

Universidade Federal de Juiz de Fora
Engenharia Elétrica
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

Tales Pulinho Ramos

**Modelagem Híbrida para o Planejamento da Operação de Sistemas
Hidrotérmicos Considerando as Não Linearidades das Usinas Hidráulicas**

Juiz de Fora

2015

Tales Pulinho Ramos

**Modelagem Híbrida para o Planejamento da Operação de Sistemas
Hidrotérmicos Considerando as Não Linearidades das Usinas Hidráulicas**

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Juiz de Fora, na área de concentração em Sistemas de Potência, como requisito parcial para obtenção do título de Doutor em Engenharia Elétrica

Orientador: André Luís Marques Marcato

Coorientador: Ivo Chaves da Silva Júnior

Juiz de Fora

2015

Ficha catalográfica elaborada através do Modelo Latex do CDC da UFJF
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

Ramos, Tales..

Modelagem Híbrida para o Planejamento da Operação de Sistemas Hidrotérmicos Considerando as Não Linearidades das Usinas Hidráulicas / Tales Pulinho Ramos. – 2015.

143 f. : il.

Orientador: André Luís Marques Marcato

Coorientador: Ivo Chaves da Silva Júnior

Tese (Doutorado) – Universidade Federal de Juiz de Fora, Engenharia Elétrica. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, 2015.

1. Palavra-chave. 2. Palavra-chave. 3. Palavra-chave. I. Sobrenome, Nome do orientador, orient. II. Título.

Tales Pulinho Ramos

Modelagem Híbrida para o Planejamento da Operação de Sistemas Hidrotérmicos Considerando as Não Linearidades das Usinas Hidráulicas

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Juiz de Fora, na área de concentração em Sistemas de Potência, como requisito parcial para obtenção do título de Doutor em Engenharia Elétrica

Aprovada em: 23 de fevereiro de 2015

BANCA EXAMINADORA

Professor André Luís Marques Marcato, D.Sc. - Orientador
Universidade Federal de Juiz de Fora

Professor Ivo Chaves da Silva Júnior, D.Sc. - Coorientador
Universidade Federal de Juiz de Fora

Professor Marcos Julio Rider Flores, D.Sc.
Universidade Estadual Paulista - campus de Ilha Solteira

Professor André Luiz Diniz Souto Lima, D.Sc.
Centro de Pesquisas de Energia Elétrica / UERJ

Professor Edimar José de Oliveira D.Sc.
Universidade Federal de Juiz de Fora

Professor João Alberto Passos Filho, D.Sc.
Universidade Federal de Juiz de Fora

Dedico este trabalho à minha família, eterna fonte de amor, carinho e motivação

AGRADECIMENTOS

À Deus que me proporcionou saúde e força para a realização deste trabalho.

Ao orientador, professor e amigo André Luís Marques Marcato pela confiança, orientação, conselhos, apoio, amizade e sobretudo por sempre acreditar em meu potencial.

Ao amigo Rafael Brandi pelas ideias, conselhos e contribuições dadas a esse trabalho.

Aos grandes amigos e companheiros que estiveram comigo durante o curso de pós-graduação, pelas ideias inovadoras, ajuda, companhia e incentivo: Ivo Chaves Júnior, Bruno Dias e João Alberto.

Aos amigos do IFET - Câmpus Juiz de Fora que sempre me apoiaram nessa caminhada dando força e palavras de incentivo.

À queira noiva Stefane, pela companhia, apoio e enorme paciência nessa reta final.

À toda minha família que muito me ajudou nas tomadas decisões e pelos incentivos, em especial aos meus irmãos, Taís e Tiago que sempre estiveram do meu lado dando-me força.

Aos meus pais, Sérgio e Rosemeire, responsáveis pela conquista deste ideal ao me proporcionarem uma formação digna e de qualidade.

Ao LABSPOT (Laboratório de Sistemas de Potência da Faculdade de Engenharia Elétrica), pelo suporte técnico.

À CAPES e ao PPEE pelo apoio financeiro.

À todos que, de alguma forma, contribuíram para a realização deste trabalho.

RESUMO

O Sistema Interligado Nacional (SIN) apresenta cerca de 150 usinas hidráulicas e o planejamento de médio prazo contempla entre 5 e 10 anos de estudo, a representação do sistema à usinas individualizadas faz com que a resolução do problema seja muito custoso computacionalmente. Para isso, o sistema é representado a partir de sistemas equivalentes de energia. Existe um trabalho anterior onde foi realizado a flexibilização da modelagem do sistema, denominada modelagem híbrida, em que parte do sistema é representado através de sistemas equivalentes de energia e outra é representada à usinas individualizadas com a produtividade constante. Desta forma, consegue-se um maior detalhamento nos estudos de médio prazo mantendo a complexidade do sistema em um nível adequado computacionalmente. Este trabalho apresenta a modelagem híbrida entre sistemas equivalentes de energia e à usinas individualizadas, porém, considerando as não linearidades das usinas hidráulicas. As não linearidades das usinas basicamente se dão em relação a variação do nível do reservatório e da vazão defluente (vazão turbinada acrescida da vazão vertida), o que implica diretamente na geração hidráulica. A proposta consiste em modelar a geração hidráulica das usinas (Função de Produção Hidráulica - FPH), que é uma função analítica não linear e não convexa, por uma função linear por partes convexa que represente adequadamente a função de produção hidráulica analítica. Há um trabalho anterior onde a FPH é aproximada por uma função linear por partes em duas etapas, inicialmente a função é aproximada nas dimensões do armazenamento e do turbinamento e, em uma segunda etapa, é adicionado a contribuição do vertimento. Já neste trabalho, a FPH é aproximada por uma função linear por partes obtida em apenas uma etapa para as três dimensões a partir do algoritmo *Convex Hull*. Assim, é possível resolver o problema de médio prazo considerando parte do sistema representado de forma equivalente e outra parte de forma individualizada considerando a variação da geração hidráulica em função do volume armazenado, vazão turbinada e vertida (se houver influência no canal de fuga).

Palavras-chave: Planejamento da Operação de Médio Prazo. Representação Híbrida. Sistemas Equivalentes. Usinas Individualizadas. Função de Produção Hidráulica. Convex Hull. Função Linear por Partes.

ABSTRACT

The National Interconnected Power System (NIPS) presents around 150 hydraulic plants and the medium term planning contemplates between 5 to 10 years of study, the representation of the system to individualized plants makes the problem impracticable in computing; then the system is represented from equivalent systems of energy. There is an alternative of modeling flexibility of the system named hybrid modeling, in which part of the system is represented through equivalent systems of energy and the other is represented to individualized plants with constant productivity. As a consequence, it is obtained greater detail in the long term studies, maintaining the complexity of the system in an adequate level in computing. This paper presents the hybrid modeling between equivalent systems of energy and individualized plants. However, it considers non-linearities on generation of hydraulic plants. The non-linear characteristic on generation function basically comes from the influence of the reservoir level (head term) and the release term (turbinated outflow added to spilled outflow). The suggestion is to model the hydraulic generation of the plants (Hydraulic Production Function - HPF), which is a non-linear and non-convex analytical function, into a convex piecewise linear function that represents appropriately the function of the analytical hydraulic production. It will be described in detail in this paper the technique used to obtain this piecewise linear function by applying the Convex Hull algorithm to guarantee the convexity of this function. To conclude, it is possible to solve the problem of long term considering part of the system represented by equivalent form and the other part in individualized manner considering the variation of the hydraulic generation in relation to the volume stored, turbaned and spilled outflow.

Key-words: Long Term Operation Planning. Hybrid Representation. Equivalent Systems. Individualized Plants. Hydraulic Production Function. Convex Hull. Piecewise Linear Function.

SUMÁRIO

	Lista de Figuras	9
	Lista de Tabelas	12
1	INTRODUÇÃO	15
1.1	CONSIDERAÇÕES INICIAIS	15
1.2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	21
1.3	MOTIVAÇÃO DO TRABALHO	23
1.4	OBJETIVOS DO TRABALHO	24
1.5	PUBLICAÇÃO DECORRENTE DO TRABALHO	25
1.6	ESTRUTURA DA TESE	25
1.7	CONCLUSÃO	25
2	FUNÇÃO DE PRODUÇÃO HIDRÁULICA	27
2.1	CONSIDERAÇÕES INICIAIS	27
2.2	DEFINIÇÃO DA GERAÇÃO HIDRÁULICA	28
2.3	APROXIMAÇÃO DA FUNÇÃO DE PRODUÇÃO HIDRÁULICA	32
2.4	CONCLUSÕES	39
3	MODELAGEM DO SISTEMA	40
3.1	INTRODUÇÃO	40
3.2	MODELAGEM DO SISTEMA INDIVIDUALIZADO	42
3.3	MODELAGEM DO SISTEMA EQUIVALENTE	47
3.4	CONCLUSÃO	51
4	MODELAGEM PROPOSTA	52
4.1	INTRODUÇÃO	52
4.2	ACOPLAMENTO HIDRÁULICO ENTRE SISTEMAS EQUIVALENTES	53
4.3	ACOPLAMENTO ENTRE SISTEMAS EQUIVALENTES À MONTANTE E USINAS INDIVIDUALIZADAS À JUSANTE	60
4.4	ACOPLAMENTO ENTRE USINAS INDIVIDUALIZADAS À MONTANTE E SISTEMAS EQUIVALENTES À JUSANTE	63
4.5	TUTORIAL	66
4.6	CONCLUSÃO	89
5	RESULTADOS	90
5.1	INTRODUÇÃO	90

5.2	CONSIDERAÇÕES INICIAIS	90
5.3	TEMPOS DE PROCESSAMENTO	94
5.4	RESULTADOS GLOBAIS	95
5.5	COMPARAÇÃO SUDESTE INDIVIDUALIZADO PROD. EQUIVALENTE VS. FPH	99
6	CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS	114
6.1	CONSIDERAÇÕES FINAIS	114
6.2	CONCLUSÕES	114
6.3	TRABALHOS FUTUROS	116
	REFERÊNCIAS	118
	ANEXO A – SISTEMAS EQUIVALENTES DE ENERGIA .	122
A.1	CONSIDERAÇÕES INICIAIS	122
A.2	REPRESENTAÇÃO POR SISTEMAS EQUIVALENTES DE ENERGIA	122

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Complementaridade Anual das Diversas Fontes de Geração.	16
Figura 2 – Representação do Sistema.	17
Figura 3 – Complementaridade Anual das Diversas Fontes de Geração.	17
Figura 4 – Dilema do Operador.	18
Figura 5 – Função de custo imediato, custo futuro e custo total.	19
Figura 6 – Modelagem do Sistema Hidrotérmico no Planejamento da Operação. .	20
Figura 7 – Representação de uma Usina Hidrelétrica	27
Figura 8 – Cota montante da UHE Tucuruí.	31
Figura 9 – Cota jusante da UHE Tucuruí.	31
Figura 10 – Região Convexa de Solução.	33
Figura 11 – Aproximação Tangente.	34
Figura 12 – Aproximação Secante.	34
Figura 13 – Região de Solução Viável do PL.	35
Figura 14 – Exemplo de discretização da função analítica.	37
Figura 15 – Exemplo da aproximação <i>Convex Hull</i>	38
Figura 16 – Exemplo da região de viável de solução obtida da aproximação realizada pelo <i>Convex Hull</i>	38
Figura 17 – Exemplo Esquemático de um Sistema Equivalente à Montante Conec- tado Hidraulicamente à Outros Sistemas Equivalentes ou Não	61
Figura 18 – Exemplo Esquemático de um Sistema à Usinas Individualizadas à Mon- tante Conectado Hidraulicamente a Outros Sistemas à Usinas Individu- alizadas ou Não	64
Figura 19 – FPH aproximada da UHE Furnas	67
Figura 20 – FPH aproximada da UHE Barra Bonita	67
Figura 21 – Erro percentual da UHE Barra Bonita	73
Figura 22 – Sistema Tutorial (parte da Bacia do Paraná)	74
Figura 23 – Sistema Tutorial Utilizando Representação à Sistemas Equivalentes . .	77
Figura 24 – Sistema Tutorial com o Sistema de Montante Equivalente e o Sistema de Jusante à Usinas Individualizadas	79
Figura 25 – Sistema Tutorial com o Sistema de Montante à Usinas Individualizadas e o Sistema de Jusante Equivalente	80
Figura 26 – Custo Médio das Simulações	81
Figura 27 – Energia Armazenada Média Mensal da Simulação	82
Figura 28 – Geração Hidráulica Média Mensal da Simulação	83
Figura 29 – Geração Térmica Média Mensal da Simulação	83
Figura 30 – CMO Médio Mensal da Simulação	84
Figura 31 – Energia Armazenada para as Diversas Configurações de Acoplamento (FPH) - Sistema Completo	84

Figura 32 – Energia Armazenada para as Diversas Configurações de Acoplamento (FPH) - Sistema 1	85
Figura 33 – Energia Armazenada para as Diversas Configurações de Acoplamento (FPH) - Sistema 2	85
Figura 34 – Geração Hidráulica para as Diversas Configurações de Acoplamento (FPH) - Sistema Completo	86
Figura 35 – Geração Hidráulica para as Diversas Configurações de Acoplamento (FPH) - Sistema 1	86
Figura 36 – Geração Hidráulica para as Diversas Configurações de Acoplamento (FPH) - Sistema 2	86
Figura 37 – Geração Térmica para as Diversas Configurações de Acoplamento (FPH) - Sistema Completo	87
Figura 38 – Geração Térmica para as Diversas Configurações de Acoplamento (FPH) - Sistema 1	87
Figura 39 – Geração Térmica para as Diversas Configurações de Acoplamento (FPH) - Sistema 2	88
Figura 40 – Variação da Produtibilidade da Usina Nova Ponte	88
Figura 41 – Variação da Produtibilidade da Usina São Simão	89
Figura 42 – Representação dos Subsistemas por Usinas Fictícias	91
Figura 43 – Acoplamento entre Sul e Sudeste	91
Figura 44 – Acoplamento entre Sudeste e Nordeste	92
Figura 45 – Acoplamento entre Sudeste e Norte	92
Figura 46 – Tempo Computacional	95
Figura 47 – Custo das Simulações	96
Figura 48 – Energia Armazenada das Simulações	97
Figura 49 – Geração Hidráulica das Simulações	97
Figura 50 – Geração Térmica das Simulações	98
Figura 51 – Déficit das Simulações	98
Figura 52 – Custo Marginal de Operação das Simulações	99
Figura 53 – Energia Armazenada do SIN (Prod_Eqv vs. FPH)	100
Figura 54 – Energia Armazenada do Subsistema SE (Prod_Eqv vs. FPH)	100
Figura 55 – Energia Armazenada do Subsistema S (Prod_Eqv vs. FPH)	101
Figura 56 – Energia Armazenada do Subsistema NE (Prod_Eqv vs. FPH)	101
Figura 57 – Energia Armazenada do Subsistema N (Prod_Eqv vs. FPH)	101
Figura 58 – Geração Hidráulica do SIN (Prod_Eqv vs. FPH)	102
Figura 59 – Geração Hidráulica do Subsistema SE (Prod_Eqv vs. FPH)	103
Figura 60 – Geração Hidráulica do Subsistema S (Prod_Eqv vs. FPH)	103
Figura 61 – Geração Hidráulica do Subsistema NE (Prod_Eqv vs. FPH)	103
Figura 62 – Geração Hidráulica do Subsistema N (Prod_Eqv vs. FPH)	104

Figura 63 – Geração Térmica do SIN (Prod_Eqv vs. FPH)	104
Figura 64 – Geração Térmica do Subsistema SE (Prod_Eqv vs. FPH)	105
Figura 65 – Geração Térmica do Subsistema S (Prod_Eqv vs. FPH)	105
Figura 66 – Geração Térmica do Subsistema NE (Prod_Eqv vs. FPH)	105
Figura 67 – Geração Térmica do Subsistema N (Prod_Eqv vs. FPH)	106
Figura 68 – Déficit do SIN (Prod_Eqv vs. FPH)	106
Figura 69 – Déficit do Subsistema SE (Prod_Eqv vs. FPH)	107
Figura 70 – Déficit do Subsistema S (Prod_Eqv vs. FPH)	107
Figura 71 – Déficit do Subsistema NE (Prod_Eqv vs. FPH)	107
Figura 72 – Déficit do Subsistema N (Prod_Eqv vs. FPH)	108
Figura 73 – CMO do SIN (Prod_Eqv vs. FPH)	108
Figura 74 – CMO do Subsistema SE (Prod_Eqv vs. FPH)	109
Figura 75 – CMO do Subsistema S (Prod_Eqv vs. FPH)	109
Figura 76 – CMO do Subsistema NE (Prod_Eqv vs. FPH)	109
Figura 77 – CMO do Subsistema N (Prod_Eqv vs. FPH)	110
Figura 78 – Energia Armazenada - Série Pessimista (Prod_Eqv vs. FPH)	110
Figura 79 – Geração Hidráulica - Série Pessimista (Prod_Eqv vs. FPH)	111
Figura 80 – Geração Térmica - Série Pessimista (Prod_Eqv vs. FPH)	111
Figura 81 – Déficit - Série Pessimista (Prod_Eqv vs. FPH)	111
Figura 82 – Energia Armazenada - Série Otimista (Prod_Eqv vs. FPH)	112
Figura 83 – Geração Hidráulica - Série Otimista (Prod_Eqv vs. FPH)	112
Figura 84 – Geração Térmica - Série Otimista (Prod_Eqv vs. FPH)	113
Figura 85 – Variação da produtividade de Furnas	113
Figura 86 – Relação entre a altura de queda efetiva, engolimento máximo e potência nominal do conjunto turbina-gerador.	127
Figura 87 – Relação entre Energia Controlável e Energia Afluente.	136
Figura 88 – Parábolas de Correção	140

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Resumo da Evolução da Matriz de Energia Elétrica.	15
Tabela 2 – Erro Cometido pela aproximação da FPH.	68
Tabela 3 – Dados de Mercado	74
Tabela 4 – Dados das Usinas Hidrelétricas	75
Tabela 5 – Polinômios Cota Volume	75
Tabela 6 – Dados do Canal de Fuga, Produtibilidade Específica Perda Hidráulica .	76
Tabela 7 – Dados Geração Térmica	76
Tabela 8 – Parâmetros Calculados para as Usinas Hidrelétricas	77
Tabela 9 – Relação das variáveis das usinas individualizadas com o sistema equiva- lente de energia.	122

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

CAR	Curva de Aversão a Risco
CEPEL	Centro de Pesquisas de Energia Elétrica
CMO	Custo Marginal de Operação
CO	Centro Oeste
CVaR	Valor Condicionado a um Dado Risco
ENA	Energia Natural Afluente
EOL	Energia Eólica
EPE	Empresa de Pesquisa Energética
FCF	Função de Custo Futuro
FPH	Função de Produção Hidráulica
FPHA	Função de Produção Hidráulica Aproximada
GH	Geração Hidráulica
IP	Indisponibilidade Programada
N	Norte
NE	Nordeste
MLT	Média de Longo Termo
MME	Ministério de Minas e Energia
ONS	Operador Nacional do Sistema Elétrico
PAR(p)	Modelo Periódico Autorregressivo de ordem p
PCH	Pequena Central Hidrelétrica
PCT	Pequena Central Termelétrica
PDDD	Programação Dinâmica Dual Determinística
PDDE	Programação Dinâmica Dual Estocástica
PDE	Programação Dinâmica Estocástica
PL	Programação Linear

PNL	Programação Não Linear
SE	Sudeste
SEB	Setor Elétrico Brasileiro
SIN	Sistema Interligado Nacional
TEIF	Taxa Equivalente de Indisponibilidade Forçada
UHE	Usina Hidrelétrica
UTE	Usina Termelétrica

1 INTRODUÇÃO

1.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

A produção de energia elétrica no Brasil é baseada em Usina Hidrelétrica (UHE) e Usina Termoelétrica (UTE), caracterizando um sistema hidrotérmico de grande porte e com forte predominância das UHE's. As outras fontes de energia, como as alternativas e Pequenas Centrais Hidrelétricas (PCH's), são utilizadas como complemento energético, agregando confiabilidade e reduzindo custo do sistema. Com as crescentes demandas de energia elétrica nas mais diversas áreas, torna-se necessária a expansão da oferta de geração de energia elétrica.

Tabela 1 – Resumo da Evolução da Matriz de Energia Elétrica.

TIPO	2012		2017		Crescimento 2012-2017	
	MW	%	MW	%	MW	%
Hidráulica (1)	89.521	77,9	107.491	73,8	17.970	20,1
Nuclear	1.990	1,7	1.990	1,4	0	0,0
Gás/GNL	9.808	8,5	13.054	9,0	3.246	33,1
Carvão	2.125	1,9	3.210	2,2	1.085	51,1
Biomassa	4.948	4,3	5.875	4,0	927	18,7
Outros (2)	749	0,7	749	0,5	0	0,0
Óleo Combustível/Diesel	4.048	3,5	4.821	3,3	773	19,1
Eólica	1.762	1,5	8.477	5,8	6.715	381,1
Total	114.951	100,0	145.667	100,0	30.716	26,7

O governo brasileiro tem incentivado a construção de empreendimentos para produção de energia elétrica que utilizem fontes alternativas à hídrica, Tabela 1 (Fonte: [1]), com o objetivo de reduzir os impactos ambientais negativos à promoção de desenvolvimento sustentável e a diminuição de riscos hidrológicos no suprimento de energia elétrica do país.

As fontes alternativas de energia elétrica apresentam uma característica interessante com relação à complementaridade da oferta de energia. As fontes alternativas, como biomassa e eólica, apresentam maior disponibilidade exatamente no período seco do Sistema Interligado Nacional (SIN), sendo, portanto, complementares à oferta hídrica, ou seja, fontes que desempenham o papel de “reservatórios virtuais”, exatamente no período seco. Desta forma, a diversificação da produção de energia ao longo do ano permite reduzir o efeito da sazonalidade da oferta hídrica como mostra a Figura 1 (Fonte: [1]). Porém as usinas térmicas, flexíveis ou não, também desempenham papel importante na segurança operativa do SIN, pois são despachadas com a finalidade de garantir os estoques de água nos reservatórios durante o período seco, proporcionando maior segurança ao sistema [1].

O Brasil possui uma vantagem estratégica em relação a maioria dos outros países quando se refere a diferentes alternativas energéticas, que é o armazenamento do excedente (ou *Storage*) que pode ser realizado diretamente nos reservatórios das usinas hidrelétricas.

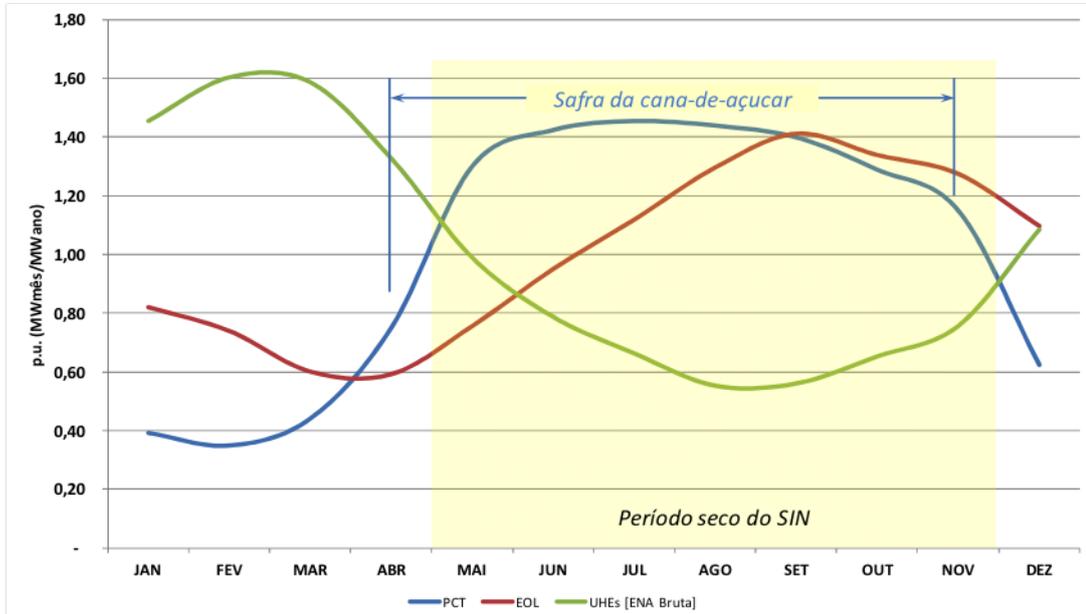


Figura 1 – Complementaridade Anual das Diversas Fontes de Geração.

O SIN apresenta uma grande predominância de usinas hidrelétricas, conseqüentemente, o sistema é fortemente dependente das afluências futuras que ocorrem de forma estocástica. Assim, é necessário realizar o planejamento da operação a fim de minimizar o valor esperado do custo total de operação no período de planejamento considerado, atendendo à demanda dentro de um limite preestabelecido de confiabilidade, com certo grau de risco, mesmo em situações hidrológicas desfavoráveis, através da redução e priorização do consumo de combustíveis [2].

As usinas hidrelétricas geralmente são construídas distantes dos centros de carga, pois é necessário que existam condições favoráveis para a construção da usina como: vazão de água do rio e altura de queda da água, além de ser necessário uma grande área de alagamento para os reservatórios. Para isso, tornou-se necessária a construção de extensas linhas de transmissão, permitindo a troca de energia entre as regiões do país. A Figura 2 mostra a divisão do SIN em subsistemas ou sistemas equivalentes de energia.

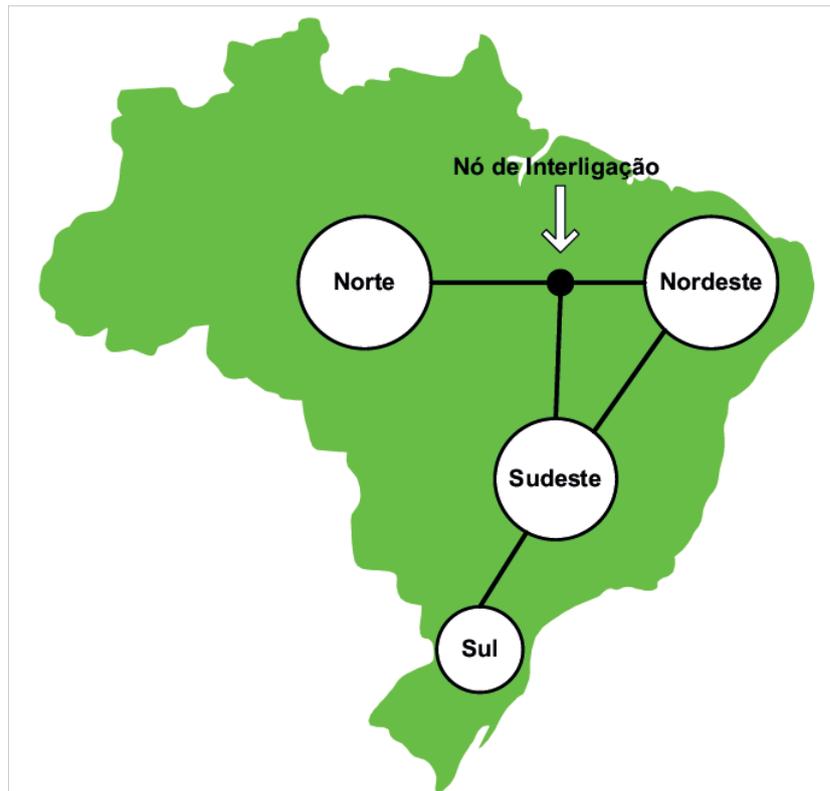


Figura 2 – Representação do Sistema.

A interconexão entre os subsistemas também permite obter vantagens da diversidade hidrológica entre as diversas bacias hidrográficas, visto que estas apresentam regimes hidrológicos complementares, como apresentado na Figura 3 (Fonte: [3]).

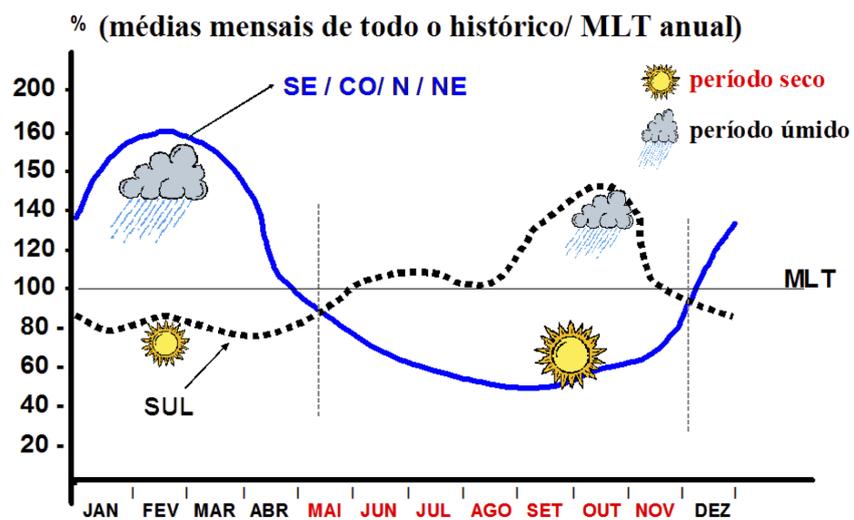


Figura 3 – Complementaridade Anual das Diversas Fontes de Geração.

Os sistemas hídricos com complementaridade térmica possuem características bem distintas dos sistemas puramente térmicos, dentre as quais se destacam [4, 5]:

- Estocasticidade: relacionada com a incerteza em relação às afluências futuras, que se tornam mais significativas quanto maior for o horizonte do planejamento.
- Acoplamento espacial da operação: a construção de usinas hidráulicas em cascata, ou seja, no leito de um mesmo rio, faz com que a operação de uma usina à montante interfira na operação das usinas à jusante [6], diferentemente das usinas térmicas que apresentam a operação independente.
- Acoplamento temporal da operação: a decisão da utilização dos recursos hídricos em um mês pode ocasionar efeitos indesejados nos meses subsequentes, tais como o não suprimento da carga (déficit) ou mesmo o vertimento de água dos reservatórios, que representa um desperdício de energia.

A operação do sistema é realizada em função dos níveis dos reservatórios das usinas e das afluências futuras às usinas. Sabe-se que existe um limite máximo de armazenamento nos reservatórios e as afluências são desconhecidas; portanto, a decisão de operação no presente deve ser em função da consequência que esta operação presente causará no futuro.

Nesse processo de decisão há relação entre a decisão tomada em um período qualquer e sua consequência futura. Caso se decida, no presente, utilizar mais água estocada nos reservatórios (decisão que garante uma operação menos onerosa no presente) e futuramente uma baixa afluência vier a acontecer, provavelmente será necessária a utilização de geração térmica para que se possa garantir o atendimento da demanda e, ainda assim haverá elevado risco de não atendimento à demanda de energia.

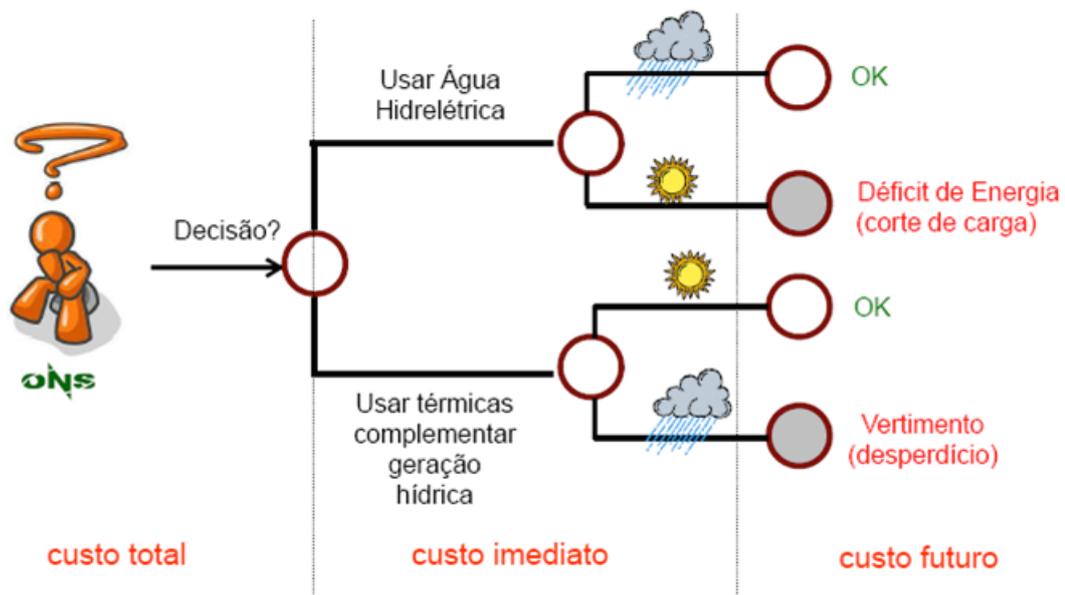


Figura 4 – Dilema do Operador.

Caso contrário, se os níveis dos reservatórios forem mantidos elevados, usando geração térmica preventiva no presente, e viessem ocorrer altas afluências, haverá vertimento de energia no sistema. Essa situação exemplifica a consequência do acoplamento temporal na operação do sistema, também conhecida como “dilema do operador” ilustrada na Figura 4 (Fonte: [3]). Esse processo decisório faz com que o custo de operação seja composto pelo custo presente mais o custo futuro. Na Figura 5 (Fonte: [3]) podem ser observadas as curvas que representam o custo imediato, futuro e total, em função do nível de armazenamento final de um determinado estágio. Assim, pode-se explicar o porquê de apesar do custo da água ser considerado igual a zero, a sua utilização ou não em um determinado período resulta em custo futuro associado a essa decisão.

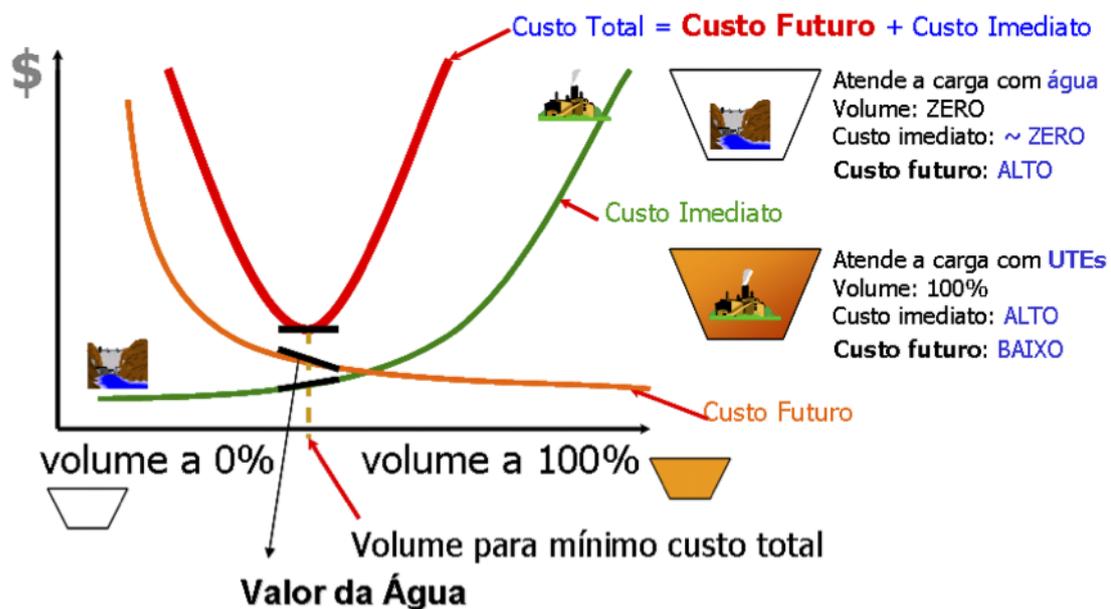


Figura 5 – Função de custo imediato, custo futuro e custo total.

Logo, a operação do SIN deve ser realizada de forma coordenada a fim de minimizar o custo total de operação levando em conta a interdependência operativa entre as usinas, a interconexão dos sistemas elétricos e a estocasticidade das afluências.

O problema como um todo é complexo e de difícil solução, visto que há restrições de utilização das usinas térmicas, não linearidades na função de produção das usinas hidrelétricas, interdependência operativa entre as usinas hidrelétricas, além da incerteza relacionada às afluências. Por isso, o problema é subdividido em várias etapas com diferentes horizontes de estudo e por meio de uma cadeia de modelos acoplados procura-se equilibrar a representação da estocasticidade das afluências e a representação detalhada do sistema através de níveis de detalhamento diferenciados para cada horizonte de estudo.

Inicialmente, divide-se o problema em Planejamento da Expansão e Planejamento de Operação. Na expansão, são considerados horizontes mais longos, como por exemplo,

10, 20 ou até 30 anos. Já no planejamento da operação são representados horizontes mais curtos, indo desde a programação diária até o planejamento de médio prazo, com um horizonte de 5 anos [7, 8]. As diversas etapas do planejamento da operação são representadas na Figura 6 (Fonte: [3], adaptado pelo autor).



Figura 6 – Modelagem do Sistema Hidrotérmico no Planejamento da Operação.

Cada uma das etapas será descrita a seguir [4]:

- Planejamento da operação de médio prazo: (horizonte de estudo de até cinco anos, discretização mensal). A estocasticidade das afluências apresenta uma representação detalhada e as usinas hidrelétricas que compõem cada sistema são representadas de forma agregada (sistemas equivalentes). Assim, as não linearidades são representadas de forma indireta através de parábolas de correção. Além disso, os subsistemas podem trocar energia entre si até um limite máximo de intercâmbio. Desta etapa resulta uma função multivariada que define o valor econômico da energia armazenada em função dos níveis de armazenamento e afluências aos meses passados, chamada Função de Custo Futuro (FCF).
- Planejamento da operação de curto prazo: (horizonte de estudo de alguns meses e discretização mensal, sendo possível discretizar o mês inicial em estágios semanais). A incerteza relacionada às afluências aos reservatórios é representada através de uma árvore de vazões, porém no primeiro mês as vazões são determinísticas. Nessa etapa, as usinas são representadas de forma individualizada. O objetivo é, a partir da função de custo futuro gerada pelo modelo de médio prazo em um estágio que coincida com o final do horizonte do modelo de curto prazo, gerar uma função que retrate o valor econômico da água armazenada nos reservatórios em função dos níveis de armazenamento dos reservatórios.
- Programação diária da operação: (o horizonte é de apenas alguns dias, discretizados em etapas horárias ou de meia em meia hora). Nesta etapa, a incerteza das vazões

não é representada. Em contrapartida, o parque hidrotérmico é representado de forma detalhada, levando-se em conta as restrições relativas às máquinas e turbinas, tais como: tomada e alívio de carga, faixas operativas das turbinas, etc. A rede de transmissão é representada com precisão. A FCF gerada pelo modelo de curto prazo no estágio que coincide com o último estágio no modelo de programação diária é utilizada para definir a meta de geração de cada unidade geradora.

Atualmente, os modelos adotados oficialmente pelo setor elétrico brasileiro são [9]:

- DESSEM-PAT (ainda em validação): modelo utilizado para a programação diária da operação;
- DECOMP: modelo utilizado para o planejamento de curto prazo;
- NEWAVE e SUISHI-O: modelos utilizados para o planejamento de médio prazo.

Estes modelos foram desenvolvidos pelo Centro de Pesquisas de Energia Elétrica (CEPEL) e são utilizados oficialmente pelo Setor Elétrico Brasileiro (SEB).

1.2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

O modelo de planejamento de médio prazo vem sofrendo mudanças ao longo do tempo. Entre os anos de 1974 e 1978 utilizava-se um modelo de curva guia baseada na pior série de afluência ocorrida no histórico de vazões. Em 1977, a Eletrobrás e o CEPEL apresentaram um novo modelo baseado na Programação Dinâmica Estocástica (PDE), onde passou a ser adotado em 1979 como o modelo oficial para o planejamento da operação de médio prazo. Nesse momento, o sistema elétrico brasileiro era operado de forma isolada, logo, não havia intercâmbio de energia entre as regiões do país e o sistema era modelado utilizando a técnica de sistemas equivalentes de energia [6].

Com a ampliação do sistema e a interligação das regiões através das linhas de transmissão ocorrida ao longo dos anos, houve a necessidade de representar o sistema subdividido em vários subsistemas. A agregação de todo o SIN em apenas um sistema equivalente de energia não era suficiente para obtenção de uma política operativa satisfatória. Com o aumento das variáveis de estado devido a divisão do sistema em subsistemas, a PDE tornou-se insuficiente para realizar o cálculo da política operativa devido ao problema da “maldição da dimensionalidade”, em que a complexidade do problema cresce exponencialmente com o aumento do número de variáveis de estado.

Para contornar essa questão foi proposta em 1985 a Programação Dinâmica Dual Estocástica (PDDE) [10, 11] que é baseada na técnica de Decomposição de Benders [12], fazendo com que não haja a necessidade da discretização do espaço de estados, tal como

na PDE. Com isso, o esforço computacional é reduzido de forma significativa e possibilita a utilização de mais reservatórios equivalentes.

Atualmente, a PDDE é a metodologia utilizada pelos modelos homologados DECOMP e NEWAVE, desenvolvidos pelo CEPEL, utilizados na programação da operação do SIN. No modelo NEWAVE aplica-se a PDDE proposta por Pereira e Pinto [13], porém o modelo DECOMP é resolvido por meio de Nested Benders Decomposition, ou seja, resolve o problema de “árvore completa” [14, 15]. Para representar as incertezas em relação às afluências, são gerados cenários sintéticos de afluência com base no histórico de vazões e, o principal modelo utilizado é o PAR(p) [16, 17].

No ano 2000, a possibilidade de haver um acoplamento hidráulico entre os subsistemas foi desenvolvido por Mércio [18], desta forma, existia a possibilidade de representar os sistemas equivalentes acoplados hidraulicamente. Marcato [4] estendeu a abordagem do acoplamento hidráulico considerando sistemas híbridos, constituídos por subsistemas que podem ser representados de forma equivalente acoplado à subsistemas representados por usinas individualizadas aplicados à PDDE considerando a tendência hidrológica a partir de um modelo Periódico Autorregressivo de ordem p (PAR(p)). Vasconcelos [19] apresentou um aprimoramento no cálculo do peso utilizado nas parcelas de acoplamento hidráulico para que os resultados de geração hidráulica dos subsistemas fiquem o mais próximo possível da operação real.

Em 2004, a Lei 10.848 instituiu a Curva de Aversão a Risco (CAR) onde se estabelece os requisitos de energia armazenada, em base mensal, adotados como referência de segurança para o atendimento do SIN, utilizando recursos energéticos de custos mais elevados, de forma a preservar a segurança do atendimento à carga. Estudos sobre medidas de risco continuaram a ser realizados. Em 2009, o ONS em cooperação técnica com o Georgia Institute of Technology, propuseram a metodologia de aversão a risco denominada Valor Condicionado a um Dado Risco (CVaR) [20]. Alguns trabalhos foram realizados nessa linha [21, 22, 23, 24, 25, 26].

No planejamento da operação de médio prazo, onde o horizonte de estudo são de cinco anos discretizados em base mensal, o objetivo é fornecer informações para o planejamento da operação de curto prazo através da função de custo futuro. Assim, os modelos de médio prazo consideram a representação das características da estocasticidade das afluências de maneira mais detalhada que a representação do sistema. Para isso, são utilizados reservatórios equivalentes de energia para simplificar o modelo de cálculo da política operativa [27].

Em Cunha [28] foi abordado o conceito de Função de Produção Hidráulica, onde foi apresentado que a variação da produtividade das usinas hidráulicas permite uma melhoria na modelagem do problema da operação de curto prazo. Neste trabalho foi proposto um modelo linear por partes que representa a variação da produtividade da usina em função

do armazenamento e da defluência total (soma do turbinamento e do vertimento).

Em Diniz e Maceira [29] foi apresentada uma evolução do trabalho [28], onde a vazão vertida é representada de forma explícita na formulação da Função de Produção Hidráulica (FPH). A FPH aproximada é obtida por envoltórias côncavas à FPH analítica. Inicialmente realiza-se uma aproximação que depende do volume armazenado e da vazão turbinada. Em seguida, determina-se um fator multiplicativo à FPH aproximada a partir da minimização do erro médio quadrático e por fim é realizada uma aproximação secante para a vazão vertida que é adicionada à formulação da FPH inicialmente aproximada. Kelman e Timant [30] destaca a importância da consideração da variabilidade da função de produção hidráulica das usinas.

Em dos Santos e Diniz [31] é apresentada a evolução dos modelos DECOMP e DESSEM em relação à modelagem da FPH proposta em [29], onde a FPH é introduzida dinamicamente, uma outra abordagem dinâmica foi apresentada em [32]. Com isso, há uma redução considerável do tempo computacional, e além disso, a FPH pode ser melhor representada no problema, visto que há um processo iterativo de refinamento da solução. Ennes e Diniz [33] propõe a aplicação da aproximação linear por partes dinâmica para a representação da função de custo quadrático das usinas térmicas no planejamento curto prazo.

Em Thomé [34] é proposta uma metodologia que utiliza a técnica de Relaxação Lagrangeana para a convexificação da FCF's e assim, a função de produção hidráulica das usinas pode ser não convexa. Um estudo para avaliar quantitativamente e qualitativamente as diferentes possibilidades de modelagem da FPH foi realizado em Quintero [35], que ainda propôs a utilização de uma FPH não linear que reflete de maneira precisa o comportamento das usinas no planejamento de curto prazo.

1.3 MOTIVAÇÃO DO TRABALHO

No modelo de médio prazo do planejamento da operação energética do SIN as usinas hidráulicas são representadas por sistemas equivalentes de energia. O modelo retorna uma estimativa do montante de geração hidráulica, térmica e déficit para o atendimento à demanda do sistema, além do intercâmbio de energia entre os subsistemas.

O sistema de geração é formado por diversos agentes detentores de empreendimentos, e cada um possui seus próprios objetivos; assim, surge a necessidade de obter soluções mais próximas da operação real do sistema. Isso é possível aprimorando a modelagem do sistema e as técnicas de solução utilizadas para resolver o problema.

Nesse contexto, esse trabalho visa propor ajustes na modelagem do sistema para o planejamento da operação de médio prazo. Um modelo híbrido entre sistemas equivalentes de energia e usinas individualizadas foi proposto por Marcato [4], onde considerou-se a

produtibilidade das usinas hidrelétricas de forma linear (constante), não considerando a variação em função do volume armazenado e da vazão defluente. Como a função de custo futuro contém informações da operação do sistema, um modelo que represente de maneira mais fiel o sistema consegue obter funções de custo futuro com informações mais realistas. Logo, a representação da função de produção hidráulica no problema de planejamento energético de médio prazo traz informações relevantes para a composição da função de custo futuro que será utilizada no modelo de curto prazo.

1.4 OBJETIVOS DO TRABALHO

Esse trabalho incorpora as não linearidades da função de produção hidráulica à representação híbrida de sistemas equivalentes e sistemas à usinas individualizadas para o planejamento da operação de médio prazo até 5 anos. Em Marcato [4] a FPH era modelada a partir de uma constante calculada em função da produtibilidade equivalente a 65% do volume útil. As não linearidades das usinas basicamente se dão em relação a variação do nível do reservatório e da vazão defluente (vazão turbinada somada a vazão vertida), o que implica diretamente na geração hidráulica.

A consideração da FPH original (função não linear) no problema de planejamento energético iria demandar um tempo computacional infactível, o que inviabilizaria a utilização da representação das usinas de forma individualizada. Um passo nessa direção foi dada em Ramos [36], quando foi proposto a representação da FPH não linear através do ajuste de uma função sigmoide para o polinômio cota montante e cota jusante para utilização na simulação final da operação.

A proposta consiste em modelar a geração hidráulica das usinas (FPH), que é uma função analítica não linear e não convexa, por uma função linear por partes convexa que represente adequadamente a função analítica [28, 29], tornando o problema possível de ser resolvido em um tempo viável. A FPH proposta é construída em uma única etapa, considerando variável o número de discretizações do volume armazenado, vazão turbinada e vazão vertida. Através do algoritmo de *Convex Hull*, é possível que cada dimensão tenha um número distinto de discretizações e além disso, os planos obtidos são orientados, o que permite definir adequadamente a região de solução para o problema de programação linear.

O seu principal objetivo é permitir que durante o período de planejamento da operação, ou uma parte dele, uma parcela do parque gerador hidráulico seja representada de forma individualizada considerando a função de produção hidráulica linear por partes. Com isso, a FCF obtida apresenta informações mais precisas em relação ao comportamento das usinas que foram representadas individualizadamente, aumentando assim as informações em relação a consequência futura de uma operação presente.

1.5 PUBLICAÇÃO DECORRENTE DO TRABALHO

RAMOS, T. P., MARCATO, A. L. M., BRANDI, R. B. S., DIAS, B. H., JUNIOR, I. C. S. “*Comparison Between Piecewise Linear and Non-linear Approximations Applied to the Disaggregation of Hydraulic Generation in Long-term Operation Planning*”, *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, aceito para publicação.

REINALDO CASTRO SOUZA, et. al., *Planejamento da operação de sistemas hidrotérmicos no Brasil: geração de cenários e otimização*. Ed. PUC-Rio, 2014.

1.6 ESTRUTURA DA TESE

O Capítulo 2 aborda a questão da Função de Produção Hidráulica (FPH), sua definição e a metodologia proposta para se determinar a FPH aproximada por uma função linear por partes. O Capítulo A define a modelagem do sistema mais aprofundada em relação às variáveis dos sistemas equivalentes de energia, em que são descritas as principais grandezas associadas, como por exemplo, a energia armazenável máxima, energia controlável, energia fio d’água, energia de vazão mínima e geração hidráulica máxima.

O Capítulo 3 apresenta a modelagem matemática do problema representado considerando as usinas individualizadas e as usinas representadas de forma agregada. O Capítulo 4 trata da representação híbrida utilizando-se os subsídios dados pelos capítulos anteriores. Inicia-se com uma descrição do acoplamento hidráulico entre sistemas equivalentes. Em seguida, a representação híbrida é introduzida considerando-se um sistema equivalente à montante e um sistema à usinas individualizadas à jusante e vice-versa. O problema de ter um sistema à montante com uma das duas representações e vários sistemas à jusante, cada um representado por sistema equivalente ou à usinas individualizadas é, também, abordado.

Já no Capítulo 5 serão discutidos os principais resultados alcançados. É realizada uma avaliação da FPH aproximada proposta, onde são analisados o erro máximo cometido pela aproximação, média e desvio padrão. Aplicação da metodologia proposta em um sistema tutorial, além da aplicação em sistemas de grande porte.

O Capítulo 6 compõe-se das principais conclusões e os trabalhos futuros.

1.7 CONCLUSÃO

Nesse Capítulo foi apresentando uma contextualização do tema, revisão bibliográfica e os objetivos do trabalho. O trabalho aborda de uma nova proposta para a aproximação da FPH a partir de funções lineares por partes e a inclusão da FPH na modelagem híbrida entre a representação de sistemas equivalentes de energia e usinas individualizadas. Dessa forma, o modelo de médio prazo irá conter informações mais precisas em relação à operação

das usinas individualizadas. Como o SIN é operado a partir de uma cadeia de modelos, as informações das FCF's obtidas no modelo de médio prazo serão passadas ao modelo de curto prazo e desta forma, a operação do SIN poderá ser melhor determinada.

2 FUNÇÃO DE PRODUÇÃO HIDRÁULICA

2.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Uma usina hidrelétrica apresenta seu funcionamento baseado no conceito de transformação de energia, como ilustra a Figura 7 (Fonte: [37], adaptado pelo autor.). A energia potencial gravitacional oriunda da diferença de altura entre a lâmina d'água do reservatório e o nível do rio a jusante da barragem. Essa energia é conduzida sob pressão através dos condutos forçados até a turbina que se encontra na casa de máquinas e, assim, a turbina que está acoplada a um gerador elétrico, fornece a energia mecânica que é convertida em energia elétrica.

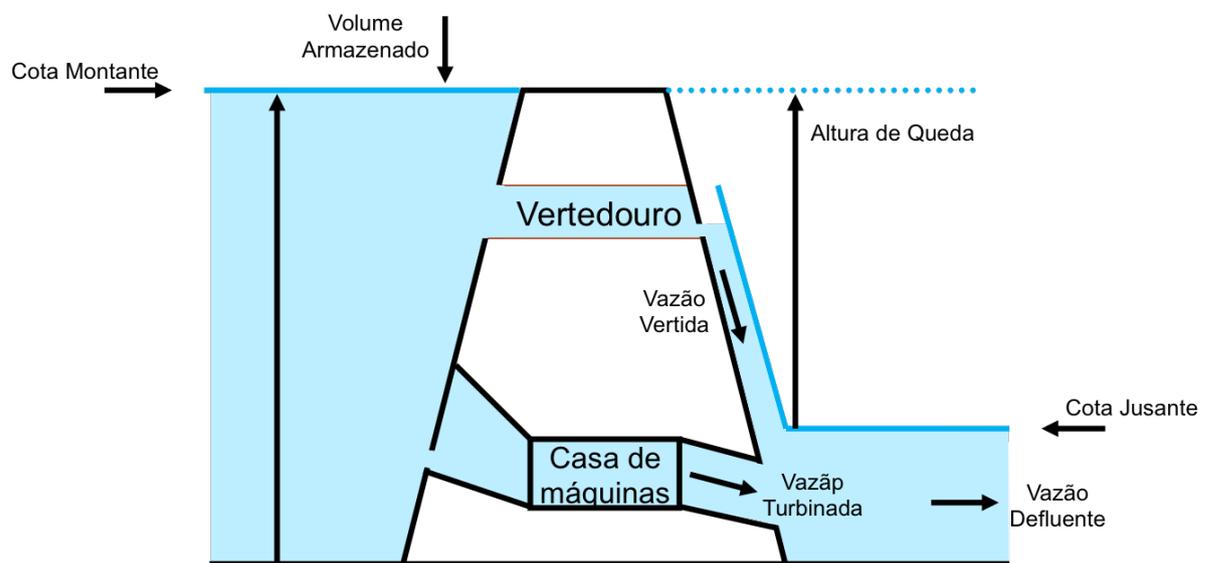


Figura 7 – Representação de uma Usina Hidrelétrica

A energia hidráulica gerada na usina é então definida em função da altura de queda, que é calculada pela diferença entre a cota montante e a cota jusante. A cota montante é dada por um polinômio de 4º grau em função do volume armazenado no reservatório. A altura de cota jusante é dada por um polinômio de 4º grau, porém, em função da vazão defluente à usina (vazão turbinada mais a vazão vertida). Os polinômios que definem a cota montante e a cota jusante foram obtidos no passado ajustando um polinômio de 4º grau a partir de valores medidos em cada usina. Para as usinas não existentes esses polinômios são estimados.

Portanto, a geração hidráulica da usina pode ser calculada por uma função que depende do valor do volume armazenado, da vazão turbinada e da vazão vertida. Essa função é denominada função de produção hidráulica.

A FPH pode ser uma função não convexa, visto que há uma relação entre o volume

armazenado e a vazão defluente. Como deseja-se utilizar esta FPH em um problema de natureza linear, será necessário realizar uma aproximação da FPH analítica em uma função linear por partes [38] com um hipografo convexo.

2.2 DEFINIÇÃO DA GERAÇÃO HIDRÁULICA

A geração de energia hidráulica (GH) em uma usina é determinada, em um dado instante de tempo, a partir da energia potencial gravitacional da água armazenada no reservatório. Esta energia potencial é convertida em energia mecânica quando a massa de água “empurra” as pás da turbina fazendo com que surja um torque no eixo da turbina que gira o gerador acoplado à turbina. Assim a energia potencial gravitacional é convertida em energia elétrica [39, 34]. A energia potencial gravitacional é apresentada na equação (2.1):

$$ep = m \times g \times H_b \quad (2.1)$$

Onde:

ep	Energia potencial gravitacional da massa de água armazenada no reservatório (J).
m	Massa de água que é utilizada para a geração (kg).
g	Aceleração da gravidade ($9,81 \times m/s^2$).
H_b	Altura de queda bruta (m).

A massa da água pode ser determinada em função do volume e do peso específico da água. Geralmente, o valor utilizado como peso específico da água como é $\mu = 1000kg/m^3$, equação (2.2):

$$m = \mu \times u \quad (2.2)$$

Onde:

μ	Peso específico da água ($1000kg/m^3$).
u	Volume de água (m^3).

A energia potencial pode ser reescrita em função do volume retirado do reservatório, como na equação (2.3):

$$ep = \mu \times g \times u \times H_b \quad (2.3)$$

Derivando a expressão acima no tempo, tem-se a equação (2.4):

$$\frac{\partial ep}{\partial t} = \mu \times g \left(u \times \frac{\partial H_b}{\partial t} + H_b \times \frac{\partial u}{\partial t} \right) \quad (2.4)$$

Em geral, a taxa de variação da altura de queda bruta é desprezível frente a variação do volume [40]. Logo, tem-se a equação (2.5):

$$\frac{\partial ep}{\partial t} = \mu \times g \left(H_b \times \frac{\partial u}{\partial t} \right) \quad (2.5)$$

Como:

$$gh = \frac{\partial ep}{\partial t} \quad (2.6)$$

e,

$$Q = \frac{\partial u}{\partial t} \quad (2.7)$$

Onde:

gh Geração hidráulica (W).
 Q Vazão turbinada (m^3/s).

Logo:

$$gh = \mu \times g \times H_b \times q \quad (2.8)$$

A geração hidráulica das usinas está sujeita às perdas nos condutos forçados, representada por uma perda de altura de queda, perdas na turbina e perdas no gerador. Assim, a geração hidráulica para cada turbina da usina pode ser dada pela equação (2.9) como sendo:

$$gh = \eta_t \eta_g \mu \times g \times H \times q \quad (2.9)$$

Onde:

η_t Rendimento da turbina (%).
 η_g Rendimento do gerador (%).
 H Altura de queda líquida (m).

Como o peso específico da água e a aceleração da gravidade são valores conhecidos, a equação (2.9) é reescrita de acordo com a equação (2.10):

$$gh = 9,81 \times 10^{-3} \eta_t \times \eta_g \times q \times H \quad (2.10)$$

Caso a altura de queda líquida seja fornecida em (m), a altura líquida pode ser expressa como na equação :

$$H = COTA(V) - COTAJUS(Q, S) - CPHID \quad (2.11)$$

Caso a altura de queda líquida seja fornecida em (%), a altura líquida passa a ser expressa pela equação :

$$H = (COTA(V) - COTAJUS(Q, S)) \times \left(1 - \frac{CPHID}{100}\right) \quad (2.12)$$

Onde:

V	Volume armazenado da usina (hm^3).
Q	Somatório das vazões turbinadas de todas as turbinas da usina (m^3/s).
S	Vazão vertida da usina (m^3/s).
$COTA$	Cota montante do reservatório (m). É determinada em função do volume armazenado (V) obtida a partir de seu polinômio <i>cota volume</i> .
$COTAJUS$	Cota jusante do reservatório (m). É determinada em função da vazão turbinada (Q) e para algumas usinas também em função da vazão vertida (S), e é obtida a partir de seu polinômio <i>cota vazão</i> .
$CPHID$	Altura de perda de carga por adução em metros (m) ou (%).

A cota montante do reservatório é determinada a partir de um polinômio de quarto grau em função do volume armazenado no reservatório (em hm^3). A Figura 8 mostra o gráfico da variação da cota montante em função do volume armazenado para a usina de Tucuruí.

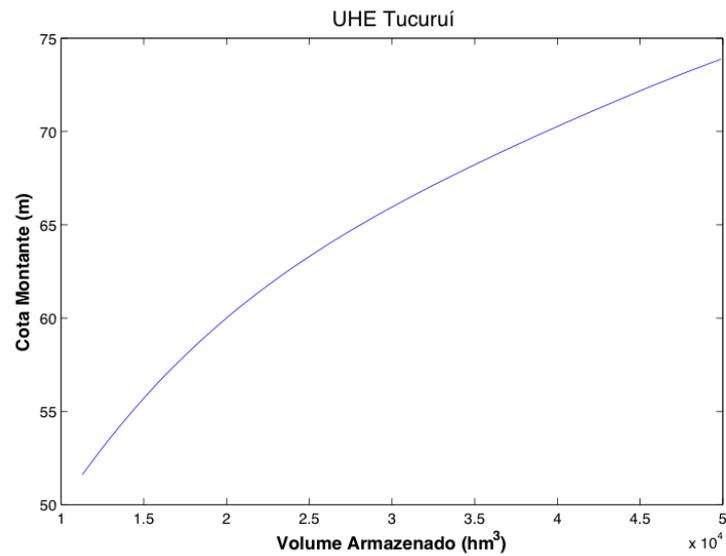


Figura 8 – Cota montante da UHE Tucuruí.

A cota jusante também é determinada por um polinômio de quarto grau em função da vazão defluente (vazão turbinada mais a vazão vertida) (em m^3/s). A Figura 9 ilustra a variação da cota jusante em função da vazão turbinada e da vazão vertida para a usina de Tucuruí.

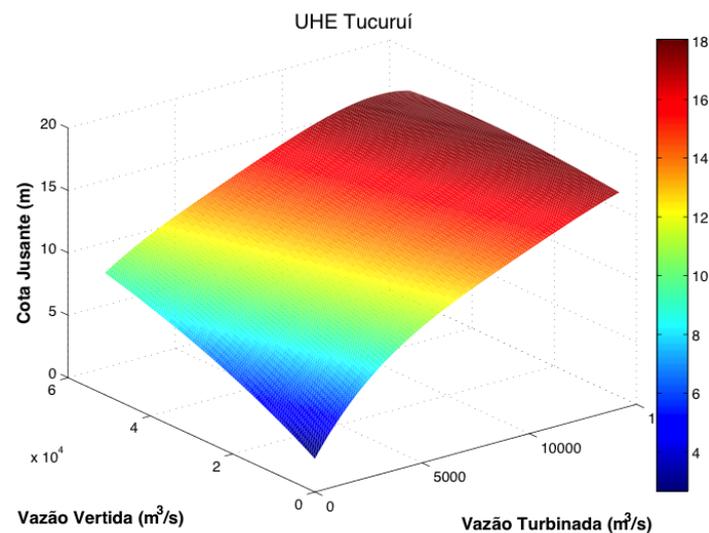


Figura 9 – Cota jusante da UHE Tucuruí.

As usinas hidráulicas geralmente apresentam mais de um conjunto turbina gerador. Dessa forma, considerando-se a operação em paralelo dos conjuntos de máquinas, a geração hidráulica correspondente ao somatório da geração dos conjuntos de máquinas pode ser

representada pela equação (2.13):

$$GH = \sum_{i=1}^{nh} gh_i(q_i, V, Q, S) \quad (2.13)$$

Onde:

GH	Geração hidráulica total da usina (W).
nh	Número de máquinas da usina hidráulica.
gh_i	Geração hidráulica da máquina i (W).
q_i	Vazão turbinada na máquina i (m^3/s).

Apesar de cada turbina apresenta uma curva que determina o seu rendimento em função dos dados de entrada [41], neste caso, adota-se nesse trabalho um único ponto de operação que é determinado pela produtibilidade específica da usina (ρ_{esp}) dada em $MW/((m^3/s)/m)$, equação (2.14). A perda hidráulica ($CPHID$) também é determinada para um certo conjunto de condições e esse valor é calculado a priori.

$$\rho_{esp} = 9,81 \times 10^{-3} \times \eta_t \times \eta_g \quad (2.14)$$

Dessa forma, a geração hidráulica pode ser calculada de acordo com a equação (2.15):

$$GH = \rho_{esp} \times Q \times H(V, Q, S) \quad (2.15)$$

Todos os dados necessários para a obtenção da GH das usinas, tais como: polinômio cota volume, cota vazão, produtibilidade específica, perda hidráulica, limites de volume armazenado e limites de vazão turbinada são considerados dados conhecidos que podem ser obtidos do arquivo de dados HIDR.DAT, disponibilizado em [42].

2.3 APROXIMAÇÃO DA FUNÇÃO DE PRODUÇÃO HIDRÁULICA

2.3.1 Introdução

A geração hidráulica é determinada em função da altura de queda líquida da usina que é modelada por polinômios de quarto grau em função do armazenamento, turbinamento e vertimento. Para cada valor das variáveis calcula-se o valor da geração hidráulica da usina. Porém, se esta formulação é considerada nos modelos de otimização, o problema de otimização será classificado como de natureza não linear e não convexa devido à presença dos polinômios de maior grau no modelo.

Problemas de natureza não linear comparados com problemas lineares são mais complexos de serem resolvidos. Por isso, Diniz e Maceira [29] propuseram uma aproximação

da geração hidráulica, denominada Função de Produção Hidráulica Aproximada (FPHA), que tem como objetivo realizar uma aproximação linear por partes da GH não-linear garantindo a convexidade da região viável definida pela função e, assim, permitindo a modelagem do problema por problemas de programação linear.

2.3.2 Região Convexa

Os problemas de programação linear são modelados a partir de restrições que delimitam a região de solução viável ao problema que se deseja maximizar ou minimizar. Essa região de soluções viáveis constitui uma região convexa de solução [43].

Para a representação de uma função não linear de igualdade por uma função linear por partes é necessário determinar diversas restrições de desigualdade que represente de forma satisfatória a função não linear em um PL.

A seguir, é apresentado um exemplo de uma função não linear, Figura 10.

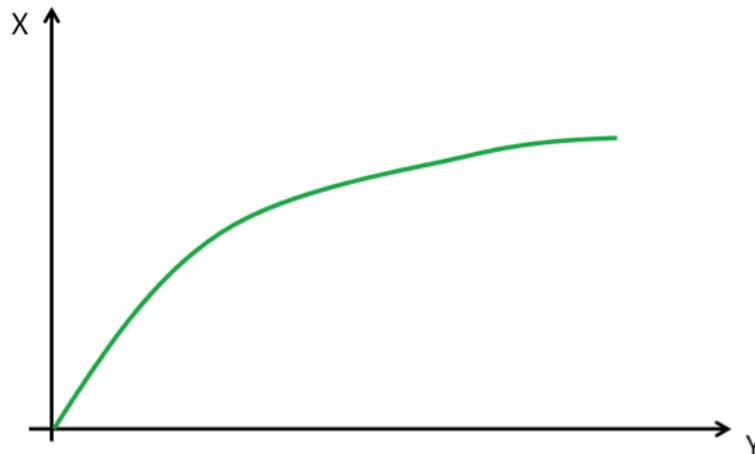


Figura 10 – Região Convexa de Solução.

O hipografo da função é definida por uma restrição não linear de desigualdade. Deseja-se então representar o hipografo da Figura 10, porém, em um problema de programação linear. A estratégia utilizada em Diniz e Maceira[29] é representar a região não linear definida por uma restrição de desigualdade por restrições lineares de desigualdades. Quanto maior for o número de restrições lineares, melhor será a aproximação à restrição não linear. A Figura 11 apresenta um exemplo de uma aproximação tangente, ou seja, determina-se pontos da função não linear e calcula-se o hiperplano tangente ao ponto. A composição dessas restrições tangentes delimita a região representada no problema de programação linear.

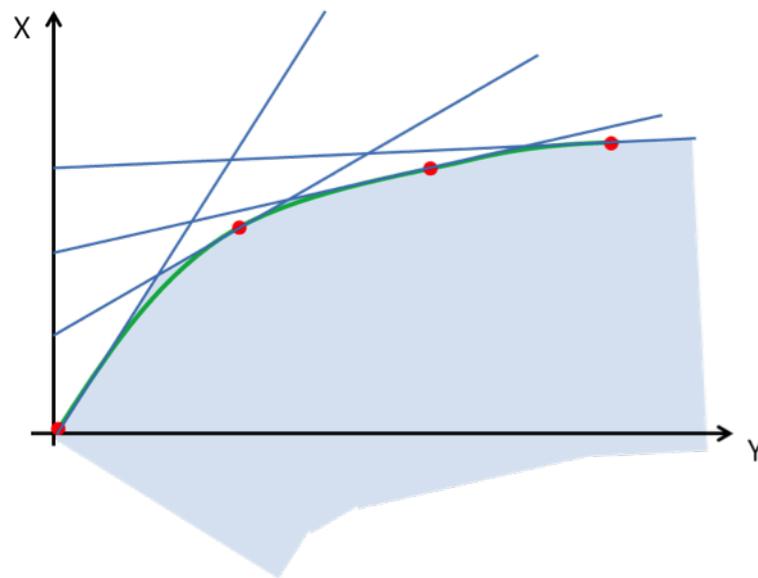


Figura 11 – Aproximação Tangente.

Uma outra forma de representar a função não linear da Figura 10 é a partir de uma aproximação secante, ou seja, determinar um hiperplano que intercepta a região em dois ou mais pontos adjacentes. Para a mesma região não linear apresentada anteriormente, a aproximação secante se daria de acordo com a Figura 12:

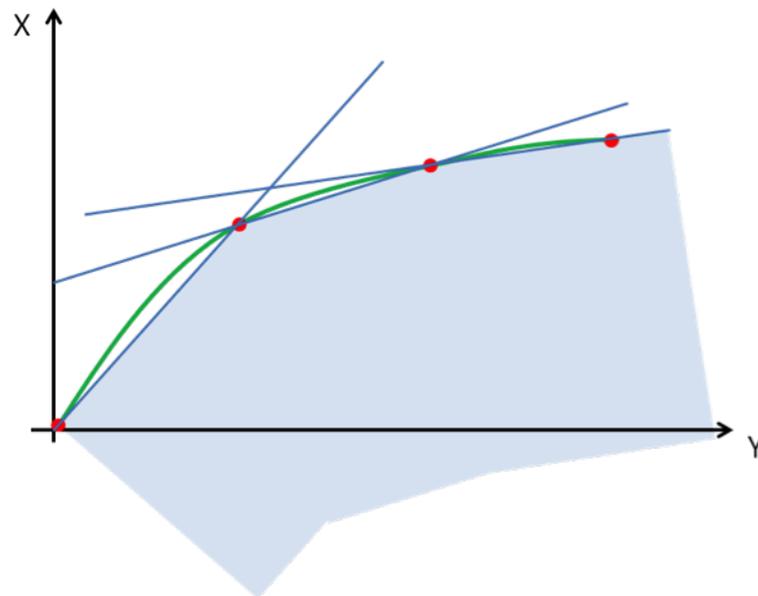


Figura 12 – Aproximação Secante.

Para uma função não linear em que o hipografo é convexo, tanto a aproximação tangente quanto a aproximação secante se dão de maneira satisfatória. Vale ressaltar que a aproximação tangente tende a superestimar a região viável de solução quando deseja-se

representar o hipografo da função analítica no PL, uma vez que a função é aproximada “por cima”. Já a aproximação secante tende a subestimar a região viável de solução, pois a aproximação é realizada “por baixo”. Comparando as figuras 11 e 12 pode-se observar esse comportamento. Quanto maior for o número de discretizações, menor será o erro cometido em relação à função analítica no PL, tanto para a aproximação tangente quanto para a aproximação secante.

Por outro lado, se a região a ser representada for uma função não linear e não convexa, a aproximação dessa região por restrições lineares de desigualdade não é trivial de ser obtida, pois às vezes a representação da região pode se dar de forma errônea. A Figura 13 exemplifica essa situação.

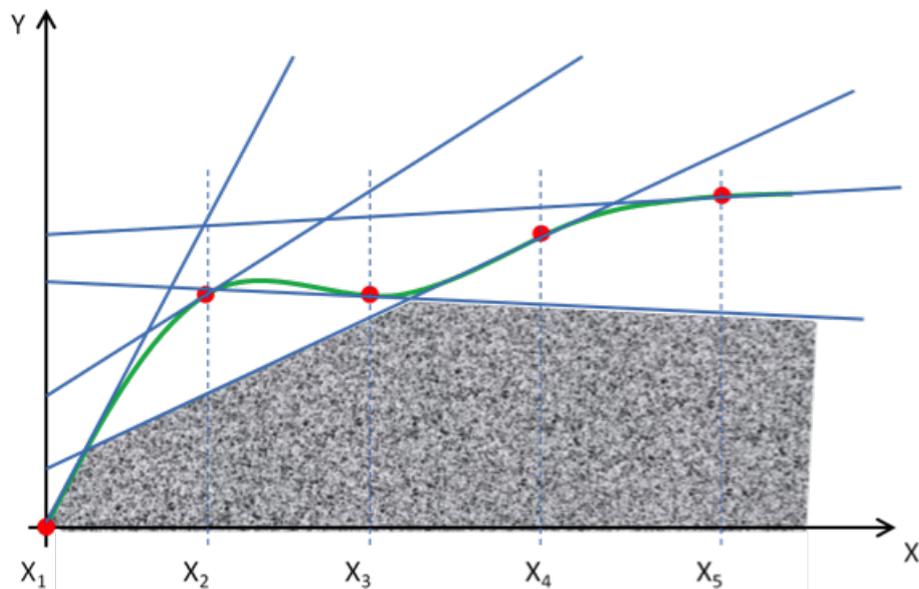


Figura 13 – Região de Solução Viável do PL.

Observa-se que a região representada pelas aproximações é bem diferente da região que se deseja representar e, por isso, é necessário realizar um procedimento de convexificação da função não linear.

Em Diniz e Maceira [29] é apresentado um algoritmo de convexificação da FPH onde é proposto um modelo linear por partes de quatro dimensões para a geração hidráulica em função do armazenamento (V), turbinamento (Q) e vertimento (S) das usinas. O procedimento é realizado em dois estágios, onde primeiramente são calculados os hiperplanos que definem um envelope convexo (*Convex Hull*) da função não linear discretizada da geração hidráulica apenas nas dimensões $V \times Q$ (considerando $S = 0$). Assim, é obtida uma aproximação linear por partes inicial para a geração hidráulica em três dimensões. Para evitar aproximações otimistas, é aplicado um algoritmo de ajuste dos hiperplanos baseados na técnica de minimização do desvio médio quadrático. Finalmente, realiza-se uma aproximação secante da dimensão vertimento. A maior contribuição desse trabalho

foi a inclusão da influência do vertimento na aproximação linear por partes da geração hidráulica.

2.3.3 Aproximação da Geração Hidráulica

Para realizar uma aproximação linear por partes da geração hidráulica, pode-se utilizar a estratégia de discretização do espaço de estados. Assim, determina-se os valores discretos do volume armazenado no reservatório, da vazão turbinada e da vazão vertida (se esta influenciar na cota jusante da usina). Logo, realiza-se a discretização do volume armazenado em N_V valores entre o volume armazenado mínimo e máximo, da vazão turbinada em N_Q valores entre a vazão turbinada mínima e máxima, e da vazão vertida em N_S valores entre zero e a vazão vertida máxima. Com isso, obtém-se $N = N_V \times N_Q \times N_S$ pontos discretizados. Cada ponto n , (V_x, Q_y, S_z) determina-se um valor de geração hidráulica (GH_n) , que pode ser calculada como na equação (2.16):

$$GH_n = \rho_{esp} \times Q_y \times [h_{mon}(V_x) - h_{jus}(Q_y, S_z) - h_{perdas}] \quad (2.16)$$

Logo, N pontos (V_x, Q_y, S_z, GH_n) são determinados. A partir desses pontos, é utilizado o algoritmo Convex Hull [44] para determinar a superfície convexa delimitada pelos pontos. Será utilizada a biblioteca denominada QHULL [45] que realiza este procedimento de forma otimizada. Dessa forma, consegue-se obter um conjunto de (P) hiperplanos que representam os pontos discretizados como uma região convexa. Vide equações (2.17) a (2.23):

$$gh_{i,t}^p \leq (\gamma_0^{i,p} + \gamma_V^{i,p} \times va_{i,t} + \gamma_Q^{i,p} \times q_{i,t} + \gamma_S^{i,p} \times s_{i,t}) \quad (2.17)$$

$$\underline{GH}_i \leq gh_{i,t} \leq \overline{GH}_i \quad (2.18)$$

$$\underline{V}_i \leq va_{i,t} \leq \overline{V}_i \quad (2.19)$$

$$\underline{Q}_i \leq q_{i,t} \leq \overline{Q}_i \quad (2.20)$$

$$i = 1, \dots, NH \quad (2.21)$$

$$t = 1, \dots, T \quad (2.22)$$

$$p = 1, \dots, P_i \quad (2.23)$$

Onde:

NH	Número de usinas hidráulicas.
T	Número de períodos de tempo.
P_i	Número de hiperplanos obtidos para a usina i .
$\gamma_0^{(i,p)} \geq 0$	Parâmetro constante do hiperplano.
$\gamma_V^{(i,p)} \geq 0$	Parâmetro do hiperplano associado ao volume armazenado.
$\gamma_Q^{(i,p)} \geq 0$	Parâmetro do hiperplano associado à vazão turbinada.
$\gamma_S^{(i,p)} \leq 0$	Parâmetro do hiperplano associado à vazão vertida.

A Figura 14 apresenta um exemplo de uma função real discretizada apenas em função da vazão turbinada. As discretizações foram obtidas considerando os intervalos constantes, ou seja, para 5 discretizações os valores discretizados são: 0%, 25%, 50%, 75% e 100%.

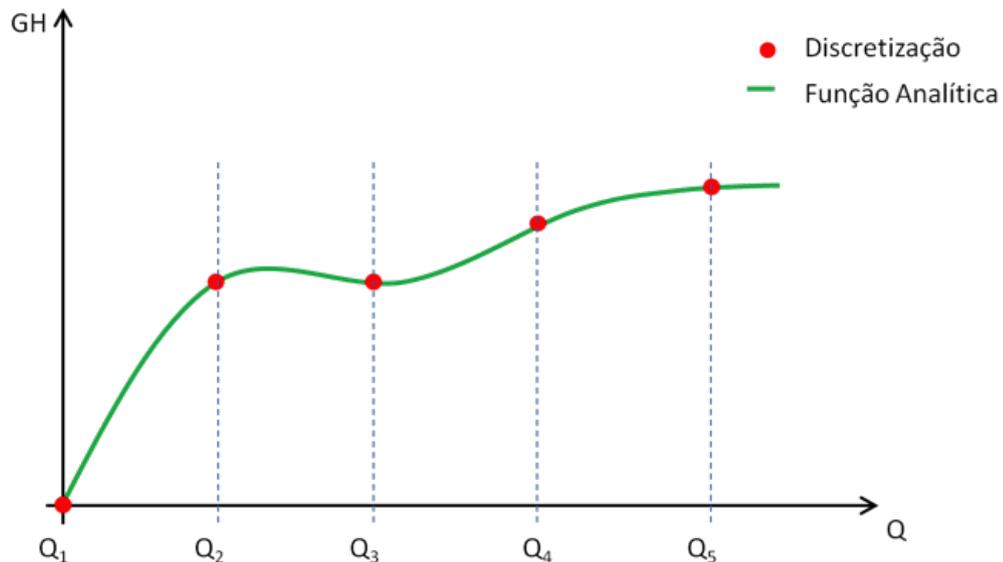


Figura 14 – Exemplo de discretização da função analítica.

Para se obter a aproximação da geração hidráulica linear por partes para o hipografo da função analítica utiliza-se o algoritmo do *Convex Hull*. Esse algoritmo retorna a envoltória convexa formada pelos pontos discretos. Dessa forma é possível obter os hiperplanos que definem uma região convexa a partir de inequações lineares que melhor modelam a função analítica da geração hidráulica das usinas. Esta aproximação pode ser observada na Figura 15.

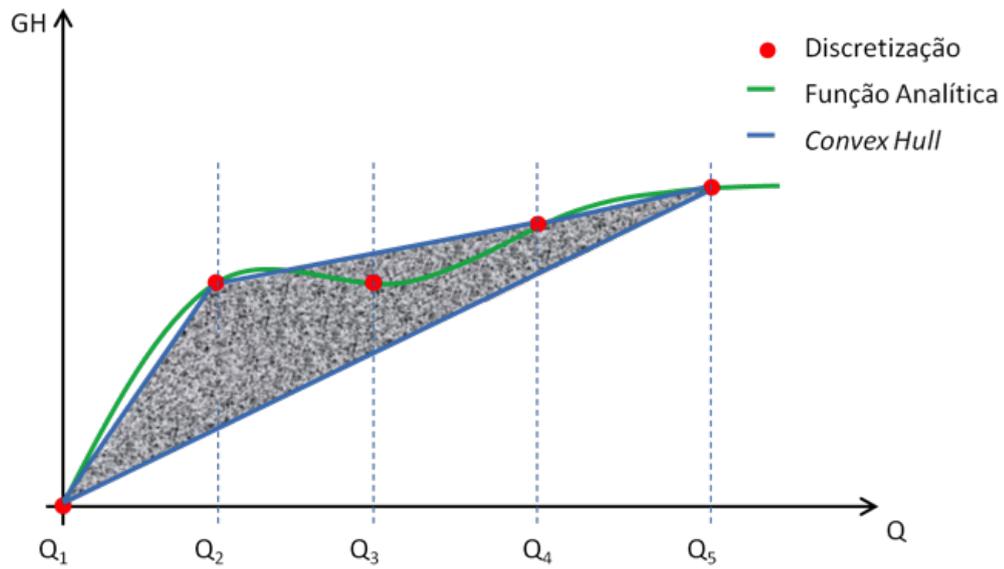


Figura 15 – Exemplo da aproximação *Convex Hull*.

Observa-se que a região delimitada pelo *Convex Hull* não representa o hipografo aproximado da função analítica desejada. Porém, a biblioteca QHULL retorna os hiperplanos orientados (a partir de um vetor normal associado a cada hiperplano), desta forma, é possível identificar quais os hiperplanos representam o hipografo aproximado da função analítica (identificação do sinal da inequação). Assim, a representação da função analítica por uma função linear por partes aproximada por hiperplanos secantes pode ser uma boa aproximação. A Figura 16 ilustra a região viável de solução para o problema de programação linear.

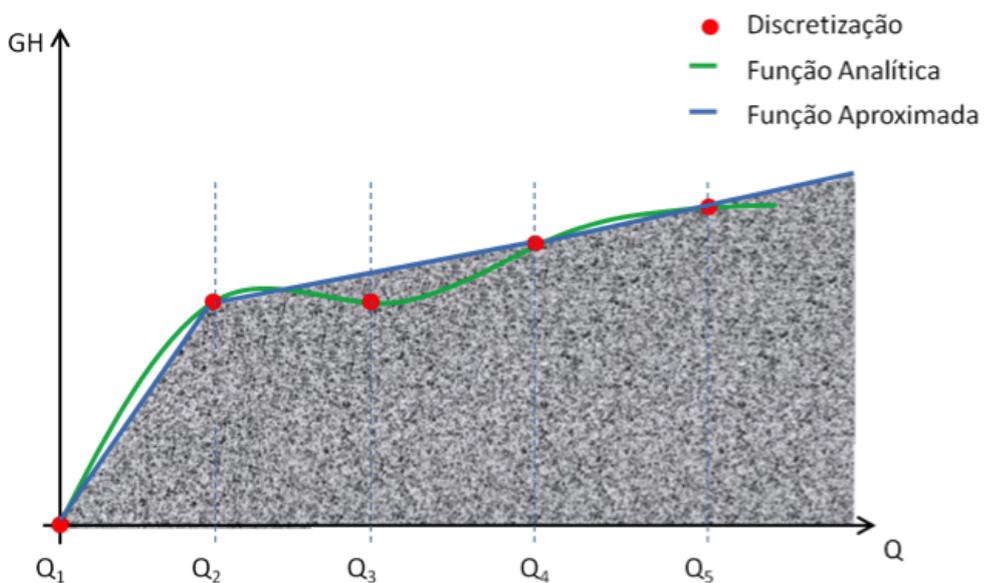


Figura 16 – Exemplo da região de viável de solução obtida da aproximação realizada pelo *Convex Hull*.

Nota-se que ora a função subestima e ora superestima a função analítica, mas há a garantia de que a função linear por partes obtida é definida por uma região convexa. Assim, a FPH é maximizada quando inserida no problema de programação linear.

Para reduzir o erro cometido pela convexificação da FPH analítica, é realizado o cálculo de uma constante que multiplica os coeficientes da FPH determinada. Esta constante é determinada a partir da minimização da soma do erro médio quadrático, como apresentado em [29]. Assim, a FPH proposta passa a ser representada de acordo com a equação (2.24):

$$GH_i^t \leq \alpha \times (\gamma_0^{i,p} + \gamma_V^{i,p} \times V_i^t + \gamma_Q^{i,p} \times Q_i^t + \gamma_S^{i,p} \times S_i^t) \quad (2.24)$$

2.4 CONCLUSÕES

A função de produção hidráulica é calculada em função dos polinômios cota montante e cota jusante que dependem do volume armazenado, vazão turbinada e vazão vertida, definindo uma função não linear e não convexa. Para a representação da variação não linear da geração hidráulica em problemas de programação linear há a necessidade de representar a FPH por funções lineares por parte.

Existem algumas técnicas para a linearização de funções e dentre elas a técnica atualmente utilizada pelo modelo DECOMP para representar a FPH no planejamento de curto prazo. A FPH aproximada é obtida em duas etapas, onde a primeira é responsável por definir os hiperplanos convexos nas dimensões do volume armazenado e da vazão turbinada que em seguida passam por um processo de minimização do erro médio quadrático. A segunda etapa é responsável pela determinação de uma aproximação secante na dimensão da vazão vertida, compondo a FPH aproximada final.

A FPH proposta apresenta apenas uma etapa onde a FPH é obtida em todas as dimensões. A grade de discretização utilizada pode ser variável em cada dimensão, porém as “janelas” de discretizações são constantes. Para a obtenção dos hiperplanos foi utilizado o algoritmo *Convex Hull* que a partir de uma grade de pontos é calculado o envelope convexo definido por hiperplanos.

3 MODELAGEM DO SISTEMA

3.1 INTRODUÇÃO

O objetivo do planejamento da operação é encontrar uma estratégia de operação que minimize o custo total da operação. A solução do problema fornece as metas de gerações hidráulica e térmica em cada período de planejamento, dado o estado inicial do sistema.

O problema de otimização que deve ser definido para representar o comportamento do sistema [46], é composto por:

1. Função Objetivo;
2. Equação de Balanço Hídrico;
3. Equação de Atendimento à Demanda;
4. Equação de geração hidráulica máxima;
5. Equação de Nó Fictício e;
6. Limites Operativos das Variáveis.

Enquanto a função objetivo e a equação fechamento dos nós fictícios independem do tipo de representação utilizada, as outras restrições irão variar de acordo com a abordagem de interesse (representação das usinas individualizadas ou por sistemas equivalentes de energia).

Função Objetivo:

$$z_t = \min \left\{ E \left[\sum_{i=1}^{NSIS} \sum_{k=1}^{NPMC} \left[\sum_{w=1}^{NTER_i} \psi_{T_{i,w}} \times g_{T_{i,w,k,t}} + \sum_{l=1}^{NPDF} \psi_{D_{i,l}} \times def_{i,l,k,t} \right] + \frac{1}{1+\beta} \alpha_{t+1} \right] \right\} \quad (3.1)$$

Onde:

$NSIS$	Número de sistemas.
$NPMC$	Número de patamares de mercado.
$NPDF$	Número de patamares de déficit.
$NTER_i$	Número de usinas térmicas do sistema i .
$\psi_{T_{i,w}}$	Custo de operação associado à classe térmica w do sistema i (\$/MWh).
$g_{T_{i,w,k,t}}$	Geração térmica da térmica w do sistema i no patamar de carga k e período t (MW médio).
$\psi_{D_{i,l}}$	Custo de déficit para um corte de carga no sistema i e patamar de déficit l (\$/MWh).
$def_{i,l,k,t}$	Déficit no sistema i , no patamar de déficit l , no patamar de carga k , no período t (MW médio).
β	Taxa de desconto mensal (%).
α_{t+1}	Custo futuro associado ao período t (\$).
z_t	Custo esperado de operação no período t (\$).

Essa função objetiva a minimização do custo esperado total de operação que é representado por um custo imediato mais um custo futuro, conforme a equação (3.1). O custo imediato é basicamente constituído pelos custos das unidades térmicas que são despachadas seguindo uma ordem de mérito que, de uma forma simplificada para o planejamento de médio prazo, são dados pelos seus respectivos custos; ou seja, a unidade térmica mais barata é despachada até sua capacidade máxima antes que outra unidade com um custo superior entre em operação. Portanto, os custos imediatos são oriundos da utilização das unidades térmicas e eventuais penalizações devido ao não atendimento à demanda do sistema (déficit de energia).

O custo futuro é representado por restrições ao problema que são dependentes das energias armazenadas ao final do período de estudo, representando, assim, o impacto da decisão tomada no presente em relação ao custo de operação do reservatório no futuro.

A função objetivo de cada subproblema corresponde à minimização do custo de operação presente mais o custo futuro associado à decisão, que representa o custo de operação do período seguinte ($t + 1$), até o último período do estudo. Isso leva à minimizar o custo de operação do período em que o planejador se encontra até o fim do horizonte de planejamento.

A função de custo futuro pode ser representada por uma função linear por partes, supondo como variáveis de estado o armazenamento inicial e as afluições anteriores ao período analisado.

Equações de Nós Fictícios - para cada nó de interligação j e para cada patamar de carga k :

Reflete o balanço de energia em um nó de interligação que não há geração nem consumo de energia. De acordo com a 1ª Lei de Kirchhoff (Lei dos nós), a soma das cargas é igual a zero. Vide equação (3.2).

$$\sum_{\forall i \neq j} int_{i,j,k,t} - \sum_{\forall i \neq j} int_{j,i,k,t} = 0 \quad (3.2)$$

Onde:

- $int_{i,j,k,t}$ Intercâmbio do sistema i para sistema j , no patamar de carga k , sendo sempre i diferente de j (MW médio) no período t .
- $int_{j,i,k,t}$ Intercâmbio do sistema j para sistema i , no patamar de carga k , sendo sempre i diferente de j (MW médio) no período t .

3.2 MODELAGEM DO SISTEMA INDIVIDUALIZADO

Nesse tópico será apresentada a operação de um sistema modelado considerando as usinas individualizadas. Para isso, além da função objetivo e das restrições de intercâmbios, são necessárias as restrições de balanço hídrico, atendimento a demanda, deplecionamento mínimo e os limites das variáveis.

Equações de Balanço Hídrico - (uma restrição para cada aproveitamento hidráulico j):

Representa a dinâmica dos reservatórios das usinas hidráulicas entre dois períodos, sendo que o volume armazenado no início de um período é representado pelo volume armazenado no final do período anterior. A única exceção é para o primeiro período cujo volume inicial é conhecido.

O volume armazenado final do período de estudo deve ser igual ao volume no início do período, acrescido da afluência total ao reservatório (vazão incremental mais o volume deplecionado das usinas à montante), menos o desestoque (volume turbinado mais o volume vertido), como mostra a equação (3.3):

$$\begin{aligned} va_{j,t+1} + \sum_{k=1}^{NPMC} (vt_{j,k,t} + vv_{j,k,t}) - \sum_{m=1}^{NM_j} \sum_{k=1}^{NPMC} (vt_{m,k,t} + vv_{m,k,t}) \\ = AFL_{j,t} \times FATOR_t + VA_{j,t} \end{aligned} \quad (3.3)$$

Onde:

$va_{j,t+1}$	Volume armazenado na usina j no final do período t (hm^3).
$vt_{j,k,t}$	Volume turbinado pela usina j no patamar k (hm^3).
$vv_{j,k,t}$	Volume vertido pela usina j no patamar k (hm^3).
$NPMC$	Número de patamares de carga.
NM_j	Número de usinas à montante da usina j .
$AFL_{j,t}$	Vazão incremental afluyente a usina j no período t (m^3/s).
$VA_{j,t}$	Volume armazenado na usina j no início do período (hm^3).
$FATOR_t$	Constante que transforma m^3/s em $hm^3/mês$ em um determinado período t , em função do número de dias do mês.

Equações de Atendimento à Demanda - (uma restrição para cada sistema i e para cada patamar de carga k):

Representa a relação entre as gerações de cada uma das usinas hidráulicas e térmicas com a energia demandada pelo sistema, além de contabilizar os déficits de energia do sistema e o intercâmbio de energia com os outros sistemas, como mostra a equação (3.4).

Para garantir o atendimento à demanda, considera-se a variável déficit na equação (3.4). O não suprimento da demanda com geração hidráulica acrescida da geração térmica implica em déficit de energia, sendo que o custo de déficit é calculado pela Empresa de Pesquisa Energética (EPE) em conjunto com o Ministério de Minas e Energia (MME), e tenta refletir, portanto, as perdas econômicas sofridas pelo país quando há uma energia não suprida pelo sistema.

$$\sum_{j=1}^{NUSI_i} \frac{\rho_{j,t}}{FATOR_t} vt_{j,k,t} + \sum_{w=1}^{NTER_i} g_{T_{i,w,k,t}} + \sum_{l=1}^{NPDF} def_{i,l,k,t} - \sum_{j=1}^{NSIS} int_{i,j;k;i \neq j,t} + \sum_{j=1}^{NSIS} int_{j,i;k;i \neq j,t} = DEMLIQ_{i,k,t} \times FPENG_{k,t} \quad (3.4)$$

Onde:

$\rho_{j,t}$	Produtibilidade equivalente da usina j no período t ($MW/(m^3/s)$).
$vt_{j,k,t}$	Volume turbinado pela usina j no patamar k (hm^3).
$FATOR_t$	Constante que transforma m^3/s em $hm^3/mês$ em um determinado período t , em função do número de dias do mês.
$NUSI_i$	Número de usinas hidráulicas do sistema i .
$NTER_i$	Número de usinas térmicas do sistema i .
$g_{T_{i,w,k,t}}$	Geração térmica da térmica w do sistema i no patamar de carga k e período t (MW médio).
$def_{i,l,k,t}$	Déficit no sistema i , no patamar de déficit l , no patamar de carga k , no período t (MW médio).
$NPDF$	Número de patamares de déficit.
$int_{i,j;k;i \neq j,t}$	Intercâmbio do sistema i para sistema j , no patamar de carga k , sendo sempre i diferente de j (MW médio) no período t .
$DEMLIQ_{i,k,t}$	Demanda líquida do sistema i no patamar de carga k no período t (MW médio).
$FPENG_{k,t}$	Duração do patamar de carga k no período t (pu).

A geração hidráulica é representada no modelo individualizado como na equação (3.5):

$$\frac{\rho_{j,t}}{FATOR_t} vt_{j,k,t} \quad (3.5)$$

Nota-se que a produtibilidade utilizada é constante ao longo da operação e não leva em conta a variação da produtibilidade em função da altura de queda existente. Nesse trabalho, a geração hidráulica das usinas serão representadas pelas FPH aproximadas. Assim, a GH representada pela equação (3.5) será substituída pelas equações (3.6) e (3.7) que consideram a produtibilidade variável das usinas.

$$\sum_{j=1}^{NUSI_i} gh_{j,t} \left(va_{j,t+1}, \frac{vt_{j,k,t}}{FATOR_t}, \frac{vv_{j,k,t}}{FATOR_t} \right) \quad (3.6)$$

$$gh_{j,t} \leq \left(\gamma_0^{j,p} + \gamma_V^{j,p} va_{j,t+1} + \gamma_Q^{j,p} vt_{j,k,t} + \gamma_S^{j,p} vv_{j,k,t} \right) \quad (3.7)$$

Onde:

$va_{j,t+1}$	Volume armazenado na usina j no final do período t (hm^3).
$vt_{j,k,t}$	Volume turbinado pela usina j no patamar k (hm^3).
$vv_{j,k,t}$	Volume vertido pela usina j no patamar k (hm^3).
$FATOR_t$	Constante que transforma m^3/s em $hm^3/mês$ em um determinado período t , é função do número de dias do mês.
$NUSI_i$	Número de usinas hidráulicas do sistema i .
$gh_{j,t}$	Geração hidráulica da usina j no período t ($MWmês$).
$\gamma_0^{j,p}$	Termo independente da FPH da usina j para o hiperplano p .
$\gamma_V^{j,p}$	Termo relativo ao volume armazenado da FPH da usina j para o hiperplano p .
$\gamma_Q^{j,p}$	Termo relativo à vazão turbinada da FPH da usina j para o hiperplano p .
$\gamma_S^{j,p}$	Termo relativo à vazão vertida da FPH da usina j para o hiperplano p .

Com a GH representada pela FPH proposta, incorpora-se às FCF's informações relevantes em relação à operação das usinas. Desta forma, as FCF's passam a conter informações, já no planejamento da operação de médio prazo, da variação da produção da usina em relação ao estado operativo da mesma.

Assim, a equação de balanço hídrico passa a ser representada pela equação (3.8):

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^{NUSI_i} gh_{j,t} \left(va_{j,t+1}, \frac{vt_{j,k,t}}{FATOR_t}, \frac{vv_{j,k,t}}{FATOR_t} \right) + \sum_{w=1}^{NTER_i} gT_{i,w,k,t} + \sum_{l=1}^{NPDF} def_{i,l,k,t} - \sum_{j=1}^{NSIS} int_{i,j;k;i \neq j,t} \\ + \sum_{j=1}^{NSIS} int_{j,i;k;i \neq j,t} = DEMLIQ_{i,k,t} \times FPENG_{k,t} \end{aligned} \quad (3.8)$$

Equações de Vazão Mínima - (uma restrição para cada usina hidrelétrica i e patamar de carga k):

Visa garantir a vazão de água mínima do rio. Para isso, a vazão turbinada acrescida da vazão vertida deverá ser maior ou igual à vazão mínima estabelecida para a usina, equação (3.9). O valor da vazão mínima à jusante é determinado a partir de estudos ambientais e tem a finalidade de manter a regularização do rio à jusante da usina, pois os usos múltiplos da água do rio devem ser garantidos como, por exemplo, preservação da fauna e da flora, navegação, consumo urbano, irrigação etc.

$$\frac{vt_{j,k,t}}{FATOR_t} + \frac{vv_{j,k,t}}{FATOR_t} \geq QMIN_j \times FPENG_{k,t} \quad (3.9)$$

Onde:

$vt_{j,k,t}$	Volume turbinado pela usina j no patamar k (hm^3).
$vv_{j,k,t}$	Volume vertido pela usina j no patamar k (hm^3).
$FATOR_t$	Constante que transforma m^3/s em $hm^3/mês$ em um determinado período t , é função do número de dias do mês.
$QMIN_j$	Vazão mínima obrigatória da usina j (m^3/s).
$FPENG_{k,t}$	Duração do patamar de carga k no período t (pu).

Limites das operativos:

Intercâmbio:

$$0 \leq int_{i,j,k,t} \leq \overline{int_{i,j,k,t}} \quad (3.10)$$

Geração térmica:

$$\underline{g_{T_{i,w,k,t}}} \leq g_{T_{i,w,k,t}} \leq \overline{g_{T_{i,w,k,t}}} \quad (3.11)$$

Armazenamento:

$$\underline{va_{j,t+1}} \leq va_{j,t+1} \leq \overline{va_{j,t+1}} \quad (3.12)$$

Engolimento:

$$0 \leq vt_{j,k,t} \leq QMAX_{j,t} \times FATOR_t \times FPENG_{k,t} \quad (3.13)$$

Onde:

$int_{i,j,k,t}$	Intercâmbio do sistema i para sistema j , no patamar de carga k , sendo sempre i diferente de j (MW médio) no período t .
$\overline{int_{i,j,k,t}}$	Intercâmbio máximo do sistema i para sistema j , no patamar de carga k , sendo sempre i diferente de j (MW médio) no período t .
$g_{T_{i,w,k,t}}$	Geração térmica da térmica w do sistema i no patamar de carga k e período t (MW médio).
$\underline{g_{T_{i,w,k,t}}}$	Geração térmica mínima da térmica w do sistema i no patamar de carga k e período t (MW médio).
$\overline{g_{T_{i,w,k,t}}}$	Geração térmica máxima da térmica w do sistema i no patamar de carga k e período t (MW médio).
$va_{j,t+1}$	Volume armazenado na usina j no final do período t (hm^3).
$\underline{va_{j,t+1}}$	Volume armazenado mínimo na usina j no final do período t (hm^3).
$\overline{va_{j,t+1}}$	Volume armazenado máximo na usina j no final do período t (hm^3).
$vt_{j,k,t}$	Volume turbinado pela usina j no patamar k (hm^3).
$QMAX_{j,t}$	Engolimento máximo da usina j no período t (m^3/s).
$FATOR_t$	Constante que transforma m^3/s em $hm^3/mês$ em um determinado período t , em função do número de dias do mês.
$FPENG_{k,t}$	Duração do patamar de carga k no período t (pu).

Equações de Custo Futuro - (quantas forem necessárias para representação do corte de Benders, $n = 1, \dots, NCOR$):

Restrições que representam o custo futuro dada o volume final do período t . Caso considere o modelo PAR(p) para representação da tendência hidrológica, os termos relativos às afluências passadas deverão ser desconsiderados na equação de corte.

A consideração da função de produção hidráulica, como apresentada na equação (3.14), não influencia nos cálculos dos parâmetros do corte de Benders.

$$\alpha_{t+1} \geq w_n + \sum_{j=1}^{NDAM_i} \left((\pi_{V_j})_{t+1} \times va_{j,t+1} \right) \quad (3.14)$$

Onde:

$NCOR$	Número de cortes da função de custo futuro.
$NDAM_i$	Número de usinas com reservatórios.
$\pi_{V_{n,j}}$	Coefficiente de n-ésimo corte construído no período t associado ao armazenamento da usina j .
α_{t+1}	Custo futuro (\$).
w_n	Termo constante do Corte de Benders (\$).

3.3 MODELAGEM DO SISTEMA EQUIVALENTE

De forma similar ao problema à usinas individualizadas, deve-se definir uma estratégia de operação para cada período de estudo, conhecido o estado do sistema no início do estágio. O objetivo agora é conhecer as metas de geração de hidrelétrica, térmicas, intercâmbio energético e déficit, sendo que as metas de geração hidráulica serão dadas por sistema, ou seja, as metas individuais de cada usina não são conhecidas. Esta estratégia, da mesma forma que no estudo à usinas individualizadas, tem como função objetivo a minimização do custo esperado de operação total [4]. O estado do sistema é dado pelo nível de armazenamento no início de cada período e as energias afluentes aos períodos anteriores.

O problema de operação hidrotérmica poderá ser resolvido por PDDE [10, 11, 47] ou PDE [48]. Em problemas com representação individualizada, onde há um elevado número de usinas hidráulicas, a PDE não é uma técnica viável para resolver o problema.

Equações de Balanço Hídrico - (uma restrição para cada sistema i):

A energia armazenada no final do período t é dada pela energia armazenada no início do período mais a energia afluyente total, descontado o desestoque e as perdas. O desestoque é dado pela geração hidráulica e vertimento, que são variáveis de decisão, e pela energia fio d'água e energia de vazão mínima, que são incondicionais. As perdas são

representadas pela energia evaporada e pela energia gasta com o enchimento de volume morto nos reservatórios que estão entrando em operação no período t .

De forma simplificada é mostrado na equação (3.15):

$$\begin{aligned}
 ea_{i,t+1} = & EA_{i,t} + \overbrace{EAF_{i,t} - EFIO_{i,t}}^{EC_{i,t}} - EVMIN_{i,t}(EA_{i,t}) \\
 & - \sum_{k=1}^{NPMC} \overbrace{ghidrs_{i,k,t} - evert_{i,t}}^{VariáveisdeDecisão} \overbrace{-EVP_{i,t}(EA_{i,t}) - EVM_{i,t}}^{Perdas}
 \end{aligned} \tag{3.15}$$

Onde:

$ea_{i,t+1}$	Energia armazenada no final do período t no sistema i ($MWmês$).
$EA_{i,t}$	Energia armazenada no início do período t na sistema i (hm^3).
$EAF_{i,t}$	Energia afluyente no sistema i no início do período t , corresponde à soma da parcela controlável e fio d'água ($MWmês$).
$EFIO_{i,t}$	Energia fio d'água líquida afluyente ao sistema i no período t ($MWmês$).
$EC_{i,t}$	Energia controlável afluyente ao sistema i no período t ($MWmês$).
$EVMIN_{i,t}(EA_{i,t})$	Energia de vazão mínima do sistema i no estagio t , em função da energia armazenada inicial ($MWmês$).
$NPMC$	Número de patamares de carga.
$ghidrs_{i,k,t}$	Geração hidráulica do sistema i , no patamar de carga k , no período t ($MWmês$).
$evert_{i,t}$	Energia vertida pelo sistema i no período t ($MWmês$).
$EVP_{i,t}(EA_{i,t})$	Energia evaporada no sistema i no período t , em função da energia armazenada inicial ($MWmês$).
$EVM_{i,t}$	Energia de enchimento de volume morto no sistema i no período t ($MWmês$).

Resumidamente, formam a equação de balanço hídrico: a energia armazenada inicial, a energia afluyente controlável, o termo correspondente ao volume mínimo obrigatório, as perdas e as variáveis de decisão [4]. Para o termo da energia controlável, quando trata-se de afluências sintéticas, tem-se $\lambda_i \times EAF_{i,t}$ e fazendo as correções necessárias através das parábolas, equação (3.16):

$$\begin{aligned}
 ea_{i,t+1} + \sum_{k=1}^{NPMC} ghidrs_{i,k,t} + evert_{i,t} = & EA_{i,t} + FC_{i,t}(EA_{i,t}) \times \lambda_i \times EAF_{i,t} \\
 & - EVMIN_{i,t}(EA_{i,t}) - EVP_{i,t}(EA_{i,t}) - EVM_{i,t}
 \end{aligned} \tag{3.16}$$

Onde:

$FC_{i,t}(EA_{i,t})$ Fator de correção da energia controlável afluente ao sistema i no período t em função da energia armazenada inicial (pu).

λ_i Fator de separação da energia afluente controlável da energia afluente total do sistema i .

Equações de Atendimento à Demanda - (uma equação para cada sistema i e para cada patamar de mercado k):

A demanda líquida no sistema i é o *MW médio* a ser atendido durante o patamar k . Quando a demanda líquida é ponderada pela duração do patamar k tem-se a energia que o sistema i necessitará no patamar de mercado k e período t .

A equação de atendimento à demanda (3.17), determina a maneira como a demanda líquida será atendida, considerando a geração hidráulica e térmica, déficit e intercâmbios. Entretanto, da demanda líquida deve ser abatida da geração incondicional proveniente das usinas fio d'água e devido a geração para atendimento de requisitos de vazão mínima [4].

$$\begin{aligned}
 & ghids_{i,k,t} + \sum_{w=1}^{NTER_i} g_{T_{i,w,k,t}} + \sum_{l=1}^{NPDF} def_{i,l,k,t} \\
 & - \sum_{j=1}^{NSIS} int_{i,j;k;i \neq j,t} + \sum_{j=1}^{NSIS} int_{j,i;k;i \neq k,t} - exc_{i,k,t} = \\
 & (DEMLIQ_{i,k,t} - (1 - \gamma_i) \times EAF_{i,t} - EVMIN_{i,t}(EA_{i,t})) \times FPENG_{k,t}
 \end{aligned} \tag{3.17}$$

Onde:

$ghids_{i,k,t}$	Geração hidráulica do sistema i , no patamar de carga k , no final do período t ($MWmês$).
$NTER_i$	Número de usinas térmicas do sistema i .
$g_{T_{i,w,k,t}}$	Geração térmica da térmica w do sistema i no patamar de carga k e período t ($MWmédio$).
$NPDF$	Número de patamares de déficit.
$def_{i,l,k,t}$	Déficit no sistema i , no patamar de déficit l , no patamar de carga k , no período t ($MWmédio$).
$int_{i,j;k;i \neq j,t}$	Intercâmbio do sistema i para sistema j , no patamar de carga k , sendo sempre i diferente de j ($MWmédio$) no período t .
$exc_{i,k,t}$	Excesso de energia no sistema i , patamar de mercado k e período t ($MWmédio$). Gerado quando a soma da energia gerada fio d'água e vazão mínima excede a demanda líquida.
$DEMLIQ_{i,k,t}$	Demanda líquida do sistema i no patamar de carga k no período t (pu).
$EVMIN_{i,t}(EA_{i,t})$	Energia de vazão mínima do sistema i no estágio t , em função da energia armazenada inicial ($MWmês$).
$FPENG_{k,t}$	Duração do patamar de carga k no período t (pu).

A variável de decisão excesso é inserida no problema como uma variável de folga para a situação em que a demanda líquida a ser atendida for menor que a soma da energia fio d'água e a energia de vazão mínima.

Restrições de Geração Hidráulica Máxima Controlável - (uma restrição para cada sistema i e patamar de mercado k):

Estas restrições definem o máximo de geração hidráulica controlável de cada um dos sistemas em cada um dos patamares de mercado. A geração hidráulica máxima é calculada considerando todas as usinas de cada um dos sistemas, e deve ser corrigida em função da energia armazenada pela sua parábola de correção e, em seguida, ser descontada da energia de vazão mínima e energia fio d'água que é calculada em função da energia afluyente total a cada um dos sistemas [4], como mostra a equação (3.18).

$$ghids_{i,k,t} - exc_{i,k,t} \leq [GHMAX_{i,t}(EA_{i,t}) - (1 - \gamma_i) \times EAF_{i,t} - EVMIN_{i,t}(EA_{i,t})] \times FPENG_{k,t} \quad (3.18)$$

Onde:

$GHMAX_{i,t}(EA_{i,t})$ Geração hidráulica máxima do sistema i no período t em função da energia armazenada inicial ($MWmês$).

Equações de Custo Futuro - (quantas forem necessárias para representação do

corte de Benders, $n = 1, \dots, NCOR$):

A determinação dos parâmetros do corte de Benders (equação (3.19)) pode ser encontrada em Marcato [4].

$$\begin{aligned} \alpha_{t+1} \geq w_n + \sum_{i=1}^{NSIS} \left((\pi_{V_i})_{t+1} \times ea_{i,t+1} \right) \\ + \sum_{i=1}^{NSIS} \sum_{p=1}^{NARP} \left((\pi_{EAFp_i})_{t+1} \times EAF_{i,t-p+1} \right) \end{aligned} \quad (3.19)$$

Onde:

$NARP$	Ordem máxima do modelo PAR(p).
$NCOR$	Número de cortes da função de custo futuro.
$NSIS$	Número de usinas com reservatórios.
$\pi_{V_n,i}$	Coefficiente de n-ésimo corte construído no período t associado ao armazenamento do sistema i .
$\pi_{EAFp_n,i}$	Coefficiente de n-ésimo corte construído no período t associado à energia afluyente no p-ésimo período passado ao sistema i .
α_{t+1}	Custo futuro (\$).
w_n	Termo constante do Corte de Benders (\$).

3.4 CONCLUSÃO

Nesse Capítulo foi realizado a modelagem do problema de planejamento de médio prazo com as suas principais restrições tanto para a representação individualizada do como para a representação equivalente do sistema.

4 MODELAGEM PROPOSTA

4.1 INTRODUÇÃO

O objetivo deste capítulo é estender a modelagem da operação de médio prazo, onde os sistemas podem apresentar acoplamento hidráulico de tal forma que alguns sistemas estejam representados a sistema equivalente, e outros representados à usinas individualizadas, permitindo o acoplamento hidráulico entre subsistemas. Em outras palavras, pode-se ter um sistema com representação à sistema equivalente cuja energia defluente é vazão afluente a um sistema com representação à usinas individualizadas, e vice-versa.

A modelagem de sistemas equivalentes com acoplamento hidráulico [18] permite:

1. Representar bacias que estavam em um mesmo sistema com regimes hidrológicos distintos onde a hipótese de operação em paralelo é muito simplificadora em sistemas diferentes;
2. Representar usinas ou grupos de usinas de um mesmo subsistema que apresentam fortes restrições elétricas em subsistemas diferentes; por exemplo, a usina Itaipu pode ser representada por um sistema equivalente à jusante do subsistema Sudeste, em que vê-se detalhadamente a interligação de 765 kV entre o subsistema Sudeste e a subestação de Ivaiporã que liga Itaipu ao subsistema Sudeste e Sul;
3. Representar o acoplamento hidráulico que existe em rios que possuem usinas pertencentes à mais de um subsistema; por exemplo, no rio São Francisco a usina Três Marias pertence ao subsistema Sudeste e as demais usinas à jusante pertencem ao subsistema Nordeste. Logo, a vazão defluente da usina de Três Marias, apesar de produzir energia para o subsistema Sudeste, contribui para afluência às demais usinas à jusante do subsistema Nordeste, produzindo um acoplamento hidráulico entre estes subsistemas. O mesmo ocorre com a usina de Serra da Mesa, que produz energia para o subsistema Sudeste, mas cuja vazão defluente é contribuição à usina de Tucuruí situada no subsistema Norte.

A extensão da modelagem de sistemas equivalentes com acoplamento hidráulico para a modelagem híbrida apresenta as seguintes vantagens adicionais [4]:

1. Em estudos de planejamento da expansão de sistemas hidrotérmicos interligados, permite representar de forma mais detalhada o sistema no qual uma nova usina hidrelétrica é candidata à expansão e, assim, melhor contabilizar o ganho energético que a usina poderá adicionar ao sistema;

2. Permite representar de forma mais detalhada sistemas com restrições hidrelétricas operativas severas que podem ter impacto no planejamento da operação de médio prazo, ou ainda fortes restrições elétricas, como é o caso da usina de Itaipu. Neste caso, a mesma seria representada como usina individualizada em um sistema com uma única usina;
3. Em estudos econômico-financeiros de viabilidade de uma usina hidrelétrica, permite detalhar o sistema na qual está inserida, a fim de que seja representada de forma individualizada, mantendo-se os demais sistemas equivalentes. Nesse contexto, a modelagem híbrida pode ser utilizada, também, para estudos de portfólio e comercialização de energia de uma usina hidrelétrica.

4.2 ACOPLAMENTO HIDRÁULICO ENTRE SISTEMAS EQUIVALENTES

Em sistemas hidraulicamente acoplados existe uma dependência entre a operação dos mesmos, uma vez que a decisão operativa de um sistema pode afetar a operação dos demais, dado que a energia desestocada de um sistema pode atender à sua carga própria e, além disso, servir de energia afluyente para os sistemas de jusante [18].

O sistema de jusante recebe a energia afluyente que apresenta uma parcela controlável e uma parcela fio d'água. Se a primeira usina do sistema de jusante for fio d'água, resulta uma parcela fio d'água do desestoque do sistema de montante; caso contrário, a energia afluyente será exclusivamente controlável.

O desestoque de um sistema é o total de energia correspondente à geração hidráulica controlável, a geração devido a vazão mínima e ao vertimento, assim, toda esta energia pode ser traduzida como o deplecionamento do reservatório equivalente de energia.

A parcela do desestoque que atende ao próprio sistema é proporcional à parcela própria das gerações controlável e energia de vazão mínima. A segunda parcela do desestoque está relacionada a energia afluyente controlável ao sistema de jusante, que é proporcional à geração hidráulica controlável e a energia de vazão mínima gerada no sistema de jusante. A terceira parcela, chamada parcela a fio d'água do desestoque, é proporcional à energia afluyente a fio d'água gerada no sistema à jusante devido ao desestoque do sistema de montante descontado da energia vertida.

A energia vertida é descontada, pois assume-se a hipótese de que se o sistema de montante está vertendo, o engolimento máximo das usinas a fio d'água imediatamente à montante já foi atingido.

4.2.1 Cálculo das Parcelas do Desestoque Devido a Geração Controlável

Quando é adotado o acoplamento hidráulico, uma parte da energia armazenável máxima é gerada dentro do próprio sistema e outra parte gerada nos sistemas de jusante,

ou seja, parte da energia armazenada no sistema de montante deve-se às usinas existentes nos sistemas de jusante.

A fração da energia armazenada no sistema i correspondente à parcela própria é dada pela equação (4.1):

$$A_{i,t} = \frac{1}{FATOR_t} \sum_{j \in R_{i,t}} \left[VUTIL_j \times \left(\sum_{k \in J_{j,t}^a} \rho_{k,t} \right) \right] / \overline{EA}_{i,t} \quad (4.1)$$

Onde:

$A_{i,t}$	Fração da energia armazenada no sistema i , correspondente à parcela própria, no período t (pu).
$\overline{EA}_{i,t}$	Energia armazenável máxima do sistema i no período t ($MWmês$).
$VUTIL_j$	Volume útil da usina j (hm^3).
$R_{i,t}$	Conjunto composto por todos os reservatórios do sistema i no período t .
$J_{j,t}^a$	Conjunto composto por todas as usinas à jusante de j , inclusive, pertencentes ao mesmo sistema de j , no período t .
$\rho_{k,t}$	Produtibilidade equivalente da usina j no período t ($MW/(m^3/s)$).

Se imediatamente à jusante do sistema i houver usinas com reservatório de outro sistema à jusante, a energia desestocada do primeiro será energia afluyente controlável ao sistema de jusante, uma vez que a energia poderá ser armazenada. Desse modo, a parcela controlável da energia armazenada é aquela correspondente à parte do desestoque que será controlada pelas usinas com reservatório do(s) sistema(s) de jusante. A fração do desestoque em um sistema i que é transformada em energia afluyente ao sistema y é dada pela equação (4.2):

$$B_{i,y,t} = \frac{1}{FATOR_t} \sum_{j \in R_{i,t}} \left[VUTIL_j \times \left(\sum_{\substack{k \in J_{j,t}^b \\ k \in y}} \rho_{k,t} \right) \right] / \overline{EA}_{i,t} \quad (4.2)$$

Onde:

$B_{i,y,t}$	Fração do desestoque no sistema i que é transformada em aflüência controlável no sistema à jusante y no período t (pu).
$J_{j,t}^b$	Conjunto de usinas a partir do primeiro reservatório à jusante do reservatório j até o mar, pertencentes a sistemas de jusante no período t .

Finalmente, se imediatamente à jusante de um sistema houver usinas a fio d'água, a energia desestocada pelo sistema a montante será energia afluenta a fio d'água no sistema a jusante. Esta fração representa a parcela desestocada em um sistema que produz energia não controlável em um sistema de jusante. A fração do desestoque do sistema i que produzirá energia fio d'água no sistema y , é dada pela equação (4.3):

$$C_{i,y,t} = \frac{1}{FATOR_t} \sum_{j \in R_{i,t}} \left[VUTIL_j \times \left(\sum_{\substack{k \in J_{j,t}^c \\ k \in y}} \rho_{k,t} \right) \right] / \overline{EA}_{i,t} \quad (4.3)$$

Onde:

$C_{i,y,t}$	Fração do desestoque no sistema i que é transformada em afluência a fio d'água no sistema à jusante y no período t (pu).
$J_{j,t}^c$	Conjunto de usinas a fio d'água consecutivas até o primeiro reservatório, exclusive, que estão à jusante do reservatório j , pertencentes a sistemas de jusante, no período t .

Os valores correspondentes a A , B e C são utilizados como coeficientes de ponderação do desestoque devido à geração hidráulica controlável de um sistema na resolução do problema de operação.

4.2.2 Cálculo das Parcelas do Desestoque Devido à Vazão Mínima

A energia de vazão mínima pode ser decomposta através de parcelas referentes ao próprio sistema e aos sistemas de jusante, separadas em parcela controlável e parcela fio d'água. Essas parcelas serão chamadas de AVZ , BVZ e CVZ , e são dadas pelas equações (4.4), (4.5) e (4.6):

$$AVZ_{i,t} = \sum_{j \in R_{i,t}} QIMINr_{j,t} \times \sum_{k \in J_{j,t}^a} \rho_{k,t} / EVMIN_{i,t} \quad (4.4)$$

$$BVZ_{i,y,t} = \sum_{j \in R_{i,t}} QIMINr_{j,t} \times \sum_{\substack{k \in J_{j,t}^b \\ k \in y}} \rho_{k,t} / EVMIN_{i,t} \quad (4.5)$$

$$CVZ_{i,y,t} = \sum_{j \in R_{i,t}} QIMINr_{j,t} \times \sum_{\substack{k \in J_{j,t}^c \\ k \in y}} \rho_{k,t} / EVMIN_{i,t} \quad (4.6)$$

Onde:

$AVZ_{i,t}$	Fração da energia de vazão mínima do sistema i correspondente à energia gerada no próprio sistema i no período t (pu).
$BVZ_{i,y,t}$	Fração da energia de vazão mínima do sistema i correspondente à energia que afluirá sob a forma controlável no sistema y à jusante de i no período t (pu).
$CVZ_{i,y,t}$	Fração da energia de vazão mínima do sistema i correspondente à energia que afluirá sob a forma a fio d'água no sistema y à jusante de i no período t (pu).
$R_{i,t}$	Conjunto composto por todos os reservatórios do sistema i no período t .
$QIMINr_{j,t}$	Vazão mínima incremental a usina j (m^3/s) no período t , considerando apenas usinas de reservatório a montante (m^3/s).
$EVMIN_{i,t}$	Energia de vazão mínima do sistema i no estágio t ($MWmês$).
$\rho_{i,t}$	Produtibilidade equivalente da usina j no período t ($MW/(m^3/s)$).
$J_{j,t}^a$	Conjunto composto por todas as usinas à jusante de j , inclusive, pertencentes ao mesmo sistema de j , no período t .
$J_{j,t}^b$	Conjunto de usinas a partir do primeiro reservatório à jusante do reservatório j até o mar, pertencentes a sistemas de jusante, no período t .
$J_{j,t}^c$	Conjunto de usinas a fio d'água consecutivas até o primeiro reservatório, exclusive, que estão à jusante do reservatório j , pertencentes a sistemas de jusante, no período t .

4.2.3 Cálculo das Parcelas Correspondentes à Perda de Energia por Enchimento do Volume Morto

Da mesma forma que a energia de vazão mínima, a energia de enchimento de volume morto pode ser decomposta em parcelas. Vide equações (4.7), (4.8) e (4.9):

$$AVM_{i,t} = \frac{1}{FATOR_t} \sum_{j \in VM_{i,t}} \left[\frac{VMIN_j - VIENCH_j}{\Delta t_{VM,j}} \times \sum_{\substack{k \in J_{j,t}^a \\ k \neq j}} \rho_{k,t} \right] / EVM_{i,t} \quad (4.7)$$

$$BVM_{i,y,t} = \frac{1}{FATOR_t} \sum_{j \in VM_{i,t}} \left[\frac{VMIN_j - VIENCH_j}{\Delta t_{VM,j}} \times \sum_{\substack{k \in J_{j,t}^b \\ k \in y}} \rho_{k,t} \right] / EVM_{i,t} \quad (4.8)$$

$$CVM_{i,y,t} = \frac{1}{FATOR_j} \sum_{j \in VM_{i,t}} \left[\frac{VMIN_j - VIENCH_j}{\Delta t_{VM,j}} \times \sum_{\substack{k \in J_{j,t}^c \\ k \in y}} \rho_{k,t} \right] / EVM_{i,t} \quad (4.9)$$

Onde:

- $AVM_{i,t}$ Fração da energia de volume morto do sistema i correspondente à perda de energia ocorrida no próprio sistema i no período t (pu).
- $BVM_{i,y,t}$ Fração da energia de volume morto do sistema i correspondente à perda de afluência controlável no sistema y à jusante de i no período t (pu).
- $CVM_{i,y,t}$ Fração da energia de volume morto do sistema i correspondente à perda de afluência a fio d'água no sistema y à jusante de i no período t (pu).
- $EVM_{i,t}$ Energia de enchimento de volume morto no sistema i no período t ($MWmês$).
- $VMIN_j$ Volume mínimo da usina j (hm^3).
- $\rho_{i,t}$ Produtibilidade equivalente da usina j no período t ($MW/(m^3/s)$).
- $VIENCH_j$ Volume inicial da usina j no instante do início de seu enchimento (hm^3).
- $\Delta t_{VM,j}$ Número de períodos que a usina j levará para encher o volume morto.
- $\rho_{j,t}$ Produtibilidade equivalente da usina j no período t ($MW/(m^3/s)$).
- $J_{j,t}^a$ Conjunto composto por todas as usinas à jusante de j , inclusive, pertencentes ao mesmo sistema de j , no período t .
- $J_{j,t}^b$ Conjunto de usinas a partir do primeiro reservatório à jusante do reservatório j até o mar, pertencentes a sistemas de jusante, no período t .
- $J_{j,t}^c$ Conjunto de usinas a fio d'água consecutivas até o primeiro reservatório, exclusive, que estão à jusante do reservatório j , pertencentes a sistemas de jusante, no período t .

O uso do acoplamento hidráulico força a ocorrência de alterações na montagem de algumas restrições:

Equações de Balanço Hídrico - (uma restrição para cada sistema i):

Em relação a expressão (3.16) vista no Capítulo 3, altera-se:

- a forma de descontar a energia de volume morto, que deve ser multiplicada por AVM , resultando na parcela própria de perda por enchimento de volume morto.
- deve ser incluída toda a expressão entre chaves na equação (4.10), que representa o desestoque dos sistemas de montante que chega em forma de afluência controlável.

A restrição pode ser reescrita como:

$$\begin{aligned}
 & ea_{i,t+1} + \sum_{k=1}^{NPMC} ghidrs_{i,k,t} + evert_{i,t} \\
 & - \left\{ \sum_{l \in SM_i} B_{l,i,t} \times \left(\sum_{k=1}^{NPMC} ghidrs_{i,k,t} + evert_{i,t} \right) \times FC_{i,t}(EA_{i,t}) \right\} \\
 & = EA_{i,t} + FC_{i,t}(EA_{i,t}) \times \gamma_i \times EAF_{i,t} - EVMIN_{i,t}(EA_{i,t}) \\
 & \quad - EVP_{i,t}(EA_{i,t}) - AVM_{i,t} \times EVM_{i,t} \\
 & + \left\{ \sum_{l \in SM_i} [BVZ_{l,i,t} \times EVMIN_{l,t}(EA_{l,t}) \times FC_{i,t}(EA_{i,t}) - BVM_{l,i,t} \times EVM_{l,t}] \right\}
 \end{aligned} \tag{4.10}$$

Onde:

SM_i Conjunto de sistemas à montante do sistema i .

Equações de Atendimento à Demanda - EAD: (uma equação para cada sistema i e para cada patamar de mercado k):

A equação de atendimento à demanda descrita no Capítulo 3 pela equação (3.17) sofre as seguintes alterações:

- a geração hidráulica do sistema i deve ser multiplicada por $A_{i,t}$, uma vez que somente a parcela própria de geração hidráulica contribuirá para o atendimento da carga própria;
- a energia de vazão mínima do sistema i que é abatida da demanda líquida deve ser multiplicada por $AVZ_{i,t}$, que corresponde à parcela própria da energia de vazão mínima;
- toda a expressão entre chaves na equação (4.11) foi incluída, que corresponde à parcela do desestoque dos sistemas à montante que é afluente ao sistema i sob a forma de energia fio d'água.

A restrição é reescrita como:

$$\begin{aligned}
& A_{i,t} \times ghidrs_{i,k,t} + \sum_{w=1}^{NTER_i} gT_{i,w,k,t} + \sum_{l=1}^{NPDF} def_{i,l,k,t} - \sum_{j=1}^{NSIS} int_{i,j;k;i \neq j,t} \\
& + \sum_{j=1}^{NSIS} int_{j,i;k;i \neq k,t} - exc_{i,k,t} + \left\{ \sum_{l \in SM_i} [C_{l,i,t} \times ghidrs_{l,k,t}] \right\} \\
= & (DEMLIQ_{i,k,t} - (1 - \gamma_i) \times EAF_{i,t} - AVZ_{i,t} \times EVMIN_{i,t}(EA_{i,t})) \times FPENG_{k,t} \\
& - \left\{ \sum_{l \in SM_i} [CVZ_{l,i,t} \times EVMIN_{l,t} - CVM_{l,i,t} \times EVM_{l,t}] \times FPENG_{k,t} \right\}
\end{aligned} \tag{4.11}$$

Restrições de Geração Hidráulica Máxima Controlável - (uma restrição para cada sistema i e patamar de mercado k)

Relação das alterações imputadas a equação (3.17) em função da adoção do acoplamento hidráulico:

- A geração hidráulica controlável dada por $ghidrs_{i,k,t}$ deve ser multiplicada por $A_{i,t}$, sendo transformada, então, na parcela própria de geração hidráulica controlável.
- A parcela própria da geração hidráulica controlável deve ser limitada pela geração hidráulica máxima do sistema descontada da energia fio d'água e da parcela própria da energia de vazão mínima. Por isso esta parcela aparece multiplicada por $AVZ_{i,t}$, além de ser descontada toda a afluência a fio d'água oriunda dos sistemas à montante (o que está representado pela expressão entre chaves). Como descrita na equação (4.12).

$$\begin{aligned}
& A_{i,t} \times ghidrs_{i,k,t} + \left\{ \sum_{l \in SM_i} [C_{l,i,t} \times ghidrs_{l,k,t}] \times FPENG_{k,t} \right\} - exc_{i,k,t} \\
\leq & [GHMAX_{i,t}(EA_{i,t}) - (1 - \gamma_i) \times EAF_{i,t} - AVZ_{i,t} EVMIN_{i,t}(EA_{i,t})] \times FPENG_{k,t} \\
& - \left\{ \sum_{l \in SM_i} [CVZ_{l,i,t} \times EVMIN_{l,t}(EA_{l,t}) - CVM_{l,i,t} \times EVM_{j,t}] \times FPENG_{k,t} \right\}
\end{aligned} \tag{4.12}$$

Restrições de Custo Futuro - (quantas forem necessárias para representação do corte de Benders, $n = 1, \dots, NCOR$), equação (4.14):

As equações de cortes de Benders não sofrem alterações, porém. os parâmetros do corte sofrerá alterações como apresentado em Marcato [4].

$$\begin{aligned}
\alpha_{t+1} \geq & w_n + \sum_{i=1}^{NSIS} \left((\pi_{V_i})_{t+1} \times ea_{i,t+1} \right) \\
& + \sum_{i=1}^{NSIS} \sum_{p=1}^{NARP} \left((\pi_{EAF_{pi}})_{t+1} \times EAF_{i,t-p+1} \right)
\end{aligned} \tag{4.13}$$

Onde:

$NARP$	Ordem máxima do modelo PAR(p).
$NCOR$	Número de cortes da função de custo futuro.
$NSIS$	Número de usinas com reservatórios.
$\pi_{V_{n,i}}$	Coefficiente de n-ésimo corte construído no período t associado ao armazenamento do sistema i .
$\pi_{EAFp_{n,i}}$	Coefficiente de n-ésimo corte construído no período t associado à energia afluyente no p-ésimo período passado ao sistema i .
α_{t+1}	Custo futuro (\$).
w_n	Termo constante do Corte de Benders (\$).

4.3 ACOPLAMENTO ENTRE SISTEMAS EQUIVALENTES À MONTANTE E USINAS INDIVIDUALIZADAS À JUSANTE

Essa item considera a possibilidade de existirem sistemas à montante equivalentes e sistemas à jusante à usinas individualizadas.

O desestoque originado em um determinado sistema equivalente de montante será direcionado para um ou mais sistemas de jusante, à usinas individualizadas ou não.

Como foi visto no item anterior, o desestoque em um determinado sistema equivalente é dado pela soma da geração hidráulica controlável, vertimento e geração de vazão mínima, descontando-se a energia perdida com o enchimento de volume morto. Todas estas grandezas são medidas em energia ($MWmês$) e são divididas em três parcelas: própria, afluyente controlável e afluyente fio d'água. Entretanto, quando um sistema de jusante está representado à usinas individualizadas, a parcela afluyente controlável e afluyente a fio d'água devem ser fundidas e transformadas na vazão equivalente (m^3/s) que vai estar chegando à primeira usina deste sistema a jusante individualizado. A Figura 17 (Fonte: [4]) mostra um exemplo esquemático.

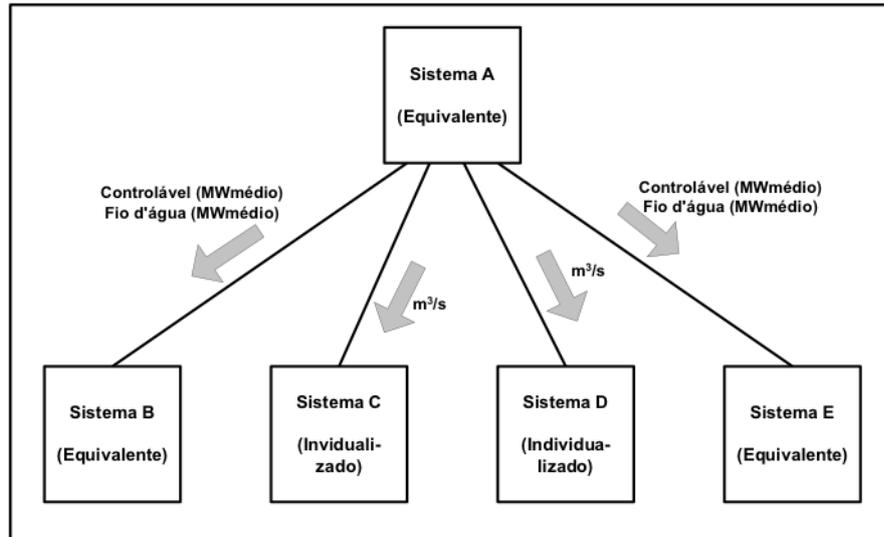


Figura 17 – Exemplo Esquemático de um Sistema Equivalente à Montante Conectado Hidraulicamente à Outros Sistemas Equivalentes ou Não

O desestoque do sistema de montante i deve ser convertido em uma vazão incremental equivalente afluyente $AFLEQU_{i,j,t}$ à primeira usina j do sistema à usinas individualizadas à jusante y , sendo que a usina j pode ter ou não reservatório.

Analisando somente o acoplamento entre um sistema i (equivalente) e um sistema y (à usinas individualizadas), observa-se que pode existir mais de um acoplamento entre os sistemas. Logo, o desestoque do sistema i direcionado para o sistema y deve ser dividido entre os diversos pontos de acoplamento. Assim, define-se:

- $D_{i,j,t}$: Fração do desestoque produzido por geração hidráulica controlável pelo sistema i direcionado a usina j no período t .
- $DVZ_{i,j,t}$: Fração do desestoque produzido por atendimento à energia de vazão mínima pelo sistema i direcionado a usina j no período t .
- $DVM_{i,j,t}$: Fração da perda de desestoque devido ao enchimento de volume morto de usinas no sistema i que implica em perda de afluência a usina j no período t .

Para cada uma das parcelas descritas anteriormente, deve-se observar as seguintes relações apresentadas nas equações (4.14), (4.15) e (4.16):

$$(B_{i,y,t} + C_{i,y,t}) = \sum_{j \in FRONT_{i,y}} D_{i,j,t} \quad (4.14)$$

$$(BVZ_{i,y,t} + CVZ_{i,y,t}) = \sum_{j \in FRONT_{i,y}} DVZ_{i,j,t} \quad (4.15)$$

$$(BVM_{i,y,t} + CVM_{i,y,t}) = \sum_{j \in FRONT_{i,y}} DVM_{i,j,t} \quad (4.16)$$

Realiza-se uma ponderação para a obtenção das parcelas D , DVZ e DVM . A seguir, é apresentado o cálculo da parcela D ; raciocínio análogo deve ser desenvolvido para a obtenção das parcelas DVZ e DVM . Considerando a usina j pertencente ao sistema y na fronteira com o sistema imediatamente à montante i , pode-se dizer que a parcela do desestoque do sistema i que será direcionada à usina j é dada pela equação (4.17):

$$D_{i,j,k} = \frac{1}{FATOR_t} \times \left\{ \begin{array}{l} \sum_{k \in R_{i,t}} \left[VUTIL_k \times \sum_{\substack{y \in J_{k,t}^b \\ y \in J_{j,t}}} \rho_{y,t} \right] \\ + \sum_{k \in R_{i,t}} \left[VUTIL_k \times \sum_{\substack{y \in J_{k,t}^c \\ y \in J_{j,t}}} \rho_{y,t} \right] \end{array} \right\} / \overline{EA}_{i,t} \quad (4.17)$$

A equação (4.18) apresenta o cálculo da vazão afluyente incremental em um usina j originada por um desestoque no sistema i a montante:

$$AFLEQU_{i,j,t} = \left[\begin{array}{l} D_{i,j,t} \times \left[\left(\sum_{k=1}^{NPMC} ghids_{i,k,t} \right) + vert_{i,t} \right] + \\ DVZ_{i,j,t} \times EVZMIN_{i,t} (EA_{i,t}) - DVM_{i,j,t} \times EVM_{i,t} \end{array} \right] / \sum_{k \in J_{i,t}} \rho_{k,t} \quad (4.18)$$

Nas restrições dadas pelas equações de balanço hídrico deve-se estar atento as seguinte ponderações:

- para os sistemas equivalentes prevalecem exatamente com as mesmas equações descritas para o caso anterior.
- para os sistemas à usinas individualizadas também não existem alterações em relação ao descrito no Capítulo A, havendo uma equação de balanço hídrico para cada usina.

Contudo, para toda usina i de fronteira acoplada hidráulicamente com alguma usina de um ou mais sistemas equivalentes de montante, deve ser observada na equação

(4.19):

$$\begin{aligned}
& va_{i,t+1} + \sum_{k=1}^{NPMC} (vt_{i,k,t} + vv_{i,k,t}) - \sum_{j=1}^{NM} \sum_{k=1}^{NPMC} (vt_{j,k,t} + vv_{j,k,t}) \\
& - FATOR_t \times \sum_{l \in SM_i} AFLEQU_{l,i,t} = AFL_{i,t} \times FATOR_t + VA_{i,t}
\end{aligned} \tag{4.19}$$

Restrições de Custo Futuro - (quantas forem necessárias para representação do corte de Benders, $n = 1, \dots, NCOR$), equação (4.20):

No modelo híbrido, há parâmetros relativos à usinas individualizadas e parâmetros relativos ao sistema equivalente, dependendo do tipo de representação de cada subsistema. Como apresentado em Marcato [4].

$$\begin{aligned}
& \alpha_{t+1} \geq w_n \\
& + \sum_{j=1}^{NDAM_i} \left((\pi_{V_j})_{t+1} \times va_{j,t+1} \right) + \sum_{j=1}^{NUSI} \sum_{p=1}^{NARP} \left((\pi_{AFLpj})_{t+1} \times AFL_{j,t-p+1} \right) \\
& + \sum_{i=1}^{NSIS} \left((\pi_{V_i})_{t+1} \times ea_{i,t+1} \right) + \sum_{i=1}^{NSIS} \sum_{p=1}^{NARP} \left((\pi_{EAFpi})_{t+1} \times EAF_{i,t-p+1} \right)
\end{aligned} \tag{4.20}$$

Onde:

$NARP$	Ordem máxima do modelo PAR(p).
$NCOR$	Número de cortes da função de custo futuro.
$NSIS$	Número de usinas com reservatórios.
$NDAM_i$	Número de usinas com reservatórios.
$\pi_{V_{n,j}}$	Coefficiente de n-ésimo corte construído no período t associado ao armazenamento da usina j .
$\pi_{AFLp_{n,j}}$	Coefficiente de n-ésimo corte construído no período t associado ao afluência p-ésimo período passado à usina j .
$\pi_{V_{n,i}}$	Coefficiente de n-ésimo corte construído no período t associado ao armazenamento do sistema i .
$\pi_{EAFp_{n,i}}$	Coefficiente de n-ésimo corte construído no período t associado à energia afluente no p-ésimo período passado ao sistema i .
α_{t+1}	Custo futuro (\$).
w_n	Termo constante do Corte de Benders (\$).

4.4 ACOPLAMENTO ENTRE USINAS INDIVIDUALIZADAS À MONTANTE E SISTEMAS EQUIVALENTES À JUSANTE

A situação inversa será abordada, onde existe um sistema à usinas individualizadas que está à montante de um sistema equivalente. Assim, o desestoque de uma determinada usina, representado exclusivamente pelo turbinamento (m^3/s) e vertimento (m^3/s), irá

afuir em forma de energia ($MW_{médio}$) a um determinado sistema representado de forma equivalente. Vide Figura 18.

O desestoque de uma usina de montante i é convertido em uma energia equivalente afluyente ao sistema j ($AFLIND_{i,j,t}$). Esta energia equivalente afluyente deve ser dividida em uma parte controlável e uma parte fio d'água. A parte fio d'água, que é correspondente à energia gerada pela primeira usina de fio d'água de fronteira do sistema de jusante até o primeiro reservatório exclusive, será abatida diretamente da carga própria. A parte controlável, correspondente à energia que pode ser gerada pelo primeiro reservatório do sistema de jusante e todo o restante da cascata pertencente ao mesmo sistema, entra como uma energia afluyente adicional que o sistema de jusante poderá armazenar ou utilizar para a produção de energia [4].

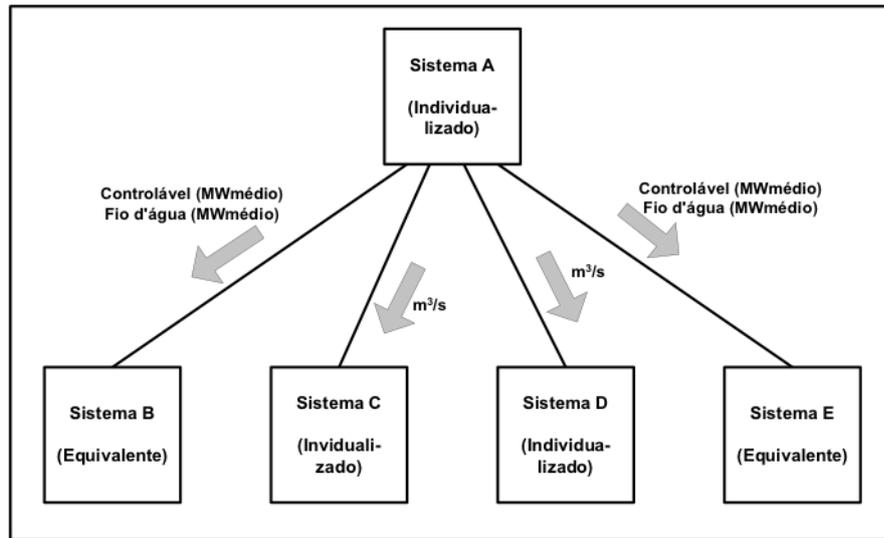


Figura 18 – Exemplo Esquemático de um Sistema à Usinas Individualizadas à Montante Conectado Hidraulicamente a Outros Sistemas à Usinas Individualizadas ou Não

Analisando somente o acoplamento entre um sistema i (à usinas individualizadas) e um sistema j (equivalente), percebe-se que pode existir mais de um acoplamento entre eles, ou seja, mais de uma usina do sistema i turbinando e/ou vertendo água para o sistema j . Logo, o desestoque do sistema i direcionado para o sistema j , deve ser dividido entre os diversos pontos de acoplamento.

Para representar todas as considerações enumeradas anteriormente, faz-se necessário a definição das seguintes constantes:

- $E_{i,j,t}$: Fração do desestoque da usina i (turbinamento + vertimento) que será transformada em energia afluyente controlável ao sistema j no período t .
- $F_{i,j,t}$: Fração do desestoque da usina i (turbinamento + vertimento) que será transformada em energia afluyente fio d'água ao sistema j no período t .

$$E_{i,j,t} = \sum_{k \in J_{i,t}^b} \rho_{k,t} \quad (4.21)$$

$$F_{i,j,t} = \sum_{k \in J_{i,t}^c} \rho_{k,t} \quad (4.22)$$

Estas parcelas, equações (4.21) e (4.22), multiplicadas pelas variáveis de decisão (turbanamento + vertimento) resultam, respectivamente, na energia afluyente controlável e energia fio d'água ao sistema equivalente de jusante respectivamente.

A restrição de atendimento à demanda dos sistemas à usinas individualizadas (equação (3.8)), esta não sofre impactos em relação ao exposto no Capítulo 3. Em contrapartida, sofrerá uma alteração para os sistemas equivalentes, uma vez que deve representar a energia afluyente a fio d'água proveniente de possíveis desestoques de sistemas à usinas individualizadas de montante. Com isso, essa restrição, para os sistemas equivalentes, passa a ser dada pela equação (4.23):

$$\begin{aligned} & ghidrs_{i,k,t} + \sum_{w=1}^{NTER_i} g_{T_{i,w,k,t}} + \sum_{l=1}^{NPDF} def_{i,l,k,t} - \sum_{j=1}^{NSIS} int_{i,j;k;i \neq j,t} \\ & + \sum_{j=1}^{NSIS} int_{j,i;k;i \neq k,t} - exc_{i,k,t} + \left(\sum_{l \in SM_i} \sum_{j \in NFRON_{i,l}} \frac{F_{j,i,t}}{FATOR_t} \times (vt_{j,k,t} + vv_{j,k,t}) \right) \quad (4.23) \\ & = (DEMLIQ_{i,k,t} - (1 - \gamma_i) \times EAF_{i,t} - EVMIN_{i,t}(EA_{i,t})) \times FPENG_{k,t} \end{aligned}$$

Nas restrições dadas pelas equações de balanço hídrico (4.24) deve-se observar que:

- para os sistemas à usinas individualizadas prevalecem exatamente as mesmas equações descritas no Capítulo 3.
- para os sistemas equivalentes que estiverem hidraulicamente acoplados com um sistema à usinas individualizadas à montante deve ser observada a equação (4.24):

$$\begin{aligned} & ea_{i,t+1} + \sum_{k=1}^{NPMC} ghidrs_{i,k,t} + evert_{i,k,t} \\ & - \sum_{l \in SM_i} \sum_{j \in NFRON_{i,l}} \frac{E_{j,i,t}}{FATOR_t} \times (vt_{j,k,t} + vv_{j,k,t}) \quad (4.24) \\ & = EA_{i,t} + FC_{i,t}(EA_{i,t}) \times \gamma_i \times EAF_{i,t} \\ & - EVMIN_{i,t}(EA_{i,t}) - EVP_{i,t}(EA_{i,t}) - EVM_{i,t} \end{aligned}$$

Os sistemas à usinas individualizadas devem apresentar as restrições de produção de energia e deplecionamento mínimo que permanecem inalteradas em relação ao Capítulo 3.

Os sistemas equivalentes devem apresentar as restrições dadas pelas inequações de geração hidráulica máxima controlável, modificadas conforme a equação (4.25):

$$ghids_{i,k,t} - exc_{i,k,t} + \left(\sum_{l \in SM_i} \sum_{j \in NFRON_{i,l}} \frac{F_{j,i,t}}{FATOR_t} \times (vt_{j,k,t} + vv_{j,k,t}) \right) \leq [GHMAX_{i,t}(EA_{i,t}) - (1 - \gamma_i) \times EAF_{i,t} - EVMIN_{i,t}(EA_{i,t})] \times FPENG_{k,t} \quad (4.25)$$

Informações sobre a montagem da função de custo futuro é exposto em Marcato [4].

4.5 TUTORIAL

Inicialmente, será apresentado uma avaliação da função de produção aproximada pela metodologia proposta, e em seguida, a função aproximada será utilizada para resolver um problema de planejamento energético.

4.5.1 Avaliação da Função de Produção Hidráulica Aproximada Proposta

As usinas podem ser classificadas de acordo com a sua característica de produção. Basicamente, existem quatro tipos de usinas:

1. Usinas que dependem do volume armazenado, da vazão turbinada e da vazão vertida;
2. Usinas que dependem da vazão turbinada e da vazão vertida;
3. Usinas que dependem do volume armazenado e da vazão turbinada, e;
4. Usinas que depende somente da vazão turbinada.

As FPH's podem ser expressas de forma gráfica, porém, para as usinas que dependem do volume armazenado, da vazão turbinada e da vazão vertida, propõe-se representar a quarta dimensão em uma escala de cor. Assim, tem-se a ideia da variação da produção hidráulica em função de cada variável.

A Figura 19 apresenta o gráfico da função de produção da UHE Furnas e a Figura 20 ilustra a função de produção da UHE Barra Bonita.

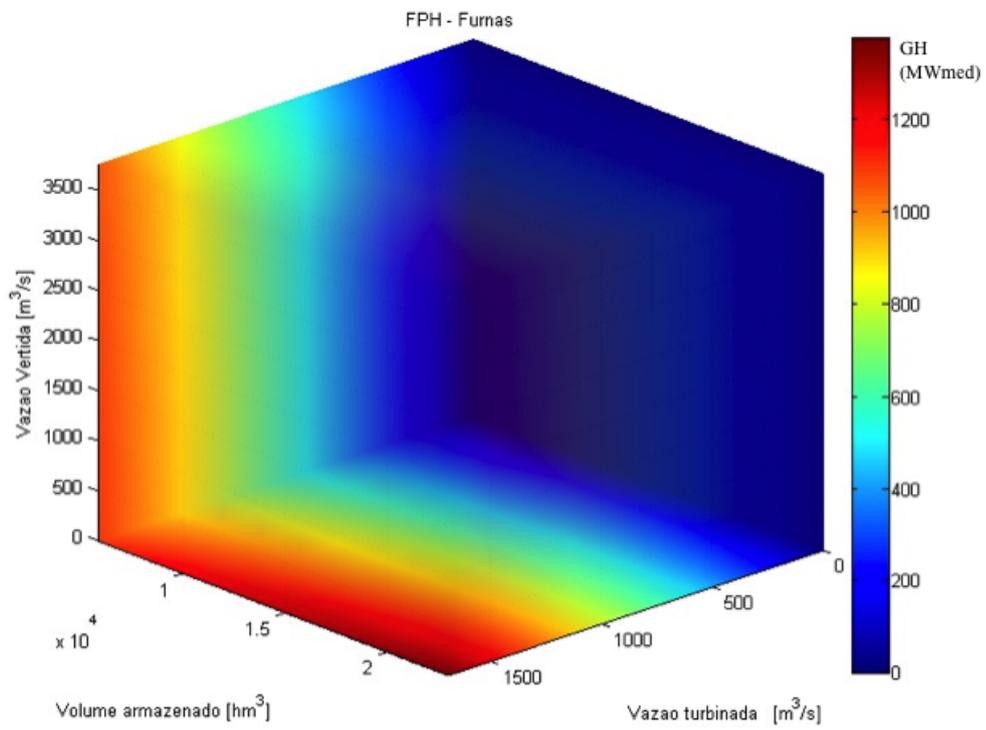


Figura 19 – FPH aproximada da UHE Furnas

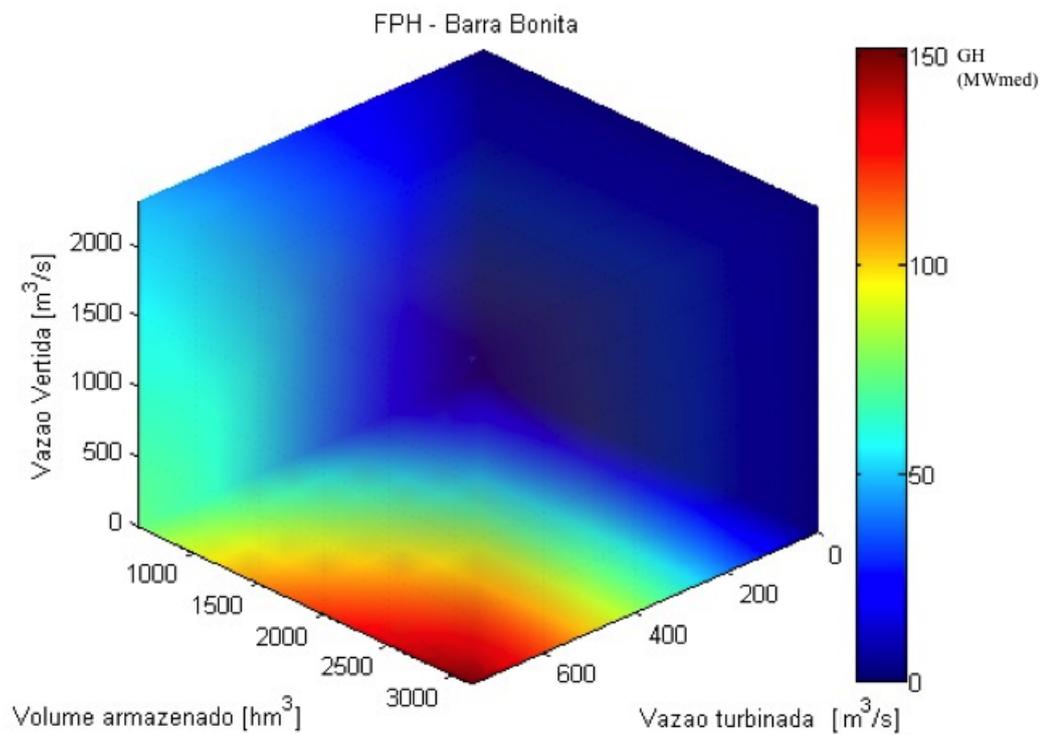


Figura 20 – FPH aproximada da UHE Barra Bonita

Observa-se que com o aumento do volume armazenado há o aumento da geração hidráulica (escala de cores). Da mesma forma que o aumento da vazão turbinada implica no aumento da geração hidráulica. Em relação ao vertimento o comportamento é inverso, ao passo que a vazão vertida aumenta, a geração hidráulica diminui.

Nesse trabalho a FPH foi calculada considerando 5 discretizações equidistantes entre o valor mínimo e máximo para cada dimensão.

A FPH utilizando a aproximação secante apresenta um erro em relação a FPH analítica. Dependendo da aproximação realizada este erro pode ser maior ou menor, logo, cabe realizar um estudo mais aprofundado do erro relativo cometido ao utilizar a FPH aproximada.

O erro percentual pode ser determinado como apresentado na equação (4.26):

$$\Delta FPH_p = \frac{|FPHA_p - FPH_p|}{FPH_{max}} \times 100\% \quad (4.26)$$

ΔFPH_p	Erro percentual do ponto da grade de discretização p (%). O ponto p é determinado para um dado conjunto (V, Q, S) .
$FPHA_p$	Valor da função de produção hidráulica aproximada obtido para o ponto da grade de discretização p (W).
FPH_p	Valor da função de produção hidráulica obtido pela função analítica para o ponto da grade de discretização p (W).
FPH_{max}	Valor máximo da função de produção hidráulica obtido pela função analítica em um dado ponto da grade de discretização.

Assim, para cada usina do sistema, pode-se determinar o valor máximo de erro cometido, o valor médio e o desvio padrão. A Tabela 2 apresenta estes valores.

Tabela 2 – Erro Cometido pela aproximação da FPH.

NUMH	NOME	Erro Máx (%)	Erro Méd (%)	Des. Pad. (%)
1	CAMARGOS	8.01147	2.54732	2.0653
2	ITUTINGA	0.0853443	0.0318999	0.0262842
4	FUNIL-GRANDE	0	0	0
6	FURNAS	3.07492	0.907362	0.741871
7	M. DE MORAES	5.84823	1.53877	1.26733
8	ESTREITO	0.19852	0.0727578	0.0494097
9	JAGUARA	0.0562946	0.0237131	0.0180596
10	IGARAPAVA	0.541152	0.19391	0.143559
11	VOLTA GRANDE	0.0675447	0.0262524	0.0209743

Continua na próxima página.

Tabela 2 – continuação da página anterior.

NUMH	NOME	Erro Máx (%)	Erro Méd (%)	Des. Pad. (%)
12	P. COLOMBIA	0.160949	0.0672837	0.0447482
14	CACONDE	4.12833	1.22349	1.00016
15	E. DA CUNHA	0.43884	0.158355	0.118273
16	A.S.OLIVEIRA	0.475964	0.171298	0.121364
17	MARIMBONDO	5.17073	1.38359	1.13963
18	A. VERMELHA	2.38063	0.720538	0.598211
20	BATALHA	5.94327	1.68161	1.37936
21	SERRA FACAO	5.01027	1.39884	1.16898
24	EMBORCACAO	4.63417	1.45163	1.17871
25	NOVA PONTE	5.11416	1.53171	1.24168
26	MIRANDA	0.607143	0.19783	0.1557
27	CAPIM BRANC1	0.0702561	0.0173518	0.0152171
28	CAPIM BRANC2	0.345897	0.133067	0.0930671
29	CORUMBA IV	1.70931	0.429812	0.34655
30	CORUMBA I	5.6473	1.60999	1.3153
31	ITUMBIARA	4.84052	1.34553	1.1032
32	CACH.DOURADA	1.06568	0.422506	0.282561
33	SAO SIMAO	2.23552	0.666093	0.552476
37	BARRA BONITA	9.19784	2.53948	2.09807
38	A.S. LIMA	0.746593	0.286559	0.219141
39	IBITINGA	1.11539	0.437391	0.329939
40	PROMISSAO	3.52253	0.94648	0.766271
42	NAVANHANDAVA	0.590342	0.212313	0.153973
44	I. SOLT. EQV	2.09992	0.540434	0.434264
45	JUPIA	2.44825	0.875383	0.660764
46	P. PRIMAVERA	0.432221	0.0785603	0.0839886
47	A.A. LAYDNER	5.10631	1.35016	1.11089
48	PIRAJU	0.958543	0.387265	0.280587
49	CHAVANTES	2.58698	0.668396	0.544996
50	L.N. GARCEZ	1.85131	0.656953	0.501699
51	CANOAS II	1.65577	0.581442	0.446378
52	CANOAS I	1.34058	0.522998	0.396043
61	CAPIVARA	5.56691	1.46518	1.20644
62	TAQUARUCU	0.959049	0.361174	0.261809
63	ROSANA	2.03912	0.800982	0.594053
66	ITAIPU	6.44E-15	6.44E-16	1.94E-15

Continua na próxima página.

Tabela 2 – continuação da página anterior.

NUMH	NOME	Erro Máx (%)	Erro Méd (%)	Des. Pad. (%)
119	HENRY BORDEN	1.91E-14	9.90E-15	7.57E-15
120	JAGUARI	4.35504	1.32081	1.08795
121	PARAIBUNA	3.54898	1.06626	0.881696
122	SANTA BRANCA	6.25341	1.95248	1.59917
123	FUNIL	5.37148	1.54838	1.26332
126	PICADA	0.092055	0.0362152	0.0255424
127	SOBRAGI	1.33E-08	6.66E-09	4.48E-09
129	SIMPLICIO	0.318119	0.117395	0.0877436
130	ILHA POMBOS	0.388434	0.103082	0.106489
131	NILO PECANHA	3.31E-10	1.65E-10	1.11E-10
132	FONTES	8.61E-09	4.30E-09	2.90E-09
133	P. PASSOS	0.30133	0.0388779	0.0460355
134	SALTO GRANDE	0.02733	0.00801416	0.00910688
135	P. ESTRELA	3.65429	1.07553	0.896912
139	CANDONGA	0.411851	0.164032	0.111241
141	BAGUARI	1.29056	0.50665	0.363638
143	AIMORES	0.206037	0.0611185	0.0609218
144	MASCARENHAS	3.18532	1.1822	0.8959
148	IRAPE	3.29681	1.0016	0.826799
153	SAO DOMINGOS	0.560783	0.149877	0.117447
155	RETIRO BAIXO	1.75996	0.433446	0.350559
156	TRES MARIAS	7.17064	2.10046	1.71395
162	QUEIMADO	1.21776	0.391801	0.315834
192	GUILMAN-AMOR	1.05E-08	5.27E-09	3.55E-09
193	SA CARVALHO	9.13E-15	9.13E-16	2.75E-15
195	JAURU	0.0249282	0.00694588	0.0060929
196	GUAPORE	0.0508094	0.0138627	0.0104192
203	CORUMBA III	2.20946	0.578031	0.458094
217	ROSAL	0.0211208	0.00533865	0.00626415
228	COLIDER	1.80082	0.716819	0.500292
229	TELES PIRES	0.780183	0.31461	0.216618
241	SLT VERDINHO	0.161023	0.0604902	0.0444344
249	OURINHOS	0.225076	0.0828292	0.0693366
251	SERRA MESA	5.47384	1.62311	1.32788
252	CANA BRAVA	0.154918	0.0552988	0.0475422
253	SAO SALVADOR	2.25876	0.679363	0.559475

Continua na próxima página.

Tabela 2 – continuação da página anterior.

NUMH	NOME	Erro Máx (%)	Erro Méd (%)	Des. Pad. (%)
257	PEIXE ANGIC	4.19018	1.09246	0.874657
261	LAJEADO	3.49382	1.3229	0.995791
262	SALTO	0.195196	0.0684862	0.0506455
276	RONDON II	0.0795401	0.0260928	0.0239904
278	MANSO	2.73783	0.74271	0.605879
279	SAMUEL	3.17192	0.741813	0.642061
281	PONTE PEDRA	0.0109034	0.00388453	0.00333308
283	STA CLARA MG	0.0325831	0.0125727	0.0100881
285	JIRAU	0.819482	0.313854	0.20744
287	STO ANTONIO	1.68519	0.459512	0.500662
290	ESPORA	1.96219	0.546476	0.443966
304	ITIQUIRA I	5.24E-10	2.62E-10	1.76E-10
305	ITIQUIRA II	0.120825	0.0436838	0.0327866
310	DARDANELOS	0.602177	0.194792	0.156079
311	CACU	1.65552	0.407901	0.331363
312	B. COQUEIROS	1.45372	0.397588	0.326728
315	FOZ R. CLARO	0.477101	0.168762	0.122081
57	MAUA	1.8422	0.468582	0.379937
71	STA CLARA PR	3.40254	0.972574	0.799474
72	FUNDAO	0.731895	0.264841	0.198425
74	G.B. MUNHOZ	5.39298	1.54656	1.26898
76	SEGREDO	1.17676	0.289246	0.237964
77	SLT.SANTIAGO	5.00695	1.31855	1.08354
78	SALTO OSORIO	1.01715	0.397555	0.297094
82	SALTO CAXIAS	0.499535	0.18198	0.137128
83	BAIXO IGUACU	0.080913	0.0342081	0.0260558
86	BARRA GRANDE	3.45387	1.00817	0.833201
89	GARIBALDI	0.483164	0.166631	0.128199
90	CAMPOS NOVOS	0.187313	0.0780551	0.0523246
91	MACHADINHO	3.29984	0.857088	0.702717
92	ITA	0.625452	0.254659	0.182299
93	PASSO FUNDO	0.792519	0.244727	0.20185
94	MONJOLINHO	0.388999	0.118185	0.0979548
95	QUEBRA QUEIX	0.922419	0.254904	0.208613
97	CASTRO ALVES	0.0479709	0.0165023	0.01465
98	MONTE CLARO	0.0504794	0.0213331	0.0162129

Continua na próxima página.

Tabela 2 – continuação da página anterior.

NUMH	NOME	Erro Máx (%)	Erro Méd (%)	Des. Pad. (%)
99	14 DE JULHO	0.0665127	0.0269579	0.0209721
101	SAO JOSE	0.766466	0.27648	0.208584
102	PASSO S JOAO	0.864738	0.323987	0.241177
103	FOZ CHAPECO	0.0699227	0.0267411	0.0216345
111	PASSO REAL	7.02235	2.26421	1.8314
112	JACUI	0.379284	0.135591	0.103099
113	ITAUBA	0.291855	0.114054	0.0824654
114	D. FRANCISCA	0.856363	0.331373	0.244492
115	G.P. SOUZA	0.424189	0.136568	0.111907
215	SALTO PILAO	0.183174	0.0632189	0.0489983
154	ITAPEBI	0.584756	0.247433	0.176638
169	SOBRADINHO	7.48555	1.99897	1.62874
172	ITAPARICA	1.81966	0.541776	0.450749
176	COMP PAF-MOX	1.59E-14	9.34E-15	6.79E-15
178	XINGO	3.088	1.12123	1.40944
189	P. CAVALO	1.75537	0.467528	0.383427
190	B. ESPERANCA	3.19892	0.793183	0.647721
267	ESTREITO TOC	4.88734	1.80412	1.37976
272	CURUA-UNA	8.5489	2.13982	1.76724
275	TUCURUI	5.99319	1.6	1.30939
277	BALBINA	4.22857	1.068	0.882806
280	COARACY NUNE	3.55967	0.869399	0.762017
284	FERREIRA GOM	0.309973	0.0871027	0.0913813
286	STO ANT JARI	1.08916	0.43068	0.2973
288	BELO MONTE	0.354693	0.13918	0.102943
314	BELO MONTE C	6.31654	2.2187	1.72745

O máximo valor encontrado de erro foi para a UHE Barra Bonita com um valor de 9,19%, porém, com um valor médio de 2,53% e um desvio padrão de 2,09%. O maior erro médio encontrado foi para a UHE Camargos com o valor de 2,55% e um desvio padrão de 2,06%.

A Figura 21 apresenta o gráfico com a diferença percentual para a UHE Barra Bonita. Observa-se que a maioria dos pontos do gráfico estão na escala de cor abaixo de 4%. Isso pode ser explicado pela média e desvio padrão, pois o erro médio para a UHE Barra Bonita é de $2,53 \pm 2,09\%$.

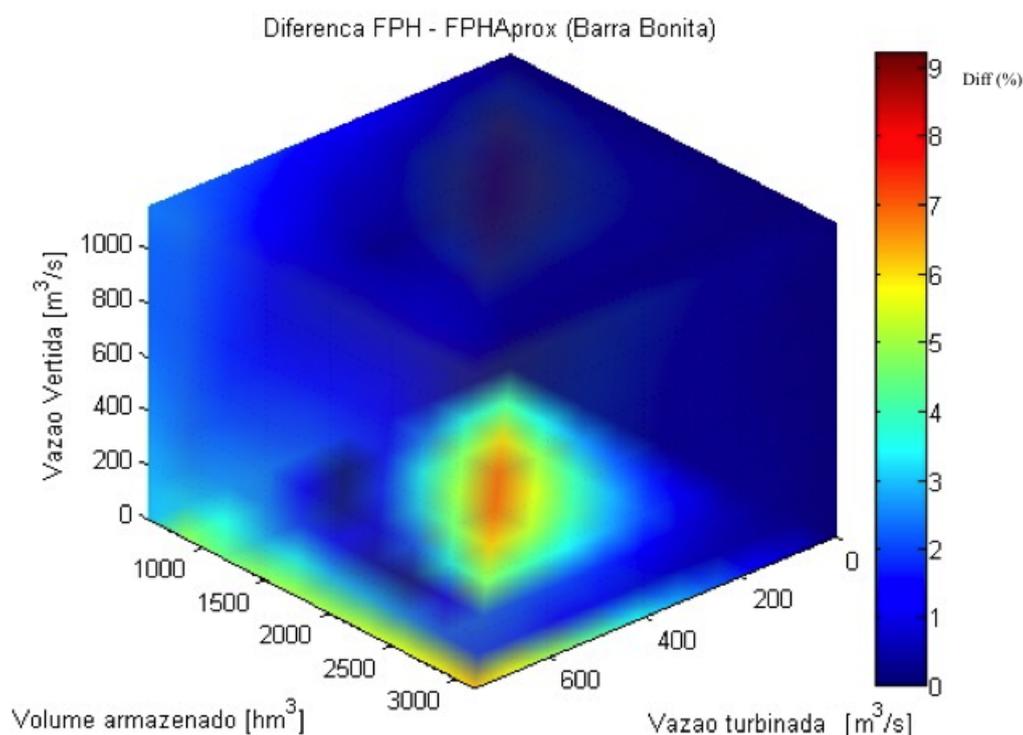


Figura 21 – Erro percentual da UHE Barra Bonita

4.5.2 Otimização Energética

Será analisado um sistema tutorial de tamanho reduzido para verificar o comportamento do sistema frente à metodologia proposta. Em seguida, serão apresentados os resultados obtidos para o caso brasileiro completo.

4.5.2.1 Considerações Iniciais

Será utilizado um trecho da bacia do Paraná para análise do sistema de forma individualizada, a sistemas equivalentes e pela representação híbrida. O sistema tutorial é composto por sete usinas hidrelétricas e duas usinas termelétricas distribuídas em dois sistemas acoplados hidráulicamente. O sistema é considerado sem expansão e, assim, os dados são estáticos no tempo.

4.5.2.2 Dados do Sistema Tutorial

O sistema é formado pelas usinas indicadas na Figura 22, que representam um sistema acoplado hidráulicamente.

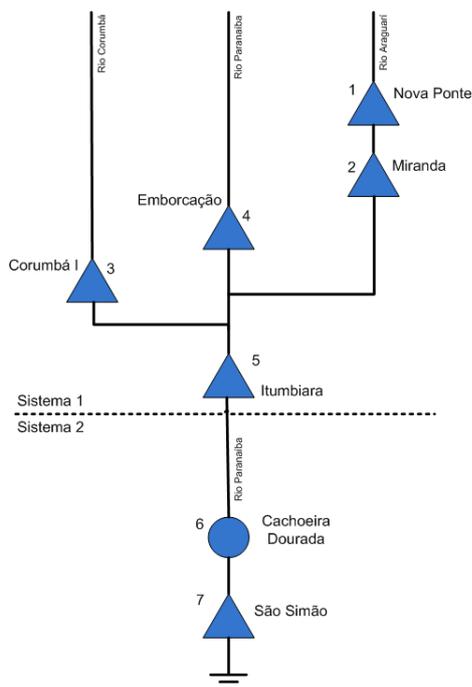


Figura 22 – Sistema Tutorial (parte da Bacia do Paraná)

A carga própria total é mostrada na Tabela 3. É representado por simplificação apenas um patamar de carga e um patamar de déficit, cujo custo será igual a $684R\$/MWh$.

Tabela 3 – Dados de Mercado

Sistema	Demanda (MW médio)
1	3.200,00
2	1.800,00
Total	5.000,00

O limite do intercâmbio energético entre os subsistemas representando a interligação elétrica entre os mesmos, tanto do Sistema 1 para o Sistema 2 como no sentido contrário, será considerado de $800 MW$ médios, situado entre 15% e 20% do mercado total do sistema.

Neste sistema não existem usinas submotorizadas e os dados das usinas hidrelétricas são mostrados nas Tabela 4, Tabela 5 e na Tabela 6.

Tabela 4 – Dados das Usinas Hidrelétricas

Usina	Sistema	Vol. Mín. (hm^3)	Vol. Máx. (hm^3)	Vol. Inic. (hm^3)	Vaz. Mín. (m^3/s)	TEIF (%)	IP (%)	Pot. Inst. (MW)
Nova Ponte	1	2412	12792	9844	55	2.53	8.09	510
Miranda	1	974	1120	1011	64	2.53	8.09	408
Corumbá I	1	470	1500	1080	74	2.53	8.09	375
Emborcação	1	4669	17725	10627	100	2.92	12.12	1192
Itumbiara	1	4573	17027	10190	261	2.92	12.12	2280
Cachoeira Dourada	2	460	460	460	20	2.31	7.37	658
São Simão	2	7000	12540	8435	450	2.92	12.12	1710

Tabela 5 – Polinômios Cota Volume

Usina	$PCV_{i,1}$ $m \times hm^3$	$PCV_{i,2}$ $m \times hm^3$	$PCV_{i,3}$ $m \times hm^3$	$PCV_{i,4}$ $m \times hm^3$	$PCV_{i,5}$ $m \times hm^3$
1	0.75215E+03	0.12284E-01	-0.12569E-05	0.78525E-10	-0.19786E-14
2	0.68470E+03	-0.40190E-02	-0.79360E-06	0.27851E-07	-0.14201E-10
3	0.54589E+03	0.64709E-01	-0.32372E-04	0.73934E-08	0.00000E+00
4	0.56809E+03	0.14506E-01	-0.12028E-05	0.58303E-10	-0.11245E-14
5	0.47116E+03	0.72805E-02	-0.56099E-06	0.25978E-10	-0.48454E-15
6	0.43412E+03	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00
7	0.35833E+03	0.86173E-02	-0.88427E-06	0.52932E-10	-0.12420E-14

Tabela 6 – Dados do Canal de Fuga, Produtibilidade Específica Perda Hidráulica

Usina	Cota do Canal de Fuga m	Prod. Específica $MW/m^3/s/m$	Perda Hidrelétrica
1	696.0	0.009223	0.93 m
2	625.2	0.008829	2.4 m
3	518.9	0.008928	1.24 m
4	521.9	0.008731	1.27 %
5	435.6	0.008829	1.2 %
6	401.1	0.008730	1.96 %
7	328.1	0.009025	0.62 %

As capacidades e custos de operação das usinas térmicas são dados pela Tabela 7.

Tabela 7 – Dados Geração Térmica

Nome	Sistema	Custo $(R\$/MWh)$	Capacidade (MW)	Geração Mínima (MW)
Térmica 1	1	40.00	300	60
Térmica 2	2	100.00	514	100

4.5.2.3 Cálculos dos Parâmetros Individuais das Usinas

Inicialmente, calculam-se as produtibilidades equivalentes e os engolimentos máximos individuais de cada usina de acordo com o exposto no item A.2.1. obtendo os resultados mostrados na Tabela 8.

Tabela 8 – Parâmetros Calculados para as Usinas Hidrelétricas

Usina	Produtibilidade Equivalente (ρ) ($MW/(m^3/s)$)	Produtibilidade (ρ_{med}) ($MW/(m^3/s)$)	Engolimento Máximo (m^3/s)
1	0.9426	1.0025	484.70
2	0.6100	0.6143	599.11
3	0.5733	0.6106	585.92
4	1.0370	1.1027	980.70
5	0.6454	0.6813	3013.72
6	0.2826	0.2826	2106.92
7	0.6093	0.6241	2394.34

4.5.2.4 Parâmetros do Sistema Híbrido

Como pode-se observar, o sistema em estudo apresenta acoplamento hidráulico entre as usinas de Itumbiara e Cachoeira Dourada. Assim, realiza-se os cálculos dos parâmetros de acoplamento para cada possibilidade de representação dos sistemas.

1. **Sistema de Montante e de Jusante Com Representação Equivalente:**
Têm-se, então, a configuração como apresentada na Figura 23:

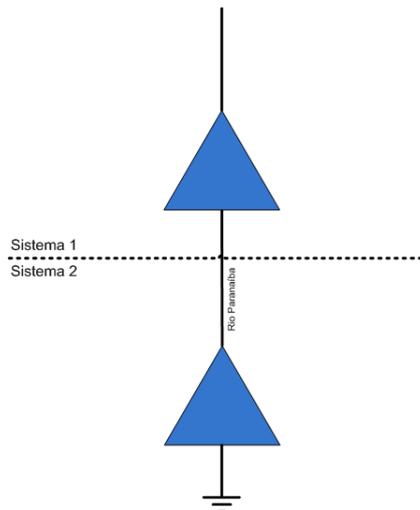


Figura 23 – Sistema Tutorial Utilizando Representação à Sistemas Equivalentes

Para essas representações dos sistemas calcula-se as parcelas A , B e C como nas

equações 4.27, 4.28 e 4.29:

$$A_{1,t} = \frac{\frac{1}{FATOR_t} \times \begin{pmatrix} VUTIL_1 \times (\rho_1 + \rho_2 + \rho_5) + \\ VUTIL_2 \times (\rho_2 + \rho_5) + \\ VUTIL_3 \times (\rho_3 + \rho_5) + \\ VUTIL_4 \times (\rho_4 + \rho_5) + \\ VUTIL_5 \times (\rho_5) \end{pmatrix}}{EA_{1,t}} = 0,6214 \quad (4.27)$$

Logo, 62,14% de qualquer desestoque provocado por geração hidráulica controlável será gerado no próprio Sistema 1.

$$A_{2,t} = \frac{\frac{1}{FATOR_t} \times \left(VUTIL_7 \times (\rho_7) \right)}{EA_{2,t}} = 1,0000 \quad (4.28)$$

Assim, todo desestoque provocado por geração hidráulica controlável será gerado no próprio Sistema 2, como mostra a equação (4.28).

$$B_{1,2,t} = \frac{\frac{1}{FATOR_t} \times \begin{pmatrix} VUTIL_1 \times (\rho_7) + \\ VUTIL_2 \times (\rho_7) + \\ VUTIL_3 \times (\rho_7) + \\ VUTIL_4 \times (\rho_7) + \\ VUTIL_5 \times (\rho_7) \end{pmatrix}}{EA_{1,t}} = 0,2586 \quad (4.29)$$

Logo, 25,86% do desestoque provocado por geração hidráulica controlável no Sistema 1, corresponde à uma energia afluyente que será controlada pelo Sistema 2. Equação (4.29):

$$C_{1,2,t} = \frac{\frac{1}{FATOR_t} \times \begin{pmatrix} VUTIL_1 \times (\rho_6) + \\ VUTIL_2 \times (\rho_6) + \\ VUTIL_3 \times (\rho_6) + \\ VUTIL_4 \times (\rho_6) + \\ VUTIL_5 \times (\rho_6) \end{pmatrix}}{EA_{1,t}} = 0,1200 \quad (4.30)$$

Conclui-se, portanto que 12,00% do desestoque de energia controlável do Sistema 1 produzirá energia fio d'água no Sistema 2, como apresentada na equação (4.30).

2. **Sistema Equivalente à Montante e Individualizado à Jusante:** Essa situação é apresentada na Figura 24:

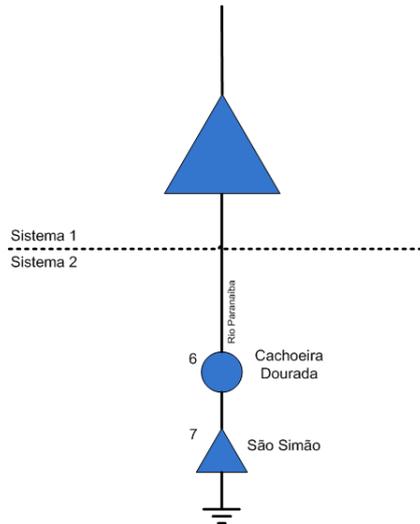


Figura 24 – Sistema Tutorial com o Sistema de Montante Equivalente e o Sistema de Jusante à Usinas Individualizadas

O cálculo parcela A do sistema à montante é o mesmo realizado anteriormente.

Para a parcela D procede-se de acordo com a equação (4.31):

$$D_{1,6,t} = \frac{\frac{1}{FATOR_t} \times \begin{pmatrix} VUTIL_1 \times (\rho_6 + \rho_7) + \\ VUTIL_2 \times (\rho_6 + \rho_7) + \\ VUTIL_3 \times (\rho_6 + \rho_7) + \\ VUTIL_4 \times (\rho_6 + \rho_7) + \\ VUTIL_5 \times (\rho_6 + \rho_7) \end{pmatrix}}{EA_{2,t}} = 0,3786 \quad (4.31)$$

3. **Sistema Individualizado à Montante e Equivalente à Jusante:** Considere a situação da Figura 25:

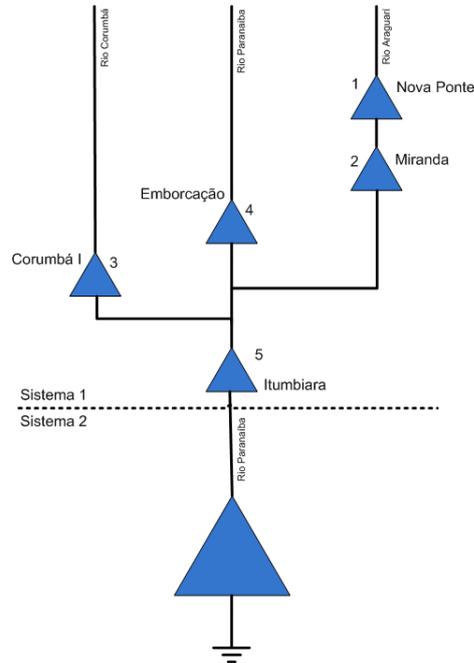


Figura 25 – Sistema Tutorial com o Sistema de Montante à Usinas Individualizadas e o Sistema de Jusante Equivalente

Não será definida a parcela própria para o sistema à montante e para o sistema dois ela existirá e assumirá valor unitário.

Dessa forma, os parâmetros E e F são calculados de acordo com as equações (4.32) e (4.33):

$$E_{5,2,t} = \rho_7 = 0,6093 \quad (4.32)$$

$$F_{5,2,t} = \rho_6 = 0,2826 \quad (4.33)$$

4.5.2.5 Resultados das Simulações

Será realizado o cálculo da política de operação utilizando a programação dinâmica dual determinística para cada um dos tipos de representação do acoplamento hidráulico. Por ser um estudo tutorial, optou-se pela utilização da PDDD devido a simplicidade. Assim, é encontrado a solução ótima dado um único cenário de afluência. O mesmo procedimento poderia ser realizado utilizando o algoritmo da PDDE.

Serão considerados 5 anos de estudo e 5 anos de pós-estudo com discretização mensal, e como cenário serão utilizadas, para cada usina, as primeiras séries de afluência correspondentes do histórico de vazões, ou seja, 120 afluências a partir de janeiro de 1931. Todos os demais dados foram expostos anteriormente.

Para esse caso tutorial foram realizadas diversas simulações. Para as quatro possibilidades de acoplamento foram denominadas:

1. EQV-EQV: Sistema 1 e Sistema 2 representados por sistemas equivalentes de energia.
2. EQV-IND: Sistema 1 representado por sistema equivalente de energia e Sistema 2 por usinas individualizadas.
3. IND-EQV: Sistema 1 representados por usinas individualizadas e Sistema 2 por sistema equivalente de energia.
4. IND-IND: Sistema 1 e Sistema 2 representados por usinas individualizadas.

Além dos quatro tipos de acoplamento, o sistema representado por usinas individualizadas pode ter a geração hidráulica calculada em função da produtividade equivalente das usinas (Prod_Eqv) ou representados pelas FPH's lineares por parte (FPH).

Assim, foi simulado o Sistema Tutorial para todas as combinações possíveis entre os tipos de representações. Devido ao grande volume de informações realizou-se uma síntese das simulações e os resultados apresentados nos gráficos a seguir obtidos da média mensal das mesmas.

Como o sistema é de pequeno porte, a análise dos dados relativos ao tempo computacional será desprezada.

Os custos das simulações são apresentados na Figura 26. Observa-se que o menor valor foi obtido pela metodologia FPH com a representação IND-IND. Além disso, a representação individualizada para o Sistema 2 reduz o custo de operação do Sistema 1 na modelagem FPH.

Em relação à metodologia Prod_Eqv nota-se que a variação do custo ocorre somente no Sistema 1, para todos os tipos de representações o Sistema 2 obteve o mesmo custo de operação.

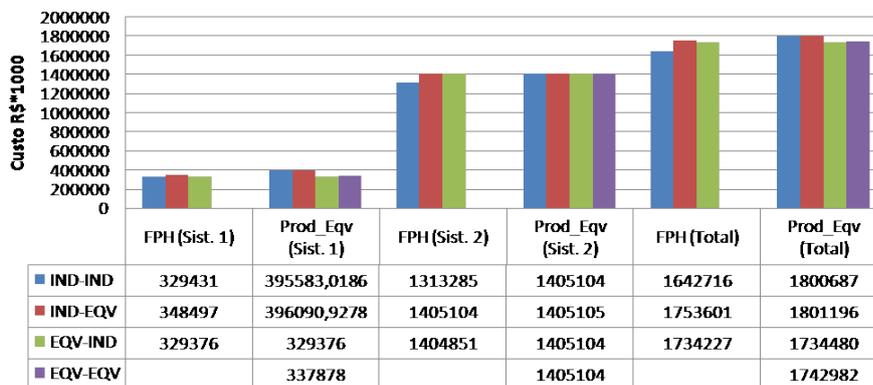


Figura 26 – Custo Médio das Simulações

A energia armazenada para a metodologia FPH é superior à Prod_Eqv em todos os tipos de representações e os maiores valores foram encontrados pelas representações IND-IND e EQV-IND. Quando o Sistema 2 é representado por sistema equivalente de energia ou quando considera-se a modelagem Prod_Eqv, o volume armazenado é bem inferior à modelagem FPH individualizada. Vide Figura 27.

Ressalta-se que a energia armazenada foi calculada considerando a produtividade acumulada equivalente associada a 65% do volume útil. Como a produtividade é variável em função da operação da usina (volume armazenado, vazão turbinada e vazão vertida), a energia armazenada real da metodologia FPH proposta é aproximada, uma vez que não é levado em consideração a variação da produtividade das usinas no cálculo da energia armazenada.

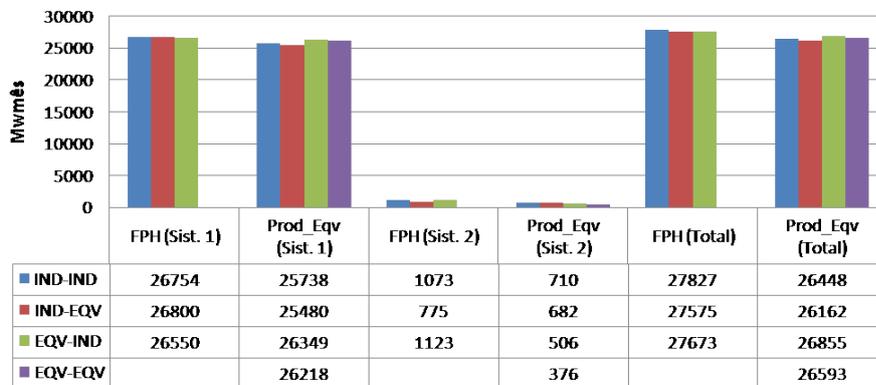


Figura 27 – Energia Armazenada Média Mensal da Simulação

Para a geração hidráulica, nota-se que o total de geração na modelagem FPH foi maior ou igual à Prod_Eqv e as representações IND-IND e IND-EQV foram as que tiveram os maiores ganhos de geração hidráulica da modelagem FPH em relação à Prod_Eqv. Isso reforça o fato de que as usinas apresentam comportamentos distintos em função da operação. A Figura 28 mostra a geração hidráulica para as diversas configurações de acoplamento e para as modelagens FPH e Prod_Eqv.

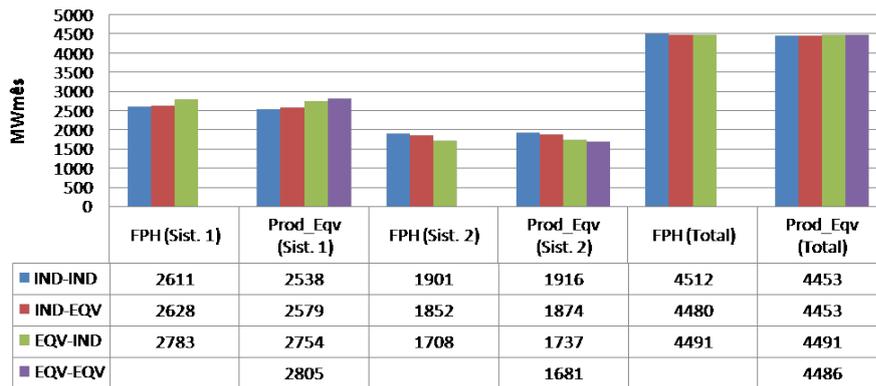


Figura 28 – Geração Hidráulica Média Mensal da Simulação

A geração térmica apresentada na Figura 29 mostra que o Sistema 2 obteve o mesmo valor de geração térmica para quase todos os tipos de representação de acoplamento e de modelagem das usinas hidráulicas. A diferença ocorreu apenas para modelagem FPH (IND-IND), que foi menor. Por outro lado, o Sistema 1 obteve valor distinto para a representação IND-EQV (FPH) e também entre as modelagens FPH e Prod_Eqv das usinas. Como a geração térmica é complementar à geração hidráulica, esses desvios de operação eram esperados visto que houve diferenças no montante de geração hidráulica encontrada para as diferentes metodologias.

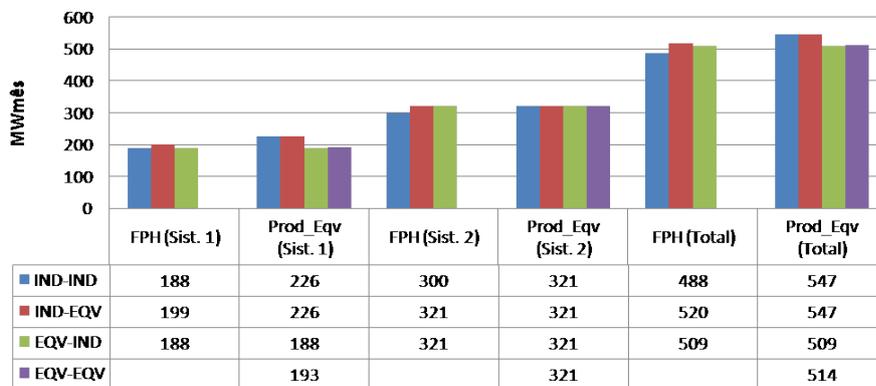


Figura 29 – Geração Térmica Média Mensal da Simulação

O déficit encontrado em todas as simulações foram iguais a zero, por isso, foi omitido o gráfico.

O custo marginal da operação é apresentado na Figura 30. Como a geração térmica foi superior para a representação IND-EQV o CMO também foi superior.

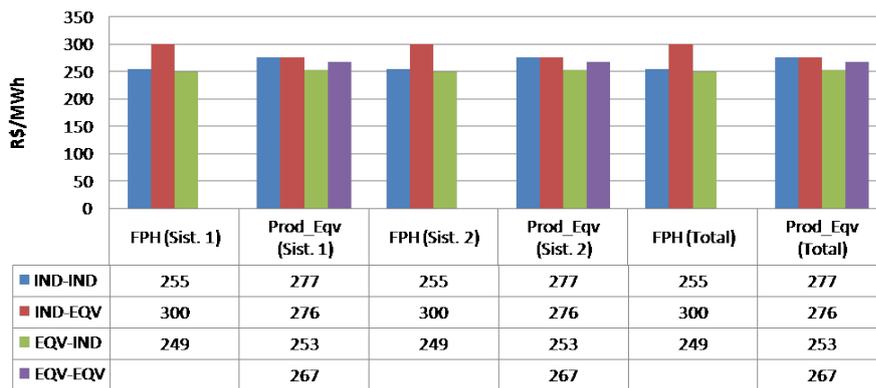


Figura 30 – CMO Médio Mensal da Simulação

As Figuras 31, 32 e 33 ilustram a evolução da energia armazenada nos subsistemas ao longo do período de estudo para os diversos tipos de representações. Quando as usinas foram representadas individualizadamente a metodologia utilizada para a geração hidráulica foi a FPH.

Nesses gráficos é possível observar que a metodologia EQV-EQV mantém os reservatórios em níveis inferiores de armazenamento quando comparado com as outras formas de representação. A representação IND-IND é a que apresenta os maiores níveis de armazenamento total nos dois subsistemas.

Outro ponto a ser destacado é que a maior diferença entre a representação EQV-EQV e a IND-IND ocorre nos períodos em que a afluência é pequena. Com isso, as usinas perdem capacidade de geração, sendo necessário um volume maior de água para gerar uma mesma quantidade de energia em um período em que o reservatório esteja mais cheio.

Nota-se que a energia armazenada do Sistema 2 diminui bastante quando esse é representado por sistema equivalente.

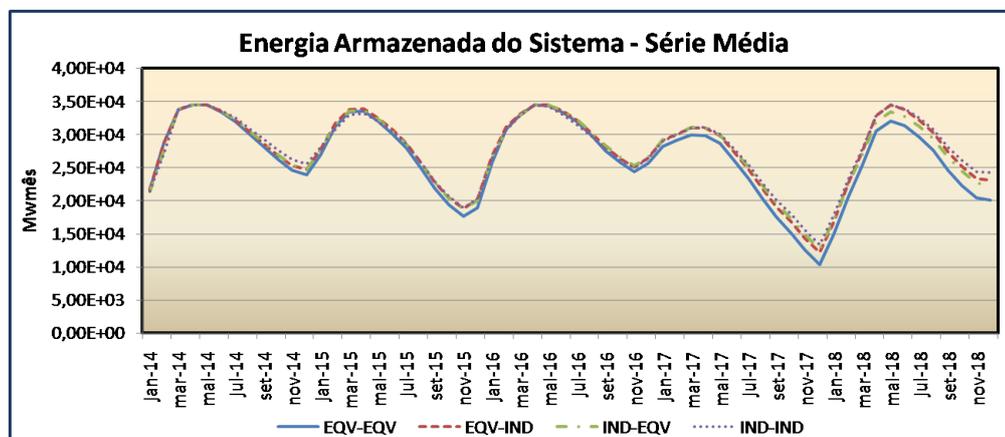


Figura 31 – Energia Armazenada para as Diversas Configurações de Acoplamento (FPH) - Sistema Completo

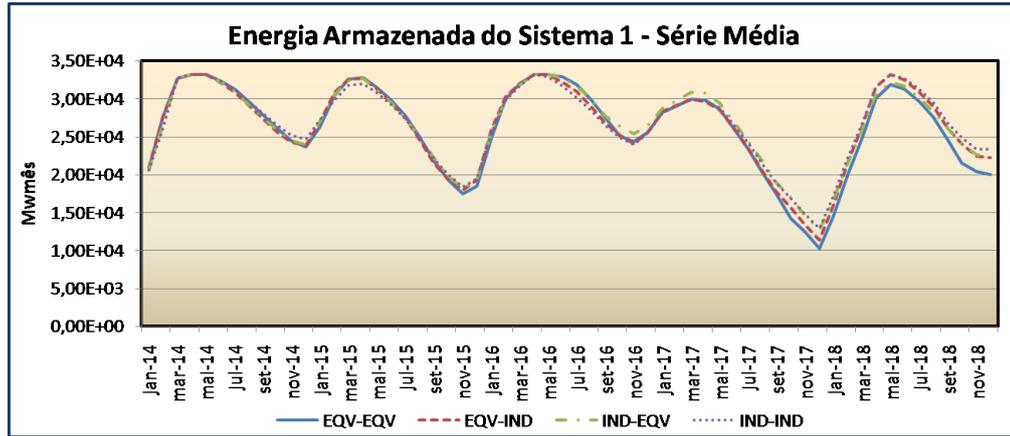


Figura 32 – Energia Armazenada para as Diversas Configurações de Acoplamento (FPH) - Sistema 1

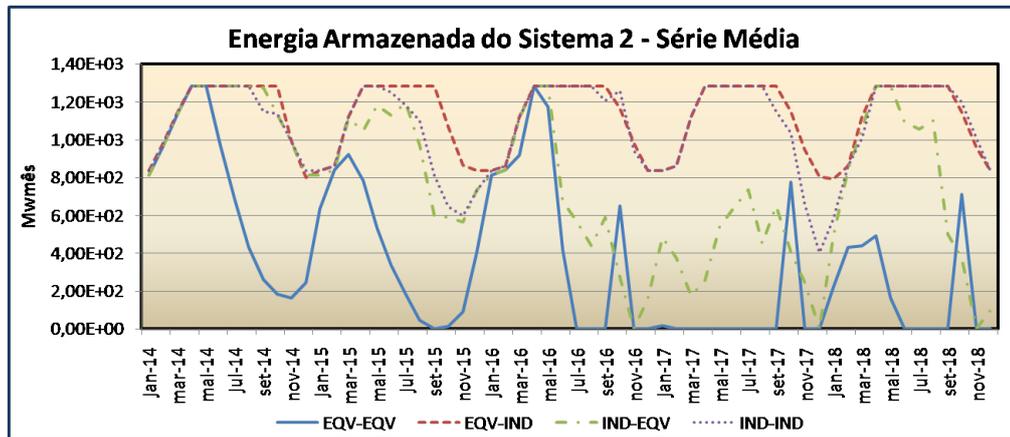


Figura 33 – Energia Armazenada para as Diversas Configurações de Acoplamento (FPH) - Sistema 2

A geração hidráulica é maior na representação IND-IND e na EQV-IND como mostram as Figuras 34, 35 e 36. Note-se que em ambas as representações o Sistema 2 está na forma individualizada.

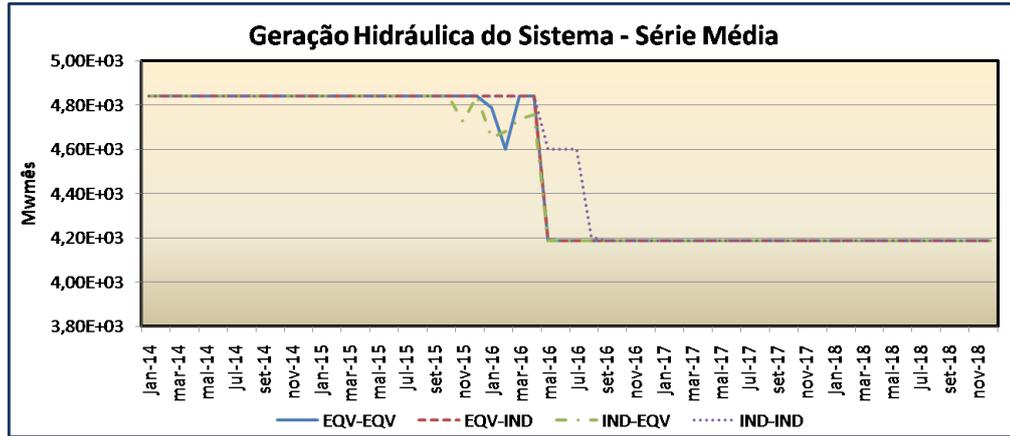


Figura 34 – Geração Hidráulica para as Diversas Configurações de Acoplamento (FPH) - Sistema Completo

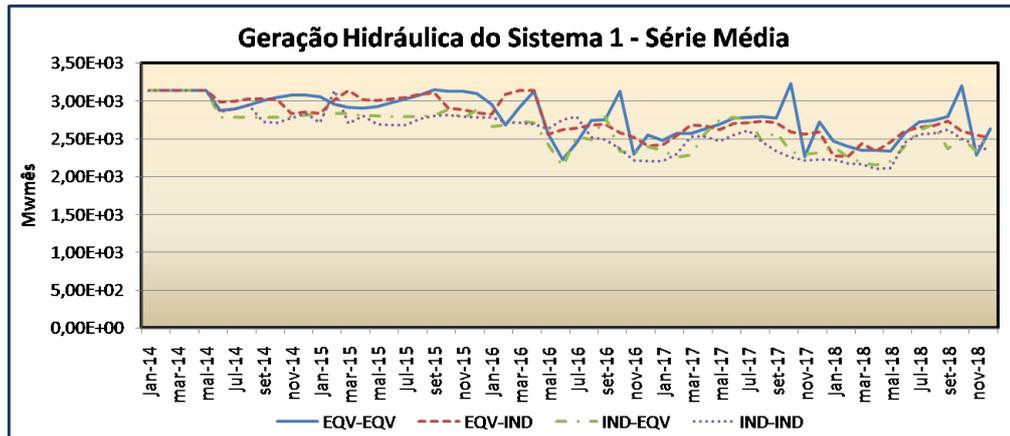


Figura 35 – Geração Hidráulica para as Diversas Configurações de Acoplamento (FPH) - Sistema 1

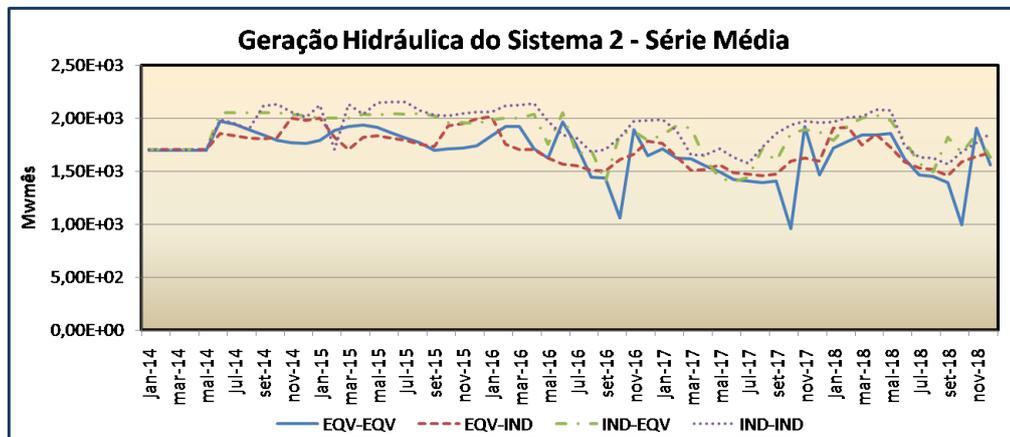


Figura 36 – Geração Hidráulica para as Diversas Configurações de Acoplamento (FPH) - Sistema 2

As gerações térmicas apresentadas nas Figuras 37, 38 e 39 são bem concordantes entre as diferentes representações de acoplamento. A diferença é maior na representação IND-IND que obteve um nível menor de geração para o Sistema 2.

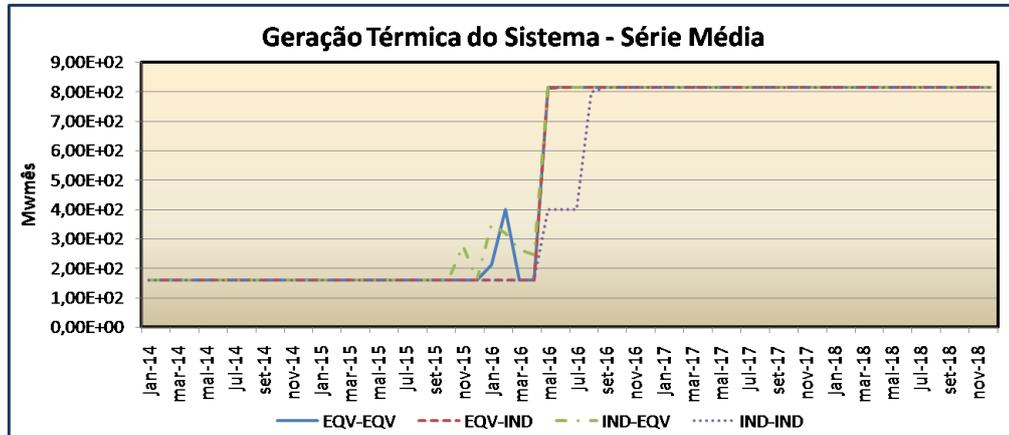


Figura 37 – Geração Térmica para as Diversas Configurações de Acoplamento (FPH) - Sistema Completo

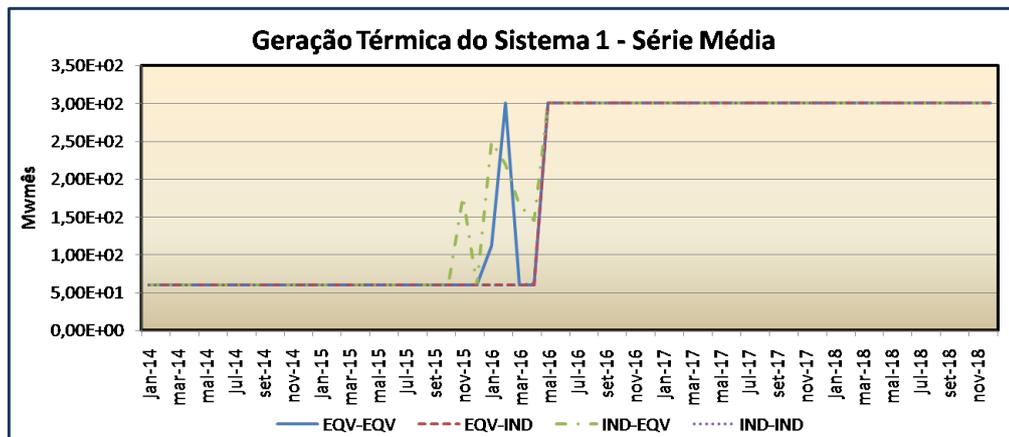


Figura 38 – Geração Térmica para as Diversas Configurações de Acoplamento (FPH) - Sistema 1

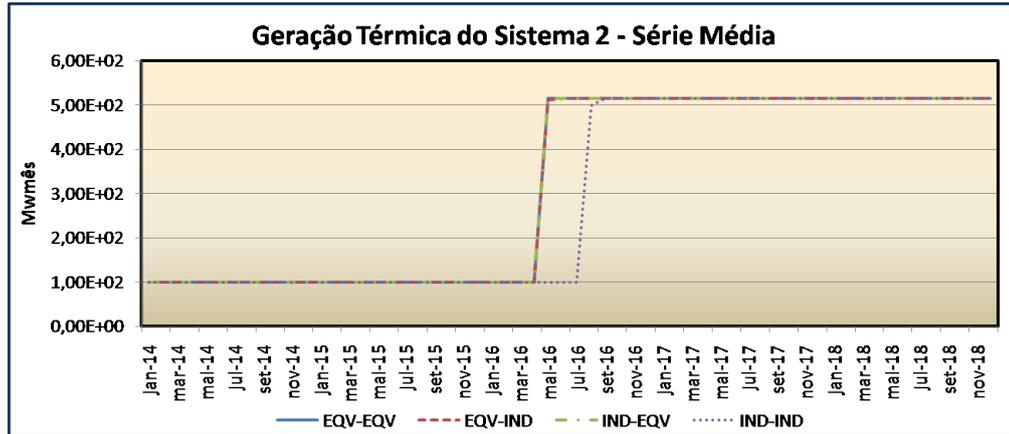


Figura 39 – Geração Térmica para as Diversas Configurações de Acoplamento (FPH) - Sistema 2

As Figuras 40 e 41 apresentam a evolução da produtividade para as usinas Nova Ponte e São Simão respectivamente. O cálculo da produtividade para a metodologia FPH foi realizada dividindo a geração hidráulica pela vazão turbinada em cada período. Assim, a usina de São Simão apresentou uma produtividade superior à produtividade equivalente em quase todos os períodos. O mesmo comportamento foi observado para a usina Nova Ponte.

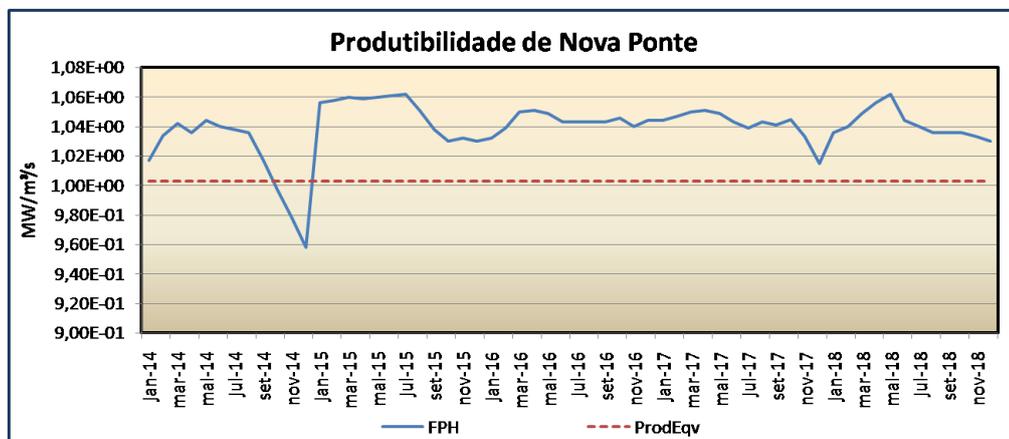


Figura 40 – Variação da Produtibilidade da Usina Nova Ponte

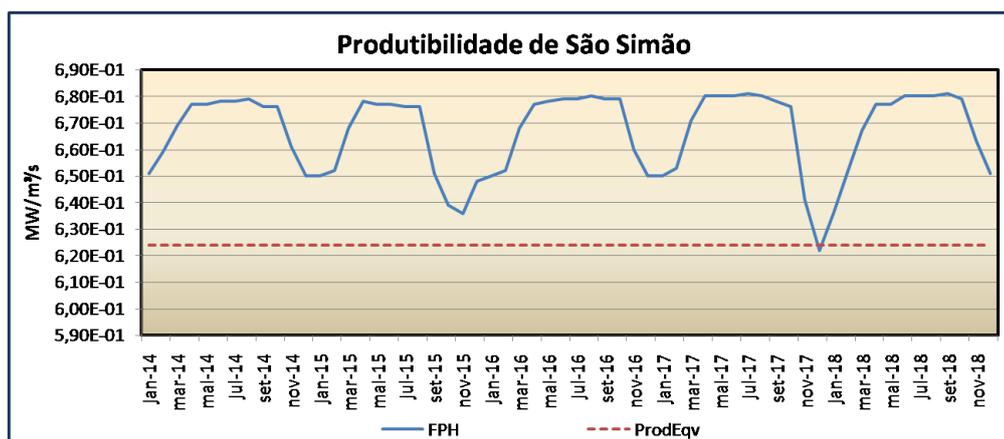


Figura 41 – Variação da Produtibilidade da Usina São Simão

A representação por sistemas equivalentes de energia realiza a operação em paralelo dos reservatórios e também adota a hipótese de que a energia afluenta é distribuída uniformemente entre os reservatórios. Na operação às usinas individualizadas a distribuição das vazões afluentes muito provavelmente não ocorre de forma paralela e dependendo do estado da distribuição das vazões incrementais entre os reservatórios, pode ser que a operação do sistema equivalente seja mais econômica do que a operação individualizada. Além disso, a representação equivalente, por realizar a operação em paralelo dos reservatórios, não apresenta problemas em relação a vertimentos, o que já ocorre em modelos com a representação individualizada.

4.6 CONCLUSÃO

Neste Capítulo foi apresentado a modelagem híbrida entre sistemas equivalentes e usinas individualizadas considerando as modificações na representação das usinas individualizadas para a consideração da FPH proposta no modelo. Ao final, foi apresentado um exemplo tutorial do cálculo da FPH e da otimização do sistema utilizando a PDDE para as diversas configurações possíveis entre as representações por sistemas equivalentes e por usinas individualizadas.

5 RESULTADOS

5.1 INTRODUÇÃO

Considerando-se a importância do planejamento energético para a operação do sistema e a relevância do tema no cenário mundial, foi desenvolvida ao longo dos anos uma plataforma computacional denominada MDDH (Modelo Dinâmico de Despacho Hidrotérmico), que apresenta uma interface gráfica desenvolvida em Java permitindo ao usuário utilizar o conjunto de dados do planejamento da operação de médio prazo disponibilizado em [42]. Com os dados carregados, o usuário pode visualizá-los graficamente ou em tabelas, além da realização do cálculo de política energética e simulação final.

O módulo de otimização matemática é desenvolvido em C++ e dentre as metodologias para otimização do sistema pode-se optar pela utilização da PDDE (a eventos dependentes que utiliza o modelo PAR(p), ou a eventos independentes considerando o histórico de vazões) ou da PDE-CHull (a eventos independentes considerando o histórico de vazões).

Esse trabalho foi desenvolvido utilizando os recursos e avanços alcançados no decorrer dos anos de desenvolvimento da plataforma MDDH.

A etapa de cálculo dos parâmetros do sistema equivalente é um passo importante para o desenvolvimento do trabalho e assim, realizou-se a validação com os parâmetros encontrados pelo modelo NEWAVE. Outro ponto relevante é a determinação da função de produção hidráulica aproximada para as usinas. Será apresentado um estudo da aproximação realizada, onde são analisados o erro máximo, a média e o desvio padrão. Além disso, será analisada a aplicação da FPHA no problema de planejamento energético.

Para o planejamento energético de médio prazo foram analisados diversos casos de estudo considerando ou não o acoplamento hidráulico entre os subsistemas e, além disso, para a representação individualizada das usinas foi avaliada a modelagem considerando a produtividade constante e a modelagem com a função de produção hidráulica linear por partes.

5.2 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

O sistema brasileiro é representado por cerca de 145 usinas hidrelétricas e 130 usinas termelétricas como consta no deck de preços de janeiro de 2014. Para o planejamento energético a região brasileira é subdividida em quatro grandes subsistemas com os seus respectivos submercados (Sudeste/Centro Oeste, Sul, Nordeste e Norte).

O problema de planejamento de médio prazo considera um horizonte de estudo de até cinco anos com mais cinco anos de pós- estudo. O estudo de caso utilizado nesse

trabalho leva em conta a expansão do sistema, ou seja, existem usinas que entrarão em operação e outras sofrerão expansão ao longo do período de estudo. O caso de estudo é o de janeiro de 2014 (deck de preços NEWAVE) obtidos em [42].

O caso base [42] modela os acoplamentos hidráulicos existentes entre as regiões por usinas fictícias, ou seja, quando uma cascata apresenta usinas pertencentes à subsistemas distintos, a cascata é subdividida em duas partes. Enquanto a primeira cascata contém somente as usinas pertencentes ao primeiro subsistema, a segunda apresenta além das usinas do segundo subsistema, as usinas do primeiro subsistema representadas em sua forma fictícia (representa-se somente o reservatório, a produtividade específica da usina é igual a zero). A Figura 42 ilustra esta situação.

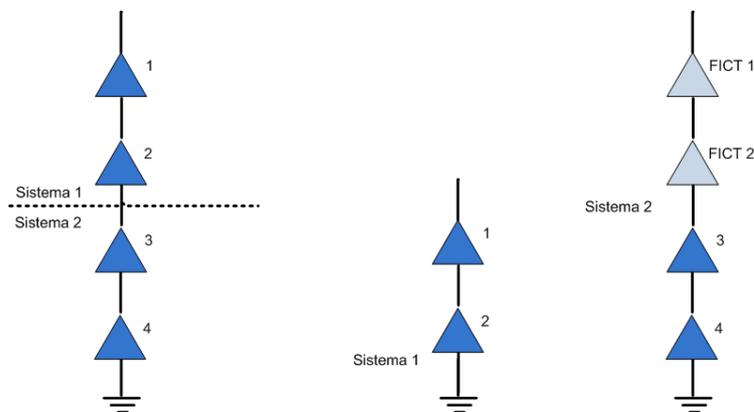


Figura 42 – Representação dos Subsistemas por Usinas Fictícias

Para a modelagem híbrida utilizada neste trabalho serão considerados todos estes acoplamentos hidráulicos do sistema.

A Figura 43 ilustra o acoplamento existente entre a região Sul e a região Sudeste representado pelas usinas Mauá (Sul) e a usina Capivara (Sudeste).

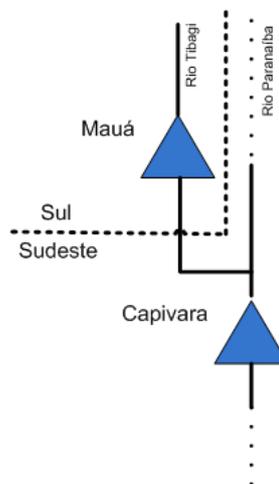


Figura 43 – Acoplamento entre Sul e Sudeste

O acoplamento entre as regiões Sudeste e Nordeste ocorrem em duas cascatas como mostra a Figura 44.

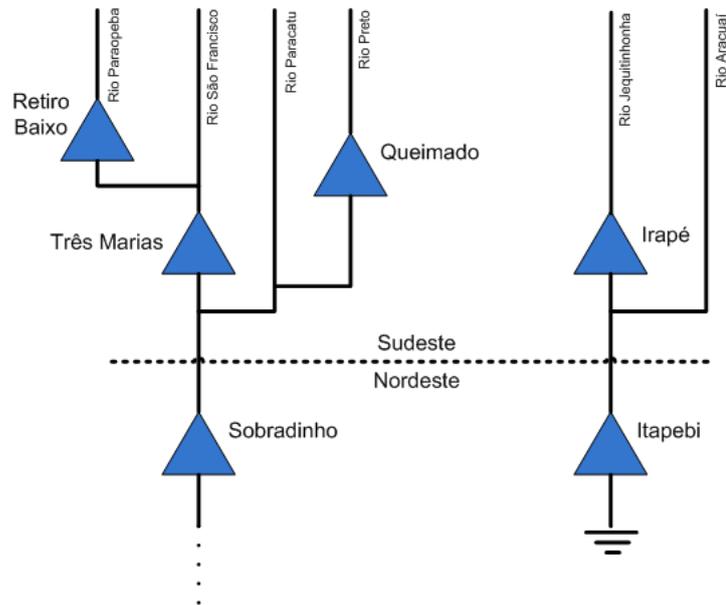


Figura 44 – Acoplamento entre Sudeste e Nordeste

Entre as regiões Sudeste e Norte o acoplamento ocorre entre as usinas Lageado (Sudeste) e a usina Estreito Tocantins (Norte), Figura 45.

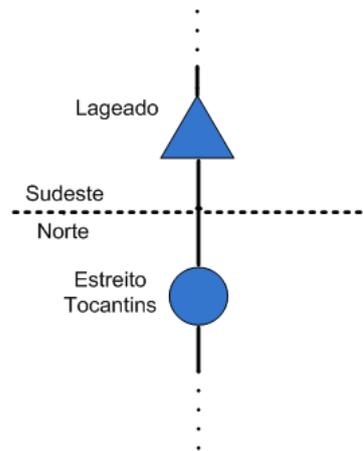


Figura 45 – Acoplamento entre Sudeste e Norte

Para a representação dos acoplamentos hidráulicos mostrados anteriormente foi realizado a edição do arquivo CONFHD.DAT, retirando as usinas fictícias e alterando o campo “JUS”(identificação da usina a jusante) para o número da usina à jusante correspondente. Assim, é necessário utilizar as parcelas de acoplamento na modelagem do sistema.

O cálculo da política operativa foi realizado pela metodologia PDDE a eventos independentes, ou seja, foi desconsiderado a tendência hidrológica PAR(p). As informações de tendência hidrológica é utilizada atualmente em conjunto com a PDDE para obter-se uma melhor representação do sistema real, porém, há o aumento da variabilidade da solução. A proposta de Soares [49] consiste em considerar na etapa *backward* apenas as informações de volumes iniciais para construção dos cortes de Benders. A utilização de eventos independentes na PDDE reduz a variabilidade da solução, mas por outro lado, a qualidade da solução (em termos de custo e segurança) pode ser reduzida. A utilização de medida de risco, como o CVaR, obtém soluções mais conservadoras mesmo não utilizando os modelos autorregressivos [49].

Os cenários utilizados para a otimização foram sorteados do histórico de vazões e as séries de simulação são séries de cinco anos consecutivos desde 1931.

Os seguintes parâmetros foram utilizados no problema:

- Número de sequências *forward*: 200;
- Número de aberturas: 20;
- Número mínimo de iterações: 3;
- Número máximo de iterações: 45;
- número de patamares de carga: 3;
- número de patamares de déficit: 4;
- Considera submotorização: Sim;
- Considera vazão mínima: Sim;
- Considera volume evaporado: Sim;
- Considera enchimento de volume morto: Sim;
- Considera parábolas de correção: Sim;
- Número de série de simulação: 70 séries históricas;
- Cinco discretizações de cada dimensão para determinação da FPH aproximada.

Diversas simulações foram realizadas, a saber:

- FICT: sistema com a representação das usinas fictícias (Caso base);
- EQV: sistema acoplamento hidráulico e os quatro subsistemas representados por sistemas equivalentes de energia;

- SE_IND: sistema com acoplamento hidráulico e o subsistema Sudeste representado de forma individualizada e os demais subsistemas por sistemas equivalentes;
- S_IND: sistema com acoplamento hidráulico e o subsistema Sul representado de forma individualizada e os demais subsistemas por sistemas equivalentes;
- NE_IND: sistema com acoplamento hidráulico e o subsistema Nordeste representado de forma individualizada e os demais subsistemas por sistemas equivalentes;
- N_IND: sistema com acoplamento hidráulico e o subsistema Norte representado de forma individualizada e os demais subsistemas por sistemas equivalentes;
- Prod_Eqv: para o sistema individualizado modelado com a produtibilidade constante associado a 65% do volume útil.
- FPH: para o sistema individualizado modelado pela Função de Produção Hidráulica proposta;

5.3 TEMPOS DE PROCESSAMENTO

O programa desenvolvido foi executado em um *cluster* de computadores da marca SGI com 32 nós e 256 processadores de 3.6 GHz com 16 Gb de memória por processador. O sistema operacional é o CAOS Linux NSA (baseado no Red-Hat) 64 bits. Para cada simulação foram utilizados 200 processadores, o mesmo número de sequências *forward*. A Figura 46 apresenta os resultados de tempo computacional de cada execução do problema de planejamento de médio prazo.

Observa-se que a representação individualizada do Sudeste foi a que demandou os maiores tempos computacionais seguido do subsistema Sul. Quando utiliza-se a modelagem da FPH para representar a geração hidráulica das usinas, o tempo computacional aumenta consideravelmente principalmente para o Sudeste; isso porque o número de restrições para representar o problema aumenta bastante e, conseqüentemente, o tempo para resolução do PL também aumenta. Como o Sudeste é o subsistema que apresenta o maior número de usinas, o impacto da modelagem da FPH é maior neste subsistema.

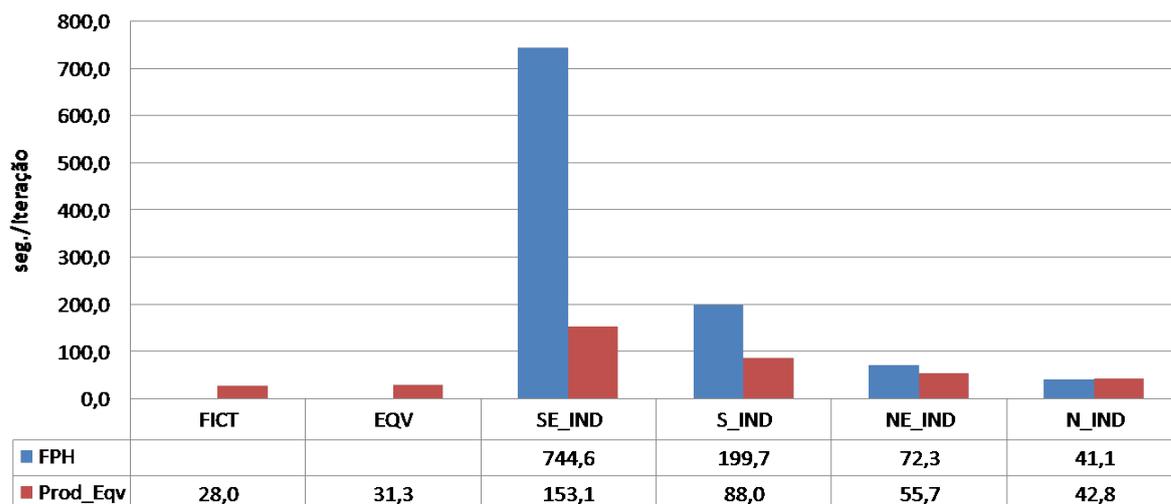


Figura 46 – Tempo Computacional

5.4 RESULTADOS GLOBAIS

Devido ao grande volume de testes realizados optou-se por calcular uma medida global entre as simulações. Para isso, obteve-se a média mensal das 70 simulações obtidas do histórico de vazões.

A Figura 47 mostra o gráfico comparativo dos custos de simulação. Primeiramente pode-se observar uma grande concordância entre as metodologias Prod_Eqv e FPH. Os custos totais estão bem próximos para as simulações com a mesma representação, sendo que a máxima diferença encontrada foi para a representação NE_IND que chegou a 6,4%.

Em relação aos diferentes tipos de representação destaca-se a SE_IND que obteve o menor custo de simulação. A diferença para a representação com maior custo chega a 36,5%. Essa redução de custo é muito significativa e deve-se ao fato da representação do subsistema Sudeste em sua forma individualizada conseguir reduzir os eventuais déficits de energia do sistema para as diversas séries simuladas.

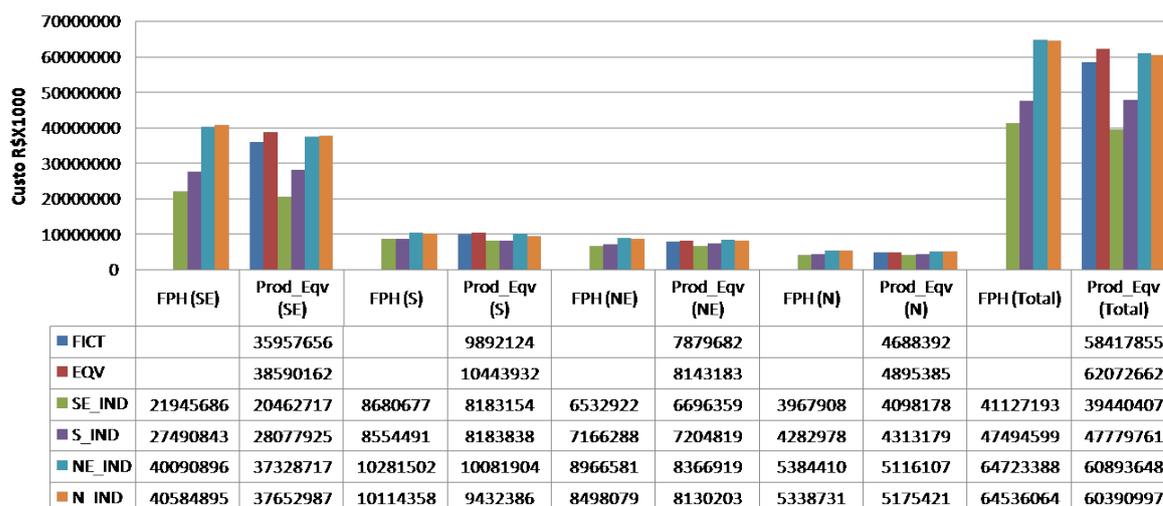


Figura 47 – Custo das Simulações

A energia armazenada é apresentada na Figura 48. Ressalta-se que a energia armazenada foi calculada em função da produtibilidade equivalente acumulada. A modelagem da geração hidráulica através da FPH faz com que a produtibilidade da usina seja obtida em função do seu estado operativo, ou seja, para cada valor de volume armazenado, vazão turbinada e vazão vertida é calculada a geração hidráulica da usina. Assim, para cada série de simulação seria necessário calcular a produtibilidade de cada usina e, em seguida, a produtibilidade acumulada para então obter-se o valor real da energia armazenada do sistema para a modelagem FPH.

A representação SE_IND foi a que deixou o sistema com a menor energia armazenada, mas por outro lado, foi a que obteve o menor custo de simulação. A representação FICT operou o sistema com uma maior energia armazenada, mas não muito longe das demais representações.

Da mesma forma como no custo, não houve grandes diferenças entre a modelagem Prod_Eqv e FPH, mostrando mais uma vez a coerência entre os modelos. Além disso, na representação SE_IND a energia armazenada nos subsistemas foi menor na modelagem FPH do que na Prod_Eqv.

Em relação à representação FICT pode-se destacar uma divergência acentuada no armazenamento das regiões Nordeste e Norte. Isso se deve ao fato de que mesmo as usinas apresentando produtibilidades nulas, as usinas influenciam no aumento do armazenamento das regiões.

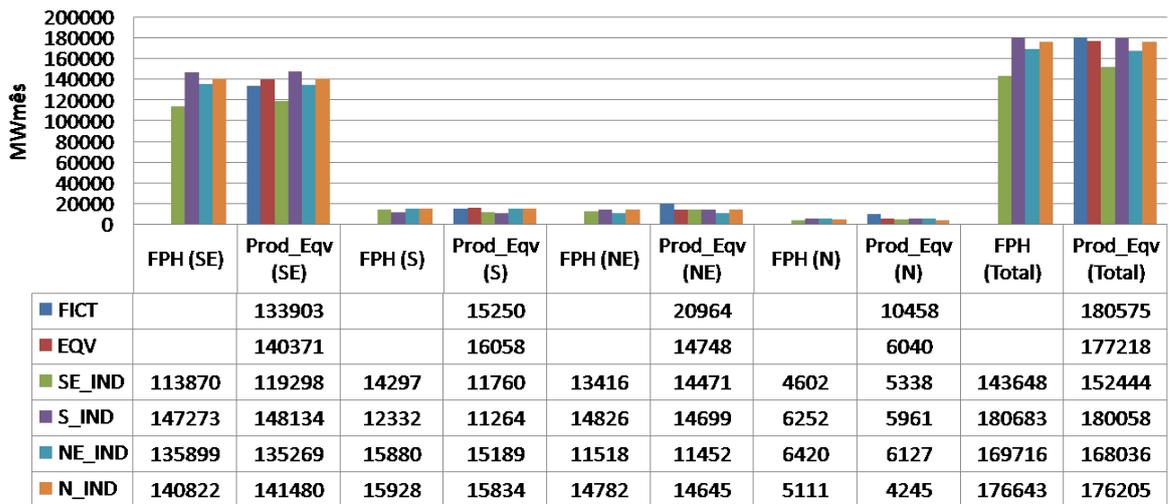


Figura 48 – Energia Armazenada das Simulações

Destaca-se que na representação SE_IND a geração hidráulica foi pouco menor mesmo havendo energia armazenada menor, como mostra a Figura 49. Esse resultado pode acontecer pois há condição de maior capacidade de geração em períodos de estiagem mesmo apresentado a geração e o armazenamento global menor. Com isso, o sistema consegue operar em regiões mais seguras, reduzindo o risco de ocorrências de déficit de energia.

De forma geral, a geração hidráulica está bem concordante entre as diversas representações e modelagens. A maior diferença observada foi para a representação N_IND no subsistema Norte entre as modelagens Prod_Eqv e FPH.

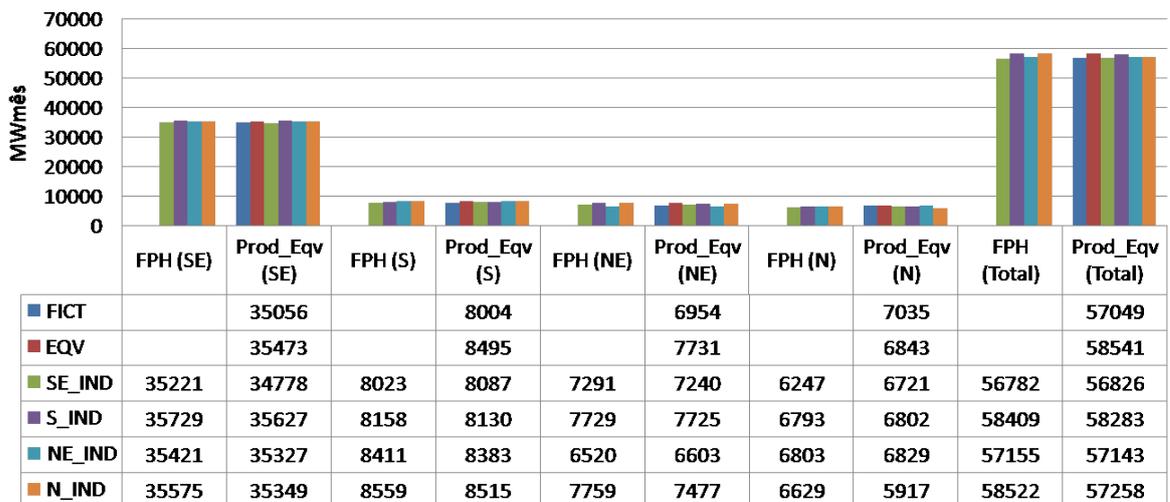


Figura 49 – Geração Hidráulica das Simulações

A Figura 50 mostra os resultados obtidos para a geração térmica. Como a geração hidráulica foi menor para a representação SE_IND, a geração térmica passou a ser maior. Observa-se que este aumento não foi o suficiente para compensar totalmente a menor geração hidráulica; sendo assim, o restante dessa diferença se encontra no déficit de energia, como mostra a Figura 51.

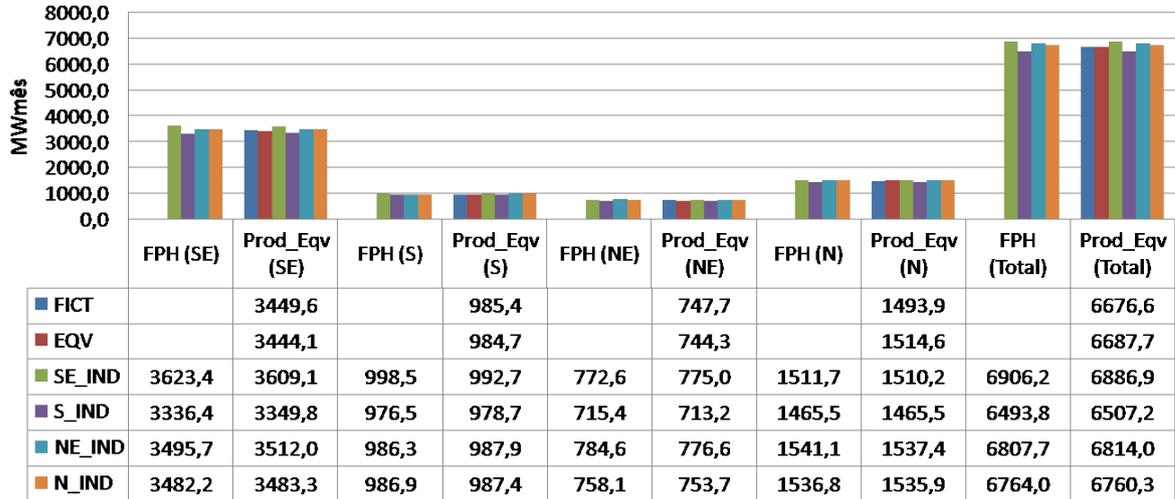


Figura 50 – Geração Térmica das Simulações

Realmente, a representação SE_IND encontrou o menor valor de déficit total do sistema. O Sudeste foi o subsistema que apresentou a maior redução no déficit de energia quando representado em sua forma individualizada. Observa-se novamente que as metodologias individualizadas apontaram para a mesma tendência.

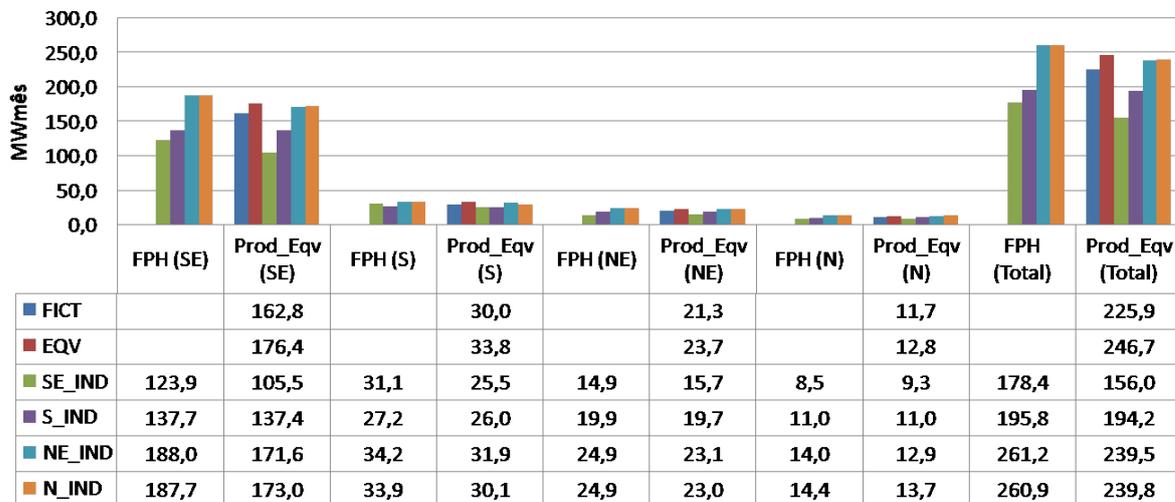


Figura 51 – Déficit das Simulações

Como houve uma redução significativa no déficit de energia para a representação SE_IND, o CMO também indicou esse comportamento.

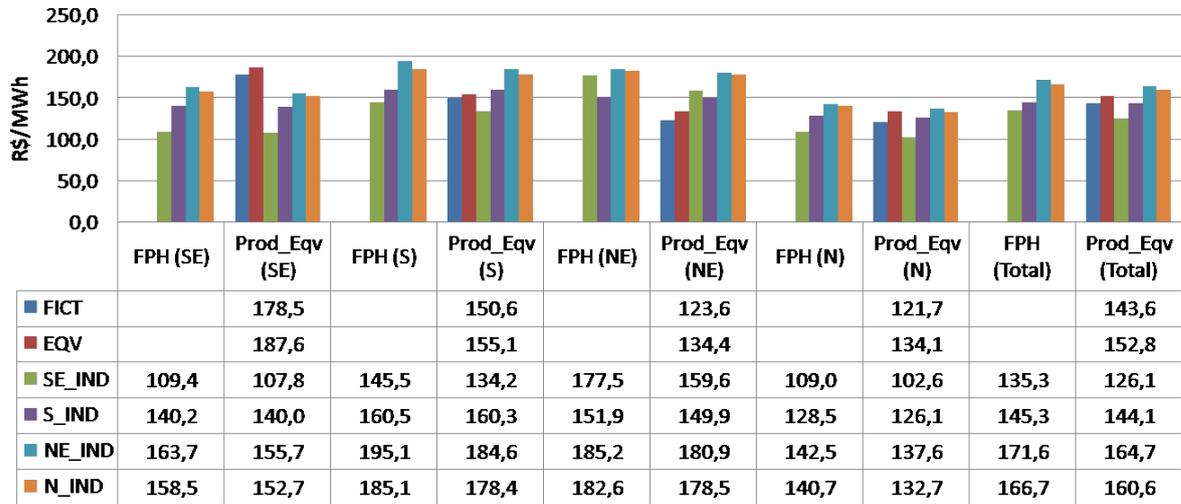


Figura 52 – Custo Marginal de Operação das Simulações

5.5 COMPARAÇÃO SUDESTE INDIVIDUALIZADO PROD. EQUIVALENTE VS. FPH

Das análises dos resultados globais verificou-se que a representação do subsistema Sudeste de forma individualizada reduziu o custo total de operação de forma significativa, mesmo mantendo o nível de armazenamento em níveis inferiores. Por isso, a representação SE_IND foi selecionada para ser analisada com mais detalhe em relação à modelagem Prod_Eqv e FPH.

A Figura 53 ilustra a evolução da energia armazenada no sistema brasileiro. Observa-se que a modelagem FPH mantém o armazenamento mais baixo nos primeiros anos de estudo e no final a situação é inversa. Das Figuras 54, 55, 56 e 57 nota-se que a situação apresentada para o sistema brasileiro se repete, menos para o subsistema Norte.

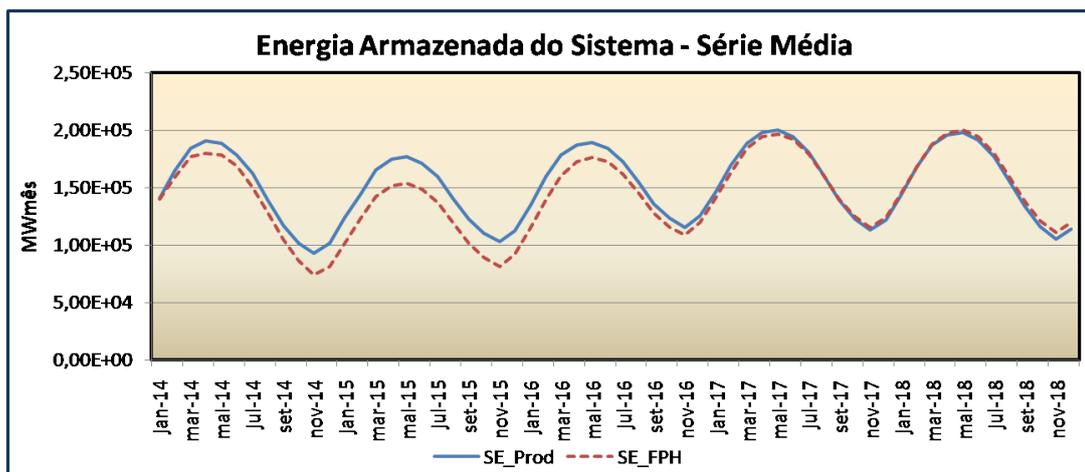


Figura 53 – Energia Armazenada do SIN (Prod_Eqv vs. FPH)

Ainda em relação à energia armazenada, a região norte apresentou uma maior divergência entre as duas metodologias. A região é composta por poucas usinas e a principal delas é a usina de Tucuruí, que é responsável por praticamente toda a energia armazenada do subsistema Norte. Por isso, a operação de Tucuruí impacta fortemente no valor da energia armazenada do subsistema Norte.

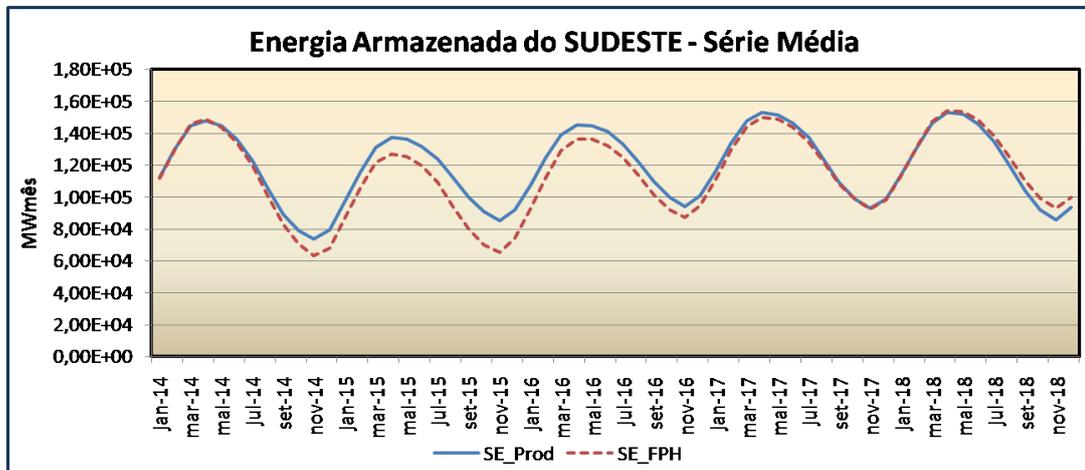


Figura 54 – Energia Armazenada do Subsistema SE (Prod_Eqv vs. FPH)

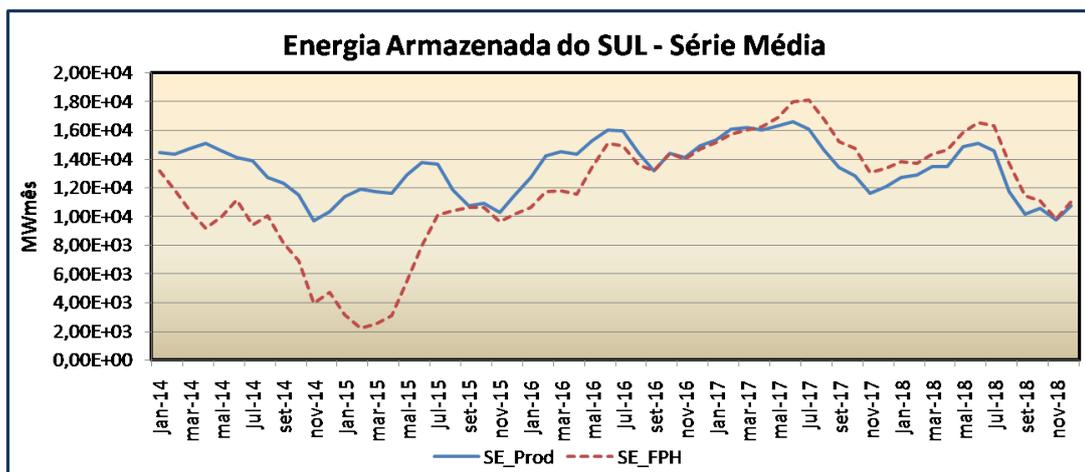


Figura 55 – Energia Armazenada do Subsistema S (Prod_Eqv vs. FPH)

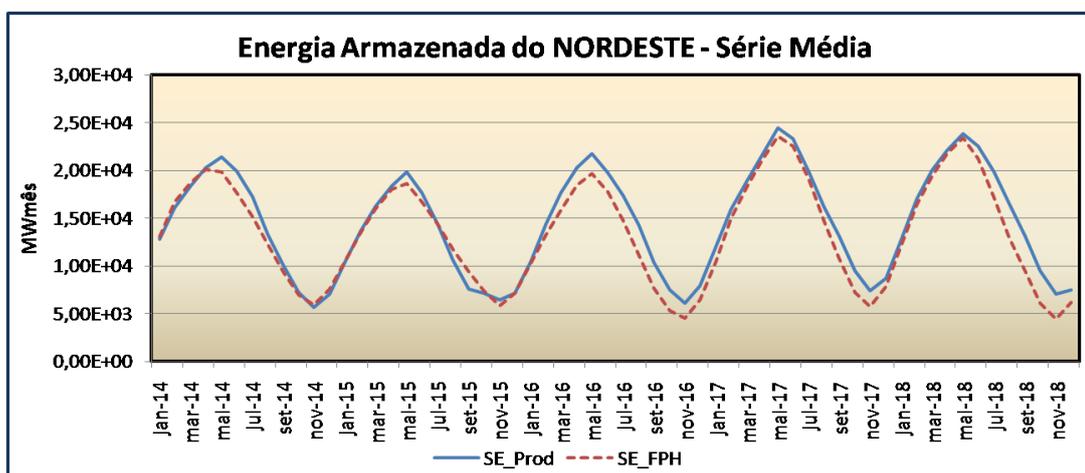


Figura 56 – Energia Armazenada do Subsistema NE (Prod_Eqv vs. FPH)

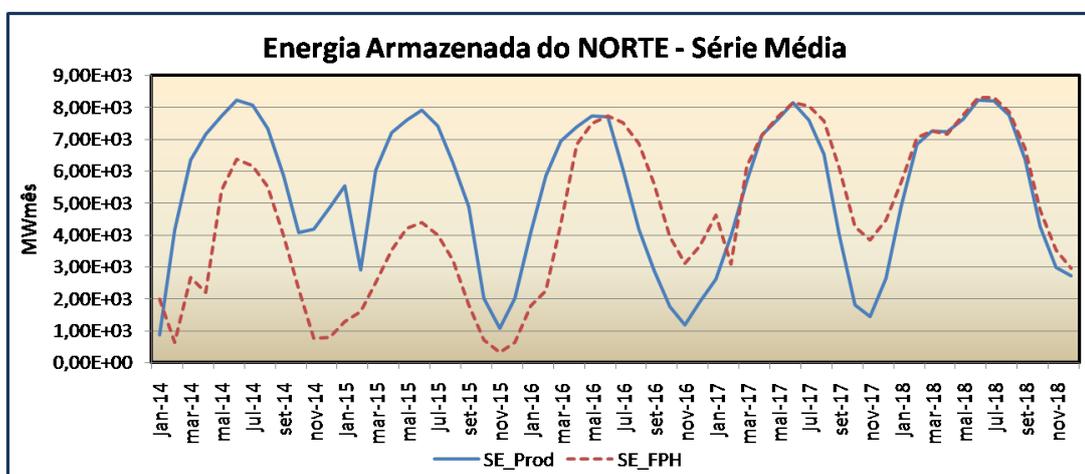


Figura 57 – Energia Armazenada do Subsistema N (Prod_Eqv vs. FPH)

No gráfico da geração hidráulica, Figura 58, observa-se uma grande concordância na solução total encontrada em cada um dos cinco anos de estudo nas duas metodologias. Para o ano de 2014 a metodologia FPH apresentou valores inferiores de geração hidráulica, e para 2018 os valores foram maiores se comparado com a metodologia Prod_Eqv.

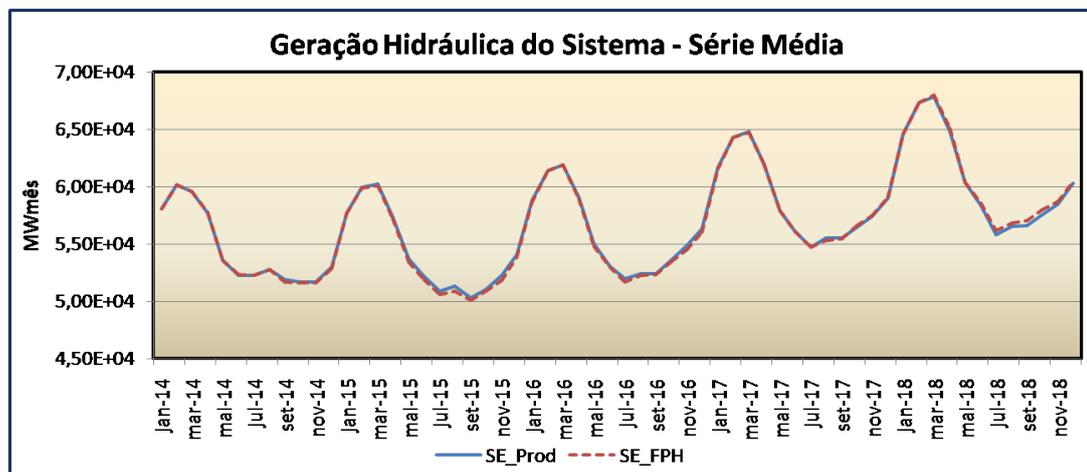


Figura 58 – Geração Hidráulica do SIN (Prod_Eqv vs. FPH)

Em relação à solução encontrada para os subsistemas separadamente, Figuras 59, 60, 61 e 62, observa-se uma diferença expressiva. Para a região Sudeste, verifica-se que em períodos de afluência favorável a geração hidráulica da metodologia FPH é inferior à encontrada pela Prod_Eqv, enquanto em períodos de afluências desfavoráveis a metodologia FPH apresenta uma geração maior que a Prod_Eqv. Isso reforça a ideia de que o Brasil apresenta uma condição favorável, podendo realizar a operação de forma a conseguir atender à demanda de energia do SIN, utilizando a energia de diversas regiões por meio das interconexões existentes entre os subsistemas. E a dinâmica de manter o melhor aproveitamento da energia pode ser observado, principalmente para o subsistema Sudeste que teve as usinas representadas individualizadas.

O Sudeste, por ser o subsistema que concentra a maior demanda de energia e o maior parque gerador, também apresenta a maior diversidade de bacias hidrográficas, que em determinados períodos podem apresentar regimes hidrológicos distintos. Ao representar o subsistema por sistema equivalente de energia, a afluência passa a ser representada pela energia natural afluyente e, dessa forma, o subsistema não consegue representar regimes hidrológicos distintos existentes entre as bacias. Além disso, ao representar a geração hidráulica em função do volume armazenado, vazão turbinada e vazão vertida, o aproveitamento das bacias ocorre de forma a aumentar a produtibilidade acumulada. Sendo assim, a operação das usinas individualizadas são diferentes mesmo mantendo os resultados médios globais muito semelhantes entre as metodologias FPH e Prod_Eqv.

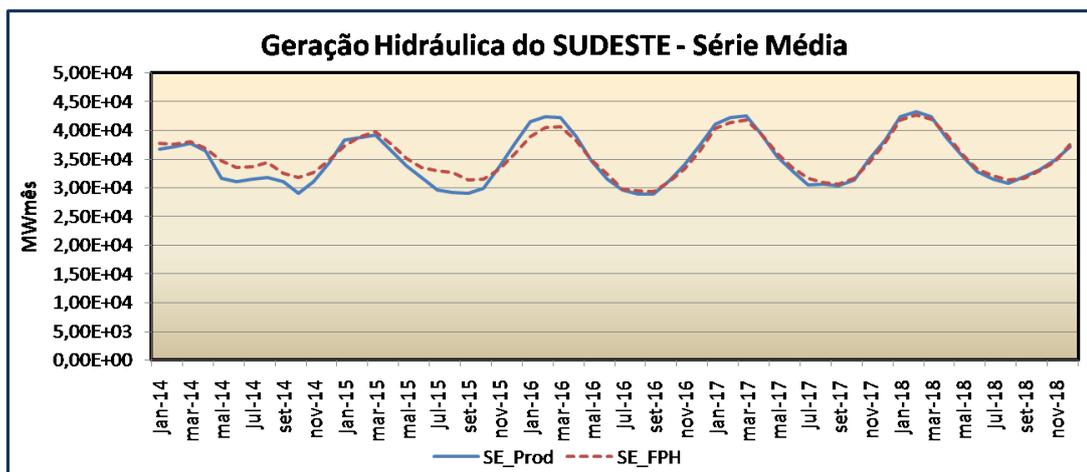


Figura 59 – Geração Hidráulica do Subsistema SE (Prod_Eqv vs. FPH)

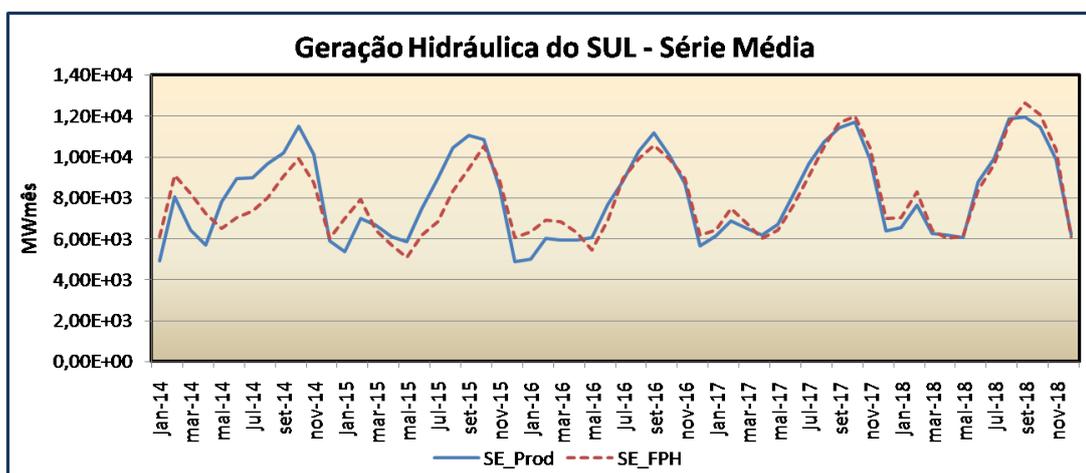


Figura 60 – Geração Hidráulica do Subsistema S (Prod_Eqv vs. FPH)

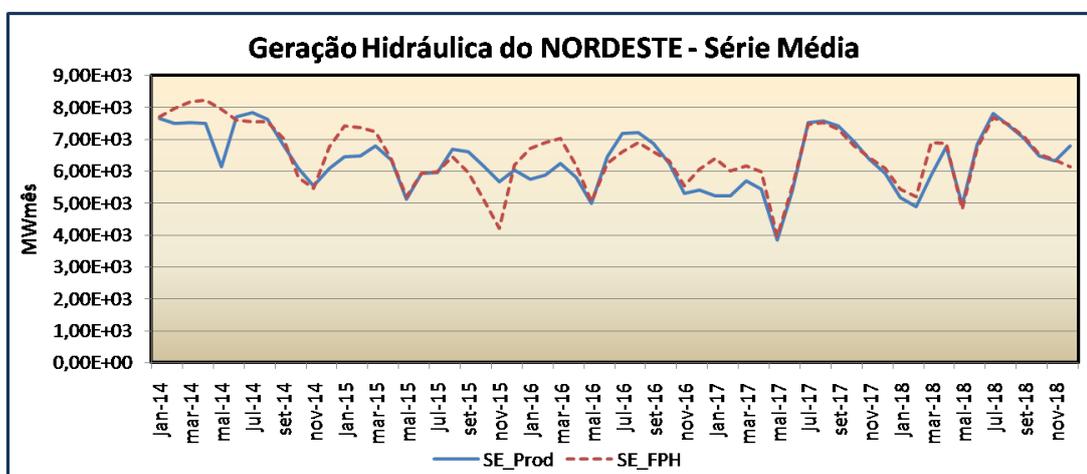


Figura 61 – Geração Hidráulica do Subsistema NE (Prod_Eqv vs. FPH)

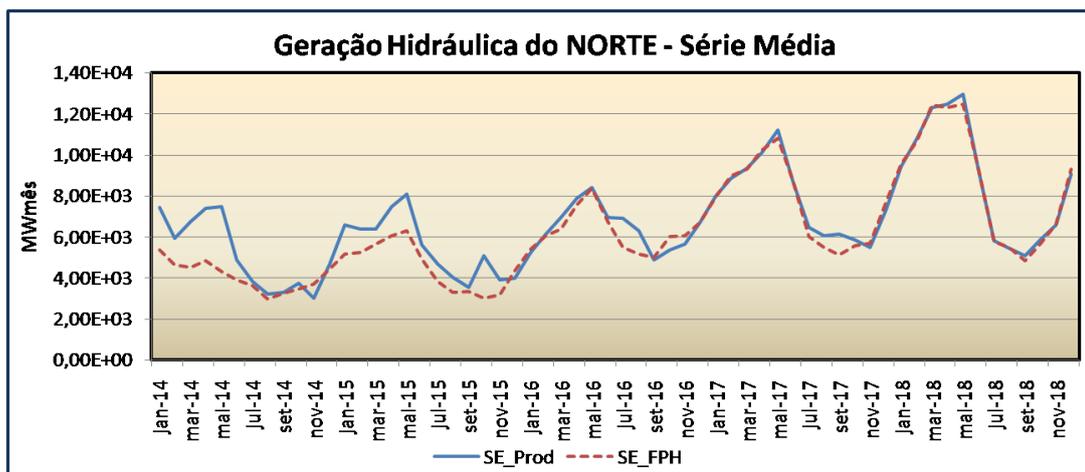


Figura 62 – Geração Hidráulica do Subsistema N (Prod_Eqv vs. FPH)

A Figura 63 mostra a evolução da geração térmica do SIN. Como a geração térmica no SIN é praticamente utilizada como uma energia complementar à geração hidráulica, os resultados também são complementares.

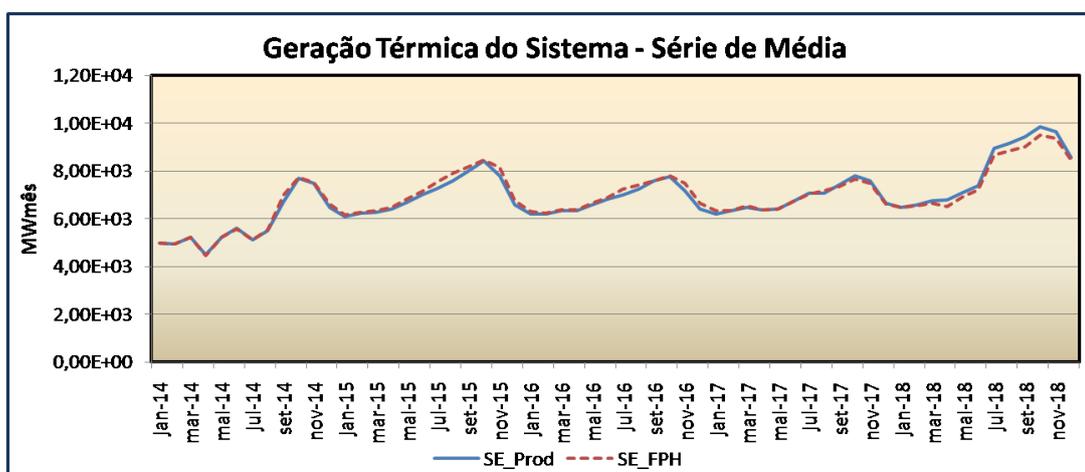


Figura 63 – Geração Térmica do SIN (Prod_Eqv vs. FPH)

Nota-se nas Figuras 64, 65, 66 e 67 que em períodos de afluência desfavoráveis a geração térmica foi menor na metodologia FPH, e em períodos de afluências favoráveis a geração foi maior, principalmente para o subsistema Sudeste.

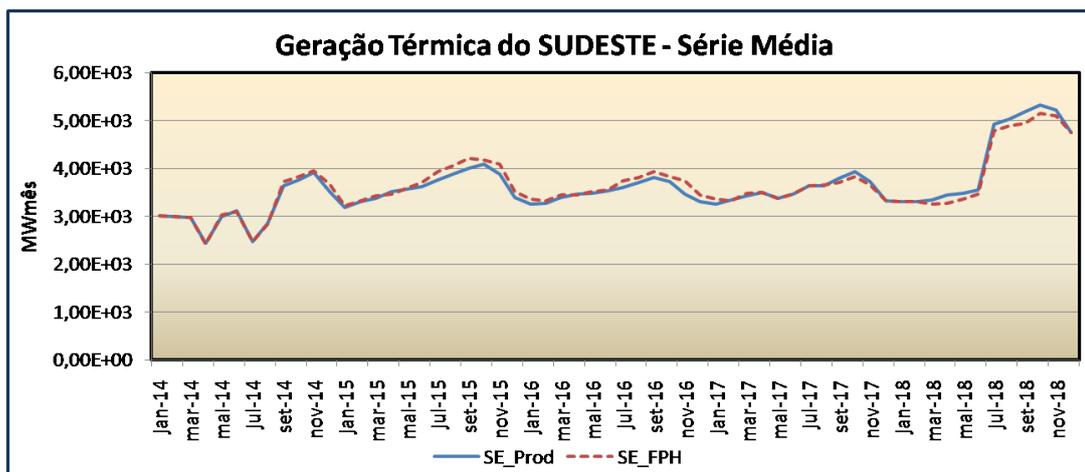


Figura 64 – Geração Térmica do Subsistema SE (Prod_Eqv vs. FPH)

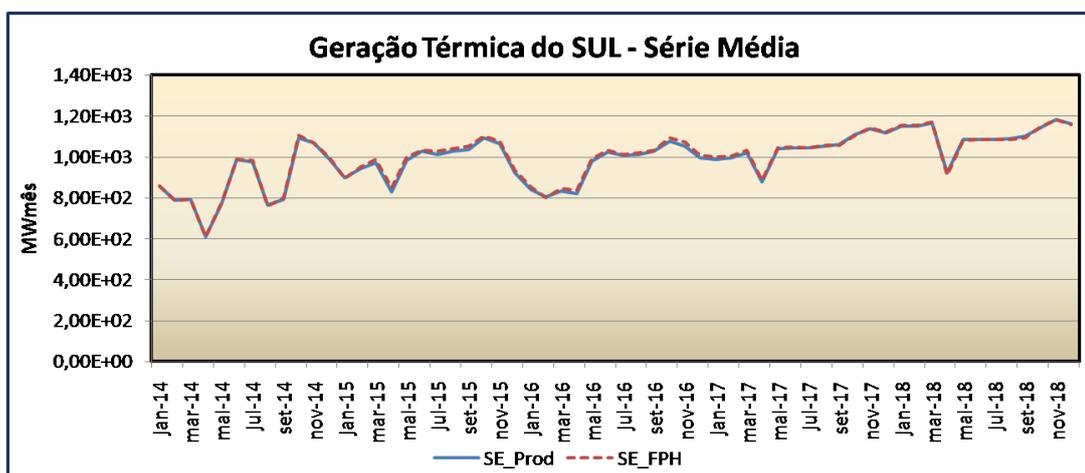


Figura 65 – Geração Térmica do Subsistema S (Prod_Eqv vs. FPH)

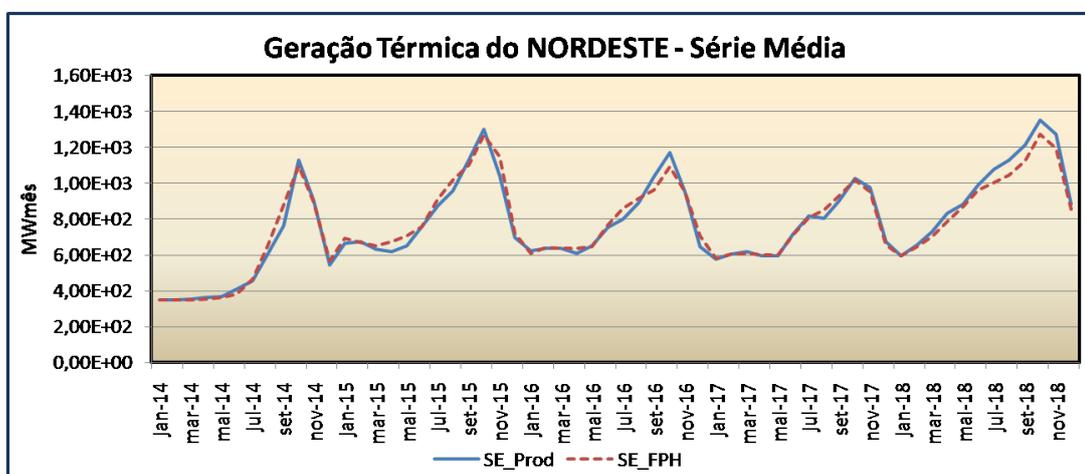


Figura 66 – Geração Térmica do Subsistema NE (Prod_Eqv vs. FPH)

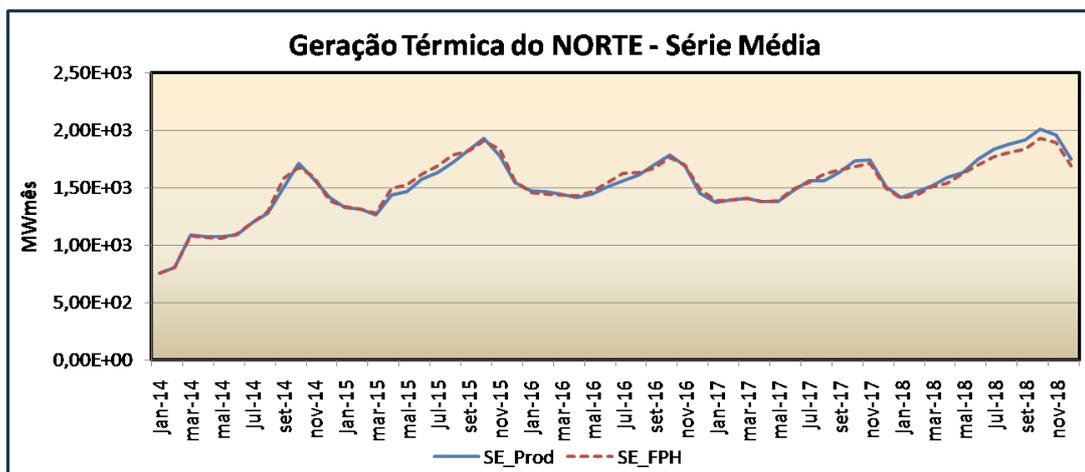


Figura 67 – Geração Térmica do Subsistema N (Prod_Eqv vs. FPH)

Em relação ao déficit de energia, Figura 68, observa-se que a metodologia FPH apresenta déficits de energia em períodos de afluência favorável. Isso pode ocorrer, pois a o sistema optou por antecipar a geração térmica e, conseqüentemente, o déficit de energia em valores menores, para evitar déficits futuros de maior profundidade (com maior custo).

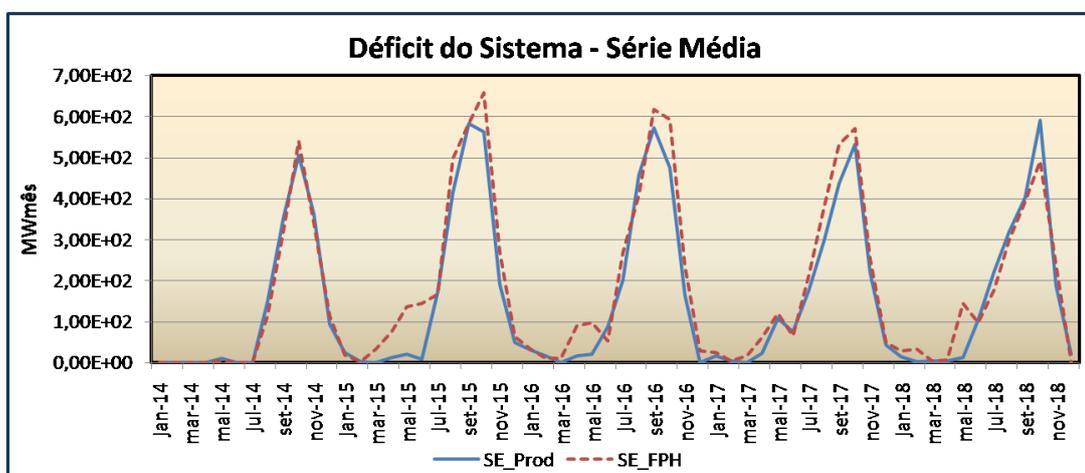


Figura 68 – Déficit do SIN (Prod_Eqv vs. FPH)

O comportamento encontrado para o SIN é muito parecido como o do Sudeste como mostra a Figura 69. Isso demonstra a influência da metodologia FPH na solução encontrada para o problema.

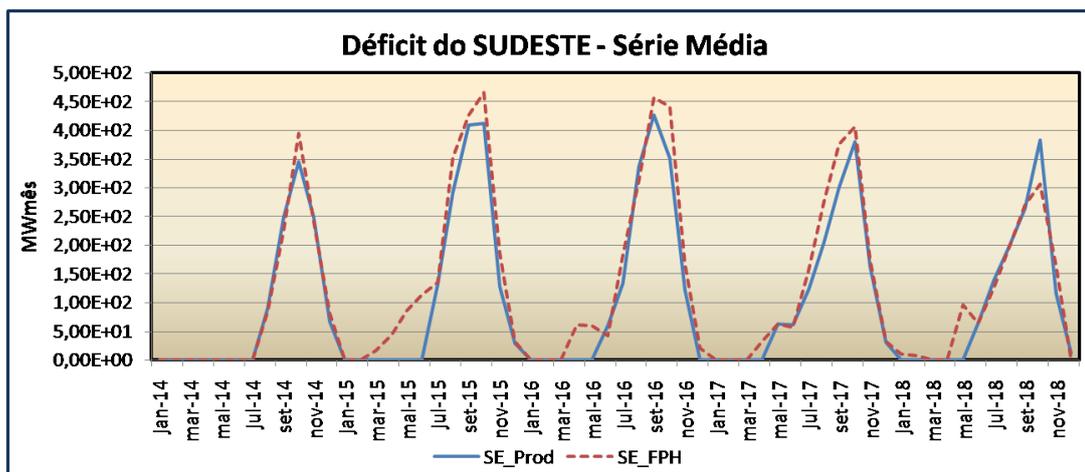


Figura 69 – Déficit do Subsistema SE (Prod_Eqv vs. FPH)

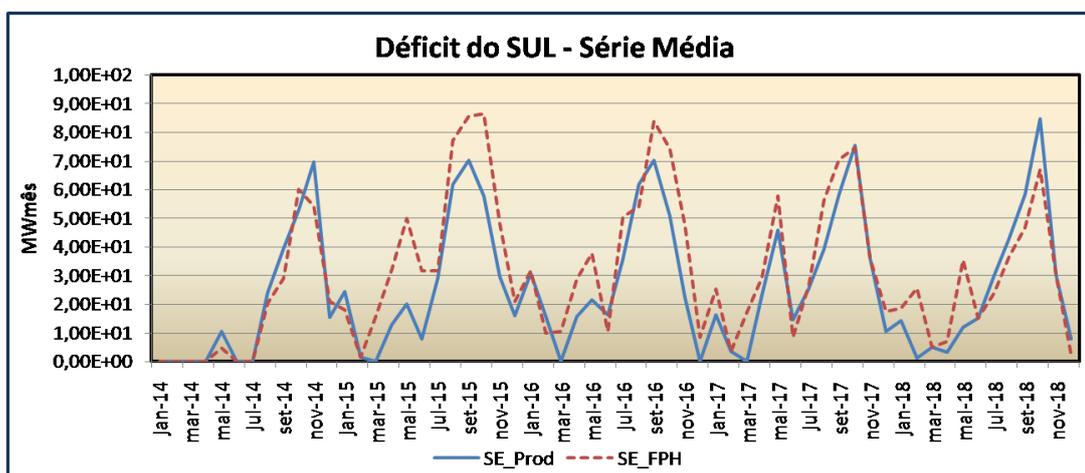


Figura 70 – Déficit do Subsistema S (Prod_Eqv vs. FPH)

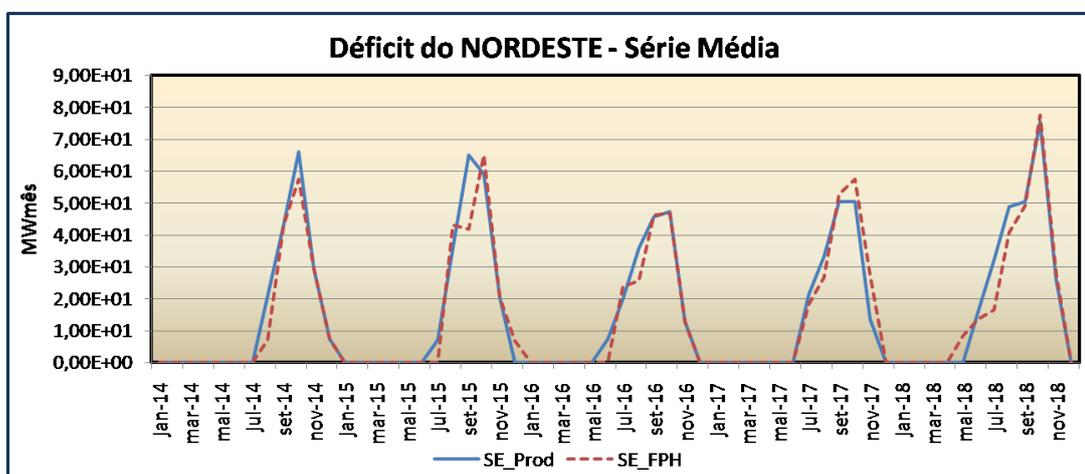


Figura 71 – Déficit do Subsistema NE (Prod_Eqv vs. FPH)

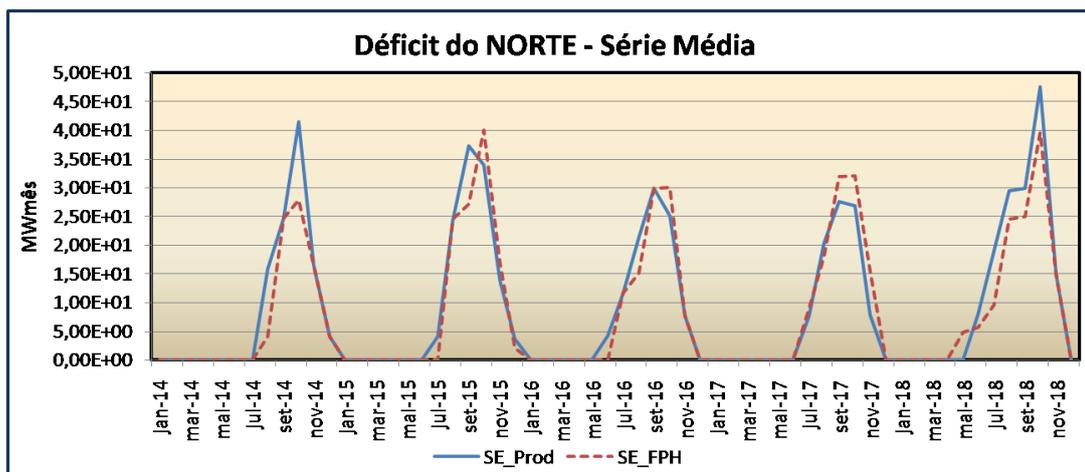


Figura 72 – Déficit do Subsistema N (Prod_Eqv vs. FPH)

A Figura 73 mostra a evolução do CMO ao longo do período de planejamento. Há uma concordância entre as metodologias e o mesmo comportamento é observado para os subsistemas isolados, Figuras 74, 75, 76 e 77, havendo algumas diferenças pontuais, o que é natural.

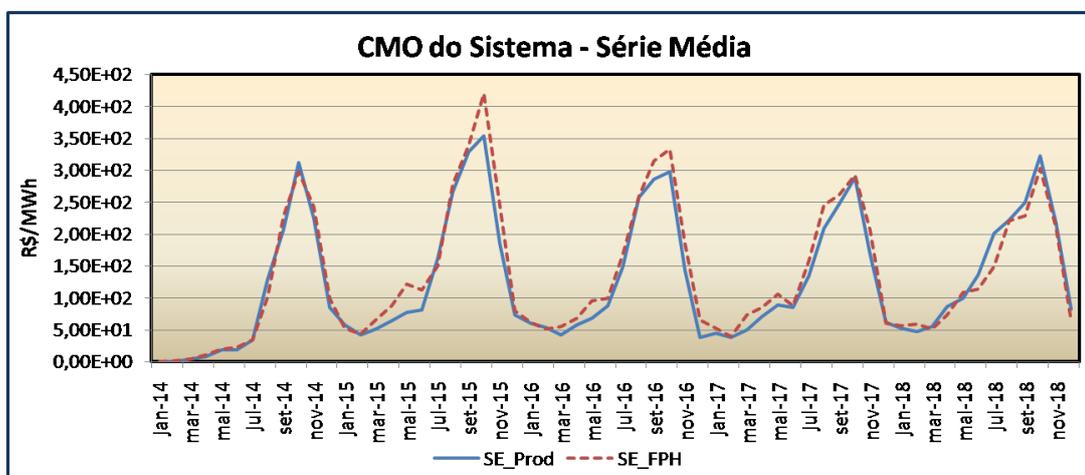


Figura 73 – CMO do SIN (Prod_Eqv vs. FPH)

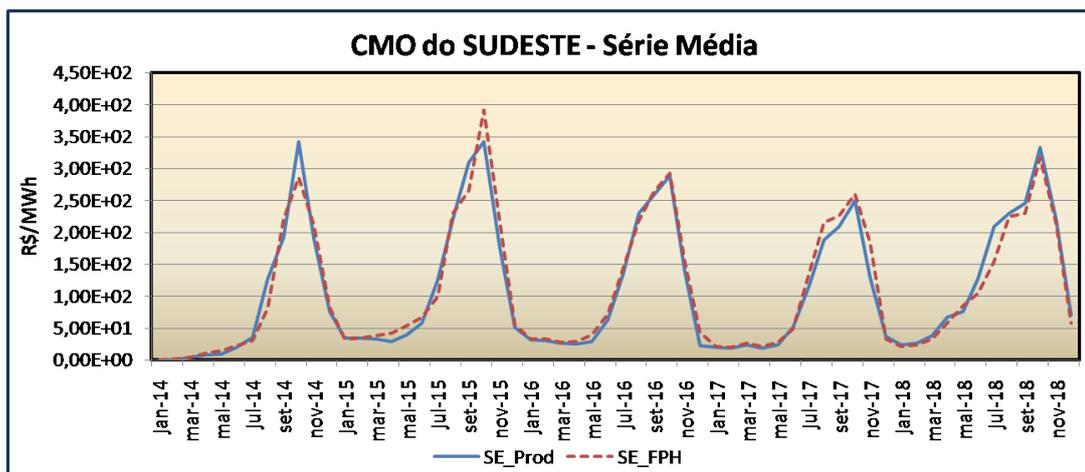


Figura 74 – CMO do Subsistema SE (Prod_Eqv vs. FPH)

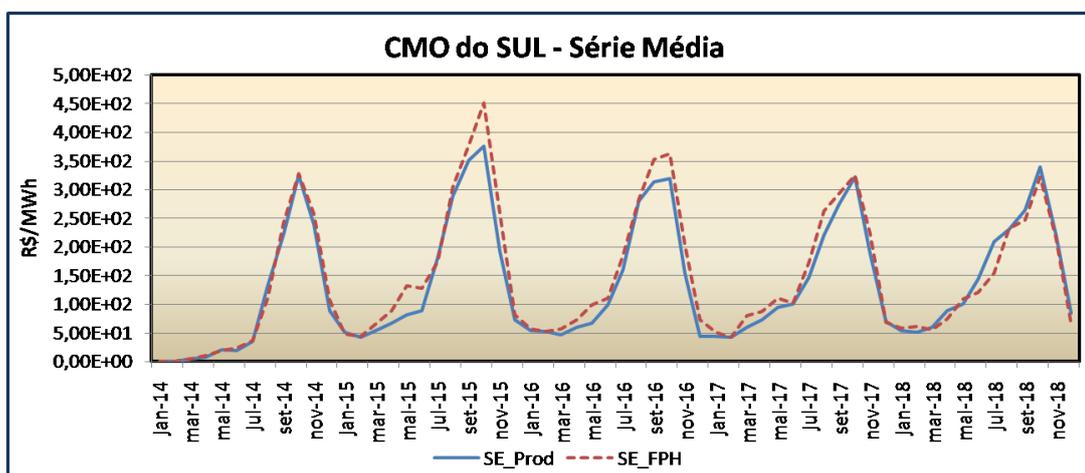


Figura 75 – CMO do Subsistema S (Prod_Eqv vs. FPH)

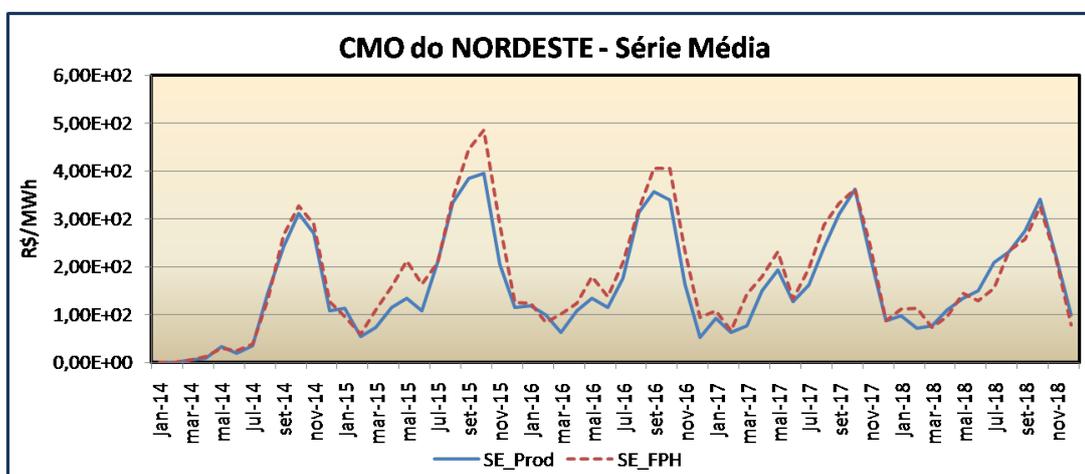


Figura 76 – CMO do Subsistema NE (Prod_Eqv vs. FPH)

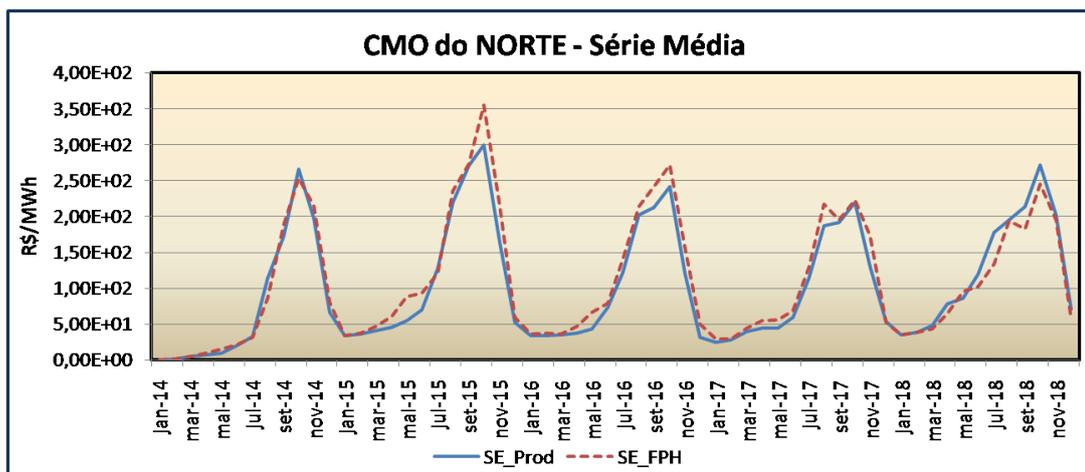


Figura 77 – CMO do Subsistema N (Prod_Eqv vs. FPH)

Os resultados médios foram satisfatórios, como notou-se anteriormente. Nesse momento, serão analisados os resultados referentes às duas séries de afluições, 1952 (série de afluição baixa) e 1992 (série com afluição alta).

As Figuras 78, 79, 80 e 81 apresentam os resultados obtidos para a série de 1952. Observa-se que as curvas são bem concordantes e que na metodologia FPH, apesar de ter a geração hidráulica e térmica muito próxima à metodologia Prod_Eqv, a energia armazenada foi inferior no primeiro ano de planejamento. A geração térmica é maior ou igual à Prod_Eqv em quase todos os períodos, e conseqüentemente, a geração hidráulica é menor.

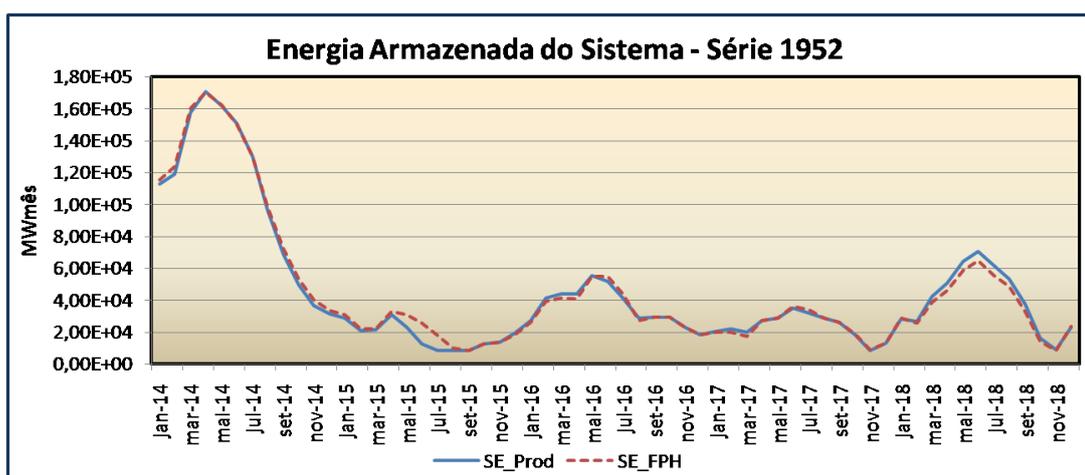


Figura 78 – Energia Armazenada - Série Pessimista (Prod_Eqv vs. FPH)

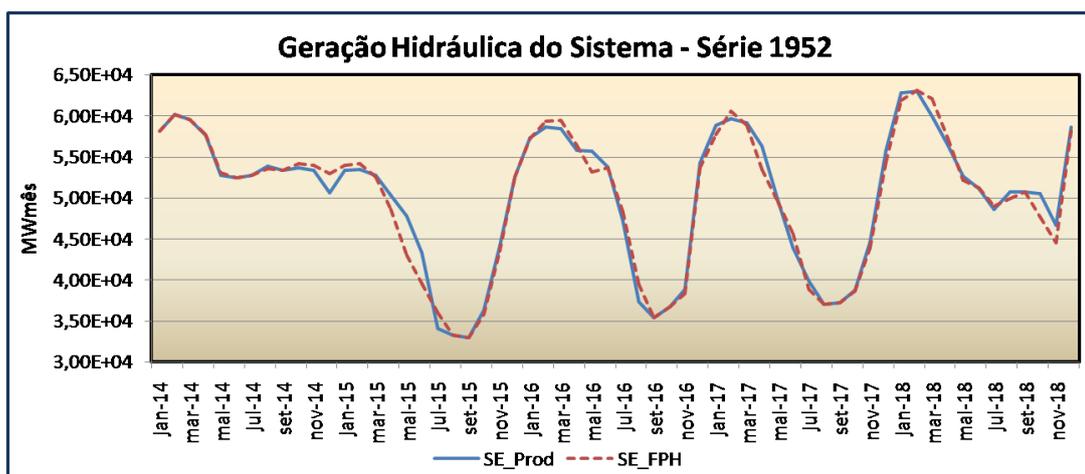


Figura 79 – Geração Hidráulica - Série Pessimista (Prod_Eqv vs. FPH)

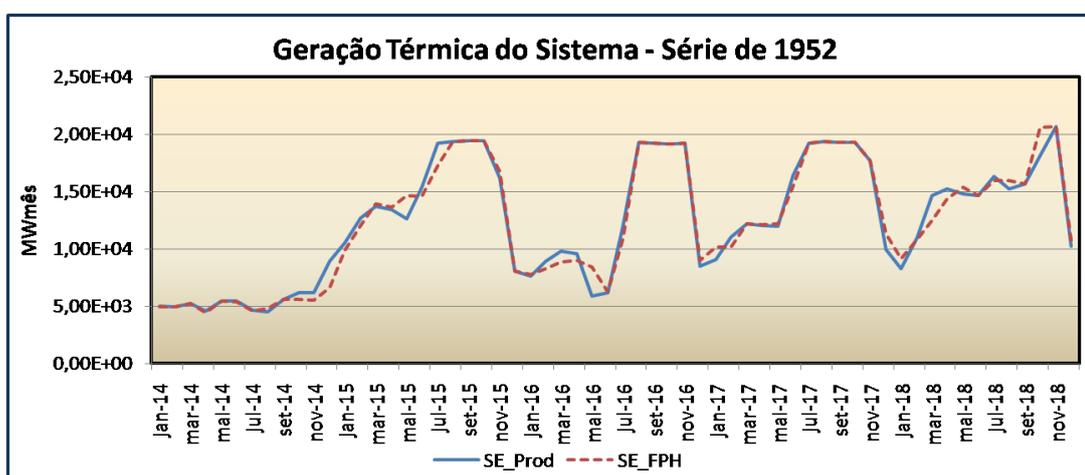


Figura 80 – Geração Térmica - Série Pessimista (Prod_Eqv vs. FPH)

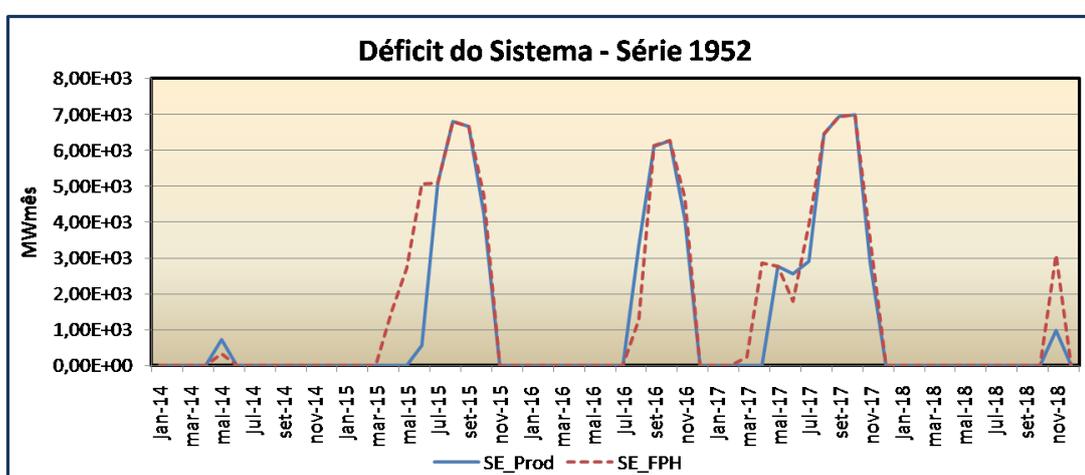


Figura 81 – Déficit - Série Pessimista (Prod_Eqv vs. FPH)

Em relação à série de 1992, nota-se que a geração hidráulica e térmica são praticamente iguais em todos os períodos como mostram as Figuras 83 e 84. Por outro lado, a energia armazenada foi menor para a metodologia FPH, Figura 82. Isso se deve a forma como a energia está distribuída entre os reservatórios. Pode ocorrer da operação individual das usinas encontrarem um mesmo montante de geração hidráulica com uma operação individual das usinas completamente distinta, devido à forma como a geração hidráulica foi representada no problema. Como a série de 1992 apresenta uma elevada energia afluente, o déficit encontrado foi igual a zero em todos os períodos de estudo.

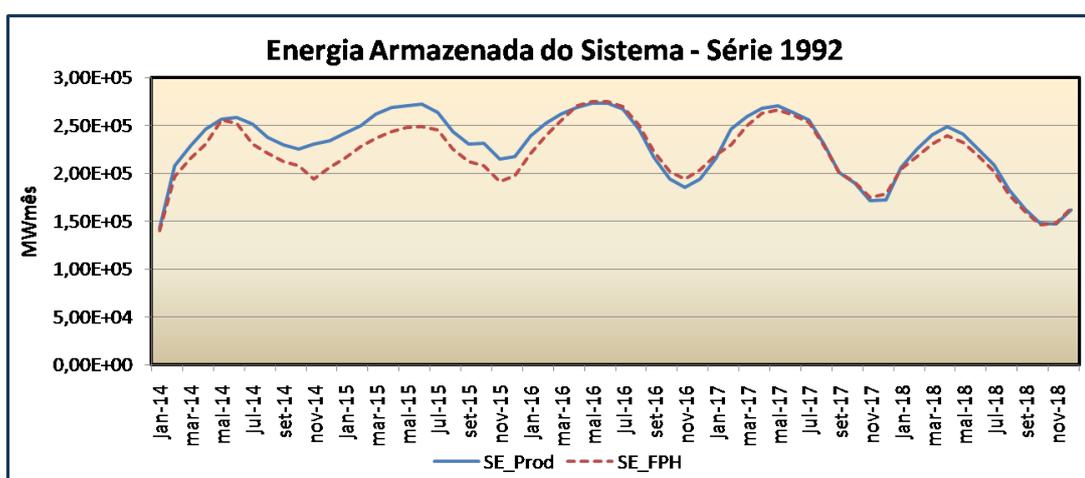


Figura 82 – Energia Armazenada - Série Otimista (Prod_Eqv vs. FPH)

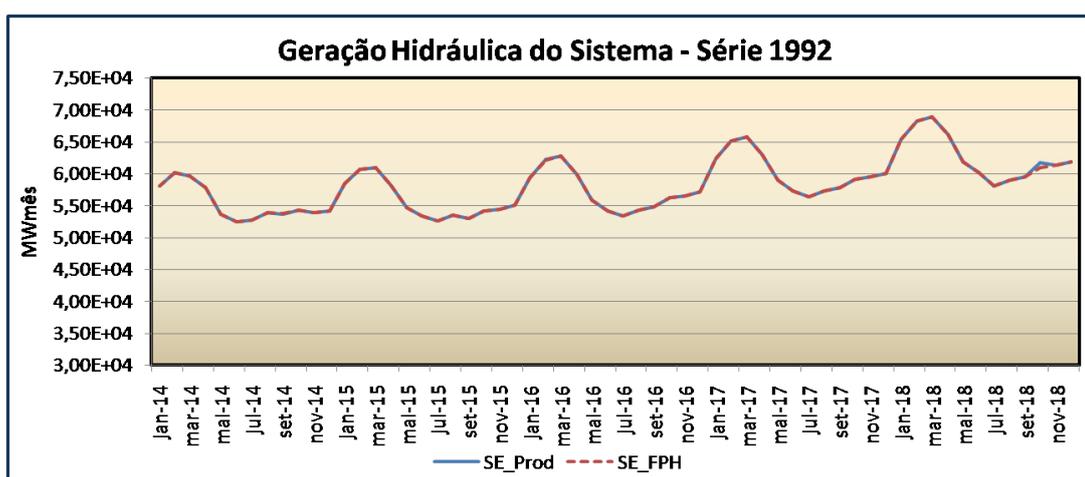


Figura 83 – Geração Hidráulica - Série Otimista (Prod_Eqv vs. FPH)

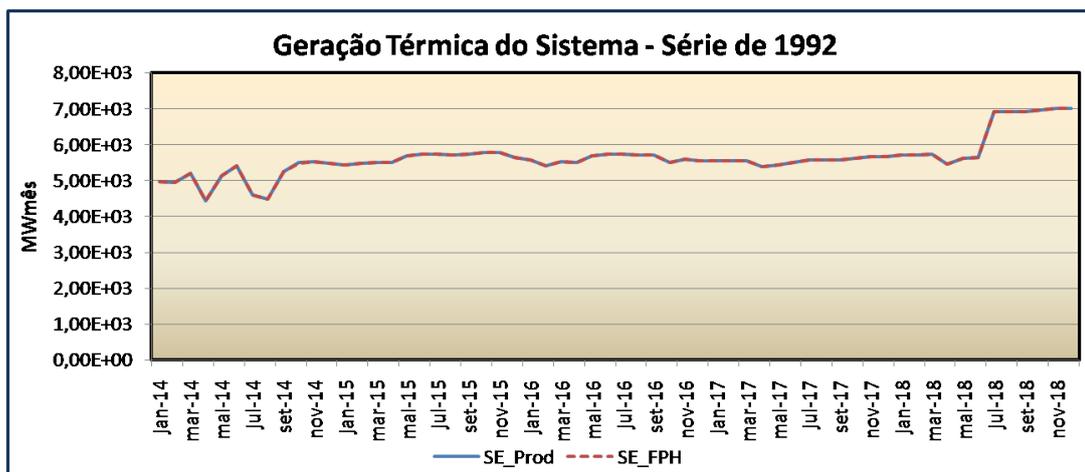


Figura 84 – Geração Térmica - Série Otimista (Prod_Eqv vs. FPH)

A Figura 85 apresenta a variação da produtividade para a UHE Furnas. Nota-se que a evolução da produtividade média das simulações oscila em torno da produtividade equivalente. Para a série de afluência baixa a produtividade foi inferior à equivalente na maioria dos períodos e para a série de afluência alta, a produtividade foi maior em todos os períodos do planejamento.

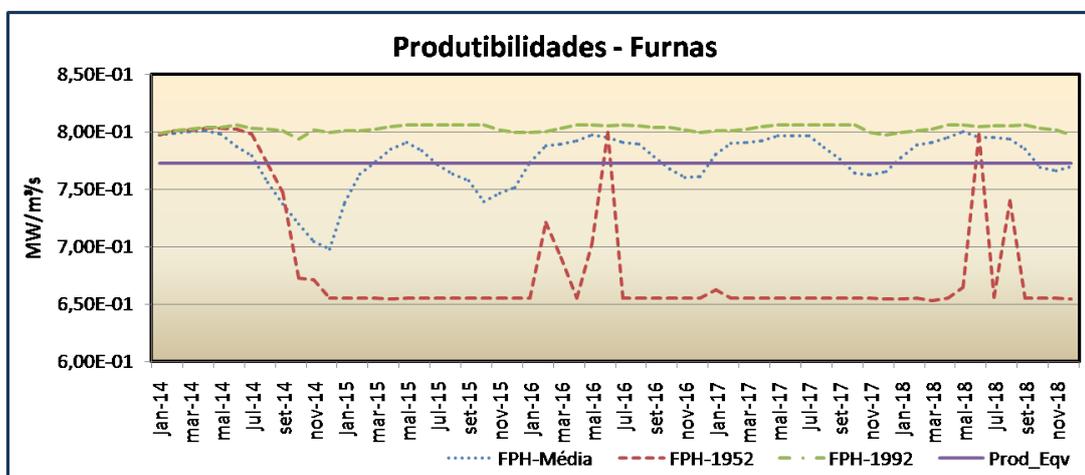


Figura 85 – Variação da produtividade de Furnas

6 CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

6.1 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O problema de planejamento energético é tradicionalmente resolvido utilizando o algoritmo da programação dinâmica dual estocástica, o qual tem o objetivo de encontrar a política operativa ótima frente à estocasticidade das afluências, considerando as restrições inerentes ao sistema.

Devido ao número de reservatórios contidos no SIN, utiliza-se tradicionalmente a representação a sistemas equivalentes para reduzir a dimensão do problema.

Este trabalho mostra uma possibilidade de flexibilização da modelagem em que pode-se representar parte do sistema individualmente (através de suas usinas) e parte do sistema de forma equivalente (agregando alguns reservatórios). Com isto, espera-se viabilizar a obtenção de políticas energéticas mais precisas, porém, dentro de um custo computacional viável.

Como maior contribuição, foi apresentada uma modelagem de sistemas hidrotérmicos em que o sistema individualizado tem suas usinas modeladas de forma mais detalhada, com as não linearidades inerentes na produção de energia elétrica.

Para isto, representou-se a função de produção hidráulica das usinas através de uma aproximação linear por partes considerando dimensões relativas ao armazenamento, turbinamento e vertimento das usinas.

Porém, a PDDE realiza a construção das FCF's iterativamente, através de aproximações lineares. Para isso, é necessário que o problema seja convexo, pois restrições não convexas geram FCF's não convexas. Dessa forma, para representar a função de produção hidráulica na PDDE, é necessário torná-la convexa.

6.2 CONCLUSÕES

Apresentou-se a modelagem do problema do despacho de médio prazo, que tem a capacidade de representar o comportamento estocástico das afluências e a capacidade de regularização dos reservatórios. Além disso, um modelo híbrido entre sistemas equivalentes de energia e usinas individualizadas foi apresentado para mostrar a possibilidade de se conseguir políticas operativas mais detalhadas para determinadas regiões de interesse. Mantendo essa linha de raciocínio, esse trabalho propôs refinar ainda mais a solução encontrada para as usinas individualizadas representando a variação da produtividade em função do nível dos reservatórios, turbinamento e vertimento.

A representação explícita da função de produção analítica no problema o tornaria de natureza não linear, aumentando significativamente a complexidade do problema. Ainda

assim, a FPH analítica é uma função não convexa e, por isso, considerá-la na PDDE resultaria em problemas de convergência. Para contornar o problema, foi utilizada uma função de produção linear por partes aproximada por secantes em quatro dimensões.

A aproximação da função de produção hidráulica foi realizada a partir do algoritmo QHULL, onde é obtida a envoltória convexa dos pontos discretizados da FPH analítica. Assim, a FPH é aproximada por uma função linear por partes em relação à grade de discretização obtida do volume armazenado, vazão turbinada e vazão vertida. A FPH é obtida de uma única vez para as três dimensões. Desta forma, influência do vertimento é bem representada em relação ao vertimento.

A utilização da FPH no problema de planejamento de médio prazo incorpora à função de custo futuro das usinas informações mais precisas do seu comportamento real. Isso ocorre porque as usinas mais importantes do sistema tendem a manter os reservatórios mais cheios, aumentando o aproveitamento hidráulico e obtendo políticas operativas mais seguras.

A modelagem do problema com a representação equivalente conta com as principais restrições do problema, como descrito no Capítulo 3 e 4. Para a representação individualizada foi considerada a restrição de vazão mínima obrigatória, perdas por enchimento do volume morto e volume evaporado.

Do estudo de caso tutorial, observou-se que a representação individualizada considerando a FPH obteve o menor custo total de operação, ressaltando a importância da consideração da variação da produtividade das usinas.

Para o sistema brasileiro, o subsistema Sudeste foi o que sofreu maior variação quando representado de forma individualizada. Nesse caso, o tipo de representação foi determinante. Porém, na modelagem FPH o subsistema Sudeste consegue gerar mais energia hidráulica nos períodos de estiagem. A influência da operação da usina em relação à produtividade foi observado. Em cenários de baixa afluência a produtividade é menor que a produtividade média

A desvantagem da utilização da FPH é o aumento do tempo computacional, porém, estratégias podem ser tomadas para reduzir o esforço computacional. Algumas sugestões serão abordadas na seção trabalhos futuros.

A partir desse trabalho será possível a realização de vários estudos, dentre os quais podem ser destacados:

- estudo mais aprofundado sobre uma determinada usina, podendo-se verificar a viabilidade econômica e operativa ou contabilizar de maneira mais precisa o ganho energético advindo do aproveitamento.
- sistemas ou cascatas de usinas com restrições hidrelétricas operativas fortes podem

ser representadas de forma detalhada.

- possibilidade da representação do vínculo hidráulico existente entre o subsistema Sudeste e os subsistemas Nordeste e Norte, através dos rios São Francisco e Tocantins.

6.3 TRABALHOS FUTUROS

A busca pela eficiência de algoritmos que permitam a obtenção de resultados mais refinados em tempos computacionais factíveis, são cada vez mais desafiadoras. Assim, pode-se propor algumas estratégias, como:

- Representar parte do período do planejamento por sistemas equivalentes de energia, e parte por usinas individualizadas. Por exemplo, para o primeiro ano do estudo, utilizar a representação individualizada e, para os demais períodos, utilizar a representação por sistemas equivalentes;
- Utilizar a inserção iterativa de restrições para a FPH linear por partes, com isso, pode-se refinar a FPH utilizando um número maior de discretizações, como proposto em [33];
- Representar parte do período do planejamento considerando a FPH e os demais períodos com a produtibilidade constante.

Outro trabalho interessante é avaliação da modelagem híbrida com a separação dos subsistemas por cascata. Assim, as tendências das afluições serão melhores representadas se o subsistema for equivalente, e subsistemas com fortes restrições podem ser representados individualizadamente.

Atualmente, o modelo de planejamento de médio prazo utiliza a metodologia CVaR para encontrar políticas operativas mais seguras, avessas a risco. O modelo híbrido implementado considera a modelagem CVaR, porém, os resultados não foram avaliados. Devido a importância dessa modelagem, cabe uma avaliação aprofundada do impacto da consideração do CVaR no modelo híbrido utilizando a FPH para a representação da variação da produtibilidade das usinas.

Um outro estudo de suma importância é a inclusão de modelos estocásticos como o PAR(p), que deveria ser flexibilizado tal que possa representar séries de energia afluyente na representação por sistemas equivalentes, ou séries de vazão de usinas para o caso da representação individualizada. Os efeitos da consideração desta possibilidade podem ser de considerável importância visto que, em tese, poderia-se antecipar a ocorrência de secas localizadas, enquanto que na forma agregada observam-se somente efeitos resultantes e secas de características sistêmicas, que por si só já apresenta grande impacto no planejamento da operação.

Há possibilidades interessantes de desenvolvimentos em um escopo não hidrológico, como por exemplo:

- Melhoria na representação da rede para os elementos representados individualmente, substituindo a consideração de barra única por subsistema adotada no trabalho.
- Inserção de incertezas ligadas à geração de outras fontes de energia, como principalmente a geração de usinas eólicas, que seriam modeladas através de cenários de geração eólica.

REFERÊNCIAS

- [1] ONS, “Plano da Operação Energética - PEN 2013”, http://www.ons.org.br/avaliacao_condicao/planejamento_energetico.aspx, 2013, Relatório Executivo.
- [2] FORTUNATO, L. A. M., NETO, T. A. A., ALBUQUERQUE, J. C. R., PEREIRA, M. V. F., *Introdução ao Planejamento da Expansão e Operação de Sistemas de Produção de Energia Elétrica*. Universidade Federal Fluminense: Niterói, 1990.
- [3] ONS, “Site oficial do Operador Nacional do Sistema”, <http://www.ons.org.br>, 2014, acessado em dezembro de 2014.
- [4] MARCATO, A. L. M., *Representação Híbrida de Sistemas Equivalentes e Individualizados para o Planejamento da Operação de Médio Prazo de Sistemas de Potência de Grande Porte*, Ph.D. Thesis, PUC-Rio, Rio de Janeiro, 2002.
- [5] MORAES, L. A. M., *Considerações dos Contratos de Gás natural com Cláusulas Take-or-Pay no Planejamento Energético a Médio Prazo*, Master’s Thesis, IMPA, Rio de Janeiro, 2007.
- [6] TERRY, L. A., PEREIRA, M. V. F., NETO, T. A. A., SILVA, L. F. A., SALES, P. R. H., “Brazilian national hydrothermal electrical generating system”. In: *Interfaces*, 1986.
- [7] FORTUNATO, L. A. M., *Introdução ao planejamento da expansão e operação de sistemas de produção de energia elétrica*. Universidade Fluminense, EDUFF, 1990.
- [8] ANEEL, *Resumo das Regras Relativas à Operação Coordenada Otimizada pelo Grupo Coordenador para Operação Interligada*, Brasília, 1998.
- [9] MACEIRA, M. E. P., TERRY, L. A., COSTA, F. S., DAMÁZIO, J. M., MELO, A. C. G., “Chain of optimization models for setting the energy dispatch and spot price in the brazilian system”. In: *14th Power Systems Computation Conference (PSCC)*, Sevilla - Spain, June 2002.
- [10] PEREIRA, M. V. F., PINTO, L. M. V. G., “Stochastic Optimization of Multi-reservoir Hydroelectric System: A Decomposition Approach”. In: *Water Resources Research*, 6, June 1985.
- [11] PEREIRA, M. V. F., “Optimal Stochastic Operations Scheduling of Large Hydroelectric Systems”. In: *International Journal of Electric Power and Energy Systems*, 5, July 1989.
- [12] BENDERS, J. F., “Partitioning procedures for solving mixed-variables programming problems”, *Numerische Mathematik*, v. 4, n. 0029-599X (print), 0945-3245 (electronic), pp. 238–252, dec 1962.
- [13] PEREIRA, M. V. F., PINTO, L. M. V. G., “Multi-stage stochastic optimization applied to energy planning”, *Mathematical Programming*, v. 52, n. 1-3, pp. 359–375, May 1991.
- [14] LOUVEAUX, F. V., “A Solution Method for Multistage Stochastic Programs with Recourse with Application to an Energy Investment Problem”, *Operations Research*, v. 28, n. 4, pp. 889–902, Aug. 1980.

- [15] BIRGE, J. R., “Decomposition and Partitioning Methods for Multistage Stochastic Linear Programs”, *Operations Research*, v. 33, n. 5, pp. 989–1007, Sept. 1985.
- [16] MACEIRA, M., BEZERRA, C., “Stochastic Streamflow Model for Hydroelectric Systems”. In: *5th International Conference on Probabilistic Methods Applied to Power Systems - PMAPS*, Vancouver, Canada, September 1997.
- [17] MACEIRA, M., DAMAZIO, J., “The use of PAR(p) model in the stochastic dual dynamic programming optimization scheme used in the operation planning of the Brazilian hydropower system”. In: *2004 International Conference on Probabilistic Methods Applied to Power Systems*, pp. 397–402, Sept. 2004.
- [18] MÉRCIO, C. M. V. D. B., *Resolução de Problemas de Planejamento de Sistemas Hidrotérmicos com Representação do Sistema por Modelo Equivalente de Energia Adotando Acoplamento Hidráulico*, Master’s Thesis, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, 2000.
- [19] VASCONCELOS, C. L. V., “Aprimoramento do Sistema Equivalente de Energia com Vínculo Hidráulico em Problemas de Planejamento Energético de Médio Prazo”, 2011, Trabalho de Conclusão de Curso, Escola Politécnica, UFRJ, Rio de Janeiro, Brazil.
- [20] SHAPIRO, A., “Analysis of stochastic dual dynamic programming method”, *European Journal of Operational Research*, v. 209, n. 1, pp. 63–72, Feb. 2011.
- [21] MATOS, V. L., FINARDI, E. C., LAROYD, P. V., “Uma Medida Coerente De Risco Como Métrica Para O Planejamento Anual Da Operação Energética”. In: *XII Simpósio de Especialistas em Planejamento da Operação e Expansão Elétrica*, Rio de Janeiro, 2012.
- [22] DINIZ, A., TCHEOU, M., MACEIRA, M., PENNA, D., “Uma abordagem direta para consideração do cvar no problema de planejamento da operação hidrotérmica”. Rio de Janeiro, maio 2012.
- [23] SHAPIRO, A., TEKAYA, W., DA COSTA, J. P., SOARES, M. P., “Risk neutral and risk averse Stochastic Dual Dynamic Programming method”, *European Journal of Operational Research*, v. 224, n. 2, pp. 375 – 391, 2013.
- [24] BRANDI, R. B. S., RAMOS, T. P., MARCATO, A. L. M., SOUZA, R. C., IUNG, A. M., CHAVES JR, I. S., “Comparação da Incorporação da Medida de Aversão ao Risco CVaR entre as Metodologias PDE e PDDE Aplicadas ao Planejamento de Médio Prazo”, *XLV Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional*, v. 2013, 2013.
- [25] RAMOS, T. P., BRANDI, R. B. S., MARCATO, A. L. M., GUIMARÃES, M. G., “Incorporação da Medida de Risco (CVaR) na Programação Dinâmica Estocástica e Avaliação dos Impactos na Formação do Preço”, *XXII Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica*, 2013.
- [26] MACEIRA, M., MARZANO, L., PENNA, D., DINIZ, A., JUSTINO, T., “Application of CVaR risk aversion approach in the expansion and operation planning and for setting the spot price in the Brazilian hydrothermal interconnected system”. In: *Power Systems Computation Conference (PSCC), 2014*, pp. 1–7, Aug. 2014.

- [27] ARVANITIDIS, N. V., ROSING, J., “Optimal Operation of Multireservoir Systems Using a Composite Representation”, , n. 2, pp. 327–335, 1970.
- [28] CUNHA, S., PRADO, S., COSTA, J., “Modelagem da produtividade variável de usinas hidrelétricas com base na construção de uma função de produção energética”, *XII Simpósio Brasileiro de Recursos Hídricos*, v. anais, n. 2, pp. 391–397, Nov. 1997.
- [29] DINIZ, A. L., MACEIRA, M. E. P., “A Four-Dimensional Model of Hydro Generation for the Short-Term Hydrothermal Dispatch Problem Considering Head and Spillage Effects”, *IEEE J PWRs*, v. 23, n. 3, pp. 1298–1308, 2008.
- [30] GOOR, Q., KELMAN, R., TILMANT, A., “Optimal Multipurpose-Multireservoir Operation Model with Variable Productivity of Hydropower Plants”, *J. Water Resour. Plann. Manage.*, v. 137, n. 3, pp. 258–267, 2011.
- [31] SANTOS, T., DINIZ, A., “A comparison of static and dynamic models for hydro production in generation scheduling problems”. In: *2010 IEEE Power and Energy Society General Meeting*, pp. 1–5, July 2010.
- [32] NORBIATO DOS SANTOS, T., DINIZ, A., “A Dynamic Piecewise Linear Model for DC Transmission Losses in Optimal Scheduling Problems”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 26, n. 2, pp. 508–519, May 2011.
- [33] ENNES, M. I., DINIZ, A. L., “An efficient equivalent thermal cost function model for nonlinear mid-term hydrothermal generation planning”, *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, v. 63, pp. 705–712, Dec. 2014.
- [34] THOMÉ, F. S., *Representação de Não-Converxidades no Planejamento da Operação Utilizando PDDE*, Ph.D. Thesis, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, 2013.
- [35] QUINTERO, R. D., *Modelagem da Função de Produção Hidráulica de uma Usina Hidrelétrica com Base nas Características Individuais das Usinas Geradoras*, Master’s Thesis, UFSC, Florianópolis, SC, 2013.
- [36] RAMOS, T. P., SILVA JUNIOR, I. C., DIAS, B. H., BRANDI, R. B. S., MARCATO, A. L. M., PASSOS FILHO, J. A., OLIVEIRA, E. J. D., IUNG, A. M., “Modelo para o despacho de usinas individualizadas no planejamento hidrotérmico de médio prazo baseado em PNL”, *Sba: Controle e Automação Sociedade Brasileira de Automatica*, v. 23, pp. 594 – 607, 10 2012.
- [37] REINALDO CASTRO SOUZA, E. A., *Planejamento da operação de sistemas hidrotérmicos no Brasil: geração de cenários e otimização*. Ed. PUC-Rio, 2014.
- [38] DINIZ, A. S. L., TERRY, L. A., SOUSA, L. C. F., ET AL., “Modelagem da Função de Produção Energética das Usinas Hidroelétricas nos Modelos de Otimização do Planejamento a Curto Prazo e da Programação do Despacho de Sistemas Hidrotérmicos Interligados”, *IX SEPOPE - Simpósio de Especialistas em Planejamento da Operação e Expansão Elétrica*, May 2004.
- [39] DOS SANTOS, M. L. L., *Modelagem e Solução do Problema de Planejamento da Operação de Sistemas Hidrotérmicos de Curto Prazo no Contexto da Programação Estocástica: Uma Aplicação do Método Progressive Hedging*, Ph.D. Thesis, UFSC, Florianópolis, SC, 2010.

- [40] MADERA, R. D. Q., *Modelagem da Função de Produção de uma Usina Hidrelétrica com base nas características individuais das unidades geradoras*, Master's Thesis, UFSC, Florianópolis, SC, 2013.
- [41] LUIZ DA SILVA, E., FINARDI, E. C., "Parallel Processing Applied to the Planning of Hydrothermal Systems", *IEEE Trans. Parallel Distrib. Syst.*, v. 14, n. 8, pp. 721–729, Aug. 2003.
- [42] CCEE, "Câmara de Comercialização de Energia Elétrica", <http://www.ccee.org.br>, Jan. 2015.
- [43] BOYD, S., VANDENBERGHE, L., *Convex Optimization*. Cambridge University Press: Cambridge, UK ; New York, March 2004.
- [44] GRAHAM, R., "An Efficient Algorithm for Determining the Convex Hull of a Finite Point Set", *Info. Proc. Letters*, v. 1, pp. 132–133, 1972.
- [45] BARBER, C. B., DOBKIN, D. P., HUHDANPAA, H., "The quickhull algorithm for convex hulls", *ACM Transactions on Mathematical Software (TOMS)*, v. 22, n. 4, pp. 469–483, 1996.
- [46] MACEIRA, M. E. P., SUANNO, C. M., *Representação do Sistema Hidroelétrico, Patamares de Mercado e Evolução da Configuração Hidrotérmica no Modelo Newave - Relatório Técnico*, CEPEL, Rio de Janeiro, RJ, 1995.
- [47] CEPEL, *Manual de Referência - Modelo NEWAVE*, Rio de Janeiro, 2001, Relatório Técnico.
- [48] DIAS, B. H., MARCATO, A. L. M., SOUZA, R. C., SOARES, M. P., SILVA JR, I. C., OLIVEIRA, E. J., BRANDI, R. B. S., RAMOS, T. P., "Dynamic Programming Applied to Hydrothermal Power Systems Operation Planning Based on the Convex Hull Algorithm", *Mathematical Problems in Engineering*, v. 2010, pp. 1–20, 2010.
- [49] SOARES, M., STREET, A., VALLADÃO, D., "Redução da Variabilidade da Solução da Programação Dinâmica Dual Estocástica Aplicada ao Planejamento da Operação de Sistemas Hidrotérmicos". In: *IEEE/IAS INDUSCON 2014*, Juiz de Fora, MG - Brazil, dec"2014.
- [50] SIMONE, G. A., *Centrais e aproveitamentos hidrelétricos: uma introdução ao estudo*. Ed. Érica, 2000.
- [51] SILVA FILHO, D., *Dimensionamento de usinas hidroelétricas através da de técnicas de otimização evolutiva*, Ph.D. Thesis, USP, São Paulo, SP, 2003.
- [52] MARTINEZ, L., *Políticas de controle de malha fechada e malha aberta no planejamento da operação energética de sistemas hidrotérmicos*, Ph.D. Thesis, UNICAMP, Campinas, SP, 2001.
- [53] MACEIRA, M. E. P., SUANNO, C. M., COSTA, J. P., *Representação da Variação da Produtibilidade no Algoritmo de Programação Dinâmica Dual Estocástica - Projeto Newave - Relatório Técnico*, CEPEL, Rio de Janeiro, RJ, 1995.

ANEXO A – SISTEMAS EQUIVALENTES DE ENERGIA

A.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

A representação das usinas hidrelétricas por reservatórios equivalentes de energia é necessária pelo fato do problema de planejamento da operação de médio prazo ter o foco na modelagem da estocasticidade das afluições, uma vez que a real modelagem das usinas hidrelétricas seria muito custosa computacionalmente para esse tipo de problema.

Pode-se associar uma variável do sistema equivalente de energia a uma variável das usinas individualizadas [47, 4]. A Tabela 9 apresenta algumas dessas relações [37].

Tabela 9 – Relação das variáveis das usinas individualizadas com o sistema equivalente de energia.

Usinas Individualizadas	Sistema Equivalente de Energia
Volume Armazenado Máximo (hm^3)	Energia Armazenada Máxima ($MWmês$)
Vazão dos Reservatórios (Controlável) (m^3/s)	Energia Controlável ($MWmédio$)
Vazão das Usinas Fio d'Água (m^3/s)	Energia Fio d'Água ($MWmédio$)
Volume Evaporado do Reservatório (hm^3)	Energia Evaporada ($MWmês$)
Turbinamento Máximo (m^3/s)	Geração Hidráulica Máxima ($MWmédio$)
Turbinamento Mínimo (m^3/s)	Energia de Vazão Mínima ($MWmédio$)
Volume Armazenado (hm^3)	Energia Armazenada ($MWmês$)
Volume de Enchimento de Volume Morto (hm^3)	Energia de Enchimento de Volume Morto ($MWmês$)
Vazão Vertida (m^3/s)	Energia Vertida ($MWmédio$)
Vazão Natural (m^3/s)	Energia Natural Afluente ($MWmédio$)

Nesse capítulo será apresentada a descrição de cada parâmetro do sistema equivalente de energia e a formulação matemática, baseado na referência [4].

A.2 REPRESENTAÇÃO POR SISTEMAS EQUIVALENTES DE ENERGIA

No planejamento da operação de médio prazo o objetivo é determinar as metas de geração de cada usina em cada período, a fim de atender a demanda e minimizar o valor esperado do custo total de operação.

O cálculo da política operativa é influenciado diretamente por alguns parâmetros que moldam o sistema, sendo a previsão destes parâmetros complexa e sujeita a grandes incertezas. Os principais são [4]:

- condições hidrológicas;
- demanda;

- preço dos combustíveis;
- custo do déficit;
- entrada de novos aproveitamentos hidráulicos e plantas térmicas;
- disponibilidade de equipamentos de geração e transmissão.

A.2.1 Parâmetros das usinas

Para que se consiga representar as usinas de forma equivalente será necessário definir alguns parâmetros das usinas hidráulicas do SIN. Os dados necessários para os cálculos são fornecidos pelo Operador Nacional do Sistema Elétrico (ONS).

Como o sistema está em constante alteração, com aumento da demanda ao longo do tempo, entrada de novos empreendimentos ou expansão das usinas existentes, a maioria dos dados fornecidos variam. Assim, é necessário que se considere a expansão do sistema na modelagem do sistema equivalente de energia.

A seguir serão apresentados alguns parâmetros das usinas hidráulicas necessários para o cálculo do sistema equivalente de energia.

A.2.1.1 Produtibilidades

A produtividade de uma usina informa a energia gerada em função do turbinamento de água ocorrido na mesma e é dada pelo produto entre a produtividade específica da usina ($MW/(m^3/s).m$) e a altura de queda do reservatório (m). A altura de queda é calculada em função do nível do reservatório, ou seja, da energia armazenada no reservatório. Dessa forma, sabe-se que a produtividade é uma função não linear da queda d'água e para considerar esse efeito são necessários um conjunto de dados referentes às usinas.

A cota é definida pela diferença de nível entre a superfície de água do reservatório e a superfície da água do oceano. Em função do armazenamento, encontra-se a cota referente através do polinômio cota volume, como mostrado a seguir, equação (A.1).

$$COTA_j^{Vol} = PCV_{j,1} + PCV_{j,2} \times Vol + PCV_{j,3} \times Vol^2 + PCV_{j,4} \times Vol^3 + PCV_{j,5} \times Vol^4 \quad (A.1)$$

Onde:

$PCV_{j,n}$ *enésimo* coeficiente do polinômio cota volume da usina j ($m \times hm^3$).

$COTA_j^{Vol}$ Cota da usina j associada ao volume Vol , pelo polinômio cota volume (m).

Vol Volume do reservatório (hm^3).

Pode ser necessária também a cota média referente a um dado volume, vide equação (A.2).

$$COTAMED_j^{Vol} = \int_{VMIN_j}^{Vol} COTA_j^{VOL} \times d_{VOL} / (Vol - VMIN_j) \quad (A.2)$$

Onde:

$COTAMED_j^{Vol}$ Cota da usina j associada à cota média do volume mínimo ao volume Vol , pelo polinômio cota volume (m).

$VMIN_j$ Volume mínimo do reservatório da usina j em (hm^3).

Para o cálculo da altura de queda relativa a uma cota, desconta-se a cota do canal de fuga e as perdas.

Dependendo do tipo de perda hidráulica na usina, $TPHID_j$ pode-se ter:

- Se o tipo de perdas é em (m).

$$H_{j,t}^{Vol} = COTA_j^{Vol} - CFUGA_{j,t} - CPHID_j \quad (A.3)$$

$$HEQ_{j,t}^{Vol} = COTAMED_j^{Vol} - CFUGA_{j,t} - CPHID_j \quad (A.4)$$

- Se o tipo de perdas é percentual (%).

$$H_{j,t}^{Vol} = (COTA_j^{Vol} - CFUGA_{j,t}) \times \left(1 - \frac{CPHID_j}{100}\right) \quad (A.5)$$

$$HEQ_{j,t}^{Vol} = (COTAMED_j^{Vol} - CFUGA_{j,t}) \times \left(1 - \frac{CPHID_j}{100}\right) \quad (A.6)$$

$COTA_j^{Vol}$ Cota da usina j associada ao volume Vol , pelo polinômio cota volume (m).

$CFUGA_{j,t}$ Cota do canal de fuga da usina j no período t (m).

$TPHID_j$ Tipo de perda hidráulica da usina j informa se o coeficiente está em (m) ou (%).

$CPHID_j$ Coeficiente de perdas hidráulicas da usina j (m) ou (%).

$H_{j,t}^{Vol}$ Altura de queda associada à cota do armazenamento Vol da usina j no período t (m).

$HEQ_{j,t}^{Vol}$ Altura de queda associada à cota média de armazenamento, do mínimo ao volume Vol , da usina j no período t (m).

Os armazenamentos (*Vol*) utilizados para o cálculo dos parâmetros do sistema equivalente são:

min: armazenamento correspondente ao armazenamento mínimo.

med: armazenamento correspondente a 65% do volume útil.

max: armazenamento correspondente ao volume máximo.

Quando o índice relativo ao nível de armazenamento da usina ou somente altura equivalente não são referidos, considera-se a altura de queda equivalente à média do volume mínimo ao volume máximo da usina.

Dessa forma, tem-se equações (A.7) a (A.9) para as produtibilidades:

$$\rho_{j,t} = \eta_j \times HEQ_{j,t} \quad (A.7)$$

$$\rho_{j,t}^{Vol} = \eta_j \times H_{j,t}^{Vol} \quad (A.8)$$

$$\rho_{j,t}^{eq,Vol} = \eta_j \times HEQ_{j,t}^{Vol} \quad (A.9)$$

Onde:

$\rho_{j,t}$	Produtibilidade equivalente da usina j no período t ($MW/(m^3/s)$).
$\rho_{j,t}^{Vol}$	Produtibilidade da usina j ($MW/(m^3/s)$), correspondente à cota correspondente ao volume Vol no período t .
$\rho_{j,t}^{eq,Vol}$	Produtibilidade da usina j ($MW/(m^3/s)$), correspondente à cota média, no polinômio cota volume, do volume mínimo da usina ao volume Vol considerado no período t .
η_j	Produtibilidade específica da usina j ($MW/(m^3/s).m$).

A.2.1.2 Capacidades das Usinas

Para definir a capacidade de geração das usinas, são necessários diversos parâmetros como tipo da usina, potência, queda nominal das máquinas, bem como índices de indisponibilidade. Nesse contexto, a expansão é um fator essencial a ser analisado, pois podem ocorrer alterações na operação, como por exemplo, a entrada de máquinas.

A geração disponível de uma usina hidrelétrica é igual a sua capacidade instalada descontada a Taxa Equivalente de Indisponibilidade Forçada (*TEIF*) e a Indisponibilidade Programada (*IP*).

A *TEIF* reflete o percentual médio do tempo que determinada usina ficou fora de operação devido a problemas aleatórios, como falhas inesperadas em componentes das

turbinas e a IP reflete o percentual médio do tempo que a usina não operou devido a manutenções programadas.

A capacidade instalada é calculada com base na potência efetiva de cada máquina multiplicada pelo número de máquinas existentes na usina. Como em uma mesma usina podem existir diferentes tipos de máquinas, estas são agrupadas em conjuntos formados por máquinas com as mesmas características. Essa definição é caracterizada pela equação (A.10).

$$PINST_{j,t} = \sum_{k=1}^{NCJMAQ_j} NMAQCJ_{j,k,t} \times PEFCJ_{j,k} \quad (A.10)$$

Onde:

$NCJMAQ_j$ Número de conjunto de máquinas da usina j .

$NMAQCJ_{j,k,t}$ Número de máquinas do conjunto k da usina j no período t .

$PEFCJ_{j,k}$ Potência efetiva de cada máquina do conjunto k da usina j (MW).

$PINST_{j,t}$ Potência instalada da usina j no período t .

A capacidade instalada depende da potência efetiva que é um dado físico de cada máquina da usina e é calculada com base na vazão nominal para a qual foi fabricada, mas sofre variações de acordo com o volume armazenado no reservatório. A seguir, é mostrado o cálculo da potência nominal [50], A.11.

$$PNOM_{j,t}^{Vol} = PINST_{j,t} \times \text{Min} \left\{ \left(\frac{H_{j,t}^{Vol}}{QNCJ_{j,k}} \right)^{CTURB_j} ; 1 \right\} \quad (A.11)$$

Onde:

$PNOM_{j,t}^{Vol}$ Potência nominal da usina j no período t , calculada em função do armazenamento Vol (MW).

$QNCJ_{j,k}$ Queda nominal de cada máquina do conjunto k da usina j (m).

$CTURB_j$ Constante referente ao tipo da turbina da usina j .

$CTURB_j =$ se as turbinas da usina j são do tipo Kaplan.

1.2

$CTURB_j =$ se as turbinas da usina j são do tipo Francis ou Pelton.

1.5

Como pode-se observar, a potência nominal das usinas é limitada pela potência da turbina ou pela potência do gerador, esta situação é ilustrada na Figura 86 (Fonte: [51]).

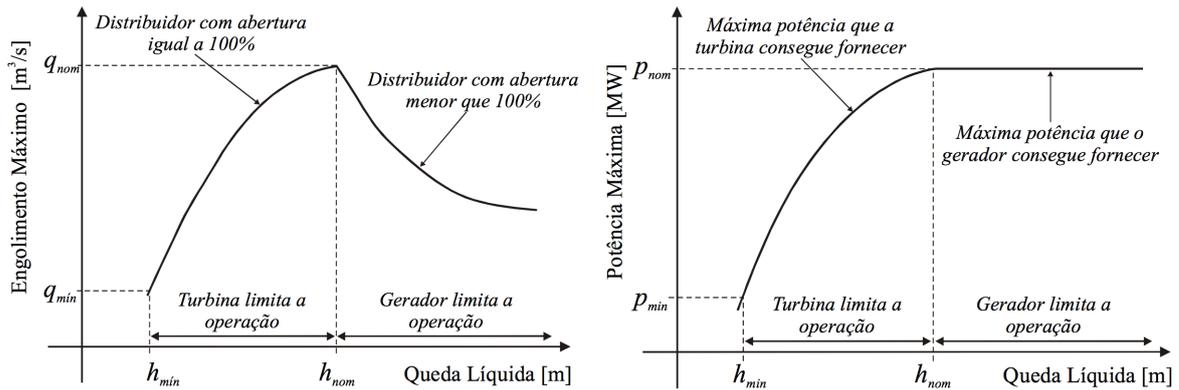


Figura 86 – Relação entre a altura de queda efetiva, engolimento máximo e potência nominal do conjunto turbina-gerador.

O engolimento máximo da usina é limitada pela operação da turbina e pela operação do gerador [52], como apresentado na Figura 86.

- Limitação da turbina, equação (A.12):

$$QMAX_{Turb_{j,t}}^{Vol} = QEF_{j,t} \times \left(\frac{H_{j,t}^{Vol}}{QNCJ_{j,k}} \right)^{CGER_j} \quad (A.12)$$

- Limitação do gerador, equação (A.13):

$$QMAX_{Ger_{j,t}}^{Vol} = QEF_{j,t} \times \left(\frac{H_{j,t}^{Vol}}{QNCJ_{j,k}} \right)^{-1} \quad (A.13)$$

A queda nominal da usina é calculada de acordo com a equação (A.14):

$$QNCJ_{j,k} = \frac{PINST_{j,t}}{QEF_{j,t}} \times \eta_j \quad (A.14)$$

Onde:

$QMAX_{Turb_{j,t}}^{Vol}$ Engolimento máximo da turbina da usina j no período t para o volume Vol (m^3/s).

$PINST_{j,t}$ Potência instalada da usina j no período t .

$QEF_{j,t}$ Vazão efetiva da usina j no período t (m^3/s).

$CGER_j$ Constante referente ao tipo da turbina da usina j .

$CGER_j = 0.2$ se $H_{j,t}^{Vol} < QNCJ_{j,k}$ e se as turbinas da usina j são do tipo Kaplan.

$CGER_j = 0.5$ se $H_{j,t}^{Vol} < QNCJ_{j,k}$ e se as turbinas da usina j são do tipo Francis ou Pelton.

$QMAX_{Ger_{j,t}}^{Vol}$ Engolimento máximo limitado pelo gerador se $H_{j,t}^{Vol} \geq QNCJ_{j,k}$.

Os valores de $QMAX_{Turbj,t}^{Vol}$ e $QMAX_{Gerj,t}^{Vol}$ são utilizados como limites de engolimento máximo para a usina representadas de forma individualizada.

Para o cálculo dos parâmetros do sistema equivalente o engolimento máximo da usina utilizado em um dado período, é dado pela equação (A.15):

$$QMAX_{j,t} = \frac{PINST_{j,t} \times \left(1 - \frac{TEIFH_j}{100}\right) \times \left(1 - \frac{IPH_j}{100}\right)}{\rho_{ue,j,t}} \quad (A.15)$$

Onde:

$QMAX_{j,t}$	Engolimento máximo da usina j no período t (m^3/s).
$TEIFH_j$	Taxa de indisponibilidade forçada da usina j (%).
IPH_j	Taxa de indisponibilidade programada da usina j (%).
$\rho_{ue,j,t}$	Produtibilidade equivalente, dado o período t , correspondente à produtibilidade equivalente da usina j no período da última entrada de máquina na usina j ($MW/(m^3/s)$).

A.2.2 Cálculo dos parâmetros do Sistema Equivalente de Energia

A seguir será apresentado o conceito de cada um dos parâmetros do Sistema Equivalente de Energia, bem como o cálculo dos mesmos.

A.2.2.1 Energia Armazenada

A.2.2.1.1 Cálculo da Energia Armazenada Máxima

Considera-se como energia armazenada máxima a maior quantidade de energia produzida quando se esvazia o reservatório de seu nível máximo até seu nível mínimo. Assim, a soma de todas as energias de todos os reservatórios que compõe o sistema reflete a capacidade máxima de energia armazenada no sistema. É importante ressaltar que a operação dos reservatórios é considerada em paralelo, ou seja, mantêm-se a mesma proporção do volume útil armazenado nos reservatórios. Além disso, desconsidera-se o efeito de novas afluências aos reservatórios.

A água utilizada para gerar energia em uma usina também irá gerar energia em todas as usinas à jusante. Dessa forma, a energia armazenável máxima é calculada somando-se os produtos do volume útil de cada reservatório pela sua produtibilidade acumulada. Entende-se por produtibilidade acumulada a soma da produtibilidade do próprio reservatório e as produtibilidades de todos os reservatórios e usinas fio d'água à

jusante até o final da cascata [4]. A equação (A.16) expressa este procedimento para se calcular a energia armazenável máxima do sistema i no instante t .

$$\overline{EA}_{i,t} = \frac{1}{FATOR_t} \sum_{j=1}^{NUSI_i} VUTIL_j \times \sum_{k \in J_{j,t}} \rho_{k,t} \quad (A.16)$$

Onde:

$\overline{EA}_{i,t}$	Energia armazenável máxima do sistema i no período t ($MWmês$).
$VUTIL_j$	Volume útil da usina j (hm^3).
$\rho_{k,t}$	Produtibilidade equivalente da usina j no período t ($MW/(m^3/s)$).
$J_{j,t}$	Conjunto composto pela usina j e todas as usinas à jusante de j no período t .
$NUSI_i$	Número de usinas do sistema i .

O volume útil da usina é dado pela equação (A.17):

$$VUTIL_j = VMAX_j - VMIN_j \quad (A.17)$$

Onde:

$VUTIL_j$	Volume útil da usina j (hm^3).
$VMAX_j$	Volume máximo da usina j (hm^3).
$VMIN_j$	Volume mínimo da usina j (hm^3).

A constante $FATOR_t$ é utilizada para converter m^3/s em $hm^3/mês$, e vice-versa, e é calculada de acordo com o número de dias do mês. Nesse trabalho, adotou-se como dias um número médio de (365/12) dias por mês, resultando em $FATOR_t = 2.63$.

A.2.2.1.2 Cálculo da Energia Armazenada

A energia armazenada pode, também, ser calculada em função de um dado volume, de acordo com a equação (A.18):

$$EA_{i,t}^{Vol} = \frac{1}{FATOR_t} \sum_{j=1}^{NUSI_i} (Vol - VMIN_j) \times \sum_{k \in J_{j,t}} \rho_{k,t}^{eq,Vol} \quad (A.18)$$

Onde:

$EA_{i,t}^{Vol}$	Energia armazenada para o volume Vol no sistema i no início do período t ($MWmês$).
$\rho_{k,t}^{eq,Vol}$	Produtibilidade da usina j ($MW/(m^3/s)$), correspondente à cota média, no polinômio cota volume, do volume mínimo da usina ao volume Vol considerado no período t .

A.2.2.1.3 Fator de Correção da Energia Armazenada em Função de Mudança de Configuração

Os valores em energia da água armazenada nos reservatórios serão alterados quando ocorrer a entrada de uma nova usina hidrelétrica em um determinado período. Cada alteração no quadro de usinas do sistema é considerada uma nova configuração. Não ocorre variação na capacidade máxima de armazenamento de cada uma das usinas, mas a produtibilidade acumulada de algumas usinas é alterada. O novo valor da energia armazenável máxima difere do anterior por um fator que pode ser descrito em função das energias armazenáveis máximas depois e antes da alteração da configuração, além da energia armazenada pelas usinas que entraram na configuração [47], dado pela equação (A.19):

$$FDIN_{i,t} = \frac{\overline{EA}_{i,t}}{\overline{EA}_{i,t-1}} \quad (\text{A.19})$$

Onde:

$FDIN_{i,t}$ Fator de correção da energia armazenada, é utilizado no cálculo do novo valor de energia armazenada após uma mudança de configuração (pu).

A.2.2.2 Energia Controlável

A.2.2.2.1 Cálculo da Energia Controlável

Energia controlável é a quantidade de energia que pode ser gerada pelas aflúências aos reservatórios, desde que a aflúência seja totalmente convertida em energia pelo próprio reservatório e as usinas fio d'água a jusante até o rio.

A energia controlável também pode ser obtida pela soma das vazões incrementais a cada reservatório, multiplicada pela produtibilidade média equivalente em todas as usinas à jusante do mesmo. A vazão incremental é dada pela aflúência natural descontada das aflúências naturais às usinas de reservatório imediatamente à montante [4]. Vide equação (A.20).

$$EC_{i,t} = \sum_{j \in R_{i,t}}^{NUSI_i} QI_{j,t} \times \left(\sum_{y \in J_{j,t}} \rho_{y,t}^{med} \right) \quad (\text{A.20})$$

Onde:

$EC_{i,t}$	Energia controlável afluente ao sistema i no período t ($MWmês$).
$QIr_{j,t}$	Vazão incremental à usina j no período t , considerando apenas usinas de reservatório a montante (m^3/s).
$R_{i,t}$	Conjunto composto por todos os reservatórios do sistema i no período t .
$J_{j,t}$	Conjunto composto pela usina j e todas as usinas à jusante de j no período t .
$\rho_{y,t}^{med}$	Produtibilidade da usina j ($MW/(m^3/s)$), correspondente à cota relativa ao volume med (65% do volume útil) no período t .

A.2.2.2.2 Fator de Correção da Energia Controlável

A energia controlável do sistema é calculada em função da altura de queda equivalente de cada reservatório, mas os armazenamentos das usinas variam ao longo dos meses e portanto a altura de queda também é variada. Uma forma de tentar corrigir o erro é aplicar uma correção quando se tem uma variação nesta altura [53].

Supondo que exista uma proporcionalidade entre as vazões naturais às várias usinas ao longo do histórico de vazões, isto é, considerando que não exista grande diversidade hidrológica entre as bacias hidrográficas, a contribuição de cada reservatório à energia controlável do sistema é constante ao longo do tempo. Logo, deve ser calculado um fator de correção associado aos níveis máximo, médio e mínimo. O fator de correção para cada um desses níveis é determinado dividindo-se o somatório das energias controláveis das várias sequências hidrológicas do histórico, calculadas com as produtibilidades correspondentes à estes níveis, pelo somatório análogo de energias controláveis calculadas com produtibilidades equivalentes [47, 4]. Os fatores de correção são obtidos em função do mês para cada sistema i através da equação (A.21), onde a variável mês é definida em função do período t :

$$FC_{i,t}^{Vol} = \frac{\sum_{p=1}^{NAH} \sum_{j \in R_{i,t}}^{NUSI_i} QN_{j,(p-1) \times 12 + mês} \times \left(\rho_{j,t}^{Vol} + \sum_{l \in JF_{j,t}} \rho_{l,t} \right)}{\sum_{p=1}^{NAH} \sum_{j \in R_{i,t}}^{NUSI_i} QN_{j,(p-1) \times 12 + mês} \times \left(\rho_{j,t}^{med} + \sum_{l \in JF_{j,t}} \rho_{l,t} \right)} \quad (A.21)$$

Onde:

$FC_{i,t}^{Vol}$	Fator de correção da energia controlável afluente ao sistema i no período t para o volume Vol (pu).
NAH	Número total de anos do histórico de vazões naturais.
$QN_{j,t}$	Vazão natural da usina j no período t (m^3/s).
$JF_{j,t}$	Conjunto composto por todas as usinas a fio d'água à jusante de j até o próximo reservatório exclusive no período t .

Em função dos valores calculados de correção da energia controlável associados aos volumes mínimo, médio e máximo, é ajustada uma parábola de correção que relaciona o valor da correção em função da energia armazenada no sistema. Esse cálculo será apresentado adiante.

A.2.2.3 Energia Fio d'Água

Energia fio d'água é a energia gerada pelas vazões incrementais às usinas fio d'água, pois estas não são passíveis de armazenamento. Ressalta-se que parte da energia gerada nas usinas fio d'água são controladas pelos reservatórios à montante da usina. Assim, esta parcela controlável gerada pelas usinas fio d'água já foi computada na energia controlável.

A.2.2.3.1 Cálculo da Energia Fio d'Água Bruta

A determinação da vazão incremental é feita a partir da vazão natural, da qual são descontadas as vazões naturais às usinas de reservatório imediatamente à montante da usina fio d'água. Desse modo, a energia fio d'água bruta é dada pelo somatório da vazão incremental entre a usina e os reservatórios à montante multiplicado pela produtibilidade da usina, de acordo com a equação (A.22)

$$EFIOB_{i,t} = \sum_{j \in F_{i,t}}^{NUSI_i} (QIr_{j,t} \times \rho_{j,t}) \quad (\text{A.22})$$

Onde:

$EFIOB_{i,t}$	Energia fio d'água bruta afluyente ao sistema i no período t ($MWmês$).
$QIr_{j,t}$	Vazão incremental à usina j no período t , considerando apenas usinas de reservatório a montante (m^3/s).
$F_{i,t}$	Conjunto composto por todas as usinas a fio d'água do sistema i no período t .

Define-se vazão natural como sendo a vazão média mensal, em m^3/s , considerando-se que não existência de nenhum reservatório constituído ao longo da cascata. Para o SIN existe um histórico de vazões naturais desde janeiro de 1931 para todos os aproveitamentos hidráulicos. A vazão natural incremental corresponde à vazão natural do aproveitamento hidráulico, subtraída das vazões naturais de todos os aproveitamentos imediatamente à montante.

A.2.2.3.2 Cálculo da Energia Fio d'Água Líquida

Como a usina fio d'água não apresenta a capacidade de regularização, as únicas opções são turbinar ou verter a água que chega à usina. Nesse caso, vale ressaltar que o máximo de vazão incremental que pode ser transformado em energia é limitado pelo engolimento máximo das turbinas da usina fio d'água. Sendo assim, a energia fio d'água líquida gerada em um sistema i em um período t , equivale à equação (A.23):

$$EFIO_{i,t} = \sum_{j \in F_{i,t}}^{NUSI_i} \min \left\{ QIr_{j,t}; \max \left\{ 0; QMAX_{j,t} - \sum_{y \in Mr_{j,t}} QMIN_y \right\} \right\} \times \rho_{j,t} \quad (A.23)$$

Onde:

$EFIO_{i,t}$	Energia fio d'água líquida afluyente ao sistema i no período t ($MWmês$).
$QIr_{j,t}$	Vazão incremental à usina j no período t , considerando apenas usinas de reservatório a montante (m^3/s).
$QMAX_{j,t}$	Engolimento máximo da usina j no período t (m^3/s).
$QMIN_j$	Vazão mínima da usina j (m^3/s).
$F_{i,t}$	Conjunto composto por todas as usinas a fio d'água do sistema i no período t .
$Mr_{j,t}$	Conjunto composto pelas primeiras usinas de reservatório imediatamente a montante da usina j no período t .
$\rho_{j,t}$	Produtibilidade equivalente da usina j no período t ($MW/(m^3/s)$).

A.2.2.4 Energia Natural Afluyente

A energia natural afluyente é a soma da energia controlável com a energia fio d'água a um sistema em um dado período t . A série histórica de energias afluyentes é usada para o cálculo dos parâmetros do modelo estocástico de energias afluyentes e posterior geração de séries de energias afluyentes sintéticas. Com o sistema equivalente não é possível identificar quais usinas atingiram a limitação de engolimento máximo. Logo, para compor a série de energias afluyentes são somadas a energia controlável com a energia fio d'água bruta, como expressa a equação (A.24).

$$EAF_{i,t} = EC_{i,t} + EFIOB_{i,t} \quad (A.24)$$

Onde:

$EAF_{i,t}$	Energia afluyente no sistema i no início do período t , corresponde à soma da parcela controlável e fio d'água ($MWmês$).
-------------	---

A.2.2.5 Perdas de Energia Fio d'Água por Limitação de Engolimento Máximo

Como apresentado anteriormente, as usinas apresentam uma limitação com relação ao engolimento das turbinas. Dessa forma, pode haver uma redução na energia gerada pela usina. As perdas oriundas dessa limitação física das usinas fio d'água é obtida pela diferença entre a energia fio d'água bruta e fio d'água líquida, dada pela equação (A.25).

$$PERDAS_{i,t} = EFIOB_{i,t} - EFIO_{i,t} \quad (A.25)$$

Onde:

$PERDAS_{i,t}$ Perdas devido a limitação de turbinamento no sistema i do período t ($MWmês$).

Como obter um valor fixo para o valor das perdas não seria uma boa aproximação, visto que existem diversas combinações de vazões que geram diferentes valores de energia, uma solução é utilizar as vazões históricas e determinar uma curva de perdas. A curva de perdas pode ser obtida através do ajuste de uma parábola pelo método dos mínimos quadrados com os pares $(EFIOB_{i,t}; PERDAS_{i,t})$, vide equação (A.26).

$$PERDAS_i = a \times (EFIOB_i)^2 + b \times EFIOB_i + c \quad (A.26)$$

Onde:

$PERDAS_i$ Perdas aproximada devido a limitação de turbinamento no sistema i ($MWmês$).

$EFIOB_i$ Energia fio d'água bruta do sistema i ($MWmês$).

a, b, c Parâmetros da parábola de aproximação das perdas por limitação do turbinamento.

De acordo com [47], se o coeficiente a da parábola for negativo, a relação de perdas e a energia fio d'água bruta passa a ser descrita por uma reta. A reta também é ajustada através do método dos mínimos quadrados. Para isso, dois pontos importantes da parábola devem ser determinados:

1. $EFIMIN$ - É o ponto que indica o valor da energia fio d'água bruta abaixo do qual a perda é nula. Logo, se a energia fio d'água bruta for menor que $EFIMIN$ não há perdas. Para o caso da parábola, esse valor é definido como a maior raiz positiva ou, quando não há raiz real, o ponto de mínimo. No caso da reta, o parâmetro é calculado pela intersecção da reta e do eixo $EFIOB$. Destaca-se que $EFIMIN$ deve ser sempre maior que zero.

2. $EFIMAX$ - É o ponto a partir do qual a diferença entre a energia fio d'água bruta e $EFIMAX$ se transformará totalmente em perdas. Para o caso da reta, esse valor tende ao infinito, pois a inclinação da reta é sempre a mesma e deve ser sempre menor que 1, pois, caso contrário, as perdas seriam maiores do que a energia fio d'água bruta. No caso da parábola, $EFIMAX$ corresponde ao valor da energia fio d'água bruta quando a derivada da parábola que define as perdas em relação a $EFIOB$ for igual a 1. Equações (A.27), (A.28) e (A.29).

$$\frac{dPERDAS_i}{dEFIOB_i} = 2 \times a \times EFIMAX_i + b = 1 \quad (\text{A.27})$$

$$EFIMAX_i = \frac{1 - b}{2 \times a} \quad (\text{A.28})$$

$$PERDAS_i = \left(a \times EFIMAX_i^2 + b \times EFIMAX_i + c \right) + (EFIOB - EFIMAX) \quad (\text{A.29})$$

Onde:

$PERDAS_i$ Perdas devido a limitação de turbinamento no sistema i ($MWmês$).

$EFIOB_i$ Energia fio d'água bruta do sistema i ($MWmês$).

$EFIMAX_i$ Ponto limite das perdas do sistema i ($MWmês$).

A.2.2.6 Fator de Separação da Energia Controlável da Energia Natural Afluente

Através do modelo autorregressivo periódico PAR(p) são geradas diversas séries sintéticas de energias afluentes, as quais não têm separadas a parte correspondente à energia afluente controlável e fio d'água bruta. Para obter as duas parcelas é necessário calcular previamente, a partir do histórico, a participação média da energia controlável na energia afluente total [4].

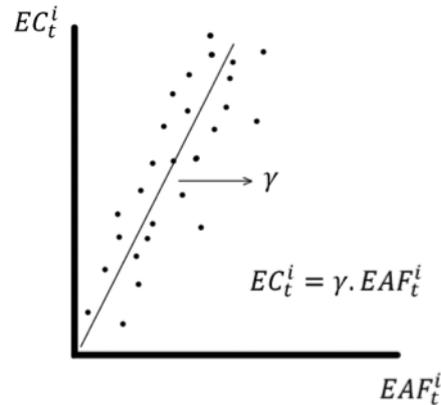


Figura 87 – Relação entre Energia Controlável e Energia Afluente.

A Figura 87 (Fonte: [4]) mostra o gráfico de dispersão comparando a energia afluente com a energia controlável de um dado sistema. O coeficiente γ_i que será responsável pela separação da energia controlável da energia afluente é obtido através da minimização da soma de desvios (distância entre o ponto observado e a reta ajustada) ao quadrado [47]. O resultado é apresentado na equação (A.30):

$$\gamma_i = \frac{\sum_{k=1}^{NAH} \sum_{j=1}^{12} EAF_{i,(k-1) \times 12 + j} \times EC_{i,(k-1) \times 12 + j}}{\sum_{k=1}^{NAH} \sum_{j=1}^{12} (EAF_{i,(k-1) \times 12 + j})^2} \quad (\text{A.30})$$

Onde:

γ_i	Fator de separação da energia afluente controlável da energia afluente total do sistema i .
$EC_{i,t}$	Energia controlável afluente ao sistema i no período t ($MWmês$).
$EAF_{i,t}$	Energia afluente no sistema i no início do período t , corresponde à soma da parcela controlável e fio d'água ($MWmês$).
NAH	Número total de anos do histórico de vazões naturais.

A.2.2.7 Energia de Vazão Mínima

A energia de vazão mínima é definida como a quantidade de energia gerada pela mínima defluência obrigatória dos reservatórios. A energia de vazão mínima pode ser calculada como sendo a energia produzida pela vazão mínima incremental (considerando apenas usinas com reservatório a montante) ao reservatório multiplicada pela produtibilidade equivalente acumulada. A energia de vazão mínima depende exclusivamente da configuração do sistema, ou seja, a série hidrológica em questão não afeta o seu cálculo [4].

Dessa forma, o valor da energia de vazão mínima, no período t , relativo ao volume Vol é dada pela equação (A.31):

$$EVMIN_{i,t}^{Vol} = \sum_{j \in R_{i,t}}^{NUSI_i} QIMINr_{j,t} \times \left(\sum_{y \in J_{j,t}} \rho_{y,t}^{Vol} \right) \quad (A.31)$$

Onde:

- $EVMIN_{i,t}^{Vol}$ Energia de vazão mínima do sistema i no estágio t , associada ao volume Vol ($MWmês$).
- $QIMINr_{j,t}$ Vazão mínima incremental à usina j (m^3/s) no período t , considerando apenas usinas de reservatório a montante (m^3/s).
- $R_{i,t}$ Conjunto composto por todos os reservatórios do sistema i no período t .
- $J_{j,t}$ Conjunto composto pela usina j e todas as usinas à jusante de j no período t .
- $\rho_{j,t}^{Vol}$ Produtibilidade da usina j ($MW/(m^3/s)$), correspondente à cota correspondente ao volume Vol no período t .

Ressalta-se que a energia de vazão mínima depende diretamente da produtibilidade que é calculada em função de um dado volume armazenado no reservatório. Tal como comentado para o fator de correção da energia controlável, a estratégia será determinar uma parábola de correção para ajustar os valores de energia de vazão mínima de acordo com o nível dos reservatórios. Esse passo será apresentado adiante nesse capítulo.

A.2.2.8 Energia para Enchimento de Volume Morto

Quando uma usina com reservatório for entrar em uma dada configuração, é necessário encher o reservatório até o volume mínimo operativo da usina. Esse volume de água é retido no reservatório e não gera energia. Dessa forma, a energia perdida ao encher o volume morto da usina deve ser descontada da energia controlável do sistema, implicando em uma perda para o sistema.

A energia de volume morto no sistema i , para o período t , é dada pela equação (A.32):

$$EVM_{i,t} = \frac{1}{FATOR_t} \sum_{j \in VM_{i,t}} \frac{VMIN_j - VIENCH_j}{\Delta t_{VM,t}} \times \sum_{y \in L_{j,t}} \rho_{y,t} \quad (A.32)$$

Onde:

$EV M_{i,t}$	Energia de enchimento de volume morto no sistema i no período t ($MWm\hat{e}s$).
$VMIN_j$	Volume mínimo da usina j (hm^3).
$VIENCH_j$	Volume inicial da usina j no instante do início de seu enchimento (hm^3).
$\Delta t_{VM,t}$	Número de períodos que a usina j levará para encher o volume morto.
$VM_{i,t}$	Conjunto composto pelas usinas enchendo o volume morto no sistema i no período t .
$L_{j,t}$	Conjunto composto por todas as usinas à jusante de i exclusive.
$\rho_{y,t}$	Produtibilidade equivalente da usina j no período t ($MW/(m^3/s)$).

A.2.2.9 Energia Evaporada

O reservatório das usinas fica exposto à ação dos raios solares e, conseqüentemente, há evaporação da água nos reservatórios. Quanto maior o volume armazenado no reservatório, maior a área alagada e maior também será a evaporação da água. Essa evaporação causa um perda de energia que é calculada pelo produto dos coeficientes de evaporação médios mensais, pela área da superfície alagada, e pela produtibilidade acumulada nos reservatórios das usinas à jusante do reservatório em questão. A área da superfície do reservatório exposta à insolação é uma função do volume de água no reservatório sendo portanto, uma função da energia armazenada no reservatório [4].

A energia evaporada no sistema i para o período t , equivale às equações (A.33) e (A.34):

$$EVP_{i,t}^{Vol} = \frac{1}{1000 \times FATOR_t} \times \sum_{j \in R_{i,t}}^{NUSI_i} CEVP_{j,t} \times AREA_j^{Vol} \times \sum_{y \in J_{j,t}} \rho_{y,t}^{Vol} \quad (A.33)$$

$$AREA_j^{Vol} = PCA_{j,1} + PCA_{j,2} \times (COTA_j^{Vol}) + PCA_{j,3} \times (COTA_j^{Vol})^2 + PCA_{j,4} \times (COTA_j^{Vol})^3 + PCA_{j,5} \times (COTA_j^{Vol})^4 \quad (A.34)$$

Onde:

$EV P_{i,t}^{Vol}$	Energia evaporada no sistema i no período t correspondente ao volume Vol ($MWmês$).
$R_{i,t}$	Conjunto composto por todos os reservatórios do sistema i no período t .
$CEVP_{j,t}$	Coefficiente de evaporação da usina j no mês correspondente ao período t (mm).
$PCA_{j,n}$	Enésimo coeficiente do polinômio cota área da usina j ($m \times km^2$).
$AREA_j^{Vol}$	Área da superfície da usina j correspondente ao volume Vol (km^2).
$J_{j,t}$	Conjunto composto pela usina j e todas as usinas à jusante de j no período t .
$\rho_{y,t}^{Vol}$	Produtibilidade da usina j ($MW/(m^3/s)$), correspondente à cota correspondente ao volume Vol no período t .

A energia evaporada depende diretamente da produtibilidade que é calculada em função de um dado volume armazenado no reservatório. Assim, determina-se uma parábola de correção para ajustar os valores de energia evaporada de acordo com o nível dos reservatórios. Esse passo será apresentado adiante nesse capítulo.

A.2.2.10 Geração Hidráulica Máxima

A geração hidráulica máxima de um sistema pode ser calculada em função dos engolimentos máximos de cada um dos aproveitamentos, como na equação (A.35):

$$GHMAX_{i,t} = \sum_{j=1}^{NUSI_i} QMAX_{j,t} \times \rho_{j,t} \quad (A.35)$$

Onde:

$GHMAX_{i,t}$	Geração hidráulica máxima do sistema i no período t ($MWmês$).
$QMAX_{j,t}$	Engolimento máximo da usina j no período t (m^3/s).
$\rho_{j,t}$	Produtibilidade equivalente da usina j no período t ($MW/(m^3/s)$).

O cálculo da geração hidráulica máxima pode ser obtido somando-se a potência nominal de cada um dos aproveitamentos ponderados pela taxa de indisponibilidade forçada e taxa de indisponibilidade programada, sendo a geração máxima associada ao armazenamento máximo, médio e mínimo. Assim como nas energias anteriores, é necessário realizar o ajuste de uma parábola a fim de se obter a geração hidráulica máxima em relação ao nível do reservatório equivalente. Vide equação A.36

$$GHMAX_{i,t}^{Vol} = \sum_{j=1}^{NUSI_i} PNOM_{j,t}^{Vol} \times \left(1 - \frac{TEIFH_j}{100}\right) \times \left(1 - \frac{IPH_j}{100}\right) \quad (A.36)$$

Onde:

$GHMAX_{i,t}^{Vol}$ Geração hidráulica máxima do sistema i no período t correspondente ao volume Vol ($MWmês$).

$PNOM_{j,t}^{Vol}$ Potência nominal da usina j no período t , calculada em função da do armazenamento Vol (MW).

$TEIFH_j$ Taxa de indisponibilidade forçada da usina j (%).

IPH_j Taxa de indisponibilidade programada da usina j (%).

A.2.2.11 Parábola de Correção

Todos os componentes do sistema equivalente são calculados com base em uma determinada altura de queda, que está associada à energia armazenada em cada um dos reservatórios. Logo, esses valores que são calculados previamente (dependendo exclusivamente da configuração) nem sempre retratam o estado real em que o sistema se encontra em dado período do período de estudo, visto que a altura de queda influencia no valor do coeficiente de produção e, conseqüentemente, no valor de energia total do sistema.

Dessa forma são ajustadas parábolas que têm como objetivo corrigir a energia em questão em função da energia armazenada no sistema que se modifica durante a simulação da operação. Desse modo, obtém-se as parábolas de correção para o fator de correção da energia controlável, energia de vazão mínima, bem como a energia evaporada e a geração hidráulica máxima [4].

Para cada parábola, interpolam-se os pontos correspondentes aos volumes *min*, *med* e *max* conseguindo-se uma função do armazenamento para cada energia considerada. Tem-se a seguinte situação:

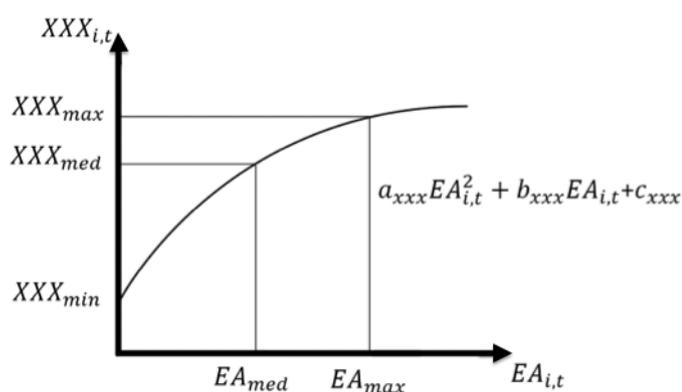


Figura 88 – Parábolas de Correção

$a_{XXXi,t}$	Coeficiente do termo quadrático da parábola para o cálculo da grandeza XXX em função da energia armazenada inicial, onde i identifica o sistema, t o período e XXX pode ser substituído por: <i>EC</i> : Fator de correção da energia controlável <i>EVZ</i> : Energia de Vazão Mínima <i>EVP</i> : Energia Evaporada <i>GHM</i> : Geração hidráulica Máxima
$b_{XXXi,t}$	Descrição idêntica ao termo $a_{XXXi,t}$ só que relativo ao termo linear da parábola.
$c_{XXXi,t}$	Descrição idêntica ao termo $a_{XXXi,t}$ só que relativo ao termo independente da parábola.

Como foram definidos três pontos (*min*, *med* e *max*), sabe-se que estes são suficientes para definir a única parábola que passa pelos três pontos. Para definir os coeficientes da parábola, basta resolver o sistema de equações lineares representado na equação (A.37).

$$\begin{bmatrix} EA_{min}^2 & EA_{min} & 1 \\ EA_{med}^2 & EA_{med} & 1 \\ EA_{max}^2 & EA_{max} & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} a_{XXX} \\ b_{XXX} \\ c_{XXX} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} XXX_{min} \\ XXX_{med} \\ XXX_{max} \end{bmatrix} \quad (A.37)$$

Um ajuste no ponto de inflexão da parábola de correção pode ser realizado a fim de facilitar a convergência da PDDE. Assim, há a possibilidade de obter o ajuste da parábola de correção sem distorcer significativamente a característica da curva original.

Se o ponto de inflexão estiver próximo ao ponto de máximo, seria adequado construir uma parábola na qual o ponto de inflexão coincida com o ponto *max*. Caso o ponto de inflexão esteja próximo do ponto *min* é razoável que a inflexão coincida com o ponto de *min*.

Nesses dois casos, o ponto *med* é descartado e o desvio em relação ao ponto *med* não é, inicialmente, muito grande devido a característica do problema em que a inflexão, se ocorrer, dá-se próxima às extremidades.

Matematicamente, tem-se as seguintes considerações:

- Se a parábola possuir $a_{XXX} < 0$:
 - O ponto de inflexão, se existir dentro dos limites máximo e mínimo, estará próximo ao ponto de máximo. Logo, a derivada no ponto *max* é nula, satisfazendo às seguintes equações (A.38):

$$\begin{bmatrix} EA_{min}^2 & EA_{min} & 1 \\ EA_{max}^2 & EA_{max} & 1 \\ 2 \times EA_{max} & 1 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} a_{XXX} \\ b_{XXX} \\ c_{XXX} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} XXX_{min} \\ XXX_{max} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (A.38)$$

- Se a parábola possuir $a_{XXX} > 0$:
 - O ponto de inflexão, se existir dentro dos limites máximo e mínimo, estará próximo ao ponto de máximo. Logo, a derivada no ponto *min* é nula, satisfazendo às seguintes equações (A.39):

$$\begin{bmatrix} EA_{min}^2 & EA_{min} & 1 \\ EA_{max}^2 & EA_{max} & 1 \\ 2 \times EA_{min} & 1 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} a_{XXX} \\ b_{XXX} \\ c_{XXX} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} XXX_{min} \\ XXX_{max} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A.39})$$

Com esse procedimento, o ponto de inflexão é deslocado ao ponto de máximo ou ao ponto de mínimo, de acordo com o que foi proposto. Assim, a parábola obtida poderia ser utilizada no processo de otimização sem causar não-convexidades ao problema.

A.2.2.12 *Energia de Usinas Submotorizadas*

A energia de usinas submotorizadas corresponde à energia gerada pelas novas usinas na medida em que estas entram em operação no sistema, contudo, não possuem capacidade disponível para gerar a potência base que é um dado físico da usina. Geralmente, a potência base é definida como o número de máquinas necessário para que a usina possa gerar sua energia assegurada. A geração de usinas submotorizadas é fornecida como um recurso externo à configuração do sistema correspondendo a 90% da capacidade até então instalada na usina[9].

A.2.2.13 *Energia Armazenada Máxima por Volume de Espera*

A energia armazenada máxima por volume de espera considera uma limitação ao armazenamento, não permitindo que o reservatório atinja o nível máximo. Essa energia é calculada com a finalidade de segurança, pois em algumas usinas há épocas em que as afluências são muito elevadas e maiores que a capacidade de turbinamento e vertimento. Dessa forma, a energia armazenada máxima por volume de espera é calculada da mesma forma que a energia armazenada máxima, porém, considera-se que o volume máximo seja definido por um volume de espera, com pode ser observado na equação (A.40)

$$\overline{EAVE}_{i,t} = \frac{1}{FATOR_t} \sum_{j=1}^{NUSI_i} (VE_{j,t} - VMIN_j) \times \sum_{k \in J_{j,t}} \rho_{k,t} \quad (\text{A.40})$$

Onde:

$\overline{EAVE}_{i,t}$	Energia armazenável máxima por volume de espera do sistema i no período t ($MWm\hat{e}s$).
$VE_{j,t}$	Volume de espera máximo da usina j no período t (hm^3).
$VMIN_j$	Volume mínimo da usina j (hm^3).
$J_{j,t}$	Conjunto composto pela usina j e todas as usinas à jusante de j no período t .
$\rho_{k,t}$	Produtibilidade equivalente da usina j no período t ($MW/(m^3/s)$).
$NUSI_i$	Número de usinas do sistema i .

A.2.2.14 Energia Armazenada Mínima por Restrição de Operação

A energia armazenada mínima por restrição de operação é a quantidade mínima de energia que deve ser mantida armazenada nos reservatórios considerando-se o nível de armazenamento mínimo por restrição de operação de cada reservatório, e é estimada pela energia produzida pelo esvaziamento completo dos reservatórios do sistema de acordo com a política de operação em paralelo. Essa energia representa o nível mínimo que o sistema equivalente pode operar [47]. Vide equação (A.41).

$$EAMO_{i,t} = \frac{1}{FATOR_t} \sum_{j=1}^{NUSI_i} (VMO_{j,t} - VMIN_j) \times \sum_{k \in J_{j,t}} \rho_{k,t} \quad (A.41)$$

Onde:

$EAMO_{i,t}$	Energia armazenável mínima por restrição de operação do sistema i no período t ($MWm\hat{e}s$).
$VMO_{j,t}$	Volume mínimo operativo da usina j no período t (hm^3).
$VMIN_j$	Volume mínimo da usina j (hm^3).
$J_{j,t}$	Conjunto composto pela usina j e todas as usinas à jusante de j no período t .
$\rho_{k,t}$	Produtibilidade equivalente da usina j no período t ($MW/(m^3/s)$).
$NUSI_i$	Número de usinas do sistema i .