UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA

INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS

PROFMAT- MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL

Sonyele Bittencourt Cassiano

Gestos como ferramenta pedagógica: a importância da comunicação corporal no ensino e aprendizagem de matemática

Juiz de Fora

2025

Sonyele Bittencourt Cassiano

Gestos como ferramenta pedagógica: a importância da comunicação corporal no ensino e aprendizagem de matemática

Dissertação apresentada ao PROFMAT- Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional da Universidade Federal de Juiz de Fora como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Matemática. Área de concentração: Matemática na Educação Básica

Orientador: Prof. Dr. Eduard Toon

Juiz de Fora

2025

Ficha catalográfica elaborada através do Modelo Latex do CDC da UFJF
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

Cassiano, Sonyele Bittencourt.

Gestos como ferramenta pedagógica : a importância da comunicação corporal no ensino e aprendizagem de matemática / Sonyele Bittencourt Cassiano. – 2025.

76 f. : il.

Orientador: Eduard Toon

Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Juiz de Fora, Instituto de Ciências Exatas. PROFMAT- Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, 2025.

1. Gestos. 2. Cognição Incorporada. 3. Aprendizagem. I. Toon, Eduard, orient. II. Título.

Sonyele Bittencourt Cassiano

Gestos como ferramenta pedagógica: a importância da comunicação corporal no ensino e aprendizagem de matemática

Dissertação apresentada ao Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT da Universidade Federal de Juiz de Fora como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Matemática. Área de concentração: Matemática na Educação Básica.

Aprovada em 06 de março de 2025.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Eduard Toon - Orientador

Universidade Federal de Juiz de Fora

Prof. Dr. José Barbosa Gomes

Universidade Federal de Juiz de Fora

Profª. Drª. Tatiana Fernandes Sodero

Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro

Juiz de Fora, 10/02/2025.

Dedico este trabalho à minha família, pelo apoio incondicional em cada etapa desta jornada, e aos meus professores, que compartilharam seu conhecimento e me incentivaram a seguir sempre em frente. Aos meus amigos, pela motivação e pelas palavras de incentivo nos momentos desafiadores.

AGRADECIMENTOS

A Deus, por me fortalecer e guiar em cada etapa desta jornada.

À minha família, especialmente à minha mãe, Sônia, pelo apoio incondicional, paciência e incentivo ao longo de toda a caminhada acadêmica. Sem vocês, este sonho não teria se tornado realidade.

Ao meu orientador, Professor Dr. Eduard Toon, pela dedicação, orientação e pelas valiosas contribuições que enriqueceram este trabalho. Sua paciência e seus ensinamentos foram essenciais para minha evolução acadêmica e profissional.

Aos colegas de classe e amigos, pelo apoio mútuo, pelas trocas de conhecimento e pelos momentos de encorajamento, que tornaram essa caminhada mais leve e significativa.

Aos professores que, ao longo da minha trajetória, despertaram minha paixão pelo conhecimento e pela educação.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), pelo suporte financeiro recebido e pelo compromisso com a valorização da pesquisa e da educação no Brasil.

Por fim, aos meus alunos, que diariamente me inspiram a buscar novas formas de ensinar e aprender.

In sum, the spontaneous gestures we produce when we talk are not mindless hand waving. They not only reflect thought, but they also have the potential to change thought in both listeners and speakers. Gesture thus offers a tool that learners (and researchers) can use to make new discoveries about the mind (GOLDIN-MEADOW, Susan, 2014, p. 5).

RESUMO

Esta dissertação sugere uma abordagem diferente para o ensino de conteúdos matemáticos dos Anos Finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio, utilizando os gestos. Dando início com as dificuldades enfrentadas no ensino da matemática, seguida de uma análise sobre as perspectivas teóricas da cognição incorporada, do feixe semiótico e da multimodalidade. Utiliza como base teórica para os gestos, a classificação de McNeill (1992). Posteriormente, são apresentados exemplos práticos de como os gestos podem ser usados para auxiliar a aprendizagem significativa, juntamente com as habilidades encontradas na BNCC. Por fim, o trabalho disponibiliza um material didático voltado para professores de matemática, com o objetivo de criarem seus próprios gestos para enriquecem suas aulas.

Palavras-chave: gestos; cognição incorporada; aprendizagem.

ABSTRACT

This dissertation suggests a different approach to teaching mathematical content in the final years of elementary school and high school, using gestures. It begins with the difficulties faced in teaching mathematics, followed by an analysis of the theoretical perspectives of embodied cognition, the semiotic bundle and multimodality. It uses McNeill's classification (1992) as a theoretical basis for gestures. Subsequently, practical examples are presented of how gestures can be used to aid meaningful learning, together with the skills found in the BNCC. Finally, the work provides teaching material aimed at mathematics teachers, with the objective of creating their own gestures to enrich their classes.

Keywords: gestures; embodied cognition; learning.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BNCC	Base Nacional Comum Curricular
MEC	Ministério da Educação

LISTA DE SÍMBOLOS

$\iff$	Se e somente se
Δ	Triângulo
Â	Ângulo de vértice em A
$\overline{AB}$	Lado AB
α	Alfa
$\notin$	Não pertence a
$<$	Menor que
$>$	Maior que

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

A matemática tem grande relevância na formação acadêmica e no desenvolvimento lógico dos pensamentos dos alunos. No entanto, o ensino dessa disciplina vem enfrentando desafios significativos, provenientes de abordagens centradas na memorização e na reprodução mecânica de conteúdos, muitas vezes desconsiderando aspectos cognitivos e corporais que poderiam enriquecer o processo de aprendizagem. A presente dissertação tem como objetivo principal investigar o uso de gestos como ferramenta pedagógica no ensino de matemática, considerando as perspectivas teóricas da cognição incorporada, do feixe semiótico e da multimodalidade.

Este trabalho foi organizado em 6 capítulos. No capítulo 2, são discutidas as dificuldades enfrentadas no ensino da matemática e como abordagens baseadas na teoria da cognição incorporada, teoria do feixe e multimodalidade podem ajudar na superação dessa dificuldades explorando a relação entre gestos e cognição. A teoria da cognição incorporada afirma que a aprendizagem não se limita ao processo cerebral, mas envolve a interação entre corpo, mente e ambiente onde se encontra. Já o feixe semiótico trabalha com a relação entre diferentes modos, como gestos, linguagem e representações visuais, para melhorar a compreensão do conteúdo. Por fim, a multimodalidade aponta a relevância da integração de vários modos de comunicação, para enriquecer a aprendizagem.

No capítulo 3, são abordadas as teorias de feixe semiótico e da multimodalidade, fazendo uma reflexão de como diferentes modos de comunicação (gestos, linguagem verbal e representações visuais) podem ser combinados para auxilar a aprendizagem e para trabalhar com gestos foi utilizada a classificação desses por McNeill (1992). Segundo este autor, os gestos podem ser categorizados em quatro tipos principais: icônicos, que representam visualmente um objeto ou conceito; deíticos, que indicam localizações ou objetos no espaço; metafóricos, que representam ideias abstratas; e rítmicos, que acompanham o discurso enfatizando certos aspectos da comunicação. Discute-se, ainda, como a inclusão consciente dos gestos nas aulas pode promover maior engajamento e compreensão por parte dos estudantes, além de refletir sobre os desafios associados à utilização dos feixes semióticos e sobre a importância da metacomunicação no contexto educacional.

No capítulo 4, são apresentados exemplos práticos de como os gestos podem ser usados para facilitar a compreensão de conceitos matemáticos complexos. Entre eles, destacam-se gestos que ajudam os alunos a visualizar ângulos, compreender o funcionamento de equações através da metáfora de uma balança de dois pratos e interpretar propriedades geométricas, como arestas, vértices, perímetros e área. Essas atividades foram aplicadas em turmas do ensino fundamental e médio, proporcionando aos estudantes uma experiência mais concreta e interativa com os conteúdos. Os exemplos apresentados reforçam a premissa de que gestos podem atuar como poderosos recursos semióticos, conectando representações abstratas a experiências físicas, o que facilita a internalização de conceitos matemáticos. Além disso, apresenta também a impressão da autora sobre a aplicação dos gestos em sala de aula.

O capítulo 5 descreve a criação de um material didático voltado para os professores sobre o uso de gestos no ensino de matemática. São discutidos os objetivos do produto, sua estrutura e a forma como ele pode ser implementado em sala de aula.

Por fim, no capítulo 6, são apresentados os pontos principais da pesquisa e as implicações para o ensino da matemática, destacando os benefícios do uso de gestos e sugerindo direções para futuras investigações na área.

Ao longo desta dissertação, busca-se, portanto, ampliar a compreensão sobre o papel dos gestos no ensino de matemática, incentivando a adoção de metodologias mais inclusivas e eficazes, capazes de transformar a percepção dos alunos sobre a disciplina e promover um aprendizado mais significativo.

2 MATEMÁTICA E ENSINO: O PAPEL DOS GESTOS NA APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA

A matemática tem uma posição importante na maioria dos currículos educacionais em todo o mundo (Pereira, 2023). Ela é considerada um componente do patrimônio cultural da humanidade, visto que pode-se encontrá-la em nosso cotidiano desde atividades mais simples, como pesar alimentos ou olhar as horas, até em ações mais complexas, como programar algoritmos ou escrever modelos matemáticos. Afinal, a matemática é a base fundamental para o desenvolvimento do pensamento lógico, um dos principais instrumentos de trabalho em diversas áreas do conhecimento e em várias profissões (NCTM, 2000). Em um sentido mais amplo, a matemática é uma das principais ferramentas para inovações das civilizações desenvolvidas, fundando o desenvolvimento tecnológico e cultural (Kline, 1972) e fomentando o desenvolvimento das habilidades investigativas, algo altamente valorizado no mercado profissional (Devlin, 2000; Pereira, 2023).

Apesar de ser notável sua importância, a tarefa de ensinar e aprender a matemática vem enfrentando grandes problemas, porque muitos de seus conceitos não possuem ligação direta com experiências cotidianas, tornando-os de difícil associação a algo concreto para os alunos. Esses conceitos exigem a utilização de habilidades avançadas que muitas vezes os estudantes não possuem e, como consequência, esses enfrentam dificuldades e muitos não conseguem aprender com sucesso os conteúdos matemáticos. Como resultado, ficam desmotivados, frustrados, sentem-se confusos e insuficientes. Toda essa negatividade emocional em relação à matemática diminui a aplicabilidade e a compreensão dos alunos em relação à disciplina (Boaler, 2016).

Ao contrário de ciências mais concretas, como a geografia ou as próprias ciências naturais, a matemática envolve um alto nível de utilização do raciocínio simbólico. Este aspeto, muitas vezes é um grande desafio para os alunos, visto que são levados a examinar números e fórmulas com os quais tem pouco conhecimento ou experiência, uma vez que esses não se relacionam diretamente com o concreto (Sfard, 1991). A dependência de um raciocínio simbólico é cognitivamente muito exigente (Sfard, 1991), e vários alunos têm níveis diferentes de compreensão da matéria, o que leva a um ambiente altamente desafiador onde alguns alunos não compreendem as informações passadas e acabam ficando para trás em relação aos demais (Pereira, 2023).

Tendo em vista que os métodos de ensino tradicionais estão em grande parte limitados à instrução verbal e à memorização, eles são criticados por não terem o “poder” na aprendizagem significativa dos conceitos matemáticos (NCTM, 2000). Métodos nesse formato permitem apenas a transmissão de regras e processos, mas essa abordagem não tem valor cognitivo, o que significa que os alunos não recebem nenhuma motivação adicional para aprender por esse caminho (Souza; Mattos, 2024). Assim, muitos alunos aprendem a resolver problemas mecânicos, mas são ineficazes quando se trata de aplicá-los a novos contextos ou outros tipos de problemas. O uso de memória de curta duração atrapalha o desenvolvimento crítico e cria um obstáculo para estudos posteriores (Greeno et al., 1996).

O sistema avaliativo solidifica o princípio mencionado acima, a avaliação das habilidades matemáticas nas escolas é focada em problemas de repetição e memorização de regras (Boaler, 2016). A consequência é uma relação superficial com o conteúdo, onde o foco está na repetição de algoritmos, em vez do desenvolvimento de habilidades críticas para o raciocínio e resolução de problemas (Kilpatrick et al., 2001). Segundo Hiebert e Grouws (2007), tais práticas deixam o aluno sem muitas opções a não ser resolver problemas por meio de recordação física, sem a exploração de implicações relevantes. Quando os alunos são levados a memorizar sem entender os conceitos pressupostos, a matemática pode se tornar um conjunto de regras aparentemente desconexas para eles, uma reunião pouco lógica e criativa (Boaler, 2016; Greenoet et al., 1996).

No entanto, abordagens inovadoras baseadas na teoria da cognição incorporada (embodied cognition), teoria do feixe semiótico e multimodalidade vêm ganhando destaque no ensino. Essas teorias afirmam que a aprendizagem não está relacionada apenas com o cérebro, mas que é influenciada pelo corpo e suas relações com o ambiente onde se encontra. Essas sugerem que estratégias de ensino multimodais, que são combinações de movimentos corporais, interações físicas e representações visuais, são mais eficazes do que métodos exclusivamente verbais ou textuais. Essas abordagens melhoram a compreensão e a aplicação prática dos conteúdos (Barsalou, 2008; Goldin-Meadow, 2005).

O ponto em comum entre as três teorias é que todas enfatizam que o aprendizado é mais eficiente quando envolve múltiplos recursos ou modos, indo além da linguagem verbal ou textual. Gestos, representações visuais e interações físicas funcionam como complemento às formas tradicionais de ensino, criando significados mais ricos e acessíveis no processos de ensino-aprendizagem (Kress, 2010). Já as diferenças são, enquanto a teoria da cognição incorporada foca na relação corpo e mente no aprendizado (Quirós et al., 2024), a teoria do feixe semiótico detalha como diferentes sistemas de significação interagem na construção do conhecimento (Manolino et al., 2023) e a multimodalidade explora a integração de múltiplos modos de comunicação e representação no ensino (Aizawa et al., 2024).

A teoria da cognição incorporada argumenta que o pensamento humano não está isolado do corpo ou do ambiente, mas é moldado por eles. O corpo e suas interações com o mundo físico influenciam os pensamentos, incluindo a aprendizagem e resolução de problemas. No ensino, a teoria da cognição incorporada sugere que estratégias que envolvem movimentos corporais, gestos e manipulações físicas tornam o aprendizado mais significativo e duradouro (Barsalou, 2008; Varela et al., 1991). Assim, essa teoria afirma que o raciocínio humano está ligado a experiências corporais e interações com o ambiente;

em outras palavras, “não pensamos apenas com a mente, mas também com o corpo” (Varela et al., 1991, p. 173, tradução nossa).

Introduzida por Arzarello et al. (2006), a teoria do feixe semiótico é um conceito que descreve a interação e a articulação de múltiplos recursos semióticos, como fala, gestos, escrita, símbolos matemáticos, expressões faciais e uso de objetos, no processo de comunicação e construção de significado. A aprendizagem torna-se mais eficaz quando esses recursos estão interligados, criando “feixes” que auxiliam na construção da ligação entre representações abstratas e concretas (Manolino et al., 2023).

Completando as teorias acima, têm-se a multimodalidade que analisa como a comunicação e a aprendizagem utilizam múltiplos modos de significação, como texto, imagem, som, gestos e outros recursos visuais ou corporais (Kress, 2010). Isso significa integrar esses modos para enriquecer o processo de compreensão do que foi dito, criando ambientes inclusivos que atendam a diferentes estilos de entendimento (De Castro; Leivas, 2022). A multimodalidade possibilita que os alunos explorem a matemática em profundidade, conectando diferentes formas de conhecimento (De Castro; Leivas, 2022). Portanto, ela é uma prática de ensino colaborativa e inclusiva e deve ser encorajada pelo professor (Jewitt, 2009; Gee, 2005).

A teoria de feixe semiótico e a multimodalidade demonstram como várias formas de representação podem melhorar a aprendizagem. Segundo Kress (2010, p 79, tradução nossa), “O modo é um recurso semiótico moldado socialmente e culturalmente para a construção de significado. Imagem, escrita, *layout*, música, gesto, fala, imagem em movimento, trilha sonora e objetos 3D são exemplos de modos usados na representação e comunicação”. Educadores podem enriquecer a aprendizagem ao integrar essas múltiplas formas de expressão, ajudando os alunos a desenvolver uma compreensão mais ampla e interconectada dos conceitos, aumentando seu pensamento crítico para resolver problemas matemáticos contextualizados. De acordo com Gee (2005) e Jewitt (2009), os alunos constroem e expressam os significados de maneiras diferentes e possuem estilos diversificados de compreensão.

No ensino de matemática, a teoria da cognição incorporada justificaria o uso de gestos para tornar conceitos abstratos mais tangíveis. Simultaneamente, os feixes semióticos ajudariam a conectar esses gestos a diagramas e expressões algébricas, enquanto a abordagem multimodal ampliaria isso ao incluir vídeos, textos e recursos interativos para criar um ambiente de aprendizado rico e diversificado. McNeill (1992) e Goldin-Meadow (2005) referem-se a esse argumento, afirmando que os gestos ajudam a estruturar o pensamento e são ferramentas cognitivas que facilitam a compreensão de conceitos abstratos. Além disso, Goldin-Meadow (2005) defende que os gestos são um canal independente de comunicação que pode facilitar a compreensão.

De acordo com Schröder (2024), Manolino et al.(2023) e Erba (2024), os gestos têm um grande impacto na compreensão do discurso falado; portanto, podem funcionar como uma ferramenta que fortalece e descomplica a compreensão do conteúdo transmitido. Assim, os gestos são um elo crucial entre o pensamento e a fala, pois transformam pensamentos abstratos em imagens e ações motoras que auxiliam na comunicação e na compreensão de ideais complexas (Possatti; Da Silva, 2023).

Conforme apontado por Rizzolatti e Sinigaglia (2008), os gestos têm efeitos na ativação dos neurônios-espelho, que "são um conjunto de células neuronais encontradas nas áreas do córtex pré-motor e parietal inferior, no lobo parietal posterior, no sulco temporal superior e na ínsula" (Madureira, 2024, p. 6). Esses neurônios são ativados tanto quando uma pessoa realiza uma ação quanto quando observa outra pessoa executando essa mesma ação. (Madureira, 2024). Quando o discurso é complementado por gestos, o cérebro processa simultaneamente as duas informações, aumentando a riqueza da interpretação do conteúdo falado. Esse mecanismo ajuda o receptor a conectar diretamente o discurso falado com visualizações fornecidas na forma de gestos, simplificando o entendimento da mensagem (Possatti; Da Silva, 2023).

Outro fator crucial é a simulação de ação que ocorre por meio dos gestos, como evidenciado por Hostetter e Alibali (2008). Os gestos ajudam o receptor a obter uma representação visual das informações passadas, simplificando a forma como eles interpretam o discurso e reduzindo a carga cognitiva (Seccia; Goldin-Meadow, 2024). O processo é útil em ambientes de ensino, onde professores ao usarem gestos podem ajudar os alunos a compreender conceitos difíceis relacionados à forma espacial e às operações matemáticas (Kurz; Franchi, 2024).

Além disso, gestos são úteis para a retenção e memorização de informação. Uma vez que os gestos ajudam a codificar informações de maneira mais concreta, eles podem ser melhor memorizados e recuperados (Goldin-Meadow, 2005). Quando há a visualização do gesto juntamente com o discurso falado, o cérebro reforça a codificação das informações, criando uma representação mental que se assemelha àquele gesto que pode ser facilmente lembrado, facilitando o entendimento e melhorando a durabilidade da memória (Seccia; Goldin-Meadow, 2024).

Por fim, Kita e Özyürek (2003) afirmam que os gestos também servem como organizadores do discurso e do pensamento. Eles ajudam o falante e o ouvinte a organizarem seus pensamentos no decorrer da comunicação. Para o ouvinte, os gestos servem como marcadores visuais mostrando a estrutura e o caminho do pensamento do falante, tornando o discurso mais claro e alinhado, especialmente em contextos mais avançados, onde o discurso é mais difícil de se seguir. Em situações mais complexas, os gestos ajudam o ouvinte a segmentar e categorizar as informações recebidas (Özer; Göksun, 2020).

Em particular, tal como afirmam Cook et al. (2008, p. 467, tradução nossa), os estudantes constroem “relações mais fortes entre o conceito abstrato e a sua manifestação física e gestual” ao usar gestos para se expressar. Em outras palavras, o uso de gestos não só ajuda no aprendizado de conteúdo, mas é também um método de ensino colaborativo, no qual alunos e professores constroem juntos o significado e onde os alunos podem se expressar por meio dos gestos.

No geral, a obtenção de uma pedagogia matemática multimodal prática e inclusiva impactaria positivamente a aprendizagem matemática expondo alunos de todas as idades e habilidades a uma variedade de abordagens e conceitos, reduzindo assim a exclusão inerente ao ensino de uma única maneira de conceitos complexos, (Boaler, 2016; Kilpatrick et al., 2001). Por exemplo, no caso dos gestos, esses são mais do que acompanhamentos passivos da fala. Eles desempenham um papel ativo no discurso, ao transformar ideias linguísticas em representações concretas e visuais, criando uma base cognitiva que facilita a comunicação (De Lima; Amaral, 2024). Isso é fundamental em situações de alta demanda cognitiva, em que a clareza e a estrutura do pensamento são essenciais para uma comunicação eficiente.

3 INTEGRAÇÃO DE SIGNIFICADOS: O FEIXE SEMIÓTICO E A MULTIMODALIDADE NO ENSINO DE MATEMÁTICA

O ensino da matemática é acompanhado de grandes desafios relativos à compreensão e à comunicação de conceitos abstratos. Dado o ambiente escolar atual cada vez mais diversificado, os educadores devem ter em mente que é de extrema importância adotar estratégias para tornar o conteúdo acessível a todos os alunos (Da Costa, 2024).

A utilização de uma abordagem multimodal e de feixe simiótico ao ensinar tornou-se evidente nos recentes estudos sobre ensino, uma vez que a comunicação e a aprendizagem vão além da fala e da escrita (Quirós et al., 2024; Manolino et al., 2023; Paim et al., 2023). Para Possatti e Da Silva (2023, p. 41), "o propósito da multimodalidade é unificar todas as maneiras de atribuir significado em uma única base teórica, uma teoria integradora". Assim, essa abordagem envolve uma série de modos que vão muito além das palavras e da linguagem, ao utilizar gestos, expressões faciais, imagens, sons e interações corporais.

Kress (2010) define a multimodalidade como comunicação que funciona em vários modos ou canais que também podem ser entendidos como linguagem verbal, gestos, escrita, imagens e tecnologias digitais. Esses modos se interconectam e interagem, ao invés de funcionarem de maneira separada. Por exemplo, no ensino de matemática, o professor pode não apenas explicar verbalmente um conceito, mas também usar gestos para demonstrar a relação entre os elementos de uma equação, ou do desenho do gráfico de uma função no quadro ou através da utilização de ferramentas tecnológicas que simulam o comportamento de funções matemáticas. Cada um desses modos contribui significativamente para a compreensão dos alunos, formando o que Kress e Van Leeuwen (2001) chamam de "feixe semiótico" que é uma combinação integrada de recursos semióticos que reforçam e expandem o processo de ensino-aprendizagem, tornando-o mais eficaz.

A multimodalidade, segundo Kress (2010), fornece um recipiente rico ao aluno, através do qual é esperada correspondência entre os recursos e a ideia transmitida, atendendo as diferentes formas de aprendizagem em sala de aula (Welmer, 2024). Essa abordagem inclui múltiplos modos de ensino, integrados de maneira aprimorada pelo feixe semiótico. A multimodalidade promove um ambiente de aprendizado inclusivo, onde todos os alunos – independentemente de seus estilos de aprendizagem ou barreiras linguísticas – podem ativamente participar da construção de significado (Welmer, 2024).

No caso do ensino de matemática, a multimodalidade pode ser particularmente útil, já que a disciplina apresenta muitos conceitos abstratos e de difícil compreensão. Assim, a multimodalidade oferece fatores adicionais de comunicação que contribuem para a construção de significado (Manolino et al, 2023). O ensino multimodal na matemática facilita a compreensão dos conceitos complexos e promove a aprendizagem ativa, inclusiva e colaborativa. Quando os alunos têm barreiras de linguagem ou estilos de aprendizagem diferentes, essa abordagem proporciona múltiplas vias para a compreensão, tornando a aprendizagem mais equitativa, possibilitando que alunos com habilidades limitadas ou desigualdades na proficiência da escrita se beneficiem da multimodalidade (Possatti; Da Silva, 2023).

A multimodalidade também contribui com a acessibilidade e a inclusão ao atender às necessidades de alunos com diferentes habilidades e estilos de aprendizagem. Rose e Meyer (2002) enfatizam que o ensino por meio de uma variedade de modos de comunicação pode ser particularmente eficaz nas práticas pedagógicas baseadas nas necessidades dos alunos. Para estudantes com deficiências, diferentes maneiras de apresentar conteúdo pode ser uma ponte para a aprendizagem, permitindo que os alunos se envolvam com ele de maneira adaptável às suas necessidades (Castellon; Enyedy, 2006).

Moreno-Armella et al. (2008) enfatizam que os recursos semióticos devem ser explorados para expandir a capacidade dos alunos de internalizar conceitos e generalizações matemáticas. Eles argumentam que a representação gráfica e simbólica dos problemas, quando aplicados de forma multimodal, dão aos alunos uma perspectiva mais ampla no problema matemático e promovem não apenas a resolução técnica, mas o desenvolvimento da intuição matemática.

Neste contexto, o feixe semiótico, conforme definido por O'Halloran (2005), é uma abordagem aplicável não apenas ao ensino de matemática, mas também a muitos outros campos do conhecimento. O'Halloran (2005, p. 111, tradução nossa) destaca que um "feixe semiótico" é um "contexto no qual diferentes modos de significação – tais como vários tipos de imagem e texto – coexistem e se inter-relacionam para fazer significado conjunto". A teoria do feixe semiótico explora como diferentes modos de representação se associam para facilitar a compreensão e comunicação. Portanto, a base para a integração multimodal é como diferentes modos se relacionam entre si. Como O'Halloran (2005, p. 20, tradução nossa) observa, a combinação de múltiplos modos semióticos dá à aprendizagem "mais profundidade, sentimento, relevância, sensorialidade e subjetividade". Em outras palavras, mais modos significam que há mais formas para tornar o conteúdo significativo (De Souza et al., 2024).

O contexto do feixe semiótico é altamente relevante para o ensino de matemática, com seu nível elevado de abstração. A combinação de representações textuais e gestos permite aos alunos ver ideias muito abstratas e, ao mesmo tempo, moldá-las para algo mais palpável. Radford (2009, p. 111, tradução nossa) apontou que os gestos são uma excelente maneira de externalizar os processos cognitivos, tornando esses "conteúdos abstratos visíveis" para outras pessoas.

A interconexão dos gestos com a fala, a escrita e a visualização de significados tem um forte impacto na compreensão dos alunos. Arzarello et al. (2006) afirmam que a multimodalidade ajuda os alunos a navegarem entre representações, envolve-os de forma mais completa e os torna construtores e definidores mais eficazes de significados.

As operações matemáticas, como as vistas na álgebra e na geometria, envolvem representações simbólicas e ideias que nem sempre se relacionam diretamente com a experiência cotidiana dos alunos. Neste contexto, a abordagem multimodal se torna especialmente eficaz. Para Radford (2009), gestos, diagramas, objetos manipuláveis e tecnologias podem atuar como pontes que conectam o abstrato ao concreto, permitindo que os alunos visualizem e interajam com conceitos que seriam difíceis de compreender apenas por meio da linguagem verbal. Por exemplo, ao ensinar as transformações de figuras geométricas, como rotações e translações, um professor pode usar gestos manuais para demonstrar o movimento no espaço, enquanto usa desenhos no quadro para mostrar uma representação visual deste processo.

A abordagem multimodal auxila a compreensão da linguagem matemática e dos conceitos, e também incentiva os alunos em seus estudos. Com a exposição a diferentes modos de comunicação, os alunos são incentivados a envolver-se diretamente com o material. Por exemplo, a observação de um professor usando gesto para explicar um conceito matemático pode levar os alunos a usarem gestos por si próprios, o que transforma a aprendizagem em uma experiência prática e colaborativa. Imitar gestos, como explicou Radford (2009), é uma forma de aprender encenando, e a ação física dos alunos reforça a memória dos conceitos matemáticos e a compreensão.

Para o ensino da matemática, a multimodalidade pode ser observada nos seguintes exemplos: a multimodalidade manifesta-se por meio do uso de tecnologias interativas para a visualização de dados numéricos, simulações de funções matemáticas e movimentos de objetos geométricos, bem como diagramas e gráficos que representam relações quantitativas. Cada modo singular serve a um propósito específico no ensino e aprendizagem, mas é sua coordenação que suporta o aprendizado ativo e a retenção. A multimodalidade não favorece apenas a compreensão mais efetiva de conceitos complexos, ela também apoia o aprendizado ativo, envolvendo os alunos no processo. A prática pedagógica que incorpora múltiplos modos semióticos promove um ambiente de aprendizagem dinâmico, pois encoraja os alunos a explorar e experimentar, tornando a experiência de aprendizado rica e mutuamente colaborativa.

Desta forma, a multimodalidade no ensino de matemática também contribui para o desenvolvimento de habilidades digitais nos alunos, que é outra competência fundamental para o mundo contemporâneo. A utilização de plataformas digitais e tecnológicas na sala de aula de matemática não somente facilita a visualização de conceitos abstratos, mas também prepara o estudante para uma sociedade cada vez mais digital e tecnológica. Jewitt (2008) ressalta que a multimodalidade propõe formas inovadoras de engajamento com o conhecimento, sendo, portanto, essencial para atender a demandas educacionais contemporâneas, com a diversidade em sala de aula e o avanço tecnológico.

No entanto, a eficácia desse método depende da coordenação consciente e intencional por parte do professor. Isso implica, como esclarece Arzarello (2006), que a integração de modos seja planejada estrategicamente, garantindo que os diversos modos e seus sistemas não se anulem mutuamente. Assim, o aprendizado multimodal também exige um tipo de pedagogia reflexiva, onde o professor reflete em como o gesto, as representações visuais e a fala interagem entre si. Quando coordenados de maneira eficaz, esses elementos proporcionam uma experiência educacional adequada e acessível, oferecendo aos alunos múltiplos modos de interpretação sobre o que está sendo ensinado.

A teoria de McNeill (1992) sobre gestos enfatiza a relevância desse processo em um sistema de comunicação integrado. Ele argumenta que gestos e fala formam um sistema único, no qual ambos contribuem simultaneamente para a construção de significados. No caso de uma aula de matemática, este ponto de vista implica que os gestos podem ilustrar o aspecto espacial e dinâmico de um conceito de maneira que sozinho a linguagem verbal não consegue. Por exemplo, um professor pode usar gestos para mostrar que a curva de uma função é crescente ou decrescente, ajudando os alunos a visualizar a relação entre os números e a representação gráfica dessa função.

McNeill (1992) classifica os gestos em quatro categorias principais: icônicos, deíticos (ou dêiticos), metafóricos e rítmicos. Cada uma dessas categorias contribui de maneira específica para a compreensão de conceitos matemáticos, os quais faremos uma breve descrição abaixo.

3.1 GESTOS ICÔNICOS

Esses gestos representam visualmente um objeto ou ações, ou seja, “que ilustram ações ou formas concretas, ligadas ao que está sendo dito no discurso” (Possatti; Da Silva, 2023, p.43). Em aulas de matemática, costumam ilustrar formas geométricas ou operações. Se um professor quer explicar como um triângulo é formado, ele pode retratá-lo com seus dedos para reforçar visualmente o objeto, auxiliando o aluno a imaginá-lo, assim como as relações entre seus elementos.

De acordo com McNeill (1992), os gestos icônicos têm um vínculo direto com o conteúdo da fala, pois acresce uma explicação verbal através de representação visual do conceito. Assim, ao agregar o icônico, ao verbal e ao quadro, forma-se um feixe semiótico, que possibilita a construção do conhecimento no aluno, especialmente para aqueles que têm maior dificuldade em abstrair e generalizar o verbal e o simbólico (Possatti; Da Silva, 2023).

3.2 GESTOS DEÍTICOS

Esses gestos são usados para apontar para objetos ou locais específicos, ou seja "que servem para indicar ou direcionar, muitas vezes representados pelos movimentos de apontar, são normalmente acompanhados de palavras como "aquele", "ali", "aqui", "eu", etc.;" (Possatti; Da Silva, 2023, p. 43). No ensino de matemática, um exemplo de gesto deítico seria apontar para partes de uma equação, gráfico ou figura geométrica, direcionando a atenção dos alunos para os elementos de destaque. Por exemplo, quando aponta para um número ou símbolo no quadro, o professor utiliza um gesto deítico.

Esses gestos também são usados para sinalizar a interação professor-aluno. Os alunos frequentemente apontam para as partes do quadro, seus livros ou seus cadernos ao responder a uma pergunta do professor ou explicar suas soluções. Isso cria uma interação dinâmica, ou seja, "pode ser uma ferramenta que auxilia os professores a entender o que se passa na cabeça dos alunos, bem como entender o quanto eles aprenderam com o conteúdo por meio de suas falas articuladas com seus gestos" (Freitas; Andrade, 2023, p. 10). Um exemplo seria quando um aluno aponta para parte de uma equação para indicar que subtraiu uma constante em ambos os lados da igualdade ao apresentar uma solução para determinado problema.

3.3 GESTOS METAFÓRICOS

Os gestos metafóricos são empregados para descrever ideias que não possuem correlação direta com o plano físico, o que permite transformar informações complexas do conhecimento geral a partir do gestual, ou seja, "são gestos representacionais que mostram imagens de conceitos abstratos relacionados à fala concorrente" (Moro et al., 2015, p. 15).

Esses gestos podem auxiliar os alunos a compreenderem conceitos que não possuem ligação direta com o mundo real, fazendo a construção do conteúdo através da visualização do gestual, ou seja, "usados para dar forma à ideia que está sendo explicada, com formas específicas como uma ondulação mais geral das mãos que simbolize a complexidade do que está sendo explicado" (De Faria, 2018, p. 64).

No ensino de matemática, por exemplo, um professor pode usar gestos metafóricos para exemplificar a ideia de "aumentar" movendo a mão para cima, ou "diminuir" ao abaixá-la. Tais visões tornam as ideias mais evidentes e facilitam para os alunos associarem os gestos às operações matemáticas.

3.4 GESTOS RÍTMICOS

Os gestos rítmicos seguem o ritmo da fala e funcionam como organizadores das ideias. Eles não veiculam um significado próprio, mas estão ligados a um trecho ou a alguma parte do que está sendo dito. De acordo com Assis (2018, p. 41), "os gestos rítmicos podem ser tão curtos quanto um só movimento, para marcar um ponto importante em uma conversa, um ponto de inflexão, ou mesmo uma série de repetições que poderiam, por exemplo, destacar um conceito crítico."

Quando um professor explica, principalmente questões matemáticas complexas, eles sinalizam orientações em relação à lógica e à sequência da explicação. "Sendo assim, ele (McNeill, 1992) classifica o típico gesto rítmico como um simples toque dos dedos ou da mão em um movimento que pode ser descendente ou para frente e para trás." (Lisboa; Avelar, 2023, p. 3). Por exemplo, enquanto o professor está conduzindo a explicação de uma solução algébrica, ele pode fornecer, aos alunos, a pista para entender o processo sequencial usando gestos rítmicos, levantando a mão suavemente de cima para baixo enquanto explica a adição e subtração de termos.

3.5 A INCLUSÃO EDUCACIONAL E O FEIXE SEMIÓTICO

Com o surgimento da inclusão, a ideia de uma escola para todos está transformando o ambiente escolar no Brasil, que recebe cada vez mais pessoas com diferentes tipos de necessidades (Peixoto, 2015). De acordo com isso, precisa-se atualizar as metodologias de ensino, logo, "torna-se uma importante ferramenta a adoção de novas práticas pedagógicas, visando mudanças e atualizações de conceitos, de modo a proporcionar um espaço de maior interação e acesso ao conhecimento" (Da Silva; Miguel, 2020, p. 881).

Tendo isso em mente, o papel do feixe semiótico no ensino pode ser vital devido ao seu efeito positivo na inclusão educacional, pois há várias possibilidades de transmitir o conteúdo. A variedade de representação semiótica não são apenas ferramentas auxiliares, mas se torna uma condição indispensável para a aprendizagem de conteúdos matemáticos (Duval, 2006). A matemática é frequentemente um campo de dificuldade para estudantes. A inclusão de vários modos semióticos, como gestos, fala, escrita e símbolos promove o entendimento e o envolvimento dos alunos em um determinado assunto.

Kress (2010) afirma que a multimodalidade oferece várias vias para os alunos se apropriarem de diferentes conceitos de uma maneira significativa. A integração de diferentes modos beneficia também a aprendizagem de classes multi-literadas. Alunos com estilos diferentes de aprendizagem ou problemas de comunicação verbal podem achar a multimodalidade útil para se apropriarem do que o professor quer ensinar em qualquer lição. Arzarello et al. (2006) acreditam que a multimodalidade envolvendo gestos e modos visuais ajuda o aluno a participar mais ativamente e entender os conceitos complexos da matemática, onde estudantes com níveis diferentes de conhecimento têm um papel mais dinâmico no aprendizado. Roth (2001) afirma que a multimodalidade complementa a característica do aprendizado colaborativo e ajuda o aluno a expressar suas ideias.

3.6 METACOMUNICAÇÃO: UM CAMINHO PARA APRIMORAR O ENSINO DE MATEMÁTICA

Metacomunicação significa comunicar sobre a comunicação. Ela desempenha um papel fundamental no ensino, servindo como um mecanismo que vai além das palavras ditas, ajudando a moldar a interpretação, a compreensão e a conexão entre professores e alunos. “O uso da metacomunicação em salas de aula permite que as crianças saibam como agir no momento em relação ao professor, seus colegas e a comunidade que está sendo construída” (Helliwell, 2018, p. 112, tradução nossa).

No contexto educacional, a metacomunicação é especialmente importante porque ela permite que os professores transmitam, de maneira sutil e eficaz, mensagens sobre a importância de certos conteúdos, a relevância de temas abordados e as expectativas em relação ao aprendizado. Segundo Watzlawick et al. (1967), a metacomunicação abrange todos os elementos da comunicação que não estão diretamente relacionados ao conteúdo da mensagem, mas à maneira como ela é transmitida, destacando-se por seu papel na orientação da interpretação das informações.

A metacomunicação inclui o uso de gestos, tom de voz, expressões faciais e postura para complementar o conteúdo falado. Esses elementos não verbais atuam como uma “camada extra” de comunicação, essencial para ajudar os alunos a interpretarem a intenção e o foco do professor. O uso da metacomunicação facilita a compreensão, pois ajuda a estruturar o discurso e destaca partes cruciais da explicação, minimizando o risco de confusão (Arzarello, 2006).

Além disso, a metacomunicação contribui para a criação de um ambiente de aprendizagem acolhedor e seguro. Por meio de um sorriso, um aceno de cabeça ou uma postura aberta, o professor pode transmitir encorajamento e suporte, fazendo com que os alunos se sintam à vontade para participar, perguntar e arriscar respostas. Segundo Goffman (1959), esses sinais não verbais desempenham uma função essencial na construção da interação, pois contribuem para ajustar a dinâmica da comunicação e a estabelecer um ambiente de confiança e receptividade.

Por fim, a metacomunicação também ajuda a alinhar expectativas e a construir a motivação dos alunos. Por meio de uma entonação mais firme ou de um olhar focado, o professor pode demonstrar a importância de um determinado conteúdo ou o alto nível de esforço esperado. Esses sinais permitem que os alunos compreendam a relevância do que está sendo ensinado, promovendo uma atitude mais engajada e comprometida. Como afirma David (1960), a forma como a informação é passada é tão importante quanto o seu conteúdo, uma ideia central que reforça o impacto da metacomunicação na experiência educacional.

3.7 APLICAÇÕES DO FEIXE SEMIÓTICO NO ENSINO DE MATEMÁTICA

Para exemplificar a aplicação do feixe semiótico no ensino da matemática, focando principalmente na gesticulação, podemos analisar alguns exemplos práticos que demonstram como os gestos podem ser integrados para facilitar a compreensão de conceitos matemáticos.

Exemplo 1: Resolução de Equações

Ao ensinar a resolução de equações, o professor pode empregar uma combinação de fala, escrita, gestos icônicos e deíticos. Enquanto escreve uma equação no quadro, ele descreve verbalmente cada termo, e, simultaneamente, usa gestos deíticos para destacar partes específicas, direcionando o foco dos alunos para elementos cruciais.

Além disso, gestos icônicos podem ilustrar etapas da resolução. Por exemplo, ao mostrar como isolar uma variável, o professor realiza um gesto de separação, transmitindo visualmente a ação realizada na equação. Essa combinação de modos semióticos oferece aos alunos uma compreensão mais clara do processo, pois complementa a explicação verbal com uma representação visual.

Exemplo 2: Gráficos de funções

Na introdução ao conceito de gráficos de funções, o professor pode combinar fala, escrita, gestos icônicos e representações visuais para enriquecer o ensino. Ao desenhar um gráfico no quadro, ele explica verbalmente o significado de cada parte.

Durante o desenho, o professor usa gestos icônicos para indicar se a função está crescendo ou decrescendo, movendo as mãos para cima ou para baixo. Gestos deíticos também podem destacar pontos importantes do gráfico, como o vértice ou os pontos de interseção. Essa abordagem combina diferentes modos semióticos para proporcionar uma compreensão visual do conceito, ajudando na assimilação do conteúdo.

Exemplo 3: Geometria e Formas

No ensino da geometria, o uso de diferentes modos semióticos facilita a construção de significados. Ao ensinar sobre formas geométricas, como triângulos e quadrados, o professor pode usar gestos icônicos para simular as formas com as mãos, permitindo que os alunos visualizem os objetos matemáticos abordados. Esse gesto ajuda a materializar as formas abstratas, facilitando a compreensão de suas propriedades.

Além disso, ao apresentar fórmulas relacionadas, o professor utiliza a escrita e gestos deíticos para destacar partes específicas da fórmula enquanto explica cada componente. A combinação de gestos, fala e escrita cria uma abordagem multimodal que facilita a construção de significados de forma clara e eficaz.

3.8 REFLEXÕES SOBRE OS DESAFIOS DA UTILIZAÇÃO DO FEIXE SEMIÓTICO

Embora o feixe semiótico forneça uma abordagem valiosa para o ensino da matemática, ele apresenta desafios e limitações que devem ser considerados. Um dos principais obstáculos é a formação docente, já que a integração de diversos modos semióticos em sala de aula exige que os professores tenham conhecimento suficiente para identificar e coordenar esses diferentes modos de maneira eficaz (Valerie; Enyedy, 2017). Segundo Font et al. (2007), o uso adequado de representações semióticas está diretamente relacionado à capacidade do professor de reconhecer sua importância, tornando a formação adequada essencial.

Além disso, a consciência metacomunicativa entre educadores varia bastante. Alguns podem não perceber plenamente a relevância dos múltiplos modos de representação e sua aplicação no processo de ensino-aprendizagem, o que pode comprometer a eficácia da comunicação com os alunos (Arzarello, et al., 2006). Isso reforça a necessidade de programas de formação continuada que incluam a multimodalidade como um eixo central da prática pedagógica, assegurando que os professores estejam aptos a aplicar o feixe semiótico de forma prática.

Outro desafio significativo é a resistência à mudança, uma barreira comum em contextos educacionais. De acordo com Morgan et al. (2007), a transição de métodos tradicionais, predominantemente baseados na fala e na escrita, para abordagens mais multimodais exige não apenas treinamento, mas também uma mudança de mentalidade por parte dos professores. Essa resistência pode ser entendida como uma inércia cultural nas práticas pedagógicas, superável apenas com conscientização e o apoio institucional necessário para promover uma transição gradual e eficaz.

4 CONTEÚDOS ABORDADOS ATRAVÉS DOS GESTOS

Os tópicos que foram escolhidos pela autora para integrar gestos são de grande importância no ensino da matemática. Eles abrangem os conceitos de grandezas diretamente e inversamente proporcionais; ângulos raso, agudo, reto, obtuso, completo e adjacente; funções do 2º grau; teorema de Tales; polígonos inscritos e circunscritos; transformações geométricas: reflexão, translação e rotação e equações, todos essenciais para promover uma compreensão mais intuitiva e concreta da matemática. Cada tópico será explorado com base nas diretrizes fornecidas pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC, 2017) e livros didáticos, enfatizando os gestos usados e o ambiente da sala de aula para enriquecer a experiência.

A BNCC define as diretrizes para a educação no país em várias áreas da educação, incluindo a matemática, garantindo que os alunos adquiram conhecimento e habilidades básicas relacionadas às suas disciplinas, "é um documento normativo conduzido pelo MEC (Ministério da Educação), cuja finalidade é definir o conjunto de aprendizagens essenciais necessárias para os alunos ao longo das etapas da Educação Básica, assegurando a eles os direitos de aprendizagem e desenvolvimento." (Monteiro; Magalhães, 2023). Os tópicos educacionais abordados são apresentados de forma desenvolvimentista e interconectados, promovendo o desenvolvimento do raciocínio geométrico e lógico dos alunos.

Em síntese, a BNCC organiza e direciona o ensino de matemática para que os alunos desenvolvam uma compreensão profunda e integrada de conceitos fundamentais, promovendo o uso prático da matemática e preparando os estudantes para lidar com problemas cotidianos e situações de natureza mais abstrata. Ao abordar ângulos, grandezas proporcionais, polígonos, funções, teoremas e transformações geométricas, a BNCC estabelece uma base sólida para o aprendizado contínuo, gradativo e significativo da matemática.

4.1 GRANDEZAS PROPORCIONAIS: CONTEXTUALIZAÇÃO E GESTOS

Um tópico relevante na BNCC é a relação entre grandezas diretamente e inversamente proporcionais. Grandezas diretamente proporcionais aumentam ou diminuem na mesma proporção, como as horas trabalhadas e o salário recebido. Por outro lado, grandezas inversamente proporcionais têm a relação oposta, o aumento de uma resulta na diminuição da outra, como velocidade e tempo para percorrer uma distância fixa. A compreensão dessas relações permite a aplicação de conceitos matemáticos a problemas diários, favorecendo o aprendizado significativo.

Conforme descrito por Giovanni Júnior (2022) em A Conquista Matemática para o 8º ano do Ensino Fundamental,

> Duas grandezas são diretamente proporcionais quando variam sempre na mesma razão, ou seja, quando uma aumenta, a outra aumenta na mesma proporção; ou, ainda, quando uma diminui, a outra diminui na mesma proporção (GIOVANNI JÚNIOR, 2022, p.274).
>
> Duas grandezas são inversamente proporcionais quando uma varia na razão inversa da outra, ou seja, quando uma aumenta, a outra diminui na mesma proporção; ou quando uma diminui, a outra aumenta na mesma proporção. (GIOVANNI JÚNIOR, 2022, p.277).

Além disso, Paiva (2010), em Matemática 1 para o 1º ano do Ensino Médio, afirma que:

> Duas grandezas dependentes são diretamente proporcionais quando qualquer sequência de medidas de uma delas está diretamente proporcional à sequência correspondente da outra (PAIVA, 2010, p.30).
>
> Duas grandezas dependentes são inversamente proporcionais quando qualquer sequência de medidas de uma delas é inversamente proporcional à sequência correspondente da outra (PAIVA, 2010, p.31).

Para solucionar problemas que envolvem grandezas diretamente ou inversamente proporcionais, a regra de três se revela uma ferramenta prática e eficiente. Este método consiste em estabelecer uma relação entre duas grandezas, permitindo que, quando uma delas varia, a outra também o faça proporcionalmente.

Paiva (2010) descreve que:

> A regra de três é uma técnica aplicada na determinação de um valor desconhecido em problemas que relacionam grandezas diretamente ou inversamente proporcionais. A regra de três pode ser simples, quando envolve apenas duas grandezas, ou composta, quando relaciona mais de duas grandezas. O nome "regra de três" teve origem em problemas que relacionam duas grandezas das quais são conhecidos três valores e um é desconhecido.
>
> A regra de três simples direta envolve duas grandezas diretamente proporcionais e a regra de três simples inversa envolve duas grandezas inversamente proporcionais. (PAIVA, 2010, p.33).

A seguir, são apresentados os objetivos de conhecimento e habilidades sobre grandezas proporcionais presentes na BNCC de cada ano de Ensino Fundamental e Médio.

Quadro 1 – Objeto de conhecimento e Habilidade sobre grandezas proporcionais para o 7º ano

OBJETO DE CONHECIMENTO	HABILIDADE
Problemas envolvendo grandezas diretamente proporcionais e grandezas inversamente proporcionais	(EF07MA17) Resolver e elaborar problemas que envolvam variação de proporcionalidade direta e de proporcionalidade inversa entre duas grandezas, utilizando sentença algébrica para expressar a relação entre elas.

Fonte: BNCC

Quadro 2 – Objeto de conhecimento e Habilidades sobre grandezas proporcionais para o 8º ano

OBJETO DE CONHECIMENTO	HABILIDADES
Variação de grandezas: diretamente proporcionais, inversamente proporcionais ou não proporcionais	(EF08MA12) Identificar a natureza da variação de duas grandezas, diretamente, inversamente proporcionais ou não proporcionais, expressando a relação existente por meio de sentença algébrica e representá-la no plano cartesiano. (EF08MA13) Resolver e elaborar problemas que envolvam grandezas diretamente ou inversamente proporcionais, por meio de estratégias variadas.

Fonte: BNCC

Quadro 3 – Objeto de conhecimento e Habilidade sobre grandezas proporcionais para o 9º ano

OBJETO DE CONHECIMENTO	HABILIDADE
Grandezas diretamente proporcionais e grandezas inversamente proporcionais	(EF09MA08) Resolver e elaborar problemas que envolvam relações de proporcionalidade direta e inversa entre duas ou mais grandezas, inclusive escalas, divisão em partes proporcionais e taxa de variação, em contextos socioculturais, ambientais e de outras áreas.

Fonte: BNCC

Quadro 4 – Habilidade sobre grandezas proporcionais para o Ensino Médio

HABILIDADE
(EM13MAT101) Interpretar criticamente situações econômicas, sociais e fatos relativos às Ciências da Natureza que envolvam a variação de grandezas, pela análise dos gráficos das funções representadas e das taxas de variação, com ou sem apoio de tecnologias digitais.

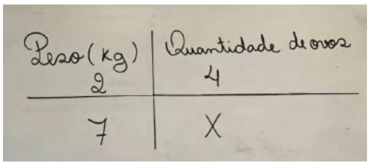
Fonte: BNCC

4.1.1 Exemplo 1: Gestos utilizados no conteúdo grandezas diretamente proporcionais

Helena gasta 4 ovos para fazer um bolo de 2 kg. Quantos ovos ela gastará para fazer um bolo de 7 kg?

Durante a aula, o professor pode confeccionar no quadro, com a ajuda dos alunos, a tabulação das informações do exemplo 1, como mostrado na Figura 1 a seguir.

Figura 1 – Tabulação das informações do exemplo 1

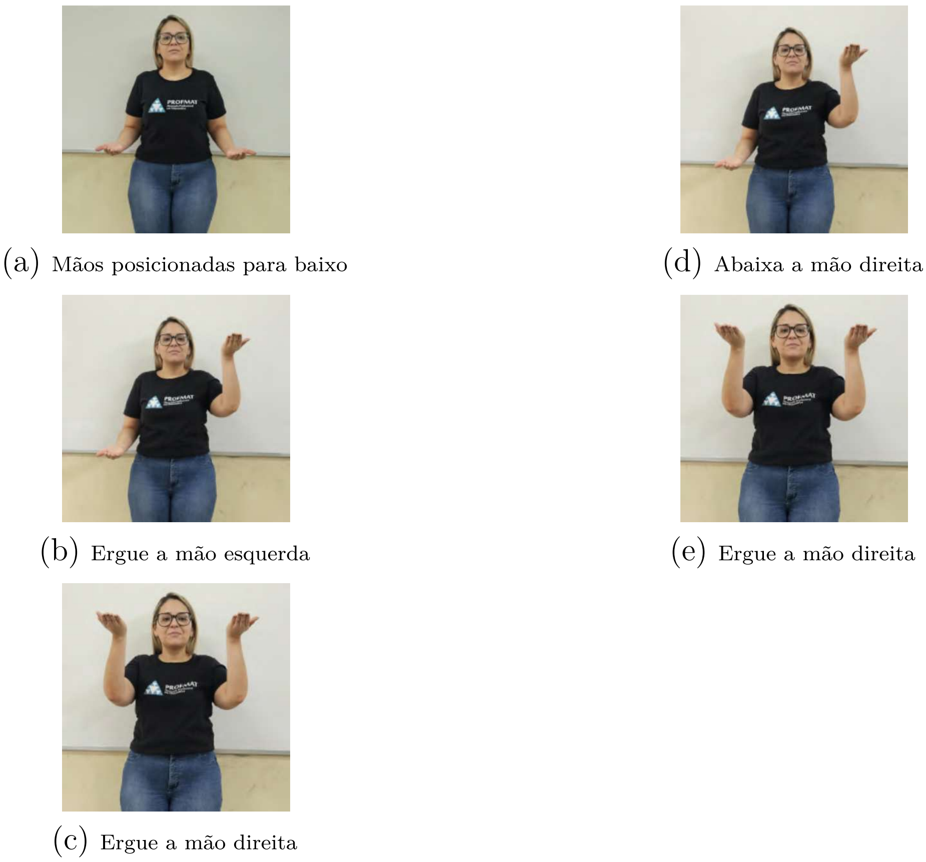


Peso (kg)	Quantidade de ovos
2	4
7	X

Fonte: Elaborado pela autora (2024)

Para explicação do conteúdo grandezas diretamente proporcionais pode-se utilizar os seguintes gestos metafóricos, apresentados na Figura 2.

Figura 2 – Gestos utilizados para explicação do conteúdo grandezas diretamente proporcionais



(a) Mãos posicionadas para baixo

(b) Ergue a mão esquerda

(c) Ergue a mão direita

(d) Abaixa a mão direita

(e) Ergue a mão direita

Fonte: Elaborado pela autora (2024)

Na Figura 2a, está representado o primeiro gesto que o professor deverá iniciar suas explicações, ambas as mãos estão abaixadas. Após expor o problema em estudo, o professor questiona: “Observe que a grandeza representada pelo quilograma está aumentando”. Durante este questionamento o professor ergue a mão direita, observe a Figura 2b. Em seguida, o professor pergunta: “Se a grandeza quilogramas aumenta, o que acontece com a grandeza quantidade de ovos? Ela aumenta ou diminui?” No decorrer da pergunta o professor ergue a mão esquerda para indicar se aumenta, como na Figura 2c e abaixa a mão esquerda para indicar se diminui, como na Figura 2d. Espera-se que os alunos respondam: “A quantidade de ovos aumenta, pois, quanto maior a quantidade de quilogramas de bolo, mais ovos são necessários”. A partir daí, o professor ergue a mão direita, como na Figura 2e.

Após a descrição acima, segue-se para a resolução.

Como as grandezas são diretamente proporcionais, preserva-se a mesma ordem entre os numeradores e denominadores, estabelecendo a proporção entre as grandezas e utilizando a regra de três simples direta. Assim, tem-se

$$\frac{2}{7} = \frac{4}{x} \iff 2x = 28 \iff x = \frac{28}{2} \iff x = 14$$

Portanto, Helena gastará 14 ovos.

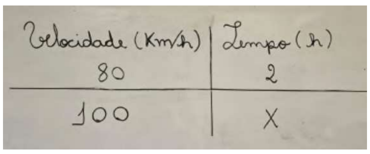
Espera-se que, com a utilização dos gestos propostos, os alunos desenvolvam a compreensão sobre a relação de proporcionalidade direta entre duas ou mais grandezas, alcançando as habilidades EF07MA17, EF08MA12, EF08MA13, EF09MA08 e EM13MAT101 presentes na BNCC.

4.1.2 Exemplo 2: Gestos utilizados no conteúdo grandezas inversamente proporcionais

Um carro parte da cidade A em direção à cidade B, viajando a uma velocidade constante de 80 km/h e completando a viagem em 2 horas. Se o mesmo percurso fosse realizado a uma velocidade constante de 100 km/h, quanto tempo seria necessário para percorrê-lo?

Durante a aula, o professor pode confeccionar no quadro, com a ajuda dos alunos, a tabulação das informações do exemplo 2, como mostrado na Figura 3 a seguir.

Figura 3 – Tabulação das informações do exemplo 2



Velocidade (Km/h)	Tempo (h)
80	2
100	X

Fonte: Elaborado pela autora (2024)

Para explicar o conteúdo de grandezas inversamente proporcionais pode-se utilizar os gestos metafóricos conforme descrito na Figura 4.

Figura 4 – Gestos utilizados para explicação do conteúdo grandezas inversamente proporcionais

(a) Mãos posicionadas para baixo

(b) Ergue a mão esquerda

(c) Ergue a mão direita

(d) Abaixa a mão direita

(e) Mantém a mão direita abaixada

Fonte: Elaborado pela autora (2024)

Na Figura 4a, está representado o primeiro gesto que o professor deverá iniciar suas explicações, ambas as mãos estão abaixadas. Após expor o problema em estudo, o professor questiona: "Observe que a grandeza representada pela velocidade está aumentando". Durante este questionamento, o professor ergue a mão esquerda, observe a Figura 4b. Em seguida, o professor pergunta: "Se a grandeza velocidade aumenta, o que acontece com a grandeza tempo? Ela aumenta ou diminui?" No decorrer da pergunta o professor ergue a mão direita para indicar se aumenta, como na Figura 4c e abaixa a mão direita para indicar se diminui, como na Figura 4d. Espera-se que os alunos respondam: "O tempo diminui, pois, quanto mais rápido, menos tempo é necessário". A partir daí, o professor mantém a mão direita abaixada, como na Figura 4e.

Após a descrição acima, segue-se para a resolução.

Como as grandezas são inversamente proporcionais, inverte-se o numerador e o denominador de uma das frações para construir a proporção entre elas, aplicando a regra de três simples inversa. Assim, tem-se

$$\frac{80}{100} = \frac{x}{2} \iff 100x = 160 \iff x = \frac{160}{100} \iff x = 1,6$$

Portanto, o tempo necessário seria 1,6 hora.

Com a aplicação dos gestos mencionados, espera-se que os alunos compreendam a relação de proporcionalidade inversa entre duas ou mais grandezas, promovendo o desenvolvimento das habilidades EF07MA17, EF08MA12, EF08MA13, EF09MA08 e EM13MAT101 presentes na BNCC.

4.2 ÂNGULOS: CONTEXTUALIZAÇÃO E GESTOS

No ensino fundamental, os ângulos são os primeiros assuntos conceituais a serem abordados, permitindo que os alunos aprendam como identificá-los e classificá-los. De acordo com a sua medida em graus, um ângulo agudo mede menos de 90º, um ângulo reto mede exatamente 90º e um ângulo obtuso mede mais de 90º, mas menos de 180º. Além disso, há ângulos adjacentes que são aqueles que compartilham um lado e um vértice; esses conceitos são essenciais para o reconhecimento geométrico e são frequentemente integrados em tópicos mais avançados, como polígonos e resolução de problemas com retas paralelas e transversais.

Conforme descrito por Giovanni Júnior (2022) em A Conquista Matemática para o 6º ano do Ensino Fundamental,

> Ângulo é toda região do plano, convexa ou não, determinada por duas semirretas de mesma origem.
> A medida de um ângulo é dada pela medida de sua abertura. A unidade-padrão utilizada para essa medição é o grau, representado pelo símbolo °, escrito após o número (Giovanni Júnior, 2022, p. 199-200).

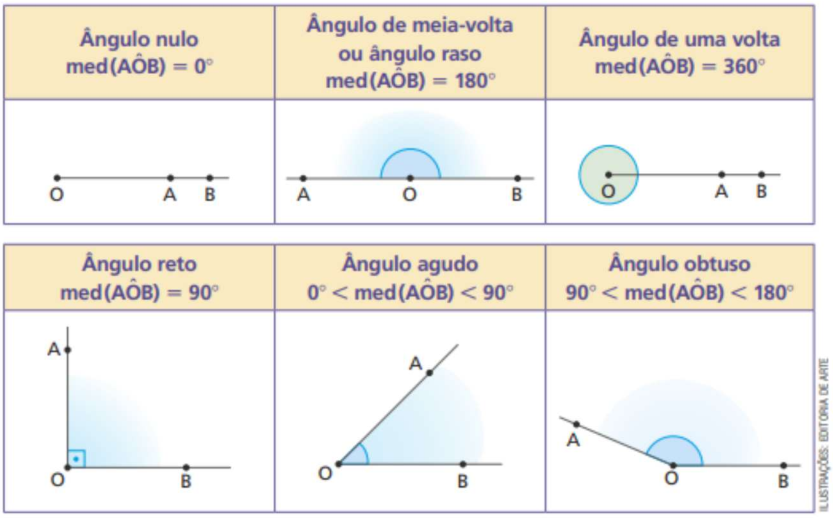
Giovanni Júnior (2022), faz uma orientação ao professor, no canto do livro,

> É interessante aproveitar esse momento para nomear alguns ângulos; por exemplo: ângulo de medida igual a 90° – ângulo reto (um quarto de volta), ângulo de medida igual a 180° – ângulo raso (meia volta), ângulo de medida igual a 360° (giro completo) (GIOVANNI, 2022, p. 201).

Sobre ângulo adjacente, Giovanni (2022) define no livro A conquista Matemática para o 7º ano do Ensino Fundamental como, “Dois ângulos consecutivos (dois ângulos que possuem o mesmo vértice e têm um lado comum) que não possuem pontos internos comuns são denominados ângulos adjacentes” (GIOVANNI JÚNIOR, 2022, p. 169).

Já no livro do 8º ano, o autor traz a seguinte definição sobre a classificação dos ângulos, “os ângulos podem ser classificados de acordo com sua medida. Vamos relembrar essas classificações” (GIOVANNI, 2022, p. 70).

Figura 5 – Classificação de ângulos de acordo com sua medida



Fonte: Livro A Conquista Matemática 8º ano, p. 70

A seguir, são apresentados o objetivo de conhecimento e habilidades sobre ângulos presentes na BNCC do 6º ano do Ensino Fundamental, onde o conteúdo é trabalhado, mas foi observado que em anos posteriores esse assunto é utilizado em outros conteúdo, como figuras geométricas planas (7º ano), ângulos e triângulos (8º ano), relações entre ângulos (9º ano), polígonos (Ensino Médio), etc.

Quadro 5 – Objeto de conhecimento e Habilidade sobre ângulos para o 6º ano

OBJETOS DE CONHECIMENTO	HABILIDADES
Ângulos: noção, usos e medida	(EF06MA25) Reconhecer a abertura do ângulo como grandeza associada às figuras geométricas. (EF06MA26) Resolver problemas que envolvam a noção de ângulo em diferentes contextos e em situações reais, como ângulo de visão. (EF06MA27) Determinar medidas da abertura de ângulos, por meio de transferidor e/ou tecnologias digitais.

Fonte: BNCC

4.2.1 Exemplo 3: Gestos utilizados nos conceitos básicos de ângulos

O trabalho com ângulos pode começar pela introdução de conceitos fundamentais, como ângulo raso, agudo, obtuso, reto, completo e adjacente. Nas Figura 6, Figura 7, Figura 8 e Figura 9 encontram-se sugestões de gestos icônicos que podem ser utilizados para facilitar a compreensão desses conceitos.

Figura 6 – Gestos utilizados para explicação do conteúdo ângulo raso e seus elementos


(a) Representação para ângulo raso


(c) O outro lado do ângulo


(b) Um dos lados do ângulo


(d) Vértice do ângulo

Fonte: Elaborado pela autora (2024)

Na Figura 6a, está representado o gesto que o professor deverá iniciar sua explicação sobre o que é um ângulo raso. Após explicar que um ângulo raso é um ângulo de meia volta, de medida igual a 180º, professor aponta para o antebraço indicando o primeiro lado do ângulo, conforme a Figura 6b. Em seguida, professor aponta para o braço indicando o segundo lado do ângulo, observe a Figura 6c. E por último, professor aponta para o cotovelo, indicando que ele é o vértice do ângulo, como na Figura 6d.

Durante a explicação pode-se utilizar os gestos rítmicos, pedindo ao alunos que quando o professor indicar o lado eles batam palmas e ao indicar o vértice batam os pés. Essa metodologia auxilia que eles associem cada componente dos ângulos de forma dinâmica e participativa.

Figura 7 – Gestos utilizados para explicação dos conteúdos ângulo reto, agudo e obtuso

(a) Representação para ângulo reto

(c) 1ª representação para ângulo obtuso

(b) Representação para ângulo agudo

(d) 2ª representação para ângulo obtuso

Fonte: Elaborado pela autora (2024)

Na Figura 7, estão representados os gestos icônicos para os ângulos reto, agudo e obtuso. Para mostrar a representação de um ângulo reto para os alunos, o professor apoia o cotovelo da mão direita sobre o dorso da mão esquerda, posicionando o antebraço de modo que forme um ângulo de 90º com a mão esquerda, demonstrando aos alunos a representação de um ângulo reto, conforme a Figura 7a. Para a representação de um ângulo raso, a partir da posição anterior, o professor desloca o antebraço para a esquerda, formando um ângulo agudo, enquanto explica aos alunos que esse tipo de ângulo é menor que 90º, como na Figura 7b. Para a representação de um ângulo obtuso, o professor retorna à posição do ângulo reto e, em seguida, desloca o antebraço para a direita, formando um ângulo obtuso, enquanto explica aos alunos que esse tipo de ângulo é maior que 90º e menor que 180º, como na Figura 7c, ou pode-se utilizar apenas um braço, partindo da posição de um ângulo reto e deslocando o antebraço para a esquerda, indicando que esse tipo de ângulo é maior que 90º e menor que 180º, conforme a Figura 7d.

Para reforçar os conceitos trabalhados acima pode-se utilizar os gestos rítmicos, pedindo que os alunos batam uma palma para ângulos de 90º, batam os pés para os agudos e batam duas palmas para os obtusos para os gestos dos ângulos formados pelo professor ou para desenhos feitos no quadro. Essa abordagem, além de reforçar os conceitos, envolve e incentiva a participação dos alunos durante a aula.

Para mostrar a representação de um ângulo de 360º pode-se seguir a descrição da Figura 8.

Figura 8 – Gestos utilizados para explicação do conteúdo ângulo de 360º

(a) Eleva o braço para cima

(c) Move o braço para baixo

(e) Retorna a posição inicial

(b) Estende o braço à sua frente

(d) Move o braço para trás

Fonte: Elaborado pela autora (2024)

Na Figura 8, são representados os gestos correspondentes à indicação de um ângulo de 360º. Para demonstrar esse ângulo, o professor inicia com o braço elevado para cima, conforme ilustrado na Figura 8a. Em seguida, estende o braço à sua frente (Figura 8b), depois move o braço para baixo (Figura 8c), a seguir, para trás (Figura 8d) e, por fim, retorna o braço à posição inicial, como mostrado na Figura 8e.

Para ângulos adjacentes foi utilizado o gesto abaixo.

Figura 9 – Gestos utilizados para explicação do conteúdo ângulo adjacente

Fonte: Elaborado pela autora (2024)

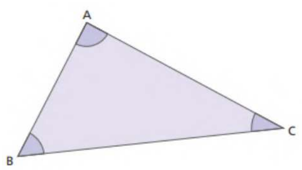
Acima é apresentada a representação de um ângulo adjacente. O professor posiciona o braço direito sobre a parte interna do braço esquerdo para ilustrar um ângulo adjacente, esclarecendo aos alunos que o antebraço direito representa o lado comum e o cotovelo corresponde ao vértice, conforme a Figura 9.

Espera-se que, com a aplicação dos gestos apresentados nas Figura 6, Figura 7, Figura 8 e Figura 9, os alunos compreendam os conceitos de ângulo raso, reto, agudo, obtuso, de 360º e adjacentes, desenvolvendo as habilidades EF06MA25, EF06MA26 e EF06MA27 previstas na BNCC.

4.3 POLÍGONOS: CONTEXTUALIZAÇÃO DOS QUADRILÁTEROS E TRIÂNGULOS ATRAVÉS DE GESTOS

Polígonos, especialmente quadriláteros e triângulos, também são enfatizados na BNCC. Quadriláteros como o quadrado, retângulo, losango e trapézio são figuras geométricas de quatro lados, cada uma com propriedades específicas relacionadas a ângulos, diagonais e simetrias. Triângulos são classificados por seus lados e ângulos, e sua compreensão é frequentemente usada para o estudo de relações geométricas posteriores mais complexas, como o Teorema de Pitágoras, que é amplamente usado para resolver problemas relacionados a medidas e distâncias.

Conforme descrito por Giovanni Júnior (2022) em A Conquista Matemática para o 6º ano do Ensino Fundamental,

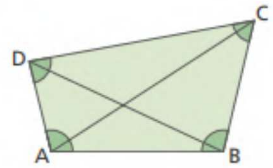
> Triângulo é um polígono de três lados, três vértices e três ângulos internos.
>
> No triângulo ABC representado, destacamos:
>
> Figura 10 – Triângulo ABC
>
> 
>
>
> Fonte: Livro A Conquista Matemática 6º ano, p. 216
>
> - os vértices: os pontos A, B e C;
> - os lados: os segmentos de reta $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ e $\overline{BC}$;
> - os ângulos internos: $\widehat{A}$, $\widehat{B}$ e $\widehat{C}$.
>
> Utilizamos o símbolo Δ para indicar um triângulo. Assim, o triângulo ABC pode ser representado por ΔABC.
>
> Os triângulos podem ser classificados de acordo com as medidas de seus lados e de seus ângulos internos (Giovanni Júnior, 2022, p. 216).

Neste mesmo livro, o autor traz a definição de quadrilátero,

Quadrilátero é um polígono de quatro lados, quatro vértices e quatro ângulos internos.

No quadrilátero ABCD da figura seguinte, destacamos:

Figura 11 – Quadrilátero ABCD



Fonte: Livro A Conquista Matemática 6º ano, p. 219

- os vértices: pontos A, B, C e D;
- os lados: segmentos de reta $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ e $\overline{DA}$;
- os ângulos internos: $\widehat{A}$, $\widehat{B}$, $\widehat{C}$ e $\widehat{D}$.

O segmento de reta $\overline{AC}$, cujas extremidades são dois vértices não consecutivos do polígono, é uma diagonal do quadrilátero ABCD; a outra diagonal desse quadrilátero é o segmento de reta $\overline{BD}$ (Giovanni Júnior, 2022, p. 219).

A seguir, são apresentados os objetivos de conhecimento e habilidades sobre quadriláteros e triângulos presentes na BNCC do Ensino Fundamental e Ensino Médio, onde o conteúdo é trabalhado.

Quadro 6 – Objeto de conhecimento e Habilidades sobre polígonos para o 6º ano

OBJETO DE CONHECIMENTO	**HABILIDADES**
Polígonos: classificações quanto ao número de vértices, às medidas de lados e ângulos e ao paralelismo e perpendicularismo dos lados	(EF06MA18) Reconhecer, nomear e comparar polígonos, considerando lados, vértices e ângulos, e classificá-los em regulares e não regulares, tanto em suas representações no plano como em faces de poliedros. (EF06MA19) Identificar características dos triângulos e classificá-los em relação às medidas dos lados e dos ângulos. (EF06MA20) Identificar características dos quadriláteros, classificá-los em relação a lados e a ângulos e reconhecer a inclusão e a intersecção de classes entre eles.

Fonte: BNCC

Quadro 7 – Objeto de conhecimento e Habilidades sobre polígonos para o 7º ano

OBJETO DE CONHECIMENTO	HABILIDADES
Equivalência de área de figuras planas: cálculo de áreas de figuras que podem ser decompostas por outras, cujas áreas podem ser facilmente determinadas como triângulos e quadriláteros	(EF07MA31) Estabelecer expressões de cálculo de área de triângulos e de quadriláteros. (EF07MA32) Resolver e elaborar problemas de cálculo de medida de área de figuras planas que podem ser decompostas por quadrados, retângulos e/ou triângulos, utilizando a equivalência entre áreas.

Fonte: BNCC

Quadro 8 – Objetos de conhecimento e Habilidade sobre polígonos para o 8º ano

OBJETOS DE CONHECIMENTO	HABILIDADE
Área de figuras planas Área do círculo e comprimento de sua circunferência	(EF08MA19) Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de área de figuras geométricas, utilizando expressões de cálculo de área (quadriláteros, triângulos e círculos), em situações como determinar medida de terrenos.

Fonte: BNCC

Quadro 9 – Habilidade sobre polígonos para o Ensino Médio

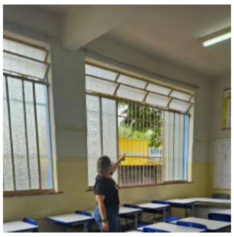
HABILIDADE
(EM13MAT201) Propor ou participar de ações adequadas às demandas da região, preferencialmente para sua comunidade, envolvendo medições e cálculos de perímetro, de área, de volume, de capacidade ou de massa.

Fonte: BNCC

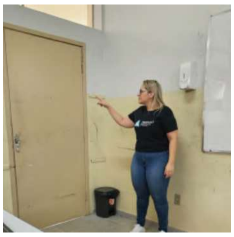
4.3.1 Exemplo 4: Gestos utilizados no conteúdo de quadriláteros e triângulos

Para trabalhar com os quadriláteros pode-se usar os gestos deíticos para mostrar esses polígonos presentes em sala de aula ou os gestos icônicos utilizando partes do corpo para representá-los juntamente com o discurso destacando os pontos importantes, como nos exemplos a seguir.

Figura 12 – Gestos utilizados para explicação do conteúdo quadriláteros



(a) Apontar para janela



(c) Apontar para a porta da sala

(e) Apontar para quadro

(b) Apontar para mesa do aluno

(d) Apontar para mesa do professor

Fonte: Elaborado pela autora (2024)

Na Figura 12 estão representados os gestos deíticos para mostrar os quadriláteros presentes em sala de aula. O professor aponta para a janela, destacando as arestas, os vértices, o perímetro e a área, enquanto explica aos alunos as relações entre essas características e suas propriedades geométricas, conforme na Figura 12a. O mesmo pode ser feito com a mesa do aluno (Figura 12b), a porta (Figura 12c), a mesa do professor (Figura 12d) e o quadro (Figura 12e).

Figura 13 – Gestos utilizados para explicação do conteúdo triângulos e quadriláteros

(a) Triângulo formado com as pernas e o plano do chão

(b) Triângulo formado com o polegar e os dois indicadores

(c) Quadrilátero formado com os dois polegares e os dois indicadores

Fonte: Elaborado pela autora (2024)

Na Figura 13 estão representados os gestos icônicos para quadriláteros e triângulos. Para o conteúdo de triângulos, o professor posiciona suas pernas de forma a formar um triângulo com o chão da sala, destacando as arestas, os vértices, o perímetro e a área. Em seguida, explica aos alunos como esses elementos se relacionam com a geometria da figura formada, conforme a Figura 13a. Ou o professor forma um triângulo unindo os dedos indicadores e polegar (Figura 13b), destacando as arestas, os vértices, o perímetro e a área. Durante o gesto, ele explica as propriedades e características dessa figura geométrica, facilitando a compreensão dos alunos.

Para o conteúdo de quadrilátero, o professor forma um quadrilátero unindo os dedos polegares e indicadores (Figura 13c), destacando as arestas, os vértices, o perímetro e a área. Durante a demonstração, ele explica as propriedades geométricas dessa figura, facilitando a visualização e compreensão pelos alunos.

O objetivo da aplicação desses gestos é levar os alunos a compreender os elementos que constituem os triângulos e quadriláteros, assim como o que caracteriza esses tipos de polígonos, desenvolvendo as habilidades EF06MA18, EF06MA19 e EF06MA20 presentes na BNCC.

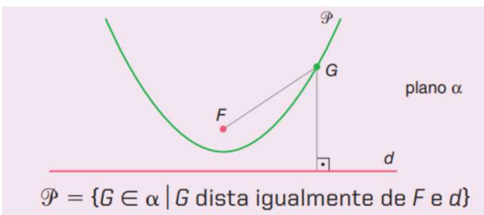
4.4 FUNÇÕES DO 2º GRAU: CONTEXTUALIZAÇÃO E GESTOS

O conteúdo de funções na BNCC é abordado no Ensino Fundamental e no Ensino Médio, com o objetivo de desenvolver o pensamento matemático, a compreensão de relações entre variáveis e a modelagem matemática. No Ensino Fundamental, as funções são introduzidas por meio da análise de padrões, sequências e regularidades, promovendo a interpretação de relações de dependência entre grandezas. No Ensino Médio, o estudo das funções é aprofundado, abrangendo funções do 1º e 2º grau, exponenciais, logarítmicas e trigonométricas. A abordagem é de interpretação gráfica, algébrica e contextual, incentivando a resolução de problemas e a aplicação em situações do cotidiano e de outras áreas do conhecimento. Além disso, a BNCC valoriza o uso de tecnologias digitais e estratégias pedagógicas que favorecem a compreensão conceitual e o desenvolvimento de competências, como o raciocínio lógico e crítico.

Em seu livro de matemática, Paiva (2010), define parábola como,

> Dados uma reta d e um ponto F de um plano α, com F $\notin$ d, chama-se parábola , de diretriz d e foco F, o conjunto dos pontos desse plano equidistantes de d e de F (Paiva, 2010, p.159).

Figura 14 – Parábola $\mathscr{P}$



Fonte: Livro Matemática Paiva 1º ano, p. 159

Nesse mesmo livro o autor traz a definição de concavidade como,

> A concavidade da parábola de equação $y = ax^2 + bx + c$ é:
>
> - voltada para o sentido positivo do eixo Oy (para cima) se, e somente se, $a > 0$;
>
> - voltada para o sentido negativo do eixo Oy (para baixo) se, e somente se, $a < 0$ (Paiva, 2010, p. 161).

A seguir, são apresentados habilidades sobre função do 2º grau presentes na BNCC do Ensino Médio, onde o conteúdo é trabalhado.

Quadro 10 – Habilidades sobre função do 2º grau para o Ensino Médio

HABILIDADES
(EM13MAT302) Construir modelos empregando as funções polinomiais de 1º ou 2º graus, para resolver problemas em contextos diversos, com ou sem apoio de tecnologias digitais
(EM13MAT402) Converter representações algébricas de funções polinomiais de 2º grau em representações geométricas no plano cartesiano, distinguindo os casos nos quais uma variável for diretamente proporcional ao quadrado da outra, recorrendo ou não a softwares ou aplicativos de álgebra e geometria dinâmica, entre outros materiais.
(EM13MAT502) Investigar relações entre números expressos em tabelas para representá-los no plano cartesiano, identificando padrões e criando conjecturas para generalizar e expressar algebricamente essa generalização, reconhecendo quando essa representação é de função polinomial de 2º grau do tipo $y = ax^2$.
(EM13MAT503) Investigar pontos de máximo ou de mínimo de funções quadráticas em contextos envolvendo superfícies, Matemática Financeira ou Cinemática, entre outros, com apoio de tecnologias digitais.

Fonte: BNCC

4.4.1 Exemplo 5: Gestos utilizados para o conteúdo concavidade e pontos de destaque na parábola da função de 2º grau

Para explicação do conteúdo concavidade da função do 2º grau foram usados os gestos icônicos apresentados na Figura 15 e os gestos deíticos juntamente com a fala para apontar os pontos de destaque da parábola representados na Figura 16.

Figura 15 – Gestos utilizados para explicação do conteúdo concavidade da função do 2º grau

(a) Concavidade voltada para cima

(c) Concavidade voltada para baixo

(b) Concavidade voltada para cima

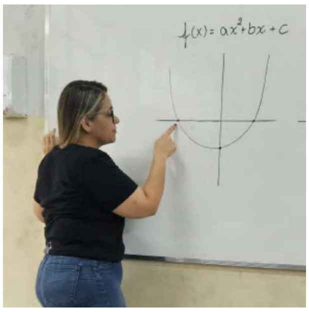
(d) Concavidade voltada para baixo

Fonte: Elaborado pela autora (2024)

Na Figura 15 estão representados os gestos icônicos para representar a concavidade da função do 2º grau. Para trabalhar com a concavidade voltada para cima, professor utiliza os dedos indicador e polegar para forma uma concavidade voltada para cima (Figura 15a), explicando aos alunos que essa forma representa a situação em que $a > 0$. Ou o professor adota uma expressão de rosto feliz, formando uma concavidade voltada para cima com a boca (Figura 15b), e explica aos alunos que isso representa a situação em que $a > 0$, sugerindo a associação com a expressão "a positivo, estou feliz". Para explicar a concavidade voltada para baixo, o professor utiliza os dedos indicador e polegar para formar uma concavidade voltada para baixo (Figura 15c), esclarecendo aos alunos que essa situação ilustra a condição em que $a < 0$. Ou o professor faz uma expressão de rosto triste, formando uma concavidade voltada para baixo com a boca (Figura 15d), e explica aos alunos que isso representa a situação em que $a < 0$, sugerindo a associação com a expressão "a negativo, estou triste".

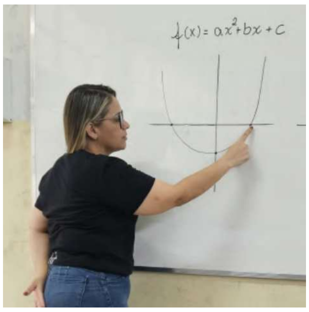
Para reforçar o conteúdo trabalhando acima, pode-se utilizar os gestos rítmicos pedindo aos alunos que batam palmas quando o professor indicar uma parábola com concavidade voltada para cima e batam os pés quando indicar uma parábola com concavidade voltada para baixo, promovendo um envolvimento deles durante a ensino.

Figura 16 – Gestos utilizados para explicação do conteúdo raízes, coeficiente c e vértices da parábola da função de 2º grau

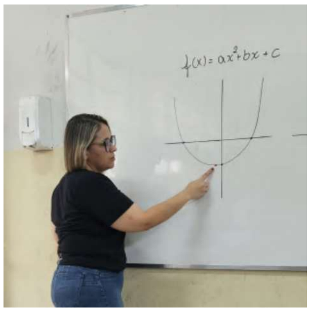


(a) 1ª raiz

(c) Coeficiente c



(b) 2ª raiz



(d) Vértice da parábola

Fonte: Elaborado pela autora (2024)

Na Figura 16 estão representados os gestos deíticos para apontar as raízes, o coeficiente c e o vértice da função do 2º grau. Para trabalhar com raízes da função, o professor aponta para a primeira raiz da função (Figura 16a), e posteriormente aponta para a segunda raiz (Figura 16b), destacando seu valor e posição na representação gráfica. Para trabalhar com o coeficiente c, professor aponta para o ponto c, destacando sua posição no gráfico. E para trabalhar com o vértice da função, o professor aponta para o ponto que representa o vértice, destacando sua importância como ponto de máximo ou mínimo da parábola, dependendo do valor de a. Pode-se, ainda, utilizar os gestos rítmicos durante a indicação dos elementos de destaque batendo o dedo sobre o ponto indicado para reforçar de qual elemento está se referindo.

Espera-se que, com a aplicação dos gestos propostos, os alunos compreendam o fator que determina a concavidade de uma função do 2º grau, bem como identifiquem as raízes, o coeficiente c e o vértice da função, desenvolvendo as habilidades EM13MAT302, EM13MAT402, EM13MAT502 E EM13MAT503 previstas na BNCC.

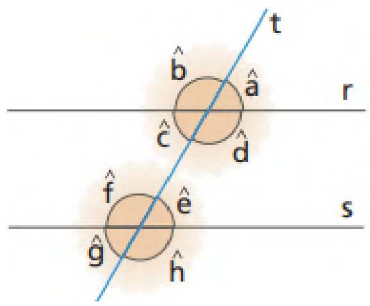
4.5 ÂNGULOS DETERMINADOS POR DUAS RETAS PARALELAS CORTADAS POR UMA TRANSVERSAL: CONTEXTUALIZAÇÃO E GESTOS

O conteúdo de ângulos determinados por duas retas paralelas cortadas por uma transversal é trabalhado no 7º ano, posteriormente no 9º ano e, é utilizado em outros conteúdos em séries posteriores, como ângulos, Teorema de Tales e semelhança de figuras (1º ano do Ensino Médio), ângulos entre duas retas (3º ano do Ensino Médio), etc. De acordo com a BNCC, o ensino da geometria deve ir além da mera memorização de fórmulas e propriedades, enfatizando a exploração de conceitos por meio de atividades que favoreçam a argumentação, a visualização e a resolução de problemas. Assim, os professores podem incentivar os estudantes a identificar padrões, formular suas conclusões, promovendo o pensamento geométrico de maneira dinâmica e significativa.

Conforme descrito por Giovanni Júnior (2022) em A Conquista Matemática para o 9º ano do Ensino Fundamental,

> Considere duas retas paralelas intersectadas por uma transversal, como representado nesta figura.

Figura 17 – Duas retas paralelas intersectadas por uma transversal



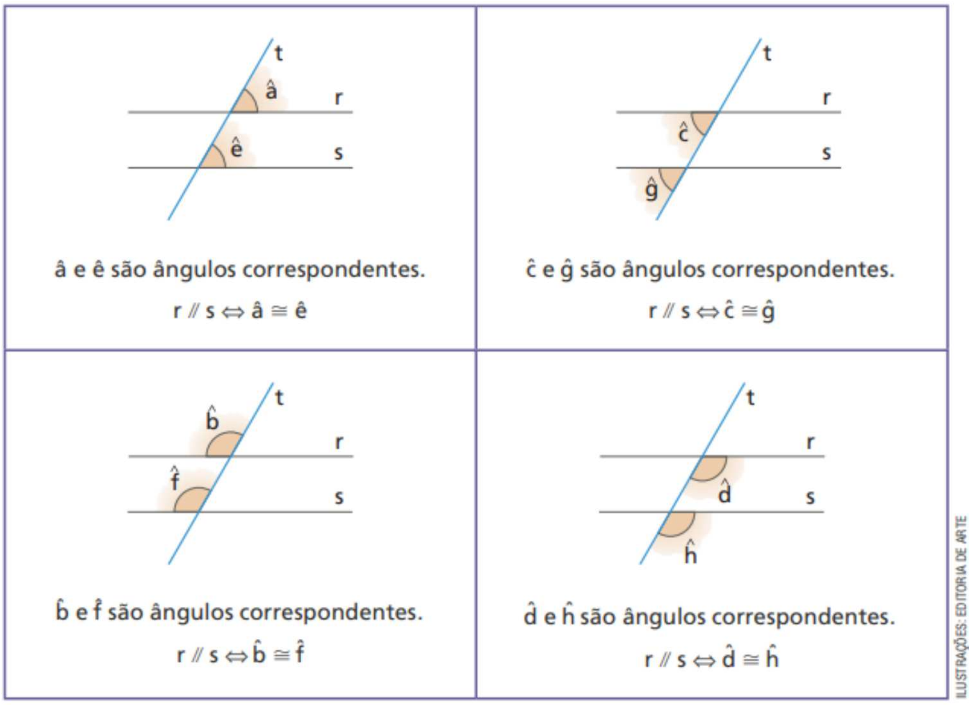
Fonte: Livro A Conquista Matemática 9º ano, p. 121

> Os pares de ângulos $\widehat{a}$ e $\widehat{e}$; $\widehat{b}$ e $\widehat{f}$; $\widehat{c}$ e $\widehat{g}$; $\widehat{d}$ e $\widehat{h}$ são chamados de ângulos correspondentes. Sabemos que $\widehat{a}$ e $\widehat{c}$ são opostos pelo vértice, assim como $\widehat{e}$ e $\widehat{g}$. Portanto, em relação às medidas desses ângulos, temos: $a = c$ e $e = g$. Como $r \parallel s$, também podemos concluir que $a = e$ e $c = g$ (Giovanni Júnior, 2022, p. 121).

Segue daí a definição, "duas retas paralelas cortadas por uma reta transversal determinam ângulos correspondentes congruentes" (Giovanni Júnior, 2022, p. 121).

E para completar a definição, a figura abaixo do livro A Conquista Matemática para o 9º ano do Ensino Fundamental (Giovanni Júnior, 2022, p. 121),

Figura 18 – Ângulos correspondentes em duas retas paralelas intersectadas por uma transversal



Fonte: Livro A Conquista Matemática 9º ano, p. 121

A seguir, são apresentados os objetivos de conhecimento e habilidades sobre ângulos determinados por duas retas paralelas cortadas por uma transversal presentes na BNCC do Ensino Fundamental, onde o conteúdo é trabalhado.

Quadro 11 – Objeto de conhecimento e Habilidade sobre ângulos determinados por duas retas paralelas cortadas por uma transversal para o 7º ano

OBJETO DE CONHECIMENTO	**HABILIDADE**
Relações entre os ângulos formados por retas paralelas intersectadas por uma transversal	(EF07MA23) Verificar relações entre os ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal, com e sem uso de softwares de geometria dinâmica.

Fonte: BNCC

Quadro 12 – Objeto de conhecimento e Habilidade sobre ângulos determinados por duas retas paralelas cortadas por uma transversal para o 9º ano

OBJETO DE CONHECIMENTO	**HABILIDADE**
Demonstrações de relações entre os ângulos formados por retas paralelas intersectadas por uma transversal	(EF09MA10) Demonstrar relações simples entre os ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal.

Fonte: BNCC

4.5.1 Exemplo 6: Gestos utilizados no conteúdo ângulos determinados por duas retas paralelas cortadas por uma transversal

Para explicação do conteúdo ângulos determinados por duas retas paralelas cortadas por uma transversal foram utilizados os gestos icônicos para mostrar a relação entre os ângulos, conforme a Figura 19.

Figura 19 – Gestos utilizados para explicação do conteúdo ângulos determinados por duas retas paralelas cortadas por uma transversal

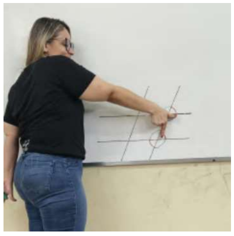
(a) 1º Ângulo

(b) 2º Ângulo

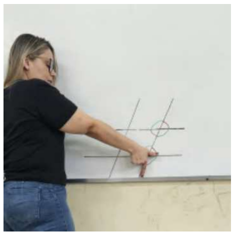
(c) 3º Ângulo

(d) 4º Ângulo

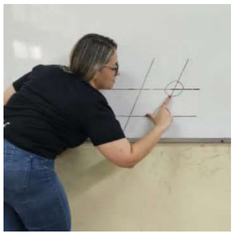
(e) 5º Ângulo



(f) 6º Ângulo



(g) 7º Ângulo



(h) 8º Ângulo

Fonte: Elaborado pela autora (2024)

Na Figura 19, estão representados os gestos icônicos para mostrar a relação dos ângulos determinados por duas retas paralelas cortadas por uma transversal. Para explicar sobre esse assunto, o professor posiciona o indicador sobre a transversal e o polegar sobre a paralela, formando um ângulo entre os dois dedos que corresponde à medida do ângulo formado pela reta paralela e transversal (Figura 19a), em seguida, o professor desliza a mão ao longo da reta transversal até alcançar o ângulo correspondente na parte inferior, demonstrando visualmente aos alunos que a abertura dos dois ângulos são iguais (Figura 19b). Daí, o professor gira a mão ao redor do vértice, posicionando o dedo indicador sobre a reta transversal e o polegar sobre a reta paralela, enfatizando que os três ângulos possuem a mesma medida (Figura 19c). Depois, o professor desliza a mão ao longo da reta transversal até alcançar o ângulo correspondente na parte superior, demonstrando aos alunos que as aberturas dos quatro ângulos são iguais, reforçando o conceito de ângulos correspondentes (Figura 19d). Novamente, o professor posiciona o indicador sobre a transversal e o polegar sobre a paralela, formando um ângulo entre os dois dedos que corresponde à medida do ângulo formado pela reta paralela e transversal (Figura 19e). Em seguida, o professor gira a mão em torno do vértice até que o dedo indicador fique sobre a reta transversal e o polegar sobre a paralela, demonstrando que os dois ângulos têm a mesma medida (Figura 19f). Depois, o professor desliza a mão ao longo da reta transversal até alcançar o ângulo correspondente na parte inferior, mostrando aos alunos que as aberturas dos três ângulos são iguais, reforçando a ideia de que os ângulos correspondentes e os ângulos opostos pelo mesmo vértice são congruentes (Figura 19g). Em seguida, o professor gira a mão ao redor do vértice até que o dedo indicador se posicione sobre a reta transversal e o polegar sobre a reta paralela, indicando que os quatro ângulos têm a mesma medida, evidenciando a congruência entre os ângulos alternos internos, alternos externos e correspondentes (Figura 19h).

Espera-se que, com a aplicação dos gestos propostos, os estudantes compreendam a relação entre os ângulos formados por duas retas paralelas cortadas por uma transversal, desenvolvendo as habilidades EF07MA23 e EF09MA10 previstas na BNCC.

4.6 POLÍGONOS INSCRITOS E CIRCUNSCRITOS: CONTEXTUALIZAÇÃO E GESTOS

Na BNCC, o estudo de polígonos inscritos e circunscritos aparece como parte das habilidades de Geometria nos anos finais do Ensino Fundamental e no Ensino Médio. Esse conteúdo permite o desenvolvimento do pensamento geométrico para análise de propriedades como ângulos internos e externos, e o cálculo de áreas e perímetros .

Conforme definido por Giovanni Júnior (2022) em A Conquista Matemática para 9º ano do Ensino Fundamental,“Quando dividimos uma circunferência em n arcos congruentes (com $n > 2$), as cordas consecutivas delimitam um polígono regular inscrito, de n lados, nessa circunferência” (Giovanni Júnior, 2022, p. 233).

De acordo com Giovanni Júnior (2022, p. 232), “se um polígono estiver inscrito em uma circunferência, podemos dizer que a circunferência está circunscrita a esse polígono”, ou seja, inscrita refere-se a figura que está fora e circunscrito a figura que está dentro.

Giovanni Júnior (2022) faz a seguinte colocação sobre o conteúdo,

> Nesse capítulo, o objetivo é estudar as propriedades associadas aos polígonos regulares inscritos em uma circunferência. Esse estudo é fundamental para a resolução de problemas relacionados ao cálculo de área de polígonos regulares e problemas relativos às construções geométricas, com régua e compasso ou com softwares de geometria dinâmica, por exemplo. Desse modo, o conteúdo deste capítulo favorece o desenvolvimento da habilidade EF09MA15 (Giovanni Júnior, 2022, p. 232).

A seguir, são dados os objetos de conhecimento e habilidades da BNCC, onde o conteúdo de polígonos inscritos e circunscritos pode ser utilizado.

Quadro 13 – Objeto de conhecimento e Habilidades sobre polígonos regulares (conteúdo onde se utiliza polígonos inscritos e circunscrito em uma circunferência) para o 7º ano

OBJETO DE CONHECIMENTO	**HABILIDADES**
Polígonos regulares: quadrado e triângulo equilátero	(EF07MA27) Calcular medidas de ângulos internos de polígonos regulares, sem o uso de fórmulas, e estabelecer relações entre ângulos internos e externos de polígonos, preferencialmente vinculadas à construção de mosaicos e de ladrilhamentos. (EF07MA28) Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para a construção de um polígono regular (como quadrado e triângulo equilátero), conhecida a medida de seu lado.

Fonte: BNCC

Quadro 14 – Objeto de conhecimento e Habilidade sobre polígonos regulares (conteúdo onde se utiliza polígonos inscritos e circunscrito em uma circunferência) para o 9º ano

OBJETO DE CONHECIMENTO	**HABILIDADE**
Polígonos regulares	(EF09MA15) Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para a construção de um polígono regular cuja medida do lado é conhecida, utilizando régua e compasso, como também softwares

Fonte: BNCC

Quadro 15 – Habilidade sobre polígonos regulares (conteúdo onde se utiliza polígonos inscritos e circunscrito em uma circunferência) para o Ensino Médio

HABILIDADE
(EM13MAT506) Representar graficamente a variação da área e do perímetro de um polígono regular quando os comprimentos de seus lados variam, analisando e classificando as funções envolvidas.

Fonte: BNCC

4.6.1 Exemplo 7: Gestos utilizados nos conteúdos polígono inscrito e circunscrito em uma circunferência

Para explicação do conteúdo polígono inscrito e circunscrito em uma circunferência foram utilizados os gestos deíticos para mostrar a diferença entre inscrito e circunscrito, conforme Figura 20 e Figura 21 .

Figura 20 – Gestos utilizados para explicação do conteúdo polígono inscrito em uma circunferência

(a) Circunferência

(b) Polígono inscrito

(c) 1º Vértice e centro

(d) 2º Vértice e centro

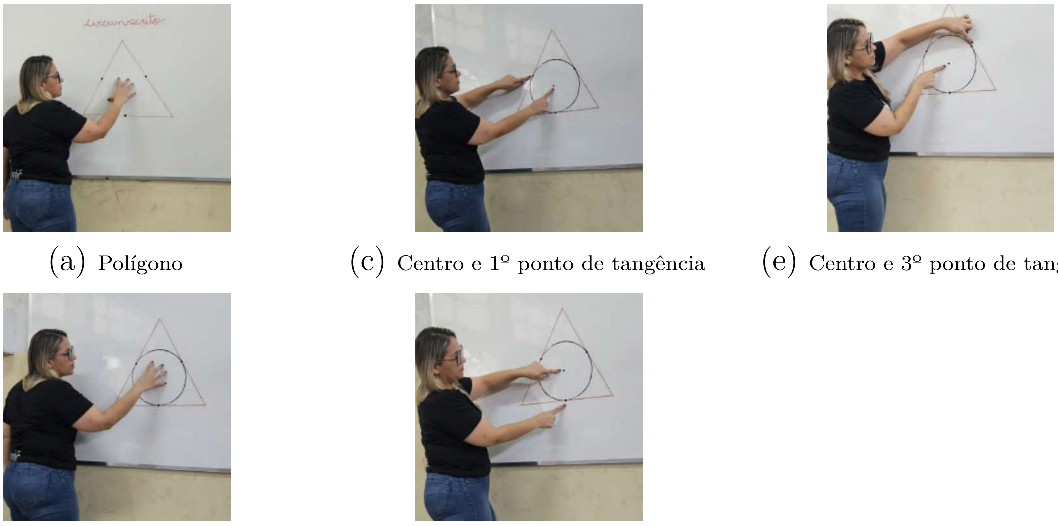
(e) 3º Vértice e centro

(f) 4º Vértice e centro

Fonte: Elaborado pela autora (2024)

Na Figura 20, encontram-se os gestos deíticos para a explicação do conteúdo de polígono inscrito em uma circunferência. Para explicar esse conteúdo, o professor, após desenhar uma circunferência, gesticula com a mão dentro da circunferência enquanto explica que um polígono é considerado inscrito quando está dentro dela, conforme Figura 20a. Em seguida, o professor desenha um polígono dentro da circunferência, enfatizando que, por ser inscrito, todos os vértices dele pertencem à circunferência, como na Figura 20b. Após isso, o professor destaca, utilizando o gesto rítmico de bater o dedo, que a distância do centro da circunferência a cada vértice do polígono é sempre igual ao raio da circunferência, como mostrado nas Figura 20c, Figura 20d, Figura 20e e Figura 20f.

Figura 21 – Gestos utilizados para explicação do conteúdo polígono circunscrito em uma circunferência



(a) Polígono

(c) Centro e 1º ponto de tangência

(e) Centro e 3º ponto de tangência

(b) Polígono circunscrito

(d) Centro e 2º ponto de tangência

Fonte: Elaborado pela autora (2024)

Na Figura 21, encontram-se os gestos deíticos para a explicação do conteúdo de polígono circunscrito em uma circunferência. Para explicar esse conteúdo, o professor, após desenhar um polígono, gesticula com a mão dentro dele enquanto explica que um polígono é considerado circunscrito quando a circunferência está dentro dele, conforme Figura 21a. Em seguida, o professor desenha uma circunferência dentro do polígono, destacando que, por ser circunscrito, todos os lados do polígono são tangentes à circunferência, como na Figura 21b. Após isso, o professor reforça, utilizando o gesto rítmico de bater o dedo, que a distância do centro da circunferência a cada ponto de tangência nos lados do polígono é igual ao raio da circunferência, como mostrado nas Figura 21c, Figura 21d e Figura 21f.

Espera-se que, com a aplicação dos gestos propostos na Figura 21, os estudantes compreendam o significado de polígono circunscrito à uma circunferência, desenvolvendo as habilidades EF07MA27, EF07MA28, EF09MA15 e EM13MAT506 previstas na BNCC.

4.7 TRANSFORMAÇÕES GEOMÉTRICAS: CONTEXTUALIZAÇÃO E GESTOS NA REFLEXÃO, TRANSLAÇÃO E ROTAÇÃO

Na BNCC, o estudo das transformações geométricas — rotação, reflexão e translação — é destacado como uma parte importante do desenvolvimento do cálculo geométrico e da compreensão das propriedades das figuras no plano.

Essas transformações são introduzidas no ensino fundamental, inicialmente de forma intuitiva, por meio de atividades práticas e manipulativas, como o uso de dobraduras, desenhos e construções geométricas. No ensino médio, as transformações geométricas são aprofundadas com uma abordagem mais analítica, envolvendo o uso do plano cartesiano e a representação algébrica.

De acordo com Giovanni Júnior (2022) em A conquista Matemática para 8º ano do Ensino Fundamental,

> Quando duas imagens são reflexo uma da outra, e esse reflexo se dá em relação a uma linha, dizemos que há simetria de reflexão, ou simetria axial, e a linha é o eixo de reflexão, ou eixo de simetria.
>
> A translação é a transformação no plano em que todos os pontos de uma figura são deslocados na mesma direção e no mesmo sentido, preservando as dimensões originais.
>
> A transformação geométrica rotação consiste em girar determinada figura em torno de um ponto do plano, mantendo o ângulo de deslocamento (Giovanni Júnior, 2022, p. 204- 205).

A seguir, são dados os objetos de conhecimento e habilidades da BNCC, onde o conteúdo de reflexão, translação e rotação são utilizados.

Quadro 16 – Objeto de conhecimento e Habilidade sobre reflexão, translação e rotação para o 7º ano

OBJETO DE CONHECIMENTO	**HABILIDADE**
Simetrias de translação, rotação e reflexão	(EF07MA21) Reconhecer e construir figuras obtidas por simetrias de translação, rotação e reflexão, usando instrumentos de desenho ou softwares de geometria dinâmica e vincular esse estudo a representações planas de obras de arte, elementos arquitetônicos, entre outros.

Fonte: BNCC

Quadro 17 – Objeto de conhecimento e Habilidade sobre reflexão, translação e rotação para o 8º ano

OBJETO DE CONHECIMENTO	**HABILIDADE**
Transformações geométricas: simetrias de translação, reflexão e rotação	(EF08MA18) Reconhecer e construir figuras obtidas por composições de transformações geométricas (translação, reflexão e rotação), com o uso de instrumentos de desenho ou de softwares de geometria dinâmica.

Fonte: BNCC

Quadro 18 – Habilidade sobre reflexão, translação e rotação para o Ensino Médio

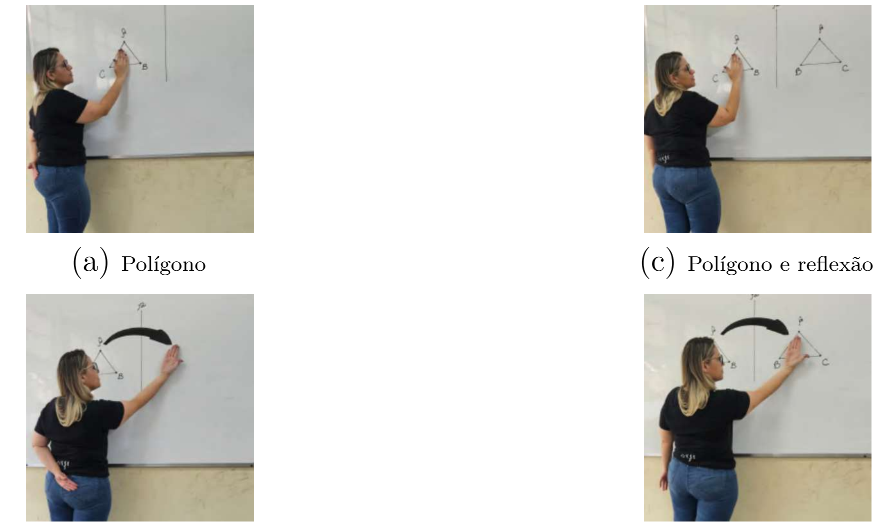
HABILIDADE
(EM13MAT105) Utilizar as noções de transformações isométricas (translação, reflexão, rotação e composições destas) e transformações homotéticas para construir figuras e analisar elementos da natureza e diferentes produções humanas (fractais, construções civis, obras de arte, entre outras).

Fonte: BNCC

4.7.1 Exemplo 8: Gestos utilizados no conteúdo Reflexão

Para a explicação do conteúdo reflexão foram utilizados os gestos icônicos, conforme a Figura 22.

Figura 22 – Gestos utilizados para explicação do conteúdo reflexão



(a) Polígono

(c) Polígono e reflexão

(b) Movimento da reflexão

(d) Gesto da reflexão

Fonte: Elaborado pela autora (2024)

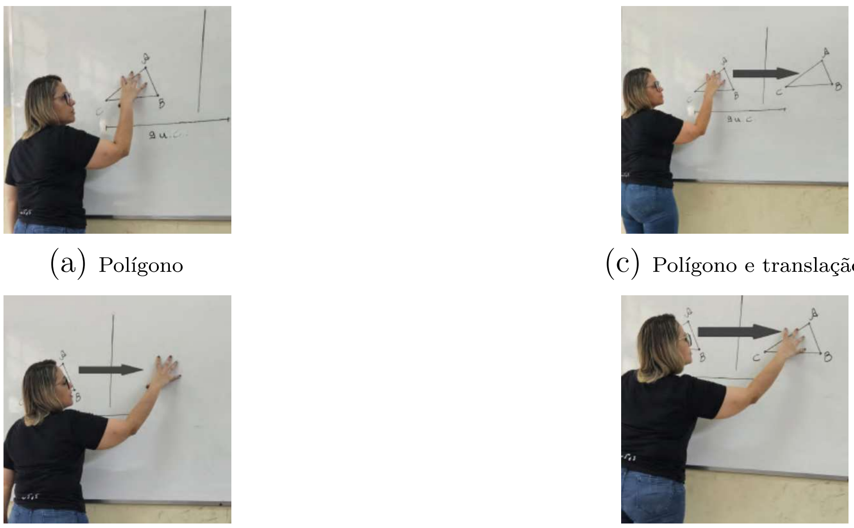
Na Figura 22, encontram-se os gestos icônicos para a explicação do conteúdo reflexão. Para explicar esse conteúdo, o professor coloca a palma da mão sobre o polígono, conforme Figura 22a. Em seguida, ele gira a mão para o lado direito da reta, posicionando a palma voltada para frente, acompanhando o movimento da explicação, como na Figura 22b. Ele constrói o polígono e destaca para os alunos que a distância de cada vértice do polígono original até a reta deve ser igual à distância de cada vértice refletido até a mesma reta, reforçando o conceito de simetria, como a Figura 22c. O professor repete o procedimento com os dois polígonos construídos, verificando novamente que as distâncias entre os vértices de ambos os polígonos e a reta permanecem iguais, consolidando o princípio da reflexão.

Espera-se que, com a aplicação dos gestos propostos na Figura 22, os estudantes compreendam o significado de reflexão, desenvolvendo as habilidades EF07MA21, EF08MA18 e EM13MAT105 previstas na BNCC.

4.7.2 Exemplo 9: Gestos utilizados no conteúdo Translação

Para a explicação do conteúdo translação utilizou-se os gestos icônicos, conforme a Figura 23.

Figura 23 – Gestos utilizados para explicação do conteúdo translação



(a) Polígono

(c) Polígono e translação

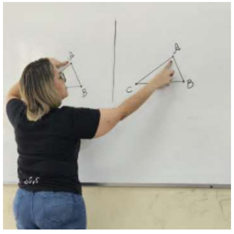
(b) Gesto da translação

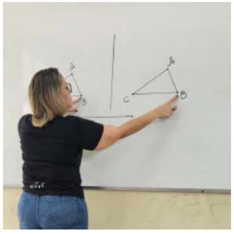
(d) Gesto da translação com polígono desenhado

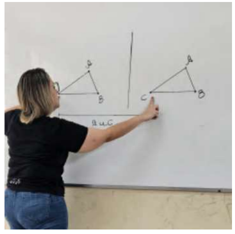
Fonte: Elaborado pela autora (2024)

Na Figura 23, encontram-se os gestos icônicos para a explicação do conteúdo translação. Para explicar esse conteúdo, o professor posiciona a mão sobre o polígono, conforme Figura 23a. Em seguida, desliza a mão horizontalmente para a direita, percorrendo a unidade de medida desejada, sendo utilizado neste caso 9 unidades de comprimento (u.c.), como na Figura 23b. A partir desse ponto, construa o polígono (Figura 23c). O professor repete o procedimento com os dois polígonos já construídos, conforme a Figura 23d.

Figura 24 – Gestos utilizados para explicação da relação entre os vértices na translação de um polígono


(a) Vértice A


(b) Vértice B


(c) Vértice C

Fonte: Elaborado pela autora (2024)

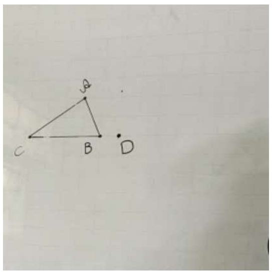
Como na Figura 24, o professor enfatiza com os alunos que a distância entre os vértices dos dois polígonos deve ser de 9 u.c. (Figura 24a, Figura 24b e Figura 24c).

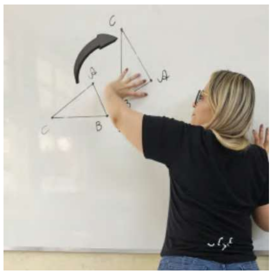
Espera-se que, com a aplicação dos gestos propostos nas Figura 23 e Figura 24, os estudantes compreendam o significado de translação, desenvolvendo as habilidades EF07MA21, EF08MA18 e EM13MAT105 previstas na BNCC.

4.7.3 Exemplo 10: Gestos utilizados no conteúdo Rotação

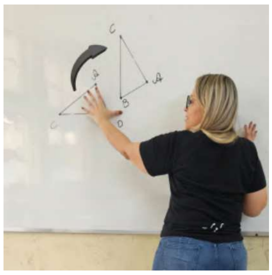
Para a explicação do conteúdo rotação de um polígono em torno de um ponto foram utilizados os gestos icônicos, conforme a Figura 25.

Figura 25 – Gestos utilizados para explicação do conteúdo rotação


(a) Polígono e ponto D


(c) Construção do polígono rotacionado


(b) Rotação do polígono


(d) Gesto da rotação

Fonte: Elaborado pela autora (2024)

Na Figura 25, encontram-se os gestos icônicos para a explicação do conteúdo rotação de um polígono em torno de um ponto. Para explicar esse conteúdo, o professor desenha no quadro o polígono e o ponto de rotação D, conforme a Figura 25a. Em seguida, coloca o polegar sobre o ponto D e os demais dedos sobre o polígono, como na Figura 25b. A partir desse ponto, o professor gira a mão para a direita, percorrendo a medida em graus desejada, sem tirar o polegar do ponto D (Figura 25c). O professor repete o procedimento com os dois polígonos já construídos, conforme a Figura 25d, enfatizando com os alunos que a rotação nesse exemplo foi de 110°.

Espera-se que, com a aplicação dos gestos propostos na Figura 25, os estudantes compreendam o significado de rotação de um polígono em torno de um ponto, desenvolvendo as habilidades EF07MA21, EF08MA18 e EM13MAT105 previstas na BNCC.

4.8 EQUAÇÕES: CONTEXTUALIZAÇÃO E GESTOS

Na BNCC, o conteúdo relacionado à equações é distribuído ao longo do ensino fundamental e médio, alinhado ao desenvolvimento gradual das habilidades matemáticas dos estudantes. No ensino fundamental, as equações aparecem inicialmente no contexto de problemas simples, como equações do 1º grau, com o objetivo de desenvolver a capacidade de resolução de situações-problemas, interpretar padrões e compreender a ideia de igualdade e incógnitas. Já no ensino médio, o estudo se aprofunda com o trabalho em equações do 2º grau, exponenciais, logarítmicas e sistemas de equações, integrando conceitos algébricos com aplicações práticas.

Segundo Giovanni Júnior (2022) no livro A Conquista Matemática para o 7º ano do Ensino Fundamental,

> Toda sentença matemática expressa por uma igualdade, na qual haja um ou mais símbolos que representem números desconhecidos dessa sentença, é denominada equação.
> Cada símbolo que representa um número desconhecido chama-se incógnita (Giovanni Júnior, 2022, p. 141).

A seguir, são apresentados os objetos de conhecimento e habilidades da BNCC, onde o conteúdo de equação é abordado.

Quadro 19 – Objeto de conhecimento e Habilidade sobre equação para o 7º ano

OBJETO DE CONHECIMENTO	HABILIDADE
Linguagem algébrica: variável e incógnita	(EF07MA13) Compreender a ideia de variável, representada por letra ou símbolo, para expressar relação entre duas grandezas, diferenciando-a da ideia de incógnita. (EF07MA14) Classificar sequências em recursivas e não recursivas, reconhecendo que o conceito de recursão está presente não apenas na matemática, mas também nas artes e na literatura. (EF07MA15) Utilizar a simbologia algébrica para expressar regularidades encontradas em sequências numéricas.
Equivalência de expressões algébricas: identificação da regularidade de uma sequência numérica	(EF07MA16) Reconhecer se duas expressões algébricas obtidas para descrever a regularidade de uma mesma sequência numérica são ou não equivalentes.
Equações polinomiais do 1º grau	(EF07MA18) Resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 1º grau, redutíveis à forma $ax + b = c$, fazendo uso das propriedades da igualdade.

Fonte: BNCC

Quadro 20 – Objeto de conhecimento e Habilidade sobre equação para o 8º ano

OBJETO DE CONHECIMENTO	HABILIDADE
Valor numérico de expressões algébricas	(EF08MA06) Resolver e elaborar problemas que envolvam cálculo do valor numérico de expressões algébricas, utilizando as propriedades das operações.
Equação polinomial de 2º grau do tipo $ax^2 = b$	(EF08MA09) Resolver e elaborar, com e sem uso de tecnologias, problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 2º grau do tipo $ax^2 = b$.

Fonte: BNCC

Quadro 21 – Habilidade sobre equação para o Ensino Médio

HABILIDADE
(EM13MAT501) Investigar relações entre números expressos em tabelas para representá-los no plano cartesiano, identificando padrões e criando conjecturas para generalizar e expressar algebricamente essa generalização, reconhecendo quando essa representação é de função polinomial de 1º grau.
(EM13MAT502) Investigar relações entre números expressos em tabelas para representá-los no plano cartesiano, identificando padrões e criando conjecturas para generalizar e expressar algebricamente essa generalização, reconhecendo quando essa representação é de função polinomial de 2º grau do tipo $y = ax^2$.

Fonte: BNCC

4.8.1 Exemplo 11: Gestos utilizados para representar a balança de dois pratos

Para introduzir o conteúdo de equações, pode-se recorrer à analogia da balança de dois pratos. Recomenda-se apresentar aos alunos uma imagem de uma balança desse tipo (Figura 26) e explicar seu funcionamento. O professor pode destacar que, para a balança permanecer equilibrada, o peso em ambos os pratos deve ser igual, estabelecendo uma relação direta com o princípio de igualdade utilizado na resolução de equações.

Figura 26 – Balança de dois pratos

Fonte: Elaborado pela autora (2024)

Giovanni Júnior (2022) faz a seguinte orientação ao professor,

> Explicar a situação de equilíbrio de uma balança de dois pratos, quando esses pratos ficam à mesma altura com as massas colocadas em cada um deles, o que indicará que as massas que estão em cada prato são iguais. A compreensão das propriedades de uma igualdade e dos princípios de equivalência são essenciais para desenvolvimento da habilidade EF07MA18, além de incentivarem o raciocínio lógico e inferências (Giovanni Júnior, 2022, p. 138).

A seguir tem os gestos icônicos para explicar o conceito da balança de dois pratos.

Figura 27 – Gestos utilizados para explicação do conceito da balança de dois pratos

(a) Balança de dois pratos (b) Quantidades iguais (c) Esquerda mais leve (d) Balança equilibrada

Fonte: Elaborado pela autora (2024)

Na Figura 27, apresentam-se os gestos icônicos para representar o conceito de uma balança de dois pratos. Inicialmente, o professor abre os braços lateralmente, conforme ilustrado na Figura 27a. Em seguida, ele junta as mãos à frente do corpo (Figura 27b) enquanto explica que as quantidades são iguais, pois a balança está equilibrada. Caso um peso seja adicionado ao lado direito, as quantidades tornam-se diferentes, fazendo com que o lado esquerdo fique mais leve, como mostrado na Figura 27c. Por fim, ao colocar o mesmo peso no lado esquerdo, a balança retorna à posição de equilíbrio (Figura 27d). O objetivo dessa demonstração é levar os alunos a relacionarem esse conceito com a resolução de equações, enfatizando que qualquer alteração feita em um lado da igualdade precisa ser realizada de forma equivalente no outro lado.

4.8.2 Exemplo 12: Gestos utilizados no conteúdo igualdade

Na Figura 28, estão apresentados os gestos icônicos para o conceito de igualdade, utilizando expressão numérica.

Figura 28 – Gestos utilizados para explicação do conceito igualdade numérica

(a) Balança de dois pratos equilibrada

(c) Subtrai 1 do lado direito

(b) Subtrai 1 do lado esquerdo

(d) Balança de dois pratos equilibrada

Fonte: Elaborado pela autora (2024)

Na Figura 28, são apresentados os gestos icônicos para ilustrar o conceito de igualdade numérica. O professor inicia escrevendo uma igualdade no quadro e se posiciona como mostrado na Figura 28a. Em seguida, subtrai 1 do lado esquerdo, elevando a mão correspondente, conforme ilustrado na Figura 28b, explicando aos alunos que, ao subtrair 1, o lado esquerdo se tornou mais leve, resultando na mão mais alta. Logo após, subtrai 1 do lado direito e reforça que a balança voltou a estar equilibrada, pois o mesmo procedimento foi realizado em ambos os lados (Figura 28c). Por fim, o professor simplifica a expressão e chega ao resultado final, conforme a Figura 28d.

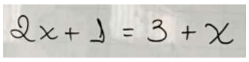
4.8.3 Exemplo 13: Gestos utilizados no conteúdo equação

De acordo com Giovanni Júnior (2022),

> É importante enfatizar a utilização dos princípios aditivo e multiplicativo na resolução das equações, evitando que os estudantes usem regras (“muda de lado, muda de sinal” ou “passa para o outro lado”) sem compreender o que isso significa (Giovanni Júnior, 2022, p. 150).

Diante disso, após o conceito de igualdade ser assimilado pelos alunos, pode-se seguir para o conceito de equação, conforme sugestão abaixo.

Figura 29 – Equação resolvida com alunos utilizando gestos



Fonte: Elaborado pela autora (2024)

Para este exemplo utilizou-se os gestos icônicos apresentados na Figura 30 a seguir.

Figura 30 – Gestos utilizados para resolução da equação $2x + 1 = 3 + x$

(a) Balança de dois pratos

(d) Equação simplificada

(f) Subtrai x do lado direito

(b) Subtrai 1 do lado direito

(e) Subtrai x do lado esquerdo

(g) Resultado final

(c) Subtrai 1 do lado esquerdo

Fonte: Elaborado pela autora (2024)

Para explicar a equação apresentada, o professor utiliza gestos que representam a balança de dois pratos, posicionando cada mão abaixo das expressões algébricas, como ilustrado na Figura 30a. Inicialmente, subtrai 1 do lado direito e abaixa essa mão para indicar que a balança está desequilibrada (Figura 30b). Em seguida, subtrai 1 do lado esquerdo, retornando à posição de equilíbrio, como na Figura 30c, e enfatiza aos alunos que a balança voltou a ficar equilibrada, pois a mesma operação matemática foi realizada em ambos os lados da igualdade. Posteriormente, resolve as operações (Figura 30d).

O professor repete o processo, subtraindo x do lado esquerdo da equação (Figura 30e) e, em seguida, subtrai x do lado direito também, conforme mostrado na Figura 30f. Por fim, simplifica as operações e apresenta a resposta final, como ilustrado na Figura 30g.

O objetivo dessa abordagem é que os estudantes compreendam o significado de equação, alcançando as habilidades EF07MA13, EF07MA14, EF07MA15, EF07MA16, EF07MA18,EF08MA06, EF08MA08, EF08MA09, EM13MAT501 e EM13MAT502 previstas na BNCC.

Observa-se que esses gestos são aplicáveis apenas para casos em que $x > 0$, uma vez que a balança funciona somente para valores positivos. No entanto, para situações em que $x < 0$, os gestos precisariam ser ajustados, já que o lado direito da balança abaixaria devido ao valor de x estar sendo subtraído. Como a balança física não representa diretamente esse comportamento, seria necessário utilizar uma abordagem diferente para ilustrar tal situação. Uma sugestão seria iniciar o estudo de equações com valores em que $x > 0$, garantindo que os alunos compreendam plenamente o conceito. Após essa etapa, poderia-se introduzir valores em que $x < 0$, adaptando a abordagem para ilustrar adequadamente essas situações.

4.9 A INFLUÊNCIA DOS GESTOS NA APRENDIZAGEM MATEMÁTICA: OBSERVAÇÕES, APLICAÇÕES E PERSPECTIVAS FUTURAS

Durante a aplicação dos gestos indicados, a autora observou diversas situações que, possivelmente, não ocorreriam com outras metodologias. Um dos aspectos mais notáveis foi o uso espontâneo dos gestos pelos alunos como forma de expressão, demonstrando que a comunicação gestual se tornou um recurso significativo no processo de ensino e aprendizagem. Os estudantes não apenas acompanharam os gestos apresentados pela autora, mas também passaram a imitá-los, incorporando-os de maneira natural durante as atividades. Além disso, a participação dos alunos foi avaliada de forma mais ativa, especialmente em momentos de interação coletiva, nos quais os gestos rítmicos foram trabalhados como forma de envolvimento na aula.

Outro ponto relevante foi a influência dos gestos durante a realização dos testes. Notou-se que, ao resolverem as atividades propostas, muitos alunos recorriam à imitação dos gestos anteriores trabalhados em sala, o que sugere que essa estratégia contribuiu para a fixação e recuperação dos conteúdos. Esse comportamento evidencia a relação entre gestualidade e cognição, reforçando a hipótese de que os gestos desempenham um papel fundamental na construção do conhecimento matemático.

Além da reprodução dos gestos apresentados pela autora, os próprios alunos criaram gestos para representar conceitos matemáticos específicos. Essas características foram particularmente interessantes, pois indicam que os estudantes não apenas compreenderam a importância da gestualidade no aprendizado, mas também estavam engajados em um processo ativo de significação. Durante as aulas, alguns alunos questionaram a autora sobre a adequação dos gestos criados, demonstrando uma reflexão metacognitiva sobre a eficácia dessas representações na compreensão do conteúdo.

A análise por nível de ensino revelou diferenças no engajamento dos alunos. No ensino fundamental, observou-se uma participação mais espontânea e frequente, com os estudantes demonstrando entusiasmo ao utilizar e criar os gestos como apoio à aprendizagem. Já no ensino médio, a adesão foi mais comedida, e a participação ativa ocorreu principalmente quando os alunos eram diretamente solicitados. Esse contraste pode estar relacionado a fatores como a idade, a experiência escolar e a familiaridade com metodologias tradicionais de ensino, que tendem a enfatizar abordagens mais verbais e escritas.

A experiência com a utilização de gestos no ensino de Matemática demonstrou ser uma estratégia promissora para promover o engajamento e a compreensão dos alunos. A participação ativa observada, seja por meio da imitação dos gestos apresentados ou pela criação espontânea de novas representações gestuais, sugere que essa abordagem contribui significativamente para a construção do conhecimento matemático de forma mais dinâmica e interativa. Diante das observações positivas obtidas, pretende-se dar continuidade à investigação, ampliando a aplicação dessa metodologia e aperfeiçoando seus recursos didáticos.

Como parte desse processo, será realizada a distribuição de um produto educacional voltado para a orientação de professores sobre o uso de gestos no ensino da Matemática. Esse material será compartilhado com docentes próximos à autora, permitindo que a metodologia seja aplicada em diferentes contextos escolares. A implementação da abordagem por outros professores possibilitará a verificação de sua adaptabilidade, bem como a observação de eventuais ajustes necessários para sua maior efetividade. Além disso, a troca de experiências entre os educadores contribuirá para o aprimoramento da proposta e sua adequação a distintas realidades de ensino.

Após essa etapa inicial de disseminação da metodologia, será conduzida a coleta de dados qualitativos por meio da aplicação de um questionário. Esse instrumento tem como objetivo obter um retorno mais detalhado sobre a percepção dos alunos em relação ao uso dos gestos durante as aulas. Além de avaliar a aceitação da estratégia, o questionário permitirá identificar possíveis dificuldades ou limitações enfrentadas pelos estudantes, fornecendo subsídios para futuras melhorias na aplicação da metodologia.

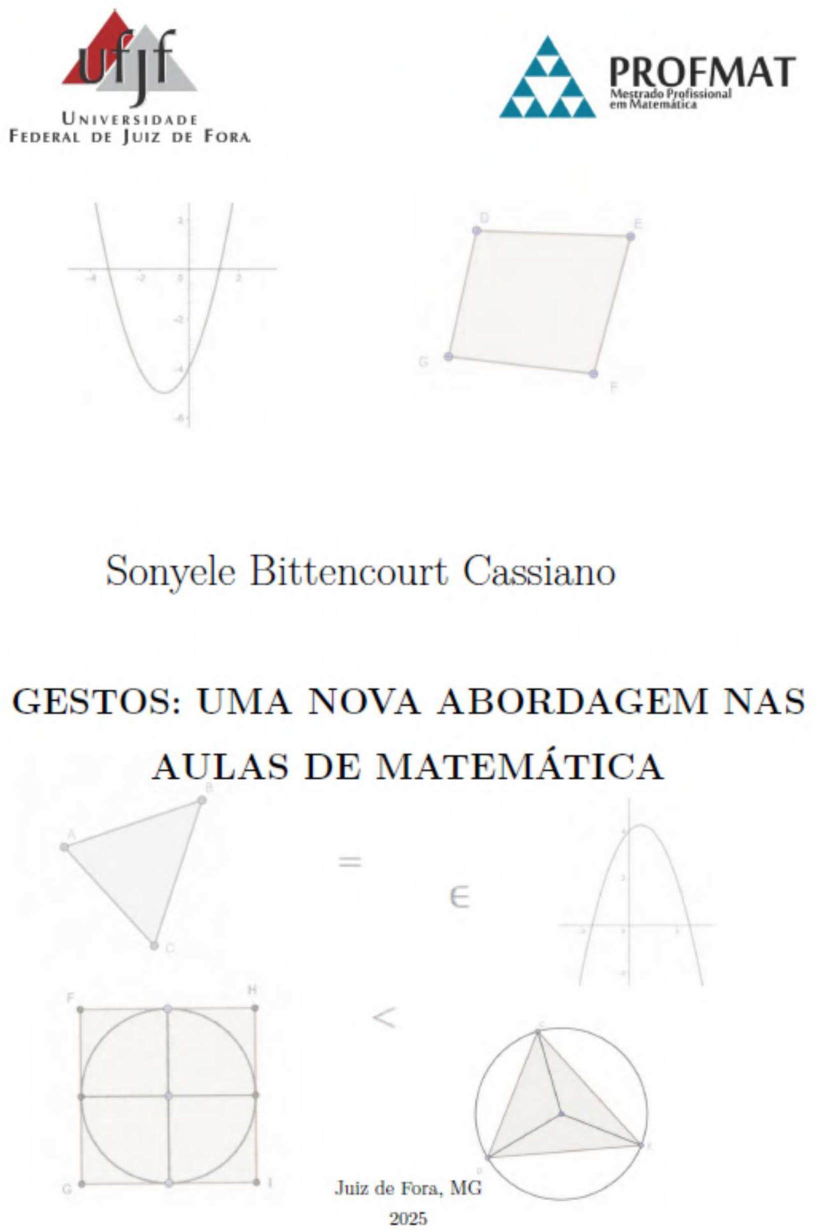
Com base na análise dos dados coletados, pretende-se também elaborar um artigo científico para submissão a uma revista especializada na área de Ensino da Matemática. Esse artigo terá como foco a apresentação dos resultados obtidos com a aplicação dos gestos no ensino, discutindo os impactos observados na aprendizagem e na participação dos alunos, bem como as implicações pedagógicas dessa abordagem. A publicação desse estudo poderá contribuir para a ampliação do debate sobre o uso dos gestos como recurso didático e incentivar novas pesquisas sobre sua aplicação em diferentes contextos educacionais.

Dessa forma, busca-se não apenas validar os benefícios da gestualidade no ensino da Matemática, mas também contribuir para o avanço de práticas pedagógicas baseadas na multimodalidade. A expectativa é que essa abordagem seja incorporada de maneira sistemática ao ensino, promovendo o desenvolvimento cognitivo dos estudantes por meio da integração entre diferentes formas de representação do conhecimento.

5 PRODUTO EDUCACIONAL

Os estudos realizados nesta dissertação culminaram na elaboração de uma cartilha didática denominada "GESTOS: UMA NOVA ABORDAGEM NAS AULAS DE MATEMÁTICA"(Figura 31), um recurso educacional voltado para professores que desejam enriquecer suas práticas pedagógicas por meio da integração de gestos e linguagem corporal. Este material busca proporcionar uma abordagem inovadora para auxiliar a aprendizagem de conceitos matemáticos, enfatizando o papel dos gestos como mediadores no processo de construção do conhecimento.

Figura 31 – Capa da Cartilha: GESTOS: UMA NOVA ABORDAGEM NAS AULAS DE MATEMÁTICA



Fonte: Elaborado pela autora (2024)

O material apresenta um breve embasamento teórico sobre a utilização dos gestos nas aulas de matemática, destacando a importância dessa prática como recurso semiótico para facilitar a construção de significados e promover a aprendizagem. Explora-se a relação entre os gestos e o pensamento matemático, enfatizando como esses movimentos corporais acompanham e enriquecem a comunicação, permitindo aos estudantes uma compreensão mais profunda dos conceitos matemáticos. Ressalta-se que os gestos frequentemente antecedem a verbalização de ideias e podem refletir pensamentos ainda em processo de formulação, contribuindo para o desenvolvimento cognitivo.

Para apoiar o trabalho docente, são apresentados treze exemplos que exploram o uso dos gestos em diferentes contextos matemáticos (Figura 32). Esses exemplos não são um roteiro a serem seguidos, têm o objetivo de estimular a criatividade dos professores para criarem seus próprios gestos, adaptando as atividades às especificidades de sua turma, promovendo um ensino de matemática que seja dinâmico e participativo.

Figura 32 – Exemplos apresentados na cartilha

SUMÁRIO

Fonte: Elaborado pela autora (2024)

6 CONCLUSÃO

Este trabalho apresentou uma análise do uso de gestos como ferramenta pedagógica no ensino de matemática, baseando-se nas teorias da cognição incorporada, do feixe semiótico e da multimodalidade. A partir dessas perspectivas teóricas, foi possível demonstrar como a integração de gestos pode enriquecer a experiência de ensino-aprendizagem, promovendo uma conexão mais profunda entre conceitos abstratos e representações concretas.

As atividades desenvolvidas para turmas do ensino fundamental e médio destacaram o papel dos gestos na construção do conhecimento matemático. Exemplos práticos, como a representação de ângulos, a metáfora da balança para equações e a exploração de figuras geométricas, evidenciaram como os gestos facilitaram a visualização, a compreensão e a retenção dos conteúdos. Essas práticas não apenas tornam o aprendizado mais dinâmico e interativo, mas também atendem a diferentes formas de percepção e expressão dos estudantes, contribuindo para um ambiente inclusivo e colaborativo.

Apesar de não ter sido realizada uma coleta de dados quantitativos para avaliar os impactos dessas intervenções, a análise teórica e as reflexões propostas apontam para a relevância dos gestos como recursos didáticos na matemática. A ausência de dados empíricos, embora limite as conclusões sobre a eficácia das estratégias aplicadas, não diminui a importância deste estudo como um ponto de partida para novas pesquisas na área.

Conclui-se que o uso de gestos, integrado a estratégias multimodais e fundamentado nas teorias apresentadas, tem o potencial de transformar a maneira como a matemática é ensinada. Recomenda-se que futuras investigações aprofundem a análise dos efeitos dessas práticas, incluindo a coleta de dados em contextos reais de sala de aula. Além disso, destaca-se a necessidade de formação docente voltada para o uso de gestos e outros recursos multimodais, possibilitando a adoção de abordagens mais eficazes e significativas no ensino de matemática.

Dessa forma, espera-se que esta dissertação inspire educadores e pesquisadores a explorarem novas formas de ensino que valorizem o papel do corpo, dos gestos e das interações no processo de aprendizagem, contribuindo para uma matemática mais acessível, dinâmica e transformadora.

REFERÊNCIAS

1 AIZAWA, A.; BOTELHO, M. L. S. T.; QUADROS, A. L. D.; GIORDAN, M. (Eds.). A corporificação de entes químicos em performances multimodais em aulas de ciências. **Educação em Revista**, v. 40, p. e45309, 2024.

2 ARZARELLO, F.; PAOLA, D.; ROBUTTI, O.; SABENA, C. Gestures as semiotic resources in the mathematics classroom. In **Proceedings of the 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education**, 2006.

3 ARZARELLO, F. Gestures, understanding, and the construction of mathematical meaning. In: **Proceedings of the 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education**, 2006.

4 ARZARELLO, Ferdinando. Semiosis as a multimodal process. RELIME. **Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa**, v. 9, n. 1, p. 267-300, 2006.

5 ASSIS, Cláudio de. **Relevância dos gestos no discurso matemático do sujeito surdo**. 2018.

6 BARSALOU, L. W. Grounded cognition. **Annual Review of Psychology**, v. 59, p. 617-645, 2008.

7 BOALER, J. **Mathematical mindsets**: unleashing students' potential through creative math, inspiring messages and innovative teaching. San Francisco: Jossey-Bass, 2016.

8 **BRASIL. Ministério da Educação**. Base Nacional Comum Curricular. Brasília: MEC, 2017. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br. Acesso em: 08 set. 2024.

9 CASTELLON, Viviana C.; ENYEDY, Noel. Teacher's speech and gesture as a communicative and strategic tool to convey and discuss mathematical concepts in a bilingual Algebra classroom. **San Francisco: AERA**, 2006.

10 COOK, S. W.; MITCHELL, Z.; GOLDIN-MEADOW, S. **Gesture as a window into children's thinking: A case study.** Cognition and Instruction, v. 26, n. 4, p. 426-432, 2008.

11 DE CASTRO, Laura Tiemme; LEIVAS, José Carlos Pinto. Os gestos realizados pelos professores ao ensinarem o conteúdo de ângulos. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, v. 13, n. 5, p. 1-20, 2022.

12 DA COSTA, João Francisco Staffa. Jogos Digitais e Matemática no Ensino Fundamental: uma Revisão Sistemática. Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática, v. 17, n. 2, p. 159-170, 2024.

13 DA SILVA, Deziane Costa; MIGUEL, Joelson Rodrigues. Práticas Pedagógicas Inclusivas no Âmbito Escolar/Inclusive Pedagogical Practices in the School Environment. **ID on line. Revista de psicologia**, v. 14, n. 51, p. 880-894, 2020.

14 DAVID, Berlo. The process of communication. **New York: Holt, Reinhart and Winston**, 1960.

15 DE FARIA, Daniel Luporini. A fala e o gesto incorporados e atrelados à vida vivida. **Kínesis-Revista de Estudos dos Pós-Graduandos em Filosofia**, v. 10, n. 22, p. 58-67, 2018.

16 DE LIMA, André Ferreira; AMARAL, Rúbia Barcelos. A gestualidade como protagonista para a construção de conceitos da Geometria Espacial de Posição. **Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática**, p. 1-12, 2024.

17 DE SOUZA, Marcelo Batista; REIS, Diógenes Rocha; BELO, Edileusa do Socorro Valente. Quando a produção de vídeos movimenta a sala de aula de Matemática. Revista BOEM, v. 12, n. 22, p. e0112-e0112, 2024.

18 DEVLIN, K. **The Language of Mathematics**: Making the Invisible Visible. Mathematical Association of America, 2000.

19 DUVAL, Raymond. Semiosis and intellectual learning: Cognitive functioning and the understanding of mathematical processes. **Educational Studies in Mathematics**, Dordrecht, v. 61, n. 1-2, p. 103-131, 2006.

20 ERBA, Caterina. Insegnare matematica con il teatro: apprendimento embodied ed emozioni. **Didattica della matematica. Dalla ricerca alle pratiche d'aula 15**, p. 116-135, 2024.

21 FREITAS, Savana dos Anjos; ANDRADE, Agostinho Serrano de. Gestos no processo de ensino e aprendizagem: uma revisão sistemática de literatura. **Educação em Revista**, v. 39, p. e39705, 2023.

22 FONT, V.; GODINO, J. D.; D'AMORE, B. **A semiótica e o ensino da matemática**: implicações para a formação docente. In: BAZERMAN, C. (Org.). Representações semióticas e ensino de matemática. Belo Horizonte: Autêntica, 2007. p. 63-84.

23 GEE, J. P.. What video games have to teach us about learning and literacy. **ACM Computers in Entertainment (CIE)**, v. 1, n. 1, p. 20-20, 2003.

24 GEE, James Paul. **An Introduction to Discourse Analysis**: Theory and Method. Routledge, 2005.

25 GOLDIN-MEADOW, Susan. **Hearing gesture: How our hands help us think**. Harvard University Press, 2005.

26 GOLDIN-MEADOW, Susan. How gesture works to change our minds. **Trends in neuroscience and education**, v. 3, n. 1, p. 4-6, 2014.

27 GIOVANNI JÚNIOR, José Ruy. **A conquista matemática**. 1. ed. [Séries: Ensino Fundamental – 6º ao 9º ano]. São Paulo: FTD, 2022.

28 GREENO, J. G.; COLLINS, A.; RESNICK, L. B. Cognition and learning. In: BERLINER, D. C.; CALFEE, R. C. (Eds.). **Handbook of Educational Psychology**. New York: Macmillan, p. 15–46, 1996.

29 HELLIWELL, Tracy; COLES, Alfred Theodore; BROWN, Laurinda. Working as mathematics teacher educators at the meta-level (to the focus of the teachers on developing their teaching). Avances de investigación en educación matemática, n. 13, p. 105-122, 2018.

30 HIEBERT, J.; GROUWS, D. A.Historical perspectives on research in mathematics education. In: F. K. A. L. P. (Ed.), **Second handbook of research on mathematics teaching and learning. Charlotte**, NC: Information Age, p. 371-404, 2007.

31 HOSTETTER, A. B.; ALIBALI, M. W. Visible embodiment: Gestures as simulated action. **Psychonomic Bulletin & Review**, v. 15, n. 3, p. 495-514, 2008.

32 JEWITT, C. Multimodality and literacy in school classrooms. **Review of Research in Education**, v. 32, p. 241-267, 2008.

33 JEWITT, C. **The Routledge Handbook of Multimodal Analysis**. Routledge, 2009.

34 JEWITT, C. Technology, literacy, and learning: A multimodal approach. **Educational Review**, v. 60, n. 1, p. 83-87, 2008.

35 KILPATRICK, Jeremy; SWAFFORD, Jane; FINDELL, Bradford. Adding It Up: **Helping Children Learn Mathematics**. Washington, D.C.: National Academy Press, 2001.

36 KITA, S.; ÖZYÜREK, A. What does cross-linguistic variation in semantic coordination of speech and gesture reveal? Evidence for an interface representation of spatial thinking and speaking. **Journal of Memory and Language**, v. 48, n. 1, p. 16-32, 2003.

37 KLINE, Morris. **Mathematics**: The loss of certainty. New York: Oxford University Press, 1972.

38 KRESS, G. **Multimodality**: A social semiotic approach to contemporary communication. London: Routledge, 2010.

39 KRESS, G.; VAN LEEUWEN, T. **Multimodal discourse**: The modes and media of contemporary communication. London: Arnold, 2001.

40 KURZ, Catiéle Scheidt; FRANCHI, Regina Helena de Oliveira Lino. Integrando recursos semióticos na produção de vídeos matemáticos: análise de um vídeo produzido por alunos dos anos finais do ensino fundamental. **Revista BOEM**, v. 12, n. 22, p. e0201-e0201, 2024.

41 LISBOA, André; AVELAR, Maíra. Uma proposta multimodal de análise de narrativas: gestos e direção do olhar na marcação de espaços mentais. **Acta Scientiarum. Language and Culture**, v. 45, n. 1, 2023.

42 MADUREIRA, Kesia Alves Pinheiro. **As funções dos neurônios-espelho e a sua influência no exercício da liderança e mútuo aprendizado nas equipes de trabalho: um ensaio teórico**. Universidade Federal de Minas Gerais, 2024.

43 MANOLINO, Carola; GIACOMONE, Belén; BELTRÁN-PELLICER, Pablo. Abordagem semiótica do feixe e abordagem OntoSemiótica: um diálogo entre duas teorias sobre um problema aritmético-algébrico. **Educação e Pesquisa**, v. 49, 2023.

44 MCNEILL, D. **Hand and mind**: what gestures reveal about thought. Chicago: University of Chicago Press, 1992.

45 MONTEIRO, Jorge Henrique de Lima; MAGALHÃES, Carlos Henrique Ferreira. BNCC e suas concepções político-pedagógicas para a educação e educação física: algumas aproximações. Educação: Teoria e Prática, v. 33, n. 66, 2023.

46 MORENO-ARMELLA, L.; GUTIÉRREZ, J.; BERMÚDEZ, J. Semiotics in mathematics education: A systematic review. **Research in Mathematics Education**, v. 10, n. 1, p. 101-118, 2008.

47 MORGAN, C.; CRAIG, T.; SCHUETTE, M.; WAGNER, D. Multimodality in mathematics education: Representation, reasoning, and discourse. **International Journal of Science and Mathematics Education**, v. 5, n. 3, p. 377-393, 2007.

48 MORO, L.; MORTIMER, E. F.; QUADROS, A. L.; COUTINHO, F. Â.; SILVA, P. S.; PEREIRA, R. R.; DOS SANTOS, V. C. Influência de um terceiro modo semiótico na gesticulação de uma professora de Química. **Revista Brasileira de Pesquisa em Educação em Ciências**, v. 15, n. 1, p. 009-032, 2015.

49 NCTM (National Council of Teachers of Mathematics). **Principles and Standards for School Mathematics**. Reston: National Council of Teachers of Mathematics, 2000.

50 O'HALLORAN, K. Mathematics education and the role of multimodal discourse. **Mathematics Education Research Group of Australasia**, v. 28, p.29-36, 2005.

51 ÖZER, Demet; GÖKSUN, Tilbe. Gesture use and processing: A review on individual differences in cognitive resources. **Frontiers in Psychology**, v. 11, p. 573555, 2020.

52 PAIM, Marcela Moura Torres, TEIXEIRA, Wagner Barros. A construção da competência leitora e a variação linguística em avaliações de larga escala. Estudos Interdisciplinares da Linguagem e Ensino - Volume 1... Campina Grande: Realize Editora, 2023. Disponível em: <https://editorarealize.com.br/artigo/visualizar/92165>. Acesso em: 08 de nov. de 2024.

53 PAIVA, Manoel Rodrigues. **Matemática 1**. 2ª ed. São Paulo: Moderna, 2010.

54 PEIXOTO, Jurema. Gestos, sinais e esquemas de aprendizes surdos na multiplicação. **Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa**, v. 18, n. 3, p. 359-386, 2015.

55 PEREIRA, Lucas Emanuel. **Contribuições da modelagem matemática para o desenvolvimento de habilidades de resolução de problemas no ensino médio**. 2023. Dissertação de Mestrado. Universidade Estadual de Goiás (Brasil).

56 POSSATTI, Lucas; DA SILVA, Débora Morais Barbosa. A INFLUÊNCIA DOS GESTOS PARA A AQUISIÇÃO DE INGLÊS COMO L2. **Revista de Letras Norte@ mentos**, v. 16, n. 46, 2023.

57 QUIRÓS, Diego Alejandro Espinel; ROJAS, Ana Lorena Dominguez; YÁÑEZ-CANAL, Jaime. O estudo da cognição: em direção a uma perspectiva incorporada. **Psicologia USP**, v. 35, p. e210099-e210099, 2024.

58 RADFORD, L. Gestures and mathematical thinking. **For the Learning of Mathematics**, v. 29, n. 1, p. 9-14, 2009.

59 RADFORD, L. Why do gestures matter? Sensuous cognition and the palpability of mathematical meanings. **Educational Studies in Mathematics, Dordrecht**, v. 70, n. 2, p. 111-126, 2009.

60 RIZZOLATTI, G.; SINIGAGLIA, C. **Mirrors in the Brain: How Our Minds Share Actions and Emotions**. Oxford: Oxford University Press, 2008.

61 ROSE, D. H.; MEYER, A. A Universal Design for Learning in Action: Creating a Bridge to Student Engagement. In: COUNCIL FOR EXCEPTIONAL CHILDREN. **Teaching Every Student in the Digital Age: Universal Design for Learning**. Alexandria: CEC, p. 93-102, 2002.

62 ROTH, Wolff-Michael. Gestures: Their Role in Teaching and Learning. **Review of Educational Research**, vol. 71, no. 3, p. 365–92, 2001 Disponível em: http://www.jstor.org/stable/3516003. Acessado em: 15 set. 2024.

63 SECCIA, Amanda; GOLDIN-MEADOW, Susan. Gestures can help children learn mathematics: how researchers can work with teachers to make gesture studies applicable to classrooms. **Philosophical Transactions B**, v. 379, n. 1911, p. 20230156, 2024.

64 SCHRÖDER, Ulrike Agathe et al. Perspectivas multimodais sobre a comunicação com máscaras faciais em tempos de covid-19. **Revista Eletrônica de Comunicação, Informação & Inovação em Saúde**, v. 18, n. 3, p. 488-504, 2024.

65 SFARD, Anna. On the Dual Nature of Mathematical Conceptions: Reflections on Processes and Objects as Different Sides of the Same Coin. **Educational Studies in Mathematics**, v. 22, n. 1, p. 1–36, 1991. Disponível em: http://www.jstor.org/stable/3482237. Acesso em: 07 set. 2024.

66 SOUZA, Danielle Santos; MATTOS, Francisco Roberto Pinto. A IMPORTÂNCIA DA VISUALIZAÇÃO NO ENSINO DE GEOMETRIA. **e-Mosaicos**, v. 13, n. 31, 2024.

67 VALERIE, G.; ENYEDY, N. The importance of teacher preparation for semiotic approaches to mathematics education. **In: Proceedings of the 41st Annual Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education**. 2017. p. 123-130.

68 VARELA, Francisco J.; THOMPSON, Evan; ROSCH, Eleanor. **The Embodied Mind**: Cognitive Science and Human Experience. MIT Press, 1991.

69 WATZLAWICK, Paul; BEAVIN, J. H.; JACKSON, D. D. **Pragmática da comunicação humana: um estudo dos padrões, patologias e paradoxos da interação** (A. Cabral, Trad.). 1993.

70 WELMER, Marinete Santana Wutke. Análise do discurso multimodal de um vídeo produzido por licenciandos em Matemática do CEUNES-UFES. **Kiri-Kerê-Pesquisa em Ensino**, v. 1, n. 20, 2024.