

**Rafael Bruno da Silva Brandi**

***Processo Iterativo de Construção da Função de  
Custo Futuro na Metodologia PDE-ConvexHull***

Juiz de Fora - MG, Brasil

30 de março de 2011

**Rafael Bruno da Silva Brandi**

***Processo Iterativo de Construção da Função de  
Custo Futuro na Metodologia PDE-ConvexHull***

Dissertação submetida ao corpo docente do Curso de Mestrado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Faculdade de Engenharia da Universidade Federal de Juiz de Fora, como requisito parcial para obtenção do Grau de Mestre em Engenharia Elétrica, Área de Concentração em Sistemas de Energia Elétrica.

Orientador:

André Luís Marques Marcato, D.Sc.

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA  
FACULDADE DE ENGENHARIA  
UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA

Juiz de Fora - MG, Brasil

30 de março de 2011

Brandi, Rafael Bruno da Silva.

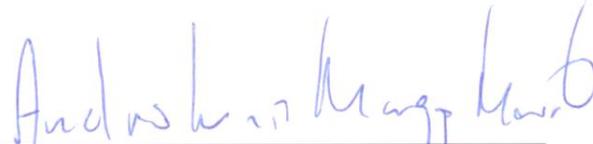
Processo iterativo de construção da função de custo futuro na metodologia PDE-ConvexHull / Rafael Bruno da Silva Brandi. – 2011. 119 f. : il.

Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica)–Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2011.

1. Engenharia elétrica. I. Título.

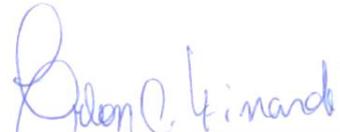
CDU 621.3

Dissertação sob o título “*Processo Iterativo de Construção da Função de Custo Futuro na Metodologia PDE-ConvexHull*”, defendida por Rafael Bruno da Silva Brandi e aprovada em 30 de março de 2011, em Juiz de Fora, Estado de Minas Gerais, pela banca examinadora constituída pelos professores:



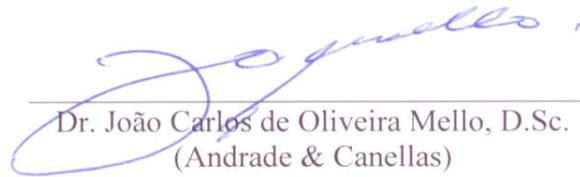
---

Prof. André Luís Marques Marcato, D.Sc.  
Orientador



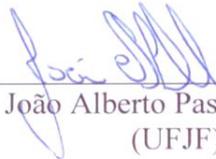
---

Prof. Erlon Cristian Finardi, D.Sc.  
(UFSC)



---

Dr. João Carlos de Oliveira Mello, D.Sc.  
(Andrade & Canellas)



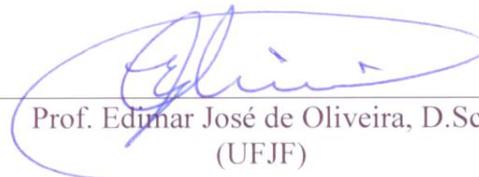
---

Prof. João Alberto Passos Filho, D.Sc.  
(UFJF)



---

Prof. Ivo Chaves da Silva Junior, D.Sc.  
(UFJF)



---

Prof. Edimar José de Oliveira, D.Sc.  
(UFJF)

# *Resumo*

O Sistema Elétrico Brasileiro (SEB) apresenta características peculiares devido às grandes dimensões do país e pelo fato da geração elétrica ser proveniente predominantemente de usinas hidráulicas que proporcionam ao sistema a capacidade de uma regularização plurianual dos seus reservatórios. As afluências nestas usinas são estocásticas e muitas vezes apresentam comportamentos complementares entre as diversas regiões do país, o que incentiva a existência de grandes intercâmbios energéticos entre os subsistemas através do Sistema Interligado Nacional (SIN).

O planejamento da operação no horizonte de médio/longo prazo no país (que compreende a um período de 5 a 10 anos à frente com discretização mensal) é realizado por uma cadeia de modelos computacionais validados pelos principais agentes que atuam no SEB (comercialização, geração, transmissão e distribuição de energia). O principal modelo desta cadeia, a qual é desenvolvida pelo Centro de Pesquisas de Energia Elétrica/ELETROBRÁS, é o modelo NEWAVE que baseia-se na técnica de Programação Dinâmica Dual Estocástica (PDDE) para a determinação da política eletroenergética de médio prazo.

O objetivo deste trabalho é implementar um modelo computacional para o planejamento da operação de médio prazo utilizando a metodologia de Programação Dinâmica Estocástica conjuntamente ao algoritmo de fechos convexos (PDE-ConvexHull) de uma forma computacionalmente eficiente (Fast-PDE-ConvexHull). Isto porque observou-se que quando utiliza-se a técnica da PDE-ConvexHull, um número elevado de hiperplanos são obtidos na composição das funções de custo futuro e, com isto, os diversos problemas de programação linear a serem resolvidos durante o processo iterativo podem tornar-se maiores, aumentando consideravelmente o tempo da execução do cálculo da política operativa. Sendo assim, a principal contribuição deste trabalho é apresentar uma nova metodologia para a representação da função de custo futuro no problema de programação linear na qual o tempo computacional se torne menos sensível ao número de hiperplanos obtidos pelo algoritmo de fechos convexos. Ressalta-se que também são utilizadas técnicas de computação paralela com o objetivo de tornar o processo mais eficiente.

A metodologia foi utilizada para o cálculo do planejamento de médio prazo do SEB, baseando-se em subsistemas equivalentes de energia. A metodologia Fast-PDE-ConvexHull foi incorporada a uma plataforma computacional, desenvolvida em C++/Java, capaz de considerar o mesmo conjunto de dados utilizado pelos modelos oficiais do SEB, compondo assim um modelo robusto para a resolução do problema.

Primeiramente, para fins de validação da metodologia proposta, comparou-se os resultados obtidos pela metodologia da Fast-PDE-ConvexHull com os resultados obtidos pela utilização da técnica da PDE-ConvexHull com o objetivo verificar o ganho computacional e a aderência dos resultados.

Por fim, como a plataforma computacional desenvolvida é capaz de utilizar o conjunto de dados oficiais disponibilizados para o SIN, fez-se o uso do Programa Mensal de Operação

(PMO) de janeiro de 2011, disponibilizado pelo Operador Nacional do Sistema (ONS), como caso de estudo para comparação dos resultados obtidos pela metodologia proposta com os resultados obtidos pelo modelo NEWAVE.

**Palavras-chave:** Planejamento da Operação, Sistemas Hidrotérmicos, Programação Dinâmica Estocástica, Fechos Convexos, Processamento Paralelo.

# *Abstract*

The Brazilian National Grid (BNG) presents peculiar characteristics due to the huge territory dimensions and by the fact that the electricity generation is predominantly originated from hydraulic plants that provide for the system the capacity of a pluriannual regularization of the reservoirs. The water inflows to these plants are stochastic and often present complementary behavior among the regions of the country, stimulating the existence of big amounts of energy exchanges between the subsystems through the national grid.

The long term operation planning problem (that includes a period of 5 to 10 years ahead with monthly discretization) is made by a chain of computational models that are validated by the main agents that act on BNG (commercialization, generation, transmission and distribution of energy). The primary model of this chain, which is developed by Electric Energy Research Center/ELETROBRÁS, is the NEWAVE model, which is based on the Stochastic Dual Dynamic Programming (SDDP) for electroenergetic policy determination on a long term horizon.

This work has the objective of implement a computational model for the mid/long term operation planning using the Stochastic Dynamic Programming (SDP) together with the Convex Hull algorithm (PDE-ConvexHull) in a computationally efficient way (Fast-PDE-ConvexHull). This is because it was observed that when utilizing the PDE-ConvexHull technique, an elevated amount of hyperplanes are obtained for the composition of the cost-to-go function. So, the different linear programming problems to be solved during the iterative process can be turned larger, increasing the execution time for the operational policy calculus in a considerably manner. Thus, the main contribution of this work is to present a new methodology (Fast-PDE-ConvexHull) for the representation of the cost-to-go function on the linear programming problems where the computational time become less sensible to the number of hyperplanes obtained from the Convex Hull algorithm. It is highlighted that techniques of parallel computing was employed in order to turn the process more efficient.

The methodology was utilized for the BNG's long term planning calculus, based on the equivalent subsystems of energy. The methodology Fast-PDE-ConvexHull was incorporated to a computational platform, developed in C++/Java programming language, that is able to consider the same data set used by the official models acting on the BNG, compounding a robust model for the resolution of the problem.

Firstly, in order to validate the proposed methodology, the results obtained from the Fast-PDE-ConvexHull are compared with those obtained from the utilization of the PDE-ConvexHull technique aiming to verify the computational gain and the adherence between both results.

Finally, as the elaborated computational platform is capable to use the official data set available for the NG, it was possible the utilization of the Monthly Operational Program (MOP) of January 2011, released by the Independent System Operator (ISO), as the study case for comparing the results obtained by the proposed methodology with the results obtained from the NEWAVE model.

**Keywords:** Operation Planning, Hydrothermal Systems, Stochastic Dynamic Programming, Convex Hull, Parallel Processing.

# *Dedicatória*

*"Dedico este trabalho a Deus, presente em todos os momentos da minha vida e em tudo que faço*

*Aos meus queridos pais e irmãos*

*Ao professor André Marcato, responsável pelos meus primeiros passos na pesquisa e conclusão deste trabalho"*

# *Agradecimentos*

À **Deus** pela vida, pelas boas oportunidades, por trazer-me discernimento e certeza de que sou capaz de realizar meus sonhos.

Aos meus **queridos pais** por terem trabalhado e lutado sempre por mim e acima de tudo, por terem me dado valores, me ensinado a importância da simplicidade, da honestidade, do amor e do respeito.

À minha **irmã**, ou "irmãe" Juliana, minha maior fonte de incentivo.

Ao meu **avô Miguel** (*in memoriam*) e a **minha avó Maria** por todo carinho e amor fornecido.

Às pessoas da **minha família** que torcem por mim.

Ao orientador, professor e amigo **André Luís Marques Marcato** pela grande atenção, confiança e apoio durante toda minha formação.

À **Duke Energy**, na pessoa do Engenheiro Anderson Iung, por ter executado o modelo computacional NEWAVE em suas instalações e, em seguida, ter cedido os resultados produzidos para a utilização no presente trabalho.

Ao amigo **Tales Pulinho** pelas idéias e conselhos que muito contribuíram para este e outros trabalhos realizados.

Aos amigos **Ivo, Bruno Dias, João Alberto e Marcelo Tomim** pelo fomento de discussões e incentivo que muito me ajudaram no amadurecimento do trabalho.

Ao amigos de graduação **Anderson e Leandro Manso** e aos amigos de longa data, **Carlos, Vinícius, Wiliam e Jordan** pela amizade sincera e ânimo para realização de todas as atividades.

À **CAPES**, pelo Apoio Financeiro.

# *Sumário*

**Lista de Figuras**

**Lista de Tabelas**

<b>Nomenclatura</b>	<b>17</b>
<b>1 Introdução</b>	<b>21</b>
1.1 Considerações Iniciais e Revisão Bibliográfica . . . . .	21
1.2 Breve Histórico do Planejamento Energético do SIN . . . . .	26
1.3 Objetivos . . . . .	28
1.4 Publicações Decorrentes da Pesquisa . . . . .	28
1.5 Estrutura da Dissertação . . . . .	29
<b>2 Aspectos da Representação de um Sistema Hidrotérmico</b>	<b>31</b>
2.1 Considerações Iniciais . . . . .	31
2.2 Dados Sistêmicos do Programa de Operação Mensal . . . . .	32
2.2.1 Sistema de Geração Termoelétrico . . . . .	32
2.2.2 Demanda Energética . . . . .	32
2.2.3 Patamares de Carga . . . . .	33
2.2.4 Patamares de Déficit . . . . .	35
2.2.5 Intercâmbio . . . . .	35
2.3 Sistemas Equivalentes de Energia . . . . .	36
2.3.1 A Agregação de Reservatórios . . . . .	39

2.3.2	Parâmetros do Sistema Equivalente . . . . .	40
2.3.3	Parábolas de Correção . . . . .	47
<b>3</b>	<b>Despacho da Operação em Sistemas Equivalentes de Energia</b>	<b>50</b>
3.1	Introdução . . . . .	50
3.2	Técnicas de Programação Dinâmica Aplicadas ao Problema de Longo e Médio Prazo . . . . .	51
3.3	Formulação Matemática do Problema de Longo e Médio Prazo . . . . .	57
3.3.1	Função Objetivo . . . . .	57
3.3.2	Restrições de Atendimento à Demanda . . . . .	58
3.3.3	Restrições de Balanço Energético nos Reservatórios Equivalentes de Energia . . . . .	60
3.3.4	Restrições de Geração Hidráulica Máxima Controlável . . . . .	61
3.3.5	Equações de Nós Fictícios . . . . .	62
3.3.6	Equações da Função de Custo Futuro . . . . .	62
3.3.7	Limites das Variáveis ou Restrições de Canalização . . . . .	63
<b>4</b>	<b>Programação Dinâmica Estocástica e Algoritmo de Fechos Convexos (PDE-ConvexHull)</b>	<b>65</b>
4.1	Introdução . . . . .	65
4.2	Algoritmo Geral da Programação Dinâmica Estocástica . . . . .	65
4.3	Algoritmo de Fechos Convexos . . . . .	66
4.4	Utilização da PDE Conjuntamente ao Algoritmo de Fechos Convexos (PDE-ConvexHull) . . . . .	71
<b>5</b>	<b>Processo Iterativo de Utilização da Função de Custo Futuro</b>	<b>74</b>
5.1	Introdução . . . . .	74
5.2	Algoritmo Proposto . . . . .	75
5.3	Exemplo Didático . . . . .	78

<b>6</b>	<b>Processamento Paralelo Aplicado à Programação Dinâmica Estocástica</b>	<b>90</b>
6.1	Introdução . . . . .	90
6.2	Métricas de Desempenho em Sistemas Paralelos . . . . .	92
6.2.1	Fator de Aceleração . . . . .	92
6.2.2	Eficiência . . . . .	93
6.2.3	Granularidade . . . . .	93
6.3	Interfaces de Programação Paralela . . . . .	93
6.4	Aplicação do Processamento Paralelo à Programação Dinâmica Estocástica . . . . .	95
<b>7</b>	<b>Estudo de Caso</b>	<b>97</b>
7.1	Caso Exemplo . . . . .	97
7.2	Resultados . . . . .	98
7.2.1	Comparação entre as Metodologias PDE-ConvexHull e Fast-PDE-ConvexHull . . . . .	98
7.2.2	Levantamento dos Perfis da Computação Paralela . . . . .	102
7.2.3	Comparação com o NEWAVE . . . . .	104
<b>8</b>	<b>Conclusões</b>	<b>114</b>
8.1	Considerações Gerais e Principais Contribuições . . . . .	114
8.2	Trabalhos Futuros . . . . .	116
	<b>Referências Bibliográficas</b>	<b>118</b>

# *Lista de Figuras*

1.1	Complementaridade hidrológica dos subsistemas . . . . .	22
1.2	Horizontes de estudo . . . . .	23
1.3	Sistemas equivalentes de energia . . . . .	24
1.4	Relação entre a energia armazenável máxima e a carga do SIN . . . . .	24
1.5	Consequências da decisão operativa de um sistema hidrotérmico . . . . .	25
1.6	Função de custo imediato, custo futuro e custo total . . . . .	26
2.1	Evolução da carga própria mensal de um sistema fictício . . . . .	33
2.2	Discretização dos patamares . . . . .	34
2.3	Exemplo de nó de interligação no SIN . . . . .	36
2.4	Topologia hidráulica do SIN . . . . .	38
2.5	Sistema fictício para construção do exemplo didático. . . . .	43
2.6	Parábolas de correção . . . . .	48
3.1	Esquema de ocorrência das afluições na PDEI . . . . .	55
3.2	Esquema de ocorrência de afluições na PDE considerando a tendência hidrológica . . . . .	56
4.1	Exemplos de conjunto convexo e não-convexo . . . . .	66
4.2	Exemplos de fechos convexos . . . . .	67
4.3	Pontos aleatórios em um plano bidimensional . . . . .	68
4.4	Algoritmo QuickHull — Passo 1 . . . . .	68
4.5	Algoritmo QuickHull — Passo 2 . . . . .	68
4.6	Algoritmo QuickHull — Passo 3 . . . . .	69
4.7	Algoritmo QuickHull — Passo 4 . . . . .	69

4.8	Algoritmo QuickHull — Passo 5 . . . . .	70
4.9	Conjunto convexo no plano tridimensional: (a) Conjunto aleatório de pontos e (b) Conjunto convexo obtido . . . . .	70
4.10	Algoritmo da obtenção das funções de custo futuro da PDE utilizando fechos convexos (PDE-ConvexHull) . . . . .	71
4.11	Invólucro convexo obtido do algoritmo de fechos convexos . . . . .	72
4.12	Conjunto de planos de corte que aproximam a FCF . . . . .	72
4.13	Detalhamento do Bloco 1 — Algoritmo para obtenção dos custos de operação .	73
5.1	Algoritmo proposto . . . . .	76
5.2	Sistema utilizado no exemplo didático . . . . .	78
5.3	Resultado obtido no estágio 3: (a) pontos obtidos pela PDE e (b) cortes obtidos pelo algoritmo de fechos convexos (Bloco 2) . . . . .	82
5.4	Exemplo de interpolação . . . . .	83
5.5	Resultado do algoritmo da PDE e algoritmo de fechos convexos — Estágio 2 .	89
6.1	Cluster de computadores tipo <i>Beowulf</i> genérico . . . . .	91
6.2	Algoritmo da obtenção das funções de custo futuro da PDE utilizando fechos convexos e programação paralela . . . . .	95
7.1	Perfil de execução obtido no uso da metodologia PDE-ConvexHull . . . . .	100
7.2	Perfil de execução — Metodologia Fast-PDE-ConvexHull (Verificação do ganho)	100
7.3	Perfil de execução — Metodologia Fast-PDE-ConvexHull (Verificação do com- portamento) . . . . .	101
7.4	Aproximação do tempo de resolução dos PPLs em função do número de cortes	101
7.5	Característica do tempo de resolução na metodologia Fast-PDE-ConvexHull .	102
7.6	Fator de aceleração do algoritmo paralelo . . . . .	103
7.7	Eficiência do algoritmo paralelo . . . . .	103
7.8	Custo médio de operação mensal — 11 discretizações . . . . .	106
7.9	Valor esperado de energia armazenada — 11 discretizações . . . . .	106
7.10	Atendimento à restrição de vazão mínima no modelo NEWAVE . . . . .	107

7.11	Valor esperado da geração hidráulica — 11 discretizações . . . . .	108
7.12	Valor esperado de geração térmica — 11 discretizações . . . . .	108
7.13	Valor esperado do CMO — 11 discretizações . . . . .	109
7.14	Valor esperado de déficit — 11 discretizações . . . . .	109
7.15	Custos mensais obtidos por diversas discretizações e comparação com o NEWAVE . . . . .	110
7.16	Custo de operação mensal para a série de 1949 — 11 discretizações . . . . .	111
7.17	Custo de operação mensal para a série de 1949 — 3 discretizações . . . . .	111
7.18	Valor esperado de energia armazenada no SIN (Série de 1949) — 11 discretiza- ções . . . . .	111
7.19	Valor esperado de energia armazenada no SIN (Série de 1949) — 3 discretiza- ções . . . . .	112
7.20	Valor esperado de déficit — 3 discretizações . . . . .	112
7.21	Custo de operação mensal para a série de 1982 — 11 discretizações . . . . .	113
7.22	Custo de operação mensal para a série de 1982 — 3 discretizações . . . . .	113

## *Lista de Tabelas*

1.1	Capacidade de geração no Brasil . . . . .	21
5.1	Parâmetros do sistema equivalente utilizado no exemplo didático . . . . .	78
5.2	Parâmetros das termelétricas utilizadas no exemplo didático . . . . .	79
5.3	Cenários de afluência ao reservatório equivalente . . . . .	79
5.4	Tabela de custos encontrados para o último estágio do problema . . . . .	81
5.5	Coefficientes dos cortes obtidos da resolução do estágio 3 . . . . .	82
5.6	Tabela de custos encontrados para o estágio 2 do problema . . . . .	88
7.1	Comparação entre as metodologias PDE-ConvexHull e Fast-PDE-ConvexHull	99
7.2	Tempo total de processamento em função do número de processadores utilizados . . . . .	102
7.3	Estatística dos custos das simulações . . . . .	105

# *Nomenclatura*

$\alpha_t(X_t)$	Valor do custo futuro, que é o custo esperado de operação do período $t$ ao final do horizonte, em função dos estados do sistema (R\$ $\times$ 730).
$\beta$	Subconjunto de $\mu$ que contém os cortes que são utilizados diretamente na resolução do PPL.
$\delta$	Taxa de desconto monetário (pu).
$\mu$	Coleção de todos os cortes que formam a função de custo futuro ( $\alpha_{t+1}$ ).
$\overline{EA}_{i,t}$	Energia Armazenável Máxima do sistema $i$ no estágio $t$ (MWmês).
$\overline{g}_{T_{i,j,t}}$	Geração térmica máxima totalizada na classe térmica $j$ do sistema $i$ no período $t$ (MWmédio).
$\overline{int}_{i,j,k,t i \neq j}$	Valor máximo de intercâmbio do sistema $i$ para o sistema $j$ no estágio $t$ (MWmédio).
$\Psi_{D_{pd}}$	Custo de déficit associado ao patamar de déficit $pd$ (R\$/MWh).
$\Psi_{T_{i,j,t}}$	Custo de geração associado à classe térmica $j$ do sistema $i$ e período $t$ (R\$/MWh).
$\rho_{j,t}(Vol)$	Produtibilidade da usina $j$ no período $t$ correspondente ao volume $Vol$ (MW/m <sup>3</sup> /s).
$\rho_{j,t}^{eq}(Vol)$	Produtibilidade equivalente da usina $j$ no período $t$ do volume mínimo ao volume $Vol$ (MW/m <sup>3</sup> /s).
$\underline{g}_{T_{i,j,t}}$	Geração térmica mínima totalizada na classe térmica $j$ do sistema $i$ no período $t$ (MWmédio).
$A_t$	Vetor de afluências incrementais ao sistema no período $t$ .
$a_{XXX_{i,t}}$	Coefficiente do termo quadrático da parábola para o cálculo da grandeza $XXX$ em função da energia armazenada inicial, onde $i$ identifica o sistema e $t$ o estágio.

$b_{XXX_{i,t}}$	Coeficiente do termo linear da parábola para o cálculo da grandeza $XXX$ em função da energia armazenada inicial, onde $i$ identifica o sistema e $t$ o estágio.
$C_t(U_t)$	Custo operativo relacionado à decisão operativa $U_t$ , também denotado por parcela de custo imediato ( $R\$ \times 730$ ).
$c_{XXX_{i,t}}$	Coeficiente do termo independente da parábola para o cálculo da grandeza $XXX$ em função da energia armazenada inicial, onde $i$ identifica o sistema e $t$ o estágio.
$COEFA_{c,i,t}$	Coeficiente relativo à participação do sistema $i$ no $c$ -ésimo corte ou hiperplano que compõe a função de custo futuro do período $t$ .
$COEFB_{c,t}$	Coeficiente relativo ao termo independente do $c$ -ésimo corte ou hiperplano que compõe a função de custo futuro do período $t$ .
$def_{i,pc,pd,t}$	Déficit ocorrido no sistema $i$ e estágio $t$ dentro do patamar de carga $pc$ e patamar de déficit $pd$ (MWmédio).
$DEMANDA_{i,t}$	Demanda de energia ser suprida no sistema $i$ e período $t$ (MWmédio).
$DEMLIQ_{i,k,t}$	Demanda líquida do sistema $i$ no patamar de carga $k$ , igual ao mercado de energia ponderado pela profundidade do patamar abatida da geração de pequenas usinas, geração térmica mínima e submotorização no período $t$ (MWmédio).
$DPMERC_{k,t}$	Duração do patamar de carga $k$ no período $t$ (pu).
$E_{A_t X_t}$	Valor esperado de custo de acordo com todos os valores possíveis de afluências contidos em $A_t$ , condicionado pelo vetor de estados $X_t$ (conhecido no início do estágio) ( $R\$ \times 730$ ).
$EC_{i,t}$	Energia controlável do sistema $i$ no período $t$ (MWmês).
$EDSVC_{i,t}(EA_{i,t})$	Energia de desvio controlável do sistema $i$ no período $t$ corrigida pelo armazenamento inicial do sistema (MWmês).
$EDSVF_{i,t}$	Energia de desvio fio d'água do sistema $i$ no período $t$ (MWmédio).
$Ef$	Eficiência computacional de um programa paralelo.
$EFIO_{i,t}$	Energia afluente fio d'água líquida ao sistema $i$ no período $t$ (MWmédio).

$evert_{i,t}$	Energia vertida no sistema $i$ no período $t$ (MWmês).
$EVM_{i,t}$	Energia para enchimento do volume morto no sistema $i$ e período $t$ (MWmês).
$EVMIN_{i,t}(EA_{i,t})$	Energia de vazão mínima controlável do sistema $i$ no período $t$ , corrigida pelo armazenamento no início do período (MWmédio).
$EVP_{i,t}(EA_{i,t})$	Energia evaporada no sistema $i$ no período $t$ corrigida pelo armazenamento inicial do sistema (MWmês).
$exc_{i,k,t}$	Excesso de energia no sistema $i$ , patamar de mercado $k$ e período $t$ (MWmédio).
$f_{ps}$	Fração de tempo gasto na parte não-paralelizável em relação ao tempo total serial.
$FATOR_t$	Constante utilizada para converter $m^3/s$ em $hm^3/mês$ e pode ser calculada de acordo com o número de dias do mês.
$FCEA_{i,t}$	Fator de correção da energia armazenada no sistema $i$ no período $t$ .
$FCEC_{i,t}(EA_{i,t})$	Fator multiplicativo para correção da energia controlável, relativo ao sistema $i$ no período $t$ , corrigido pelo armazenamento inicial do sistema.
$g_{T_{i,j,pc,t}}$	Geração térmica total na classe térmica $j$ do sistema $i$ e estágio $t$ dentro do patamar de carga $pc$ (MWmédio).
$ghidr_{i,k,t}$	Geração hidráulica do sistema $i$ no patamar de carga $k$ no período $t$ (MWmédio).
$GHMAX_{i,t}(EA_{i,t})$	Geração hidráulica máxima do sistema $i$ no período $t$ , corrigida pelo armazenamento inicial do sistema (MWmédio).
$int_{i,j,k,t i \neq j}$	Intercâmbio do sistema $i$ para sistema $j$ , no patamar de carga $k$ , sendo sempre $i$ diferente de $j$ no período $t$ (MWmédio).
$J_j$	Conjunto composto pela usina $j$ e todas as usinas à jusante de $j$ .
$NCLT_i$	Número de classes térmicas no sistema $i$ .
$NPDF$	Número de patamares de déficit.
$NPMC$	Número de patamares de mercado.

$NSIS$	Número de sistemas.
$NUSI_i$	Número de usinas com reservatório do sistema $i$ .
$PEQUSI_{i,t}$	Geração proveniente das Pequenas Centrais Hidrelétricas no sistema $i$ e período $t$ (MW médio).
$PPMERC_{i,k,t}$	Profundidade do patamar de carga $k$ , sistema $i$ e estágio $t$ (pu).
$S(p)$	Fator de aceleração ou <i>speedup</i> obtido para um número $p$ de processadores.
$SUBMOT_{i,t}$	Geração proveniente das usinas submotorizadas no sistema $i$ e período $t$ (MW médio).
$t_p$	Tempo gasto por um programa que utiliza $p$ processadores de forma paralela (s).
$t_S$	Também chamado “tempo sequencial” é o tempo gasto na computação de um dado problema utilizando-se de apenas um processador (s).
$U_t$	Vetor com as decisões obtidas no período $t$ e determina o estado em que o sistema se encontrará ao final do mesmo — ou seja, definirá $X_{t+1}$ .
$VMAX_j$	Volume máximo da usina $j$ ( $\text{hm}^3$ ).
$VMIN_j$	Volume mínimo da usina $j$ ( $\text{hm}^3$ ).
$VUTIL_j$	Volume útil da usina $j$ ( $\text{hm}^3$ ).
$X_t$	Vetor de variáveis que definem o estado inicial do sistema no período $t$ .
$z_t(X_t, A_t)$	Valor do custo ótimo de operação no período $t$ de acordo com a função custo futuro esperado e sujeito ao estado inicial dos armazenamentos $X_t$ e ao conjunto de afluições $A_t$ no período $t$ (R\$ $\times$ 730).

# 1 Introdução

## 1.1 Considerações Iniciais e Revisão Bibliográfica

O sistema de produção de energia elétrica brasileiro, com características únicas no mundo, é um sistema hidrotérmico de grande porte com forte predominância de usinas hidrelétricas, como indicado na Tabela 1.1 (EPE, 2011).

Tabela 1.1: Capacidade de geração no Brasil

FONTE	CAPACIDADE INSTALADA (MW)	PARTICIPAÇÃO (%)
Hidráulica <sup>a</sup>	74.279	71,7
Térmica	13.302	12,8
Nuclear	2.007	1,9
Fontes Alternativas	7.645	7,4
Importação Contratada <sup>b</sup>	6.365	6,1
Total	103.598	100,0

<sup>a</sup>Inclui a parte brasileira da UHE Itaipu (7.000 MW)

<sup>b</sup>Importação da UHE Itaipu não consumida pelo sistema elétrico Paraguaio.

Adicionalmente, os componentes do Sistema Interligado Nacional (SIN) advém de múltiplos proprietários, que são os agentes do SIN. Sendo assim, o gerenciamento do sistema se torna uma tarefa complexa, pois a predominância da geração hidráulica implica que a operação do sistema possui uma alta dependência das afluições, que ocorrem de forma estocástica e, além disso, dado que os empreendimentos que compõem o SIN provém de proprietários diversos, a operação do sistema não pode ser realizada sob a ótica simplesmente econômica das empresas detentoras, pois o SIN deve possuir uma operação eficiente e, sobretudo, segura.

Como as usinas hidrelétricas são geralmente construídas em locais distantes dos centros de carga tornou-se necessária a construção de um extenso sistema de transmissão possibilitando

a troca de energia entre regiões. Com isso pode-se também obter vantagens da diversidade do comportamento hidrológico entre as diferentes bacias hidrográficas distribuídas ao longo do extenso território brasileiro, aproveitando a complementaridade dos regimes hidrológicos existente entre elas, conforme mostrado na Figura 1.1.

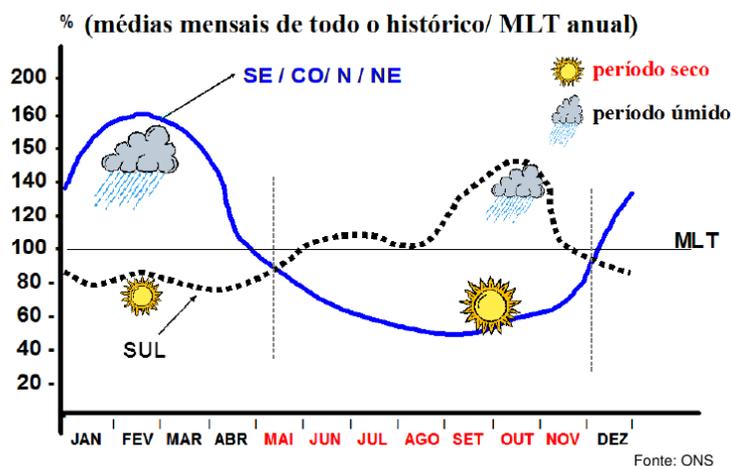


Figura 1.1: Complementaridade hidrológica dos subsistemas

A operação coordenada do sistema eletroenergético é realizada de forma a minimizar os custos globais de produção de energia elétrica e este objetivo é atingido com base na interdependência operativa entre as usinas, na interconexão dos sistemas elétricos e na integração dos recursos de geração e transmissão no atendimento da demanda.

Porém, devido a diversos fatores como restrições de utilização das usinas térmicas, não linearidades das funções de produção das usinas hidráulicas, incertezas quanto às afluências, somado ao número de aproveitamentos e estágios considerados, a operação coordenada do sistema é um problema de grande porte (MARCATO, 2002). Isto obriga a adoção de simplificações que consistem na divisão em subproblemas com diferentes horizontes de estudo (FORTUNATO et al., 1990). Deste modo, deve-se equilibrar, por meio de uma cadeia de modelos acoplados, a representação da estocasticidade das afluências e das não linearidades do problema através de graus de detalhamento diferenciados sob diversificados horizontes de estudo, conforme ilustrado na Figura 1.2.

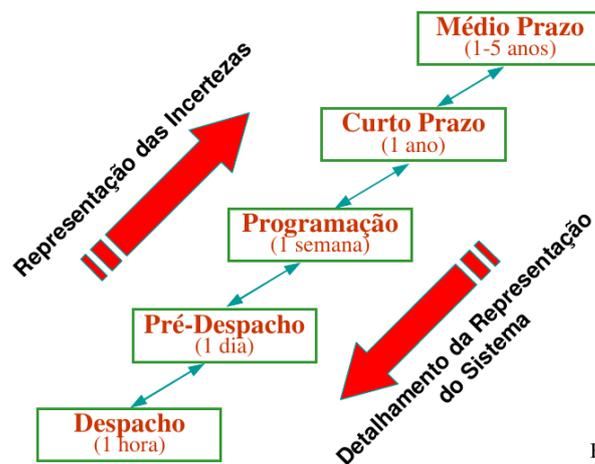


Figura 1.2: Horizontes de estudo

No planejamento da operação de curto prazo, a estocasticidade das afluências é representada de forma simplificada, enquanto que os componentes do sistema são representados de forma mais detalhada. Por exemplo, as usinas devem ser representadas individualmente com as decorrentes não-linearidades da função de produção e as diversas restrições operativas e, além disso, a rede de transmissão é considerada de uma forma mais realista.

No planejamento da operação de médio/longo prazo, a estocasticidade das afluências é detalhadamente representada, com uma abordagem mais complexa do processo estocástico. Porém, o sistema é representado de maneira simplificada, pois as usinas não são representadas individualmente devido à agregação dos reservatórios em sistemas equivalentes de energia. Sendo assim, as não-linearidades são representadas de forma indireta, o sistema de transmissão é representado como sendo somente um conjunto de restrições de importação e exportação entre regiões e a operação é interpretada como sendo o comportamento global do sistema em questão (TERRY et al., 1980). A Figura 1.3 ilustra o procedimento de agregação dos reservatórios e montagem do sistema equivalente.

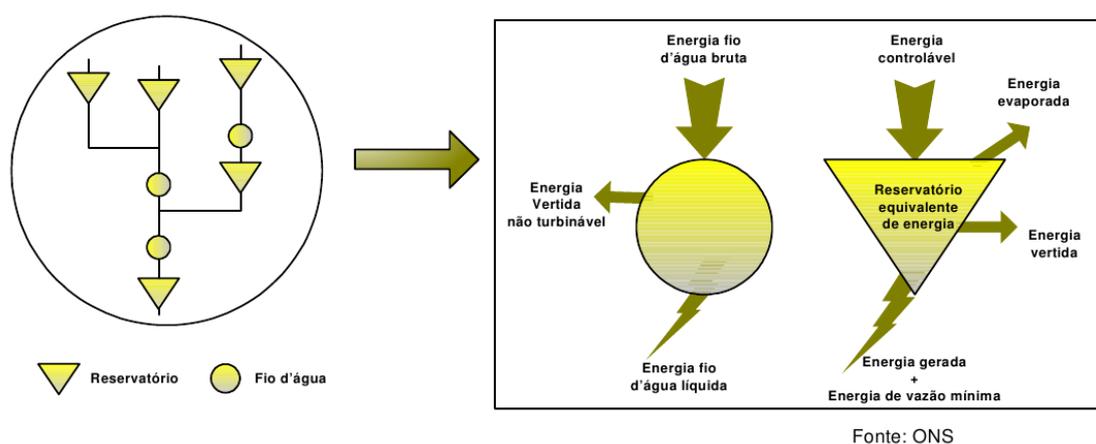


Figura 1.3: Sistemas equivalentes de energia

O período que compreende o planejamento de médio prazo é de 5 anos para o SIN devido a estudos realizados no passado relativos à capacidade de regularização dos reservatórios. Porém, devido a fatores principalmente ambientais, os novos empreendimentos geralmente não possuem uma capacidade de armazenamento tão grande como a existente nas usinas já construídas até então. A Figura 1.4 (EPE, 2011) ilustra, de forma indireta, a redução na capacidade de regularização do sistema e, assim, estudos podem ser realizados no intuito de determinar um prazo mais adequado para o horizonte de estudo.

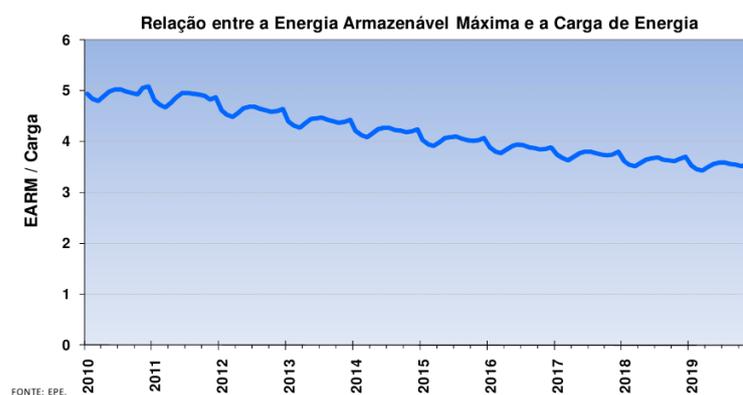


Figura 1.4: Relação entre a energia armazenável máxima e a carga do SIN

O objetivo do planejamento da operação de médio prazo é a determinação de uma estratégia de produção de energia que minimize o valor esperado dos custos operativos no horizonte de planejamento considerado. Nestes custos incluem-se os gastos com combustíveis das usinas termelétricas, eventuais compras de energia de sistemas vizinhos e os custos de déficit, que refletem o prejuízo à sociedade quanto ao não atendimento pleno da demanda.

Observa-se que a água, à priori, não possui custo para a geração elétrica (FORTUNATO et al., 1990), porém, o gerenciamento dos recursos hídricos pode afetar de forma intensa o custo de operação do sistema em períodos posteriores. Isto porque, embora pareça que a estratégia ótima seja utilizar o mínimo possível de geração térmica em um curto prazo, a estocagem da água pode vir a ser importante, visto que a água disponível no futuro dependerá dos regimes da chuva, o que pode implicar em uma operação insegura. Conclui-se que, pelo fato do sistema brasileiro ser predominantemente hidráulico e das afluições se comportarem de forma estocástica, o sistema se torna bastante sensível a parâmetros incertos .

Desta forma, o sistema é composto por reservatórios de água com o objetivo de possibilitarem a estocagem de água para suprir os possíveis períodos de seca, aumentando a confiabilidade do mesmo. Neste contexto, o maior desafio do planejamento de médio/longo prazo está em determinar uma operação que leva em conta o custo de operação de uma dada decisão operativa, somada ao custo esperado advindo da decisão tomada em períodos futuros. A Figura 1.5 (MARCATO, 2002) ilustra as possibilidades presentes nesta análise.

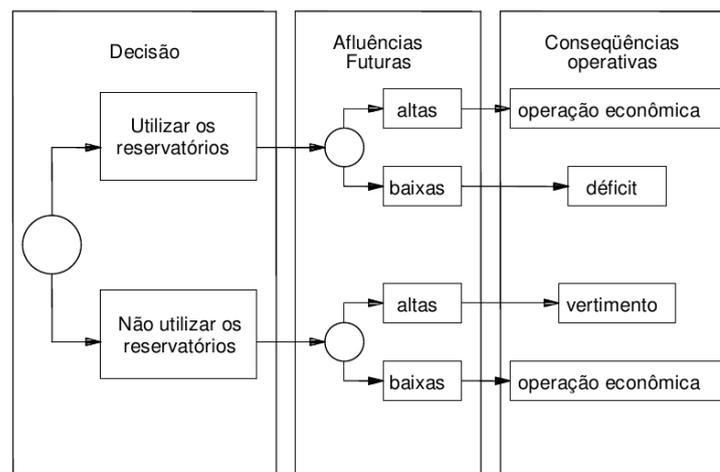


Figura 1.5: Consequências da decisão operativa de um sistema hidrotérmico

O uso da água estocada garante uma operação menos onerosa no presente, porém pode impactar em um alto custo de energia no futuro, caso haja uma baixa afluição, já que a energia deverá ser gerada por fonte térmica de custos possivelmente elevados podendo, inclusive, ocorrer o não suprimento da demanda. Do contrário, caso se decida operar o sistema com a utilização de geração térmica no estágio atual e ocorra uma afluição alta, haverá um desperdício de geração térmica no presente ou até mesmo a necessidade de vertimento de água, que impactam em um aumento no custo de operação acima do necessário para garantir a segurança do sistema.

Esta dualidade no processo decisório faz com que o custo de operação seja composto pelo custo presente mais o custo futuro, representados na Figura 1.6 (SILVA, 2001) através de curvas que representam os custos atual, futuro e total, em função do nível de armazenamento final de um determinado estágio. Desta forma, explica-se o porquê de apesar do custo da água ser considerado igual a zero a sua utilização ou não em um determinado mês resulta em custo futuro associado a esta decisão. Através desta metodologia, a utilização da água tem um custo indireto incorporado ao problema através da função de custo futuro.

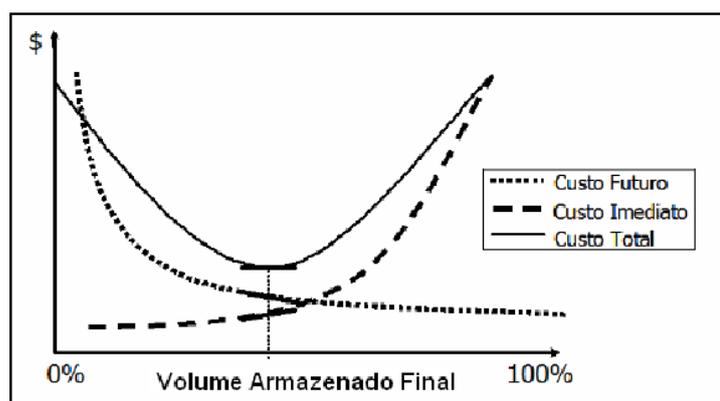


Figura 1.6: Função de custo imediato, custo futuro e custo total

Em resumo, a operação do sistema hidrotérmico será realizada através da determinação de uma estratégia de produção de energia que minimize o valor esperado dos custos operativos no horizonte de planejamento considerado, o que equivale a encontrar o estado operativo em que a soma das parcelas de custo imediato e futuro seja mínima.

Definido o problema, apresenta-se na próxima seção o histórico do planejamento hidrotérmico no contexto brasileiro e as demais referências bibliográficas serão citadas ao longo de todo o trabalho, de acordo com o contexto.

## 1.2 Breve Histórico do Planejamento Energético do SIN

A operação do sistema eletroenergético brasileiro, que antes era determinada somente pelos proprietários das usinas, passa a ser realizada de forma coordenada em meados da década de 70. Desde então, houve o desenvolvimento de metodologias na tentativa de garantir uma operação econômica e segura do sistema, que é, a partir de então, gerenciado por um órgão centralizador.

Entre 1974 e 1978 foi utilizado um modelo determinístico com base no uso de curva-guia, que estabelecia as reservas energéticas mínimas que deveriam ser mantidas nos reservatórios do

sistema, baseando-se na pior série de todo o histórico de vazões, de maneira que a demanda de energia do sistema fosse atendida sem ocorrência de déficits dentro da capacidade de geração do parque térmico existente.

Foi adotado, a partir de 1979, um modelo estocástico desenvolvido pela Eletrobrás e CEPEL que era baseado na Programação Dinâmica Estocástica (PDE) conjuntamente ao uso do modelo a sistemas equivalentes (TERRY et al., 1980), que visa a reduzir o número de variáveis de estados através da agregação dos diversos reservatórios. Porém, devido aos recursos computacionais da época, era possível a representação de somente um sistema equivalente de energia e, desta forma, a operação energética de cada região ou subsistema era realizada de forma independente e as interligações não eram explicitamente representadas.

Entretanto, com a interligação cada vez mais intensa do sistema brasileiro através da ampliação do sistema de transmissão, houve a necessidade de se representar os diferentes subsistemas de forma conjunta para a obtenção de resultados mais confiáveis e, desta forma, a representação de somente um subsistema para a realização do cálculo da política não era mais suficiente.

Para contornar o problema da "maldição da dimensionalidade" existente na PDE, em que a complexidade do problema cresce exponencialmente com a inserção de novas variáveis de estado, foi proposta, em 1985, a Programação Dinâmica Dual Estocástica — PDDE (PEREIRA; PINTO, 1985; PEREIRA, 1989), que utiliza a técnica de Decomposição de Benders e trata o problema de forma analítica, evitando a discretização do espaço de estados tal como é feito na técnica da PDE. Desta forma, o esforço computacional diminui substancialmente e possibilita-se a consideração de mais reservatórios além da utilização de sofisticados modelos estatísticos na representação das afluições.

Esta modelagem ainda é utilizada e está, atualmente, implementada nos modelos DECOMP e NEWAVE (MACEIRA et al., 2002), desenvolvidos pelo CEPEL, os quais são os modelos oficiais do Setor Elétrico Brasileiro (SEB) para o planejamento da operação de curto e médio prazo respectivamente. O modelo NEWAVE considera o horizonte de médio prazo para o planejamento da operação com 5 a 10 anos de estudo e discretização mensal. Neste horizonte, a tendência hidrológica e o armazenamento final dos sistemas equivalentes de cada estágio são considerados como variáveis de estado do problema. A geração de cenários de energias afluentes (KELMAN; PEREIRA, 1977; MACEIRA; DAMÁZIO, 2006) é realizada pelo modelo auto-regressivo periódico — Par(p) — implementado no modelo GEVAZP, também desenvolvido pelo CEPEL.

No âmbito da comercialização de energia, as empresas atuantes no setor elétrico encontram-se desverticalizadas, de forma a manter a concorrência nos segmentos de geração e comerci-

alização e os setores de transmissão e distribuição são gerenciados de forma regulada. Esta configuração do setor elétrico visa à modicidade tarifária e os *softwares* oficiais apresentados para a coordenação da operação são também utilizados para a composição do preço de comercialização da energia, que é obtido através do custo marginal de operação obtido da execução do modelo. Assim, as metodologias utilizadas na determinação do planejamento têm forte impacto no setor, pois além de fornecerem uma operação mais segura do sistema, apresentam a capacidade de interferir no faturamento dos agentes do SIN (Vieira Filho et al., 1998; SACCHI et al., 2008).

## 1.3 Objetivos

A técnica da Programação Dinâmica Estocástica é uma técnica clássica para a solução do problema de médio prazo, porém ela foi descartada devido ao "mal da dimensionalidade" (PEREIRA; PINTO, 1985), que tornou inviável a utilização da técnica com o número de subsistemas requeridos. Adicionalmente, quando a PDE deixou de ser utilizada no cálculo do planejamento eletroenergético, os recursos computacionais da época eram escassos se comparados aos recursos atuais. Sendo assim, este trabalho busca revisitar esta técnica de uma maneira computacionalmente viável com a utilização de computação paralela e do algoritmo de fechos convexos e apresenta como principal contribuição um algoritmo de utilização dos cortes da função de custo futuro que deixa o processo de resolução dos problemas de programação linear menos sensível ao número de cortes obtidos pelo algoritmo de fechos convexos, de forma a haver uma redução significativa do tempo computacional demandado pela metodologia base.

## 1.4 Publicações Decorrentes da Pesquisa

### Publicações em periódicos

*“Stochastic Dynamic Programming Applied to Hydrothermal Power Systems Operation Planning Based on the Convex Hull Algorithm”*, Mathematical problems in Engineering, vol. 2010, ISSN: 1024-123X, doi: 1155/2010/390940, 2010.

### Publicações em eventos

*“Utilização do Algoritmo de Fechos Convexos na Programação Dinâmica Estocástica: Uma Abordagem Preliminar”*, Simpósio Brasileiro de Sistemas Elétricos, SBSE, Belém, PA, Brasil, 18 a 21 de maio de 2010.

“*Convex Hull and Stochastic Dynamic Programming in the Brazilian Optimal Hydrothermal System Operation*”, - abstract - ALIO-INFORMS Joint International Meeting, Buenos Aires, Argentina, 06 a 09 de junho de 2010.

“*Processamento Paralelo e Algoritmo de Fechos Convexos na Programação Dinâmica Estocástica Aplicada ao Planejamento da Operação de Sistemas Hidrotérmicos*”, XVIII Congresso Brasileiro de Automática (CBA), Bonito, MS, Brasil, setembro de 2010.

“*Programação dinâmica estocástica aplicada ao planejamento da operação do sistema elétrico brasileiro através do uso de processamento paralelo*”, 42<sup>o</sup> Simpósio Brasileiro de Pesquisas Operacional (SBPO), Bento Gonçalves, RS, Brasil, agosto de 2010.

### **Trabalhos aceitos para publicação em eventos**

“*Comparação entre as programações dinâmica estocástica e dinâmica dual estocástica na formação de preços de energia em sistemas hidrotérmicos de grande porte*”, XXI Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica — SNPTEE, 2011, Florianópolis, SC, Brasil.

## **1.5 Estrutura da Dissertação**

No presente Capítulo foi realizada uma introdução ao tema do Planejamento da Operação, assim como a revisão bibliográfica e foi também definido o objetivo principal deste trabalho.

O Capítulo 2 define resumidamente os aspectos da modelagem dos subsistemas, que são representados por sistemas equivalentes de energia, sendo descritas a modelagem do sistema de geração termoeletrico e do sistema de transmissão, conjuntamente às principais grandezas associadas aos sistemas equivalentes de energia, como, por exemplo, a energia armazenável máxima, energia controlável, energia fio d’água, energia de vazão mínima e geração hidráulica máxima.

O Capítulo 3 apresenta a modelagem do problema do planejamento via sistemas equivalentes de energia, através das equações que regem o problema como, por exemplo, a função objetivo e as restrições de demanda e balanço hidráulico. Desta forma, apresenta-se a característica geral do problema, justificando a utilização da Programação Dinâmica na resolução do mesmo.

O Capítulo 4 apresenta a técnica da PDE com a utilização do algoritmo de Fechos Convexos (PDE-ConvexHull) e o Capítulo 5 se constitui da maior contribuição do trabalho e apresenta o

algoritmo da Fast-PDE-ConvexHull, detalhando-se o processo iterativo de utilização dos cortes obtidos pelo algoritmo de fechos convexos tal que torne o cálculo da política energética um processo menos oneroso computacionalmente.

O Capítulo 6 descreve as características da implementação da computação paralela aplicada ao problema.

O Capítulo 7 traz um estudo de caso em que os cortes são utilizados da maneira tradicional e através da metodologia proposta, além do perfil de desempenho apresentado pela computação paralela aplicada ao problema. Adicionalmente, os resultados sistêmicos obtidos são comparados aos resultados obtidos pela metodologia oficial utilizada no SEB.

O Capítulo 8 traz as principais conclusões e sugestões para trabalhos futuros.

## ***2 Aspectos da Representação de um Sistema Hidrotérmico***

### **2.1 Considerações Iniciais**

Como já discutido, o objetivo do planejamento da operação de médio prazo é determinar as metas de geração de todas as usinas de um sistema hidrotérmico sujeito às afluências de natureza estocástica de forma a minimizar o valor esperado do custo de operação ao longo do período do planejamento.

O sistema pode possuir um grande número de usinas dispostas ao longo das bacias hidrográficas e o modelo deverá conseguir representar, dentro da topologia proposta, as restrições físicas e operativas associadas ao problema, dentre as quais destacam-se (FORTUNATO et al., 1990):

- conservação da água;
- armazenamento máximo e mínimo;
- limites de turbinamento;
- defluência mínima;
- desvio de água para irrigação;

Além dos aspectos hidráulicos, há outros fatores que influenciam na política de gerenciamento dos recursos hídricos, tais como os limites geração do parque térmico, comportamento da demanda e configuração dos sistemas de transmissão.

Logo, para o estudo completo do sistema, existem vários detalhes de operação e algumas simplificações fazem-se necessárias, como exposto no Capítulo 1. As propriedades decorrentes da modelagem utilizada para o problema de médio prazo são mostradas ao longo deste Capítulo.

## **2.2 Dados Sistêmicos do Programa de Operação Mensal**

### **2.2.1 Sistema de Geração Termoelétrico**

No problema de médio prazo não são consideradas diversas características das usinas térmicas como não-linearidades da função de produção, restrição dos tempos de partida e parada das unidades geradoras entre outras, que são modeladas mais detalhadamente em problemas de curto prazo (DINIZ; MACEIRA, 2008). No problema tratado, as usinas termoelétricas são representadas por grupos de térmicas com custos semelhantes (classes térmicas) e os parâmetros básicos representados são:

- Geração máxima;
- geração mínima;
- custo incremental de operação, que é representado por um valor constante.

Desta forma, embora alguns autores representem o custo das térmicas como uma função não linear (Soares Filho, 1987; CICOGNA, 2003), é comum se adotar que as usinas térmicas possuem representação linearizada no problema de médio prazo. O uso de diversificadas fontes para geração térmica, como carvão, óleo combustível, gás natural ou nuclear, por exemplo, tem importante contribuição para haver custos incrementais maiores ou menores de geração térmica.

De acordo com os custos de geração, as usinas térmicas são agrupadas em classes térmicas e, assim, em vez de serem representadas individualmente no problema, as termoelétricas de mesmo custo podem ser agrupadas, resultando em um menor número de variáveis no problema. Porém, há uma tendência das térmicas serem representadas de forma mais realista e os custos da maioria das usinas são diferenciados, o que leva à obtenção de um número de classes que não é muito inferior ao próprio número de usinas térmicas do sistema.

### **2.2.2 Demanda Energética**

O estudo do planejamento energético é realizado com o objetivo de o sistema hidrotérmico conseguir atender à demanda energética com uma operação segura e econômica. Porém, as incertezas presentes na composição do valor da demanda de energia não são consideradas, já que o problema foca-se nas incertezas presentes nas ocorrências das afluições e, desta forma, o valor da demanda é fornecida de forma determinística ao problema. Isto significa que, para

representar diferentes possibilidades de cenários de crescimento econômico, o modelo computacional deve ser executado diversas vezes de acordo com a demanda de energia pressuposta para cada cenário.

Contudo, devido a algumas características do sistema hidráulico, a energia demandada do sistema representado é abatida por algumas parcelas que não são modeladas de forma explícita, tal como a Geração de Pequenas Centrais Hidrelétricas (PCH) e a Geração das Usinas Submotorizadas, que são usinas que ainda não possuem a sua potência de base<sup>1</sup> (ANEEL, 2011). Ambas as gerações citadas provêm de usinas que não possuem requisitos necessários para possuir representação explícita no problema, porém, essas gerações devem ser abatidas da demanda, resultando no que é chamado de "Demanda Líquida". Dependendo da modelagem do parque térmico, a geração proveniente dos limites de geração térmica mínima das usinas térmicas também pode participar como uma das parcelas que são abatidas da demanda.

### 2.2.3 Patamares de Carga

Como já discutido em modelos de médio prazo, a discretização do problema é mensal e, portanto, a carga própria é expressa através da energia fornecida pelo parque gerador ao sistema ao longo de um mês, na unidade MWh médio. Mas a carga, ou demanda, em MW, atendida pelas usinas hidrelétricas e térmicas varia instantânea e continuamente ao longo do tempo e pode ser importante para o planejador conhecer o comportamento do sistema de acordo com os ciclos diários da carga ao longo do mês (MACEIRA; SUANNO, 1995b; MARCATO, 2007), como ilustrado na Figura 2.1, adaptada de (MARCATO, 2002).

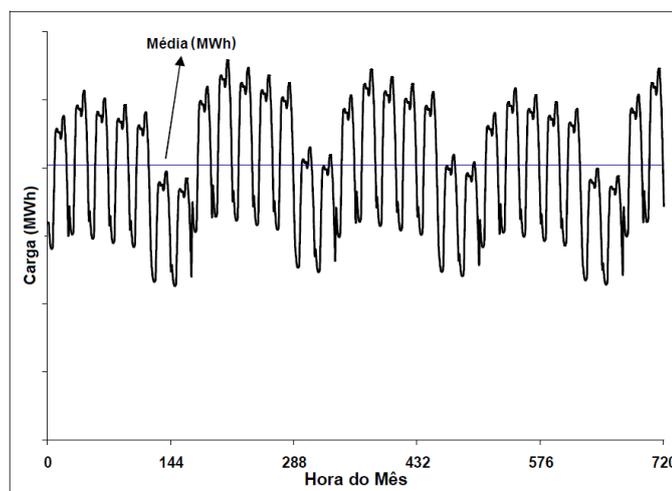


Figura 2.1: Evolução da carga própria mensal de um sistema fictício

<sup>1</sup> A potência de base refere-se à quantidade mínima de unidades geradoras em operação comercial de uma usina hidráulica, para que esta seja capaz de gerar sua garantia física total.

Uma possível abordagem é realizar o agrupamento das cargas distribuídas em torno de níveis semelhantes, denominados patamares de mercado, e verificar a forma como o mercado de energia é atendido em cada um destes níveis. É comum encontrar na literatura relacionada ao planejamento da operação a definição de três patamares de mercado, em torno dos quais se agrupam, respectivamente, cargas pesadas, médias e leves (MARCATO, 2002; MARCATO, 2007).

Na definição destes patamares, são utilizadas duas variáveis no modelo que são a duração e a profundidade de cada patamar de mercado, definidas para cada período e sistema de modo a preservar a energia fornecida ao longo de cada estágio mensal. A Figura 2.2, adaptada de (MARCATO, 2002), ilustra como se configura a distribuição do mercado ao longo dos patamares de carga.

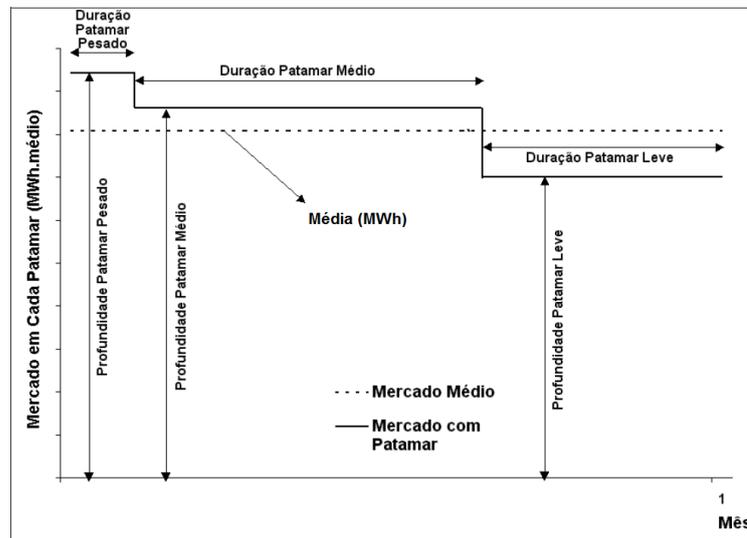


Figura 2.2: Discretização dos patamares

Desta forma, define-se a potência de demanda líquida correspondente à energia que está sendo atendida dentro de um determinado patamar  $k$ , no sistema  $i$  e no período  $t$  como sendo:

$$DEMLIQ_{i,k,t} = (DEMANDA_{i,t} \times PPMERC_{i,k,t} - PEQUUSI_{i,t} - SUBMOT_{i,t}) \times DPMERC_{k,t} \quad (2.1)$$

em que:

$DEMLIQ_{i,k,t}$	Demanda líquida do sistema $i$ no patamar de carga $k$ , igual ao mercado de energia ponderado pela profundidade do patamar abatido da geração de pequenas usinas, geração térmica mínima e submotorização no período $t$ (MWmédio).
$DEMANDA_{i,t}$	Demanda de energia a ser suprida no sistema $i$ e período $t$ (MWmédio).
$PPMERC_{i,k,t}$	Profundidade do patamar de carga $k$ , sistema $i$ e estágio $t$ (pu).
$PEQUUSI_{i,t}$	Geração proveniente das Pequenas Centrais Hidrelétricas no sistema $i$ e período $t$ (MWmédio).
$SUBMOT_{i,t}$	Geração proveniente das usinas submotorizadas no sistema $i$ e período $t$ (MWmédio). <sup>2</sup>
$DPMERC_{k,t}$	Duração do patamar de carga $k$ no período $t$ (pu).

Ressalta-se que tanto a carga própria como a duração e a profundidade dos patamares entram nos modelos de médio prazo de forma determinística. Logo, antecipadamente, devem ser utilizados outros modelos de previsão e ajuste de carga para que estas informações sejam definidas.

#### 2.2.4 Patamares de Déficit

Pode se penalizar o não atendimento à demanda com custos de déficits diferentes de acordo com a profundidade do corte de carga. Para isto são criados os patamares de déficit (NPDF), que se configuram como se fossem incorporadas ao sistema um número igual a NPDF usinas térmicas, cada uma com um custo de operação diferenciado que reflete o prejuízo à sociedade do não suprimento da energia demandada, de acordo com fatores sociais e econômicos (NASCENTES, 2002).

#### 2.2.5 Intercâmbio

Como já mencionado, na modelagem de médio prazo o sistema de transmissão não é representado de forma detalhada. Mas, de qualquer forma, é importante a definição dos limites de intercâmbio de energia entre os subsistemas e, para tornar a modelagem mais realista, pode-se

<sup>2</sup>Mesmo se tratando de um parâmetro hidráulico, optou-se por representar a influência do termo de submotorização nesta seção, que apresenta os parâmetros não-hidráulicos.

fazer uso de nós fictícios de interligação. Desta forma, os limites físicos da rede se não representados de forma explícita são aproximados através de limites de fluxos em interconexões podendo-se também fazer uso de agrupamentos de intercâmbio, que visam refletir restrições de diversos estados da rede .

Chama-se nó de interligação a um sistema que não tem carga nem geração servindo apenas para a interligação de outros sistemas. A Figura 2.3 exemplifica uma situação do sistema brasileiro em que é necessária a colocação de um sistema ou nó de interligação para representar a interligação existente entre os sistemas das regiões Sudeste, Norte e Nordeste (GORENSTIN et al., 1991) .

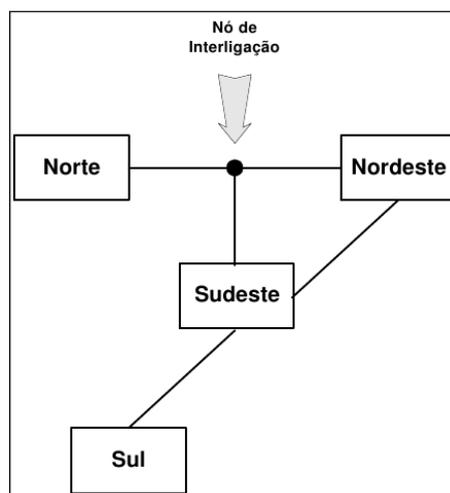


Figura 2.3: Exemplo de nó de interligação no SIN

## 2.3 Sistemas Equivalentes de Energia

De forma simplificada, os componentes básicos de uma usina hidroelétrica (UHE) são: reservatório, barragem, tomada d'água e condutos forçados, casa de força e um canal de restituição (FINARDI, 1999). Através da barragem a água é represada no reservatório, o que conduz a uma cota de montante que cria o potencial necessário à geração de energia. Esse potencial corresponde à altura existente entre os níveis de água encontrados à montante e à jusante da usina. Para a geração de energia, a água represada é levada, através da tomada d'água e dos condutos forçados, até o conjunto turbina-gerador na casa de força, onde há a conversão da energia potencial do sistema em energia elétrica. A água turbinada é, então, reconduzida ao curso natural da água no rio onde se encontra a usina.

A utilidade de represar a água não é, porem, unicamente de criar o potencial devido para

a geração, mas também pode servir para regularizar a vazão de uma determinada seção do rio, ou seja, armazenar o excesso de água dos períodos chuvosos e utilizar esta reserva acumulada nos reservatórios destas barragens para compensar as deficiências dos períodos de estiagem (ANEEL, 2011).

De acordo com sua capacidade de regularização, as usinas hidrelétricas podem ser classificadas como usinas a fio d'água ou usinas com reservatório (também conhecidas como usinas de acumulação). As usinas a fio d'água são aquelas que apresentam regularização de vazões diárias ou semanais, pois possuem uma capacidade de armazenamento muito pequena sendo capazes de acumular água suficiente apenas para suprir picos horários da demanda, por exemplo. Por outro lado, as usinas com reservatório podem apresentar regularização de descargas de um mês, um ano ou mesmo vários anos (MORAES, 2007), pois possuem reservatórios robustos o suficiente para acumular água das épocas de série úmida para utilização em períodos de estiagem, podendo transcorrer meses ou anos entre esses períodos.

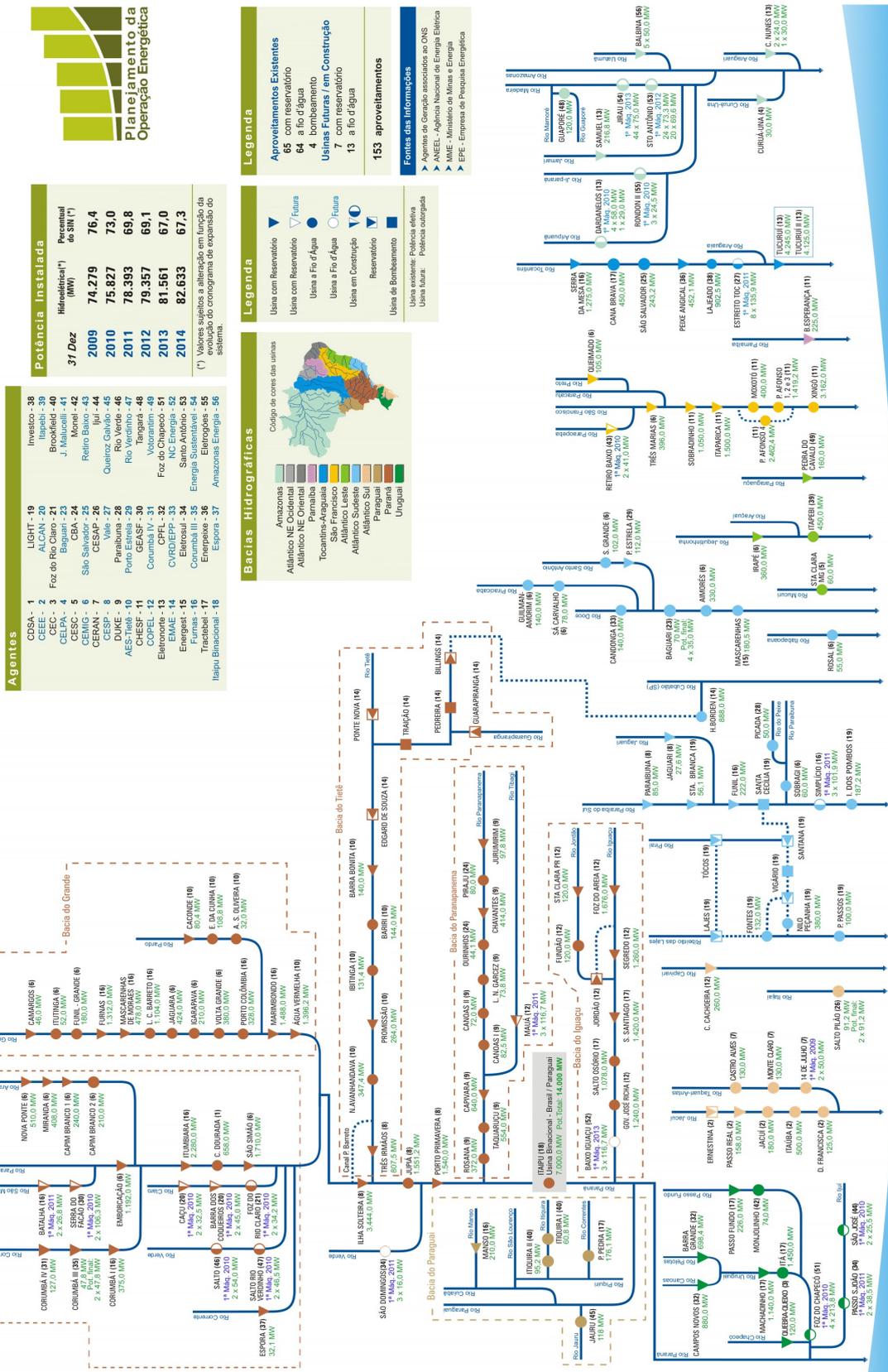
São fornecidos pelo Operador Nacional do Sistema Elétrico (ONS) dados característicos de cada usina referentes, por exemplo, ao reservatório, cotas, máquinas, usina à jusante e ao histórico de vazões. A Figura 2.4 (ONS, 2011) mostra a topologia hidráulica das usinas do SIN através de um diagrama esquemático e, como será visto adiante, a disposição das usinas é um dado de grande importância na determinação de diversos parâmetros a serem utilizados para a resolução do problema.

Além disso, devido ao crescimento esperado do mercado e a fim de garantir a confiabilidade do sistema, o Setor Elétrico é rígido de tal forma que é comum haver expansão do sistema como, por exemplo, entrada de máquinas em usinas em funcionamento e entrada em operação de novas usinas. Deste modo, será sempre considerada essa expansão e grande parte dos dados são referenciados aos respectivos períodos de planejamento.

# Diagrama Esquemático das Usinas Hidroelétricas do SIN

## Usinas Hidroelétricas Despachadas pelo ONS na Otimização da Operação Eletroenergética do Sistema Interligado Nacional

Horizonte: 2010 - 2014



Agentes	Investido	31 Dez	2009	2010	2011	2012	2013	2014
CDSEA - 1	38							
CEEE - 2	39							
CEC - 3	21							
CESC - 4	24							
CEMIG - 5	42							
CEM - 6	25							
CEMIG - 7	26							
CEMIG - 8	27							
CEMIG - 9	28							
CEMIG - 10	29							
CEMIG - 11	30							
CEMIG - 12	31							
CEMIG - 13	32							
CEMIG - 14	33							
CEMIG - 15	34							
CEMIG - 16	35							
CEMIG - 17	36							
CEMIG - 18	37							
CEMIG - 19	38							
CEMIG - 20	39							
CEMIG - 21	40							
CEMIG - 22	41							
CEMIG - 23	42							
CEMIG - 24	43							
CEMIG - 25	44							
CEMIG - 26	45							
CEMIG - 27	46							
CEMIG - 28	47							
CEMIG - 29	48							
CEMIG - 30	49							
CEMIG - 31	50							
CEMIG - 32	51							
CEMIG - 33	52							
CEMIG - 34	53							
CEMIG - 35	54							
CEMIG - 36	55							
CEMIG - 37	56							

Agentes	Investido	31 Dez	2009	2010	2011	2012	2013	2014
CEMIG - 38	57							
CEMIG - 39	58							
CEMIG - 40	59							
CEMIG - 41	60							
CEMIG - 42	61							
CEMIG - 43	62							
CEMIG - 44	63							
CEMIG - 45	64							
CEMIG - 46	65							
CEMIG - 47	66							
CEMIG - 48	67							
CEMIG - 49	68							
CEMIG - 50	69							
CEMIG - 51	70							
CEMIG - 52	71							
CEMIG - 53	72							
CEMIG - 54	73							
CEMIG - 55	74							
CEMIG - 56	75							

(\*) Valores sujeitos a alteração em função da evolução do cronograma de expansão do sistema.

Fonte: ONS

ONS - Operador Nacional do Sistema Elétrico

Plano de Expansão do Sistema Elétrico

2010 - 2014

Horizonte: 2010 - 2014

Plano de Expansão do Sistema Elétrico

2010 - 2014

Horizonte: 2010 - 2014

Plano de Expansão do Sistema Elétrico

2010 - 2014

Horizonte: 2010 - 2014

Plano de Expansão do Sistema Elétrico

2010 - 2014

Horizonte: 2010 - 2014

Plano de Expansão do Sistema Elétrico

2010 - 2014

Horizonte: 2010 - 2014

Plano de Expansão do Sistema Elétrico

2010 - 2014

Horizonte: 2010 - 2014

**Legenda**

**Aproveitamentos Existentes**

- 65 com reservatório
- 64 sem reservatório
- 63 bombeamento

**Usinas Futuras / em Construção**

- 7 com reservatório
- 13 a fio d'água

**153 aproveitamentos**

**Legenda**

Usina com Reservatório

Usina sem Reservatório

Usina a fio d'água

Usina em Construção

Reservatório

Usina de Bombeamento

Usina existente: Potência efetiva

Usina futura: Potência outorgada

**Bacias Hidrográficas**

Código de cores das bacias

- Amazônicas
- Atlântico NE Ocidental
- Atlântico NE Oriental
- Paraná
- Tocantins-Araguaia
- São Francisco
- Atlântico Leste
- Atlântico Sudeste
- Paraguai
- Paraná
- Uruguai

**Fontes das Informações**

- Agência de Gestão associada ao ONS
- ANEEL - Agência Nacional de Energia Elétrica
- MME - Ministério de Minas e Energia
- EPE - Empresa de Pesquisa Energética

ONS - Operador Nacional do Sistema Elétrico

Plano de Expansão do Sistema Elétrico

2010 - 2014

Horizonte: 2010 - 2014

Plano de Expansão do Sistema Elétrico

2010 - 2014

Horizonte: 2010 - 2014

Plano de Expansão do Sistema Elétrico

2010 - 2014

Horizonte: 2010 - 2014

Plano de Expansão do Sistema Elétrico

2010 - 2014

Horizonte: 2010 - 2014

Plano de Expansão do Sistema Elétrico

2010 - 2014

Horizonte: 2010 - 2014

Plano de Expansão do Sistema Elétrico

2010 - 2014

Horizonte: 2010 - 2014

Plano de Expansão do Sistema Elétrico

Operador Nacional do Sistema Elétrico

Figura 2.4: Topologia hidráulica do SIN

### 2.3.1 A Agregação de Reservatórios

Quanto mais distante do instante inicial a simulação estiver, menos importância é dada à geração individual de cada usina, tendo mais relevância a proporção ótima de utilização dos recursos hidráulicos e térmicos levando em consideração a análise probabilística do comportamento das afluições. Além disso, no planejamento de médio prazo a estratégia de operação é função de todas as combinações possíveis de tendências hidrológicas e níveis de reservatórios e o problema de operação ótima torna-se rapidamente inviável do ponto de vista computacional.

A solução adotada consiste em reduzir o número de variáveis através da agregação dos reservatórios. No caso do sistema brasileiro que contém mais do que 100 usinas hidrelétricas, obtém-se uma drástica redução do esforço computacional. Por conseguinte, torna-se necessário determinar a estratégia de operação para o sistema, isto é, uma decisão operativa para cada mês em função dos possíveis estados do sistema naquele período.

A metodologia que será detalhada pode ser assim resumida (MARCATO, 2002):

- Agregação das usinas hidrelétricas pertencentes a bacias hidrográficas situadas geograficamente próximas em um reservatório equivalente. Atualmente, no caso do sistema elétrico brasileiro, são utilizados quatro subsistemas ou reservatórios equivalentes, representando as regiões Sul, Sudeste/Centro-Oeste, Nordeste e Norte;
- agregar as afluições das usinas de cada reservatório equivalente em afluições energéticas equivalentes;
- representação das afluições energéticas através de um modelo estocástico adequado;

Para uma representação mais eficaz do sistema como um reservatório equivalente é recomendável que as usinas com reservatório possuam grande capacidade de regularização e que a região a que as mesmas pertencem seja hidrológicamente homogênea, para uma melhor representação do comportamento estocástico das afluições (FINARDI, 1999). Além disso, a região deve também ser eletricamente interligada, de modo que a carga possa ser suprida pela geração de qualquer usina hidrelétrica sem haver congestionamento, pois há a consideração de operação em barra única para as usinas que o compõem no atendimento à demanda do sistema.

Um parâmetro ou estado de um sistema equivalente pressupõe um estado operacional implícito do sistema individualizado. Por exemplo, a água armazenada em um dado reservatório é refletida como a energia que seria gerada pelo completo deplecionamento desta usina; assim, considera-se que esta água deplecionada seria turbinada pela própria usina e todas demais a jusante da mesma. Desta forma, alguns estados que seriam variáveis de decisão do problema

individualizado são simplificados e considerados conhecidos de acordo um pré-julgamento de operação, como o turbinamento no caso descrito.

Ressalta-se que a modelagem por sistemas equivalentes utiliza a hipótese da operação em paralelo do sistema, em que os reservatórios do sistema mantêm a mesma tendência de enchimento e deplecionamento, refletida, por exemplo, através da energia armazenada do sistema. Portanto, os estados de operação obtidos refletem o comportamento global do sistema em questão, não somente em relação ao armazenamento, mas como também o turbinamento, o vertimento e outras variáveis.

### **2.3.2 Parâmetros do Sistema Equivalente**

Para uma análise do sistema através de subsistemas equivalentes de energia é importante reorientar os parâmetros de análise. Isto porque, para a obtenção de um comportamento global do sistema, torna-se mais realístico a avaliação energética do sistema. Assim, ao invés de considerar a água armazenada em cada reservatório considera-se a energia armazenada no subsistema e, desta mesma forma, a vazão de água turbinada nas usinas é refletida na geração hidráulica do subsistema e assim por diante.

Porém, para que estas considerações sejam possíveis não é suficiente, por exemplo, apenas o conhecimento dos volumes de água no reservatório equivalente, uma vez que somente essa informação não define as reais possibilidades de geração do subsistema como um todo. Faz-se essencialmente necessário conhecer, dentre outras características, a posição relativa das usinas na cascata para computar a quantidade energia que provirá da água armazenada em cada reservatório (FINARDI, 1999).

A Figura 1.3, apresentada no Capítulo 1, ilustra como se dá a composição do sistema equivalente. Dada a topologia de um sistema composto por usinas hidráulicas de acumulação e fio d'água, as usinas são agregadas de modo a formar um sistema equivalente de energia através de um reservatório equivalente de energia, com uma representação explícita no problema, conjuntamente às parcelas energéticas a fio d'água.

Em sistemas equivalentes, as parcelas a fio d'água correspondem às energias provenientes de uma dada quantidade de água antes que esta possa vir a ser armazenada pelos reservatórios do sistema durante seu curso no rio. Ou seja, são energias em que não há controle ou opção de armazenamento e constituem-se de parcelas compulsórias, que não aparecem como variáveis de decisão no problema e são parâmetros constantes a serem considerados.

Já o reservatório equivalente de energia é o elemento para o qual realizam-se os proce-

dimentos de tomada de decisão acerca do recurso hídrico e detêm, desta forma, as parcelas de energia controláveis do subsistema. Isto porque, dada uma afluência, opta-se pelo turbinamento, armazenamento ou vertimento do recurso, assim como no gerenciamento de uma usina com reservatório tratada individualmente. Porém, em vez do gerenciamento da água, o problema do reservatório equivalente de energia visa às possibilidades de utilização da energia.

### **Função de Produção Energética de uma Usina de Reservatório:**

A produtibilidade de uma usina determina a energia gerada em função do turbinamento de água ocorrido na mesma e é dada pelo produto entre a produtibilidade específica da usina hidrelétrica ( $\text{MW}/\text{m}^3/\text{s}/\text{m}$ ) e a altura de queda do reservatório (m). Esta altura de queda é calculada em função do nível do reservatório, ou melhor, da energia armazenada no reservatório.

A altura de queda é definida pela diferença em metros da cota da superfície de água do reservatório e a cota do canal de fuga somada às perdas. A cota é definida pela diferença de nível entre a superfície de água do reservatório, que é função do armazenamento, e a superfície de água do oceano. Esta relação entre a cota da superfície da água e o volume de água armazenada é não-linear e é dada pelo polinômio cota-volume da usina (MARCATO, 2002).

Resumidamente, tem-se:

$$\rho_{j,t}(Vol) \quad \text{Produtibilidade da usina } j \text{ no período } t \text{ correspondente ao volume } Vol \text{ (MW/m}^3/\text{s)}.$$

Por definição, a energia armazenada em cada reservatório é a energia gerada ao deplecioná-lo totalmente, sob a hipótese de afluência nula. Assim, a energia armazenada é resultado do deplecionamento do reservatório partindo de um estado de armazenamento  $Vol$  no início do mês até o armazenamento mínimo ( $VMIN$ ) ao final do mês. Porém, durante esta variação na quantidade da água presente no reservatório, os valores da altura de queda também variam ao longo do mês proporcionando uma produtibilidade variada durante o estágio em análise.

Assim, torna-se útil definir a chamada *produtibilidade equivalente*, que é a produtibilidade que, se considerada constante, é capaz de fornecer o valor da energia armazenada presente em um reservatório dado o esvaziamento do mesmo. Resumindo, a produtibilidade equivalente constitui-se através do cálculo do valor médio da produtibilidade, que varia ao longo do estágio, e é dada por:

$$\rho_{j,t}^{eq}(Vol) = \frac{\int_{VMIN_j}^{Vol} \rho_{j,t}(vol) dvol}{Vol - VMIN_j} \quad (2.2)$$

em que:

$\rho_{j,t}^{eq}(Vol)$	Produtibilidade equivalente da usina $j$ no período $t$ do volume mínimo ao volume $Vol$ (MW/m <sup>3</sup> /s).
$VMIN_j$	Volume mínimo da usina $j$ (hm <sup>3</sup> ).

*Observação:* A produtibilidade média para o problema de médio prazo é aquela correspondente à produtibilidade da usina quando operada em 65% do seu volume útil. Portanto, quando for referido o termo "produtibilidade" sem especificar qualquer condição, ou ainda o termo "produtibilidade média" implicará no uso desta produtibilidade. Já a utilização do termo "produtibilidade equivalente" sem especificação de volume implicará na produtibilidade equivalente do volume mínimo ao máximo do reservatório em questão.

### Energia Armazenável Máxima:

A Energia Armazenável Máxima reflete a quantidade de energia produzida através do completo esvaziamento dos reservatórios que compõem o sistema, ou seja, ela mede a capacidade total de armazenamento do conjunto de reservatórios do sistema. Adota-se a hipótese de operação em paralelo, isto é, os armazenamentos e deplecionamentos são feitos paralelamente em volume e, adicionalmente, este cálculo é feito desconsiderando-se novas afluições.

A água utilizada para gerar energia em uma usina viajará ao longo de todo o rio e irá também gerar energia em todas as usinas à jusante da mesma e, por isso, o conhecimento da topologia do sistema é necessária para a resolução do problema. A energia armazenável máxima é calculada somando-se os produtos do volume útil de cada reservatório pela sua produtibilidade acumulada, onde, entende-se por produtibilidade acumulada a soma da produtibilidade do próprio reservatório e as produtibilidades de todos os reservatórios e usinas fio d'água à jusante até o final da cascata (CEPEL, 2001). A seguinte expressão retrata este procedimento para se calcular a energia armazenável máxima do sistema  $i$  no instante  $t$ .

$$\overline{EA}_{i,t} = \frac{1}{FATOR_t} \sum_{j=1}^{NUSI_i} \left( (VMAX_j - VMIN_j) \sum_{k \in J_j} \rho_{k,t}^{eq}(VMAX_k) \right) \quad (2.3)$$

em que:

$\overline{EA}_{i,t}$	Energia armazenável máxima do sistema $i$ no estágio $t$ (MWmês).
$FATOR_t$	Constante utilizada para converter $m^3/s$ em $hm^3/mês$ e pode ser calculada de acordo com o número de dias do mês. <sup>3</sup>
$NUSI_i$	Número de usinas com reservatório do sistema $i$ .
$VMAX_j$	Volume máximo da usina $j$ ( $hm^3$ ).
$J_j$	Conjunto composto pela usina $j$ e todas as usinas à jusante de $j$ .

O termo  $VMAX_j - VMIN_j$  mostrado na equação acima compreende toda a capacidade de armazenamento do reservatório  $j$  e é comumente chamado de "volume útil" do reservatório, denotado por  $VUTIL_j$ .

Um exemplo didático dos cálculos de energia para sistemas equivalentes é mostrado, a partir do sistema considerado na Figura 2.5.

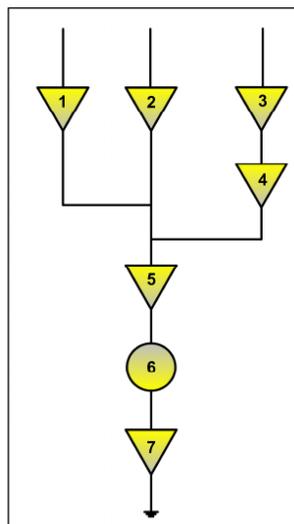


Figura 2.5: Sistema fictício para construção do exemplo didático.

De acordo com o exposto na Equação 2.3, o valor literal da energia armazenável máxima do sistema exemplo será:

<sup>3</sup>Neste trabalho, foi considerado como dias um número médio de  $\frac{365}{12}$ , resultando em um  $FATOR_t = 2.63$  independentemente do mês de estudo.

$$\overline{EA} = \frac{1}{FATOR} \left( \begin{array}{c} VUTIL_1(\rho_1^{eq} + \rho_5^{eq} + \rho_6^{eq} + \rho_7^{eq}) + \\ VUTIL_2(\rho_2^{eq} + \rho_5^{eq} + \rho_6^{eq} + \rho_7^{eq}) + \\ VUTIL_3(\rho_3^{eq} + \rho_4^{eq} + \rho_5^{eq} + \rho_6^{eq} + \rho_7^{eq}) + \\ VUTIL_4(\rho_4^{eq} + \rho_5^{eq} + \rho_6^{eq} + \rho_7^{eq}) + \\ VUTIL_5(\rho_5^{eq} + \rho_6^{eq} + \rho_7^{eq}) + \\ VUTIL_7(\rho_7^{eq}) \end{array} \right) \quad (2.4)$$

### Correção da Energia Armazenada devido a Mudança de Configuração:

Os valores, em energia, do armazenamento dos reservatórios, podem ser alterados quando da mudança de configuração, ou seja, da entrada em operação de uma nova usina hidroelétrica. Isto porque mesmo quando não há alteração dos volumes armazenados, porém, havendo variação das produtibilidades das usinas, ocorre alteração na energia armazenada. Este novo valor de energia armazenada difere do anterior por um fator descrito pela razão entre as energias armazenáveis máximas depois e antes da entrada em operação de novas usinas hidroelétricas sem a contabilização da energia advinda do volume útil das novas usinas com reservatório (CEPEL, 2001).

Em resumo, o exposto é de que um dado armazenamento inicial de um estágio, em energia, deve ser corrigido pelo fator descrito a fim de encontrar a energia armazenada no final do período em questão e esta variação ocorre devido a entrada de máquinas no sistema, causando uma diferença de contabilização entre o início e o final de um dado período do planejamento. Este fator implicará, então, na seguinte relação:

$$EA_{i,t} = FCEA_{i,t} \cdot EA_{i,t-1} \quad (2.5)$$

em que:

$EA_{i,t}$	Energia armazenada no sistema $i$ no período $t$ (MWmês).
$EA_{i,t-1}$	Energia armazenada no sistema $i$ , contabilizada no período $t-1$ (MWmês).
$FCEA_{i,t}$	Fator de correção da energia armazenada no sistema $i$ no período $t$ .

Este efeito na energia armazenada é abordado porque o armazenamento é a variável respon-

sável pelo acoplamento temporal no problema em estudo, ou seja, o armazenamento final de um dado estágio corresponde ao armazenamento inicial do próximo estágio. A modelagem do problema do planejamento e, conseqüentemente, os efeitos e a dinâmica existente na consideração dos armazenamentos serão mostrados no Capítulo 3.

### **Energia Controlável:**

Como o exposto anteriormente, na composição do sistema equivalente de energia faz-se a montagem do reservatório equivalente de energia e, assim, as aflúncias passíveis de armazenamento participam da contabilização da energia afluyente controlável do sistema, também conhecida como energia controlável do sistema.

A Energia Controlável em um dado estágio  $t$  ( $EC_{i,t}$ ) pode ser obtida pela soma das vazões incrementais a cada reservatório valorizadas pela produtividade média de todas as usinas à jusante do mesmo. A vazão incremental é dada pela aflúncia natural descontada das aflúncias naturais das usinas de reservatório imediatamente à montante.

Ainda existe uma segunda definição que utiliza a própria aflúncia natural ao reservatório e especifica a faixa de usinas a terem produtividade contabilizada no cálculo e, em geral, fornece o mesmo resultado da utilização da primeira definição, não funcionando somente para casos com acoplamento hidráulico entre os subsistemas, assunto que não será diretamente abordado e pode ser encontrado em (SOUZA, 2008; MARCATO, 2002).

### **Energia Fio d'Água:**

A Energia Controlável constitui-se da energia a ser gerada pela parcela de aflúncia que não pode ser armazenada e constitui-se basicamente das aflúncias incrementais das usinas a fio d'água. A determinação da aflúncia incremental é feita em cada usina a partir de sua aflúncia natural, da qual são descontadas as aflúncias naturais às usinas de reservatório imediatamente a montante. A energia é calculada respeitando-se o limite de engolimento máximo das turbinas das usinas fio d'água utilizadas no cálculo, constituindo no que é chamado de *Energia Fio d'Água Líquida* ( $EFIO_{i,t}$ ) do sistema (MARCATO, 2002; TERRY et al., 1980).

### **Energia Natural Afluyente:**

A Energia Natural Afluyente em um estágio  $t$  ( $EAFLU_{i,t}$ ) é composta por toda energia afluyente ao sistema, independentemente de ser ou não controlável e tem bastante importância para as análises estatísticas para os modelos estocásticos. Mesmo que possa ser calculada de

forma direta, torna-se claro que a Energia Natural Afluente pode ser dada como a soma das energias afluentes controlável e fio d'água, como mostrado abaixo:

$$EAFLU_{i,t} = EC_{i,t} + EFIO_{i,t} \quad (2.6)$$

em que:

$EAFLU_{i,t}$	Energia natural afluente do sistema $i$ no período $t$ (MWmês).
$EC_{i,t}$	Energia controlável do sistema $i$ no período $t$ (MWmês).
$EFIO_{i,t}$	Energia fio d'água líquida do sistema $i$ no período $t$ (MWmês).

### **Energia de Vazão Mínima:**

A Energia de Vazão Mínima ( $EVMIN_{i,t}(EA_{i,t})$ ) deve refletir o montante de energia gerado pela defluência mínima obrigatória de todas as usinas com reservatório e seu valor depende exclusivamente da configuração do sistema, ou seja, a série hidrológica em questão não afeta o seu cálculo (CEPEL, 2009).

Seu valor é calculado multiplicando-se a descarga mínima obrigatória de cada usina com reservatório pela soma de sua produtibilidade, associada a altura queda líquida correspondente a um dado armazenamento, conjuntamente às produtibilidades de todas as usinas fio d'água existentes entre o reservatório em questão e o próximo reservatório a jusante.

Como trata-se de uma geração compulsória de parcelas controláveis e seu valor pode ser expressivo em alguns sistemas, a inclusão da restrição de vazão mínima obrigatória no problema exige a utilização de alguns mecanismos para que pelo menos boa parte da restrição seja atendida (DUARTE, 2002).

### **Energia Evaporada:**

A Energia Evaporada ( $EVP_{i,t}(EA_{i,t})$ ) é uma energia perdida pelo sistema devido à evaporação de água decorrente da exposição da superfície do lago à insolação. Esta perda é calculada pelo produto dos coeficientes de evaporação médios mensais, pela área da superfície do lago e pela produtibilidade acumulada nos reservatórios das usinas à jusante do reservatório em questão inclusive. A área da superfície do lago exposta à insolação é uma função do volume de água no reservatório e, portanto, é uma função da energia armazenada no reservatório.

**Energia para Enchimento de Volume Morto:**

Na ocasião de entrada de uma usina com reservatório em uma determinada configuração, até que o volume morto seja cheio, ocorre uma perda de energia que deve ser contabilizada no problema (MARCATO, 2002). O volume morto compreende à porção do reservatório que se encontra abaixo da cota de tomada de água e a perda de energia ocorre porque essa quantidade de água necessária para o enchimento do volume morto não poderá ser turbinada e nem vertida. Esta energia é, então, denominada Energia de Volume Morto ( $EVM_{i,t}$ ) e representa a quantidade de energia perdida para que o reservatório atinja o funcionamento pleno.

**Energia de Desvio de Água:**

A Energia de Desvio de Água independe da série hidrológica considerada, dependendo tão somente da configuração e da vazão que está sendo desviada ou retirada e ela consiste no valor energético das afluições necessárias à retirada ou adição de água de uma usina hidroelétrica com ou sem reservatório (CEPEL, 2009). No caso de uma usina com reservatório, esta energia é contabilizada como controlável ( $EDSVC_{i,t}(EA_{i,t})$ ) e pode ser corrigida pelo armazenamento do sistema, já no caso de uma usina a fio d'água esta energia é contabilizada como fio d'água ( $EDSVF_{i,t}$ ).

**Geração Hidráulica Máxima:**

A Geração Hidráulica Máxima ( $GHMAX_{i,t}(EA_{i,t})$ ) independe da série hidrológica considerada, dependendo somente da configuração e reflete a quantidade máxima que o sistema pode vir a dispor de geração hidráulica. Este valor é função da energia armazenada do sistema, pois à medida que os níveis de armazenamento se modificam na simulação da operação, mudanças ocorrem no valor da disponibilidade de geração hidráulica do sistema devido a alterações nos valores de produtividade das usinas.

**2.3.3 Parábolas de Correção**

Como mencionado anteriormente, o nível de montante do reservatório afeta o processo de conversão de energia e a cota de montante é uma função não-linear do volume do reservatório. Este efeito do volume sobre a função de produção afetará, então, grande parte dos parâmetros dos sistemas equivalentes, que são baseados em parâmetros energéticos e as produtibilidades das usinas aparecem de forma determinante no problema.

Na tentativa de representar as não linearidades do problema são propostas as parábolas de correção (MACEIRA; SUANNO, 1995a), que aproximam o comportamento não-linear do sistema como um todo. Por exemplo, os parâmetros de Geração Hidráulica Máxima e Energia de Vazão Mínima, como apresentados na seção anterior, são não-lineares, visto que são função do armazenamento do sistema. Porém, não é realizado o recálculo de todos esses parâmetros para cada ponto de armazenamento durante o cálculo da política. Na modelagem utilizada adotam-se parábolas de correção que, além de facilitarem no cálculo dos parâmetros ao longo do processo de determinação da política elas podem ser implicitamente montadas de forma a manter a convexidade do problema quando inseridas em restrições de desigualdade.

Desta forma são ajustadas parábolas que têm como objetivo corrigir a energia em questão em função da energia armazenada no sistema que se modifica durante a simulação da operação e para a construção das parábolas dispõem-se de três pontos de operação, correspondentes aos pontos de energia armazenável mínima, média e máxima.

As parábolas serão, então, montadas para a energia de vazão mínima, a energia evaporada, geração hidráulica máxima e energia de desvio controlável bem como para o fator de correção da energia controlável, que é um fator que é multiplicado pela energia controlável de maneira a fornecer a energia controlável corrigida pelo armazenamento do sistema equivalente. A Figura 2.6, adaptada de (CEPEL, 2007), ilustra o processo da montagem das parábolas.

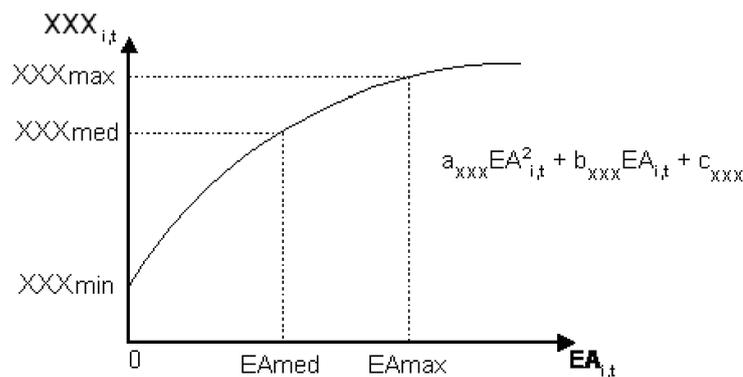


Figura 2.6: Parábolas de correção

Em que define-se:

$a_{XXX_{i,t}}$	<p>Coefficiente do termo quadrático da parábola para o cálculo da grandeza <math>XXX</math> em função da energia armazenada inicial, onde <math>i</math> identifica o sistema, <math>t</math> o estágio e <math>XXX</math> pode ser substituído por:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• EVZ: Energia de Vazão Mínima</li> <li>• EVP: Energia Evaporada</li> <li>• GHM: Geração hidráulica Máxima</li> <li>• DSV: Energia de desvio Controlável</li> <li>• FEC: Fator de correção da energia controlável</li> </ul>
$b_{XXX_{i,t}}$	<p>Descrição idêntica ao termo <math>a_{XXX_{i,t}}</math> só que relativo ao termo linear da parábola.</p>
$c_{XXX_{i,t}}$	<p>Descrição idêntica ao termo <math>a_{XXX_{i,t}}</math> só que relativo ao termo independente da parábola.</p>

Onde for necessário, por exemplo, a energia de vazão mínima ( $EVMIN_{i,t}(EA_{i,t})$ ), que é função de um dado armazenamento sobre os vários reservatórios do sistema, será utilizada interpolação sobre a parábola de correção da energia de vazão mínima em função do armazenamento requisitado ao sistema.

Ressalta-se que a não-linearidade aderida ao processo é passível de resolução ainda através de programação linear por se tratar de programação dinâmica, assunto que será tratado adiante, em que o problema é discretizado mensalmente e as correções são aplicadas de acordo com os armazenamentos encontrados no início de cada período de estudo. Contudo, estas não-linearidades ainda não contemplam todas as possibilidades de modelagem que são encontradas em um problema de curto-prazo (CUNHA et al., 1997)(DINIZ; MACEIRA, 2008) e a hipótese da operação em paralelo interfere de forma direta na acurácia da representação das não-linearidades.

# 3 *Despacho da Operação em Sistemas Equivalentes de Energia*

## 3.1 Introdução

A coordenação da operação de um sistema hidrotérmico de energia elétrica visa ao atendimento dos requisitos de consumo do sistema de uma forma econômica e confiável. Sendo assim, o esforço é despendido no sentido de que sejam utilizados os recursos hidrelétricos disponíveis da melhor maneira possível, evitando ao máximo a complementação termelétrica da geração, sem, entretanto, comprometer a confiabilidade do sistema.

Para os horizontes de longo e médio prazo, o problema de planejamento da operação energética deve levar em consideração o nível de armazenamento nos reservatórios contemplando a natureza estocástica das afluições e as restrições físicas do sistema, como limitações de intercâmbios entre regiões, cronograma de novas gerações, previsões de demanda, patamares de mercado e custo de déficit. O problema clássico de um estágio do planejamento com a utilização de sistemas equivalentes de energia é resumidamente apresentado a seguir (DIAS, 2010):

*Minimizar:* Valor Esperado do Custo Total de Operação (Custo Imediato + Custo Futuro)

s.a:

- Equações de Atendimento à Demanda
- Equações de Balanço Energético nos Reservatórios Equivalentes
- Equações de Fechamento dos Nós Fictícios
- Restrição de Geração Hidráulica Máxima
- Equações das Funções de Custo Futuro
- Limites das Variáveis – Restrições Operativas

O horizonte de planejamento adotado no sistema brasileiro para o problema de médio e longo prazo é de 5 a 10 anos, com discretizações mensais. Matematicamente, a resolução do problema consiste em decidir, ao início de cada estágio, as metas de geração hidráulica que minimizam o custo de operação ao longo do planejamento. Ocorre, porém, que o problema de planejamento é estocástico, devido ao fato de que não há o conhecimento prévio das afluências que ocorrerão no sistema. Adicionalmente, dentro de um período tão longo para a análise estocástica o problema torna-se especialmente complexo e estudos específicos tornam-se necessários e, desta forma, é comum a utilização de técnicas de Programação Dinâmica (PD) na resolução do problema, as quais serão resumidamente apresentadas na seção subsequente.

### **3.2 Técnicas de Programação Dinâmica Aplicadas ao Problema de Longo e Médio Prazo**

A técnica de Programação Dinâmica (BELLMAN, 1957) foi desenvolvida por Richard Bellman em meados da década de cinquenta com o objetivo de resolver diversos problemas de controle e otimização dinâmica e vem sendo amplamente aplicada na solução de problemas de planejamento energético e de operação, como na resolução do "unit commitment" térmico e, em especial, os problemas ligados ao planejamento envolvendo recursos hídricos, devido à estocasticidade das afluências (FINARDI, 1999; SIQUEIRA, 2009).

A decisão de manter um reservatório em determinado nível poderá ter sido acertada dependendo da estratégia de operação e da seqüência de afluências que chegará ao reservatório nos períodos subsequentes. Desta forma, a determinação do planejamento da operação energética fica caracterizada por tomadas de decisões sequenciais em que a otimalidade de uma decisão atual depende de um conjunto de acontecimentos futuros.

Devido a essas características apontadas no planejamento, a PD apresenta grande aplicação na resolução destes tipos de problemas, pois a PD é apropriada para o tratamento de problemas multiestágios e possui a capacidade de tratar as não linearidades e a estocasticidade inerentes ao processo devido às condições de separabilidade (BERTSEKAS, 2007) verificadas. Como o problema é estocástico será, então, utilizado um algoritmo de Programação Dinâmica Estocástica (PDE) para a resolução problema da operação energética de longo prazo.

De acordo com a técnica, o problema é dividido em etapas (estágios) e a melhor decisão em cada etapa é determinada de acordo com a situação (estado) em que o sistema se encontra (FINARDI, 1999). O processo de otimização baseia-se no conhecimento prévio de todas as possibilidades futuras e suas consequências, de modo a satisfazer o princípio da otimalidade de

Bellman (BELLMAN, 1957), que diz que uma política ótima deve ser tal que, independentemente da trajetória descrita para se chegar a um determinado estado, as decisões remanescentes devem constituir uma trajetória ótima a partir do estado em questão. Isto, intuitivamente, significa que o problema deve ser resolvido em sentido contrário, ou seja, que a recursão deve ser realizada no sentido inverso do tempo, abrangendo assim as possíveis seqüências de afluições através de decisões futuras, o que no sentido direto do tempo traz informação do efeito das possíveis seqüências de afluições futuras como consequência da decisão presente.

A partir das considerações realizadas, uma ferramenta capaz de garantir a solução ótima do problema é a PDE e, uma vez utilizado este algoritmo, o problema pode ser formulado ainda de duas maneiras (FINARDI, 1999):

1. acaso-decisão, em que dada uma variável aleatória (acaso) determina-se a melhor operação (decisão). Ou seja, dado um estado ao início do estágio  $t$ , supõe-se conhecida a afluição no início do mês e toma-se a decisão de acordo com a afluição dada. Assim, o acaso (afluição) é considerado antes da tomada de decisão, o que resulta em diversos custos de operação associados às diversas afluições.
2. decisão-acaso, decidindo-se apenas em função da distribuição de probabilidades da afluição do estágio em que se encontra o problema. Nesta formulação não se admite que a afluição seja conhecida ao início do mês, supondo apenas conhecida a sua distribuição de probabilidades e a decisão térmica é tomada sem o conhecimento prévio da afluição. Assim, para cada estado do problema, em cada estágio, é tomada a decisão térmica que em média seja menos onerosa, considerando as diversas possibilidades de afluições da distribuição.

Um algoritmo baseado na PDE traduz matematicamente a influência das variáveis de estado no custo de operação do sistema e duas classes podem ser consideradas no presente estudo: o volume do reservatório e algum tipo de informação sobre a tendência hidrológica ao sistema, como, por exemplo, as afluições aos reservatórios durante estágios anteriores (SIQUEIRA, 2009; MACEIRA; DAMÁZIO, 2006).

O modelo da PDE utilizada nos estudos de longo prazo do sistema elétrico brasileiro referente ao modelo do tipo acaso-decisão da PDE, em que são conhecidas as afluições no início do estágio, utiliza a seguinte equação recursiva (PEREIRA; PINTO, 1985):

$$\alpha_t(X_t) = E_{A_t|X_t} \left( \text{Min} \left[ C_t(U_t) + \frac{1}{1+\delta} \alpha_{t+1}(X_{t+1}) \right] \right) \quad (3.1)$$

em que:

$\alpha_{t+1}(X_t)$	Valor do custo esperado de operação do período $t$ ao final do horizonte, em função dos estados do sistema. <sup>1</sup>
$E_{A_t X_t}$	Valor esperado de custo de acordo com todos os valores possíveis de afluências contidos em $A_t$ , condicionado pelo vetor de estados $X_t$ (conhecido no início do estágio).
$X_t$	Vetor de variáveis que definem o estado inicial do sistema no período $t$ .
$A_t$	Vetor de afluências incrementais ao sistema no período $t$ .
$U_t$	Vetor com as decisões obtidas no período $t$ e determina o estado em que o sistema se encontrará ao final do mesmo — ou seja, definirá $X_{t+1}$ .
$C_t(U_t)$	Custo operativo relacionado à decisão operativa $U_t$ . <sup>2</sup>
$\delta$	Taxa de desconto monetário (pu).

Conjuntamente, o problema é sujeito às restrições do problema hidrotérmico e  $t$  é aplicado para  $T, T-1, \dots, 1$  — em que  $T$  corresponde ao período total de estudo — com  $\alpha_{T+1}$  nulo para quaisquer valores de estado final. Isto indica que para o último estágio do planejamento não é possível incluir as consequências operativas considerando efeitos de períodos posteriores.

Exatamente por isso, o período de estudo para o planejamento visando caracterizar o comportamento estocástico conjuntamente à capacidade de regularização do sistema não deve ser muito curto, pois ao final do período de planejamento os reservatórios tendem a se esvaziarem, fazendo com que seja comumente considerado no cálculo da política um período que vai além dos 5 anos de estudo, chamado período de pós-estudo. Desta forma, ao final do período de estudo, o armazenamento do sistema não estará tão baixo, pois será feita a análise das consequências em períodos posteriores.

Como a estratégia de operação deve ser calculada para todas as combinações possíveis dos níveis dos reservatórios e afluências do estágio anterior, o esforço computacional cresce exponencialmente com o número de variáveis de estado consideradas (CERVELLERA et al., 2006). Supondo que cada um dos  $NR$  reservatórios do sistema sejam discretizados em  $ND$  parcelas, com  $NR$  afluências do estágio anterior, tem-se um total de  $ND^{2NR}$  estados discretizados, o que implica na resolução de  $ND^{2NR}$  problemas de otimização para cada estágio. Assim,

<sup>1</sup> Chamada de parcela de custo futuro.

<sup>2</sup> Chamada de parcela de custo imediato.

um algoritmo baseado na PDE torna-se rapidamente inviável computacionalmente, mesmo para sistemas com poucas usinas hidrelétricas. Por exemplo, arbitrando-se  $ND = 10$  discretizações tem-se:

$$1 \text{ reservatório} \Rightarrow 10^2 = 100 \text{ estados}$$

$$2 \text{ reservatórios} \Rightarrow 10^4 = 10.000 \text{ estados}$$

$$3 \text{ reservatórios} \Rightarrow 10^6 = 1.000.000 \text{ estados}$$

$$4 \text{ reservatórios} \Rightarrow 10^8 = 100.000.000 \text{ estados}$$

Esta é a chamada "maldição da dimensionalidade" da PDE e de modo a evitar esta explosão combinatorial foram desenvolvidos algumas metodologias para tentar resolver o problema de planejamento da operação energética com um esforço computacional menor do que o exigido pelo algoritmo da PDE.

A simplificação inicial, e muito adotada para o planejamento energético de médio e longo prazo, é a agregação dos vários reservatórios do sistema em reservatórios equivalentes de energia (ARVANITIDIS; ROSING, 1970), no intuito de diminuir a quantidade de variáveis de estados do problema. Contudo, a agregação em reservatórios equivalentes ainda não torna-se suficiente para garantir a aplicabilidade da PDE porque a agregação do sistema em um único reservatório, o que computacionalmente viabilizaria a utilização da PDE, é inadequada face à diversidade hidrológica apresentada entre as regiões em que se encontram os reservatórios. Assim, é mais comumente adotada uma representação com múltiplos reservatórios equivalentes, cada um representando um subsistema específico, o que já é suficiente para dificultar o uso amplo da PDE como técnica de resolução do problema.

Uma aproximação para a resolução do problema pode se constituir da simplificação da representação estatística das afluições ou a distribuição das probabilidades de ocorrência das mesmas. Alguns modelos consideram a correlação temporal entre as afluições através, por exemplo, de uma cadeia de Markov de ordem unitária (SIQUEIRA, 2009; ZAMBELLI, 2009) e assim, será considerado que afluições de estágios anteriores — no caso, um estágio antecedente — alteram as probabilidades de ocorrência das afluições no estágio atual. Já o modelo de Programação Dinâmica Estocástica Independente (PDEI) trata de eventos independentes e não considera as afluições correlacionadas mês a mês e, assim, a distribuição das afluições será a mesma encontrada na amostra a ser utilizada, independentemente das afluições passadas. Isto significa que, por exemplo, ao utilizar o histórico de vazões como amostragem a distribuição utilizada será a mesma encontrada no próprio histórico.

A Figura 3.1 ilustra como ocorre a distribuição das afluições na PDEI para uma amostra

do histórico de afluências. Sendo assim, observa-se que a distribuição não é diretamente correlacionada a afluências anteriores, ou seja,  $A_t$  não dependerá da afluência  $A_{t-1}$  ocorrida e todas as possíveis afluências dentro do domínio de estudo são testadas. Além disso, os pesos, em vez de serem dados por um modelo estatístico, serão determinados pela frequência de ocorrência de certos valores de afluência no histórico de vazões.

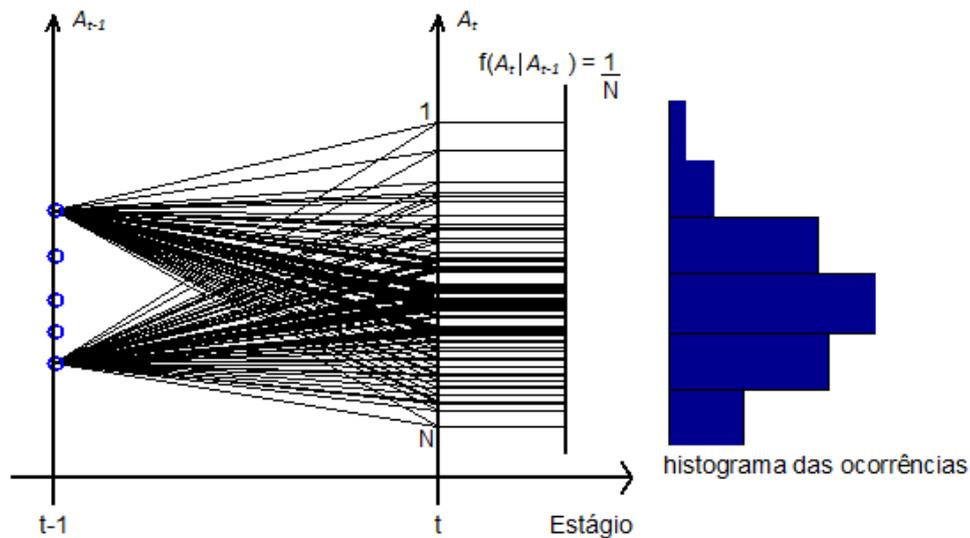


Figura 3.1: Esquema de ocorrência das afluências na PDEI

Como efeito, há uma grande redução no número de estados a serem analisados para a resolução do problema. Desta vez, supondo que cada um dos  $NR$  reservatórios do sistema sejam discretizados em  $ND$  parcelas, tem-se um total de  $ND^{NR}$  estados discretizados por estágio. Por exemplo, arbitrando-se  $ND = 10$  discretizações tem-se:

$$1 \text{ reservatório} \Rightarrow 10^1 = 10 \text{ estados}$$

$$2 \text{ reservatórios} \Rightarrow 10^2 = 100 \text{ estados}$$

$$3 \text{ reservatórios} \Rightarrow 10^3 = 1.000 \text{ estados}$$

$$4 \text{ reservatórios} \Rightarrow 10^4 = 10.000 \text{ estados}$$

Esta redução no esforço computacional é importante, mas ainda não torna a resolução do problema do planejamento energético via PDE um processo trivial (DIAS, 2010; DIAS et al., 2010), devido ao número de sistemas considerados e ao número de dimensões inerentes ao processo de montagem da função de custo futuro. Porém, estes aspectos serão mais profundamente abordados no Capítulo 4.

A desvantagem da utilização deste método é que ele considera que todas as afluições são equiprováveis de acontecerem na ocasião do cálculo do valor esperado do custo de operação, diferentemente de quando se utilizam modelos que consideram a tendência hidrológica. Estes modelos são capazes de reconhecer, em função das afluições passadas, quando há alta probabilidade de ocorrência de afluições baixas, por exemplo, como em períodos de seca observados no histórico, em que é comum haver estágios consecutivos com baixa afluição caracterizando o período de seca em questão. Porém, estes valores consecutivos de afluição baixa podem não serem esperados pelo modelo independente com a probabilidade devida. A Figura 3.2 ilustra como afluições de estágios anteriores podem influenciar na probabilidade de ocorrência das afluições no estado atual.

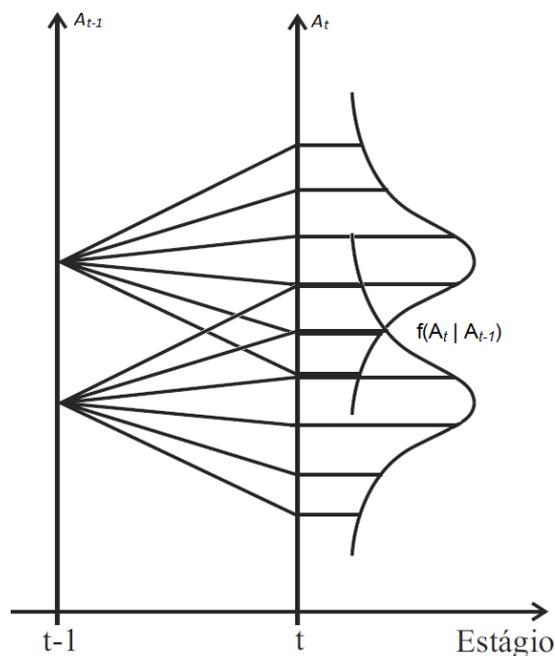


Figura 3.2: Esquema de ocorrência de afluições na PDE considerando a tendência hidrológica

Desta forma, a PDEI não possui a mesma capacidade de reconhecimento de prováveis períodos de seca e nem períodos de cheia, que podem ser previstos pelo modelo estocástico através de probabilidades diversificadas de acordo com as afluições de períodos anteriores, levando a uma operação mais eficiente. Mesmo podendo ser pessimista nos momentos de tendência de cheia é comum dizer que a PDEI leva a uma operação otimista do sistema, pois os períodos de seca são os mais críticos devido aos altos custos associados. Porém, bons resultados podem ser obtidos do modelo da PDEI, como mostrado em (SIQUEIRA, 2009).

Em resumo, através da simplificação do processo estatístico, com a consideração dos even-

tos independentes no tempo, a aplicação da técnica da PDE torna-se mais viável do ponto de vista computacional e pode fornecer uma aproximação para a avaliação do planejamento energético.

Atualmente, a Programação Dinâmica Dual Estocástica (PEREIRA; PINTO, 1985; PEREIRA, 1989), que é uma técnica baseada na PDE, é uma metodologia comumente utilizada como alternativa para a solução do problema de planejamento, pois ela é capaz de resolver o problema do planejamento considerando um número suficiente de reservatórios conjuntamente aos modelos estatísticos de representação das tendências hidrológicas, contornando a "maldição da dimensionalidade" existente na PDE. A PDDE utiliza a técnica de Decomposição de Benders e trata o problema de forma analítica, evitando a discretização do espaço de estados tal como é feito na técnica da PDE diminuindo o esforço computacional de forma substancial.

A PDDE não apresenta um espaço amostral discreto dos armazenamentos, mas constitui-se de um processo de convergência em que os pontos são visitados de acordo com que é realizada a representação mais realista da função de custo futuro ao longo das iterações. A função é um poliedro convexo que pode ser construído a partir do valor esperado dos multiplicadores simplex associados a cada subproblema. Para uma amostra bastante representativa das afluências o espaço de estados visitados é suficiente para a determinação de políticas satisfatórias.

### **3.3 Formulação Matemática do Problema de Longo e Médio Prazo**

#### **3.3.1 Função Objetivo**

A função objetivo retrata o objetivo do planejamento dos sistemas hidrotérmicos, que é atender a carga própria com o menor custo esperado de operação. Assim, a função objetivo de cada subproblema, para um determinado estágio  $t$ , corresponde a minimizar o custo de operação presente mais o custo esperado futuro, que vai desde o estágio seguinte,  $t+1$ , até o último estágio do horizonte do estudo, representada pela função de custo futuro. Para referenciar os custos operativos dos estágios posteriores no presente, é inserida a taxa de desconto associada à função de custo futuro.

De acordo com o modelo adotado para a resolução do problema com a utilização da equação recursiva da PDE para a formulação acaso-decisão, tem-se a seguinte função objetivo a ser utilizada na resolução do problema para cada estado e período:

$$z_t(X_t, A_t) = \text{Min} \left\{ \sum_{i=1}^{NSIS} \sum_{pc=1}^{NPMC} \left[ \sum_{j=1}^{NCLT_i} \Psi_{T_{i,j,t}} \cdot g_{T_{i,j,pc,t}} + \sum_{pd=1}^{NPDF} \Psi_{D_{pd}} \cdot def_{i,pc,pd,t} \right] + \frac{1}{1+\delta} \alpha_{t+1} \right\} \quad (3.2)$$

em que:

$z_t(X_t, A_t)$	Valor do custo ótimo de operação no período $t$ de acordo com a função custo futuro esperado e sujeito ao estado inicial dos armazenamentos $X_t$ e ao conjunto de afluências $A_t$ no período $t$ (R\$×730) <sup>3</sup> .
$NSIS$	Número de sistemas.
$NPMC$	Número de patamares de mercado.
$NCLT_i$	Número de classes térmicas no sistema $i$ .
$NPDF$	Número de patamares de déficit.
$\Psi_{T_{i,j,t}}$	Custo incremental de geração associado à classe térmica $j$ do sistema $i$ e período $t$ (R\$/MWh).
$\Psi_{D_{pd}}$	Custo incremental de déficit associado ao patamar de déficit $pd$ (R\$/MWh).
$g_{T_{i,j,pc,t}}$	Geração térmica total na classe térmica $j$ do sistema $i$ e estágio $t$ dentro do patamar de carga $pc$ (MWmédio).
$def_{i,pc,pd,t}$	Déficit ocorrido no sistema $i$ e estágio $t$ dentro do patamar de carga $pc$ e patamar de déficit $pd$ (MWmédio).
$\delta$	Taxa de desconto monetário (pu).
$\alpha_{t+1}$	Função de custo esperado futuro relacionado à decisão atual (R\$×730).

### 3.3.2 Restrições de Atendimento à Demanda

Como já foi visto anteriormente, a demanda líquida no sistema  $i$ , patamar  $k$  e período  $t$  é o MWmédio a ser atendido durante o patamar  $k$ . Assim, a equação de atendimento a demanda visa determinar a maneira como a demanda líquida será atendida, considerando a geração hidráulica e térmica, déficit e intercâmbios. Porém, a demanda líquida deve ser abatida da geração

<sup>3</sup>O fator multiplicativo aparece devido à conversão dos custos por unidade horária em custo por unidades mensais de tempo.

incondicional proveniente das usinas fio d'água e devido a geração para atendimento de requisitos de vazão mínima. A equação de demanda para um dado sistema  $i$  e patamar de carga  $k$  em um estágio  $t$  é mostrada a seguir:

$$ghidr_{i,k,t} + \sum_{j=1}^{NCLT_i} gT_{i,k,j,t} + \sum_{j=1}^{NPDF} def_{i,k,j,t} - \sum_{j=1}^{NSIS} int_{i,j,k,t|i \neq j} + \sum_{j=1}^{NSIS} int_{j,i,k,t|i \neq j} - exc_{i,k,t} = \left( DEMLIQ_{i,k,t} - EFIO_{i,t} - EDSVF_{i,t} - EVMIN_{i,t}(EA_{i,t}) \right) \cdot DPMERC_{k,t} \quad (3.3)$$

em que:

$ghidr_{i,k,t}$	Geração hidráulica do sistema $i$ no patamar de carga $k$ no período $t$ (MWmédio).
$int_{i,j,k,t i \neq j}$	Intercâmbio do sistema $i$ para sistema $j$ , no patamar de carga $k$ , sendo sempre $i$ diferente de $j$ no período $t$ (MWmédio).
$exc_{i,k,t}$	Excesso de energia no sistema $i$ , patamar de mercado $k$ e período $t$ (MWmédio).
$DEMLIQ_{i,k,t}$	Demanda líquida do sistema $i$ no patamar de carga $k$ , igual à carga própria ponderada pela profundidade do patamar abatida da geração de pequenas usinas, geração térmica mínima e submotorização no período $t$ (MWmédio).
$EFIO_{i,t}$	Energia afluyente fio d'água líquida ao sistema $i$ no período $t$ (MWmédio).
$EVMIN_{i,t}(EA_{i,t})$	Energia de vazão mínima controlável do sistema $i$ no período $t$ , corrigida pelo armazenamento no início do período (MWmédio).
$EDSVF_{i,t}$	Energia de desvio fio d'água do sistema $i$ no período $t$ (MWmédio).
$DPMERC_{k,t}$	Duração do patamar de carga $k$ no período $t$ (pu).

A variável de decisão excesso é inserida no problema como uma variável de folga para a situação em que a demanda líquida a ser atendida seja menor que a soma das energias fio d'água e a energia de vazão mínima, que são compulsórias. Desta forma, esta variável é importante para evitar possíveis infactibilidades no problema quando é utilizada a representação do sistema via sistemas equivalentes de energia. Sendo assim, a variável de excesso de geração hidráulica é comumente penalizada através da função objetivo, assim como os valores de intercâmbio, que

também possuem valores pequenos de custo associado.

### 3.3.3 Restrições de Balanço Energético nos Reservatórios Equivalentes de Energia

A energia armazenada no final do estágio  $t$  é dada pela energia armazenada no início do estágio mais a energia afluente total menos o desestoque e as perdas. O desestoque é dado pela geração hidráulica e vertimento, que são variáveis de decisão, e, também, pela energia fio d'água e energia de vazão mínima, que são compulsórias. As perdas são representadas pela energia evaporada e pela energia gasta com o enchimento de volume morto nos reservatórios que estão iniciando sua operação no estágio  $t$ .

De forma simplificada, obtém-se:

$$ea_{i,t+1} = EA_{i,t} + EC_{i,t} - EVMIN_{i,t} - EDSVC_{i,t} - \underbrace{\sum_{k=1}^{NPMC} ghidr_{i,k} - evert_{i,t}}_{\text{Variáveis de Decisão}} - \underbrace{EVP_{i,t} - EVM_{i,t}}_{\text{Perdas}} \quad (3.4)$$

Resumidamente, participam da equação de balanço hídrico a energia armazenada inicial, a energia afluente controlável, o termo correspondente ao volume mínimo obrigatório e as perdas que, juntamente às variáveis de decisão de geração hidráulica e vertimento determinam o volume armazenado final no período.

Porém, é necessário fazer as correções necessárias através das parábolas em função do armazenamento inicial do sistema e a equação formal de balanço energético é apresentada a seguir:

$$ea_{i,t+1} + \sum_{k=1}^{NPMC} ghidr_{i,k} + evert_{i,t} = FCEA_{i,t} \cdot EA_{i,t} + FCEC_{i,t}(EA_{i,t}) \cdot EC_{i,t} - EVMIN_{i,t}(EA_{i,t}) - EDSVC_{i,t}(EA_{i,t}) - EVP_{i,t}(EA_{i,t}) - EVM_{i,t} \quad (3.5)$$

em que:

$ea_{i,t+1}$	Energia armazenada no sistema $i$ no final do período $t$ (MWmês).
$evert_{i,t}$	Energia vertida no sistema $i$ no período $t$ (MWmês).
$FCEA_{i,t}$	Correção da energia armazenada devido a mudança de configuração.
$EA_{i,t}$	Energia armazenada no sistema $i$ no início do período $t$ (MWmês).

$FCEC_{i,t}(EA_{i,t})$	Fator multiplicativo para correção da energia controlável, relativo ao sistema $i$ no período $t$ , corrigido pelo armazenamento inicial do sistema.
$EC_{i,t}$	Energia controlável do sistema $i$ no período $t$ (MWmês).
$EVMIN_{i,t}(EA_{i,t})$	Energia de vazão mínima do sistema $i$ no período $t$ corrigida pelo armazenamento inicial do sistema (MWmês).
$EDSVC_{i,t}(EA_{i,t})$	Energia de desvio controlável do sistema $i$ no período $t$ corrigida pelo armazenamento inicial do sistema (MWmês).
$EVP_{i,t}(EA_{i,t})$	Energia evaporada no sistema $i$ no período $t$ corrigida pelo armazenamento inicial do sistema (MWmês).
$EVM_{i,t}$	Energia para enchimento do volume morto no sistema $i$ e período $t$ (MWmês).

### 3.3.4 Restrições de Geração Hidráulica Máxima Controlável

Estas restrições definem o máximo de geração hidráulica controlável de cada um dos sistemas em cada um dos patamares de mercado. A geração hidráulica máxima é calculada considerando todas as usinas de cada um dos sistemas, e deve ser corrigida em função da energia armazenada pela sua parábola de correção e, em seguida, descontada da energia de vazão mínima e energias fio d'água do sistema. A equação de geração hidráulica máxima controlável para um dado sistema  $i$  e patamar de carga  $k$  em um estágio  $t$  é mostrada a seguir:

$$ghidr_{i,k,t} - exc_{i,k,t} \leq \left[ GHMAX_{i,t}(EA_{i,t}) - EFIO_{i,t} - EDSVF_{i,t} - EVMIN(EA_{i,t}) \right] \cdot DPMERC_{k,t} \quad (3.6)$$

em que:

$GHMAX_{i,t}(EA_{i,t})$	Geração hidráulica máxima do sistema $i$ no período $t$ , corrigida pelo armazenamento inicial do sistema (MWmédio).
-------------------------	--

### 3.3.5 Equações de Nós Fictícios

Para as equações dos nós fictícios, deve-se garantir a geração ou consumo líquidos de energia nulos. Tem-se a seguinte condição para cada nó fictício  $j$  e patamar de carga  $k$ :

$$\sum_{\forall i \neq j} int_{i,j,k,t} - \sum_{\forall i \neq j} int_{j,i,k,t} = 0 \quad (3.7)$$

### 3.3.6 Equações da Função de Custo Futuro

A Função de Custo Futuro (FCF) será composta por um conjunto de inequações que formam um espaço convexo e associam o espaço de solução relativo aos armazenamentos aos respectivos valores esperados de custo futuro. Desta forma, a uma dada solução, será atribuído um valor de custo futuro, o qual será avaliado conjuntamente aos custos decorrentes da utilização da geração térmica presente e eventuais déficits de energia em um mesmo problema de otimização.

É apresentada a seguir uma definição genérica de uma inequação utilizada para representar um  $c$ -ésimo elemento — também chamado de corte ou hiperplano — do conjunto de inequações que compõem a FCF no problema; porém, a montagem das restrições será detalhada no Capítulo 4.

$$\alpha_{t+1} - \sum_{i=1}^{NSIS} COEFA_{c,i,t} \cdot ea_{i,t+1} \geq COEFB_{c,t} \quad (3.8)$$

em que:

$\alpha_{t+1}$	Custo esperado futuro relacionado à decisão atual.
$COEFA_{c,i,t}$	Coefficiente relativo à participação do sistema $i$ no $c$ -ésimo corte ou hiperplano que compõe a função de custo futuro do período $t$ .
$COEFB_{c,t}$	Coefficiente relativo ao termo independente do $c$ -ésimo corte ou hiperplano que compõe a função de custo futuro do período $t$ .

Para as modelagens que consideram as tendências hidrológicas existem, na função de custo futuro, coeficientes relativos às afluências dos meses anteriores.

### 3.3.7 Limites das Variáveis ou Restrições de Canalização

#### Limites nas Capacidades de Geração Térmica

O problema está sujeito aos limites mínimos e máximos de geração térmica de cada classe térmica em cada patamar de carga, de acordo com o exposto a seguir:

$$\underline{g}_{T_{i,j,t}} \cdot DPMEC_{k,t} \leq g_{T_{i,j,k,t}} \leq \overline{g}_{T_{i,j,t}} \cdot DPMEC_{k,t} \quad (3.9)$$

em que:

$\underline{g}_{T_{i,j,t}}$	Geração térmica mínima totalizada na classe térmica $j$ do sistema $i$ no período $t$ (MWmédio).
$\overline{g}_{T_{i,j,t}}$	Geração térmica máxima totalizada na classe térmica $j$ do sistema $i$ no período $t$ (MWmédio).

#### Limites nas Capacidades de Intercâmbio

Os valores de transporte de energia entre os sistemas são limitados pela capacidade da rede implantada e os valores limites desses intercâmbios são retratados por:

$$0 \leq \text{int}_{i,j,k,t|i \neq j} \leq \overline{\text{int}}_{i,j,k,t|i \neq j} \cdot DPMEC_{k,t} \quad (3.10)$$

em que:

$\overline{\text{int}}_{i,j,k,t i \neq j}$	Valor máximo de intercâmbio do sistema $i$ para o sistema $j$ no estágio $t$ (MWmédio).
--	---

#### Limites nas Capacidades de Armazenamento

Os limites de armazenamento impactam de forma importante no cálculo do despacho da operação de sistemas hidrotérmicos via representação de sistemas equivalentes de energia. Isto porque aqui será delimitada a capacidade do sistema em armazenar a energia para os demais estágios do problema, o que é função dos volumes máximos e mínimos de água que podem ser armazenados em cada reservatório do sistema, corrigidos pelo fator devido a mudança de configuração, de acordo com o exposto a seguir:

$$0 \leq FCEA_{i,t+1} \cdot ea_{i,t+1} \leq \overline{EA}_{i,t+1} \quad (3.11)$$

em que:

$ea_{i,t+1}$	Energia armazenada no sistema $i$ no final do período $t$ (MWmês).
$\overline{EA}_{i,t+1}$	Energia armazenável máxima no sistema $i$ no estágio $t+1$ (MWmês).

Porém, podem também serem consideradas as restrições advindas do operador para controle de cheias e restrições operacionais e, assim, as usinas hidráulicas podem não ter todo o volume útil disponível durante o despacho. Os dados de armazenamento máximo e mínimo de cada usina são fornecidos de forma explícita pelo operador, refletindo na energia armazenável máxima por restrição de volume de espera e na energia armazenável mínima por restrição de operação, cujas definições são encontradas em (CEPEL, 2001) e, se presentes no caso de estudo, serão modeladas no presente trabalho, pois a plataforma desenvolvida contempla a utilização destes limites na modelagem computacional do problema.

# ***4 Programação Dinâmica Estocástica e Algoritmo de Fechos Convexos (PDE-ConvexHull)***

## **4.1 Introdução**

Este Capítulo apresenta a aproximação inicial utilizada no trabalho para a resolução do problema de planejamento energético. Sendo assim, serão expostos os algoritmos utilizados conjuntamente a exemplos didáticos para representar melhor o problema.

## **4.2 Algoritmo Geral da Programação Dinâmica Estocástica**

Foi discutida, anteriormente, a possibilidade da utilização do modelo a eventos independentes para a Programação Dinâmica Estocástica (PDE) e, sendo assim, ela constrói uma função de custo futuro,  $\alpha_t(X_t)$ , discretizando o espaço de estados (armazenamentos) em um conjunto de valores e resolvendo o problema do despacho ótimo para cada uma dessas discretizações. Valores intermediários de  $\alpha_t(X_t)$  são obtidos através da interpolação dos valores obtidos para as discretizações. O algoritmo de PDE pode ser sintetizado pelos seguintes passos :

Inicialização de  $\alpha_{t+1}(X_{t+1})$ ;

Repita de  $t = T, T-1, \dots, 1$ ;

Repita para cada estado inicial,  $X_t^i, i = 1, 2, \dots$ , número de discretizações;

Repita para cada cenário de afluência;

Calcula o custo ótimo de operação associado;

Calcula o valor esperado do custo de operação para o dado estado sujeito a  $\alpha_{t+1}(X_{t+1})$ ;

Determina um ponto da função de custo futuro;

Determinação da função de custo futuro  $\alpha_t(X_t)$ ;

Contudo, a obtenção da função de custo futuro como uma interpolação dos pontos obtidos pode ser uma tarefa complexa quando se trata de um número maior de reservatórios, pois os planos de interpolação não são visualizados de forma trivial.

Desta forma, o algoritmo de fechos convexos (*Convex Hull*) é utilizado na obtenção da FCF em função dos pontos obtidos pela Programação Dinâmica Estocástica. Isto porque ele é capaz de tratar geometricamente o problema da obtenção dos hiperplanos para um número qualquer de dimensões consideradas com a garantia dos hiperplanos formarem um conjunto convexo (DIAS et al., 2010). A garantia do conjunto convexo é importante para que a função de custo futuro possa ser representada como uma função linear por partes de maneira que os problemas possam ser resolvidos por programação linear.

Além disso, o número de combinações possíveis para a seleção de pontos a formar cada hiperplano pode ser alta, com conseqüente alto número de hiperplanos obtidos. Porém, o algoritmo de fechos convexos é capaz de fazer com que hiperplanos coplanares sejam fundidos, caracterizado em uma redução no número de planos quando comparado a um algoritmo de PDE convencional.

### 4.3 Algoritmo de Fechos Convexos

Para definir o método dos fechos convexos — ou *Convex Hull* — deve-se considerar a definição de conjuntos convexos através da seguinte definição:

- Um conjunto  $S$  é convexo se para quaisquer dois pontos  $p, q \in S$ , qualquer combinação convexa de  $p$  e  $q$  também pertence a  $S$ , como indicado na Figura 4.1.

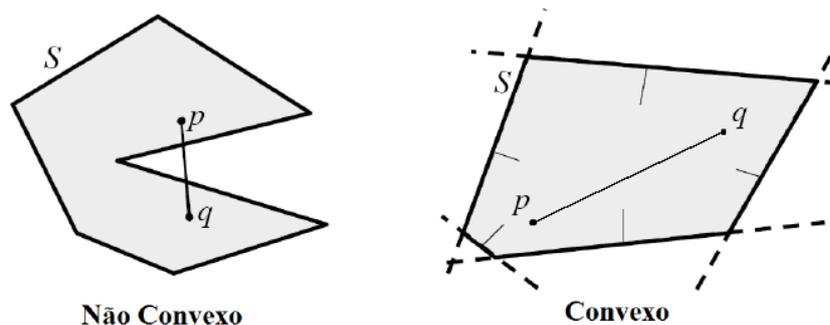


Figura 4.1: Exemplos de conjunto convexo e não-convexo

Foi mostrada somente a definição básica de conjuntos convexos, porém, uma definição mais completa e as propriedades advindas deste tipo de conjunto são apresentadas em alguns trabalhos, vide (BORWEIN; LEWIS, 2000). A seguinte definição formal é dada para o fecho convexo:

- Dado um conjunto finito de pontos  $P = \{p_1, \dots, p_n\}$ , o fecho convexo para esse conjunto fixo de pontos  $P$  é o menor polígono convexo  $C$  tal que  $P \subset C$  como indicado na Figura 4.2.

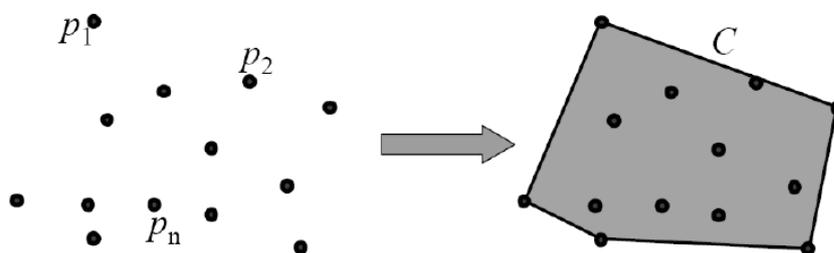


Figura 4.2: Exemplos de fechos convexos

Desta forma, entende-se que o fecho convexo — ou *convex hull* — define a fronteira do menor polígono convexo que compreende todos os elementos do conjunto e, desta forma, este algoritmo pode ser utilizado para a montagem da função de custo futuro em função dos pontos obtidos pela discretização dos estados do problema.

Existem diversos algoritmos de fechos convexos, como exemplo temos o algoritmo de Graham, o algoritmo de Jarvis e o algoritmo QuickHull (BARBER et al., 1996), que é o algoritmo utilizado no presente trabalho para a montagem do fecho convexo.

A idéia principal do algoritmo QuickHull pode ser sintetizada através seguinte lema: “para a maioria dos conjuntos de pontos é mais fácil descartar muitos pontos que estão no interior do invólucro convexo e concentrar o trabalho nos pontos que estão próximos da fronteira”. No caso, cada ponto representa o custo médio associado a uma dada discretização dos reservatórios que definem a função de custo futuro na PDE.

Dado um conjunto de pontos qualquer, como mostrado na Figura 4.3, o algoritmo QuickHull se utiliza dos seguintes passos (DIAS, 2010):

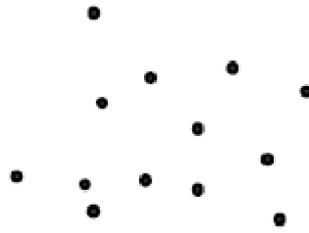


Figura 4.3: Pontos aleatórios em um plano bidimensional

PASSO 1: O algoritmo é iniciado com uma busca dos pontos extremos em qualquer uma das direções, por exemplo, ao longo do eixo das abscissas, ordenadas ou algum aleatório. Então é definido um segmento de reta  $\overline{ab}$  ligando os pontos encontrados, conforme a Figura 4.4.

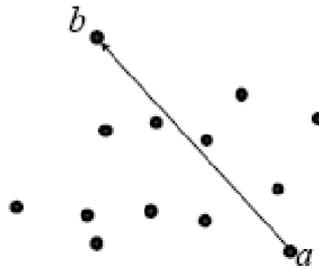


Figura 4.4: Algoritmo QuickHull — Passo 1

PASSO 2: Dado o segmento encontrado no passo anterior, encontra-se o ponto  $c$  em uma dada direção com a maior distância ao segmento  $\overline{ab}$  e, se o ponto extremo  $c$  não existir, continua-se o processo em outra direção. Ao encontrar o ponto extremo  $c$ , determina-se um polígono com os pontos selecionados até então, no caso, tem-se o triângulo  $abc$ , como é mostrado na Figura 3-6.

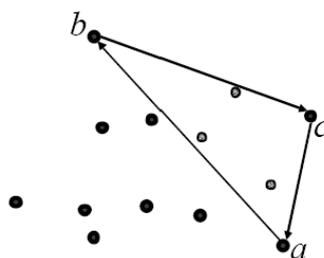


Figura 4.5: Algoritmo QuickHull — Passo 2

PASSO 3: Para cada lado do polígono encontrado, verifica-se se existe algum ponto mais extremo perpendicular ao segmento, no caso do nosso exemplo, somente o lado  $ab$  do triângulo  $abc$  apresenta ponto extremo, logo temos o seguinte resultado mostrado na Figura 4.6.

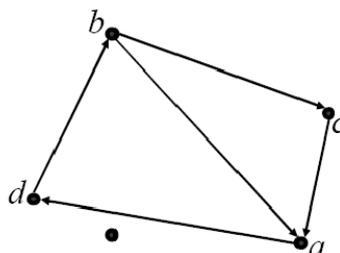


Figura 4.6: Algoritmo QuickHull — Passo 3

Observa-se que os pontos internos ao polígono não precisam mais ser verificados, logo eles foram descartados da análise.

PASSO 4: Dado o novo polígono, verifica-se para os novos segmentos encontrados, se existe algum ponto extremo aos segmentos. Uma vez encontrado o ponto, um novo polígono é formado conforme mostrado na Figura 4.7.

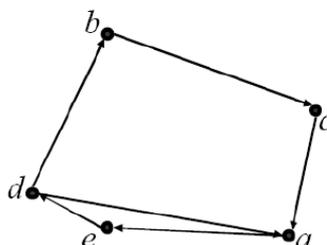


Figura 4.7: Algoritmo QuickHull — Passo 4

Este passo é repetido para cada lado do polígono, até que não existam mais pontos externos. Quando isto ocorre, o conjunto convexo é então formado com os pontos utilizados como extremos, conforme mostrado na Figura 4.8.

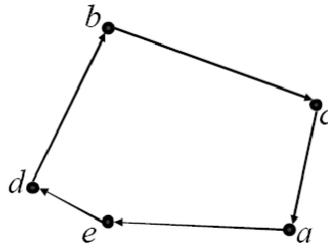


Figura 4.8: Algoritmo QuickHull — Passo 5

O algoritmo apresentado pode ser utilizado em problemas com dimensões superiores, como mostrado na Figura 4.9 (DIAS, 2010), em que é apresentado o resultado do algoritmo para pontos no  $\mathbb{R}^3$ .

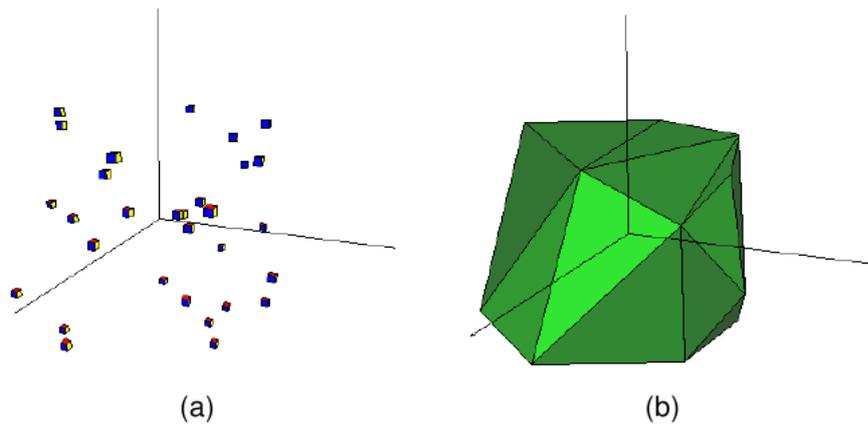


Figura 4.9: Conjunto convexo no plano tridimensional: (a) Conjunto aleatório de pontos e (b) Conjunto convexo obtido

Um exemplo da utilização da técnica de conjuntos convexos em sistemas de energia pode ser visto em (DINIZ; MACEIRA, 2008), em que a teoria de conjuntos convexos é utilizada para a convexificação de partes da função de produção hidráulica das usinas conjuntamente à utilização de variáveis binárias para a modelagem da função de produção no problema do despacho de curto prazo. Ao invés de utilizar uma implementação própria, como no trabalho citado, é utilizado no presente trabalho a biblioteca computacional QHull (QHULL, 2011), implementada em C++, para obtenção do conjunto convexo, o qual é formado pelos hiperplanos de corte da PDE. Os pontos fornecidos ao algoritmo são obtidos dos custos ótimos de operação do sistema para as discretizações predefinidas dos volumes dos reservatórios.

## 4.4 Utilização da PDE Conjuntamente ao Algoritmo de Fechos Convexos (PDE-ConvexHull)

Os passos do algoritmo de solução da metodologia PDE-ConvexHull são mostrados na Figura 4.10 (DIAS, 2010). Observa-se que, seguindo a técnica de programação dinâmica, inicia-se pelo último estágio ( $t = T$ ). No Bloco 1 são obtidos os custos operacionais médios para cada estado operativo através de programação linear. O conjunto de pontos que relacionam os armazenamentos dos reservatórios aos custos ótimos obtidos é fornecido ao algoritmo QuickHull, do qual obtém-se o conjunto reduzido de planos que compõem o fecho convexo que será utilizado para a modelagem da Função de Custo Futuro (FCF), como mostrado no Bloco 2. No Bloco 3 há um decremento no número do estágio. As FCF's obtidas entram como restrição na análise do próximo estágio ( $t-1$ ), sendo que este procedimento é repetido até que se atinja o primeiro estágio, verificação realizada no Bloco 4.

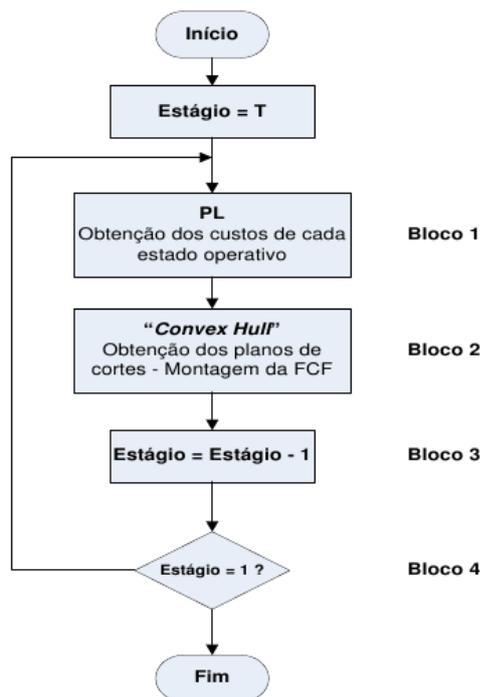


Figura 4.10: Algoritmo da obtenção das funções de custo futuro da PDE utilizando fechos convexos (PDE-ConvexHull)

Como mostrado anteriormente, o algoritmo de fechos convexos gera o invólucro convexo para o conjunto de pontos determinados pela dinâmica da PDE e um exemplo para dois reservatórios é mostrado na Figura 4.11.

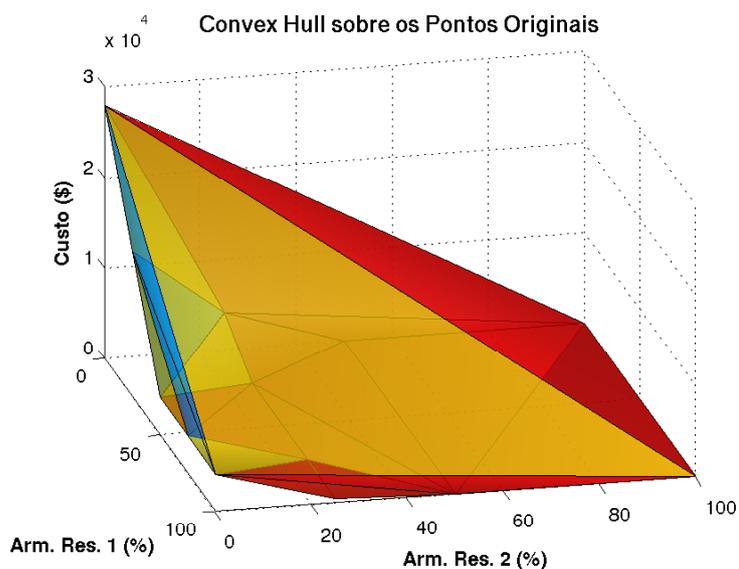


Figura 4.11: Invólucro convexo obtido do algoritmo de fechos convexos

Desta forma, para a obtenção dos cortes que representam a Função de Custo Futuro é necessário que o Bloco 2 realize também um tratamento do conjunto de planos obtidos com o intuito de eliminar os planos que "cobrem" o conjunto convexo, fazendo com que o resultado fique como o mostrado na Figura 4.12, que contém o conjunto  $\mu$  dos planos a serem utilizados na composição da FCF.

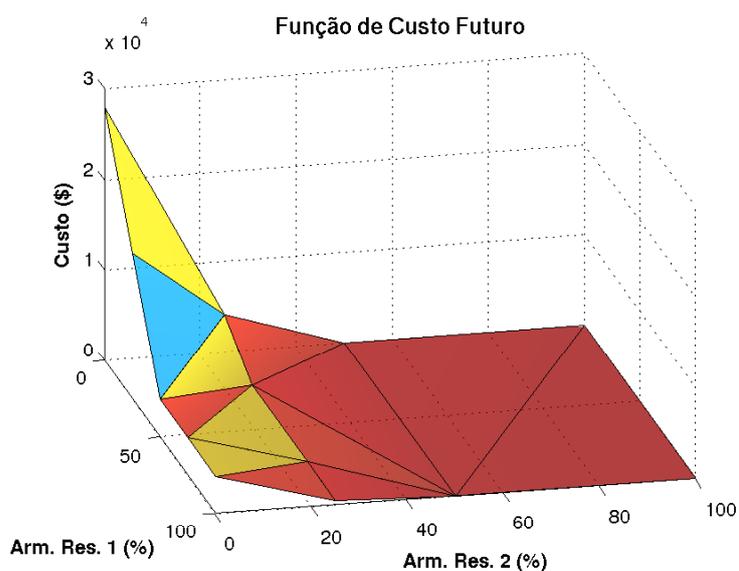


Figura 4.12: Conjunto de planos de corte que aproximam a FCF

Além disso, o Bloco 2 pode também realizar a eliminação de cortes que possuem os coeficientes muito próximos de acordo com uma dada tolerância e, assim, cortes que são praticamente coplanares podem ser mesclados. Desta forma, haverá um número reduzido de cortes a serem inseridos no problema, resultando em um ganho computacional. Porém, a utilização da eliminação de cortes na resolução do problema não é compulsória, podendo ser utilizada de acordo com algum valor de tolerância requerida ou mesmo nem ser utilizada no algoritmo.

As tarefas realizadas pelo Bloco 1 são detalhadas na Figura 4.13, em que dado um estágio  $t$ , é feita a varredura do espaço de estados e calcula-se o valor da função objetivo para cada discretização de armazenamento e para cada cenário considerando o conjunto de cortes ( $\mu$ ) obtidos no período  $t+1$ . É, então, realizado o cálculo do valor esperado do custo de operação para cada estado de armazenamento, formando o conjunto de pontos a serem utilizados pelo algoritmo de fechos convexos para a obtenção de uma nova FCF.

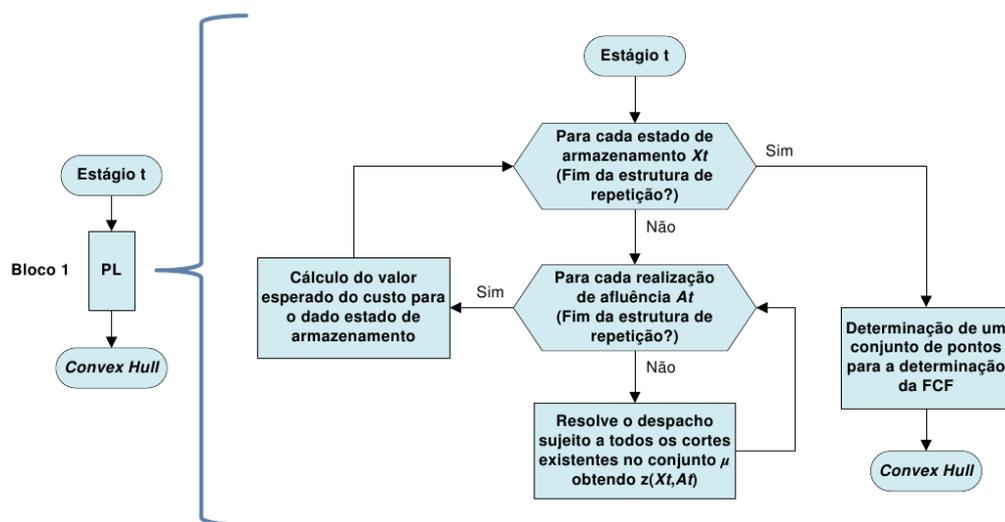


Figura 4.13: Detalhamento do Bloco 1 — Algoritmo para obtenção dos custos de operação

# 5 *Processo Iterativo de Utilização da Função de Custo Futuro*

## 5.1 Introdução

Como foi dito anteriormente, dependendo do número de reservatórios considerados o número de estados discretizados pode ser muito alto quando utiliza-se a Programação Dinâmica Estocástica na resolução da política energética devido ao fato de que muitos problemas de otimização devem ser resolvidos.

Porém, quando há muitas discretizações, não somente o número de problemas de programação linear (PPL's) torna-se alto mas também o número de hiperplanos obtidos pelo algoritmo de fechos convexos pode tornar os PPL's mais complexos devido ao excessivo número de restrições presentes na composição da função de custo futuro no problema. Por exemplo, para um número de  $NR$  reservatórios discretizados em  $ND$  parcelas, o algoritmo de fechos convexos pode fornecer até  $(ND - 1)^{NR} \times NR!$  hiperplanos para a confecção da FCF. O que, por exemplo, implica nas seguintes possibilidades:

1 reservatório, 3 discretizações  $\Rightarrow (3-1)^1 \times 1! = 2$  hiperplanos (ou 2 retas)

2 reservatórios, 3 discretizações  $\Rightarrow (3-1)^2 \times 2! = 8$  hiperplanos (ou 8 planos)

3 reservatórios, 3 discretizações  $\Rightarrow (3-1)^3 \times 3! = 48$  hiperplanos

4 reservatórios, 3 discretizações  $\Rightarrow (3-1)^4 \times 4! = 384$  hiperplanos

4 reservatórios, 5 discretizações  $\Rightarrow (5-1)^4 \times 4! = 6.144$  hiperplanos

4 reservatórios, 11 discretizações  $\Rightarrow (11-1)^4 \times 4! = 240.000$  hiperplanos

Quando há hiperplanos colineares, o algoritmo de fechos convexos automaticamente funde estes planos, podendo resultar em uma resposta do algoritmo com um número menor de hiperplanos em relação ao número calculado previamente. Porém, para um processo de resolução de

política robusto, deve-se considerar que o número de hiperplanos atingirá valores muito próximos aos limites considerados acima.

Como é utilizado o algoritmo *simplex*, o tempo de resolução de cada PPL é bastante sensível ao número de hiperplanos considerados, o que pode fazer com que a resolução da política seja um processo de alto custo computacional. Questões semelhantes relacionadas ao comportamento do algoritmo *simplex* perante um número elevado de restrições são abordadas em (DINIZ, 2009).

Existem diversas famílias de algoritmos baseados em métodos de pontos interiores (QUINTANA et al., 2000) que poderiam ser utilizados na resolução dos problemas, porém, seria demandado um grande esforço no sentido de estudar as possibilidades de algoritmos a serem testados e implementação de um *solver* estável para aplicação no problema. Ainda assim, existem *solvers* comerciais (ISON; CAIRE, 2008) que poderiam, também, ser utilizados e, obviamente, agregariam um custo adicional à utilização da plataforma desenvolvida.

Neste Capítulo, que é a maior contribuição do trabalho, é proposto um algoritmo simples com o objetivo de tornar o tempo de resolução dos PPL's menos sensível ao número de cortes obtidos durante o processo, evitando-se utilizar um número muito alto de restrições para a representação da função de custo futuro. Desta forma, pode-se obter um bom desempenho computacional utilizando o algoritmo *simplex*, disponível em bibliotecas gratuitas, como ferramenta de solução dos PPL's. Logicamente, a técnica proposta não é condicionada à utilização do *simplex*, podendo também ser utilizada conjuntamente a *solvers* diversos.

## 5.2 Algoritmo Proposto

A ideia básica é fazer com que nem todos os hiperplanos obtidos pelo algoritmo de fechos convexos sejam utilizados na resolução do problema de programação linear, pois como é utilizado o algoritmo *simplex*, o número de iterações necessárias para alcançar a solução pode ser muito alto devido ao grande número de vértices a serem avaliados. Assim, ao invés de utilizar todo o conjunto  $\mu$  dos hiperplanos obtidos do algoritmo de fechos convexos, será utilizado um conjunto menor de hiperplanos ( $\beta$ ), cujos elementos são preenchidos iterativamente ao longo do processo.

De maneira a acelerar o processo, o conjunto  $\beta$  pode ser reaproveitado entre estados consecutivos com o objetivo de acelerar a convergência do algoritmo. Contudo, para que haja um ganho expressivo, deve-se limitar o número de elementos contidos em  $\beta$  para que ele seja reaproveitado. Assim, se o número de elementos do conjunto for inferior a um parâmetro *Num-*

*MaxCortes* o conjunto é reaproveitado para a resolução do próximo estado; caso contrário, reinicia-se o processo com o conjunto  $\beta$  vazio.

Ressalta-se que a técnica não representa uma alteração muito drástica no algoritmo básico da PDE-ConvexHull, pois há modificação somente no trecho indicado pelo Bloco 1 da Figura 4.10. Mais especificamente, é realizada uma alteração no trecho existente no algoritmo mostrado na Figura 4.13, que trata da resolução do despacho sujeito a todos os hiperplanos do conjunto  $\mu$  obtidos pelo algoritmo de fechos convexos para o estágio subsequente. Desta forma, ao invés de realizar a solução direta do problema considerando todas as restrições da função de custo futuro, é utilizado um algoritmo iterativo para inserção dos cortes no problema, como mostrado na Figura 5.1.

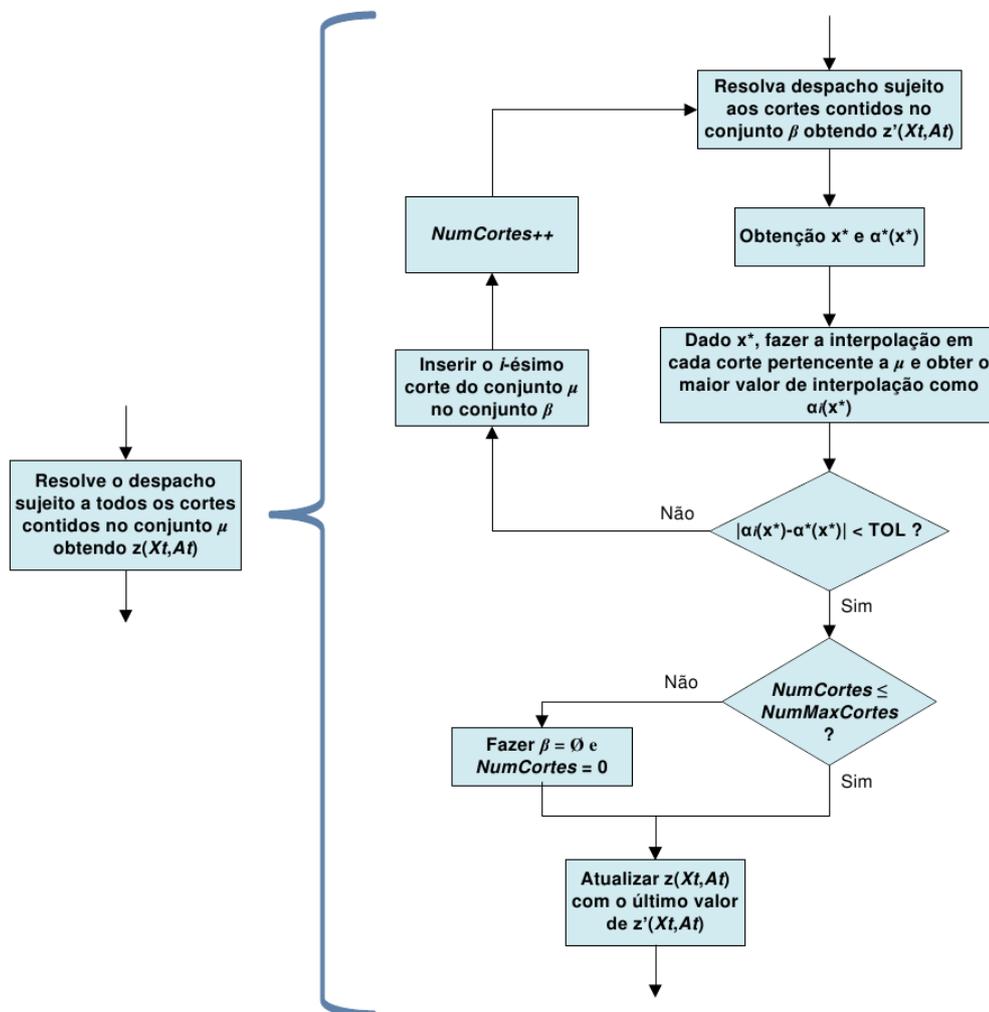


Figura 5.1: Algoritmo proposto

Para a compreensão do algoritmo, relembra-se que  $\mu$  é o conjunto de todos os hiperplanos obtidos pelo algoritmo de fechos convexos para o estágio subsequente que compõem o termo

$\alpha_{t+1}$ . Definiu-se por  $\beta$  um subconjunto de  $\mu$  que contém os cortes inseridos no processo e são utilizados diretamente na resolução do PPL. Adicionalmente, o conjunto  $\beta$  é vazio no início de cada estágio, assim como é nula a variável *NumCortes* que conta o número de hiperplanos contidos em  $\beta$ .

Primeiramente, o problema relaxado é resolvido, ou seja, a FCF não é representada ainda porque o conjunto  $\beta$  é inicialmente vazio e obtém-se uma solução  $X^*$  com um valor de custo futuro  $\alpha^*(X^*)$  nulo associado. Este valor não retrata, ainda, a função de custo futuro como desejado e, assim, verificam-se os valores de função associados à substituição da solução relativa aos armazenamentos obtidos ( $X^*$ ) em cada um dos componentes do conjunto  $\mu$ . Através disso, é possível encontrar o corte de interpolação, que é o  $i$ -ésimo corte do conjunto  $\mu$  tal que possua o maior valor de custo associado à solução  $X^*$  entre todos do conjunto. Denominou-se este  $i$ -ésimo corte do conjunto  $\mu$  por corte de interpolação porque a sua utilização equivale à interpolação linear da solução  $X^*$  sobre o conjunto de pontos obtidos dos custos esperados de operação em função das discretizações de armazenamento.

O valor de custo interpolado equivale ao valor de custo futuro correto para o ponto  $X^*$  de acordo com o conjunto  $\mu$  e é chamado de  $\alpha_i(X^*)$ , pois é associado ao  $i$ -ésimo elemento do conjunto. Se  $\alpha^*(X^*)$  e  $\alpha_i(X^*)$  estiverem suficientemente próximos de acordo com a tolerância adotada significa que houve a convergência do processo. Caso contrário o  $i$ -ésimo elemento do conjunto  $\mu$  é inserido no conjunto  $\beta$  e resolve-se novamente o problema sujeito ao novo conjunto de hiperplanos  $\beta$ , obtendo-se um novo valor de  $X^*$  e conseqüentemente um novo valor de custo futuro  $\alpha^*(X^*)$ .

Desta forma, o processo é repetido até que o custo associado à função de custo futuro  $\alpha^*(X^*)$  esteja próximo o suficiente do valor correto ( $\alpha_i(X^*)$ ), dado pelo maior valor obtido na interpolação da solução em cada um dos hiperplanos. Quando isto ocorre significa que a FCF está devidamente representada no problema, o que também implica que o valor do custo ótimo obtido estará de acordo com o que seria obtido quando da consideração direta dos cortes. Sendo assim, dentro da tolerância especificada o valor de  $z(X_t, A_t)$  é invariante com a metodologia — direta ou iterativa — utilizada na consideração dos cortes nos problemas de programação linear.

Porém, como estados consecutivos podem ser próximos, torna-se interessante deixar que o conjunto  $\beta$  da última convergência possa ser utilizado no próximo estado avaliado, fazendo com que o algoritmo gaste menos iterações para alguma próxima convergência. Contudo, se o número de elementos do conjunto  $\beta$  (*NumCortes*) for muito alto o tempo gasto no algoritmo simplex passa a ser mais significativo, o que leva a uma redução no ganho quando se utiliza o algoritmo proposto. Este número máximo de elementos no conjunto  $\beta$  tal que forneça bom

desempenho do algoritmo é dado pelo valor  $NumMaxCortes$ , que foi obtido de forma empírica no presente trabalho.

### 5.3 Exemplo Didático

Este exemplo didático visa expor os algoritmos utilizados, especialmente da PDE com utilização do algoritmo de fechos convexos e do algoritmo iterativo de inserção de cortes no problema de planejamento para um problema de três estágios.

Para isto, será utilizado um sistema equivalente fictício e simplificado dentro da modelagem apresentada no presente trabalho para os sistemas equivalentes de energia, pois não serão utilizadas energias provenientes de perdas por evaporação, energias fio d'água, vazão mínima ou desvio nem as parábolas de correção de acordo com o armazenamento. Sendo assim, a variável de excesso de geração é desnecessária no problema de acordo com os demais parâmetros existentes desprezados, como possíveis efeitos da geração mínima das usinas térmicas.

O sistema, que é representado na Figura 5.2 — adaptada de (SILVA, 2001) — será composto por duas usinas térmicas e o mercado será composto por somente 1 (um) patamar de carga. Adicionalmente, somente 1 (um) patamar de déficit será considerado no problema.

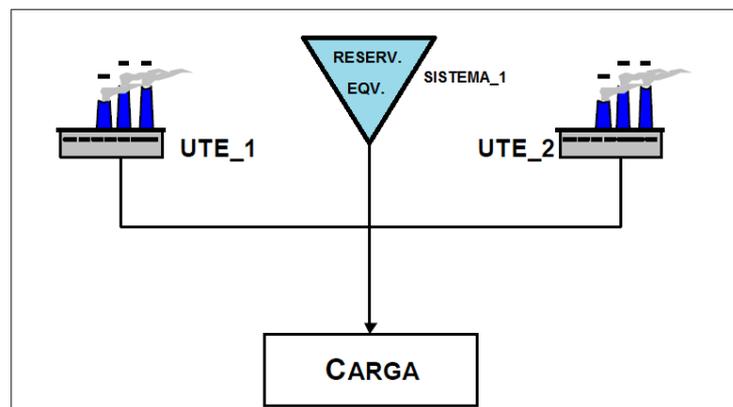


Figura 5.2: Sistema utilizado no exemplo didático

Os dados do sistema equivalente são apresentados através da Tabela 5.1 e são estáticos, não variando ao longo dos três estágios.

Tabela 5.1: Parâmetros do sistema equivalente utilizado no exemplo didático

	$\underline{EA}$ (MWMÊS)	$\overline{EA}$ (MWMÊS)	$\overline{GH}$ (MWMÉDIO)
SISTEMA_1	0	1000	800

Os dados das usinas térmicas também não variam ao longo dos estágios e são mostrados na Tabela 5.2. Neste exemplo, cada usina térmica compreende a uma classe térmica diferenciada e os termos classe térmica e usina térmica serão, por simplificação, utilizados como sinônimos dentro desta seção.

Tabela 5.2: Parâmetros das termelétricas utilizadas no exemplo didático

NOME	CUSTO (R\$/MWH)	CAPACIDADE (MW)	GERAÇÃO MÍNIMA (MW)
UTE_1	70	380	100
UTE_2	100	500	150

Os cenários de afluência são mostrados na Tabela 5.3, utilizando-se três cenários de afluência para definir cenário de alta, média e baixa afluência para o sistema exemplo. Recapitulando, as parcelas fio d'água foram desconsideradas e os valores abaixo retratam a energia controlável afluyente ao sistema.

Tabela 5.3: Cenários de afluência ao reservatório equivalente

ESTÁGIO	AFLUÊNCIA ALTA (MWMÊS)	AFLUÊNCIA MÉDIA (MWMÊS)	AFLUÊNCIA BAIXA (MWMÊS)
1	420	250	100
2	400	260	85
3	340	180	70

O mercado será fixo para os três estágios no valor de 1000 MW, com custo de déficit de 680 R\$/MWh e a taxa de desconto será considerada nula.

Para a PDE, serão utilizadas 6 discretizações do armazenamento, o que equivale a uma discretização de 20 em 20% da capacidade do sistema. Como mencionado no algoritmo, o processo se inicia do período T, ou seja,  $t = 3$ .

Nesse caso, por referir-se ao último estágio o termo  $\alpha_{t+1}$  é nulo e sabendo-se que há somente um sistema e desconsiderando a indexação de estágio e patamares o problema se configura da seguinte forma:

$$\text{Min } 70 \cdot g_{T_1} + 100 \cdot g_{T_2} + 680 \cdot def$$

sujeito a:

$$ghidr + g_{T_1} + g_{T_2} + def = 1000 \quad (\text{restrição de demanda})$$

$$ea + ghydr + evert = EA + EC \quad (\text{restrição de balanço hídrico})$$

dentro dos limites variáveis:

$$0 \leq ea \leq 1000 \quad (\text{armazenamento do sistema})$$

$$0 \leq ghydr \leq 800 \quad (\text{geração hidráulica do sistema})$$

$$evert \geq 0 \quad (\text{vertimento no sistema})$$

$$def \geq 0 \quad (\text{déficit no sistema})$$

$$100 \leq g_{T_1} \leq 380 \quad (\text{geração térmica})$$

$$150 \leq g_{T_2} \leq 500 \quad (\text{geração térmica})$$

Os valores de  $EA$  (energia armazenada inicial) e  $EC$  (energia controlável) variam de acordo com a dinâmica da PDE e, assim, é possível obter a Tabela 5.4, que contém os custos relacionados obtidos pelo processo da PDE. Como mostrado no bloco da Figura 4.13, para cada discretização de armazenamento calcula-se o custo de operação relacionado a cada realização de afluência para, então, realizar o cálculo do valor esperado de operação em função do determinado estado de armazenamento. Por se tratar do último estágio, não possuindo função de custo futuro, o processo de resolução é direto e não utiliza-se o processo iterativo de inserção de cortes para o referente estágio.

Tabela 5.4: Tabela de custos encontrados para o último estágio do problema

DISCRETIZAÇÃO (MWmês)	AFLUÊNCIA	CUSTO ÓTIMO (R\$x730)	CUSTO ESPERADO (R\$x730)
1000	Alta	22.000,00	22.000,00
	Média	22.000,00	
	Baixa	22.000,00	
800	Alta	22.000,00	22.000,00
	Média	22.000,00	
	Baixa	22.000,00	
600	Alta	22.000,00	23866,67
	Média	22.000,00	
	Baixa	27.600,00	
400	Alta	22.700,00	32.733,33
	Média	33.900,00	
	Baixa	41.600,00	
200	Alta	36.700,00	49.633,33
	Média	50.600,00	
	Baixa	61.600,00	
0	Alta	54.600,00	78.600,00
	Média	70.600,00	
	Baixa	110.600,00	

Dados os pontos obtidos pelos valores de custo esperado, utiliza-se o algoritmo correspondente ao Bloco 2 (Convex Hull), indicado na Figura 4.10, que utiliza o algoritmo de fechos convexos para obtenção dos cortes que representam a FCF, como indicado na Figura 5.3.

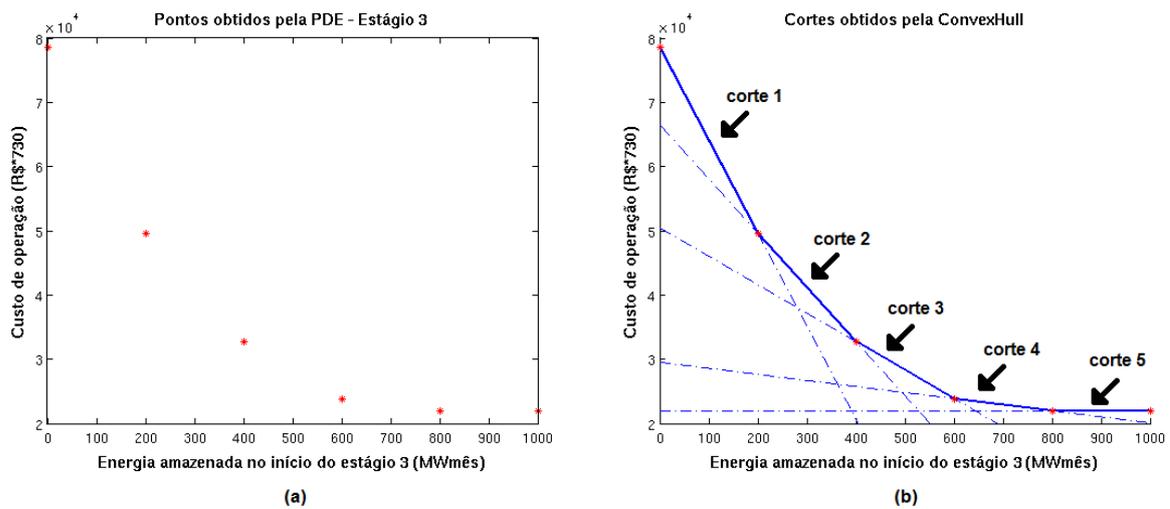


Figura 5.3: Resultado obtido no estágio 3: (a) pontos obtidos pela PDE e (b) cortes obtidos pelo algoritmo de fechos convexos (Bloco 2)

Os coeficientes dos cortes obtidos para a função de custo futuro são apresentados na Tabela 5.5 e serão utilizados no estágio 2.

Tabela 5.5: Coeficientes dos cortes obtidos da resolução do estágio 3

$corte(i)$	$COEFA_i$	$COEFB_i$
1	-144,83	78.600,00
2	-84,50	66.533,33
3	-44,33	50.466,67
4	-9,33	29.466,67
5	0,00	22.000,00

Antes de iniciar o processo iterativo compreendido ao estágio 2, será aproveitado o exemplo para mostrar o que representa o passo de interpolação em cada hiperplano em função de um dado armazenamento para a inserção interativa. Pela Figura 5.4 fica claro o porquê do plano selecionado ser o de maior valor de custo associado, pois é o plano que representa a curva para o dado ponto de armazenamento. Assim, para um armazenamento de 100 MWhmês, substituiu-se este armazenamento em cada um dos 5 hiperplanos (retas), obtendo-se 5 custos; o corte selecionado é o de maior custo associado que, no caso, é o corte 1.

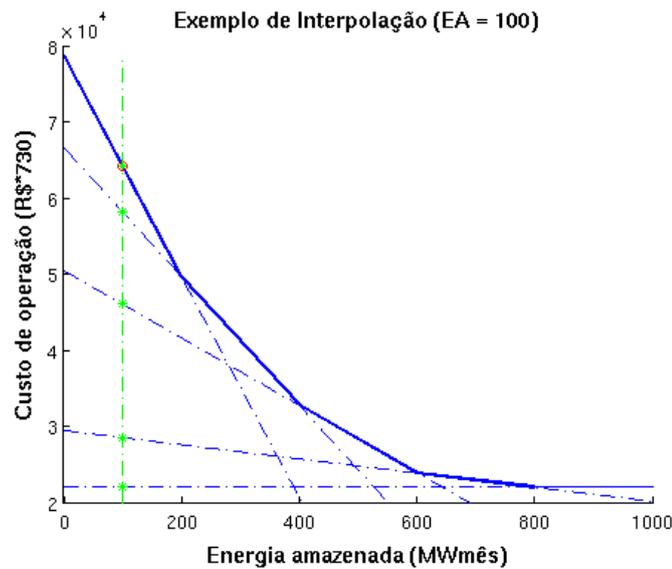


Figura 5.4: Exemplo de interpolação

Iniciando o processo de resolução do estágio 2, tem-se que o conjunto  $\beta$  é inicialmente vazio. Será utilizada uma tolerância de  $1,0 \times 10^{-2}$  para a convergência do processo e, além disso, será considerado um número máximo de 3 cortes para o esvaziamento do conjunto  $\beta$ .

Pela dinâmica da PDE, deve-se varrer o espaço das discretizações dos estados e, desta forma, tem-se a seguinte situação:

$$\implies EA = 1.000 \text{ e } EC = 400 \text{ (cenário alto)}$$

$$\rightarrow \text{PRIMEIRA ITERAÇÃO: } \beta = \{\}$$

-Resolvendo o problema sujeito aos cortes contidos em  $\beta$ , têm-se:

$$X^* = 324,11 \quad z'(X,A) = 22.000,00$$

$$\alpha^*(X^*) = 0$$

-Realizando as substituições nos cortes contidos em  $\mu$ , têm-se:

$$\text{corte 1: } f_1(X^*) = -144,83 \times 324,11 + 78.600,00 = 31.658,39$$

$$\text{corte 2: } f_2(X^*) = -84,50 \times 324,11 + 66.533,33 = 39.146,23$$

$$\text{corte 3: } f_3(X^*) = -44,33 \times 324,11 + 50.466,67 = 36.097,89$$

$$\text{corte 4: } f_4(X^*) = -9,33 \times 324,11 + 29.466,67 = 26.441,66$$

$$\text{corte 5: } f_5(X^*) = 0,00 \times 324,11 + 22.000,00 = 22.000,00$$

-Verificando o valor do maior custo, o corte de índice 2 é candidato, logo:

$$\alpha_i(X^*) = 39.146,23$$

$$\alpha^*(X^*) = 0$$

-Como a FCF ainda não está convergida, insere-se o corte selecionado.

→ SEGUNDA ITERAÇÃO:  $\beta = \{2\}$

-Resolvendo o problema sujeito aos cortes contidos em  $\beta$ , têm-se:

$$X^* = 787,38 \quad z'(X,A) = 31.616,37$$

$$\alpha^*(X^*) = 0$$

-Realizando as substituições nos cortes contidos em  $\mu$ , têm-se:

$$\text{corte 1: } f_1(X^*) = -144,83 \times 787,38 + 78.600,00 = -35.438,40$$

$$\text{corte 2: } f_2(X^*) = -84,50 \times 787,38 + 66.533,33 = 0,0$$

$$\text{corte 3: } f_3(X^*) = -44,33 \times 787,38 + 50.466,67 = 15.559,63$$

$$\text{corte 4: } f_4(X^*) = -9,33 \times 787,38 + 29.466,67 = 22.117,82$$

$$\text{corte 5: } f_5(X^*) = 0,00 \times 787,38 + 22.000,00 = 22.000,00$$

-Verificando o valor do maior custo, o corte de índice 4 é candidato, logo:

$$\alpha_i(X^*) = 22.117,82$$

$$\alpha^*(X^*) = 0$$

-Como a FCF ainda não está convergida, insere-se o corte selecionado.

→ TERCEIRA ITERAÇÃO:  $\beta = \{2,4\}$

-Resolvendo o problema sujeito aos cortes contidos em  $\beta$ , têm-se:

$$X^* = 650,00 \quad z'(X,A) = 45.400,00$$

$$\alpha^*(X^*) = 23.400,00$$

-Realizando as substituições nos cortes contidos em  $\mu$ , têm-se:

$$\text{corte 1: } f_1(X^*) = -144,83 \times 650,00 + 78.600,00 = -15.541,67$$

$$\text{corte 2: } f_2(X^*) = -84,50 \times 650,00 + 66.533,33 = 11.608,33$$

$$\text{corte 3: } f_3(X^*) = -44,33 \times 650,00 + 50.466,67 = 21.650,00$$

$$\text{corte 4: } f_4(X^*) = -9,33 \times 650,00 + 29.466,67 = 23.400,00$$

$$\text{corte 5: } f_5(X^*) = 0,00 \times 650,00 + 22.000,00 = 22.000,00$$

-Verificando o valor do maior custo, o corte de índice 4 é candidato, logo:

$$\alpha_i(X^*) = 23.400,00$$

$$\alpha^*(X^*) = 23.400,00$$

-A FCF está convergida e o conjunto  $\beta$  fica inalterado.

Custo ótimo para o estado ( $EA = 1000$  e  $EC = 400$ )

$$z(X,A) = z'(X,A) = 45.400,00$$

Como o número de elementos de  $\beta$  não excede o número de 3 cortes, ele é mantido.

$\implies EA = 1.000$  e  $EC = 260$  (cenário médio)

$\rightarrow$  PRIMEIRA ITERAÇÃO:  $\beta = \{2,4\}$

-Resolvendo o problema sujeito aos cortes contidos em  $\beta$ , têm-se:

$$X^* = 510,00 \quad z'(X,A) = 46.706,67$$

$$\alpha^*(X^*) = 24.706,67$$

-Realizando as substituições nos cortes contidos em  $\mu$ , têm-se:

$$\text{corte 1: } f_1(X^*) = -144,83 \times 510,00 + 78.600,00 = 4735,00$$

$$\text{corte 2: } f_2(X^*) = -84,50 \times 510,00 + 66.533,33 = 23.438,33$$

$$\text{corte 3: } f_3(X^*) = -44,33 \times 510,00 + 50.466,67 = 27.856,67$$

$$\text{corte 4: } f_4(X^*) = -9,33 \times 510,00 + 29.466,67 = 24.706,67$$

$$\text{corte 5: } f_5(X^*) = 0,00 \times 510,00 + 22.000,00 = 22.000,00$$

-Verificando o valor do maior custo, o corte de índice 3 é candidato, logo:

$$\alpha_i(X^*) = 27.856,67$$

$$\alpha^*(X^*) = 24.706,67$$

-Como a FCF ainda não está convergida, insere-se o corte selecionado.

→ SEGUNDA ITERAÇÃO:  $\beta = \{2, 4, 3\}$

-Resolvendo o problema sujeito aos cortes contidos em  $\beta$ , têm-se:

$$X^* = 510,00 \quad z'(X, A) = 49.856,67$$

$$\alpha^*(X^*) = 27.856,67$$

-Realizando as substituições nos cortes contidos em  $\mu$ , têm-se:

$$\text{corte 1: } f_1(X^*) = -144,83 \times 510,00 + 78.600,00 = 4.735,00$$

$$\text{corte 2: } f_2(X^*) = -84,50 \times 510,00 + 66.533,33 = 23.438,33$$

$$\text{corte 3: } f_3(X^*) = -44,33 \times 510,00 + 50.466,67 = 27.856,67$$

$$\text{corte 4: } f_4(X^*) = -9,33 \times 510,00 + 29.466,67 = 24.706,67$$

$$\text{corte 5: } f_5(X^*) = 0,00 \times 510,00 + 22.000,00 = 22.000,00$$

-Verificando o valor do maior custo, o corte de índice 3 é candidato, logo:

$$\alpha_i(X^*) = 27.856,67$$

$$\alpha^*(X^*) = 27.856,67$$

-A FCF está convergida e o conjunto  $\beta$  fica inalterado.

Custo ótimo para o estado ( $EA = 1000$  e  $EC = 260$ )

$$z(X, A) = z'(X, A) = 49.856,67$$

Como o número de elementos de  $\beta$  não excede o número de 3 cortes, ele é mantido.

⇒  $EA = 1000$  e  $EC = 85$  (cenário baixo)

→ PRIMEIRA ITERAÇÃO:  $\beta = \{2, 4, 3\}$

-Resolvendo o problema sujeito aos cortes contidos em  $\beta$ , têm-se:

$$X^* = 400,00 \quad z'(X, A) = 59.283,33$$

$$\alpha^*(X^*) = 32.733,33$$

-Realizando as substituições nos cortes contidos em  $\mu$ , têm-se:

$$\text{corte 1: } f_1(X^*) = -144,83 \times 400,00 + 78.600,00 = 20.666,67$$

$$\text{corte 2: } f_2(X^*) = -84,50 \times 400,00 + 66.533,33 = 32.733,33$$

$$\text{corte 3: } f_3(X^*) = -44,33 \times 400,00 + 50.466,67 = 32.733,33$$

$$\text{corte 4: } f_4(X^*) = -9,33 \times 400,00 + 29.466,67 = 25.733,33$$

$$\text{corte 5: } f_5(X^*) = 0,00 \times 400,00 + 22.000,00 = 22.000,00$$

-Verificando o valor do maior custo, o corte de índice 2 ou 3 são candidatos, logo:

$$\alpha_i(X^*) = 32.733,33$$

$$\alpha^*(X^*) = 32.733,33$$

-A FCF está convergida e o conjunto  $\beta$  fica inalterado.

Custo ótimo para o estado ( $EA = 1000$  e  $EC = 85$ )

$$z(X,A) = z'(X,A) = 59.283,33$$

Como o número de elementos de  $\beta$  não excede o número de 3 cortes, ele é mantido.

Desta forma, foi possível fazer o cálculo do valor esperado para o estado de armazenamento de 1000 MWmês no início do segundo estágio, como na forma:

$$E(X = 1000) = \frac{45.400,00 + 49.856,67 + 59.283,33}{3} = \frac{154.540,00}{3} = 51.513,33$$

Este valor obtido é um ponto da curva de custo futuro a ser utilizada no estágio 1. Para a definição dos demais pontos, basta seguir o algoritmo apresentado para as demais discretizações do armazenamento.

Este exemplo didático não tem por objetivo mostrar ganhos computacionais na execução do método, pois para problemas desta ordem de grandeza os ganhos computacionais apresentados são insignificantes e, assim, esta análise será realizada no estudo de caso presente no Capítulo 7. Contudo, nos passos apresentados nesta seção foi possível observar algumas características

do algoritmo proposto como, por exemplo, a influência decorrente de manter o conjunto  $\beta$  de hiperplanos entre problemas sucessivos, o que pode diminuir o número de iterações necessárias e inclusive fazer com que alguns problemas possam ser resolvidos sem necessidade de iterações extras, sendo resolvidos já na primeira iteração.

A Tabela 5.6 contém os custos obtidos do estágio 2 para todos os valores previstos de discretização do reservatório, ou seja, é o resultado esperado da continuidade do algoritmo para o restante de discretizações.

Tabela 5.6: Tabela de custos encontrados para o estágio 2 do problema

DISCRETIZAÇÃO (MWmês)	AFLUÊNCIA	CUSTO ÓTIMO (R\$x730)	CUSTO ESPERADO (R\$x730)
1000	Alta	45.400,00	51.513,33
	Média	49.856,67	
	Baixa	59.283,33	
800	Alta	52.516,67	62.277,78
	Média	61.033,33	
	Baixa	73.283,33	
600	Alta	65.233,33	76.792,50
	Média	75.178,33	
	Baixa	89.965,83	
400	Alta	80.248,33	94.071,66
	Média	92.233,33	
	Baixa	109.733,33	
200	Alta	98.233,33	113.923,05
	Média	112.233,33	
	Baixa	131.302,50	
0	Alta	118.233,33	144.052,22
	Média	134.923,33	
	Baixa	179.000,00	

De acordo com o algoritmo geral da PDE, através destes pontos obtidos é determinada a FCF através do algoritmo de fechos convexos, como mostrado na Figura 5.5 e o processo de cálculo da política é terminado, pois não é feita a mesma dinâmica para o estágio 1, já que é possível se conhecer o armazenamento inicial e a afluência ocorrida. Com esses valores conhecidos, basta utilizar a função de custo futuro obtida do estágio 2 para uma política ótima.

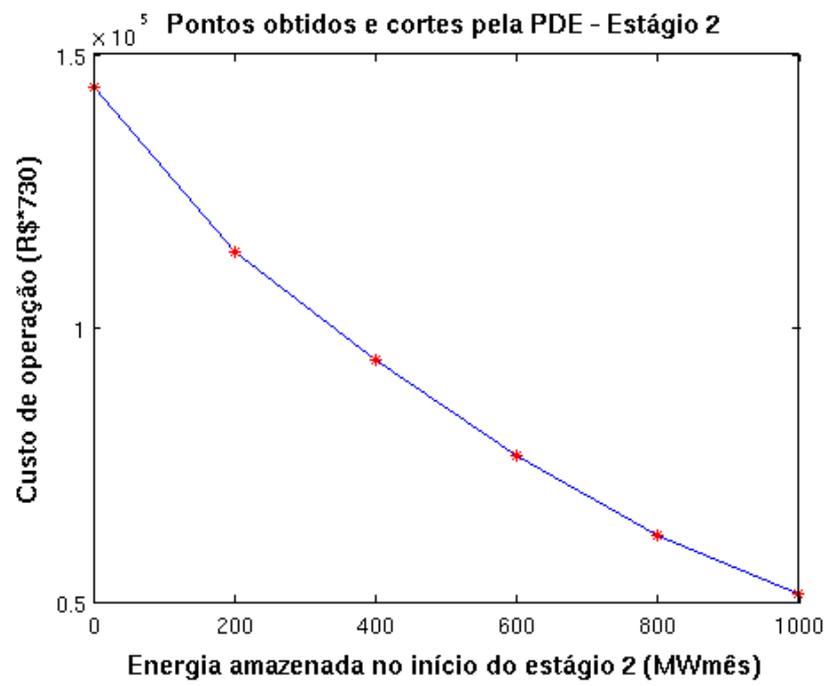


Figura 5.5: Resultado do algoritmo da PDE e algoritmo de fechos convexos — Estágio 2

# 6 *Processamento Paralelo Aplicado à Programação Dinâmica Estocástica*

## 6.1 Introdução

Nos últimos anos observa-se uma tendência cada vez maior do aumento da demanda computacional na resolução de grandes problemas. Exemplos de aplicações que exigem alto poder de computação são vistos em estudos de seqüenciamento genético (modelagem do DNA), previsão de movimentos de corpos celestes, renderização de imagens tridimensionais, estudos sísmicos e meteorológicos. Diversas possibilidades computacionais foram desenvolvidas para a resolução destes problemas, tais como a criação de supercomputadores (*CRAY*, por exemplo), estruturas de clusters de computadores, computadores pessoais que apresentam mais de um núcleo de processamento e até a utilização de unidades de processamento gráfico (GPU's, do inglês *Graphics Processing Units*) para processamento paralelo de processos.

A computação paralela aplicada de forma eficiente nestes conjuntos de computadores multiprocessados pode resultar em ganhos consideráveis em termos de tempos de execução de diversas aplicações (PINTO et al., 2009), porém, como a maioria dos algoritmos utilizados para tais tarefas foram inicialmente desenvolvidos com arquiteturas computacionais seqüenciais — que utilizam um único processador — não faz-se o uso completo destes novos ambientes paralelos de computação. Desta forma, há a necessidade de se adaptar antigas metodologias ou desenvolver novas técnicas que sejam capazes de aproveitar de forma economicamente viável a capacidade computacional advinda dos sistemas paralelos ou distribuídos de computação de alto desempenho.

Fator importante a ser destacado é que o aumento na velocidade dos processadores encontra barreiras cada vez maiores à medida que limites físicos são atingidos, tais como a velocidade da luz ou tamanho dos transistores. A frequência de operação dos processadores passa a aumentar a um passo bem mais reduzido do que o experimentado durante os anos 90 e, desta forma, há uma tendência de que os requerimentos de capacidade computacional não sejam preenchidos

por processadores mais rápidos e sim pelo aumento do número de operações executadas simultaneamente num determinado período de tempo, com processadores trabalhando paralelamente (FOSTER, 1995).

Nas últimas décadas, avanços na tecnologia de *hardware* tornaram os computadores pessoais (PCs) uma alternativa de alto custo-benefício, em comparação aos tradicionais supercomputadores, na solução de problemas científicos de grande escala. Desta forma, faz-se a utilização de conjuntos de computadores pessoais de baixo custo interligados através de redes de alta velocidade, constituindo uma estrutura conhecida como *cluster Beowulf*, cuja estrutura genérica é ilustrada na Figura 6.1 (ROCHA, 2003).

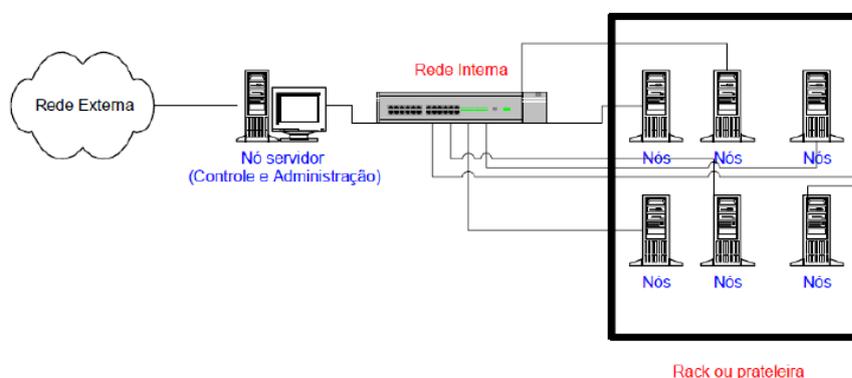


Figura 6.1: Cluster de computadores tipo *Beowulf* genérico

Entretanto, além da estrutura de *hardware*, deve-se elaborar o modelo a ser utilizado para a composição de uma solução computacional através da computação paralela. A estruturação das tarefas de processamento compõe um paradigma da computação paralela e as principais possibilidades de paralelismo são descritas a seguir (FINARDI, 1999):

- Paralelismo de Dados : Os dados são particionados e distribuídos entre os processadores e, desta forma, cada processo realiza a mesma tarefa para um subconjunto distinto dos dados;
- Paralelismo Funcional : O algoritmo é decomposto em diferentes seções com cada processo sendo responsável por determinado trecho ou subtarefa e, conseqüentemente, há programas diferentes para cada processo;
- Paralelismo *Pipelining* : Consiste em diminuir o tempo ocioso dos processadores envolvidos baseando-se no relacionamento existente entre um processo e o processo seguinte, em que a saída de um é a entrada do seu sucessor. Dado um conjunto de tarefas a serem

realizadas serialmente sobre uma unidade de dado, as tarefas são dispostas de tal maneira que se um processo termina uma tarefa relacionada a uma unidade de dado, o mesmo processo começa a realizar a mesma tarefa em uma outra unidade de dado, enquanto a unidade já processada é destinada ao próximo processo.

## 6.2 Métricas de Desempenho em Sistemas Paralelos

Ao se analisar o desempenho de programas paralelos, com intuito de comparar algoritmos distintos, algumas métricas são normalmente utilizadas, tais como o fator de aceleração e eficiência (FOSTER, 1995; GRAMA et al., 2003; WILKINSON; ALLEN, 2004).

### 6.2.1 Fator de Aceleração

O fator de aceleração (*speedup*) é uma medida que relaciona a aceleração obtida por um algoritmo paralelo com o melhor algoritmo seqüencial disponível para a execução da uma mesma tarefa.

Matematicamente, o fator de aceleração  $S$  corresponde à razão entre o tempo gasto na computação de um dado problema utilizando-se de apenas um processador,  $t_s$ , e o tempo gasto por um programa que utiliza  $p$  processadores de forma paralela,  $t_p$  e é dado pela expressão:

$$S(p) = \frac{t_s}{t_p} \quad (6.1)$$

Diversos fatores limitam o aumento do fator de aceleração, tais como períodos de ociosidade e comunicação entre processadores, bem como o fato de nem todo o código poder ser paralelizado. Em um sistema de computação paralelo ideal, tanto o processamento seqüencial necessário pelo programa como o tempo de comunicação são nulos e o trabalho a ser executado em paralelo pode ser caracterizado pela distribuição equilibrada do tempo seqüencial original  $t_s$  entre os  $p$  processadores. Neste caso, o tempo necessário para resolver um dado problema em paralelo seria  $\frac{t_s}{p}$ , levando a um fator de aceleração de  $p$  vezes.

Porém, considerando que nem todo o código pode ser paralelizado, à medida que o número de processadores  $p$  aumenta, o fator de aceleração  $S$  obtido por tal programa paralelo, mesmo que desconsiderando qualquer tempo gasto em comunicação, estaria limitado a  $\frac{1}{f_{ps}}$ , onde  $f_{ps}$  representa a fração de tempo gasto na parte não-paralelizável em relação ao tempo total serial, fornecendo o fator de aceleração máximo.

### 6.2.2 Eficiência

Eficiência, por sua vez, mede a fração de tempo no qual cada unidade de processamento é efetivamente utilizada (GRAMA et al., 2003). A representação matemática da eficiência computacional de um programa paralelo é dada pela razão entre o fator de aceleração e o número de processadores utilizados, como definido abaixo.

$$Ef = \frac{S(p)}{p} = \frac{t_s}{t_p \times p} \quad (6.2)$$

Pode ser observado que a eficiência de um sistema de computação paralela ideal iguala-se a unidade. Porém, na prática a comunicação entre processos tende a aumentar com o número de processadores, o que tende a levar à obtenção de cada vez mais baixas eficiências quando é utilizado um número muito alto de processadores.

### 6.2.3 Granularidade

Resumidamente, granularidade é uma medida da quantidade de computação entre sincronizações, ou seja, é uma grandeza fornece o quanto há de processamento em relação à comunicação requerida para o mesmo .

O nível de granularidade varia de um perfil fino, em que existe uma baixa quantidade de processamento por *byte* comunicado, até o perfil grosso quando existe muito processamento por *byte* comunicado.

## 6.3 Interfaces de Programação Paralela

Muitos são os modelos computacionais utilizados em computação paralela, tais como paralelismo de dados, memória compartilhada, troca de mensagens, operações em memória remota, processos, e também, combinação dos anteriores. Tais modelos se diferenciam em vários aspectos como, por exemplo, se a memória disponível é localmente compartilhada ou geograficamente distribuída e quanto ao volume de comunicação tanto em *hardware* como em *software* (GROPP et al., 1996).

A aplicação de tais modelos, portanto, depende fortemente do problema a ser resolvido e a arquitetura de computação paralela alvo. Esta situação fez com que vários fabricantes de sistemas de computação paralela desenvolvessem suas próprias bibliotecas de interface, focando em característica, muitas vezes, inexistentes em outras arquiteturas. Desta forma, o código desen-

volvido com bases nestas bibliotecas proprietárias não era portátil. Em face desta dificuldade, impulsionada pelos avanços na tecnologia de sistemas paralelos de computação, foi reconhecida a necessidade de interfaces de programação que fossem eficientes, funcionais e portáteis nas mais variadas arquiteturas disponíveis no mercado. Neste contexto, a *Message Passing Interface* (MPI) e a *Open Multi-Processing Application Program Interface* (OpenMP) foram concebidos.

O padrão MPI é uma especificação dos procedimentos de comunicação entre processos e não uma implementação em si. Os processos, por sua vez, poderiam ser locais (e.g., processadores de vários núcleos) ou remotos (e.g., sistemas de distribuídos). De posse de tal padronização, tanto fabricantes como usuários foram capazes de produzir implementações da interface do problema têm a características de possuírem muitas MPI de forma eficiente, aproveitando as vantagens específicas de cada arquitetura computacional. Além disto, programas paralelos, baseados na MPI, tornaram-se portáteis e poderiam ser compilados com qualquer implementação MPI disponível.

Atualmente, inúmeras implementações do padrão MPI são publicamente disponibilizadas, tal como a MPICH (GROPP et al., 1996), que foi utilizada no trabalho, e suportam redes homogêneas e heterogêneas, além de sistemas de memória compartilhada e distribuída.

Outros padrões podem também se referir à utilização de GPU's, ou unidades de processamento gráfico, que são unidades construídas para um desempenho otimizado em processamento gráfico, porém, podem ser também utilizadas para processamento numérico e, conseqüentemente, podem ser utilizadas para diversas aplicabilidades. Essas unidades possuem uma arquitetura baseada na paralelização dos dados e enfatizam o processamento de um número alto de *threads* em comparação a uma CPU, porém com uma velocidade menor de processamento. Desta forma, em problemas que se adequam dentro dos limites de capacidade das GPU's e dependendo de algumas características, como a granularidade, por exemplo, a utilização de GPU's para o processamento pode fornecer bons desempenhos. Como interfaces utilizáveis para processamento em GPU's, cita-se o OpenCL (do inglês, "*Open Computing Language*") (OPENCL, 2011), que é um padrão heterogêneo de desenvolvimento e contempla tipos mais diferenciados de *hardware*, e o CUDA (NVIDIA, 2011), que é uma implementação proprietária de paralelismo em unidades gráficas.

## 6.4 Aplicação do Processamento Paralelo à Programação Dinâmica Estocástica

Uma característica importante da Programação Dinâmica está no fato do cálculo do custo ótimo de cada estado operativo de um estágio poder ser realizado de forma independente dos outros estados do mesmo estágio, possibilitando a paralelização destes processos (DIAS, 2010).

Desta forma, o fluxograma apresentado anteriormente através da Figura 4.10 pode ser reformulado utilizando processamento paralelo. A Figura 6.2 mostra o fluxograma proposto para a PDE em que a tarefa realizada no Bloco 1, que trata da obtenção dos custos relacionados a cada estado operativo, é realizada utilizando processos paralelos.

A estrutura utilizada é a SPMD (do inglês “*Single Program Multiple Data*”), através do paradigma de paralelismo de dados onde os processadores executam o mesmo código, variando o dado de entrada processado por cada um deles, ou seja, variam somente os estados a serem avaliados por cada processo.

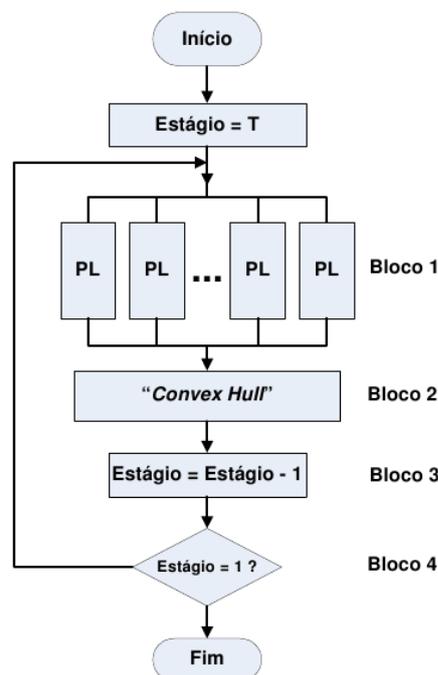


Figura 6.2: Algoritmo da obtenção das funções de custo futuro da PDE utilizando fechos convexos e programação paralela

Com a paralelização proposta, um número maior de problemas de programação linear (PL) pode ser resolvido em um dado intervalo de tempo e como este trecho é o mais custoso computacionalmente, espera-se a obtenção de ganhos globais elevados na resolução do problema.

Adicionalmente, o algoritmo apresentado no Capítulo 5 é perfeitamente paralelizável, não diferenciando os algoritmos PDE-ConvexHull e Fast-PDE-ConvexHull do ponto de vista da paralelização do código.

Analisando-se computacionalmente o processo, tem-se que a parte serial do código é concentrada no Bloco 2 que, em resumo, executa o algoritmo de fechos convexos e, além disso, pode realizar a eliminação de hiperplanos semelhantes.

# 7 *Estudo de Caso*

## 7.1 **Caso Exemplo**

O Programa Mensal de Operação (PMO) de janeiro de 2011 foi a base de dados utilizada como referência para as simulações computacionais realizadas através da plataforma desenvolvida na linguagem C++/Java. Sendo assim, o estudo foi realizado para um período de cinco anos de estudo e cinco anos de pós-estudo e utiliza os 4 subsistemas equivalentes Sudeste/Centro-Oeste, Sul, Nordeste e Norte. As afluências utilizados correspondem ao histórico de vazões tanto para o cálculo da política eletroenergética quanto para as simulações de operação. Para o cálculo da política eletroenergética, as afluências entram no problema como realizações de afluência por estado de armazenamento, dada a construção de possíveis séries construídas através do histórico. Estas séries de afluência são utilizadas diretamente para a fase simulação, ou fase *Forward*. Especificamente, a primeira série corresponde à série dos primeiros 5 anos (para simulação) ou 10 anos (para cálculo da política) de afluência a partir de 1931; a segunda série é construída a partir de 1932 e assim por diante.

Dada a base de dados, pequenas modificações foram realizadas devido a compatibilizações e limitações da modelagem implementada como, por exemplo, a consideração de somente 1 (um) patamar de mercado e os desvios de água não foram considerados no despacho da operação. Além disso, não modelou-se a curva de aversão ao risco e a taxa de desconto foi considerada nula.

O computador utilizado nas simulações possui 2 processadores Intel Xeon E5540, que possuem 4 núcleos de processamento cada, totalizando 8 núcleos de processamento a uma frequência de operação de 2,53 GHz e 16 GB de memória RAM. O sistema operacional utilizado nas simulações corresponde ao Kernel Linux 2.6.31-22-generic.

## 7.2 Resultados

### 7.2.1 Comparação entre as Metodologias PDE-ConvexHull e Fast-PDE-ConvexHull

A fim de avaliar o impacto da utilização do algoritmo proposto dentro da metodologia da PDE-ConvexHull, são apresentados os tempos computacionais obtidos por ambas as técnicas no intuito de se verificar o ganho computacional provido pela técnica proposta. Além disso, são apresentados alguns resultados para a verificação da consistência existente entre as metodologias.

A tolerância utilizada para convergência do algoritmo proposto foi de  $1,0 \times 10^{-3}$  para a função de custo futuro, o que pode representar erros de até R\$ 0,73 na representação da FCF quando comparado ao algoritmo da PDE-ConvexHull. Adicionalmente, esta diferença numérica, que é pouco representativa, não causa grandes diferenças nos números de cortes obtidos, pois não há alterações importantes na forma da FCF. Deste modo, o resultado final mantém-se dentro da margem esperada de erro causado pela tolerância do processo.

O parâmetro *NumMaxCortes* utilizado foi de 80 hiperplanos. Isto significa que no máximo 80 hiperplanos podem ser reaproveitados entre estados operacionais distintos para a montagem das restrições que representam a FCF no problema. Como foi mencionado anteriormente, este é um valor empírico tal que forneceu bons ganhos computacionais e será utilizado no restante do trabalho. Porém, foi verificado que a sensibilidade do desempenho em função deste parâmetro não é muito grande e valores de tal ordem de grandeza fornecem resultados similares.

O *solver* ou pacote computacional de otimização linear utilizado para a resolução dos PPL's foi o CLP, da COIN-OR (CLP, 2011), ressaltando-se que os valores de ganho computacional assim como o valor do parâmetro *NumMaxCortes* possivelmente dependerão do *solver* utilizado, podendo apresentar comportamentos distintos quando da utilização de outras distribuições disponíveis para a resolução do problema. Sobretudo, por se basear no algoritmo *simplex*, em que a velocidade de convergência depende do número de vértices existentes entre a solução inicial e a solução ótima, é esperado que também haja ganho computacional quando utiliza-se o algoritmo proposto conjuntamente a outros *solvers*.

As execuções apresentadas na Tabela 7.1 foram realizadas utilizando 8 processos em paralelo para valores distintos de discretizações de armazenamento e número de realizações de afluência por estado. Para as realizações de afluência são consideradas a ocorrência de alguma

série do histórico de vazões a partir do primeiro ano do histórico<sup>1</sup>. São apresentados os resultados relativos ao número médio de cortes e o tempo computacional demandado por cada um dos métodos (PDE-ConvexHull e Fast-PDE-ConvexHull) confrontados, além do erro percentual existente entre os custos médios de simulação obtidos por ambas metodologias.

Tabela 7.1: Comparação entre as metodologias PDE-ConvexHull e Fast-PDE-ConvexHull

NUM. DISCRET.	NUM. Séries	NUM. MED. CORTES	TEMPO (S)		ERRO (%)
			PDE-CONVEXHULL	FAST-PDE-CONVEXHULL	
3	1	359	5,6	4,25	0,00
3	60	381	104,6	29,4	0,00
5	1	5.447	141,3	42,6	0,00
5	60	6.025	6.934,6	492,9	0,00

Para as simulações computacionais realizadas acima, não foi utilizada a eliminação dos cortes que são aproximadamente coplanares e, desta forma, o número médio de cortes aproximou-se do valor esperado pela expressão do limite de hiperplanos possíveis  $((ND - 1)^{NR} \times NR!)$ , sobretudo para os casos com maior número de cenários, em que espera-se um comportamento mais homogêneo para a função de custo futuro. Para o caso de 5 discretizações de armazenamento e 60 realizações de afluência foi obtido um custo médio de R\$ 25,08 bilhões. A análise mais detalhada do custo de operação será realizada mais adiante.

Posteriormente, realizou-se uma nova simulação utilizando as mesmas 5 discretizações sobre as 60 realizações possíveis de afluência para verificar o efeito da eliminação dos hiperplanos no resultado final e, também, mostrar como ambas as metodologias se comportam em função do número de cortes utilizados. Para uma tolerância de  $1,0 \times 10^{-2}$  para a eliminação de cortes, o resultado do custo de simulação médio apresentou um valor muito próximo ao valor encontrado sem utilização da eliminação, sendo 0,013% superior, o que indica que a eliminação dos hiperplanos não alterou os resultados de forma muito significativa com uma redução no custo computacional da ordem de 30%.

A Figura 7.1 ilustra o perfil de computação desenvolvido na utilização da metodologia PDE-ConvexHull (5 discretizações e 60 séries de afluência) e são mostrados os tempos predominantes no processo, que correspondem ao algoritmo de fechos convexos, eliminação de

<sup>1</sup>A consideração de somente uma série de afluência recai no caso determinístico da programação dinâmica.

cortes e resolução do problema linear. Os tempos despendidos em comunicação entre processos e montagem de restrições foram verificados e não representam parcelas significativas no problema.

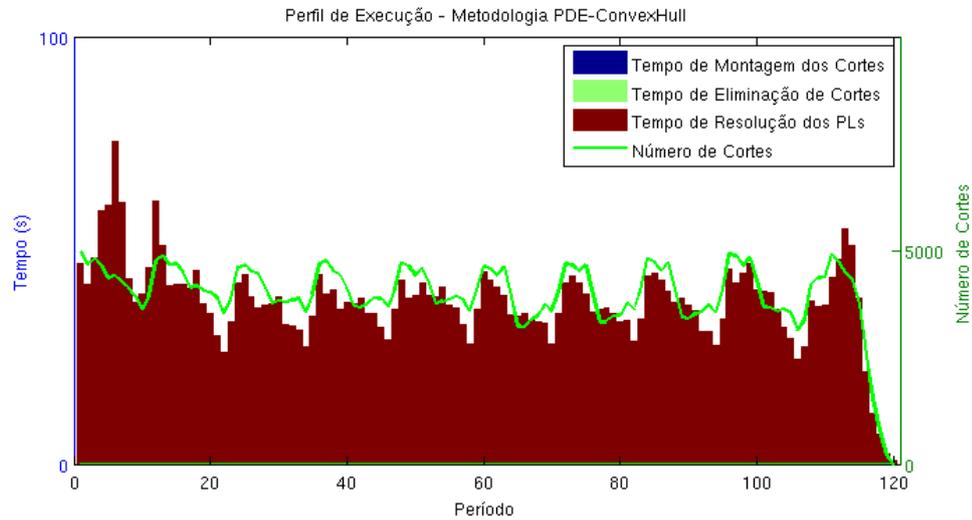


Figura 7.1: Perfil de execução obtido no uso da metodologia PDE-ConvexHull

Para a visibilidade do ganho computacional obtido, o resultado da utilização da metodologia Fast-PDE-ConexHull, Figura 7.2, é apresentado na mesma escala do gráfico anterior.

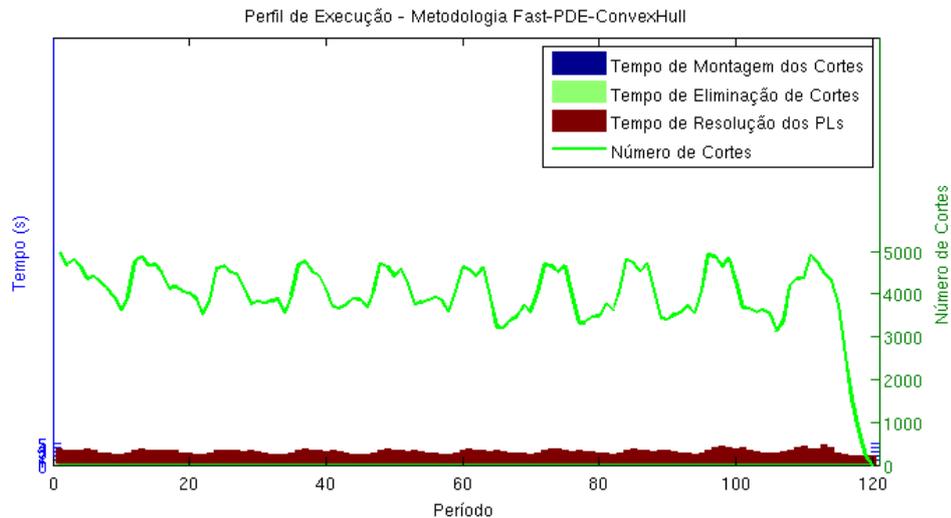


Figura 7.2: Perfil de execução — Metodologia Fast-PDE-ConvexHull (Verificação do ganho)

Porém, para a avaliação do comportamento apresentado pela metodologia Fast-PDE-ConvexHull, é construído o gráfico da Figura 7.3, que detalham os tempos obtidos dentro de uma escala mais adequada.

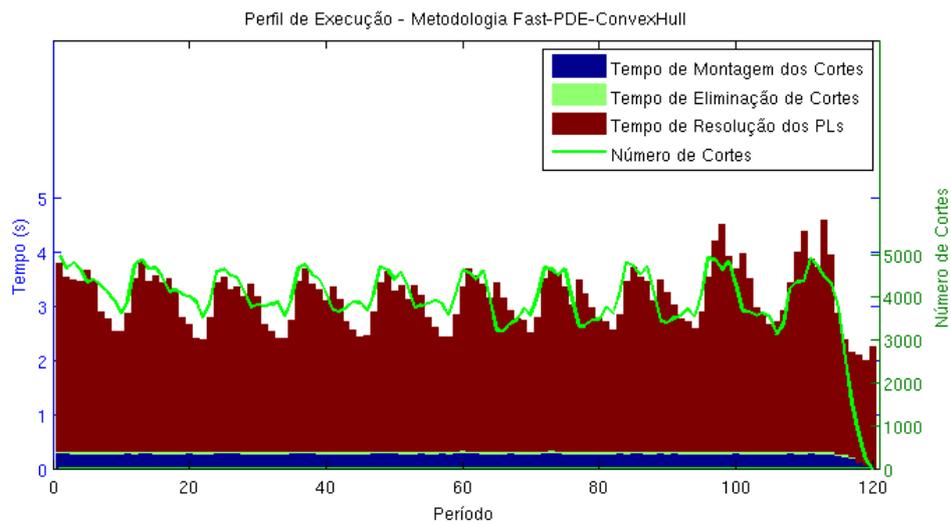


Figura 7.3: Perfil de execução — Metodologia Fast-PDE-ConvexHull (Verificação do comportamento)

A Figura 7.4 apresenta as funções aproximadas do tempo de resolução dos PL's em um dado estágio em função do número de cortes obtido na utilização de cada uma das metodologias.

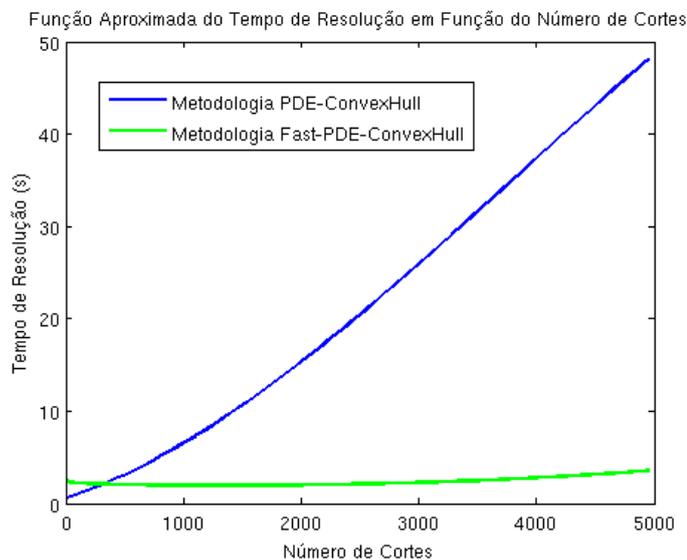


Figura 7.4: Aproximação do tempo de resolução dos PPLs em função do número de cortes

Observa-se, pela Figura 7.4, que a metodologia PDE-ConvexHull é uma técnica cujo tempo computacional é mais sensível ao aumento do número de cortes. Porém, a metodologia Fast-PDE-ConvexHull também apresenta um aumento do tempo de resolução com o aumento do número de cortes utilizados (Figura 7.5), porém, o aumento é de ordem bastante reduzida em relação à obtida na utilização da PDE-ConvexHull.

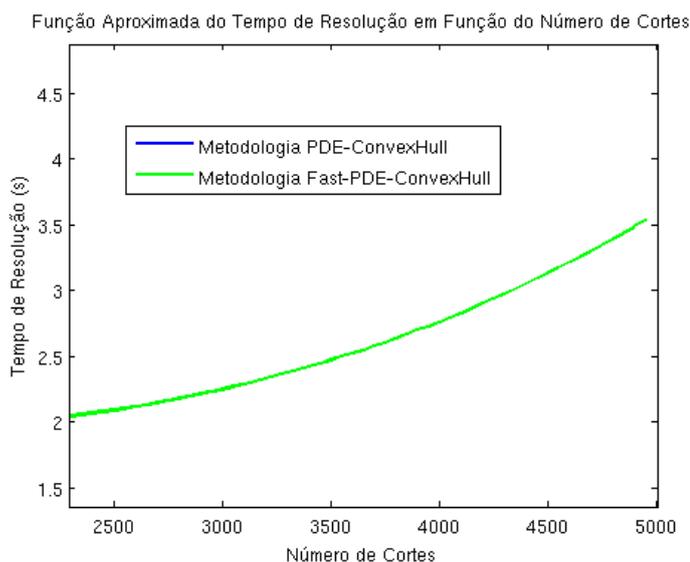


Figura 7.5: Característica do tempo de resolução na metodologia Fast-PDE-ConvexHull

## 7.2.2 Levantamento dos Perfis da Computação Paralela

Nesta simulação, é levantado o perfil da computação paralela para o caso de 5 discretizações dos armazenamentos e os 60 cenários de afluência. Relembrando, foi utilizado o protocolo MPI através da implementação MPICH2 (GROPP et al., 1996) e, tendo em vista a disponibilidade de um micro Xeon, contabilizou-se, além do tempo sequencial, o tempo gasto na utilização de valores diferentes de número de processadores. O tempo computacional total do programa em função do número de processadores utilizados é mostrado na Tabela 7.2.

Tabela 7.2: Tempo total de processamento em função do número de processadores utilizados

Número de Processadores	Tempo Total (s)
1	2.271,88
2	1.145,60
3	798,76
4	626,38
5	523,60
6	443,10
7	387,86
8	348,16

A partir dos tempos totais obtidos, pode-se calcular o fator de aceleração (*speedup*) do algoritmo, que é mostrados na Figura 7.6.

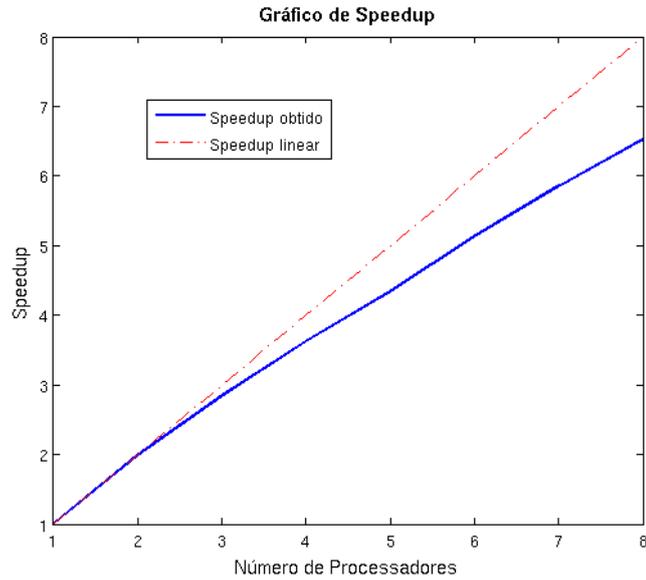


Figura 7.6: Fator de aceleração do algoritmo paralelo

Também em função dos valores encontrados na Tabela 7.2, calcula-se a eficiência encontrada no algoritmo, que é mostrada na Figura 7.7.

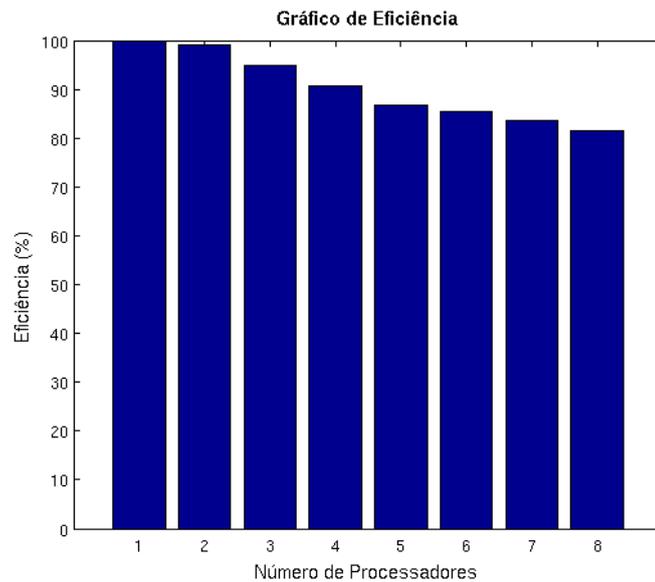


Figura 7.7: Eficiência do algoritmo paralelo

Observa-se que o algoritmo paralelo apresentou uma alta eficiência, além de um fator de aceleração extremamente significativo, o que mostra que o código em estudo é altamente para-

lelizável e maiores ganhos computacionais podem ser obtidos se um número maior de processadores for disponível.

### 7.2.3 Comparação com o NEWAVE

Esta seção tem por objetivo comparar os resultados obtidos pelo modelo proposto com o modelo oficial utilizado no SEB, que é o modelo NEWAVE. Adicionalmente, espera-se mostrar que o modelo desenvolvido é uma boa ferramenta para análises rápidas, quando utilizado menos discretizações das energias armazenadas. Os resultados da execução do NEWAVE foram obtidos no âmbito do projeto de pesquisa e desenvolvimento (Projeto de P&D Estratégico ANEEL — Tema 1: Modelo de Otimização do Despacho Hidrotérmico), em parceria direta com o agente de geração Duke Energy — Geração Paranapanema, o qual forneceu os resultados da execução do modelo NEWAVE, versão 15, sobre o mesmo conjunto de dados utilizados nas simulações computacionais da metodologia Fast-PDE-ConvexHull.

Mais especificamente, foram utilizados 60 séries de afluência e, assim, a primeira série corresponde à série de 5 ou 10 anos de afluência a partir de 1931 e a última série corresponde à série obtida a partir de 1990 do histórico de vazões. Após o cálculo da política operativa, é realizada a simulação do sistema para cada uma das séries, tanto para a metodologia proposta quanto para o NEWAVE, porém, este último modelo utiliza 200 séries sintéticas para o cálculo da política. O caso de estudo utilizado na metodologia proposta, que sofreu pequenas modificações, é o mesmo que foi utilizado na execução do programa NEWAVE. Contudo, ainda há diferenças no cálculo da política pois o modelo NEWAVE considera o efeito da tendência hidrológica através do modelo autoregressivo PAR.

Para a verificação da Fast-PDE-ConvexHull, foram realizados cálculos para a política operativa utilizando valores diversificados para o número de discretizações. Inicialmente, para uma análise rápida, utilizou-se de 3 discretizações de armazenamento, que leva em consideração apenas os estados de armazenamento máximo, mínimo e médio para cada subsistema. Através do uso de 5 discretizações tem-se uma análise de 25% em 25% das capacidades dos reservatórios equivalentes de energia. Finalmente, realizou-se o cálculo da política utilizando-se 11 discretizações, o que significa que os reservatórios de energia foram discretizados de 10 em 10% de suas capacidades. Para comparação com o NEWAVE foi utilizado o custo esperado de operação obtido por cada uma das metodologias. O custo esperado de operação é o custo médio obtido através da simulação de cada uma das 60 séries de energia afluentes construídas através dos primeiros anos do histórico de vazões. Os resultados obtidos com a utilização dos 8 processadores são apresentados na Tabela 7.3.

Tabela 7.3: Estatística dos custos das simulações

	Tempo	Custo Médio (Milhões R\$)	Desvio Padrão do Custo (Milhões R\$)
Fast-PDE-ConvexHull (3 discretizações)	29,4 s	25.791,14	2.831,15
Fast-PDE-ConvexHull (5 discretizações)	492,9 s	25.082,89	2.892,13
Fast-PDE-ConvexHull (11 discretizações)	37,6 h	24.931,32	3.218,62
NEWAVE	—	25.558,30	2.894,05

Este resultado possui grande importância, pois o objetivo do planejamento é encontrar o valor ótimo para o custo esperado de operação e, como pode ser observado, os custos encontram-se bem próximos, mostrando a consistência da metodologia proposta como uma ferramenta para o cálculo da política energética.

Não foi atribuído o tempo de execução do modelo NEWAVE porque este foi executado em outro computador e, além disso, de maneira serial, não fazendo uso de seu potencial de paralelização e, sendo assim, não há uma base de comparação sólida entre os tempos de execução dos modelos. Observa-se que o tempo necessário para a execução da metodologia Fast-PDE-ConvexHull com 11 discretizações dos armazenamentos foi bem superior ao tempo requerido com a utilização de valores inferiores para o número de discretizações, porém, os valores médios de custo não variaram em uma ordem tão grande.

Pelo algoritmo proposto, o tempo de resolução do problema se subdivide entre as tarefas de resolução dos PPLs pelo *solver* e interpolação das soluções iterativas sobre os hiperplanos com a finalidade de encontrar o corte a ser inserido no processo. Para a resolução do problema considerando 11 discretizações, aproximadamente 80% do tempo computacional despendido corresponde a cálculos necessários à inserção interativa dos hiperplanos, ou seja, na realização de cálculos de substituição sobre os hiperplanos obtidos do algoritmo de fechos convexos.

Para analisar os resultados obtidos das simulações, é mostrado, através da Figura 7.8, o custo operacional mensal esperado ao longo do horizonte de planejamento.

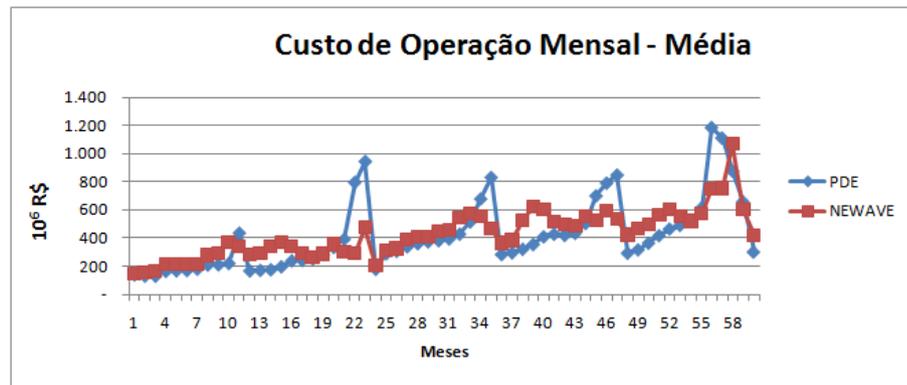


Figura 7.8: Custo médio de operação mensal — 11 discretizações

Como indicado na Tabela 7.3, o valor da integral do custo obtido pela metodologia proposta é inferior ao obtido pelo modelo NEWAVE. As trajetórias esperadas dos armazenamentos são mostradas na Figura 7.9, que contém as energias armazenadas finais em cada subsistema e a energia armazenada no sistema como um todo, que é o total da energia armazenada no SIN.

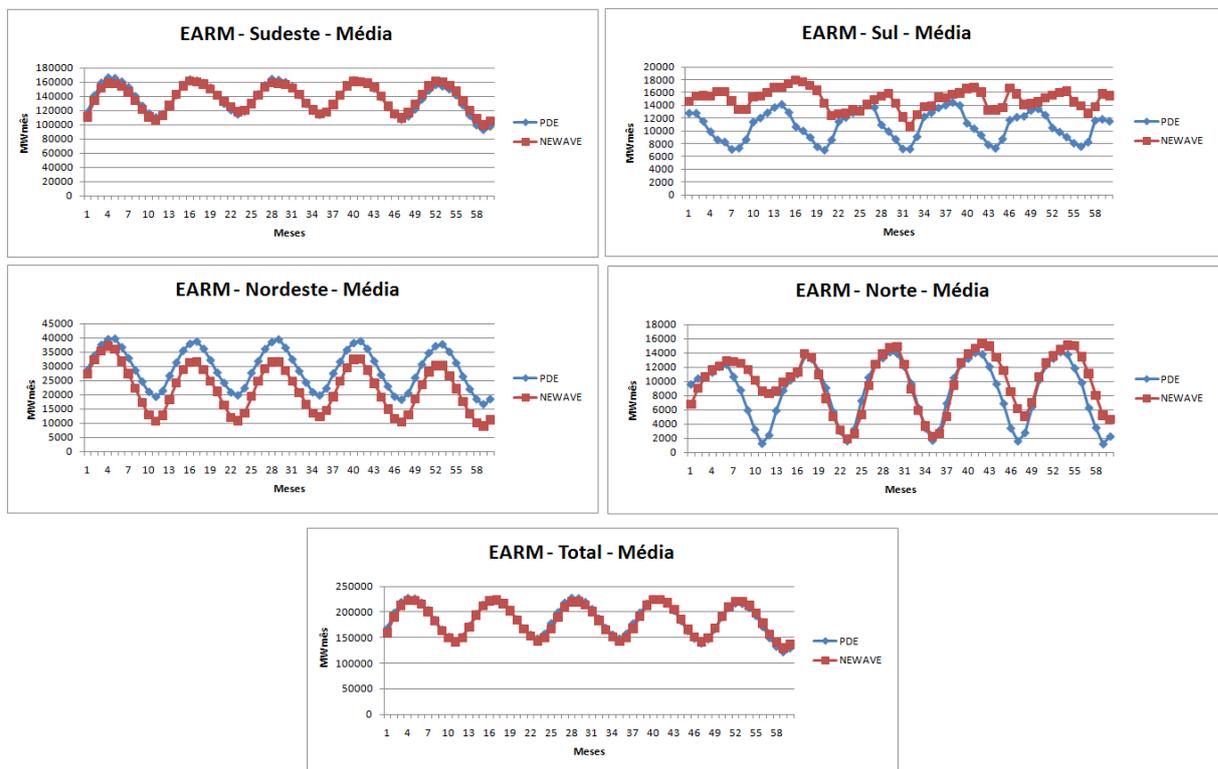


Figura 7.9: Valor esperado de energia armazenada — 11 discretizações

Primeiramente, percebe-se que os valores de energia armazenada no SIN ao final do período de planejamento são muito próximos entre os modelos NEWAVE e Fast-PDE-ConvexHull, o que é um fator importante para viabilizar comparações entre os custos de operação. Observa-se

que houve um comportamento diferenciado dos modelos quanto à tendência de armazenamento dos subsistemas, principalmente os subsistemas Nordeste e Sul. A metodologia desenvolvida, no geral, manteve os reservatórios do Nordeste menos deplecionados e uma consequência desta operação é que não houve déficit de energia de vazão mínima na modelagem proposta, ou seja, 100% da meta de energia de vazão mínima foi atendida em todos os estágios e para cada série. Já no modelo NEWAVE, há alguns estágios em que, dependendo da série, apenas 50% da meta de energia de vazão mínima é atendida no sistema Nordeste. Um exemplo de déficit de vazão mínima ocorrida no modelo NEWAVE é apresentado na Figura 7.10, que foi obtida através de uma série de baixas afluições (série de 1949 do histórico) em que a energia de vazão mínima obtida não é capaz de alcançar a meta de energia de vazão mínima. Conclui-se que, na metodologia proposta, o armazenamento do subsistema Nordeste é mantido em um nível mais seguro provavelmente para o atendimento às restrições de vazão mínima em detrimento do subsistema Sul, que apresentou níveis de armazenamento mais baixos. Contudo, o comportamento geral do armazenamento do SIN mostrou-se bastante coerente entre as duas metodologias, como apresentado na Figura 7.9.

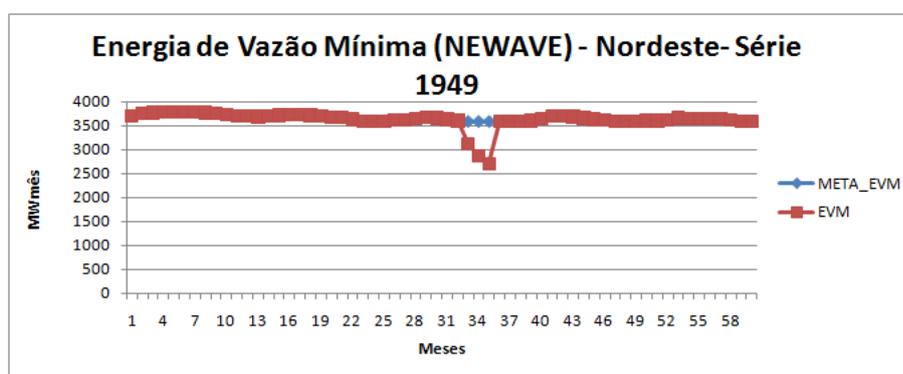


Figura 7.10: Atendimento à restrição de vazão mínima no modelo NEWAVE

Além do armazenamento, uma variável importante no estudo é a geração hidráulica, cuja determinação é uma das metas do planejamento de médio/longo prazo. A Figura 7.11 contém as gerações hidráulicas de cada subsistema, assim como os valores esperados de geração hidráulica no SIN.

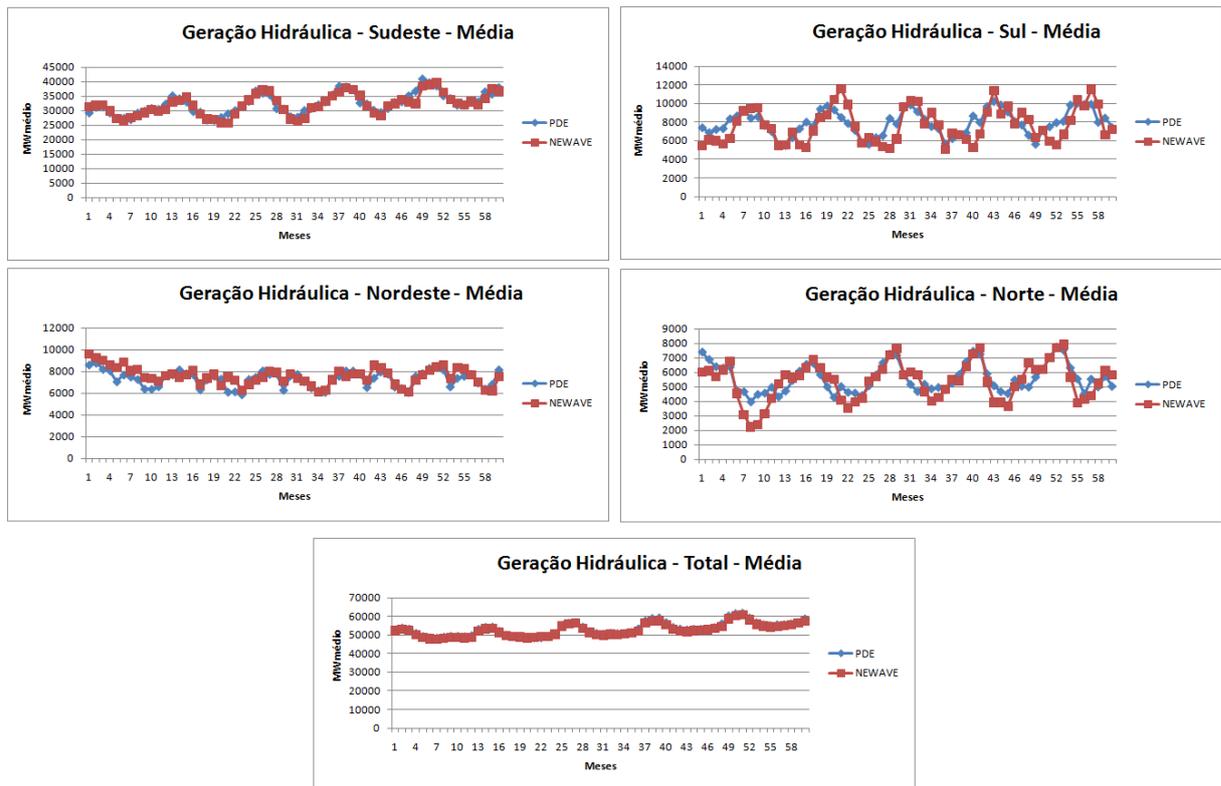


Figura 7.11: Valor esperado da geração hidráulica — 11 discretizações

Pode-se perceber que os valores encontrados de geração hidráulica por ambos os modelos são próximos. Porém, a diferença do montante térmico/hidráulico pode ser melhor observada no gráfico da Figura 7.12, que contém os valores totais de geração térmica (para todo o SIN). Observa-se que o modelo proposto opta por uma menor complementação térmica para a operação do sistema.

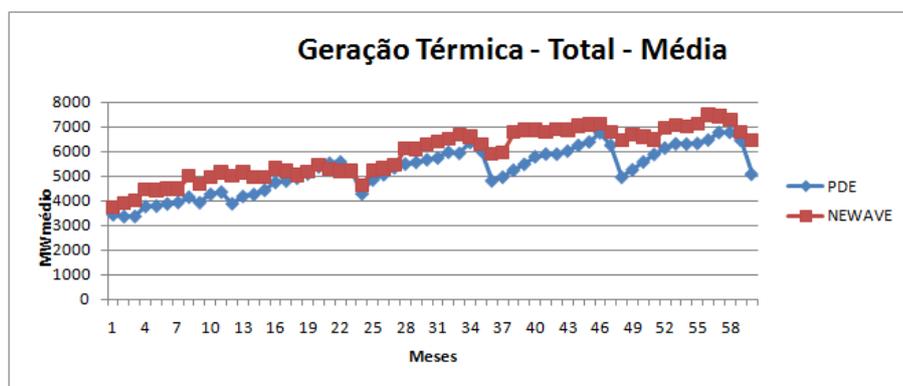


Figura 7.12: Valor esperado de geração térmica — 11 discretizações

Uma variável de grande importância no estudo é o Custo Marginal de Operação (CMO), já que este aponta o preço de comercialização de energia. A Figura 7.13 apresenta os valores

esperados para o CMO ao longo do horizonte de estudo para cada um dos quatro subsistemas.

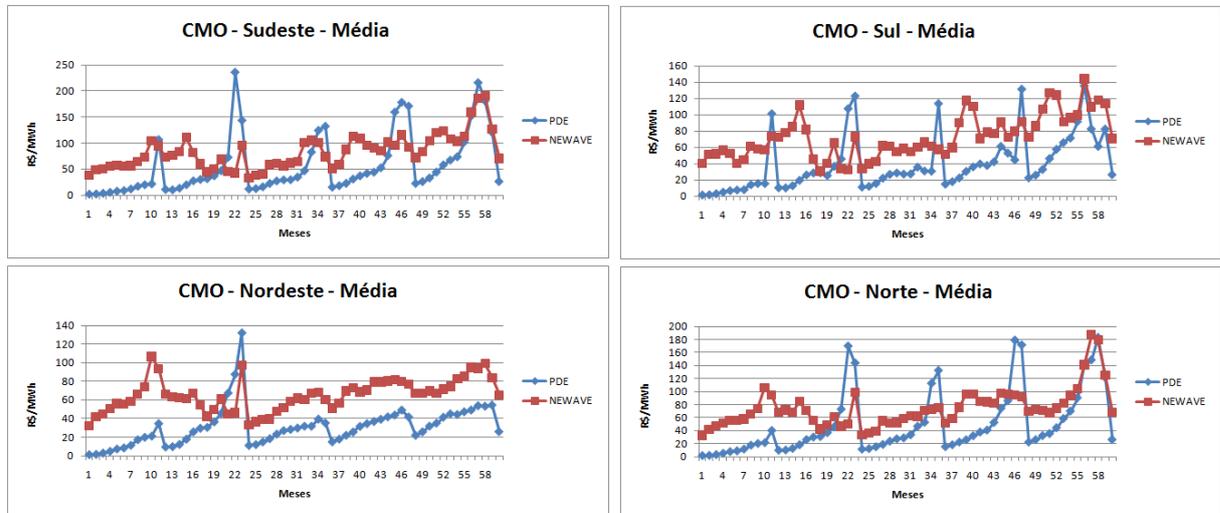


Figura 7.13: Valor esperado do CMO — 11 discretizações

O valor do CMO encontrado pela metodologia proposta é, em geral, menor e possui um comportamento mais periódico. Contudo, pode-se atingir valores superiores aos custos marginais obtidos pelo modelo NEWAVE em alguns períodos. Esta é uma indicação de possibilidade de ocorrência de déficits no problema, os quais são apresentados no gráfico da Figura 7.14.

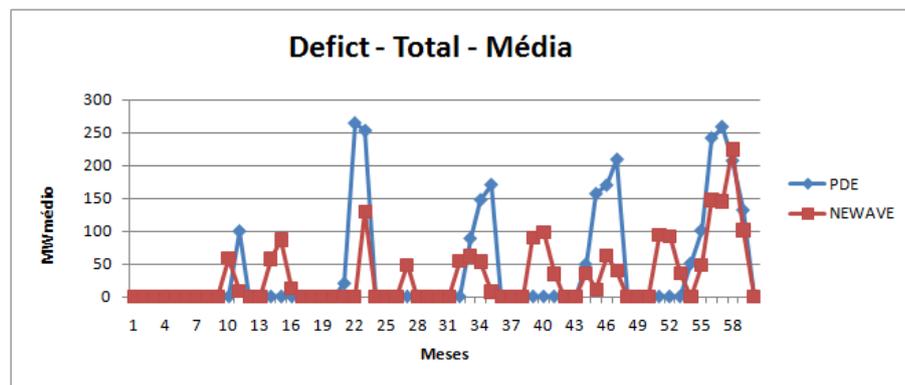


Figura 7.14: Valor esperado de déficit — 11 discretizações

A metodologia proposta apresentou um custo esperado de operação menor do que o obtido pelo modelo NEWAVE, reforçando que o resultado obtido está próximo de um valor ótimo, porém, maiores valores de déficit esperado foram obtidos na metodologia Fast-PDE-ConvexHull em 11 discretizações de energia armazenada. Contudo, quando comparado ao NEWAVE, percebe-se que os déficits obtidos nas simulações dentro da metodologia proposta ocorrem em menor frequência durante o estudo.

Como pode ser observado na Tabela 7.3, os custos obtidos por números diferentes de discretização são relativamente próximos, indicando que a metodologia pode ser utilizada para análises rápidas acerca da operação do sistema. Verifica-se que com o aumento do número de discretizações dos armazenamentos, o custo operativo esperado diminuiu, porém, o desvio padrão dos custos aumentou, indicando que houve um aumento na variabilidade dos custos obtidos. Isto pode ser explicado pela natureza da construção dos cortes pela metodologia Fast-PDE-ConvexHull, em que o erro na representação da FCF tende a superestimar o valor esperado de custo futuro, levando a uma operação mais conservadora na utilização de um número menor de discretizações. Desta forma, embora possua uma operação, em média, mais onerosa a operação determinada pela utilização de três discretizações é ainda próxima da operação apontada pelo NEWAVE, porém, apresenta menos volatilidade em relação à operação advinda de um número maior de discretizações.

A Figura 7.15 apresenta uma comparação entre os custos obtidos por diversos valores de discretização (3, 5 e 11 discretizações) conjuntamente ao modelo NEWAVE.

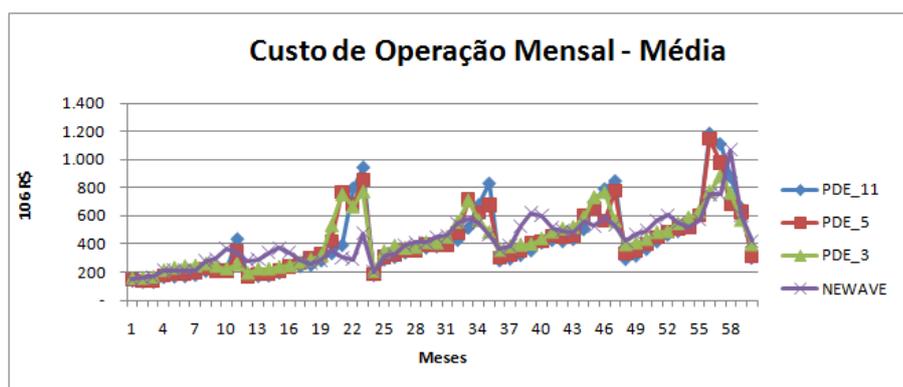


Figura 7.15: Custos mensais obtidos por diversas discretizações e comparação com o NEWAVE

Como pode ser observado, não há grandes variações no comportamento das curvas quando altera-se o número de discretizações, mostrando que pode-se fazer análises preliminares com um baixo tempo computacional. Para mostrar que a operação é mais conservadora para números menores de discretização, apresenta-se o custo operacional obtido de uma série de baixa afluência para 11 discretizações (Figura 7.16) e para 3 discretizações (Figura 7.17).

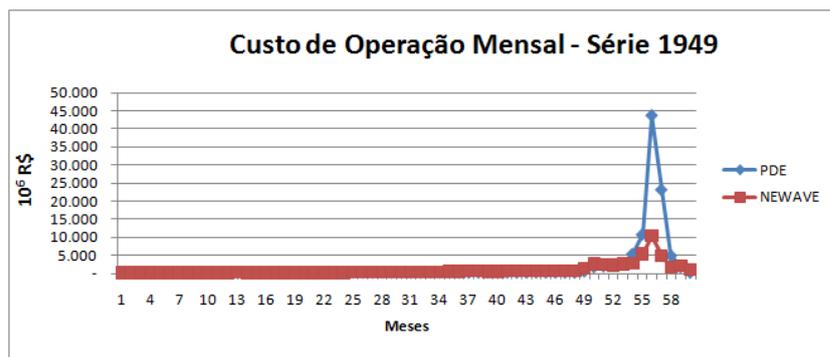


Figura 7.16: Custo de operação mensal para a série de 1949 — 11 discretizações

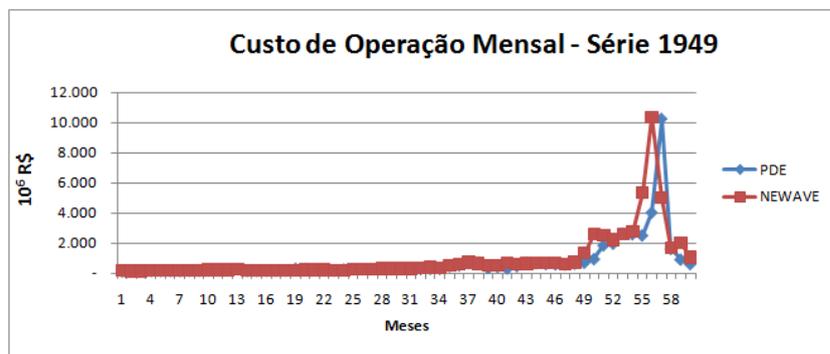


Figura 7.17: Custo de operação mensal para a série de 1949 — 3 discretizações

Além disso, para destacar a diferença entre as operações obtidas na série de baixa afluência, mostra-se, nas Figuras 7.18 e 7.19, os gráficos da evolução do armazenamento do SIN obtidos para 11 e 3 discretizações, respectivamente.

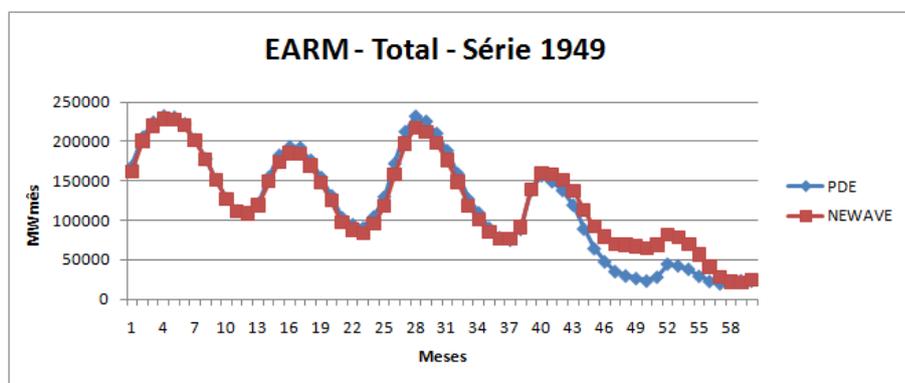


Figura 7.18: Valor esperado de energia armazenada no SIN (Série de 1949) — 11 discretizações

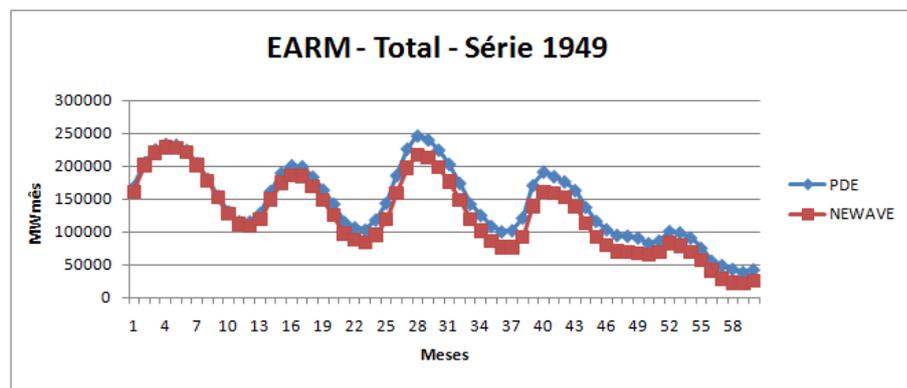


Figura 7.19: Valor esperado de energia armazenada no SIN (Série de 1949) — 3 discretizações

Observa-se, nas Figuras anteriores, que uma operação mais conservadora foi obtida no uso de um número menor de discretizações de armazenamento, em que a energia armazenada mantém-se a um nível mais elevado.

A Figura 7.20 mostra o gráfico do déficit esperado para a execução da política utilizando-se 3 discretizações de energia armazenada e, quando confrontado com o gráfico da Figura 7.14, observa-se que há uma pequena diminuição do déficit esperado quando utilizado um número menor de discretizações.

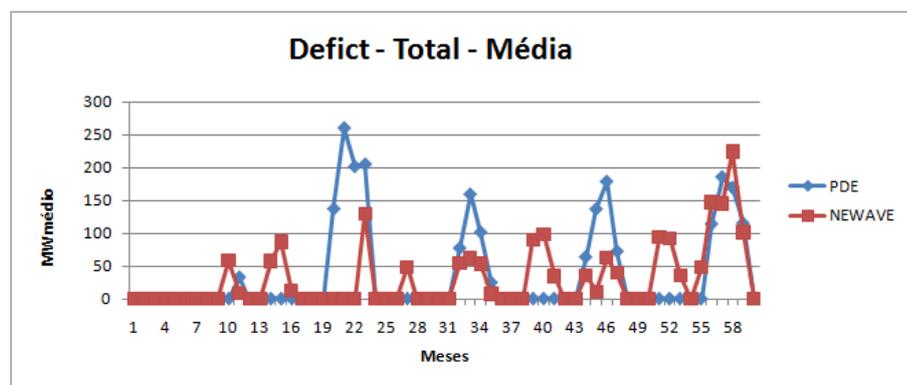


Figura 7.20: Valor esperado de déficit — 3 discretizações

Na operação obtida com a utilização de 3 discretizações houve uma ocorrência menor de déficit, porém, um valor esperado maior de custo de operação, o que faz com que a operação obtida de 11 discretizações esteja mais próxima do valor ótimo, segundo a modelagem adotada de operação.

Desta forma, uma operação conservadora pode fazer com que haja custo adicional de operação quando ocorrem cenários mais otimistas. A Figura 7.21 apresenta o custo de operação mensal do SIN sujeito à estratégia operativa determinada com o uso de 11 discretizações e a

Figura 7.22, para o uso de 3 discretizações, considerando a ocorrência da série de 1982, em que há uma maior abundância de recursos hídricos.

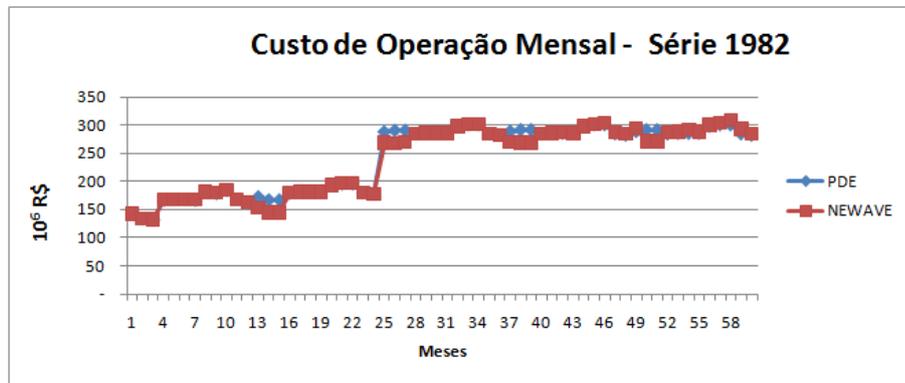


Figura 7.21: Custo de operação mensal para a série de 1982 — 11 discretizações

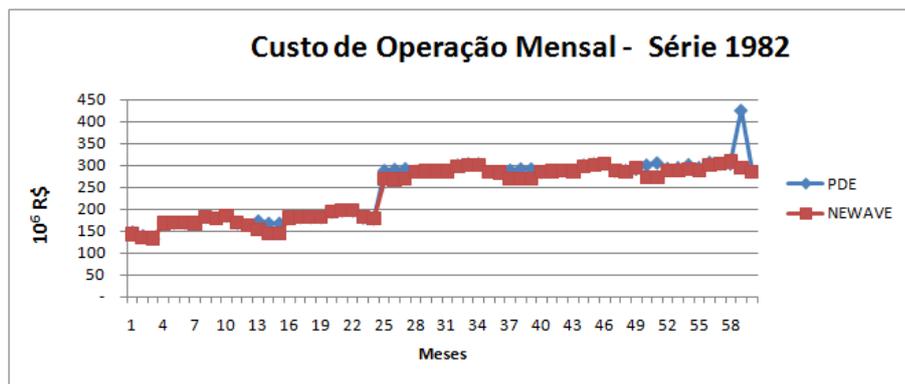


Figura 7.22: Custo de operação mensal para a série de 1982 — 3 discretizações

De maneira geral, os resultados obtidos mostram que a técnica proposta tem um potencial considerável para resolução do problema de planejamento de médio/longo prazo, mesmo quando comparada ao NEWAVE, que é o modelo oficial utilizado no setor. Além disso, os resultados obtidos possuem comportamentos compatíveis com o que poderia ser esperado teoricamente, dentro das considerações e simplificações realizadas na resolução do problema.

# 8 *Conclusões*

## 8.1 **Considerações Gerais e Principais Contribuições**

O problema de planejamento energético consiste em determinar as estratégias de geração tal que minimizem o custo esperado de operação durante o horizonte de planejamento. Porém, devido à configuração do sistema brasileiro, que possui um elevado número de aproveitamentos hidráulicos interligados por um sistema de transmissão de grandes dimensões, e ao horizonte de estudo considerado, tem-se que a operação coordenada do sistema é um problema de grande porte. Sobretudo, há a necessidade da representação das não linearidades das unidades de geração e das incertezas dos valores de afluições futuras, que dão uma característica de grande porte ao problema, elevando de forma intensa o requerimento computacional para a resolução do mesmo. Isto leva à necessidade da separação do problema em diferenciados horizontes de estudo, em que em um horizonte de curto prazo modela-se mais fielmente os componentes do sistema, diminuindo-se o peso da análise estocástica do problema e no horizonte de médio/longo prazo esforça-se na representação do comportamento estocástico das afluições.

Este trabalho tem foco na resolução do problema de médio/longo prazo e, assim, a natureza estocástica das afluições deve ser representada de forma detalhada e os diversos reservatórios do sistema são representados de forma agregada. Para a resolução deste problema são comumente utilizadas técnicas de programação dinâmica, sobretudo, a programação dinâmica estocástica, que trata conjuntamente as características de não linearidade e estocasticidade existentes no problema.

O presente trabalho apresenta uma nova abordagem da utilização dos cortes da função de custo futuro nos problemas de programação linear presentes no processo da Programação Dinâmica Estocástica, constituindo-se em um aprimoramento da metodologia PDE-ConvexHull (DIAS, 2010), que utiliza o algoritmo de fechos convexos para a obtenção das funções de custo futuro. A nova técnica visa tornar o tempo resolução dos problemas de programação linear menos sensível ao número de cortes ou hiperplanos que compõem a função de custo futuro.

Desta forma, foi inicialmente realizada a comparação entre a metodologia PDE-ConvexHull e a metodologia proposta (Fast-PDE-ConvexHull), de forma a verificar o ganho computacional e a aderência entre resultados. Observou-se a metodologia proposta proporcionou uma redução drástica no tempo computacional requerido para a resolução da PDE, de forma a ainda manter coerentes os resultados obtidos por ambas as técnicas.

Em seguida, foi levantado o perfil da computação paralela com o objetivo de verificar as características da implementação do algoritmo paralelo. Verifica-se que o algoritmo é altamente paralelizável, apresentando uma alta eficiência no processo.

Por fim, a partir da implementação do sistema computacional, que é capaz de utilizar os dados de configuração oficiais do SIN, foi realizado um estudo no caso do PMO de janeiro de 2011 para a comparação dos resultados obtidos pela metodologia desenvolvida com os resultados obtidos pelo modelo NEWAVE, oficialmente adotado pelo setor. Os resultados mostraram-se promissores, já que os comportamentos verificados para os resultados são coerentes entre os modelos e, além disso, foi alcançado um custo médio operativo mais econômico do que o encontrado pelo modelo NEWAVE. Entretanto, foram utilizadas, pela Fast-PDE-ConvexHull, as mesmas séries hidrológicas para o cálculo da política operativa e para a simulação da operação, enquanto que o NEWAVE utilizou 200 séries sintéticas para o cálculo da política e, assim, as séries otimizadas são diferenciadas das séries simuladas.

Pelos resultados obtidos, este trabalho sinaliza que, devido à melhoria dos recursos computacionais, utilização de técnicas avançadas de sistemas paralelos, adicionalmente à adoção de técnicas como a desenvolvida neste trabalho, pode ser possível a utilização da programação dinâmica estocástica na resolução do problema do planejamento energético de sistemas hidrotérmicos.

O algoritmo proposto ofereceu um alto ganho computacional em relação à PDE-ConvexHull convencional, sendo de simples implementação e não impõe o desenvolvimento de *solvers* próprios para a resolução do problema, o que necessitaria de um grande esforço de implementação para a obtenção de um algoritmo robusto. Além disso, a metodologia também não obriga a utilização de *solvers* comerciais para a resolução do problema.

Foi mostrado também que mesmo para um número menor de discretizações dos armazenamentos, em que o tempo computacional requerido é baixo, consegue-se uma boa aproximação para a política operativa, o que sugere que a metodologia proposta possa ser utilizada como uma ferramenta de análise rápida para o problema da operação.

Apesar de serem utilizadas as séries históricas no desenvolvimento deste trabalho, o modelo

apresentado permite a obtenção da política ótima de planejamento utilizando modelos diversos de geração de série hidrológicas, isto porque o modelo computacional para o cálculo da política não é acoplado ao modelo estocástico de geração de séries sintéticas. Pode-se utilizar, por exemplo, o modelo PAR, adotado no NEWAVE, ou mesmo outro modelo de geração de séries sintéticas, tais como o PARMA, ou ainda modelos que utilizam técnicas inteligentes como redes neurais e lógica *fuzzy*, dentre outros.

## 8.2 Trabalhos Futuros

O esforço computacional requerido para a resolução do problema é alto devido ao número de combinações de estados a serem avaliados durante a dinâmica da PDE. Desta forma, com a utilização de técnicas de discretização eficiente, o tempo computacional requerido poderia ser reduzido, viabilizando inclusive a representação de mais de quatro subsistemas de energia no planejamento eletroenergético por meio da PDE.

Como mencionado no trabalho, não foi considerada a interdependência temporal das afluições e seria importante a realização de estudos de forma a compor um modelo de cálculo de política operativa que considere a tendência hidrológica como variável de estado, tal como é feito para a energia armazenada. Os primeiros estudos que podem ser realizados são relativos à utilização de técnicas de *clusterização* dos cenários de afluição, em que as séries são classificadas e agrupadas em conjuntos com maior representatividade e, conseqüentemente, seriam agregadas ao processo mais informações a respeito da estocasticidade das afluições.

Uma extensão natural deste trabalho é a utilização de um maior número de processadores, que pode ser feito através de uma arquitetura *beowulf*, contemplando um conjunto de computadores pessoais, ou mesmo utilizando um *cluster* dedicado. Pode-se ainda utilizar uma outra metodologia de paralelização conhecida como ‘*cloud computing*’, que é a utilização de servidores dedicados disponibilizados através da internet. Neste contexto de paralelização, tem-se que os diversos PPL’s foram distribuídos entre os núcleos sem critério científico. Como o tempo de resolução de cada PPL não é constante e depende da característica do mesmo, tornaria-se importante fazer um melhor uso dos processadores através de uma distribuição eficiente de processos entre os núcleos de forma minimizar o desequilíbrio decorrente e, conseqüentemente, obter um fator de aceleração ainda mais linear.

Analisando a estratégia de paralelização, o algoritmo apresentou uma granularidade grossa,

sendo altamente paralelizável. Porém, a etapa de interpolação sobre os hiperplanos tem custo computacional considerável e poderia ser paralelizada utilizando-se de granularidade fina. Assim, propõe-se a paralelização do algoritmo de interpolação utilizando unidades de processamento gráfico (GPU's), com a utilização de CUDA ou OpenCL para um modelo híbrido de computação paralelo, utilizando conjuntamente as CPU's e as GPU's disponíveis, proporcionando computação de alto desempenho em computadores pessoais.

Uma linha de desenvolvimento acerca da metodologia proposta é sua utilização como ferramenta para uso no planejamento, como cálculo de garantia física e cronograma de realização de obras. Isto porque, como foi apresentado anteriormente, para um número pequeno de discretizações de armazenamento e, conseqüentemente baixo esforço computacional, é possível obter aproximações razoáveis para a operação do sistema. Assim, poderia-se utilizar, de forma automatizada, baixos valores de discretizaç para aproximações iniciais e números de discretização mais altos para o refinamento do resultado e maior precisão no cálculo de expansões ótimas.

Em relação à modelagem utilizada para a resolução do problema, verifica-se que ela se encontra aderente à modelagem utilizada pelo modelo NEWAVE, pois os resultados obtidos por ambos os modelos (NEWAVE e Fast-PDE-ConvexHull) encontraram-se numericamente próximos. Porém, pretende-se incorporar à plataforma em desenvolvimento ainda mais algumas funcionalidades que são existentes no modelo NEWAVE e podem ser importantes no estudo, como, por exemplo:

- curva de aversão ao risco
- cargas adicionais
- racionamento preventivo
- utilização de séries sintéticas

A representação dos diversos patamares de carga já está implementada na modelagem, porém, mais testes são necessários para validar a metodologia.

## *Referências Bibliográficas*

- ANEEL. *Site oficial da Agência Nacional de Energia Elétrica*. 2011. [Http://www.aneel.gov.br](http://www.aneel.gov.br). Acessado em janeiro de 2011.
- ARVANITIDIS, N. V.; ROSING, J. Optimal operation of multireservoir systems using a composite representation. n. 2, p. 327–335, 1970.
- BARBER, C. B.; DOBKIN, D. P.; HUHDANPAA, H. The quickhull algorithm for convex hulls. *ACM Transactions on Mathematical Software*, v. 22, n. 4, p. 469–483, 1996. ISSN 00983500.
- BELLMAN, R. E. *Dynamic Programming*. [S.l.]: Princeton University Press, 1957.
- BERTSEKAS, D. P. *Dynamic Programming and Optimal Control*. 3rd. ed. [S.l.]: Athena Scientific, 2007. ISBN 1886529086.
- BORWEIN, J.; LEWIS, A. S. *Convex Analysis and Nonlinear Optimization: Theory and Examples*. 1. ed. [S.l.]: Springer, 2000. ISBN 0387989404.
- CEPEL. *Manual de Referência — Modelo NEWAVE*. Rio de Janeiro, 2001.
- CEPEL. *Manual de Referência do Programa SUIISHI-O 6.10 ? Modelo de Simulação à Usinas Individualizadas para Subsistemas Hidrotérmicos Interligados*. Rio de Janeiro, 2007. Relatório Técnico DP/DEA 51566/07 e 51572/07.
- CEPEL. *Manual do Usuário - Programa NEWAVE*. Rio de Janeiro, 2009. Versão 15.
- CERVELLERA, C.; CHEN, V.; WEN, A. *Optimization of a large-scale water reservoir network by stochastic dynamic programming with efficient state space discretization [An article from: European Journal of Operational Research]*. [S.l.]: Elsevier, 2006.
- CICOGNA, M. A. *Sistema de Suporte a Decisão para o Planejamento e a Programação da Operação de Sistemas de Energia Elétrica*. Tese (Doutorado) — Unicamp, Campinas, SP, 2003.
- CLP. *COIN-OR Linear Program Solver*. 2011. [Http://www.coin-or.org](http://www.coin-or.org).
- CUNHA, S.; PRADO, S.; COSTA, J. Modelagem da produtividade variável de usinas hidrelétricas com base na construção de uma função de produção energética. *Simpósio Brasileiro de Recursos Hídricos, ABRH*, p. 391–397, Nov 1997.
- DIAS, B. H. *Programação Dinâmica Estocástica e Algoritmo de Fechos Convexos no Planejamento da Operação de Sistemas Hidrotérmicos*. Tese (Doutorado) — PUC-Rio, Rio de Janeiro, 2010.
- DIAS, B. H.; MARCATO, A. L. M.; SOUZA, R. C.; SOARES, M. P.; JR, I. C. S.; OLIVEIRA, E. J.; BRANDI, R. B. S.; RAMOS, T. P. Dynamic programming applied to hydrothermal power systems operation planning based on the convex hull algorithm. *Mathematical Problems in Engineering*, v. 2010, p. 1–20, 2010.

- DINIZ, A. L. Processo iterativo de construção da função de produção das usinas hidroelétricas para o problema de coordenação hidrotérmica. In: *XX Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica*. Recife, PE: [s.n.], 2009.
- DINIZ, A. L.; MACEIRA, M. E. P. A four-dimensional model of hydro generation for the short-term hydrothermal dispatch problem considering head and spillage effects. v. 23, n. 3, p. 1298–1308, 2008.
- DUARTE, V. S. *Modelagem da Vazão Mínima Obrigatória em Problemas de Planejamento da Operação de Longo Prazo de Sistemas Hidrotérmicos Interligados*. Dissertação (Mestrado) — UFJF, Juiz de Fora, 2002.
- EPE. *Site oficial da Empresa de Pesquisa Energética*. 2011. [Http://www.epe.gov.br](http://www.epe.gov.br). Acessado em janeiro de 2011.
- FINARDI, E. *Planejamento da Operação de Sistemas Hidrotérmicos Utilizando Computação de Alto Desempenho*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Santa Catarina — UFSC, Florianópolis, 1999.
- FORTUNATO, L. A. M.; NETO, T. A. A.; ALBUQUERQUE, J. C. R.; PEREIRA, M. V. F. *Introdução ao Planejamento da Expansão e Operação de Sistemas de Produção de Energia Elétrica*. Niterói: Universidade Federal Fluminense, 1990.
- FOSTER, I. *Designing and Building Parallel Programs: Concepts and Tools for Parallel Software Engineering*. [S.l.]: Addison Wesley, 1995. ISBN 0201575949.
- GORENSTIN, B. G.; CAMPODONICO, N. M.; COSTA, J. P.; PEREIRA, M. V. F. Stochastic optimization of a hydro-thermal system including network constraints. In: *Proc. Power Industry Computer Application Conf.* [S.l.: s.n.], 1991. p. 127–133.
- GRAMA, A.; KARYPIS, G.; KUMAR, V.; GUPTA, A. *Introduction to Parallel Computing*. 2. ed. [S.l.]: Addison Wesley, 2003. ISBN 0201648652.
- GROPP, W.; LUSK, E.; DOSS, N.; SKJELLUM, A. A high-performance, portable implementation of the MPI message passing interface standard. *Parallel Computing*, v. 22, p. 789–828, set. 1996. ISSN 0167-8191. ACM ID: 244368. Disponível em: <<http://portal.acm.org/citation.cfm?id=244366.244368>>.
- ISON, M.; CAIRE, R. Commercial linear programming solvers and their applications to power system optimization. In: *Power and Energy Society General Meeting - Conversion and Delivery of Electrical Energy in the 21st Century, 2008 IEEE*. [S.l.: s.n.], 2008. p. 1–7. ISBN 1932-5517.
- KELMAN, J.; PEREIRA, M. Critérios de avaliação para modelos de séries hidrológicas. *IV SNPTEE*, 1977.
- MACEIRA, M.; SUANNO, C. *Representação da Variação da Produtibilidade no Algoritmo de Programação Dinâmica Dual Estocástica — Projeto Newave*. Rio de Janeiro, RJ, Março 1995. Relatório Técnico.
- MACEIRA, M.; SUANNO, C. *Representação do Sistema Hidroelétrico, Patamares de Mercado e Evolução da Configuração Hidrotérmica no Modelo Newave*. Rio de Janeiro, RJ, 1995. Relatório Técnico.

MACEIRA, M. E. P.; DAMÁZIO, J. M. Use of the par(p) model in the stochastic dual dynamic programming optimization scheme used in the operation planning of the brazilian hydropower system. *Probability in the Engineering and Informational Sciences*, v. 20, p. 143—156, jan. 2006. ISSN 0269-9648. ACM ID: 1127617. Disponível em: <<http://portal.acm.org/citation.cfm?id=1127608.1127617>>.

MACEIRA, M. E. P.; TERRY, L. A.; COSTA, F. S.; DAMÁZIO, J. M.; MELO, A. C. G. Chain of optimization models for setting the energy dispatch and spot price in the brazilian system. In: *14th Power Systems Computation Conference (PSCC)*. Sevilla - Spain: [s.n.], 2002.

MARCATO, A. L. M. *Representação Híbrida de Sistemas Equivalentes e Individualizados para o Planejamento da Operação de Médio Prazo de Sistemas de Potência de Grande Porte*. Tese (Doutorado) — PUC-Rio, Rio de Janeiro, 2002.

MARCATO, R. *Redistribuição ótima em patamares de carga da geração mensal de usinas hidrelétricas*. Dissertação (Mestrado) — Associação Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada, IMPA, Rio de Janeiro, 2007.

MORAES, L. A. M. *Considerações dos Contratos de Gás natural com Cláusulas Take-or-Pay no Planejamento Energético a Médio Prazo*. Dissertação (Mestrado) — IMPA, Rio de Janeiro, 2007.

NASCENTES, J. C. M. *Influência do Custo do Déficit de Energia nos Preços Spot de Energia Elétrica do Brasil*. Dissertação (Mestrado) — UNICAMP, Campinas, 2002.

NVIDIA. *Site da NVIDIA*. 2011. [Http://www.nvidia.com](http://www.nvidia.com).

ONS. *Site oficial do Operador Nacional do Sistema*. 2011. [Http://www.ons.org.br](http://www.ons.org.br). Acessado em janeiro de 2011.

OPENCL. *OpenCL - The open standard for parallel programming of heterogeneous systems*. 2011. [Http://www.khronos.org/opencl/](http://www.khronos.org/opencl/).

PEREIRA, M. V. F. Optimal stochastic operations scheduling of large hydroelectric systems. In: *International Journal of Electric Power and Energy Systems*. [S.l.: s.n.], 1989. v. 11, n. 5, p. 161–169.

PEREIRA, M. V. F.; PINTO, L. M. V. G. Stochastic optimization of multireservoir hydroelectric system: A decomposition approach. In: *Water Resources Research*. [S.l.: s.n.], 1985. v. 21, n. 6, p. 779–792.

PINTO, R. J.; P., S. A. L. G.; CABRAL, R. N.; COSTA, F. S.; DINIZ, A. L.; MACEIRA, M. E. P. Metodologia para aplicação de processamento distribuído no planejamento de curto prazo da operação hidrotérmica. In: *XI SEPOPE*. Belém: [s.n.], 2009.

QHULL. *Qhull*. 2011. Biblioteca em C++, disponível em <http://www.qhull.org>.

QUINTANA, V.; TORRES, G.; Medina-Palomo, J. Interior-point methods and their applications to power systems: a classification of publications and software codes. *Power Systems, IEEE Transactions on*, v. 15, n. 1, p. 170–176, 2000. ISSN 0885-8950.

ROCHA, J. M. G. *Cluster Beowulf: Aspectos de Projeto e Implementação*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Pará, UFPA, Belém, 2003.

SACCHI, R.; MARQUES, R. F.; CASTRO, R. Possíveis aprimoramentos na formação do pld — preço de liquidação das diferenças no mercado brasileiro. *Workshop Internacional sobre Formação de Preço de Energia Elétrica no Mercado de Curto Prazo*, 2008.

SILVA, E. d. *Formação de Preços em Mercados de Energia Elétrica*. [S.l.]: Sagra Luzzatto, 2001.

SIQUEIRA, T. G. *Comparação entre Diferentes Abordagens de Programação Dinâmica no Planejamento da Operação Energética de Sistemas Hidrotérmicos de Potência*. Tese (Doutorado) — UNICAMP, Campinas, 2009.

Soares Filho, S. Planejamento da operação de sistemas hidrotérmicos. *SBA: Controle e Automação*, v. 1, n. 2, p. 122—131, 1987.

SOUZA, B. B. *Avaliação do Impacto da Representação Explícita de Bacias Hidrográficas Através do Acoplamento Hidráulico no Planejamento da Operação Energética de Médio Prazo*. Dissertação (Mestrado) — COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, 2008.

TERRY, L.; GOMES, F.; PEREIRA, M. *Modelo a Sistema Equivalente — Descrição Geral*. Rio de Janeiro, RJ, 1980. Relatório Técnico.

Vieira Filho, X.; PEREIRA, M. V. F.; GORENSTIN, B. G.; G., M. A. C.; MELLO, J. C. O.; GRANVILLE, S. Playing the odds: Risk management in competitive generation contracts. *CI-GRÉ Conference, Paris*, September 1998.

WILKINSON, B.; ALLEN, M. *Parallel Programming: Techniques and Applications Using Networked Workstations and Parallel Computers*. 2. ed. [S.l.]: Prentice Hall, 2004. ISBN 0131405632.

ZAMBELLI, M. *Planejamento da Operação Energética do Sistema Interligado Nacional Baseado em Modelo de Controle Preditivo*. Tese (Doutorado) — UNICAMP, Campinas, 2009.