar compreensões de cinco professores dos Anos Finais do Ensino Fundamental sobre o Letramento Probabilístico e como seria possível trabalhar nessa perspectiva em sala de aula.

Inicialmente, os autores destacaram que a ausência de docentes formadores com qualificação em licenciatura prejudica a formação inicial de professores que ensinam matemática e, em particular, o ensino de Probabilidade e Estatística na Educação Básica. E na seção seguinte trazem reflexões com a apresentação da perspectiva de Letramento

Probabilístico (Gal, 2005), bem como discorrem sobre os desafios para ensinar na perspectiva do letramento na sociedade contemporânea.

Os resultados discutidos apontaram para a importância de uma formação continuada de professores de modo que os levasse ao exercício da reflexão e do diálogo com seus colegas de profissão sobre o ensino e a aprendizagem de Matemática, que incluem tópicos de Probabilidade e Estatística.

Os autores destacam que na formação continuada os professores conseguiram compreender conceitos, analisando contextos probabilísticos e puderam dialogar com seus pares sobre como se deveria ensinar a Probabilidade, de maneira a propiciar questionamentos e postura crítica dos estudantes.

O décimo segundo artigo, de Barbosa, Lozada e Santos (2022), analisou como a proposta do *Peer Instruction* (Instrução por Pares) pode contribuir para desenvolver a argumentação em aulas de Probabilidade do 5º ano do Ensino Fundamental. Para tanto, por meio de uma pesquisa qualitativa, trouxe uma proposta de utilização de dois jogos digitais sobre Probabilidade inseridos na metodologia *Peer Instruction*.

Segundo as autoras, *Peer Instruction (PI)* ou Instrução por Pares é uma metodologia ativa desenvolvida pelo professor Erick Mazur, na década de 90, e visa a modificação da dinâmica em sala de aula, tornando os alunos mais engajados e estimulados a aprender e compreender o conteúdo a ser ensinado.

Elas analisaram o jogo 1 que se chama *The Vile Vendor* (O vendedor Vile), em que o intuito principal do jogo é fazer com que o jogador analise as perguntas referentes às noções de Probabilidade. O jogo 2 se relaciona com a Probabilidade tem por nome *The slushy sludger* (A lama lamacenta). As autoras concluem que os dois jogos apresentados podem contribuir para o processo de aprendizagem do conteúdo de Probabilidade no 5º ano do Ensino Fundamental, pois tratam diretamente com o que a BNCC (Brasil, 2017) propõe como essencial o ensino de Probabilidade nos anos iniciais, que é desenvolver as noções de aleatoriedade para que os alunos aprendam sobre eventos certos, impossíveis e prováveis e desenvolvam as habilidades necessárias para a formação do pensamento probabilístico.

Ainda sobre os jogos, concluíram que a proposta do *Peer Instruction* pode contribuir para desenvolver a argumentação nas aulas de Probabilidade do 5º ano do Ensino Fundamental, utilizando os jogos digitais, bem como permite novas práticas docentes e um ambiente de aprendizagem mais interativo e dinâmico.

O décimo terceiro artigo, de Vilas Bôas e Conti (2022), apresentou um estudo que investigou como um grupo de crianças de uma turma de 2º ano (7 e 8 anos) se apropria das noções de acaso, ideia de aleatório e espaço amostral em situações de jogo. A investigação foi de cunho qualitativo e buscou referencial teórico na Educação Estatística, nos estudos sobre Probabilidade e no papel dos jogos educacionais.

Ao aplicar o jogo “Lançando a moeda” em sala e aula, Vilas Bôas e Conti (2022) concluíram que o jogo contribuiu para o engrandecimento da aprendizagem das crianças. Afirmaram que ele possibilitou a elas adquirirem habilidades de: conhecer os possíveis resultados de um experimento aleatório com moedas; perceber que o resultado do lançamento da moeda depende do acaso; determinar a Probabilidade de ocorrência de um resultado em eventos aleatórios, quando todos os resultados possíveis têm a mesma chance de ocorrer; e compreender que nem todos os fenômenos são determinísticos.

Vilas Bôas e Conti (2022) destacaram, também, o processo de investigação no desenvolvimento do contexto de investigação ao instigar o raciocínio e o pensamento probabilístico das crianças, de uma turma de 1º ano com o “Jogando dois dados”. Enfatizaram que o jogo tem como finalidade introduzir noções primeiras de Probabilidade: espaço amostral e aleatoriedade.

O décimo quarto e último artigo, de Figueiredo e Coutinho (2022), foi gerado da apresentação de um texto na 11ª ICOTS sob o título “*Aspects of probabilistic thinking and reasoning with the use of computer simulation*”, após a exposição dessa comunicação científica.

Esse trabalho apresenta resultados de uma pesquisa que toma como ponto de partida um curso de formação continuada de professores em ambiente virtual, tendo como tema a Probabilidade na Escola Básica. Nele, foi discutido um recorte dos temas tratados nesse curso de formação continuada, visando levantar aspectos apresentados pelos professores quanto à mobilização de conhecimentos probabilísticos diante de uma atividade, com uso de uma ferramenta didática para a abordagem do conceito de Probabilidade e pela confrontação entre seus enfoques clássico e frequentista.

A metodologia da pesquisa aplicada é de abordagem qualitativa, um estudo de caso, modalidade que visa conhecer uma entidade bem definida em um sistema educativo e a formação ocorreu em ambiente virtual, na plataforma *Microsoft Teams*, com canais disponibilizados para que os professores pudessem trabalhar em grupos as questões a serem resolvidas. Utilizou-se também a planilha eletrônica *Excel* e seus recursos.

Foi analisado o resultado de uma das atividades propostas aplicadas a 17 professores participantes do curso, sendo uma abordagem para a organização de situações didáticas, com foco no conhecimento probabilístico e pedagógico dos professores à luz da Teoria das Situações Didáticas (TSD).

Figueiredo e Coutinho (2022) destacam que o ambiente em que ocorreu a formação, em específico durante essa atividade, pôde proporcionar não só a captação das naturezas do pensamento e do raciocínio probabilístico mobilizados pelos professores participantes do curso diante de suas questões, mas também possibilitou a ampliação desse repertório.

As autoras concluem que a situação didática concebida à luz da Teoria das Situações Didáticas permitiu não apenas a abordagem da Probabilidade com professores em exercício na Escola Básica, mas também uma discussão sobre como esses professores poderiam aplicar o jogo assim concebido com seus alunos, favorecendo a construção ou o aprofundamento de conhecimentos específicos sobre Probabilidade, o trabalho com seus próprios conhecimentos e o reconhecimento de elementos importantes para o desenvolvimento do pensamento e do raciocínio probabilístico.

Por fim, Figueiredo e Coutinho (2022) completam que há necessidade de cursos de formação continuada para professores da Educação Básica que abordem conhecimentos probabilísticos e suas possibilidades de articulação entre letramento, pensamento e raciocínio probabilístico, além de pesquisas na área que identifiquem dificuldades e novos caminhos a se percorrer.

Dos 14 trabalhos selecionados e analisados temos, conforme mostra o Quadro 3:

Quadro 3 - Categorização dos assuntos tratados nos artigos

Quantidade de artigos	Assuntos tratados nos artigos	Autores
3	. Apresentar a análise de coleções de livros didáticos aprovadas no Programa Nacional do Livro Didático (PNLD), sendo 1 direcionado para os Iniciais e 2 direcionados para os Anos Finais. . Utilizaram como aporte teórico: alguns elementos da Teoria Antropológica do Didático de Chevallard (1999).	Verbisck e Bittar (2019), Lima (2020) e Verbisck e Bittar (2022).
5	Se relacionam à utilização de jogos para o ensino de Probabilidade, seja para a introdução de conceitos probabilísticos, seja para a investigação de como os alunos se apropriam de noções e ideias probabilísticas por meio desses recursos, sendo 2 digitais para os Anos Iniciais e 3 não digitais para os Anos Iniciais Finais, fundamentados pela Teoria Antropológica do Didático e referencial teórico na Educação Estatística, nos estudos sobre Probabilidade e no papel dos jogos educacionais.	Júnior e Barbosa (2020), Vilas Bôas e Miranda (2021), Silva (2021), Herzog, Ballejo, Ody, Braga e Viali (2019) e Vilas Bôas e Conti (2022).
1	Investiga a construção dos conceitos de Probabilidade na sua relação com a Literatura infantil e as compreensões dos alunos de uma turma dos Anos Iniciais.	Diniz e Carvalho (2021).

1	Utilizou uma Sequência Didática para introduzir noções de acaso em uma turma dos Anos Iniciais. A metodologia da pesquisa e metodologia de ensino adotada neste trabalho foi a Engenharia Didática, utilizando-se como base teórica a literacia probabilística.	Castilho, Figueiredo e Rodrigues (2021).
1	Analizou o <i>Peer Instruction</i> (Instrução por Pares), uma metodologia ativa, como proposta para contribuir no desenvolvimento da argumentação em aulas de Probabilidade em uma turma dos Anos Finais.	Barbosa, Lozada e Santos, (2022).
3	Analysaram o letramento probabilístico dos professores em uma formação continuada direcionada para a Educação Básica. Como fundamentação teórica dos trabalhos identificada tem-se a Teoria das Situações Didáticas.	Eugênio, Monteiro e Carvalho (2022), Eugênio, Monteiro e Carvalho (2022) e Figueiredo e Coutinho (2022).

Fonte: Acervo próprio

Diante do exposto, no Quadro 3, é possível constatar que há quatro tipos de trabalhos: o primeiro tipo apresenta a análise de coleções de livros didáticos aprovadas no PNLD; o segundo tipo está voltado para o ensino de Probabilidade, por meio de recursos educacionais digitais e não digitais que objetivaram potencializar a aprendizagem; o terceiro tipo diz respeito à investigação de ideias e conceitos probabilísticos que emergiram em sala de aula, durante o processo de ensinar e de aprender este conteúdo; e, no quarto tipo, são aqueles voltados para a formação continuada de professores da Educação Básica, promovendo o desenvolvimento do pensamento, raciocínio e letramento probabilísticos.

Em suma, esta revisão trouxe contribuições importantes para a análise dos estudos que têm sido realizados sobre o processo de ensino e de aprendizagem de Probabilidade nos Anos Finais do Ensino Fundamental, como descrito no parágrafo anterior, em que foi possível verificar que a maior parte dos trabalhos encontrados nesta RSL, tratavam do uso de recursos digitais e não digitais para o ensino de probabilidade. Valendo ressaltar mais uma vez que a análise destes 14 artigos contribuiu para um direcionamento à pesquisa que se deseja realizar.

3 O ENSINO E A APRENDIZAGEM DE PROBABILIDADE NA EDUCAÇÃO BÁSICA

Para a explanação dos pressupostos teóricos da Transposição Didática, bem como de seus elementos, como a *nooesfera* (Chevallard, 1985), fazem parte desta pesquisa os documentos oficiais e as coleções de livros didáticos, que também estão voltados para o processo de ensinar e de aprender.

Os documentos que interessam para esta investigação são as Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica e os PCN (1998), quando o foco é a abordagem da Probabilidade neste documento. A escolha por esses documentos se deve a dois fatores, a saber: primeiro porque a ênfase para o ensino de Probabilidade é preconizada pelos PCN e, segundo, porque o Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) surgiu na mesma época desses documentos. Além disso, em geral, um dos meios que interferem diretamente o trabalho do docente é, de fato, fazer escolhas pelos livros didáticos e, quanto às escolas públicas, devem ser os que estão aprovados pelo PNLD.

Para esta pesquisa, a fim de investigar como a Probabilidade estava sendo abordada nos livros didáticos que estavam sendo utilizados em sala de aula e os que seriam utilizados nos próximos anos, buscou-se as coleções aprovados no PNLD das edições de 2019, que são ao todo, 11 coleções; e da edição de 2023, são ao todo 13 coleções, ambas voltadas para o 6º ano do Ensino Fundamental. Em seguida, foi feito um comparativo entre os dois programas, considerando a sua relevância e por ser este um recurso educacional gratuito, que auxilia, orienta, e que é um suporte para o professor em exercício, bem como para os alunos.

Por último, a abordagem da Educação Estocástica, desde a infância, e sua relevância na contribuição para o desenvolvimento do raciocínio, pensamento e literacia probabilísticos, como defendem Lopes (2012), Ortiz (2020) e Alsina e Bosch (2023).

Ao tratar sobre o ensino e a aprendizagem da Probabilidade, um fato importante a ser considerado é seu surgimento, o contexto histórico em que ele ocorreu, seu desenvolvimento no campo da Matemática, bem como sua inserção nos currículos do Ensino Fundamental e a relevância de sua introdução desde os anos iniciais de escolarização, como defendem vários especialistas da área. Apesar desta pesquisa não adotar um tema histórico, vale abordar brevemente para contextualizar este assunto nos currículos oficiais.

A teoria da Probabilidade apareceu como ramo da Matemática em meados do século XV, embora tenha se iniciado como ciência empírica muito antes desse período. Suas raízes apareceram principalmente nos jogos e apostas. Há registros de que, por volta do 1200 a.C., um pedaço de osso do calcanhar

(astragalus) fosse utilizado formando faces como as de um dado. Mesmo antes disso, por volta de 3500 a.C., no Egito, já havia jogos utilizando ossinhos. Os Romanos também eram apaixonados por jogos de dados e cartas que, durante a Idade Média, foram proibidos pela Igreja Cristã. (Lopes; Meirelles, 2005, p. 1).

É possível identificar, neste levantamento histórico, que a Probabilidade surge como um ramo da Matemática no século XV, mas, nas vivências cotidianas das pessoas, ela se fazia presente muito antes. O pensamento probabilístico e a ideia de aleatoriedade e sorte, por exemplo, já era praticada nos jogos e atividades de lazer por vários povos da Antiguidade.

Ainda convergindo para a prática de jogos, no século seguinte, o matemático e jogador italiano, Jerónimo Cardano (1501-1576), decidiu estudar as Probabilidades de ganhar em vários jogos de azar, registrando os resultados dessas pesquisas em um manual para jogadores chamado “*Liber de Ludo Aleae*” (O livro dos jogos de azar - 1526). Por isso, ele é considerado iniciador da teoria das Probabilidades.

Lopes e Meirelles (2005) afirmam ainda que mesmo diante dos fatos mencionados, muitos autores atribuem a origem da teoria da Probabilidade às correspondências trocadas entre os matemáticos Pascal e Fermat em que interagiam para obter a solução dos problemas de jogos de azar propostos, em 1653, por Chevalier de Méré, conhecido como filósofo do jogo que também se interessou pelo uso da Matemática para determinar as apostas nos jogos de azar.

Diante das informações trazidas acima, mesmo que tenham pontuações distintas, como o fato de a Probabilidade se relacionar ao processamento de dados estatísticos, como acrescentam as autoras, é notório algo comum: o fato dela ter tido sua origem em situações de jogos (Lopes; Meirelles, 2005).

A Probabilidade, como parte da Estatística, foi sendo impulsionada com o passar dos anos, estudos e publicações foram sendo realizadas, potencializando, assim, esta área de pesquisa. Em relação ao ensino e à aprendizagem deste objeto de conhecimento, nos delimitaremos à Educação Básica, que é o foco desta pesquisa.

Nas décadas de 1980 e 1990, diversos países introduziram a Estatística e a Probabilidade como tópicos dos currículos nacionais no Ensino Fundamental, tais como, a Inglaterra e País de Gales pelo National Curriculum [...] e o Brasil pelos Parâmetros Curriculares Nacionais [...]. (Borba; Monteiro; Guimarães; Coutinho; Kataoka, 2011, s/p).

Além disso, os autores afirmam que o *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM)¹ aponta que é esperado que os estudantes, ao longo dos 12 anos de Escolarização Básica, desenvolvam habilidades estatísticas e probabilísticas, destacando a que se relaciona a Probabilidade: “entender e aplicar conceitos básicos de Probabilidade”.

Este documento detalha ainda que estas habilidades podem ser desenvolvidas dos anos iniciais aos finais da escolarização básica, a partir de situações familiares e experimentos, por meio de representações concretas e abstratas.

Desta forma, tem-se mais um indicador da relevância de abordar didaticamente conceitos e ideais probabilísticos na Educação Básica, buscando para isso, recursos educacionais e pedagógicos que potencializem e viabilizem o exercício do pensamento, do raciocínio e da literacia probabilística.

Nesse sentido, Batanero (2011), que defende a abordagem deste conteúdo desde os anos iniciais, confirma que as razões para incluir a Probabilidade nas escolas nos últimos 20 anos se justifica pelo fato de sua utilidade na vida cotidiana dos cidadãos, como nas suas atividades esportivas, econômicas, meteorológicas, biológicas e políticas.

A tendência atual, mesmo para os níveis do ensino primário, é no sentido de um ensino de probabilidades orientado para os dados, onde se espera que os alunos realizem experiências ou simulações, formulem questões ou previsões, recolham e analisem dados destas experiências, proponham e justifiquem conclusões e previsões baseadas em dados. (Batanero, 2009, p. 1).

Para que assim, os alunos possam desenvolver sua forma de pensar. E, além disso, a autora também afirma que nos currículos recentes há uma ênfase na abordagem experimental em proporcionar aos alunos experiência estocástica², que muito contribui para as tomadas de decisão e para o exercício da cidadania (Batanero, 2009).

Lopes (2008) também viabiliza uma discussão sobre a inserção da Estatística e da Probabilidade no currículo de Matemática desde os anos iniciais da Educação Básica, bem como as possíveis relações e/ou implicações com a formação de professores que atuam nesse nível de ensino, defendendo que as propostas curriculares de Matemática têm procurado

¹ Fundado em 1920, o *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM) é a maior organização que se dedica à educação matemática, com 80.000 membros e mais de 230 afiliados nos Estados Unidos e Canadá. Disponível em: <https://site.veracruz.edu.br/acervolinks/2016/06/29/national-council-of-teachers-of-mathematics-nctm/> Acesso em: 24 out. 2023.

² Segundo Aurélio (2023), diz-se dos processos que dependem das leis do acaso. Disponível em: <https://www.dicio.com.br/estocastico/> Acesso em: 24 out. 2023.

justificar a importância e a relevância desses temas na formação dos estudantes, pontuando o que eles devem conhecer e os procedimentos que devem desenvolver em prol da aprendizagem.

A mesma autora, Lopes (2008), acrescenta que o estudo de Probabilidade e Estatística é indispensável hoje, e também futuramente, para que se delegue ao ensino da Matemática o compromisso de ensinar o domínio dos números, a organização dos dados, a leitura de gráficos e análises Estatísticas.

O próximo item está destinado a explorar os pressupostos teóricos da Transposição Didática.

3.1 TRANSPOSIÇÃO DIDÁTICA

Para compreender o ensino de Estatística e Probabilidade, vale analisar o trabalho do professor. Nesse sentido, os pressupostos teóricos da Transposição Didática (Chevallard, 1985, 1991) subsidiam esta investigação, já que mostra as transposições que um saber sofre quando passa do campo científico para o escolar.

Agranionih (2001, p.4) afirma que o trabalho, ou “o conjunto de transformações adaptativas que tornam o *savior savant*, tradução em português, saber sábio, ou o saber a ensinar produzido pela academia, apto a tornar-se em saber ensinado”. E faz distinção entre dois tipos de transposição: *stricto sensu*, que consiste em um sistema interno da escola, no currículo que está em ação na sala de aula; e *lato sensu*, que consiste em uma transposição externa, que é o plano do currículo e dos livros didáticos.

Tem-se, então, a Transposição Didática, proposta por Chevallard (1985, 1991), em duas partes: a primeira referente ao processo de adaptação ou transformação do conteúdo científico em conteúdo a ser ensinado no ambiente escolar e, a segunda parte, o momento em que o saber escolar se apropria desse saber a ser ensinado e, então, o saber passa a ser o ‘saber ensinado’ aos alunos.

Em meio a esse processo, ao chegar na escola, os saberes já passaram pelo trabalho de transposição externa, por meio da *noosfera*, a qual é definida como:

Instituição de transposições de saberes, espaço onde se opera a interação entre o sistema didático e o ambiente social ou, ainda, esfera onde se pensa o funcionamento didático. [...] Dela fazem parte as associações de pais, alunos e professores, órgãos públicos, como Secretarias e Delegacias de Educação, professores; enfim, pessoas que estão envolvidas no processo educativo e que buscam ajustes ou adequações desse, frente às necessidades ou exigências sociais (Chevallard, 1991 *apud* Agranionih, 2001, p. 6).

A *noosfera* determina o que deve ser ensinado e nesse processo, que envolve o saber, pode ocorrer conflitos, que Chevallard (1991 *apud* Agranionih, 2001) denomina “insolência didática”. É uma incompatibilidade entre o saber sábio e o saber ensinado na escola, ou entre o saber ensinado e o saber dos pais. É nesse contexto que a *noosfera* age, buscando alternativas para superar essa situação. É aí que surgem novas propostas curriculares, inclusões ou exclusões de conteúdos em programas.

Ainda em relação à *noosfera*, Chevallard (1991 *apud* Agranionih, 2001) acrescenta que ela busca minimizar conflitos, mas também provoca crises no ambiente de ensino, quando apresenta propostas prontas, geradas sem a participação das instituições, o que causa reações no sistema de ensino e, por consequência, também conflitos, discussões e negociações.

Essas questões, ainda que sejam incômodas para todas as partes envolvidas no sistema educacional, no âmbito da *noosfera*, a partir do ambiente escolar, estendendo para os familiares dos alunos, promovem também um meio para que haja diálogo e reflexões. Conseqüentemente, pode haver flexibilização para que mudanças ocorram de forma a minimizar os problemas diagnosticados e seja possível adotar medidas eficazes.

Vale destacar que exemplos atuais de formas de ação da *noosfera* no sistema educacional são as propostas curriculares, os Parâmetros Curriculares Nacionais, os livros e qualquer outro agente que faça parte da “Instituição de transposições de saberes” (Chevallard, 1985; 1991), como referenciado anteriormente.

Em relação ao professor e à Transposição Didática, Leite (2004) afirma que a principal questão quanto ao seu papel na teoria refere-se à sua suposta passividade no processo transpositivo, já que não faz críticas ou ressalvas ao professor, apenas menciona essa característica durante o processo de transposição.

Diante do exposto, vê-se a pertinência em adotar as premissas da Transposição Didática no sentido de subsidiar teoricamente os elementos que compõem a *nooesfera* desta pesquisa como, por exemplo, os documentos oficiais e as coleções de livros didáticos que fazem parte, também, do processo de ensinar e de aprender.

A seguir, trataremos do saber a ser ensinado, Probabilidade, tal como é recomendado nos documentos oficiais, a começar com os PCN (1998), uma vez já mencionado anteriormente, foi o documento que incluiu Estatística e Probabilidade, como fazendo parte do quarto e último bloco de conhecimento, e que também se caracteriza como um documento orientador para os profissionais da educação.

3.2 A PROBABILIDADE E OS PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS

Os PCN são documentos, que serviram de base de orientação para todo o sistema educacional brasileiro por mais de 20 anos, nos finais da década de 1990 e perduraram até a implementação da BNCC, em 2017.

Aqui vale fazer uma ressalva de que se concentrar-se-á no documento da BNCC no momento da elaboração das tarefas, na segunda fase da pesquisa, para que estejam de acordo com suas diretrizes e possam permear todas as ideias e conceitos probabilísticos estabelecidos, para o 6º ano do Ensino Fundamental, que é o foco deste trabalho.

Retomando os PCN, suas diretrizes elaboradas pelo Governo Federal, destinados aos educadores da rede de ensino pública e privada, de acordo com cada área e etapa de escolaridade e garantiu aos educandos os conhecimentos necessários para que se tornassem cidadãos críticos e autônomos no exercício da cidadania.

Outra característica importante a se destacar deste documento é a sua natureza aberta, assim definida como:

[...] uma proposta flexível, a ser concretizada nas decisões regionais e locais sobre currículos e sobre programas de transformação da realidade educacional empreendidos pelas autoridades governamentais, pelas escolas e pelos professores. Não configuram, portanto, um modelo curricular homogêneo e impositivo, que se sobreporia à competência político-executiva dos Estados e Municípios, à diversidade sociocultural das diferentes regiões do País ou à autonomia de professores e equipes pedagógicas. (Brasil, 1997, p.13.).

Esta configuração flexível dá autonomia a cada instituição para contribuir com sua comunidade escolar, garantindo que sejam respeitadas as suas diversidades culturais, regionais, étnicas, religiosas e políticas.

Em relação ao conteúdo, e como ele é trabalhado, que é um interesse desta pesquisa, ao se realizar uma análise de como será abordado o conteúdo de Probabilidade os livros didáticos, os PCN (Brasil, 1997) orientam que os conteúdos são divididos em três grandes categorias: conteúdos conceituais, que envolvem fatos e princípios; conteúdos procedimentais e conteúdos atitudinais, que envolvem a abordagem de valores, normas e atitudes.

Vê-se aí uma preocupação, não apenas com a aprendizagem de técnicas ou algoritmos, por exemplo, mas com a utilização desses saberes aprendidos em sala de aula, sendo transformados em conhecimentos, para que os discentes possam exercer de forma autônoma seus direitos quanto cidadãos e atuem criticamente na comunidade em que vivem.

Em relação à sua organização, foram publicados os PCN (Brasil, 1997) voltados para o primeiro e segundo ciclo, que correspondem aos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, e os

PCN (1998) para o terceiro e quarto ciclo, que correspondem aos Anos Finais do Ensino Fundamental, ambos consolidados em 10 volumes.

A seleção dos conteúdos de Matemática para o Ensino Fundamental, trazidos por eles, leva em conta os conceitos, que são definidos como generalizações que permitem organizar, interpretar e prever a realidade, e também os procedimentos, definidos como conteúdos que possibilitam o desenvolvimento de capacidades relacionadas com o saber fazer, aplicáveis a distintas situações e, por último, a atitude, definidas como predisposição, interesse e motivação.

A partir dessas considerações, estes documentos organizam os conteúdos matemáticos em quatro blocos: Números e Operações, Espaço e Forma, Grandezas e Medidas e Tratamento da Informação. Sendo que o último bloco é direcionado a estudos de noções de Estatística e de Probabilidade, além de problemas de contagem que envolvem o princípio multiplicativo. Em relação à Probabilidade, os PCN (1998) afirmam ainda que:

A principal finalidade é a de que o aluno compreenda que muitos dos acontecimentos do cotidiano são de natureza aleatória e que se podem identificar possíveis resultados desses acontecimentos e até estimar o grau da possibilidade acerca do resultado de um deles. As noções de acaso e incerteza, que se manifestam intuitivamente, podem ser exploradas na escola, em situações em que o aluno realiza experimentos e observa eventos (em espaços equiprováveis). (Brasil, 1998, p.52).

Como exposto acima, os PCN já tratavam da importância de se relacionar o conteúdo de Probabilidade estudados em sala de aula com acontecimentos do dia a dia dos alunos. E, além disso, a relevância de se trabalhar as noções de acaso e incerteza durante as aulas, o que nada mais é que contribuir para o desenvolvimento do raciocínio e do pensamento probabilístico.

Em seguida, é discorrido sobre o ensino e a aprendizagem de Matemática no terceiro ciclo, que corresponde ao 6º e 7º ano do Ensino Fundamental, que é o foco desta pesquisa, no que diz respeito à Probabilidade, a resolução de situações-problema que envolva o raciocínio combinatório e a determinação da Probabilidade de ocorrência de um determinado evento por meio de uma razão.

Além disso, amplia-se nesse ciclo a exploração das possibilidades de quantificar o incerto, determinando as chances de ocorrência de alguns eventos com moedas, dados e cartas. Possibilitando assim, fazer relação com seu cotidiano.

O último ponto trazido pelo documento, são orientações didáticas a serem possivelmente utilizadas pelos professores, as quais serão destacadas aquelas relacionadas à Probabilidade e direcionadas ao terceiro ciclo.

É sugerido, para esta temática, a resolução de problemas para desenvolver a autonomia e a criatividade para resolver problemas de natureza aleatória; investigações que levem os alunos a fazer algumas previsões a respeito do sucesso de um evento; descoberta, pela experimentação, que as chances de cada resultado ser igual 50% deve-se à simetria da moeda e sua homogeneidade (moeda honesta); e utilização de materiais manipulativos que permitam explorar a propriedade da simetria (dados, moedas), como também os que não possuem essa simetria (roletas com áreas desiguais para os números); utilização do princípio multiplicativo e de representações, como uma tabela de dupla entrada ou um diagrama de árvore, para possibilitar a indicação do sucesso de um evento utilizando-se de uma razão.

Diante dessas sugestões, é possível verificar um movimento nos PCN pela flexibilização do processo de ensino e de aprendizagem, tornando-o mais dinâmico, atrativo e indo ao encontro de situações vivenciadas pelos alunos fora do ambiente escolar, para que, assim, os conteúdos estudados em sala de aula tenham sentido para ele.

Vale reforçar que foi necessário recorrer a alguns elementos teóricos dos PCN, devido ao surgimento do PNLD ter se dado na mesma época deste documento, e passa a exigir que a Probabilidade esteja nos livros didáticos, uma vez que os PCN incluíram este conteúdo no quarto bloco de conhecimento.

A seguir, trataremos da Probabilidade nas Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica.

3.3 A PROBABILIDADE E AS DIRETRIZES CURRICULARES NACIONAIS DA EDUCAÇÃO BÁSICA

Após a promulgação da Constituição de 1988, que assegura a todos os cidadãos o direito à educação, e da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB), que define e regulariza a organização da educação brasileira com base nos princípios presentes na Constituição, foram elaborados os PCN, em 1998, como já abordado, para servir de orientador aos educadores no processo de ensino e de aprendizagem, na elaboração do Projeto Político Pedagógico e Regimento Escolar das instituições.

Anos depois, em 2013, foi elaborado um novo documento obrigatório, denominado Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica (DCN). Suas determinações abrangiam as normas que deveriam ser seguidas pelas escolas e pelo sistema de ensino, permeando todas as modalidades da Educação Básica.

Estas normas não serão elucidadas aqui, uma vez que não é o foco deste trabalho, valendo apenas destacar que as DCN também se caracterizam como um orientador para o planejamento curricular e tinham como um dos objetivos:

[...] sistematizar os princípios e diretrizes gerais da Educação Básica contidos na Constituição, na LDB e demais dispositivos legais, traduzindo-os em orientações que contribuam para assegurar a formação básica comum nacional, tendo como foco os sujeitos que dão vida ao currículo e à escola; (Brasil, 2013, p. 7).

Neste trabalho, a BNCC será referenciada na elaboração das tarefas aplicadas na fase da Experimentação, que fazem parte do produto educacional 2: “Show da Probabilidade”, quando as competências e habilidades³ estarão contidas nas tarefas que serão aplicadas pelos professores em uma turma do 6º ano do Ensino Fundamental.

3.4 OS LIVROS DIDÁTICOS

Dando ênfase ainda às situações vivenciadas em sala de aula pelos alunos, trataremos neste momento, sobre um elemento da *noosfera*, que é um recurso disponível aos professores em exercício tanto da rede pública quanto da rede privada de ensino em nosso país.

Os livros didáticos são estruturados de forma responsável, seguindo os documentos norteadores, como os PCN (1998) e a BNCC (BRASIL, 2017). Como dito, eles compõem a *noosfera*, pois, fazem parte do processo de ensinar e aprender, mas vale ressaltar que eles são um suporte e não a única fonte de conhecimento disponível.

Com o intuito de verificar como o objeto do saber pesquisado, Probabilidade, foi abordado nas coleções aprovadas pelo PNLD dos anos de 2019 e 2023, mais especificamente nos livros do 6º ano do Ensino Fundamental. Valendo completar que tal reflexão foi impulsionada também ao verificar que, dos 14 artigos selecionados na RSL realizada, três deles, dos autores Verbisck e Bittar (2019; 2022) e Lima (2020) envolviam a análise do conteúdo de Probabilidade nos livros didáticos aprovados pela PNLD.

Este programa, o PNLD, é destinado a avaliar e a disponibilizar obras didáticas, pedagógicas e literárias, entre outros materiais de apoio à prática educativa, de forma sistemática, regular e gratuita, às escolas públicas de Educação Básica das redes federal,

³ Segundo a pesquisa elaborada pelo Cenpec, das 16 Unidades da Federação cujos documentos curriculares foram analisados, 10 delas explicitam uma visão de ensino por competências, recorrendo aos termos “competência” e “habilidade” (ou equivalentes, como “capacidade”, “expectativa de aprendizagem” ou “o que os alunos devem aprender”). (BNCC, 2017, p.13).

estaduais, municipais e distrital e, também, às instituições de Educação Infantil comunitárias, confessionais ou filantrópicas sem fins lucrativos e conveniadas com o Poder Público.

Desta forma, justifica-se a investigação das coleções de livros didáticos aprovadas nos últimos 4 anos, de 2019, e as coleções aprovadas para serem escolhidas para os próximos 4 anos.

Para tal objetivo, pensou-se em um material que pudesse auxiliar os professores a fazer suas escolhas em relação ao livro didático que será abordado no capítulo 7, na parte I da fase da Experimentação.

3.5 A EDUCAÇÃO ESTOCÁSTICA NA INFÂNCIA

Segundo Lopes (2012), o termo Estocástica é usado por vários pesquisadores que investigam o ensino e a aprendizagem de combinatória, Probabilidade e Estatística. Além disso,

Esse termo refere-se à interface entre os conceitos combinatório, probabilístico e estatístico, os quais possibilitam o desenvolvimento de formas particulares de pensamento, envolvendo fenômenos aleatórios, interpretação de amostras e elaboração de inferências. (Lopes; Moran, 1999 *apud* Lopes, 2012, p. 161).

Dando continuidade, os autores afirmam que essa compreensão requer o desenvolvimento do pensamento estatístico e probabilístico, o que exige um trabalho que possibilite o exercício do raciocínio combinatório, probabilístico e estatístico.

Para melhor compreensão sobre esses três raciocínios, Lopes (2012) descreve sobre cada um deles separadamente, a saber:

- O raciocínio combinatório se refere aos fazeres da combinatória, a qual pode ser definida como um princípio de cálculo que envolve a seleção e a disposição dos objetos em um conjunto finito. Combinatória não é simplesmente uma ferramenta para cálculo de Probabilidade, mas há uma estreita relação entre ambos os temas;

- O raciocínio probabilístico está atrelado ao raciocínio combinatório, ou seja, após a enumeração das possibilidades, pode-se analisar a chance e fazer previsões. Sendo essa forma de raciocínio essencial para que se analisem dados construídos a partir de um problema, o que direciona ao raciocínio estatístico;

- O raciocínio estatístico significa compreender e explicar os processos estatísticos, interpretando seus resultados, remetendo ao pensamento estatístico, que requer uma compreensão do “porquê” e “como” são conduzidas investigações estatísticas.

Ao interligar estes raciocínios, tem-se como produto o raciocínio estocástico, o que permite compreender vários conceitos relacionados à Estatística. Como exemplos, pode-se citar a compreensão de como os dados são produzidos para que se possa estimar as Probabilidades; reconhecer como, quando e quais ferramentas devem ser utilizadas para que seja possível realizar inferências; utilizar o contexto de um problema para planejar as investigações, avaliá-las e tirar conclusões a respeito das mesmas.

Lopes (2012) traz em seu trabalho uma ilustração para representar essas inter-relações, conforme mostra a Figura 1.

Figura 1 – Inter-relações entre Matemática e Estatística: estocástica



Fonte: Lopes, 2012, p. 168.

Após essa apresentação sobre o conceito de estocástica e suas relações com a combinatória, Probabilidade e Estatística e como isso ocorre, trataremos sobre a Educação Estocástica, que tem se destacado em estudos recentes em vários países, inclusive no Brasil, que possui dois grupos de Educação Estatística com foco nesta área de pesquisa.

Inclusive, a Educação Estocástica trabalhada nas escolas, desde os primeiros anos de escolaridade, tem sido defendida por vários autores, como Alsina e Bosch (2023), que se baseiam na firme convicção de que é essencial promover o desenvolvimento do sentido estocástico desde a infância. E, para Lopes (2012), pelo fato de contribuir para alunos e também para futuros cidadãos que sejam letrados estatisticamente, devem ser desenvolvidos esse raciocínio desde os anos iniciais da Educação Básica.

Quanto ao ensino da estocástica, Ortiz (2020) afirma que é necessário focar o ensino da estocástica com base em contextos reais que sejam adequados à idade e à fase escolar dos alunos, que tenham significado e que lhes permitam avançar na aprendizagem dos conceitos estocásticos, ao utilizar técnicas de cálculo, melhorar a capacidade de argumentação, formular conjecturas, refletindo sobre o referido contexto.

Ou seja, a contextualização desses conceitos com situações vivenciadas cotidianamente, permitem que eles tenham sentido para o aluno. E, além disso, a autora defende que, ao elaborar atividades de trabalho para crianças com o foco no raciocínio estocástico,

O professor promoverá o desenvolvimento do pensamento estatístico, que se refere à capacidade de relacionar dados quantitativos com situações concretas, admitindo a presença da variabilidade e da incerteza. A exploração de processos investigativos, como pesquisas de opinião, permitirá às crianças exercitar a escolha adequada de ferramentas estatísticas. Adquirir essa capacidade também faz parte do pensar estatisticamente, assim como vivenciar todas as etapas do processo de investigação estatística, explorando os dados de forma a estabelecer relações que respondam à questão investigada ou gerem outros questionamentos. (Lopes, 2012, p. 169.).

O que reforça o que foi dito anteriormente a respeito de promoção ou potencialização da literacia probabilística e também estatística, que são abordadas neste trabalho. Além do favorecimento do pensamento probabilístico, no que diz respeito à capacidade de fazer julgamentos ou decisões em ambientes de incerteza; a antecipação ou previsão de ocorrência de eventos, ligando-se assim à inferência, ou seja, natureza preditiva.

De fato, é preciso considerar que o trabalho com atividades direcionadas ao desenvolvimento do raciocínio estocástico se mostra uma ferramenta importante para ensino e aprendizagem de Probabilidade e de Estatística.

Em relação à formação docente para o ensino de estocástica, Lopes (2012) expõe a divergência entre a formação do professor de Matemática e a formação necessária para que ele trabalhe com essa temática. Pois, segundo a autora, exige do professor análise de dados reais, lidando com desordem e variabilidade dos dados e familiarização com *software* estatísticos.

Já na perspectiva de Ortiz (2020), uma proposta de ensino de estocástica, seria a de trabalhar com pequenas investigações ou projetos nesta temática, pois permitiria não só melhorar a compreensão dos conteúdos envolvidos no estudo da Estatística e da Probabilidade por meio de uma aprendizagem mais motivadora e significativa, mas também favoreceria o desenvolvimento de literacia estatística e probabilística.

Assim, diante de diferentes propostas para a abordagem da estocástica, vê-se a carência de materiais que possam subsidiar o trabalho docente, bem como de uma formação que contemple os conhecimentos necessários para desempenhar esta função.

O que é confirmado por Lopes (2012) finaliza seu texto destacando a urgência da produção de materiais que possam subsidiar o trabalho docente, bem como de publicações de relatos que socializem situações didáticas que envolvam levantamento de possibilidades,

processos de investigação estatística e observação de experimentos, com seus respectivos registros e análises, possibilitando a integração entre combinatória, Probabilidade e Estatística. Para o próximo capítulo, vamos tratar da metodologia da pesquisa, a Engenharia Didática.

4 METODOLOGIA DA PESQUISA: ENGENHARIA DIDÁTICA

A natureza metodológica do presente estudo é qualitativa, uma característica também permitida pela Engenharia Didática, sobretudo na fase da experimentação, quando há interação com os alunos, a partir de entrevistas e tarefas de Matemática. Bogdan e Bikle (1994) assim definem a pesquisa qualitativa:

Um campo que era dominado pelas questões de mensuração, definições operacionais, variáveis, teste de hipóteses e estatística, alargou-se para contemplar uma metodologia de investigação que enfatiza a descrição, a indução, a teoria fundamentada e os estudos das percepções pessoais. Designamos esta abordagem por “Investigação Qualitativa” (Bogdan; Bikle, 1994, p. 11).

Como afirmam os autores, esse cenário metodológico na Educação se modificou desde a década de 1980 e percebe-se que a influência dos métodos qualitativos no estudo de várias questões educacionais é cada vez maior.

Para Bogdan e Biklen (1994), a pesquisa qualitativa possui cinco características:

1. A fonte direta de dados é o ambiente natural, constituindo o investigador o instrumento principal. Ainda que os investigadores utilizem equipamentos, os dados recolhidos são complementados pela informação que se obtém pelo contato direto, ou seja, os investigadores entendem que as ações podem ser melhor compreendidas no seu ambiente habitual de ocorrência. É importante levar em conta o contexto.

2. A investigação qualitativa é descritiva, os dados recolhidos são em forma de palavras ou imagens e não de números. Os dados incluem transcrição de entrevistas, notas de campo, fotografias, vídeos e outros registros oficiais. Ao recolher dados descritivos, os investigadores qualitativos abordam o mundo de forma minuciosa.

3. Os investigadores qualitativos interessam-se mais pelo processo do que simplesmente pelos resultados ou produtos; as estratégias qualitativas patentearam o modo como expectativas se traduzem nas atividades, procedimentos e interações diários.

4. Os investigadores qualitativos tendem analisar os seus dados de forma indutiva e não recolhem dados ou provas com o objetivo de confirmar ou infirmar hipóteses construídas previamente; ao invés disso, as abstrações são construídas à medida que os dados particulares que foram recolhidos se vão agrupando.

5. O significado é de importância vital na abordagem qualitativa. Os investigadores qualitativos estabelecem estratégias e procedimentos que lhes permitam tomar em consideração

as experiências do ponto de vista do informador. Reflete uma espécie de diálogo entre os investigadores e os respectivos sujeitos, não serem abordados por aqueles de uma forma neutra.

Pode-se perceber, a partir de tais características, que uma pesquisa pode contribuir para a potencialização da aprendizagem, considerando todo o processo que envolve o(a) educador(a), o(a) educando(a) e o saber, se faz necessário um investigador qualitativo.

A escola onde a Experimentação foi realizada é uma escola pública, do estado de Minas Gerais, localizada no município de Bicas, onde a pesquisadora atua como professora regente no turno da tarde. E nessa escola foi aplicada uma sequência de atividades em uma turma do 6º ano do Ensino Fundamental, que possui 24 alunos matriculados e frequentes.

Em relação à metodologia da pesquisa, foi utilizada a Engenharia Didática (Artigue, 1988), uma vez que em trabalhos que estudam os processos de ensino e de aprendizagem de um dado objeto matemático e, no caso desta pesquisa, se refere à Probabilidade. E, como procedimento metodológico, a Teoria das Situações Didáticas, de Brousseau (1986), que se fez presente na fase da experimentação.

Segundo Almouloud e Coutinho (2008), a noção de Engenharia Didática emergiu na Didática da Matemática (enfoque da Didática Francesa) no início dos anos 1980. Ela foi inaugurada por Michèle Artigue, nesta mesma década, que afirma que, vista como metodologia de pesquisa, a Engenharia caracteriza-se, em primeiro lugar, por um esquema experimental baseado em “realizações didáticas” em sala de aula, isto é, na concepção, realização, observação e análise de sessões de ensino.

Artigue (1988 *apud* Almouloud, 2007) também defende que a Engenharia Didática é uma forma de trabalho didático comparável ao trabalho do engenheiro que, para realizar um projeto, se apoia em conhecimentos científicos da área, aceita se submeter a um controle de tipo científico, mas ao mesmo tempo, é obrigado a trabalhar objetos mais complexos que os objetos depurados da ciência.

Almouloud (2007) aborda as fases da Engenharia Didática que, segundo ele, é possível identificar em uma pesquisa fundamentada por esta metodologia e que ele define como As Análises prévias, Construção e análise *a priori*, Experimentação, Análise *a posteriori* e validação. Segundo o mesmo autor, as Análises prévias identificam os problemas de ensino e de aprendizagem do objeto de estudo e delinear de modo fundamentado a(s) questão(ões), as hipóteses, os fundamentos teóricos e metodológicos da pesquisa.

Posteriormente, na construção e análise *a priori*, com a finalidade de responder a(s) questão(ões) e validar as hipóteses levantadas na fase anterior, o pesquisador deve elaborar e

analisar uma sequência de situações-problema. E, para garantir minimamente, o alcance de tais metas, o pesquisador ou construtor dessas situações-problema precisa escolher as variáveis didáticas que podem provocar as mudanças desejadas, em relação ao ensino e à aprendizagem do objeto matemático em questão.

O autor também distingue dois tipos de variáveis potenciais manipuladas pelo pesquisador:

- . As variáveis macrodidáticas ou globais relativas à organização global da engenharia;
- e
- . As variáveis microdidáticas ou locais, relativas à organização local da engenharia, isto é, a organização de uma sessão ou de uma fase.

Na fase seguinte, definida como experimentação, coloca-se em funcionamento todo o dispositivo construído anteriormente, corrigindo-o quando as análises locais do desenvolvimento experimental identificam essa necessidade, implicando um retorno à análise *a priori* (Almouloud, 2007).

A análise *a posteriori* é o conjunto de resultados que se pode tirar da exploração dos dados recolhidos e que contribui para a melhoria dos conhecimentos didáticos que se tem sobre as condições do ensino. E, na sequência, acontece a validação ou a refutação da hipótese apresentada na segunda fase, quando o objetivo é relacionar as observações, com aqueles definidos *a priori* e a discussão dos resultados. A validação pode acontecer também na dependência das ferramentas técnicas (material didático, vídeo) ou teóricas (teoria das situações, contrato didático, etc.) utilizadas com as quais se coletam os dados que permitirão a construção dos protocolos de pesquisa.

Almoulud (2007) finaliza afirmando que em última instância o pesquisador deve discutir os principais resultados e as questões levantadas pela pesquisa, que podem ser objeto de outras pesquisas e destacar a importância dos resultados alcançados para a área da didática da Matemática, a instituição escolar, os alunos, a formação inicial e continuada de professores.

Por toda sustentabilidade que esta metodologia proporciona ao trabalho realizado pelo pesquisador, ela se torna uma importante ferramenta a ser utilizada. Diante disso, buscou-se seguir o Quadro 4 apresentado em Almouloud (2007, p. 168), que descreve cada fase desta metodologia, apresentadas anteriormente.

Quadro 4 - Fases da Engenharia Didática

1ª Fase	2ª Fase
A determinação do problema • Selecionar o assunto;	A organização da pesquisa

<ul style="list-style-type: none"> • Definir e formular o problema da pesquisa; • Formular as hipóteses de trabalho; • Descrever o objeto (ou problema da pesquisa referencial teórico); • Reunir e selecionar a documentação sobre o assunto-problema a ser pesquisado; • Elaborar a revisão da literatura sobre o problema da pesquisa. 	<ul style="list-style-type: none"> • Determinar a fórmula de experimentação ou descrever os métodos escolhidos para coletar ou completar os dados; • Construir os instrumentos necessários à coleta de dados; • Definir a população da pesquisa ou da experimentação; • Planificar a coleta de dados.
3ª fase	4ª fase
<p style="text-align: center;">Execução da pesquisa de campo</p> <ul style="list-style-type: none"> • Estabelecer um programa de trabalho; • Coletar dados; • Analisar os resultados. 	<p style="text-align: center;">Redação do texto</p> <ul style="list-style-type: none"> • Redigir o texto preliminar, explicando o fenômeno observado; • Redigir o texto definitivo, incorporando, no texto, indicações e críticas pertinentes.

Fonte: Adaptado de Almouloud (2007, p. 168).

Neste trabalho, foram seguidas todas as fases da Engenharia Didática proposta por Almouloud (2007), expressas no Quadro 4 como um roteiro para direcionar todo desenvolvimento da pesquisa.

Na primeira fase, a **determinação do problema** que se encontra nas Análises Preliminares da Engenharia, selecionou-se o assunto da pesquisa, que envolveria o processo de ensinar e aprender Probabilidade no 6º ano do Ensino Fundamental. A partir daí, formulou-se o problema da pesquisa: “Como potencializar o processo de ensinar e aprender as ideias e noções probabilísticas no 6º ano do Ensino Fundamental à luz da Literacia Probabilística?” e, a partir dela, o objetivo geral é apresentar uma proposta didática para potencializar as ideias e noções probabilísticas, no 6º ano do Ensino Fundamental, à luz da Literacia Probabilística. E os objetivos específicos são: aplicar uma sequência de atividades envolvendo Probabilidade para esta etapa de ensino; analisar, à luz dos pressupostos teóricos da Literacia Probabilística, e produzir dois produtos educacionais, sendo um sob a perspectiva do ensino, que é uma proposta metodológica para a análise de livros didáticos e outro sob a perspectiva da aprendizagem, que é um *quiz on-line*. Posteriormente, foi realizada uma Revisão Sistemática da Literatura, a fim de fazer um levantamento dos últimos trabalhos científicos produzidos nesta área, bem como apontar um direcionamento para a pesquisa que foi desenvolvida.

Ainda na primeira fase, definiu-se o referencial teórico-metodológico, sendo que, para metodologia da pesquisa, a Engenharia Didática de Artigue (1988) firmará em confluência com a Teoria das Situações Didáticas de Brousseau (1986), ambas pertencentes à Didática da Matemática. Definida a questão norteadora da pesquisa e os objetivos já mencionados, fez-se o levantamento das hipóteses. As definições estão de acordo com a metodologia da Engenharia

Didática, baseadas em Almouloud (2007) e, portanto, foram feitas após a realização de dois estudos.

A análise da organização didática do objeto matemático escolhido (análise dos PCN, análise dos livros didáticos, variáveis didáticas levadas em consideração nas escolhas feitas pelo autor do livro, efeitos da transposição didática, concepções de alunos e/ou professores em relação ao saber e levantamento de referências em relação ao tema pretendido, no caso a RSL).

Ainda em relação à hipótese, sob a perspectiva do ensino, é uma proposta metodológica que permite ao professor verificar como o conteúdo de interesse vem sendo abordado nos livros didáticos aprovados pela PNLD, como já mencionado no capítulo 3. E, sob a perspectiva da aprendizagem, a hipótese é: A utilização do *quiz on-line* “Show da Probabilidade”, nas aulas de Matemática do 6º ano do Ensino Fundamental, pode favorecer a aprendizagem dos alunos à luz da Literacia Probabilística nas dimensões epistemológica, didática e cognitiva.

Na segunda fase, **a organização da pesquisa**, pertencente à fase da Construção e Análises *a priori* da Engenharia, foram desenvolvidos os produtos educacionais, um sob a perspectiva do ensino e outro sob a perspectiva da aprendizagem conforme já descritos anteriormente. É também nesta fase em que se delimitam as variáveis da pesquisa, no aspecto global, as macrodidáticas, e no local, as microdidáticas, permitindo assim, um estudo fundamentado na literacia estatística (Gal, 2002).

Na terceira fase da Engenharia, **da execução da pesquisa de campo**, que se encontra a fase da Experimentação da Engenharia, em que ocorreu em duas partes: a primeira na análise dos livros didáticos e a segunda parte a partir da aplicação de uma sequência de atividades, parte do produto educacional 2: Show da Probabilidade, em que foi utilizado como procedimento metodológico a Teoria das Situações Didáticas (Brousseau 1986).

Na quarta e última fase, **da redação do texto** e que faz parte das Análises *a posteriori* e validação da Engenharia, os dados foram coletados para análise, ficando salvos na plataforma do *quiz* desenvolvido, em que o administrador tem acesso. Posteriormente, foi realizada a análise dos resultados à luz da Literacia Probabilística na perspectiva de Gal (2005), o que possibilitou o confronto entre as fases das Análises *a priori* e os resultados da Experimentação e, assim, validar ou refutar as hipóteses levantadas na primeira fase. A seguir, apresentamos a primeira etapa da Engenharia Didática, Análise Preliminares.

5 ANÁLISES PRELIMINARES

Nesta primeira fase da Engenharia Didática, determinou-se o problema da pesquisa, reunindo-se documentos que tratam sobre o assunto, Quadro 4, e, em seguida, apresentou-se uma Revisão da Literatura, objetivando selecionar os recentes trabalhos e pesquisas que vem sendo realizados na área, e que poderiam vir a contribuir para o interesse desta pesquisa. Esta revisão está registrada no capítulo 2.

Vamos, então, retomar a questão da pesquisa: **“Como potencializar o processo de ensinar e aprender as ideias e noções probabilísticas no 6º ano do Ensino Fundamental à luz da Literacia Probabilística?”**, bem como o objetivo geral que é **apresentar uma proposta didática para potencializar as ideias e noções probabilísticas, no 6º ano do Ensino Fundamental, à luz da Literacia Probabilística**. E os objetivos específicos: aplicar uma sequência de atividades envolvendo Probabilidade para esta etapa de ensino; analisar, à luz dos pressupostos teóricos da Literacia Probabilística e produzir dois produtos educacionais: um sob a perspectiva do ensino, que é uma metodologia para a análise de livros didáticos e um sob a perspectiva da aprendizagem, que é um *quiz on-line*.

Com a discussão do processo de ensino e de aprendizagem de Probabilidade no Ensino Fundamental e do desenvolvimento dos produtos educacionais, espera-se que seja possível contribuir para a potencialização desse processo, de forma que possa ser útil a professores em exercício, futuros professores e também para futuras pesquisas nesta temática.

A seguir, será apresentada, primeiramente, a fundamentação teórica da pesquisa, que compreende a Literacia Estatística, na perspectiva de Gal (2002), a Literacia Probabilística na perspectiva de Gal (2005), que serão utilizadas para a análise dos dados coletados na fase da Experimentação.

Posteriormente, serão descritas as cinco etapas da Teoria das Situações Didáticas de Brousseau (1986), que serão utilizadas como procedimento metodológico na aplicação das atividades na fase da Experimentação.

5.1 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Na sociedade em que vivemos, somos surpreendidos constantemente pela informação, e de forma cada vez mais rápida devido, por exemplo, à pluralidade dos meios de comunicação, e pelo avanço tecnológico.

Nesse contexto, temos à disposição muitas fontes de notícias que nem sempre propagam de forma responsável as informações. Como consequência, temos a manipulação de dados e, também, muitas vezes, a falta de conhecimento e de autonomia do leitor. Tal realidade nos leva a refletir sobre a importância do cidadão se educar estatisticamente, para que tenha capacidade de desenvolver a criticidade, para que não se permita ser manipulado por informações enviesadas.

Um fato que vem corroborando para isso está nas pesquisas voltados para a Educação Estatística, que tem se desenvolvido muito nas últimas décadas. No Brasil, esse avanço se deve muito à inserção do Ensino de Estatística nos documentos oficiais.

No final da década de 1990, o ensino de Estatística no Brasil foi inserido como conteúdo curricular pelos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) (BRASIL, 1997). Desde então, professores, formadores e pesquisadores têm sido desafiados a desenvolver a Educação Estatística. (Monteiro; Carvalho, 2021, p. 18-19).

A partir daí, foram surgindo vários grupos de pesquisas voltados para temáticas nessa área de pesquisa. Monteiro e Carvalho (2021) reiteram que, desde então, professores, formadores e pesquisadores têm sido desafiados a desenvolver Educação Estatística, impulsionados por grupos de pesquisa que foram surgindo, desde então, e passaram a se dedicar às investigações nesta área no Brasil.

Gal (2021) destaca que, nas últimas décadas, observou-se uma ênfase ao ensino de Estatística na Educação Básica e no ensino superior, e que várias tendências surgiram paralelamente, sobretudo com interesse crescente na noção de literacia estatística. Para ele,

Ensinar para o desenvolvimento dos alunos a alfabetização estatística deveria receber muito mais atenção dentro e fora da educação matemática e científica, porque visa diretamente um resultado educacional geral desejado – a capacidade dos graduados em sistemas educacionais de se envolverem com informações quantitativas do mundo real e, em particular, de serem capazes de lidar eficazmente com mensagens estatísticas do mundo real e argumentos baseados em dados. Os cidadãos podem encontrar essas mensagens ao seu redor, ou seja, nas comunicações nos meios de comunicação (ambos impressos e digital), nas redes sociais, no trabalho ou em sua comunidade. (Gal, 2021, p. 39).

Como pode-se perceber, o autor defende que além de saber lidar com as informações quantitativas, é importante que os cidadãos saibam interpretá-las de forma crítica, uma vez que são situações vivenciadas em seu dia a dia.

Outros autores falam também da importância de se formar cidadãos letrados estatisticamente, para que não sejam enganados por informações falsas.

Para Cazorla e Castro (2008), uma experiência de leitura não será completa sem o entendimento da lógica das informações Matemáticas e Estatísticas que permeiam os discursos, as ciladas e as armadilhas dos “donos das informações”. Nesse sentido, é preciso romper esse hiato palavra/número, é preciso letrar e numerar todo cidadão, para que possa entremear-se nas armadilhas discursivas perigosas e traiçoeiras, produzir sentidos das coisas, dos fatos, dos fenômenos, desarmá-las, enfim.

Reforça-se, então, a ideia de que os dados quantitativos precisam estar atrelados à leitura, para que seja possível garantir a interpretação das informações de forma consciente e crítica, impedindo assim, que qualquer intuito de manipulação por parte daquele que produz a informação seja bem-sucedido.

Em relação à literacia estatística, Lopes (2002) afirma que esta pode ser entendida como a capacidade para interpretar argumentos estatísticos em textos jornalísticos, notícias e informações de diferentes naturezas. A autora defende ainda que a aquisição de habilidades relativas à literacia estatística requer o desenvolvimento do pensamento estatístico, o qual permite que a pessoa seja capaz de utilizar ideias estatísticas e atribuir um significado à informação estatística. Assim, para que os cidadãos tenham as habilidades necessárias para serem letrados estatisticamente e possam exercer a cidadania, é importante o desenvolvimento do pensamento estatístico.

Veremos, a seguir, a literacia estatística na perspectiva de Gal (2002).

5.1.1 Literacia Estatística

Neste trabalho, faremos referência às ideias e contribuições de Gal (2002) para a área de pesquisa da Educação Estatística, mais especificamente a literacia estatística, quando apresenta um modelo desenvolvido por ele há cerca de 20 anos. Esse modelo começa com a habilidade de usar a linguagem, pois o autor afirma que tudo é comunicado pelo texto. E, nesse caso, a Estatística está nesse contexto.

Gal (2002) defende também que o termo “literacia estatística” se refere amplamente a dois componentes inter-relacionados, principalmente

- (a) a capacidade das pessoas de interpretar e avaliar criticamente informações estatísticas, argumentos relacionados a dados fenômenos estocásticos, que podem encontrar em diversos contextos (...)
- (b) sua capacidade de discutir ou comunicar suas reações a tais informações estatísticas, como sua compreensão

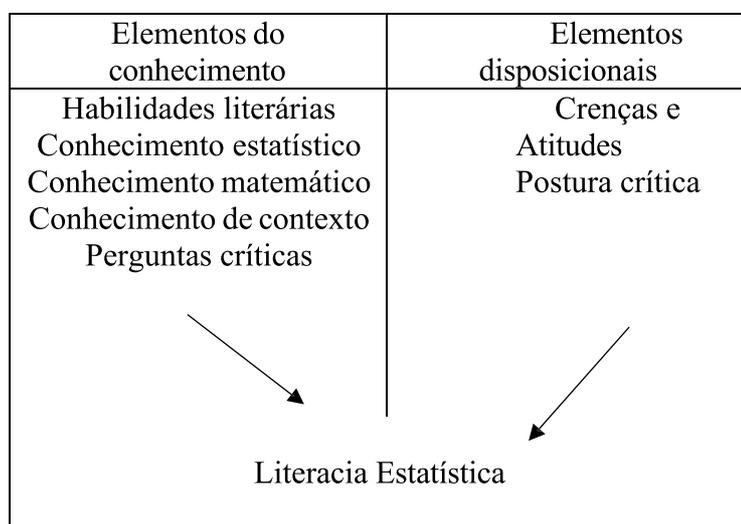
do significado das informações, suas opiniões sobre as implicações dessas informações ou suas preocupações quanto à aceitabilidade de conclusões fornecidas (Gal, 2002, p. 2-3).

É sabido que a literacia estatística se faz presente em muitas áreas da vida adulta, seja no local de trabalho, quando lida com funcionários e a parte administrativa de uma empresa, seja na política quando interpreta um gráfico ou uma informação, ou mesmo em seu lazer, quando compra bilhetes de loteria.

É perceptível que a literacia estatística está presente na vida dos adultos ou na vida das crianças e, por isso, Gal (2002) alerta para a importância de trazer clareza sobre as características dos blocos de construção da alfabetização estatística, para que outras questões possam ser abordadas em relação à avaliação e à instrução focada na alfabetização estatística.

Diante disso, Gal (2002) propôs um modelo resumido no Quadro 5, referente aos elementos que compõem a literacia estatística: elementos relacionados ao conhecimento e elementos disposicionais, os quais devem estar disponíveis para adultos e, por conseguinte, para alunos que se formam em escolas ou faculdades, para que possam compreender, interpretar, avaliar criticamente e reagir às mensagens estatísticas encontradas em contextos de leitura.

Quadro 5– Um modelo de literacia estatística



Fonte: Gal (2002, p.4, tradução nossa)

Como pode-se perceber, não basta apenas o conhecimento estatístico, mas é necessário que outros conhecimentos também estejam disponíveis para que os alunos possam aprender. Em relação aos elementos, Gal (2002) reitera que não devem ser vistos como entidades fixas e separadas, mas como um modelo dinâmico e dependente do contexto. Ele propõe que os cinco elementos de conhecimento, conforme listado no Quadro 5, contribuam conjuntamente para a

capacidade das pessoas de compreender, interpretar, avaliar criticamente e, se necessário, reagir a mensagens estatísticas.

As habilidades literárias são o primeiro elemento que, para Gal (2002), são importantes no processamento do texto, permitindo assim, a compreensão de mensagens estatísticas, as quais estão interligadas à literacia geral, pois é preciso compreender também qual é o contexto em que esses dados estão inseridos.

O segundo elemento é o conhecimento estatístico, que afirma ser um pré-requisito para compreender e interpretar mensagens estatísticas, levando em conta o conhecimento de conceitos e procedimentos estatísticos e probabilísticos básicos e conceitos matemáticos relacionados e problemas. Gal (2002) destaca cinco partes principais da base de conhecimento estatístico necessária para a literacia estatística, são eles:

. **Saber por que os dados são necessários e como os dados podem ser produzidos.** É importante verificar a confiabilidade das informações, da fonte em que ela foi baseada.

. **Familiaridade com termos e ideias básicas relacionadas com Estatística Descritiva.** Principalmente porcentagem e as medidas de tendência central (mediana e moda), medianas são formas simples de resumir um conjunto de dados e mostrar seu “centro”, minimizando as chances de erro.

. **Familiaridade com exibições gráficas e tabulares e sua interpretação.** Os gráficos podem ser exibidos em gráficos ou tabelas, e é importante saber que eles podem produzir visões diferentes, inclusive podem ser enganosos ou manipulativos.

. **Compreender noções básicas de Probabilidade.** Principalmente as ideias de acaso e de eventos aleatórios que muitas vezes são encontrados implícita ou explicitamente em mensagens. Pode aparecer também estimativas probabilísticas, realizadas por profissionais de áreas diversas, ou podem também ser estimativas subjetivas de indivíduos.

. **Saber como se chegam a conclusões ou inferências estatísticas.** É preciso que o leitor tenha alguma noção de como os dados são analisados e as conclusões alcançadas, e estar ciente de problemas relevantes a esse respeito, como a questão da “margem de erro”, por exemplo.

O terceiro elemento é o conhecimento matemático, que são os conhecimentos esperados pelos adultos, para que possam dar suporte para a literacia estatística. Alguns dos procedimentos matemáticos citados são a porcentagem ou que ela significa, tendo em vista que, muitas vezes, as técnicas matemáticas subsidiam os resultados estatísticos e, por isso, requer uma aplicação de conhecimentos matemáticos, e também habilidades numéricas em um nível

suficiente para permitir a interpretação correta dos números utilizados nos relatórios estatísticos.

O quarto elemento é o conhecimento de contexto de mundo, que é um suporte para a literacia e fundamental por permitir a "construção de sentido" de uma mensagem. As formas como um estudo é divulgado na mídia podem facilmente mascarar ou distorcer a informação. Conseqüentemente, o conhecimento do mundo combinado com algumas competências de literacia é pré-requisito para permitir uma reflexão crítica sobre mensagens estatísticas e para compreender as implicações dos resultados ou números relatados.

O quinto e último elemento, são as habilidades críticas, que segundo Gal (200), são importantes para que haja criticidade ao ler e interpretar notícias vinculadas nas mídias, uma vez que as mensagens nos meios de comunicação em geral são produzidas por pessoas muito diversas, fontes como jornalistas, políticos, fabricantes ou anunciantes. E, desta forma, poderão dependendo do contexto, ser tendenciosas.

Mesmo tendo sido expostos separadamente, percebe-se que os elementos de conhecimento se sobrepõem e não operam independentemente um do outro. Um exemplo seriam as leituras de gráficos com informações do cotidiano, que exigem do leitor habilidades da literacia estatística, para que seja possível compreendê-los.

Gal (2002) defende que a ação de se letrar estatisticamente pode assumir muitas formas, como pensar sobre o significado de uma passagem lida ou examinar um gráfico encontrado no jornal. Mas para que qualquer forma de ação ocorra e seja sustentada, certas disposições precisam existir e serem ativadas e, nesse caso, os elementos disposicionais.

O termo “disposições” é usado aqui como um rótulo agregado conveniente para três aspectos relacionados, mas distintos conceitos, postura crítica, crenças e atitudes, que são essenciais para a alfabetização estatística. [...]. Ao contrário da descrição das cinco bases de conhecimento [...]. Esta seção descreve primeiro postura e, em seguida, examina crenças e atitudes que fundamentam uma postura crítica. (Gal, 2002, p. 18).

Os dois elementos disposicionais são, na perspectiva de Gal (2002):

- **Postura crítica.** Espera-se que o leitor ou ouvinte assuma uma postura crítica diante de uma mensagem quantitativa, que muitas vezes podem ser manipulativas ou mesmo enganosas.

- **Crenças e atitudes.** A “postura crítica” e as “crenças e atitudes” se misturam e, para que uma postura crítica seja mantida, os adultos devem desenvolver uma crença na legitimidade da crítica, ou seja, os leitores ou ouvintes devem defender a ideia de que é legítimo ser crítico

em relação às mensagens estatísticas, sejam elas vindas de quaisquer tipos de fontes ou de qualquer contexto.

Nesse contexto, observa-se que, para o cidadão se mostrar estatisticamente letrado, é necessário um conjunto de cinco elementos chamados de conhecimento e que estejam baseados em uma postura crítica, mediante crenças e atitudes do indivíduo.

Vale considerar que, como Gal (2002) bem cita, existem níveis diferentes de letramento, e formas diferentes de interpretação e leitura, pois estas se condicionam a contextos, sejam eles históricos ou conhecimento de mundo, dentre outros.

Abordaremos em seguida, a respeito do letramento, agora direcionado ao objeto de conhecimento desta pesquisa, que é a Probabilidade. Nos basearemos ainda nos conceitos e estudos sobre literacia defendidos por Gal (2002; 2005) e por seu modelo desenvolvido, uma vez que a Literacia Probabilística é uma área de ramificação da literacia estatística.

5.1.2 Literacia Probabilística

Aprender Probabilidade é importante para que o cidadão saiba lidar e compreender várias situações vivenciadas em seu cotidiano. Seja na área da Matemática, ou mesmo em outras áreas de conhecimento, como as ciências e a tecnologia.

Nessa perspectiva,

Podemos perceber aplicações da Probabilidade nas mais diferentes áreas de nossa sociedade, como na engenharia de produção, onde se calcula uma quantidade de peças que podem sair defeituosas em meio a um processo de produção em massa; na previsão do tempo, que também se utiliza de cálculos probabilísticos; nos famosos jogos de loteria; nas bolsas de investimento no mercado financeiro; nos planos de saúde e seguros de vida, que são calculados a partir da idade do cliente e de seu histórico de saúde familiar. (Carvalho; Monteiro; Eugênio, 2021, p. 365).

Diante desse fato, vê-se a relevância de se formar cidadãos letrados probabilisticamente, para terem autonomia em suas tomadas de decisões, no lidar com as situações-problema que possam surgir, relacionadas a diversas áreas.

Na área da Educação Matemática, mais especificamente no ensino e na aprendizagem de Probabilidade, tem sido realizadas pesquisas em relação ao letramento, seja de professores ou alunos, e sua importância neste processo.

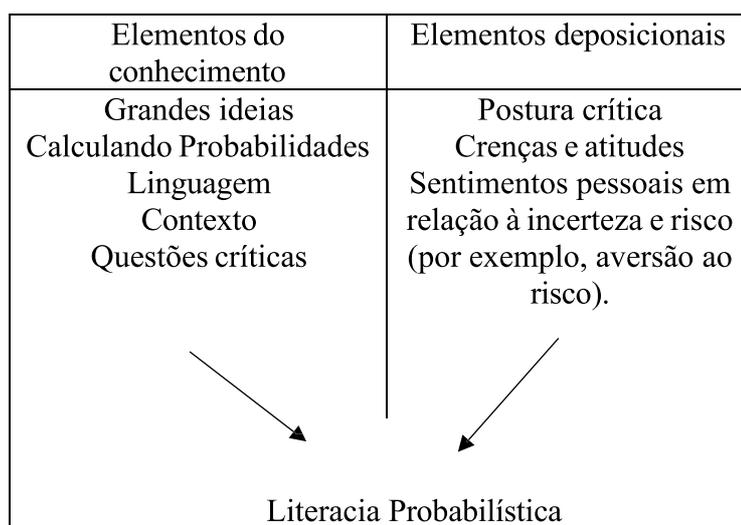
Tal fato foi evidenciado, ao realizar a RSL deste trabalho, em que na busca por trabalhos recentes voltados para a área de ensino de Probabilidade, foram identificados três trabalhos

voltados para o letramento probabilístico, dos autores Eugênio, Monteiro e Carvalho (2022a), (Eugênio, Monteiro e Carvalho, 2022b) e Figueiredo e Coutinho (2022).

E, em relação a esta competência, Gal (2005) descreve cinco classes principais de conhecimento e algumas disposições que são propostas como os blocos de construção da Literacia Probabilística. Segundo ele, esses elementos seguem a lógica utilizada por Gal (2002) na descrição do construto de letramento estatístico.

A seguir, Quadro 6, apresentaremos uma adaptação do quadro apresentado por Gal (2005), quando mostra a relação entre o construto da Literacia Probabilística com o construto da literacia estatística. Valendo adiantar que permanece a ideia de que todos os elementos interagem uns com os outros durante o comportamento ou aprendizado, porém, os exporemos logo depois do Quadro 6 de forma individual para cada conceito.

Quadro 6 - Alfabetização de Probabilidade - blocos de construção



Fonte: Adaptado de Gal (2005, p.51, tradução nossa)

Gal (2005) descreve os cinco elementos de conhecimento da Literacia Probabilística: o primeiro elemento é o das Grandes ideias, que é a familiarização com várias ideias probabilísticas fundamentais, principalmente aleatoriedade, independência e variação, que devem ser compreendidas não apenas por símbolos matemáticos ou termos técnicos, mas também de forma intuitiva.

A noção de aleatoriedade é muitas vezes indefinida, por ser trazida por alguns autores como o desordenado ou “aleatoriedade” na ocorrência de resultados e, por outros, como um processo “aleatório”, em que os eventos ocorram sem alguma causa ou previsibilidade.

As noções de aleatoriedade, independência e variação não estão isoladas, mas se relacionam e permitem a compreensão de um quarto par de ideias complementares, que são a

previsibilidade e a incerteza (e noções relacionadas de risco e confiança). E estas relacionam-se ao nosso conhecimento geral sobre a Probabilidade de um determinado evento, por exemplo.

O segundo elemento se identifica calculando Probabilidades, quando o autor defende a importância dos alunos se familiarizarem com várias formas de encontrar ou estimar a Probabilidade de eventos, para o entendimento das afirmações probabilísticas feitas por outros. E pode-se definir, nesse contexto, três visões de Probabilidade: clássica, frequentista e subjetiva. Sendo as visões clássica e frequentista mais comuns nas abordagens escolares, presente nos livros didáticos ou abordado pelos professores, fato que, segundo o autor, pode ser justificado pelo fato dessas visões estabelecerem as bases para o aprendizado de tópicos mais avançados, como distribuições de amostragem ou comportamento de sistemas físicos ou químicos.

O terceiro elemento de conhecimento é a Linguagem, em que a compreensão de acaso e de Probabilidade são divididas em duas seções: familiaridade com frases e termos relacionados a construções abstratas e com as várias formas de se representar eventos reais.

Vale destacar que as construções abstratas são, segundo Gal (2005), muitas palavras que se familiarizam com conceitos abstratos como, por exemplo, variabilidade, aleatoriedade, independência e (im) previsibilidade e (in) certeza, chance, Probabilidade, aleatoriedade e risco.

A Linguagem da Probabilidade de eventos pode ser representada de várias formas diferentes, como por meio de uma fração, razão, porcentagem ou mesmo graficamente. É por isso que os alunos precisam aprender diferentes representações, bem como as relações entre elas. Porém, além das representações quantitativas, tendo em vista que é importante a compreensão das Probabilidades que são comunicadas por meio de frases verbais e declarações de certeza podem estar envolvidas em outros contextos. E, assim, o aluno deve lidar em dois vieses, numéricos e verbais, para expressar probabilidades e certezas.

O quarto elemento (Gal, 2005) é o contexto, o que pressupõe que os alunos tenham conhecimento do objeto de conhecimento Probabilidade, de seu cálculo e das ideias de acaso, mas, além disso, defende a importância do conhecimento probabilístico no mundo.

O contexto é importante tanto para situações vivenciadas cotidianamente quanto no âmbito educacional, para compreender que o acaso e a aleatoriedade afetam eventos e processos do mundo real em diferentes graus, permite que as pessoas antecipem que certos eventos serão mais previsíveis e outros menos. Além disso,

Compreender o contexto é educacionalmente importante, pois ajuda a explicar por que há a necessidade de aprender sobre probabilidade ou incerteza em diferentes circunstâncias da vida. Esta é a base para criar motivação para

estudar probabilidade e para incorporar a aprendizagem dela em contextos socialmente significativos. (Gal, 2005, p. 58).

Logo, vê-se a direta ligação entre a Probabilidade e o conhecimento de mundo, na contribuição para cidadãos letrados probabilisticamente, de forma que possam atuar criticamente na sociedade em que vivem.

O quinto e último elemento de conhecimento (Gal, 2005) é representado pelas perguntas críticas, que envolve o saber sobre que perguntas críticas fazer ao se deparar com uma afirmação de Probabilidade ou certeza, ou ao se gerar uma estimativa probabilística.

Ao ler uma notícia produzida por mídias, sejam elas de que fontes forem, é preciso assumir uma postura capaz de fazer perguntas críticas, também aos dados quantitativos, como instrumentos de medição e gráficos.

Mas é preciso acrescentar, também, que Questões Críticas podem estar relacionadas a "erros de pensamento", ou vieses de julgamento relacionados a estimativas de Probabilidade. Afinal, os processos subjetivos mostram que as crenças e as atitudes das pessoas sobre processos aleatórios e fenômenos aleatórios são complexas, uma vez que não devem ser vistas de forma simples e previsíveis.

Nessa perspectiva, Gal (2005) delineou um modelo sugerindo que o envolvimento com situações probabilísticas de forma a possibilitar sua compreensão a qual ele define como base os cinco elementos de conhecimento já descritos, bem como suas três disposições de apoio.

Esses elementos da alfabetização em probabilidade estão situados em um terreno maior de competências-chave ou habilidades essenciais, já definidas por construtos amplos e interconectados, como literacia, numeramento e literacia estatística, bem como literacia científica e literacia em saúde. (Gal, 2005, p. 63).

Gal (2005) afirma também que esta visão de letramento probabilístico se opõe a uma tendência que faz parte de muitos currículos escolares, que se concentram na transmissão de conhecimento formal, pertencentes às visões clássicas e/ou frequentistas de Probabilidade.

Por fim, é possível concluir pelo exposto, a importância de se formar cidadãos letrados probabilisticamente, para exercerem a cidadania em suas funções cotidianas em áreas diversas da vida. E, por conseguinte, a validade de descrever cada um desses elementos que são parte do modelo de Literacia Probabilística proposto por Gal (2005), que tem se mostrado nas últimas décadas uma alternativa eficaz no trabalho para o alcance deste fim.

5.1.3 Teoria das Situações Didáticas

Segundo Silva, Ferreira e Tozetti (2015), a Teoria das Situações Didáticas (TSD) foi proposta e implementada na França no final do século XX, surgindo em meio a estudos desenvolvidos no Instituto de Investigação do Ensino de Matemática (IREM), durante o movimento da Matemática Moderna.

Vindo de encontro à visão dominante da época no campo da Educação, que era essencialmente cognitivo, devido aos estudos realizados até então, a teoria foi amplamente aceita por pesquisadores da corrente da Didática Francesa, que a tornaram como objeto de estudo para as situações didáticas, propostas por Guy Brousseau (1986), pesquisador francês da Universidade de Bordeaux.

Almouloud (2007) afirma que o objetivo central de estudo na TSD não é o sujeito cognitivo, mas a situação didática na qual são identificadas as interações estabelecidas entre professor, aluno e saber.

Para representar esta tríade, Figura 2, Brousseau (2008) procurou representar esta interação em uma estrutura formada pelo sistema didático *stricto sensu*, são consideradas as interações entre professor e alunos mediadas pelo saber nas situações do ensino.

Figura 2 - Triângulo didático



Fonte: Almouloud (2007, p. 32)

Almouloud (2007) acrescenta ainda que a teoria das situações se apoia em três hipóteses. Na primeira, o aluno aprende adaptando-se a um *milieu* (que indica um meio a-didático, ou seja, sem intenção didática explícita ou exterior ao aluno). É uma referência à epistemologia construtivista de Piaget, segundo a qual a aprendizagem decorre de processos de adaptação. Na segunda hipótese, quando o *milieu* não possui intenções didáticas, é insuficiente para permitir

a aquisição de conhecimentos matemáticos pelo aprendiz. Logo, o professor precisa criar e organizar um *milieu* de forma intencional, no qual sejam desenvolvidas situações suscetíveis de provocar essas aprendizagens. Na terceira e última hipótese, defende-se que esse *milieu* e essas situações devem engajar fortemente os saberes matemáticos envolvidos no processo de ensino e de aprendizagem.

Brousseau (2008) também desenvolveu uma tipologia de situações didáticas, analisando atividades específicas da aprendizagem da Matemática, que Teixeira e Passos (2013) descrevem como sendo cinco:

. **Situação didática de devolução:** nela o professor cede ao aluno uma parte da responsabilidade pela aprendizagem, incluindo-o no jogo e assumindo os riscos por tal ato;

. **Situação didática de ação:** o aluno elege um procedimento de resolução dentro de um esquema de adaptação, refletindo e simulando tentativas, faz isso por interação com o *milieu*, tomando as decisões que faltam para organizar a resolução do problema;

. **Situação didática de formulação:** ocorre troca de informação entre o aluno e o *milieu*, utilizando uma linguagem mais adequada, sem a obrigatoriedade do uso explícito de uma linguagem matemática formal. Os alunos procuram modificar a linguagem que utilizam habitualmente, adequando-se às informações que devem comunicar;

. **Situação didática de validação:** os alunos tentam convencer os interlocutores da veracidade das afirmações, utilizando uma linguagem matemática apropriada (demonstrações).

Essas quatro situações referidas podem caracterizar uma situação adidática, ou seja, o professor dá autonomia ao aluno, permitindo que ele/a faça descobertas tendo apenas o papel de mediador (Brousseau, 2008).

Na quinta e última fase, o professor retoma a parte da responsabilidade cedida aos alunos, conferindo-lhes o estatuto de saber, ou descartando algumas produções dos alunos e definindo, assim, os objetos de estudo por meio da formalização e da generalização.

. **Situação didática de institucionalização:** a institucionalização do saber é destinada a estabelecer convenções sociais e a intenção do professor é revelada.

Ao considerar as cinco etapas da TSD, Teixeira e Passos (2013) concluem que o professor não fornece a resposta, ou a solução de problemas propostos, mas faz com que os alunos participem, efetivamente, da elaboração da cognição, permitindo que desenvolva novos saberes com base em suas experiências pessoais, com sua própria interação como o meio.

Reforçando a finalidade principal deste trabalho, que é contribuir no processo de ensino e de aprendizagem de ideias e conceitos probabilísticos na Educação Básica, seguiremos os

cinco passos da TSD no próximo capítulo deste trabalho, como procedimento metodológico durante a fase da experimentação. A seguir, iremos abordar a segunda fase da Engenharia Didática, da construção e análise *a priori*, quando nos é permitido definir as variáveis a serem consideradas na pesquisa, além de declarar a hipótese, bem como trazer um esboço das tarefas que comporão o Produto Educacional.

6 CONSTRUÇÕES E ANÁLISES *A PRIORI*

Na segunda fase da pesquisa foi, elaborada uma sequência de dez tarefas, que são situações-problema, parte de um *quiz on-line* aplicado aos alunos.

As tarefas foram selecionadas de acordo com as diretrizes da BNCC (2017), alinhadas aos conteúdos relacionados à Probabilidade para esta etapa de ensino, de modo que fosse possível responder à questão-problema e validar, ou refutar, as hipóteses levantadas na fase anterior.

Em seguida, foram definidas as variáveis macrodidáticas e microdidáticas e construídos os Produtos Educacionais, um sob a perspectiva do ensino, que é uma proposta metodológica para a análise de livros didáticos; e outro sob a perspectiva da aprendizagem, que é um *quiz on-line*, utilizando a Metodologia dos Objetos de Aprendizagem (Scortegagna, 2016), como já mencionado, contendo estas dez tarefas.

Para Almouloud (2008), a análise *a priori* é importantíssima, pois a qualidade da pesquisa depende do sucesso da situação-problema; além disso, ela permite, ao professor, poder controlar a realização das atividades dos alunos e, também, identificar e compreender os fatos observados.

Assim, cada ação pertinente a esta fase foi realizada de forma cautelosa, desde a sua construção até as análises preditivas, em prol de buscar responder à questão da pesquisa. A seguir, serão descritas cada uma dessas ações.

6.1 VARIÁVEIS DA PESQUISA

As variáveis macrodidáticas são aquelas relativas à construção global da Engenharia Didática, que independem da participação da professora/pesquisadora. Nesta pesquisa, foram identificadas duas variáveis macrodidáticas. A primeira variável é o número de aulas definidas para a realização da experimentação, que foram ao todo 4: 2 aulas selecionadas para a aplicação das atividades do *quiz* no Laboratório de Informática da escola (1º momento) e 2 para a aplicação das atividades impressas em sala de aula (2º momento); a segunda variável macrodidática identificada foram os livros didáticos aprovados pela PNLD de 2019 e 2023, que já foram preestabelecidos e, assim, utilizados para análise nesta pesquisa.

As variáveis microdidáticas são relativas à organização local da engenharia, isto é, a organização de uma sessão ou de uma fase. Nesta pesquisa, foram identificadas três variáveis

microdidáticas as quais são: o domínio dos alunos em relação uso da tecnologia, seja no manuseio dos computadores ou na interação com a plataforma utilizada denominada *Slido*; a resolução das atividades feita pelos alunos, que se mostraram ora com cálculos, ora com raciocínio, ora escolhendo a opção aleatoriamente; e a variação do número de alunos presentes durante o 1º momento: começaram participando 18 alunos, e ao final estavam presentes apenas 15, sendo que três alunos se sentiram mal e foram liberados pela direção da escola.

A seguir, estão dispostas as tarefas elaboradas tendo como base as diretrizes da BNCC (2017), que define os conteúdos que devem ser trabalhados neste etapa de ensino, no caso, do 6º ano do Ensino Fundamental. São eles: Experimentos Determinísticos, Experimentos Aleatórios, Espaço amostral, Evento e Conceito de Probabilidade. Depois de cada tarefa, haverá a descrição da resposta preditiva, ou seja, a resposta que o professor espera que o aluno responda, em relação aos conceitos. E, nas análises *a posteriori*, será feito o confronto entre as respostas dos alunos realizadas na fase da experimentação, buscando expor diferentes formas possíveis que estarão envolvidos na resolução.

Vale destacar que, até este momento, não foi trabalhado na turma o conteúdo de Probabilidade, bem como nenhuma ideia ou conceitos relacionados a este assunto.

. Tarefa 1

Qual dos experimentos abaixo é considerado aleatório?

- a) Atirar uma pedra ao ar e ver o que acontece.
- b) Concorrer e ganhar um concurso.
- c) Colocar dois produtos químicos em contato e observar a reação.
- d) Deixar de regar uma planta e ver o que acontece.

Resposta preditiva da tarefa 1:

Nesta questão, o aluno terá que diferenciar um experimento determinístico de um experimento aleatório, que são conceitos da Probabilidade clássica e frequentista. A alternativa correta é a letra b.

As alternativas **a**, **c** e **d** não estão corretas por se tratarem de experimentos determinísticos, pois, a partir da ação realizada, é possível prever o que ocorrerá como reação, ou como resultado. Ou seja, ele é determinado.

. Tarefa 2

Qual é a temperatura de fervura da água?

- a) 90°

- b) 95°
- c) 100°
- d) 105°

Resposta preditiva da tarefa 2:

Nesta questão, o aluno terá também o conteúdo de Experimento Determinístico, conceito da Probabilidade clássica e frequentista. A alternativa correta é a letra C.

Esse problema é interdisciplinar, pois nele também está envolvido o conteúdo de vaporização da água, faz parte da disciplina de Ciências e é estudada nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Isso permitirá que os alunos façam a relação entre as disciplinas.

. Tarefa 3

Se lançarmos um dado, qual a Probabilidade de obtermos um número par?

- a) $2/3$
- b) $1/4$
- c) $1/2$
- d) $1/3$

Resposta preditiva da tarefa 3:

Nesta questão, os alunos precisarão utilizar o raciocínio, relacionado à realização de experimentos aleatórios sucessivos. O conteúdo tratado, de acordo com a BNCC (2017), é cálculo da Probabilidade, conceito da Probabilidade clássica e frequentista. A alternativa correta é a letra C.

Seria exigido também o conteúdo de “frações equivalentes”, ou o raciocínio relacionado ao mesmo. Primeiramente, os alunos podem encontrar como resultado a fração $3/6$, ao relacionar o 3 (número de resultados desejáveis), que é a quantidade de números pares contidos em um dado (2, 4, 6) sobre o 6 (todos os resultados possíveis), que é a quantidade de números contidos em um dado (1, 2, 3, 4, 5, 6). No entanto, não há esta opção, restando ainda que seja necessário o aluno obter a fração equivalente a $3/6$, que é $1/2$.

. Tarefa 4

Qual a Probabilidade de sair o ás de ouro, quando retiramos, ao acaso, uma carta de um baralho de 52 cartas?

- a) $1/52$
- b) $2/52$

- c) $4/52$
- d) $52/52$

Resposta preditiva da tarefa 4:

Nesta questão, os alunos terão novamente que resolver uma questão utilizando o raciocínio probabilístico relacionado aos experimentos aleatórios, conforme defendem Lopes, (2012) e Figueiredo e Coutinho (2022), já que envolvem: Cálculo da Probabilidade e conceito da Probabilidade Clássica e Frequentista. A alternativa correta é a letra A.

Diferentemente da tarefa anterior, eles não precisarão utilizar o raciocínio envolvendo “Simplificação de frações” ou “Frações equivalentes”.

. Tarefa 5

Se você escolher, aleatoriamente, uma letra do alfabeto, qual a Probabilidade de selecionar uma vogal?

- a) $5/13$
- b) $7/13$
- c) $7/26$
- d) $5/26$

Resposta preditiva da tarefa 5:

Nesta questão, tem-se também o conteúdo: cálculo da Probabilidade, conceito da Probabilidade clássica e frequentista. A alternativa correta é a letra D.

É também uma questão que está relacionada à Língua portuguesa, quando exige que os alunos contabilizem o número de vogais do alfabeto, bem como o número total de letras que o mesmo contém.

. Tarefa 6

Se é escolhido, aleatoriamente, um número da sequência (2, 3, 5, 7, 11, 13, 17 19), qual a Probabilidade de se escolher um número primo?

- a) 50%
- b) 75%
- c) 100%
- d) 0%

Resposta preditiva da tarefa 6:

Nesta questão, o aluno terá novamente o cálculo da Probabilidade, conceito de Probabilidade clássica e frequentista. A alternativa correta é a letra C.

Intencionalmente, foi exigido, nesta questão, o reconhecimento de números primos, que foi um conteúdo trabalhado no bimestre anterior ao da aplicação desse *quiz on-line*. Os alunos teriam também que considerar o fato de que quando o resultado desejável é igual ao número de todos os resultados possíveis, tem-se aí o mesmo número igual tanto no numerador quanto no denominador. Além disso, relacionado à porcentagem, esta fração, que é inteira, é igual a 100%.

. Tarefa 7

Se lançarmos uma moeda, qual a Probabilidade de o lado "cara" ficar voltado para cima?

- a) 25%
- b) 30%
- c) 50%
- d) 100%

Resposta preditiva da tarefa 7:

Nesta questão, também envolve o conteúdo cálculo da Probabilidade, conceito de Probabilidade clássica e frequentista. A alternativa correta é a letra C.

Uma estratégia para resolver esta questão é o fato de os alunos, rapidamente, relacionarem a resposta à porcentagem de 50%, mas eles também podem fazer a correspondência com $1/2$, sendo 1 (número de resultados desejáveis) e 2 (número total de resultados possíveis) e, posteriormente, a associação à forma percentual.

. Tarefa 8

O espaço amostral do experimento "Lançamento de um dado" é o conjunto:

- a) $S = \{1, 3, 5\}$
- b) $S = \{2, 4, 6\}$
- c) $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
- d) $S = \{\text{cara, coroa}\}$

Resposta preditiva da tarefa 8:

Nesta questão, os alunos terão que utilizar também o raciocínio probabilístico (Lopes, 2012; Figueiredo; Coutinho, 2022), desenvolvido durante a realização de um experimento aleatório, por exemplo. Além do conceito de espaço amostral, relacionando-o ao conjunto de

elementos de todos os resultados possíveis de um experimento aleatório. O conteúdo é: Espaço Amostral, conceito da Probabilidade Clássica e Frequentista. A alternativa correta é a letra C.

. Tarefa 9

Quando um evento é igual ao conjunto vazio, ele é chamado de:

- a) Evento certo.
- b) Evento possível.
- c) Evento incerto.
- d) Evento impossível.

Resposta preditiva da tarefa 9

Nesta tarefa, os alunos terão que utilizar o raciocínio probabilístico (Lopes, 2012; Figueiredo; Coutinho, 2022) desenvolvido durante a realização de um experimento aleatório, o conceito de evento, relacionando-o ao conjunto de elementos que são todos os resultados desejáveis de um experimento aleatório. Além do conceito de Evento, deverá inferir-se que um evento impossível é aquele que não tem nenhuma possibilidade de ocorrer. O conteúdo é Evento, conceito da Probabilidade Clássica e Frequentista. A alternativa correta é a letra D.

. Tarefa 10

Uma bola será retirada de uma sacola contendo 5 bolas verdes e 7 bolas amarelas. Qual a Probabilidade desta bola ser verde?

- a) $1/12$
- b) $5/12$
- c) $7/12$
- d) $12/12$

Resposta preditiva da tarefa 10:

Na décima e última questão, os alunos terão novamente que resolver um problema envolvendo o conteúdo: Cálculo da Probabilidade, conceito da Probabilidade Clássica e Frequentista. A alternativa correta é a letra B.

Vale destacar que foram selecionados problemas, envolvendo três experimentos aleatórios relacionados ao dia a dia dos alunos, o que Gal (2005) define como Contexto, o quarto elemento do Conhecimento da Literacia Probabilística, para que os mesmos pudessem fazer as devidas relações, para chegar à resposta correta.

O próximo item diz respeito à elaboração do Produto Educacional que tem como objetivo apresentar a proposta da pesquisa sob a perspectiva do ensino.

6.2 PRODUTO EDUCACIONAL 1: “UMA SUGESTÃO METODOLÓGICA PARA A ANÁLISE DE LIVROS DIDÁTICOS”

Como dito anteriormente, os livros didáticos são um recurso didático que está disponível aos docentes em qualquer instituição que ele esteja em exercício e, para seu desenvolvimento e aprovação na PNLD, precisam estar de acordo com os documentos oficiais, como os PCN (Brasil, 1998), na época, e a BNCC (Brasil, 2017) nos tempos atuais.

Apesar de a importância do trabalho desenvolvido pelo docente, esta proposta deve servir como um suporte para o trabalho do professor.

Porém, Alsina e Vasquez (2015) afirmam que

[...] muitos professores do Ensino Básico não tiveram formação em probabilidade e sua didática, pelo que, para compensar este déficit de formação, recorrem aos livros didáticos como recurso para interpretar o currículo e selecionar tarefas matemáticas para os alunos. Dessa forma, o livro torna-se o agente fundamental, senão o único, para o ensino de probabilidade, pois expõe concretamente uma transposição didática do conhecimento. (Alsina; Vasquez, 2015, p. 2).

Desta forma, é preciso refletir, sim, sobre a formação de professores em relação à Probabilidade, bem como a outros objetos de conhecimento, em um futuro trabalho de pesquisa, para que seja possível discutir e contribuir para esta temática.

No que tange à perspectiva deste trabalho, que se alinha à de 3 artigos encontrados na RSL, dos autores Verbisck e Bittar (2019; 2022) e Lima (2020), foi necessário refletir sobre como os conteúdos tem sido abordados e se esta abordagem tem contribuído para o processo de ensino e de aprendizagem do conteúdo de interesse.

Vale destacar que esta preocupação se justifica, também, pelo fato de muitas vezes o livro didático ser a única fonte de pesquisa para docentes e discentes, que fazem parte das instituições e se encontram espalhadas por todas as regiões do país.

Assim, os procedimentos metodológicos realizados para análise dos livros didáticos permitiram a elaboração de um Produto Educacional que favorecesse os fazeres dos(as) professores(as) em sala de aula, na perspectiva do ensino.

Este produto é um caderno simples, objetivo e de fácil compreensão, com visual leve e atraente. Seu conteúdo traz de forma ordenada, o passo a passo, as informações e as instruções

necessárias para que os professores da Educação Básica possam ter um guia, para fazer uma escolha que demande uma análise cuidadosa sobre um conteúdo de interesse em livros didáticos.

Este caderno será denominado: “Uma sugestão metodológica para a análise de livros didáticos”, quando apresentará os quatro passos para realizar esta análise:

1º Seleção do livro didático pretendido;

2º Busca pelo conteúdo de interesse no índice do livro;

3º Identificado o conteúdo, verificação da unidade e (ou) capítulo do livro que o conteúdo se apresenta;

4º Leitura página a página e investigação de como este objeto de estudo foi abordado, que se deu em 3 partes:

- a) Em que sequência foi abordado o conteúdo no livro? (na última unidade, no último capítulo? Etc.)
- b) Este conteúdo foi introduzido de forma atrativa, contextualizada com o dia a dia do aluno ou apenas expondo fórmulas e padrões?
 - c) As atividades apresentadas favoreceram o exercício do raciocínio, do pensamento e da literacia do aluno?

Desta forma, acredita-se que o produto educacional desenvolvido se faz como uma importante ferramenta disponível a ser utilizada por formadores de professores, professores em exercício e futuros professores, para análise de como um dado conteúdo é abordado em livros didáticos, em diferentes etapas da Educação Básica.

A seguir, será apresentado o produto educacional, que foi desenvolvido na perspectiva da aprendizagem, com o objetivo de potencializar o ensino e a aprendizagem de Probabilidade.

6.3 PRODUTO EDUCACIONAL 2: *QUIZ* “SHOW DA PROBABILIDADE”

A sociedade em que vivemos está em avanço tecnológico cada vez mais acentuado. Devido a isso, é possível constatar que os instrumentos tecnológicos, nos dias de hoje, vão muito além do computador e da *internet*, pois somos surpreendidos, dia a dia, com tecnologias portáteis como, *tablets*, *netbooks* e *smartphones*, *iPads* e *iPods*.

Em consequência desse fato, os autores Ramos, Teodoro e Ferreira (2001) afirmam que o acesso a tecnologias de informação e comunicação abre a porta a uma multiplicidade de programas e a um mundo de aplicações muito variadas, como *software* social, jogos, cursos, vídeos, jogos multi-jogador, *software* de localização, imagens, animações, *software* de

modelação e outros tipos de aplicações para áreas tão diversas como a educação, a medicina, os negócios e o entretenimento, entre muitas outras.

Ao pensar no contexto da área da Educação, foi possível constatar, na realização de uma Revisão Sistemática, que dos 14 artigos encontrados, publicados nas revistas voltadas para a área de Ensino, avaliadas com Qualis pela Capes, voltados para o ensino e a aprendizagem de Probabilidade no Ensino Fundamental, dois envolviam a utilização de recursos educacionais digitais (Vilas Bôas; Miranda, 2021; Silva, 2021) e um artigo abordava a utilização de dois jogos digitais sobre probabilidade inseridos em metodologia ativa (Barbosa; Lozada; Santos, 2022). O que mostra a realização de pesquisas recentes envolvendo a utilização de metodologias e recursos educacionais envolvendo tecnologia.

Scortegagna (2016) aponta que o cenário em que as novas tecnologias se apresentam como auxílio para o processo de ensino e de aprendizagem, tem se destacado alguns recursos, mais especificamente, a tecnologia dos Objetos de Aprendizagem (OA), recursos educacionais que podem ser utilizados e reutilizados em diferentes ambientes de aprendizagem e são definidos como qualquer recurso, digital ou não, utilizado pelo aluno no seu processo de aprendizagem. Isso justifica tal escolha para este trabalho de pesquisa, uma vez que pode ser utilizado tanto pelas instituições que obtiverem recursos tecnológicos, quanto aquelas que não tiverem, já que podem optar por sua versão impressa, atendendo assim, qualquer realidade em que o aluno estiver inserido.

Em relação aos currículos de Matemática para o Ensino Fundamental, os Parâmetros Curriculares Nacionais (Brasil, 1998) destacam que eles devem contemplar os seguintes estudos: Números e Operações, Espaço e Forma, Grandezas e Medidas e Tratamento da Informação.

Nesta última sessão, o documento ressalta com relação ao conteúdo de Probabilidade, que “a principal finalidade é a de que o aluno compreenda que muitos acontecimentos do cotidiano são de natureza aleatória e que se podem identificar possíveis resultados desses acontecimentos e até estimar o grau da possibilidade sobre o resultado de um deles”. (Brasil, 1998, p.52), sendo de importância que o aluno relacione a Probabilidade com seu cotidiano, de forma que ele possa compreender os conceitos que permeiam tal conteúdo. Por todos esses aspectos, pensa-se na utilização deste recurso educacional digital como uma alternativa de ensinar conceitos e ideias de Probabilidade de forma interativa e motivadora.

Para se difundir o Objeto de Aprendizagem como um recurso a ser utilizado por professores de Matemática, este trabalho apresenta todo o processo de seu planejamento e desenvolvimento, tal como recomenda Scortegagna (2016), que se encontra no Apêndice A.

O Objeto de Aprendizagem (OA) desenvolvido denomina-se “*Show da Probabilidade*” por ser uma adaptação do *game* “*Show do Milhão*” e abordar o conteúdo de Probabilidade. É gratuito e de fácil acesso para alunos e professores. Pode ser editado, compartilhado e reutilizado em todas as etapas de ensino da Educação Básica, em diferentes ambientes de aprendizagem também gratuitamente. Ele pode ser construído em dois formatos: físico, imprimindo os *slides* construídos no *Google Slides* e distribuído aos alunos em sala de aula e no formato digital, sendo aplicado no Laboratório de Informática da escola, com o uso dos computadores, ou em sala de aula com o uso dos celulares.

Para o desenvolvimento deste recurso pelo professor, é necessário apenas possuir computador, *tablet* ou celular; *internet*; uma conta no *Google* e, para o professor, uma conta na plataforma *slido*. Para o aluno, celular ou computador, se for aplicado de forma digital.

Este OA, tem como objetivo trabalhar, reforçar ou mesmo avaliar a aprendizagem dos principais conceitos de Probabilidade trabalhados no 6º ano do Ensino Fundamental. de acordo com o documento da BNCC - Base Nacional Comum Curricular para esta etapa de ensino: Experimentos Determinísticos, Experimentos Aleatórios, Espaço amostral, Evento e Conceito de Probabilidade, inseridos em tarefas.

O “*Show da Probabilidade*” tem como aspectos pedagógicos a autonomia nas tomadas de decisão, durante o jogo, e o afeto/desejo para que o aluno se sinta envolvido e estimulado, relatando a experiência em um dia de aula *on-line* de Matemática, com suas inquietudes e descobertas no ambiente virtual.

Em relação ao *quiz on-line* desenvolvido, que se deu a partir do planejamento e desenvolvimento do Objeto de Aprendizagem “*Show da Probabilidade*”, com aplicação da Metodologia dos Objetos de Aprendizagem (MOA), proposta por Scortegagna (2016), é possível fazer algumas considerações, dentre elas, que este OA se dá de forma simples e de fácil compreensão, contando com tecnologias gratuitas, que proporcionam uma fácil edição e reutilização em diferentes ambientes de aprendizagem.

No que tange ao ensino de Probabilidade, este recurso se mostra um importante mediador para a aprendizagem do aluno, promovendo autonomia, motivação e a abordagem de conceitos probabilísticos de forma atrativa.

No que se refere a um recurso que pode ser utilizado por professores, este AO pode ser físico ou digital e utilizado em diferentes etapas de escolaridade, bem como em diferentes ambientes de aprendizagem; se apresenta como uma ferramenta relevante e acessível, que pode ser utilizada, reutilizada e editada, para o uso de formadores de professores, professores de matemática em formação, em exercício, e mesmo para futuros professores.

Assim, se mostra como uma ferramenta que poderá contribuir para o ensino e a aprendizagem de Probabilidade em diferentes contextos de sala de aula, de forma dinâmica e atrativa. Valendo ressaltar, que o *quiz* foi desenvolvido conforme a metodologia MOA, composta por cinco fases, e que todo o seu desenvolvimento está descrito no Apêndice A.

No capítulo seguinte, será descrita a experimentação desta pesquisa, que é a terceira fase da Engenharia Didática.

7 EXPERIMENTAÇÃO

A fase da experimentação da Engenharia Didática foi dividida em duas partes, sendo a primeira reservada para os procedimentos metodológicos a respeito da escolha de livro didático, ou seja, sob a perspectiva do ensino. E a segunda parte foi destinada para apresentar como os estudantes realizaram as atividades propostas no segundo Produto Educacional, preconizadas à luz do referencial didático da pesquisa, a literacia probabilística.

7.1 ANÁLISE DOS LIVROS DIDÁTICOS

Para análise e, posteriormente, escolha de livro didático, propõe-se um procedimento que permite o docente a refletir como os conteúdos estão sendo abordados para o processo de ensino e aprendizagem. Assim, justifica-se a seleção das coleções que serão apresentadas a seguir, uma vez que foram estas aprovadas pelo PNLD, e destinadas às escolas para escolha no ano de 2019 e 2023, respectivamente.

7.1.1 Análise das Coleções Aprovadas pelo PNLD 2019

Para fazer a análise desses livros, foi definido os seguintes passos, sequenciados abaixo:

- 1º fez-se uma busca pelas coleções de livros didáticos aprovados no PNLD (2019);
- 2º definiu-se a etapa de ensino de interesse da pesquisa;
- 3º procurou-se no índice de cada coleção o assunto de Probabilidade;
- 4º ao ser identificado o assunto, foi investigado página por página como este objeto de estudo foi abordado.

Neste trabalho, o intuito foi de analisar todas as coleções aprovadas em 2019 e, posteriormente, as aprovadas em 2023, para que fosse possível observar como a Probabilidade foi abordada nos últimos quatro anos, e como ela será abordada nos próximos quatro anos, fazendo um comparativo entre as duas.

A análise e o comparativo permitiram que fosse possível validar ou refutar a primeira hipótese, sob a perspectiva do ensino, que é: “Uma proposta metodológica que permite ao professor verificar como o conteúdo de interesse vem sendo abordado nos livros didáticos aprovados pela PNLD”.

E ainda, desta análise, também responder às seguintes questões: Há uma concordância entre o que os documentos nos orientam em relação ao ensino e à aprendizagem de

Probabilidade nesta etapa de ensino e como de fato os livros didáticos vêm fazendo a abordagem nos últimos 4 anos? Ou mesmo para os próximos 4 anos? A maneira como o conceito de Probabilidade é abordada nos livros didáticos potencializa o exercício da literacia probabilística? Ou mesmo favorece o desenvolvimento do raciocínio, do pensamento e da literacia probabilística?

Por este fato, seguiu-se novamente os quatro passos para a análise das coleções aprovadas em 2023. E, na sequência, fez-se um comparativo entre as duas, o qual foi apresentado de forma sucinta em um quadro comparativo, para que fosse possível verificar, de forma clara, as mudanças (ou não) ocorridas entre delas.

Ressaltando que ao realizar este procedimento, foi desenvolvido um método que resultou em um produto educacional, sob a perspectiva do ensino, tal como foi apresentado no capítulo 5.

No Quadro 7, é apresentado todas as coleções selecionadas pelo PNLD em 2019, em ordem alfabética e utilizando a denominação C1 para a primeira coleção, C2 para a segunda coleção, C3 para a terceira coleção e, assim, sucessivamente.

Quadro 7 - Livros didáticos selecionados no PNLD/2019

DENOMINAÇÃO	COLEÇÃO	AUTORES
C1	A CONQUISTA DA MATEMÁTICA	JOSE RUY GIOVANNI JUNIOR, BENEDICTO CASTRUCCI
C2	APOEMA	ADILSON LONGEN
C3	ARARIBÁ MAIS	MARA REGINA GARCIA GAY <i>et al.</i>
C4	CONVERGÊNCIAS	EDUARDO RODRIGUES CHAVANTE
C5	GERAÇÃO ALPHA	FELIPE FUGITA, CARLOS NELLY CLEMENTINO DE OLIVEIRA
C6	MATEMÁTICA – BIANCHINI	EDWALDO ROQUE BIANCHINI
C7	MATEMÁTICA - COMPREENSÃO E PRÁTICA	ENIO NEY DE MENEZES SILVEIRA
C8	MATEMÁTICA ESSENCIAL	PATRICIA ROSANA MORENO PATARO, RODRIGO DIAS BALESTRI
C9	MATEMÁTICA REALIDADE & TECNOLOGIA	JOAMIR ROBERTO DE SOUZA
C10	TELÁRIS MATEMÁTICA	LUIZ ROBERTO DANTE
C11	TRILHAS DA MATEMÁTICA	FAUSTO ARNAUD SAMPAIO

Fonte: Acervo próprio

A seguir, apresentaremos a análise de cada coleção, separadamente, ressaltando que serão considerados apenas os livros voltados para o 6º ano do Ensino Fundamental.

O livro de Junior e Castrucci (2018) é dividido em 9 unidades, sendo que na unidade cinco, os autores separam um capítulo para Probabilidade, logo após “As frações a porcentagem”. Nele, Junior e Castrucci apresentam a noção de Probabilidade, cálculo da Probabilidade e como expressá-la por meio de fração. Para tal, eles utilizam situações

vivenciadas no cotidiano dos alunos, como sorteios e jogo de par ou ímpar e em seguida atividades relacionadas. Mais à frente, na unidade seis, os autores retomam Probabilidade dentro do item: “Tratamento da informação” objetivando ajudar os alunos a efetuar e a compreender cálculos de Probabilidade em eventos realizados na sala de aula por meio de repetições de experimentos. Neste momento, eles fazem uma relação do que foi aprendido, o que é importante destacar como esta atividade está proposta na Figura 3 para a Coleção 1, ou C1.

Figura 3 - Atividade do livro didático (C1) sobre Probabilidade



Fonte: Coleção C1 A conquista da Matemática, volume 6, p.192.

Esta atividade, Figura 3, permite relembrar a representação de Probabilidade por meio de uma fração, em seguida, a representação de uma fração na forma decimal e percentual. Assim, trabalham o cálculo de Probabilidade em suas três representações.

Na segunda coleção analisada, C2, Longen (2018) traz oito unidades e aborda Probabilidade apenas na última, cujo tema é “Probabilidade e Estatística”. Nela, dos seis objetivos mencionados pelo autor, três estão relacionados à Probabilidade. A unidade é dividida em dois capítulos: o 29, denominado “Tratamento da informação”, que é dedicado à Estatística e o 30, denominado “Noções de Probabilidades”, que é de nosso interesse para análise.

O capítulo destinado à Probabilidade se inicia com uma situação-problema do dia a dia, uma brincadeira “cara ou coroa”, envolvendo o lançamento de uma moeda. A partir daí o autor trabalha possibilidades, utilizando a árvore de possibilidades. Em seguida, traz o enunciado “Ideias iniciais de Probabilidade” e, por meio de um exemplo sobre sorteio de bolinhas coloridas realizado de forma aleatória, trabalha os conceitos de espaço amostral e evento do

experimento aleatório. No terceiro e último enunciado, “Cálculo de Probabilidades”, utilizou-se outro exemplo, desta vez envolvendo o jogo de bingo para introduzir a Probabilidade de um evento ocorrer.

Na terceira coleção analisada, C3, os autores (Gay *et al*, 2018) dividiram o livro destinado ao 6º ano em quatro unidades e cada unidade em três capítulos. No decorrer de cada capítulo, observou-se que havia o mesmo item denominado: “Estatística e Probabilidade”, com conteúdos relacionados à Estatística e Probabilidade.

No capítulo 10, “Cálculo da Probabilidade de um evento”, tem como meta compreender Probabilidade como a medida da chance de um evento acontecer. Para isso, é apresentada uma situação-problema envolvendo o sorteio de uma rifa, de forma aleatória, em que todos os números têm a mesma chance de ser sorteados, e que terá apenas um ganhador.

Desta forma, foi introduzido o cálculo de Probabilidade, indicada por uma fração, ou por um número na forma decimal ou por uma porcentagem. Em seguida, trazem o enunciado: “Investigando Probabilidade com experimentos”, para que os alunos tenham a oportunidade de comparar a Probabilidade de sair cara no lançamento de uma “moeda honesta” (0,5 ou 50%) com a porcentagem de resultados em que saiu cara, quando é sucessivamente lançada uma moeda. E, também, para perceberem que, conforme aumentamos o número de lançamentos, a porcentagem de lançamentos que sai cara vai ficando cada vez mais próxima da Probabilidade de esse evento ocorrer, que é 0,5 ou 50%.

Na quarta coleção analisada, C4, o autor (Chavante, 2018) divide o conteúdo do livro em quatro unidades. Sendo a primeira com quatro capítulos e as demais com três capítulos cada. Não conta em nenhum deles o conteúdo de Probabilidade, salvo capítulo 4 que trata sobre tabelas e gráficos, que faz parte da Estatística.

É possível observar que esta é a primeira coleção analisada que não traz o conteúdo de Probabilidade no 6º ano do Ensino Fundamental. E, que, aborda de forma breve, em um único capítulo, conteúdos associados à Estatística como gráficos, tabelas e a construção dos gráficos de barras e de linhas.

Na quinta coleção analisada, C5, os autores (Fugita; Oliveira, 2018) organizaram o livro didático em oito unidades. A unidade um trata sobre sistemas de numeração e números naturais; na unidade dois, geometria; na unidade três, divisibilidade; na unidade quatro, localização, semelhança e figuras geométricas e nos cinco números racionais na forma fracionária; na unidade seis, números racionais na forma decimal; na unidade sete, Probabilidade e Estatística e, por fim, na unidade oito, grandezas e medidas.

Diante disso, a Probabilidade foi abordada na penúltima unidade desse livro didático, dividindo a Estatística em dois capítulos nessa seção, a saber, capítulo um, Probabilidade e capítulo) dois, Estatística. No capítulo um, os autores buscam desenvolver o raciocínio probabilístico (Lopes, 2012; Figueiredo; Coutinho, 2022) partir de situações cotidianas, apresentar o cálculo de probabilidade pela definição (razão do número de resultados favoráveis pelo número de resultados possíveis do experimento) e relacionar os números obtidos em cálculos de Probabilidade com suas representações no campo dos racionais – frações, decimais e porcentagens.

Ainda nesse capítulo, é trabalhado os conceitos iniciais de Probabilidade – experimento aleatório, espaço amostral e evento e o cálculo da Probabilidade de ocorrência de um evento. Para tal, o capítulo começa com o censo demográfico realizado pelo IBGE em relação à população indígena, distribuída pelas regiões do Brasil e o cálculo da Probabilidade, bem como os conceitos de experimento aleatório, espaço amostral e evento. Logo depois, enfatiza o conceito de Probabilidade como a medida da chance de algo acontecer, bem como que essa medida é um número que varia de 0 a 1 e pode ser expresso na forma fracionária, decimal ou percentual. Os autores falam também sobre os eventos impossíveis, eventos que nunca poderão ocorrer.

No final do capítulo é apresentada uma seção com o título: “Fazendo Matemática”, em que é sugerida uma atividade para ser realizada em sala de aula, envolvendo um experimento com o lançamento de dados, Probabilidade e números primos. A unidade se encerra com atividades envolvendo o conteúdo trabalhado.

Na sexta coleção analisada, C6, o autor (Bianchini, 2018) divide o livro em doze capítulos. Desses, dez trazem o item: “Trabalhando a informação” que aborda conteúdos de Probabilidade e Estatística.

Apenas nos capítulos 8 e 10 são trabalhados conteúdos voltados à Probabilidade. No capítulo 8, cujo tema é “Calculando Probabilidades”, onde é proposto a realização de um sorteio em sala de aula, a fim de explorar a ideia de Probabilidade. Trabalhou-se o cálculo de Probabilidade como a medida da chance de ocorrer determinado resultado e sua representação na forma de uma fração irredutível, ou de um número na forma percentual.

Já no capítulo 10, cujo tema é “A Probabilidade das cores”, o autor trata da observação de um experimento aleatório (lançar um dado de faces coloridas e observar a cor da face que fica voltada para cima), do levantamento da frequência de cores que saíram nesses lançamentos (registro em tabela de frequências) e do cálculo de Probabilidade de eventos associados a esse

experimento. Por explorar as características de um objeto que lembra a forma de um poliedro e o cálculo de Probabilidade, contribuiu-se para a relação entre Geometria, Probabilidade e Estatística.

Na sétima coleção analisada C7, o autor (Silveira, 2018) divide o livro didático em 12 capítulos, sendo que no capítulo 8 foi abordado o tema: Porcentagem, possibilidades e Estatística. Esse tema é introduzido com uma situação-problema, envolvendo o lançamento de um dado e o número de ocorrências de um resultado. Logo após, o capítulo é dividido em três partes: 1 (Porcentagem), 2 (Cálculo do número de possibilidades) e 3 (Estatística).

A parte 2 inicia com uma situação-problema, envolvendo cartões com Algarismos e apresentando as possibilidades de se obter números com três Algarismos e a outra situação envolvendo duas caixas, cada uma com quatro bolas de cores distintas e as possibilidades de pares distintos de bolas que podem ser formados, considerando uma bola de cada caixa. Em seguida, os autores trabalham a árvore de possibilidades para fazer estes cálculos e propõe algumas atividades. Percebe-se que, neste livro didático da coleção C7, é abordado o cálculo de possibilidades, por meio da árvore de possibilidades, mas não o conceito de Probabilidade.

Na oitava coleção analisada, “Matemática essencial”, C8, Pataro e Balestrik (2018) apresentam um livro dividido em treze capítulos, sendo também o penúltimo capítulo destinado à Estatística e à Probabilidade. A abertura do capítulo permite que os alunos conheçam, de maneira geral, o método de coleta, análise e armazenamento de dados da população brasileira realizado pelo IBGE, a principal instituição pública responsável por esse tipo de trabalho no país. Em seguida, aborda gráficos, tabelas, fluxograma, coleta e organização de dados e propõe atividades.

Em seguida, os autores trazem o tema: Probabilidade, dando exemplos de situações do dia a dia, como em uma loteria ou no lançamento de um dado, quando não é possível prever qual resultado vai ocorrer. Apresenta o cálculo da Probabilidade de um evento aleatório, expressando-a na forma fracionária e de porcentagem.

Na nona coleção analisada, C9, o autor (Souza, 2018) divide o livro didático em oito capítulos, sendo o penúltimo destinado à Estatística e Probabilidade, na parte de Probabilidade, são trabalhados os conteúdos: cálculo de Probabilidade como a razão entre o número de resultados favoráveis e o total de resultados possíveis em um espaço amostral equiprovável e cálculo de Probabilidade por meio de muitas repetições de um experimento (frequência de ocorrências e Probabilidade frequentista). O autor começa o assunto apresentando um jogo de tabuleiro com um dado que lembra um octaedro montado pelos alunos. Logo depois, o conceito

de Probabilidade e sua representação por meio de um número racional na forma decimal ou percentual. Por fim, propõe atividades.

Na décima coleção analisada, C10, o autor (Dante, 2018) divide o livro didático em dez capítulos, sendo o último destinado à Probabilidade e pesquisa Estatística. Inicialmente, o autor sugere que os alunos conversem com os colegas sobre as questões relativas à tabela e ao gráfico, usando algumas perguntas. Depois traz o conceito de Probabilidade e, por último, a pesquisa Estatística.

Em relação à Probabilidade, ele introduz o assunto dando exemplos do dia a dia como, por exemplo, o lançamento de uma moeda e, em seguida, traz a sua definição. Aborda conceito de equiprovável e espaço amostral e a representação do resultado do cálculo de uma Probabilidade em sua representação fracionária, decimal e percentual.

Na décima primeira e última coleção analisada, C11, do PNLD 2019, o autor (Sampaio, 2018) dividiu o livro didático em oito unidades temáticas: Sistemas de numeração e números naturais, Operações com números naturais, Geometria, Múltiplos e divisores, Frações, Números decimais, Grandezas e medidas e Probabilidade e Estatística. A última unidade foi dividida em dois capítulos, sendo que o último aborda Probabilidade, trazendo primeiramente a introdução à Probabilidade por meio de três situações do dia a dia como podemos ver na Figura 4.

Figura 4 – Atividade do livro didático (C11) sobre acaso



Fonte: Coleção (C11) Trilhas da Matemática, v. 6, p.303.

Após apresentação das três situações, sugere uma conversa dos alunos com os colegas a respeito do conteúdo e conceitos como experimentos aleatórios, cálculo de uma Probabilidade, evento impossível e evento certo, a partir de situações do dia a dia como as descritas na Figura 4. Para finalizar, propõe mais atividades.

Diante das análises e observações da abordagem do objeto de interesse desta pesquisa nas coleções aprovadas na PNLD 2019, foi possível constatar que os autores trabalharam a ideia

de Probabilidade e seu conceito de forma atrativa e contextualizada com a realidade dos discentes, sendo possível identificar aí a recomendação dos PCN, quando defendem que a Probabilidade deve ser abordada contextualizando-a com as vivências do educando.

Em relação ao resultado do cálculo da Probabilidade foi abordado por todos os autores em todas as suas formas de representação: fracionária, decimal e percentual, sugerindo também a comparação desses resultados com a repetição de experimentos aleatórios. Lembrando, porém, que das coleções aprovadas pelo PNLD 2019, a coleção C4 é a única que não aborda Probabilidade.

7.1.2 Análise das Coleções Aprovadas pelo PNLD 2023

Na primeira quinzena de agosto desse ano, as escolas das redes que aderiram ao Programa Nacional do Livro e do Material Didático 2023 (PNLD 2023) fizeram a escolha dos materiais didáticos para os Anos Finais do Ensino Fundamental, dentre as 13 coleções aprovadas, duas a mais que na edição anterior, de 2019, conforme seguem listadas no Quadro 5. Elas foram analisadas tais quais como na edição anterior, PNLD/2019.

Quadro 8 – Livros didáticos selecionados no PNLD/2023

DENOMINAÇÃO	COLEÇÃO	AUTORES
D1	A CONQUISTA MATEMÁTICA	JOSÉ RUY GIOVANNI JÚNIOR
D2	AMPLITUDE MATEMÁTICA	JOSÉ ROBERTO BONJORNIO <i>et al.</i>
D3	ARARIBÁ CONECTA – MATEMÁTICA	MARA REGINA GARCIA GAY <i>et al.</i>
D4	CONEXÕES & VIVÊNCIAS MATEMÁTICA	ADILSON LONGEN
D5	DESAFIOS DA MATEMÁTICA COM ÊNIO SILVEIRA	ÊNIO NEY DE MENEZES SILVEIRA
D6	GERAÇÃO ALPHA MATEMÁTICA	CARLOS NELLY CLEMENTINO DE OLIVEIRA <i>et al.</i>
D7	JORNADAS: NOVOS CAMINHOS – MATEMÁTICA	THAIS MARCELLE DE ANDRADE <i>et al.</i>
D8	MATEMÁTICA – BIANCHINI	EDWALDO ROQUE BIANCHINI <i>et al.</i>
D9	MATEMÁTICA E REALIDADE	GELSON IEZZI, OSVALDO DOLCE, ANTONIO MACHADO
D10	MATEMÁTICA EM CENA	FERNANDO SAVOIA GONZALEZ <i>et al.</i>
D11	MATEMÁTICA NOS DIAS DE HOJE	DANIEL ROMÃO DA SILVA, JEFFERSON DOS SANTOS CEVADA
D12	SUPERAÇÃO! MATEMÁTICA	ANDRÉ LUIZ STEIGENBERGER <i>et al.</i>
D13	TELÁRIS ESSENCIAL: MATEMÁTICA	FERNANDO CESAR DE ABREU VIANA, LUIZ ROBERTO DANTE

Fonte: Acervo próprio

Na primeira coleção analisada, D1, Giovanni Jr. (2022) divide o livro didático voltado para o 6º ano em nove unidades, sendo que na unidade 5, cujo tema é “A forma fracionária dos

números racionais”, aborda da mesma forma que na edição anterior, do PNLD 2019, o conteúdo de Probabilidade.

O autor inicia o capítulo 9 desta unidade com a temática, introduzindo-a com duas situações-problema. Ao final delas, ele conclui que a Probabilidade de um evento pode ser expressa por meio de uma fração, que é denominada Probabilidade de ocorrência do evento. Este capítulo apresenta a noção de Probabilidade, cálculo da Probabilidade e sua representação por meio de fração.

Na unidade 6, “A forma decimal dos números racionais”, o autor volta abordar o assunto no final do capítulo 5, que tem como tema “Os números na forma decimal e o cálculo de porcentagens”. Na seção Tratamento de Informação, do final do capítulo 5, é sugerida uma atividade para ser realizada na sala de aula, para fazer com que os estudantes compreendam cálculos de Probabilidade em eventos realizados na aula, por meio de repetições dos experimentos sugeridos. Logo depois são selecionadas 8 atividades relacionadas, para que eles tenham a oportunidade de realizar experimentos em que é possível calcular a Probabilidade de um evento acontecer.

Na segunda coleção analisada, D2 (Bonjorno *et al.*, 2022), o livro didático voltado para o 6º ano do Ensino Fundamental é dividido em oito unidades, sendo que o assunto de Probabilidade é apresentado no capítulo 3 da unidade 6, a antepenúltima unidade, dentro do tema “Números racionais na forma decimal”.

Os autores iniciam o capítulo com uma situação que faz parte do dia a dia dos alunos, para que seja possível identificar situações em que a Probabilidade está presente, calcular a Probabilidade de eventos simples, e registrá-la na forma fracionária, e na forma decimal e resolver e elaborar problemas envolvendo o cálculo de Probabilidade. É uma parte introdutória, que fala sobre a ideia intuitiva de Probabilidade.

Na última unidade do livro didático denominada “Probabilidade e Estatística”, a Probabilidade é abordada novamente, dessa vez no capítulo 3, último do livro, visando: a compreensão da Probabilidade com a chance de um evento acontecer e o cálculo da Probabilidade de um evento ocorrer. Vale destacar que, nessa coleção, foram trabalhados também os conceitos de experimentos aleatórios, espaço amostral, espaço amostral equiprovável, evento e Probabilidade clássica e teórica.

A coleção D3 (Gay *et al.*, 2022) é organizada em 4 unidades de um total de 12 capítulos. Ao final de cada capítulo, é apresentada algumas seções como “Informática e Matemática” e “Educação Financeira”, que estão relacionadas ao tema de cada um. No entanto, a seção

“Estatística e Probabilidade” aparece no final de todos os capítulos, alguns relacionados à Estatística e apenas o capítulo 10, antepenúltimo do livro, relacionado à Probabilidade, também como foi percebido na edição anterior.

A coleção, D4 (Longen, 2022) é organizada em 8 unidades, que somam 29 capítulos. Apenas na última unidade, o autor aborda “Probabilidade e Estatística”, mais especificamente no último capítulo do livro, também como na edição da PNLD já analisada. Nele, são apresentadas noções de Probabilidade, em que primeiramente apresenta procedimentos de contagem e depois ideias iniciais de Probabilidade. São trabalhados também os conceitos de espaço amostral e evento de um experimento aleatório.

A quinta coleção, D5, denominada “Desafios da Matemática” do autor Silveira (2022), possui 4 unidades e um total de 12 capítulos e, como na análise já realizada, não difere muito dos livros didáticos citados anteriormente, sendo que o conteúdo de interesse desta pesquisa é abordado apenas no último capítulo. Observa-se que o conteúdo de Probabilidade é abordado antes do conteúdo de Estatística, sendo que no início do capítulo, o autor faz uma sondagem para levantar os conhecimentos prévios dos estudantes sobre gráficos de barras simples verticais e de segmentos. Logo depois, no tópico 1, aborda Probabilidade e no 2, Estatística. Na abordagem de Probabilidade, foi trabalhado o número de possibilidades e situações problemas envolvendo a árvore das possibilidades e, logo depois, o cálculo de Probabilidade, definindo conceitos como experimento aleatório e Probabilidade.

A sexta coleção analisada, D6, Geração Alpha (Oliveira *et al.*, 2022) possui 8 unidades e o conteúdo de Probabilidade é apresentado na unidade 7, cujo título é “Probabilidade e Estatística”. Assim como na edição aprovada no PNLD de 2019, não apresenta acréscimos ou decréscimos. Portanto, permanece a análise já realizada.

A sétima coleção, D7 (Andrade *et al.*, 2022) foi organizada 12 unidades e o conteúdo de Probabilidade é trabalhado novamente no último capítulo da última unidade. Inicialmente, os autores dão exemplos de situações, como em um jogo de loteria ou no lançamento de um dado, não é possível prever qual resultado vai ocorrer, ou seja, não podemos ter certeza de qual será o resultado obtido. Porém, a possibilidade de calcular a chance ou a Probabilidade da ocorrência de certo resultado. Logo depois, apresenta o cálculo de uma Probabilidade e a representação deste resultado em sua forma fracionária, decimal e percentual. Eles finalizam com atividades complementares relacionadas.

Na oitava coleção, D8 (Bianchini *et al.*, 2022), o conteúdo sobre Probabilidade manteve-se tal como na edição anterior aprovada no PNLD de 2019. E, como não apresenta diferenças em relação à edição anterior, permanece a análise já realizada.

A nona coleção, D9 (Andrade *et al.*, 2022), é dividida em 9 unidades e 24 capítulos, sendo o conteúdo de Probabilidade abordado no último capítulo da última unidade do livro didático. No capítulo 24, os autores apresentam noções de possibilidades e Probabilidade. Primeiramente, apresenta o princípio fundamental da contagem de maneira intuitiva, recorrendo à representação das situações por meio de árvores de possibilidades que, segundo eles, configuram uma boa estratégia para percepção da situação. E, por último, o cálculo de Probabilidade com exemplos de problemas resolvidos e atividades, propondo a resolução de problemas envolvendo o cálculo de Probabilidade por meio de diferentes estratégias.

A décima coleção, D10 (Gonzalez *et al.*, 2022), foi dividida em 17 capítulos, sendo o último intitulado “Estatística e Probabilidade”, que inicia com cálculo da Probabilidade de um evento, em que é sugerido a produção de um glossário que possa ser visitado pelos estudantes, quando tiverem dúvidas, contendo ideia de Probabilidade, seus elementos e conceitos. Sugerem também material concreto, como moedas e dados para exemplificar os cálculos mais comuns de Probabilidade.

A décima primeira coleção, D11, foi dividida em 4 partes em que os autores (Silva; Cevada, 2022) denominaram de “Trajetórias”, cujos temas se davam por meio de perguntas. E, em cada trajetória, vários tópicos denominaram-se “passeio 1”, “passeio 2” e assim por diante. Na última trajetória, no penúltimo capítulo, no tópico “passeio 2”, Operações com decimais, foi abordado o conteúdo de Probabilidade logo depois do conteúdo de porcentagem da seguinte forma: experimento aleatório com lançamento de moeda, buscando calcular a Probabilidade de um evento aleatório, expressando-a por um número racional, e comparando esse número com a Probabilidade obtida por meio de experimentos sucessivos. E, logo depois, a probabilidade e a moeda “honesta”, em que foram trabalhados conceitos como moeda honesta ou (não viciada), Probabilidade, experimento aleatório, espaço amostral e espaço amostral equiprovável.

A décima segunda coleção, D12 (Steigenberger *et al.*, 2022), dividida em 12 unidades, a penúltima está voltada para Estatística e Probabilidade. Primeiramente os autores abordaram a parte de Estatística e depois o item: “Calculando Probabilidade”. Neste tópico, calculou-se a Probabilidade de ocorrência de um evento aleatório, ou seja, de um fenômeno em que, mesmo sendo repetido várias vezes de maneira semelhante, não se pode prever seu resultado.

A décima terceira e última coleção analisada, D13, dos autores Viana e Dante (2022), está dividida em 10 capítulos e seus temas, bem como a abordagem dos seus conceitos, permanecem os mesmos da coleção aprovada na PNLD de 2019.

Deste modo, o conteúdo de interesse desta pesquisa é abordado no último capítulo da coleção e, de maneira breve, traz conceitos como equiprováveis e Probabilidade, bem como a forma como se dá seu cálculo.

Ao analisar cada coleção aprovada pelo PNLD 2023, foi possível perceber que do total das 13 coleções, 7 já haviam sido aprovadas no PNLD 2019. As coleções apresentaram algumas mudanças em relação aos conteúdos que foram trabalhados, mas, em relação à abordagem do conteúdo de interesse de pesquisa analisado, permaneceu o mesmo. Houve também a colaboração de novos autores, que não faziam parte de edições anteriores.

7.1.3 Comparativo entre os Dois Programas

Feitas as considerações necessárias em relação aos dois processos de escolhas de livros realizadas em 2019 e a que ainda estava em andamento, na época da pesquisa, em 2023, expôs-se no Quadro 9 um comparativo, buscando trazer mais clareza em relação à abordagem da Probabilidade nos livros didáticos que foram disponibilizados às escolas públicas do país nos últimos 4 anos, e aqueles que ficarão disponíveis também nos próximos 4 anos, como um suporte no processo de ensino e de aprendizagem para os professores em exercício e para os alunos.

Quadro 9 - Comparativo entre as edições 2019 e 2023

	COLEÇÕES APROVADAS PNLD 2019	COLEÇÕES APROVADAS PNLD 2023
NÚMERO	11	13
ABORDAGEM DO CONTEÚDO DE PROBABILIDADE	10	13
ABORDAGEM DE PROBABILIDADE NA PENÚLTIMA UNIDADE	3	2
ABORDAGEM DE PROBABILIDADE NA ÚLTIMA UNIDADE	3	8
ABORDAGEM DE PROBABILIDADE ANTES DA PENÚLTIMA UNIDADE	3	3
ABORDAGEM DA IDEIA DE PROBABILIDADE	9	13
ABORDAGEM DE CONCEITO COMO: EXPERIMENTO ALEATÓRIO, ESPAÇO AMOSTRAL E EVENTO	5	5
CONCEITO E CÁLCULO DA PROBABILIDADE	9	13

POSSIBILIDADES/CONTAGEM	2	3
ABORDAGEM DA REPRESENTAÇÃO DA PROBABILIDADE NA FORMA DECIMAL, FRACIONÁRIA E PERCENTUAL	9	13

Fonte: Acervo próprio

Ao analisar o Quadro 9, pode-se constatar que o número de coleções que abordaram o conteúdo de Probabilidade no 6º ano do Ensino Fundamental em 2019 foi de aproximadamente 81,8% e, em 2023, 100%. No entanto, o conteúdo que em 2019 era abordado entre as três últimas unidades dos livros e, em 2023, em sua grande maioria, foi abordado na última unidade, grande parte das vezes, no último capítulo.

Outro fato importante de citar foi a ênfase dos conteúdos abordados serem o conceito e o cálculo de Probabilidade em 9 das 11 coleções de 2019 e em todas as coleções de 2023; outra constatação foi que as representações dos resultados do cálculo de Probabilidade também apareceram em 9 das 11 coleções de 2019 e em todas as coleções de 2023.

Por outro lado, percebeu-se que a abordagem de conceitos, como experimento aleatório, espaço amostral e evento, foi trabalhado apenas em 5 coleções, tanto em 2019-quanto em 2023, ou seja, cerca de 45% dos livros didáticos aprovados de 2019 e 38% dos livros didáticos de 2023.

Vale salientar que uma coleção de 2019 aprovada pelo PNLD e disponibilizada para a escolha em 2019 não abordou o conteúdo de Probabilidade.

A seguir, vamos tratar sobre o processo estocástico no estudo da Probabilidade na Educação Infantil, defendido por Lopes (2012), tendo em vista que a BNCC preconiza esse estudo desde o 1º ano do Ensino Fundamental.

7.2 APLICAÇÃO DA SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES

Para esta segunda parte da fase da experimentação, seguir-se-á os cinco passos da Teoria das Situações Didática (TSD), como procedimento metodológico. A experimentação ocorreu em uma escola pública de um município do estado de Minas Gerais. Ela é a única escola estadual do município-e atende alunos, do 6º ao 9º ano do Ensino Fundamental, do 1º ao 3º ano do Ensino Médio e, também, da EJA (Educação de Jovens e Adultos).

Esta pesquisa foi realizada em uma turma do 6º ano do Ensino Fundamental, que possui 24 alunos matriculados e frequentes. Como a escola possui três turmas desta etapa de ensino, foi selecionada a turma do 6º ano 2, pelo fato de ser possível atuar como professora/pesquisadora na mesma.

É importante salientar, que a escola possui Laboratório de Informática, que fica disponível para uso dos professores, mediante agendamento na secretaria da escola. Ela conta com 24 computadores, quadro branco, pincel e internet disponível.

O 1º momento, que caracterizou o início da experimentação, ocorreu em um dia da semana em que se tinha duas aulas de matemática na turma. Foi previamente agendado o laboratório, para as duas aulas. A primeira aula se daria no 1º horário e, a segunda, no 5º e último horário.

Ao chegar no Laboratório com os alunos, que foram orientados a levar lápis, borracha e papel para rascunho, fomos surpreendidos com 3 alunos de uma turma do Ensino Médio, que estavam fazendo uma disciplina chamada “Programação Web”, parte do Ensino Médio em Tempo Integral, que funciona na escola. Eles estavam juntamente com o professor da disciplina.

O professor tinha agendado a aula anterior e pediu, gentilmente, para continuar na sala e finalizar um trabalho que estava desenvolvendo com os alunos. Desta forma, eles permaneceram na sala durante todo o 1º horário.

Os próprios alunos, ao chegar no ambiente, foram se organizando e ligando os computadores. Verificou-se aí que, dos 24 computadores, 3 estavam sendo utilizados pelos alunos do Ensino Médio, 6 não estavam funcionando e 1 estava sem internet. Restando, assim, 14 computadores para uso.

Neste dia, foram à aula 18 alunos. Como só haviam 14 computadores em funcionamento, 8 alunos se organizaram em duplas e os 10 alunos que restaram, sentaram sozinhos.

Alguns alunos tiveram dificuldades para ligar os computadores e entrar na internet, bem como acessar o site do quiz, mas, imediatamente, os próprios colegas iam ajudando e, de acordo com a necessidade, orientados pela professora/pesquisadora. Quando todos conseguiram se acomodar, foi escrito, na lousa branca, o nome do site a ser acessado: <https://www.slido.com/>, bem como o código para entrada na plataforma, como consta na figura 5.

Figura 5 – Site Slido



Fonte: Acervo próprio

Após acessar o *site*, digitar o código e clicar na seta azul, conforme indicado na figura 5, os alunos foram direcionados ao *quiz*. A plataforma dá a opção de visualização dos participantes, como podemos observar na figura 6. E, ao clicar em aderir ao *slido*, cada um é direcionado a escrever o próprio nome, se juntando aos demais participantes.

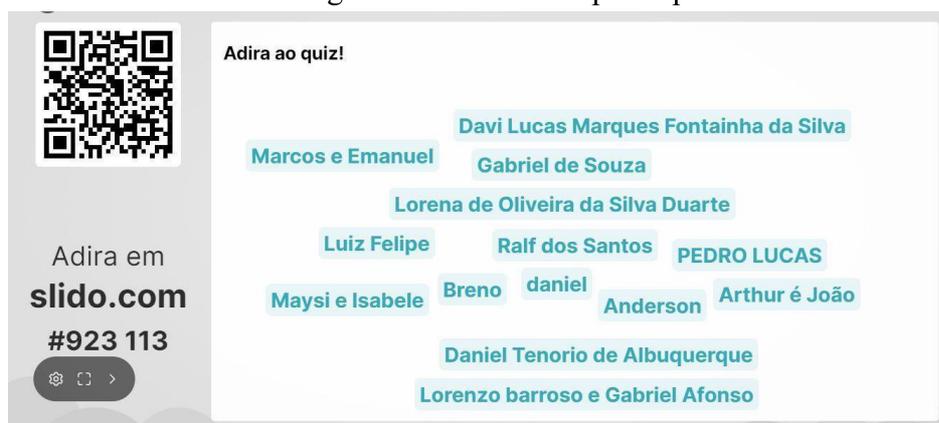
Figura 6 - Visualização do participante



Fonte: Acervo próprio

O nome de cada participante assim que digita e envia, aparece na tela de todos, como podemos verificar na figura 7. Os alunos foram orientados a escrever nomes fictícios, escolhidos por eles mesmos. E como alguns tiveram que sentar em dupla, foram orientados a escrever dois nomes.

Figura 7 – Nomes dos participantes



Fonte: Acervo próprio

A plataforma *Slido*, além da criação de um *quiz* de perguntas e respostas, proporciona também outros recursos como Enquete ao vivo, Perguntas e respostas do público e a criação de outras interações com os participantes, como a Nuvem de palavras, por exemplo.

A partir dos recursos disponíveis na plataforma, decidiu-se em um 1º momento da aplicação da atividade, criar uma Enquete de Nuvem de palavras, com o objetivo de verificar o que os alunos entendem sobre Probabilidade, ou seja, quais conhecimentos prévios que se têm a respeito desse conteúdo, para que seja possível fazer uma sondagem, e posteriormente analisar esta atividade como etapa da devolutiva de uma Situação Didática, a primeira dentre as cinco etapas (Brousseau, 2008).

Vale destacar a motivação dos alunos neste dia. O fato de saírem do contexto de sala de aula, para participar de uma atividade *on-line*, no computador, fez com que eles chegassem ansiosos no Laboratório de Informática.

Assim que conseguiram acessar a plataforma e visualizar a primeira pergunta, logo iniciaram o raciocínio e a troca de ideias com o colega (o caso daqueles que sentaram em duplas). A professora/pesquisadora foi lendo cada tarefa junto a eles e, a partir de sua tela, comandava as demais telas dos participantes.

É importante citar também, que o momento de mais euforia foi aquele que a professora divulgava as respostas corretas, que também apareciam automaticamente na tela de cada um. Eles não continham a comemoração a cada acerto. E aqueles que erravam, se entristeciam por uns segundos, mas logo estavam novamente ansiosos para iniciar a tarefa seguinte.

No decorrer das atividades, os alunos foram interagindo e alguns registros foram sendo observados para que se pudesse fazer uma análise minuciosa das estratégias que eles utilizaram para resolver estas tarefas, o que pensaram e os cálculos e raciocínios que lançaram mão, para

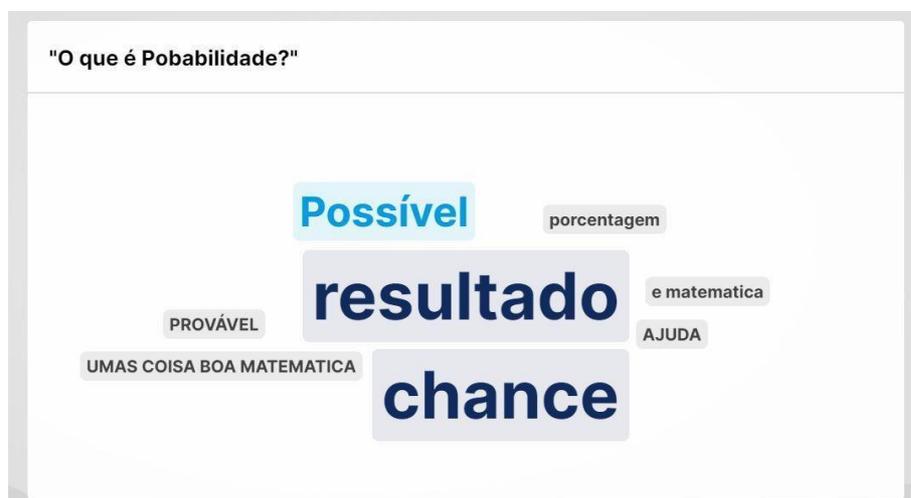
que fosse possível verificar se tais tarefas estavam promovendo o exercício da literacia probabilística (Gal, 2005).

Esses registros, no primeiro dia de aplicação da Experimentação, caracterizam a primeira, segunda e terceira etapas da TSD, as quais são: Situação de devolução, Situação de ação, Situação de formulação, em que serão analisadas as respostas dos alunos nas tarefas do *quiz on-line*, bem como os registros das estratégias que alguns alunos utilizaram para chegar às resoluções, dos raciocínios e cálculos desenvolvidos.

É importante lembrar que os nomes expostos na figura 7 são fictícios e serão citados quando for feita a análise de cada resolução ou justificativa dos alunos, que os permitiram escolher a alternativa elegida no quiz.

Os resultados postados pelos alunos foram aparecendo, ao vivo, na tela de cada participante, bem como na tela do administrador e, neste caso, da professora/pesquisadora, que desenvolveu a enquete, como podemos observar na figura 8. Além disso, as decisões tomadas pelo administrador comandam o que aparecerá também na tela dos participantes.

Figura 8 – Resultado da Enquete da Nuvem de palavras



Fonte: Acervo próprio

Como exposto na figura 8, aparecem na nuvem de palavras as respostas dadas pela turma, levando em conta que alguns alunos decidiram não opinar, tiveram destaque as palavras “resultados”, “chance” e “possível”.

Tratando-se de uma devolutiva, uma vez que os alunos foram estimulados a escrever o que para eles era “probabilidade”, sem ser mencionado qualquer conceito durante as aulas, identificou-se, nesse momento, a 1ª etapa da TSD, a Situação de devolução.

Pode-se perceber, a partir dessas palavras, que os conceitos prévios apresentados pelos alunos mostraram, segundo Coutinho (2007), um fundamento na hipótese da equiprobabilidade, uma definição formulada por Laplace: “A probabilidade de um evento é igual à razão entre o número de casos favoráveis e o número de casos possíveis” (Coutinho, 2007, p. 61).

A autora identifica, ainda, uma avaliação teórica das chances de realização de um evento: pela enumeração de suas **possibilidades** de **resultados**, supondo a igualdade das **chances** para cada uma dessas possibilidades (Coutinho, 2007).

Outra palavra que aparece também é “porcentagem”, que é uma das formas de representar o resultado do cálculo de Probabilidade. Assim, é perceptível que se associe mais comumente às porcentagens do que às respostas fracionárias ou decimais para os cálculos probabilísticos.

Após a atividade da nuvem de palavras, passou-se para a próxima, que foi a aplicação do *quiz*. Retomando, foram criadas 10 tarefas na fase da Construção e Análise *a priori* da Engenharia Didática, envolvendo os conteúdos previstos na BNCC (2017), para o 6º ano do Ensino Fundamental.

Para a exposição das atividades, vale fazer algumas considerações:

- A aplicação das tarefas se iniciou no 1º horário, onde foi realizada a Enquete da Nuvem de palavras e, posteriormente, o *quiz* da Tarefa 1 à Tarefa 5. Iniciaram a atividade 18 alunos, sendo que 10 se sentaram sozinhos e 8 em duplas, em virtude da quantidade de computadores disponíveis e em funcionamento. Foram coletadas 14 respostas, sendo que 1 aluno não respondeu a Tarefa 4 e 2 não responderam a Tarefa 5;
- Na segunda aula, tivemos 3 alunos a menos na sala, que se sentavam individualmente. Desta forma, foram coletadas apenas 11 respostas a partir da questão 6. A partir desta, todos responderam a todas as tarefas.
- Das 14 respostas coletadas, 13 tiveram suas resoluções entregues pelos alunos. 1 aluno afirmou que não sabia registrar seu raciocínio e seus cálculos mentais, por isso entregou sua folha em branco.

A seguir, temos os resultados percentuais de cada alternativa selecionada na Tarefa 1, 2, e assim por diante. E, posteriormente, as justificativas dos alunos por ter enviado tais respostas. Como as justificativas apresentaram as estratégias, e os raciocínios que os alunos utilizaram para resolver as atividades propostas, identificou-se a 2ª etapa denominada Situação de ação, da TSD.

Na tabela 1 será apresentada os resultados percentuais-referentes à escolha de cada alternativa pelos alunos, sendo que o destaque (em negrito) está para a alternativa correta.

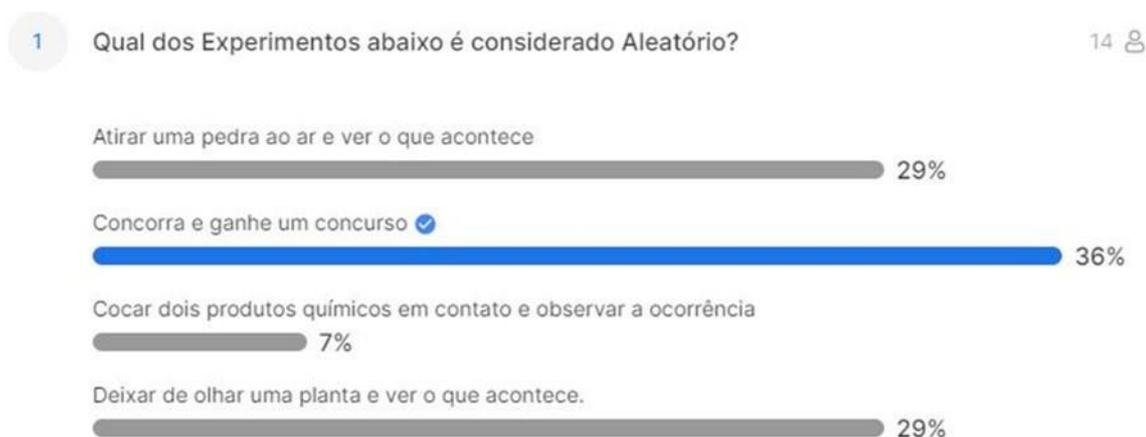
Tabela 1 - Resultado percentual das alternativas escolhidas no Quiz

TAREFAS	ALTERNATIVAS			
	A	B	C	D
TAREFA 1	29%	36%	7%	29%
TAREFA 2	7%	29%	36%	29%
TAREFA 3	43%	21%	36%	0%
TAREFA 4	23%	69%	8%	0%
TAREFA 5	0%	0%	25%	75%
TAREFA 6	0%	9%	91%	0%
TAREFA 7	0%	0%	100%	0%
TAREFA 8	0%	9%	82%	9%
TAREFA 9	9%	0%	18%	73%
TAREFA 10	36%	55%	9%	0%

Fonte: Acervo próprio

Pode-se observar que apenas na tarefa 4 a maioria dos alunos não deu a resposta esperada. Nas demais, a maioria selecionou a alternativa correta. Para uma análise mais minuciosa das resoluções e justificativas apresentadas pelos alunos, uma vez que se trata de uma pesquisa de cunho qualitativo, apresentar-se-á uma investigação de cada tarefa, separadamente.

Figura 9 – Resultado do *Quiz*: Tarefa 1



Fonte: Acervo próprio

A Tarefa 1, figura 9, aborda o conceito de experimento aleatório e experimento determinístico, fazendo uma comparação entre os dois, em que é necessário que o aluno compreenda o conceito de cada um para, assim, optar pela alternativa correta.

Nesta primeira tarefa, é possível perceber que este conceito não está claro para os alunos, uma vez que apenas 36% marcaram a resposta preditiva. Aliás, a porcentagem ficou bem próxima da porcentagem de outras duas alternativas, que tratam de dois experimentos determinísticos.

Buscando uma análise mais minuciosa, observou-se as seguintes justificativas, para as devidas escolhas realizadas, figuras 10 e 11.

Figura 10 - Resolução da aluna Lorena

Tarefa 1: Atirar uma pedra ao ar e ver o que acontece, não faz sentido porque a pedra sempre vai cair para baixo

Fonte: Acervo próprio

Figura 11 - Resolução do aluno Luiz Fellipe

Tarefa 1: Pois se você parar de regar da morte é aleatório.

Fonte: Acervo próprio

Lorena, figura 10, escolheu a alternativa “Atirar uma pedra ao ar e ver o que acontece” e Luiz Fellipe, figura 11, “Deixar de molhar uma planta e ver o que acontece”. Como podemos observar, tanto para aluna Lorena, quanto para Luiz Fellipe, não está bem definido o conceito de experimento aleatório, que Coutinho, Golçalves e Morais (2004) consideraram como o processo de coleta de dados relativos a um fenômeno que acusa variabilidade em seus resultados. Já Luiz Fellipe, tem para si o conceito de aleatoriedade equivocado, pois entende um acontecimento determinístico como sendo aleatório, afirmando com convicção ao justificar sua resposta.

Figura 12 - Resolução do aluno Davi Lucas

Tarefa 1:

Uma coisa aleatória é algo que não é comum, ou pode não ser algo não esperado, como concorrer e ganhar um concurso

Fonte: Acervo próprio

Figura 13 - Resolução da dupla Marcos e Emanuel

Tarefa 1: Concorrer e ganhar um concurso.
você não sabe se vai ganhar ou perder

Fonte: Acervo próprio

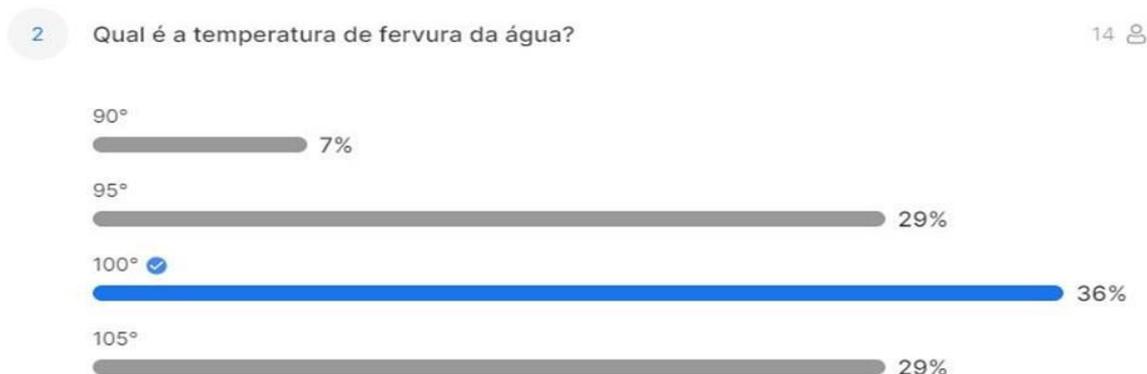
Já para o aluno Davi Lucas, figura 12, e a dupla Marcos e Emanuel, figura 13, marcaram a opção esperada, valendo destacar que Davi compara o experimento aleatório como algo que não é esperado, expressando assim, a ideia de incerteza e acaso, que também é confirmada por Marcos e Emanuel.

Neste trabalho, nos apropriamos do conceito de acaso definido por Coutinho (2007), ao descrever a apreensão do acaso em relação ao contexto no qual está inserido. No caso, neste pano de fundo (o do estudo dos contextos nos quais o acaso pode ser identificado), se propõe o trabalho com Probabilidade, considerando os resultados possíveis de manipulações de um gerador de acaso, como os jogos de azar (manipulação de moedas, dados, etc.). O que nos permitiu concluir que tanto Davi Lucas, figura 12, quanto Marcos e Emanuel, figura 13, demonstraram ter a noção correta de acaso.

As justificativas desses alunos evidencia o primeiro elemento do conhecimento definido por Gal (2005), um dos cinco elementos do construto da Literacia Probabilística, que segundo ele é a familiarização com várias ideias probabilísticas, dentre elas a aleatoriedade.

Na imagem da figura 14, está expresso os resultados celetados da tarefa 2:

Figura 14 – Resultado do Quiz: Tarefa 2



Fonte: Acervo próprio

Na tarefa 2, espera-se que o aluno apresente de forma correta o conceito de experimento determinístico e, ao mesmo tempo, tenha conhecimento sobre vaporização da água, que é um conceito estudado em Ciências da Natureza, desde os Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

De fato, isso permitiu uma relação entre a matemática e outras áreas do conhecimento. Como podemos observar, a maior parte dos alunos optou pela resposta correta. Quanto às justificativas, eles oscilaram, não mostraram dificuldades na compreensão do conceito de experimento determinístico, mas sim, no conceito relacionado ao conteúdo da área de Ciências da Natureza, conforme pode ser constatado pelas figuras 15 e 16, respostas de Davi Lucas e Lorena, respectivamente.

Figura 15 - Resolução do aluno Davi Lucas

Tarefa 2:
 eu acho que a temperatura de fervura da água é 95° pois está quente e suficiente para ferver

Fonte: Acervo próprio

Figura 16 - Resolução da aluna Lorena

Tarefa 2: 100° graus porque o leite precisa de 100° graus para ferver

Fonte: Acervo próprio

Na tarefa 3, era necessário que os alunos tivessem a ideia de cálculo de Probabilidade e também do conceito de “frações equivalentes”, ou o raciocínio relacionado ao mesmo.

Figura 17 – Resultado do *Quiz*: Tarefa 3



Fonte: Acervo próprio

Como podemos observar pela figura 17, a maioria dos alunos optou pela resposta “2/3”. E, para tal escolha, foi analisada a justificativa da aluna Lorena, figura 118, que faz a afirmação correta, de que são três os números pares, expondo o conceito de evento, que seriam os casos favoráveis de ocorrer. Mas, ao fazer a relação com o cálculo da Probabilidade, desconhece a mesma entre os acontecimentos favoráveis e o de acontecimentos possíveis, ou seja, de evento e espaço amostral, não chegando, assim, à resposta correta.

Figura 18 - Resolução da aluna Lorena

Tarefa 3: 2/3. por causa dos números pares que são

Fonte: Acervo próprio

Na tarefa 4, figura 19, pode-se perceber que a maioria dos alunos escolheu a opção “2/52”.

Figura 19 – Resultado do Quiz: Tarefa 4



Fonte: Acervo próprio

Ao analisar a justificativa dos alunos para tais escolhas, figura 19, verificou-se o raciocínio do aluno Luiz Fellipe, figura 20, correto, em relação ao cálculo de Probabilidade, como podemos constatar na figura 20.

Figura 20 – Resolução do aluno Luiz Fellipe

Tarefa 4: Porque só tem uma e é 1 de 52 cartas.

Fonte: Acervo próprio

Já para os alunos que representam a maioria, todos deram justificativas relacionadas à experiência pessoal que tinham ao praticar o jogo de cartas. Se em suas jogadas, tiravam a carta “Ás de ouro” com frequência, ou se ela saía poucas vezes. Tal raciocínio ficou evidenciado na resposta apresentada pelo aluno Anderson, como podemos ver a seguir, na figura 21.

Figura 21 – Resolução do aluno Anderson

Tarefa 4: porque ela vem mais

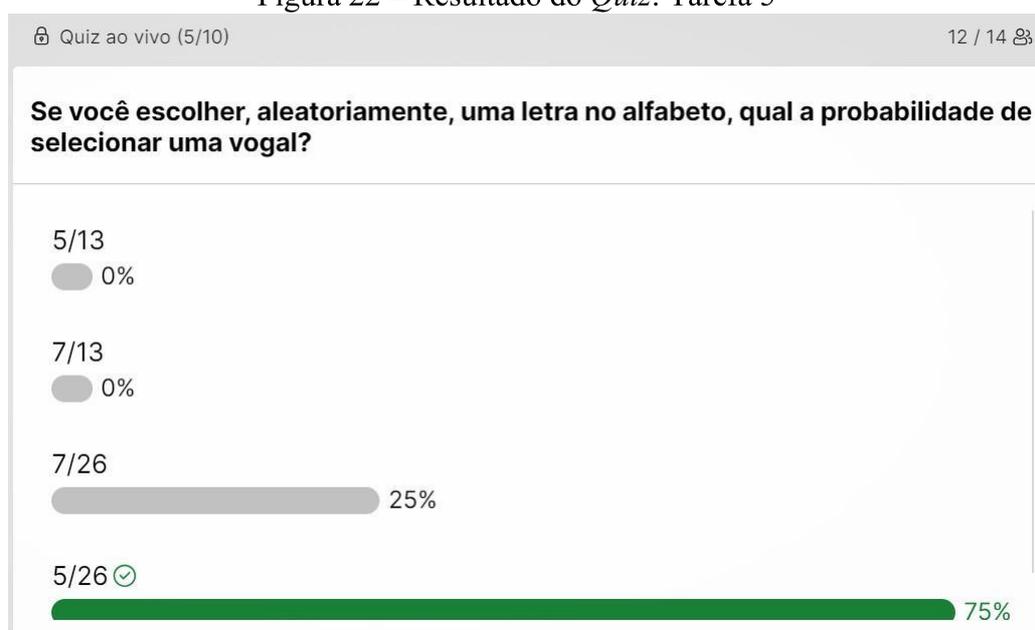
Fonte: Acervo próprio

Para Gal (2005), esta expressão da forma de pensar de uma pessoa sobre informações probabilísticas, ou como agem em situações que envolvem incerteza, são resultado de um elemento disposicional, que é definido por ele como pertencente ao bloco de construção da Literacia Probabilística. Ele é identificado No Quadro 6 - Alfabetização de Probabilidade - blocos de construção, como o elemento disposicional: Crenças e Atitudes.

Na análise da resposta deste aluno, em específico, ele expressa uma crença equivocada a respeito do que foi pedido na Tarefa 4.

O resultado da tarefa 5, figura 22, apresenta mais uma questão envolvendo o conceito de cálculo de Probabilidade. Esta tarefa exigiu que os alunos contabilizassem vogais e consoantes do alfabeto. Como pode-se verificar, a maioria dos alunos conseguiu optar pela alternativa “5/26”, figura 22, que é a correta.

Figura 22 – Resultado do *Quiz*: Tarefa 5



Fonte: Acervo próprio

Nas justificativas dos alunos, não ficou claro que os conceitos de evento e espaço amostral não estão bem definidos, como pode-se identificar na resposta do aluno Davi Lucas a seguir.

Figura 23 – Resolução do aluno Davi Lucas

Tarefa 5:

5/26, pois existem 5 vogais e 26 letras no alfabeto

Fonte: Acervo próprio

Foi contabilizado o valor correto de vogais e consoantes, e as mesmas foram relacionadas, mas o que leva a inferir que não há clareza nesses conceitos, é que a única alternativa que continha estes números, era a correta.

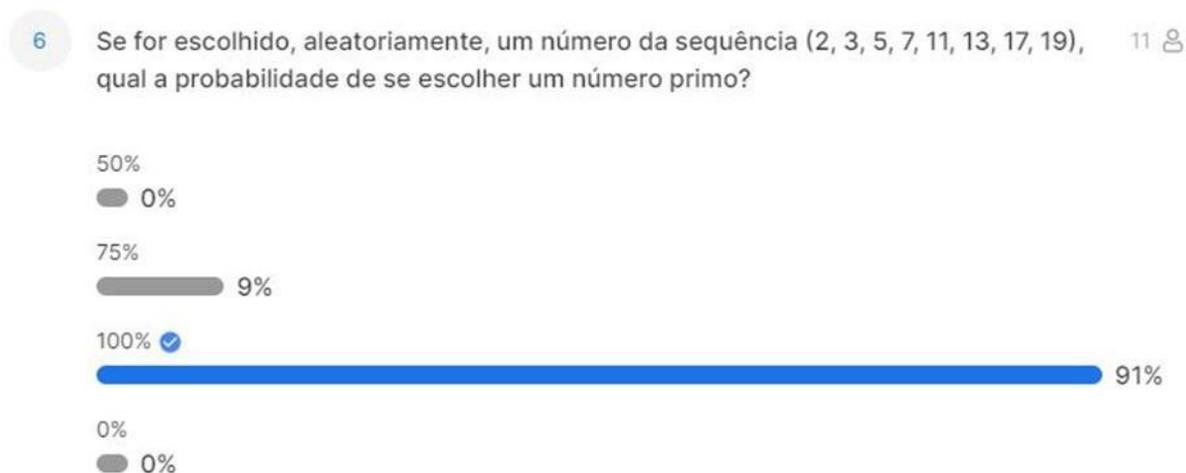
A partir de tais constatações, foram elaboradas novas tarefas envolvendo os mesmos conceitos, porém, neste 2º momento de aplicação de atividades, foram elaboradas tarefas com duas alternativas que apenas invertiam o numerador com o denominador, por exemplo: “3/7” e “7/3”, para que fosse possível verificar se os alunos optariam pela resposta correta, mostrando assim, a compreensão dos conceitos de evento e espaço amostral, para apresentar corretamente resultado do cálculo de uma Probabilidade.

Neste 2º momento, identificou-se características da 4ª fase das TSD, denominada validação, quando os alunos se sentaram em duplas para resolver mais 10 tarefas com atividades semelhantes, às aplicadas anteriormente, na realização do *quiz*.

Desta vez, a atividade foi realizada na sala de aula, as duplas anteriores se mantiveram, e novas duplas foram organizadas pelos próprios alunos, de acordo com suas afinidades. Eles auxiliaram um ao outro nas resoluções e todos cálculos e raciocínio foram registrados nas folhas impressas e recolhidos para análise.

Como no 1º momento, os alunos foram orientados a escrever nomes fictícios nas folhas impressas entregues à professora. Foram gravados alguns diálogos dos alunos, para serem analisados. Toda a descrição será realizada mais à frente.

Retomando a análise da próxima tarefa, figura 24, que é a Tarefa 6, temos os seguintes resultados:

Figura 24 – Resultado do *Quiz*: Tarefa 6

Fonte: Acervo próprio

Ao lançar esta tarefa, ouviu-se a dupla Lorenzo e Gabriel exclamarem: “Esta é a matéria que aprendemos: números primos!” De fato, a professora/pesquisadora tinha finalizado números primos com a turma na semana anterior.

Ao analisar esta tarefa, verificou-se que quase 100% dos alunos assimilaram corretamente o conceito de números primos e, além disso, foi notório também o tempo que utilizaram para responder a tarefa e justificar. Não obstante, nesta hora, 3 alunos já haviam deixado o Laboratório, pois foram liberados pelos responsáveis no decorrer das outras aulas, para irem para casa. Esse já era o último horário. Observou-se também, uma maior facilidade dos alunos, ao relacionar o cálculo de Probabilidade com porcentagem. Foi notório que o tempo gasto para as questões com resultados percentuais, era bem menor do que o tempo gasto com as tarefas que envolviam frações.

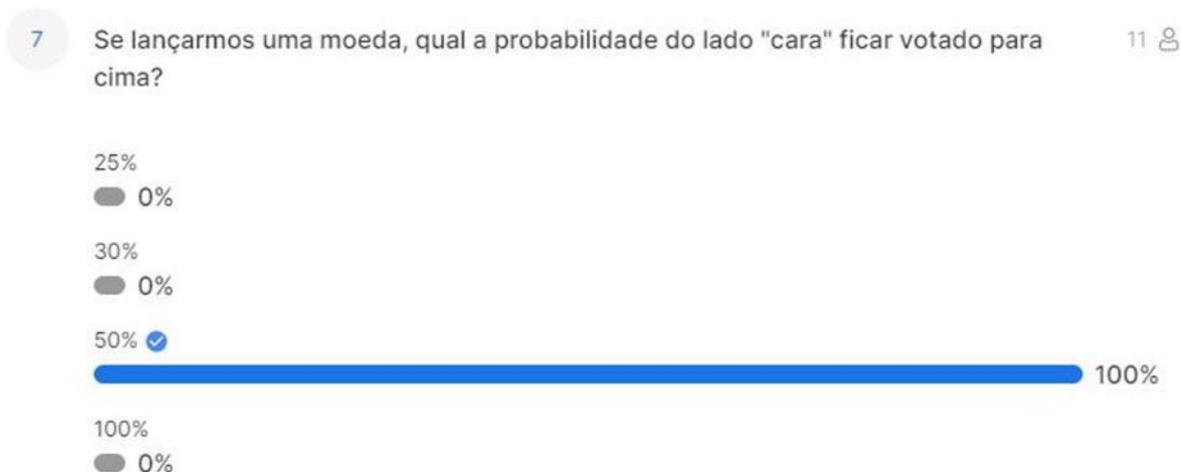
A tarefa 7, figura 25, também apresentou as alternativas com valores percentuais e, além disso, trouxe um assunto que é parte do dia a dia dos alunos, que é a característica de uma moeda: duas faces, cara e coroa. Como pode-se perceber, 100% dos alunos acertaram a questão.

A respeito de um dado conteúdo ser trabalhado com situações do dia a dia, os PCN (1998) afirmam que, com relação à Probabilidade, o principal objetivo é o aluno compreender que muitos acontecimentos do cotidiano são de natureza aleatória e podem identificar possíveis resultados desses acontecimentos e até estimar o grau da possibilidade sobre o resultado de um deles.

Nesse sentido, Gal (2005) afirma que o Contexto, que ele define como o quarto elemento de conhecimento da Literacia Probabilística, se identifica no Quadro 6 - Alfabetização de

Probabilidade - blocos de construção e é importante também para compreender como o acaso e a aleatoriedade podem afetar situações vivenciadas em nosso dia a dia.

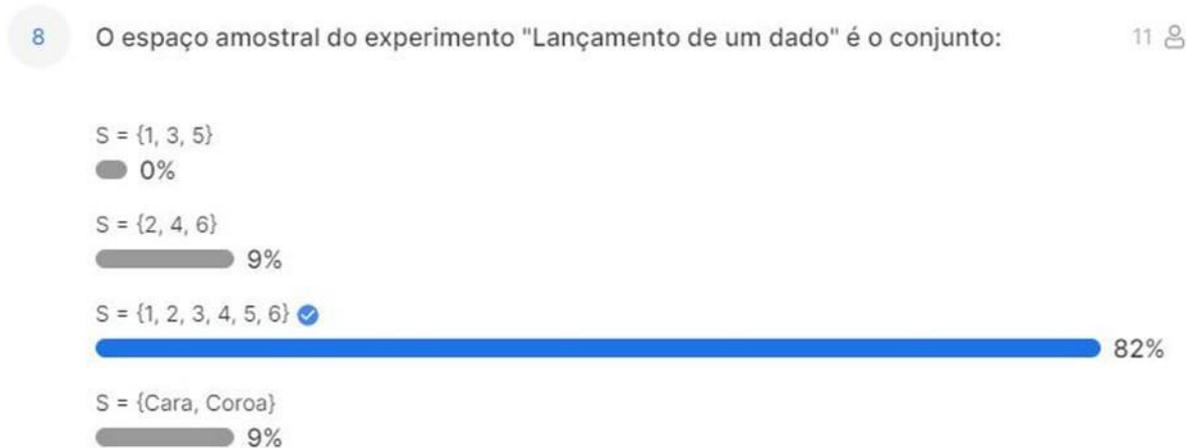
Figura 25 - Resultado do Quiz: Tarefa 7



Fonte: Acervo próprio

Na antepenúltima tarefa, figura 26, envolve o conceito de espaço amostral, relacionando-o ao conjunto de elementos de todos os resultados possíveis que pertencem a ele. De fato, a maioria dos alunos marcou a alternativa correta.

Figura 26 – Resultado do Quiz: Tarefa 8



Fonte: Acervo próprio

Ao analisar as justificativas dos alunos para tais escolhas, figura 27, observou-se que a dupla Isabele e Maisy responderam apenas que fazia sentido para elas esta opção, mas ao ser indagadas, não souberam explicar o porquê. Nesta tarefa, outros alunos também deram

respostas parecidas, ou não souberam escrever. Por isso, achou-se válido deixar registrado esta análise.

Figura 27 – Resolução da dupla Isabele e Maisy

Tarefa 8:

Pois faz sentido

Fonte: Acervo próprio

Já na resposta do aluno Davi Lucas, figura 28, foi possível perceber que ele associou os 6 números que estão presentes no dado, ou seja, ele considerou todas as possibilidades de resultado ao jogar um dado, que é o conceito dos elementos de um espaço amostral.

Por outro lado, seu equívoco foi mencionar que o dado possui 6 lados, uma vez que, por se tratar de um sólido geométrico, a forma correta de se dizer é que o dado possui 6 faces, que são numeradas de 1 a 6.

Figura 28 – Resolução do aluno Davi Lucas

Tarefa 8:

$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ pois um dado tem 6 lados

Fonte: Acervo próprio

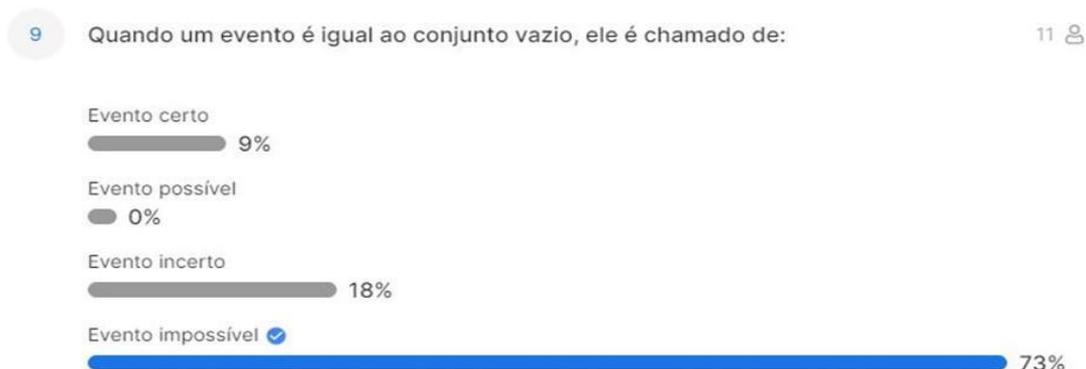
Na tarefa 9, figura 29, esperava-se que os alunos utilizassem o raciocínio probabilístico (Lopes, 2012; Figueiredo; Coutinho, 2022) desenvolvido durante a realização de um experimento aleatório, o conceito de evento e o conceito de evento impossível, que é aquele não tem nenhuma possibilidade de ocorrer.

Nesse contexto, a maioria dos alunos classificou o evento da tarefa como impossível, mas o segundo maior valor percentual classificou-o como incerto, ou seja, ainda há dúvidas, na turma analisada, quanto a classificação dos eventos, uma vez que não conseguem diferenciar algo que pode ocorrer, de um evento que pode não ocorrer em hipótese alguma.

Vale completar, que a BNCC (Brasil, 2017) preconiza que os alunos do 1º ano do Ensino Fundamental, sejam capazes de classificar eventos envolvendo o acaso, tais como “acontecerá com certeza”, “talvez aconteça” e “é impossível acontecer”, em situações do cotidiano, figura 29. E também que os alunos do 2º ano do Ensino Fundamental classifiquem resultados de

eventos cotidianos aleatórios como “pouco prováveis”, “muito prováveis”, “improváveis” e “impossíveis”.

Figura 29 – Resultado do Quiz: Tarefa 9



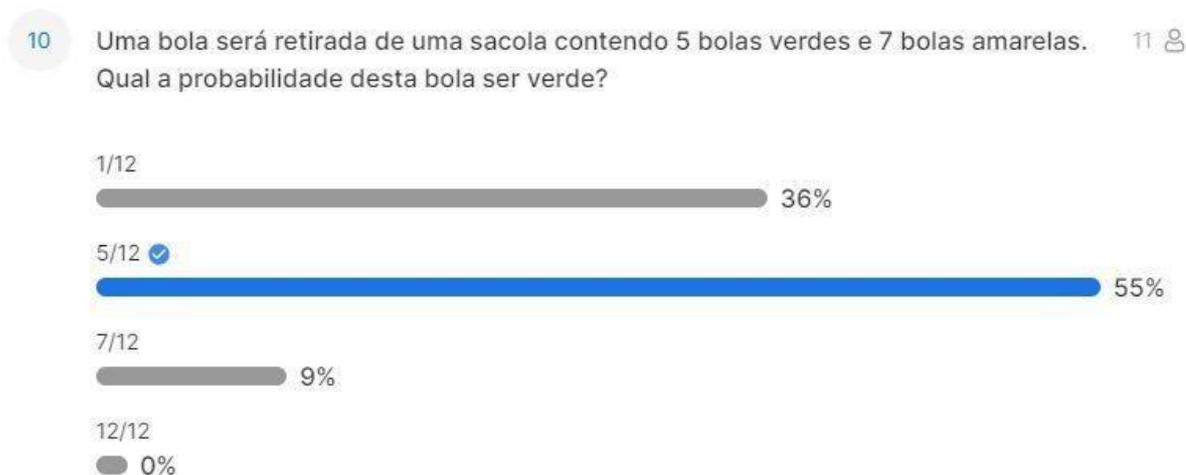
Fonte: Acervo próprio

Enfim, no 6º ano do Ensino Fundamental, de acordo com este documento, os alunos já teriam que ter estas habilidades, advindas dos Anos Iniciais, o que não se verificou na turma analisada nesta experimentação.

A seguir, figura 30, analisou-se a última tarefa deste 1º momento, que é a Tarefa 10. Esta questão envolve novamente o conteúdo de cálculo de uma Probabilidade, com alternativas contendo frações.

Desta vez, utilizou-se um problema envolvendo sorteio, buscando um novo exemplo de experimento aleatório, para que possamos proporcionar a aplicação em diferentes contextos.

Figura 30 – Resultado do Quiz: Tarefa 10



Fonte: Acervo próprio

Nesta tarefa, figura 31, foi analisado o raciocínio apresentado pelo aluno Ralf, que mesmo fazendo a operação de divisão de forma incorreta, fez a associação do resultado de o cálculo de uma Probabilidade com uma fração, que também pode ser representada por uma divisão.

Figura 31 – Resolução do aluno Ralf

Tarefa 10: A probabilidade de ser verde

$$\begin{array}{r} 5 \overline{) 12} = 5 \overline{) 12} \\ \underline{-20} \\ 19 \end{array}$$

Fonte: Acervo próprio

Finalizadas as 10 tarefas do *quiz*, após a tela de apresentação do resultado da última tarefa, aparece o *ranking* com a classificação dos alunos, como podemos observar na figura 32.

O que ficou mais evidente neste momento foi a comemoração dos alunos que ficaram nas primeiras colocações, e a postura dos demais foi pedir que logo fosse realizado um novo *quiz*. Foi perceptível a motivação, o interesse e o engajamento dos alunos durante todo este 1º momento.

Figura 32 – Resultado final do quiz

Parabéns, Lorenzo barroso e Gabriel Afonso!

#1	Lorenzo barroso e Gabriel Afonso	8/10	10:20
#2	Davi Lucas Marques Fontainha da Silva	8/10	10:46
#3	Marcos e Emanuel	7/10	9:14
#4	Breno	7/10	12:54
#5	PEDRO LUCAS	7/10	18:11

A pergunta mais difícil: Qual a probabilidade de sair o ás de ouros quando retiramos uma carta de um baralho de 52 cartas? 23%

Fonte: Acervo próprio

As duas aulas previstas para a realização desse 1º momento da experimentação foram suficientes para aplicação das 10 tarefas do *quiz*, e para recolher os registros dos cálculos e raciocínios de cada aluno que participou. E também foram gravados áudios no celular da professora, dos diálogos entre os alunos no momento da realização das tarefas.

Passamos, então, para o 2º momento, que ocorreu da seguinte forma: foi elaborado pela professora/pesquisadora, uma nova lista, impressa, contendo outras 10 tarefas similares as do *quiz on-line*. Elas continham os mesmos conteúdos: Experimentos Determinísticos, Experimentos Aleatórios, Espaço amostral, Evento e Conceito de Probabilidade BNCC (Brasil, 2017).

Esta aplicação ocorreu cerca de uma semana depois, nas duas aulas de matemática. Foi entregue uma folha impressa contendo as atividades e pediu-se aos alunos que sentassem em duplas, para que trocassem ideias e discutissem sobre as atividades. Foi deixado também um espaço para registro de cálculos e raciocínios.

As duplas que se formaram no 1º momento se reuniram novamente, e novas duplas foram formadas a partir dos alunos que tinham se assentado individualmente. Neste dia, alguns alunos faltosos anteriormente e outros que não participaram antes, estavam presentes desta vez.

Diante deste fato, foi analisado apenas as atividades dos alunos que participaram dos dois momentos, para que fosse possível fazer uma análise mais minuciosa dos raciocínios e do desenvolvimento, caso ocorresse, de cada aluno a partir da aplicação do *quiz*.

A partir dessas considerações, foram analisados os mesmos 18 alunos presentes no 1º momento, agora divididos em 9 duplas. Serão então 9 respostas e, a partir delas, será apresentado os resultados percentuais das alternativas escolhidas por eles, bem como suas justificativas. Será também exposto como ocorreu, passo a passo, a realização das 10 tarefas.

Na tabela 2, a seguir, tem-se os resultados percentuais de cada escolha realizada pelas duplas. Lembrando que novamente, as respostas corretas estão em negrito.

Tabela 2 – Resultado percentual das alternativas escolhidas

TAREFAS	ALTERNATIVAS			
	A	B	C	D
TAREFA 1	22%	22%	0%	56%
TAREFA 2	0%	11%	89%	0%
TAREFA 3	22%	0%	78%	0%
TAREFA 4	11%	78%	11%	0%
TAREFA 5	56%	0%	22%	22%
TAREFA 6	33%	11%	56%	0%
TAREFA 7	0%	22%	78%	0%
TAREFA 8	0%	11%	0%	89%
TAREFA 9	22%	22%	34%	22%
TAREFA 10	22%	33%	33%	12%

Fonte: Acervo próprio

Na Tabela 2, é possível verificar que em três tarefas, a maioria dos alunos não deu a resposta esperada. Fazendo um comparativo entre a Tabela 1, que registrou os resultados dos alunos após a aplicação do *quiz*, e a tabela 2, que registrou os resultados dos alunos após a aplicação de uma sequência das atividades impressas parecidas em sala de aula, notou-se que o percentual de acertos foi maior mediante a aplicação do *quiz*.

Para uma análise mais minuciosa das resoluções e justificativas apresentadas pelos alunos, uma vez que se trata de uma pesquisa de cunho qualitativo, apresentar-se-á novamente uma investigação de cada tarefa, separadamente.

A seguir, figura 33, fez-se uma análise de cada questão, levando em conta as justificativas registradas pelos alunos na folha impressa que foi entregue, e pelos diálogos entre eles, quando explicavam uns para os outros

Na tarefa 1, pode-se perceber que a maioria dos alunos teve uma compreensão equivocada de experimento aleatório, uma vez que 50% marcou a última opção. Eles afirmaram durante as justificativas analisadas para esta escolha, o fato de não ser possível calcular este tempo. É possível verificar na resposta de uma das duplas, que afirmou:

Figura 33 – Resposta da dupla: Marcos e Emanuel

- Tarefa 1:** Qual dos experimentos abaixo é considerado aleatório?
- a) O número de caminhões de refrigerante que passam numa dada esquina num período qualquer de tempo.
 - b) Medir a velocidade média.
 - c) Aplicar as leis da física.
 - Soltar uma pedra de uma janela e medir o tempo que demora a cair.
- Não, a pedra foi cair respecto ao elevador*

Fonte: Acervo próprio

Na tarefa 2, figura 34, grande parte dos alunos optou pela alternativa esperada. porém não justificaram com cálculos. Durante os diálogos, eles comentaram uns com os outros o que significava o termo “quadrado”, pois lembraram que tinham estudado no início do ano “Potências de números naturais”. E um foi ajudando o outro a deduzir que seria a opção C.

Figura 34 – Atividade impressa: Tarefa 2

Tarefa 2: Sobre os quadrados dos números inteiros que são ímpares, podemos afirmar que eles são sempre números:

- a) Pares
- b) Decimais
- c) Ímpares**
- d) Negativos.

Fonte: Acervo próprio

Na tarefa 3, figura 35, a maioria dos alunos marcou a alternativa preditiva e justificaram com o conceito de números primos, explicando que há 3 números primos entre 1 e 6.

Figura 35 – Atividade impressa: Tarefa 3

Tarefa 3: Se lançarmos um dado, qual a Probabilidade de obtermos um número primo?

- a) 75%
- b) 100%
- c) 50%**
- d) 10%

Fonte: Acervo próprio

Na tarefa 4, figura 36, apenas uma dupla marcou a resposta preditiva e a grande maioria optou pela opção B. Pelas falas de uns com outros, foi observado que estavam explicando que “em um baralho com 52 cartas, há 2 que são quatro de copas” (fala do aluno Lorenzo).

Desta forma, foi possível considerar que eles tinham uma impressão equivocada a respeito das cartas do baralho, mas sua ideia de cálculo de uma Probabilidade estava correta.

Figura 36 – Atividade impressa: Tarefa 4

Tarefa 4: Qual a Probabilidade de sair o “Quatro de copas”, quando retiramos, ao acaso, uma carta de um baralho de 52 cartas?

- a) $1/52$**
- b) $2/52$
- c) $52/2$
- d) $52/52$

Fonte: Acervo próprio

Na tarefa 5, figura 37, a maioria dos alunos optou pela alternativa correta, como verificamos acima. Como já comentado, buscar-se-ia analisar se os alunos tinham uma compreensão equivocada de evento e espaço amostral, pois, nas respostas das tarefas realizadas no 1º momento, não ficou “claro” que tinham a compreensão desses conceitos.

Assim, ao analisar esta tarefa, verificou-se que duas duplas tinham esta compreensão. Eles “trocavam” o numerador com denominador. O que ficou evidente na resposta da dupla “Daniel M. e Daniel T., como é possível constatar na figura 37.

Figura 37 - Tarefa 5 - Resposta da dupla: Daniel M. e Daniel T.

Tarefa 5: Se você escolher, aleatoriamente, uma das sete notas musicais, qual a Probabilidade de selecionar a nota “MI”?

- a) $1/7$
- b) $7/4$
- c) $7/1$
- d) $4/7$

Res: 7/1 tem um mi

Fonte: Acervo próprio

Na tarefa 6, figura 38, a maioria dos alunos optou pela alternativa preditiva.

Figura 38 – Atividade impressa: Tarefa 6

Tarefa 6: Se é escolhido, aleatoriamente, um número da sequência (3, 6, 9, 12, 15, 18, 21), qual a Probabilidade de se escolher um número múltiplo de 3?

- a) 50%
- b) 75%
- c) 100%
- d) 0%

Fonte: Acervo próprio

Na tarefa 7, figura 39, cerca de 78% das duplas analisadas optou pela resposta preditiva. Foi possível perceber que, quando o problema envolve “dinheiro”, no caso moedas, os alunos se mostram seguros para fazer sua escolha, uma vez que é um assunto que parte de seu dia a dia.

Figura 39 – Atividade impressa: Tarefa 7

Tarefa 7: Se lançarmos uma moeda, qual a Probabilidade de o lado "coroa" ficar voltado para cima?

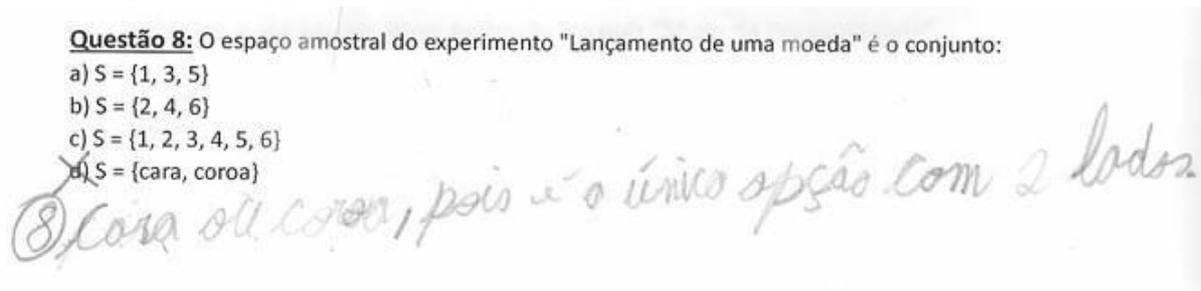
- a) 25%
- b) 30%
- c) 50%
- d) 100%

Fonte: Acervo próprio

Na tarefa 8, figura 40, a maioria dos alunos optou pela resposta preditiva, que é a D. E, ao analisar as justificativas, verificou-se que todas convergiram para a mesma ideia.

Como pode ser observado na resposta da dupla Lorena e Davi Lucas, eles usaram o raciocínio de que o espaço amostral seria “cara e coroa”, porque era a única alternativa que continha duas opções de resultado.

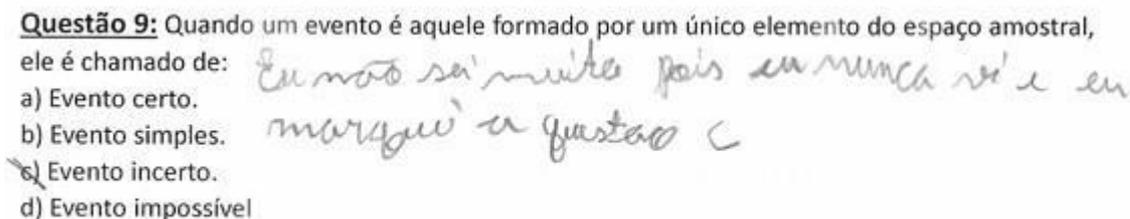
Figura 40 - Tarefa 8 - Resposta da dupla: Lorena e Davi Lucas.



Fonte: Acervo próprio

Na tarefa 9, figura 41, foi possível observar que os alunos não possuem a compreensão a respeito dos tipos de eventos que um experimento aleatório pode ter. Isto se reflete nas respostas, quando retratam um percentual bastante equilibrado entre as escolhas das alternativas. Outro fato que é válido mencionar é que a maioria dos alunos, durante os diálogos com os colegas, afirmou que não sabia justificar a resposta, pois não tinha aprendido ainda esses conceitos. O que ficou evidente na resposta da dupla Arthur e João.

Figura 41 - Tarefa 9 - Resposta da dupla: Arthur e João



Fonte: Acervo próprio

Na tarefa 10, figura 42, foi possível perceber pelo, um percentual bastante equilibrado entre as respostas escolhidas. E isso não se justificou pela inversão do denominador com o numerador, como se supunha anteriormente. Pois apenas 1 dupla optou pela alternativa D. Analisando as justificativas dadas pelos alunos, não foi possível identificar os raciocínios que levaram os alunos a darem tais repostas.

Figura 42 - Atividade impressa - Tarefa 10.

Questão 10: Uma bola será retirada de uma sacola contendo 5 bolas verdes e 7 bolas amarelas.

Qual a Probabilidade desta bola ser amarela?

a) $12/5$

b) $5/12$

c) **$7/12$**

d) $12/7$

Fonte: Acervo próprio

Diante de tais análises, ficou perceptível a dificuldade dos alunos na representação do resultado do cálculo de uma Probabilidade por meio de frações, pois, nas tarefas 4, 5 e 10, que contém estas alternativas para escolha, apenas na tarefa 5, 56% dos alunos deram a resposta preditiva. Nas outras duas tarefas, a maioria dos alunos não conseguiu chegar ao resultado esperado. Já nas tarefas 3, 6 e 7, que continham o resultado do cálculo de uma Probabilidade representado por uma porcentagem, grande parte dos alunos chegou ao resultado esperado.

Em relação aos conceitos de tipos de eventos, verificou-se que os alunos não souberam responder. E os conceitos de espaço amostral e evento, conseguiram pelo raciocínio matemático, ou por intuição.

Assim, diante do exposto, conclui-se a fase da Experimentação da Engenharia Didática, registrando as tarefas efetivamente aplicadas e, além disso, isso irá permitir o confronto entre as tarefas com as resoluções preditivas e as já efetuadas pelos participantes da pesquisa, conforme será apresentado no próximo capítulo, das Análises *a posteriori* da Engenharia.

8 ANÁLISES *A POSTERIORI* E VALIDAÇÃO

Neste capítulo, trataremos sobre a análise *a posteriori*, que é a quarta e última fase da Engenharia Didática e, nessa oportunidade, foi utilizado os dados procedentes da Experimentação, apresentadas no capítulo anterior, para que seja confrontado com a Construção e Análise *a priori*, possibilitando a validação, ou não, das hipóteses da pesquisa.

Diante disso, vale retomar as hipóteses desta pesquisa: uma sob a perspectiva do ensino, a saber “uma proposta metodológica que permite ao professor verificar como o conteúdo de interesse vem sendo abordado nos livros didáticos aprovados pela PNLD”; e outra, sob a perspectiva da aprendizagem, “a utilização do *quiz on-line* “Show da Probabilidade”, nas aulas de Matemática do 6º ano do Ensino Fundamental, pode favorecer a aprendizagem dos alunos à luz da Literacia Probabilística Gal (2005) nas dimensões epistemológica, didática e cognitiva.”

Além disso, a questão de pesquisa, apresentada também na introdução deste trabalho, que norteia toda a pesquisa é: **“Como potencializar o processo de ensinar e aprender as ideias e noções probabilísticas no 6º ano do Ensino Fundamental à luz da Literacia Probabilística?”**

Para realizar a investigação dos livros didáticos, foi necessário observar o que os documentos oficiais, como os PCN (1998), orientam a respeito do ensino de Probabilidade, uma vez que esses livros surgiram na mesma época desse documento.

Utilizou-se para tal, as premissas da Transposição Didática de Chevallard (1991), e os quatro passos delineados pela pesquisa: uma busca pelos livros didáticos aprovados na PNLD (2019) e pela PNLD (2023), ou seja, escolher um determinado período de livros aprovados pelo PNLD; definição da etapa de ensino de interesse da pesquisa, isto é, identificar o nível e o ano de ensino; procurar pelo assunto de interesse (Probabilidade) no índice de cada coleção; identificado o assunto, investigar, procurando atentar para os detalhes em como este objeto de estudo foi abordado.

Ao realizar esta investigação, estabeleceu-se um objetivo geral, que foi o de responder às seguintes perguntas, conforme já citadas anteriormente, “Há uma concordância entre o que os documentos nos orientam em relação ao ensino e à aprendizagem de Probabilidade nesta etapa de ensino, e como de fato, os livros didáticos vem fazendo a abordagem nos últimos 4 anos? Ou mesmo para os próximos 4 anos? A maneira como o conceito de Probabilidade é abordada nos livros didáticos potencializam o exercício da literacia probabilística? Ou mesmo, favorecem o desenvolvimento do raciocínio, do pensamento e da literacia probabilística?”

A partir da análise realizada, foi possível verificar que mesmo após 25 anos da publicação deste documento, observa-se o fato de não haver uma concordância entre o que os documentos nos orientam em relação ao ensino e à aprendizagem de Probabilidade nesta etapa de ensino, e como de fato, os livros didáticos vem fazendo a abordagem nos últimos 4 anos, ou mesmo para os próximos 4 anos.

Prova disso são os PCN (1998) enfatizarem a demanda social, que leva a destacar este tema como um bloco de conteúdo, para que se possa evidenciar sua importância, e mesmo assim, das 24 coleções analisadas, 16 coleções apresentaram o conteúdo a partir da penúltima unidade do livro. E ainda, o conteúdo de Probabilidade, que em 2019 era abordado entre as três últimas unidades dos livros, em 2023, em sua grande maioria, foi abordado na última unidade, grande parte das vezes, no último capítulo. Valendo salientar que uma coleção não tratou sobre o assunto.

Verificou-se também que a abordagem dos conceitos como: experimento aleatório, espaço amostral e evento é realizada em cerca de 50% das coleções aprovadas tanto em 2019, quanto em 2023, enquanto o conceito e cálculo da Probabilidade, bem como sua representação (decimal, fracionária e percentual) aparece em todas as coleções.

Tal fato nos permite perceber uma priorização dos autores em abordar a parte do cálculo de uma Probabilidade bem como sua representação, mas, não com a viabilização de meios para que o aluno desenvolva seu pensamento e raciocínio probabilístico (Lopes, 2012; Figueiredo; e Coutinho, 2022), para o exercício do raciocínio, do pensamento e da literacia probabilística.

O que se mostra preocupante, uma vez que vários autores, citados neste trabalho e especialistas no ensino e aprendizagem de Probabilidade defendem que o cidadão deve ser letrado probabilisticamente (Gal 2005; Eugênio; Monteiro; Carvalho, 2022; Figueiredo; Coutinho, 2022), para que possa exercer a cidadania, atuando com criticidade no mundo em que vive. Defendem ainda que o raciocínio probabilístico (Lopes, 2012; Figueiredo; Coutinho, 2022) e estocástico deve ser desenvolvido desde a infância, para que os alunos possam compreender situações que envolvam acaso. O que também se alinha com os documentos oficiais, e se faz importante uma reflexão sobre como os conteúdos tem sido abordados nos livros didáticos aprovados nos últimos 4 anos e para os próximos 4 anos, em que não se verificou um favorecimento destes aspectos.

Outro fato importante de se mencionar é o de que a presença desses conteúdos nas últimas unidades dos livros didáticos, pode contribuir para que estes sejam “sacrificados”, quando os professores precisarem eleger um conteúdo para não ser trabalhado, devido ao

tempo, ou também outras motivações que poderão existir e que seria interessante se investigar, talvez em outro trabalho, com certo “olhar” especificamente para os docentes.

A partir de tais análises realizadas nesta perspectiva de ensino, verificou-se que a proposta metodológica apresentada neste trabalho, pode permitir ao professor verificar como o conteúdo de interesse vem sendo abordado nos livros didáticos aprovados pela PNLD e, diante disso, ajudá-lo a fazer escolhas, o que validou a primeira hipótese levantada.

Em relação à segunda hipótese levantada, na perspectiva da aprendizagem, ao fazer um comparativo entre os quadros com os resultados percentuais de respostas dadas pelos alunos, nas apresentadas do “quiz “Show da Probabilidade” e nas atividades aplicadas no 2º momento, na sala de aula, com tarefas semelhantes, porém impressas, verificou-se que os resultados de respostas esperadas realizadas no *quiz* foram bem maiores que os percentuais expressos nas tarefas impressas.

No *quiz*, a maior parte dos alunos acertou 8 das 10 questões, e nas atividades impressas, aplicadas no 2º momento, eles acertaram apenas 6 das 10 questões, o que comprovou que o *quiz* se mostra um recurso educacional que favorece o exercício da literacia probabilística.

Além disso, das 8 questões com percentuais maiores de acertos do *quiz*, 5 apresentaram percentuais maiores que 70%, enquanto nas tarefas impressas, apenas 4 alcançaram tais percentuais. Valendo ressaltar, que apenas na tarefa 7 do *quiz*, 100% dos alunos deram a resposta correta.

Na tarefa 1, contida no *quiz*, foi possível verificar, que o aluno Davi Lucas e a dupla Marcos e Emanuel mostraram a compreensão a respeito do primeiro conteúdo que a tarefa do *quiz* abordava, que era sobre Experimento Aleatório. Eles definiram aleatório como “ser algo não esperado” ou que “não se pode saber”. O que apresenta o domínio de um dos elementos do conhecimento descrito por Gal (2005), que é o das **Grandes Ideias**, que mostra a familiarização com aleatoriedade, por exemplo.

Na tarefa 2, a maioria dos alunos também marcaram a resposta tal como a preditiva. Nas justificativas, foi possível observar uma dificuldade em relação à compreensão de um conceito da área de Ciências, mas não em relação a experimento determinístico. O que fica evidenciado nas respostas de Davi Lucas e Lorena.

Após a realização do *quiz*, foi feita uma análise na justificativa da aluna, ao realizar a atividade 4, 5 e 10, no 2ª momento da aplicação da experimentação. Ela participou deste segundo momento com o aluno Davi Lucas, pois a turma foi organizada em duplas.

Como as tarefas elaboradas para o 2º momento são parecidas com as do *quiz*, no 1º momento, ao analisar as respostas das tarefas 4, 5 e 10, verificou-se que nestas questões foi marcada a alternativa correta, apontando para um favorecimento do *quiz* para a compreensão dos conceitos de representação fracionária, para o resultado do cálculo de uma Probabilidade. Este fato é um dos 5 elementos do conhecimento definidos por Gal (2005): “**Calculando Probabilidades**”, em que o autor defende a importância dos alunos se familiarizarem com várias formas de encontrar ou estimar a Probabilidade de eventos.

Na tarefa 5, mais de 70% dos alunos marcou a opção correta, mas como não havia ficado claro na justificativa dos alunos que eles tinham compreensão dos conceitos de evento e espaço amostral, foi elaborado para o 2º momento, tarefas parecidas com as do 1º, porém com alternativas que “trocam” as posições do evento e do espaço amostral na representação de uma fração. (Exemplo: ‘1/7’ e ‘7/1’).

Ao analisar os percentuais de resposta, do aluno Davi Lucas, que não tinha deixado evidente sua justificativa para marcar a opção correta nesta tarefa 5, investigou-se, agora, suas escolhas de respostas em tarefas parecidas com esta, no 2º momento, e verificou-se que ele acertou todas questões que continham as respostas na forma de representação de uma fração e representação fracionária, mostrando assim, a compreensão dos conceitos, que também faz parte do elemento de conhecimento: **Linguagem** da Probabilidade de eventos, de Gal (2005), para ele pode ser representada de várias formas diferentes, como por meio de uma fração ou razão, por exemplo.

Na tarefa 6, mais de 90% dos alunos chegaram à resposta preditiva. E, por meio dos diálogos observados no momento da realização desta tarefa, verificou-se uma familiarização dos alunos com o contexto que ela estava envolvida, pois tinham estudado números primos há algumas semanas. O que resultou em um acerto quase total.

Gal (2005) define o acontecimento citado como o quarto elemento do conhecimento, que é o **Contexto**. Para ele, além dos conhecimentos probabilísticos, é importante que os alunos tenham conhecimento de mundo, por exemplo.

Na tarefa 7, percebe-se com mais afinco esta ideia defendida por Gal (2005), pois nesta tarefa tem-se a Probabilidade contextualizada com moedas, que faz parte das vivências diárias dos alunos. Nesta tarefa, 100% dos alunos escolheram a opção correta.

Tanto na tarefa 8 quanto na tarefa 9, mais de 70% dos alunos marcaram a opção correta. Buscando verificar o que levou aos alunos a fazerem tais escolhas, analisou-se as justificativas,

e observou-se que, para eles, “fazia mais sentido”. O que é uma demonstração da crença destes alunos, da interpretação deles sobre o que estava sendo pedido.

Tal posicionamento dos alunos, é definido por Gal (2005) como o quinto elemento do conhecimento, definido como **Questões críticas**, que também se relaciona com o elemento disposicional: **Crenças e atitudes**. Segundo ele, estaria relacionado às crenças dos alunos, pois faria mais sentido, para eles, aquela tomada de decisão.

Na tarefa 10, a maioria dos alunos optou pela opção correta, e justificando para tais escolhas até mesmo a ideia de representação do resultado do cálculo de uma Probabilidade de fração como relacionada também a uma divisão, como foi possível verificar na justificativa do aluno Ralf, no momento da experimentação. Sendo identificado nesta justificativa o 3º elemento de conhecimento: **Linguagem**, quando o aluno expressa uma outra forma de representação do resultado do cálculo de uma probabilidade.

A partir de tais análises realizadas nesta perspectiva da aprendizagem, à luz da Literacia Probabilística proposta por Gal (2005), verificou-se a utilização do *quiz on-line* “*Show da Probabilidade*”, nas aulas de Matemática do 6º ano do Ensino Fundamental, pode favorecer a aprendizagem dos alunos nas dimensões epistemológica, didática e cognitiva, uma vez que foram identificados nas justificativas para escolha das respostas dadas pelos alunos os 5 Elementos do conhecimento que Gal (2005) define como construtos da Literacia Probabilística: Grandes Ideias, Calculando Probabilidades, Linguagem, Contexto e Questões Críticas, bem como os Elementos disposicionais de apoio, validando, assim, a segunda hipótese levantada.

Além disso, verificou-se também que as tarefas contidas neste *quiz*, podem potencializar o processo de ensinar e de aprender as ideias e noções probabilísticas no 6º ano do Ensino Fundamental, promovendo, assim, o exercício da literacia probabilística, uma vez que nas resoluções e justificativas apresentadas pelos alunos investigados em uma turma de 6º ano do Ensino Fundamental, foram identificados os 5 elementos do conhecimento definidos por Gal (2005), que são: Grandes Ideias, Calculando Probabilidades, Linguagem, Contexto e Questões Críticas.

Assim, o *quiz on-line* desenvolvido neste trabalho é um objeto de aprendizagem (AO), é um meio capaz de potencializar o processo de ensinar e aprender as ideias e noções probabilísticas no 6º ano do Ensino Fundamental, promovendo, assim, o exercício da literacia probabilística.

9 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho é fruto de uma investigação que tem como principal objetivo responder à seguinte pergunta: Como potencializar o processo de ensinar e de aprender as ideias e noções probabilísticas no 6º ano do Ensino Fundamental à luz da Literacia Probabilística?

Na busca por meios de respondê-la, seguiu-se os procedimentos metodológicos realizados para análise dos livros didáticos aprovados pela PNLD, de 2019 e 2023, e da aplicação de um *quiz on-line*, desenvolvido pela Metodologia dos Objetos de Aprendizagem (MOA), denominado “*Show da Probabilidade*”, que foi aplicado para alunos do 6º ano do Ensino Fundamental, objetivando o favorecimento do exercício da literacia probabilística.

A partir da investigação das coleções aprovadas pela PNLD 2019, seguindo os passos já descritos anteriormente, foi possível verificar que o conteúdo de Probabilidade foi trabalhado nas últimas unidades dos livros, convergindo para a disposição em que se dá os quatro blocos de conhecimento definidos nos PCN, que traz Estatística e Probabilidade no quarto e último bloco: tratamento de informação.

Na análise das coleções aprovadas pela PNLD 2023, seguindo os mesmos passos do procedimento anterior, verificou-se um agravante nesta disposição, uma vez que neste ano, 8 das 13 coleções abordou sobre o assunto na última unidade, ou seja, passou das últimas unidades para a última, como foi exposto no Quadro 6. E grande parte das vezes nos últimos capítulos dos livros.

A partir desses dados, foi possível inferir que tal fato pode favorecer a decisão dos docentes de não trabalhar este assunto em sala de aula sempre que precisar abrir mão de algum conteúdo, quando tiver pouco tempo disponível, por exemplo, uma vez que este assunto se encontra no final do livro didático.

Em relação à aplicação do *quiz on-line*, foi possível perceber a motivação e o engajamento dos alunos, que participaram de forma ativa de todos os momentos, bem como justificaram as respostas escolhidas por eles, sendo que apenas um deles optou por não justificar.

Esses registros sejam por cálculos, por raciocínios ou mesmo por diálogos observados pela professora/pesquisadora, possibilitaram identificar as ideias e os conceitos probabilísticos que emergiam durante aplicação de tais tarefas, a partir de cada pergunta apresentada. Valendo reforçar que não havia ainda sido trabalhado o conteúdo de Probabilidade nesta turma.

Além disso, foi possível identificar, também, os cinco elementos de conhecimento do construto da Literacia Probabilística (Gal, 2005), que foram expostos pelos alunos também na segunda parte da experimentação, quando validou a segunda hipótese como foi possível tratar no capítulo anterior, bem como favorecer o exercício da literacia probabilística.

Tais investigações citadas, possibilitaram responder à pergunta norteadora desta pesquisa bem como pela validação das duas hipóteses, no capítulo anterior, visto que foi possível viabilizar meios que potencializassem o processo de ensinar. Consequentemente, houve a proposta de um procedimento metodológico para escolha de livros didáticos aprovados pela PNLD.

Para o tema desta pesquisa, Probabilidade, foi possível verificar que essa abordagem condizia com as diretrizes dos documentos oficiais, bem como promovia habilidades voltadas para o conteúdo e para a promoção da literacia probabilística, além de meios que pudessem potencializar o processo de aprender. Isso resultou na aplicação e análise das escolhas dos alunos ao selecionar cada resposta, bem como em suas justificativas para as mesmas, em que foi possível verificar os elementos de conhecimento dos construtos da literacia probabilística, a partir da realização das atividades contidas no *quiz on-line* e das tarefas propostas na segunda parte da experimentação.

A partir da questão de pesquisa, foram definidos o objetivo geral, apresentar uma proposta didática para potencializar as ideias e noções probabilísticas, no 6º ano do Ensino Fundamental, à luz da Literacia Probabilística e, em seguida, definidos os três objetivos específicos aplicar uma sequência de atividades envolvendo Probabilidade para esta etapa de ensino; analisar, à luz dos pressupostos teóricos da Literacia Probabilística; e produzir dois produtos educacionais: um sob a perspectiva do ensino, que é uma metodologia para a análise de livros didáticos e um sob a perspectiva da aprendizagem, que é um *quiz on-line*.

O primeiro objetivo específico foi alcançado, pois foi aplicado no primeiro momento da segunda parte da experimentação, as 10 tarefas desenvolvidas na fase da Construção e Análises *a priori*, em que se baseou nas habilidades preconizadas pela BNCC (2017).

O segundo objetivo também foi alcançado, visto que tais tarefas aplicadas foram realizadas pelos alunos de uma turma do 6º ano e, além disso, ao fazerem as escolhas pelas alternativas que julgaram corretas no *quiz*, também justificaram suas escolhas, as quais foram analisadas à luz da Literacia Probabilística (Gal, 2005).

O terceiro e último objetivo também foi alcançado, visto que foram produzidos dois produtos educacionais: um sob a perspectiva do ensino, que é um guia para professores da

Educação Básica, para analisar conteúdos em livros didáticos, e um sob a perspectiva da aprendizagem, que é um *quiz on-line*, um Objeto de Aprendizagem que pode ser utilizado nas versões digital e não digital e em diferentes ambientes de aprendizagem.

Além dos objetivos alcançados e validadas as duas hipóteses levantadas na introdução deste trabalho, verificou-se que a pesquisa realizada neste trabalho contribuiu para o processo de ensinar e aprender ideias e conceitos probabilísticos no 6º ano do Ensino Fundamental, bem como para o exercício da literacia probabilística.

Vale ainda mencionar que seria relevante a realização de um trabalho de pesquisa, a partir da perspectiva dos docentes, que fizesse uma investigação para que fosse possível responder outras perguntas que surgiram também neste trabalho, mas não foram respondidas neste momento, por não ser este o foco desta pesquisa como, por exemplo, “Quatorze anos depois da publicação destes resultados e cerca de 25 anos após a publicação dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), será que esta realidade foi modificada? É possível verificar avanços nesta área?”; e “Ainda hoje, nos momentos em que os docentes são incumbidos a deixar de trabalhar um conteúdo, para que sejam cumpridos os prazos estipulados pela equipe escolar, ainda são elegidos os conteúdos relacionados à Estatística?”

Por todos esses aspectos, faz-se possível reconhecer as contribuições deste trabalho para o campo da Educação Matemática, mais precisamente para a área da Educação Estatística, valendo citar a relevância de se dar continuidade ao mesmo tema, para que seja possível investigar outras variáveis que também podem estar contidas neste fato, que vem se prolongando com o passar dos anos, que é o de deixar os conteúdos relacionados à Estatística serem trabalhados no final do livro didático. É necessário refletir e discutir, para que novos fazeres possam emergir e fortalecer ainda mais os avanços nesta área de pesquisa.

REFERÊNCIAS

- AGRANIONI, N. T. A Teoria da Transposição Didática e o processo de didatização dos conteúdos matemáticos. *EDUCERE – Revista da Educação*, Toledo-PR, vol. 1, n.1: jan. /jun. 2001.
- ANDRADE, T. *Jornadas: Novos Caminhos – Matemática*. 1ª Edição. São Paulo: Saraiva, 2022.
- ALMOULOUD, S. A. **Fundamentos da Didática da matemática**. Curitiba: UFPR, 2007.
- ALMOULOUD, S. Ag; COUTINHO, C. Q. S. Engenharia Didática: características e seus usos em trabalhos apresentados no GT-19 / ANPED. **REVEMAT – Revista Eletrônica de Educação Matemática**. V3.6, p.62-77, UFSC: 2008.
- ALSINA, A.; BOSCH, E. Estadística y probabilidad en infantil y primaria: Diez materiales manipulativos esenciales para desarrollar el sentido estocástico. **TANGRAM - Revista de Educação Matemática**, [S. l.], v. 6, n. 3, p. 23–59, 2023. DOI: 10.30612/tangram. v6i3.17587. Disponível em: <https://ojs.ufgd.edu.br/tangram/article/view/17587>. Acesso em: 25 jul. 2024.
- ALSINA, A.; ORTIZ, C. V. (2015). La enseñanza de la probabilidad en Educación Primaria: el currículo versus el libro de texto. 17JAEM Cartagena 2015: **Jornadas sobre el Aprendizaje y la Enseñanza de las Matemáticas**. Jul. 2015.
- ATALLAH, A.N. *Systematic reviews of medical literature and meta-analyses*. São Paulo. **Medical Journal**, v.114, n.5, p.1285-1287, 1996. Disponível em: <https://www.researchgate.net/publication/13979817_Systematic_reviews_of_medical_literature_and_meta-analyses/link/0398529b0cf29b8b9037f6f2/download> Acesso em: 12 ago. 2021.
- BALESTRI, R.; PATARO, P. **Matemática Essencial**. 1ed. São Paulo: Scipione, 2018.
- BARBOSA, E.W. LOZADA, C. SANTOS, J. Argumentação em aulas de Probabilidade no Ensino Fundamental: uma proposta utilizando o Peer Instruction (Instrução por Pares). **Revista Baiana de Educação Matemática**, v. 03, n. 01, p. 01-23, e202204, jan./dez., 2022. Disponível em: <<https://www.revistas.uneb.br/index.php/baeducmatematica/article/view/13735>>. Acesso em: 07 jan. 2023.
- BATANERO C. Training school teachers to teach probability. Conferência Plenária 1. **Actas [...] do XIX EIEM — Vila Real**, 2009. Disponível em: <https://www.researchgate.net/publication/282281203_Training_school_teachers_to_teach_probability>. Acesso em: 08 out 2023.
- BATANERO, C.; CONTRERAS, J. M; DIAS (UHU-ESPANHA), C. experiências e sugestões para a formação probabilística de professores. **Paradigma** , [S. l.], v. 32, não. 2 P. 53-68, 1. p53-68.id481. Disponível em: <<http://revistaparadigma.online/ojs/index.php/paradigma/article/view/481>>. Acesso em: 03 jan. 2023.
- BIANCHINI, E. **Matemática**. 9 ed. São Paulo: Moderna, 2018.

BIANCHINI, E. **Matemática**. 10 ed. São Paulo: Moderna, 2022.

BOGDAN, R; BIKLEN, S. **Investigação qualitativa em educação**: uma introdução à teoria e aos métodos. Portugal: Porto, 1994.

BONJORNO, J. **Amplitude Matemática**. 1ed. São Paulo: Brasil, 2022.

BORBA, R.; MONTEIRO, C.; GUIMARÃES, G.; COUTINHO, C. Q. S.; KATAOKA, V. Y. Educação Estatística No Ensino Básico: Currículo, Pesquisa e Prática Em Sala De Aula. **Em Teia - Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana** – v. 2 – n. 2 – 2011. Disponível em: <https://www.researchgate.net/publication/272679490_EDUCACAO_ESTADISTICA_NO_ENSINO_BASICO_CURRICULO_PESQUISA_E_PRATICA_EM_SALA_DE_AULA> Acesso em: 10 out. 23

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Introdução aos parâmetros curriculares nacionais / Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1997. 126p.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1998. 148 f.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Diretrizes Curriculares Nacionais Gerais da Educação Básica** / Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. Diretoria de Currículos e Educação Integral. Brasília: MEC, SEB, DICEI, 2013. 562p.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2017.

BROUSSEAU, G. **Introdução à teoria das situações didáticas**: conteúdos e métodos de ensino. São Paulo: Ática, 2008.

CAMPOS, C. R. **A educação estatística**: uma investigação acerca dos aspectos relevantes à didática da estatística em cursos de graduação. Rio Claro, 2007. 242p. Tese (Doutorado). – Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas.

CASTILHO, C; FIGUEIREDO, H; RODRIGUES, C.K. As noções de acaso no ensino de probabilidade pautado na BNCC: Uma proposta para o primeiro ano do ensino fundamental. **Revista Educação Matemática**, Campina Grande-PB, Brasil, V. 10, N. 1, 2021, p.94-111. Disponível em: <<https://revista.uepb.edu.br/REM/article/view/476>> Acesso em: 05 Jan. 2023.

CASTRUCCI, B.; JUNIOR, J. **A conquista da matemática**. 4 ed. São Paulo: FTD, 2018.

CEVADA, J.; SILVA, D. **Matemática nos Dias de Hoje**. 1 ed. São Paulo: SEI, 2022.

CHAVANTE, E. **Convergências**. 2 ed. São Paulo: Edições SM, 2018.

CHEVALLARD, Yves. **La Transposición Didáctica** – Del Saber Sabio Al Saber Enseñado, Grenoble: La Sauvage, 1991.

COUTINHO, C. Vista do Conceitos probabilísticos: quais contextos a história nos aponta? **REVEMAT - Revista Eletrônica de Educação Matemática**. V2.3, UFSC, p. 50–67, 2007.

COUTINHO, C. Q.; GOLÇALVES, M. C.; MORAIS, T. M. R. A Análise de Livros Didáticos como Ferramenta Docente para o Ensino de Conceitos Probabilísticos e Estatísticos. **Anais [...]** do VIII ENEM – Minicurso 2 GT12 – Ensino de Probabilidade e Estatística, 2004.

DANTE, L. **Teláris Matemática**. 3 ed. São Paulo: Ática, 2018.

DANTE, L. VIANA, F. **Teláris Essencial: Matemática**. 1 ed. São Paulo: Ática, 2022.

DINIZ, E; CARVALHO, J. Mergulhando no universo das incertezas: literatura infantil e probabilidade nos anos iniciais do ensino fundamental. **Revista Educação Matemática**, Campina Grande-PB, Brasil, V. 10, N. 1, 2021, p.217-233. Disponível em: <<https://revista.uepb.edu.br/REM/article/view/484>>. Acesso em: 4 jan. 2023.

EUGÊNIO, R. S.; MONTEIRO, C. E. F.; CARVALHO, L. M. T. L. Letramento probabilístico de professores de matemática do Ensino Fundamental: reflexões da formação continuada. **Zetetiké**, Campinas, SP, v. 30, n. 00, p. e022018, 2022a. DOI: 10.20396/zet.v30i00.8661705. Disponível em: <<https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8661705>>. Acesso em: 3 jan. 2023.

EUGÊNIO, R.; MONTEIRO, C.; CARVALHO, L. A emergência do letramento estatístico no mundo contemporâneo. In: MONTEIRO, C.E.F.; CARVALHO, L.M.T.L. (Org). **Temas emergentes em letramento estatístico**. Recife: Ed. UFPE, 2021.

EUGÊNIO, R.; MONTEIRO, C.; CARVALHO, L. Utilização de Exemplos de Contextos para Promover o Letramento Probabilístico de Professores de Matemática. **Educação Matemática em Revista - RS**. 2. 10.37001/EMR-RS. v.2. n.23. 2022b.

FIGUEIREDO, A. DE C.; COUTINHO, C. DE Q. E S. Uma situação adidática para o desenvolvimento do raciocínio e pensamento probabilísticos em uma formação de professores. **Revista Baiana de Educação Matemática**, v. 3, n. 01, p. e202218, 19 dez. 2022. Disponível em: <[https://Uma situação adidática para o desenvolvimento do raciocínio e pensamento probabilísticos em uma formação de professores | Revista Baiana de Educação Matemática \(uneb.br\)](https://Uma%20situa%C3%A7%C3%A3o%20adid%C3%A1tica%20para%20o%20desenvolvimento%20do%20racioc%C3%ADnio%20e%20pensamento%20probabil%C3%ADsticos%20em%20uma%20forma%C3%A7%C3%A3o%20de%20professores%20|%20Revista%20Baiana%20de%20Educa%C3%A7%C3%A3o%20Matem%C3%A1tica%20(uneb.br))> Acesso em: 8 jan 2023.

FUGITA, F.; OLIVEIRA, C. **Geração Alpha**. 2 ed. São Paulo: S.M., 2018.

GAL, I. Adults' statistical literacy: Meanings, components, responsibilities. **International statistical review**, v. 70, n. 1, p. 1-51, 2002.

GAL, I. Towards "probability literacy" for all citizens: building blocks and instructional dilemmas. In: JONES, G. A. **Exploring Probability in School Challenges for Teaching and Learning**. Australia: Springer, 2005.

GAL, I. Promoting statistical literacy: challenges and reflections with a brazilian perspective. In: MONTEIRO, C.E.F.; CARVALHO, L.M.T.L. (Org). **Temas emergentes em letramento estatístico**. Recife: Ed. UFPE, 2021.

GAY, M. **Araribá mais**. 1 ed. São Paulo: Moderna, 2018.

GAY, M. **Araribá Conecta Matemática**. 1 ed. São Paulo: Moderna, 2022.

GONZALEZ, F. **Matemática em Cena**. 1 ed. São Paulo: Wisdom, 2022.

HERZOG, R; BALLEJO, C; ODY, M; BRAGA, E. Probabilidade na Educação Básica: uma proposta de Jogo como recurso didático. **EM TEIA – Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana** – v.10 - n.2, 2019. Disponível em: <<https://periodicos.ufpe.br/revistas/emteia/article/view/239544>>. Acesso em: 5 jan. 2023.

IEZZI, G. **Matemática e Realidade**. 10 ed. São Paulo: Saraiva Educação S.A., 2022.

JÚNIOR, J. A **Conquista da Matemática**. 1 ed. São Paulo: FTD, 2022.

LEITE, M. S.; CANDAU, V. M. F. **Contribuições de Basil Bernstein e Yves Chevallard para a discussão do conhecimento escolar**. Rio de Janeiro, 2004. 116 p. Dissertação de Mestrado. Departamento de Educação, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

LIMA, E. T. Probabilidade em livros didáticos de matemática dos anos finais: diferentes concepções. **Zetetiké**, Campinas, SP, v. 28, p. e020015, 2020. Disponível em: <<https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8656908>>. Acesso em: 2 jan. 2023.

LONGEN, A. **Apoema**. 1 ed. São Paulo: Brasil, 2018.

LONGEN, A. **Conexões & Vivências Matemática**. 1 ed. São Paulo: Brasil, 2022.

LOPES, C. E. O Ensino da Estatística e da Probabilidade na Educação Básica e a Formação dos Professores. **Cad. Cedes**, Campinas, vol. 28, n. 74, p. 57-73, jan. /abr. 2008 <<http://www.cedes.unicamp.br>>. Acesso em: 10 out. 2023.

LOPES, C. E. A Educação Estocástica na Infância. Programa de Pós-Graduação em Educação. **Revista Eletrônica de Educação**, v. 6, n. 1, mai. 2012. Artigos. ISSN 1982-7199. Disponível em: <<http://www.cedes.unicamp.br>>. Acesso em: 11 out. 2023.

LOPES, C. E.; MEIRELLES, E. O Desenvolvimento da Probabilidade e da Estatística. Estocástica nas séries iniciais. **Anais [...] XVIII Encontro Regional de Professores de Matemática – LEM/IMECC/UNICAMP**, 2005. Disponível em: <https://www.ime.unicamp.br/erpm2005/anais/m_cur/mc02_b.pdf>. Acesso em: 10 out. 2023.

MONTEIRO, C. E. F.; CARVALHO, L.M.T.L. de. Letramento probabilístico na formação de professores que ensinam estatística. In: MONTEIRO, C.E.F.; CARVALHO, L.M.T.L. (Org). **Temas emergentes em letramento estatístico**. Recife: Ed. UFPE, 2021.

NEMER, F; JATOBÁ, A; CARVALHO, P. Aprendizagem colaborativa mediada por tecnologias digitais para o preenchimento de dados da plataforma sucupira. **Cadernos Cajuína**, V. 7 N. 1, p. 1-16, 2022. Disponível em: <<https://cadernoscajuina.pro.br/revistas/index.php/cadcajuina/article/view/615>>. Acesso em: 2 jan. 2023.

OLIVEIRA, C. **Geração Alpha Matemática**. 4 ed. São Paulo: SM, 2022.

OLIVEIRA JR., A. P. de; BARBOSA, N. D. O jogo pedagógico “brincando com a probabilidade” para os anos iniciais do ensino fundamental: o espaço amostral. **Zetetike**, Campinas, SP, v. 28, p. e020019, 2020. Disponível em: <<https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8656609>>. Acesso em: 3 jan. 2023.

ORTIZ, C. V. Educación Estocástica en el aula escolar: una herramienta para formar ciudadanos de sostenibilidad. **Matemáticas, Educación y Sociedad**, 3(2), 2020, p. 1-20. Disponível em: <<https://funes.uniandes.edu.co/funes-documentos/educacion-estocastica-una-herramienta-para-formar-ciudadanos-de-sostenibilidad/>>. Acesso em: 25 jul. 2024.

PAULA, S. C. R. de; RODRIGUES, C. K; SILVA, J. C. da. **Educação matemática e tecnologia**: articulando práticas geométricas. Curitiba: Appris, 2016.

RODRIGUES, C. K. **O teorema central do limite**: um estudo ecológico do saber e do didático. 2009. 213 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2009.

SAMPAIO, F. **Trilhas da Matemática**. 1 ed. São Paulo: Saraiva, 2018.

SAMPAIO, R.F; MANCINI, M.C. Estudos de revisão sistemática: um guia para síntese criteriosa da evidência científica. **Revista Brasileira de Fisioterapia**, São Carlos, v. 11, n. 1, p. 83-89, fev.2007. Disponível em: <<https://doi.org/10.1590/S1413-35552007000100013>>. <https://www.scielo.br/pdf/rbfis/v11n1/12.pdf>>. Acesso em: 01 mar. 2023

SILVEIRA, E. **Matemática**: Compreensão E Prática. 1 ed. São Paulo: Moderna, 2018.

SILVEIRA, E. **Desafios da Matemática**. 1 ed. São Paulo: Moderna, 2022.

SCORTEGAGNA, L. **Objetos de Aprendizagem**. Juiz de Fora, MG: Cead, 2016.

SILVA, C. Lançamento de dados *on-line*: desenvolvendo habilidades de probabilidade com o 1º ano do ensino fundamental. **Revista Educação Matemática**, Campina Grande-PB, Brasil, V. 10, N. 1, 2021, p.150-158. Disponível em: <<https://revista.uepb.edu.br/REM/article/view/487>>. Acesso em: 5 jan. 2023

SILVA, N. A.; FERREIRA, V. V. M.; TOZETTI, D. K. **Um estudo sobre a situação didática de Guy Brousseau**. SIPD, Catedra UNESCO, PUCPR, 2015.

SOUZA, J. **Matemática**: Matemática Realidade & Tecnologia. 1 ed. São Paulo: FTD, 2018.

STEIGENBERGER, A. **Superação! Matemática**. 1 ed. São Paulo: Moderna, 2022.

TEIXEIRA, P. J. M.; PASSOS, C. C. M. Um pouco da Teoria das Situações Didáticas (TSD) de Guy Brousseau. **Zetetike**, Campinas, SP, v. 21, n. 1, p. 155–168, 2014. Disponível em: <<https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8646602>>. Acesso em: 8 out. 2023.

VERBISCK, J; BITTAR, M. O ensino de probabilidade em uma coleção de livros didáticos dos anos iniciais do ensino fundamental. **Educ. Matem. Pesq.**, São Paulo, v.21, n.5, p. 469-484, 2019. Disponível em: <<https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/45513>>. Acesso em: 2 jan. 2023.

VERBISCK, J; BITTAR, M. Uma proposta de ensino de probabilidade em uma Coleção de livros didáticos dos anos finais do ensino fundamental e suas relações com conhecimentos estatísticos. **Educação Matemática em Revista** - RS - ANO 23 - 2022 – n. 23 - v.2– p. 255. Disponível em: <<https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/45513>>. Acesso em: 6 jan. 2023.

VILAS BÔAS, S; MIRANDA, J. Jogos digitais educacionais e o ensino de probabilidade: uma conexão para os anos iniciais do ensino fundamental. **Revista Educação Matemática**, Campina Grande-PB, Brasil, V. 10, N. 1, 2021, p.196-216. Disponível em: <<https://revista.uepb.edu.br/REM/article/view/512>>. Acesso em: 4 jan. 2023.

VILAS BÔAS, S. G.; CONTI, K. C. O Jogo “Lançando A Moeda” uma possibilidade para o ensino de probabilidade e nos anos iniciais do Ensino Fundamental. **Revista Baiana de Educação Matemática**, v. 3, n. 01, p. e202214, 1 dez. 2022. Disponível em: <https://www.researchgate.net/publication/365940283_O_Jogo_Lancando_A_Moeda_uma_posibilidade_para_o_ensino_de_probabilidade_nos_anos_iniciais_do_Ensino_Fundamental> Acesso em: 8 jan. 2023.

APÊNDICE A - Metodologia dos Objetos de Aprendizagem

Este apêndice apresenta o planejamento e desenvolvimento do produto educacional “Show da Probabilidade”, que é um quiz on-line. Para tal, utilizou-se a Metodologia dos Objetos de Aprendizagem (MOA), proposta por Scortegagna (2016), que é baseada em cinco fases: Análise, Projeto, Desenvolvimento, Revisão e Submissão/publicação.

A seguir, vamos descrever cada uma destas fases para confecção do OA.

- Fase 1: Análise

Como instrumento fundamental para gerenciar o conteúdo abordado pelo OA, o *Design Instrucional* é utilizado nesta etapa fornecendo apoio ao processo de construção, execução e avaliação.

A Matriz de *design* instrucional a seguir, apresenta o detalhamento dos objetivos, recursos e ferramentas das atividades que serão realizadas, conforme Quadro 10.

Quadro 10 – Matriz de *Design* Instrucional para o *Quiz*

Matriz de Design Instrucional							
Nome do AO/Recurso Educacional: “ <i>Show</i> da Probabilidade” Professor/Responsável Pedagógico: Leticia Santos Elias Rocha Designer Instrucional: Leticia Santos Elias Rocha Data: 28/06/22 Contato: leticia.elias@estudante.ufff.br							
Item	Unidade/Tópico	Objetivo	Conteúdo	Duração	Ferramenta/Recurso	Avaliação	Responsável
	1: Experimento Determinístico	Compreender o conceito de Experimento Determinístico	Probabilidade Clássica e Frequentista	15 s	Google Apresentações/Slido/Google Meet/Aplicativo de WhatsApp/computador/internet	Complemento do Google Apresentações: Slido	Leticia Santos Elias Rocha
2	2: Experimento Aleatório	Compreender o conceito de Experimento Aleatório	Probabilidade Clássica e Frequentista	15 s	Google Apresentações/Slido/Google Meet/Aplicativo de WhatsApp/computador/internet	Complemento do Google Apresentações: Slido	Leticia Santos Elias Rocha
3	3: Espaço Amostral	Compreender o conceito de Espaço Amostral	Probabilidade Clássica e Frequentista	15 s	Google Apresentações/Slido/Google Meet/Aplicativo de WhatsApp/computador/internet	Complemento do Google Apresentações: Slido	Leticia Santos Elias Rocha
4	4: Evento	Compreender o conceito de evento	Probabilidade Clássica e Frequentista	15 s	Google Apresentações/Slido/Google Meet/Aplicativo de WhatsApp/computador/internet	Complemento do Google Apresentações: Slido	Leticia Santos Elias Rocha
5	5: Probabilidade	Compreender o conceito de Probabilidade	Probabilidade Clássica e Frequentista	1min 30 s	Google Apresentações/Slido/Google Meet/Aplicativo de WhatsApp/computador/internet	Complemento do Google Apresentações: Slido	Leticia Santos Elias Rocha

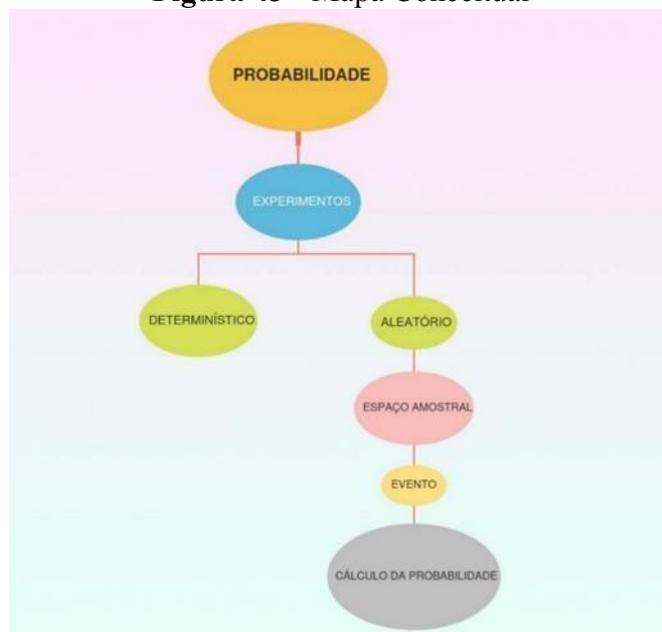
Fonte: Acervo próprio

- Fase 2: Projeto

Nesta fase, reúnem-se os detalhes específicos do OA, utilizando as ferramentas Mapa Conceitual, *Storyboard* e Mapa Navegacional. Esses três instrumentos, juntamente com o *Design Instrucional*, serão as principais fontes de documentação do OA que darão suporte a sua implementação.

a) Os Mapas conceituais: os conceitos presentes no Objeto de Aprendizagem estão dispostos no mapa conceitual contido na Figura 43. Ele foi criado no *GitMind*, uma ferramenta completa de mapa mental e de *brainstorming* disponível para PC e dispositivos móveis.

Figura 43 - Mapa Conceitual



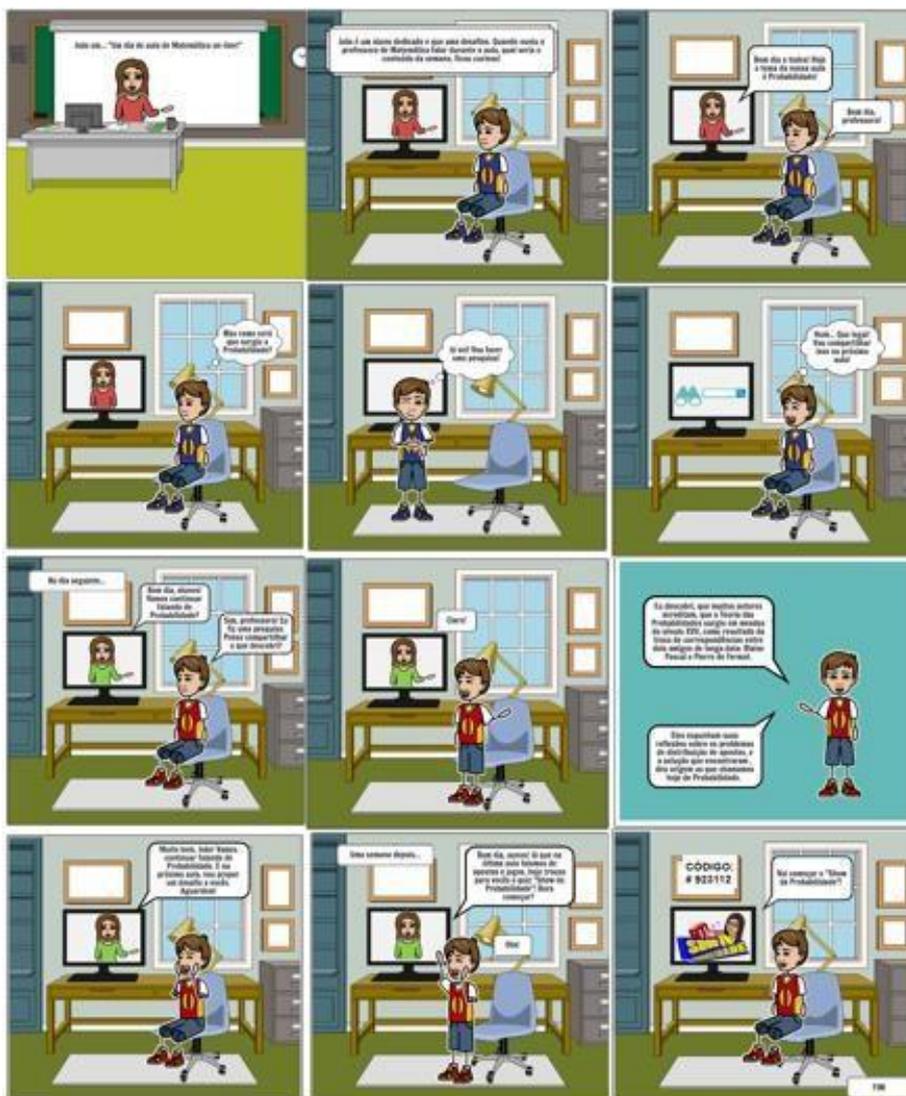
Fonte: Acervo próprio

b) *Storyboard*

O *storyboard* do trabalho foi criado na plataforma *Storyboard That*. Esta ferramenta de criação fácil de arrastar e soltar, além de oferecer uma versão gratuita e uma versão Premium de assinatura com extensas habilidades. O *Storyboard Creator* permite que sejam criados visuais incríveis para ensinar, aprender e se comunicar.

Vê-se na figura 44 o esboço de como o OA será apresentado aos usuários.

Figura 44 – Storyboard do Objeto de Aprendizagem

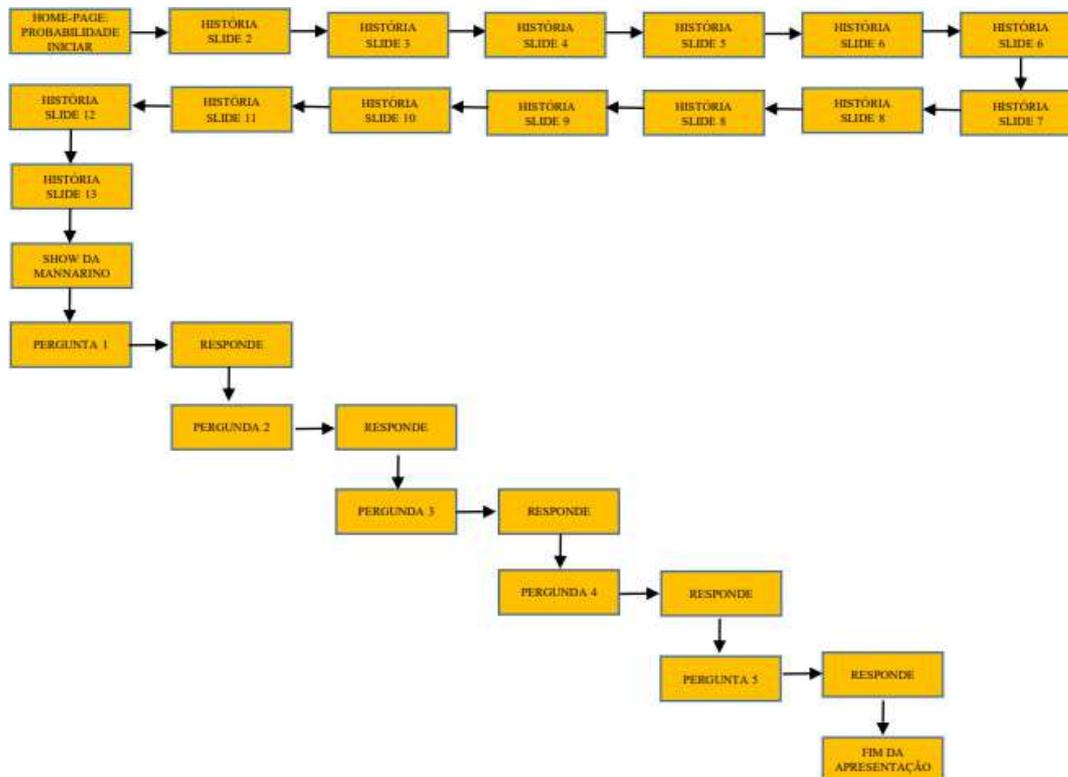


Fonte: Acervo próprio

c) Mapa navegacional

O mapa navegacional, Figura 45, foi construído no programa *Microsoft PowerPoint*, que é de fácil acesso e utilização. Ele orienta o usuário quanto aos passos que deve tomar ao acessar o *quiz*.

Figura 45 - Mapa navegacional



Fonte: Acervo próprio

Fase 3: Implementação

Nesta fase ocorre a implementação do projeto em tecnologias, e para o OA “*Show da Probabilidade*”, foi selecionada como ferramenta o *Google Apresentações*, tendo como complemento a plataforma *Slido*.

O *Google Apresentações* é uma ferramenta de apresentações e diferencial está nas possibilidades de acesso *online* e compartilhamento das informações, assim como na edição do material por diversos usuários. Além disso, pode ser acessada por meio de dispositivos como o computador, tablete, celular, entre outros, flexibilizando ainda mais o processo.

Outro fato importante de ser mencionado é o de que o *Google Apresentações* possibilita a adição de vários complementos gratuitos, como: *MathType*, para escrever equações matemáticas, o *GeoGebra Graphing Calculator*: com funções gráficas, investigação de equações e aplicativo gráfico gratuito e o *Slido*, que é uma ferramenta que possibilita a criação de *quiz* e realização de reuniões e eventos, fazendo a ponte entre os palestrantes e seu público.

Adicionando o *Slido* como complemento do *Google Apresentações* é possível: Criar nuvens de palavras e outras enquetes ao vivo diretamente na apresentação, faça um teste

competitivo com classificação e coletar as perguntas mais urgentes com perguntas e respostas ao vivo.

Por todos os aspectos, as utilizações destas ferramentas permitem que o público participe de forma interativa por meio de qualquer dispositivo, e que o administrador que desenvolveu a tarefa obtenha os resultados em tempo real, podendo assim fazer uma avaliação de todo o processo de aprendizagem.

Além disso, este OA ficará disponível no *Google drive* do administrador, podendo ser editado, reutilizado em outros ambientes de aprendizagem e, também, ser disponibilizado para outros professores.

Fase 4: Revisão

Nesta fase, o técnico (desenvolvedor) envia o OA produzido para o professor conteudista (equipe pedagógica), que irá analisar se o OA atende às características por ele especificadas, bem como fará a verificação de possíveis falhas e a avaliação do seu funcionamento.

Segundo Scortegagna (2016), os itens revisados e avaliados devem compreender: coerência do conteúdo, sequência de conceitos, qualidade e eficácia de *feedbacks*, confiabilidade, objetividade, veracidade e quantidade de informações necessárias em um recurso educacional. Caso haja inconsistências, o OA é reenviado ao setor de implementação para que se façam as alterações necessárias.

Feitas estas revisões, o professor conteudista, juntamente com a equipe pedagógica, desenvolve o Guia do Professor, para que possa utilizá-lo em sala de aula.

O Guia do Professor do Objeto de Aprendizagem desenvolvido: “*Show da Probabilidade*” será apresentado no produto educacional desenvolvido.

A última fase da metodologia MOA, ocorre após a revisão e a aprovação do professor conteudista dos recursos educacionais e poderá ser feita pelo próprio professor ou, ainda, pela equipe tecnológica.

Fase 5: Submissão/Publicação

Segundo Scortegagna (2016), a última fase ocorre pós a revisão e a aprovação do professor conteudista dos recursos educacionais e poderá ser feita pelo próprio professor ou, ainda, pela equipe tecnológica.

Além disso, os OA podem ser armazenados em Repositórios de Objetos de Aprendizagem (ROA) e/ou publicados diretamente em Ambientes Virtuais de Aprendizagem (AVA) ou na *Internet* por meio de sites, *blogs* etc.

Vale informar que este Objeto de Aprendizagem, Show da Probabilidade, ele será publicado como parte do Produto Educacional no *site* do PPGEM.