

UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA  
FACULDADE DE ENGENHARIA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

# ESTIMAÇÃO DE HARMÔNICOS/INTER- HARMÔNICOS: UMA ABORDAGEM MULTITAXA

**Autor:**

Janison Rodrigues de Carvalho

**Orientadores:**

Moisés Vidal Ribeiro

Carlos Augusto Duque

Banca Examinadora:

Prof. Augusto Santiago Cerqueira (Faculdade de Engenharia/UFJF)

Prof. David Calhau Jorge (CEFET/Araxá-MG)

Prof. Eduardo Antônio Barros da Silva (COPPE-UFRJ)

Prof. Moisés Vidal Ribeiro (Faculdade de Engenharia/UFJF)

Dissertação apresentada à Faculdade de Engenharia da Universidade Federal de Juiz de Fora como parte dos requisitos para obtenção do título de mestre em Engenharia Elétrica

Juiz de Fora, janeiro de 2008



# Resumo

Esta dissertação apresenta uma abordagem sobre a estimação de parâmetros de harmônicos/inter-harmônicos de sinais elétricos no cenário de frequência variante. Como resultados, são obtidas duas novas metodologias, adequadas para o processamento de tais sinais. A primeira estrutura é baseada no erro de fase da Transformada Discreta de Fourier (DFT – *Discrete Fourier Transform*) para sinais com desvio de frequência. Ela faz uso de filtros digitais para eliminação das oscilações dos resultados da DFT e estimação do desvio da frequência do sinal. Com as equações de resposta em frequência do filtro DFT são então realizadas as correções de amplitude e fase. A segunda estrutura, principal foco desta dissertação, é obtida com a associação de bancos de filtros e processamento multitaxa com ferramentas de estimação de parâmetros, neste caso os *Phase-Locked Loop* (PLL). Nesta estrutura, o banco de filtros é responsável pela decomposição do sinal analisado separando as componentes harmônicas. A utilização de dispositivos de diminuição de taxa, os *down-samplers*, possibilita que os PLLs possam realizar as estimativas trabalhando com frequência inferior à frequência do estágio de filtragem. Para os harmônicos de alta ordem os parâmetros reais são obtidos, inclusive, a partir de sinais sub-amostrados, resultantes do processo de redução de taxa. A análise dos resultados obtidos com estas estruturas é realizada, sendo realizadas comparações com o desempenho do algoritmo tradicional STFT (*Short-Time Fourier Transform*), da DFT recursiva e de uma estrutura baseada em PLL encontrada na literatura. Com o intuito de implementação em tempo real em plataformas DSP (*Digital Signal Processors*) é realizado também o levantamento do esforço computacional aproximado, com comparações com os métodos já citados.

# Abstract

This dissertation discusses parameter estimation of harmonics/inter-harmonics of electrical signals under time-varying conditions. Two new suitable approaches for processing this kind of signals are proposed. The first one is based on phase error of DFT (*Discrete Fourier Transform*) result, occurring due to the frequency deviation of input signal. This method makes use of digital filters to prevent oscillations of DFT results, estimating the frequency with a simple linear equation. Magnitude and phase response of DFT filter are then used to provide correct estimations of amplitude and phase. The second one, the central focus of this work, is obtained from the association of a digital analysis filter bank and multirate processing with an estimation tool: the *Phase-Locked Loop* (PLL). The filter bank is responsible for decomposition of the analyzed signal, separating it in its harmonic components. Down-sampler devices follow the filter stage, resulting in an estimation stage working with reduced sampling rate. For high-order harmonics, parameters are estimated from signals obtained by undersampling operation. Simulations results are presented, comparing performance of proposed methods with performances of traditional STFT (*Short-Time Fourier Transform*) algorithm, DFT Recursive algorithm and PLL-based single rate structure found in literature. With the aim in a DSP-based platform implementation, approximated counts show the number of arithmetic operations of each method, pointing out the methods more suitable for this purpose.

*Dedico este trabalho  
aos meus pais.*

*“Que seria a tua felicidade, ó grande astro opulento, se não tivesses aquele que iluminas!”*

Friedrich Nietzsche em **“Assim falou Zaratustra”**

# Agradecimentos

Agradeço ao meu pai Jacimar e à minha mãe Marlene, pelo incentivo, apoio, ensinamentos, enfim, por serem os responsáveis por tudo que conquistei até hoje em minha vida. Agradeço ao meu irmão Rafael por sempre incentivar, apoiar e alegrar-me com seu bom humor sempre.

Agradeço à minha namorada Carla, também pelo incentivo, apoio, carinho, por dividir comigo todos os bons e maus momentos, mesmo sendo, possivelmente, a pessoa que mais sofreu com o meu empenho e dedicação ao meu curso de mestrado.

Agradeço aos meus tios(as), primo(as) pelas palavras e atos de apoio em toda minha caminhada desde o CEFET-Leopoldina. Em especial, agradeço ao meu tio Humberto, à tia Arlete e à prima Paulinha por me acolherem com toda atenção e carinho em seu lar em Viçosa, durante a graduação na UFV.

Agradeço a todos meus amigos(as). Onde quer que estejam devem saber que foram essenciais para mim, seja nos momentos de diversão, de estudo, de discussões, etc.

Agradeço aos bons mestres, que foram em grande parte motivo de inspiração e incentivo para o desenvolvimento de todo o tipo de trabalho que realizei. Agradeço também aos maus mestres, que de sua forma serviram ao propósito de meu crescimento, principalmente como cidadão.

Enfim, agradeço aos meus orientadores, pela confiança depositada.

# Sumário

<b>RESUMO</b> .....	<b>III</b>
<b>ABSTRACT</b> .....	<b>IV</b>
<b>AGRADECIMENTOS</b> .....	<b>VII</b>
<b>SUMÁRIO</b> .....	<b>VIII</b>
<b>ABREVIACÕES</b> .....	<b>X</b>
<b>LISTA DE FIGURAS</b> .....	<b>XI</b>
<b>LISTA DE TABELAS</b> .....	<b>XIV</b>
<b>1 INTRODUÇÃO</b> .....	<b>1</b>
1.1. QUALIDADE DE ENERGIA ELÉTRICA .....	1
1.1.1. <i>Distorções de Forma de Onda</i> .....	2
1.1.1.1. Distorções harmônicas .....	3
1.1.1.2. Distorções inter-harmônicas .....	3
1.1.1.3. Distorções não-periódicas .....	3
1.2. A DISSERTAÇÃO .....	3
1.2.1. <i>Os objetivos</i> .....	3
1.2.2. <i>Divisão da dissertação</i> .....	5
<b>2 TÉCNICAS DE ESTIMAÇÃO DE HARMÔNICOS E INTER-HARMÔNICOS</b> .....	<b>6</b>
2.1. INTRODUÇÃO .....	6
2.2. A TRANSFORMADA DISCRETA DE FOURIER (DFT) .....	7
2.2.1. <i>Definição</i> .....	7
2.2.2. <i>A DFT como filtros FIR de coeficientes complexos</i> .....	10
2.2.3. <i>A STFT (Short-Time Fourier Transform)</i> .....	12
2.2.4. <i>Resultados de Simulações</i> .....	14
2.2.4.1. Degrau na frequência .....	15
2.2.4.2. Variação senoidal da frequência .....	15
2.2.4.3. Presença de um Inter-harmônico .....	16
2.2.5. <i>Comentários</i> .....	17
2.3. O PHASE-LOCKED LOOP (PLL) .....	17
2.3.1. <i>O Algoritmo PLL</i> .....	17
2.3.2. <i>Estrutura PLL-Cascata</i> .....	21
2.3.3. <i>Resultados de Simulações</i> .....	23
2.3.3.1. Degrau na frequência .....	24
2.3.3.2. Variação senoidal da frequência .....	24
2.3.3.3. Presença de um Inter-harmônico .....	24
2.3.4. <i>Comentários</i> .....	25
2.4. ANÁLISE QUANTITATIVA DE RESULTADOS .....	26
2.4.1. <i>Degrau na frequência</i> .....	26
2.4.2. <i>Variação senoidal na frequência</i> .....	28
2.4.3. <i>Presença de Inter-harmônico</i> .....	30
2.4.4. <i>O Efeito da presença de ruído aditivo</i> .....	32
2.5. ESFORÇO COMPUTACIONAL .....	34
2.6. SUMÁRIO .....	35
<b>3 ESTRUTURA MAF-DFT</b> .....	<b>37</b>
3.1. INTRODUÇÃO .....	37
3.2. EFEITO DA AMOSTRAGEM ASSÍNCRONA NA DFT .....	39
3.2.1. <i>O caso da componente fundamental</i> .....	39
3.2.1.1. Os erros de amplitude e fase .....	40
3.2.1.2. Estimação da frequência .....	41

3.2.2. <i>Eliminação das oscilações e correções dos parâmetros</i> .....	43
3.2.3. <i>O caso do k-ésimo harmônico</i> .....	46
3.3. A UNIDADE MAF-DFT.....	47
3.3.1. <i>O Algoritmo</i> .....	47
3.3.2. <i>Representação em Diagrama de Blocos</i> .....	49
3.4. RESULTADOS DE SIMULAÇÕES E ANÁLISE QUANTITATIVA.....	50
3.4.1. <i>Degrau na freqüência</i> .....	50
3.4.2. <i>Variação senoidal na freqüência</i> .....	52
3.4.3. <i>Variação em rampa na freqüência</i> .....	53
3.4.4. <i>Presença de inter-harmônico</i> .....	54
3.4.5. <i>Imunidade a ruído</i> .....	55
3.4.6. <i>Comentários</i> .....	56
3.5. ESFORÇO COMPUTACIONAL.....	57
3.6. SUMÁRIO.....	58
<b>4 PROCESSAMENTO MULTITAXA.....</b>	<b>60</b>
4.1. INTRODUÇÃO.....	60
4.2. BANCOS DE FILTROS.....	61
4.3. DIMINUIÇÃO DE TAXA DE AMOSTRAGEM.....	62
4.3.1. <i>Caracterização no domínio do tempo</i> .....	62
4.3.2. <i>Caracterização no domínio da freqüência</i> .....	63
4.3.3. <i>Algoritmo para cálculo da freqüência real do sinal</i> .....	68
4.4. OS FILTROS DE ANÁLISE.....	68
4.4.1. <i>Função de Transferência e Resposta em Freqüência</i> .....	69
4.4.2. <i>Determinação da Freqüência de Amostragem</i> .....	72
4.5. SUMÁRIO.....	74
<b>5 ESTRUTURA PLL-MULTITAXA.....</b>	<b>75</b>
5.1. INTRODUÇÃO.....	75
5.2. UNIDADE PLL-MULTITAXA.....	76
5.2.1. <i>As constantes <math>\mu_1</math>, <math>\mu_2</math> e <math>\mu_3</math> e o fator <math>\alpha</math> do filtro</i> .....	76
5.2.2. <i>Atualização da freqüência central do filtro</i> .....	80
5.2.2.1. <i>Atualização de T em T segundos</i> .....	81
5.2.2.2. <i>Atualização instantânea com o valor médio</i> .....	82
5.2.3. <i>A fase para componentes sub-amostradas</i> .....	83
5.2.3.1. <i>Posicionamento da componente no semi-ciclo superior</i> .....	84
5.2.3.2. <i>Posicionamento da componente no semi-ciclo inferior</i> .....	87
5.3. RESULTADOS DE SIMULAÇÕES E ANÁLISE QUANTITATIVA.....	89
5.3.1. <i>A estrutura PLL-Multitaxa</i> .....	89
5.3.2. <i>Degrau na Freqüência</i> .....	90
5.3.3. <i>Variação senoidal na freqüência</i> .....	92
5.3.4. <i>Variação em rampa na freqüência</i> .....	94
5.3.5. <i>Presença de inter-harmônico</i> .....	94
5.3.6. <i>Imunidade a ruído</i> .....	95
5.3.7. <i>Flutuação de tensão</i> .....	96
5.3.7.1. <i>Estrutura para detecção de “flicker”</i> .....	96
5.3.7.2. <i>Resultados</i> .....	99
5.3.8. <i>Comentários</i> .....	101
5.4. ESFORÇO COMPUTACIONAL.....	102
5.5. SUMÁRIO.....	103
<b>6 CONCLUSÕES.....</b>	<b>104</b>
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....</b>	<b>107</b>
<b>A. PRODUÇÃO CIENTÍFICA.....</b>	<b>110</b>
A.1. PUBLICAÇÕES EM ANAIS DE CONGRESSOS NACIONAIS.....	110
A.2. PUBLICAÇÕES EM ANAIS DE CONGRESSOS INTERNACIONAIS.....	111
A.3. PUBLICAÇÕES EM PERIÓDICOS INTERNACIONAIS.....	111
<b>B. ESFORÇO COMPUTACIONAL.....</b>	<b>112</b>

# Abreviações

dB	Decibel
DFT	Discrete Fourier Transform (Transformada Discreta de Fourier)
DSP	Digital Signal Processor (Processador Digital de Sinal)
FIR	Finite Impulse Response (Resposta ao impulso finita)
IIR	Infinite Impulse Response (Resposta ao Impulso Infinita)
LPF	Low-Pass Filter (Filtro Passa-baixa)
MAF	Moving-Average Filter (Filtro de Média Móvel)
MSE	Mean-Squared error (Erro Quadrático médio)
PLL	Phase-Locked Loop
PQ	Power Quality
QEE	Qualidade de Energia Elétrica
SEP	Sistema Elétrico de Potência
SNR	Signal-to-Noise Ratio (Relação Sinal-Ruído)
STFT	Short-Time Fourier Transform

# Lista de Figuras

Figura 2-1 Exemplo da utilização de uma janela deslizante para análise de um sinal elétrico com a DFT .....	8
Figura 2-2 Resposta em frequência da DFT para janela de um ciclo da fundamental (a) filtro de extração da fundamental: $h_1$ , (b) filtro de extração do 2º harmônico: $h_2$ , (c) filtro de extração do 3º harmônico: $h_3$ . ....	12
Figura 2-3 Utilização de janelas para melhoramento do desempenho da DFT – A STFT .....	13
Figura 2-4 Resposta em frequência da STFT para janela de um ciclo da fundamental, utilizando a janela Triangular. (a) filtro de extração da fundamental: $h_1$ , (b) filtro de extração do 2º harmônico: $h_2$ , (c) filtro de extração do 3º harmônico: $h_3$ . ....	14
Figura 2-5 Resultados da DFT e STFT para o caso de desvio em degrau na frequência imposto em $t=1s$ (a) resultados para os harmônicos de ordem 5, 7, 11 e 15, (b) detalhe das oscilações decorrentes do desvio na frequência para o 7º harmônico. ....	15
Figura 2-6 Resultados da DFT e STFT para o caso de variação senoidal da frequência .....	16
Figura 2-7 Resultados para o caso da presença de um inter-harmônico, (a) DFT e, (b) STFT. ....	17
Figura 2-8 Unidade básica PLL.....	20
Figura 2-9 Efeito de harmônicos na estimativa da amplitude da componente fundamental. ....	21
Figura 2-10 Estrutura para estimação de harmônicos/inter-harmônicos utilizando unidades PLL.....	22
Figura 2-11 Unidade PLL modificada com a inclusão de filtros passa-baixas para melhoria das estimativas... ..	23
Figura 2-12 Resultados da estrutura PLL-cascata para o caso de desvio em degrau na frequência imposta em $t=1s$ , (a) amplitude estimada, e (b) desvios de frequência. ....	24
Figura 2-13 Resultados da estrutura PLL-cascata para o caso de variação senoidal da frequência, (a) amplitude estimada, e (b) desvio de frequência para o 3º harmônico. ....	25
Figura 2-14 Resultados da estrutura PLL-cascata para o caso da presença de um inter-harmônico.....	25
Figura 2-15 Comparação da estrutura PLL com a STFT para o caso de degrau na frequência. (a) Amplitude e (b) frequência da componente fundamental. (c) Amplitude e (d) frequência do 13º harmônico.....	27
Figura 2-16 Erro quadrático médio para as amplitudes estimadas de (2.18) após o distúrbio. ....	28
Figura 2-17 Erro de regime permanente para as amplitudes estimadas de (2.18) após o distúrbio. ....	28
Figura 2-18 Comparação da estrutura PLL com a DFT para o caso de variação senoidal na frequência. (a) Amplitude e (b) frequência da componente fundamental. (c) Amplitude e (d) frequência do 9º harmônico.. ..	29
Figura 2-19 Erro quadrático médio para as amplitudes estimadas de (2.20), (a) métodos DFT e STFT e, (b) PLL-cascata .....	30
Figura 2-20 Erro instantâneo máximo para as amplitudes estimadas de (2.20) .....	30
Figura 2-21 Comparação dos métodos para o caso da presença de um inter-harmônico. Espalhamento da energia do inter-harmônico para as componentes harmônicas na (a) DFT e (b) STFT. Em (c) o resultado da estrutura cascadeada com PLL.....	31
Figura 2-22 Efeito do inter-harmônico na estimativa da fundamental na (a) amplitude, e (b) frequência. Rastreamento da componente inter-harmônica pela unidade de 3º ordem, (c) amplitude das unidades de 3ª ordem, e (d) rastreamento da frequência do inter-harmônico. ....	32
Figura 2-23 Amplitudes estimadas (SNR=40 dB) (a) componente fundamental e, (b) 5º harmônico.....	33
Figura 2-24 Parâmetros para comparação (a) MSE, (b) Erro de regime permanente e, (c) Erro instantâneo máximo .....	33
Figura 3-1 Resposta em frequência do filtro DFT para a componente fundamental, (a) Resposta em módulo normalizada, (b) Resposta em fase.....	40
Figura 3-2 Exemplos da soma dos fasores de (3.3) para $\Delta f > 0$ e $\Delta f < 0$ .....	41
Figura 3-3 Janelas de dados consideradas para cálculo da diferença de fase.....	42
Figura 3-4 Diferenças de fase calculadas com a DFT para $-5 \leq \Delta f \leq 5$ .....	43
Figura 3-5 Exemplos da resposta em frequência de um MAF de ordens $J$ e $2 \cdot J$ .....	44
Figura 3-6 Exemplo de resultado de fase da DFT com $\Delta f > 0$ .....	46
Figura 3-7 Unidade básica MAF-DFT .....	49
Figura 3-8 Estimativa de amplitude e frequência do 11º harmônico. (a) Comparação da amplitude estimada pelos métodos DFT, STFT e MAF-DFT e, (b) Comparação da frequência estimada pelos métodos MAF-DFT e PLL-Cascata .....	50
Figura 3-9 Rastreamento dos desvios de frequência dos harmônicos de ordem 3, 9 e 15. (a) Resultado da estrutura MAF-DFT e, (b) Resultado da Estrutura PLL-Cascata.....	51

Figura 3-10 Estimativa de amplitude e frequência do 13º harmônico. (a) Comparação da amplitude estimada pelos métodos DFT, STFT e MAF-DFT e, (b) Comparação da frequência estimada pelos métodos MAF-DFT e PLL-Cascata .....	52
Figura 3-11 Estimativa da amplitude do 9º harmônico .....	54
Figura 3-12 Rastreamento dos desvios de frequências do 9º harmônico.....	54
Figura 3-13 Resultados para a presença do inter-harmônico, (a) Amplitudes estimadas, (b) Detalhe da fundamental, (c) Detalhes da componente inter-harmônica e, (d) Rastreamento do desvio de frequência da componente inter-harmônica .....	55
Figura 3-14 Relação entre o MSE da estimativa da amplitude com a variação da relação sinal ruído (SNR)....	56
Figura 3-15 Amplitude da componente fundamental calculada pela DFT para dois sinais elétricos: um sinal senoidal puro e um sinal com harmônicos.....	57
Figura 3-16 Histograma do resultado da estimativa da componente fundamental pela DFT com amostragem assíncrona, (a) sinal senoidal puro e, (b) sinal com fundamental mais harmônicos (3º e 5º) .....	57
Figura 4-1 Estrutura geral de um banco de filtro de análise.....	61
Figura 4-2 Resposta em frequência dos filtros de análise .....	61
Figura 4-3 Representação em diagrama de blocos do dispositivo de diminuição da taxa de amostragem, o downsampler.....	62
Figura 4-4 Ilustração do processo de diminuição de taxa de amostragem $M=3$ .....	63
Figura 4-5 Ilustração do processo de diminuição de taxa de amostragem $M=30$ , o efeito de sub-amostragem..	63
Figura 4-6 Posicionamento de uma componente de frequência $f$ em um ciclo após amostragem com taxa $f_s$ ....	64
Figura 4-7 Posicionamento de uma componente de frequência $f$ em um ciclo após amostragem com taxa $f_s$ ....	65
Figura 4-8 Efeito dos parâmetros $\alpha$ e $\beta$ na resposta em módulo de (4.16).....	70
Figura 4-9 O efeito da variação na frequência de amostragem na resposta em magnitude quando o parâmetro $\alpha$ é considerado constante .....	71
Figura 4-10 Efeito da variação do fator $\alpha$ na localização dos pólos do filtro passa-banda .....	71
Figura 4-11 Relação entre tempo de transitório e fator $\alpha$ para alguns valores de taxa de amostragem .....	73
Figura 4-12 Relação entre largura de faixa de 3 dB e fator $\alpha$ para alguns valores de taxa de amostragem.....	73
Figura 5-1 A unidade básica PLL-Multitaxa .....	76
Figura 5-2 Resultado da estimação de amplitude e frequência da fundamental para o sinal senoidal puro de (5.1), (a) Amplitude, (b) Frequência. ....	77
Figura 5-3 Resultado da estimação de amplitude e frequência da fundamental para o sinal poluído com o 3º harmônico de (5.2), (a) Amplitude. (b) Frequência. ....	78
Figura 5-4 Comparação dos resultados de estimativa de amplitude e frequência da fundamental, para os sinais (5.1) e (5.2) (a) amplitude, (b) Frequência. ....	78
Figura 5-5 Efeito da filtragem na resposta em regime transitório e permanente. (a) Amplitude da fundamental, (b) frequência da fundamental, (c) amplitude do 3º harmônico e, (d) frequência do 3º harmônico.....	80
Figura 5-6 Resultados utilizando atualização da frequência central do filtro de T em T segundos: o caso do degrau na frequência. (a) Amplitude e, (b) frequência. ....	81
Figura 5-7 Resultados utilizando atualização da frequência central do filtro de T em T segundos: o caso da variação senoidal da frequência. (a) Amplitude e, (b) frequência. ....	82
Figura 5-8 Resultados utilizando atualização instantânea da frequência central do filtro: o caso do degrau na frequência. (a) Amplitude e (b) frequência. ....	82
Figura 5-9 Resultados utilizando atualização instantânea da frequência central do filtro: o caso da variação senoidal da frequência. Estimativas com atualização: (a) amplitude e (b) frequência. ....	83
Figura 5-10 O efeito do deslocamento de fase da componente harmônica na fase da componente sub-amostrada. (a) 9º harmônico em fase com a fundamental e, (b) 9º harmônico atrasado de $\pi/2$ da fundamental .....	84
Figura 5-11 Representação do espectro de (5.6).....	85
Figura 5-12 Espectro do sinal sub-amostrado com posicionamento da componente no semi-ciclo superior .....	85
Figura 5-13 Equivalência entre deslocamento de fase da componente harmônica e a componente proveniente da sub-amostragem: exemplo com o 9º harmônico. Em (a) deslocamento de fase nulo, (b) adiantamento de $\pi/2$ e, (c) atraso de $\pi/3$ . ....	86
Figura 5-14 Espectro do sinal sub-amostrado para reposicionamento da componente sub-amostrada no semi-ciclo inferior.....	87
Figura 5-15 Equivalência entre deslocamento de fase da componente harmônica e a componente proveniente da sub-amostragem: exemplo com o 13º harmônico. Em (a) deslocamento de fase nulo, (b) adiantamento de $\pi/3$ e, (c) atraso de $\pi/4$ . ....	88
Figura 5-16 Estrutura geral PLL-Multitaxa para estimação de harmônicos/inter-harmônicos.....	90
Figura 5-17 Estimativa de amplitude e frequência do 11º harmônico, (a) Comparação da amplitude estimada pelos métodos DFT, PLL-Cascata e PLL-Multitaxa e, (b) Comparação da frequência estimadas pelas duas estruturas baseadas em PLL .....	91

<i>Figura 5-18 Estimativa de amplitude e frequência do 7º harmônico, (a) comparação da amplitude estimada pelos métodos DFT, PLL-Cascata e PLL-Multitaxa e, (b) comparação da frequência estimadas pelas duas estruturas baseadas em PLL</i> .....	93
<i>Figura 5-19 de amplitude e frequência do 7º harmônico, (a) Comparação da amplitude estimada pelos métodos STFT, PLL-Cascata e PLL-Multitaxa e, (b) Comparação da frequência estimadas pelas duas estruturas baseadas em PLL</i> .....	94
<i>Figura 5-20 Amplitudes estimadas para o método PLL-Multitaxa. Comparação do tempo de convergência para rastreamento da componente inter-harmônica com a estrutura PLL-Cascata</i> .....	95
<i>Figura 5-21 Comparação da estrutura PLL-Multitaxa com a estrutura PLL-cascata para o caso da presença de inter-harmônico. (a) Amplitude estimada e, (b) desvio de frequência.</i> .....	95
<i>Figura 5-22 Relação entre o MSE da estimativa da amplitude com a variação da relação sinal ruído (SNR)</i> ....	96
<i>Figura 5-23 Espectro de um sinal com modulação de amplitude</i> .....	97
<i>Figura 5-24 Estrutura PLL para análise de sinais com flutuação de tensão</i> .....	97
<i>Figura 5-25 Resposta em frequência do filtro notch da estrutura de análise de flutuação de tensão</i> .....	98
<i>Figura 5-26 Aproximação polinomial de compensação de atenuação para baixas frequências de flutuação</i> .....	99
<i>Figura 5-27 Estimação da componente de modulação da amplitude responsável pelo efeito flicker</i> .....	100
<i>Figura 5-28 Estimação da componente de modulação da amplitude responsável pelo efeito flicker</i> .....	101

## Lista de Tabelas

<i>Tabela I – Constantes <math>\mu_1</math>, <math>\mu_2</math> e <math>\mu_3</math> utilizadas pelas unidades da estrutura PLL-Cascata.....</i>	<i>23</i>
<i>Tabela II – Complexidade computacional aproximada, durante um ciclo completo da fundamental, para análise desta e de suas componentes harmônicas pares e ímpares até a de 15ª ordem .....</i>	<i>35</i>
<i>Tabela III – Parâmetros para comparação das estimativas de amplitudes de todas as componentes do sinal: o caso da variação em degrau na frequência.....</i>	<i>51</i>
<i>Tabela IV – Parâmetros para comparação das estimativas de amplitudes de todas as componentes do sinal: o caso da variação senoidal na frequência.....</i>	<i>53</i>
<i>Tabela V – Complexidade computacional aproximada do método MAF-DFT, durante um ciclo completo da fundamental, para análise desta e de suas componentes harmônicas pares e ímpares até a de 15ª ordem ..</i>	<i>58</i>
<i>Tabela VI – Fatores de down-sampler para a estrutura PLL-Multitaxa com os valores de frequência aparente (<math>f'</math>) e de posicionamento angular .....</i>	<i>90</i>
<i>Tabela VII – Parâmetros para comparação das estimativas de amplitudes de todas as componentes do sinal: o caso da variação em degrau na frequência.....</i>	<i>92</i>
<i>Tabela VIII – Parâmetros para comparação das estimativas de amplitudes de todas as componentes do sinal: o caso da variação senoidal na frequência.....</i>	<i>93</i>
<i>Tabela IX – Frequências utilizadas para o projeto dos filtros <math>H_{B1}(z)</math> e <math>H_{B2}(z)</math> .....</i>	<i>98</i>
<i>Tabela X – Complexidade computacional aproximada do método MAF-DFT, durante um ciclo completo da fundamental, para análise desta e de suas componentes harmônicas pares e ímpares até a de 15ª ordem</i>	<i>102</i>
<i>Tabela XI – Expressões literais para o cálculo do esforço computacional dos métodos deste trabalho. ....</i>	<i>113</i>

# 1

## Introdução

### 1.1. Qualidade de Energia Elétrica

Especialmente a partir da segunda metade da década de 1990, o interesse na *Qualidade da Energia Elétrica* (QEE), ou em temas relativos a esta área, apresentou um enorme crescimento. Segundo Bollen & Gu [1], através de uma pesquisa realizada no banco de dados INSPEC do IET (*The Institution of Engineering and Technology*), em 1995 foram menos de duzentas as vezes em que o termo *Power Quality* (PQ) apareceu em títulos, resumos ou listas de palavras-chaves dos artigos deste banco. Já em 2004 foram constatadas pouco menos de mil aparições.

Existem muitas e diferentes razões para esse enorme aumento de interesse em QEE. Por exemplo, além dos equipamentos terem se tornado menos tolerantes a distúrbios de tensão, também os processos de produção se tornaram menos tolerantes à operação incorreta de tais equipamentos. O aumento da utilização de dispositivos eletrônicos de potência aumentou, na mesma proporção, os distúrbios (ou deformações) na corrente do sistema como um todo. Considerando o comportamento não ideal do processo de transmissão de energia

elétrica, são obtidas então deformações na tensão também. A geração distribuída e o uso de fontes renováveis de energia criam novos problemas de qualidade de energia como variações de tensão, *flicker*, distorção da forma de onda, etc. Até mesmo o aumento de consumidores interessados ou informados sobre QEE, o que leva ao aumento de reclamações nos órgãos competentes, é um fator responsável pelo aumento da necessidade de indicadores de qualidade.

Dessa discussão surge então a pergunta: o que é qualidade de energia elétrica? Muitos, e algumas vezes conflitantes entre si, são os conceitos de QEE. O IEEE (*Institute of Electrical and Electronics Engineers*) define QEE como o “conceito de fornecer e estabelecer a alimentação elétrica a um equipamento sensível, de forma apropriada para sua operação” (tradução nossa). Dessa definição, pode-se dizer, por exemplo, que a corrente harmônica só significa um problema de qualidade de energia se esta afeta o funcionamento do equipamento. Diferentemente do IEEE, a IEC (*International Electrotechnical Commission*), define QEE como “o conjunto de características da eletricidade em um dado ponto de um sistema elétrico, avaliados em relação a um conjunto referencial de parâmetros” (tradução nossa). Perceba que esta definição está relacionada não ao desempenho do equipamento, mas sim à possibilidade de medição e quantificação do desempenho de um sistema elétrico de potência (SEP). O conceito da IEC é considerado neste trabalho.

Existem dois grandes grupos nos quais os distúrbios de qualidade de energia podem ser enquadrados [1]: o grupo das variações e o grupo dos eventos. As variações são distúrbios de regime permanente (ou “quase-permanente”) que permitem o monitoramento contínuo. Já os eventos são distúrbios súbitos que possuem um início e um fim. Alguns exemplos típicos de eventos são: interrupção de tensão, chaveamento capacitivo, *spikes*, etc. Alguns exemplos de variação são: flutuação de tensão, variações na frequência do SEP, distorções de forma de onda, etc. A caracterização das distorções de forma de onda é o alvo deste trabalho.

### 1.1.1. Distorções de Forma de Onda

As distorções de forma de onda incluem todos os desvios de tensão ou corrente em relação ao sinal senoidal ideal tido como referência, sendo classificadas em três grupos: a distorção harmônica, a distorção inter-harmônica e a distorção não-periódica. Na maioria dos estudos, somente a distorção harmônica é considerada, até porque as demais são menos comuns. Entretanto, normas recentes, como exemplo a IEC 61000-4-7[2], incluem metodologias para quantificação das distorções não-harmônicas (inter-harmônica e não-periódica).

#### 1.1.1.1. Distorções harmônicas

Quando o sinal de tensão ou corrente é não-senoidal, mas periódico com um período de um ciclo (considerando a frequência do SEP, no caso aproximadamente 60 Hz), ele pode ser decomposto em série de Fourier. Esta série possui uma componente senoidal denominada fundamental, de frequência igual à frequência  $f$  do SEP. As demais possuem frequências múltiplas inteiras de  $f$  e são denominadas componentes harmônicas (ou, simplesmente harmônicos). Os harmônicos são divididos nas classes par e ímpar. Como o próprio nome sugere, os da primeira classe possuem frequência múltipla par da fundamental e os da segunda classe possuem frequências múltiplas ímpar da fundamental. Os harmônicos ímpares são dominantes nos sinais elétricos de um SEP.

#### 1.1.1.2. Distorções inter-harmônicas

Quando o sinal de tensão ou corrente contém componentes com frequências não múltiplas da frequência  $f$  do SEP é caracterizada a distorção inter-harmônica. Tais componentes são denominados inter-harmônicos. A presença destas componentes faz com que o sinal seja periódico não em um ciclo de  $f$ , mas com um ciclo dependente de todas as frequências que o compõem. Inter-harmônicos com frequência inferior à frequência dos SEP são denominados sub-harmônicos. Estes últimos são geralmente tratados separadamente, já que suas presenças causam problemas específicos.

#### 1.1.1.3. Distorções não-periódicas

Quando o sinal de tensão ou corrente exibe não-periodicidade é caracterizada a distorção não-periódica. Um exemplo é a tensão durante ferro-ressonância e a corrente de um forno a arco. O ruído é uma distorção não-periódica.

## 1.2. A Dissertação

### 1.2.1. Os objetivos

Nesta dissertação é discutido o processo de determinação dos parâmetros amplitude, frequência e fase das componentes senoidais causadoras de distorções harmônicas e inter-harmônicas. São apresentadas duas técnicas conhecidas para este fim: (a) a Transformada Discreta de Fourier (DFT – *Discrete Fourier Transform*) e sua generalização, a STFT (*Short-Time Fourier Transform*); e (b) a estrutura baseada no emprego de unidades PLL (*Phase-Locked Loop*).

A DFT consiste basicamente na série de Fourier no domínio do tempo discreto. Com ela são determinados os coeficientes de Fourier para cada harmônico, assim como a fase. O PLL consiste de um conjunto de equações não-lineares, responsável pela extração de uma única componente senoidal de um sinal. A utilização de uma unidade PLL para cada componente presente permite, portanto, a extração de todas as componentes de interesse.

Ambos os métodos possuem vantagens e desvantagens, um em relação ao outro. No cenário de frequência variante, por exemplo, o desempenho dos métodos de Fourier é insatisfatório já que uma das premissas básicas para suas aplicações está no fato de a janela analisada possuir um período exato do sinal (ou múltiplos inteiros do período). Outro caso em que falham a DFT e a STFT é o caso da presença de inter-harmônicos, com análise de uma janela de tamanho inadequado. A estrutura baseada em PLL lida com esses problemas, apresentando, entretanto, algumas limitações. Dentre elas destacam-se a baixa velocidade de convergência e a necessidade de escolha de constantes específicas para cada unidade PLL.

Neste escopo, o objetivo principal do trabalho de pesquisa que gerou esta dissertação é a obtenção de uma estrutura de monitoramento baseada em PLL para lidar com as limitações dos métodos mencionados. Trata-se de um dos passos da continuação do trabalho de Gomes [3], que realizou estudos sobre a associação de um filtro passa-banda com um estimador PLL para análise, exclusivamente, da componente fundamental. Foi mostrado que tal estrutura apresenta rápida convergência se comparada com uma estrutura PLL básica, cujas constantes foram reguladas para fornecer o mesmo erro em regime permanente. Neste trabalho, a frequência central do filtro é adaptada com a estimativa do PLL. Além disso, Gomes realizou testes computacionais da estrutura com ponto fixo (utilizando o operador  $\delta$ ) procedendo, em seguida, com a implementação em *hardware* propriamente dita.

Com a dependência entre a resposta do PLL e a composição do sinal analisado, a filtragem para melhoramento de sinal (*signal enhancement*) é, portanto, uma estratégia adotada. Assim, cada filtro é responsável pela extração de uma componente do sinal. A utilização de um estágio de redução de taxa amostragem objetiva a redução do número de operações aritméticas, elevado devido à inclusão dos filtros. Mais importante ainda, os dispositivos de redução de taxa são utilizados de forma a obter sinais sub-amostrados a partir dos harmônicos, estimando sempre sinais de frequências inferiores a um valor limite estipulado. Com uma configuração apropriada, pode-se, por exemplo, estimar todas as componentes harmônicas de um sinal elétrico a partir de sinais sub-amostrados que apresentam frequência de 60 Hz. Isto permite a utilização dos resultados de Gomes com a componente fundamental, para obtenção de uma estrutura geral de medições de harmônicos.

Considerando a possibilidade de variação na frequência, os filtros são atualizados para se adequarem ao processamento do sinal.

No decorrer das atividades de pesquisa, os estudos sobre as limitações da DFT (que seria simplesmente um método para comparação) levaram à consideração de mais um objetivo: a obtenção de estimação de parâmetros de harmônicos/inter-harmônicos baseada no resultado da DFT. Assim, com a utilização de filtros digitais simples foi obtida uma metodologia para correção do resultado da DFT, adequado para o processamento de sinais com frequência variante.

### 1.2.2. Divisão da dissertação

Estabelecidas as considerações iniciais sobre essa dissertação em 1.2.1, aqui é apresentada a divisão dos tópicos nos capítulos que a constituem.

No Capítulo 2 são apresentadas as metodologias DFT, STFT e PLL, utilizadas para comparação de desempenho com os dois métodos desenvolvidos. Resultados de simulações mostram as limitações destes métodos.

No Capítulo 3 é realizada minuciosa análise sobre o erro da DFT. As observações realizadas ao longo do texto sobre a relação entre o desvio de frequência e os erros de fase e amplitude são organizadas. Assim é obtida a estrutura denominada MAF-DFT para medição de harmônicos/inter-harmônicos baseada na DFT. Análise comparativa de resultados é realizada.

O Capítulo 4 apresenta uma revisão sobre os conceitos relativos ao processamento multitaxa. São abordados os bancos de filtros assim como os dispositivos de diminuição de taxa de amostragem. Uma análise especial é feita para os filtros passa-banda paramétricos.

O Capítulo 5 apresenta a associação do processamento multitaxa com as unidades PLL, a qual resulta na estrutura denominada PLL-Multitaxa para medição de harmônicos/inter-harmônicos. Análise comparativa de resultados é realizada

No Capítulo 6, finalmente são apresentadas algumas conclusões, assim como as propostas de trabalhos futuros.

No Apêndice A são listadas as publicações resultantes deste trabalho.

# 2

## Técnicas de estimação de harmônicos e inter-harmônicos

### 2.1. Introdução

Neste capítulo serão apresentadas duas técnicas para estimação de harmônicos e inter-harmônicos. A primeira técnica apresentada será a Transformada Discreta de Fourier (DFT – *Discrete Fourier Transform*), provavelmente a mais utilizada para determinação e estudo do conteúdo espectral de um sinal. Já a segunda técnica consiste na utilização de uma estrutura composta por unidades PLL (*Phase-Locked Loop*), cada qual configurada para rastreamento de componentes em faixas de frequência distintas.

O desempenho de cada uma das duas técnicas será apresentado por meio de simulações, onde o sinal de entrada simula condições não-ideais de um sinal elétrico. Alguns exemplos de tais condições seriam: variação na frequência da componente fundamental, presença de inter-harmônicos, presença de ruído, etc. Inicialmente é realizada uma análise qualitativa dos resultados e, no fim do capítulo, análise quantitativa.

Alguns parâmetros serão utilizados para análise quantitativa. Entre eles destacam-se o Erro Quadrático Médio (MSE – *Mean Squared Error*) e o tempo de convergência ( $t_{\text{conv}}$ ) do algoritmo. O MSE de um conjunto de  $N$  dados de uma determinada grandeza  $p$  (por exemplo, a amplitude de um harmônico) é dado por,

$$\text{MSE}(p) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} (p[n] - p_0)^2 \quad (2.1)$$

onde  $p_0$  é o valor correto da grandeza. O tempo de convergência será definido aqui como o tempo necessário para a estimativa atingir e permanecer dentro da faixa de 2% de erro. Em alguns casos será interessante a utilização do erro de *offset*, definido como o desvio do valor médio das estimativas em regime permanente. Um outro parâmetro que será utilizado em algumas comparações será o erro instantâneo máximo,

$$e_{\text{max}} = \frac{\max(p[n] - p_0)}{p_0} \cdot 100\% \quad (2.2)$$

Finalmente, a complexidade computacional de cada algoritmo será apontada como função dos números de operações aritméticas realizadas. O objetivo é indicar as potencialidades para implementação em hardware para aplicações de tempo real.

## 2.2. A Transformada Discreta de Fourier (DFT)

### 2.2.1. Definição

A transformada discreta de Fourier (DFT – *Discrete Fourier Transform*) de uma seqüência discreta  $\{x[n]\}$  de tamanho  $N$  é definida como [4],

$$X[k] = \sum_{m=0}^{N-1} x[m] e^{-j2\pi km/N}, \quad (2.3)$$

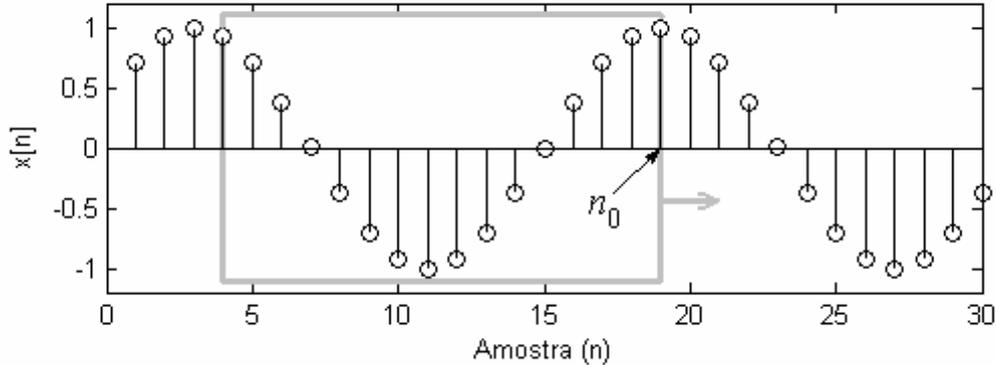
$$k = 0, 1, \dots, N-1$$

Para análise do conteúdo harmônico de um sinal elétrico ao longo do tempo, supondo o Teorema da Amostragem [4] (ou Teorema de Nyquist) satisfeito, a DFT pode ser utilizada em uma janela deslizante de dados. O tamanho da janela é  $N$  e deve compreender números inteiros do período da fundamental. Assim, pode-se reescrever (2.3),

$$X[k, n] = \sum_{m=0}^{N-1} x[n-m] e^{-j2\pi km/N}, \quad (2.4)$$

$$k = 0, 1, \dots, N-1$$

A Figura 2-1 exemplifica a utilização de uma janela com tamanho de um período, com  $N=16$ . Note que o resultado da DFT em um instante  $n_0$  qualquer é calculado utilizando-se o ponto atual,  $x[n_0]$ , e os  $N-1$  pontos anteriores.



**Figura 2-1 Exemplo da utilização de uma janela deslizante para análise de um sinal elétrico com a DFT**

A utilização da janela deslizante com passo de uma amostra permite uma formulação de (2.4) muito eficiente em termos de números de operações aritméticas, conforme mostra Mitra [5]. Trata-se da expressão recursiva da DFT, onde o  $k$ -ésimo harmônico no instante  $n$  é dado por,

$$X[k, n] = C \cdot \left\{ X[k, n-1] \cdot e^{j2\pi k/N} + (x[n] - x[n-N]) \cdot e^{j2\pi k/N} \right\}, \quad (2.5)$$

$$k = 1, 2, \dots, N/2$$

Em (2.5) restringiu-se  $k$ , pois a utilização da constante  $C$  corrige a amplitude da componente de ordem  $k$  para o seu valor real, levando em conta a simetria do resultado da DFT para sinais reais. A constante  $C$  é igual a  $1/N$  para  $k=N/2$  e igual a  $2/N$  para os demais valores [6].

Utilizando o método DFT, as frequências das componentes calculadas por (2.5) são funções, unicamente, do tamanho da janela. A componente de ordem  $k=1$ ,  $X[1, n]$ , tem frequência dada por [7],

$$f_1 = \frac{1}{N \cdot T_s} \quad (2.6)$$

onde  $T_s$  é o período de amostragem, ou seja, o intervalo de tempo entre amostras consecutivas. As demais componentes possuem frequências

$$f_k = k \cdot f_1, \quad (2.7)$$

$$k = 2, 3, \dots, N/2$$

Como exemplo, seja  $x[n]$  um sinal com frequência  $f_0$ , amostrado com  $L$  pontos por ciclo, ou seja, utilizando uma frequência de amostragem  $f_s=L \times f_0$ . Este processo é denominado amostragem síncrona, pois a frequência de amostragem é múltipla inteira da frequência fundamental do sinal. Então, o período de amostragem pode ser escrito em função do período do sinal,  $T_0 (=1/f_0)$ ,

$$T_s = \frac{T_0}{L} \quad (2.8)$$

Substituindo (2.8) em (2.6), a frequência da componente de ordem  $k=1$  da DFT será,

$$f_1 = \frac{1}{N \cdot \frac{T_0}{L}} \quad (2.9)$$

Se o tamanho da janela para cálculo da DFT for igual ao número de pontos por ciclo do sinal ( $N=L$ ), é fácil perceber que (2.9) se reduz a  $f_1=f_0$ . Então, o resultado de ordem  $k=1$  da DFT corresponde à componente fundamental do sinal. Se o sinal de entrada possui unicamente esta componente e também seus harmônicos, a DFT extrai com exatidão todas as senóides, já que as frequências  $f_1, f_2, \dots, f_{N/2}$  são equivalentes, exatamente e respectivamente, a  $f_0, 2 \cdot f_0, \dots, (N/2) \cdot f_0$ .

Se a janela utilizada contiver dois períodos inteiros da componente fundamental ( $N=2 \cdot L$ ) é fácil mostrar que o resultado da DFT para  $k=1$  é relativo a uma componente de frequência  $f_0/2$ . Com esse tamanho de janela, portanto, a componente fundamental  $f_0$  é fornecida pelo termo de ordem  $k=2$  da DFT. Situação semelhante ocorre quando a janela possui quatro ciclos da fundamental e a componente  $f_0$  é extraída por  $X[4, n]$ .

Da exposição precedente, pode-se estabelecer que o tamanho de janela é fator determinante na *resolução* em frequência da DFT. Assim,

$$\text{resolução} = \frac{f_0}{N_C} \quad (2.10)$$

Em (2.10),  $N_C$  é o número de ciclos da componente fundamental na janela analisada. Quanto maior este parâmetro, melhor a resolução na frequência e, portanto, maior o número de componentes que podem ser extraídas. Em sinais elétricos é possível a existência de componentes aditivas com frequências não múltiplas de  $f_0$ , os inter-harmônicos. O tamanho de janela deverá ser ajustado de forma que uma das frequências  $f_k$  do resultado da DFT seja igual à frequência desta componente. Se  $N$  for escolhido de forma inadequada, a DFT fornece

resultados não condizentes com a composição real de frequências do sinal. Isso se deve ao *espalhamento* da energia da componente inter-harmônica para as componentes harmônicas, especialmente as mais próximas, fenômeno conhecido como *picket-fence* [8]. Li [9] faz um estudo dos conceitos para a detecção de inter-harmônicos, discutindo o efeito citado.

O método DFT falha também quando a frequência fundamental do sinal sofre variação, digamos  $\Delta f$  Hz, resultando numa amostragem denominada assíncrona. Sendo a taxa de amostragem fixa e sincronizada com a frequência ideal  $f_0$ , com o desvio, a nova componente ( $f_0 + \Delta f$ ) e seus harmônicos não são “sincronizadas” com as componentes  $f_k$  da DFT. Novamente ocorre espalhamento de energia e, neste caso, este fenômeno é denominado *leakage* [8].

O tamanho da janela deslizante, conforme Figura 2-1, pode então ser escolhido de forma que a resolução na frequência seja suficiente para identificar todas as componentes presentes no sinal. Por exemplo, se for esperada uma componente de 185 Hz no sinal, uma janela de doze ciclos é suficiente para extrair tal componente, já que a resolução na frequência será de 5 Hz. Neste caso, a componente de 60 Hz será dada por  $X[12, n]$  e tal componente inter-harmônica por  $X[37, n]$ . Entretanto, nem sempre é conhecida previamente a composição exata do sinal e, além disso, variações de frequência, mesmo que pequenas, são comuns nos sinais dos sistemas elétricos de potência. Também, deve-se chamar a atenção para o fato de que o aumento na janela acarreta um aumento no tempo de convergência do algoritmo. Assim, para cada aplicação, o binômio velocidade/resolução deve ser ajustado da forma mais adequada.

Desde que a DFT retorna resultados complexos para seqüências reais como um sinal elétrico, conforme (2.5), as amplitudes e fases de cada componente podem ser calculadas utilizando os operadores “Re” (parte real) e “Im” (parte imaginária),

$$\begin{aligned} |X[k, n]| &= \sqrt{\text{Re}(X[k, n])^2 + \text{Im}(X[k, n])^2} \\ \angle X[k, n] &= \tan^{-1} \left( \frac{\text{Im}(X[k, n])}{\text{Re}(X[k, n])} \right) \end{aligned} \quad (2.11)$$

### 2.2.2. A DFT como filtros FIR de coeficientes complexos

Uma interpretação interessante e qualitativa da Transformada Discreta de Fourier é realizada nesta seção. Para tanto, basta analisar (2.4) como a convolução entre a seqüência analisada  $x[n]$  e as seguintes seqüências complexas de tamanho  $N$ ,

$$h_k[m] = e^{j2\pi km/N}, \quad m = 0, 1, \dots, N-1 \quad (2.12)$$

Em (2.12), cada valor de  $k$  ( $=1, 2, \dots, N/2$ ) gera um *filtro* de resposta ao impulso finita (FIR – *Finite Impulse Response*) de tamanho  $N$  e de coeficientes complexos. É fácil perceber que (2.12) é a multiplicação de uma exponencial complexa por um filtro de média móvel (MAF – *Moving Average Filter*) de tamanho  $N$  sem o fator de escala  $1/N$  [5]. Portanto, pelo teorema do deslocamento na frequência [4], a resposta em frequência de  $\{h_k[n]\}$  será igual à resposta do MAF, só que deslocada no eixo da frequência por um fator dependente de  $k$  e  $N$ .

Seja então  $x[n]$  um sinal senoidal de frequência  $f_0$  e amplitude máxima  $V_1$ , amostrado com  $L$  pontos por ciclo,

$$x[n] = V_1 \cos(2\pi f_0 n T_s) \quad (2.13)$$

Utilizando a fórmula de Euler, (2.13) pode ser reescrita como,

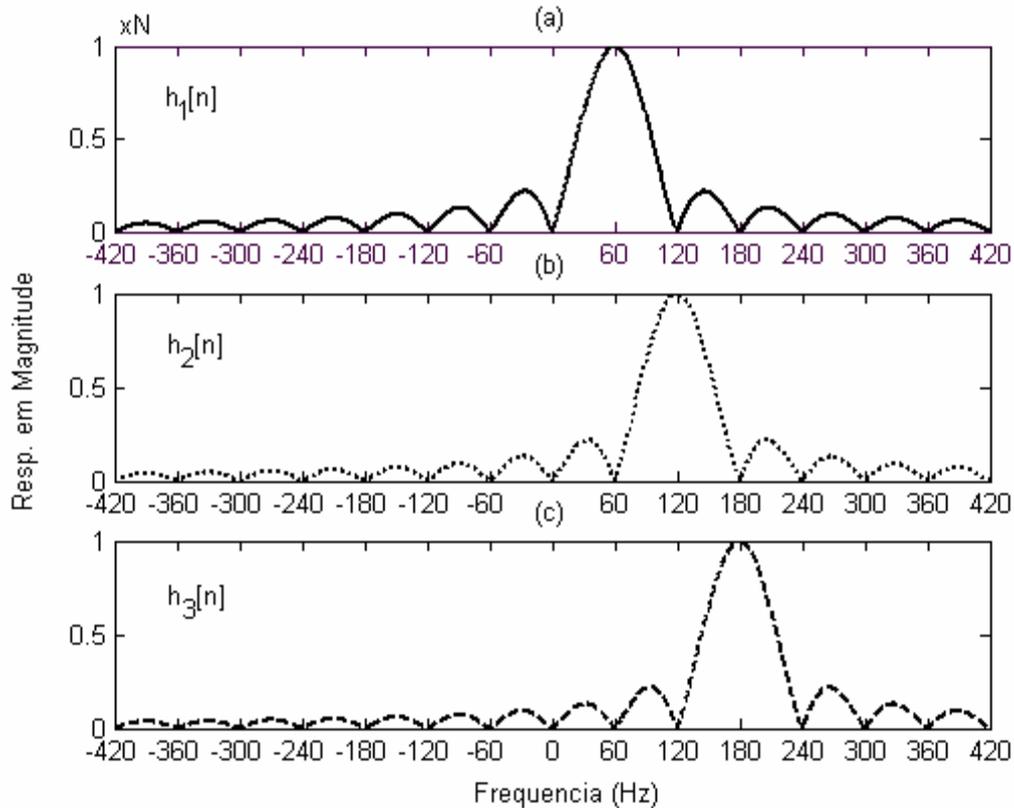
$$x[n] = \frac{V_1}{2} e^{j2\pi f_0 n T_s} + \frac{V_1}{2} e^{-j2\pi f_0 n T_s} \quad (2.14)$$

Se utilizada uma janela de um ciclo para o cálculo da DFT ( $N=L$ ), as respostas em frequência dos filtros  $h_1$ ,  $h_2$  e  $h_3$  são mostradas na Figura 2-2(a), (b) e (c), respectivamente. Observe a característica de deslocamento comentada anteriormente. A resposta do filtro de ordem  $k$  é igual à resposta do filtro de ordem  $k-1$  deslocada para a direita por um fator, neste caso por 60 Hz. É fácil ver que a filtragem da seqüência de entrada  $x[n]$  dada por (2.14) pelo filtro  $h_1$  resulta em,

$$X[1, n] = \frac{V_1 N}{2} e^{j2\pi f_0 n T_s} \quad (2.15)$$

Isto se deve ao fato de a resposta do filtro em  $-60$  Hz ser nula, fazendo com que o segundo fasor de (2.14) seja completamente atenuado. A amplitude e a fase da componente fundamental são obtidas diretamente através do cálculo do módulo e fase do número complexo resultante em (2.15). A filtragem de  $x[n]$  por  $h_2$  e  $h_3$  gera resultado nulo na saída destes filtros, pois a componente fundamental é completamente atenuada. Isto pode ser verificado na Figura 2-2(b) e (c), pela resposta em módulo destes filtros em  $\pm 60$  Hz.

Considerando que o sinal de entrada seja composto também por componentes harmônicas, com análise semelhante à anterior, é fácil perceber que a componente de ordem  $k$  é extraída com exatidão pelo filtro  $h_k$ , sendo completamente atenuada nos demais filtros.



**Figura 2-2** Resposta em freqüência da DFT para janela de um ciclo da fundamental (a) filtro de extração da fundamental:  $h_1$ , (b) filtro de extração do 2º harmônico:  $h_2$ , (c) filtro de extração do 3º harmônico:  $h_3$ .

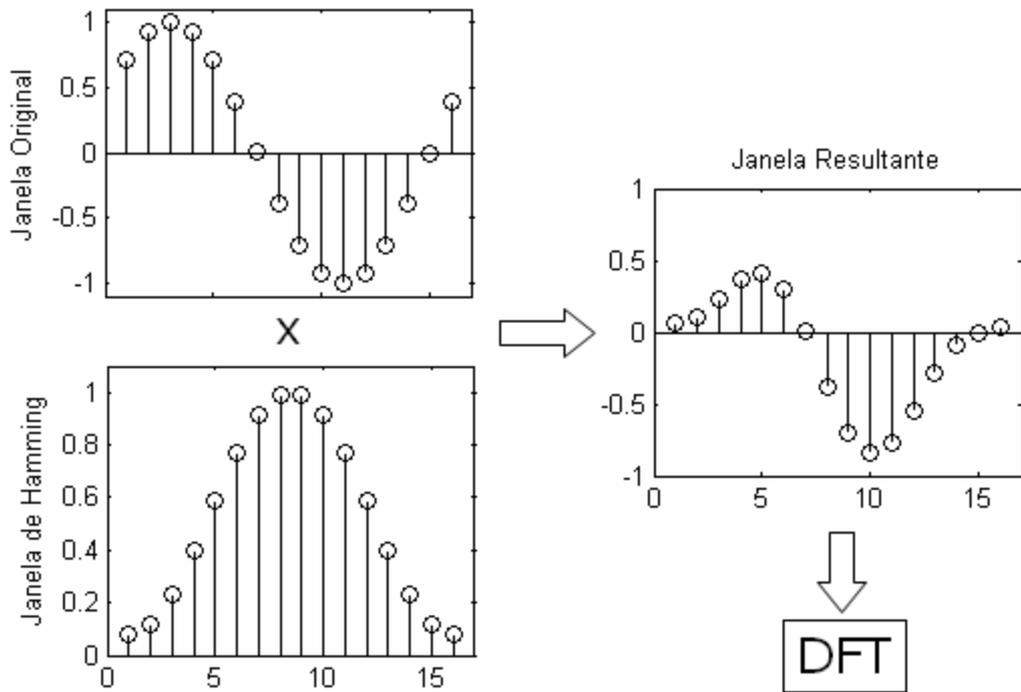
O efeito de espalhamento devido à presença de um inter-harmônico pode ser ilustrado com a ajuda da Figura 2-2. Considere por exemplo que o sinal contenha além da fundamental uma componente de freqüência 117 Hz. Com base nas repostas mostradas para  $h_1$ ,  $h_2$  e  $h_3$ , percebe-se que os ganhos destes filtros nesta componente são não-nulos, não sendo completamente atenuada. Assim, o cálculo da componente fundamental é afetado, da mesma forma que amplitudes não-nulas aparecem nas saídas dos filtros restantes, especialmente em  $h_2[n]$ , pela proximidade do inter-harmônico com o 2º harmônico. Com análise semelhante da Figura 2-2, fica claro o espalhamento de energia devido ao desvio na freqüência da fundamental e dos harmônicos.

Os desvios na freqüência do sinal analisado acarretam não só erros nas amplitudes, como discutido. Acarretam também erro de fase conforme será abordado no Capítulo 3.

### 2.2.3. A STFT (*Short-Time Fourier Transform*)

Uma estratégia freqüentemente adotada para lidar com as limitações da DFT é a utilização de diferentes tipos de *janelamentos*, para aplicação posterior da DFT. Neste caso a janela original do sinal é multiplicada, amostra por amostra, por uma janela de interesse. Este

processo, ilustrado na Figura 2-3 com a janela de Hamming, resulta num caso geral da transformada de Fourier denominada STFT, do inglês *Short-Time Fourier Transform*.



**Figura 2-3 Utilização de janelas para melhoramento do desempenho da DFT – A STFT**

Matematicamente, pode-se escrever,

$$X_{STFT}[k, n] = \sum_{m=0}^{N-1} x[n-m]w[m]e^{-j2\pi km/N} \quad (2.16)$$

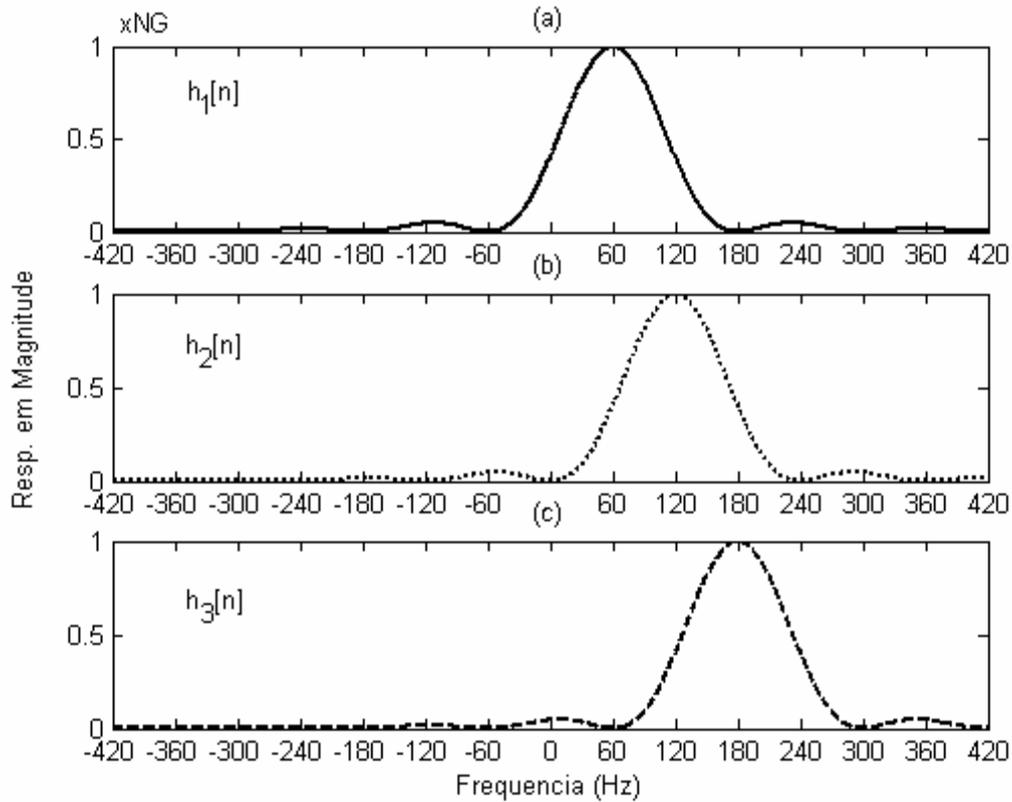
$$k = 1, 2, \dots, N/2$$

Em (2.16)  $\{w[m]\}$  é a seqüência da janela utilizada. Alguns exemplos de janela são: a Triangular, a janela de Hamming, a de Blackman, etc. Com análise semelhante à anterior, a STFT pode ser considerada um conjunto de filtros FIR para filtragem do sinal de entrada,

$$h_k[m] = w[m]e^{j2\pi km/N}, \quad m = 0, 1, \dots, N-1 \quad (2.17)$$

É interessante observar que a DFT é um caso especial da STFT através da utilização de uma janela  $\{w[n]\}$  retangular. De forma semelhante à Figura 2-2, a Figura 2-4 mostra a resposta em freqüência de (2.17) para  $k=1, 2$  e  $3$ , utilizando a janela Triangular. Comparando essas duas figuras, pode-se perceber que a utilização da janela triangular pode reduzir o efeito de espalhamento devido à melhor atenuação das componentes laterais. Entretanto, verifica-se na Figura 2-4 o alargamento da faixa de passagem dos filtros, fator indesejável para análise de sinais com presença de harmônicos pares. Se o 2º harmônico estiver presente, por exemplo,

este influenciará na estimativa da fundamental e do 3º harmônico, e vice-versa. Percebe-se o aparecimento de um fator  $G$ , específico de cada janela, na determinação do ganho máximo do filtro. Assim, o uso da STFT requer a correção das amplitudes de (2.16) pelos ganhos  $1/(N \cdot G)$  e  $2/(N \cdot G)$ , respectivamente, para  $k=N/2$  e para os demais valores de  $k$ . Harris [10] faz uma análise detalhada das características das mais diversas janelas no domínio da frequência.



**Figura 2-4** Resposta em frequência da STFT para janela de um ciclo da fundamental, utilizando a janela Triangular. (a) filtro de extração da fundamental:  $h_1$ , (b) filtro de extração do 2º harmônico:  $h_2$ , (c) filtro de extração do 3º harmônico:  $h_3$ .

#### 2.2.4. Resultados de Simulações

Algumas simulações mostram o desempenho deste método, de forma qualitativa, para casos de interesse. Considera-se para simulação um sinal amostrado com 64 pontos por ciclo, isto é, com uma frequência de amostragem  $f_s=64 \times f_0$  Hz e uma janela de tamanho de um ciclo para cálculo da DFT e STFT. A amplitude máxima é  $V_M=1$  p.u. e a frequência ideal da componente fundamental é  $f_0=60$  Hz. Além da fundamental, consideram-se inseridos no sinal os harmônicos ímpares até o de 15ª ordem, com amplitudes iguais ao inverso da sua ordem. Para o método STFT a janela adotada é a Triangular.

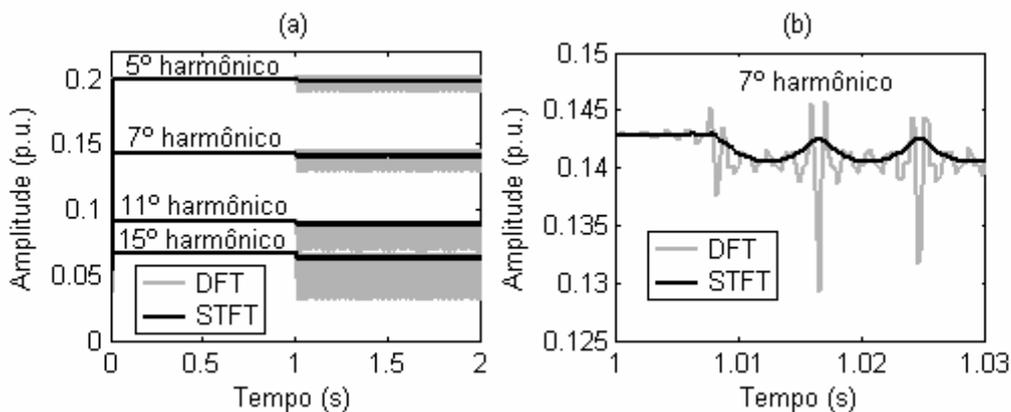
### 2.2.4.1. Degrau na frequência

Neste caso é considerado um desvio na frequência fundamental de +1 Hz, em forma de degrau e imposto em  $t=1$  s. Embora este desvio de frequência desta amplitude não ocorra em sistemas de potência, ele foi utilizado aqui, para melhor visualizar a diferença entre os métodos. Assim, o desvio na frequência do  $k$ -ésimo harmônico será de  $k$  Hz, após 1 s,

$$x(t) = V_M \cdot \{ \text{sen}(2\pi ft) + (1/3)\text{sen}(6\pi ft) + (1/5)\text{sen}(10\pi ft) + \dots \},$$

$$f = \begin{cases} f_0 = 60 \text{ Hz}, & t < 1 \text{ s} \\ f_0 + \Delta f = 61 \text{ Hz}, & t \geq 1 \text{ s} \end{cases} \quad (2.18)$$

As amplitudes de algumas componentes harmônicas são mostradas na Figura 2-5(a). Os detalhes do comportamento oscilatório da estimativa para o 7º harmônico são mostrados na Figura 2-5(b). Para  $t < 1$  s não há desvio na frequência resultando em estimativas exatas, para ambos os métodos. Note que o desvio de frequência ocorrido em  $t=1$  s introduz erros nas estimações de amplitudes, sendo observado o *leakage*. Quanto maior o desvio de frequência maior o erro, como é o caso dos harmônicos de maior ordem. Resultados errôneos são também obtidos se o desvio de frequência é negativo, por exemplo, se em  $t=1$  s o distúrbio é um degrau de 60 para 59 Hz. O método STFT se mostra mais adequado para análise do sinal (2.18), apresentando oscilações de menor amplitude.



**Figura 2-5 Resultados da DFT e STFT para o caso de desvio em degrau na frequência imposto em  $t=1$ s (a) resultados para os harmônicos de ordem 5, 7, 11 e 15, (b) detalhe das oscilações decorrentes do desvio na frequência para o 7º harmônico.**

### 2.2.4.2. Variação senoidal da frequência

Variações lentas na frequência da componente fundamental em torno do valor ideal  $f_0$  são consideradas neste caso. A frequência varia de forma senoidal com desvio máximo e frequência de variação, ambos iguais a 1 Hz,

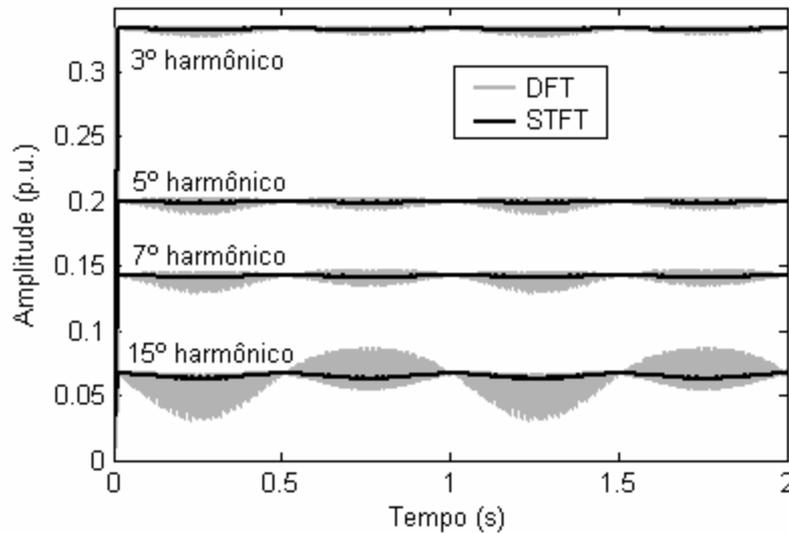
$$f(t) = f_0 + \Delta f \cdot \text{sen}(2\pi t) \quad (2.19)$$

Assim o sinal de entrada pode ser escrito, em termos da fase total  $\phi(t)$ ,

$$x(t) = V_M \cdot \left\{ \text{sen}[\phi(t)] + (1/3)\text{sen}[3\phi(t)] + (1/5)\text{sen}[5\phi(t)] + \dots \right\} \quad (2.20)$$

$$\text{onde } \phi(t) = 2\pi \int_{\tau=0}^t f(\tau) d\tau$$

Os resultados são mostrados na Figura 2-6 para algumas componentes harmônicas. Note que essa variação na frequência implica em erros nos resultados. O erro é menor quando a frequência instantânea é próxima do valor ideal  $f_0$ , por exemplo, em  $t=1$  s, conforme (2.19). Entretanto aumenta quando os desvios estão próximos dos valores máximos, por exemplo, em  $t=1,25$  s. Novamente, os resultados da STFT apresentam menor amplitude de oscilação, superando o desempenho da DFT.



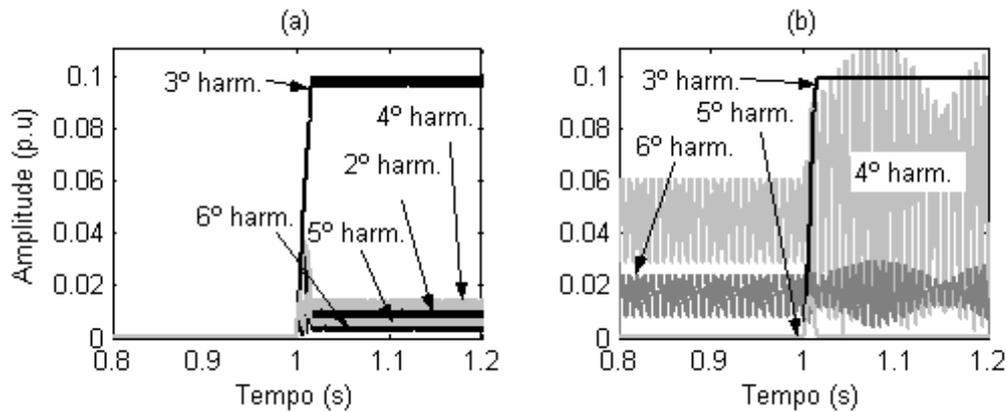
**Figura 2-6 Resultados da DFT e STFT para o caso de variação senoidal da frequência**

#### 2.2.4.3. Presença de um Inter-harmônico

Neste caso é mostrado o efeito da presença de um inter-harmônico, inserido no sinal em  $t=1$  s. Para efeito de simulação o sinal analisado é composto da componente fundamental com frequência ideal  $f_0$  e da componente inter-harmônica, com frequência de 187 Hz e amplitude de 10%,

$$x(t) = \begin{cases} V_M \cdot \text{sen}(2\pi f_0 t), & t < 1 \text{ s} \\ V_M \cdot [\text{sen}(2\pi f_0 t) + 0,1 \cdot \text{sen}(2\pi \cdot 187 \cdot t)], & t \geq 1 \text{ s} \end{cases} \quad (2.21)$$

A Figura 2-7 mostra os resultados no entorno de  $t=1$  s. Apesar de não haver no sinal (2.21) componentes harmônicas, as componentes de ordens 2, 4, 5 e 6, e em especial a de ordem 3 (que é a componente harmônica mais próxima do inter-harmônico), apresentam amplitudes diferentes de zero. Mesmo havendo no sinal somente a componente fundamental para  $t < 1$  s, as componentes pares apresentavam resultados diferentes de zero para a STFT, resultado esperado, dado o alargamento do filtro, como mostrado anteriormente.



**Figura 2-7 Resultados para o caso da presença de um inter-harmônico, (a) DFT e, (b) STFT.**

### 2.2.5. Comentários

É visualmente perceptível a melhoria de desempenho da STFT em relação à DFT para os casos de frequência variantes. A grande limitação de ambos os métodos é o caso da presença de componente inter-harmônica, o que pode ser resolvido somente com o aumento do tamanho da janela de dados.

A norma IEC 61000-4-7 [2] recomenda o uso da DFT com uma janela de 12 ciclos para análise de sinais de sistemas de elétricos de 60 Hz. Isto resolve em parte o problema dos inter-harmônicos, pois a resolução na frequência será de 5 Hz. Entretanto um inter-harmônico não-múltiplo de 5 Hz ocasionará o efeito de espalhamento de energia. Além disso, para esse tamanho de janela, a convergência da estimativa ocorre somente após 12 ciclos.

## 2.3. O Phase-Locked Loop (PLL)

### 2.3.1. O Algoritmo PLL

Esta metodologia consiste no emprego de unidades PLL (*Phase-Locked Loop*) discretas para obtenção das estimativas diretas de amplitude, frequência e fase. A unidade PLL consiste num filtro, cujo comportamento é regido por um conjunto de equações não-

lineares. Estas equações são obtidas através de uma modelagem não-linear para o problema de extração de uma componente senoidal de um sinal qualquer. Esta modelagem será mostrada aqui de forma resumida, seguindo os passos mostrados com o devido rigor matemático por Ziarani [11].

Seja  $x(t)$  um sinal de tensão ou corrente. Esta função é geralmente contínua e periódica. Deseja-se extrair uma componente senoidal deste sinal, aproximada por  $y(t)=A(t)\cdot\text{sen}[\phi(t)]$ , onde  $A$  é a amplitude e  $\phi$  é a fase total. Incorporando o conceito de frequência instantânea, pode-se explicitar  $\phi(t)$  escrevendo,

$$y(t) = A(t)\text{sen}\left(\int_0^t \omega(\tau)d\tau + \delta(t)\right) \quad (2.22)$$

onde  $\omega$  é a frequência instantânea em rad/s e  $\delta$  é a fase “inicial” do sinal.

Seja então  $W$  um conjunto contendo todos os sinais senoidais definidos como,

$$W = \left\{ A(t)\text{sen}\left(\int_0^t \omega(\tau)d\tau + \delta(t)\right) \mid \begin{cases} A(t) \in [A_{\min}, A_{\max}] \\ \omega(t) \in [\omega_{\min}, \omega_{\max}] \\ \delta(t) \in [\delta_{\min}, \delta_{\max}] \end{cases} \right\} \quad (2.23)$$

Procura-se no conjunto  $W$  uma componente que mais se assemelhe com a componente de interesse presente em  $x(t)$ . Definindo o vetor de parâmetros a ser determinado como sendo,

$$\psi(t) = [A(t) \quad \omega(t) \quad \delta(t)]^T \quad (2.24)$$

pode então ser definida uma função custo  $J$  como sendo o quadrado do erro instantâneo,

$$\begin{aligned} J(t, \psi(t)) &= \{e(t)\}^2 \\ &= \{x(t) - A(t)\text{sen}[\phi(t)]\}^2 \\ &= \{x(t) - y(t, \psi(t))\}^2 \end{aligned} \quad (2.25)$$

O vetor de parâmetros é estimado utilizando o método dos Gradientes Descendentes,

$$\frac{d\psi(t)}{dt} = -\mu \frac{\partial J(t, \psi(t))}{\partial \psi(t)} \quad (2.26)$$

Em (2.26),  $\mu$  é uma matriz diagonal de coeficientes positivos denominada de matriz de regulação. Os elementos desta matriz controlam a taxa de convergência do algoritmo assim como a sua estabilidade. Visto que a função custo (2.25) não é quadrática, o método do Gradiente Descendente não garante a minimização da função para a solução desejada. Karimi-

Ghartemani & Ziarani [12] apresentam os estudos de convergência e estabilidade de tal método.

Procedendo com a expansão de (2.26),

$$\begin{bmatrix} \frac{dA(t)}{dt} \\ \frac{d\omega(t)}{dt} \\ \frac{d\delta(t)}{dt} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial A(t)} \left[ x(t) - A(t) \text{sen} \left( \int_0^t \omega(\tau) d\tau + \delta(t) \right) \right]^2 \\ \frac{\partial}{\partial \omega(t)} \left[ x(t) - A(t) \text{sen} \left( \int_0^t \omega(\tau) d\tau + \delta(t) \right) \right]^2 \\ \frac{\partial}{\partial \delta(t)} \left[ x(t) - A(t) \text{sen} \left( \int_0^t \omega(\tau) d\tau + \delta(t) \right) \right]^2 \end{bmatrix} \quad (2.27)$$

Calculando as derivadas parciais e utilizando a definição de erro de (2.25),

$$\begin{aligned} \frac{dA(t)}{dt} &= 2m_1 e(t) \text{sen} \left( \int_0^t \omega(\tau) d\tau + \delta(t) \right) \\ \frac{d\omega(t)}{dt} &= 2m_2 e(t) A(t) t \cos \left( \int_0^t \omega(\tau) d\tau + \delta(t) \right) \\ \frac{d\delta(t)}{dt} &= 2m_3 e(t) A(t) \cos \left( \int_0^t \omega(\tau) d\tau + \delta(t) \right) \end{aligned} \quad (2.28)$$

A variável  $t$  aparece explicitamente na segunda equação do conjunto (2.28) o que implica num sistema variante no tempo. Ziarani observou que este sistema apresenta-se instável e, portanto, sem utilidade prática. Uma solução heurística para este problema consiste em substituir a variável  $t$  por uma constante  $m_4$ , obtendo um sistema invariante no tempo, estável e com desempenho satisfatório para aplicação em sinais elétricos.

Desde que

$$\phi(t) = \int_0^t \omega(\tau) d\tau + \delta(t) \quad (2.29)$$

Então, derivando ambos os membros de (2.29),

$$\frac{d\phi(t)}{dt} = \omega(t) + \frac{d\delta(t)}{dt} \quad (2.30)$$

Isolando  $d\delta(t)/dt$  em (2.30) e substituindo em (2.28),

$$\begin{aligned} \frac{dA(t)}{dt} &= 2m_1 e(t) \text{sen} \left( \int_0^t \omega(\tau) d\tau + \delta(t) \right) \\ \frac{d\omega(t)}{dt} &= 2m_2 m_4 e(t) A(t) \cos \left( \int_0^t \omega(\tau) d\tau + \delta(t) \right) \\ \frac{d\phi(t)}{dt} &= \omega(t) + 2m_3 e(t) A(t) \cos \left( \int_0^t \omega(\tau) d\tau + \delta(t) \right) \end{aligned} \quad (2.31)$$

Karimi-Ghartemani & Iravani [13] utilizam uma simplificação de (2.31) que consiste em incorporar  $A(t)$ , das equações de frequência e fase total, nas constantes das respectivas equações. Trata-se de um procedimento coerente, considerando a convergência deste parâmetro, após o transitório do algoritmo. Assim, agrupando as constantes e usando (2.29) chega-se ao conjunto de equações diferenciais que regem o comportamento do sistema PLL utilizado neste trabalho, e cujo diagrama de blocos é mostrado na Figura 2-8,

$$\begin{aligned}\frac{dA(t)}{dt} &= \mu_1 e(t) \text{sen}(\phi(t)) \\ \frac{d\omega(t)}{dt} &= \mu_2 e(t) \text{cos}(\phi(t)) \\ \frac{d\phi(t)}{dt} &= \omega(t) + \mu_3 e(t) \text{cos}(\phi(t))\end{aligned}\quad (2.32)$$

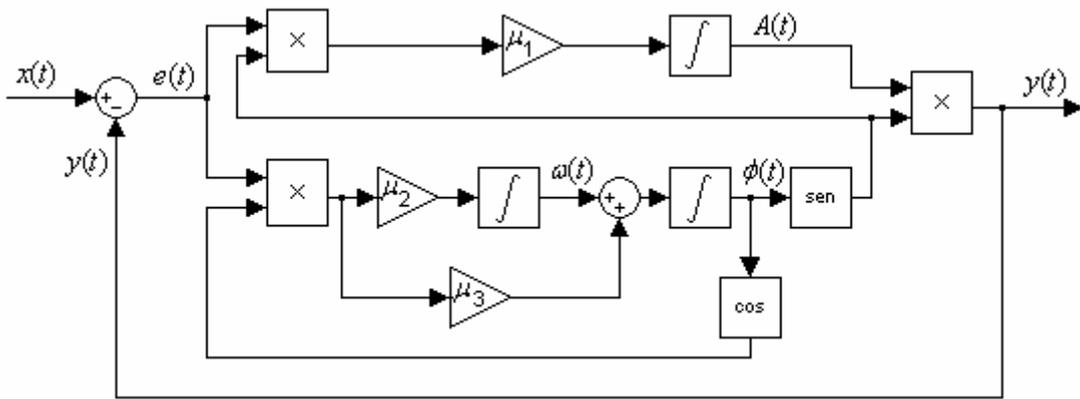


Figura 2-8 Unidade básica PLL

Utilizando o método *Euler Forward* [14] pode-se discretizar (2.32) obtendo,

$$\begin{aligned}A[n+1] &= A[n] + \mu_1 T_s e[n] \text{sen}(\phi[n]) \\ \omega[n+1] &= \omega[n] + \mu_2 T_s e[n] \text{cos}(\phi[n]) \\ \phi[n+1] &= \phi[n] + T_s \omega[n] + \mu_3 T_s e[n] \text{cos}(\phi[n])\end{aligned}\quad (2.33)$$

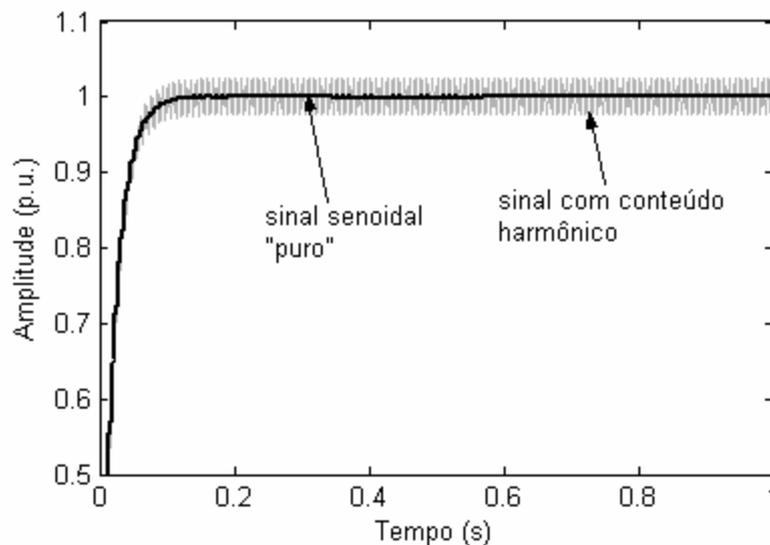
Em (2.33)  $T_s$  é o período de amostragem e os fatores  $\mu_1$ ,  $\mu_2$  e  $\mu_3$  são as constantes positivas que ditam tanto o comportamento em regime transitório, quanto em regime permanente do algoritmo. O sinal de erro  $e[n]$  discretizado é

$$\begin{aligned}e[n] &= x[n] - y[n] \\ &= x[n] - A[n] \text{sen}(\phi[n])\end{aligned}\quad (2.34)$$

Note que, diferentemente da DFT, este método fornece uma equação para cálculo da frequência, permitindo o rastreamento deste parâmetro quando variante com o tempo. Dado um sinal de entrada,  $x[n]$ , o método consiste basicamente no emprego de (2.33) e (2.34),

sendo necessário apenas a escolha dos valores iniciais para  $A[0]$ ,  $\omega[0]$  e  $\phi[0]$ . O cuidado a se tomar é relativo ao valor inicial da frequência. Este parâmetro geralmente deve ser iniciado com valor próximo ou igual à componente que se deseja extrair.

O desempenho do algoritmo é altamente dependente da composição do sinal de entrada, conforme mostra a Figura 2-9. Foi utilizado um sinal com frequência  $f_0=60$  Hz senoidal “puro” e outro com conteúdo harmônico, tendo cada harmônico amplitude igual ao inverso de sua ordem. A taxa de amostragem foi  $f_s=64 \times f_0$  e as constantes utilizadas na simulação foram  $\mu_1=100$ ,  $\mu_2=200$  e  $\mu_3=5$ . A presença dos harmônicos levou a um erro instantâneo que chega a ultrapassar 2%. A estratégia para diminuir esse erro é a diminuição das constantes do algoritmo, o que leva a um maior tempo de convergência, atrasando a resposta do filtro.



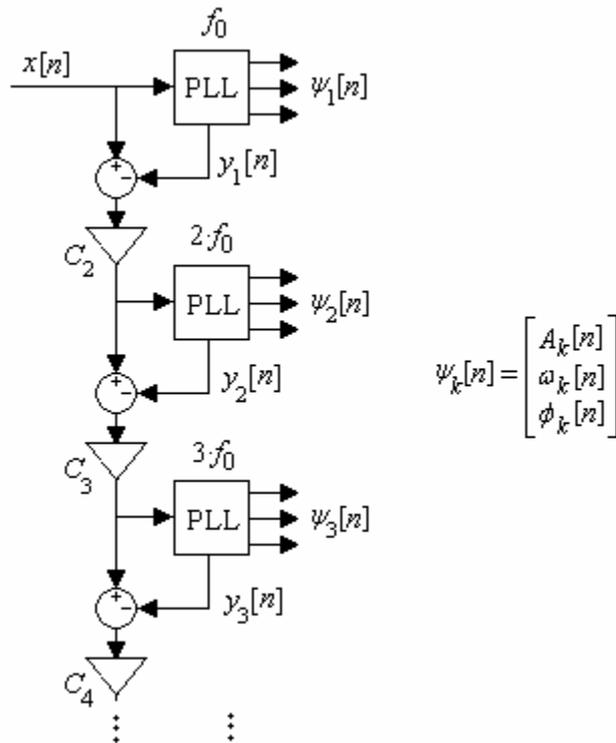
**Figura 2-9** Efeito de harmônicos na estimativa da amplitude da componente fundamental.

### 2.3.2. Estrutura PLL-Cascata

A estrutura para análise de harmônicos/inter-harmônicos de um sinal elétrico  $x[n]$ , proposta por Karimi-Ghartemani & Iravani [15], é mostrada na Figura 2-10, onde  $\psi_k$  é o vetor de parâmetros estimados pela  $k$ -ésima unidade. Consiste no emprego de unidades PLL configuradas em uma forma cascadeada, cada qual pré-configurada para rastrear uma determinada componente. As referências a esta estrutura no decorrer do texto serão realizadas com o termo *PLL-Cascata*.

O sinal de entrada da unidade responsável pela extração da componente de ordem  $k$  é *livre* das  $k-1$  componentes precedentes. Conforme Karimi-Ghartemani & Iravani, os

multiplicadores nas entradas das unidades são utilizados para aumentar a energia da componente harmônica mantendo nas entradas das unidades sinais com aproximadamente o mesmo nível. Os valores usados são  $C_k=k/(k-1)$ . Para o cálculo da amplitude correta basta dividir o valor estimado pela ordem da unidade.



**Figura 2-10 Estrutura para estimação de harmônicos/inter-harmônicos utilizando unidades PLL**

As unidades PLL usadas na estrutura da Figura 2-10 são ligeiramente diferentes da mostrada na Figura 2-8. São incluídos filtros passa-baixas de primeira ordem (LPF – *Low-Pass Filters*) com frequência de corte de 5 Hz de forma a diminuir o erro na estimativa de uma determinada componente harmônica devido à presença das demais. Este erro foi exemplificado anteriormente na Figura 2-9. O primeiro LPF localiza-se na saída do bloco de multiplicação do sinal de erro pelo co-seno da fase, ou seja, filtra o sinal  $e[n] \cdot \cos(\phi[n])$ . Já o segundo localiza-se na saída do integrador superior, ou seja, filtra a amplitude estimada  $A[n]$ . A estrutura resultante é mostrada na Figura 2-11. Além disso, são adicionados filtros nas saídas dos PLLs para suavização dos resultados.

Dado um desvio de frequência na componente fundamental ( $\Delta f$  Hz) então o desvio de frequência de uma componente harmônica é maior ( $k \cdot \Delta f$  Hz). Assim é necessário tratar cada unidade da Figura 2-10 de forma separada, no que diz respeito às constantes  $\mu_1$ ,  $\mu_2$  e  $\mu_3$ . Ajustes específicos devem ser feitos para cada unidade visando à obtenção de sistemas estáveis, com tempo de convergência e erro em regime permanente semelhantes, qualquer que

seja a ordem da componente extraída. Este é um processo trabalhoso e como mostram os resultados de Karimi-Ghartemani & Iravani [15], as componentes em que ocorre maior desvio na frequência, inerentemente gastam maior tempo para convergir.

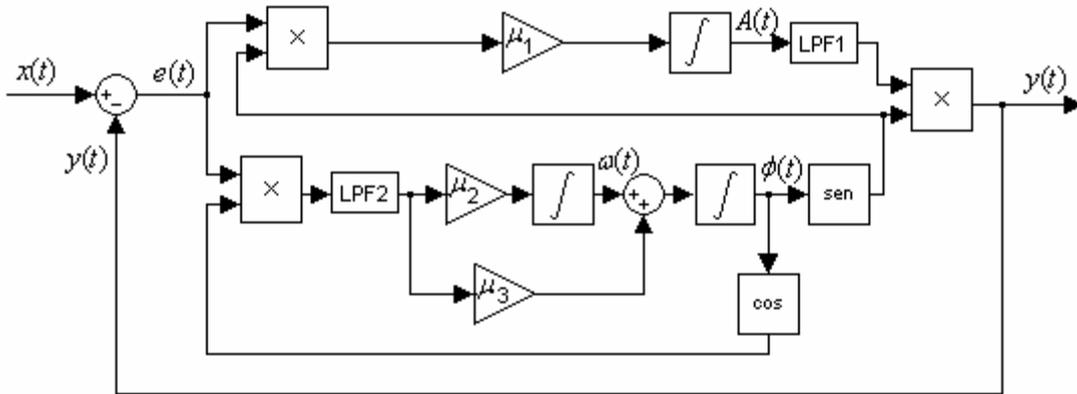


Figura 2-11 Unidade PLL modificada com a inclusão de filtros passa-baixas para melhoria das estimativas

### 2.3.3. Resultados de Simulações

Algumas simulações mostram o desempenho deste método para os casos de interesse nos quais os métodos DFT e STFT foram testados. Considera-se para simulação um sinal amostrado com 128 pontos por ciclo, isto é, com uma frequência de amostragem  $f_s=128 \times f_0$  Hz. A amplitude máxima é  $V_M=1$  p.u. e a frequência ideal da componente fundamental é  $f_0=60$  Hz. Além da fundamental, estão presentes no sinal os harmônicos ímpares até o de 15ª ordem, com amplitudes iguais ao inverso da sua ordem.

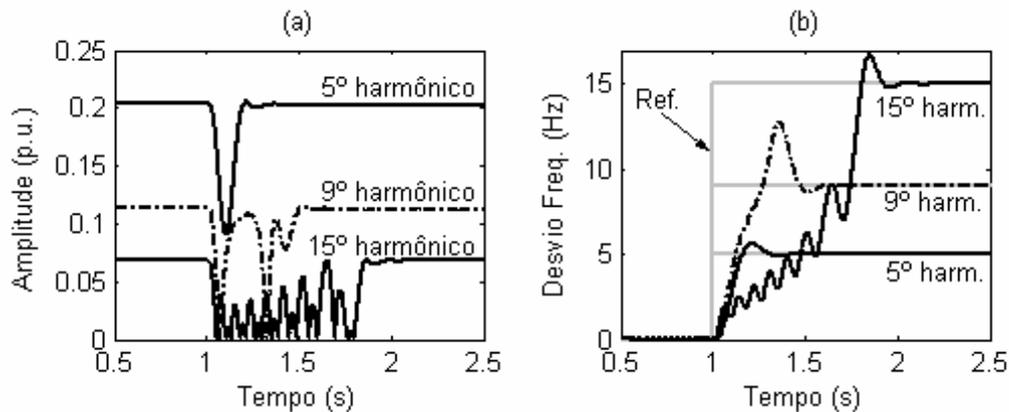
Karimi-Ghartemani & Iravani [15] utilizam como conjunto base, ou seja, o conjunto utilizado pela unidade que extrai a fundamental ( $k=1$ ), as constantes  $\mu_1=10$ ,  $\mu_2=100$  e  $\mu_3=20$ . Com o intuito de acelerar a convergência do algoritmo o conjunto base utilizado é  $\mu_1=100$ ,  $\mu_2=700$  e  $\mu_3=50$ . Por meio de análise de simulações, onde foi considerado o erro em regime permanente, o tempo de convergência, e principalmente a estabilidade, chegou-se ao conjunto de constantes para o restante das componentes como mostra a Tabela I.

Tabela I – Constantes  $\mu_1$ ,  $\mu_2$  e  $\mu_3$  utilizadas pelas unidades da estrutura PLL-Cascata

	ORDEM DA COMPONENTE HARMÔNICA														
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$\mu_1$	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
$\mu_2$	700	700	700	700	700	800	800	850	850	1000	1000	1000	1300	1300	1300
$\mu_3$	50	50	50	50	50	50	50	50	50	60	70	70	70	75	75

### 2.3.3.1. Degrau na frequência

O sinal de entrada é como em (2.18) onde ocorre um degrau na frequência de +1 Hz na frequência da fundamental. A Figura 2-12 mostra os resultados para algumas componentes harmônicas. No instante do distúrbio, inicia-se um transitório nas estimativas da amplitude, mas após um determinado tempo as unidades voltam a fornecer o resultado correto. Observe que, o transitório na estimação da amplitude se extingue aproximadamente quando a frequência da componente é rastreada, analisando em conjunto a Figura 2-12(a) com (b). Nesta última, as linhas em cinza representam a referência a ser seguida.



**Figura 2-12** Resultados da estrutura PLL-cascata para o caso de desvio em degrau na frequência imposta em  $t=1$ s, (a) amplitude estimada, e (b) desvios de frequência.

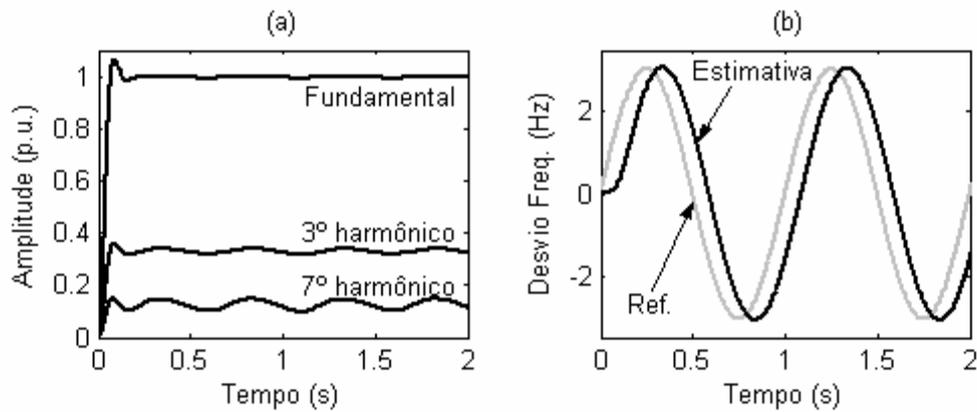
### 2.3.3.2. Variação senoidal da frequência

Neste caso, a frequência da fundamental varia como em (2.19). Ou seja, uma variação senoidal em torno de  $f_0=60$  Hz é considerada. Os resultados são mostrados na Figura 2-13 para algumas componentes. A amplitude estimada possui oscilações que tendem a aumentar à medida que aumenta a ordem da componente, conforme Figura 2-13(a). Percebe-se a capacidade de rastreamento de frequência, porém com um atraso de 0,09 s, ou aproximadamente 5 ciclos, conforme exemplificado na Figura 2-13(b) para o 3<sup>o</sup> harmônico. Novamente, nesta figura a linha em cinza representa a referência, ou seja, a variação instantânea real na frequência.

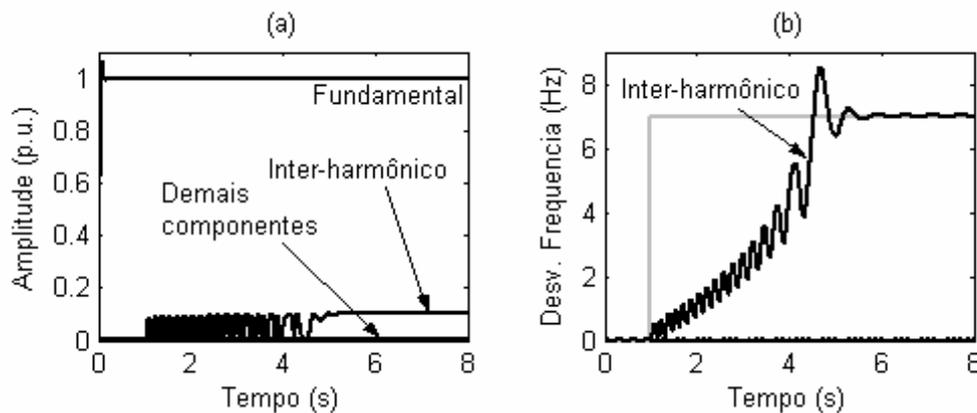
### 2.3.3.3. Presença de um Inter-harmônico

Neste caso é estudado o efeito da presença da componente inter-harmônica, conforme (2.21). O inter-harmônico, de frequência igual a 187 Hz e amplitude de 10% da fundamental, é considerado no sinal a partir de  $t=1$  s. Os resultados apresentados pela estrutura PLL-cascata

são mostrados na Figura 2-14. Após uma região transitória repleta de oscilações, a amplitude da componente inter-harmônica é finalmente estimada, como mostrado na Figura 2-14(a). Já a Figura 2-14 (b) mostra o rastreamento da componente. Visto que a frequência é de 187 Hz, a unidade que extrai tal componente é a do 3º harmônico, pela proximidade. Isto explica o desvio de 7 Hz mostrado. O tempo necessário para rastrear esta componente é de aproximadamente 4 segundos.



**Figura 2-13** Resultados da estrutura PLL-cascata para o caso de variação senoidal da frequência, (a) amplitude estimada, e (b) desvio de frequência para o 3º harmônico.



**Figura 2-14** Resultados da estrutura PLL-cascata para o caso da presença de um inter-harmônico

### 2.3.4. Comentários

A unidade PLL mostra-se como uma ferramenta poderosa para rastreamento de componentes harmônicas/inter-harmônicas ao longo do tempo. Veja que os distúrbios na frequência são devidamente rastreados de forma que haja correção na amplitude estimada.

As constantes do algoritmo,  $\mu_1$ ,  $\mu_2$  e  $\mu_3$ , regem o comportamento de cada unidade PLL. Analisando o conjunto de equações (2.33) e também (2.34) nota-se uma característica de

acoplamento entre as equações de estimação dos parâmetros. Ou seja, a estimativa de determinado parâmetro depende da estimativa dos demais. Esta característica intrínseca do algoritmo torna, às vezes, trabalhoso o processo de ajustes das constantes para obtenção do desempenho desejado.

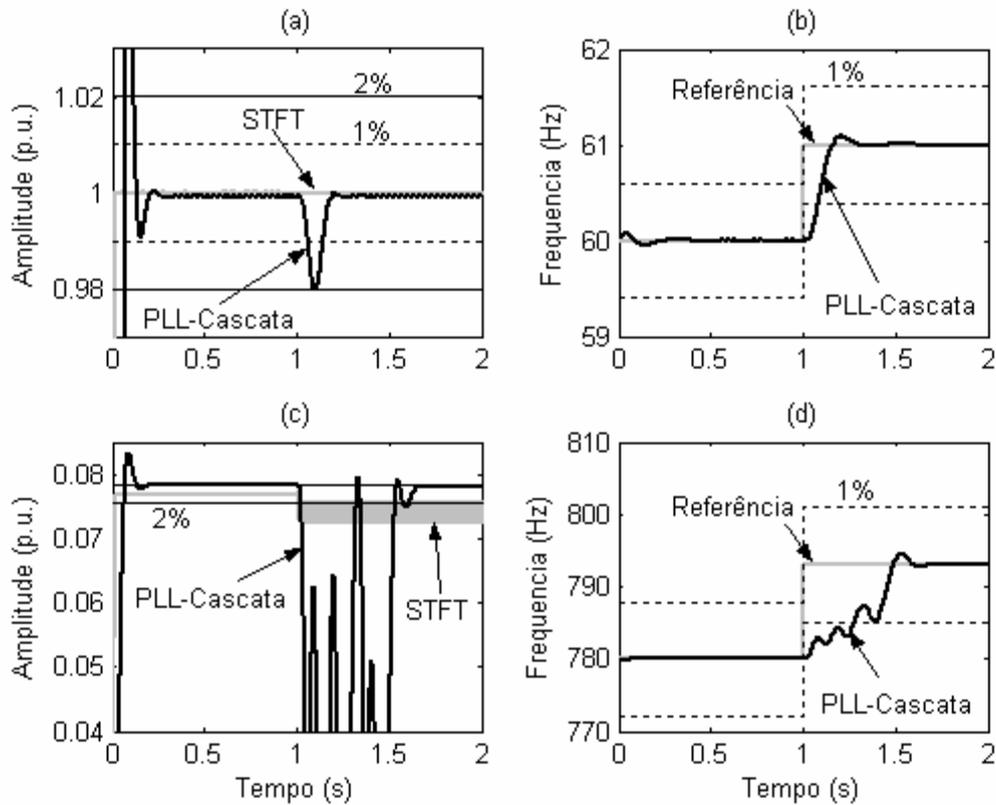
Este algoritmo não apresenta restrição quanto à resolução na frequência, já que esta pode ser estimada com exatidão com a escolha de valores apropriados para  $\{\mu_i\}_{i=1,2,3}$ . Entretanto, devido à composição do sinal de entrada com múltiplas frequências as estimativas podem apresentar erros de regime permanente, como mostra Karimi et al. [16] para o caso da frequência. Karimi-Ghartemani et al. propõem uma estrutura PLL para extração das componentes em fase e em quadratura de um sinal senoidal [17]. Entretanto, observa-se também a dependência do desempenho dessa estrutura com a composição do sinal de entrada.

## 2.4. Análise Quantitativa de Resultados

Nesta seção serão analisados os resultados obtidos com o emprego dos métodos apresentados nas duas seções precedentes. Esta análise fará uso dos parâmetros citados anteriormente, tempo de convergência, MSE, etc. Alguns resultados gráficos serão mostrados com as respostas dos algoritmos juntas permitindo uma comparação visual.

### 2.4.1. Degrau na frequência

Os resultados para este distúrbio, onde um desvio de +1 Hz na forma de degrau foi imposto na frequência fundamental, são mostrados na Figura 2-15. Nesta figura, em (a) e (b) são mostradas as estimativas de amplitude e frequência da fundamental, respectivamente. O desvio na frequência é suficientemente pequeno de forma a não ocasionar grande erro na amplitude desta componente para o método STFT. A estrutura PLL-cascata também fornece resultados muito próximos do valor exato da componente fundamental (1,0 p.u.), além de rastrear a nova frequência do sinal com rapidez. Na mesma figura, em (c) e (d) são mostradas as estimativas de amplitude e frequência do 11º harmônico, respectivamente. Note que, neste caso, o desvio de frequência (11 Hz) foi suficiente para diminuir o valor médio do resultado da STFT assim como ocasionar oscilações no resultado, o qual passa a não permanecer dentro da faixa de 2% de erro. A estrutura PLL-cascata fornece resultado para a amplitude estimada dentro da faixa de 2% após um transitório ocasionado pelo distúrbio na frequência. Com aproximadamente 0,6 s o algoritmo converge.



**Figura 2-15** Comparação da estrutura PLL com a STFT para o caso de degrau na frequência. (a) Amplitude e (b) frequência da componente fundamental. (c) Amplitude e (d) frequência do 13º harmônico.

O cálculo do erro quadrático médio das estimativas das amplitudes de (2.18) é realizado com o conjunto de dados após o transitório decorrido do distúrbio na frequência em  $t=1$  s. O resultado é mostrado na Figura 2-16. Note o aumento do MSE para os métodos DFT e STFT com o aumento da ordem da componente, ou equivalentemente, com o aumento do desvio na frequência. A estrutura PLL-cascata fornece os melhores resultados, embora apresente erro de regime permanente, como sugere a Figura 2-15(c). O erro de *offset*, mostrado na Figura 2-17, é baseado no desvio do valor médio do resultado, calculado também com os dados de simulação após o transitório decorrido do distúrbio. Para a estrutura PLL-cascata o erro é positivo, indicando que o valor médio da estimativa é maior que o valor real. Entretanto, o erro não ultrapassa os 2%. Para a STFT e DFT ocorre o contrário. O erro é negativo e indica que o valor médio das estimativas é menor que o valor real, ultrapassando 9% para o 15º harmônico.

Não é realizada comparação de tempo de convergência visto que os métodos DFT e STFT não convergem após o distúrbio, ou seja, não fornecem resultados restritos à faixa de 2% de erro.

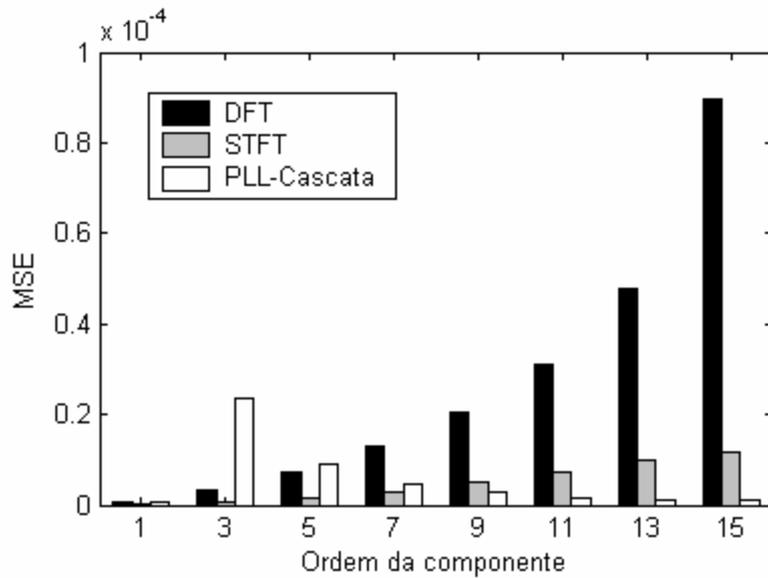


Figura 2-16 Erro quadrático médio para as amplitudes estimadas de (2.18) após o distúrbio.

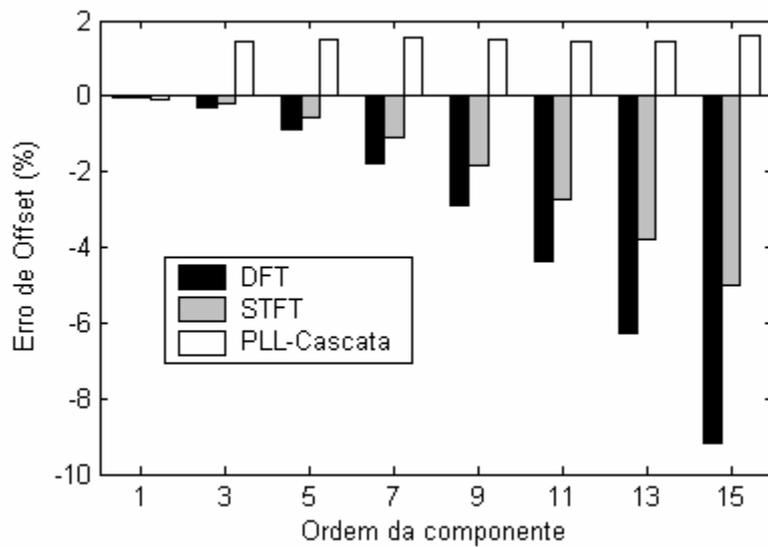
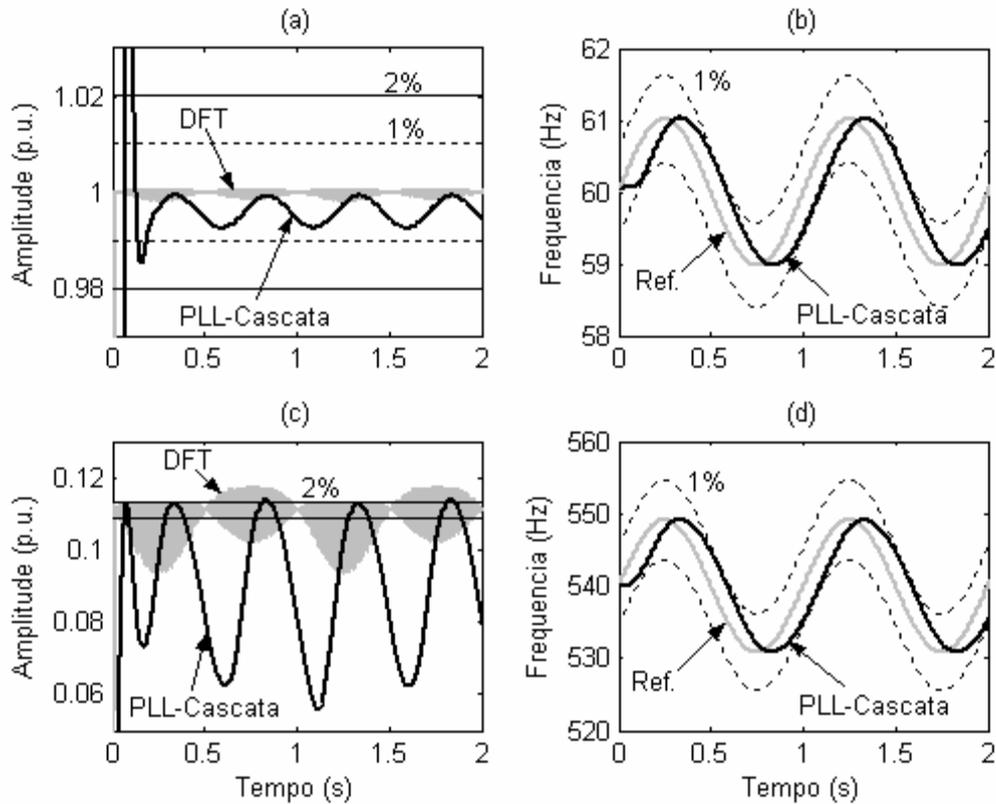


Figura 2-17 Erro de regime permanente para as amplitudes estimadas de (2.18) após o distúrbio.

### 2.4.2. Variação senoidal na frequência

Os resultados para este caso, onde é considerada uma variação senoidal na frequência em torno do valor ideal  $f_0$  (2.19), são mostrados na Figura 2-18. Nesta figura, em (a) é feita comparação entre os métodos DFT e PLL-cascata para estimar a amplitude da fundamental. Ambos os métodos fornecem resultados limitados à faixa de 1% de erro. Em (b) é mostrado o rastreamento da frequência pela estrutura PLL-cascata para a componente fundamental. O retardo na estimativa é de aproximadamente 89 ms, ou equivalentemente, pouco mais de 5 ciclos da frequência fundamental. Em (c) é realizada a comparação dos mesmos métodos para

estimar a amplitude do 9º harmônico. Ambos falham para esta componente, fornecendo estimativas fora das faixas limites de erro. A estrutura PLL-cascata, em especial, apresenta erro elevado. No caso desta componente, o erro instantâneo máximo se aproxima de 50%. Como em (b), (d) mostra o rastreamento da frequência do 9º harmônico, com retardo aproximado, também de pouco mais de 5 ciclos.



**Figura 2-18** Comparação da estrutura PLL com a DFT para o caso de variação senoidal na frequência. (a) Amplitude e (b) frequência da componente fundamental. (c) Amplitude e (d) frequência do 9º harmônico.

O erro quadrático médio é mostrado na Figura 2-19. Em (a) o MSE para os resultados da DFT e da STFT e em (b) o MSE para a estrutura PLL-cascata. A separação em dois gráficos neste caso é necessária e se deve à grande diferença dos resultados de (a), da ordem de  $10^{-5}$ , e de (b), da ordem de  $10^{-3}$ . Para esse tipo de sinal de entrada, é interessante observar nos resultados os valores máximos do erro instantâneo, mostrado na Figura 2-20. A estrutura PLL-cascata, se mostrou, com esse ajuste de constantes, inapropriado para análise do sinal com a frequência variando senoidalmente, apresentando um erro instantâneo que supera os 60% para o 15º harmônico. A STFT apresenta os mais baixos valores para o erro quadrático médio e também para o erro instantâneo máximo, neste caso.

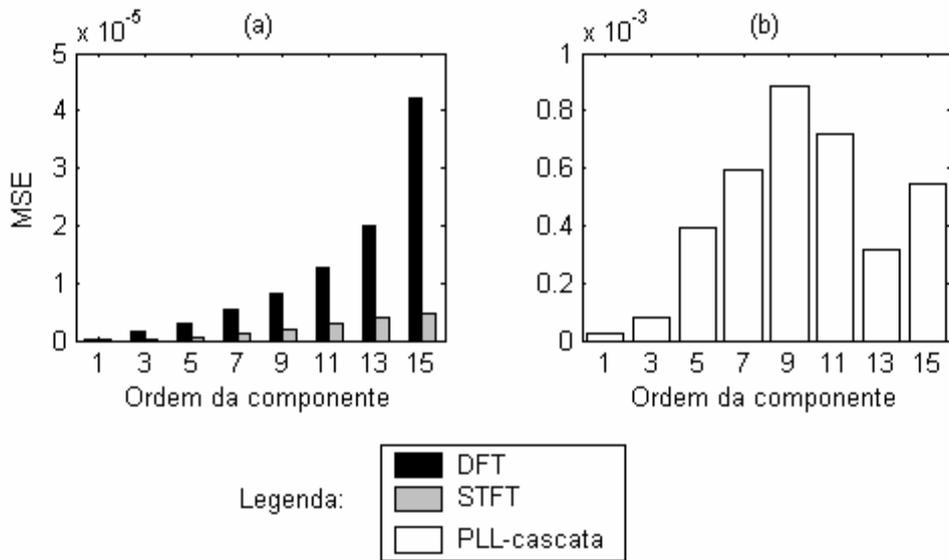


Figura 2-19 Erro quadrático médio para as amplitudes estimadas de (2.20), (a) métodos DFT e STFT e, (b) PLL-cascata

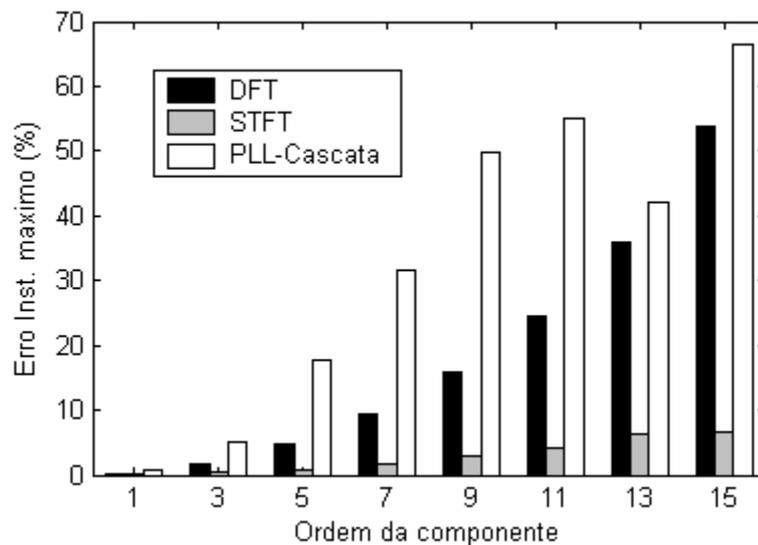
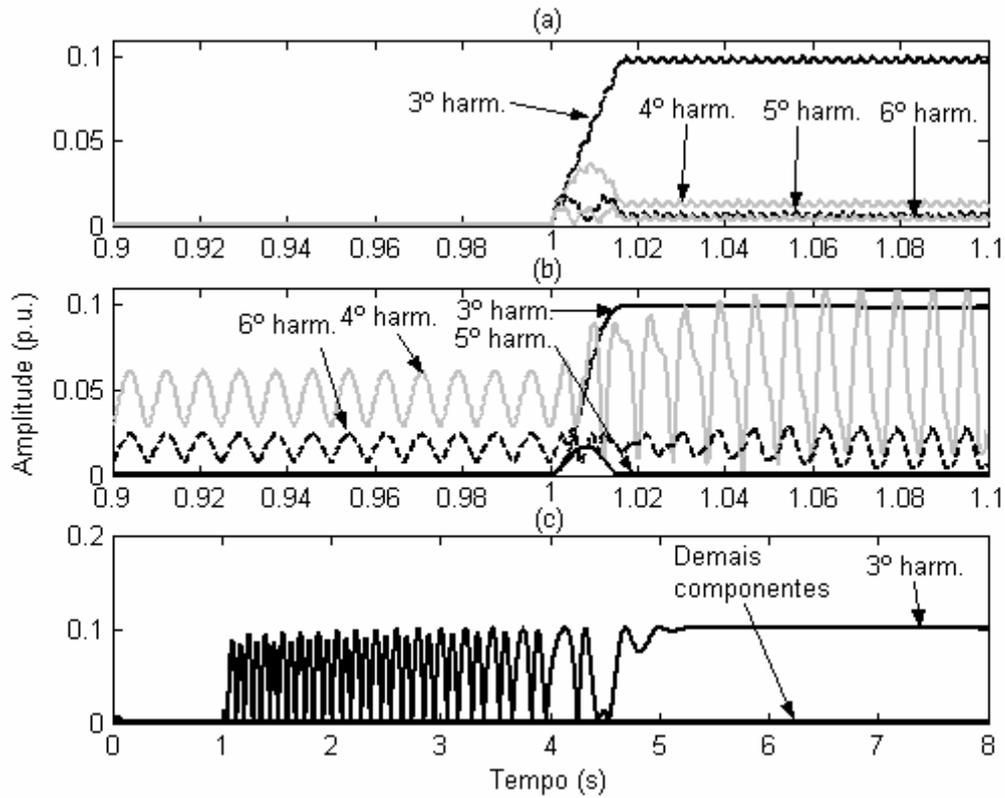


Figura 2-20 Erro instantâneo máximo para as amplitudes estimadas de (2.20)

### 2.4.3. Presença de Inter-harmônico

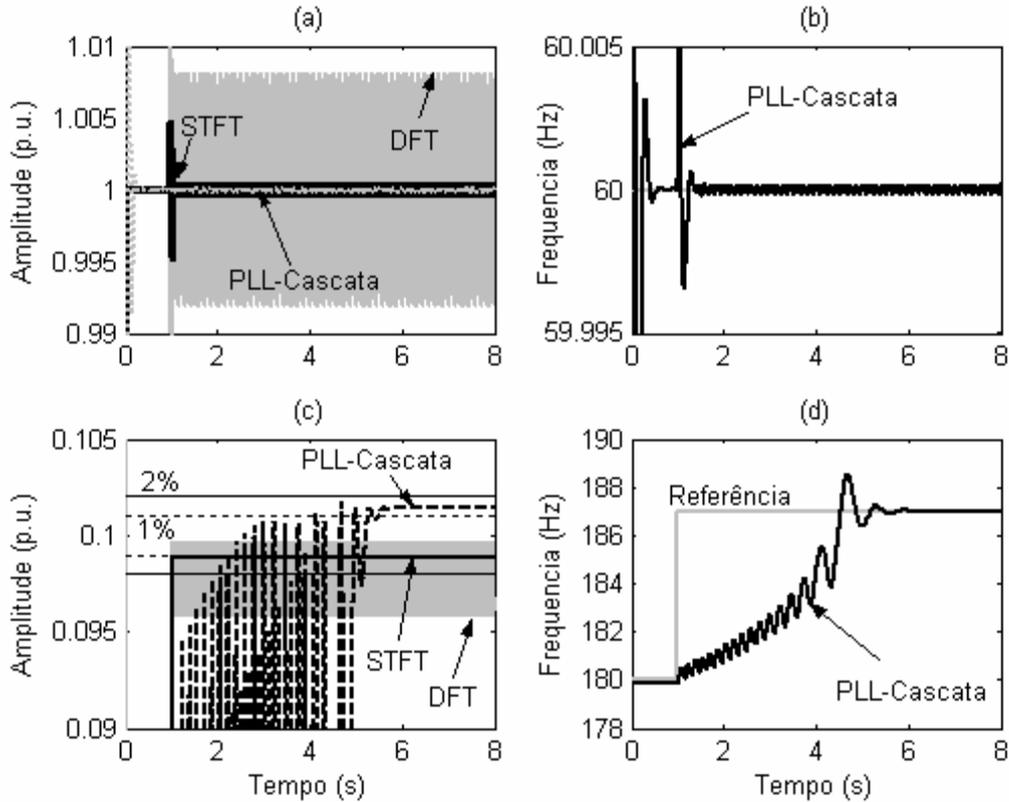
A presença da componente inter-harmônica no sinal de entrada e seu efeito nos resultados são avaliados, iniciando a discussão através da análise da Figura 2-21. A componente de 187 Hz (2.21) é próxima do 3º harmônico, o que explica o aparecimento da maior energia desta componente na unidade de ordem 3 para os métodos (a) DFT e (b) STFT. Em (a) e (b) é observado o espalhamento da energia da componente para algumas componentes laterais. A STFT apresenta maior espalhamento devido ao alargamento dos filtros, como mostrado previamente. Nota-se, em (c), a ausência do problema de

espalhamento para estrutura PLL-cascata. No entanto, a convergência da amplitude ocorre com pouco mais de 4 segundos.



**Figura 2-21** Comparação dos métodos para o caso da presença de um inter-harmônico. Espalhamento da energia do inter-harmônico para as componentes harmônicas na (a) DFT e (b) STFT. Em (c) o resultado da estrutura cascadeada com PLL

Os detalhes da estimação da componente fundamental e das unidades de 3ª ordem dos respectivos métodos são mostrados na Figura 2-22. Nesta figura, em (a) é observado que esta componente inter-harmônica, com 10% de amplitude da fundamental, não acarretou grandes erros para a estimação da amplitude da fundamental, qualquer que seja o método. Da mesma forma, em (b) é mostrado o rastreamento da frequência fundamental, com leves oscilações após a inserção da componente inter-harmônica. Em (c) é detalhado o resultado das unidades de ordem 3. A DFT apresenta erro instantâneo maior que 2%, o que não ocorre com a STFT e PLL-cascata. Em (d) é apresentado o rastreamento da frequência do inter-harmônica pela estrutura PLL-cascata, com um tempo de convergência de aproximadamente 5 segundos. Embora o método STFT apresente resultado satisfatório para estimação da amplitude do inter-harmônico, este não fornece a informação da frequência da componente. Além disso, há o efeito do espalhamento de energia, presente também nos resultados da DFT.



**Figura 2-22** Efeito do inter-harmônico na estimativa da fundamental na (a) amplitude, e (b) freqüência. Rastreamento da componente inter-harmônica pela unidade de 3º ordem, (c) amplitude das unidades de 3ª ordem, e (d) rastreamento da freqüência do inter-harmônico.

#### 2.4.4. O Efeito da presença de ruído aditivo

As análises realizadas até aqui consideraram o efeito das variações na freqüência e da presença de inter-harmônicos. Aqui é avaliado o efeito da presença de ruído branco Gaussiano aditivo, considerando o desvio na freqüência nulo. Portanto, o sinal analisado possui a fundamental, de freqüência  $f_0$ , e suas harmônicas ímpares até a de 15ª ordem, com amplitudes iguais ao inverso de sua ordem,

$$x(t) = V_M \cdot \{ \text{sen}(2\pi f_0 t) + (1/3)\text{sen}(6\pi f_0 t) + (1/5)\text{sen}(10\pi f_0 t) + \dots \} + n(t) \quad (2.35)$$

Em (2.35),  $n(t) = \mathcal{N}(0, \sigma^2)$  é o ruído branco gaussiano de média zero e variância  $\sigma^2$ . Considerando uma relação sinal ruído (SNR – *Signal-to-noise Ratio*) [5] de 40 dB, na Figura 2-23 são mostradas, em (a), a amplitude estimada da fundamental e, em (b), a amplitude estimada do 5º harmônico. Desde que a fundamental possui a maior energia do sinal, para esse valor de SNR todos os métodos apresentam resultados dentro da faixa de 1% de erro. Com ou aumento da ordem do harmônico o erro instantâneo aumenta, especialmente para os métodos DFT e STFT. Na Figura 2-24(a), (b) e (c) são observados, respectivamente, o erro

quadrático médio, o erro de *offset* e o erro máximo para cada componente de (2.35). É interessante observar que, embora o aumento da ordem da componente leve ao aumento da variância das estimativas fornecidas pela DFT e STFT (*vide* Figura 2-23(b)), o MSE da estrutura PLL-cascata se mostra maior para quase todas componentes. Isso se deve ao erro de *offset* inerente a esta estrutura. Completando a análise, o aumento do erro instantâneo máximo para os métodos DFT e STFT com o aumento da ordem da componente, mostra a diferença entre estes dois métodos e a estrutura PLL-cascata, no que diz respeito à imunidade a ruído. Pode-se dizer que a estrutura PLL-cascata apresenta maior imunidade a ruído, pois o desvio máximo devido à presença do ruído é menor.

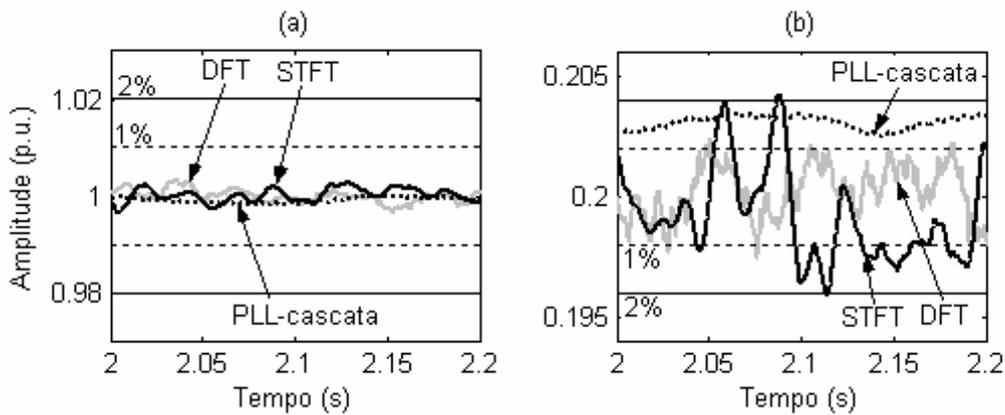


Figura 2-23 Amplitudes estimadas (SNR=40 dB) (a) componente fundamental e, (b) 5º harmônico

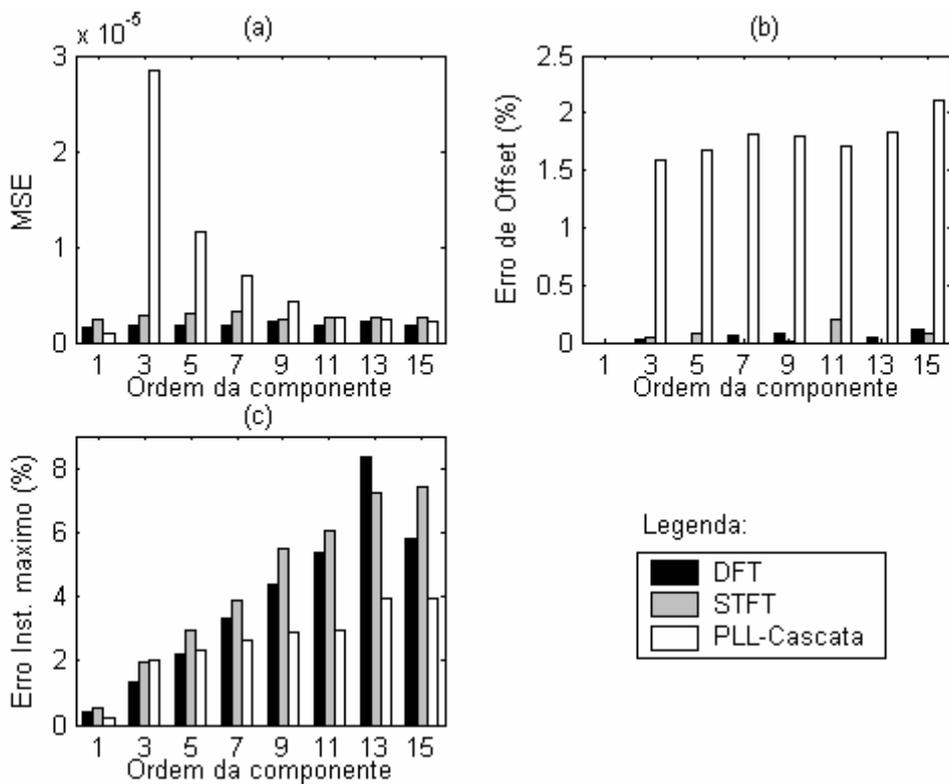


Figura 2-24 Parâmetros para comparação (a) MSE, (b) Erro de regime permanente e, (c) Erro instantâneo máximo

## 2.5. Esforço computacional

Finalizando este capítulo, nesta seção é realizada uma comparação de esforço computacional de cada algoritmo. O esforço, ou complexidade computacional, será obtido através da contagem das operações: (a) busca em tabela (para cálculos de funções trigonométricas); (b) multiplicações; (c) somas e (d) divisões. Os dados finais são relativos ao número de operações realizadas em um ciclo completo da componente fundamental, para estimação desta componente e dos harmônicos pares e ímpares até o de 15ª ordem.

Para realização da contagem de operações da DFT são consideradas as equações (2.5) e (2.11). Para o método STFT são consideradas as equações (2.16) e (2.11). Aqui cabe a observação relativa à não possibilidade da obtenção de uma equação recursiva para cálculo da STFT. A utilização de (2.11) requer o cálculo de uma raiz quadrada. Mitra [5] mostra uma aproximação polinomial recomendada para esta operação, sendo então computados os números de somas e multiplicações realizados na expressão polinomial. Embora esta aproximação seja apropriada para o cálculo da raiz de  $x$  tal que  $0,5 \leq x \leq 1$ , se  $x$  estiver fora do intervalo pode ser multiplicado por uma constante  $K^2$  de forma que o resultado  $x'$  esteja contido neste intervalo. Assim, a raiz do número desejado pode ser obtida fazendo  $\sqrt{x} = \sqrt{x'} / K$ , operação considerada na contagem para as componentes harmônicas, normalmente com amplitudes baixas. Para a contagem de operações da estrutura PLL-cascata é considerado o conjunto (2.33) e (2.34), sendo também consideradas as operações devidas à inclusão dos filtros internos à estrutura, conforme Figura 2-11, e os filtros de suavização da saída.

Todas as simulações relativas aos métodos DFT e STFT foram realizadas com taxa de amostragem  $f_s = 64 \times f_0$  enquanto que, para a estrutura PLL-cascata,  $f_s = 128 \times f_0$ . Desde que o Teorema da Amostragem seja obedecido, a taxa de amostragem não influencia os resultados de complexidade computacional dos dois primeiros métodos. Entretanto, como pode ser verificado em (2.33), a unidade PLL é sensível à taxa de amostragem, já que o intervalo entre amostras  $T$  regula o “passo” do algoritmo. Então, para obtenção de dados que permitam comparações entre os dois métodos será realizada a contagem das operações dos métodos DFT e STFT considerando duas taxas de amostragens. O primeiro valor utilizado será de  $f_s = 128 \times f_0$ , ou seja, a mesma taxa da estrutura PLL-cascata. O segundo valor utilizado para a frequência de amostragem será  $f_s = 32 \times f_0$ . Esta escolha se deve ao fato de os sinais utilizados neste trabalho terem como maior componente harmônica a de ordem 15. Pelo Teorema da Amostragem, tal frequência de amostragem é suficiente para análise fiel do sinal, visto que

evita a ocorrência do fenômeno *aliasing* [4]. Os resultados são mostrados na Tabela II. No Apêndice B é apresentado o detalhamento do cálculo do esforço computacional para um número de amostras por período  $N$  genérico.

**Tabela II – Complexidade computacional aproximada, durante um ciclo completo da fundamental, para análise desta e de suas componentes harmônicas pares e ímpares até a de 15ª ordem**

Método ( $f_s=128 \times f_0$ )	Operações			
	Somas	Multiplicações	Busca em tabelas	divisões
<b>DFT</b>	19.200	40.192	5.760	3.712
<b>DFT (<math>f_s=32 \times f_0</math>)</b>	4.800	10.048	1.440	928
<b>STFT</b>	487.680	1.263.232	493.440	3.712
<b>STFT (<math>f_s=32 \times f_0</math>)</b>	29.760	85.408	31.200	928
<b>PLL-Cascata</b>	24.960	30.720	3.840	-

Note que a ausência de uma equação recursiva para a STFT faz deste o método com o maior número de operações, mesmo reduzindo a taxa de amostragem em 4 vezes. A DFT realizada com frequência de amostragem igual à da estrutura PLL-cascata equipara-se a este método em relação ao número de operações realizadas. Reduzindo a taxa de amostragem para  $32 \times f_0$ , a DFT necessita do menor número de somas, multiplicações e buscas em tabela, embora necessite ainda de divisões. Entretanto, como mostrado em 2.4, este é o método que apresenta um dos piores desempenhos, senão o pior. Como melhor relação custo-benefício, entre estes métodos se destaca a estrutura com unidades PLL. Em destaque a ausência de operações de divisão para implementação do algoritmo em sistema de tempo real.

## 2.6. Sumário

Este capítulo apresentou duas técnicas de estimação de harmônicos/inter-harmônicos utilizadas como base para o estudo e desenvolvimento de duas novas técnicas, apresentadas neste trabalho, nos capítulos seguintes.

Inicialmente foi apresentada a DFT e a dependência do desempenho deste método com o tamanho de janela utilizado. Em seguida foi realizada uma análise desta ferramenta como um conjunto de filtros FIR de coeficientes complexos. Foram então mostrados resultados de simulações, onde os efeitos devido a condições não ideais no sinal de entrada foram relacionados com a resposta em frequência desta transformada.

Como estratégia para melhoramento da DFT, foi apresentada a STFT. Mostrou-se que a utilização das janelas modifica a resposta em frequência dos filtros, geralmente alargando a região de passagem. Desta forma, ficou evidente que a presença de componentes pares pode atrapalhar a análise de sinais elétricos, normalmente constituído somente de componentes ímpares.

Um filtro não linear adaptativo, o PLL, foi apresentado em seguida como ferramenta de extração de um sinal senoidal presente em um sinal qualquer. A utilização de unidades PLL de forma cascadeada resultou então numa estrutura para estimação de harmônicos e inter-harmônicos. Com a inserção de filtros passa-baixas na estrutura interna dos PLLs as estimativas foram realizadas.

Finalmente o desempenho dos métodos foi analisado com base no MSE, no erro instantâneo máximo e no tempo de convergência, assim como foi realizado um levantamento sobre a complexidade computacional de cada método para implementação em sistemas de tempo real.

# 3

## Estrutura MAF-DFT

### 3.1. Introdução

Neste capítulo será feito um estudo dos efeitos da amostragem assíncrona no resultado da DFT. Como visto anteriormente, a aplicação desta ferramenta em janelas de sinais do SEP pode produzir resultados insatisfatórios, quando a frequência do sistema sofre pequenas variações.

Os desvios na frequência fundamental ocasionam oscilações na amplitude e fase do resultado, assim como desvio do valor médio destes parâmetros. Se o sinal possui componentes harmônicas, o resultado é ainda pior. De uma forma geral, pode-se dizer que os resultados para uma determinada componente são influenciados por todas as demais, mesmo que de forma insignificante, se consideradas as faixas de erro permitidas. No caso da presença de inter-harmônicos, o fenômeno de espalhamento também ocorre, influenciando no valor real de componentes harmônicas presentes no sinal, ou então criando amplitudes não-nulas para componentes não presentes no sinal. Como mostrado, a solução mais simples para evitar esses efeitos é a escolha de uma janela de tamanho adequado. Entretanto, geralmente a composição

prévia do sinal não é conhecida e, além disso, para aplicações em tempo real, o aumento na janela implica em retardo na estimativa.

Muitos autores têm proposto metodologias de correção (ou compensação) do resultado da DFT, sendo comentados aqui alguns dos trabalhos mais importantes. Phadke et al. [18] introduzem, em 1983, um método de correção de amplitude e fase, e também de estimação de frequência. Entretanto, o erro de fase considerado nesta metodologia é incompleto, o que prejudica a exatidão das estimativas. Hart et al. [19] desenvolveram uma aproximação que adapta o tamanho de janela para obter melhores estimativas de frequência. A adaptação do tamanho de janela é responsável então pelo deslocamento dos picos e vales da resposta em frequência da DFT, de forma a melhor se adequar à composição real do sinal. Uma desvantagem deste método é a impossibilidade da utilização da equação recursiva, visto que o tamanho  $N$  da janela varia. Funaki & Tanaka [20] propuseram correções precisas para amplitude, fase e frequência, com objetivo de aplicações em medições sincronizadas de fasores, assim como, Nguyen & Li [21]. Estes últimos desenvolveram um método baseado em interpolação da janela de dados analisados. Finalmente, Wang & Sun [22]-[23] propuseram um método com a mesma abordagem de Phadke et al. [18], mas com a diferença de que agora é considerado o erro total da fase para obtenção das equações de correção. Num processo iterativo a estimativa do desvio na frequência é melhorado até um fator de tolerância pré-determinado. Como resultado um método de alto desempenho é obtido para estimação do fasor fundamental e da frequência do sistema.

Muito embora os trabalhos citados lidem com o erro do resultado da DFT, todos, sem exceção, são dedicados à melhoria do resultado para a componente fundamental somente. Nenhum dos autores propõe a extensão do método à análise do conteúdo harmônico/inter-harmônico do sinal analisado.

Nas próximas seções será apresentada uma técnica da correção da componente fundamental assim como o rastreamento de frequência. Ela é baseada no erro de fase ocasionado na DFT devido ao desvio de frequência e faz uso de filtros digitais para eliminação de oscilações. Com o uso de expressões simples, que relacionam o erro de fase com o desvio na frequência e o desvio na frequência com o erro na amplitude, as correções são efetuadas. Essa metodologia é estendida para as componentes harmônicas, possibilitando também o rastreamento de inter-harmônicos. É realizada então a análise dos resultados, qualitativa e quantitativa, e o levantamento da complexidade computacional aproximada. As discussões de resultados relacionam o desempenho deste método comparando-o principalmente com a DFT, metodologia na qual é baseado.

## 3.2. Efeito da amostragem assíncrona na DFT

A análise do efeito da amostragem assíncrona no resultado da DFT será feita aqui considerando os filtros de (2.12), repetidos aqui por conveniência,

$$h_k[m] = e^{j2\pi km/N}, \quad m = 0, 1, \dots, N \quad (3.1)$$

Em (3.1), será considerado um tamanho de janela  $N$  igual ao número de pontos por ciclo de um sinal senoidal ideal amostrado de um SEP. Assim, os filtros  $h_1, h_2, \dots, h_{N/2}$  estarão centrados respectivamente em  $f_0, 2f_0, \dots, (N/2)f_0$ . Em todo o desenvolvimento desta seção, o Teorema de Nyquist é também suposto satisfeito.

### 3.2.1. O caso da componente fundamental

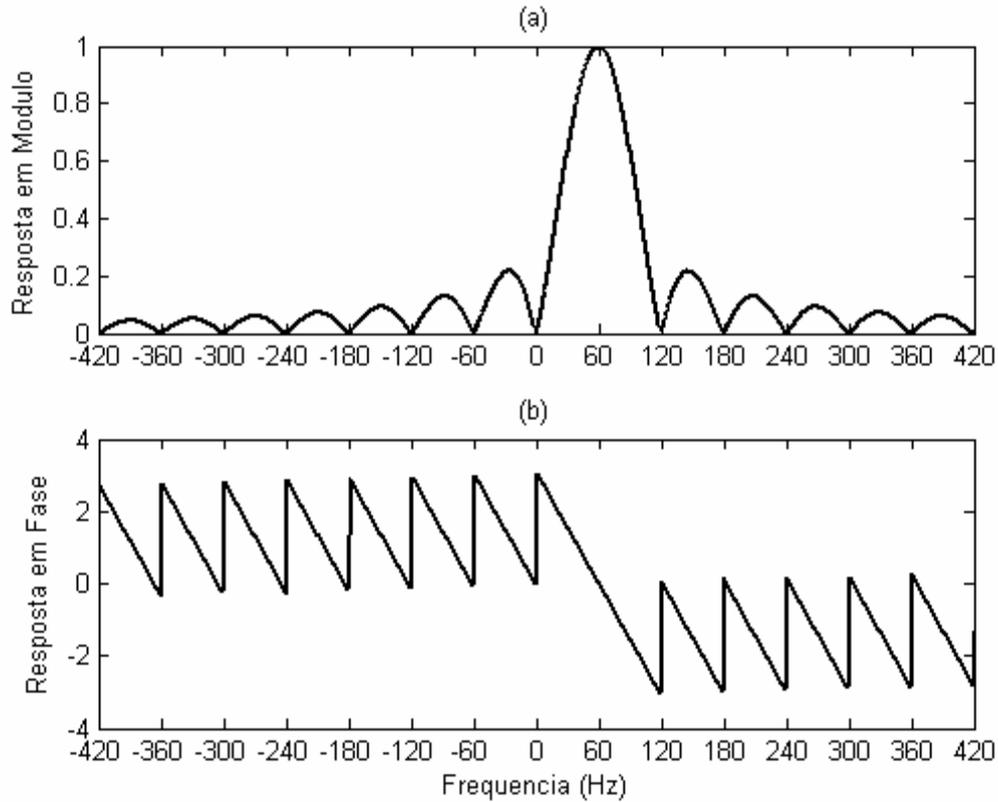
Seja  $x[n]$  um sinal senoidal de frequência  $f_0=60$  Hz, amostrado com  $N$  pontos por ciclo, ou seja, utilizando uma frequência de amostragem  $f_s=N \times f_0$ . Assumindo uma variação de frequência em  $x[n]$ , de  $\Delta f$  Hz, pode-se escrever,

$$x[n] = \frac{V_1}{2} e^{j2\pi fnT_s} + \frac{V_1}{2} e^{-j2\pi fnT_s} \quad (3.2)$$

Considere o filtro  $h_1$  de (3.1). A resposta em frequência deste filtro é mostrada na Figura 3-1. No capítulo anterior vimos que, se o sinal analisado possui frequência  $f_0$ , o segundo fasor de (3.2) é completamente atenuado e a resposta do filtro permite a obtenção exata da amplitude e fase da componente. Entretanto, se a frequência do sinal é  $f (=f_0+\Delta f)$ , como em (3.2), atentando para a resposta em frequência mostrada, a saída do filtro pode ser escrita como,

$$\begin{aligned} X[1, n] &= \left( \frac{V_1}{2} e^{j2\pi fnT_s} \right) \cdot H_{f_+} + \left( \frac{V_1}{2} e^{-j2\pi fnT_s} \right) \cdot H_{f_-} \\ &= X_{f_+}[n] + X_{f_-}[n] \end{aligned} \quad (3.3)$$

Em (3.3),  $H_{f_+}$  e  $H_{f_-}$  são, respectivamente, as respostas de  $h_1$  nas frequências  $+f$  e  $-f$ . Estas respostas provocam mudança de módulo e de fases nas duas componentes do sinal analisado, dado por (3.2). A equação (3.3) é basicamente a soma de dois fasores,  $X_{f_+}$  e  $X_{f_-}$ , obtidos pelas multiplicações dos fasores de (3.2) pelas respectivas respostas em frequência. Enquanto o fasor  $X_{f_+}[n]$  gira em sentido anti-horário,  $X_{f_-}$  gira em sentido horário, ambos com velocidade  $2\pi f$  rad/s.



**Figura 3-1 Resposta em frequência do filtro DFT para a componente fundamental, (a) Resposta em módulo normalizada, (b) Resposta em fase.**

### 3.2.1.1. Os erros de amplitude e fase

Considerando  $V_1=2$  em (3.2) e com base na resposta em frequência da Figura 3-1, a Figura 3-2 exemplifica dois casos distintos da soma de (3.3), ou seja, considerando  $\Delta f > 0$  e  $\Delta f < 0$ . Quando  $\Delta f > 0$ , é fácil perceber que  $X_{f+}$  apresenta amplitude menor que a unidade e está atrasado em relação ao resultado correto. Quando  $\Delta f < 0$ ,  $X_{f+}$  também apresenta amplitude menor que a unidade, porém está adiantado em relação ao resultado correto. Em ambos os casos de variação na frequência, positivo ou negativo, o fasor  $X_{f-}$  apresenta pequenas amplitudes. A soma de  $X_{f+}$  e  $X_{f-}$ , em cinza, constitui o resultado da DFT, como visto, diferente do resultado correto.

O ponto crucial dessa análise é relativo às seguintes observações. Em primeiro lugar, a amplitude do resultado da DFT, tanto para  $\Delta f > 0$  quanto para  $\Delta f < 0$ , irá oscilar em torno de um valor médio igual a  $|X_{f+}|$ ,

$$\begin{aligned} \overline{|X[1, n]|} &= \left| \left( \frac{V_1}{2} e^{j2\pi f n T_s} \right) \cdot H_{f+} \right| \\ &= |X_{f+}[n]| \end{aligned} \quad (3.4)$$

A barra acima de  $X[1,n]$  indica o valor médio desta grandeza. Em seguida, a oscilação máxima da amplitude em torno do seu valor médio é igual a  $|X_{f-}|$ , ou seja,

$$\begin{aligned} \max(|X[1,n]|) - \overline{|X[1,n]|} &= \left| \left( \frac{V_1}{2} e^{-j2\pi f n T_s} \right) \cdot H_{f-} \right| \\ &= |X_{f-}[n]| \end{aligned} \quad (3.5)$$

Finalmente, a frequência de oscilação ( $f_{osc}$ ) da amplitude é o dobro da frequência real do sinal analisado,

$$f_{osc}(|X[1,n]|) = 2 \cdot f \quad (3.6)$$

A fase resultante do algoritmo DFT é também oscilante, devido à componente  $X_{f-}$ , e ocorre em torno da fase de  $X_{f+}$ . Assim, é interessante observar que a diferença de fase entre o valor correto e o resultado da DFT possui valor médio igual a  $\angle X_{f+}$  e frequência de oscilação de  $2 \cdot f$ . A amplitude das oscilações da fase é dependente da soma fasorial de  $X_{f+}$  e  $X_{f-}$ .

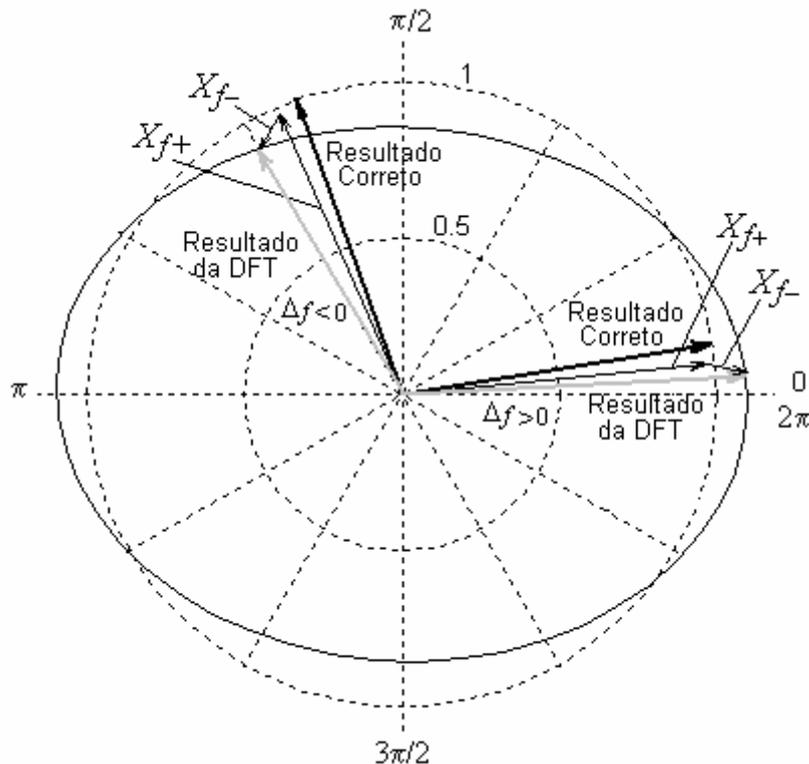


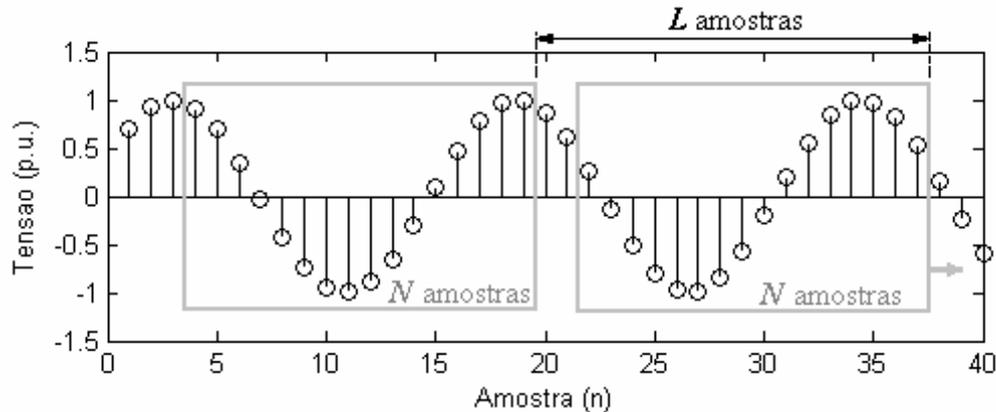
Figura 3-2 Exemplos da soma dos fasores de (3.3) para  $\Delta f > 0$  e  $\Delta f < 0$

### 3.2.1.2. Estimação da frequência

Com base na análise realizada anteriormente, será mostrado aqui como obter uma expressão para estimação da frequência através do erro ocasionado na fase da DFT pela

amostragem assíncrona. Seja, portanto,  $x[n]$  o sinal elétrico senoidal analisado com  $N$  pontos por ciclo e frequência  $f_0$ , ou possivelmente  $f_0 + \Delta f$ . Considerando a janela atual de dados e uma janela  $L$  amostras atrasada, como mostra a Figura 3-3, a diferença de fase real (em rad) entre essas janelas é [22],

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{2\pi L}{N} \left( 1 + \frac{\Delta f}{f_0} \right) \quad (3.7)$$



**Figura 3-3** Janelas de dados consideradas para cálculo da diferença de fase

Em (3.7),  $\varphi_1$  e  $\varphi_2$  são os valores reais das fases nos respectivos instantes de tempo. Sendo adotado  $L=N$ , esta equação pode ser reescrita,

$$\varphi_1 - \varphi_2 = 2\pi \left( 1 + \frac{\Delta f}{f_0} \right)$$

ou

$$\varphi_1 - \varphi_2 = 360^\circ \left( 1 + \frac{\Delta f}{f_0} \right) \quad (3.8)$$

Como visto em 3.2.1.1, a DFT acarreta erros na fase quando  $\Delta f \neq 0$ . Desta forma, a diferença de fase calculada com o resultado da DFT não se apresenta como em (3.8), mas com comportamento oscilante, mostrado na Figura 3-4 para vários valores de  $\Delta f$ . É intuitivo esperar esse comportamento devido à existência do termo  $X_{f-}$  no resultado da DFT. É intuitivo esperar também que as expressões em (3.8) possam ser utilizadas com o valor médio do resultado, como mostrado na figura. A explicação é o deslocamento linear da fase de  $X_{f+}$  como mostrado na resposta em fase do filtro. É necessária apenas a comprovação desta última afirmação, realizada por meio de simulações. Assim, considerando o resultado da DFT, é válido reescrever (3.8),

$$\overline{\angle X[1,n] - \angle X[1,n-L]} = 2\pi \left( 1 + \frac{\Delta f}{f_0} \right) \quad (3.9)$$

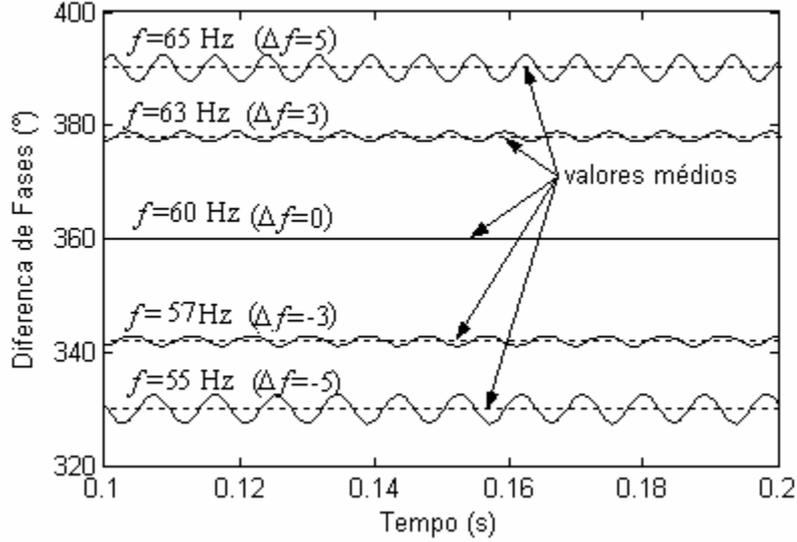


Figura 3-4 Diferenças de fase calculadas com a DFT para  $-5 \leq \Delta f \leq 5$

Isolando  $\Delta f$  em (3.9),

$$\Delta f = \frac{f_0}{2\pi} \left( \overline{\angle X[1,n] - \angle X[1,n-L]} - 2\pi \right) \quad (3.10)$$

A equação (3.10) é a base, neste trabalho, para estimação ao longo do tempo, da frequência real do sinal de entrada através dos resultados da DFT.

### 3.2.2. Eliminação das oscilações e correções dos parâmetros

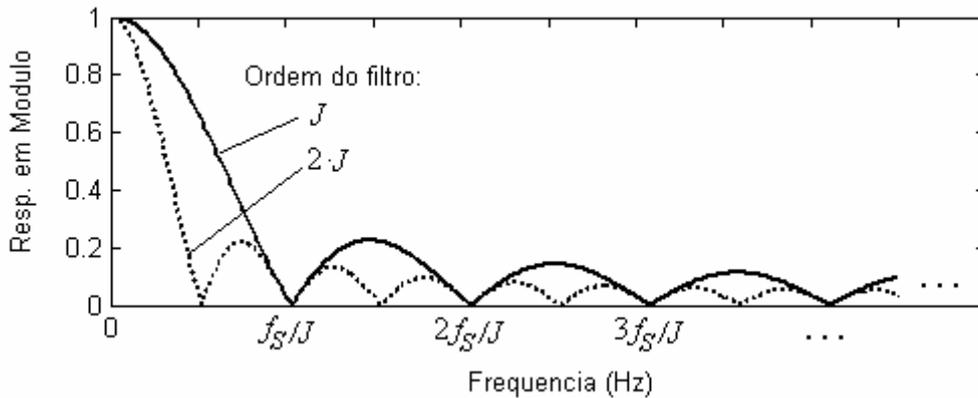
Será apresentada nesta seção a utilização dos filtros de média móvel para correção do resultado da DFT, com base nas análises realizadas em 3.2.1.1 e em 3.2.1.2. Como resultado, será obtida uma metodologia simples, porém eficiente, responsável pelo rastreamento da frequência real do sinal assim como pela correção de amplitude e fase.

A estimativa da variação de frequência do sinal de entrada ao longo do tempo é realizada através de (3.10). Esta equação requer o cancelamento das oscilações da diferença de fases  $\angle X[1,n] - \angle X[1,n-L]$ , o qual pode ser obtido com filtros do tipo passa-baixas como o filtro de média móvel. A saída  $y[n]$  de um MAF de ordem  $J$  com sinal de entrada  $u[n]$ , é dada por,

$$y[n] = \frac{1}{J} \sum_{l=0}^{J-1} u[n-l] \quad (3.11)$$

A resposta em módulo de (3.11) é mostrada na Figura 3-5. Note a existência de frequências equidistantes em que a resposta é nula. O primeira frequência com resposta nula é dada por  $f_s/J$  [5]. A figura mostra também o efeito de dobrar a ordem do filtro. Foi visto anteriormente que as oscilações a serem canceladas ocorrem com frequência dada pelo dobro da frequência real do sinal elétrico analisado. Assim, se  $\Delta f$  é pequeno, a ordem do filtro pode ser escolhida como sendo  $J=N/2$ . Para este valor de  $J$ , o primeiro vale da resposta em frequência de (3.11) ocorre em  $2f_0$ , frequência esta próxima da frequência a ser atenuada, igual a  $2f$ . O aumento da ordem do filtro para um múltiplo inteiro de  $N$  também resultará em repostas nulas em  $2f_0$ , assim como na maior atenuação das componentes laterais. Em contrapartida a resposta transitória do filtro também aumenta. Utilizando a formulação recursiva do MAF, conforme mostra Mitra [5], (3.11) pode ser reescrita,

$$y[n] = y[n-1] + \frac{1}{J}(u[n] - u[n-J]) \quad (3.12)$$



**Figura 3-5 Exemplos da resposta em frequência de um MAF de ordens  $J$  e  $2J$**

Assim, a diferença de fases média no instante  $n$ , pode ser calculada usando (3.12),

$$\overline{\Delta\varphi}[n] = \overline{\Delta\varphi}[n-1] + \frac{1}{J}(\Delta\varphi[n] - \Delta\varphi[n-J]) \quad (3.13)$$

Em (3.13),  $\Delta\varphi = \angle X[1,n] - \angle X[1,n-L]$ , ou seja, a diferença instantânea de fase. Assim, o valor instantâneo da estimativa de desvio de frequência é dado por (o chapéu em cima da variável indica valor estimado),

$$\hat{\Delta f}[n] = \frac{f_0}{2\pi} (\overline{\Delta\varphi} - 2\pi) \quad (3.14)$$

A possibilidade de estimar o valor de desvio instantâneo na frequência com (3.14) leva a um procedimento para a correção da amplitude da componente, visto que, a resposta em

módulo do filtro DFT relaciona a atenuação das componentes com a frequência real do sinal. Considerando o desvio na frequência, a atenuação do fasor localizado em  $+f$  pode ser calculada utilizando a equação da resposta do filtro MAF, mostrada por Mitra [5],

$$|\hat{H}_{f+}| = \frac{1}{N} \frac{\left| \text{sen} \left( \frac{N\pi}{f_s} \Delta f \right) \right|}{\left| \text{sen} \left( \frac{\pi}{f_s} \Delta f \right) \right|} \quad (3.15)$$

Com a determinação de uma estimativa para  $|H_{f+}|$ , é necessário então o cancelamento das oscilações da amplitude devidas ao termo  $X_{f-}$ . Isto é obtido através da utilização de outro MAF, que fornece como saída, aproximadamente, a amplitude do termo  $X_{f+}$  de (3.3),

$$\overline{|X[1, n]|} = \overline{|X[1, n-1]|} + \frac{1}{J} (|X[1, n]| - |X[1, n-L]|) \quad (3.16)$$

A estimativa instantânea da amplitude pode então ser obtida dividindo o resultado de (3.16) pelo fator de atenuação calculado por (3.15),

$$\hat{V}_1[n] = \frac{\overline{|X[1, n]|}}{\hat{H}_{f+}} \quad (3.17)$$

A equação (3.14) permite também a correção parcial da fase da DFT. A Figura 3-6 exemplifica o resultado de fase da DFT para um  $\Delta f$  negativo qualquer, conforme análise realizada em 3.2.1.1 sobre o erro de fase. Dada a característica de crescimento deste parâmetro com o tempo, a utilização de filtragem para eliminação de oscilações é inviável.

Observe, no entanto, que pode ser calculado o deslocamento de fase da resposta em frequência em  $+f$ , através da relação linear exibida na resposta em fase da Figura 3-1. Ela pode ser obtida pela resposta de fase do MAF [5],

$$\angle \hat{H}_{f+} = -\frac{(N-1)\pi}{f_s} \hat{\Delta f}[n] \quad (3.18)$$

A fase é então corrigida, deslocando o resultado da DFT com o resultado de (3.18),

$$\hat{\phi}_1[n] = \angle X[1, n] - \angle \hat{H}_{f+} \quad (3.19)$$

É fácil visualizar que a fase estimada com (3.19) oscila em torno do valor real da fase do sinal. Desde que as variações de frequência sejam pequenas, a amplitude de oscilação será bastante baixa, e, portanto, o erro é baixo.

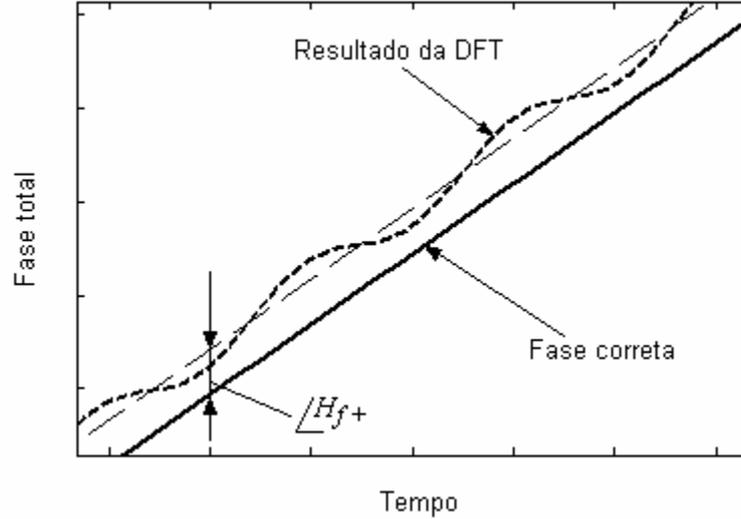


Figura 3-6 Exemplo de resultado de fase da DFT com  $\Delta f > 0$

### 3.2.3. O caso do $k$ -ésimo harmônico

Seja neste caso, um sinal composto por uma componente harmônica de um sinal elétrico de um SEP, digamos de ordem  $k$ . O  $k$ -ésimo filtro de (3.1) é responsável pela extração dessa componente. Se um desvio de frequência existe, uma equação semelhante a (3.3) pode ser obtida para este caso,

$$\begin{aligned} X[k, n] &= \left( \frac{V_k}{2} e^{j2\pi f_k n T_s} \right) \cdot H_{f_{k+}} + \left( \frac{V_k}{2} e^{-j2\pi f_k n T_s} \right) \cdot H_{f_{k-}} \\ &= X_{f_{k+}}[n] + X_{f_{k-}}[n] \end{aligned} \quad (3.20)$$

Em (3.20)  $f_k$  é a frequência harmônica real ( $=kf_0 + \Delta f_k$ ) e os fatores  $H_{f_{k+}}$  e  $H_{f_{k-}}$  são as respostas do filtro  $h_k$  nas frequências  $+f_k$  e  $-f_k$ , respectivamente. De forma semelhante à análise de (3.3), a amplitude do resultado de (3.20), tanto para  $\Delta f > 0$  quanto para  $\Delta f < 0$ , irá oscilar em torno de um valor médio igual a  $|X_{f_{k+}}|$ ,

$$\begin{aligned} \overline{|X[k, n]|} &= \left| \left( \frac{V_k}{2} e^{j2\pi f_k n T_s} \right) \cdot H_{f_{k+}} \right| \\ &= |X_{f_{k+}}[n]| \end{aligned} \quad (3.21)$$

A oscilação máxima da amplitude em torno do seu valor médio é igual a  $|X_{f_{k-}}|$ , isto é,

$$\begin{aligned} \max(|X[k, n]|) - \overline{|X[k, n]|} &= \left| \left( \frac{V_k}{2} e^{-j2\pi f_k n T_s} \right) \cdot H_{f_{k-}} \right| \\ &= |X_{f_{k-}}[n]| \end{aligned} \quad (3.22)$$

Finalmente, a frequência de oscilação da amplitude é o dobro da frequência real do sinal analisado,

$$f_{\text{osc}}(|X[k, n]|) = 2 \cdot f_k \quad (3.23)$$

A fase resultante também é oscilante, ocorrendo em torno da fase de  $X_{fk+}$ . A diferença de fase entre o valor exato e o resultado da DFT possui valor médio igual a  $\angle X_{f+}$  e frequência de oscilação de  $2 \cdot f_k$ . Como no caso da fundamental, a amplitude da oscilação da fase é dependente da soma fasorial de  $X_{fk+}$  e  $X_{fk-}$ .

Para estimação da frequência da componente harmônica basta observar que (3.8) pode ser reescrita como,

$$\varphi_1 - \varphi_2 = 2\pi k \left( 1 + \frac{\Delta f}{f_0} \right) \quad (3.24)$$

É intuitivo o aparecimento da ordem da componente nesta equação visto que há  $k$  ciclos do  $k$ -ésimo harmônico em um ciclo da componente fundamental. Procedendo de forma similar em relação ao valor médio da diferença de fases, encontra-se a expressão generalizada de (3.14),

$$\hat{\Delta f}[k, n] = \frac{f_0}{2\pi} \left( \overline{\Delta \varphi}[k, n] - 2k\pi \right) \quad (3.25)$$

Dada a característica de translação na frequência dos filtros DFT, (3.15) pode ser utilizada para correção da amplitude e (3.18) para correção da fase da componente de ordem  $k$ , com uso do resultado de (3.25). Como visto, o caso harmônico é semelhante ao caso da fundamental e o processo de generalização consiste basicamente na obtenção de (3.25), uma expressão geral para o cálculo do desvio de frequência do  $k$ -ésimo harmônico.

### 3.3. A unidade MAF-DFT

#### 3.3.1. O Algoritmo

Baseado no emprego das equações obtidas na seção anterior para estimação de amplitude, frequência e fase, é derivado o algoritmo do que será chamado de unidade básica *MAF-DFT*. Vale enfatizar novamente que  $N$  é o número de pontos em um ciclo fundamental da frequência  $f_0$ .

**Passo 1:** Adquirir amostra do sinal no instante  $n$ .

**Passo 2:** Utilizar a formulação recursiva da DFT com janela de tamanho  $N$  para o cálculo do  $k$ -ésimo ( $k=1,2,\dots,N/2$ ) harmônico de  $x[n]$  no instante  $n$ ,

$$X[k,n] = C \cdot \left\{ X[k,n-1] \cdot e^{j2\pi k/N} + (x[n] - x[n-N]) \cdot e^{j2\pi k/N} \right\} \quad (3.26)$$

**Passo 3:** Calcular o módulo de  $X[k,n]$  e a diferença de fases entre  $X[k,n]$  e o resultado da DFT da janela atrasada de  $N$  amostras, ou seja,  $X[k,n-N]$ ,

$$\begin{aligned} |X[k,n]| &= \sqrt{\text{Re}(X[k,n])^2 + \text{Im}(X[k,n])^2} \\ \Delta\varphi[k,n] &= \angle X[k,n] - \angle X[k,n-N] \end{aligned} \quad (3.27)$$

**Passo 4:** Utilizar dois filtros de média móvel de ordem  $J$  para suavização dos resultados obtidos no passo 3,

$$\begin{aligned} \overline{|X[k,n]|} &= \overline{|X[k,n-1]|} + \frac{1}{J} (|X[k,n]| - |X[k,n-J]|) \\ \overline{\Delta\varphi[k,n]} &= \overline{\Delta\varphi[k,n-1]} + \frac{1}{J} (\Delta\varphi[k,n] - \Delta\varphi[k,n-J]) \end{aligned} \quad (3.28)$$

**Passo 5:** Calcular o valor estimado do desvio de frequência instantâneo, fazendo uso da saída do MAF para diferença de fases do passo 4,

$$\hat{\Delta f}[k,n] = \frac{f_0}{2\pi} (\overline{\Delta\varphi[k,n]} - 2k\pi) \quad (3.29)$$

**Passo 6:** Estimar o valor de atenuação do filtro na componente  $+f_k$ ,

$$|\hat{H}_{f_k+}| = \frac{1}{N} \left| \frac{\text{sen}\left(\frac{N\pi}{f_s} \hat{\Delta f}[k,n]\right)}{\text{sen}\left(\frac{\pi}{f_s} \hat{\Delta f}[k,n]\right)} \right| \quad (3.30)$$

**Passo 7:** Corrigir a amplitude da componente de ordem  $k$ , fazendo uso da saída do MAF para a amplitude do passo 3 e o fator de atenuação do passo 5,

$$\hat{V}[k,n] = \frac{|X[k,n]|}{|\hat{H}_{f_k+}|} \quad (3.31)$$

**Passo 8:** Estimar o deslocamento de fase do filtro na componente  $+f_k$ ,

$$\angle \hat{H}_{f_{k+}} = -\frac{(N-1)\pi}{f_s} \hat{\Delta}f[k, n] \quad (3.32)$$

**Passo 9:** Efetuar correção na fase da componente de ordem  $k$ , com o resultado original da DFT e o deslocamento calculado no Passo 8

$$\hat{\varphi}[k, n] = \angle X[k, n] - \angle \hat{H}_{f_{k+}} \quad (3.33)$$

**Passo 10:** Voltar ao passo 1.

O conjunto Passo1–Passo10 constitui, portanto, o algoritmo para estimação de desvios de frequência e correção da amplitude, tanto da componente fundamental quanto das componentes harmônicas de um sinal elétrico. Tal algoritmo pressupõe a predominância da componente de ordem  $k$  na saída do filtro de ordem  $k$ . Trata-se de uma aproximação razoável, considerando que, mesmo com desvios de frequência, a atenuação das demais componentes no filtro de ordem  $k$  é suficiente o bastante para obtenção de resultados satisfatórios, como será mostrado na análise qualitativa e quantitativa destes.

### 3.3.2. Representação em Diagrama de Blocos

Utilizando os operadores “abs” e “angle”, respectivamente o módulo e o ângulo de fase de uma grandeza complexa, o algoritmo apresentado pode ser sintetizado na estrutura de blocos mostrado na Figura 3-7.

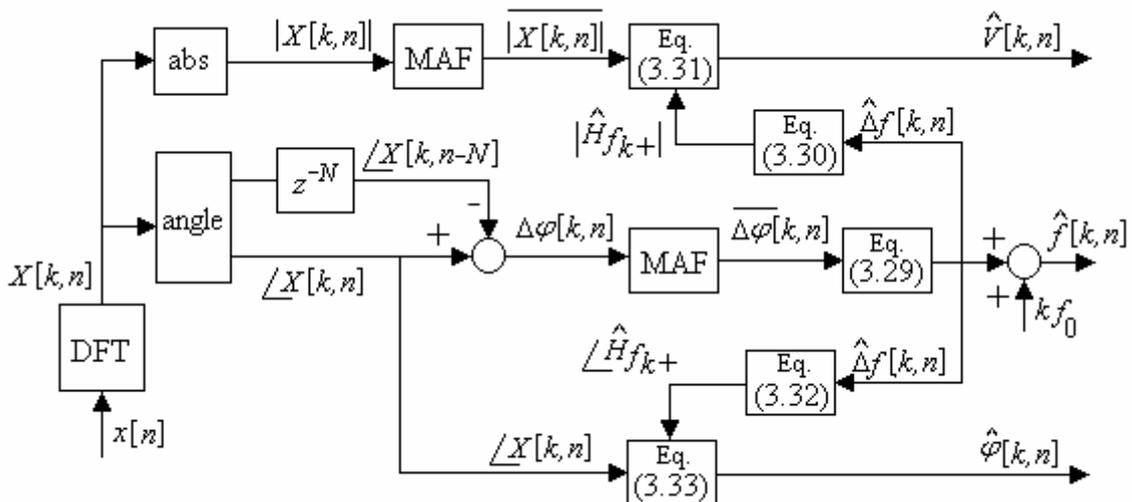


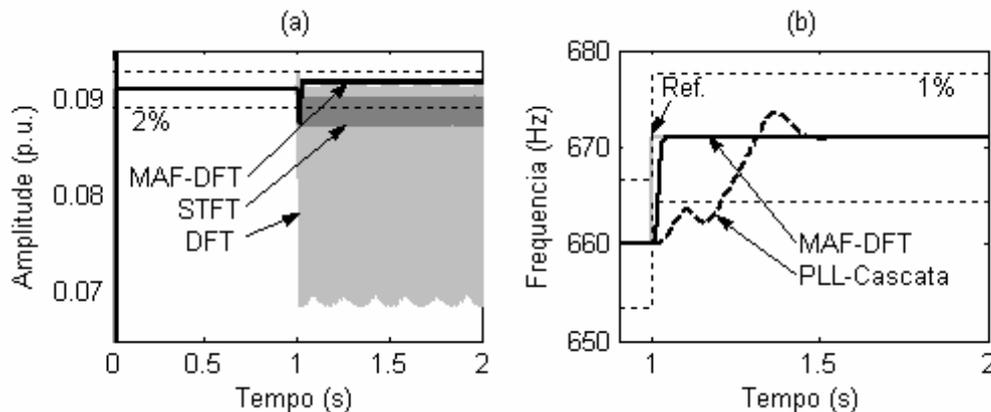
Figura 3-7 Unidade básica MAF-DFT

### 3.4. Resultados de Simulações e Análise Quantitativa

Apresentamos nesta seção os resultados para esta metodologia. O sinal simulado possui 64 pontos por ciclo fundamental, isto é, a frequência de amostragem é  $f_s=64 \times f_0$  Hz. A janela para o cálculo da DFT é também de 64 pontos e os filtros de média móvel possuem  $J=32$ . A amplitude máxima é  $V_M=1$  p.u. e a frequência ideal da componente fundamental é  $f_0=60$  Hz. Além da fundamental, consideram-se inserido no sinal os harmônicos ímpares até o de 15ª ordem, com amplitudes iguais ao inverso da sua ordem.

#### 3.4.1. Degrau na frequência

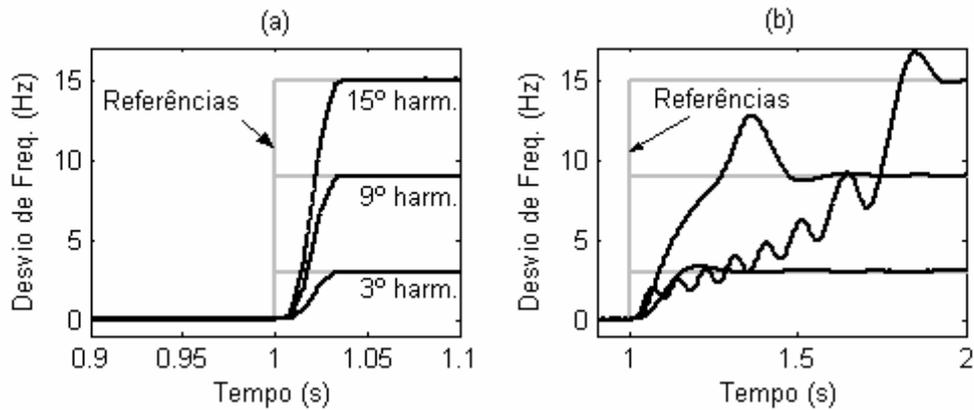
O degraú na frequência da componente fundamental  $\Delta f=1$  Hz imposto em  $t=1$  s é considerado, como nas simulações anteriores. Foi visto que os métodos DFT e STFT apresentam resultados satisfatórios para estimação da amplitude da componente fundamental para esse desvio de frequência. Entretanto, com o aumento da ordem da componente e o conseqüente aumento no desvio da frequência desta, o desempenho destes métodos torna-se insatisfatório, como mostrado na Figura 3-8. Nesta figura, em (a) são comparados os resultados da estimação de amplitude do 11º harmônico para os métodos DFT, STFT e a estrutura proposta MAF-DFT. Em (b) é mostrado o rastreamento do desvio da frequência desta mesma componente. Com aproximadamente 2,5 ciclos a nova frequência (671 Hz) do 11º harmônico é rastreada. O resultado da estrutura PLL-cascata é também mostrado para ilustrar a diferença entre os métodos.



**Figura 3-8** Estimativa de amplitude e frequência do 11º harmônico. (a) Comparação da amplitude estimada pelos métodos DFT, STFT e MAF-DFT e, (b) Comparação da frequência estimada pelos métodos MAF-DFT e PLL-Cascata

O rastreamento dos desvios de frequência de outros harmônicos é mostrado na Figura 3-9(a) e (b). Em (a) é mostrado o resultado da estrutura MAF-DFT e em (b) o resultado da estrutura PLL-Cascata. Todas as componentes são rastreadas pelo método proposto aqui com

aproximadamente 2,5 ciclos, resultado diferente do obtido com a estrutura PLL-cascata. Esta é uma característica intrínseca da unidade MAF-DFT que utiliza basicamente filtros FIR, os quais possuem respostas transitórias dependentes unicamente de suas ordens.



**Figura 3-9** Rastreamento dos desvios de frequência dos harmônicos de ordem 3, 9 e 15. (a) Resultado da estrutura MAF-DFT e, (b) Resultado da Estrutura PLL-Cascata

A Tabela III mostra o erro quadrático médio, o erro instantâneo máximo e o erro de *offset* para todas as componentes, considerando os métodos discutidos até este capítulo. O desempenho da estrutura MAF-DFT supera o dos demais métodos. Diferentemente do capítulo anterior, foi preferida a apresentação dos dados em tabelas ao invés de gráficos de barras, para permitir uma comparação mais detalhada.

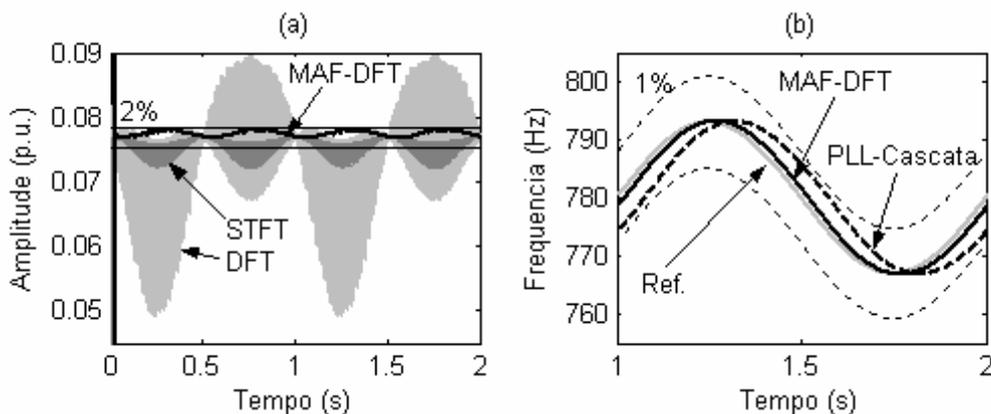
**Tabela III – Parâmetros para comparação das estimativas de amplitudes de todas as componentes do sinal: o caso da variação em degrau na frequência**

MÉTODO	Ordem Componente							
	1	3	5	7	9	11	13	15
<b>MSE (x10<sup>-6</sup>)</b>								
<b>DFT</b>	0,7134	3,256	7,253	12,84	20,43	30,96	47,66	89,73
<b>STFT</b>	0,06132	0,5506	1,525	2,977	4,894	7,253	9,984	11,87
<b>PLL-Cascata</b>	0,5217	23,63	9,105	4,836	2,758	1,740	1,278	1,157
<b>MAF-DFT</b>	0,02798	0,1034	0,2569	0,4766	0,7426	1,003	1,095	0,3747
<b>Erro instantâneo máximo (%)</b>								
<b>DFT</b>	0,1898	1,713	4,789	9,492	15,98	24,59	36,21	54,13
<b>STFT</b>	0,0349	0,3015	0,8462	1,623	2,738	3,951	5,825	6,445
<b>PLL-Cascata</b>	0,08601	1,500	1,547	1,679	1,573	1,514	1,539	1,702
<b>MAF-DFT</b>	0,01882	0,1143	0,2971	0,5522	0,8576	1,191	1,467	1,076
<b>Offset (%)</b>								
<b>PLL-Cascata</b>	-0,07149	1,458	1,509	1,537	1,494	1,451	1,469	1,613
<b>MAF-DFT</b>	0,01667	0,09616	0,2528	0,4823	0,7741	1,099	1,356	0,8980

Quanto ao MSE apresentado pelas unidades MAF-DFT, destaca-se o valor máximo desse parâmetro igual a  $1,095 \times 10^{-6}$ , que ocorre para o 13º harmônico. Em relação ao erro instantâneo máximo, o desvio de 15 Hz no 15º harmônico, e o não cancelamento das demais componentes, faz o erro na estimativa da amplitude desta componente atingir 54% na DFT, não ultrapassando 1,5% na estrutura proposta. Quanto ao erro de *offset*, é interessante destacar a presença deste no resultado da unidade MAF-DFT, devido à influência das demais componentes no valor médio da componente estimada. Embora existentes, são inferiores aos apresentados pela estrutura PLL-Cascata.

### 3.4.2. Variação senoidal na frequência

A variação senoidal da frequência em torno do valor ideal  $f_0$ , como nas simulações anteriores, é considerada aqui. O desvio máximo e a frequência de variação são ambos iguais a 1Hz. Assim como no caso anterior, os resultados dos métodos DFT e STFT apresentam piores resultados para as componentes com desvios de frequência maiores, como o caso do 13º harmônico mostrado na Figura 3-10. Nesta figura, em (a) pode ser observado o resultado do método MAF-DFT não ultrapassando a faixa de 2% de erro. Em (b) é detalhado o rastreamento da frequência do 13º harmônico. Enquanto o método apresentado neste capítulo apresenta um atraso para a referência de aproximadamente 1,5 ciclo, o método PLL-Cascata está apresenta atraso superior a 5 ciclos.



**Figura 3-10 Estimativa de amplitude e frequência do 13º harmônico. (a) Comparação da amplitude estimada pelos métodos DFT, STFT e MAF-DFT e, (b) Comparação da frequência estimada pelos métodos MAF-DFT e PLL-Cascata**

O erro médio quadrático e o erro instantâneo máximo para os dados das estimativas de amplitude são mostrados na Tabela IV. A unidade MAF-DFT apresentada neste capítulo apresenta desempenho muito superior aos demais métodos. O erro instantâneo não chega a 2% para nenhuma das componentes estimadas.

**Tabela IV – Parâmetros para comparação das estimativas de amplitudes de todas as componentes do sinal: o caso da variação senoidal na frequência**

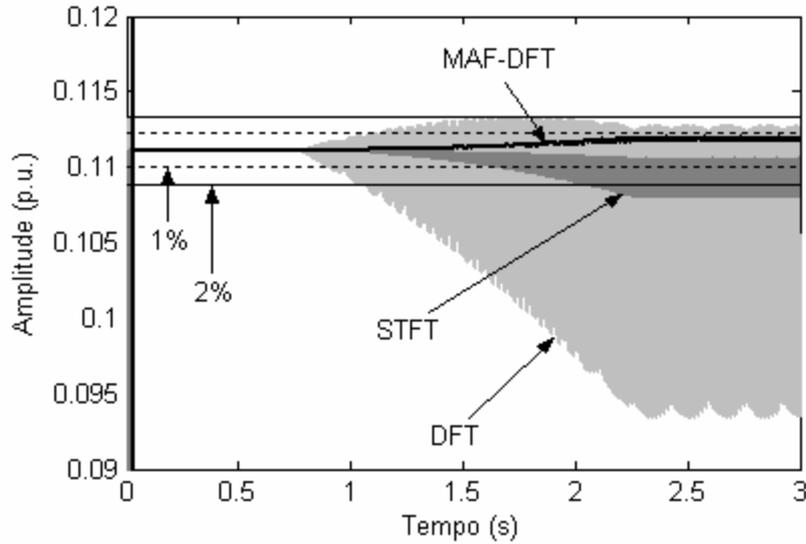
MÉTODO	Ordem Componente							
	1	3	5	7	9	11	13	15
<b>MSE (x10<sup>-6</sup>)</b>								
<b>DFT</b>	0,3458	1,409	3,012	5,254	8,329	12,73	20,13	42,03
<b>STFT</b>	0,02511	0,2255	0,6249	1,220	2,007	2,976	4,095	4,713
<b>PLL-Cascata</b>	22,83	78,28	390,1	596,1	884,0	721,6	313,8	548,2
<b>MAF-DFT</b>	0,01610	0,04777	0,1168	0,2161	0,3371	0,4571	0,5008	0,1656
<b>Erro instantâneo máximo (%)</b>								
<b>DFT</b>	0,1896	1,711	4,783	9,474	15,93	24,50	36,02	53,75
<b>STFT</b>	0,03765	0,3256	0,9141	1,752	2,960	4,252	6,357	6,661
<b>PLL-Cascata</b>	0,7672	4,950	17,62	31,65	49,91	54,97	42,22	66,32
<b>MAF-DFT</b>	0,01987	0,1244	0,3296	0,6265	0,9957	1,390	1,703	1,295

### 3.4.3. Variação em rampa na frequência

Este caso simula uma condição normalmente encontrada no cenário de chaveamento de cargas, onde a frequência do SEP é variante conforme uma rampa. O objetivo é testar as características de rastreamento de frequência. A frequência é considerada constante ( $=f_0$ ) até certo tempo  $t_i$ . Com as operações de inserção e retirada de cargas esta varia linearmente até certo tempo  $t_f$ , onde estabiliza com o valor  $f_0+\Delta f$ . Pode-se escrever portanto,

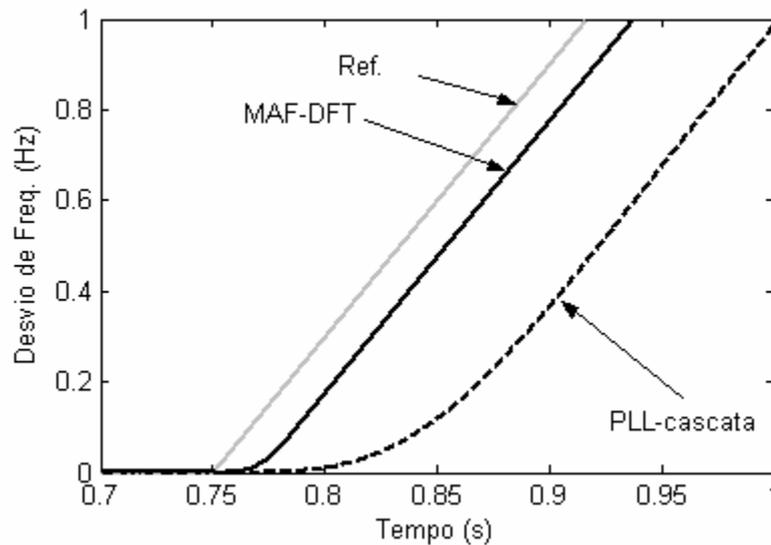
$$f = \begin{cases} f_0, & t < t_i \\ f_0 + \frac{\Delta f}{t_f - t_i}(t - t_i), & t_i \leq t < t_f \\ f_0 + \Delta f, & t \geq t_f \end{cases} \quad (3.34)$$

Para simulação são considerados presentes no sinal de entrada também os harmônicos ímpares além da fundamental, com as mesmas amplitudes das simulações anteriores. Os valores para simulação dos parâmetros de (3.34) são  $t_i=0,75$  s,  $t_f=2,25$  s e  $\Delta f=1$  Hz, o que gera uma taxa de variação de 0,667 Hz/s. Na Figura 3-11 é mostrada a estimativa da amplitude do 9º harmônico. A estrutura MAF-DFT fornece estimativas para este harmônico que não ultrapassam a faixa de 1% de erro, o mesmo não acontecendo com os resultados da DFT e da STFT.



**Figura 3-11 Estimativa da amplitude do 9º harmônico**

Na Figura 3-12, o detalhe do rastreamento da frequência do 9º harmônico. Novamente, o atraso é de aproximadamente 1,5 ciclo para o método MAF-DFT e superior a 5 ciclos para a estrutura PLL-Cascata.

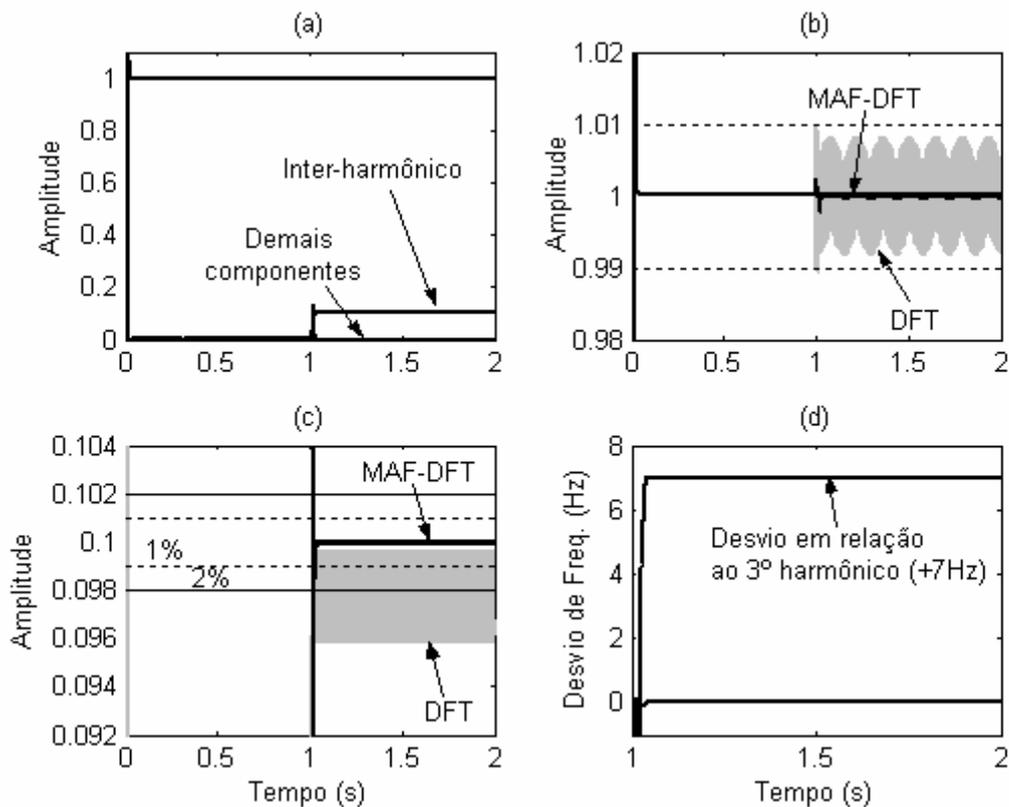


**Figura 3-12 Rastreamento dos desvios de frequências do 9º harmônico**

#### 3.4.4. Presença de inter-harmônico

O sinal com uma componente inter-harmônica de 187 Hz e amplitude de 10% da fundamental, como nos casos anteriores, é utilizado para avaliar o desempenho do método apresentado neste capítulo. Foi mostrado que os métodos DFT e STFT apresentam componentes harmônicas não-nulas devido ao espalhamento de energia da componente de

187 Hz. Já a estrutura PLL-Cascata rastreia a componente inter-harmônica, porém com um atraso de aproximadamente 4 s. O resultado para a estrutura MAF-DFT é mostrado na Figura 3-13. Em (a) percebe-se a capacidade de extrair somente o inter-harmônico, cancelando as amplitudes não-nulas que aparecem no resultado da DFT. Note em (b) a correção do resultado da DFT, afetado pela presença do inter-harmônico, e em (c) a estimativa da componente inter-harmônica no interior da faixa de 1% de erro. Em (d) é mostrado o rastreamento da componente de 187 Hz pela unidade harmônica mais próxima (a do 3º harmônico), o que explica o desvio de +7 Hz.



**Figura 3-13 Resultados para a presença do inter-harmônico, (a) Amplitudes estimadas, (b) Detalhe da fundamental, (c) Detalhes da componente inter-harmônica e, (d) Rastreamento do desvio de frequência da componente inter-harmônica**

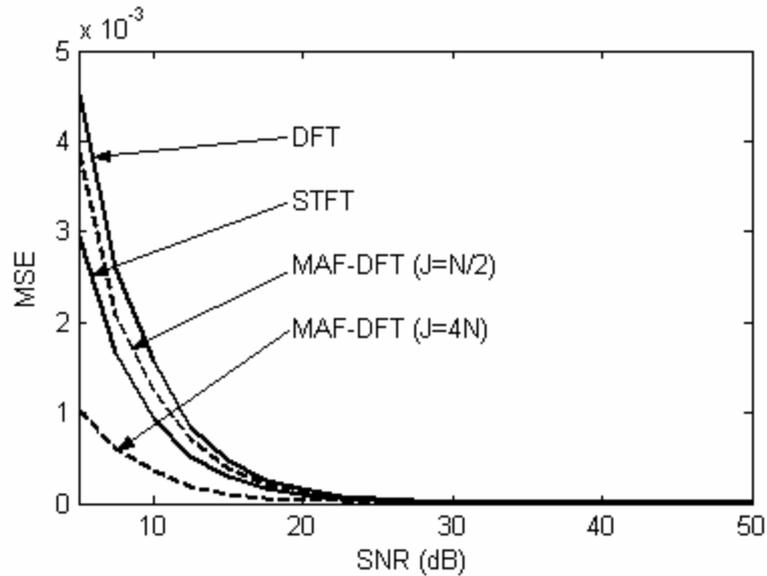
### 3.4.5. Imunidade a ruído

Considera-se neste caso um sinal com a componente fundamental à qual é somado um ruído branco Gaussiano  $n(t)=\mathcal{N}(0,\sigma^2)$ ,

$$x(t) = V_M \cdot \text{sen}(2\pi f_0 t) + n(t) \quad (3.35)$$

A análise realizada consiste no levantamento do MSE na estimativa da amplitude da fundamental quando é variada a SNR no sinal. Os resultados são mostrados na Figura 3-14. A

estrutura MAF-DFT apresenta resultados melhores que a DFT já que utiliza o MAF para filtragem da amplitude deste. O aumento da ordem do MAF é responsável pelo aumento da imunidade da estrutura MAF-DFT ao ruído, como mostrado na figura para simulações com a ordem dos filtros de média móvel igual a quatro vezes o tamanho da janela ( $J=4N$ ).



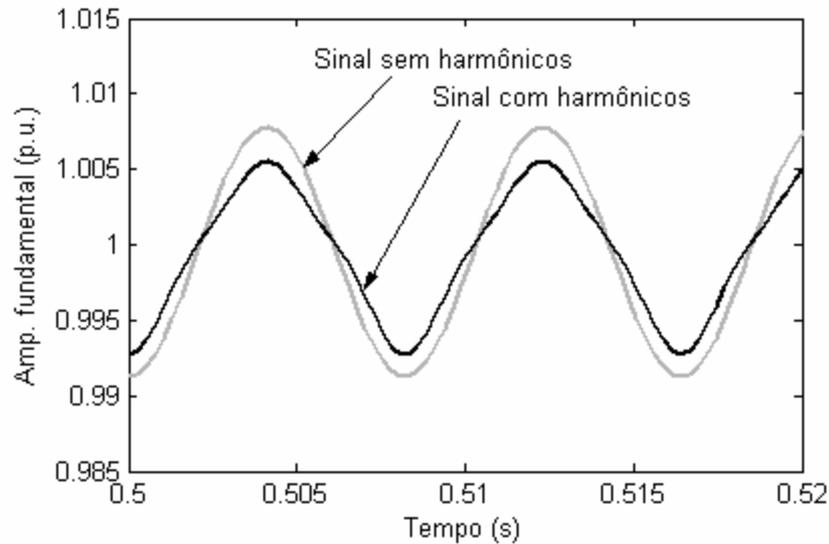
**Figura 3-14** Relação entre o MSE da estimativa da amplitude com a variação da relação sinal ruído (SNR)

### 3.4.6. Comentários

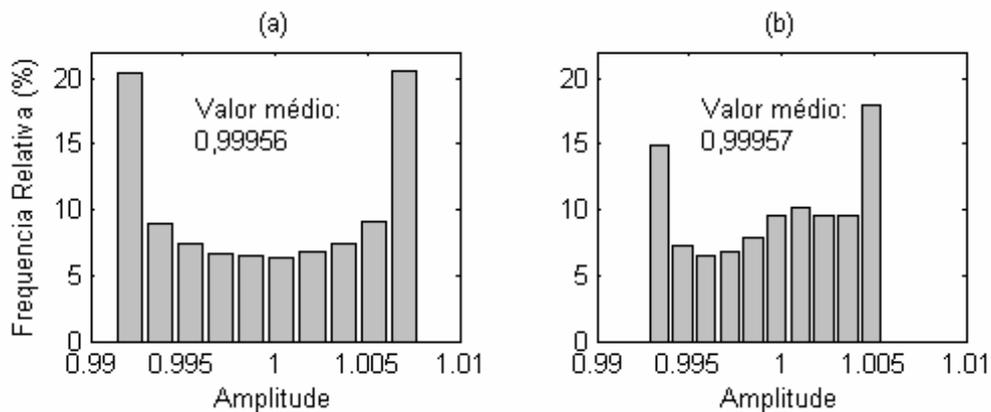
A aproximação apresentada neste capítulo, baseada em filtros de média móvel, mostrou-se adequada para análise dos sinais considerados que simulam condições não ideais de um sinal elétrico de um SEP. Os resultados foram satisfatórios, tanto para sinais com frequência variante no tempo, quanto para sinais com componente inter-harmônica.

Embora a estrutura baseie-se na hipótese de a componente de ordem  $k$  ser a única saída do filtro de ordem  $k$ , com o desvio de frequência sabe-se que, a rigor, isso não é verdade. Este efeito é visualizado na Figura 3-165 para estimativas da componente fundamental de dois sinais através da DFT. Um dos sinais analisado é basicamente um sinal senoidal puro de 61 Hz amostrado de forma assíncrona. O outro sinal analisado é constituído pela fundamental de 61 Hz e também pelo terceiro e quinto harmônicos, com amplitudes relativas de 10% e 4%, respectivamente. Com os dados mostrados na Figura 3.15, são feitos os histogramas apresentados na Figura 3.16. Nesta figura, em (a), observe a distribuição característica de uma senóide, como esperado. Em (b), observe o efeito das componentes harmônicas na amplitude da componente fundamental mudando a característica da distribuição dos dados. Entretanto, com a atenuação destas componentes harmônicas pelo

filtro DFT da fundamental, observe que os valores médios das distribuições são muito próximos, o que explica os bons resultados com o método apresentado. A diferença entre os valores médios das duas distribuições é a explicação para o erro de *offset* observado nos resultados obtidos com a unidade MAF-DFT.



**Figura 3-15 Amplitude da componente fundamental calculada pela DFT para dois sinais elétricos: um sinal senoidal puro e um sinal com harmônicos**



**Figura 3-16 Histograma do resultado da estimativa da componente fundamental pela DFT com amostragem assíncrona, (a) sinal senoidal puro e, (b) sinal com fundamental mais harmônicos (3° e 5°)**

### 3.5. Esforço computacional

A contagem de operações aproximadas necessárias para realização da estrutura MAF-DFT é simples. Os três primeiros passos do algoritmo apresentado em 3.3.1 consistem no algoritmo DFT, cuja complexidade computacional é mostrada na Tabela II. Realizando a

contagem para os passos seguintes e somando às operações do algoritmo DFT são então obtidos os dados para o método MAF-DFT, considerando a estimativa das 15 componentes durante um ciclo total da componente fundamental. Os resultados são mostrados na Tabela V.

**Tabela V – Complexidade computacional aproximada do método MAF-DFT, durante um ciclo completo da fundamental, para análise desta e de suas componentes harmônicas pares e ímpares até a de 15ª ordem**

Método ( $f_s=128 \times f_0$ )	Operações			
	Somas	Multiplicações	Busca em tabelas	divisões
<b>DFT</b>	19.200	40.192	5.760	3.712
<b>DFT (<math>f_s=32 \times f_0</math>)</b>	4.800	10.048	1.440	928
<b>STFT (<math>f_s=32 \times f_0</math>)</b>	29.760	85.408	31.200	928
<b>PLL-Cascata</b>	24.960	30.720	3.840	-
<b>MAF-DFT</b>	30.720	55.552	9.600	7.552
<b>MAF-DFT (<math>f_s=32 \times f_0</math>)</b>	7.680	13.888	2.400	1.888

Novamente, duas taxas de amostragem são consideradas. A primeira, de 128 pontos por ciclo, ou seja, a taxa de amostragem utilizada para simulação da estrutura PLL-cascata. A segunda, de 32 pontos por ciclo, suficiente para a extração de todas as componentes harmônicas consideradas neste trabalho, segundo o Teorema da Amostragem. Com taxa de amostragem de 128 pontos por ciclo, o método MAF-DFT exige, em geral, maior número de operações que os demais, exceto a STFT. Entretanto, diminuindo a taxa de amostragem para o valor próximo do limite, é notável o baixo número de operações necessárias para o algoritmo apresentado aqui. Aliado aos resultados apresentados nas simulações, a “baixa” complexidade computacional da unidade MAF-DFT faz desta uma ferramenta poderosa na análise de sinais e com baixa relação custo-benefício.

### 3.6. Sumário

Este capítulo apresentou uma simples metodologia para melhorar o resultado obtido com a DFT. Inicialmente foi realizado um estudo sobre os efeitos da amostragem assíncrona no resultado desta transformada. Em seguida foi apresentado o filtro de média móvel como ferramenta para eliminação das oscilações do resultado. Expressões simples que relacionam os erros de fase com o desvio de frequência e o desvio de frequência com o erro da amplitude foram obtidas para a componente fundamental. A posterior generalização destas equações

mostrou a capacidade do método de rastreamento de componentes harmônicas individualmente.

O algoritmo MAF-DFT foi então apresentado. Os resultados de simulação mostraram a eficiência deste método na análise de sinais com frequência variante no tempo e também de sinais onde são encontradas componentes inter-harmônicas. Embora verificado o erro de *offset* nas estimativas de amplitude, este não afetou as medidas, onde foram consideradas faixas de erros de 1% e 2%. A tabela com a complexidade computacional aproximada do método mostrou o baixo número de operações necessárias, comparado com os dados de outros métodos usados para comparação.

# 4

## Processamento Multitaxa

### 4.1. Introdução

Como visto anteriormente no Capítulo 2, a contaminação do sinal por harmônicos prejudica a estimação dos parâmetros da componente fundamental de um sinal elétrico utilizando o conjunto de equações do PLL. Foi mostrada a estratégia adotada por Karimi-Ghartemani & Iravani [15] para lidar com este problema. Outra solução passível de ser adotada é a filtragem do sinal para separação de cada componente e posterior aplicação da ferramenta de estimação: o PLL.

A abordagem deste capítulo é centrada no processamento multitaxa e nos conceitos relativos a este tópico do processamento digital de sinais que podem auxiliar em algoritmos de baixo custo computacional para o rastreamento de componentes harmônicas e inter-harmônicas de sinais elétricos. Inicialmente é apresentada a estrutura denominada de banco de filtros com ênfase no dispositivo de diminuição de taxa de amostragem, sendo apresentados os conceitos de sub-amostragem e frequência aparente. Um algoritmo simples mostra como relacionar as frequências aparentes com as frequências reais dos sinais analisados permitindo

o rastreamento destas. O filtro paramétrico utilizado na estrutura do banco é então analisado, sendo apresentada sua resposta em frequência e a relação desta com seus parâmetros. Além de serem responsáveis pela separação do sinal, estes filtros beneficiam a análise de um sinal já que aumentam a SNR. Finalizando é feita uma análise da relação da frequência de amostragem com o tempo de transitório e a largura de faixa de passagem do filtro.

## 4.2. Bancos de filtros

Um banco de filtros digitais é um conjunto de filtros digitais passa-banda com as entradas comuns ou com as saídas somadas, conforme define Vaidyanathan [24]. Dado o objetivo deste trabalho de determinar o conteúdo harmônico/inter-harmônico de um sinal elétrico, é considerado o banco de filtros de entradas comuns, denominado banco de *análise*. Uma estrutura geral de banco de análise é mostrada na Figura 4-1.

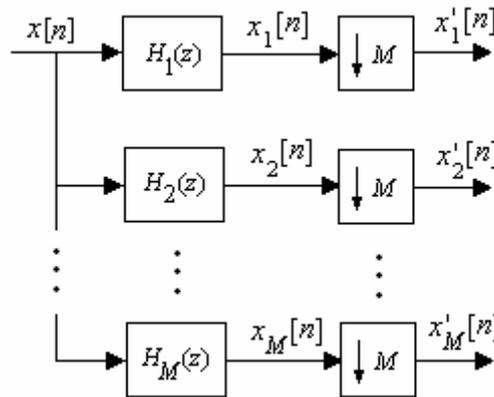


Figura 4-1 Estrutura geral de um banco de filtro de análise

Os filtros passa-bandas  $H_j(z)$  ( $j=1,2,\dots,M$ ) são denominados filtros digitais de análise e são responsáveis pela decomposição do sinal de entrada num conjunto de  $M$  sinais  $x_j[n]$ , cada um ocupando uma determinada porção da banda de frequência do sinal original. Como enfatiza Mitra [5], o sinal está sendo “analisado” através da separação de seu espectro em um conjunto de bandas espectrais estreitas, processo ilustrado na Figura 4-2. Os blocos que seguem os filtros são denominados dispositivos *down-sampler*, e são responsáveis por diminuir as taxas de amostragem para os processamentos dos sinais  $x_j[n]$ .

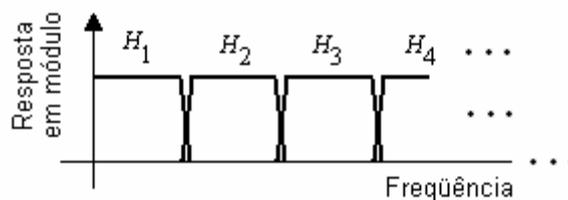


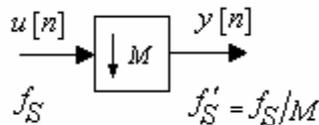
Figura 4-2 Resposta em frequência dos filtros de análise

### 4.3. Diminuição de taxa de amostragem

Considerando a abordagem de bancos de filtros realizada na seção anterior, esta seção apresenta um estudo do dispositivo de taxa de amostragem. Para esta análise é considerado que o banco seja responsável pela separação do sinal elétrico analisado de forma que cada filtro possua como saída uma banda do sinal de entrada que contenha uma única componente harmônica. De uma forma geral, pode-se dizer que a saída do filtro  $H_1(z)$  contém a componente fundamental, a saída do filtro  $H_2(z)$  contém o segundo harmônico, e assim sucessivamente.

#### 4.3.1. Caracterização no domínio do tempo

O processo de diminuição de taxa de amostragem é desempenhado pelo dispositivo denominado *down-sampler*, mostrado isoladamente na Figura 4-3. Tal dispositivo, com um sinal de entrada  $u[n]$  e fator inteiro positivo  $M$ , é responsável por gerar um sinal de saída  $y[n]$  com taxa de amostragem  $M$  vezes menor que a taxa do sinal de entrada.



**Figura 4-3** Representação em diagrama de blocos do dispositivo de diminuição da taxa de amostragem, o *down-sampler*.

Em outras palavras, o *down-sampler* retém todas as amostras com índice múltiplo de  $M$ , removendo as  $M-1$  amostras entre as consecutivas amostras retidas, como mostrado na Figura 4-4 para um sinal senoidal. Nesta figura, o sinal de entrada  $u[n]$  é representado pela linha contínua cinza com as amostras destacadas com pequenos pontos cheios. Com um fator  $M=3$ , as amostras  $x[0]$ ,  $x[3]$ ,  $x[6]$ , ... são retidas e as demais descartadas. Matematicamente, a relação entre entrada e saída é escrita por,

$$y[n] = u[nM] \quad (4.1)$$

Outro exemplo de processo de redução de taxa de amostragem é mostrado na Figura 4-5, onde é considerado o mesmo sinal de entrada do caso anterior. Entretanto o valor de  $M$  para este exemplo é 30. As amostras do sinal de saída são destacadas com o traço da linha grossa preta. O processo ilustrado neste exemplo é denominado sub-amostragem. Ocorre devido à nova frequência de amostragem não satisfazer ao Teorema da Amostragem. Neste

caso, pode-se dizer que um sinal de entrada de frequência  $f$  qualquer aparece na saída do dispositivo com uma *frequência aparente*  $f'$ , tal que  $f' < f$ .

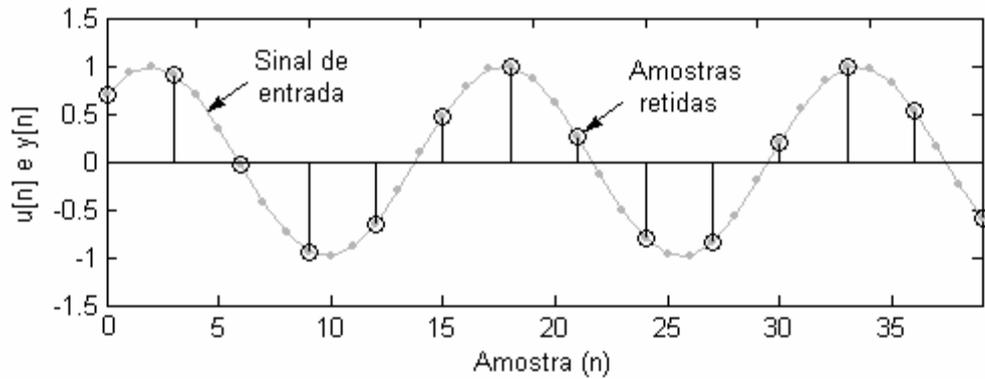


Figura 4-4 Ilustração do processo de diminuição de taxa de amostragem  $M=3$

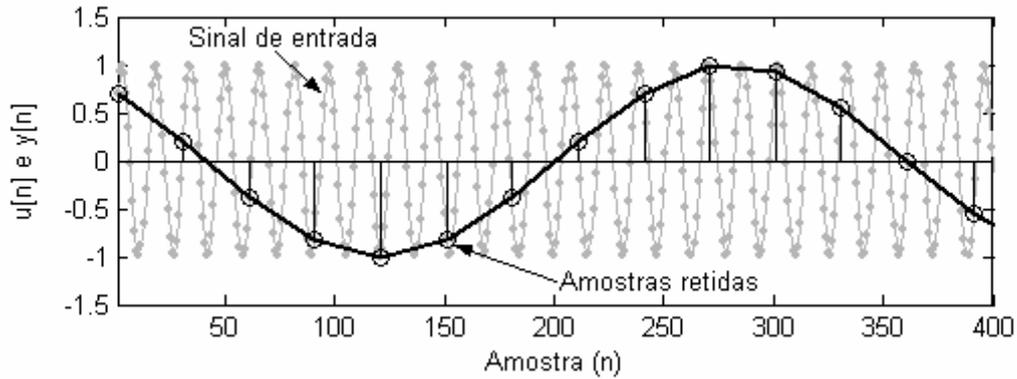


Figura 4-5 Ilustração do processo de diminuição de taxa de amostragem  $M=30$ , o efeito de sub-amostragem.

### 4.3.2. Caracterização no domínio da frequência

Nesta seção é analisada a relação entre os espectros de frequências dos sinais de entrada e saída do bloco *down-sampler*. Aplicando a transformada  $Z$  em (4.1),

$$Y(z) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} u[nM]z^{-n} \quad (4.2)$$

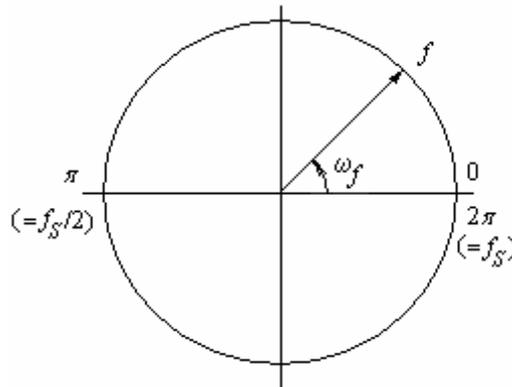
O segundo membro da igualdade (4.2) não pode ser expresso em termos de  $U(z)$  diretamente. Mitra [5] faz uso de uma seqüência auxiliar para desenvolver este somatório e, substituindo  $z=e^{j\omega}$ , mostra que,

$$Y(e^{j\omega}) = \frac{1}{M} \sum_{k=0}^{M-1} U\left(e^{j(\omega-2\pi k)/M}\right) \quad (4.3)$$

A equação (4.3) mostra que o espectro do sinal de saída do *down-sampler* é uma soma de  $M$  versões escaladas pelo fator  $1/M$ , uniformemente deslocadas e alargadas do espectro do sinal de entrada. Nesta equação,  $\omega$  é denominada frequência normalizada (em radianos), relacionando-se com a frequência em Hertz por meio de,

$$\omega = \frac{f}{f_s} 2\pi \quad (4.4)$$

O processo de sub-amostragem apresentado anteriormente pode ser completamente caracterizado pela análise de (4.3). Entretanto, para análise de sinais senoidais puros nas entradas dos dispositivos *down-sampler*, o escopo principal desse capítulo, uma abordagem alternativa e muito simples pode ser utilizada. Seja, portanto, um sinal senoidal de frequência  $f$  qualquer amostrado com uma frequência  $f_s$ . Construindo uma circunferência e calculando a frequência normalizada conforme (4.4), esta componente é posicionada como mostrado na Figura 4-6.



**Figura 4-6** Posicionamento de uma componente de frequência  $f$  em um ciclo após amostragem com taxa  $f_s$ .

Após a diminuição de taxa, a frequência de amostragem do sinal de saída é  $M$  vezes menor que a frequência de amostragem do sinal de entrada. Isso faz com que a componente, posicionada com ângulo  $\omega_f$ , seja reposicionada na circunferência com um ângulo  $M \cdot \omega_f$ . Esta nova posição angular pode ser dividida em três principais grupos, como mostrado na Figura 4-7. Nesta figura, em (a) a frequência de amostragem resultante do processo de diminuição de taxa foi tal que obedeceu ao Teorema da amostragem. Ou seja, a taxa de amostragem  $f_s'$  é maior que duas vezes a maior frequência do sinal, neste caso  $f$ . Em (b) e (c) são caracterizadas operações de sub-amostragem. O fator  $M$  foi tal que a relação  $f_s' > 2f$  não é satisfeita. Analisando primeiramente (b), note que a componente está posicionada no semi-ciclo inferior. Desta forma, o cálculo da frequência aparente é realizado considerando a frequência

normalizada  $\omega'$ , medida na componente espelhada de  $f$  em relação ao eixo horizontal. Considerando a equivalência  $2\pi \rightarrow f_s/M$ , uma simples regra de três é utilizada para obter,

$$f' = \frac{\omega' f_s}{2\pi M}$$

onde

$$\omega' = 2\pi - M\omega_f$$
(4.5)

É fácil perceber a relação inversa entre a frequência original do sinal  $f$  e a frequência aparente  $f'$ . Atentando para as posições angulares, note que o acréscimo na frequência  $f$  resulta em um decréscimo na frequência  $f'$  já que  $M \cdot \omega_f$  aumenta e, conseqüentemente,  $\omega'$  diminui. Já um decréscimo em  $f$  resulta num decréscimo de  $M \cdot \omega_f$ , resultado que aumenta o valor de  $\omega'$  e, conseqüentemente, produz um acréscimo em  $f'$ .

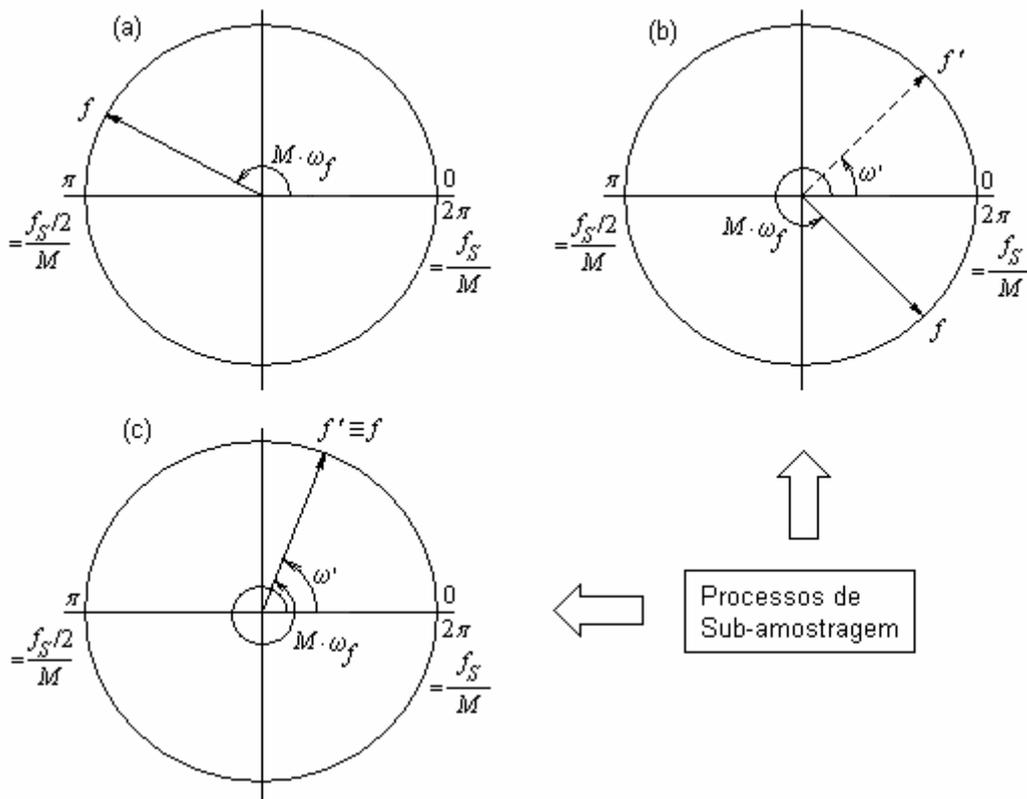


Figura 4-7 Posicionamento de uma componente de frequência  $f$  em um ciclo após amostragem com taxa  $f_s$ .

Com procedimento semelhante ao adotado para a Figura 4-7(b), em (c) a frequência aparente pode ser obtida por,

$$f' = \frac{\omega' f_s}{2\pi M}$$

onde

$$\omega' = M\omega_f - 2\pi$$
(4.6)

Diferentemente do caso (b), é fácil perceber que em (c) as frequências  $f$  e  $f'$  possuem relação direta. Ou seja, um acréscimo em  $f$  acarreta um acréscimo em  $f'$  e um decréscimo em  $f$  acarreta um decréscimo em  $f'$ . As equações (4.5) e (4.6) permitem, portanto, o cálculo da frequência aparente decorrida do processo de sub-amostragem de um sinal senoidal. Além disso, permitem a identificação das relações direta ou inversa entre as frequências aparente e real.

Será obtido agora o desvio na frequência aparente  $\Delta f'$  ocasionado por um desvio de  $\Delta f$  Hz na frequência do sinal de entrada. Analisando primeiro (4.5), pode-se reescrever  $\omega_f$  utilizando (4.4). Assim, realizando as substituições,

$$f' = \left( \frac{2\pi - M \left( \frac{f}{f_s} 2\pi \right)}{2\pi} \right) \frac{f_s}{M} \quad (4.7)$$

Desenvolvendo (4.7),

$$\begin{aligned} f' &= \frac{2\pi}{2\pi} \left( 1 - \frac{f}{f_s} M \right) \frac{f_s}{M} \\ &= \frac{f_s}{M} - f \end{aligned} \quad (4.8)$$

A equação (4.8) é uma equação equivalente a (4.5) para análise do caso mostrado na Figura 4-7(b). Considerando o sinal de entrada com frequência  $f + \Delta f$ , (4.8) pode ser reescrita,

$$\begin{aligned} f' &= \frac{f_s}{M} - (f + \Delta f) \\ &= \frac{f_s}{M} - f - \Delta f \end{aligned} \quad (4.9)$$

De (4.9) é fácil concluir que um desvio de  $\Delta f$  Hz no sinal de entrada do *down-sampler* ocasiona então um desvio de  $-\Delta f$  na frequência aparente, ou seja,  $\Delta f' = -\Delta f$ .

Analisando (4.6) e utilizando (4.4),

$$\begin{aligned} f' &= \frac{2\pi}{2\pi} \left( \frac{f}{f_s} M - 1 \right) \frac{f_s}{M} \\ &= f - \frac{f_s}{M} \end{aligned} \quad (4.10)$$

Esta é uma equação alternativa a (4.6) para o cálculo da frequência aparente para o caso apresentado na Figura 4-7(c). Se o sinal de entrada possui frequência  $f+\Delta f$ , de (4.10) é trivial ver que  $\Delta f' = \Delta f$ .

Todo o método discutido para cálculo da frequência aparente foi realizado considerando o ângulo final da componente ( $=M \cdot \omega_f$ ) nos intervalos  $(\pi, 2\pi)$  ou  $(2\pi, 3\pi)$ . Considerando o fato de a componente poder efetuar um número de revoluções arbitrário, este processo pode ser generalizado com o uso do operador “mod”, o qual retorna o resto da divisão inteira de dois números reais positivos. Assim, o ângulo correspondente a  $M \cdot \omega_f$  no intervalo  $[0, 2\pi)$  será,

$$\omega_{\text{mod}} = \text{mod}(M \omega_f, 2\pi) \quad (4.11)$$

Assim, a frequência normalizada  $\omega'$  é então obtida,

$$\omega' = \begin{cases} \omega_{\text{mod}}, & \text{se } 0 \leq \omega_{\text{mod}} \leq \pi \\ 2\pi - \omega_{\text{mod}}, & \text{se } \pi \leq \omega_{\text{mod}} < 2\pi \end{cases} \quad (4.12)$$

A frequência aparente é calculada com o resultado de (4.12),

$$f' = \frac{\omega'}{2\pi} \frac{f_s}{M} \quad (4.13)$$

Desta análise no domínio da frequência fica evidente a poderosa ferramenta que representa um dispositivo *down-sampler* em operações de estimação de parâmetros. Realizando a sub-amostragem de sinais, a estimação dos parâmetros reais de um sinal pode ser realizada então por intermédio do conhecimento da frequência aparente para o fator  $M$  escolhido. Foi mostrado que os desvios de frequência no sinal real e no sinal sub-amostrado são iguais em módulo e para obtenção da frequência real basta verificar se a componente sub-amostrada está situada no semi-ciclo inferior ou superior, conforme mostrado anteriormente. A principal vantagem da utilização desta estratégia está na diminuição dos cálculos necessários para a obtenção das estimativas. Observe, no entanto, que o sucesso deste procedimento é dependente da separação do sinal de tal forma que cada banda apresente uma única componente do sinal original.

### 4.3.3. Algoritmo para cálculo da frequência real do sinal

Nesta seção será sintetizado o algoritmo básico para utilização do conceito de sub-amostragem na estimação dos parâmetros. Seja, portanto, o sinal senoidal com frequência  $f$  ou, possivelmente  $f+\Delta f$ . A frequência de amostragem é  $f_s$  e o fator do down-sampler é  $M$ .

**Passo 1:** Dado  $f_s$ , determinar  $M$ , de acordo com a taxa de amostragem resultante que se deseja nas saídas dos dispositivos down-sampler

**Passo 2:** Calcular a frequência normalizada equivalente a  $M \cdot \omega_f$  no intervalo  $[0, 2\pi)$  com (4.11)

**Passo 3:** Calcular  $\omega'$  com (4.12), marcando a posição da componente

**Passo 4:** Calcular com o resultado de (4.12) a frequência aparente com (4.13)

**Passo 5:** Adquirir amostra da saída do *down-sampler*

**Passo 6:** Obter com uma ferramenta de estimação (o PLL por exemplo) o valor estimado da frequência do sinal sub-amostrado e calcular o desvio do valor ideal  $f'$  calculado no passo 5

$$\hat{\Delta}f' = \hat{f}' - f' \quad (4.14)$$

**Passo 7:** Calcular a frequência real, somando ou subtraindo à frequência ideal  $f$  o valor calculado no passo 6, respectivamente se a posição é no semi-ciclo superior ou inferior conforme passo 3

$$\hat{f} = f \pm \hat{\Delta}f' \quad (4.15)$$

**Passo 8:** Voltar ao passo 5

## 4.4. Os filtros de análise

Finalizando o detalhamento dos blocos constituintes de um banco de filtros, essa seção trata dos filtros de análise. Considerando a composição normal de sinais elétricos, filtros passa-bandas simples de segunda ordem podem ser utilizados, diferentemente dos filtros de

análise apresentados por Mitra [5] e Vaidyanathan [24] nas respectivas abordagens de processamento multitaxa.

#### 4.4.1. Função de Transferência e Resposta em Freqüência

Um filtro passa-banda de segunda ordem do tipo IIR (*Infinite Impulse Response*) é apresentado por Mitra [5], sendo sua função de transferência dada por,

$$H_{PB}(z) = \frac{1-\alpha}{2} \frac{1-z^{-2}}{1-\beta(1+\alpha)z^{-1} + \alpha z^{-2}} \quad (4.16)$$

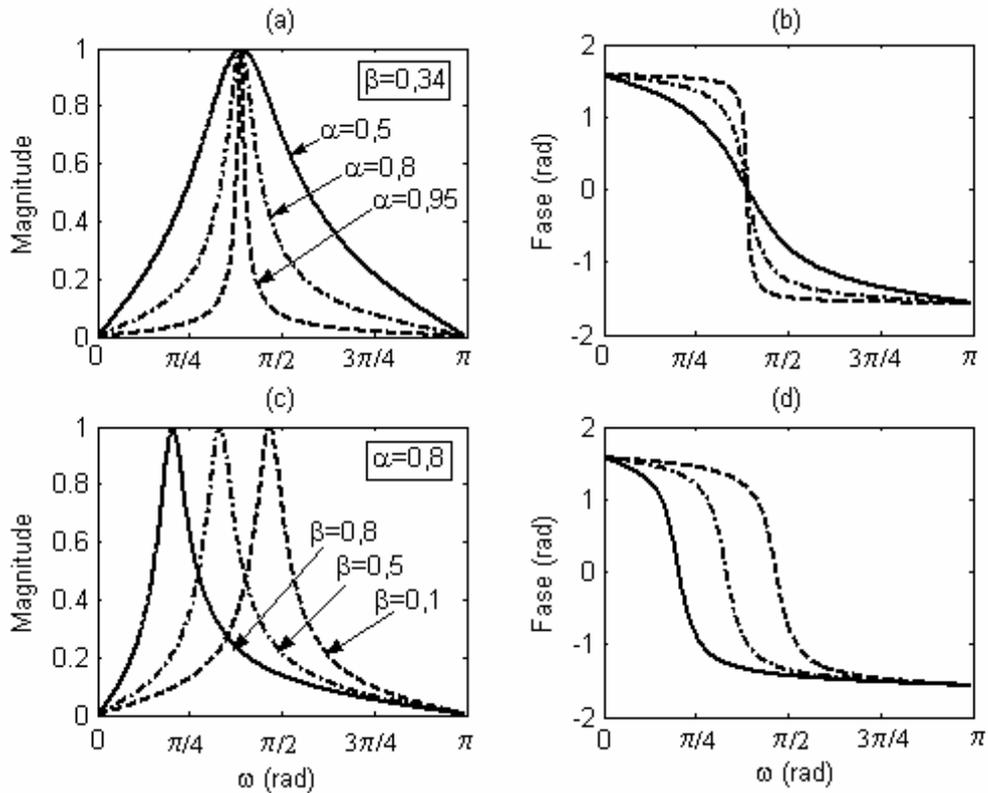
O filtro de (4.16) apresenta características interessantes. Primeiramente, é um filtro passa-banda que apresenta a menor ordem que um filtro deste tipo pode ter. Adicionalmente, apresenta resposta em magnitude melhorada já que possui zeros em  $z=1$  e  $z=-1$ , o que força a resposta do filtro ir para zero em  $f=0$  Hz ( $\omega=0$  rad) e em  $f=f_s/2$  ( $\omega=\pi$  rad). Apresenta deslocamento de fase nulo na freqüência central, característica essencial na análise de defasagens em sinais elétricos como será mostrado no capítulo 5. Os parâmetros  $\alpha$  e  $\beta$  controlam, respectivamente, a largura da faixa de passagem do filtro e a freqüência que possui ganho unitário, ou seja, o ganho máximo. Pode-se dizer, portanto, que (4.16) trata-se de um filtro parametrizado, o que torna fácil os ajustes relativos às características de resposta em freqüência desejada. Para garantia da estabilidade é necessário que  $|\alpha|<1$  e  $|\beta|<1$ .

Algumas curvas de resposta em módulo são mostradas na Figura 4-8 para ilustração dos efeitos da mudança dos parâmetros  $\alpha$  e  $\beta$ . Nesta figura, (a) e (b) mostram, respectivamente, a resposta em magnitude e fase para a variação do parâmetro  $\alpha$ , considerando  $\beta$  fixo. Observe que o aumento de  $\alpha$  implica no estreitamento da faixa de passagem do filtro e em uma mudança mais abrupta da resposta em fase. A largura da faixa de passagem de 3 dB do filtro,  $B_w$ , em radianos, é relacionada com o parâmetro  $\alpha$ ,

$$B_w = \cos^{-1}\left(\frac{2\alpha}{1+\alpha^2}\right) \quad (4.17)$$

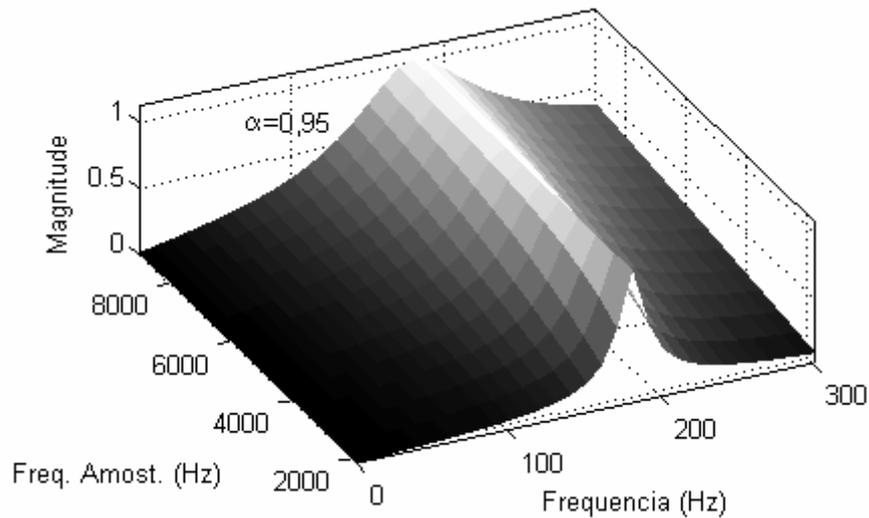
Em (c) e (d) são mostradas, respectivamente, a resposta em magnitude e fase para a variação do parâmetro  $\beta$  considerando  $\alpha$  fixo. O decréscimo deste parâmetro implica no deslocamento da freqüência central, denominada  $\omega_0$ , para a direita. A varredura total, de 0 a  $\pi$  rad, é realizada variando  $\beta$ , respectivamente, de +1 a -1. A relação entre estas grandezas é,

$$\beta = \cos(\omega_0) \quad (4.18)$$



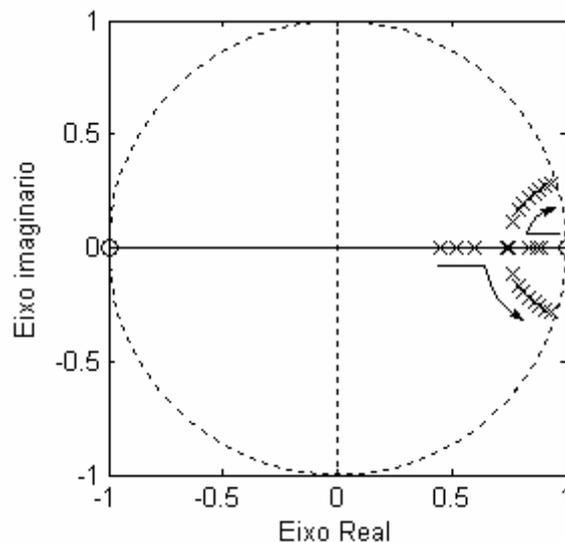
**Figura 4-8** Efeito dos parâmetros  $\alpha$  e  $\beta$  na resposta em módulo de (4.16)

É interessante notar que (4.17) e (4.18) relacionam os parâmetros de (4.16) com a frequência  $\omega$ , ou seja, a frequência normalizada tal como definida em (4.4). Desta forma, observe que a eficiência deste filtro passa-banda na separação de um sinal elétrico está diretamente relacionada à frequência de amostragem utilizada na aquisição do sinal. Como exemplo, considere um filtro com fator  $\alpha=0,95$ . O objetivo é separar o 3º harmônico, sendo considerados dois valores para a taxa de amostragem:  $f_{s1}=32\times 60$  Hz e  $f_{s2}=128\times 60$  Hz. Para  $f_{s1}$  o filtro possui resposta em magnitude em 60 e 240 Hz, respectivamente iguais a 0,013196 e 0,030427. Já para  $f_{s2}$ , os valores de resposta em magnitude nestas componentes são respectivamente 0,051458 e 0,12716. Estes aumentos nas respostas para as componentes fundamental e 3º harmônico são resultados diretos de (4.4). Com a equivalência  $f_s(\text{Hz})-2\pi(\text{rad})$ , é fácil mostrar que uma variação  $\Delta\omega$  na frequência normalizada provoca variações  $\Delta f_1$  e  $\Delta f_2$ , em Hz, respectivamente para  $f_{s1}$  e  $f_{s2}$ , tal que  $\Delta f_2 > \Delta f_1$  se  $f_{s2} > f_{s1}$  e vice-versa. O efeito da frequência de amostragem na resposta em frequência de (4.16) é ilustrado na Figura 4-9, onde o parâmetro  $\alpha$  foi fixado em 0,95. Com o aumento da frequência de amostragem percebe-se o aumento da faixa de passagem em Hz, embora a faixa de passagem considerando a frequência normalizada permaneça constante.



**Figura 4-9** O efeito da variação na frequência de amostragem na resposta em magnitude quando o parâmetro  $\alpha$  é considerado constante

Com o intuito de melhor atenuar as componentes laterais quando se aumenta a frequência de amostragem, o fator  $\alpha$  pode ser aumentado, diminuindo o valor da largura da faixa de 3 dB dada por (4.17). Supondo o fator  $\beta$  fixo, neste caso igual a 0,96, o efeito do aumento de  $\alpha$  na função de transferência é exemplificado no diagrama de pólos e zeros da Figura 4-10. Os zeros estão localizados  $z=1$  e  $z=-1$ . Para  $\alpha=0,4$  os pólos situam-se sobre o eixo real. À medida que  $\alpha$  aumenta observa-se o deslocamento dos pólos, mostrados pelas setas, em direção ao círculo unitário.



**Figura 4-10** Efeito da variação do fator  $\alpha$  na localização dos pólos do filtro passa-banda

O aumento do fator  $\alpha$  pode, portanto, tornar a resposta do filtro mais “seletiva”, afinando a faixa de passagem do filtro. Entretanto este aumento leva a um custo: o aumento

do transitório do filtro. Conforme mostra Mitra [5], a saída  $y[n]$  de um sistema digital como (4.16) pode ser escrita como,

$$y[n] = y_h[n] + y_p[n] \quad (4.19)$$

Em (4.19)  $y_h[n]$  consiste na solução homogênea, também chamada de solução complementar, e  $y_p[n]$  consiste na solução particular. A primeira é calculada considerando nula a entrada do filtro, por isso é denominada também resposta natural. Já a última consiste na resposta do filtro para sua entrada específica. Considerando os pólos do filtro distintos,  $p_1$  e  $p_2$ , a solução homogênea para o filtro desta seção pode ser escrita como [5],

$$y_h[n] = \varepsilon_1 p_1^n + \varepsilon_2 p_2^n \quad (4.20)$$

Nesta equação  $\varepsilon_1$  e  $\varepsilon_2$  são constantes. É fácil perceber que a aproximação dos pólos do filtro do círculo unitário é responsável pelo aumento do tempo que a resposta natural leva para se extinguir.

#### 4.4.2. Determinação da Frequência de Amostragem

Em 4.4.1, foi analisada a resposta em frequência do filtro passa-banda. Mostrou-se que, mantendo o parâmetro  $\alpha$  constante e aumentando a frequência de amostragem, as componentes laterais à componente selecionada aproximam-se da faixa de passagem. A solução para este caso é o aumento do fator  $\alpha$ , o que implica na aproximação dos pólos do círculo unitário e, conseqüentemente, no aumento da resposta transitória do filtro. Note em (4.20), no entanto, que a resposta natural do filtro decai com o índice de tempo  $n$ .

De toda essa análise realizada é fato que a escolha da frequência de amostragem e do fator  $\alpha$  ideais é uma tarefa um tanto complicada. Essas duas “variáveis” afetam mutuamente o transitório do filtro e a largura de faixa de 3 dB, sendo que, melhorando um parâmetro, geralmente piora-se o outro.

Uma estratégia para escolha dos parâmetros  $\alpha$  e  $f_s$  é a análise de dados de tempo de transitório e largura da faixa de 3 dB, levantados por meio de simulações. A Figura 4-11 mostra o tempo de transitório do filtro em função do parâmetro  $\alpha$  para alguns valores de taxa de amostragem. Para um valor qualquer de  $\alpha$ , o tempo é maior à medida que a frequência de amostragem diminui, resultado esperado conforme análise de (4.20). O eixo vertical é mostrado em escala de segundos e em números equivalentes de ciclos da fundamental necessários para extinção do transitório.

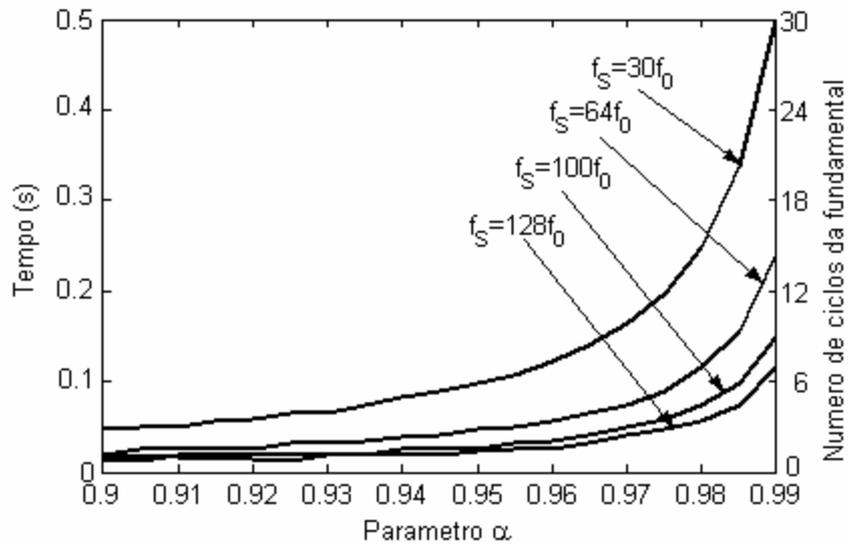


Figura 4-11 Relação entre tempo de transição e fator  $\alpha$  para alguns valores de taxa de amostragem

De forma oposta, para qualquer valor de  $\alpha$ , a largura de faixa de 3 dB, em Hz, aumenta, à medida que a frequência de amostragem aumenta, conforme visto na Figura 4-12. Como exemplo considere o fator  $\alpha=0,985$  e a frequência de amostragem  $f_s=128 \times f_0$  Hz. Para estes valores, a largura de faixa de 3 dB e o transitório do filtro são, aproximada e respectivamente 20 Hz e 5 ciclos. Para aplicações em sinais com alto conteúdo harmônico talvez seja interessante o afinamento da faixa de passagem aumentando  $\alpha$ . Note, no entanto, que esta melhoria na característica de seleção de frequência do filtro implica no aumento do transitório.

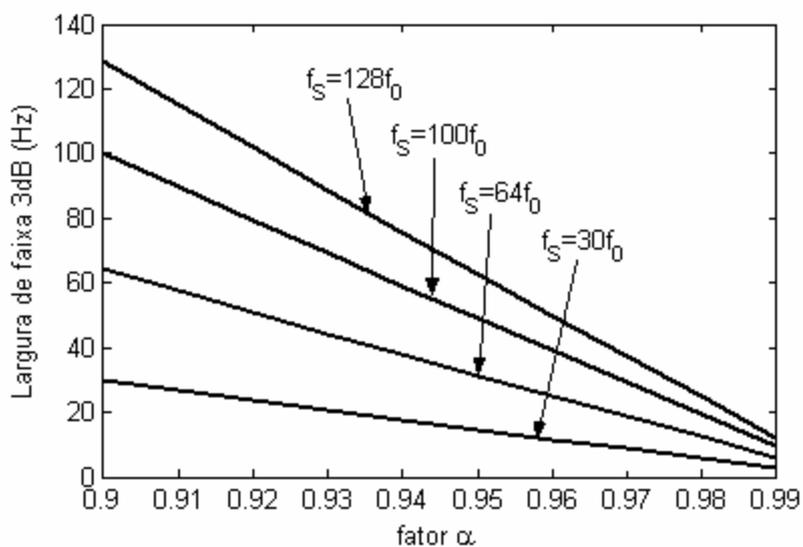


Figura 4-12 Relação entre largura de faixa de 3 dB e fator  $\alpha$  para alguns valores de taxa de amostragem

## 4.5. Sumário

Este capítulo apresentou alguns conceitos da teoria de processamento multitaxa para utilização em separação de sinais elétricos e análise do conteúdo harmônico inter-harmônico deste. A estrutura geral de um banco de filtros de análise foi mostrada.

Iniciando o detalhamento dos dispositivos do banco, foi realizada a caracterização no domínio do tempo e no domínio da frequência dos dispositivos de diminuição de taxa de amostragem. Análise especial no domínio da frequência foi realizada, considerando o conteúdo normal de um sinal elétrico. Esta análise permitiu a obtenção de equações simples para relacionar a frequência e os desvios de frequência de uma componente senoidal na entrada de um *down-sampler* com a frequência e os desvios de frequência da componente sub-amostrada na saída deste dispositivo. Foi apresentado então o algoritmo geral para rastreamento dos valores reais de frequência a partir de estimativas de sinais sub-amostrados.

Um filtro passa-banda parametrizado foi apresentado para utilização como filtros de análise. Sua resposta em frequência foi caracterizada em função de seus parâmetros. Finalizando, foi mostrada a influência da frequência de amostragem na resposta transitória e na largura da faixa de passagem do filtro, sendo discutidos os meios de escolha para esse parâmetro com base em dados obtidos por meio de simulação.

# 5

## Estrutura PLL-Multitaxa

### 5.1. Introdução

Neste capítulo será feita a junção da teoria apresentada no capítulo 4 com a unidade PLL básica. Como resultado, será obtida uma nova estrutura para estimação de harmônicos e inter-harmônicos, a qual será referida pelo termo *PLL-Multitaxa*.

A justificativa para essa linha de pesquisa está no fato da unidade básica PLL responsável pela extração de uma componente, digamos de frequência  $f$ , fornecer resultados sensíveis à presença de outras componentes no sinal, conforme ilustrado anteriormente. Diferentemente da estratégia adotada por Karimi-Ghartemani & Iravani [15], com utilização dos LPF's na estrutura interna do PLL, pode-se dizer que a metodologia apresentada aqui é baseada no processo de filtragem multitaxa para melhoramento de sinal. Isto descarta a utilização dos filtros passa-baixas na estrutura interna do PLL.

Inicialmente é apresentada a unidade PLL-Multitaxa básica com um estudo sobre o ajuste das constantes do PLL e do coeficiente  $\alpha$  do filtro passa-banda. Posteriormente são apontadas maneiras para atualização da frequência central destes filtros, para o processamento

de sinais com frequência variante. A utilização deste estágio de filtragem é responsável pelo aumento de esforço computacional do método. A utilização dos dispositivos de diminuição de taxa tem, portanto, o objetivo de compensar o aumento de operações devido à filtragem, com a redução do número de operações no estágio de estimação. A obtenção da defasagem entre componentes harmônicas e a fundamental é discutida, considerando a fase do sinal resultante da sub-amostragem do harmônico. A estrutura geral PLL-Multitaxa é apresentada com valores adequados para os dispositivos *down-samplers* para processamento de sinais elétricos. São mostrados e discutidos os resultados de simulações, com comparações com os resultados dos métodos anteriores, principalmente com a estrutura PLL-Cascata que também usa o PLL como ferramenta de estimação. Finalmente é apontado o esforço computacional da metodologia.

## 5.2. Unidade PLL-Multitaxa

A associação do filtro passa-banda com o *down-sampler* e o PLL, a ferramenta de estimação, gera como resultado a estrutura denominada aqui de unidade PLL-Multitaxa. Ela consiste na unidade básica da estrutura geral apresentada neste capítulo para rastreamento de harmônicos/inter-harmônicos. O seu diagrama de blocos é mostrado na Figura 5-1.

A unidade básica PLL-Multitaxa pode ser dividida em três estágios: o estágio de filtragem, o estágio de diminuição de taxa de amostragem (com possível sub-amostragem) e o estágio de estimação. Observe que, com a utilização dos filtros passa-bandas apresentados no capítulo anterior, os desvios de frequência que podem ocorrer requerem a atualização da frequência central do filtro para evitar atenuação da componente a ser estimada. Esta atualização é realizada com a frequência estimada pelo PLL e é representada pela linha tracejada na Figura 5-1.

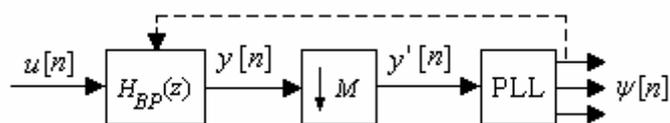


Figura 5-1 A unidade básica PLL-Multitaxa

### 5.2.1. As constantes $\mu_1$ , $\mu_2$ e $\mu_3$ e o fator $\alpha$ do filtro

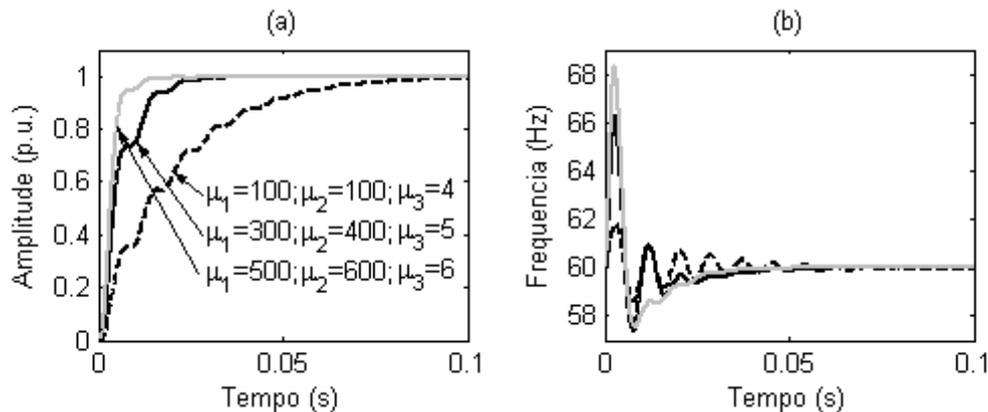
O processo de determinação das constantes a serem utilizadas no PLL é baseado no princípio de que o sinal na entrada do estimador,  $y'[n]$ , possui a componente que se deseja

extrair com amplitude muito superior às amplitudes das componentes não atenuadas completamente pelo filtro. Além disso, outro fator na escolha das constantes é o fato de que todas as componentes de alta frequência deverão ser mapeadas na região de frequências inferiores a 240 Hz, com a realização de sub-amostragem.

Seja então  $x[n]$  um sinal senoidal de frequência  $f_0=60$  Hz com amplitude  $V_M=127\sqrt{2}$  V,

$$x[n] = V_M \text{sen}(2\pi f_0 n T_S) \quad (5.1)$$

Visando um transitório curto no processo de filtragem, são consultados os dados mostrados na Figura 4-11 e é escolhida uma taxa de amostragem de 128 pontos por ciclo. Como será visto adiante, esta taxa de amostragem levará à escolha do fator  $\alpha$  do filtro entre 0,97 e 0,99 para diminuição da largura de faixa de 3 dB (Figura 4-12). No entanto, independente do processo de filtragem, são mostrados aqui simulações para alguns valores das constantes de (2.33) considerando  $f_s=128 \times f_0$ . O objetivo é a obtenção de um conjunto base para  $\mu_1$ ,  $\mu_2$  e  $\mu_3$ , ao qual é associada uma rápida convergência e baixo erro em regime permanente. Com valores iniciais de amplitude e fase iguais a zero e frequência igual a  $2\pi f_0$  em (2.33), a Figura 5-2 mostra os resultados para o sinal (5.1). Observe que o aumento das constantes torna a resposta mais rápida.



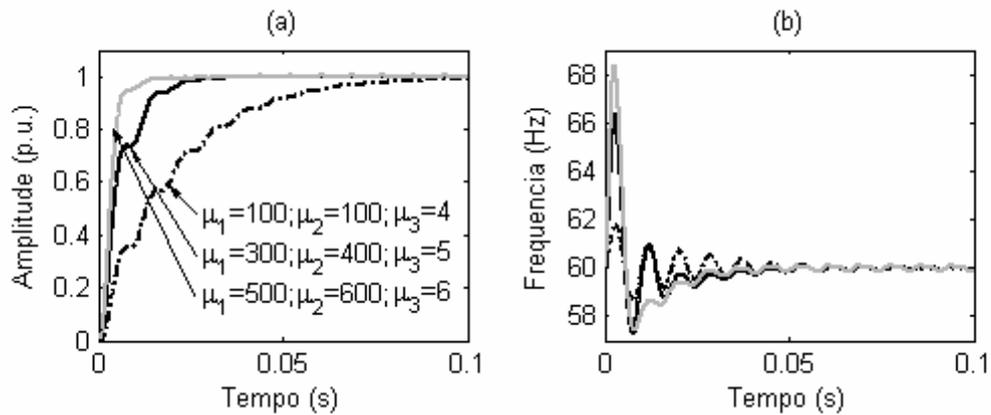
**Figura 5-2 Resultado da estimação de amplitude e frequência da fundamental para o sinal senoidal puro de (5.1), (a) Amplitude, (b) Frequência.**

Adicionando agora ao sinal de entrada (5.1) o 3º harmônico com amplitude de 1%,

$$x[n] = V_M \left[ \text{sen}(2\pi f_0 n T_S) + 0,01 \cdot \text{sen}(6\pi f_0 n T_S) \right] \quad (5.2)$$

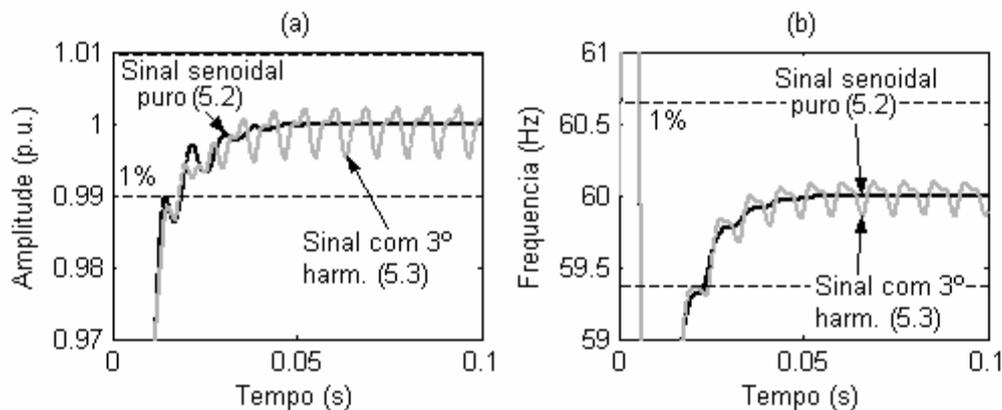
Observe, na Figura 5-3, que a inclusão desta componente não afeta significativamente a característica geral da resposta, especialmente o comportamento transitório. São perceptíveis apenas pequenas oscilações, especialmente na frequência estimada. Entretanto, se

for efetuado um detalhamento da resposta em regime permanente pode-se verificar o efeito desta componente na resposta.



**Figura 5-3** Resultado da estimação de amplitude e freqüência da fundamental para o sinal poluído com o 3º harmônico de (5.2), (a) Amplitude. (b) Freqüência.

Utilizando o conjunto  $\{\mu_1=500, \mu_2=600, \mu_3=6\}$ , que apresentou o menor tempo de convergência na amplitude, a Figura 5-4 mostra as estimativas de amplitude e freqüência para a fundamental considerando o sinal senoidal puro de (5.1) e o que possui também o terceiro harmônico (5.2). Embora a estimativa seja oscilante com a presença do harmônico, o erro instantâneo é inferior a 1%.



**Figura 5-4** Comparação dos resultados de estimativa de amplitude e freqüência da fundamental, para os sinais (5.1) e (5.2) (a) amplitude, (b) Freqüência.

Com base na análise realizada aqui é escolhido o conjunto base de constantes do PLL,

$$\begin{bmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \\ \mu_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 500 \\ 600 \\ 6 \end{bmatrix} \quad (5.3)$$

Considerando agora o processo de filtragem, seja um filtro passa-banda dado por (4.16) com  $\alpha=0,99$  e centrado em  $f_0$ . A amplitude do terceiro harmônico no sinal de entrada

não pode exceder 13% da amplitude da fundamental para que a resposta em regime permanente da unidade PLL-Multitaxa seja aproximadamente como a apresentada na Figura 5-4. Isso porque, para a taxa de amostragem considerada ( $f_s=128 \times f_0$ ), a resposta em módulo deste filtro na frequência do terceiro harmônico é 0,075431.

Uma estratégia para melhorar a resposta em frequência do filtro passa-banda é a utilização de uma conexão em cascata de dois ou mais deste, possibilitando a diminuição de  $\alpha$ . Assim, considerando como exemplo dois filtros com  $\alpha=0,975$  a resposta em módulo do filtro na frequência do terceiro harmônico é 0,035945. Desta forma, o terceiro harmônico pode ter, no sinal de entrada, amplitude de até 27% da amplitude da fundamental para que o desempenho em regime permanente da unidade PLL-Multitaxa se assemelhe ao resultado mostrado anteriormente.

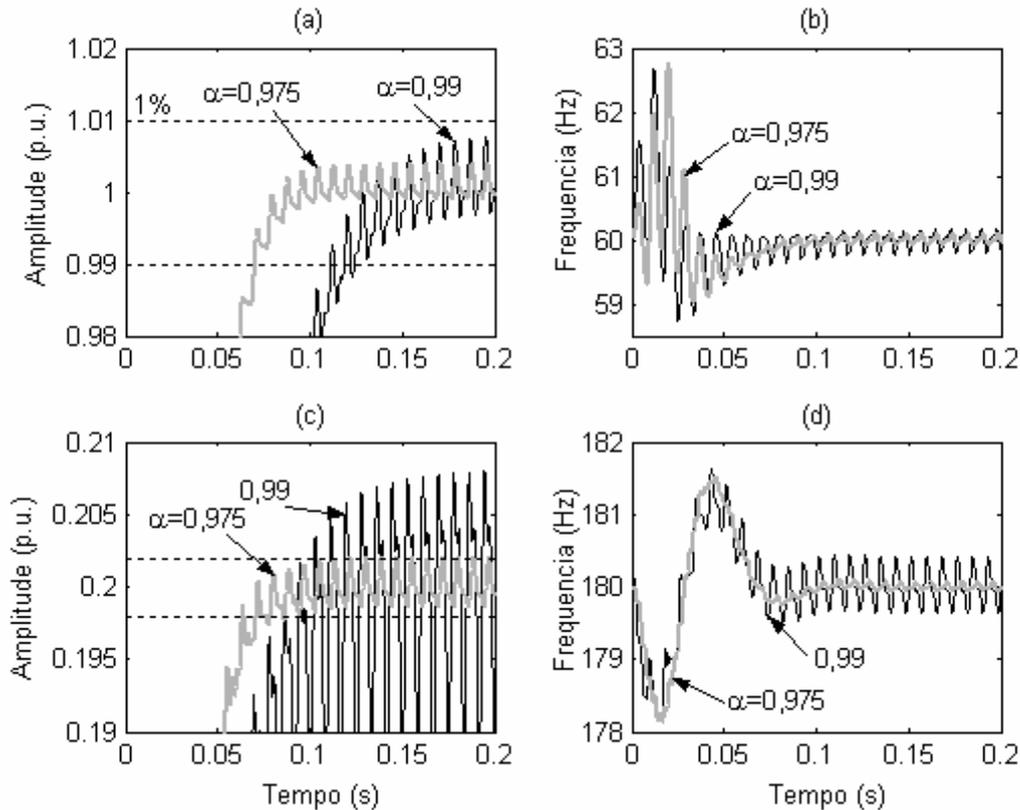
Embora o conjunto de (5.3) tenha obtido um tempo de convergência da amplitude de pouco mais de um ciclo da fundamental ( $\sim 1,14 \cdot T_0$ ), o tempo de convergência total da unidade PLL-multitaxa será também dependente do tempo de transitório do filtro. O fator  $\alpha$  deve ser escolhido considerando o nível de poluição harmônica do sinal analisado. Para ilustrar o efeito da escolha deste parâmetro, considere um sinal com a fundamental e o 3º harmônico, tal que a amplitude deste seja de 20%,

$$x[n] = V_M \left[ \sin(2\pi f_0 n T_S) + 0,2 \cdot \sin(6\pi f_0 n T_S) \right] \quad (5.4)$$

O resultado da estrutura PLL-Multitaxa na estimação da amplitude e da frequência da fundamental e do 3º harmônico, considerando  $M=1$ , é mostrado na Figura 5-5. Foi utilizado para filtragem um filtro com  $\alpha=0,99$  e uma estrutura de dois filtros em cascata com  $\alpha=0,975$ . No caso da fundamental, Figura 5-5(a) e (b), os sinais de saída de ambas estruturas de filtragem forneceu resultados em regime permanente dentro da faixa de 1% de erro. Observe que a utilização dos filtros em cascata com menor valor para o parâmetro  $\alpha$  resultou num menor tempo de convergência, assim como menor erro instantâneo em regime permanente. Já no caso do 3º harmônico, Figura 5-5(c) e (d), a utilização de um único filtro com  $\alpha=0,99$  não foi suficiente para fornecer a estimativa da amplitude dentro da faixa de 1% de erro. Os tempos de convergência das amplitudes estimadas da fundamental e do terceiro harmônico foram, aproximada e respectivamente, 4 e 5 ciclos fundamentais.

Os resultados apresentados na Figura 5-5 fazem com que a estrutura de filtragem em cascata com dois filtros passa-banda ( $\alpha=0,975$ ) seja escolhida como referência para utilização nas simulações. Em aplicações em que o conteúdo harmônico do sinal analisado for mais

significativo que o de (5.4) procede-se com o aumento do parâmetro  $\alpha$  e se o conteúdo harmônico for mais baixo que o considerado aqui, pode-se diminuir este parâmetro.



**Figura 5-5** Efeito da filtragem na resposta em regime transitório e permanente. (a) Amplitude da fundamental, (b) freqüência da fundamental, (c) amplitude do 3º harmônico e, (d) freqüência do 3º harmônico

### 5.2.2. Atualização da freqüência central do filtro

Com a análise realizada em 5.2.1 foi possível a escolha do conjunto base (5.3) para as constantes do PLL, além da escolha do estágio de filtragem com dois filtros dados por (4.16) em cascata, com  $\alpha=0,975$ , dados tidos como referências para aplicação da unidade PLL-Multitaxa. Observe, no entanto, que as simulações consideraram sinais sem desvios de freqüência. A variação deste parâmetro é agora considerada para análise de métodos a serem utilizados para atualização dos filtros.

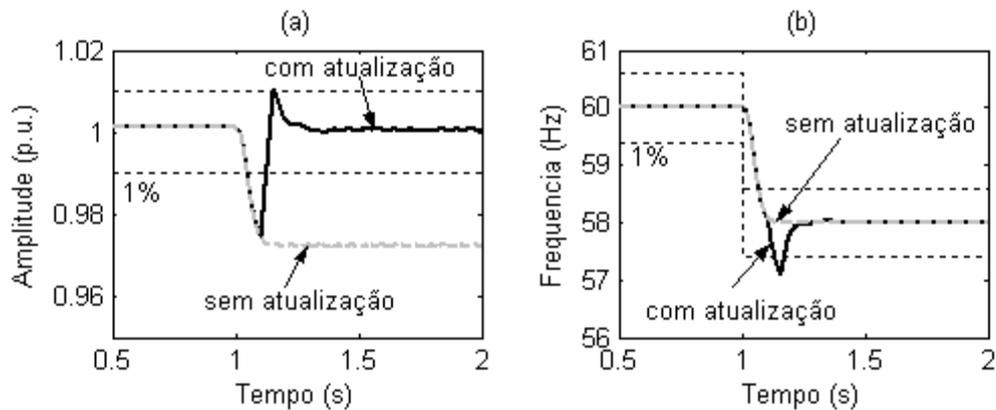
A estratégia básica para atualização do filtro seria a atualização instantânea, ou seja, a cada amostra de freqüência estimada, muda-se o valor de  $\beta$  do filtro e, conseqüentemente, os coeficientes do polinômio do denominador de (4.16). Entretanto, o comportamento oscilatório da freqüência estimada, observado anteriormente, faz com que esse método de atualização seja preterido. Assim, dois serão os métodos apresentados aqui como opções para atualização do filtro.

O primeiro método consiste na atualização do filtro em instantes determinados de tempo. É equivalente a dizer que os coeficientes do filtro são atualizados de  $T$  em  $T$  segundos. O segundo método consiste numa atualização instantânea, porém com o valor médio das  $K$  últimas estimativas de frequência. A atualização com o valor médio previne as oscilações da frequência, realizando a mudança dos coeficientes do denominador do filtro de uma forma mais suave. Para efeito de simulações é considerado o conjunto de constantes  $\{\mu_1=300, \mu_2=500, \mu_3=6\}$  e um estágio de filtragem com dois filtros em cascata com  $\alpha=0,98$ . A frequência de amostragem é  $f_s=128 \times f_0$  Hz e o fator de *down-sampler* é  $M=16$ .

### 5.2.2.1. Atualização de $T$ em $T$ segundos

Esta metodologia de atualização é basicamente empírica, sendo praticamente impossível estabelecer critérios para obtenção do valor ótimo do intervalo de tempo  $T$  utilizado para realização das atualizações.

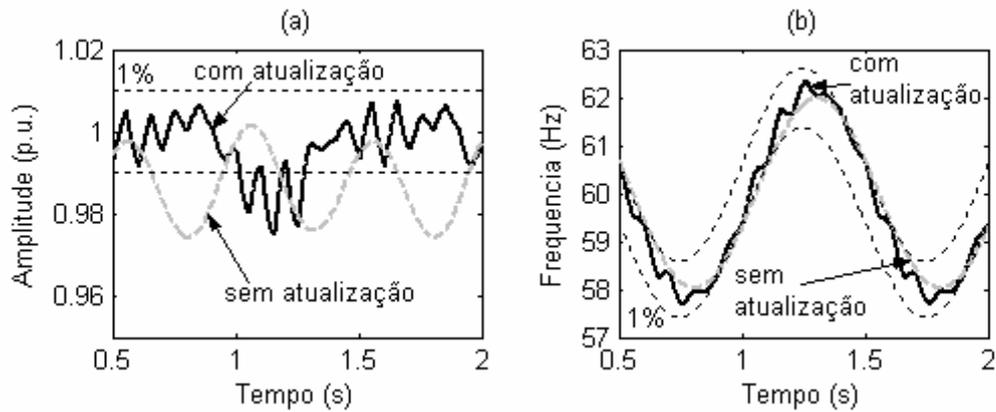
Considere, portanto, um sinal senoidal com a componente fundamental apenas. Primeiramente é analisado o caso em que a frequência varia em degrau. Em  $t=1$  s foi imposto um degrau de  $-2$  Hz na frequência fundamental. A Figura 5-6 mostra os resultados da unidade PLL-Multitaxa, sem atualização do filtro e com atualização de 0,1 em 0,1 segundos. Em (a) são mostradas as amplitudes e em (b) as frequências. Observe que, para a estrutura sem atualização, o desvio de frequência ocasiona um erro significativo na estimativa de amplitude. Com a atualização da frequência central do filtro, o resultado da amplitude é então corrigido.



**Figura 5-6 Resultados utilizando atualização da frequência central do filtro de  $T$  em  $T$  segundos: o caso do degrau na frequência. (a) Amplitude e, (b) frequência.**

Considere agora a frequência variando senoidalmente em torno da frequência ideal  $f_0$ . O desvio máximo considerado é de 2 Hz com frequência de variação de 1 Hz. Os resultados são mostrados na Figura 5-7. Sem atualização dos filtros, a frequência é rastreada, com atraso, mas a amplitude oscila ultrapassando o limite inferior da faixa de 1%. Com a atualização dos

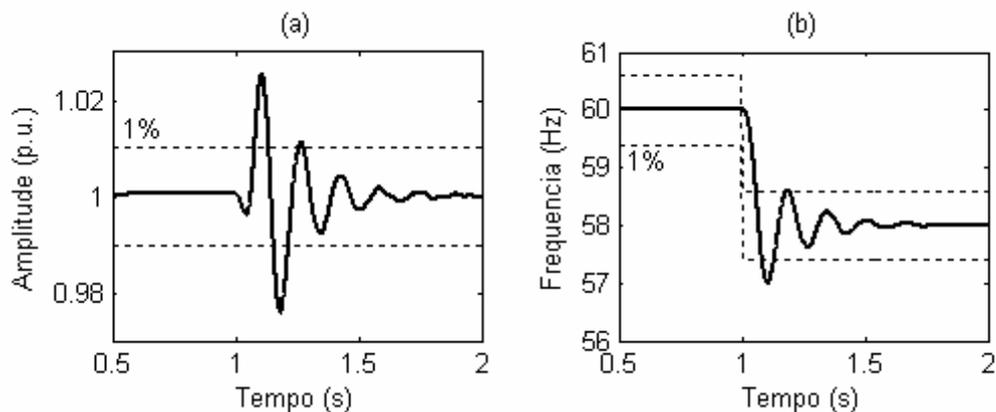
filtros, observe que, tanto a amplitude quanto a frequência passam a ter variações bruscas, provenientes das mudanças dos coeficientes dos filtros. Dessa forma, para esse caso, com variações elevadas da frequência e com alto desvio, a estratégia de atualização discutida não é adequada. Observe, no entanto, que o desvio de frequência máximo de 2 Hz é exagerado. A diminuição da taxa de variação da frequência e/ou do desvio máximo, para valores condizentes com os de sistemas reais, leva a um melhor desempenho.



**Figura 5-7** Resultados utilizando atualização da frequência central do filtro de  $T$  em  $T$  segundos: o caso da variação senoidal da frequência. (a) Amplitude e, (b) frequência.

#### 5.2.2.2. Atualização instantânea com o valor médio

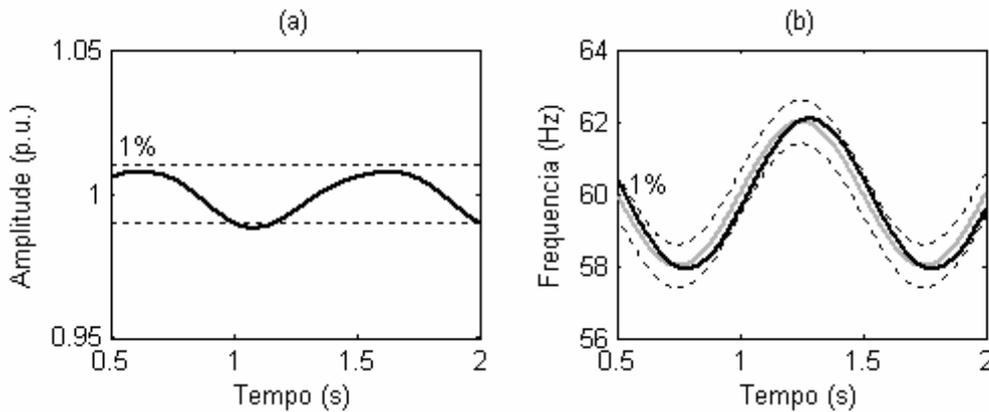
Os mesmos casos para o sinal de entrada avaliados em 5.2.2.1 são considerados aqui. A cada estimativa de frequência o valor da frequência central do filtro é atualizado com média das  $K$  últimas estimativas. O valor utilizado para  $K$  foi 24. Na Figura 5-8 são mostrados os resultados para o caso do degrau na frequência.



**Figura 5-8** Resultados utilizando atualização instantânea da frequência central do filtro: o caso do degrau na frequência. (a) Amplitude e (b) frequência.

Assim como a técnica de atualização anterior, após transitório decorrido do distúrbio na frequência a estimativa de amplitude é corrigida e a frequência é rastreada. A Figura 5-9

mostra os resultados para o caso da variação senoidal na frequência. Diferentemente do desempenho do método de atualização anterior, a atualização instantânea com o valor médio se mostra mais adequada, pois, além do rastreamento da frequência, permite menores erros na estimativa da amplitude. Note que este resultado só não é melhor porque o PLL rastreia a frequência com um atraso de cerca de 1 ciclo. Daí a natureza oscilante da estimativa da amplitude.



**Figura 5-9 Resultados utilizando atualização instantânea da frequência central do filtro: o caso da variação senoidal da frequência. Estimativas com atualização: (a) amplitude e (b) frequência.**

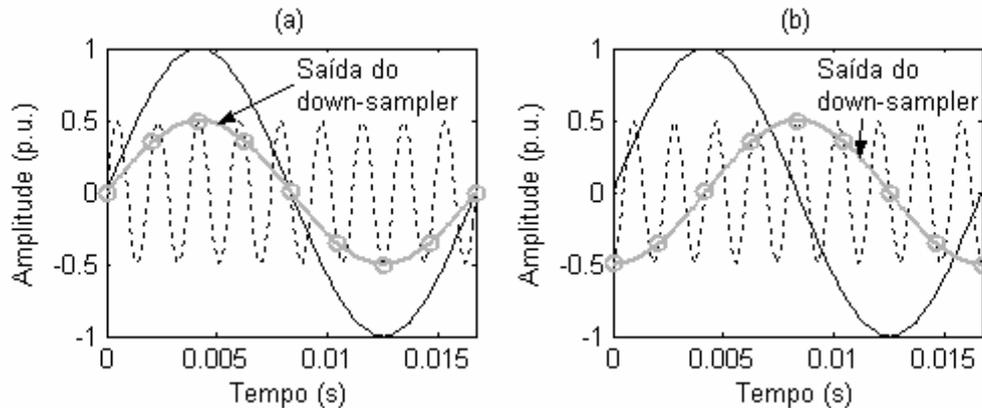
### 5.2.3. A fase para componentes sub-amostradas

O conjunto de equações discretas do PLL utilizadas na estrutura PLL-Multitaxa possui uma equação para estimação da fase total da componente. Todavia, para uma componente que foi sub-amostrada, a fase total estimada é diferente da fase da componente real. Para exemplificar, considere um sinal com a componente fundamental e o 9º harmônico,

$$x[n] = V_M \left[ \sin(2\pi f_0 n T_s) + 0,5 \cdot \sin(18\pi f_0 n T_s + \delta) \right] \quad (5.5)$$

Em (5.5), a amplitude do harmônico é alta para facilitar a compreensão do efeito discutido aqui. Este sinal é amostrado com  $f_s = 128 \times f_0$  Hz. O estágio de filtragem separa estas componentes, com deslocamentos de fases nulos. Se utilizado um dispositivo *down-sampler* com fator  $M=16$  na saída do filtro passa-banda do 9º harmônico, a componente na saída desse dispositivo apresenta frequência aparente  $f' = 60$  Hz. A Figura 5-10 ilustra essa situação, considerando o regime permanente nos filtros. Dois valores foram considerados para  $\delta$  em (5.5). Em (a) foi considerado  $\delta=0$  e em (b)  $\delta=-\pi/2$ . Embora a sub-amostragem leve à perda da informação da fase da componente real, a análise da Figura 5-10 sugere a relação entre as diferenças de fase da componente harmônica em relação à fundamental e da componente resultante da sub-amostragem em relação à fundamental. Esta sim é a informação importante,

já que a fase de uma componente harmônica, por si só, não é relevante para análise de um sinal elétrico se não for considerada uma referência. Nota-se em (a) que o 9º harmônico está em fase com a fundamental, assim como a componente resultante da sub-amostragem. Já em (b), o 9º harmônico está atrasado de  $\pi/2$  em relação à fundamental, mesmo atraso apresentado pela componente sub-amostrada. Como será mostrado adiante, são dois os casos a serem considerados, para levantamento da diferença de fase entre a componente harmônica e a fundamental, a partir da fase estimada da componente sub-amostrada.



**Figura 5-10** O efeito do deslocamento de fase da componente harmônica na fase da componente sub-amostrada. (a) 9º harmônico em fase com a fundamental e, (b) 9º harmônico atrasado de  $\pi/2$  da fundamental

### 5.2.3.1. Posicionamento da componente no semi-ciclo superior

Seja  $u(t)$  um sinal senoidal de frequência  $f$  qualquer, amostrado com frequência  $f_s$ . O sinal discreto pode ser escrito como,

$$\begin{aligned} u[n] &= \text{sen}(2\pi f n T_s + \delta) \\ &= \text{sen}\left(\frac{f}{f_s} 2\pi n + \delta\right) \end{aligned} \quad (5.6)$$

Utilizando a definição (4.4), da frequência normalizada,

$$u[n] = \text{sen}(\omega n + \delta) \quad (5.7)$$

A equação (5.7) pode ser reescrita com o uso da fórmula de Euler,

$$u[n] = \frac{e^{j(\omega n + \delta)} - e^{-j(\omega n + \delta)}}{j2} \quad (5.8)$$

Desenvolvendo (5.8),

$$u[n] = \frac{1}{2} e^{j(\omega n + \delta - \pi/2)} + \frac{1}{2} e^{j(-\omega n - \delta + \pi/2)} \quad (5.9)$$

Pode-se representar (5.6), portanto, no domínio da frequência como mostrado na Figura 5-11.

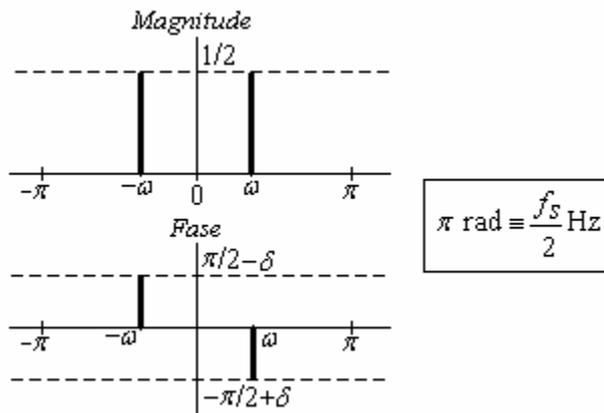


Figura 5-11 Representação do espectro de (5.6)

Considere, portanto, a utilização de um dispositivo *down-sampler* com fator  $M$  para sub-amostrar o sinal (5.6), obtendo o sinal  $y[n]$ . Se a nova posição angular da componente ( $=M\omega$ ) for o semi-ciclo superior, como discutido no Capítulo 4, usando (4.3) mostra-se que o espectro do sinal de saída do *down-sampler* será como representado na Figura 5-12. Pode-se observar que as características do espectro original (Figura 5-11) nas regiões de frequências negativa e positiva são preservadas.

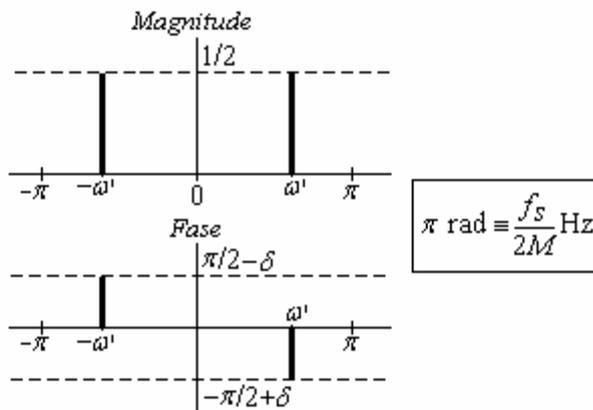


Figura 5-12 Espectro do sinal sub-amostrado com posicionamento da componente no semi-ciclo superior

A frequência normalizada  $\omega'$  é calculada como mostrado no Capítulo 4. Da Figura 5-12 pode-se escrever o sinal de saída  $y[n]$  como sendo,

$$y[n] = \frac{1}{2} e^{j(\omega' n + \delta - \pi/2)} + \frac{1}{2} e^{j(-\omega' n - \delta + \pi/2)} \quad (5.10)$$

Procedendo com o desenvolvimento de (5.10) no caminho inverso do apresentado no conjunto (5.6)-(5.9), a saída do dispositivo de diminuição de taxa é dada por,

$$y[n] = \text{sen}(\omega' n + \delta) \quad (5.11)$$

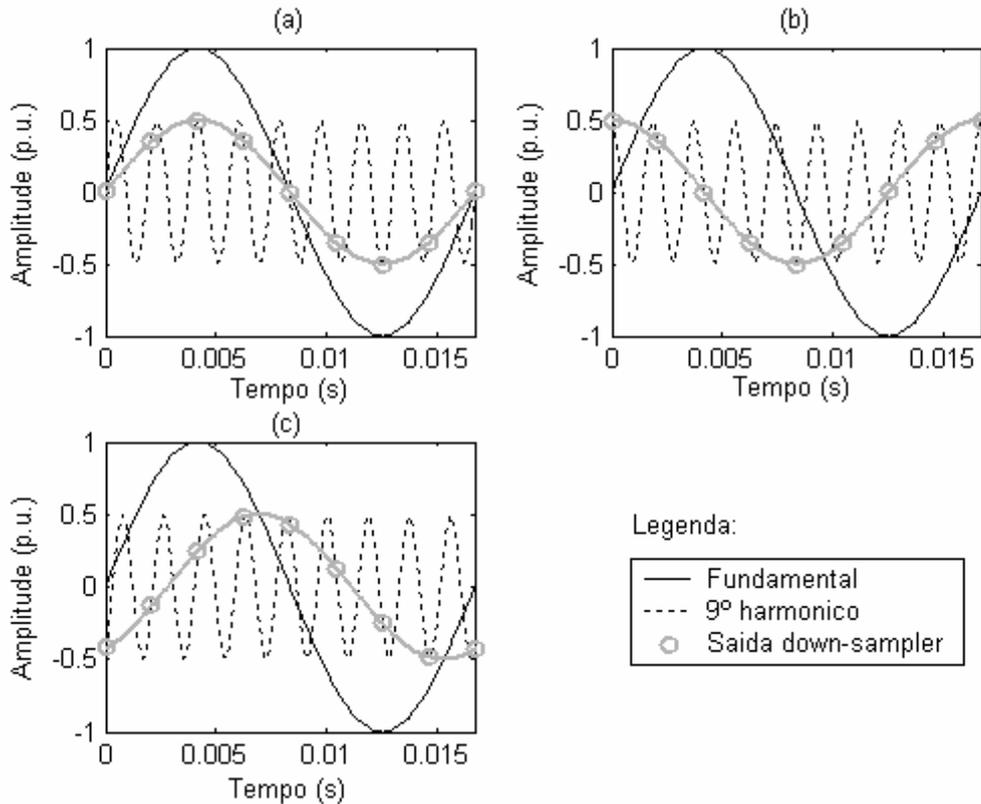
Em termos da frequência aparente  $f'$  em Hz,

$$y[n] = \text{sen}[2\pi f' n (MT_S) + \delta] \quad (5.12)$$

Como resultado direto, considerando o sinal (5.6) uma componente harmônica de um sinal elétrico, a estimativa de fase do sinal proveniente da sub-amostragem (5.12) permite a obtenção da defasagem da componente harmônica em relação à componente fundamental do sinal. Isto se deve ao fato do termo  $\delta$  em (5.6) ser preservado em (5.12). A Figura 5-13 exemplifica esta situação, considerando o sinal (5.5), repetido aqui,

$$x[n] = V_M [\text{sen}(2\pi f_0 n T_S) + 0,5 \cdot \text{sen}(18\pi f_0 n T_S + \delta)] \quad (5.13)$$

Utilizando  $f_S = 128 \times f_0$  Hz e  $M = 16$  para sub-amostragem do 9º harmônico, a componente de saída do dispositivo *down-sampler*, em cinza, apresenta frequência aparente  $f' = 60$  Hz.



**Figura 5-13** Equivalência entre deslocamento de fase da componente harmônica e a componente proveniente da sub-amostragem: exemplo com o 9º harmônico. Em (a) deslocamento de fase nulo, (b) adiantamento de  $\pi/2$  e, (c) atraso de  $\pi/3$ .

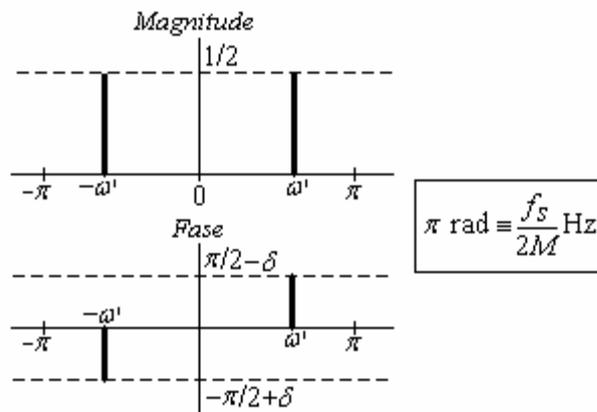
Na Figura 5-13, três valores para  $\delta$  são considerados em (5.13). Em (a), o 9º harmônico está em fase com a fundamental, ou seja,  $\delta=0$ . A componente resultante da sub-amostragem também está em fase com a fundamental. Em (b), o deslocamento de  $\delta=\pi/2$  no 9º harmônico implica no mesmo deslocamento para a componente de saída do *down-sampler*. Finalmente, em (c),  $\delta=-\pi/3$  e o 9º harmônico está atrasado em relação à fundamental, mesmo atraso apresentado pela componente sub-amostrada.

A defasagem real do 9º harmônico em relação à componente fundamental pode ser obtida, considerando as fases estimadas por dispositivos PLL que estimam os parâmetros da fundamental e da componente obtida com a sub-amostragem deste harmônico. Considerando  $\phi_9'$  a fase da componente sub-amostrada obtida do 9º harmônico e  $\phi_1$  a fase da fundamental,

$$\Delta\phi_9 = \phi_9' - \phi_1 \quad (5.14)$$

### 5.2.3.2. Posicionamento da componente no semi-ciclo inferior

Seja  $x[n]$  o sinal dado por (5.6) a entrada do dispositivo *down-sampler* com fator  $M$ . Se a componente exibir posição angular ( $=M\omega$ ) no semi-ciclo inferior, da mesma forma que no caso anterior, usando (4.3) mostra-se que o espectro do sinal de saída do *down-sampler* será como o da Figura 5-14



**Figura 5-14 Espectro do sinal sub-amostrado para reposicionamento da componente sub-amostrada no semi-ciclo inferior**

São observadas inversões de fase, em relação ao espectro do sinal de entrada, mostrado na Figura 5-11. Atentando para o espectro da Figura 5-14, pode-se escrever o sinal de saída como,

$$y[n] = \frac{1}{2} e^{j(\omega'n - \delta + \pi/2)} + \frac{1}{2} e^{j(-\omega'n + \delta - \pi/2)} \quad (5.15)$$

Procedendo com o desenvolvimento de (5.15) como anteriormente, pode-se reescrever esta equação,

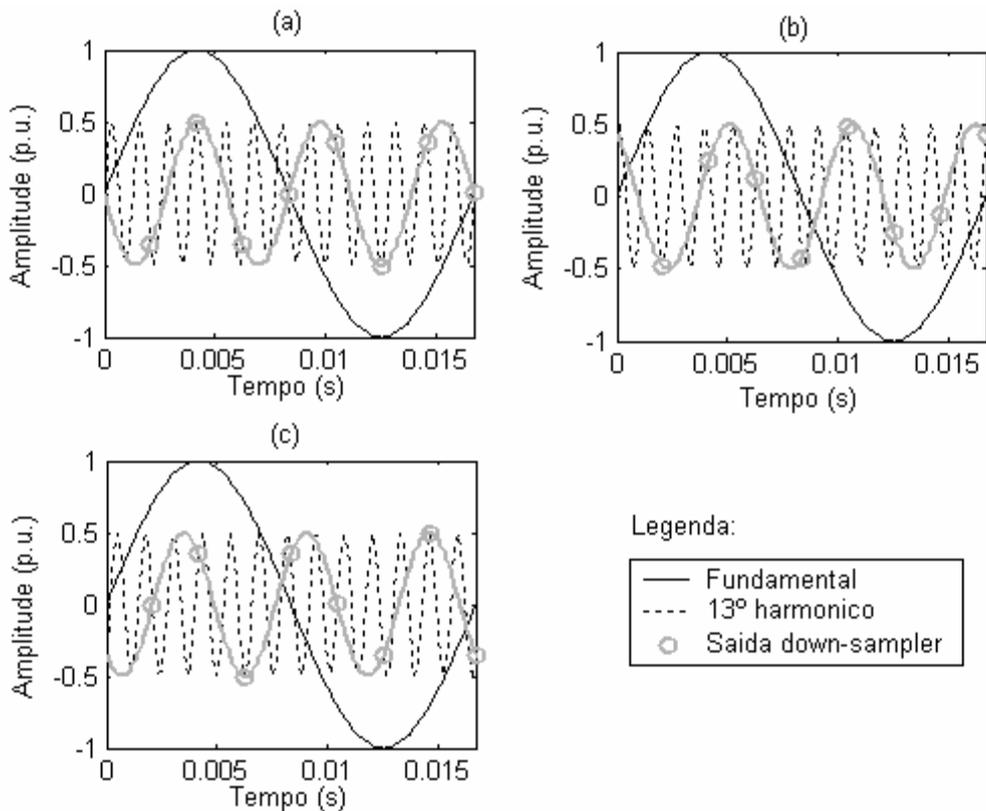
$$y[n] = -\text{sen}(\omega'n - \delta) \quad (5.16)$$

Em termos da frequência aparente  $f'$ ,

$$y[n] = -\text{sen}\left[2\pi f'n(MT_s) - \delta\right] \quad (5.17)$$

Também como resultado direto, considerando o sinal (5.6) uma componente harmônica de um sinal elétrico, a estimativa de fase do sinal proveniente da sub-amostragem (5.17) permite a obtenção da defasagem da componente harmônica em relação à componente fundamental do sinal, já que  $\delta$  é preservado nesta última equação. Note, no entanto, que o sinal está em contra-fase e que um adiantamento do harmônico leva a um atraso na componente sub-amostrada e vice-versa. A Figura 5-15 exemplifica a situação discutida aqui. É considerado um sinal com a componente fundamental e o 13º harmônico,

$$x[n] = V_M \left[ \text{sen}(2\pi f_0 n T_s) + 0,5 \cdot \text{sen}(26\pi f_0 n T_s + \delta) \right] \quad (5.18)$$



**Figura 5-15 Equivalência entre deslocamento de fase da componente harmônica e a componente proveniente da sub-amostragem: exemplo com o 13º harmônico. Em (a) deslocamento de fase nulo, (b) adiantamento de  $\pi/3$  e, (c) atraso de  $\pi/4$ .**

Utilizando  $f_s=128 \times f_0$  Hz e  $M=16$  para sub-amostragem do 13º harmônico, a componente de saída do dispositivo *down-sampler*, representada em cinza, apresenta frequência aparente  $f' = 180$  Hz. Na Figura 5-15, três valores para  $\delta$  são considerados em (5.18). Em (a), o 9º harmônico está em fase com a fundamental, ou seja,  $\delta=0$ . A componente resultante da sub-amostragem está em contra-fase com a fundamental. Em (b), o deslocamento de  $\delta=\pi/3$  no 13º harmônico implica no mesmo deslocamento, só que em sentido contrário, para a componente de saída do *down-sampler*. Finalmente, em (c)  $\delta=-\pi/4$  e o 13º harmônico foi deslocado para a direita em relação à fundamental. A componente sub-amostrada foi deslocada para esquerda com o mesmo valor de  $\delta$ .

Da mesma forma que em 5.2.3.1, a defasagem real do 13º harmônico em relação à componente fundamental pode ser obtida, considerando as fases estimadas por dispositivos PLL que estimam os parâmetros da fundamental e da componente obtida com a sub-amostragem deste harmônico. Considerando  $\phi_{13}'$  a fase da componente sub-amostrada obtida do 13º harmônico e  $\phi_1$  a fase da fundamental, é fácil mostrar que,

$$\Delta\phi_{13} = -(\phi_{13}' - 3\phi_1) + \pi \quad (5.19)$$

### 5.3. Resultados de Simulações e Análise Quantitativa

São apresentados aqui os resultados de simulações para os sinais analisados pelos métodos anteriores. Os dados para simulação da estrutura PLL multitaxa são apresentados primeiramente.

#### 5.3.1. A estrutura PLL-Multitaxa

A estrutura geral PLL-Multitaxa é apresentada na Figura 5-16. Para efeito de simulações, o sinal elétrico possui frequência fundamental ideal de  $f_0=60$  Hz e a taxa de amostragem é  $f_s=128 \times f_0$ . O banco de filtros é composto por quinze filtros de análise, com as frequências centrais iniciais iguais a  $f_0, 2f_0, \dots, 15f_0$ . Cada filtro de análise é composto por duas unidades passa-banda de segunda ordem em cascata, com fator  $\alpha=0,98$ . Utiliza-se a atualização instantânea para a frequência central dos filtros, com o valor médio proveniente de um MAF de ordem  $J=24$  inserido na saída de frequência do PLL. A amplitude estimada é também suavizada com um MAF de mesma ordem.

Considerando a extração dos harmônicos ímpares, os fatores de *down-sampler* utilizados no estágio de redução de taxa de amostragem são mostrados na Tabela VI, assim

como o posicionamento das componentes após tal redução e as frequências aparentes resultantes. Observe que todas as componentes harmônicas do sinal serão estimadas a partir das estimativas de sinais de 60 ou 180 Hz.

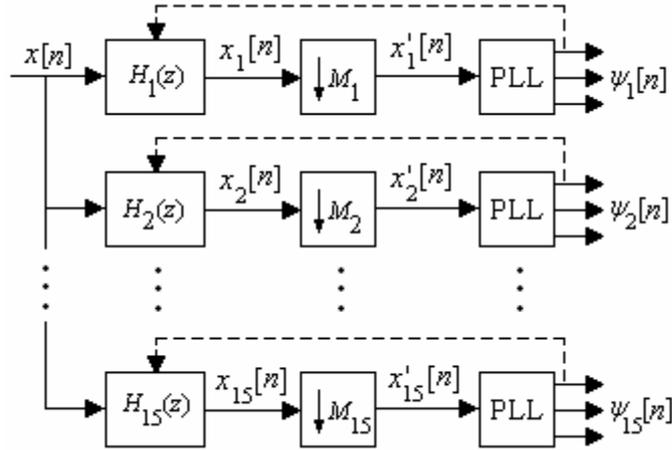


Figura 5-16 Estrutura geral PLL-Multitaxa para estimação de harmônicos/inter-harmônicos

Tabela VI – Fatores de *down-sampler* para a estrutura PLL-Multitaxa com os valores de frequência aparente ( $f'$ ) e de posicionamento angular

Ordem da componente	$f_k$ (Hz)	$M_k$	$f'_k$ (Hz)	Posição Angular (semi-ciclo)	Ordem da componente	$f_k$ (Hz)	$M_k$	$f'_k$ (Hz)	Posição Angular (semi-ciclo)
$k=1$	$f_0$	16	60	superior	$k=9$	$9f_0$	16	60	superior
$k=3$	$3f_0$	16	180	superior	$k=11$	$11f_0$	16	180	superior
$k=5$	$5f_0$	16	180	inferior	$k=13$	$13f_0$	16	180	inferior
$k=7$	$6f_0$	16	60	inferior	$k=15$	$15f_0$	16	60	inferior

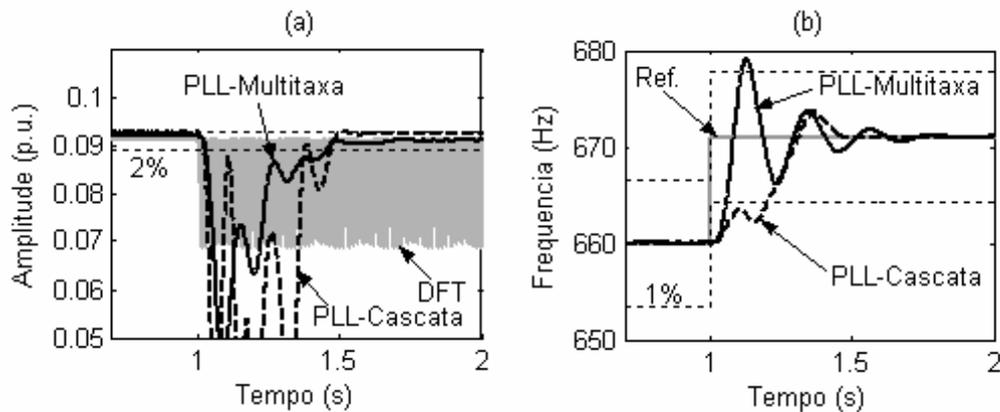
Finalmente, considerando as frequências aparentes obtidas com a sub-amostragem e o conteúdo harmônico significativo usado na análise de desempenho dos métodos, para todos os PLL's, o conjunto de constantes utilizados (ao invés do conjunto base (5.3)) é,

$$\begin{bmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \\ \mu_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 300 \\ 500 \\ 6 \end{bmatrix} \quad (5.20)$$

### 5.3.2. Degrau na Frequência

Seja o sinal de entrada como o de (2.18), ou seja, com o degraú na frequência de +1 Hz imposto em  $t=1$  s. A estrutura PLL-Multitaxa é capaz de extrair todas as componentes,

rastreando o distúrbio ocorrido na frequência. Observe os resultados para o 11º harmônico, mostrados na Figura 5-17. Para esta componente percebe-se que, após o transitório devido ao degrau na frequência, a amplitude estimada retorna ao interior da faixa limite de 2% de erro. O tempo de convergência para a amplitude é de aproximadamente 0,5 s, mesmo valor apresentado pela estrutura PLL-Cascata, embora seja evidente a diferença do comportamento transitório dos dois métodos.



**Figura 5-17 Estimativa de amplitude e frequência do 11º harmônico, (a) Comparação da amplitude estimada pelos métodos DFT, PLL-Cascata e PLL-Multitaxa e, (b) Comparação da frequência estimadas pelas duas estruturas baseadas em PLL**

Os dados de estimativas de amplitude em regime permanente, após ocorrência do distúrbio na frequência, são usados para o levantamento do MSE, do erro de *offset* e do erro instantâneo máximo. Esses parâmetros são mostrados na Tabela VII, que também contém os parâmetros obtidos dos resultados dos métodos anteriores para comparação. Observa-se que a estrutura multitaxa apresenta, em geral, os menores valores para o erro quadrático médio. Mais importante ainda é o fato de apresentar os mais baixos valores para as componentes de maior ordem. Em relação ao erro instantâneo máximo, o método multitaxa também apresenta baixos valores, inclusive os menores para as componentes de ordens 7, 9, 11, 13 e 15. Para esta última componente, o erro máximo é 10 vezes menor que o apresentado pelo método MAF-DFT e quase 17 vezes menor que o apresentado pela estrutura cascata. Considerando o erro de *offset*, o desempenho do método PLL-Multitaxa é o melhor de todos os métodos comparados. Embora o erro instantâneo máximo indique uma oscilação nos resultados da estrutura PLL-Multitaxa, o baixo erro de *offset* indica que o valor médio dos resultados é o que mais se aproximada do valor da amplitude de cada componente.

**Tabela VII – Parâmetros para comparação das estimativas de amplitudes de todas as componentes do sinal: o caso da variação em degrau na frequência**

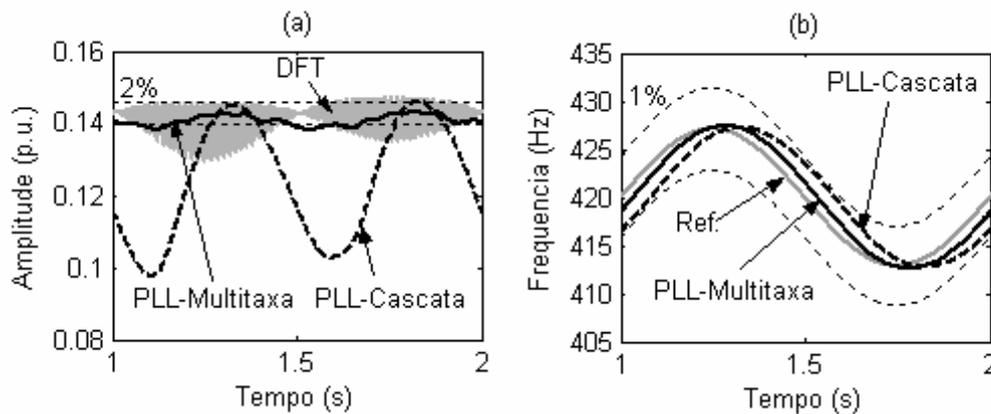
MÉTODO	Ordem Componente							
	1	3	5	7	9	11	13	15
<b>MSE (<math>\times 10^{-6}</math>)</b>								
<b>DFT</b>	0,7134	3,256	7,253	12,84	20,43	30,96	47,66	89,73
<b>STFT</b>	0,06132	0,5506	1,525	2,977	4,894	7,253	9,984	11,87
<b>PLL-Cascata</b>	0,5217	23,63	9,105	4,836	2,758	1,740	1,278	1,157
<b>MAF-DFT</b>	0,02798	0,1034	0,2569	0,4766	0,7426	1,003	1,095	0,3747
<b>PLL-Multitaxa</b>	1,550	1,724	0,7896	0,02628	0,034756	0,006125	0,005509	0,0005369
<b>Erro instantâneo máximo (%)</b>								
<b>DFT</b>	0,1898	1,713	4,789	9,492	15,98	24,59	36,21	54,13
<b>STFT</b>	0,0349	0,3015	0,8462	1,623	2,738	3,951	5,825	6,445
<b>PLL-Cascata</b>	0,08601	1,500	1,547	1,679	1,573	1,514	1,539	1,702
<b>MAF-DFT</b>	0,01882	0,1143	0,2971	0,5522	0,8576	1,191	1,467	1,076
<b>PLL-Multitaxa</b>	0,1887	0,5625	0,6522	0,1738	0,2756	0,1689	0,1826	0,1014
<b>Offset (%)</b>								
<b>PLL-Cascata</b>	-0,07149	1,458	1,509	1,537	1,494	1,451	1,469	1,613
<b>MAF-DFT</b>	0,01667	0,09616	0,2528	0,4823	0,7741	1,099	1,356	0,8980
<b>PLL-Multitaxa</b>	0,004051	-0,002718	-0,0007498	-0,003558	-0,004117	-0,001590	-0,000757	0,002662

### 5.3.3. Variação senoidal na frequência

Considere agora o caso da variação senoidal na frequência como a de (2.19). Os resultados de estimativa de amplitude e frequência do 7º harmônico são mostrados na Figura 5-18. Observe em (a) que a amplitude estimada chega a ultrapassar a faixa de 2% de erro, porém o resultado da estrutura proposta é melhor que o da estrutura PLL-Cascata. Em (b) tem-se o rastreamento da frequência. Para o método multitaxa o atraso entre a estimativa e a referência é de aproximadamente 2 ciclos da fundamental, enquanto que o método PLL-Cascata exibe atraso de aproximadamente 5 ciclos, ou seja, mais que duas vezes e meia o do primeiro.

O erro instantâneo e o MSE para os dados de amplitude são mostrados na Tabela VIII. Observe, com o aumento da ordem da componente, o aumento destes parâmetros para a estrutura PLL-Multitaxa. A justificativa para esse fenômeno está no processo de atualização do filtro, que ocorre com atraso. Dessa forma, em determinado instante de tempo a frequência central do filtro passa-banda é uma e a frequência do sinal de entrada é outra, ocorrendo

atenuação da componente. Observe que este argumento é plausível já que a maior atenuação na estimativa de amplitude ocorre quando a derivada da frequência é máxima. Analisando a Figura 5-18(a), em conjunto com (b), isto pode ser observado nas proximidades de  $t=1,5$  s. Já quando a derivada da frequência é nula, ou baixa, os erros são menores e a estimativa está dentro das faixas de erro consideradas. Isto pode ser visualizado nas proximidades de  $t=1,25$  s e  $t=1,75$  s. Quanto aos parâmetros da Tabela VIII, o método que apresentou melhor desempenho foi o MAF-DFT. Entretanto, a estrutura PLL-Multitaxa apresenta desempenho superior à estrutura PLL-cascata. Uma estratégia com a qual se espera a melhoria de resultados para este caso é o alargamento da faixa de passagem dos filtros passa-banda.



**Figura 5-18 Estimativa de amplitude e frequência do 7º harmônico, (a) comparação da amplitude estimada pelos métodos DFT, PLL-Cascata e PLL-Multitaxa e, (b) comparação da frequência estimadas pelas duas estruturas baseadas em PLL**

**Tabela VIII – Parâmetros para comparação das estimativas de amplitudes de todas as componentes do sinal: o caso da variação senoidal na frequência**

MÉTODO	Ordem Componente							
	1	3	5	7	9	11	13	15
<b>MSE (<math>\times 10^{-6}</math>)</b>								
<b>DFT</b>	0,3458	1,409	3,012	5,254	8,329	12,73	20,13	42,03
<b>STFT</b>	0,02511	0,2255	0,6249	1,220	2,007	2,976	4,095	4,713
<b>PLL-Cascata</b>	22,83	78,28	390,1	596,1	884,0	721,6	313,8	548,2
<b>MAF-DFT</b>	0,01610	0,04777	0,1168	0,2161	0,3371	0,4571	0,5008	0,1656
<b>PLL-Multitaxa</b>	0,08645	4,625	5,288	7,021	12,44	19,71	28,85	39,53
<b>Erro instantâneo máximo (%)</b>								
<b>DFT</b>	0,1896	1,711	4,783	9,474	15,93	24,50	36,02	53,75
<b>STFT</b>	0,03765	0,3256	0,9141	1,752	2,960	4,252	6,357	6,661
<b>PLL-Cascata</b>	0,7672	4,950	17,62	31,65	49,91	54,97	42,22	66,32
<b>MAF-DFT</b>	0,01987	0,1244	0,3296	0,6265	0,9957	1,390	1,703	1,295
<b>PLL-Multitaxa</b>	0,6957	1,3991	2,378	3,281	6,128	9,077	12,35	16,78

### 5.3.4. Variação em rampa na frequência

Neste caso é considerada a variação linear da frequência dada por (3.34). Os resultados para o 13º harmônico são mostrados na Figura 5-19. Percebe-se, em (a), a melhoria de desempenho na estimativa da amplitude, para os dois métodos baseados em PLL. O detalhe do rastreamento da frequência do 13º harmônico é mostrado em (b). O atraso entre as frequências estimadas e a referências é o mesmo citado no caso da variação senoidal da frequência, aproximadamente 2 ciclos para a estrutura PLL-Multitaxa e 5 ciclos para a estrutura PLL-cascata. De modo geral, pode-se dizer que a estrutura proposta é adequada para análise de sinais com este tipo de variação de frequência.

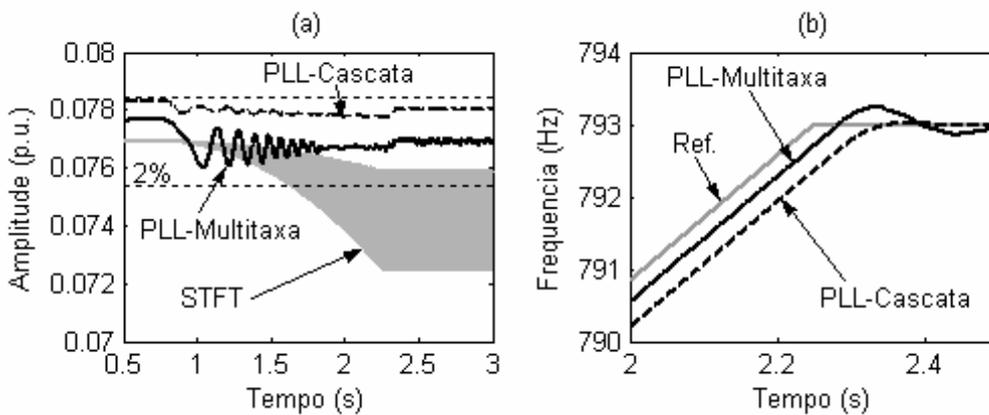
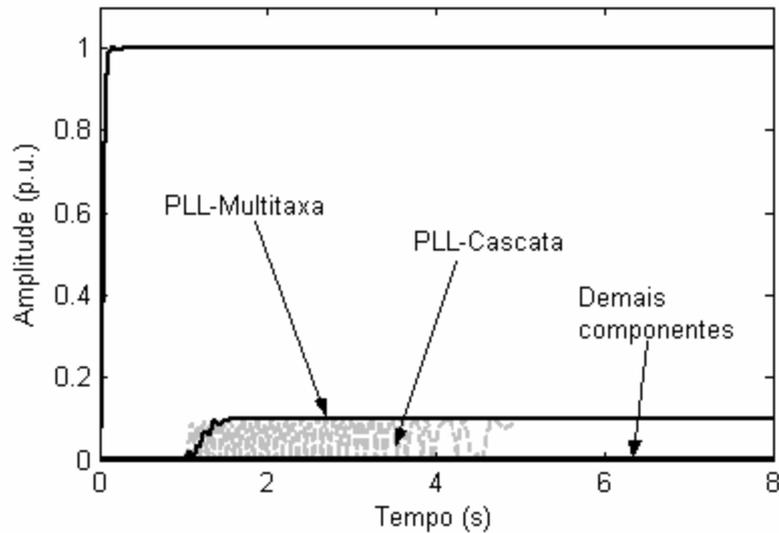


Figura 5-19 de amplitude e frequência do 7º harmônico, (a) Comparação da amplitude estimada pelos métodos STFT, PLL-Cascata e PLL-Multitaxa e, (b) Comparação da frequência estimadas pelas duas estruturas baseadas em PLL

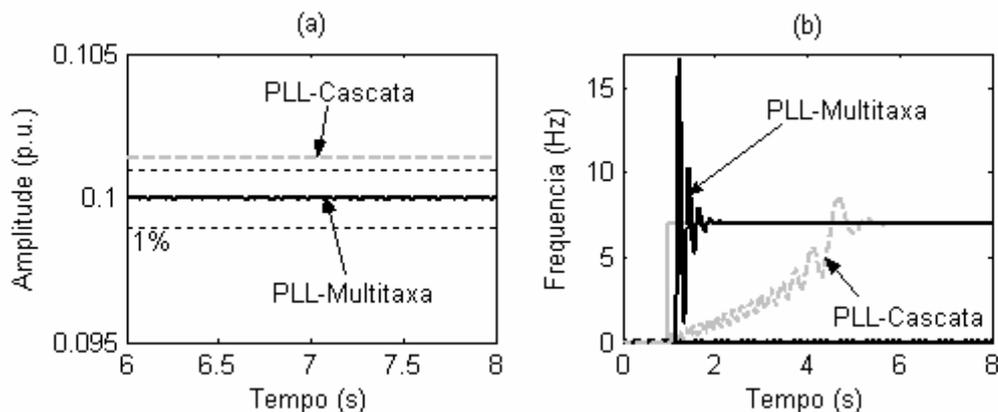
### 5.3.5. Presença de inter-harmônico

Considere o caso da presença do inter-harmônico de 187 Hz, com amplitude de 10% da fundamental, como em (2.21). Em  $t=1$  s tal componente é inserida no sinal. Na Figura 5-20 são mostradas as componentes estimadas pela estrutura multitaxa e também a componente inter-harmônica estimada pela estrutura PLL-cascata, para efeito de comparação. Ambos os métodos tiveram tal componente pela unidade responsável pela estimação do 3º harmônico. No entanto, o tempo de convergência do método multitaxa para rastrear tal componente foi de apenas 0,56 s, contra 4,16 s da estrutura cascadeada. A estrutura PLL-Multitaxa é isenta do espalhamento de energia apresentados pelos métodos DFT e STFT. No pior dos casos, o que pode ocorrer é a convergência, geralmente demorada, de uma outra unidade harmônica para uma das componentes do sinal. Assim, duas unidades forneceriam estimativas idênticas para a mesma componente. Essa multiplicidade pode ser evitada, porém, com o uso de saturadores [15], não considerados aqui neste trabalho.



**Figura 5-20** Amplitudes estimadas para o método PLL-Multitaxa. Comparação do tempo de convergência para rastreamento da componente inter-harmônica com a estrutura PLL-Cascata

Os detalhes da estimativa do inter-harmônico em regime permanente são mostrados na Figura 5-21(a), assim como o rastreamento da frequência inter-harmônica em (b). Observe em (a) a presença do erro de *offset* para o resultado da estrutura PLL-cascata.



**Figura 5-21** Comparação da estrutura PLL-Multitaxa com a estrutura PLL-cascata para o caso da presença de inter-harmônico. (a) Amplitude estimada e, (b) desvio de frequência.

### 5.3.6. Imunidade a ruído

A análise realizada aqui é como em 3.4.5, ou seja, considera-se o sinal composto pela fundamental mais um ruído branco Gaussiano, conforme (3.35). Variando-se a relação sinal ruído (SNR) é levantado o MSE para estimativa da amplitude da fundamental. O resultado para o método PLL-Multitaxa é mostrado na Figura 5-22. O desempenho da estrutura apresentada neste capítulo supera o de qualquer um dos métodos apresentados. O método MAF-DFT necessita do aumento da ordem dos filtros MAF para a melhoria da imunidade ao

ruído. Mesmo com MAFs de tamanho de 4 ciclos da fundamental, os resultados não superam os apresentados pela estrutura multitaxa.

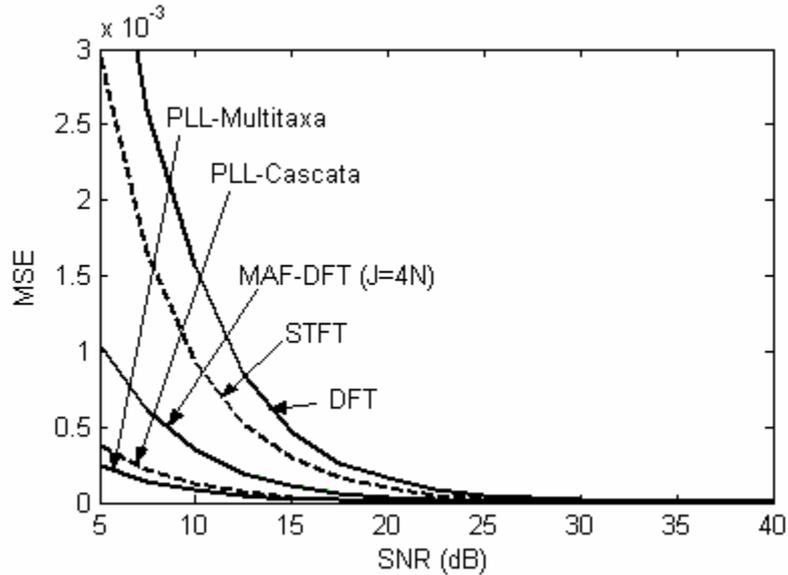


Figura 5-22 Relação entre o MSE da estimativa da amplitude com a variação da relação sinal ruído (SNR)

### 5.3.7. Flutuação de tensão

#### 5.3.7.1. Estrutura para detecção de “flicker”

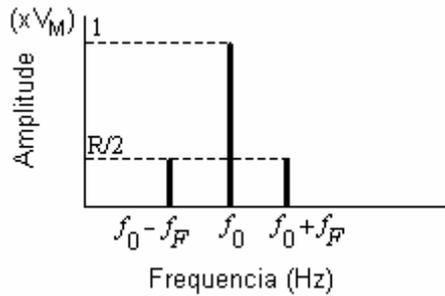
As flutuações de tensão, normalmente referidas como *flicker*, são modeladas por,

$$x[n] = V_M \left[ 1 + R \cdot \text{sen}(2\pi f_F n T_S) \right] \text{sen}(2\pi f_0 n T_S) \quad (5.21)$$

O termo *flicker*, termo em inglês para cintilações de iluminação, se deve ao fato das flutuações de tensão causarem tal efeito. A equação (5.21) representa basicamente o processo de modulação de amplitude. O parâmetro  $R$  é a amplitude da variação da amplitude e  $f_F$  é a frequência com a qual varia. Como mostram Halpin & Singhvi [25], além das flutuações causadas pela modulação de amplitude (5.21), as flutuações causadas pela presença de um único inter-harmônico também causam cintilações de iluminação irritantes, especialmente se estas componentes possuem frequências inferiores à frequência do 2º harmônico. Considerando o caso da modulação da amplitude, o espectro de (5.21) é como mostrado na Figura 5-23. As componentes de frequência  $f_0 - f_F$  e  $f_0 + f_F$  possuem amplitude  $R/2$  e serão denominadas, respectivamente, de componente lateral esquerda e componente lateral direita.

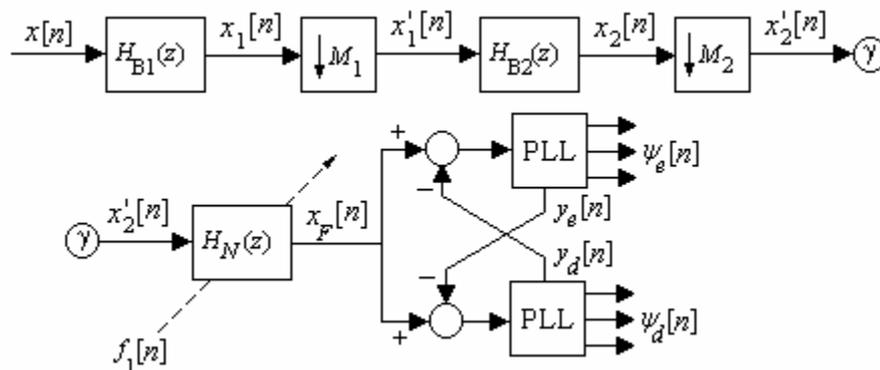
O deslocamento das componentes laterais é dependente da frequência de modulação da amplitude. Conforme citam Wu & Chen [26], a faixa de frequência em que está normalmente incluso  $f_F$  é de 0,25 a 30 Hz. Em especial, frequências próximas de 10 Hz são as

que causam as piores sensações de desconforto para a visão humana. Dentre os equipamentos que causam flutuação na tensão destacam-se os fornos a arco, máquinas de soldar, compressores, entre outros. El-Sharkawi et al. [27] exibem um lista mais extensa de tais equipamentos, enquadrando-os nas faixas de frequências em que provocam a modulação.



**Figura 5-23 Espectro de um sinal com modulação de amplitude**

Considerando o espectro da Figura 5-23, o objetivo é separar as componentes laterais, fornecendo estimativas de amplitude e frequência para que possam ser calculados os termos de avaliação de *flicker* estabelecidos na norma IEC ou no sistema  $\Delta V_{10}$ , utilizado no Japão e outros países asiáticos [26]. Uma estrutura especial, mostrada na Figura 5-24, é montada com dispositivos PLL para análise de sinais do tipo (5.21). O estágio inicial é composto por dois filtros passa-baixas,  $H_{B1}(z)$  e  $H_{B2}(z)$ , e dois dispositivos *down-samplers*. Este estágio é responsável pela eliminação de harmônicos e aumento da SNR, além da diminuição da taxa de amostragem para processamento do sinal. O sinal  $x'_2[n]$  possui, portanto, espectro semelhante ao da Figura 5-23. O segundo estágio consiste na eliminação da componente fundamental do sinal por meio de filtro *notch*,  $H_N(z)$ , e estimação das componentes esquerda e direita por duas unidades PLL básicas. Observe nesta estrutura a subtração da síntese da componente lateral esquerda do sinal  $x_F[n]$  para melhoria da estimativa da componente lateral esquerda e vice-versa.



**Figura 5-24 Estrutura PLL para análise de sinais com flutuação de tensão**

O projeto dos filtros é dependente da taxa de amostragem utilizada no processo de medição do sinal de entrada. Considerando a mesma taxa da estrutura PLL-Multitaxa,  $f_s=128 \times f_0$ , os filtros passa-baixas são do tipo *Butterworth* projetados com os dados da Tabela IX.

**Tabela IX – Frequências utilizadas para o projeto dos filtros  $H_{B1}(z)$  e  $H_{B2}(z)$**

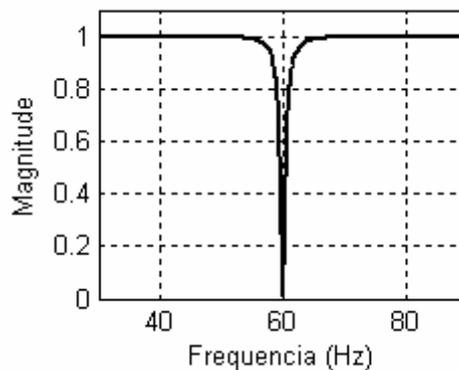
Filtro	Faixa de passagem		Faixa de rejeição	
	Frequência (Hz)	Atenuação máxima (dB)	Frequência (Hz)	Atenuação mínima (dB)
$H_{B1}(z)$	100	3	1920	60
$H_{B2}(z)$	100	1	180	35

Como resultado, os filtros  $H_{B1}(z)$  e  $H_{B2}(z)$  são, respectivamente, de 3ª e 8ª ordem. A Esses filtros permitem a utilização de  $M_1=4$  e  $M_2= 4$ , com a ausência do efeito de *aliasing*.

O filtro *notch* é um filtro do tipo corta-faixa, que cancela efetivamente uma componente do sinal. Sua função de transferência pode ser obtida subtraindo a saída do filtro passa-banda (4.16) do sinal de entrada,

$$H_N(z) = \frac{1+\alpha}{2} \frac{1-2\beta z^{-1} + z^{-2}}{1-\beta(1+\alpha)z^{-1} + \alpha z^{-2}} \quad (5.22)$$

As equações que relacionam a largura de faixa de 3 dB e frequência central do filtro, que neste caso é totalmente atenuada, são as mesmas equações do filtro passa-banda. Considerando a taxa de amostragem na entrada do filtro de (5.22) ( $=f_s/16$ ), a resposta em frequência para um fator  $\alpha=0,98$  é mostrada na Figura 5-25.



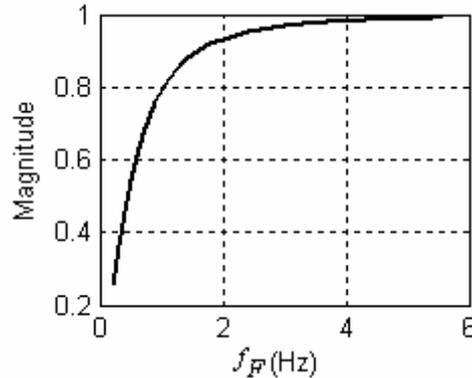
**Figura 5-25 Resposta em frequência do filtro notch da estrutura de análise de flutuação de tensão**

Observe que, à medida que diminui a frequência  $f_F$  de (5.21), as componentes laterais se aproximam de  $f_0$ , sendo portanto atenuadas. Uma solução simples, porém eficaz, pode

corrigir a amplitude. Seja  $f_d[n]$  a frequência estimada da componente lateral direita. A estimativa da frequência de flutuação  $f_F$  pode ser calculada pela diferença entre  $f_d[n]$  e a estimativa da frequência da fundamental obtida pela estrutura PLL-Multitaxa,  $f_1[n]$ ,

$$f_F[n] = f_d[n] - f_1[n] \quad (5.23)$$

A resposta em frequência da Figura 5-25 pode ser transladada de forma a se relacionar com  $f_F$ , conforme mostrado na Figura 5-26.



**Figura 5-26 Aproximação polinomial de compensação de atenuação para baixas frequências de flutuação**

Utilizando uma aproximação polinomial para a curva da Figura 5-26, pode-se calcular o fator de correção  $H_{f_F}$ , ou seja, a atenuação aproximada do filtro *notch* na componente  $f_F$ ,

$$H_{f_F} = p_0 f_F^N + p_1 f_F^{N-1} + \dots + p_{N-1} f_F + p_N \quad (5.24)$$

Assim a amplitude estimada da componente lateral direita,  $A_d[n]$ , é corrigida,

$$A_{d(\text{corrigida})}[n] = A_d[n] / H_{f_F} \quad (5.25)$$

Pode-se considerar a resposta do filtro *notch* simétrica, neste caso, e através de  $f_F[n] = f_1[n] - f_e[n]$ , corrigir a amplitude estimada da componente lateral esquerda,  $A_e[n]$ .

### 5.3.7.2. Resultados

Para simulações da estrutura da Figura 5-24,  $f_s = 128 \times f_0$ . Além disso, as constantes utilizadas para os PLL são  $\mu_1 = 10$ ,  $\mu_2 = 100$  e  $\mu_3 = 10$  e o fator  $\alpha$  do filtro *notch* é 0,98.

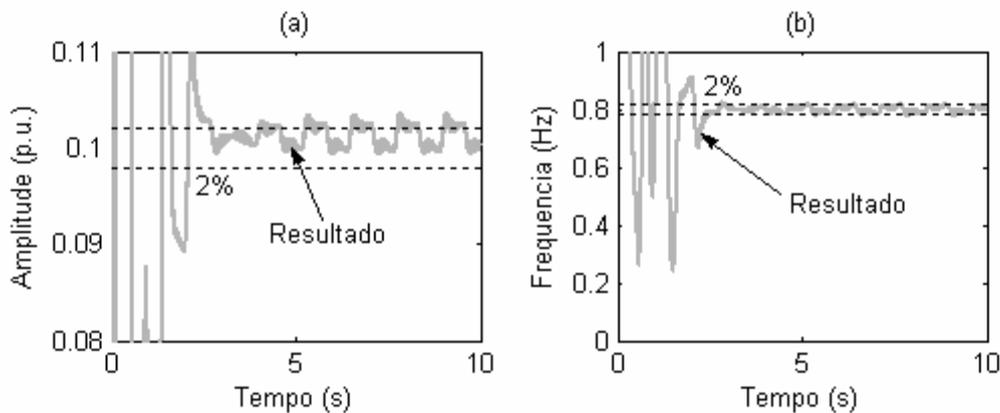
Seja inicialmente um sinal dado por (5.21) com frequência de modulação da amplitude de  $f_F = 0,8$  Hz e amplitude de modulação de 10%, ou seja,  $R = 0,1$ . Observe na Figura 5-26 que para este valor de frequência, as componentes laterais são atenuadas significativamente pelo filtro *notch*. Assim é utilizada uma aproximação polinomial do tipo (5.24) de quinta ordem para correção da amplitude,

$$H_{f_F} = 0,002236 f_F^5 - 0,03913 f_F^4 + 0,2645 f_F^3 - 0,8681 f_F^2 + 0,03913 f_F + 0,0131 \quad (5.26)$$

A equação (5.26) é implementada junta ao algoritmo geral da estrutura apresentada e é válida para intervalo  $0,2 \leq f_F \leq 2,8$ . Se  $f_F$  não estiver neste intervalo, não é necessária correção.

Os resultados obtidos são mostrados na Figura 5-27. As oscilações na etapa inicial se devem ao fato de o PLL tender a estimar a componente fundamental, que não foi completamente atenuada no início da simulação. Uma estratégia de saturação previne a convergência para esta componente. O valor da amplitude  $R$  é obtido multiplicando por dois a amplitude da componente lateral direita estimada por (5.25)

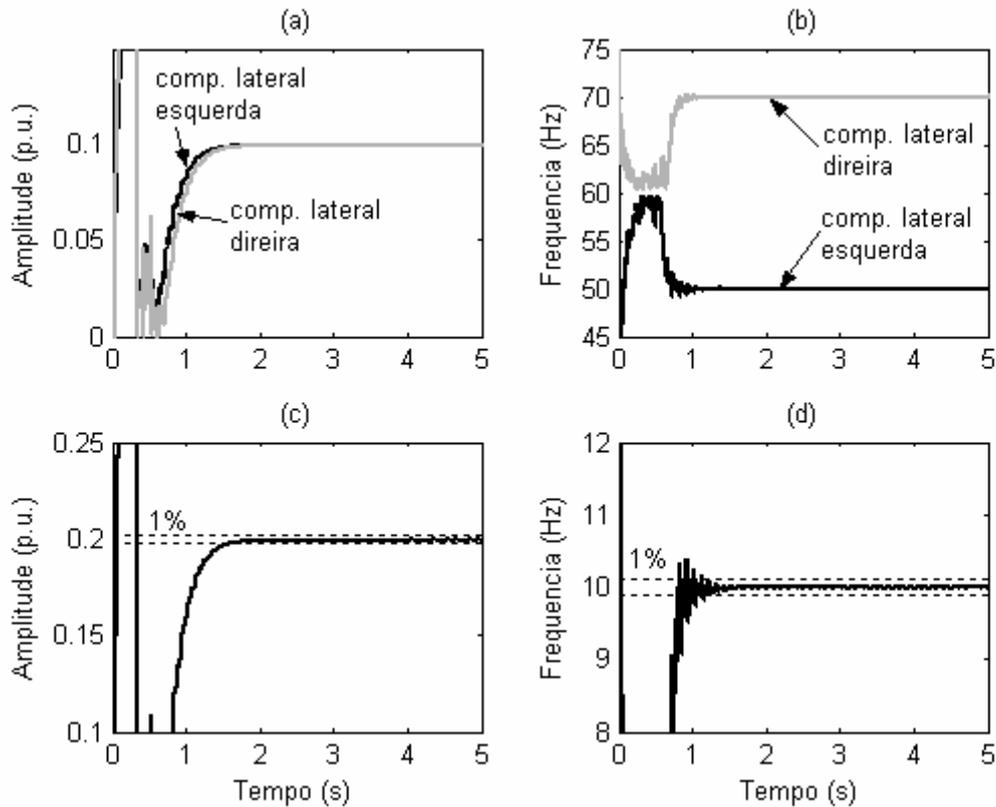
. A frequência  $f_F$  é obtida através de (5.23). Apesar de as componentes laterais estarem muito próximas, as subtrações das componentes opostas nas entradas dos estágios PLL permitem estimações muito próximas da faixa de erro de 2%.



**Figura 5-27** Estimação da componente de modulação da amplitude responsável pelo efeito *flicker*. ( $f_F=0,8$  Hz e  $R=0,1$ ) (a) Amplitude da flutuação e, (b) frequência de modulação.

Considere agora a frequência de flutuação  $f_F=10$  Hz com amplitude de 20% ( $R=0,2$ ). Utilizando as mesmas constantes do caso anterior, os resultados obtidos são mostrados na Figura 5-28. Neste caso são mostradas também as estimativas das componentes laterais. Em (a) tem-se as amplitudes destas componentes e em (b) as frequências. Observe nestas duas figuras o comportamento da resposta devido ao saturador, na região de 0,4 a 0,6 s. Se as frequências estimadas das componentes laterais adentrarem a faixa de 59,8 a 60,2 Hz estes valores são atribuídos e a amplitude é zerada. Em (c) e (d) tem-se, respectivamente, o valor estimado da amplitude e da frequência das flutuações. Esses resultados são obtidos com os dados provenientes da componente lateral esquerda. Com o aumento da distância das componentes no eixo da frequência, são obtidos resultados limitados à faixa de 1% de erro. O tempo de convergência, de pouco mais de 1 segundo para esse caso, se deve principalmente

ao processo de filtragem, com os filtros passa-baixas para corte das componentes harmônicas e com o filtro *notch* para corte da componente fundamental.



**Figura 5-28** Estimação da componente de modulação da amplitude responsável pelo efeito *flicker*. ( $f_f=10$  Hz e  $R=0,2$ ) (a) Amplitude das componentes laterais, (b) freqüência das componentes laterais, (c) Amplitude da flutuação e, (d) freqüência de modulação.

### 5.3.8. Comentários

O método desenvolvido neste capítulo, a estrutura PLL-Multitaxa, é baseado na estratégia de filtragem para melhoramento de sinal e posterior processamento. Como visto, mostrou-se adequado para aplicação de monitoramento de sinais elétricos. A estrutura especial montada para o caso da flutuação de tensão permitiu a obtenção de estimativas da amplitude da flutuação, assim como da freqüência. Tais parâmetros podem ser utilizados para os cálculos dos parâmetros regularizados pelas normas relativas ao efeito de *flicker*.

De um modo geral, os resultados foram os melhores, no que diz respeito à imunidade ao ruído e em relação a erros de *offset*. Em alguns pontos é superado pelo desempenho do método MAF-DFT, particularmente na velocidade de convergência das estimativas. Entretanto, para sinais com baixa SNR a ordem dos filtros deste método deve ser aumentada, fazendo com que os transitórios sejam equivalentes. Embora os resultados para o caso de variação senoidal na freqüência tenham apresentado altos valores de MSE e erro instantâneo

máximo, vale lembrar que as condições do sinal elétrico analisado são um tanto quanto exageradas quando comparadas com variações reais. Como exemplo, se diminuída a velocidade com que a frequência varia nesse caso, ou o desvio máximo da frequência, os resultados são melhores que os apresentados anteriormente.

## 5.4. Esforço Computacional

O levantamento do número de operações realizadas pela estrutura PLL-Multitaxa é realizada considerando a frequência de amostragem  $f_s=128 \times f_0$  Hz. As operações totais correspondem à soma das operações: (a) de filtragem, com dois filtros passa-banda de (4.16) cascadeados, (b) de estimação, com o uso da unidade básica PLL de (2.33) trabalhando com taxa reduzida; (c) de suavização das estimativas de amplitude e frequência com o uso dos MAF's; (d) de obtenção das frequências reais por meio (4.14) e (4.15); e (e) atualização das frequências centrais dos filtros por meio de (4.18) e (4.16).

A Tabela X mostra os resultados de contagem. A estrutura PLL-Multitaxa só é superada pela estrutura MAF-DFT, no que diz respeito ao número de somas e multiplicações. Isto só ocorre se a última for utilizada com taxa  $f_s=32 \times f_0$ . Mesmo assim, para estas operações, a estrutura multitaxa apresenta uma quantia muito inferior em relação aos demais métodos. Além disso, em relação ao método MAF-DFT, a estrutura multitaxa só necessita de 17% das operações de busca em tabela e de nenhuma operação de divisão, contra as 1.888 operações necessárias daquele.

**Tabela X – Complexidade computacional aproximada do método MAF-DFT, durante um ciclo completo da fundamental, para análise desta e de suas componentes harmônicas pares e ímpares até a de 15ª ordem**

Método ( $f_s=128 \times f_0$ )	Operações			
	Somas	Multiplicações	Busca em tabelas	divisões
<b>DFT</b>	19.200	40.192	5.760	3.712
<b>STFT (<math>f_s=32 \times f_0</math>)</b>	29.760	85.408	31.200	928
<b>PLL-Cascata</b>	24.960	30.720	3.840	-
<b>MAF-DFT</b>	30.720	55.552	9.600	7.552
<b>MAF-DFT (<math>f_s=32 \times f_0</math>)</b>	7.680	13.888	2.400	1.888
<b>PLL-Multitaxa</b>	13.438	15.495	411	-

## 5.5. Sumário

A utilização de um banco de análise com dispositivos de diminuição de taxa de amostragem e unidades básicas PLL resultou na estrutura PLL-Multitaxa apresentada neste capítulo.

A unidade básica PLL-Multitaxa foi apresentada. Tendo como objetivo a estimação dos parâmetros da componente fundamental de um sinal elétrico, foram realizadas análises para escolha das constantes do PLL e do parâmetro  $\alpha$  do filtro passa-banda. De modo geral, foi mostrado que a resposta do filtro com fator  $\alpha$  deve limitar o nível de harmônicos na entrada do estimador, não ultrapassando os níveis utilizados no processo de escolha das constantes. A estas últimas é associada rápida convergência e baixo erro em regime permanente. Foram apresentados em seguidas dois métodos para atualização da frequência central para tornar o método adequado à análise de sinais com frequência variante. Numa análise aprofundada do processo de sub-amostragem, foi mostrado que a defasagem entre uma componente harmônica e a fundamental pode ser obtida por meio da fase da componente sub-amostrada.

A estrutura geral PLL-Multitaxa foi apresentada, com os respectivos resultados de simulações. Tal estrutura se mostrou adequada na análise de sinais elétricos, superando, na maioria dos casos, o desempenho dos demais métodos. A complexidade computacional desta estrutura foi levantada, destacando o baixo número de operações em relação aos demais e a ausência de operações de divisões. Foi apresentada ainda uma estrutura baseada em PLL para tratamento especial do caso de flutuações de tensão.

# 6

## Conclusões

Utilizando a associação de diversas técnicas de processamento digital de sinais, duas metodologias foram desenvolvidas neste trabalho para aplicação em medições de parâmetros de componentes harmônicas/inter-harmônicas de sinais elétricos de um SEP. Como demonstram os resultados de simulações, os desempenhos de tais metodologias superam os das técnicas tradicionais, nas quais são baseadas as novas estruturas.

A estrutura MAF-DFT, como indica o próprio nome, foi obtida com a utilização conjunta da transformada discreta de Fourier com os filtros de média móvel. Considerando um sinal com desvio de frequência, a análise qualitativa da resposta em frequência da DFT permitiu o entendimento dos efeitos de espalhamento de energia. Com base nesta análise foi levantada a hipótese básica utilizada na obtenção da estrutura MAF-DFT: o resultado da DFT para uma determinada componente é composto, unicamente, pelos fasores desta componente. Assim, bastou o cancelamento das oscilações do resultado do método de Fourier, utilizando os MAF's, para estimação correta dos parâmetros através do uso da resposta em frequência. Mesmo não se tratando de uma hipótese inteiramente válida, os resultados de simulações mostraram que o algoritmo obtido apresenta desempenho satisfatório considerando as faixas

de erro toleráveis. Aliado ao bom desempenho na estimação está o baixo custo computacional necessário à implementação da metodologia.

A estrutura PLL-Multitaxa foi obtida com a utilização conjunta de um banco de filtros multitaxa com unidades PLL discretas básicas. Esta estrutura possui alguns pontos interessantes. A utilização dos filtros para melhoramento de sinal previne (ou diminui significativamente) os erros de *offset*, fato constatado na seção de resultados. O processo de filtragem é responsável também pelo aumento da SNR do sinal de entrada do estágio de estimação, resultando na metodologia com maior imunidade à presença de ruído. A separação dos sinais permite operações de sub-amostragem. Dessa forma, o número de operações algébricas no estágio de estimação diminui, sendo ainda possível a determinação dos parâmetros dos sinais reais, mesmo no cenário de frequências variantes. Mais importante é o fato de que as estimações são realizadas para sinais de baixas frequências. Assim, um único conjunto de constantes para o PLL é necessário para estimação de todas as componentes. As simulações realizadas, por exemplo, utilizaram um único conjunto de constantes, previamente testadas quanto à estabilidade, tempo de convergência e erro em regime permanente, para os sinais de 60 e 180 Hz provenientes da sub-amostragem. Da mesma forma que o método MAF-DFT, o custo computacional desta estrutura é baixo.

Uma das características mais interessantes da estrutura MAF-DFT é o fato da resposta transitória do método ser previamente conhecida. Isto se deve à utilização de filtros FIR em toda a estrutura, sendo necessário para cálculo dos transitórios apenas os valores de ordens dos filtros. Diametralmente opostas neste quesito estão as estruturas PLL-Cascata e PLL-Multitaxa. O comportamento transitório dos PLL's (como visto, filtros não-lineares adaptativos) é fortemente dependente do ponto atual e do tamanho do distúrbio. Ou seja, para um afundamento de tensão de 1,0 p.u. para 0,99 p.u. o tempo de transitório *pode ser* significativamente inferior ao tempo de transitório de um afundamento de 1,0 p.u. para 0,8 p.u.

A ausência de um estágio de filtragem de melhoramento de sinal no método MAF-DFT faz deste o método de mais baixa imunidade ao ruído, só ganhando em relação à DFT. Esta afirmação é válida se considerado o menor valor permitido para os filtros de média móvel. O aumento da ordem destes filtros mostrou-se uma alternativa para este problema, aumentando, entretanto, o transitório das respostas.

O caso da variação senoidal da frequência foi o mais crítico, principalmente para as estruturas que utilizam o PLL. Observe, no entanto, que as condições de testes foram muito severas. Desvios de frequências, como o de 2 Hz considerado nas simulações, são exagerados

e a ocorrência destes em sistemas reais é evitada pelos mecanismos de controle do SEP. Além disso, as variações de frequências em sistema reais ocorrem de forma lenta, permitindo a análise mais precisa através destas metodologias aqui apresentadas.

A ocorrência de harmônicos pares nos sinais analisados interfere diretamente na estrutura PLL-Multitaxa. É necessário o ajuste de constantes e/ou do fator  $\alpha$  do filtro de forma adequada para o processamento dos sinais. É fácil ver que o pior dos casos é a ocorrência tanto dos harmônicos pares como dos ímpares. Sendo diminuída a distância entre componentes adjacentes, os filtros devem possuir resposta mais estreita, aumentando os transitórios.

No caso da estrutura MAF-DFT, a característica de crescimento da fase não permitiu a correção total da fase, sendo cancelado apenas o valor médio do erro. Apesar da perda de informação da fase total da componente harmônica que foi sub-amostrada, a estrutura PLL-Multitaxa permite o cálculo da defasagem entre esta componente e a componente fundamental.

De modo geral, as metodologias PLL-Multitaxa e MAF-DFT superaram com eficiência as limitações das demais para aplicações de monitoramento de parâmetros de harmônicos/inter-harmônicos. Esta afirmação é realizada com base na análise de resultados obtidos, qualitativa e quantitativa, e na análise de tabelas de levantamento de esforço computacional comparativo.

Como trabalhos futuros, algumas sugestões são destacadas aqui. Primeiramente é interessante uma metodologia para correção completa da fase da DFT, melhorando o desempenho do método MAF-DFT. A investigação de outros tipos de filtro para cancelamento de oscilações é também sugerida, devendo sempre ser avaliado o binômio constituído pela velocidade de convergência e o erro em regime permanente. O estudo da influência de todas as componentes de um sinal na estimativa de uma componente específica é outra sugestão, objetivando a redução do erro de *offset*.

Relativo à estrutura PLL-Multitaxa, é sugerido um trabalho de análise e configuração ótima da estrutura para implementação em plataformas micro-processadas. Talvez a obtenção de uma estrutura em que todas as componentes sejam identificadas com a mesma frequência da fundamental seja o caminho mais interessante, para aproveitamento dos resultados das pesquisas realizada por Gomes [3]. Para isso é necessário, portanto, o ajuste correto da frequência de amostragem e dos fatores de redução de taxa do banco de filtros multitaxa.

## Referências Bibliográficas

- [1] BOLLEN, M. H. J. & GU, I. Y. H. (2006). **Signal processing of power quality disturbances**. Piscataway-NJ, EUA: Wiley-Interscience, 2007. 861 p. IEEE Press Series on Power Engineering.
- [2] INTERNATIONAL ELETROTECHNICAL COMMISSION. **Testing and measurement techniques – general guide on harmonics and interharmonics measurement and instrumentation for power supply systems and equipment connected thereto** (IEC 61000-4-7), 2002.
- [3] GOMES, P. H. C. **Análise e síntese de um algoritmo “phase-locked loop” robusto para estimação de amplitude, fase e frequência de sinais elétricos**. 2007. 115 f. Dissertação (Mestrado em Eng. Elétrica) – Faculdade de Engenharia, UFJF, Juiz de Fora, 2007.
- [4] DINIZ, P. S. R.; DA SILVA, E. A. B. & NETTO, S. L. **Processamento digital de sinais: projeto e análise de sistemas**. Trad. Luiz W. P. Biscainho. Porto Alegre: Bookman, 2004. 590p.
- [5] MITRA, S. K. **Digital signal processing: A computer-based approach**. 3ª ed. Nova Delhi, Índia: Tata McGraw-Hill, 2006, 972 p.
- [6] SMITH, S. W. **The scientist and engineer’s guide to digital signal Processing**. 2ª ed. San Diego, CA-EUA: California Technical Publishing, 1999, 650 p. Disponível em: <<http://www.dspguide.com/>>. Acesso em: 20 Jjan. 2008.
- [7] PRESS, W. H.; TEUKOLSKY, S. A.; VETTERLING, W. T. & FLANNERY, B. P. **Numerical recipes in C: the art of scientific computer**. 2ª ed. Cambridge, Reino Unido: Cambridge University Press, 1992, 965p. Disponível em: <<http://www.nr.com/>>. Acessado em: 20 Jan. 2008.
- [8] BAGHZOUZ, Y. et al. Time varying harmonics: part i – characterizing measured data. **IEEE Transactions on Power Delivery**. vol. 13, n. 3, pp. 938-944, Julho, 1998.
- [9] LI, Chun; XU W. & TAYJASANANT T. Interharmonics: basic concepts and techniques for their detection and measurement. **Electric Power Systems Research**. vol. 66, n. 1, pp. 39-48, Julho, 2003.
- [10] HARRIS, F. H. On the use of windows for harmonic analysis using the Discrete Fourier Transform. **Proceedings of the IEEE**. vol. 66, n. 1, pp. 51-83, Janeiro, 1978.

- [11] ZIARANI, A. K. & KONRAD, A. A method of extraction of nonstationary sinusoids. **Signal Processing**. vol. 84, n. 8, pp. 1323-1346, Agosto, 2004.
- [12] KARIMI-GHARTEMANI, M. & IRAVANI, M. R. Periodic orbit analysis of two dynamical systems for electrical engineering applications. **Journal of Engineering Mathematics**. vol. 45, n. 2, pp. 135-154, Fevereiro, 2003.
- [13] KARIMI-GHARTEMANI, M. & IRAVANI, M. R. Robust and frequency-adaptive measurement of peak value. **IEEE Transactions on Power Delivery**. vol. 19, n. 2, pp. 481-489, Abril, 2004
- [14] KREYSZIG, E. **Advanced Engineering Mathematics**. 9<sup>a</sup> ed. New York: Wiley, 2006, 1094 p.
- [15] KARIMI-GHARTEMANI, M. & IRAVANI, M. R. Measurement of harmonics/interharmonics of time-varying frequency. **IEEE Transactions on Power Delivery**. vol. 20, n. 1, pp. 23-31, Janeiro, 2005.
- [16] KARIMI, H.; KARIMI-GHARTEMANI, M. & IRAVANI, M. R. Estimation of frequency and its rate of change for applications in power systems. **IEEE Transactions on Power Delivery**. vol. 19, n. 2, pp. 472-480, Abril, 2004.
- [17] KARIMI-GHARTEMANI, M.; KARIMI, H. & IRAVANI, M. R. A magnitude/phase-locked loop system based on estimation of frequency and in-phase/quadrature-phase amplitudes. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**. vol. 51, n. 2, pp. 511-517, Abril, 2004.
- [18] PHADKE, A. G.; THORP, J. S. & ADAMIAK M. G. A new measurement technique for tracking voltage phasors, local system frequency and rate of change of frequency. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**. vol. PAS102, n. 5, pp. 1025-1033, Maio, 1983.
- [19] HART, D.; NOVOSEL, D.; HU, Y.; SMITH, B. & EGOLF, M. A new frequency tracking and phasor estimation algorithm for generator protection. **IEEE Transactions of Power Delivery**. vol. 12, n. 3, pp. 1064-1070, Julho, 1997.
- [20] FUNAKI, T. & TANAKA, S. Error estimation and correction of DFT in synchronized phasor measurement. In: TRANSMISSION AND DISTRIBUTION CONFERENCE AND EXHIBITION, 2002, Asia-Pacific. **Proceedings**. IEEE, vol. 1, pp. 448-453, Outubro, 2002.
- [21] NGUYEN, T. T. & LI, X. J. A fast and accurate method for estimating power system phasors using DFT with interpolation. In: POWER ENGINEERING SOCIETY

- GENERAL MEETING, 2006, Crawley-WA, Australia. **Proceedings. IEEE**, pp. 18-22, Junho, 2006.
- [22] WANG, M. & SUN, Y. A practical, precise method for frequency tracking and Phasor Estimation. **IEEE Transactions on Power Delivery**. vol. 19, n. 4, pp. 1547-1552, Outubro, 2004.
- [23] \_\_\_\_\_. A practical method to improve phasor and power measurement accuracy of DFT algorithm. **IEEE Transactions on Power Delivery**. vol. 21, n. 3, pp. 1054-1062, Julho, 2006.
- [24] VAIDYANATHAN, P. P. **Multirate systems and filter bank**. Englewood Cliffs-NJ, EUA: Prentice Hall, 1993, 900 p.
- [25] HALPIN, S. M. & SINGHVI, V. Limits for interharmonics in the 1-100 Hz range based on lamp flicker considerations. **IEEE Transactions on Power Delivery**. vol. 22, n. 1, pp. 270-276, Janeiro, 2007.
- [26] WU, C.-J. & CHEN, Y.-J. A novel algorithm for precise voltage flicker calculation by using instantaneous voltage vector. **IEEE Transactions on Power Delivery**. Vol. 21, n. 3, pp. 1541-1548, Julho, 2006.
- [27] EL-SHARKAWI, M. A. et al. Development and field testing of an adaptive flicker controller for 15 kV systems. **IEEE Transactions on Power Delivery**. vol. 10, n. 2, pp. 1025-1030, Abril, 1995.



## Produção Científica

Neste Apêndice são listados os artigos derivados deste trabalho. Em congressos nacionais, foi apresentado um total de três trabalhos, divulgados na principal conferência brasileira sobre qualidade de energia elétrica. Em congressos internacionais, dois são os resultados em eventos realizados pelo IEEE. Destes últimos, um deles está em fase de revisão, sendo sugerida uma pequena alteração por um dos revisores. Nas páginas seguintes à lista, é apresentada a primeira folha de cada um dos trabalhos divulgados.

### A.1. Publicações em Anais de Congressos Nacionais

CARVALHO, J. R.; DAMASCENO, A. C. H. & DUQUE, C. A. Uma aproximação para medição de amplitude e rastreamento de frequência através da DFT. In: CONFERÊNCIA BRASILEIRA SOBRE QUALIDADE DE ENERGIA ELÉTRICA, 7., 2007, Santos-SP. **Anais**. São Paulo: Sociedade Brasileira de Qualidade de Energia Elétrica, 2007. CD-ROM. Seção artigos.

CARVALHO, J. R.; DUQUE, C. A.; RIBEIRO, M. V.; CERQUEIRA, A. S.; BALDWIN, T. L. & RIBEIRO, P. F. Time-varying harmonic distortion estimation using PLL-based filter bank and multirate processing. In: CONFERÊNCIA BRASILEIRA SOBRE QUALIDADE DE ENERGIA ELÉTRICA, 7., 2007, Santos-SP. **Anais**. São Paulo: Sociedade Brasileira de Qualidade de Energia Elétrica, 2007. CD-ROM. Seção artigos.

DUQUE, C. A.; RIBEIRO, M. V.; CARVALHO, J. R.; BALDWIN, T. L. & RIBEIRO, P. F. A comparative performance of signal processing methods applied to power system phasor estimation under time-varying high distortion conditions. In: CONFERÊNCIA BRASILEIRA SOBRE QUALIDADE DE ENERGIA ELÉTRICA, 7., 2007, Santos-SP. **Anais**. São Paulo: Sociedade Brasileira de Qualidade de Energia Elétrica, 2007. CD-ROM. Seção artigos.

## A.2. Publicações em Anais de Congressos Internacionais

CARVALHO, J. R.; GOMES, P. H. C.; DUQUE, C. A.; RIBEIRO, M. V.; CERQUEIRA, A. S. & SZCZUPAK, J. PLL-based multirate harmonic estimation. In: POWER ENGINEERING SOCIETY GENERAL MEETING, 2007, Tampa-FL, EUA. **Proceedings**. IEEE, 2007, pp. 1-6, Junho, 2007.

CARVALHO, J. R.; DUQUE, C. A.; BALDWIN, T. L. & RIBEIRO, P. F. A DFT-based approach for efficient harmonic/inter-harmonic analysis under time-varying conditions. (aceito para apresentação no POWER ENGINEERING SOCIETY GENERAL MEETING, 2008, Pittsburgh-PA, EUA)

## A.3. Publicações em Periódicos Internacionais

CARVALHO, J. R.; DUQUE, C. A.; RIBEIRO, M. V.; CERQUEIRA, A. S.; BALDWIN, T. L. & RIBEIRO, P. F. A PLL based multirate structure for time-varying power systems harmonic/inter-harmonic (submetido à IEEE Transactions on Power Delivery e em fase de revisão)

# B

## Esforço Computacional

Neste apêndice são mostradas as equações para cálculo do esforço computacional dos métodos abordados neste trabalho. Tais equações foram levantadas através de análise realizada nos algoritmos e estruturas apresentadas.

Antes da apresentação das equações são necessárias algumas definições. Inicialmente, a variável  $N$  é definida como o número de pontos por ciclo de um sinal elétrico de frequência ideal  $f_0=60$  Hz. A DFT e STFT com janela Triangular são utilizados numa janela de tamanho  $N$ . É definida também a variável  $H$  como sendo a ordem da maior componente harmônica analisada no sinal. Assim, o esforço computacional total corresponde ao número de operações necessárias para a obtenção das componentes de ordem  $1, 2, \dots, H$ , durante um ciclo total de  $f_0$ .

Na Tabela XI são apresentadas as equações. As equações para o método PLL-Multitaxa apresentam o operador  $\lfloor \cdot \rfloor$ . Aplicado a uma variável real  $x$  qualquer,  $\lfloor x \rfloor$ , representa o menor inteiro de  $x$ . Observa-se o aumento das operações de soma, multiplicação e busca em tabela do método STFT com o quadrado do número de pontos por ciclo do sinal analisado. Todos os demais possuem equações com relações lineares com a variável  $N$ , o que explica o baixo número de operações, se comparados com a STFT.

Tabela XI – Expressões literais para o cálculo do esforço computacional dos métodos deste trabalho.

Método	Operações			
	Somas	Multiplicações	Buscas em Tabela	Divisões
DFT	$10HN$	$21HN - N$	$3HN$	$2HN - N$
STFT	$2HN^2 - 2HN$	$5HN^2 + 18HN - N$	$2HN^2 + HN$	$2HN - N$
PLL-Cascata	$13HN$	$16HN$	$2HN$	–
MAF-DFT	$16HN$	$29HN - N$	$5HN$	$4HN - N$
PLL-Multitaxa	$6HN + 14 \sum_{i=1}^H \left\lfloor \frac{N}{M_i} \right\rfloor$	$7HN + 15 \sum_{i=1}^H \left\lfloor \frac{N}{M_i} \right\rfloor$	$3 \sum_{i=1}^H \left\lfloor \frac{N}{M_i} \right\rfloor$	–