

UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA

Programa de Pós Graduação em Educação Matemática- PPGE M

2024

PRODUTO EDUCACIONAL- TAREFAS SOBRE ÁLGEBRA NOS ANOS INICIAIS

Autoras:

Laiane Camões da Silva Velloso
e Rosana de Oliveira



Este trabalho está licenciado com uma Licença [Creative Commons – Atribuição – NãoComercial 4.0 Internacional](http://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/).

```
<a rel="license" href="http://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/"></a><br />Este  
trabalho está licenciado com uma Licença <a rel="license"  
href="http://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/">Creative Commons -  
Atribuição-NãoComercial 4.0 Internacional</a>.
```

UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA

Programa de Pós Graduação em Educação Matemática- PPGE M

PRODUTO EDUCACIONAL- TAREFAS SOBRE ÁLGEBRA NOS ANOS INICIAIS

O desenvolvimento do pensamento matemático nos anos iniciais é um desafio central no processo de ensino e aprendizagem, especialmente quando se busca articular conceitos aritméticos e algébricos de maneira integrada e significativa. Compreendendo a importância dessa articulação, este produto educacional foi elaborado com o propósito de propor tarefas que promovam interlocuções entre o pensamento algébrico e o pensamento aritmético.

O material é direcionado a dois públicos principais: licenciandos em pedagogia, que futuramente atuarão como mediadores do aprendizado matemático, e alunos do ensino fundamental, nos anos iniciais. Para os licenciandos, as tarefas buscam fomentar uma compreensão mais ampla e estruturada sobre como os conceitos aritméticos podem servir como base para o pensamento algébrico, ao mesmo tempo em que desenvolvem estratégias didáticas para facilitar essa transição conceitual. Já para os estudantes do ensino fundamental, as atividades são organizadas para promover uma abordagem prática e contextualizada, permitindo que a matemática seja explorada de forma dinâmica e significativa.

As tarefas foram desenvolvidas com base em teorias contemporâneas da educação matemática, como o Modelo dos Campos Semânticos (MCS), e enfatizam a importância de uma aprendizagem ativa, onde os alunos constroem significados tanto aritméticos quanto algébricos. A integração entre essas duas vertentes do pensamento matemático é fundamental para evitar a fragmentação do conhecimento e para preparar os estudantes para desafios mais complexos na matemática e em outros campos do conhecimento.

Este produto educacional não apenas oferece um repertório de tarefas, mas também propõe uma reflexão sobre a prática pedagógica e a formação inicial de professores. Ao interligar conceitos, estratégias e práticas, busca contribuir para a construção de um ensino de matemática mais consistente e integrador, favorecendo tanto o aprendizado dos estudantes quanto o aperfeiçoamento profissional dos futuros educadores.



TAREFA 1

A professora Joana escreveu para seus alunos de 4º ano, a seguinte afirmação:

“Renata está montando uma biblioteca pessoal e já possui revistas em quadrinhos e livros didáticos. A professora pediu que os estudantes, com base nessa afirmação escrevesse outra afirmação verdadeira, que envolvesse relações operatórias.

”A aluna Júlia escreveu a seguinte afirmação:

“Se da biblioteca pessoal de Renata retirarmos as revistas em quadrinhos, restarão os livros didáticos.”

A aluna Maria respondeu:

B= Total do material da biblioteca

Q= Quantidade de revistas em quadrinhos

D= Quantidade de livros didáticos

$$B - Q = D$$

a) A afirmação da aluna está correta? Justifique.

b) Escreva outras 3 afirmações verdadeiras sobre a situação descrita. Você pode usar um texto escrito, ou se desejar símbolos e letras.

TAREFA 2

As réguas de cuisinaire, foram idealizadas pelo professor belga Émile Georges Cuisinaire Hottelet. Ela é formada por diferentes cores e tamanhos, como mostra a tabela abaixo:

Régua	Cor	Código
	branca	b
	vermelha	v
	Verde-clara	c
	roxa	r
	amarela	a
	Verde-escura	e
	preta	p
	marrom	m
	azul	z
	laranja	l

Utilizando as Réguas de Cuisinaire, monte e desenhe todas as possibilidades de formar a régua laranja, utilizando duas outras réguas.

a) Represente de outra forma, sem usar o desenho das réguas, as igualdades do item a.

b) Monte e desenhe cinco réguas vermelhas alinhadas e encontre a régua que corresponde ao tamanho total.

c) Represente de outra forma a igualdade do item c.

Tarefa 1

a. Sim, pois as afirmações realizadas revelam situações em que ocorreram. Se a biblioteca é composta por dois itens e um deles é retirado, sobrarão o outro item.

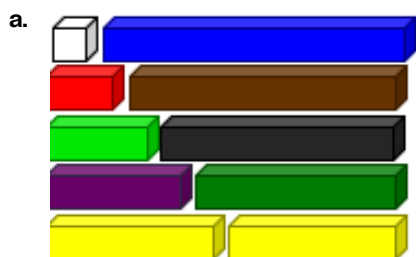
b. $B-D=Q$; $D+Q=B$; $B>D$

·Se juntarmos os livros didáticos e os livros didáticos teremos a biblioteca de Renata.

·Se da biblioteca de Renata retirarmos os livros didáticos, ficarão as revistas em quadrinhos

·A quantidade total de itens da biblioteca é maior que quantidade total de livros didáticos.

Respostas da Tarefa 2



b. $b+z=l$, $v+m=l$, $c+p=l$, $r+e=l$, $a+a=l$



d. $v+v+v+v+v=l$

Ficha de Trabalho 1

A Tarefa 1, é sobre o acervo de uma biblioteca que possui livros didáticos (representado pela letra D) e revistas em quadrinhos (representadas pela letra Q), são dadas duas afirmações de alunas distintas e o enunciado pergunta se essas afirmações estão corretas. Para a resposta desta pergunta, o aluno precisa analisar a situação e além de informar se as afirmações estão corretas ou não, é necessário que ele justifique sua resposta. No item b, desta mesma tarefa, é solicitado a criação de afirmações, essas afirmações podem ser através de frases ou símbolos e letras, assim como no item a, tem conexão com as informações dadas no texto expresso no enunciado.

A Tarefa 2 faz uso das Régua de Cuisenaire, o intuito é trabalhar os tamanhos sem usar os números, e para isso cada tamanho da régua foi representado por uma letra. Nesse contexto é possível realizar operações e representações sem que o que discente necessite usar os números. A Tarefa abrange tanto usar os desenhos, como as letras nessas representações.

As duas tarefas possuem a intenção de estimular o discente a realizar operações sem a utilização de números.



Considerando as equivalências a seguir:

TAREFA



Calcule em cada item o total de triângulos. Explique como encontrou o resultado.

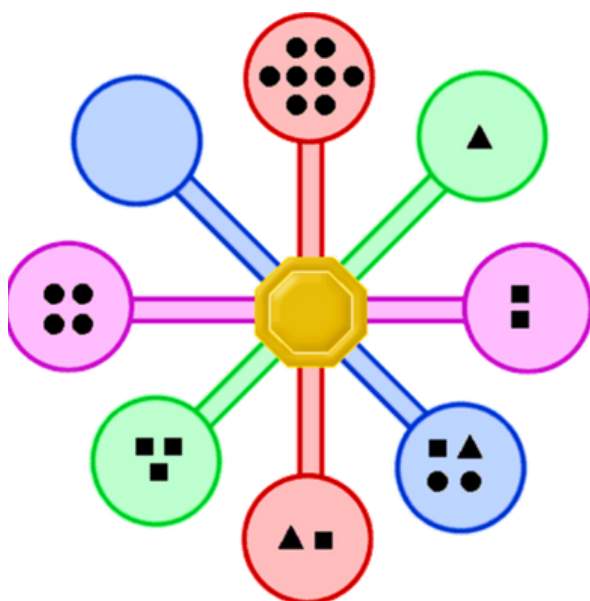
3



Na figura a seguir as formas iguais têm o mesmo peso e as formas diferentes pesos diferentes.

TAREFA

4



As figuras foram distribuídas, conforme mostra a imagem, respeitando uma regra – as casas com uma mesma cor têm o mesmo peso.

(a) Observando as casas rosa, podemos afirmar que um quadrado corresponde ao peso de quantos círculos?

(b) Qual a relação que existe



Tarefa 3

a. 23 Triângulos. Sabendo que cada estrela vale 3 triângulos e um hexágono corresponde a duas estrelas, conclui-se que cada hexágono vale 6 triângulos, sendo assim, como há dois hexágonos, calculamos $6 * 2 = 12$ triângulos, há 3 estrelas, logo $3 * 3 = 9$ Triângulos e mais dois triângulos que consta no quadro, adicionando as quantidades de triângulos, temos: $12 + 9 + 2 = 23$ triângulos.

a. São 22 triângulos. Sabendo que cada estrela equivale a 3 triângulos, como há 6 estrelas, para descobrir quantos triângulos há ao todo é necessário fazer $6 * 3 = 18$, juntando com os 4 triângulos existentes, totaliza 22 triângulos.

Tarefa 4

a. 2 Círculos

b. 3 quadrados corresponde a 1 triângulo, ou seja, o peso de um triângulo é igual a de 3 quadrados

c. 5 Quadrados

Ficha de Trabalho 2

Essa ideia de igualdade informada é porque uma coisa pode substituir a outra, pois se é afirmado que uma estrela é o mesmo que três triângulos, onde há uma estrela, é possível colocar três triângulos no lugar, assim também é possível realizar o inverso, se é afirmado que 1 estrela vale três triângulos, havendo esses três triângulos e querendo saber quantas estrelas há, ocorre a substituição dos três triângulos por uma estrela. Isso tudo se dá de acordo com o que a questão queira detectar.

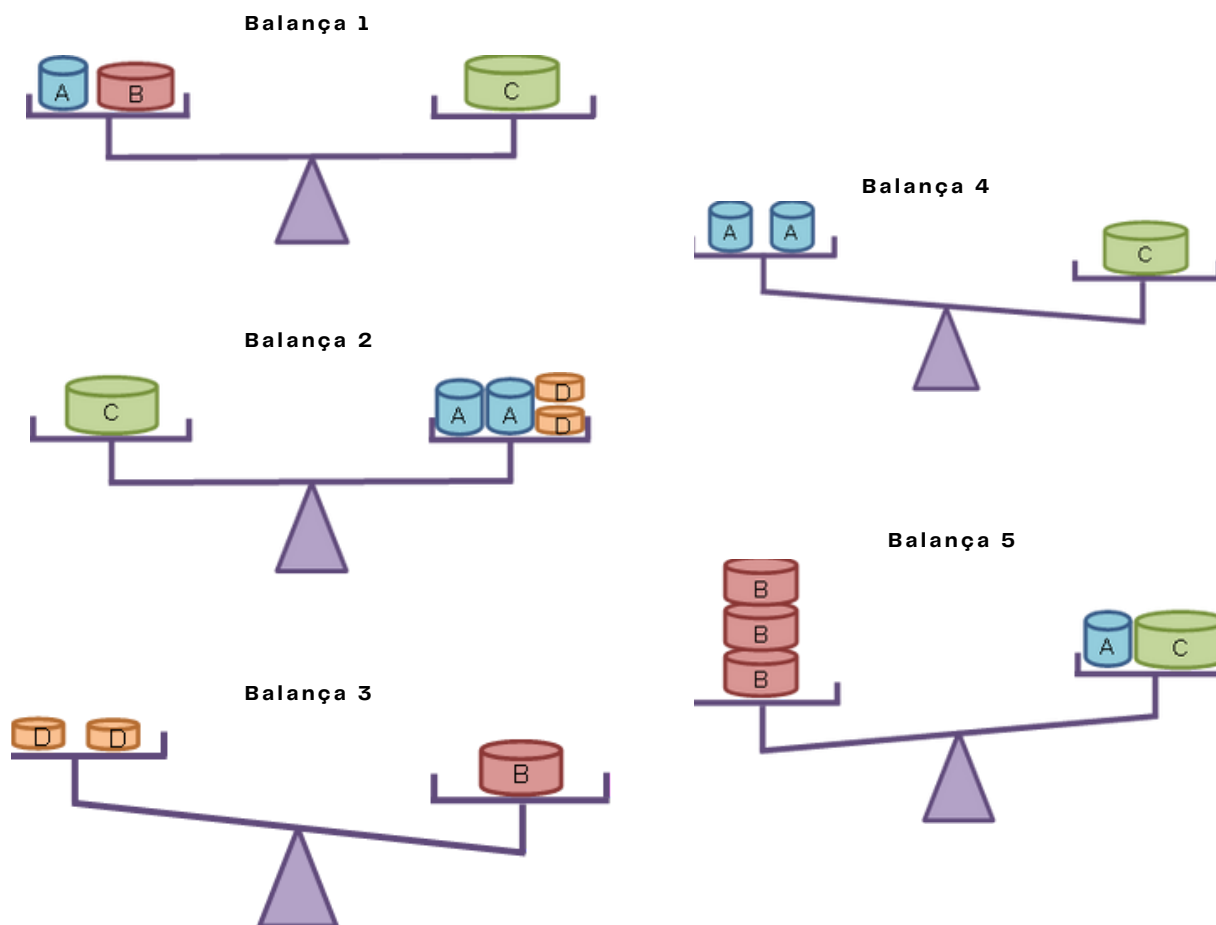
A Tarefa 3, se refere a afirmar o valor de algo em função do outro, as figuras que o enunciado mostra apresenta o hexágono sendo igual a 2 estrelas e uma estrela igual a três triângulos, em função destas informações a atividade é saber o total de triângulo e informar o que foi feito para chegar a solução, no item a, há dois hexágonos, que correspondem a duas estrelas (que são iguais a três triângulos, desta forma, para cada hexágono temos 6 triângulos), assim, em relação aos hexágonos, temos 12 triângulos, contando que neste mesmo item se tem três estrelas e cada uma vale três triângulos, logo em relação as estrelas o total de triângulos será de 9, contando os próprios triângulos, há dois. Sendo assim serão 12 triângulos (convertendo os hexágonos) mais 9 triângulos (convertendo as estrelas), mais os 2 que aparecem como triângulo, assim $12 + 9 + 2$, o total de triângulos é de 23 triângulos, aqui a partir substituições chegamos na quantidade de triângulos que o enunciado solicitava, nesta atividade é possível verificar como foi que o discente chegou na resolução, pois pede que explique o caminho percorrido.

A Tarefa 4, como a 3 trabalha a ideia de igualdade substituição. Apesar de serem formas distintas uma determinada quantidade equivale a outra quantidade e aí dependerá da reta em que estejam. O item a solicita o peso do quadrado em relação ao círculo, observando que 2 quadrados equivalem a 4 círculos, conclui-se que 1 quadrado pesa o mesmo que 2 círculos. Os itens b e c, apresentam a mesma perspectiva, pois no b solicita a relação entre triângulos e quadrados e no c quantos quadrados pretos serão necessários para completar o que estava vazio.



A seguir temos 5 balanças e 4 pesos: Peso A, Peso B, Peso C e Peso D. Observe que as balanças 1 e 2, estão equilibradas e as balanças 3, 4 e 5 não.

TAREFA 5



Escreva 4 afirmações verdadeiras que estabeleçam relações entre os possíveis valores dos pesos. Você pode usar um texto escrito, ou se desejar símbolos e letras.



Tarefa 5

$$\cdot 3B > 2A$$

$$\cdot A+B= 2A+2D$$

$$\cdot B= A+2D$$

$$\cdot B < C$$

· O peso C pesa mais que os pesos D e B juntos

· Os pesos A e B juntos pesam o mesmo que 2 pesos D junto com 2 pesos A.

R
E
S
P
O
S
T
A
S

Ficha de Trabalho 3

A Tarefa 5, não faz uso de números, mas como já afirmado aqui, há relações, esta questão é composta por balanças e 4 pesos, utilizando estes pesos, foram apresentadas relações entre eles referentes ao peso. A proposta era que afirmações fossem feitas relacionando o peso das balanças, mas não afirmações das balanças de forma individual, mas que a relação exposta envolvesse 2 ou mais balanças distintas, haja vista que os pesos são os mesmos, ou seja, o peso D vale a mesma coisa em todas as balanças, assim como os outros pesos. E como há balanças equilibradas e desequilibradas o discente pode trabalhar distintas relações. Lembrando que essas afirmações poderiam serem feitas através de frases ou símbolos e letras.

O
R
I
E
N
T
A
Ç
Õ
E
S



Na tabela a seguir, cada letra corresponde a um número. Para decifrar códigos secretos, podemos utilizar essa correspondência

B	C	D	E	F	G	H	I
1	2	3	4	5	6	7	8
L	M	N	O	P	Q	R	S
11	12	13	14	15	16	17	18
V	X	W	Y	X	Z		
21	22	23	24	25	26		

Assim o código:

4	18	19	20	3	0	13	19	4
---	----	----	----	---	---	----	----	---

Corresponde a palavra ESTUDANTE.

T
A
R
E
F
A

6

Agora é a sua vez de decifrar:

a.

20	13	8	21	4	17	18	8	3	0	3	4
----	----	---	----	---	----	----	---	---	---	---	---

b.

0		20	4	17	9		4		18	20	0
---	--	----	---	----	---	--	---	--	----	----	---

c. Agora escreva o código secreto para:

VOCÊ É ESPECIAL

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--



Tarefa 6

a. UNIVERSIDADE

b. A UERJ É SUA

c.

21	14	2	4		4		4	18	15	4	2	8	0	11
----	----	---	---	--	---	--	---	----	----	---	---	---	---	----

R
E
S
P
O
S
T
A
S

Ficha de Trabalho 4

O
R
I
E
N
T
A
Ç
O
E
S

Na Tarefa 6 os elementos usados para formar um ou mais códigos foram números, cada número possui uma correlação com uma letra, e assim juntando esses números formavam-se códigos, que sendo substituídos pelas letras se identificava uma palavra ou frase.

A Tarefa consiste em uma tabela formada por 26 números e 26 letras e é composta por dois itens, no item a, são dados os números e é solicitado que seja traduzida a expressão, ou seja, os números serão substituídos pelas letras correspondentes e ao terminar, haverá uma expressão. No item b, é o inverso do a, é exposta a frase: Você é especial, e é solicitado que seja representada esta palavra com os números correspondentes.

**T
A
R
E
F
A

7**

Considerando o conceito de operações e aspectos referentes às operações fundamentais: adição, subtração, multiplicação e divisão com números naturais. Vamos explorar aqui alguns desses aspectos, fazendo o seguinte desafio, respondendo a cada passo, em sequência, sempre considerando o resultado anterior.

- a. Escreva um número natural qualquer.
- b. Multiplique esse número por 4.
- c. Some ao resultado 15.
- d. Subtraia ao resultado 7.
- e. Subtraia ao resultado 8.
- f. Divida por 4 o resultado encontrado.
- g. Explique o porquê do resultado encontrado.

Ana e Mário pensaram em dois números naturais diferentes. E depois afirmaram:

**T
A
R
E
F
A**

- Ana – Pensei em um número e adicionei 2.
- Mário – Pensei em um número e subtraí 5.

Efetuada as operações, Ana e Mário descobriram que o resultado foi o mesmo número.

8

- a. Dê dois números que possam ter sido inicialmente pensados por Ana e Mário?
- b. A resposta é única? Se sua resposta for não, apresente outra solução.

**Tarefa 7**

São individuais, depende do número escolhido. Porém, ao final volta-se ao mesmo número.

Exemplo de Resposta:

- a. Pensei no 2
- b. Ao multiplicar por 4 obtive 8
- c. Adicionando 15 o resultado foi 23
- d. Subtraindo 7 de 23, chega-se no 16
- e. Ao subtrair 8 de 16, encontra-se 8
- f. Dividindo o resultado anterior por 4, obtém-se 2.
- g. Pois foram realizadas operações inversas.

Respostas da Tarefa 8

- a. 1 e 8; 30 e 37; 13 e 20
- b. Não. Qualquer outro exemplo de dois números naturais cuja diferença é 7.

Ficha de Trabalho 5

A Tarefa 7, solicita um número qualquer, o que confirma que funciona para qualquer número natural, são feitas 5 operações no decorrer dos itens e ao final é solicitado que o discente explique o porquê do resultado encontrado, busca-se que o aluno compreenda que ao pegar um número e realizar operações inversas nele, o resultado será o próprio número, mesmo que o número seja uma incógnita, é possível perceber isso. A Tarefa 8 também se enquadra aqui, mas foi trazida de uma maneira diferente, pois são dois números diferentes, e o aluno vai precisar entender que a diferença inicial entre eles é de 7, pois para que ao final possuam resultados iguais uma adicionou 2 e a outra subtraiu 5, ou seja, se ocorresse apenas a adição 2, ainda faltaria 5 para chegar na igualdade.



O quadrado mágico se caracteriza por ter uma soma mágica (número mágico), que é sempre a mesma em todas as linhas, colunas e diagonais e pela possibilidade de preenchermos todas as células com determinados números sem repetição. Um dos mais conhecidos didaticamente é o quadrado mágico 3x3 com soma mágica igual a 15. Devemos preencher esse quadrado utilizando os algarismos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9. Veja uma das soluções a seguir:

Uma outra possibilidade de quadrado mágico 3x3 é fazendo a soma mágica igual a 12. Neste caso, devemos preenchê-lo utilizando os algarismos 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8.

8	3	4
1	5	9
6	7	2

a. Complete os quadrados de soma mágica 12, dispostos a seguir, considerando as características do quadrado mágico.

7		5
	4	

3	2	
	4	

b. Existem outras soluções além das indicadas no item (a). Apresente mais uma solução, diferente das anteriores.

3		1
	4	

5	6	
	4	

c. Compare duas soluções de dois quadrados mágicos Soma Mágica 15 e Soma Mágica 12 e escreva três observações.



Tarefa 9

a.

c	0	5
2	4	6
3	8	1

3	2	7
8	4	0
1	6	5

b.

3	8	1
2	4	6
7	0	5

5	6	1
0	4	8
7	2	3

R
E
S
P
O
S
T
A
S

c. Na soma mágica 12, o zero compõe os números que preenchem o quadrado.

·Em ambos o número central é da soma mágica.

·O maior número que pode preencher o quadrado, não pode estar nas pontas.

·No quadrado mágico de soma 12, os números dos vértices são ímpares e no de soma 15 os números dos vértices são pares

Os números que ocupam as posições nos quadrados mágicos conforme o desenho: , de soma 12 são pares e de soma 15, são ímpares

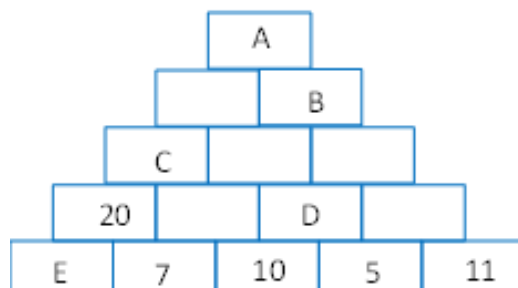
Ficha de Trabalho 6

A tarefa 9 relacionada a este tema, é o quadrado mágico. É dado um quadrado dividido em 9 quadradinhos de mesmo tamanho, onde a linha tem a mesma quantidade que a coluna (3 linhas e 3 colunas), o resultado da adição de cada linha, coluna e diagonais é o mesmo. No item a, o somatório deve ser 12 e os números utilizados serão 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8. Sabendo que o somatório dá 12, a primeira linha do primeiro quadrado é composta pelos números 7 e 5, que somados resulta em 12, desta forma o número que falta é o 0, a ideia para solucionar esta questão é essa, sempre observando, a linha, coluna e diagonal que possui mais números, pois assim, será verificado o que falta para chegar na soma informada, que no caso deste item dá 12. No item b, é solicitado a apresentação de uma solução diferente da que foi dada no item a. Já no item c, a proposta é observar quadrados que a soma seja igual a 15 e 12 e relatar três observações em relação a estes dois quadrados mágicos.

O
R
I
E
N
T
A
Ç
Õ
E
S



Vamos descobrir o valor dos tijolos A, B, C, D e E, sabendo que cada tijolo é a soma dos dois abaixo e que tocam nele



a. A = B = C = D = E =

b. Construa uma parede de tijolos similar a esta com valores a serem descobertos.

FICHA DE TRABALHO 6
(CONTINUAÇÃO)

Tarefa 10

R
E
S
P
O
S
T
A
S

a. $A = 132$

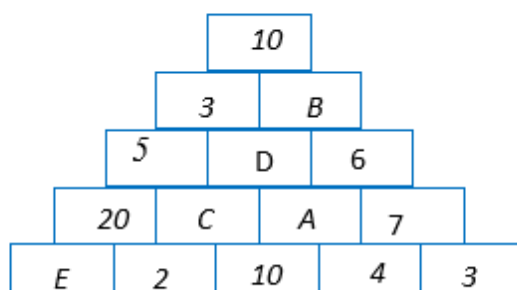
$B = 63$

$C = 37$

$D = 15$

$E = 13$

b.



Ficha de Trabalho 6 (Continuação)

O
R
I
E
N
T
A
Ç
Õ
E
S

A Tarefa 10 é uma pirâmide que contém números e letras, que possuem um valor, este valor será descoberto de acordo com os números ali relacionados, cada número é formado pela adição dos dois que se localizam abaixo dele. Dessa forma se há o número 20 (como exposto na pirâmide) e abaixo dele consta o 2 e uma letra esta letra valerá 18, pois para que o resultado dê 20, o número que deve ser adicionado ao 2 só poderá ser o 18. O item b, pede que se construído uma pirâmide como a outra, ou seja, aqui é estimulado que o estudante encontre os valores desconhecidos, mas que depois crie situações de valores desconhecidos. De uma forma ou de outra, ele trabalhará situações de igualdade.



Descubra os valores do círculo e do triângulo na operação abaixo. Explique sua estratégia.

$$\begin{array}{r}
 \text{Círculo} \quad \text{Triângulo} \quad \text{Círculo} \\
 + \quad \text{Triângulo} \quad \text{Círculo} \quad \text{Triângulo} \\
 \hline
 1554
 \end{array}$$

TAREFA

11

A partir do resultado dessa adição descubra o valor dos símbolos.

$$\begin{array}{r}
 \triangle \quad \text{Smiley} \quad \star \quad 7 \\
 + \quad 2 \quad \triangle \quad 4 \\
 \hline
 8826
 \end{array}$$

TAREFA

12



Tarefa 11

a. Não existe uma única resposta, são três pares de números possíveis: 7 e 7; 6 e 8; 9 e 5.

R
E
S
P
O
S
T
A
S
A casa das unidades tem o número 4, o valor deve ser 4 ou algum número que termine com o 4, como na casa das dezenas o número é o 5, entende-se que a adição do círculo com triângulo deve dar 14 para que o um seja adicionado a casa das dezenas. Sendo assim, para dar 14, os números possíveis, são os informados acima.

Tarefa 12

A adição de $7+4+$ carinha, precisa ter um resultado, em que a casa das unidades deve ser o 6, para isso ocorrer a carinha só pode valer 5. Subindo o um, concluímos triângulo adicionado a estrela o resultado deve terminar em 1, para que fique compatível com o que consta na casa das dezenas, que é o número 2. Como já concluímos que carinha vale 5 e na casa das centenas, consta o número 8, da adição de triângulo e estrela obteve-se o valor 11. Por fim, é possível concluir que o triângulo vale 8. Deste modo, triângulo vale 8, estrela vale 3 e carinha vale 5.

Ficha de Trabalho 7

O
R
I
E
N
T
A
Ç
Õ
E
S

Em relação a Tarefa 11, é apresentada a adição de dois números de três algarismos, mas esses números são representados por triângulo e círculo, os dois números somados resultam em um valor dado por números, este resultado possui 4 algarismos, o que indica que em algum momento a soma passou de 9, é possível sustentar que isso ocorreu nas unidades, pois adicionou círculo e triângulo e o resultado na unidade foi 4, no somatório das dezenas, havia triângulo e círculo e o resultado foi 5, ou seja, foi somada uma dezena referente a soma das unidades, o que dá para admitir que a soma de triângulo e círculo é 14, logo, as possíveis respostas são: 8 e 6, 9 e 5 e 7 e 7. A Tarefa 12 é dado também um somatório, utilizando o algoritmo da adição, há 3 parcelas uma com 4, 3 e 1 algarismos, há símbolos e há números nelas, o resultado é todo composto por números, que possui 4 algarismos, na adição das unidades os números que aparecem, se somados, já passam de 9, dessa forma é necessário identificar qual número equivale a carinha (um dos símbolos que há na conta), para identificar qual símbolo é o quê. Para resultar em 6 na unidade, a carinha tem que valer 5, pois $4+7$ (que são os outros números) resulta em 11. Continuando a resolução, a estrela e o triângulo, somados, devem dar 11, pois no resultado há o número 2 na dezena, e com a adição das unidades há mais uma dezena. Ao testar os valores que resultasse em 11, ficou notório que a estrela vale 3 e o triângulo 8, devido aos demais resultados, como é possível identificar diretamente na questão.



Nessa questão vamos observar regularidades nas adições.

a. Encontre o resultado das seguintes adições (somas).

$$.1 =$$

$$.1 + 11 =$$

$$.1 + 11 + 111 =$$

$$.1 + 11 + 111 + 1111 =$$

b. A partir dos resultados indicados, escreva as adições (somas), cujo padrão seja o mesmo descrito acima:

$$.12345 =$$

$$.123456 =$$

c. Que padrão você identifica nas parcelas e na soma (resultado)?

d. Na sequência 1, 12, 123, 1234, 12345, 123456,... o que acontece com o valor posicional do algarismo 2?

Chamam-se número em escada aos números que podem ser escritos como a soma de números naturais consecutivos.

Vejam alguns exemplos:

7 é um número em escada, pois pode ser escrito como $3 + 4$;

12 também é um número em escada, pois pode ser escrito como $3 + 4 + 5$;

$4 + 5 + 6$ ou $1 + 2 + 3 + 4 + 5$ são duas formas de representar o número 15 (em escada).

Agora, responda as perguntas:

a. Vamos investigar regularidades ou padrões na seguinte sequência de números em escada.

Seguindo a lógica de construção, escreva as três próximas adições que resultarão em números em escadas.

$$.1 + 2 + 3 = 6$$

$$.2 + 3 + 4 = 9$$

$$.3 + 4 + 5 = 12$$

a. Escreva uma sequência com os seis números em escadas do item anterior (os resultados).

b. Qual a regularidade encontrada na sequência do item (b)?

c. Crie 2 números escadas que sejam soma de 4 números consecutivos?



Tarefa 13

a.

$$1 = 1$$

$$1 + 11 = 12$$

$$1 + 11 + 111 = 123$$

$$1 + 11 + 111 + 1111 = 1234$$

R
E
S
P
O
S
T
A
S

b. $12345 = 1 + 11 + 111 + 1111 + 11111$

$$123456 = 1 + 11 + 111 + 1111 + 11111 + 111111$$

c. Ao somar uma parcela nela se acrescenta mais um algarismo 1 e a soma obtida é o resultado da última acrescentando mais um algarismo, sendo ele o sucessor do último algarismo da última soma, ou seja, se a última foi 1234567, a soma do próximo será 12345678.

d. Muda de ordem e classe, primeiro é unidade, depois se torna dezena, depois centena e assim sucessivamente.

Respostas da Tarefa 14

a. $4 + 5 + 6 = 15$ $5 + 6 + 7 = 18$ $6 + 7 + 8 = 21$

b. 6; 9; 12; 15; 18; 21

c. Os números aparecem de 3 em 3. Ou seja, o primeiro é o 6, somando 3 o próximo é o 9.

d. $2 + 3 + 4 + 5 = 14$ $3 + 4 + 5 + 6 = 18$

Ficha de Trabalho 8

O
R
I
E
N
T
A
Ç
Õ
E
S

Na Tarefa 13 a regularidade estabelecida é a seguinte: O primeiro número é o 1, que é igual a um, no segundo será $1 + 11$, resultando 12, depois $1 + 11 + 111$, que é igual a 123. O que se identifica aqui é que a próxima parcela será a parcela anterior com um dígito a mais, que é o próprio 1, e no resultado se percebe que é acrescentado também uma casa, mas o número que aparece é o sucessor do último, como no exemplo acima: 1, 12, 123, seguindo esta sequência, o próximo será 1234, o outro 12345.

A Tarefa 14 é sobre números em escada, o número é chamado assim, pois pode ser representado por uma adição de números consecutivos, como é apresentado no exemplo. O enunciado do item a, solicitou as próximas adições que teriam como resultado no número escada. Já no item b pede os 6 números encontrados no item a. A letra c pergunta sobre a regularidade desses números e a d, solicita que encontre número em escada usando a adição de 4 números. Trabalhando nessa questão sequência e regularidade e não só na visualização mas fazendo o estudante construir.



Um ano bissexto é um ano com 366 dias, ao invés de 365, onde a cada 4 anos acrescenta-se um dia ao final do mês de fevereiro. Este dia “a mais” é acrescentado, porque um ano não tem 365, mas sim 365,25 dias. Ao acrescentar um dia ao ano a cada 4 anos este problema fica resolvido. Dessa forma, os anos que são múltiplos de 4 são bissextos.

a. Complete a tabela a seguir com anos bissextos:

2016	2020			2032		2040			
------	------	--	--	------	--	------	--	--	--

a. No ano de 2014, foi um ano que ocorreu a Copa do Mundo de Futebol. Em algum ano de Copa do Mundo será ano bissexto? Justifique.

b. O ano de 2092 é ano bissexto? Justifique sua resposta.

c. Em que ano nasceu uma pessoa que em 2020 tem 28 anos? O ano em que ela nasceu era bissexto? Justifique.

O calendário é um ótimo material para explorar regularidades e sequências numéricas.

Escolhemos os calendários de maio, junho e julho de 2021 para identificar algumas possibilidades de tarefas.

Mês de Maio						
Segunda	Terça	Quarta	Quinta	Sexta	Sábado	Domingo
					01	02
A	04	05	06	07	08	09
B	11	12	13	14	15	16
C	18	19	20	21	22	23
D	25	26	27	28	29	30
E						

Agora responda:

a. O mês de maio tem 5 segundas-feiras. No calendário esses dias estão representados pelas letras, A, B, C, D e E. Qual a sequência numérica formada pelos valores destas letras?

b. Qual o dia da semana cai o dia 28 de cada um dos meses destacados (maio, junho e julho de 2021)?

c. Observe nos calendários dos três meses as sequências de 5 dias que caem em um mesmo dia da semana. Em quais dias do mês (números) começam essas sequências?

Mês de Junho						
Segunda	Terça	Quarta	Quinta	Sexta	Sábado	Domingo
	01	02	03	04	05	06
07	08	09	10	11	12	13
14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27
28	29	30				

d. Observe no mês de junho, os quatro números marcados em verde. A soma na diagonal é a mesma, ou seja, $10 + 18 = 28$ e $17 + 11 = 28$, ou se escrevermos uma sequência com estes números, temos 10, 11, 17, 18. Nesse caso, a soma dos extremos (1º e 4º termos) é igual a soma dos dois números internos (2º e 3º termo). Escolha uma sequência diferente desta em que a soma do 1º e 4º termos seja igual a soma dos 2º e 3º termos.

Mês de Julho						
Segunda	Terça	Quarta	Quinta	Sexta	Sábado	Domingo
			01	02	03	04
05	06	07	08	09	10	11
12	13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24	25
26	27	28	29	30	31	

e. Quantas semanas completas transcorreram do dia 03 de maio até o dia 25 de julho?

12 semanas completas



Tarefa 15

a.

2016	2020	2024	2028	2032	2036	2040	2044	2048	2052
------	------	------	------	------	------	------	------	------	------

- R**
E
S
P
O
S
T
A
S
- b. Não, porque como a Copa do Mundo também acontece de 4 em 4 anos e este ano não é bissexto, não existe possibilidade de ocorrer em Copa do Mundo em ano bissexto
- c. Sim. Pois, $2092:4 = 523$ e deixa resto zero, logo 2092 é múltiplo de 4 e, portanto, é um ano bissexto
- d. $2020 - 28 = 1992$
 $1992:4 = 498$
 Logo 1992 é múltiplo de 4, portanto foi um ano bissexto.

Tarefa 16

- a. 03, 10, 17, 24, 31
- b. Em maio – sexta; Em junho – segunda; Em julho – quarta
- c. 01, 02 e 03
- d. 08, 09, 15, 16 (junho)
 23, 24, 30, 31 (julho)
- c. 12 semanas completas

Ficha de Trabalho 9

O
R
I
E
N
T
A
Ç
O
E
S

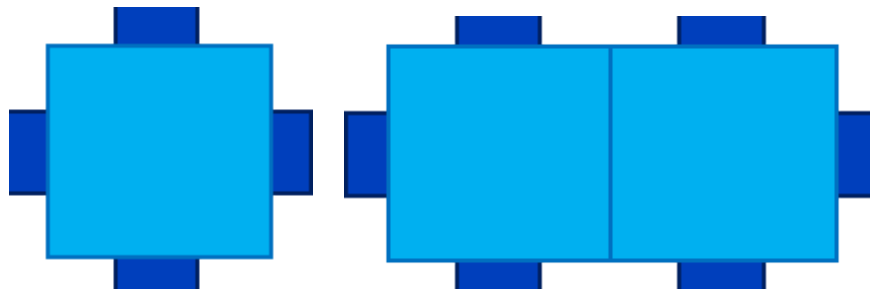
As Tarefas 15 e 16 trabalham com um padrão estabelecido, na Tarefa 15, se descobre o próximo número adicionando 4 unidades e dessa forma é possível completar a tabela, pois há regularidade para cada um desses números, esta mesma questão traz informações sobre o que é ano bissexto, algo que é importante o discente saber, pois além disso, informa que os anos bissextos são divisíveis por 4. Tarefa 16, como já informado, é uma tarefa que envolve regularidade, mas como trata de dias da semana, é possível identificar que as datas referentes as segundas feiras, terão uma regularidade de 7 em 7, haja vista que a semana possui 7 dias, logo, de uma segunda a outra, a diferença será essa.



TAREFA

17

Fernando e Ricardo organizaram um almoço para a família. Começaram a colocar no quintal as mesas para os convidados sentarem-se. Sabiam que podiam sentar 4 pessoas numa mesa, como se mostra na figura.



Se juntassem 2 mesas, poderiam sentar 6 pessoas, como se mostra nas figuras ao lado

- Quantas pessoas podem se sentar em 4 mesas juntas?
- Quantas mesas juntas são necessárias para acomodar 14 pessoas sentadas?
- Escreva a sequência do número de cadeiras que corresponde a sequência do número de mesas juntas:

d.

Mesa	1	2	3	4	5	6	7	8
Cadeira								

- Explique qual a relação entre o número de mesas juntas e cadeiras. Resposta possível: A relação é:

TAREFA

18

Uma fábrica de escadas de madeira, produz modelos com diferentes números de degraus. Ela é construída usando pedaços iguais de madeiras e encaixes para tornar o preço de custo menor e, portanto, a venda fica com valores mais acessíveis. As medidas dos pedaços de madeira correspondem a 30 cm. Para produzir escadas de um degrau, eles usam 5 pedaços de madeira, para construir escadas de 2 degraus usam 8 pedaços de madeira, e seguem a mesma lógica na construção de escadas de 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 e 10 degraus. A seguir apresentamos o modelo de três escadas:



Escada de um degrau

Escada de dois degraus

Escada de três degraus

Escreva duas afirmações verdadeiras que apresentem relações corretas entre o número de degraus e o número de pedaços de madeira e escreva três afirmações falsas sobre esta relação.

**Tarefa 17****a. 10 pessoas****b. 6 mesas****c. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8****d.**

<i>Mesa</i>	<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>	<i>7</i>	<i>8</i>
<i>Cadeira</i>	<i>4</i>	<i>6</i>	<i>8</i>	<i>10</i>	<i>12</i>	<i>14</i>	<i>16</i>	<i>18</i>

e. A relação é: O número de cadeiras é igual ao dobro do número de mesas somado com dois.**Tarefa 18****Afirmações Verdadeiras:**

- O número de pedaços de madeira é igual ao triplo do número de degraus somado com dois.
- Para encontrar o número de pedaços de madeira com quatro degraus a partir da escada de três degraus, basta somar 3 pedaços de madeira.

Afirmações falsas:

- O número de pedaços de madeira é igual a número de degraus somado com quatro.
- O número de pedaços de madeira é igual ao dobro do número de degraus somado com três.
- Para encontrar o número de pedaços de madeira com cinco degraus a partir da escada de três degraus, basta somar 3 pedaços de madeira.

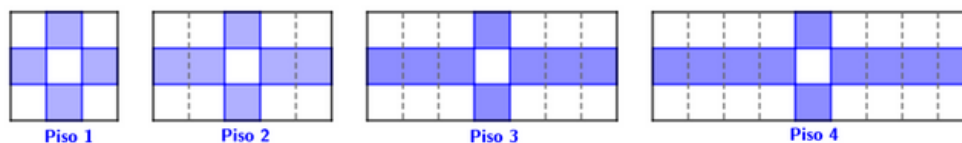
Ficha de Trabalho 10

A Tarefa 17 é referente a uma mesa com quatro cadeiras, que acrescentando outra mesa, grudada na primeira, há lugar para 6 pessoas, como o padrão se repete, o item a questiona quantas pessoas poderiam se sentar caso juntassem 4 mesas, seguindo a regularidade, a cada mesa colocada são acrescentados 2 lugares, desta forma, serão 10 pessoas, item b, solicita que informe quantas mesas são necessárias para 14 pessoas sentarem, embora seja dada a informação diferente do item a, a ideia é a mesma, a informação dada é que é inversa do item a. Em um diz a quantidade de mesas e pede a quantidade de pessoas sentadas, já no outro é dada a quantidade de pessoas que sentará e é pedido a quantidade de mesas necessárias, partindo da mesma regra é possível saber também esta informação, pois se em 4 mesas sentam 10 pessoas, em 5 sentarão 12 e em 6 sentarão 14. Item c, é para montar a sequência que corresponde as quantidades de mesas dadas, até 8 mesas, ou seja, colocar quantas cadeiras há para cada quantidade de mesas, indo do 1 até 8 mesas. Item d, o enunciado pede a relação entre o número de cadeiras e de mesas, pois é notório que uma quantidade está em função da outra. A resolução é 2 vezes a quantidade de mesas mais 2, ou seja, 1 mesa ficará: 2 vezes 1 (quantidade de mesas) + 2 = 4 cadeiras.

A Tarefa 18 fala de uma fábrica me que constrói escadas, é exposto 3 exemplos destas escadas, com 1 degrau, possui 5 pedaços de madeira, com 2 degraus 8 pedaços e com 3 degraus 11 pedaços, o enunciado solicita que marque a afirmação correta em relação a essas quantidades, observando a regularidade é possível identificar um padrão, a cada degrau acrescentado, há o acréscimo de 3 pedaços de madeira, uma outra relação envolve a quantidade de degraus, pois se com um degrau há 5 pedaços, com 2 degraus 8 pedaços de madeira, uma relação entre a quantidade de degraus e a de madeira é que a quantidade de pedaços de madeira é igual a 3 vezes a quantidade de degraus mais 2.



Em uma loja de material de construção existem cinco pisos retangulares de um mesmo padrão, porém de diferentes tamanhos. Encontram-se no mostruário apenas quatro modelos.



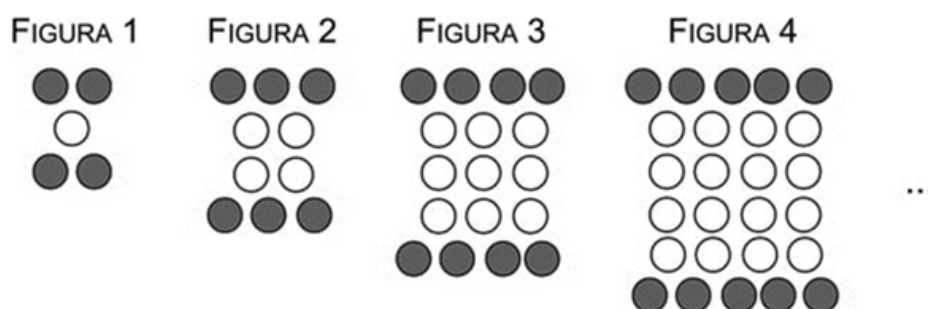
a. Observando cada um dos pisos complete a tabela, identificando cada letra ao total de quadrados:

	Piso 1	Piso 2	Piso 3	Piso 4	Piso 5
Total de quadrados azuis	4	6	A	B	C
Total de quadrados brancos	D	E	13	17	21
Total de Quadrados	F	15	21	G	H

	Piso 1	Piso 2	Piso 3	Piso 4	Piso 5
Total de quadrados azuis	4	6			
Total de quadrados brancos			13	17	21
Total de Quadrados		15	21		

- a. Escreva a sequência de números com o total de quadrados azuis de cada modelo, considerando os modelos de 1 ao 5. Qual a lógica dessa sequência?
- b. Escreva a sequência de números com o total de quadrados brancos de cada modelo, considerando os modelos de 1 ao 5. Qual a lógica dessa sequência?

Observe a sequência de figuras:



- a. A Figura 5 terá quantos círculos sem colorir (brancos)?
- b. A Figura 6 terá quantos círculos coloridos de cinza?
- c. Escreva uma sequência numérica com o total de círculos coloridos de cada figura, da primeira a oitava.
- d. Explique qual a lógica da sequência, ou seja, como você fez para encontrar o número de círculos que formam a próxima figura?



Tarefa 19

a.

	Piso 1	Piso 2	Piso 3	Piso 4	Piso 5
Total de quadrados azuis	4	6	8	10	12
Total de quadrados brancos	5	9	13	17	21
Total de Quadrados	9	15	21	27	33

b. 4, 6, 8, 10, 12.

São os números pares a partir do 4. Ou o número de quadrados azuis aumenta de 2 em 2.

c. 5, 9, 13, 17, 21.

O número de quadrados brancos aumenta de 4 em 4.

Tarefa 20

a. 25

b. 12

- c.
- $1^a \rightarrow 4$
 - $2^a \rightarrow 6$
 - $3^a \rightarrow 8$
 - $4^a \rightarrow 10$
 - $5^a \rightarrow 12$
 - $6^a \rightarrow 14$
 - $7^a \rightarrow 16$
 - $8^a \rightarrow 18$

d. Somar 2 ao total de círculos da figura anterior;

Se considerar como referência a posição é o dobro da posição menos 1.

R
E
S
P
O
S
T
A
SO
R
I
E
N
T
A
Ç
O
E
S

Ficha de Trabalho 11

Na Tarefa 19, são apresentados pisos retangulares de diferentes tamanhos. O que diferencia um piso do outro é que ao mudar de tamanho são acrescentados 2 quadrados azuis e 4 quadrados brancos nas suas laterais, havendo aí uma regularidade, para solucionar essa questão o discente precisa entender o padrão. No item a, o estudante deveria completar uma tabela, em que tinha algumas informações sobre os pisos e em outras células havia letras, que entendendo o padrão estabelecido o aluno consegue resolver e informar o valor que deve colocar no lugar dessas letras. As informações que necessitavam ser preenchidas eram referentes o total de quadrado branco, de quadrado azul e o total de quadrado (juntando os brancos e os azuis). Os itens b e c solicitam a sequência e a lógica dela, em relação aos quadrados azuis e os brancos.

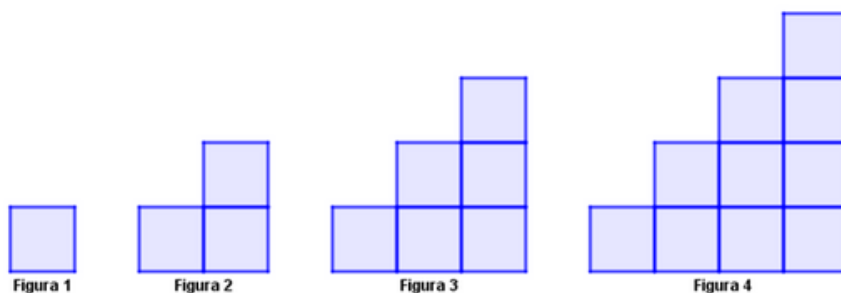
A tarefa 20, é semelhante a Tarefa 19, entretanto, o desenho é diferente e ao acrescentar as a o aumento é realizado em cima da quantidade anterior, ou seja, se acrescenta o que foi acrescentado na anterior mais 2. Então fica, figura 1, possui 4 bolas pretas e uma branca, na figura 2, serão 6 bolas (adicionou 2) pretas e 4 brancas (adicionou o que já tinha mais 2, ou seja $1+2=3$), na figura 3, 8 bolas (adicionou 2) pretas e 9 brancas (adicionou o que já tinha mais 2, ou seja, $3+2=5$), percebe que as pretas aumentam de constantemente, e as brancas não, mas continuam possuindo regularidade



Observe a sequência a seguir:

TAREFA

2 1

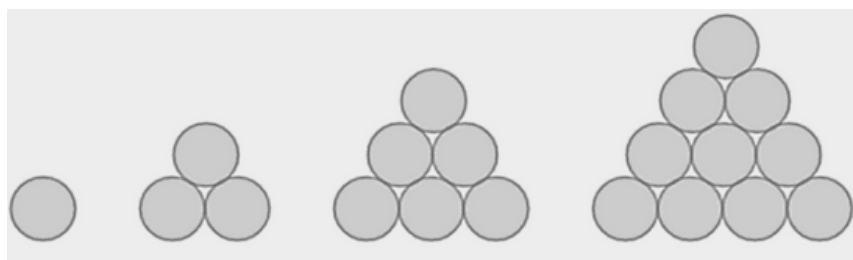


- A sequência numérica que expressa o número total de quadrados é 1, 3, 6, 10, 15, 21, ...
- Uma possibilidade de leitura de cada um dos termos é: $1, 2+1, 3+2+1, 4+3+2+1, \dots$
- A sequência numérica que expressa o número total de quadrados é 1, 3, 5, 7, 10, 13, 16, ...
- Seguindo o padrão, a Figura 7 terá 30 quadrados.
- Uma possibilidade de leitura de cada um dos termos é: $1, 2 \times 1, 3 \times 2 \times 1, 4 \times 3 \times 2 \times 1, \dots$

Observe a sequência de quatro figuras:

TAREFA

2 2



Suponha que as demais figuras são formadas com o mesmo padrão.

- Quantos círculos terá a 5ª e a 6ª figuras?
- Escreva uma sequência numérica com o total de círculos de cada figura, da 1ª a 8ª.
- Explique qual a lógica da sequência, ou seja, como você fez para encontrar o número de círculos que formam a próxima figura?



Tarefa 21

Afirmações verdadeiras:

·A sequência numérica que expressa o número total de quadrados é 1, 3, 6, 10, 15, 21,

·Uma possibilidade de leitura de cada um dos termos é: 1, 2+1, 3+2+1, 4+3+2+1,

R **Afirmações Falsas:**

E ·A sequência numérica que expressa o número total de quadrados é 1, 3, 5, 7, 10, 13, 16,...

S Esta afirmação é falsa, pois o padrão de acréscimo de quadrado de uma figura numa certa posição para a próxima não aumenta de forma regular e sim o acréscimo se altera sempre uma unidade a mais que a anterior.

P ·Seguindo o padrão, a Figura 7 terá 30 quadrados.

O Essa afirmação é falsa, pois, seguindo o padrão, a Figura 7 terá 28 quadrados, ou seja, 7+ 6+ 5 +4 +3 +2 +1.

S ·Uma possibilidade de leitura de cada um dos termos é: 1, 2x1, 3x2x1, 4x3x2x1,

T Essa afirmação é falsa, pois as multiplicações não apresentam o resultado igual a quantidade de quadrados de cada figura.

A

S

Tarefa 22

a. 15 e 21

b. 1, 3, 6, 10, 15, 21, 28, 36,...

c. Soma-se o número de círculos da base, ou seja, a partir do 1, +2, +3, +4, +5....

Outras respostas são possíveis.

Se considerar como referência a posição é o dobro da posição menos 1.

Ficha de Trabalho 12

O
R
I
E
N
T
A
Ç
O
E
S

As Tarefas da ficha de trabalho 12, tanto a Tarefa 21 como a Tarefa 22, a quantidade de quadrados e círculos, segue a sequência de adicionar quantidades dessas formas de maneira também sequencial, ou seja, da figura 1 para a figura 2, adiciona 2, totalizando 3 círculos, da figura 2 para a 3 adiciona 3 círculos, totalizando 6, da figura 3 para a 4, adiciona 4, totalizando 10 e assim sucessivamente.

A Tarefa 21, apresenta os desenhos das figuras e apresenta afirmações sobre regularidades, seu enunciado solicita que sejam identificadas e justificadas as afirmações verdadeiras. Já a Tarefa 22, como já mencionado trabalha a mesma ideia de sequência, mas seu enunciado, faz perguntas sobre as figuras seguintes, sobre a sequência das quantidades no geral e assim por diante.



TAREFA

23

Laura brinca de escrever sequências de números. A partir de um número natural maior do que 1, ela procede da seguinte forma para obter o próximo número.

- Se o número for par ela divide por 2.
- Se o número for ímpar e tiver apenas um algarismo ela soma 1 a esse número e divide por 2.
- Se o número for ímpar e tiver mais de um algarismo ela apaga o número das unidades.

Laura repete o procedimento com o número obtido até aparecer o número 1, quando termina a sequência.

Por exemplo, a sequência que começa com 1101 é formada por estes números

1101, 110, 55, 5, 3, 2, 1

a. Escreva a sequência que começa com 2357.

Qual o primeiro número de uma sequência que os próximos termos são:

?

482, 241, 24, 12, 6, 3, 2, 1

c. A resposta do item anterior é única? Justifique sua resposta.

d. Os dois últimos termos de qualquer sequência sempre serão 2 e 1? Justifique sua resposta.

**Tarefa 23**

a. 2357, 235, 23, 2, 1

b. 4823

c. Não, pode ser qualquer 482 terminando por um algarismo ímpar, ou seja, 4821, 4823, 4825, 4827 ou 4829.

Ou ainda pode ser um número par que seja o dobro de 482, ou seja, 964.

d. Sim, considerando que a premissa no enunciado é de que com as regras colocadas temos sempre que terminar com 1, e estamos usando números naturais o número anterior a 1, deverá ser 2 para encontrarmos a metade.

R
E
S
P
O
S
T
A
S

Ficha de Trabalho 13

A Tarefa 23 envolve o conceito de sequência, mas abrange outras temáticas. Entre essas, destaca-se o trabalho com divisão, no qual os alunos devem aplicar seus conhecimentos para dividir números adequadamente, bem como a capacidade de identificar se um número é par ou ímpar. Além disso, a tarefa inclui a aplicação da operação inversa, exigindo que os alunos compreendam a relação entre operações, como a inversão da adição pela subtração ou da multiplicação pela divisão.

Dessa forma, a Tarefa 23 não apenas reforça o entendimento de sequências, mas também adiciona outros assuntos.

O
R
I
E
N
T
A
Ç
Õ
E
S

CONSIDERAÇÕES SOBRE O PRODUTO

Este produto educacional, conforme já mencionado, tem como objetivo principal apresentar tarefas que promovem a interlocução entre o Pensamento Aritmético e o Pensamento Algébrico. Ele é composto por atividades diversificadas, que podem ser aplicadas tanto com estudantes dos anos iniciais do ensino fundamental quanto com licenciandos em Pedagogia, considerando que estes últimos, futuramente, serão responsáveis por mediar o aprendizado de seus alunos em sala de aula.

Uma característica importante a ser destacada é que muitas das tarefas propostas não possuem uma única solução correta. Isso abre espaço para a exploração do erro como uma ferramenta pedagógica. O uso dessas tarefas em sala de aula, seguido por discussões coletivas, permite que os estudantes revisitem suas respostas, reflitam sobre seus raciocínios e ajustem suas compreensões diante dos problemas propostos.

Nesse sentido, uma das recomendações para a utilização deste produto educacional é promover debates em sala, destacando os erros como parte essencial do processo de aprendizado. Essa abordagem possibilita que o erro seja visto como um aliado na construção de uma compreensão mais profunda e significativa, incentivando o desenvolvimento tanto do Pensamento Algébrico quanto do Pensamento Aritmético. Essa metodologia não apenas fortalece os conhecimentos dos estudantes, mas também enriquece a prática pedagógica dos futuros professores.

Autoras: