

Coordenadas Polares Versus Coordenadas Retangulares no Cálculo do Ponto de Máximo Carregamento em Sistemas Elétricos de Potência

Magda Rocha Guedes

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS PROGRAMAS DE PÓS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA ELÉTRICA.

Aprovada por:

Prof. Vander Menengoy da Costa, D. Sc.
(orientador)

Prof^{ca}. Carmen Lúcia Tancredo Borges, D. Sc.

Prof. Márcio de Pinho Vinagre, D.Sc.

Prof. André Luís Marques Marcato, D.Sc.

JUIZ DE FORA, MG – BRASIL

ABRIL DE 2007

GUEDES, MAGDA ROCHA

Coordenadas Polares Versus Coordenadas Retangulares no
Cálculo do Ponto de Máximo Carregamento em Sistemas
Elétricos de Potência

[Juiz de Fora] 2007

XVI, 102 p. 29,7 cm (UFJF, M.Sc., Engenharia Elétrica, 2007)

Tese – Universidade Federal de Juiz de Fora.

1. Estabilidade de Tensão
2. Fluxo de Potência Continuado
3. Método do Ponto de Colapso
4. Coordenadas Polares
5. Coordenadas Retangulares

I. UFJF

II. Título (série).

Aos meus pais Albêncio Expedito de Gusmão Guedes e Eny José da Rocha Guedes

Ao meu noivo Edson Filgueiras Marinho

À minha irmã Marise, ao meu cunhado David e minha sobrinha Mariana

À minha sogra Maria da Penha Filgueiras

Ao meu sogro Rogério Marinho

À família Filgueiras Marinho

Agradecimentos

A Deus pela presença constante em minha vida, me amparando nos momentos de aflição me dando força, coragem, inteligência, saúde e persistência para prosseguir na realização deste trabalho.

Ao Professor Vander Menengoy da Costa por seu profissionalismo, ética, seriedade, competência, atenção, paciência e principalmente amizade, aspectos fundamentais na realização deste trabalho.

À Eng^a. Jaqueline Lindolores de Resende pelo apoio técnico e amizade.

Ao Eng. Marcelo Cantarino pelo apoio técnico e amizade.

Aos professores, pela colaboração e participação na banca de mestrado.

Aos colegas de pós-graduação da UFJF, pela amizade e por todo o apoio prestado no desenvolvimento deste trabalho.

A CAPES pelo suporte financeiro.

À Eng^a. Michele Zancanella pelo apoio e amizade.

À D. Penha pelo apoio, compreensão e carinho.

A todos os meus familiares e amigos que estão sempre ao meu lado.

Dedico especial agradecimento ao meu noivo Edson Filgueiras Marinho que com seu amor, dedicação, companheirismo e amizade, está me ajudando a suportar a ausência do meu querido pai que me deixou durante a realização deste trabalho.

Resumo da Tese apresentada à UFJF como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.).

Coordenadas Polares Versus Coordenadas Retangulares no Cálculo do Ponto de Máximo Carregamento em Sistemas Elétricos de Potência

Magda Rocha Guedes

Abril, 2007

Orientador: Vander Menengoy da Costa

Programa: Engenharia Elétrica

O aumento contínuo da demanda aliado as restrições econômicas e ambientais para a expansão das capacidades de geração e transmissão tem propiciado a operação dos sistemas elétricos de potência cada vez mais próxima de seus limites operativos. Conseqüentemente, a estabilidade de tensão é hoje um dos temas mais importantes tanto para as concessionárias de energia elétrica, quanto para os pesquisadores do meio acadêmico.

Face a esta situação, torna-se cada vez mais premente, a necessidade de desenvolver novas metodologias e avaliar as existentes, de modo a possibilitar uma análise acurada da estabilidade de tensão. Neste contexto, este trabalho aborda o cálculo do ponto de máximo carregamento através da utilização dos métodos do fluxo de potência continuado e do ponto de colapso. Além disto, e como idéia principal, tem como objetivo avaliar o desempenho destas metodologias, quando as equações básicas que caracterizam a rede elétrica são expressas tanto em coordenadas polares, quanto em coordenadas retangulares.

Os resultados apresentados enfocam o número de iterações e a trajetória de convergência dos processos iterativos referentes ao fluxo de potência continuado e ao método do ponto de colapso. Análises de autovalores, autovetores e vetores tangentes também são apresentados. Sistemas testes do IEEE e um modelo equivalente da região Sul-Sudeste brasileira são utilizados na simulação dos resultados.

Abstract of Thesis presented to UFJF as partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science. (M.Sc.).

Polar Versus Rectangular Coordinates for Computing the Maximum Loading Point in Electrical Power Systems

Magda Rocha Guedes

April, 2007

Thesis Supervisor: Vander Menengoy da Costa

Department: Electrical Engineering

The continuous loading growth allied to the lack of investments in generation and transmission areas has led to a electrical power system operated closer to its operating limits. Therefore, voltage stability is one of the most relevant themes for electrical energy companies, as well as for academic researchers.

In view of this scenario, mathematical approaches applied to performing an accurate voltage stability analysis should be developed and/or evaluated. Thus, the present work deals with the computation of the maximum loading point through continuation power flow and point of collapse methods. In addition, the primary objective is to evaluate the performance of these methodologies when the electrical network equations are expressed in both polar and rectangular voltage coordinates.

The results presented focus on the number of iterations and convergence trajectory associated with the iterative process of the continuation power flow and point of collapse methods. Eigenvalues, eigenvectors and tangent vectors are also presented. IEEE test systems and a South-Southeastern Brazilian network are used in the simulations.

Índice

1	Introdução	1
1.1	Considerações Gerais	1
1.2	Motivação e Objetivo do Trabalho	2
1.3	Estrutura do Trabalho	4
2	Fluxo de Potência Continuado	5
2.1	Introdução	5
2.2	Princípios Básicos	6
2.3	Representação em Coordenadas Polares da Tensão	8
2.3.1	Processo de Estimação	8
2.3.2	Processo de Correção	10
2.4	Representação em Coordenadas Retangulares da Tensão	11
2.4.1	Processo de Estimação	12
2.4.2	Processo de Correção	14
2.5	Fluxograma Básico	15
2.6	Aplicação Numérica	16
2.6.1	Solução em Coordenadas Polares	17
2.6.2	Solução em Coordenadas Retangulares	22
2.6.3	Comentários Finais	25
3	Método do Ponto de Colapso	26
3.1	Introdução	26
3.2	Metodologia Básica	27
3.3	Método do Ponto de Colapso em Coordenadas Polares	29
3.4	Método do Ponto de Colapso em Coordenadas Retangulares	31
3.5	Algoritmo Geral	33
3.6	Aplicação Numérica	35
3.6.1	Solução em Coordenadas Polares	35
3.6.2	Solução em Coordenadas Retangulares	44
3.6.3	Comentários Finais	52

4 Resultados	53
4.1 Introdução	53
4.2 Análise do Fluxo de Potência Continuado	53
4.3 Análise do Método do Ponto de Colapso	72
5 Conclusões	87
5.1 Considerações Finais	87
5.2 Sugestões para Estudos Futuros	88
Apêndice 1 Metodologias de Fluxo de Potência	89
A1.1 Formulação Polar	89
A1.2 Formulação Retangular	91
Apêndice 2 Derivadas de Segunda Ordem das Equações do Fluxo de Potência	95
A2.1 Formulação Convencional Polar	95
A2.2 Formulação Convencional Retangular	96
Referências Bibliográficas	99

Lista de Figuras

Figura 2.1	Perfil de tensão gerado pelo fluxo de potência continuado	5
Figura 2.2	Definição da variável μ para realização da contingência da LT entre as barras k e l	6
Figura 2.3	Metodologia de estimação e correção	7
Figura 2.4	Fluxograma do programa de fluxo de potência continuado	15
Figura 2.5	Sistema teste três barras	16
Figura 2.6	Curva de continuação da barra 2 – Sistema teste três barras	18
Figura 3.1	Gráficos de convergência polar a partir de valores estimados – Sistema teste três barras	41
Figura 3.2	Componentes do autovetor à esquerda referentes à injeção de ativos associados ao autovalor nulo no ponto de máximo carregamento – Formulação polar – Sistema teste três barras	42
Figura 3.3	Componentes do autovetor à esquerda referentes à injeção de reativos associados ao autovalor nulo no ponto de máximo carregamento – Formulação polar – Sistema teste três barras	42
Figura 3.4	Gráficos de convergência polar – Sistema teste três barras – Caso base	43
Figura 3.5	Gráficos de convergência retangular a partir de valores estimados – Sistema teste três barras	49
Figura 3.6	Componentes do autovetor à esquerda referentes à injeção de ativos associados ao autovalor nulo no ponto de máximo carregamento – Formulação retangular – Sistema teste três barras	50
Figura 3.7	Componentes do autovetor à esquerda referentes à injeção de reativos associados ao autovalor nulo no ponto de máximo carregamento – Formulação retangular – Sistema teste três barras	50
Figura 3.8	Gráficos de convergência retangular – Sistema teste três barras – Fator 1,2	51
Figura 4.1	Curva de continuação da barra 14 – Sistema IEEE 14	54
Figura 4.2	Curva de continuação da barra 30 - Sistema IEEE 30	55
Figura 4.3	Curva de continuação da barra 31 - Sistema IEEE 57	55
Figura 4.4	Curva de continuação da barra 74 - Sistema IEEE 118	56
Figura 4.5	Curva de continuação da barra 526 - Sistema IEEE 300	56

Figura 4.6	Curva de continuação da barra 1818 - Sistema 1768 barras	57
Figura 4.7	Número de iterações em função do carregamento – IEEE 14	57
Figura 4.8	Número de iterações em função do carregamento – IEEE 30	58
Figura 4.9	Número de iterações em função do carregamento – IEEE 57	58
Figura 4.10	Número de iterações em função do carregamento – IEEE 118	59
Figura 4.11	Número de iterações em função do carregamento – IEEE 300	59
Figura 4.12	Número de iterações em função do carregamento – 1768 barras	60
Figura 4.13	Número de iterações por correção em função do número de correções para $\alpha = 1,75$ – IEEE 14	61
Figura 4.14	Número de iterações por correção em função do número de correções para $\alpha = 1,5$ – IEEE 30	61
Figura 4.15	Número de iterações por correção em função do número de correções para $\alpha = 1,4$ – IEEE 57	62
Figura 4.16	Número de iterações por correção em função do número de correções para $\alpha = 1,2$ – IEEE 118	62
Figura 4.17	Número de iterações por correção em função do número de correções para $\alpha = 1,02$ – IEEE 300	63
Figura 4.18	Número de iterações por correção em função do número de correções para $\alpha = 1,01$ – 1768 barras	63
Figura 4.19	Número de iterações em função da retirada do ramo 2-3 – IEEE 14	64
Figura 4.20	Número de iterações em função da retirada do ramo 2-5 – IEEE 30	65
Figura 4.21	Número de iterações em função da retirada do ramo 34-35 – IEEE 57	65
Figura 4.22	Número de iterações em função da retirada do ramo 69-70 – IEEE 118	66
Figura 4.23	Número de iterações em função da retirada do ramo 37-49 – IEEE 300	66
Figura 4.24	Número de iterações em função da retirada do ramo 2591-2593 – 1768 barras	67
Figura 4.25	Número de iterações por correção em função do número de correções para $\mu = 0$ – IEEE 14	68
Figura 4.26	Número de iterações por correção em função do número de correções para $\mu = 0$ – IEEE 30	68
Figura 4.27	Número de iterações por correção em função do número de correções para $\mu = 0$ – IEEE 57	69
Figura 4.28	Número de iterações por correção em função do número de correções	

	para $\mu = 0$ – IEEE 118	69
Figura 4.29	Número de iterações por correção em função do número de correções para $\mu = 0$ – IEEE 300	70
Figura 4.30	Número de iterações por correção em função do número de correções para $\mu = 0,1$ – 1768 barras	70
Figura 4.31	Componentes do vetor tangente referentes aos ângulos no ponto de máximo carregamento – IEEE 300	71
Figura 4.32	Componentes do vetor tangente referentes às tensões no ponto de máximo carregamento – IEEE 300	71
Figura 4.33	Trajectoria de convergência polar x retangular – IEEE 14	73
Figura 4.34	Trajectoria de convergência polar x retangular – IEEE 30	74
Figura 4.35	Trajectoria de convergência polar x retangular – IEEE 57	74
Figura 4.36	Trajectoria de convergência polar x retangular – IEEE 118	75
Figura 4.37	Trajectoria de convergência polar x retangular – IEEE 300	75
Figura 4.38	Trajectoria de convergência polar x retangular – 1768 barras	76
Figura 4.39	Número de iterações do método do ponto de colapso em função do carregamento – IEEE 14	77
Figura 4.40	Número de iterações do método do ponto de colapso em função do carregamento – IEEE 30	77
Figura 4.41	Número de iterações do método do ponto de colapso em função do carregamento – IEEE 57	78
Figura 4.42	Número de iterações do método do ponto de colapso em função do carregamento – IEEE 118	78
Figura 4.43	Número de iterações do método do ponto de colapso em função do carregamento – IEEE 300	79
Figura 4.44	Número de iterações do método do ponto de colapso em função do carregamento – 1768 barras	79
Figura 4.45	Número de iterações do método do ponto de colapso em função da retirada do ramo 2-3 – IEEE 14	80
Figura 4.46	Número de iterações do método do ponto de colapso em função da retirada do ramo 2-5 – IEEE 30	80
Figura 4.47	Número de iterações do método do ponto de colapso em função da retirada do ramo 34-35 – IEEE 57	81

Figura 4.48	Número de iterações do método do ponto de colapso em função da retirada do ramo 69-70 – IEEE 118	81
Figura 4.49	Número de iterações do método do ponto de colapso em função da retirada do ramo 37-49 – IEEE 300	82
Figura 4.50	Número de iterações do método do ponto de colapso em função da retirada do ramo 2591-2593 – 1768 barras	82
Figura 4.51	Componentes do autovetor à esquerda referentes à injeção de ativos associados ao autovalor nulo no ponto de máximo carregamento – Formulação polar	84
Figura 4.52	Componentes do autovetor à esquerda referentes à injeção de reativos associados ao autovalor nulo no ponto de máximo carregamento – Formulação polar	84

Lista de Tabelas

Tabela 2.1	Dados de linha – Sistema teste três barras	17
Tabela 2.2	Dados de barra – Sistema teste três barras	17
Tabela 2.3	Solução do caso base – Sistema teste três barras	17
Tabela 2.4	Pontos corrigidos do fluxo de potência continuado polar – barra 2	18
Tabela 2.5	Pontos corrigidos do fluxo de potência continuado retangular – barra 2	22
Tabela 3.1	Valores estimados do ponto de máximo carregamento – Formulação polar	35
Tabela 3.2	Processo iterativo polar a partir de valores estimados – Sistema teste três barras	41
Tabela 3.3	Processo iterativo polar – Sistema teste três barras – Caso base	43
Tabela 3.4	Valores estimados do ponto de máximo carregamento – Formulação retangular	44
Tabela 3.5	Processo iterativo retangular a partir de valores estimados – Sistema teste três barras	49
Tabela 3.6	Processo iterativo retangular – Sistema teste três barras – Fator 1,2	51
Tabela 4.1	Características básicas dos sistemas testes	53
Tabela 4.2	Ponto de máximo carregamento – Fluxo de potência continuado	54
Tabela 4.3	Resultados da análise dos vetores tangentes polar e retangular	72
Tabela 4.4	Ponto de máximo carregamento – Método do ponto de colapso	73
Tabela 4.5	Processo iterativo do método do ponto de colapso – Coordenadas polares	83
Tabela 4.6	Processo iterativo do método do ponto de colapso – Coordenadas retangulares	83
Tabela 4.7	Resultados da análise dos autovetores à esquerda polar e retangular	85
Tabela 4.8	Comparação entre os autovalores de J_p e J_r	86

Simbologia

SEP	Sistema(s) elétrico(s) de potência;
LT	Linha de transmissão;
AC	Corrente alternada;
DC	Corrente contínua;
n	Número total de barras do sistema;
h	Número de iterações;
Φ_k	Conjunto das barras adjacentes à barra k , incluindo a própria barra k ;
I_k	Corrente elétrica injetada na barra k ;
I_{r_k}	Componente real da corrente elétrica injetada na barra k ;
I_{m_k}	Componente imaginária da corrente elétrica injetada na barra k ;
Y	Matriz admitância nodal $Y = G + jB$;
G	Matriz condutância nodal;
B	Matriz susceptância nodal;
y_{km}	Admitância série do ramo km $y_{km} = g_{km} + jb_{km}$;
g_{km}	Condutância série do ramo km ;
b_{km}	Susceptância série do ramo km ;
b_{km}^{sh}	Susceptância shunt total do ramo km ;
V_k	Módulo da tensão na barra k ;
V_k^{esp}	Valor especificado do módulo da tensão na barra k ;
V_k^{est}	Módulo da tensão estimado na barra k ;
ΔV_k	Correção do módulo da tensão na barra k ;
θ_k	Ângulo da tensão na barra k ;
θ_k^{est}	Ângulo da tensão estimado na barras k ;
$\Delta \theta_k$	Correção do ângulo da tensão na barra k ;
V_{r_k}	Componente real da tensão na barra k ;
$V_{r_k}^{est}$	Componente real da tensão estimada na barra k ;
V_{m_k}	Componente imaginária da tensão na barra k ;

$V_{m_k}^{est}$	Componente imaginária da tensão estimada na barra k ;
ΔV_{r_k}	Correção da componente real da tensão na barra k ;
ΔV_{m_k}	Correção da componente imaginária da tensão na barra k ;
\underline{w}	Autovetor normalizado à esquerda;
\underline{w}^{est}	Autovetor normalizado à esquerda estimado;
z	Tamanho da variação do parâmetro de continuação;
v	Autovetor normalizado à direita;
λ	Autovalor crítico;
λ^{est}	Autovalor crítico estimado;
p_V	Passo de variação da tensão;
p_γ	Passo de variação do carregamento;
var_V	Variação percentual do carregamento das tensões nas barras;
var_γ	Variação percentual do carregamento;
\mathbf{J}	Matriz Jacobiana genérica;
\mathbf{J}^t	Matriz Jacobiana transposta;
\mathbf{J}_p	Matriz Jacobiana na formulação polar;
\mathbf{J}_r	Matriz Jacobiana na formulação retangular;
$\mathbf{J}_{P\gamma}$	Derivada da equação de potência ativa com relação a γ ;
$\mathbf{J}_{Q\gamma}$	Derivada da equação de potência reativa com relação a γ ;
\mathbf{H}	Matriz Hessiana genérica;
\mathbf{H}^t	Matriz Hessiana transposta;
\mathbf{H}_p	Matriz Hessiana na formulação polar;
\mathbf{H}_r	Matriz Hessiana na formulação retangular;
γ	Carregamento adicional do sistema;
γ_{est}	Carregamento adicional estimado do sistema;
γ_{max}	Carregamento adicional máximo do sistema;
P_k	Potência ativa líquida calculada na barra k ;
Q_k	Potência reativa líquida calculada na barra k ;
P_k^{esp}	Potência ativa líquida especificada na barra k ;
Q_k^{esp}	Potência reativa líquida especificada na barra k ;
ΔP_k	Resíduo de potência ativa líquida na barra k ;

ΔQ_k	Resíduo de potência reativa líquida na barra k ;
P_{G_k}	Potência ativa gerada pela barra k ;
Q_{G_k}	Potência reativa gerada pela barra k ;
K_{G_k}	Fator de participação na geração de potência ativa referente à unidade de geração k ;
P_{D_k}	Potência ativa demandada pela barra k ;
Q_{D_k}	Potência reativa demandada pela barra k ;
fator α	Fator multiplicativo para aumentar as cargas ativa e reativa em todas as barras;
fator μ	Fator de retirada de uma determinada linha de transmissão;
fator β	Fator de sobrecarga obtido pela multiplicação das cargas ativa e reativa em todas as barras;

Capítulo 1

Introdução

1.1 Considerações Gerais

A estabilidade de tensão é um tópico que tem sido nos últimos anos cada vez mais abordado tanto no planejamento quanto na operação de sistemas elétricos de potência [1, 2]. A estabilidade de tensão, de um modo geral, pode ser definida como sendo a habilidade do sistema em permanecer em um ponto de equilíbrio durante o seu funcionamento normal e alcançar um novo ponto de equilíbrio estável, após ser submetido a um distúrbio. O colapso de tensão é um evento que pode ocorrer num sistema com instabilidade de tensão, sendo caracterizado por um grande afundamento das tensões e conseqüentes desligamentos em cascata de linhas e geradores.

A análise estática da estabilidade de tensão pode ser realizada através do traçado do perfil de tensão das barras em função do seu carregamento (curvas PV e QV). Estas curvas têm sido recomendadas pelas empresas do setor elétrico nacional [3] e internacional [4] para a avaliação das margens de estabilidade de tensão. Entre outras aplicações, estes perfis podem ser utilizados para ajustar margens, observar o comportamento das tensões nas barras e comparar estratégias de planejamento.

As curvas PV podem ser obtidas por meio de sucessivas soluções do fluxo de potência, a partir de um caso base até o ponto de máximo carregamento, para aumentos graduais da carga. Desta forma, obtêm-se além da margem de carregamento, informações a respeito do comportamento das tensões nas diversas barras do sistema. Em função da forma como é processado o aumento de carga, diferentes pontos de máximo carregamento podem ser obtidos.

Um dos principais objetivos do estudo da estabilidade de tensão em regime permanente é o cálculo do ponto de máximo carregamento do sistema. A obtenção deste ponto é importante tanto para o cálculo de margens de estabilidade, quanto para a realização da análise modal que fornece informações no tocante à medidas efetivas a serem tomadas no sentido de reforço do sistema. O ponto de máximo carregamento define a fronteira entre as regiões de operação estável e instável, estando associado à singularidade da matriz Jacobiana. Para carregamentos maiores que o máximo carregamento, as equações do fluxo de potência

não tem solução, ou seja, a geração e a rede não são fisicamente capazes de suprir a carga especificada. Portanto, as equações do fluxo de potência são essenciais para a análise estática da estabilidade de tensão, uma vez que definem o limite para a região de operação estável.

Para eliminar a singularidade da matriz Jacobiana, através da modificação do método convencional de solução do fluxo de potência, utiliza-se o método da continuação que vem sendo empregado na análise de sistemas de equações algébricas não lineares parametrizadas [5]. Recentemente, foi proposta a sua utilização para o traçado das curvas de carregamento, obtenção de múltiplas soluções e do ponto de colapso de tensão [6, 7, 8, 9, 10].

1.2 Motivação e Objetivo do Trabalho

Usualmente a maioria dos estudos realizados na área de sistemas elétricos emprega as equações básicas de potência expressas em termos das coordenadas polares da tensão, θ e V . Conseqüentemente, a quase totalidade dos novos desenvolvimentos e algoritmos refere-se a este tipo particular de coordenadas. Como exemplo clássico, destaca-se o cálculo de fluxo de potência muito utilizado nas áreas de planejamento e operação, que é usualmente modelado em termos das coordenadas polares, inclusive com vistas ao desenvolvimento de programas computacionais de cunho comercial.

No entanto, ao longo dos últimos anos, as coordenadas retangulares têm sido estudadas e resultados bastante expressivos têm sido publicados na literatura. Neste contexto, destacam-se os seguintes trabalhos:

- a) O algoritmo apresentado em [11] incorpora um fator de passo ao problema de fluxo de potência expresso em termos das coordenadas retangulares da tensão. O algoritmo trata o cálculo do fluxo de potência como um problema de programação não linear, onde são determinadas a direção e a magnitude da solução de modo a minimizar uma certa função objetivo. O valor desta função tende a zero caso haja solução a partir da estimativa inicial, ou permanece num valor positivo caso contrário.
- b) O fluxo de potência representado por equações de corrente injetada expressa em coordenadas retangulares é apresentado em [12, 13]. Em [12] uma variável dependente ΔQ é introduzida para cada barra PV, juntamente com uma equação adicional impondo a restrição de tensão nestas barras. Além disto, a matriz Jacobiana possui os elementos dos blocos (2x2) fora da diagonal iguais aos correspondentes elementos da matriz admitância de barras. Os blocos diagonais

são atualizados a cada iteração de acordo com o modelo de carga adotado. Em [13] a idéia básica é resolver um sistema aumentado de equações no qual as tensões nas barras e as injeções de corrente aparecem como variáveis de estado. Basicamente, a diferença principal entre estas duas metodologias é que em [12] o vetor de estados é composto exclusivamente de tensões em coordenadas retangulares.

- c) A formulação de fluxo de potência via injeção de corrente [12] é estendida em [14] para a solução do fluxo de potência trifásico desequilibrado em sistemas de distribuição de energia elétrica. Esta metodologia apresenta uma grande robustez matemática, convergindo para a solução em um número reduzido de iterações.
- d) Uma formulação aumentada esparsa baseada em [12], para resolver um conjunto de dispositivos de controle no problema de fluxo de potência via injeção de corrente é descrita em [15, 16]. Diferentes dispositivos FACTS são incorporados no problema de fluxo de potência utilizando-se esta formulação aumentada. Além disto, um modelo de fluxo de potência de segunda ordem baseado em [11, 12] é proposto em [17]. Esta metodologia apresenta características de convergência bastante satisfatórias, além de reduzir o esforço computacional para a solução do fluxo de potência de segunda ordem.

Tendo em vista os resultados satisfatórios apresentados por ambas as coordenadas em diversos estudos na área de sistemas de potência, nada mais lógico do que então, proceder a uma análise comparativa dos seus resultados. Nestes termos, a literatura apresenta dois trabalhos recentes que abordam o fluxo de potência de segunda ordem [18, 19]. Referência [19] compara o desempenho do fluxo de potência polar e retangular com e sem o fator de passo, para uma variedade de sistemas com carregamento leve, sobrecarregados e sem soluções. Os resultados indicam que a formulação polar com fator de passo representa a melhor opção para os casos com e sem solução.

Portanto, o objetivo básico deste trabalho é seguir as mesmas diretrizes delineadas no parágrafo anterior, com a ressalva de que agora, o estudo comparativo está focado no cálculo do ponto de máximo carregamento. Os métodos do fluxo de potência continuado e do ponto de colapso serão cuidadosamente analisados, considerando-se a modelagem matemática destes métodos expressa em termos das equações de potência em coordenadas polares e retangulares.

1.3 Estrutura do Trabalho

O Capítulo 2 apresenta as características principais e a modelagem matemática do fluxo de potência continuado expresso tanto em coordenadas polares, quanto em coordenadas retangulares. Ao final deste capítulo é apresentado um exemplo ilustrativo demonstrando as peculiaridades inerentes a esta metodologia. De forma análoga, o Capítulo 3 apresenta todo o conteúdo referente ao método do ponto de colapso.

O Capítulo 4 apresenta e discute de forma comparativa os resultados obtidos mediante a utilização dos métodos do fluxo de potência continuado e do ponto de colapso, considerando-se ambos os tipos de coordenadas.

O Capítulo 5 apresenta as principais conclusões referentes ao estudo proposto, bem como sugestões para trabalhos futuros.

O Apêndice 1 apresenta a formulação matemática básica do problema do fluxo de potência polar e retangular.

O Apêndice 2 apresenta as derivadas de segunda ordem das equações do fluxo de potência polar e retangular.

Capítulo 2

Fluxo de Potência Continuado

2.1 Introdução

O perfil de tensão mostrado na Figura 2.1 relaciona o módulo da tensão numa determinada barra com o aumento do carregamento nas barras do sistema de potência. Este perfil é obtido mediante sucessivas soluções de fluxo de potência. Contudo, não é possível obtê-lo de forma completa utilizando um programa de fluxo de potência convencional, uma vez que a matriz Jacobiana torna-se singular no ponto de máximo carregamento. Conseqüentemente, não é possível obter a solução do fluxo de potência neste ponto. De modo a contornar este problema, utiliza-se o método da continuação aplicado ao problema de fluxo de potência, gerando a metodologia usualmente conhecida como fluxo de potência continuado. Esta metodologia é uma das ferramentas mais eficazes no estudo da estabilidade de tensão, consistindo em um método indireto de obtenção do ponto de máximo carregamento.

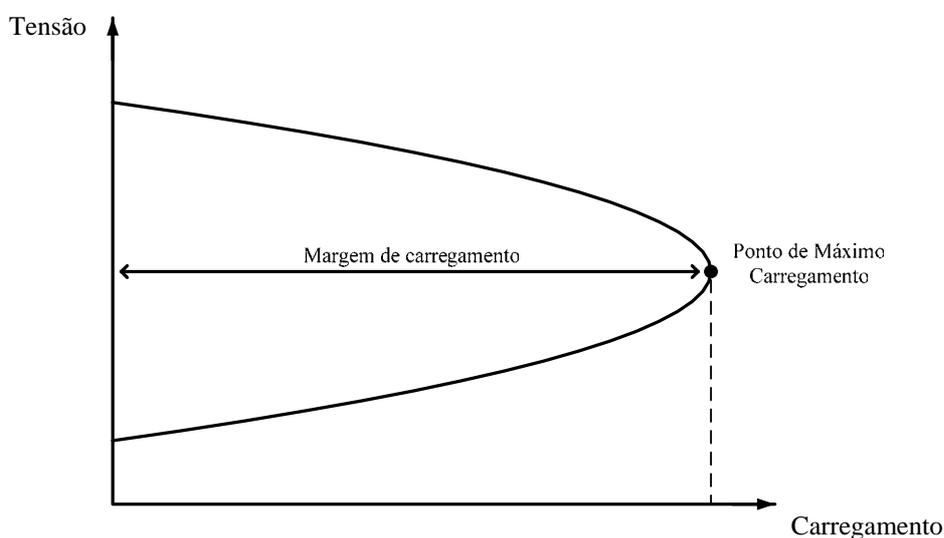


Figura 2.1: Perfil de tensão gerado pelo fluxo de potência continuado

O único ponto de operação com solução única é o ponto de máximo carregamento, correspondente ao carregamento máximo que o sistema suporta sem perder a estabilidade de tensão. A parte inferior da curva, que compreende as soluções abaixo do ponto de máximo carregamento, não tem sentido prático, uma vez que correspondem a pontos de operação instáveis. Além disto, o fluxo de potência continuado fornece também a margem de

carregamento do sistema, ou seja, a distância em MW ou MVA de um determinado ponto de operação ao ponto de máximo carregamento, como mostrado na Figura 2.1.

O fluxo de potência continuado tem sido um tema continuamente estudado e apresentado na literatura. Em [7] é apresentado um modelo matemático de fluxo de potência continuado, utilizando o aumento de carga, a magnitude da tensão e o ângulo de fase numa barra como parâmetros de continuação. As perdas totais de potência ativa e reativa, bem como as potências ativa e reativa geradas pela barra de referência são consideradas como parâmetros de continuação em [20]. Em [21] é apresentada uma ferramenta para avaliação dos efeitos nas variáveis de estado do sistema, devido à variação na impedância/admitância de um ramo, utilizando o fluxo de potência continuado. A Figura 2.2 mostra o modelo matemático utilizado em [21] na análise da contingência da LT entre as barras k e l , onde μ é um fator de escalonamento usado para a remoção gradual do ramo. Tanto a admitância série ($g_{kl} + jb_{kl}$) quanto a susceptância (y_{kl}^{sh}) são gradualmente removidos através de sua multiplicação por μ . Embora este procedimento não reflita necessariamente o comportamento transitório real do sistema após uma contingência, possibilita a determinação de um ponto de operação factível de pós-contingência.

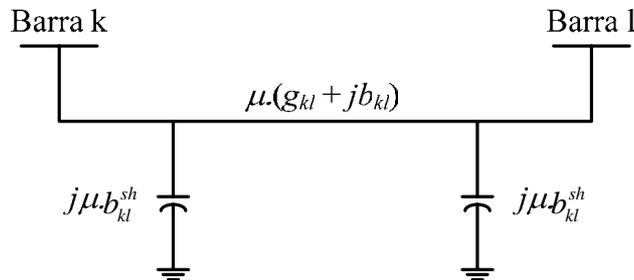


Figura 2.2: Definição da variável μ para realização da contingência da LT entre as barras k e l

Em [22] é proposto um fluxo de potência continuado trifásico em coordenadas polares, de modo a analisar a estabilidade de tensão de sistemas trifásicos balanceados ou não. Em [23] é apresentada uma metodologia alternativa para reduzir as perdas ativas totais através da utilização de um método de continuação. Um fluxo de potência desacoplado rápido parametrizado utilizando $\underline{\theta}$ ou \underline{V} como parâmetros de continuação tem sido proposto em [24, 25].

2.2 Princípios Básicos

Os métodos de continuação têm sido aplicados em diversas áreas da ciência, tais como, na engenharia civil e no estudo da mecânica dos fluidos, dentre outras. Na obtenção de

sucessivas soluções do problema de fluxo de potência, esta técnica começou a ser utilizada ao final da década de 80. Seja o sistema de equações não-lineares (2.1), onde \underline{x} é um vetor de dimensão $2n$, formado pelas componentes $\underline{\theta}$ e \underline{V} ou \underline{V}_r e \underline{V}_m , dependendo se as equações de potência são escritas em coordenadas polares ou retangulares, respectivamente.

$$\underline{F}(\underline{x}, \gamma) = \underline{0} \quad (2.1)$$

O método de continuação consiste na obtenção, a partir de uma solução base $(\underline{x}^1, \gamma^1)$, das soluções subseqüentes do sistema $(\underline{x}^2, \gamma^2)$ até um ponto pré-determinado $(\underline{x}^*, \gamma^*)$. A solução $(\underline{x}^1, \gamma^1)$ representa a solução do caso base obtida a partir do fluxo de potência convencional. Cada nova solução do sistema é calculada através das etapas de estimação e correção mostradas na Figura 2.3.

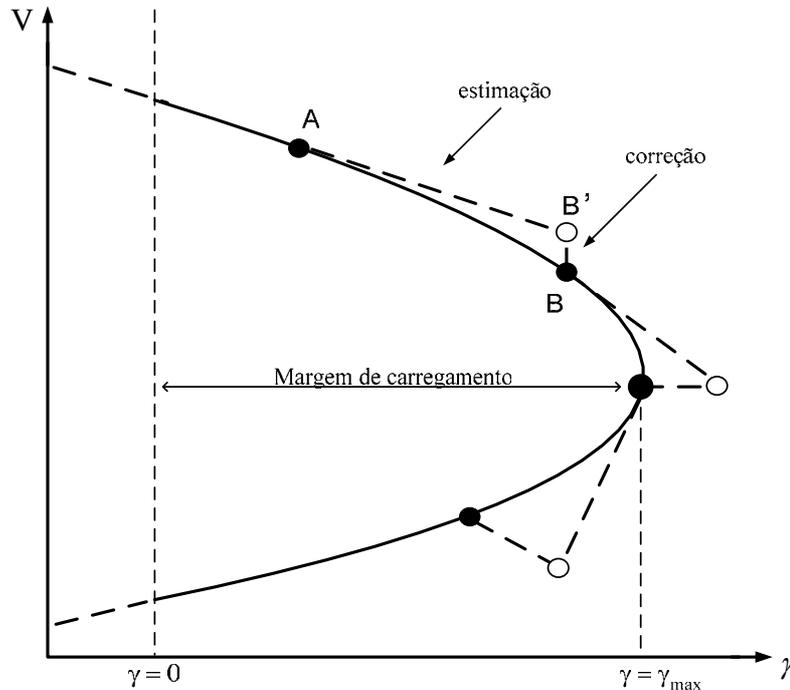


Figura 2.3: Metodologia de estimação e correção

Após a determinação do ponto de operação correto A , a estimativa é efetuada segundo a direção tangente à função descrita por (2.1) através de um passo de continuação especificado. Assim, um novo ponto estimado B' é calculado. Este ponto é então utilizado como condição inicial para a obtenção da solução correta B . O processo segue este raciocínio repetidas vezes. A variável γ em (2.1) corresponde ao aumento do carregamento, ou seja, para $\gamma = 0$ tem-se o caso base e para $\gamma = \gamma_{\max}$ tem-se o ponto de máximo carregamento.

2.3 Representação em Coordenadas Polares da Tensão

As equações de potência em coordenadas polares referentes a uma barra genérica k , acrescidas da variável γ , são dadas por:

$$V_k \sum_{m \in \Phi_k} V_m (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \text{sen} \theta_{km}) + P_{D_k} (1 + \gamma) - P_{G_k} (1 + \gamma K_{G_k}) = 0 \quad (2.2)$$

$$V_k \sum_{m \in \Phi_k} V_m (G_{km} \text{sen} \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}) + Q_{D_k} (1 + \gamma) - Q_{G_k} (1 + \gamma) = 0 \quad (2.3)$$

A distribuição da carga ativa adicional entre as unidades de geração é feita através dos fatores de participação K_{G_k} de cada unidade de geração k . Tais fatores são obtidos dividindo-se a potência ativa gerada pela unidade no caso base pela potência ativa gerada total no caso base.

2.3.1 Processo de Estimação

As Equações (2.2) e (2.3) podem ser escritas genericamente da seguinte forma:

$$\mathbf{F}(\underline{\theta}, \underline{V}, \gamma) = \underline{\mathbf{0}} \quad (2.4)$$

O processo de estimação é feito através do vetor tangente $[\underline{d\theta} \quad \underline{dV} \quad d\gamma]^t$ obtido da linearização de (2.4). Desta forma:

$$d[\mathbf{F}(\underline{\theta}, \underline{V}, \gamma)] = \underline{\mathbf{0}} \quad (2.5)$$

ou ainda:

$$\mathbf{F}_\theta \underline{d\theta} + \mathbf{F}_V \underline{dV} + \mathbf{F}_\gamma d\gamma = \underline{\mathbf{0}} \quad (2.6)$$

Na forma matricial tem-se:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{F}_\theta & \mathbf{F}_V & \mathbf{F}_\gamma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{d\theta} \\ \underline{dV} \\ d\gamma \end{bmatrix} = \underline{\mathbf{0}} \quad (2.7)$$

O sistema descrito por (2.7) é o processo convencional de solução do fluxo de potência acrescido de uma variável. Assim sendo, para obter uma solução única deve-se acrescentar mais uma equação ao sistema. Isto pode ser feito especificando-se um valor diferente de zero a um dos componentes do vetor tangente, garantindo a não singularidade da matriz Jacobiana no ponto de máximo carregamento [7]. Desta forma:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{F}_\theta & \mathbf{F}_V & \mathbf{F}_\gamma \\ & \underline{e}^t & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{d\theta} \\ \underline{dV} \\ d\gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{\mathbf{0}} \\ z \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

onde o vetor \underline{e} é nulo exceto na posição k , que tem valor unitário. O valor da variável z define o tamanho da variação do parâmetro de continuação.

A cada etapa de estimação é feita a escolha do parâmetro de continuação. Neste trabalho, esta escolha é feita mediante a análise da variação de cada estado entre os dois últimos pontos corrigidos (A e B da Figura 2.3). Aquele estado com maior variação percentual em relação aos outros será o próximo parâmetro de continuação. Em (2.9) estão ilustradas as expressões utilizadas para calcular a variação percentual do carregamento e das tensões nas barras.

$$\begin{aligned} \text{var}_\gamma (\%) &= \frac{\gamma_A - \gamma_B}{\gamma_A} 100\% \\ \text{var}_V (\%) &= \frac{V_A - V_B}{V_A} 100\% \end{aligned} \quad (2.9)$$

Enquanto o carregamento do sistema estiver afastado do ponto máximo, o parâmetro de continuação é o carregamento adicional γ , por apresentar maior variação percentual em relação à variação da tensão nas barras. Ao se aproximar do ponto de máximo carregamento, com o aumento da variação da tensão, o parâmetro de continuação passa a ser o módulo da tensão em uma das barras de tensão variável (tipo PQ), sendo a barra escolhida aquela que apresentar maior variação percentual de tensão entre os dois últimos pontos corrigidos da curva.

Desenvolvendo-se a Equação (2.8) tendo em vista as Equações (2.2) e (2.3), observa-se que o processo de estimação pelo carregamento γ é dado por:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{J}_p & \begin{array}{c} \underline{\mathbf{J}}_{P\gamma} \\ \underline{\mathbf{J}}_{Q\gamma} \end{array} \\ \hline \underline{\mathbf{0}}^t & \underline{\mathbf{0}}^t \quad 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d\theta \\ dV \\ d\gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{\mathbf{0}} \\ \underline{\mathbf{0}} \\ p_\gamma \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

onde p_γ é o passo de variação do carregamento, cujo sinal será positivo se o ponto de máximo carregamento não tiver sido alcançado e negativo em caso contrário. A matriz \mathbf{J}_p é obtida diretamente de (A1.20). Os valores de $\underline{\mathbf{J}}_{P\gamma}$ e $\underline{\mathbf{J}}_{Q\gamma}$ somente são diferentes de zero para as barras com aumento de demanda. Para uma barra genérica k , considerando-se o modelo de carga do tipo potência constante tem-se:

$$\mathbf{J}_{P\gamma_k} = P_{D_k} \quad (2.11)$$

$$\mathbf{J}_{Q\gamma_k} = Q_{D_k} \quad (2.12)$$

$$\sum_{m \in \Phi_k} V_{r_k} (G_{km} V_{r_m} - B_{km} V_{m_m}) + V_{m_k} (G_{km} V_{m_m} + B_{km} V_{r_m}) + P_{D_k} (1 + \gamma) - P_{G_k} (1 + \gamma K_{G_k}) = 0 \quad (2.19)$$

$$\sum_{m \in \Phi_k} V_{m_k} (G_{km} V_{r_m} - B_{km} V_{m_m}) - V_{r_k} (G_{km} V_{m_m} + B_{km} V_{r_m}) + Q_{D_k} (1 + \gamma) - Q_{G_k} (1 + \gamma) = 0 \quad (2.20)$$

2.4.1 Processo de Estimação

As Equações (2.19) e (2.20) podem ser escritas genericamente da seguinte forma:

$$\mathbf{F}_1(\underline{\mathbf{V}}_r, \underline{\mathbf{V}}_m, \gamma) = \underline{\mathbf{0}} \quad (2.21)$$

O processo de estimação é feito através do vetor tangente $[\underline{dV}_r \quad \underline{dV}_m \quad d\gamma]^t$ obtido da linearização de (2.21). Assim:

$$d[\mathbf{F}_1(\underline{\mathbf{V}}_r, \underline{\mathbf{V}}_m, \gamma)] = \underline{\mathbf{0}} \quad (2.22)$$

ou ainda matricialmente:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{F}_{V_r} & \mathbf{F}_{V_m} & \mathbf{F}_\gamma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{dV}_r \\ \underline{dV}_m \\ d\gamma \end{bmatrix} = \underline{\mathbf{0}} \quad (2.23)$$

Da mesma forma que no caso das coordenadas polares, uma nova equação é acrescentada de modo a especificar um valor diferente de zero a um dos componentes do vetor tangente e conseqüentemente, garantir a não singularidade da matriz Jacobiana no ponto de máximo carregamento, ou seja:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{F}_{V_r} & \mathbf{F}_{V_m} & \mathbf{F}_\gamma \\ & \underline{\mathbf{e}}^t & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{dV}_r \\ \underline{dV}_m \\ d\gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{\mathbf{0}} \\ z \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

Cabe ressaltar que a escolha do parâmetro de continuação segue as mesmas diretrizes definidas no caso das coordenadas polares. Desenvolvendo-se a Equação (2.24) tendo em vista as Equações (2.19) e (2.20), observa-se que o processo de estimação pelo carregamento γ é dado por:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{J}_r & \mathbf{J}_{P\gamma} \\ & \mathbf{J}_{Q\gamma} \\ \underline{\mathbf{0}}^t & \underline{\mathbf{0}}^t & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{dV}_r \\ \underline{dV}_m \\ d\gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{\mathbf{0}} \\ \underline{\mathbf{0}} \\ p_\gamma \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

onde p_γ é passo de variação do carregamento, cujo sinal será positivo se o ponto de máximo carregamento não tiver sido alcançado e negativo em caso contrário. A matriz \mathbf{J}_r é obtida

2.5 Fluxograma Básico

O fluxograma apresentado na Figura 2.4 ilustra todos os passos considerados na obtenção da curva de continuação para qualquer formulação utilizada pelo fluxo de potência continuado. A etapa de divisão de passo é necessária, uma vez que a distância entre os pontos estimado e corrigido pode comprometer o sucesso da correção. Se o ponto estimado estiver muito distante da curva $P \times V$, o método pode não convergir ou necessitar de um número excessivo de iterações.

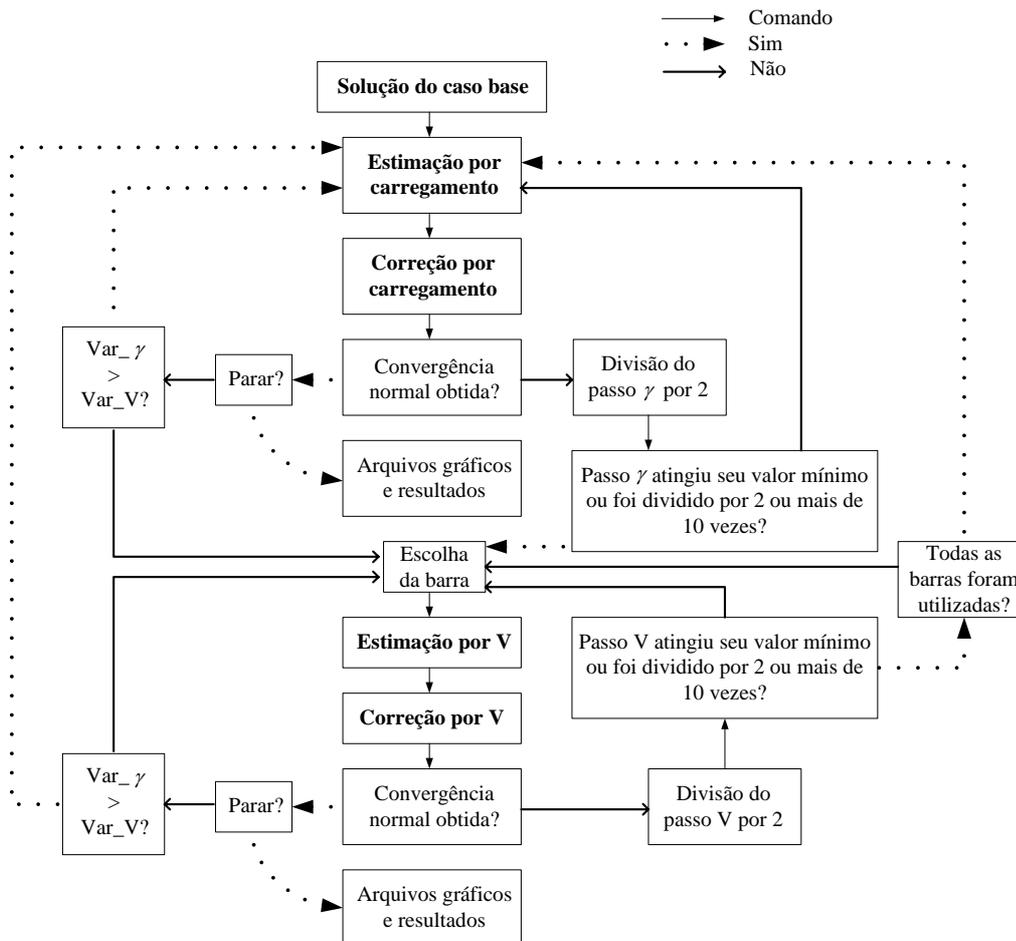


Figura 2.4: Fluxograma do programa de fluxo de potência continuado

O primeiro ponto estimado sempre é obtido utilizando o carregamento como parâmetro de continuação. Se a correção para este ponto estimado falhar, então o passo para o carregamento é dividido por 2 e um novo ponto estimado é obtido. O programa realiza este processo de divisão em até, no máximo 10 vezes consecutivas, verificando a cada divisão, se o valor do passo não atingiu um valor mínimo pré-fixado de 0,1%. Ocorrendo uma destas situações, o parâmetro de continuação passa a ser a tensão na barra que tiver maior variação percentual de tensão entre os dois últimos pontos corrigidos. O número máximo de divisões e

os valores mínimos pré-estabelecidos foram obtidos empiricamente, na medida em que a implementação computacional foi sendo desenvolvida.

Se a correção do ponto estimado por tensão falhar, então o passo para a tensão é dividido por 2 e um novo ponto estimado é obtido. O programa realiza este processo de divisão em até, no máximo 10 vezes consecutivas, verificando a cada divisão, se o valor do passo de tensão não atingiu seu valor mínimo pré-fixado de 0,5%. Ocorrendo uma destas situações, o parâmetro passa a ser a tensão na segunda barra que tiver maior variação percentual de tensão entre os dois últimos pontos corrigidos. À medida que a tensão em outras barras passa a ser o parâmetro de continuação, o passo mínimo torna-se 10% maior que o passo mínimo anterior. Desta forma, o programa pode chegar a utilizar a tensão em todas as barras de carga como parâmetro de continuação. Caso isto ocorra e ainda não seja possível obter o próximo ponto da curva, então o parâmetro de continuação volta ser o carregamento adicional.

Os valores dos passos de continuação, passos mínimos e o número de divisões dos passos são ajustados em seus valores originais, à medida que cada ponto corrigido é obtido, de forma a não prejudicar a obtenção dos próximos pontos corrigidos, evitando que o programa se torne mais lento.

Na tentativa de obter um ponto corrigido através de um ponto estimado, o programa considera como critério de não convergência um número máximo pré-estabelecido de 20 iterações para as tentativas de correção quando o parâmetro for o carregamento adicional e 9 iterações quando o parâmetro for tensão. Estes números foram estabelecidos empiricamente, em função da convergência do processo iterativo, sob as várias situações simuladas.

2.6 Aplicação Numérica

Seja o sistema teste mostrado na Figura 2.5, constituído por três barras e duas linhas de transmissão. Os dados das linhas de transmissão e das barras estão representados nas Tabelas 2.1 e 2.2, respectivamente.

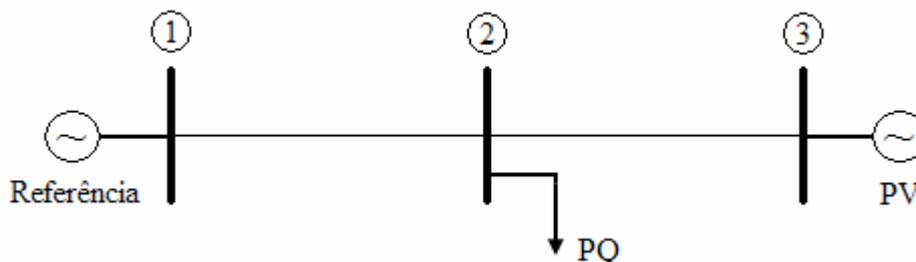


Figura 2.5: Sistema teste três barras

Tabela 2.1: Dados de linha – Sistema teste três barras

Barra DE	Barra PARA	Resistência série (p.u.)	Reatância série (p.u.)	Susceptância shunt total (p.u.)
1	2	0,1	1	0,02
2	3	0,2	2	0,04

Tabela 2.2: Dados de barra – Sistema teste três barras

Barra	Tipo	Tensão (p.u.)	Ângulo (graus)	P_G (p.u.)	Q_G (p.u.)	P_D (p.u.)	Q_D (p.u.)
1	$V\theta$	1	0	0	0	0	0
2	PQ	1	0	0	0	0,1	0,05
3	PV	0,99	0	0,1	0	0	0

O objetivo é apresentar os processos de estimação e correção utilizando-se o sistema teste. A solução do fluxo de potência referente ao caso base está mostrada na Tabela 2.3. O modelo de carga utilizado é potência constante, os limites de geração nas barras do tipo PV estão desativados e o fator de potência das cargas é mantido constante durante todo o processo.

Tabela 2.3: Solução do caso base – Sistema teste três barras

Barra	Tipo	Tensão (p.u.)	Ângulo (graus)	P_G (p.u.)	Q_G (p.u.)	P_D (p.u.)	Q_D (p.u.)
1	$V\theta$	1,0000	0,0000	0,0022	0,0222	0	0
2	PQ	0,9676	0,0622	0	0	0,10	0,05
3	PV	0,9900	11,9741	0,1000	0	0	0

2.6.1 Solução em Coordenadas Polares

A Figura 2.6 ilustra a curva de continuação da barra de carga 2 considerando o passo de continuação de 10%, ressaltando que quanto menor o tamanho do passo, maior é a precisão da curva obtida. Na Tabela 2.4 são mostrados alguns destes pontos corrigidos, os quais estão ilustrados na Figura 2.5.

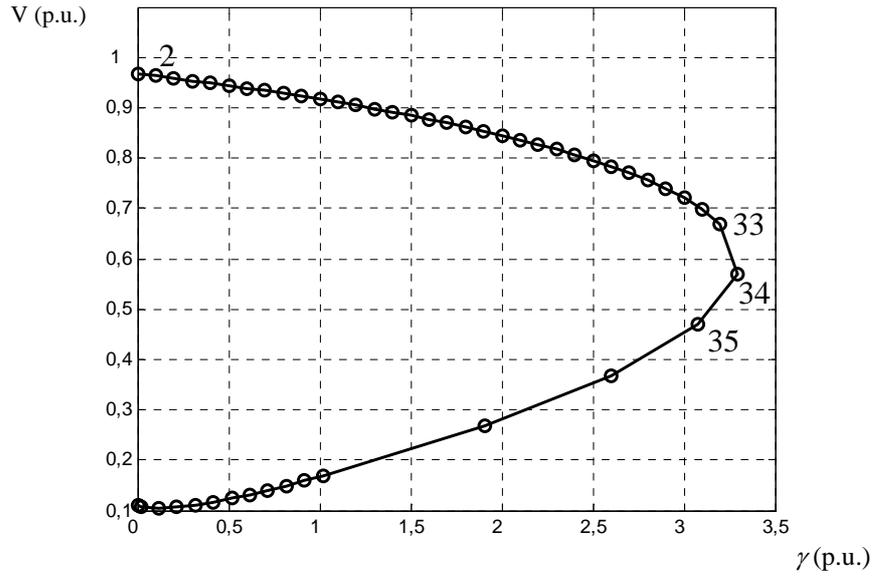


Figura 2.6: Curva de continuação da barra 2 – Sistema teste três barras

Tabela 2.4: Pontos corrigidos do fluxo de potência continuado polar – barra 2

Ponto	Parâmetro de continuação	V_2 (p.u.)	θ_2 (graus)	θ_3 (graus)	γ (p.u.)
1	γ	0,9676	0,0622	11,9741	0
2	γ	0,9632	-0,5144	11,4265	0,1
33	γ	0,6687	-28,2341	-13,5308	3,2
34	V_2	0,5687	-35,4914	-19,1898	3,2970
35	V_2	0,4687	-42,0982	-23,2019	3,0792

O ponto 34 corresponde ao máximo carregamento. Será mostrado a seguir a obtenção dos pontos 2 e 35. Para o ponto 2 considera-se o caso base como partida. Assim, as demandas de potência ativa e reativa das barras no caso base são dadas por:

$$P_{D_1} = 0$$

$$P_{D_2} = 0,10 \text{ p.u.}$$

$$P_{D_3} = 0 \text{ p.u.}$$

$$Q_{D_1} = 0$$

$$Q_{D_2} = 0,05 \text{ p.u.}$$

$$Q_{D_3} = 0$$

No ponto estimado correspondente a $\gamma = 0,1$ tem-se as seguintes demandas de potência ativa e reativa em cada barra:

$$\begin{aligned}
P_{D_1} &= 0 \\
P_{D_2} &= 0,110 \text{ p.u.} \\
P_{D_3} &= 0 \text{ p.u.} \\
Q_{D_1} &= 0 \\
Q_{D_2} &= 0,055 \text{ p.u.} \\
Q_{D_3} &= 0
\end{aligned}$$

Através de (A1.1) e (A1.2) obtêm-se as potências ativa e reativa líquidas injetadas em cada barra:

$$\begin{aligned}
P_1 &= 0,0022 \text{ p.u.} \\
P_2 &= -0,1000 \text{ p.u.} \\
P_3 &= 0,1000 \text{ p.u.} \\
Q_1 &= 0,0222 \text{ p.u.} \\
Q_2 &= -0,0500 \text{ p.u.} \\
Q_3 &= -0,0082 \text{ p.u.}
\end{aligned}$$

A aplicação da Equação (2.10) referente ao processo de estimação pelo carregamento resulta no seguinte sistema de equações. Cumpre salientar que números elevados são colocados nas posições referentes às barras de referência e PV.

$$\begin{bmatrix}
10^{10} & 0 & -0,9579 & -0,1001 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 10^{10} & 0,0968 & -0,9899 & 0 & 0 & 0 \\
-0,9581 & -0,0948 & 1,4123 & 0,0403 & -0,4542 & -0,1457 & 0,1000 \\
0,0948 & -0,9581 & -0,2390 & 1,3563 & 0,1443 & -0,4588 & 0,0500 \\
0 & 0 & -0,4738 & 0,0532 & 0,4738 & 0 & 0 \\
0 & 0 & -0,0515 & -0,4897 & 0 & 10^{10} & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix}
d\theta_1 \\
dV_1 \\
d\theta_2 \\
dV_2 \\
d\theta_3 \\
dV_3 \\
d\gamma
\end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix}
0 \\
0 \\
0 \\
0 \\
0 \\
0 \\
0,1
\end{bmatrix}$$

Cuja solução resulta:

$$\begin{bmatrix}
d\theta_1 \\
dV_1 \\
d\theta_2 \\
dV_2 \\
d\theta_3 \\
dV_3 \\
d\gamma
\end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix}
0 \\
0 \\
-0,0100 \\
-0,0044 \\
-0,0095 \\
0 \\
0,1
\end{bmatrix}$$

Logo, o ponto estimado é dado por (2.14), ou seja:

$$\begin{bmatrix} \theta_1 \\ V_1 \\ \theta_2 \\ V_2 \\ \theta_3 \\ V_3 \\ \gamma \end{bmatrix}^{\text{estimado}} = \begin{bmatrix} \theta_1 \\ V_1 \\ \theta_2 \\ V_2 \\ \theta_3 \\ V_3 \\ \gamma \end{bmatrix}^{\text{corrigido}} + \begin{bmatrix} d\theta_1 \\ dV_1 \\ d\theta_2 \\ dV_2 \\ d\theta_3 \\ dV_3 \\ d\gamma \end{bmatrix}^{\text{estimado}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0,0011 \\ 0,9676 \\ 0,2090 \\ 0,9900 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -0,0100 \\ -0,0044 \\ -0,0095 \\ 0 \\ 0,1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -0,0089 \\ 0,9632 \\ 0,1995 \\ 0,9900 \\ 0,1 \end{bmatrix}$$

A partir dos valores das tensões e ângulos estimados obtêm-se então os valores corrigidos, aplicando o método iterativo descrito pela Equação (2.16). Utilizando uma tolerância de 10^{-5} p.u., obtêm-se em apenas uma iteração, as variáveis de estado associadas ao ponto corrigido 2. Os ângulos estão dados em radianos.

$$\begin{bmatrix} \theta_1 \\ V_1 \\ \theta_2 \\ V_2 \\ \theta_3 \\ V_3 \\ \gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -0,0089 \\ 0,9632 \\ 0,1994 \\ 0,9900 \\ 0,1 \end{bmatrix}$$

A aplicação da expressão (2.7) indica que para estimar o próximo ponto deve-se considerar o carregamento como parâmetro de continuação.

$$\text{var}_\gamma = \frac{1-1,1}{1} 100\% = 10\%$$

$$\text{var}_{V_2} = \frac{0,9676-0,9632}{0,9676} 100\% = 0,4547\%$$

Na determinação do ponto 35 considera-se 34 como ponto de partida. As demandas de potência ativa e reativa correspondentes ao ponto 35 ($\gamma = 3,2970$) são dadas por:

$$\begin{aligned} P_{D_1} &= 0 \\ P_{D_2} &= 0,4226 \text{ p.u.} \\ P_{D_3} &= 0 \\ Q_{D_1} &= 0 \\ Q_{D_2} &= 0,2113 \text{ p.u.} \\ Q_{D_3} &= 0 \end{aligned}$$

Através de (A1.1) e (A1.2) obtêm-se as potências ativa e reativa injetadas em cada barra:

$$P_1 = 0,3801 \text{ p.u.}$$

$$P_2 = -0,4297 \text{ p.u.}$$

$$P_3 = 0,0999 \text{ p.u.}$$

$$Q_1 = 0,4890 \text{ p.u.}$$

$$Q_2 = -0,2148 \text{ p.u.}$$

$$Q_3 = 0,1903 \text{ p.u.}$$

A aplicação da Equação (2.13) referente ao processo de estimação pela tensão resulta no seguinte sistema de equações:

$$\begin{bmatrix} 10^{10} & 0 & -0,4911 & 0,4942 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10^{10} & -0,2810 & -0,8636 & 0 & 0 & 0 \\ -0,4257 & -0,3727 & 0,6854 & -0,6711 & -0,2597 & -0,1060 & 0,1000 \\ 0,3727 & -0,4257 & -0,4777 & 0,4497 & 0,1050 & -0,2623 & 0,0500 \\ 0 & 0 & -0,2753 & 0,0905 & 0,2753 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0,0515 & -0,4842 & 0 & 10^{10} & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d\theta_1 \\ dV_1 \\ d\theta_2 \\ dV_2 \\ d\theta_3 \\ dV_3 \\ d\gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -0,1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Cuja solução resulta o vetor tangente no ponto de máximo carregamento:

$$\begin{bmatrix} d\theta_1 \\ dV_1 \\ d\theta_2 \\ dV_2 \\ d\theta_3 \\ dV_3 \\ d\gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -0,1209 \\ -0,1000 \\ -0,0880 \\ 0 \\ -0,0710 \end{bmatrix}$$

Logo, o ponto estimado é dado por (2.14), ou seja:

$$\begin{bmatrix} \theta_1 \\ V_1 \\ \theta_2 \\ V_2 \\ \theta_3 \\ V_3 \\ \gamma \end{bmatrix}^{\text{estimado}} = \begin{bmatrix} \theta_1 \\ V_1 \\ \theta_2 \\ V_2 \\ \theta_3 \\ V_3 \\ \gamma \end{bmatrix}^{\text{corrigido}} + \begin{bmatrix} d\theta_1 \\ dV_1 \\ d\theta_2 \\ dV_2 \\ d\theta_3 \\ dV_3 \\ d\gamma \end{bmatrix}^{\text{estimado}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -0,6194 \\ 0,5687 \\ -0,3349 \\ 0,9900 \\ 3,2970 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -0,1209 \\ -0,1000 \\ -0,0880 \\ 0 \\ -0,0710 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -0,7403 \\ 0,4687 \\ -0,4229 \\ 0,9900 \\ 3,2260 \end{bmatrix}$$

referente ao ponto 34

A partir dos valores de tensão, ângulo e carregamento estimados obtêm-se então os valores corrigidos aplicando o esquema iterativo dado por (2.17). No processo iterativo de correção, V_2 é mantido constante. Em apenas uma iteração o processo converge ao ponto 35, com os seguintes valores:

$$\begin{bmatrix} \theta_1 \\ V_1 \\ \theta_2 \\ V_2 \\ \theta_3 \\ V_3 \\ \gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -0,7348 \\ 0,4687 \\ -0,4102 \\ 0,9900 \\ 3,0792 \end{bmatrix}$$

A aplicação da expressão (2.9) indica que para estimar o próximo ponto deve-se considerar a tensão na barra 2 como parâmetro de continuação.

$$\text{var}_\gamma = \frac{3,2970 - 3,0792}{3,2970} 100\% = 6,6060\%$$

$$\text{var}_{V_2} = \frac{0,5687 - 0,4687}{0,5687} 100\% = 17,5840\%$$

2.6.2 Solução em Coordenadas Retangulares

A solução em coordenadas retangulares gera a mesma curva de continuação mostrada na Figura 2.5. Na Tabela 2.5 são mostrados alguns pontos corrigidos, os quais estão ilustrados na Figura 2.5.

Tabela 2.5: Pontos corrigidos do fluxo de potência continuado retangular – barra 2

Ponto	Parâmetro de continuação	V_2 (p.u.)	θ_2 (graus)	θ_3 (graus)	γ (p.u.)
1	γ	0,9676	0,0622	11,9741	0
2	γ	0,9631	-0,5144	11,4265	0,1
33	γ	0,6687	-28,2341	-13,5308	3,2
34	V_2	0,5687	-35,4906	-19,1893	3,2969
35	V_2	0,4687	-42,0962	-23,5001	3,0792

Os valores das demandas de potência ativa e reativa nas barras, bem como os valores das potências ativa e reativa injetadas em cada barra são idênticos àqueles calculados na formulação polar. Assim sendo, a estimação do ponto 2, correspondente a $\gamma = 0,1$, é feita utilizando-se a Equação (2.25) que resulta no seguinte sistema de equações. Números elevados são colocados nas posições referentes à barra de referência.

$$\begin{bmatrix} 10^{10} & 0 & -0,0990 & -0,9901 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10^{10} & -0,9901 & 0,0990 & 0 & 0 & 0 \\ -0,0948 & -0,9581 & 0,0388 & 1,4597 & -0,0474 & -0,4790 & 0,1000 \\ -0,9581 & 0,0948 & 1,3566 & -0,2456 & -0,4790 & 0,0474 & 0,0500 \\ 0 & 0 & 0,0537 & -0,4896 & 0,0475 & 0,4993 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1,9369 & 0,4108 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dV_{r_1} \\ dV_{m_1} \\ dV_{r_2} \\ dV_{m_2} \\ dV_{r_3} \\ dV_{m_3} \\ d\gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0,1 \end{bmatrix}$$

Cuja solução resulta:

$$\begin{bmatrix} dV_{r_1} \\ dV_{m_1} \\ dV_{r_2} \\ dV_{m_2} \\ dV_{r_3} \\ dV_{m_3} \\ d\gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -0,0044 \\ -0,0097 \\ 0,0020 \\ -0,0092 \\ 0,1 \end{bmatrix}$$

O ponto estimado é dado por (2.29), ou seja:

$$\begin{bmatrix} V_{r_1} \\ V_{m_1} \\ V_{r_2} \\ V_{m_2} \\ V_{r_3} \\ V_{m_3} \\ \gamma \end{bmatrix}^{\text{estimado}} = \begin{bmatrix} V_{r_1} \\ V_{m_1} \\ V_{r_2} \\ V_{m_2} \\ V_{r_3} \\ V_{m_3} \\ \gamma \end{bmatrix}^{\text{corrigido}} + \begin{bmatrix} dV_{r_1} \\ dV_{m_1} \\ dV_{r_2} \\ dV_{m_2} \\ dV_{r_3} \\ dV_{m_3} \\ d\gamma \end{bmatrix}^{\text{estimado}} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0,9676 \\ 0,0010 \\ 0,9685 \\ 0,2054 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -0,0044 \\ -0,0097 \\ 0,0020 \\ -0,0092 \\ 0,1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0,9632 \\ -0,0087 \\ 0,9705 \\ 0,1962 \\ 0,1 \end{bmatrix}$$

A partir dos valores das tensões e ângulos estimados obtêm-se então os valores corrigidos, aplicando o método iterativo descrito pela Equação (2.30). Utilizando uma tolerância de 10^{-5} p.u., obtêm-se em apenas uma iteração, as variáveis de estado associados ao ponto corrigido 2.

$$\begin{bmatrix} V_{r_1} \\ V_{m_1} \\ V_{r_2} \\ V_{m_2} \\ V_{r_3} \\ V_{m_3} \\ \gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0,9630 \\ -0,0086 \\ 0,9704 \\ 0,1961 \\ 0,1 \end{bmatrix}$$

Transformando o resultado para coordenadas polares, a aplicação da expressão (2.9) indica que para estimar o próximo ponto deve-se considerar o carregamento como parâmetro de continuação.

$$\text{var}_\gamma = \frac{1-1,1}{1} 100\% = 10\%$$

$$\text{var}_{V_2} = \frac{0,9676-0,9631}{0,9676} 100\% = 0,4651\%$$

Na determinação do ponto 35 considera-se 34 como ponto de partida. Fazendo-se $\gamma = 3,2969$ obtêm-se as mesmas potências ativa e reativa injetada e demandada como na formulação polar. A aplicação da Equação (2.26) referente ao processo de estimação pela tensão resulta no seguinte sistema de equações:

$$\begin{bmatrix} 10^{10} & 0 & -0,0990 & -0,9901 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10^{10} & -0,9901 & 0,0990 & 0 & 0 & 0 \\ -0,3727 & -0,4258 & 0,1533 & 1,3710 & -0,1864 & -0,2129 & 0,1000 \\ -0,4258 & 0,3727 & -0,1215 & -0,9451 & -0,2129 & 0,1864 & 0,0500 \\ 0 & 0 & -0,2074 & -0,4468 & 0,2331 & 0,2133 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1,8700 & -0,6508 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0,8142 & -0,5806 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dV_{r_1} \\ dV_{m_1} \\ dV_{r_2} \\ dV_{m_2} \\ dV_{r_3} \\ dV_{m_3} \\ d\gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -0,1 \end{bmatrix}$$

Logo, o vetor tangente no ponto de máximo carregamento é dado por:

$$\begin{bmatrix} dV_{r_1} \\ dV_{m_1} \\ dV_{r_2} \\ dV_{m_2} \\ dV_{r_3} \\ dV_{m_3} \\ d\gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -0,1213 \\ 0,0021 \\ -0,0286 \\ -0,0823 \\ -0,0710 \end{bmatrix}$$

O ponto estimado é dado por (2.29):

$$\begin{bmatrix} V_{r_1} \\ V_{m_1} \\ V_{r_2} \\ V_{m_2} \\ V_{r_3} \\ V_{m_3} \\ \gamma \end{bmatrix}^{\text{estimado}} = \begin{bmatrix} V_{r_1} \\ V_{m_1} \\ V_{r_2} \\ V_{m_2} \\ V_{r_3} \\ V_{m_3} \\ \gamma \end{bmatrix}^{\text{corrigido}} + \begin{bmatrix} dV_{r_1} \\ dV_{m_1} \\ dV_{r_2} \\ dV_{m_2} \\ dV_{r_3} \\ dV_{m_3} \\ d\gamma \end{bmatrix}^{\text{estimado}} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0,4630 \\ -0,3302 \\ 0,9350 \\ -0,3254 \\ 3,2969 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -0,1213 \\ 0,0021 \\ -0,0286 \\ -0,0823 \\ -0,0710 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0,3417 \\ -0,3281 \\ 0,9064 \\ -0,4077 \\ 3,2259 \end{bmatrix}$$

A partir dos valores de tensão, ângulo e carregamento estimados obtêm-se então os valores corrigidos aplicando o esquema iterativo dado por (2.31). No processo iterativo de correção, V_2 é mantido constante. Em apenas três iterações o processo converge para os seguintes valores das variáveis de estado associados ao ponto 35:

$$\begin{bmatrix} V_{r_1} \\ V_{m_1} \\ V_{r_2} \\ V_{m_2} \\ V_{r_3} \\ V_{m_3} \\ \gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0,3478 \\ -0,3142 \\ 0,9079 \\ 0,3948 \\ 3,0792 \end{bmatrix}$$

A aplicação da expressão (2.9) indica que para estimar o próximo ponto deve-se considerar a tensão na barra 2 como parâmetro de continuação.

$$\text{var}_\gamma = \frac{3,2970 - 3,0792}{3,2970} 100\% = 6,6060\%$$

$$\text{var}_{V_2} = \frac{0,5687 - 0,4687}{0,5687} 100\% = 17,5840\%$$

2.6.3 Comentários Finais

Dos resultados apresentados observa-se que o fluxo de potência continuado polar requer um número menor de iterações na etapa de correção do ponto 35. Neste caso específico, os fluxos de potência continuado polar e retangular requerem 49 correções para o traçado completo do perfil de tensão, perfazendo um total de 63 e 72 iterações, respectivamente. Conseqüentemente, mesmo sendo um sistema de pequeno porte, pode-se concluir que a formulação em coordenadas polares apresenta um desempenho matemático melhor do que aquele apresentado pela formulação do fluxo de potência continuado em coordenadas retangulares.

Capítulo 3

Método do Ponto de Colapso

3.1 Introdução

O objetivo deste método é calcular diretamente, de forma iterativa, o ponto de máximo carregamento ou de bifurcação em um sistema elétrico de potência [8, 28, 29]. Uma alternativa simples para o cálculo deste ponto é utilizar um programa de fluxo de potência convencional, fazendo-se um aumento gradual das cargas até que a convergência não mais seja obtida. Contudo, esta estratégia apresenta dificuldades de convergência, além de poder gerar resultados não muito confiáveis quando limites de operação são atingidos [26]. Por outro lado, o método do ponto de colapso é uma forma adequada de computar este ponto, considerando-se os diversos limites de operação. O método de continuação apresentado no capítulo anterior também se constitui numa boa metodologia de cálculo.

A referência [8] utiliza o método do ponto de colapso desenvolvido inicialmente para estudos em sistemas de corrente alternada, de modo a calcular as bifurcações sela-nó em sistemas de potência incluindo a transmissão em corrente contínua. Utiliza a teoria da bifurcação em sistemas não lineares para calcular a distância no espaço de estados ao ponto de máximo carregamento, de modo a estimar a margem de carregamento em sistemas AC/DC. A referência [28] descreve a implementação dos métodos do ponto de colapso e da continuação no cálculo do ponto de máximo carregamento em sistemas AC/DC. Uma comparação do desempenho destes métodos é apresentada para sistemas de grande porte. Além disto, o ponto de máximo carregamento pode também ser calculado utilizando o método dos pontos interiores [30, 31].

Ao longo dos últimos anos, estudos referentes à determinação das bifurcações sela-nó em sistemas dinâmicos, utilizando-se as técnicas de análise em estado permanente, têm sido apresentados e aplicados no cálculo dos limites de carregamento dos sistemas elétricos de potência. Em [28] as bifurcações sela-nó dinâmicas são detectadas através da singularidade da matriz Jacobiana do fluxo de potência em estado permanente. A validade em se utilizar simplesmente as equações estáticas do fluxo de potência, de modo a identificar a bifurcação sela-nó é apresentada em [32], onde mostra-se que a singularidade da matriz Jacobiana do fluxo de potência convencional, sob certas condições, coincide com a singularidade da matriz

Jacobiana dinâmica. Por outro lado, a referência [33] resolve simultaneamente as equações diferenciais e algébricas do fluxo de potência, de modo a calcular a tensão no ponto de máximo carregamento, bem como as variáveis de estado e algébricas associadas.

3.2 Metodologia Básica

O ponto de máximo carregamento significa o carregamento adicional máximo que o sistema suporta sem perder a estabilidade de tensão, sendo caracterizado pela singularidade da matriz Jacobiana. A metodologia utilizada acrescenta ao conjunto de equações do fluxo de potência, novas equações que caracterizam o ponto de máximo carregamento, ou seja:

$$\underline{\mathbf{G}}(\underline{\mathbf{x}}, \gamma) = \begin{cases} \underline{\mathbf{F}}(\underline{\mathbf{x}}, \gamma) = \underline{\mathbf{0}} \\ \underline{\mathbf{g}}(\underline{\mathbf{x}}, \gamma, \underline{\mathbf{y}}) = \underline{\mathbf{0}} \end{cases} \quad (3.1)$$

onde:

$\underline{\mathbf{F}}(\underline{\mathbf{x}}, \gamma)$: equações do fluxo de potência

$\underline{\mathbf{g}}(\underline{\mathbf{x}}, \gamma, \underline{\mathbf{y}})$: função teste que caracteriza o ponto de máximo carregamento

As seguintes condições são verdadeiras no ponto de máximo carregamento:

- I. O determinante da matriz Jacobiana \mathbf{J} é nulo;
- II. A matriz Jacobiana \mathbf{J} possui um autovalor nulo;
- III. As equações $\mathbf{J}^t \underline{\mathbf{w}} = \underline{\mathbf{0}}$ e $\mathbf{J} \underline{\mathbf{v}} = \underline{\mathbf{0}}$ têm solução não trivial, sendo $\underline{\mathbf{w}}$ e $\underline{\mathbf{v}}$ os autovetores à esquerda e à direita da matriz \mathbf{J} , respectivamente, associados ao autovalor nulo.

Os estudos realizados para a obtenção do ponto de máximo carregamento de sistemas elétricos de grande porte, indicam que a melhor opção é a utilização de III. Logo, de [5, 28, 29] tem-se:

$$\underline{\mathbf{G}}(\underline{\mathbf{x}}, \gamma, \underline{\mathbf{v}}) = \begin{cases} \underline{\mathbf{F}}(\underline{\mathbf{x}}, \gamma) = \underline{\mathbf{0}} \\ \mathbf{J} \underline{\mathbf{v}} = \underline{\mathbf{0}} \\ \|\underline{\mathbf{v}}\| \neq \underline{\mathbf{0}} \end{cases} \quad (3.2)$$

ou:

$$\underline{\mathbf{G}}(\underline{\mathbf{x}}, \gamma, \underline{\mathbf{w}}) = \begin{cases} \underline{\mathbf{F}}(\underline{\mathbf{x}}, \gamma) = \underline{\mathbf{0}} \\ \mathbf{J}^t \underline{\mathbf{w}} = \underline{\mathbf{0}} \\ \|\underline{\mathbf{w}}\| \neq \underline{\mathbf{0}} \end{cases} \quad (3.3)$$

As equações (3.2) e (3.3) são equivalentes. Contudo, resultados experimentais demonstram que as equações do autovetor à esquerda produzem melhores resultados do que

quando são utilizadas as equações do autovetor à direita [28]. Portanto, neste trabalho utiliza-se a formulação descrita por (3.3) na qual:

$\underline{\mathbf{F}}(\underline{\mathbf{x}}, \gamma) = \underline{\mathbf{0}}$: representa as equações do fluxo de potência, garantindo que a solução seja um ponto de operação do SEP;

$\mathbf{J}' \underline{\mathbf{w}} = \underline{\mathbf{0}}$: conjunto de equações formado pelo produto da matriz Jacobiana transposta e seu autovetor à esquerda associado ao autovalor nulo, garantindo que a matriz seja singular;

$\|\underline{\mathbf{w}}\| \neq \underline{\mathbf{0}}$: garante que o autovetor à esquerda não seja nulo, evitando que a solução da equação anterior seja trivial. A equação utilizada neste trabalho para atender a esta condição é dada por [29]:

$$1 - \sum_{i=1}^{nc} (w_i^2) = 0 \quad (3.4)$$

onde nc representa o número de componentes do autovetor à esquerda $\underline{\mathbf{w}}$. Sendo assim, tem-se o seguinte conjunto de equações a ser resolvido:

$$\underline{\mathbf{G}}(\underline{\mathbf{x}}, \gamma, \underline{\mathbf{w}}) = \begin{cases} \underline{\mathbf{F}}(\underline{\mathbf{x}}, \gamma) = \underline{\mathbf{0}} \\ \mathbf{J}' \underline{\mathbf{w}} = \underline{\mathbf{0}} \\ 1 - \sum_{i=1}^{nc} (w_i^2) = 0 \end{cases} \quad (3.5)$$

O sistema representado em (3.5) é um conjunto de equações não lineares que pode ser resolvido pelo método iterativo de Newton-Raphson. As variáveis são as $2n$ componentes de $\underline{\mathbf{x}}$, as $2n$ componentes de $\underline{\mathbf{w}}$ e o parâmetro de carregamento γ . Linearizando-se o conjunto de equações (3.5) e colocando na forma matricial tem-se [8, 28]:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial^2 \underline{\mathbf{F}}'}{\partial \underline{\mathbf{x}}^2} \underline{\mathbf{w}} & \frac{\partial \underline{\mathbf{F}}'}{\partial \underline{\mathbf{x}}} & \underline{\mathbf{0}} \\ \frac{\partial \underline{\mathbf{F}}}{\partial \underline{\mathbf{x}}} & \underline{\mathbf{0}} & \frac{\partial \underline{\mathbf{F}}}{\partial \gamma} \\ \underline{\mathbf{0}}' & \mathbf{2} \underline{\mathbf{w}} & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta \underline{\mathbf{x}} \\ \Delta \underline{\mathbf{w}} \\ \Delta \gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{\mathbf{R}}_1 \\ \underline{\mathbf{R}}_2 \\ \underline{\mathbf{R}}_3 \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

O elemento $\frac{\partial^2 \underline{\mathbf{F}}'}{\partial \underline{\mathbf{x}}^2}$ representa a matriz Hessiana transposta ($\underline{\mathbf{H}}'$) das equações do fluxo de potência. A maior dificuldade na formação da matriz mostrada em (3.6) é o cálculo

da sub-matriz $\frac{\partial^2 \mathbf{F}'}{\partial \underline{\mathbf{x}}^2} \underline{\mathbf{w}}$. Ao invés de determinar a Hessiana e depois multiplicá-la pelo autovetor, pode-se primeiramente calcular o produto da matriz Jacobiana transposta pelo autovetor $\underline{\mathbf{w}}$ e depois derivar o resultado em relação a $\underline{\mathbf{x}}$:

$$\frac{\partial^2 \mathbf{F}'}{\partial \underline{\mathbf{x}}^2} \underline{\mathbf{w}} = \frac{\partial}{\partial \underline{\mathbf{x}}} \left(\frac{\partial \mathbf{F}'}{\partial \underline{\mathbf{x}}} \underline{\mathbf{w}} \right) = \mathbf{H}' \underline{\mathbf{w}} \quad (3.7)$$

As variáveis de estado no método do ponto de colapso podem ser inicializadas como sendo a solução de um fluxo de potência no caso base. Conseqüentemente, as estimativas para os autovetores à esquerda ou à direita são obtidas da matriz Jacobiana do caso base. Contudo, estas estimativas iniciais podem não ser confiáveis se os limites de operação são atingidos. Para esta situação então, novos autovetores devem ser calculados cada vez que o sistema atingir um limite de operação [28].

Para sistemas cujo ponto de operação esteja distante do ponto de máximo carregamento, as estimativas iniciais descritas anteriormente ainda não são suficientemente adequadas para propiciar um desempenho satisfatório do processo iterativo descrito por (3.7) e conseqüentemente, gerar resultados confiáveis. Uma forma alternativa de contornar tal problema consiste em aumentar a carga ativa e reativa total do sistema além do caso base, de modo a gerar estimativas iniciais mais próximas daquelas correspondentes ao ponto de máximo carregamento [28]. Obviamente, o valor deste aumento no carregamento afeta o desempenho do método, contudo não influencia no resultado final.

O método do ponto de colapso tem a vantagem de gerar autovetores à esquerda e à direita correspondentes ao autovalor nulo da matriz Jacobiana no ponto de máximo carregamento. O autovetor à direita pode ser utilizado para detectar áreas ou variáveis do sistema propensas ao colapso de tensão, enquanto que o autovetor à esquerda fornece a relação das barras mais indicadas às injeções de ativos e/ou reativos no intuito de fortalecer a estabilidade de tensão [28].

3.3 Método do Ponto de Colapso em Coordenadas Polares

Neste caso, o vetor $\underline{\mathbf{x}}$ é formado pelas variáveis de estado $\underline{\boldsymbol{\theta}}$ e $\underline{\mathbf{V}}$. O termo $\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \underline{\mathbf{x}}}$ representa a matriz Jacobiana polar \mathbf{J}_p , obtida diretamente de (A1.20). O termo $\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \gamma}$ representa um vetor cujas componentes são as derivadas das equações de potência ativa e

reativa injetada nas barras com relação ao parâmetro γ . Estas derivadas foram definidas no capítulo anterior, denotadas por $\underline{J}_{P\gamma}$ e $\underline{J}_{Q\gamma}$ e dadas por (2.11) e (2.12). A matriz Hessiana apresenta uma maior complexidade, estando detalhada a seguir. Tomando-se como base as equações do fluxo de potência convencional polar descritas no Apêndice 1 e tendo-se em mente o interesse em avaliar a expressão (3.7) em coordenadas polares tem-se:

$$\frac{\partial \underline{F}^t}{\partial \underline{x}} \underline{w} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_1}{\partial \theta_1} & \dots & \frac{\partial P_n}{\partial \theta_1} & \frac{\partial Q_1}{\partial \theta_1} & \dots & \frac{\partial Q_n}{\partial \theta_1} \\ \vdots & \ddots & & & & \vdots \\ \frac{\partial P_1}{\partial \theta_n} & & \ddots & & & \vdots \\ \frac{\partial P_1}{\partial V_1} & & & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & & & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial P_1}{\partial V_n} & \dots & \frac{\partial P_n}{\partial V_n} & \frac{\partial Q_1}{\partial V_n} & \dots & \frac{\partial Q_n}{\partial V_n} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} w_1 \\ \vdots \\ w_{n+n} \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

Logo:

$$\frac{\partial \underline{F}^t}{\partial \underline{x}} \underline{w} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_1}{\partial \theta_1} w_1 + \dots + \frac{\partial P_n}{\partial \theta_1} w_n + \frac{\partial Q_1}{\partial \theta_1} w_{n+1} + \dots + \frac{\partial Q_n}{\partial \theta_1} w_{n+n} \\ \vdots \\ \frac{\partial P_1}{\partial V_n} w_1 + \dots + \frac{\partial P_n}{\partial V_n} w_n + \frac{\partial Q_1}{\partial V_n} w_{n+1} + \dots + \frac{\partial Q_n}{\partial V_n} w_{n+n} \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

ou ainda:

$$\frac{\partial \underline{F}^t}{\partial \underline{x}} \underline{w} = \underline{r} = \begin{bmatrix} r_1 \\ \vdots \\ r_{n+n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n \frac{\partial P_i}{\partial \theta_1} w_i + \sum_{j=1}^n \frac{\partial Q_j}{\partial \theta_1} w_{n+j} \\ \vdots \\ \sum_{i=1}^n \frac{\partial P_i}{\partial V_n} w_i + \sum_{j=1}^n \frac{\partial Q_j}{\partial V_n} w_{n+j} \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

Logo, a matriz Hessiana transposta multiplicada pelo autovetor \underline{w} resulta em uma matriz cujas linhas são formadas pelas derivadas parciais de cada um dos r_i elementos de \underline{r} pelas variáveis \underline{x} . Assim:

$$\frac{\partial}{\partial \underline{\mathbf{x}}} \left(\frac{\partial \underline{\mathbf{F}}^t}{\partial \underline{\mathbf{x}}} \underline{\mathbf{w}} \right) = \mathbf{H}_p^t \underline{\mathbf{w}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial r_1}{\partial \theta_1} & \dots & \frac{\partial r_1}{\partial \theta_n} & \frac{\partial r_1}{\partial V_1} & \dots & \frac{\partial r_1}{\partial V_n} \\ \vdots & \ddots & & & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & & & \vdots \\ \vdots & & & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & & & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial r_{n+n}}{\partial \theta_1} & \dots & \frac{\partial r_{n+n}}{\partial \theta_n} & \frac{\partial r_{n+n}}{\partial V_1} & \dots & \frac{\partial r_{n+n}}{\partial V_n} \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

Alguns elementos de (3.11) na forma explícita são dados por:

$$\frac{\partial r_1}{\partial \theta_1} = \frac{\partial}{\partial \theta_1} \left(\sum_{j=1}^n \frac{\partial P_j}{\partial \theta_1} w_j + \sum_{k=1}^n \frac{\partial Q_k}{\partial \theta_1} w_{n+k} \right) = \sum_{j=1}^n \frac{\partial^2 P_j}{\partial \theta_1^2} w_j + \sum_{k=1}^n \frac{\partial^2 Q_k}{\partial \theta_1^2} w_{n+k} \quad (3.12)$$

$$\frac{\partial r_1}{\partial \theta_2} = \frac{\partial}{\partial \theta_2} \left(\sum_{j=1}^n \frac{\partial P_j}{\partial \theta_1} w_j + \sum_{k=1}^n \frac{\partial Q_k}{\partial \theta_1} w_{n+k} \right) = \sum_{j=1}^n \frac{\partial^2 P_j}{\partial \theta_1 \partial \theta_2} w_j + \sum_{k=1}^n \frac{\partial^2 Q_k}{\partial \theta_1 \partial \theta_2} w_{n+k} \quad (3.13)$$

$$\frac{\partial r_{n+m}}{\partial V_m} = \frac{\partial}{\partial V_m} \left(\sum_{j=1}^n \frac{\partial P_j}{\partial V_m} w_j + \sum_{k=1}^n \frac{\partial Q_k}{\partial V_m} w_{n+k} \right) = \sum_{j=1}^n \frac{\partial^2 P_j}{\partial V_m^2} w_j + \sum_{k=1}^n \frac{\partial^2 Q_k}{\partial V_m^2} w_{n+k} \quad (3.14)$$

Todas as derivadas de segunda ordem estão apresentadas no Apêndice 2.

3.4 Método do Ponto de Colapso em Coordenadas Retangulares

Neste caso, o vetor $\underline{\mathbf{x}}$ é formado pelas variáveis de estado $\underline{\mathbf{V}}_r$ e $\underline{\mathbf{V}}_m$. O termo $\frac{\partial \underline{\mathbf{F}}}{\partial \underline{\mathbf{x}}}$ representa a matriz Jacobiana retangular \mathbf{J}_r , obtida diretamente de (A1.42) ou (A1.43). O termo $\frac{\partial \underline{\mathbf{F}}}{\partial \gamma}$ é o vetor cujas componentes são dadas por (2.11) e (2.12). Tomando-se como base as equações do fluxo de potência convencional retangular descritas no Apêndice 1 e tendo-se em mente o interesse em avaliar a expressão (3.7) em coordenadas retangulares tem-se:

$$\frac{\partial \underline{\mathbf{F}}^t}{\partial \underline{\mathbf{x}}} \underline{\mathbf{w}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_1}{\partial V_{r_1}} & \frac{\partial Q_1}{\partial V_{r_1}} & \dots & \frac{\partial P_p}{\partial V_{r_1}} & 0 & \dots & \frac{\partial P_n}{\partial V_{r_1}} & \frac{\partial Q_1}{\partial V_{r_1}} \\ \frac{\partial P_1}{\partial V_{m_1}} & \frac{\partial Q_1}{\partial V_{m_1}} & \dots & \frac{\partial P_p}{\partial V_{m_1}} & 0 & \dots & \frac{\partial P_n}{\partial V_{m_1}} & \frac{\partial Q_n}{\partial V_{m_1}} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial P_1}{\partial V_{r_p}} & \frac{\partial Q_1}{\partial V_{r_p}} & \dots & \frac{\partial P_p}{\partial V_{r_p}} & 2V_{r_p} & \dots & \frac{\partial P_n}{\partial V_{r_n}} & \frac{\partial Q_n}{\partial V_{r_n}} \\ \frac{\partial P_1}{\partial V_{m_p}} & \frac{\partial Q_1}{\partial V_{m_p}} & \dots & \frac{\partial P_p}{\partial V_{m_p}} & 2V_{m_p} & \dots & \frac{\partial P_n}{\partial V_{m_n}} & \frac{\partial Q_n}{\partial V_{m_n}} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial P_1}{\partial V_{r_n}} & \frac{\partial Q_1}{\partial V_{r_n}} & \dots & \frac{\partial P_p}{\partial V_{r_n}} & 0 & \dots & \frac{\partial P_n}{\partial V_{r_n}} & \frac{\partial Q_n}{\partial V_{r_n}} \\ \frac{\partial P_1}{\partial V_{m_n}} & \frac{\partial Q_1}{\partial V_{m_n}} & \dots & \frac{\partial P_p}{\partial V_{m_n}} & 0 & \dots & \frac{\partial P_n}{\partial V_{m_n}} & \frac{\partial P_n}{\partial V_{m_n}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} w_1 \\ \vdots \\ w_{n+n} \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

Logo:

$$\frac{\partial \underline{\mathbf{F}}^t}{\partial \underline{\mathbf{x}}} \underline{\mathbf{w}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_1}{\partial V_{r_1}} w_1 + \dots + \frac{\partial P_n}{\partial V_{r_1}} w_n + \frac{\partial Q_1}{\partial V_{r_1}} w_{n+1} + \dots + \frac{\partial Q_n}{\partial V_{r_1}} w_{n+n} \\ \vdots \\ \frac{\partial P_1}{\partial V_{m_n}} w_1 + \dots + \frac{\partial P_n}{\partial V_{m_n}} w_n + \frac{\partial Q_1}{\partial V_{m_n}} w_{n+1} + \dots + \frac{\partial Q_n}{\partial V_{m_n}} w_{n+n} \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

ou ainda:

$$\frac{\partial \underline{\mathbf{F}}^t}{\partial \underline{\mathbf{x}}} \underline{\mathbf{w}} = \underline{\mathbf{r}} = \begin{bmatrix} r_1 \\ \vdots \\ r_{n+n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n \frac{\partial P_i}{\partial V_{r_1}} w_i + \sum_{j=1}^n \frac{\partial Q_j}{\partial V_{r_1}} w_{n+j} \\ \vdots \\ \sum_{i=1}^n \frac{\partial P_i}{\partial V_{m_n}} w_i + \sum_{j=1}^n \frac{\partial Q_j}{\partial V_{m_n}} w_{n+j} \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

Finalmente:

$$\frac{\partial}{\partial \underline{x}} \left(\frac{\partial \underline{F}^t}{\partial \underline{x}} \underline{w} \right) = \underline{H}_r^t \underline{w} = \begin{bmatrix} \frac{\partial r_1}{\partial V_{r_1}} & \dots & \frac{\partial r_1}{\partial V_{r_n}} & \frac{\partial r_1}{\partial V_{m_1}} & \dots & \frac{\partial r_1}{\partial V_{m_n}} \\ \vdots & \ddots & & & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & & & \vdots \\ \vdots & & & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & & & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial r_{n+n}}{\partial V_{r_1}} & \dots & \frac{\partial r_{n+n}}{\partial V_{r_n}} & \frac{\partial r_{n+n}}{\partial V_{m_1}} & \dots & \frac{\partial r_{n+n}}{\partial V_{m_n}} \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

Alguns elementos de (3.18) na forma explícita são dados por:

$$\frac{\partial r_1}{\partial V_{r_1}} = \frac{\partial}{\partial V_{r_1}} \left(\sum_{j=1}^n \frac{\partial P_j}{\partial V_{r_1}} w_j + \sum_{k=1}^n \frac{\partial Q_k}{\partial V_{r_1}} w_{n+k} \right) = \sum_{j=1}^n \frac{\partial^2 P_j}{\partial V_{r_1}^2} w_j + \sum_{k=1}^n \frac{\partial^2 Q_k}{\partial V_{r_1}^2} w_{n+k} \quad (3.19)$$

$$\frac{\partial r_1}{\partial V_{r_2}} = \frac{\partial}{\partial V_{r_2}} \left(\sum_{j=1}^n \frac{\partial P_j}{\partial V_{r_1}} w_j + \sum_{k=1}^n \frac{\partial Q_k}{\partial V_{r_1}} w_{n+k} \right) = \sum_{j=1}^n \frac{\partial^2 P_j}{\partial V_{r_1} \partial V_{r_2}} w_j + \sum_{k=1}^n \frac{\partial^2 Q_k}{\partial V_{r_1} \partial V_{r_2}} w_{n+k} \quad (3.20)$$

$$\frac{\partial r_{n+i}}{\partial V_{m_i}} = \frac{\partial}{\partial V_{m_i}} \left(\sum_{j=1}^n \frac{\partial P_j}{\partial V_{m_i}} w_j + \sum_{k=1}^n \frac{\partial Q_k}{\partial V_{m_i}} w_{n+k} \right) = \sum_{j=1}^n \frac{\partial^2 P_j}{\partial V_{m_i}^2} w_j + \sum_{k=1}^n \frac{\partial^2 Q_k}{\partial V_{m_i}^2} w_{n+k} \quad (3.21)$$

Todas as derivadas de segunda ordem estão apresentadas no Apêndice 2.

3.5 Algoritmo Geral

O algoritmo referente ao método do ponto de colapso pode ser sumarizado nos seguintes passos:

Passo 1. Cálculo do ponto de máximo carregamento estimado ($\underline{\theta}^{est}$, \underline{V}^{est} , γ^{est}) ou (\underline{V}_r^{est} , \underline{V}_m^{est} , γ^{est}) dependendo se a formulação é polar ou retangular, respectivamente. A metodologia empregada na obtenção do ponto estimado adiciona carga ao sistema em parcelas incrementais de 10% da carga nominal. A cada parcela de carga adicional inserida, executa-se o método iterativo convencional de Newton Raphson de modo a obter a nova solução. Quando este método não mais convergir tem-se a estimativa inicial. Caso o método de Newton não convirja no primeiro acréscimo adicional de 10% de carga nominal, então o ponto estimado é o próprio caso base do sistema.

Passo 2. Montagem da matriz Jacobiana \underline{J}_p ou \underline{J}_r no ponto estimado em função do tipo de coordenadas utilizado.

Passo 3. Cálculo do autovetor à esquerda estimado \underline{w}^{est} da matriz Jacobiana \underline{J}_p ou \underline{J}_r associado ao autovalor crítico. Os autovetores à esquerda de uma matriz são iguais aos autovetores à direita desta matriz transposta. Assim, para obter o autovetor à esquerda estimado \underline{w}^{est} , basta calcular a matriz Jacobiana transposta no ponto estimado e em seguida obter o autovalor crítico e o seu correspondente autovetor. Por autovalor crítico, entende-se o autovalor real com seu módulo mais próximo de zero dentre todos os autovalores de \underline{J}_p ou \underline{J}_r .

Passo 4. Cálculo do vetor de resíduos mostrado na Equação (3.6).

$$\underline{R}_1 = -\underline{J}_p^t \underline{w} \quad (3.22)$$

ou

$$\underline{R}_1 = -\underline{J}_r^t \underline{w} \quad (3.23)$$

$$\underline{R}_2 = [\Delta P_1 \quad \Delta P_2 \quad \cdots \quad \Delta P_n \quad | \quad \Delta Q_1 \quad \Delta Q_2 \quad \cdots \quad \Delta Q_n]^t \quad (3.24)$$

$$R_3 = 1 - w_1^2 - w_2^2 - \cdots - w_{nc}^2 = 1 - \sum_{i=1}^{nc} (w_i)^2 \quad (3.25)$$

Passo 5. Se todos os componentes deste vetor de resíduos são menores que uma tolerância pré-estabelecida, então proceda ao passo 7. Caso contrário incremente o contador de iterações $h = h + 1$ e resolva a Equação (3.6), de modo a calcular as correções das variáveis de estado envolvidas no processo iterativo.

Passo 6. Atualização das variáveis de estado e retorno ao Passo 4. Em coordenadas polares são utilizadas as seguintes equações:

$$\underline{\theta}^{h+1} = \underline{\theta}^h + \Delta \underline{\theta}^h \quad (3.26)$$

$$\underline{V}^{h+1} = \underline{V}^h + \Delta \underline{V}^h \quad (3.27)$$

$$\underline{w}^{h+1} = \underline{w}^h + \Delta \underline{w}^h \quad (3.28)$$

$$\gamma^{h+1} = \gamma^h + \Delta \gamma^h \quad (3.29)$$

Por outro lado, em coordenadas retangulares além de utilizar as Equações (3.28) e (3.29), são também empregadas as seguintes equações:

$$\underline{V}_r^{h+1} = \underline{V}_r^h + \Delta \underline{V}_r^h \quad (3.30)$$

$$\underline{V}_m^{h+1} = \underline{V}_m^h + \Delta \underline{V}_m^h \quad (3.31)$$

Passo 7. Cálculo da matriz Jacobiana polar ou retangular no ponto de máximo carregamento e de seu autovetor à esquerda associado ao autovalor nulo.

3.6 Aplicação Numérica

Seja o sistema teste descrito pela Figura 2.4 e Tabelas 2.1, 2.2 e 2.3. O objetivo é apresentar uma iteração do método do ponto de colapso passo-a-passo, utilizando-se tanto as coordenadas polares, quanto as coordenadas retangulares da tensão. As mesmas hipóteses descritas no item 2.6 são consideradas agora.

3.6.1 Solução em Coordenadas Polares

Os valores estimados das variáveis tensão, ângulo e carregamento são mostrados na Tabela 3.1, onde os ângulos estão em radianos.

Tabela 3.1: Valores estimados do ponto de máximo carregamento – Formulação polar

Variável	Valor (p.u.)
V_1	1,0000
V_2	0,6077
V_3	0,9900
θ_1	0,0000
θ_2	-0,5712
θ_3	-0,2987
γ_{est}	3,3000

As potências líquidas calculadas nas barras no ponto estimado, utilizando-se as expressões (A1.1) e (A1.2) são dadas por:

$$P_1 = 0,3738 \text{ p.u.}$$

$$P_2 = -0,4299 \text{ p.u.}$$

$$P_3 = 0,0999 \text{ p.u.}$$

$$Q_1 = 0,4412 \text{ p.u.}$$

$$Q_2 = -0,2150 \text{ p.u.}$$

$$Q_3 = 0,1707 \text{ p.u.}$$

Utilizando-se a matriz Jacobiana polar na forma representada em (A1.20) e colocando-se números elevados nas posições referentes às barras de referência e PV tem-se:

$$J_P = \begin{bmatrix} 10^{10} & -0,5389 & 0 & 0,4728 & 0,4520 & 0 \\ -0,4738 & 0,7527 & -0,2789 & -0,3760 & -0,6171 & -0,1100 \\ 0 & -0,2949 & 0,2949 & 0 & 0,0847 & 0,1500 \\ \hline 0,2747 & -0,2747 & 0 & 10^{10} & -0,8865 & 0 \\ 0,3760 & -0,4849 & 0,1089 & -0,4738 & 0,5309 & -0,2817 \\ 0 & -0,0515 & 0,0515 & 0 & -0,4852 & 10^{10} \end{bmatrix}$$

O autovalor crítico estimado λ^{est} da matriz Jacobiana e o autovetor à esquerda associado \underline{w}^{est} são dados por:

$$\lambda^{est} = 0,03009$$

$$\underline{w}^{est} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0,6168 \\ 0,3623 \\ 0 \\ 0,6988 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Faz-se $\underline{w} = \underline{w}^{est}$. O autovetor w possui seis coordenadas, onde as três primeiras referem-se a θ_1 , θ_2 e θ_3 e as três últimas a V_1 , V_2 e V_3 nesta seqüência.

A demanda de potência ativa e reativa nas barras é então:

$$P_{D_1} = 0,000$$

$$P_{D_2} = 0,430 \text{ p.u.}$$

$$P_{D_3} = 0,000 \text{ p.u.}$$

$$Q_{D_1} = 0,000$$

$$Q_{D_2} = 0,215 \text{ p.u.}$$

$$Q_{D_3} = 0,000$$

Como somente a barra de referência está contribuindo com o aumento da demanda ativa de todo o sistema, então:

$$P_{G_2} = 0$$

$$P_{G_3} = 0,1$$

As potências especificadas nas barras são:

$$P_2^{esp} = P_{G_2} - P_{D_2} = -0,430 \text{ p.u.}$$

$$P_3^{esp} = P_{G_3} - P_{D_3} = 0,100 \text{ p.u.}$$

$$Q_2^{esp} = Q_{G_2} - Q_{D_2} = -0,215 \text{ p.u.}$$

Logo, os resíduos de potência são:

$$\begin{aligned}\Delta P_2 &= P_2^{esp} - P_2 = 0 \\ \Delta P_3 &= P_3^{esp} - P_3 = 0 \\ \Delta Q_2 &= Q_2^{esp} - Q_2 = 0\end{aligned}$$

O próximo passo é o cálculo do vetor de resíduos mostrado em (3.6). Assim, de (3.22), (3.24) e (3.25) tem-se:

$$\underline{\mathbf{R}}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ -0,0186 \\ -0,0109 \\ 0 \\ -0,0210 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\underline{\mathbf{R}}_2 = \begin{bmatrix} \Delta P_1 \\ \Delta P_2 \\ \Delta P_3 \\ \Delta Q_1 \\ \Delta Q_2 \\ \Delta Q_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$R_3 = 1 - (0,6168)^2 - (0,3623)^2 - (0,6988)^2 = 0$$

Desta forma, o vetor de resíduos é dado por:

$$\begin{bmatrix} \underline{\mathbf{R}}_1 \\ \underline{\mathbf{R}}_2 \\ R_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -0,0186 \\ -0,0109 \\ 0 \\ -0,0210 \\ 0 \\ \hline 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \hline 0 \end{bmatrix}$$

Como existem componentes deste vetor maiores que a tolerância adotada de 10^{-5} p.u., então deve-se iniciar o processo iterativo. Assim, o vetor $\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \gamma}$ calculado através de (2.11) e

(2.12) é dado por:

$$\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \gamma} = \begin{bmatrix} 0,000 \\ 0,430 \\ 0,000 \\ 0,000 \\ 0,215 \\ 0,000 \end{bmatrix}$$

A matriz Hessiana polar transposta multiplicada pelo autovetor à esquerda calculada segundo a Equação (3.11) é dada por:

$$\mathbf{H}_p^t \mathbf{w} = \begin{bmatrix} 10^{10} & -0,5630 & 0 & -0,0295 & -0,0485 & 0 \\ -0,5630 & 0,8064 & -0,2434 & 0,0295 & 0,0305 & -0,0110 \\ 0 & -0,2434 & 0,2434 & 0 & 0,0179 & 0,0110 \\ -0,0295 & 0,0295 & 0 & 10^{10} & -0,9262 & 0 \\ -0,0485 & 0,0305 & 0,0179 & -0,9262 & 2,2169 & -0,4045 \\ 0 & -0,0110 & 0,0110 & 0 & -0,4045 & 10^{10} \end{bmatrix}$$

Finalmente, tem-se o seguinte sistema de Equações (3.6) em coordenadas polares:

$$\begin{bmatrix}
 10^{10} & -0,5630 & 0 & -0,0295 & -0,0485 & 0 & 10^{10} & -0,4738 & 0 & 0,2747 & 0,3760 & 0 & 0 & \Delta\theta_1 \\
 -0,5630 & 0,8064 & -0,2434 & 0,0295 & 0,0305 & -0,0110 & -0,5389 & 0,7527 & -0,2949 & -0,2747 & -0,4849 & -0,0515 & 0 & \Delta\theta_2 \\
 0 & -0,2434 & 0,2434 & 0 & 0,0179 & 0,0110 & 0 & -0,2789 & 0,2949 & 0 & 0,1089 & 0,0515 & 0 & \Delta\theta_3 \\
 -0,0295 & 0,0295 & 0 & 10^{10} & -0,9262 & 0 & 0,4728 & -0,3760 & 0 & 10^{10} & -0,4738 & 0 & 0 & \Delta V_1 \\
 -0,0485 & 0,0305 & 0,0179 & -0,9262 & 2,2169 & -0,4045 & 0,4520 & -0,6171 & 0,0847 & -0,8865 & 0,5309 & -0,4852 & 0 & \Delta V_2 \\
 0 & -0,0110 & 0,0110 & 0 & -0,4045 & 10^{10} & 0 & -0,1100 & 0,1500 & 0 & -0,2817 & 10^{10} & 0 & \Delta V_3 \\
 \hline
 10^{10} & -0,5389 & 0 & 0,4728 & 0,4520 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \Delta w_1 \\
 -0,4738 & 0,7527 & -0,2789 & -0,3760 & -0,6171 & -0,0110 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,430 & \Delta w_2 \\
 0 & -0,2949 & 0,2949 & 0 & 0,0847 & 0,1500 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \Delta w_3 \\
 0,2747 & -0,2747 & 0 & 10^{10} & -0,8865 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \Delta w_4 \\
 0,3760 & -0,4849 & 0,1089 & -0,4738 & 0,5309 & -0,2817 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,215 & \Delta w_5 \\
 0 & -0,0515 & 0,0515 & 0 & -0,4852 & 10^{10} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \Delta w_6 \\
 \hline
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1,2336 & 0,7246 & 0 & 1,3976 & 0 & 0 & \Delta\gamma
 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -0,0186 \\ -0,0109 \\ 0 \\ -0,0210 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Cuja solução resulta:

$$\begin{bmatrix} \Delta\theta_1 \\ \Delta\theta_2 \\ \Delta\theta_3 \\ \Delta V_1 \\ \Delta V_2 \\ \Delta V_3 \\ \Delta w_1 \\ \Delta w_2 \\ \Delta w_3 \\ \Delta w_4 \\ \Delta w_5 \\ \Delta w_6 \\ \Delta\gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -0,0215 \\ -0,0166 \\ 0 \\ -0,0172 \\ 0 \\ 0 \\ -0,0062 \\ -0,0592 \\ 0 \\ 0,0361 \\ 0 \\ 0,0023 \end{bmatrix}$$

Os valores corrigidos das variáveis de estado são obtidos das Equações (3.26) a (3.29), ou seja:

$$\begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \\ V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ w_1 \\ w_2 \\ w_3 \\ w_4 \\ w_5 \\ w_6 \\ \gamma \end{bmatrix}^{h=1} = \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \\ V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ w_1 \\ w_2 \\ w_3 \\ w_4 \\ w_5 \\ w_6 \\ \gamma \end{bmatrix}^{h=0} + \begin{bmatrix} \Delta\theta_1 \\ \Delta\theta_2 \\ \Delta\theta_3 \\ \Delta V_1 \\ \Delta V_2 \\ \Delta V_3 \\ \Delta w_1 \\ \Delta w_2 \\ \Delta w_3 \\ \Delta w_4 \\ \Delta w_5 \\ \Delta w_6 \\ \Delta\gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -0,5712 \\ -0,2987 \\ 1 \\ 0,6079 \\ 0,9900 \\ 0 \\ 0,6168 \\ 0,3623 \\ 0 \\ 0,6988 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -0,0215 \\ -0,0166 \\ 0 \\ -0,0172 \\ 0 \\ 0 \\ -0,0062 \\ -0,0592 \\ 0 \\ 0,0361 \\ 0 \\ 0,0023 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -0,5927 \\ -0,3153 \\ 1 \\ 0,5907 \\ 0,9899 \\ 0 \\ 0,6106 \\ 0,3031 \\ 0 \\ 0,7349 \\ 0 \\ 0,0023 \end{bmatrix}$$

Com o novo carregamento $\gamma = 0,0023$ p.u. são recalculadas as demandas de potência ativa e reativa, bem como o vetor de resíduos. Caso uma das componentes deste vetor seja maior que 10^{-5} , então o processo iterativo continua. Neste caso específico, o processo iterativo converge em três iterações, para os valores de $\underline{\theta}$, \underline{V} e γ mostrados na Tabela 3.2.

Tabela 3.2: Processo iterativo polar a partir de valores estimados – Sistema teste três barras

	Iteração 0	Iteração 1	Iteração 2	Iteração 3
	0	0	0	0
θ (graus)	-32,7262	-33,9590	-33,9394	-33,9394
	-17,1149	-18,0652	-18,0397	-18,0397
V (p.u.)	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
	0,6077	0,5907	0,5908	0,5908
	0,9900	0,9900	0,9900	0,9900
γ (p.u.)	0	0,0023	0,0011	0,0011

O carregamento adicional correspondente ao ponto de máximo carregamento é dado por:

$$\gamma_{\max} = (1 + \gamma_{\text{est}})(1 + \gamma) = 4,305 = 430,5\%$$

Os gráficos ilustrados na Figura 3.1 mostram a trajetória de convergência para os diversos resíduos inerentes ao processo iterativo.

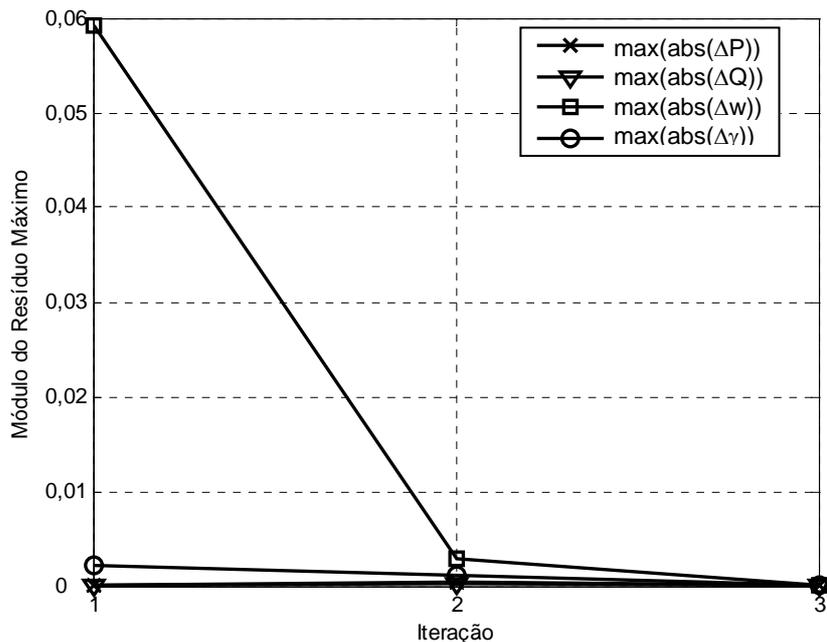


Figura 3.1: Gráficos de convergência polar a partir de valores estimados – Sistema teste três barras

As coordenadas do autovetor à esquerda \underline{w} , após o término do processo iterativo, indicam as barras mais apropriadas à injeção de potência ativa e/ou reativa no intuito de melhorar a estabilidade. As coordenadas dividem-se em dois grupos, o primeiro grupo relaciona-se com a variável ângulo, fornecendo assim as sensibilidades de injeção de potência ativa nas barras; o segundo grupo relaciona-se com a variável tensão, fornecendo as

sensibilidades de injeção de potência reativa nas barras. O autovetor à esquerda associado ao autovalor nulo da matriz Jacobiana no ponto de máximo carregamento é dado por:

$$\underline{w} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0,6087 \\ 0,3001 \\ 0 \\ 0,7345 \\ 0 \end{bmatrix}$$

As Figuras 3.3 e 3.4 mostram graficamente as componentes do autovetor à esquerda no ponto de máximo carregamento. Uma das atitudes para melhorar o sistema, do ponto de vista da estabilidade de tensão, seria colocar um compensador reativo na barra 2, tendo em vista a maior componente associada a esta barra, conforme mostrado na Figura 3.3.

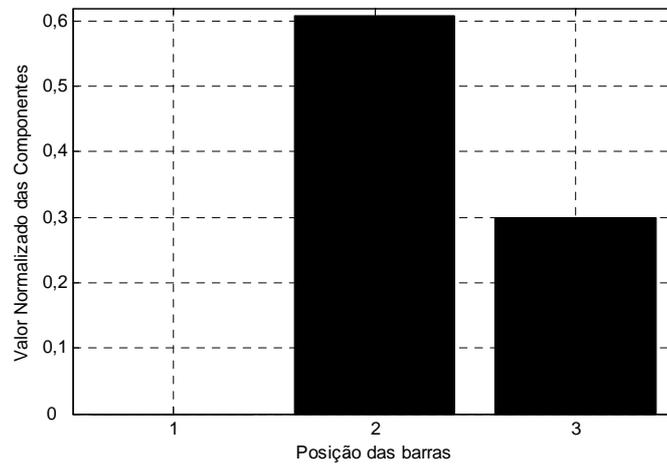


Figura 3.2: Componentes do autovetor à esquerda referentes à injeção de ativos associado ao autovalor nulo no ponto de máximo carregamento – Formulação polar – Sistema teste três barras

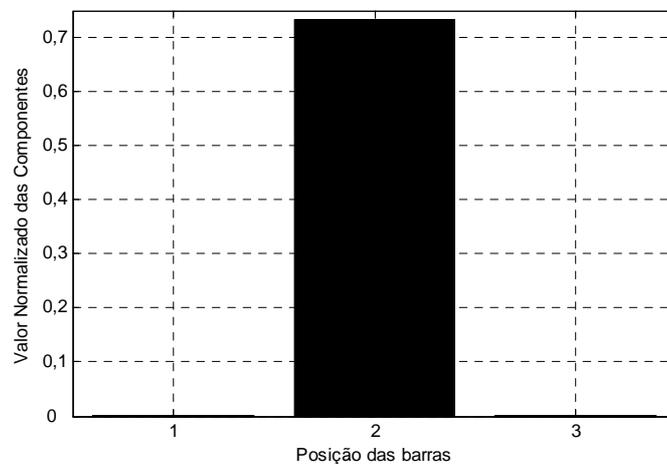


Figura 3.3: Componentes do autovetor à esquerda referentes à injeção de reativos associado ao autovalor nulo no ponto de máximo carregamento – Formulação polar – Sistema teste três barras

Somente com intuito comparativo, caso o processo iterativo do método do ponto de colapso partisse do caso base, então a convergência ocorreria ao final da décima primeira iteração, na qual os valores de $\underline{\theta}$, \underline{V} e γ para as três primeiras iterações e para a última estão mostrados na Tabela 3.3.

Tabela 3.3: Processo iterativo polar – Sistema teste três barras – Caso base

	Iteração 0	Iteração 1	Iteração 2	Iteração 3	Iteração 11
α (graus)	0	0	0	0	0
	0,0622	-152,3313	-10,2777	-54,2259	-33,9394
	11,9741	-132,8329	33,0522	-24,4589	-18,0397
V (p.u.)	1	1	1	1	1
	0,9677	-0,2115	0,7970	0,4161	0,5908
	0,9900	0,9900	0,9900	0,9900	0,9900
γ (p.u.)	0	26,5602	-1,0265	6,8851	3,3048

Os gráficos ilustrados na Figura 3.4 mostram a trajetória de convergência para os diversos resíduos em análise.

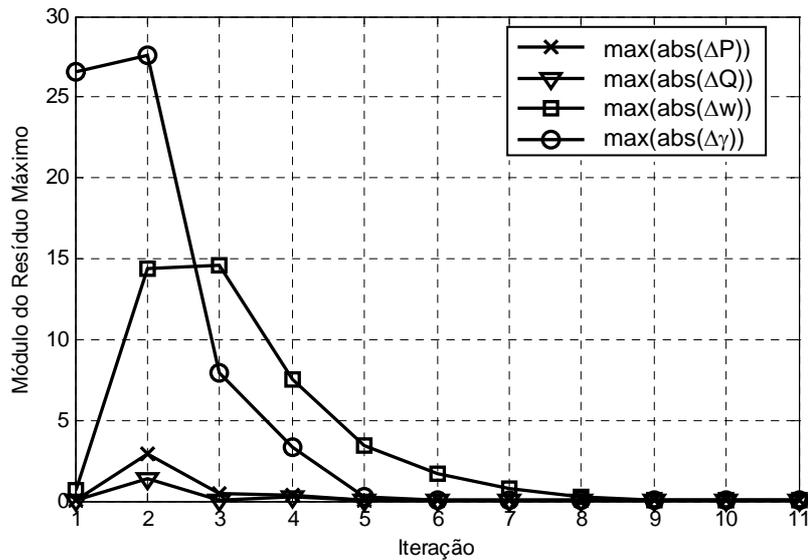


Figura 3.4: Gráficos de convergência polar – Sistema teste três barras – Caso base

Obviamente as mesmas conclusões extraídas anteriormente, com relação ao carregamento máximo e as componentes do autovetor referentes à injeção de ativos e reativos, podem ser aplicadas nesta situação.

3.6.2 Solução em Coordenadas Retangulares

Os valores das variáveis tensão e carregamento obtidos na etapa de estimação estão mostrados na Tabela 3.4.

Tabela 3.4: Valores estimados do ponto de máximo carregamento – Formulação retangular

Variável	Valor (p.u.)
V_{r_1}	1
V_{r_2}	0,5114
V_{r_3}	0,9462
V_{m_1}	0
V_{m_2}	-0,3286
V_{m_3}	-0,2913
γ_{est}	3,3000

Utilizando-se a matriz Jacobiana retangular na forma representada em (A1.42) e colocando-se números elevados nas posições referentes às barras de referência tem-se:

$$J_r = \begin{bmatrix} 10^{10} & -0,0990 & 0 & 0,5389 & -0,9901 & 0 \\ -0,3760 & 0,1503 & -0,1880 & -0,4738 & 1,3753 & -0,2369 \\ 0 & -0,1911 & 0,2311 & 0 & -0,4540 & 0,2406 \\ \hline 1,4213 & -0,9901 & 0 & 10^{10} & 0,0990 & 0 \\ -0,4738 & 0,0154 & -0,2369 & 0,3760 & -0,9580 & 0,1880 \\ 0 & 0 & 1,8923 & 0 & 0 & -0,5827 \end{bmatrix}$$

O autovalor crítico estimado λ^{est} da matriz Jacobiana retangular e o autovetor à esquerda associado \underline{w}^{est} são dados por:

$$\lambda^{est} = 0,0517$$

$$\underline{w}^{est} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0,6219 \\ 0,3753 \\ 0 \\ 0,6783 \\ 0,1111 \end{bmatrix}$$

Faz-se $\underline{w} = \underline{w}^{est}$. O autovetor \underline{w} possui seis coordenadas, onde as três primeiras referem-se a V_{r_1} , V_{r_2} e V_{r_3} e as três últimas a V_{m_1} , V_{m_2} e V_{m_3} nesta seqüência.

As demandas de potência ativa e reativa das barras, as potências geradas e as potências especificadas são obtidas de forma análoga à seção anterior e possuem o mesmo valor. Logo, os resíduos de potência são:

$$\begin{aligned}\Delta P_2 &= P_2^{esp} - P_2 = 0 \\ \Delta P_3 &= P_3^{esp} - P_3 = 0 \\ \Delta Q_2 &= Q_2^{esp} - Q_2 = 0\end{aligned}$$

O próximo passo é o cálculo do vetor de resíduos mostrado em (3.6). Assim, de (3.23) a (3.25) tem-se:

$$\underline{R}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ -0,0322 \\ -0,0194 \\ 0 \\ -0,0351 \\ -0,0057 \end{bmatrix}$$

$$\underline{R}_2 = \begin{bmatrix} \Delta P_1 \\ \Delta P_2 \\ \Delta P_3 \\ \Delta Q_1 \\ \Delta Q_2 \\ \Delta Q_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$R_3 = 1 - (0,6219)^2 - (0,3753)^2 - (0,6783)^2 - (0,1111)^2 = 0$$

Desta forma, o vetor de resíduos é dado por:

$$\begin{bmatrix} \underline{R}_1 \\ \underline{R}_2 \\ R_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -0,0322 \\ -0,0194 \\ 0 \\ -0,0351 \\ -0,0057 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Como existem componentes deste vetor maiores que a tolerância adotada de 10^{-5} p.u., então deve-se iniciar o processo iterativo. Assim, o vetor $\frac{\partial \underline{F}}{\partial \gamma}$ calculado através de (2.11) e (2.12) é dado por:

$$\frac{\partial \underline{F}}{\partial \gamma} = \begin{bmatrix} 0,000 \\ 0,430 \\ 0,000 \\ 0,000 \\ 0,215 \\ 0,000 \end{bmatrix}$$

A matriz Hessiana retangular transposta multiplicada pelo autovetor à esquerda calculada segundo a Equação (3.18) é dada por:

$$\underline{H}_r^t \underline{w} = \begin{bmatrix} 10^{10} & -0,7331 & 0 & 0 & 0,5486 & 0 \\ -0,7331 & 2,1587 & -0,3851 & -0,5486 & 0 & -0,0885 \\ 0 & -0,3851 & 0,2594 & 0 & 0,0885 & 0 \\ 0 & -0,5486 & 0 & 10^{10} & -0,7331 & 0 \\ 0,5486 & 0 & 0,0885 & -0,7331 & 2,1587 & -0,3851 \\ 0 & -0,0885 & 0 & 0 & -0,3851 & 0,2594 \end{bmatrix}$$

Finalmente, tem-se o seguinte sistema de equações (3.6) em coordenadas retangulares:

$$\begin{bmatrix}
 10^{10} & -0,7331 & 0 & 0 & 0,5486 & 0 & 10^{10} & -0,3760 & 0 & 1,4213 & -0,4738 & 0 & 0 & \Delta V_{r_1} \\
 -0,7331 & 2,1587 & -0,3851 & -0,5486 & 0 & -0,0885 & -0,0990 & 0,1503 & -0,1911 & -0,9901 & 0,0154 & 0 & 0 & \Delta V_{r_2} \\
 0 & -0,3851 & 0,2594 & 0 & 0,0885 & 0 & 0 & -0,1880 & 0,2311 & 0 & -0,2369 & 1,8923 & 0 & \Delta V_{r_3} \\
 0 & -0,5486 & 0 & 10^{10} & -0,7331 & 0 & 0,5389 & -0,4738 & 0 & 10^{10} & 0,3760 & 0 & 0 & \Delta V_{m_1} \\
 0,5486 & 0 & 0,0885 & -0,7331 & 2,1587 & -0,3851 & -0,9901 & 1,3753 & -0,4540 & 0,0990 & -0,9580 & 0 & 0 & \Delta V_{m_2} \\
 0 & -0,0885 & 0 & 0 & -0,3851 & 0,2594 & 0 & -0,2369 & 0,2406 & 0 & 0,1880 & -0,5827 & 0 & \Delta V_{m_3} \\
 \hline
 10^{10} & -0,0990 & 0 & 0,5389 & -0,9901 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \Delta w_1 \\
 -0,3760 & 0,1503 & -0,1880 & -0,4738 & 1,3753 & -0,2369 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,430 & \Delta w_2 \\
 0 & -0,1911 & 0,2311 & 0 & -0,4540 & 0,2406 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \Delta w_3 \\
 1,4213 & -0,9901 & 0 & 10^{10} & 0,0990 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \Delta w_4 \\
 -0,4738 & 0,0154 & -0,2369 & 0,3760 & -0,9580 & 0,1880 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,215 & \Delta w_5 \\
 0 & 0 & 1,8923 & 0 & 0 & -0,5827 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \Delta w_6 \\
 \hline
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1,2437 & 0,7506 & 0 & 1,3565 & 0,2222 & 0 & \Delta \gamma
 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -0,0322 \\ -0,0194 \\ 0 \\ -0,0351 \\ -0,0057 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Cuja solução resulta:

$$\begin{bmatrix} \Delta V_{r_1} \\ \Delta V_{r_2} \\ \Delta V_{r_3} \\ \Delta V_{m_1} \\ \Delta V_{m_2} \\ \Delta V_{m_3} \\ \Delta w_1 \\ \Delta w_2 \\ \Delta w_3 \\ \Delta w_4 \\ \Delta w_5 \\ \Delta w_6 \\ \Delta \gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -0,0223 \\ -0,0050 \\ 0 \\ -0,0018 \\ -0,0162 \\ 0 \\ -0,0140 \\ -0,0724 \\ 0 \\ 0,0529 \\ 0 \\ 0,0023 \end{bmatrix}$$

Os valores corrigidos das variáveis de estado são obtidos das Equações (3.28) a (3.31), ou seja:

$$\begin{bmatrix} V_{r_1} \\ V_{r_2} \\ V_{r_3} \\ V_{m_1} \\ V_{m_2} \\ V_{m_3} \\ w_1 \\ w_2 \\ w_3 \\ w_4 \\ w_5 \\ w_6 \\ \gamma \end{bmatrix}^{h=1} = \begin{bmatrix} V_{r_1} \\ V_{r_2} \\ V_{r_3} \\ V_{m_1} \\ V_{m_2} \\ V_{m_3} \\ w_1 \\ w_2 \\ w_3 \\ w_4 \\ w_5 \\ w_6 \\ \gamma \end{bmatrix}^{h=0} + \begin{bmatrix} \Delta V_{r_1} \\ \Delta V_{r_2} \\ \Delta V_{r_3} \\ \Delta V_{m_1} \\ \Delta V_{m_2} \\ \Delta V_{m_3} \\ \Delta w_1 \\ \Delta w_2 \\ \Delta w_3 \\ \Delta w_4 \\ \Delta w_5 \\ \Delta w_6 \\ \Delta \gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0,5114 \\ 0,9462 \\ 0 \\ -0,3286 \\ -0,2913 \\ 0 \\ 0,6219 \\ 0,3753 \\ 0 \\ 0,6783 \\ 0,1111 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -0,0223 \\ -0,0050 \\ 0 \\ -0,0018 \\ -0,0162 \\ 0 \\ -0,0140 \\ -0,0724 \\ 0 \\ 0,0529 \\ 0 \\ 0,0023 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0,4891 \\ 0,9411 \\ 0 \\ -0,3304 \\ -0,3075 \\ 0 \\ 0,6079 \\ 0,3029 \\ 0 \\ 0,7312 \\ 0,1111 \\ 0,0023 \end{bmatrix}$$

Com o novo carregamento $\gamma = 0,0023$ p.u. são recalculadas as demandas de potência ativa e reativa, bem como o vetor de resíduos. Caso uma das componentes deste vetor seja maior 10^{-5} , então o processo iterativo continua. Neste caso específico, o processo iterativo converge em três iterações para os valores de \underline{V}_r , \underline{V}_m e γ mostrados na Tabela 3.5. O carregamento adicional correspondente ao ponto de máximo carregamento coincide com aquele calculado para a formulação polar.

Tabela 3.5: Processo iterativo retangular a partir de valores estimados – Sistema teste três barras

	Iteração 0	Iteração 1	Iteração 2	Iteração 3
V_r (p.u.)	1	1	1	1
	0,5114	0,4891	0,4902	0,4902
	0,9462	0,9412	0,9413	0,9413
V_m (p.u.)	0	0	0	0
	-0,3286	-0,3304	-0,3299	-0,3299
	-0,2913	-0,3076	-0,3066	-0,3066
γ (p.u.)	0	0,0023	0,0011	0,0011

Os gráficos ilustrados na Figura 3.5 mostram a trajetória de convergência para os diversos resíduos inerentes ao processo iterativo.

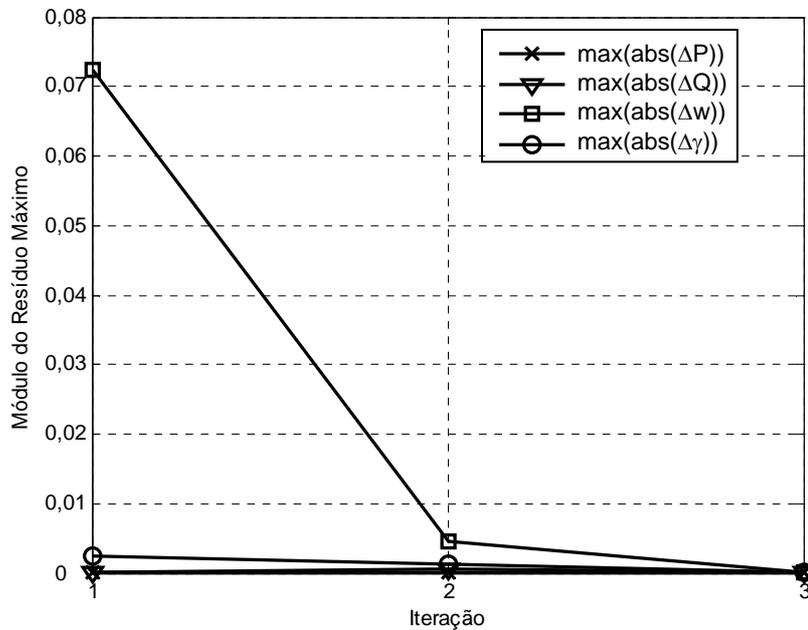


Figura 3.5: Gráficos de convergência retangular a partir de valores estimados – Sistema teste três barras

O autovetor à esquerda associado ao autovalor nulo da matriz Jacobiana no ponto de máximo carregamento é dado por:

$$\underline{w} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0,6049 \\ 0,2983 \\ 0 \\ 0,7299 \\ 0,1112 \end{bmatrix}$$

As Figuras 3.6 e 3.7 mostram graficamente as componentes do autovetor à esquerda no ponto de máximo carregamento. De uma forma preliminar, associando a injeção de ativos e reativos às componentes dos vetores ΔV_r e ΔV_m , respectivamente, observa-se que uma das atitudes para melhorar o sistema, do ponto de vista da estabilidade de tensão, seria inserir um compensador reativo na barra 2, conforme mostrado na Figura 3.7. Obviamente, uma análise acurada desta associação referente ao método do ponto de colapso retangular merece ser tema de estudos futuros.

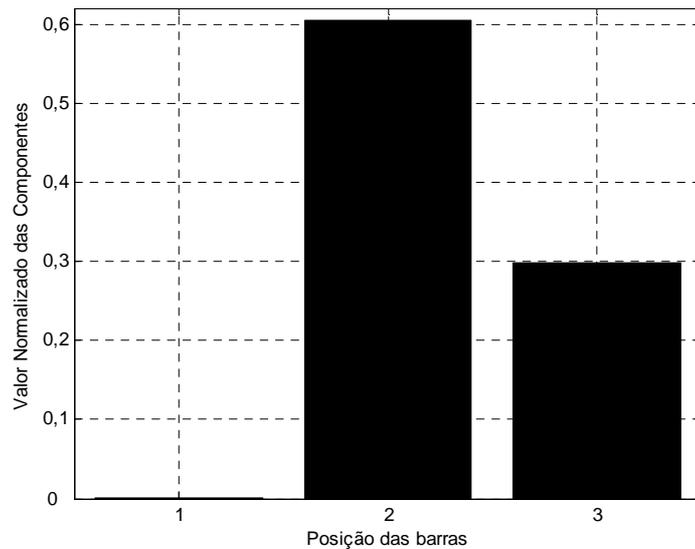


Figura 3.6: Componentes do autovetor à esquerda referentes à injeção de ativos associado ao autovalor nulo no ponto de máximo carregamento – Formulação retangular – Sistema teste três barras

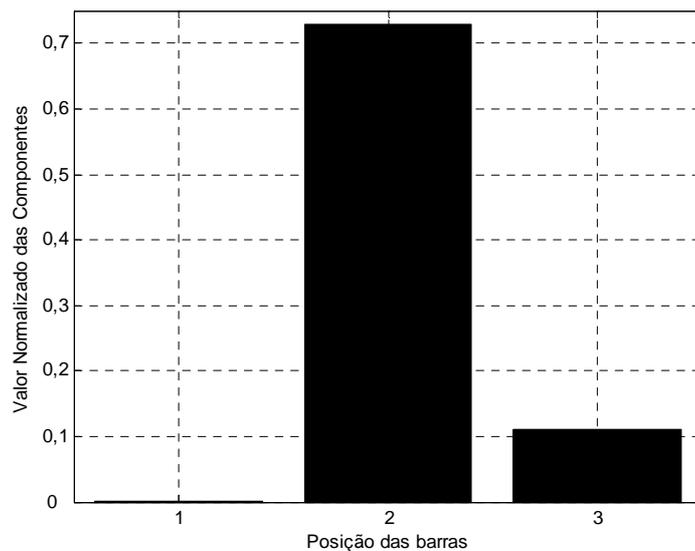


Figura 3.7: Componentes do autovetor à esquerda referentes à injeção de reativos associado ao autovalor nulo no ponto de máximo carregamento – Formulação retangular – Sistema teste três barras

Observa-se que o método do ponto de colapso não converge a partir do caso base. Sendo assim, todas as cargas ativas e reativas são então multiplicadas pelo fator 1,2. Nesta situação, a convergência ocorre ao final da 19ª iteração. Os valores de \underline{V}_r , \underline{V}_m e γ para as três primeiras iterações e para a última estão mostrados na Tabela 3.6.

Tabela 3.6: Processo iterativo retangular – Sistema teste três barras – Fator 1,2

	Iteração 0	Iteração 1	Iteração 2	Iteração 3	Iteração 19
V_r (p.u.)	1	1	1	1	1
	0,9583	1,3335	2,2956	6,9211	0,4902
	0,9722	0,8327	2,4062	3,3640	0,9413
V_m (p.u.)	0	0	0	0	0
	-0,0183	0,7301	-1,8880	4,0403	-0,3299
	0,1868	0,9129	-0,8218	5,3199	-0,3066
γ (p.u.)	0	-6,4263	1,6437	-34,4603	2,5873

Os gráficos ilustrados na Figura 3.8 mostram a trajetória de convergência para os diversos resíduos envolvidos no processo iterativo.

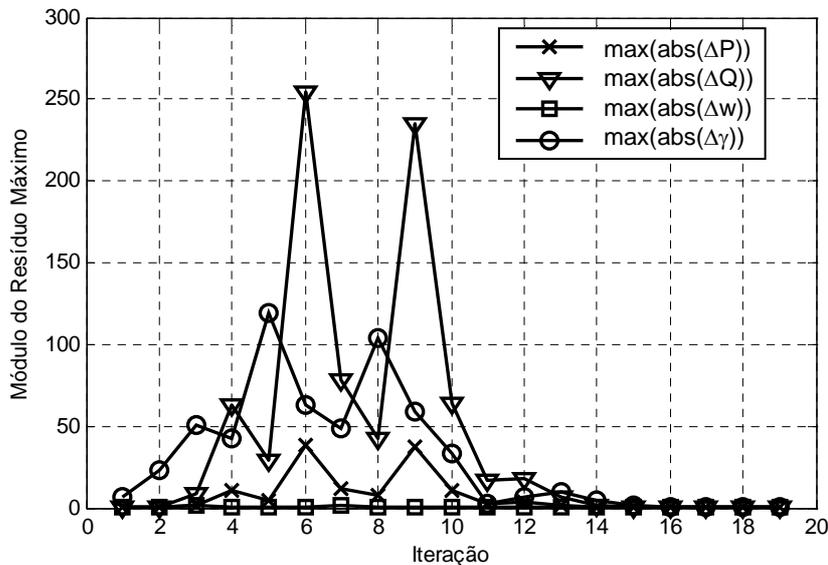


Figura 3.8: Gráfico de convergência retangular – Sistema teste três barras – Fator 1,2

O carregamento adicional correspondente ao ponto de máximo carregamento é dado por:

$$\gamma_{\max} = (1 + \gamma) \cdot 1,2 = 4,305 = 430,5\%$$

As mesmas conclusões extraídas anteriormente com relação às componentes do autovetor referente à injeção de ativos e reativos podem ser aplicadas nesta situação.

3.6.3 Comentários Finais

Dos resultados apresentados observa-se que ambas as formulações convergem em um mesmo número de iterações, quando o processo iterativo do método do ponto de colapso inicia-se a partir de uma estimativa inicial previamente calculada. Por outro lado, somente a formulação em coordenadas polares converge quando utiliza-se o caso base como condição inicial. Desta forma, mesmo em se tratando de sistema de pequeno porte, pode-se concluir que o método do ponto de colapso em coordenadas polares apresenta um desempenho superior comparativamente ao método em coordenadas retangulares.

Capítulo 4

Resultados

4.1 Introdução

O programa computacional foi implementado utilizando-se o software MatLAB. Com o objetivo de calcular o ponto de máximo carregamento através do fluxo de potência continuado e do método do ponto de colapso e considerando-se as coordenadas polares e retangulares, são utilizados os SEP mostrados na Tabela 4.1:

Tabela 4.1: Características básicas dos sistemas testes

Sistema	Número de circuitos	Número de barras PV	Número de transformadores	Carga* (MW)	Carga* (Mvar)
IEEE 14	20	4	3	259	73,5
IEEE 30	41	5	4	283,4	126,2
IEEE 57	80	6	17	1250,8	336,4
IEEE 118	186	53	9	3668	1438
IEEE 300	411	68	107	23246,86	7787,97
1768 barras	2527	95	699	22814,60	6855

Nos testes que se seguem a tolerância adotada para convergência do processo iterativo das metodologias utilizadas é 10^{-5} p.u.. O passo de continuação inicial para a tensão e o carregamento é 0,1 p.u.. As cargas são modeladas como potência constante. Com o objetivo de explicitar as características das metodologias, considera-se a influência dos limites de geração de potência reativa.

De uma forma geral, os resultados apresentados avaliam o desempenho das metodologias em estudo quando aumenta-se o carregamento em todas as barras mantendo-se o fator de potência constante, bem como quando reduz-se as admitâncias série e shunt de uma dada linha de transmissão simulando-se uma eventual contingência.

4.2 Análise do Fluxo de Potência Continuado

A Tabela 4.2 mostra o ponto de máximo carregamento e a tensão na barra que sofreu a maior variação de tensão considerando-se ambas as coordenadas. Os resultados apresentados mostram que ambas as coordenadas geram o mesmo ponto de máximo carregamento e conseqüentemente, os mesmos valores de tensão neste ponto.

Tabela 4.2: Ponto de máximo carregamento – Fluxo de potência continuado

Sistema	Ponto de máximo carregamento (p.u.)		Margem de carregamento (MW)	Tensão	
	Polar	Retangular		Polar	Retangular
IEEE 14	0,7564372	0,7564372	195,9172	$V_{14} = 0,5754 \angle -49,16^\circ$	$V_{14} = 0,5754 \angle -49,16^\circ$
IEEE 30	0,5357965	0,5357965	151,8446	$V_{30} = 0,5527 \angle -46,44^\circ$	$V_{30} = 0,5527 \angle -46,44^\circ$
IEEE 57	0,4062500	0,4062500	508,1375	$V_{31} = 0,5225 \angle -56,38^\circ$	$V_{31} = 0,5225 \angle -56,38^\circ$
IEEE 118	0,6125000	0,6125000	2246,6500	$V_{74} = 0,6958 \angle -39,65^\circ$	$V_{74} = 0,6958 \angle -39,65^\circ$
IEEE 300	0,0246253	0,0246258	572,4539	$V_{526} = 0,7828 \angle -79,59^\circ$	$V_{526} = 0,7830 \angle -79,58^\circ$
1768 barras	0,0265257	0,0265257	605,1730	$V_{1818} = 0,6432 \angle -78,99^\circ$	$V_{1818} = 0,6432 \angle -78,99^\circ$

As Figuras 4.1 a 4.6 mostram os perfis de tensão nas barras que sofreram maior variação de tensão definidas na Tabela 4.2, gerados por ambas as coordenadas. Estas figuras referem-se ao caso base. A barra 74 do sistema IEEE 118 é inicialmente do tipo PV.

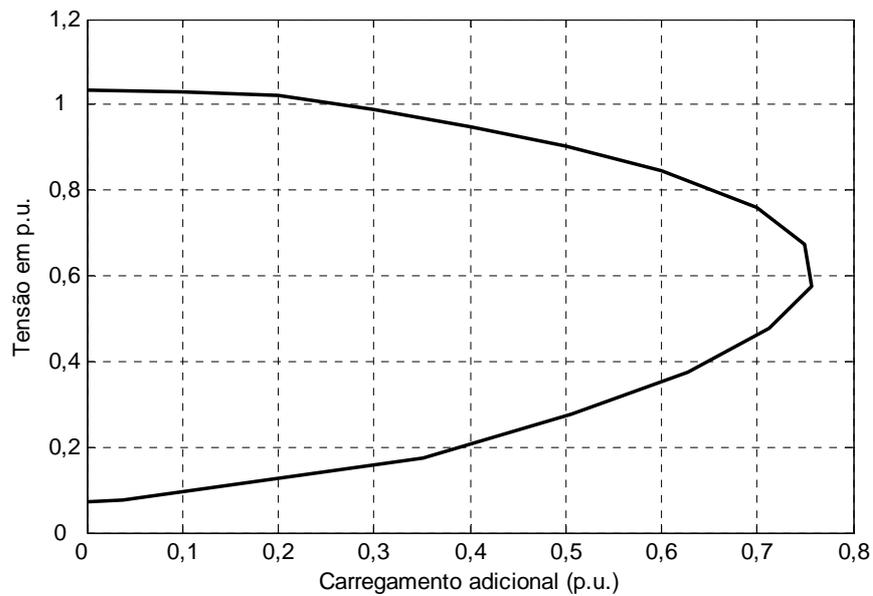


Figura 4.1: Curva de continuação da barra 14 – Sistema IEEE 14

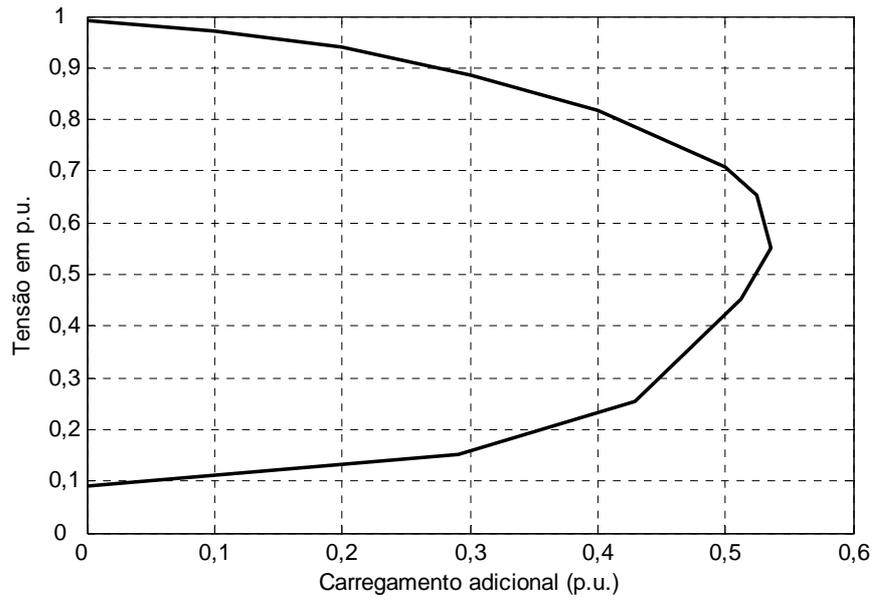


Figura 4.2: Curva de continuação da barra 30 – Sistema IEEE 30

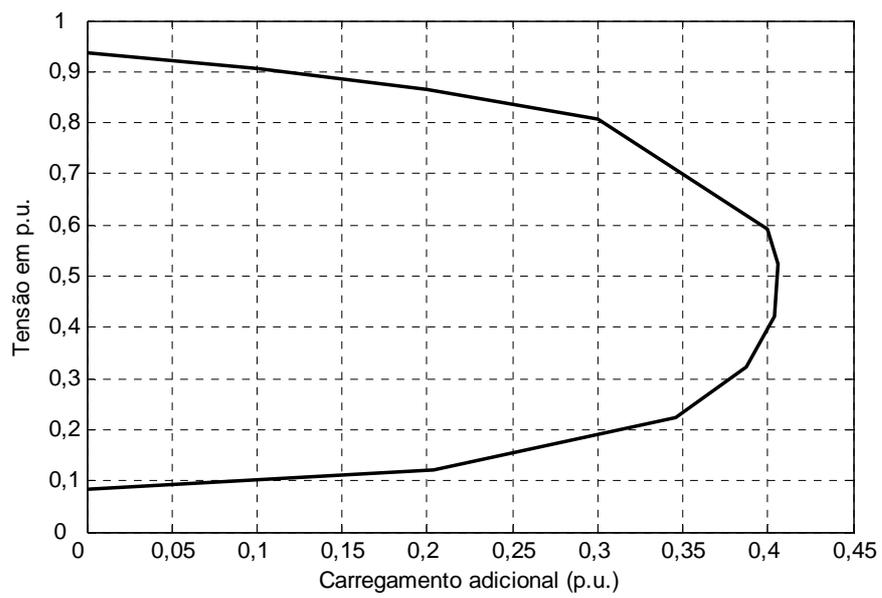


Figura 4.3: Curva de continuação da barra 31 – Sistema IEEE 57

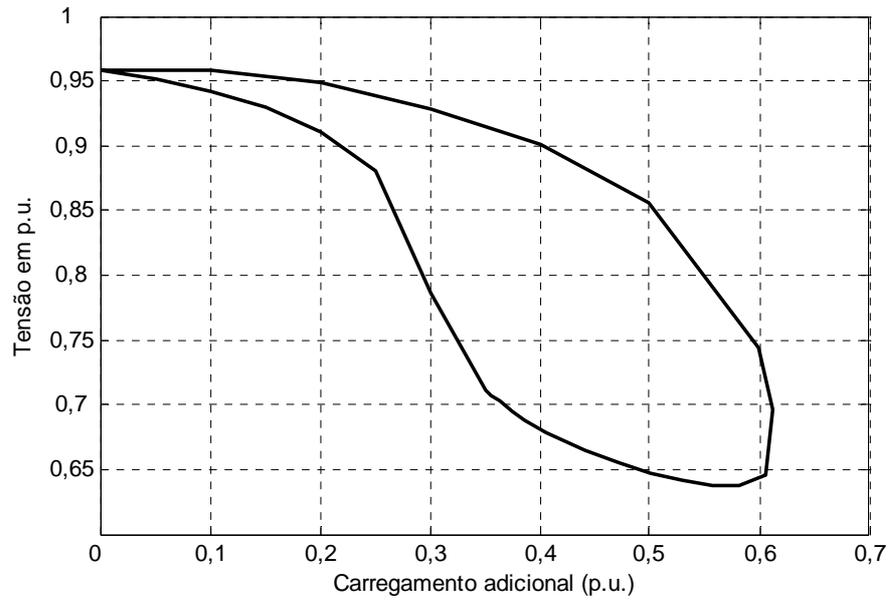


Figura 4.4: Curva de continuação da barra 74 – Sistema IEEE 118

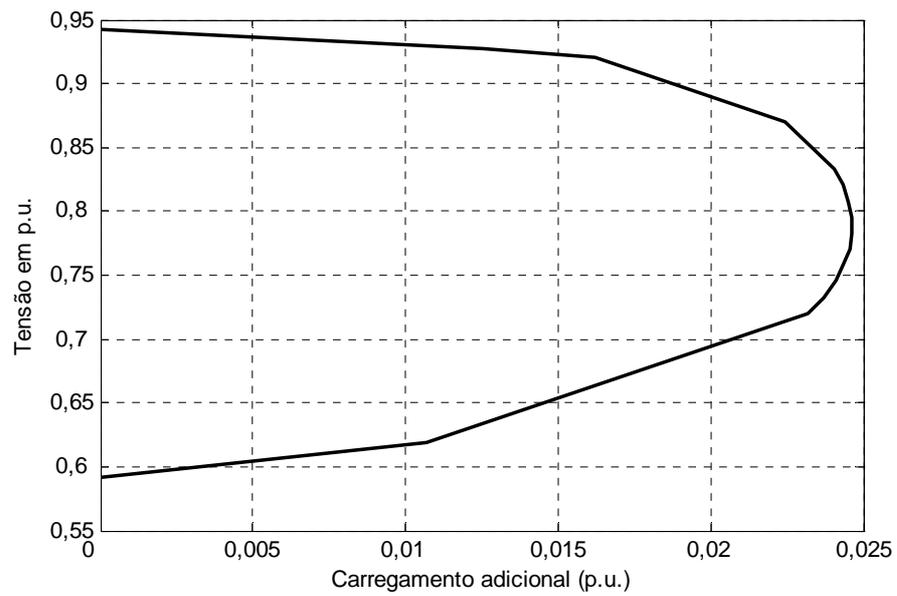


Figura 4.5: Curva de continuação da barra 526 – Sistema IEEE 300

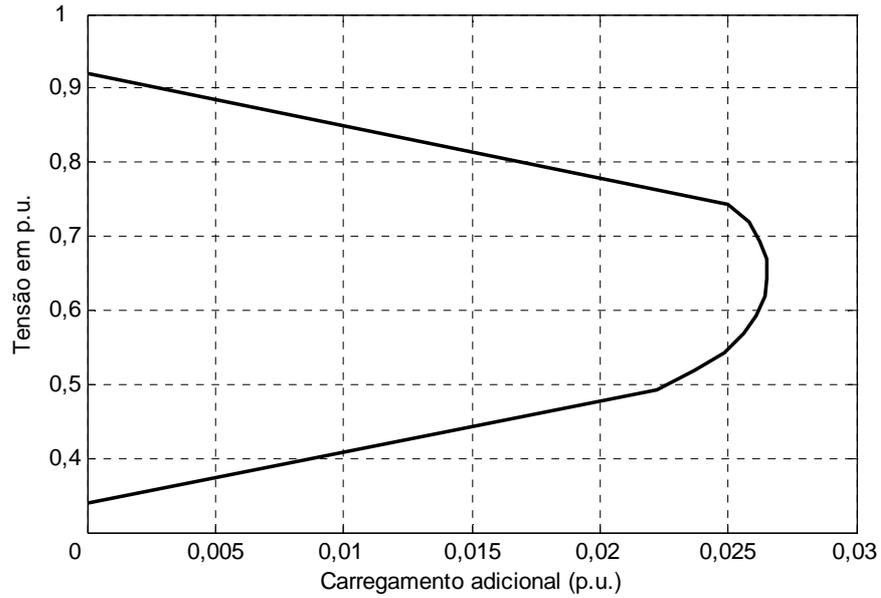


Figura 4.6: Curva de continuação da barra 1818 – Sistema 1768 barras

As Figuras 4.7 a 4.12 mostram o número total de iterações necessárias ao traçado completo do perfil de tensão em ambas as coordenadas. Neste caso específico, as cargas ativa e reativa em todas as barras são aumentadas através de um fator multiplicativo α a partir do caso base, mantendo-se constante o fator de potência.

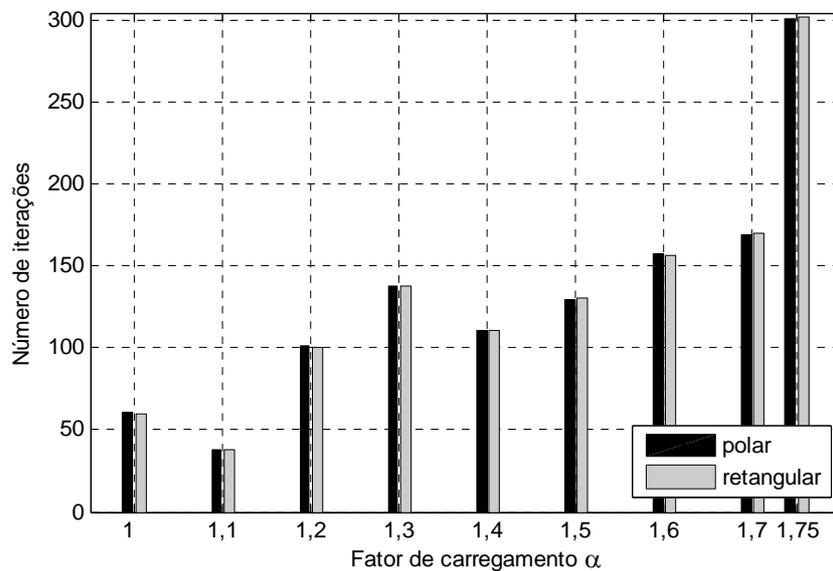


Figura 4.7: Número de iterações em função do carregamento – IEEE 14

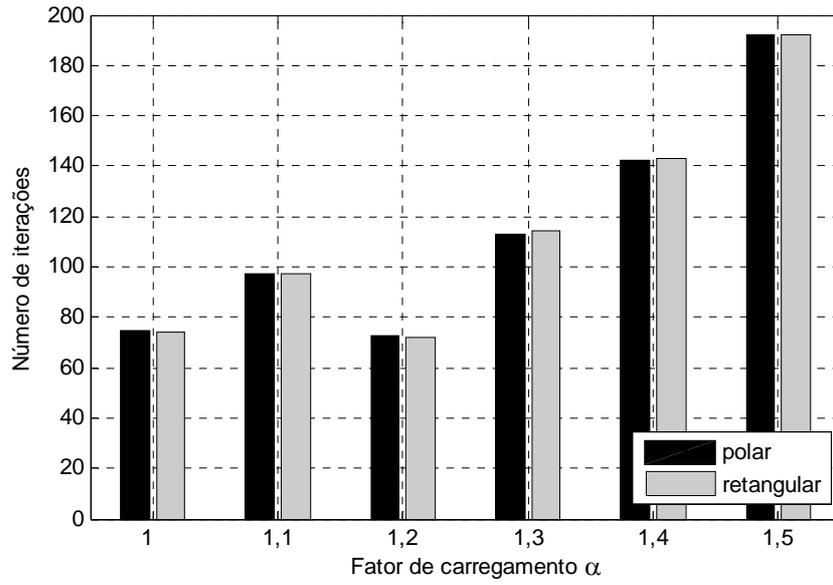


Figura 4.8: Número de iterações em função do carregamento – IEEE 30

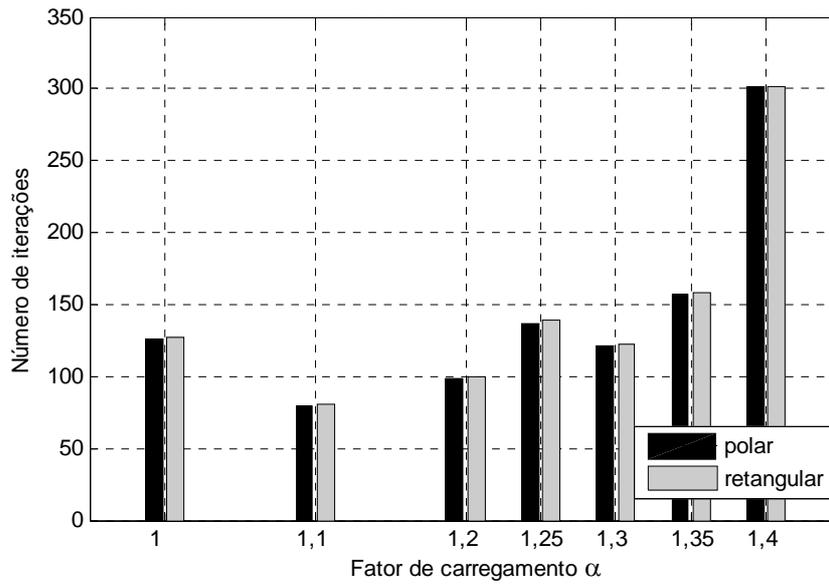


Figura 4.9: Número de iterações em função do carregamento – IEEE 57

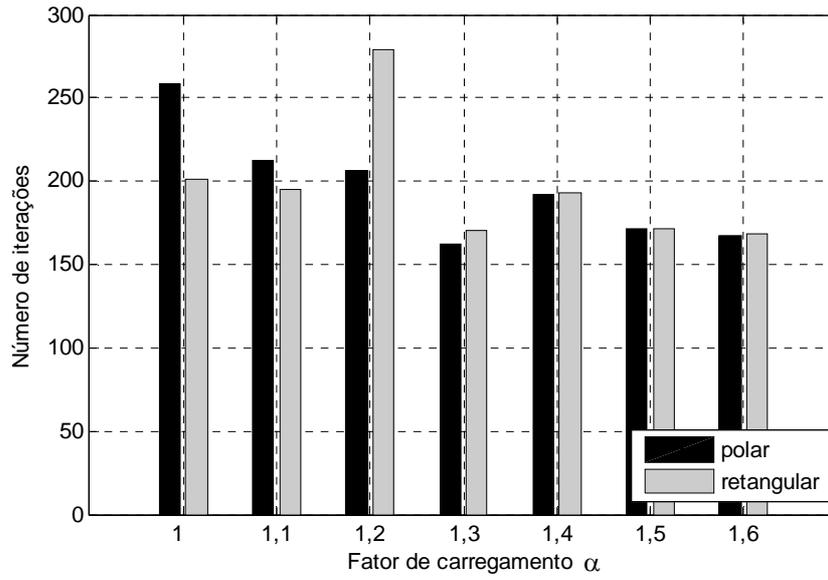


Figura 4.10: Número de iterações em função do carregamento – IEEE 118

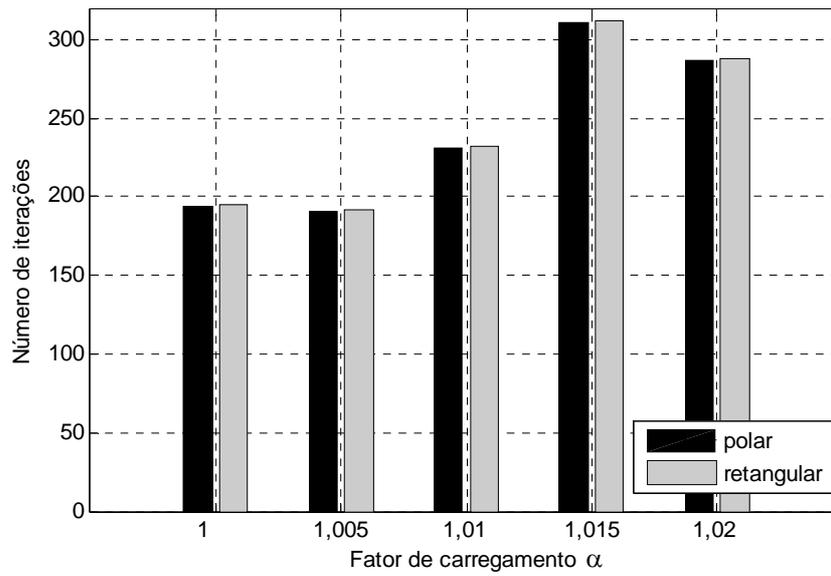


Figura 4.11: Número de iterações em função do carregamento – IEEE 300

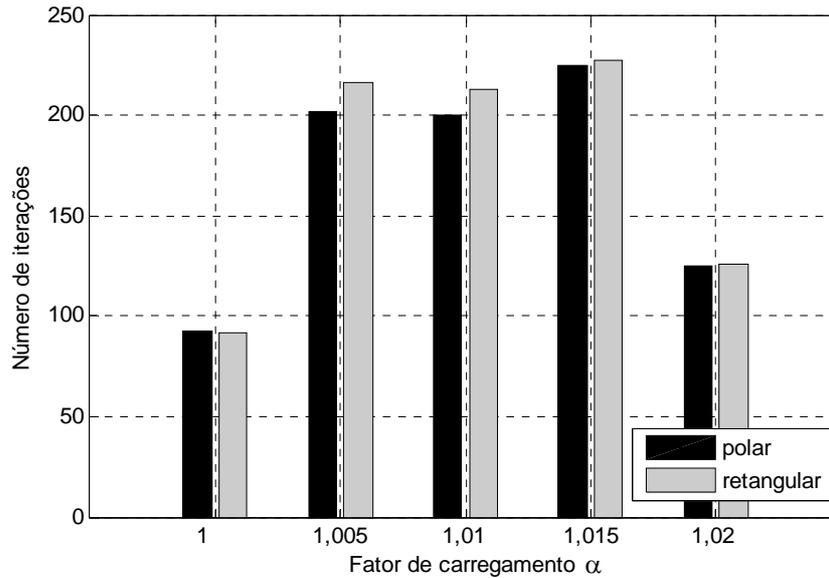


Figura 4.12: Número de iterações em função do carregamento – 1768 barras

Com relação às Figuras 4.7 a 4.12, de uma forma geral observa-se que o número de iterações necessário para o traçado completo do perfil de tensão é basicamente o mesmo entre as formulações polar e retangular. Contudo, uma situação em particular pode ser destacada. No sistema IEEE 118 o fluxo de potência continuado retangular apresenta um desempenho melhor para carregamentos menores. Por outro lado, o fluxo de potência continuado polar converge em um número menor de iterações para valores maiores de carregamento. A maior diferença no comportamento de ambas as coordenadas refere-se ao ponto $\alpha = 1,2$.

As Figuras 4.13 a 4.18 mostram o número de iterações por correção referente a um determinado fator α . Tem-se como objetivo detalhar o comportamento do processo iterativo durante cada correção chegando-se ao final do traçado do perfil de tensão com o número total de iterações mostrado nas Figuras 4.7 a 4.12. O número máximo de iterações igual a vinte foi adotado durante a etapa de correção. O número de iterações igual a vinte e um nas Figuras subsequentes significa a não convergência do processo iterativo.

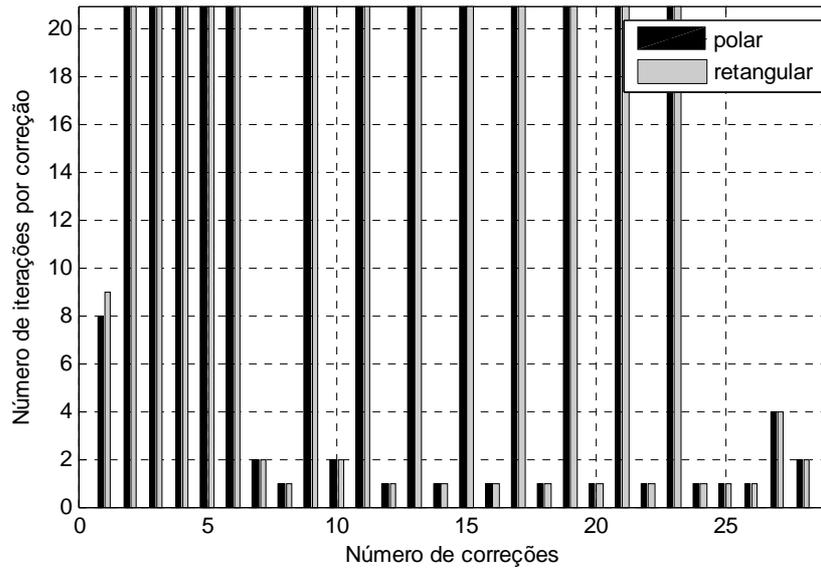


Figura 4.13: Número de iterações por correção em função do número de correções para $\alpha = 1,75$ – IEEE 14

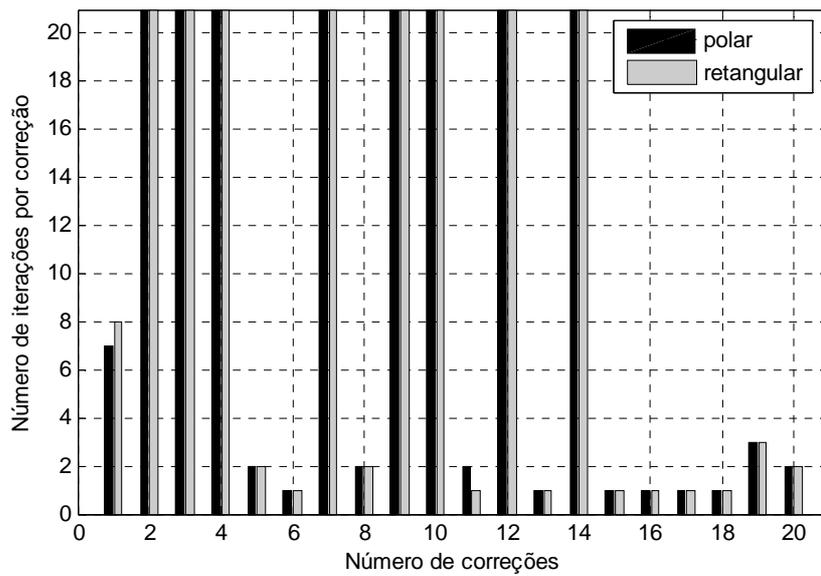


Figura 4.14: Número de iterações por correção em função do número de correções para $\alpha = 1,5$ – IEEE 30

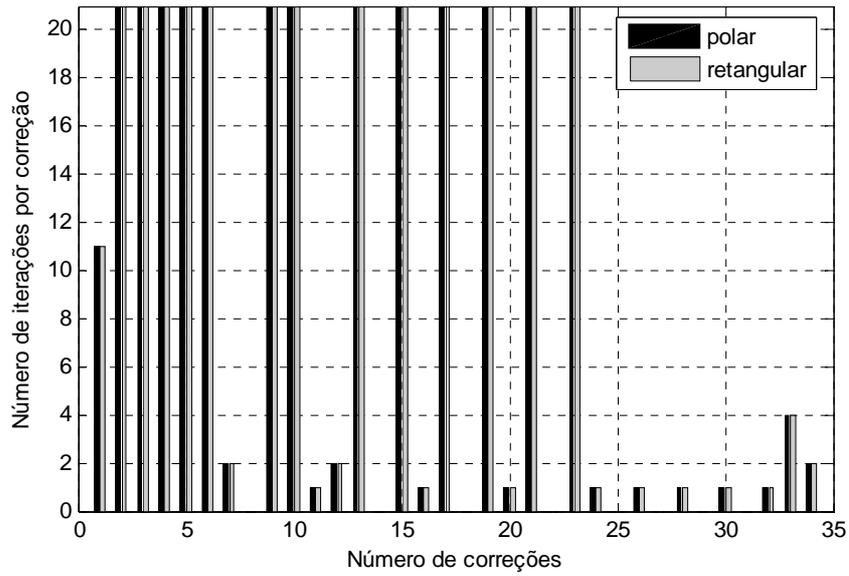


Figura 4.15: Número de iterações por correção em função do número de correções para $\alpha = 1,4$ – IEEE 57

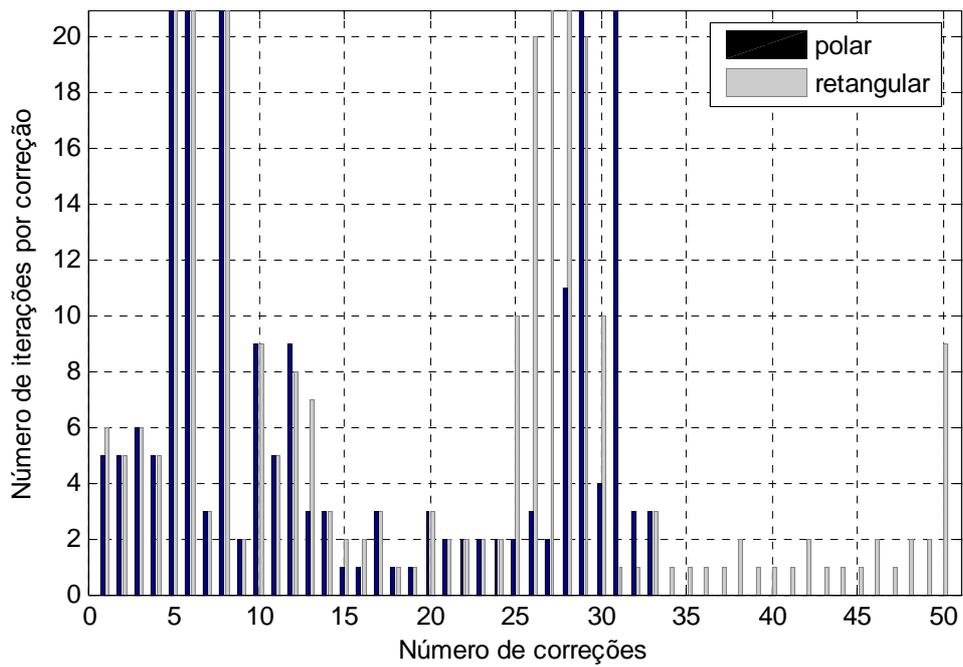


Figura 4.16: Número de iterações por correção em função do número de correções para $\alpha = 1,2$ – IEEE 118

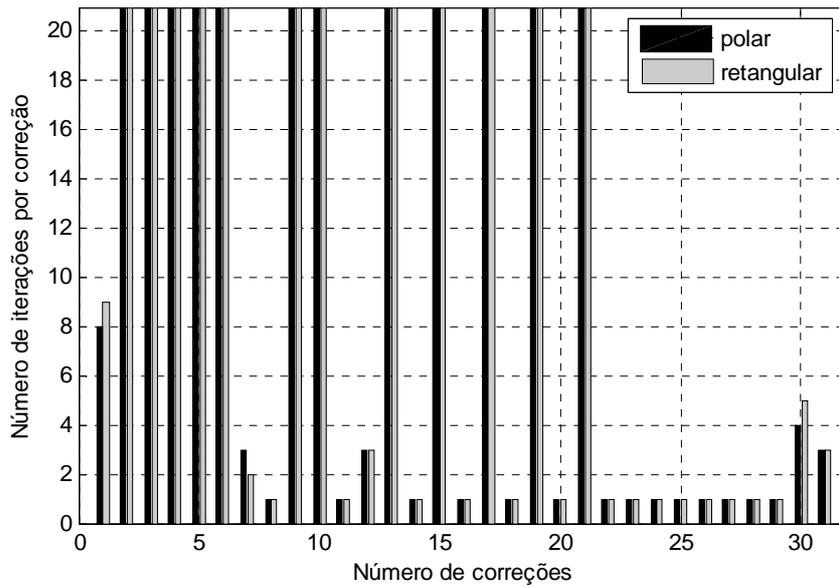


Figura 4.17: Número de iterações por correção em função do número de correções para $\alpha = 1,02$ – IEEE 300

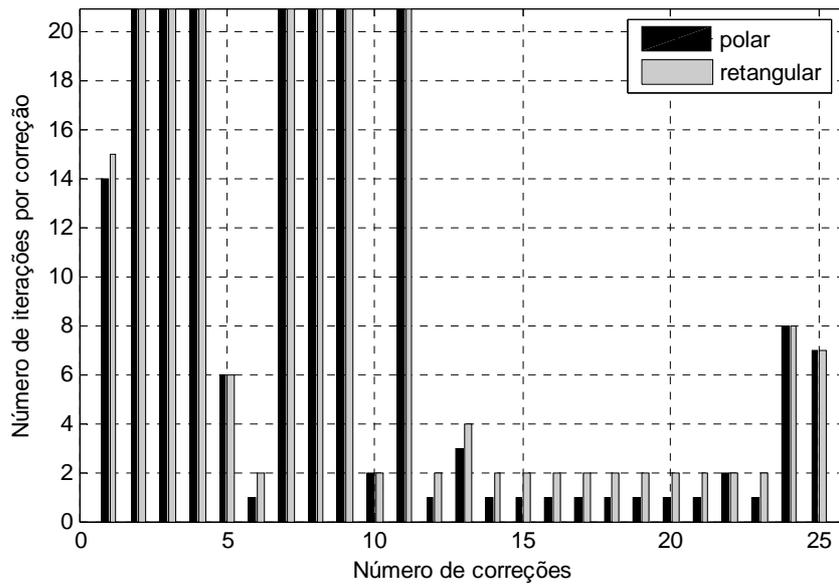


Figura 4.18: Número de iterações por correção em função do número de correções para $\alpha = 1,01$ – 1768 barras

Com relação às Figuras 4.13 a 4.18, de uma forma geral observa-se que ambas as formulações de fluxo de potência continuado apresentam o mesmo número de correções e de iterações por correção. No entanto, duas situações em particular podem ser destacadas. No sistema IEEE 118 o fluxo de potência continuado retangular apresenta dezessete iterações a mais que a formulação polar. Além disto, apresenta o número de iterações por correção maior. Para o sistema 1768 barras ambas as formulações requerem o mesmo número de correções,

contudo o fluxo de potência continuado retangular demanda um número maior de iterações no processo de correção.

As Figuras 4.19 a 4.24 mostram o número total de iterações necessárias ao traçado completo do perfil de tensão em ambas as coordenadas, quando as admitâncias série e shunt de uma determinada linha de transmissão são gradativamente reduzidas por intermédio de um fator μ . Neste caso específico, o objetivo é simular o desempenho das metodologias de fluxo de potência continuado na condição de contingências. Com relação a estas simulações cabem alguns comentários. Os ramos retirados parcialmente são 2 – 3, 2 – 5, 34 – 35, 69 – 70 e 37 – 49, referentes aos sistemas IEEE 14, IEEE 30, IEEE 57, IEEE 118 e IEEE 300, respectivamente. Com a retirada total de cada um destes ramos, o que corresponde a $\mu = 0$ nas Figuras 4.19 a 4.23, são obtidos os respectivos valores de carregamento máximo 0,2937500, 0,13877157, 0,0662372, 0,287500 e 0,0097239. O sistema 1768 barras não converge com a retirada total do ramo 2591 – 2593, convergindo apenas com a retirada parcial do ramo até 90%.

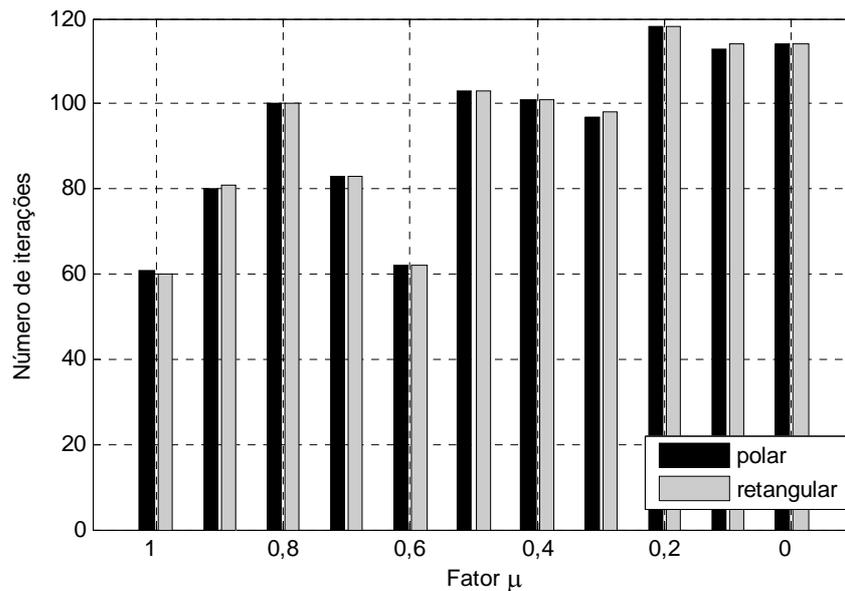


Figura 4.19: Número de iterações em função da retirada do ramo 2-3 – IEEE 14

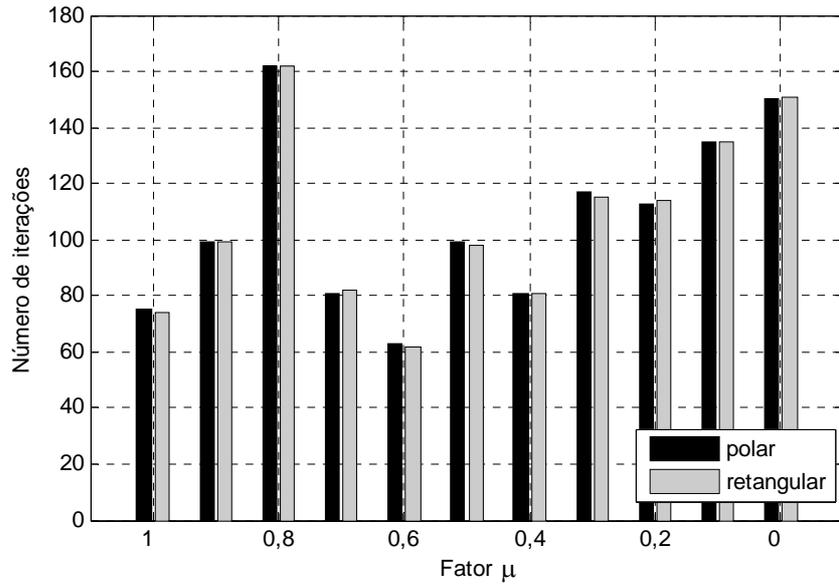


Figura 4.20: Número de iterações em função da retirada do ramo 2-5 – IEEE 30

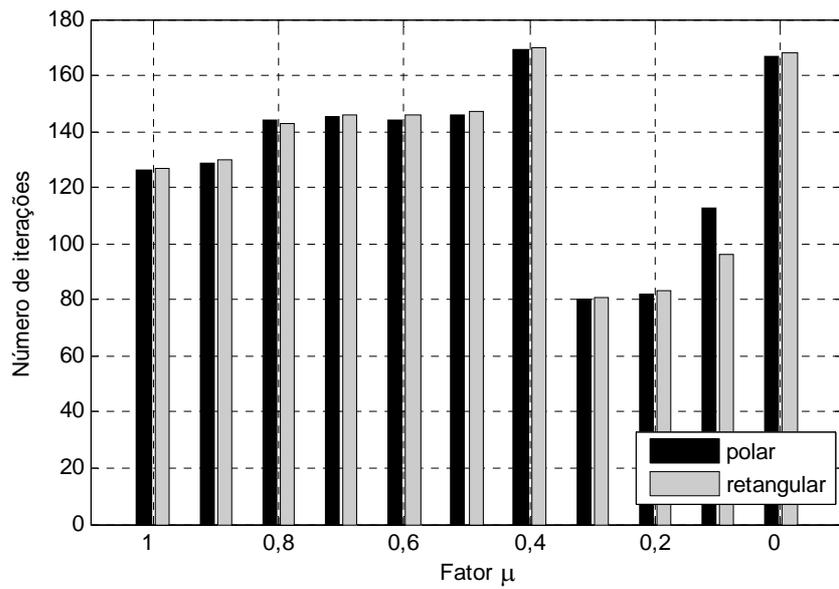


Figura 4.21: Número de iterações em função da retirada do ramo 34-35 – IEEE 57

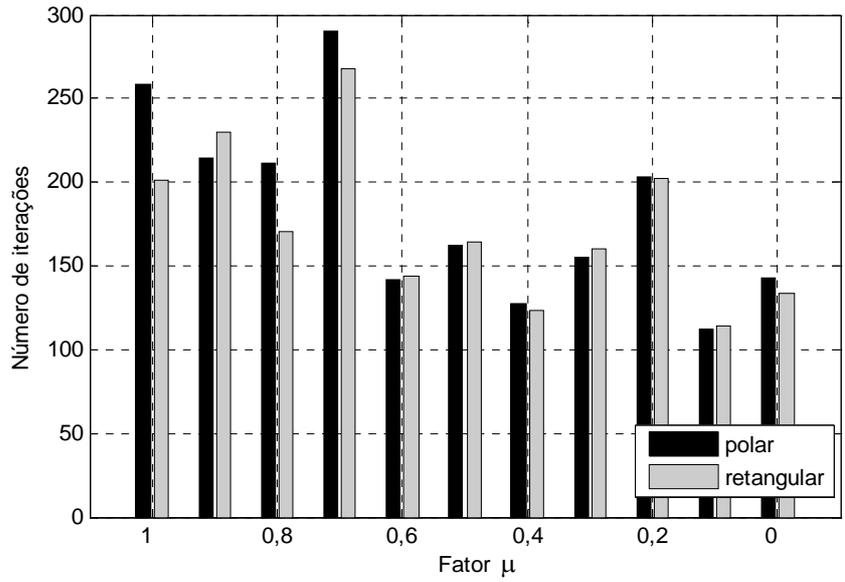


Figura 4.22: Número de iterações em função da retirada do ramo 69-70 – IEEE 118

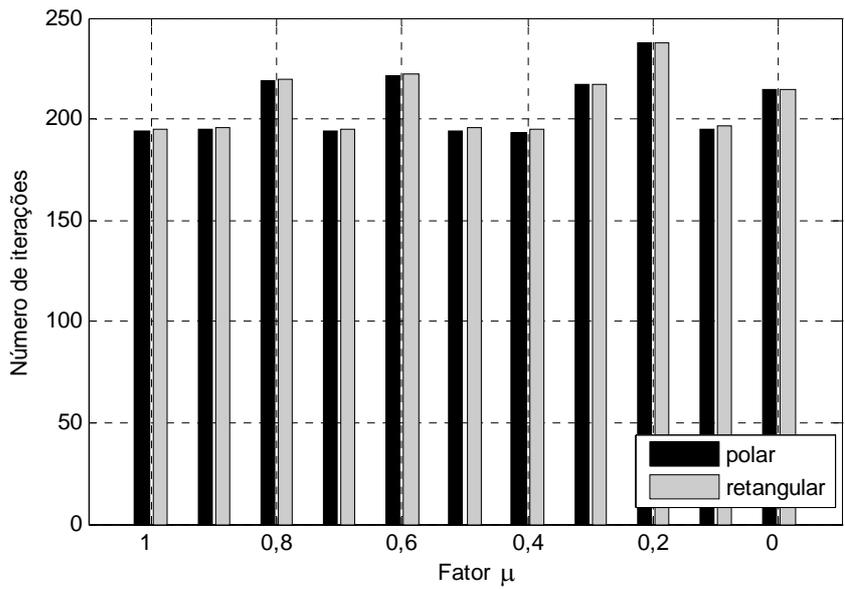


Figura 4.23: Número de iterações em função da retirada do ramo 37-49 – IEEE 300

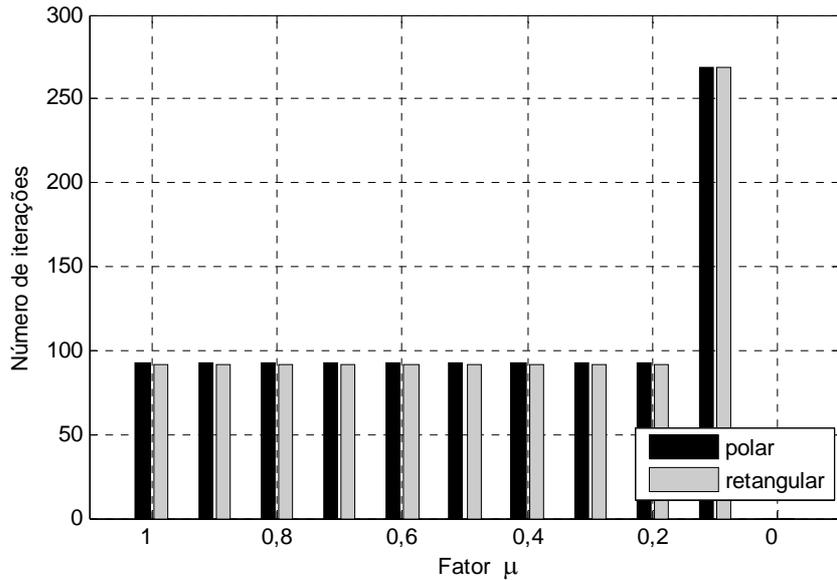


Figura 4.24: Número de iterações em função da retirada do ramo 2591-2593 – 1768 barras

Nas simulações ilustradas nas Figuras 4.19 a 4.24 referentes à remoção gradual de um ramo da rede, observa-se que ambas as formulações do fluxo de potência contínuo apresentam um desempenho similar no que concerne ao número total de iterações necessárias ao traçado completo do perfil de tensão. A maior variação pode ser vista no sistema IEEE 118 para $\mu = 1$, correspondente ao caso base.

As Figuras 4.25 a 4.30 mostram o número de iterações por correção referente a um determinado fator μ . Tem-se como objetivo detalhar o comportamento do processo iterativo durante cada correção chegando-se ao final do traçado do perfil de tensão com o número total de iterações mostrado nas Figuras 4.19 a 4.24. O número máximo de iterações igual a vinte foi adotado durante a etapa de correção. O número de iterações igual a vinte e um nas Figuras subsequentes significa a não convergência do processo iterativo.

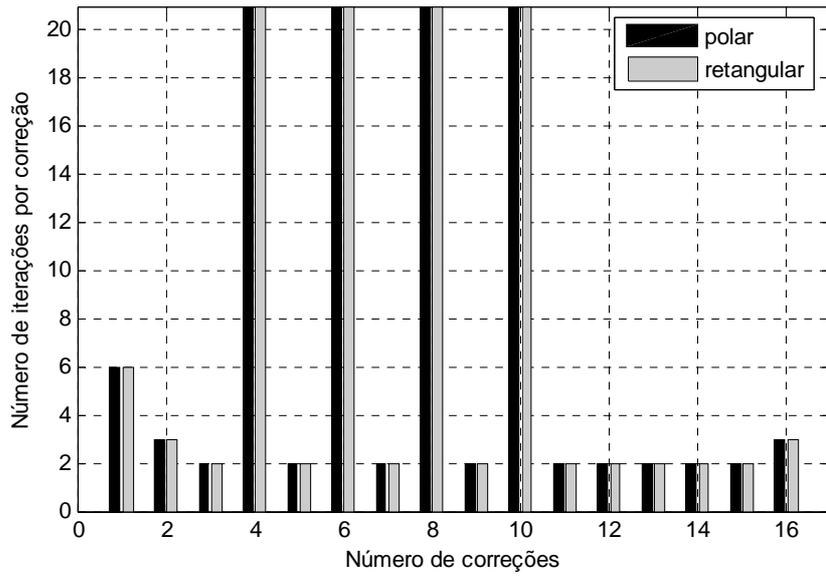


Figura 4.25: Número de iterações por correção em função do número de correções para $\mu = 0$ – IEEE 14

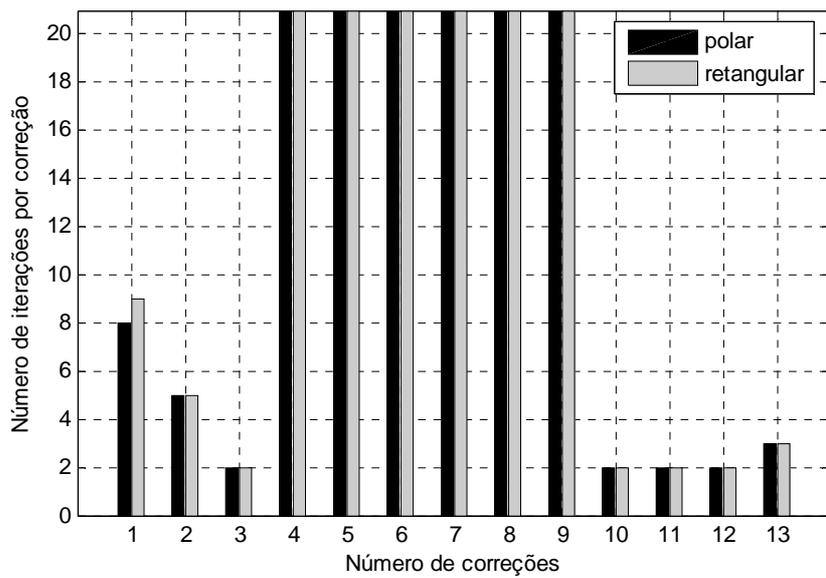


Figura 4.26: Número de iterações por correção em função do número de correções para $\mu = 0$ – IEEE 30

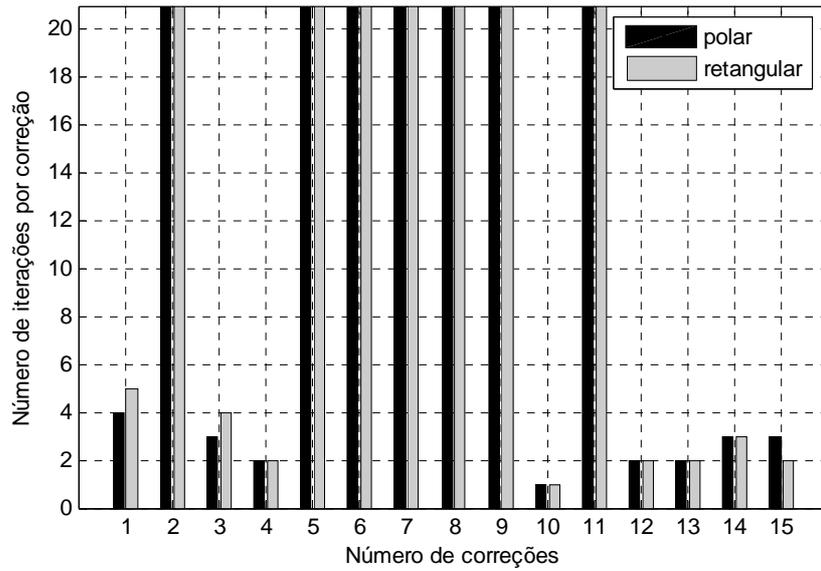


Figura 4.27: Número de iterações por correção em função do número de correções para $\mu = 0$ – IEEE 57

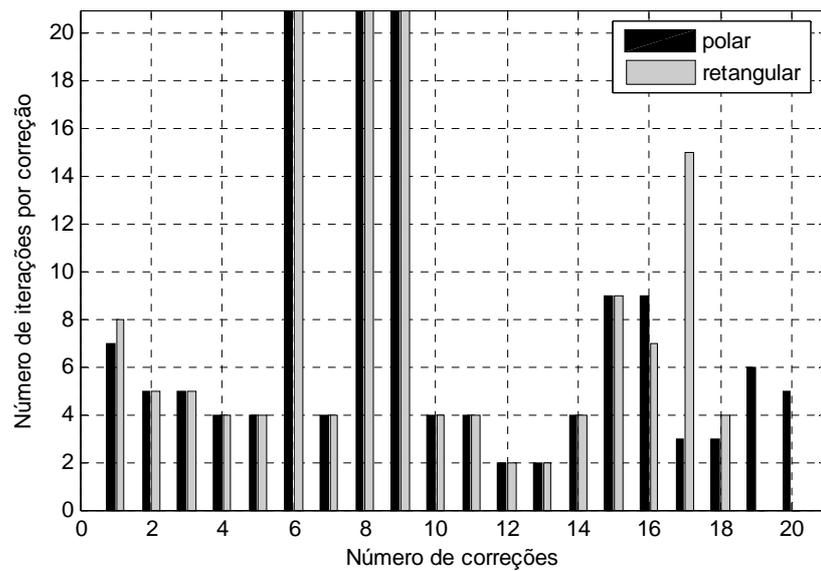


Figura 4.28: Número de iterações por correção em função do número de correções para $\mu = 0$ – IEEE 118

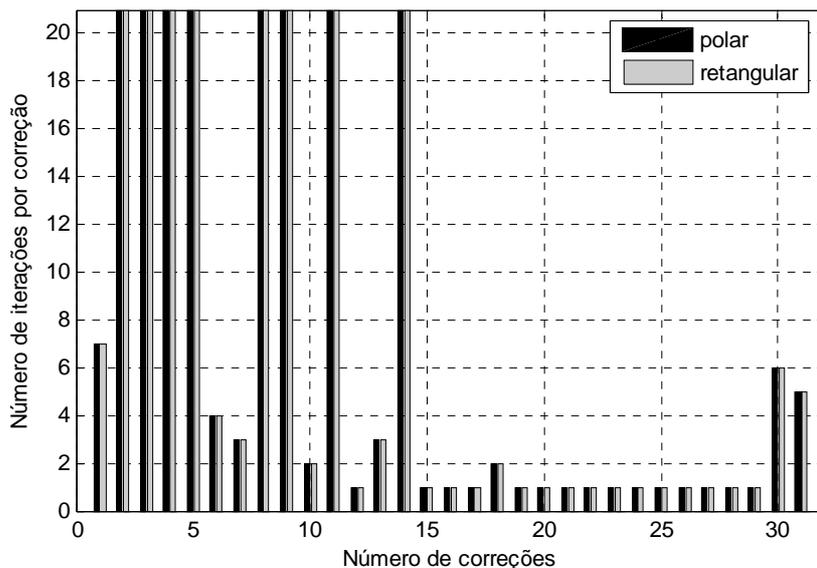


Figura 4.29: Número de iterações por correção em função do número de correções para $\mu = 0$ – IEEE 300

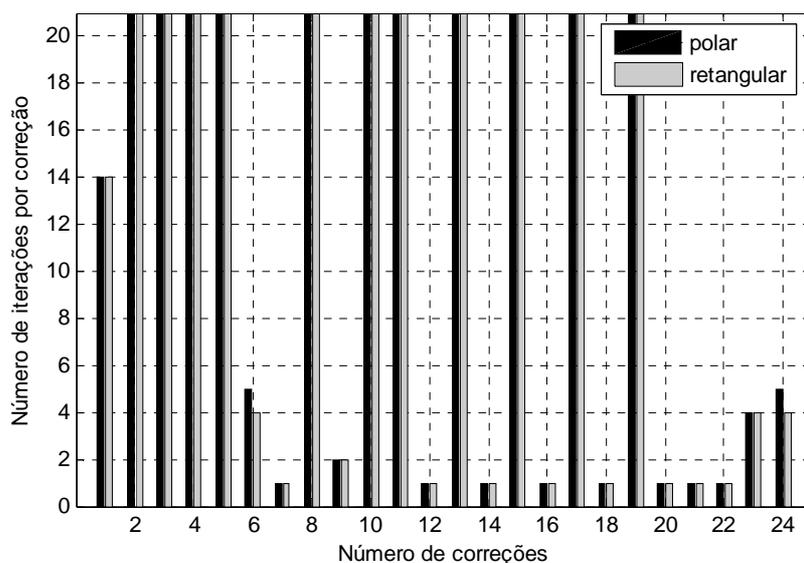


Figura 4.30: Número de iterações por correção em função do número de correções para $\mu = 0,1$ – 1768 barras

Com relação às Figuras 4.25 a 4.30, de uma forma geral observa-se que ambas as formulações do fluxo de potência continuado apresentam o mesmo número de correções e de iterações por correção, quando o fator μ é analisado. A variação mais acentuada ocorre para o sistema IEEE 118 na correção dezessete. Assim, é possível concluir que o comportamento de ambas as formulações é bastante satisfatório e similar.

A determinação das áreas frágeis do sistema é dada pelas componentes do vetor tangente obtido do fluxo de potência continuado no ponto de máximo carregamento na

formulação polar [26]. Como ilustração, para o sistema IEEE 300 as componentes deste vetor no ponto de máximo carregamento mostradas nas Figuras 4.31 e 4.32, indicam que a barra crítica é 526, representada nos gráficos pela posição 236. Este resultado condiz com aquele mostrado na Tabela 4.2. Desta forma, injetando-se um shunt capacitivo de 30 MVAR na barra 526, o carregamento máximo aumenta para 0,0292490, representando um ganho de 18,78% na margem de carregamento.

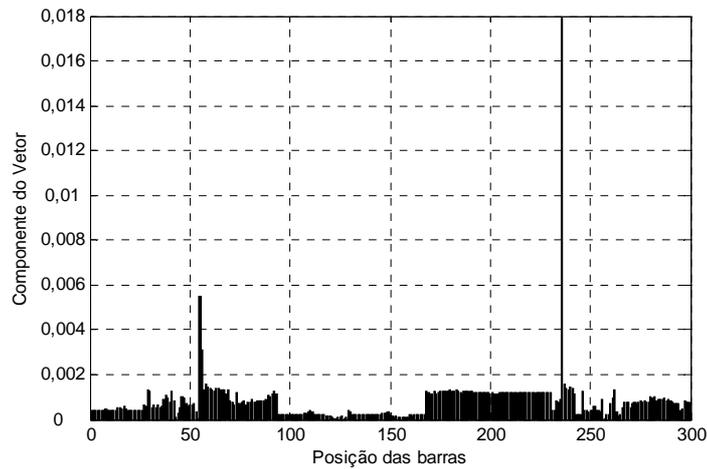


Figura 4. 31: Componentes do vetor tangente referentes aos ângulos no ponto de máximo carregamento – IEEE 300

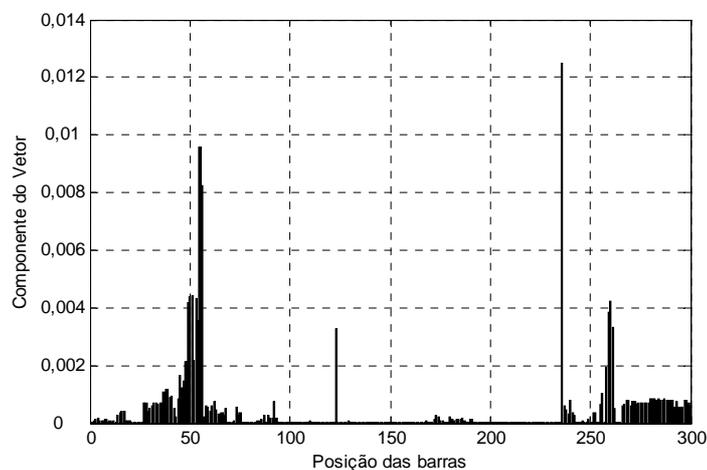


Figura 4. 32: Componentes do vetor tangente referentes às tensões no ponto de máximo carregamento – IEEE 300

A Tabela 4.3 sintetiza os resultados da análise do vetor tangente no ponto de máximo carregamento para os diversos sistemas testes utilizados neste trabalho, considerando os fluxos de potência continuado polar e retangular. Conforme afirmado anteriormente, o vetor tangente no ponto de máximo carregamento tende ao autovetor à direita referente ao autovalor nulo da matriz Jacobiana, estando associado à observabilidade do sistema. Para cada sistema

são apresentadas as três barras mais susceptíveis à injeção de reativos em ordem decrescente de severidade. As colunas V e θ referem-se às barras obtidas pela coordenada polar. Para o sistema IEEE 118, na formulação retangular as tensões nas barras 51 e 52 são dadas por $0,8628\angle -74,20^\circ$ e $0,8587\angle -76,35^\circ$, respectivamente. De uma forma preliminar, a injeção de reativos vinculada à sensibilidade de tensão é associada às componentes ΔV_m do vetor tangente retangular. Obviamente, uma análise acurada desta associação referente ao fluxo de potência retangular merece ser tema de estudos futuros. Mesmo em caráter preliminar, observa-se que há concordância praticamente total entre os resultados. As únicas discordâncias referem-se às barras do sistema IEEE 118.

Tabela 4.3: Resultados da análise dos vetores tangentes polar e retangular

Sistema	Sensibilidade de tensão		V (p.u.)	θ (graus)
	Polar	Retangular		
IEEE 14	14	14	0,5754	-49,1605
	13	13	0,6268	-44,7697
	10	10	0,6269	-44,1169
IEEE 30	30	30	0,5527	-46,4393
	29	29	0,5863	-42,2790
	26	26	0,5730	-40,5658
IEEE 57	31	31	0,5225	-56,3810
	30	30	0,5826	-53,6856
	33	33	0,5651	-52,7836
IEEE 118	45	45	0,7632	-77,6785
	44	52	0,7458	-85,4651
	70	51	0,7465	-40,7055
IEEE 300	526	526	0,7828	-79,5949
	63	63	0,8259	-55,3243
	64	64	0,8313	-49,1503
1768 barras	1818	1818	0,6432	-78,9967
	1137	1137	0,6664	-74,0435
	1151	1151	0,7312	-66,5543

4.3 Análise do Método do Ponto de Colapso

A Tabela 4.4 mostra o valor do ponto de máximo carregamento e a tensão na barra que sofreu a maior variação de tensão considerando-se ambas as coordenadas. Os resultados apresentados mostram que ambas as coordenadas geram o mesmo ponto de máximo carregamento e conseqüentemente, os mesmos valores de tensão neste ponto. Além disto, há uma boa concordância entre esta tabela e a Tabela 4.2.

Tabela 4.4: Ponto de máximo carregamento – Método do ponto de colapso

Sistema	Ponto de máximo carregamento (p.u.)		Margem de carregamento (MW)	Tensão	
	Polar	Retangular		Polar	Retangular
IEEE 14	0,7603312	0,7603312	196,9258	$V_{14} = 0,6141 \angle -46,51^\circ$	$V_{14} = 0,6141 \angle -46,51^\circ$
IEEE 30	0,5369048	0,5369048	152,1588	$V_{30} = 0,5770 \angle -44,77^\circ$	$V_{30} = 0,5770 \angle -44,77^\circ$
IEEE 57	0,4067777	0,4067777	508,7975	$V_{31} = 0,4941 \angle -58,24^\circ$	$V_{31} = 0,4941 \angle -58,24^\circ$
IEEE 118	0,6138415	0,6138415	2251,5705	$V_{74} = 0,6723 \angle -41,13^\circ$	$V_{74} = 0,6723 \angle -41,13^\circ$
IEEE 300	0,0246332	0,0246332	572,6437	$V_{526} = 0,7880 \angle -79,16^\circ$	$V_{526} = 0,7880 \angle -79,16^\circ$
1768 barras	0,0265289	0,0265289	605,2466	$V_{1818} = 0,6481 \angle -78,74^\circ$	$V_{1818} = 0,6481 \angle -78,74^\circ$

As Figuras 4.33 a 4.38 mostram os valores absolutos dos resíduos máximos envolvidos no processo iterativo ao final de cada iteração. Estas figuras referem-se ao caso base.

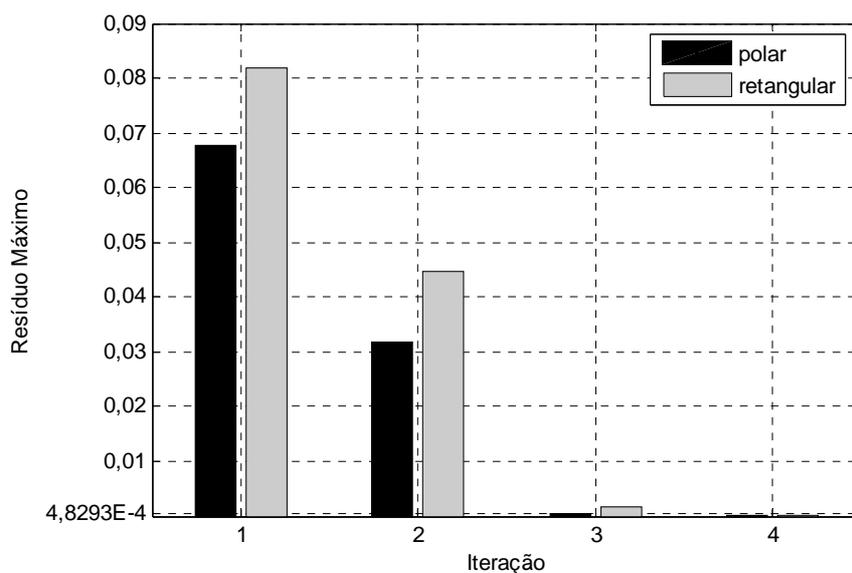


Figura 4.33: Trajetória de convergência polar x retangular – IEEE 14

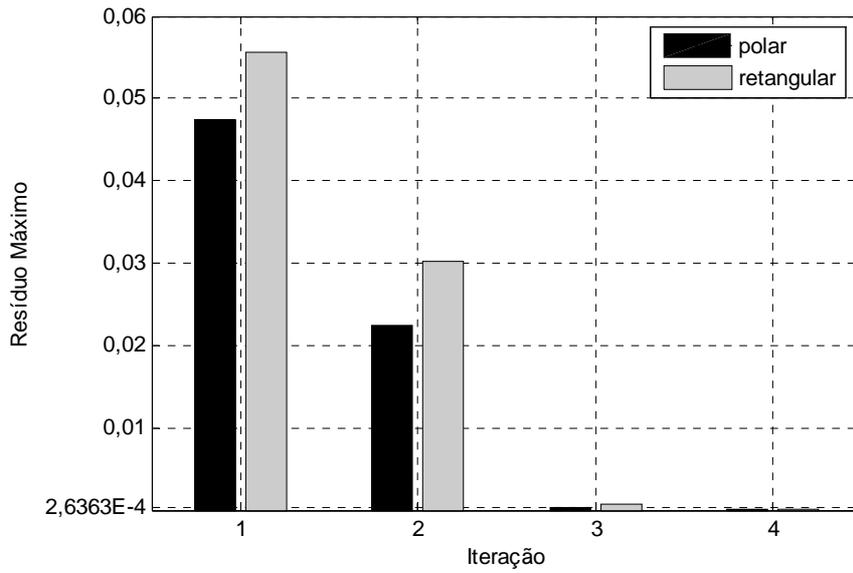


Figura 4.34: Trajetória de convergência polar x retangular – IEEE 30

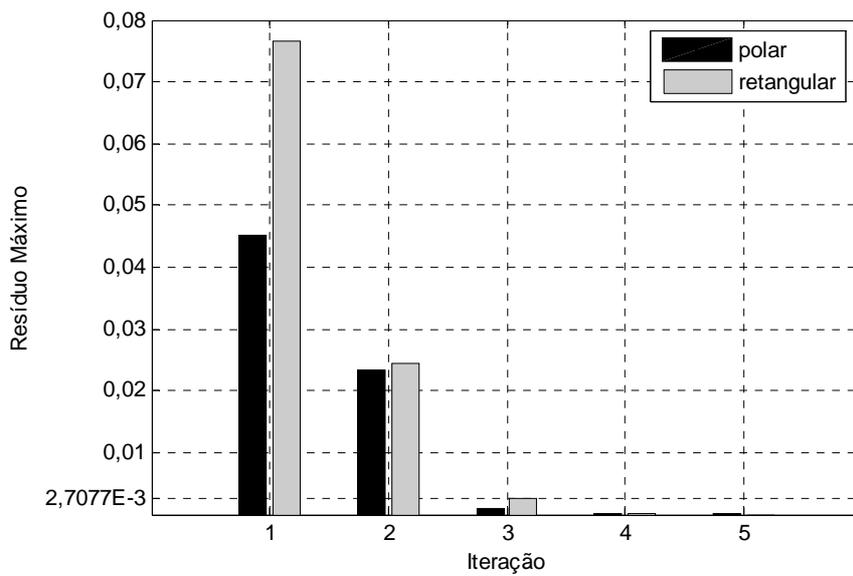


Figura 4.35: Trajetória de convergência polar x retangular – IEEE 57

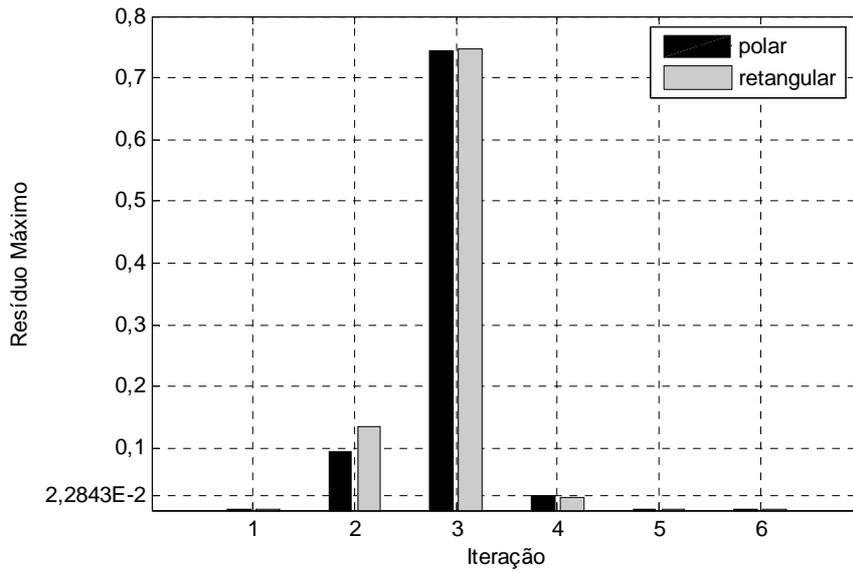


Figura 4.36: Trajetória de convergência polar x retangular – IEEE 118

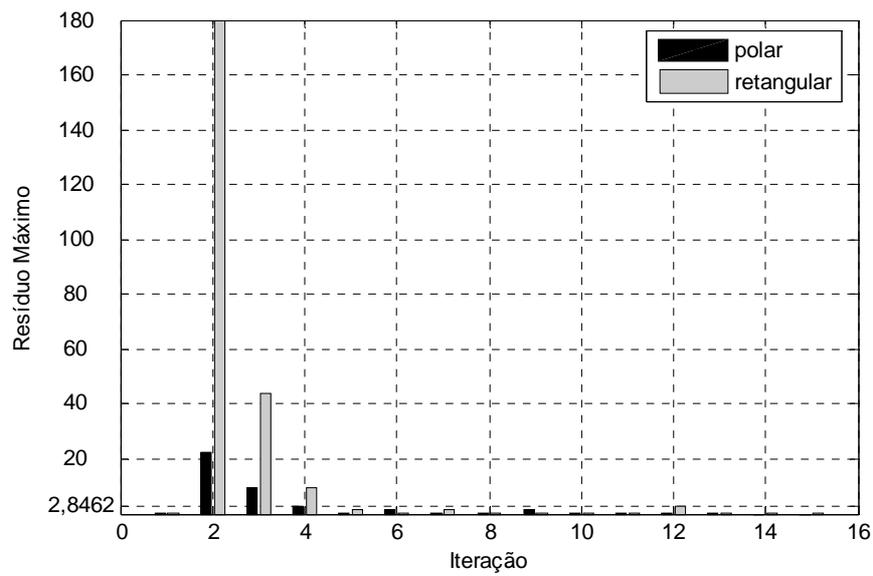


Figura 4.37: Trajetória de convergência polar x retangular – IEEE 300

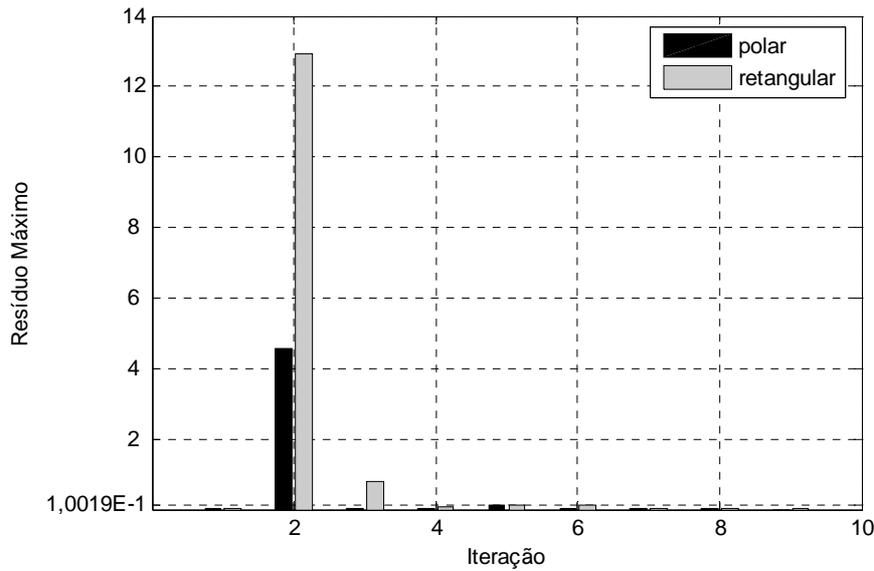


Figura 4.38: Trajetória de convergência polar x retangular – 1768 barras

De um modo geral, as Figuras 4.33 a 4.38 mostram que o número de iterações necessárias para a convergência do processo iterativo do método do ponto de colapso polar e retangular é basicamente o mesmo. Existem pequenas variações, mas nada que a princípio possa ser um fator impeditivo a utilização de qualquer um dos métodos. Interessante observar que em todos os casos apresentados, o processo iterativo referente ao método do ponto de colapso retangular gera grandes resíduos nas iterações iniciais. Além disto, para os sistemas de maior porte (IEEE 300 e 1768 barras) o método do ponto de colapso polar converge em um número menor de iterações.

As Figuras 4.39 a 4.44 mostram o número total de iterações necessárias à convergência do processo iterativo do método do ponto de colapso em ambas as coordenadas. As cargas ativa e reativa em todas as barras são aumentadas por intermédio de um fator multiplicativo α , mantendo-se constante o fator de potência.

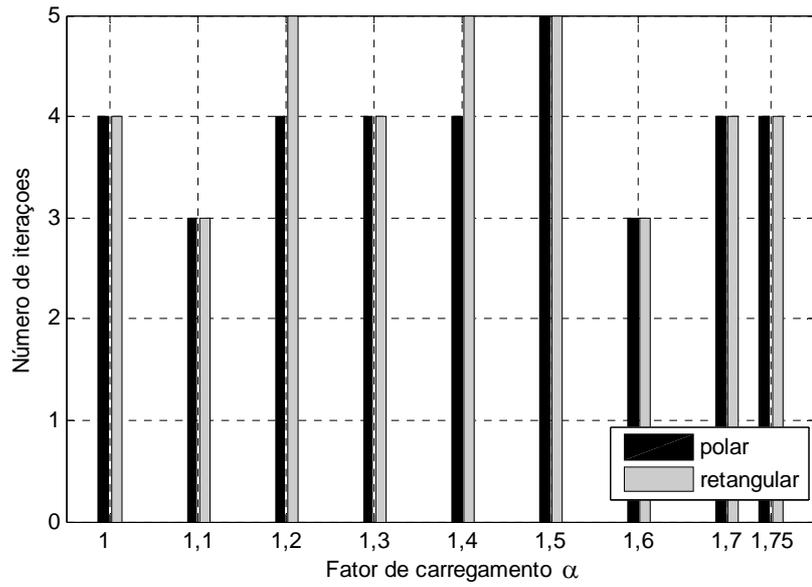


Figura 4.39: Número de iterações do método do ponto de colapso em função do carregamento – IEEE 14

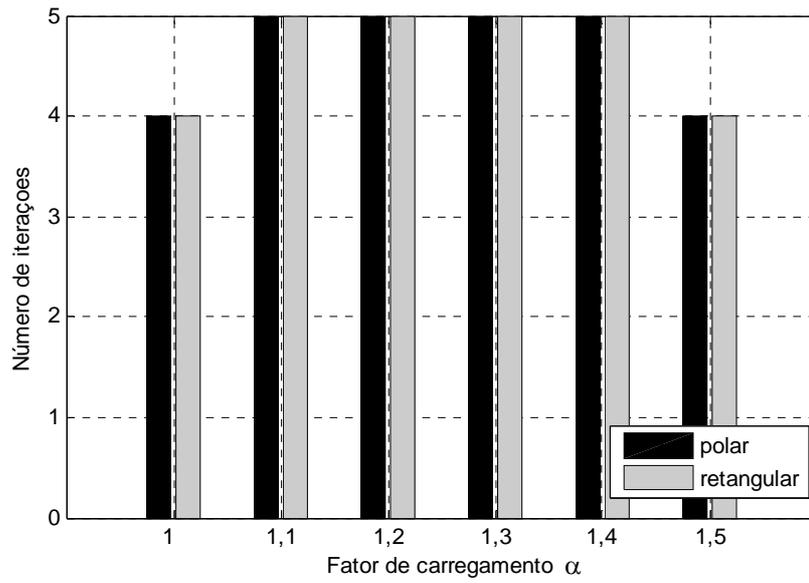


Figura 4.40: Número de iterações do método do ponto de colapso em função do carregamento – IEEE 30

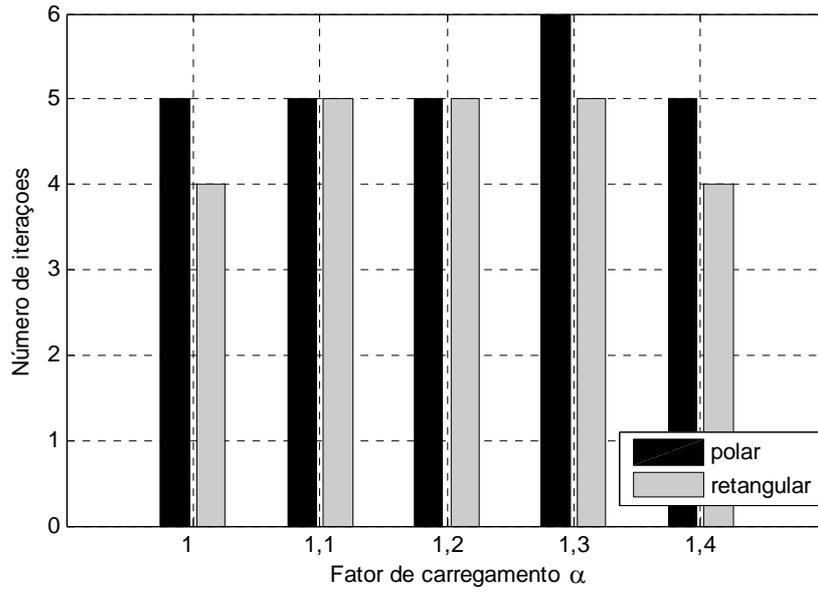


Figura 4.41: Número de iterações do método do ponto de colapso em função do carregamento – IEEE 57

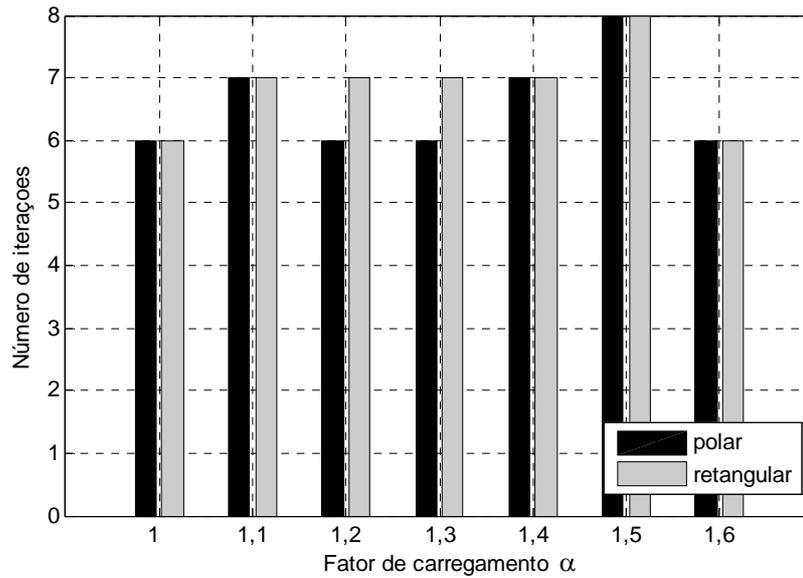


Figura 4.42: Número de iterações do método do ponto de colapso em função do carregamento – IEEE 118

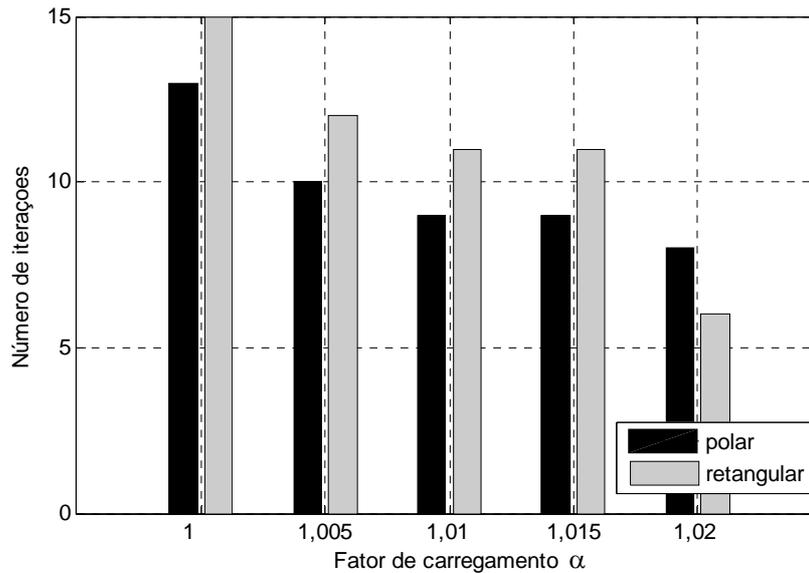


Figura 4.43: Número de iterações do método do ponto de colapso em função do carregamento – IEEE 300

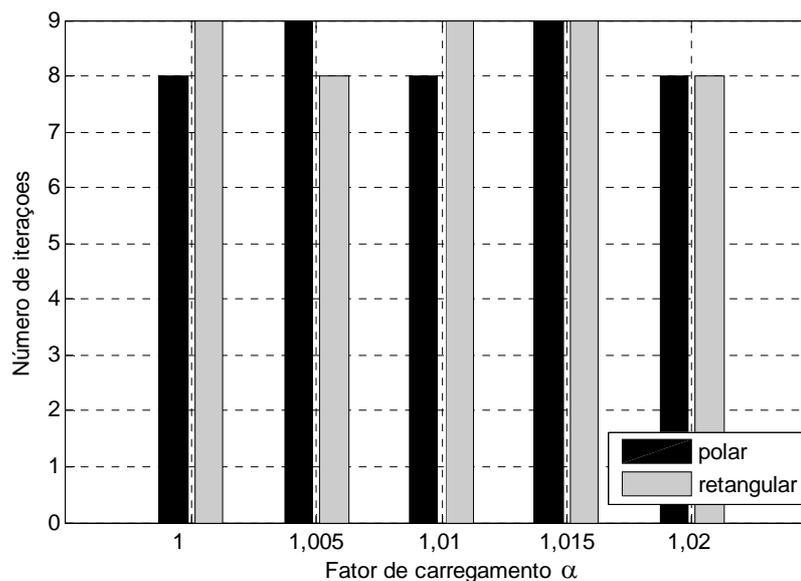


Figura 4.44: Número de iterações do método do ponto de colapso em função do carregamento – 1768 barras

De um modo geral, as Figuras 4.39 a 4.44 mostram que o número de iterações necessário para a convergência do processo iterativo do método do ponto de colapso polar e retangular é basicamente o mesmo, à medida que o carregamento do sistema é aumentado. Apenas no IEEE 300 ocorre uma maior variação no número de iterações entre as formulações polar e retangular. A metodologia retangular comporta-se tão bem, ou melhor, que a metodologia polar para valores maior de carregamento.

As Figuras 4.45 a 4.50 mostram o número total de iterações necessárias à convergência do processo iterativo do método do ponto de colapso em ambas as coordenadas, quando as admitâncias série e shunt de uma determinada linha de transmissão são gradativamente reduzidas através de um fator μ . Os ramos em análise são os mesmos considerados na seção anterior.

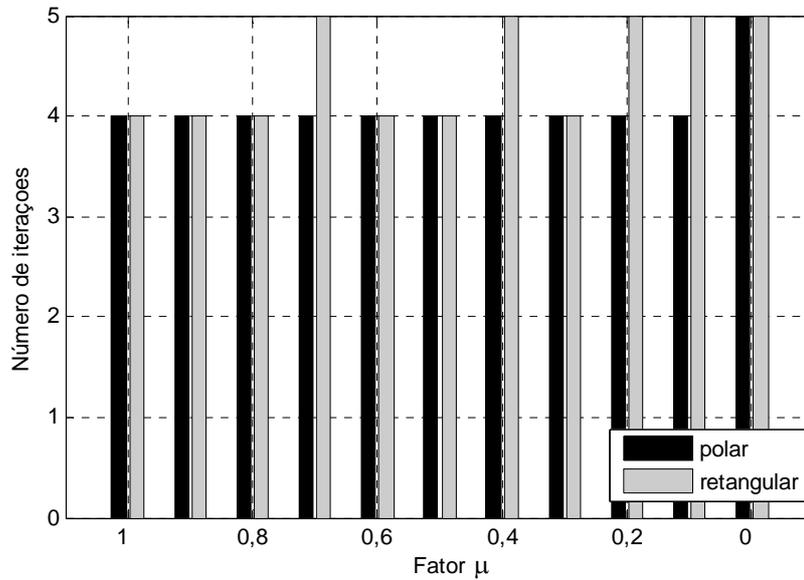


Figura 4.45: Número de iterações do método do ponto de colapso em função da retirada do ramo 2-3 – IEEE 14

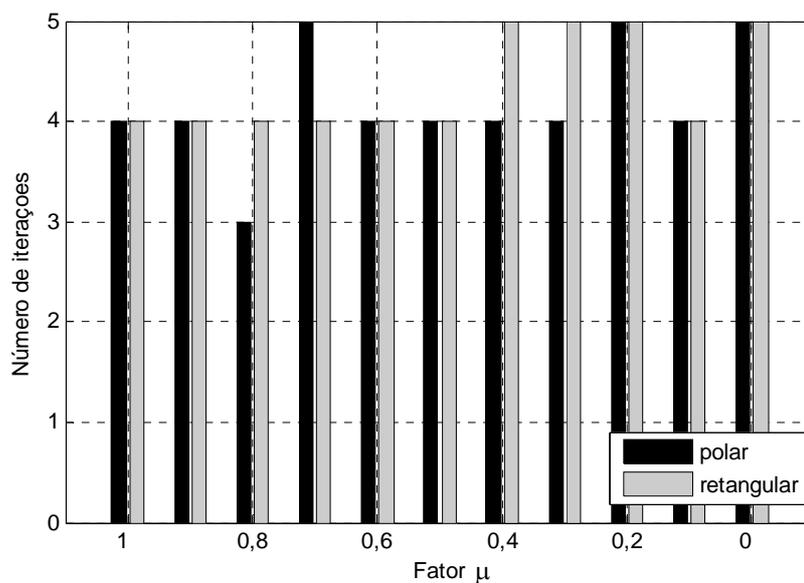


Figura 4.46: Número de iterações do método do ponto de colapso em função da retirada do ramo 2-5 – IEEE 30

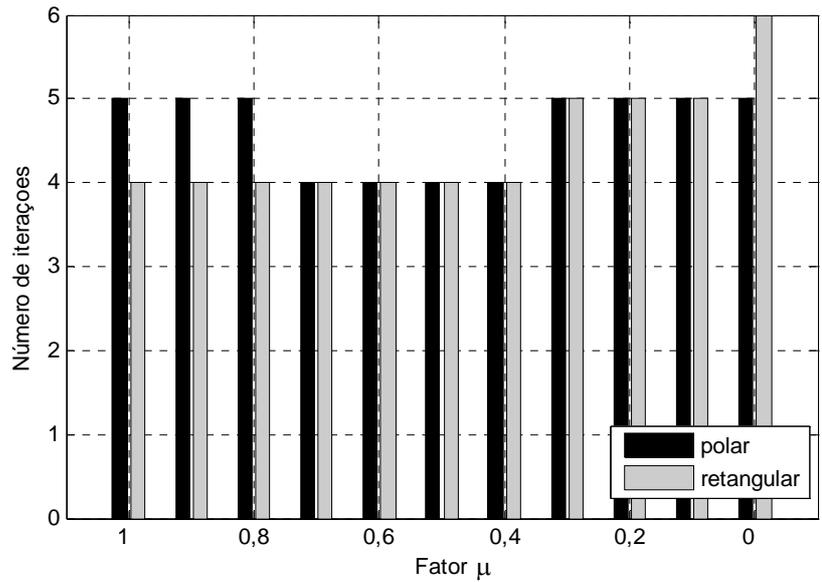


Figura 4.47: Número de iterações do método do ponto de colapso em função da retirada do ramo 34-35 – IEEE 57

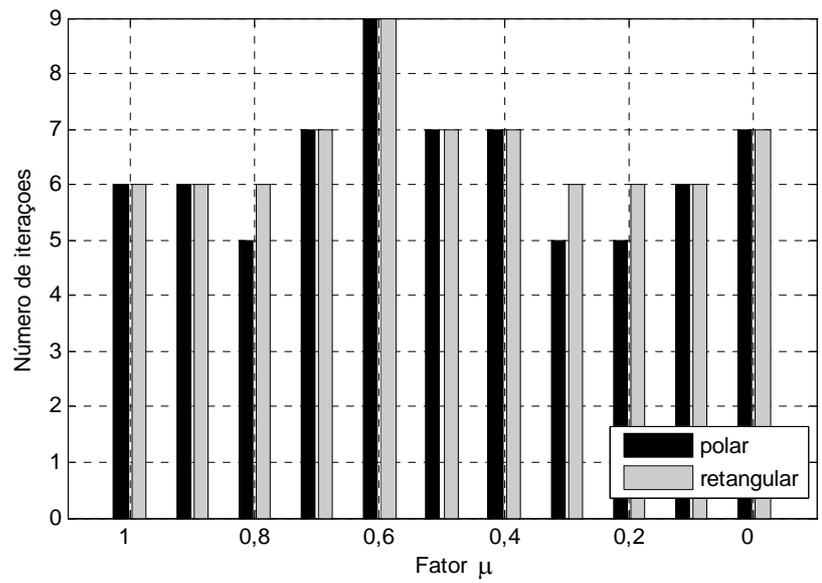


Figura 4.48: Número de iterações do método do ponto de colapso em função da retirada do ramo 69-70 – IEEE 118

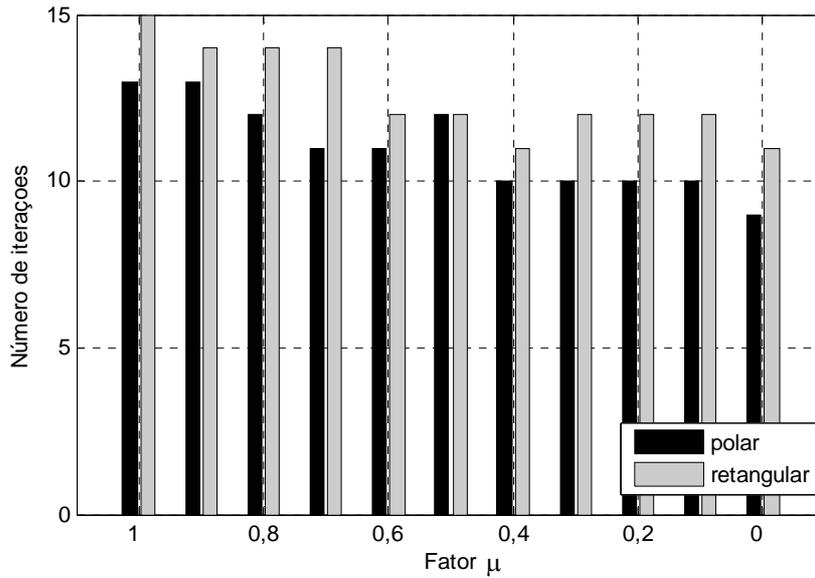


Figura 4.49: Número de iterações do método do ponto de colapso em função da retirada do ramo 37-49 – IEEE 300

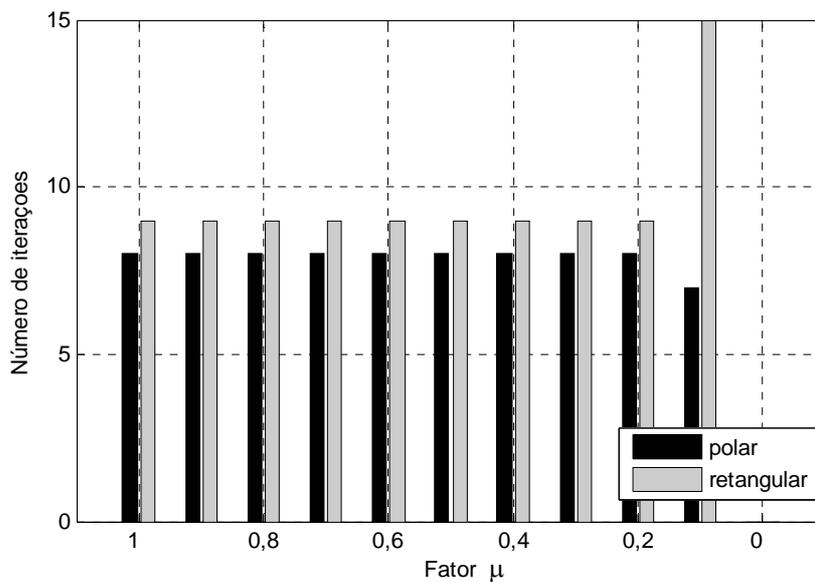


Figura 4.50: Número de iterações do método do ponto de colapso em função da retirada do ramo 2591-2593 – 1768 barras

Nas simulações ilustradas nas Figuras 4.45 a 4.50 referentes à remoção gradual de um ramo da rede, observa-se que o método do ponto de colapso polar apresenta um desempenho superior no que concerne ao número de iterações necessário para a convergência do processo iterativo, especialmente para os sistemas de maior porte à medida que μ tende a zero.

As Tabelas 4.5 e 4.6 mostram o número de iterações quando o processo iterativo do método do ponto de colapso é iniciado a partir do caso base, bem como a partir de uma

condição de sobrecarga obtida pela multiplicação das cargas ativa e reativa em todas as barras por um fator β . Em outras palavras, o passo 1 do algoritmo do método do ponto de colapso não é efetuado. Além disto, estas mostram também o valor da tensão ao final do processo iterativo, bem como o valor do carregamento máximo. NC significa que o processo iterativo não converge.

Tabela 4.5: Processo iterativo do método do ponto de colapso – Coordenadas polares

Sistema	Estimativa inicial		Número de iterações	Tensão (p.u.)	Carregamento máximo
	Caso base	Fator β			
IEEE 14	NC	1,07	10	$V_{14} = 0,6141 \angle -46,51^\circ$	0,6452
IEEE 30	13	–	–	$V_{30} = 0,5770 \angle -44,77^\circ$	0,5369
IEEE 57	NC	1,2	9	$V_{31} = 0,4941 \angle -58,24^\circ$	0,1723
IEEE 118	NC	1,15	11	$V_{74} = 0,6723 \angle -41,13^\circ$	0,4033
IEEE 300	13	–	–	$V_{526} = 0,7880 \angle -79,16^\circ$	0,0246
1768 barras	8	–	–	$V_{1818} = 0,6481 \angle -78,74^\circ$	0,0265

Tabela 4.6: Processo iterativo do método do ponto de colapso – Coordenadas retangulares

Sistema	Estimativa inicial		Número de iterações	Tensão (p.u.)	Carregamento máximo
	Caso base	Fator β			
IEEE 14	NC	1,07	10	$V_{14} = 0,6141 \angle -46,51^\circ$	0,6452
IEEE 30	NC	1,03	8	$V_{30} = 0,5770 \angle -44,77^\circ$	0,4921
IEEE 57	NC	1,22	9	$V_{31} = 0,4941 \angle -58,24^\circ$	0,1531
IEEE 118	NC	1,34	16	$V_{74} = 0,6723 \angle -41,13^\circ$	0,2044
IEEE 300	15	–	–	$V_{526} = 0,7880 \angle -79,16^\circ$	0,0246
1768 barras	9	–	–	$V_{1818} = 0,6481 \angle -78,74^\circ$	0,0265

Observa-se das Tabelas 4.5 e 4.6 que para os sistemas IEEE 300 e 1768 barras, os métodos do ponto de colapso polar e retangular convergem quando inicializados a partir do caso base, uma vez que este ponto inicial está relativamente próximo ao ponto de máximo carregamento. Por outro lado, é possível constatar que o método do ponto de colapso polar é mais robusto matematicamente, uma vez que requer um fator menor e, além disto, converge com um número menor de iterações. Obviamente, o número de iterações mostrado nas Figuras 4.33 a 4.36, referente à situação na qual é feita uma estimativa inicial do ponto de máximo carregamento, é menor que aquele apresentado nas Tabelas 4.5 e 4.6.

Como mencionado anteriormente, o método do ponto de colapso determina as componentes do autovetor à esquerda referente ao autovalor nulo da matriz Jacobiana que fornecem na formulação polar, as sensibilidades de cada barra com relação à injeção de potência ativa e reativa. A maior componente referente às sensibilidades ativa e reativa indica

a barra na qual deverão ser feitas injeções de ativos e/ou reativo no intuito de fortalecer a estabilidade de tensão do sistema. Assim, para o sistema de 1768 barras as componentes do autovetor à esquerda no ponto de máximo carregamento mostradas nas Figuras 4.51 e 4.52 indicam que a barra crítica é 1818, representada nos gráficos pela posição 1032. Este resultado condiz com aquele apresentado na Tabela 4.4.

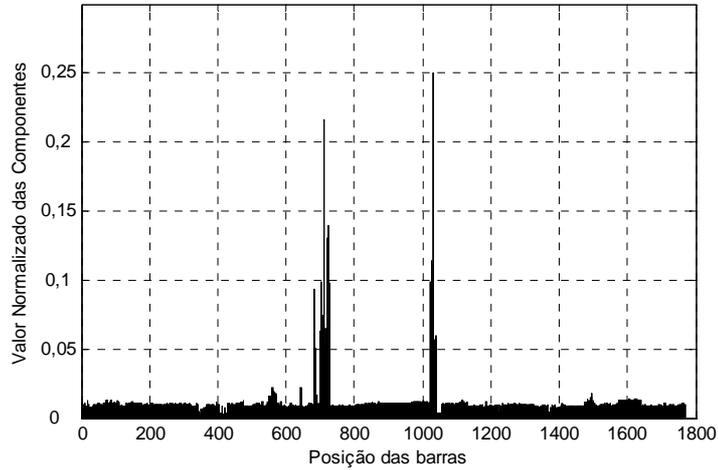


Figura 4. 51: Componentes do autovetor à esquerda referentes à injeção de ativos associados ao autovalor nulo no ponto de máximo carregamento – Formulação polar – 1768 barras

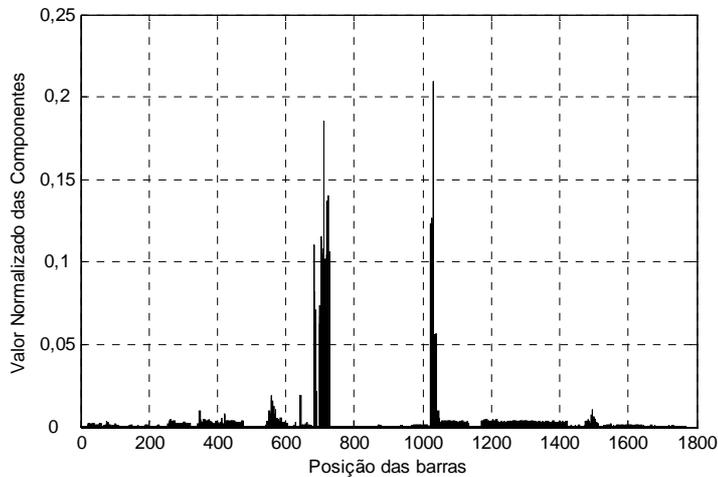


Figura 4. 52: Componentes do autovetor à esquerda referentes à injeção de reativos associados ao autovalor nulo no ponto de máximo carregamento – Formulação polar – 1768 barras

A Tabela 4.7 sintetiza os resultados da análise do autovetor à esquerda no ponto de máximo carregamento para os diversos sistemas testes utilizados neste trabalho, considerando os métodos do ponto de colapso polar e retangular. O autovetor à esquerda no ponto de máximo carregamento associado ao autovalor nulo da matriz Jacobiana, refere-se à controlabilidade do sistema. Para cada sistema são apresentadas as três barras mais sensíveis à injeção de reativos em ordem decrescente de severidade. As colunas V e θ referem-se às

barras obtidas pela coordenada polar. Para o sistema IEEE 118 as tensões nas barras 24, 61 e 116 são dadas por $0,9920\angle -93,23^\circ$, $0,9950\angle -59,09^\circ$ e $1,0050\angle -33,31^\circ$, respectivamente. E para o sistema 1768 barras a tensão na barra 143 é dada por $1,0435\angle -32,64^\circ$.

Novamente, de uma forma preliminar, a injeção de reativos vinculada à sensibilidade de tensão é associada às componentes ΔV_m do autovetor à esquerda retangular. Obviamente, uma análise acurada desta associação referente ao método do ponto de colapso retangular merece ser tema de estudos futuros. Mesmo em caráter preliminar, observa-se que há uma boa concordância entre os resultados. Em função dos resultados apresentados na Tabela 4.8 observa-se que a barra crítica no sistema IEEE 300 é a barra 526. Assim, injetando-se um shunt capacitivo de 30MVAR nesta barra, o carregamento máximo aumenta para 0,0292510 significando um ganho de 18,75% na margem do carregamento.

Tabela 4.7: Resultados da análise dos autovetores à esquerda polar e retangular

Sistema	Sensibilidade reativa		V (p.u.)	θ (graus)
	Polar	Retangular		
IEEE 14	14	14	0,6141	-46,5143
	10	10	0,6618	-42,0356
	13	13	0,6624	-42,5953
IEEE 30	30	30	0,5770	-44,7682
	26	26	0,5956	-39,3599
	29	29	0,6090	-40,9293
IEEE 57	31	31	0,4941	-58,2417
	33	33	0,5402	-54,3368
	32	32	0,5458	-54,1664
IEEE 118	44	116	0,7207	-88,7570
	45	61	0,7380	-80,5002
	43	24	0,7635	-104,3651
IEEE 300	526	143	0,7880	-79,1562
	63	526	0,8299	-55,1769
	64	63	0,8347	-49,0596
1768 barras	1818	1818	0,6481	-78,7398
	1137	1137	0,6709	-73,8578
	1151	1151	0,7348	-66,4445

Um aspecto interessante que deve ser ressaltado é a diferença numérica entre os autovalores extraídos das matrizes J_p e J_r num determinado ponto de operação. A Tabela 4.8 apresenta os dez autovalores mais próximo de zero no ponto de máximo carregamento do sistema IEEE 118 obtidos de J_p e J_r . Apesar das matrizes serem diferentes, J_r também apresenta um autovalor nulo, tal como ocorre em J_p .

Tabela 4.8: Comparação entre os autovalores de J_p e J_r

λ polar	λ retangular
0	0
0,1352	0,1359
0,4265	0,3601 -0,0436i
0,8200	0,3601 +0,0436i
0,9663	0,9605
1,3033	-0,6938
1.600 -0,0303i	1,2082 -0,3255i
1.600 +0,03032i	1,2082 +0,3255i
2,1036	-1,1551
2,2506	-1,1252 -0,6328i

Capítulo 5

Conclusões

5.1 Considerações Finais

Este trabalho aborda o cálculo do ponto de máximo carregamento em sistemas elétricos de potência através dos métodos do fluxo de potência continuado e do ponto de colapso. Ambos os métodos são avaliados tanto em coordenadas polares quanto em coordenadas retangulares. As metodologias em coordenadas retangulares estudadas e apresentadas neste trabalho possuem uma estrutura matemática muito simples, não acarretando comparativamente ao processo tradicional de solução polar, qualquer tipo de ônus relativo à complexidade dos modelos e ao esforço computacional.

Com relação ao método do fluxo de potência continuado é possível concluir que a formulação retangular apresenta resultados bastante satisfatórios. Na maioria dos casos, seu desempenho é idêntico ao da formulação polar, inclusive para valores elevados de carregamento. Desta forma, a formulação retangular pode-se constituir em uma ferramenta adicional de grande valia para os estudos de estabilidade de tensão, tendo em vista principalmente o fato de que os sistemas elétricos operam cada vez mais sobrecarregados.

Com relação ao método do ponto de colapso é possível concluir que a formulação retangular apresenta resultados bastante satisfatórios, inclusive comportando-se tão bem, ou melhor, que a formulação polar para valores elevados de carregamento. Por outro lado, a formulação retangular apresenta um desempenho inferior quando é simulada a contingência de um ramo nos sistemas de grande porte utilizados neste trabalho.

A principal ponderação quanto a utilização do método do ponto de colapso retangular diz respeito à inicialização do processo iterativo. Em outras palavras, se este ponto inicial está relativamente próximo do ponto de máximo carregamento, então ambas as formulações convergem de um modo satisfatório e com um número de iterações similar. Mas, por outro lado, se o ponto inicial está muito afastado do ponto de máximo carregamento, então a formulação polar é mais robusta matematicamente, convergindo em um número menor de iterações. Embora o processo iterativo do método do ponto de colapso seja fortemente

dependente das condições iniciais, é possível concluir do estudo realizado que a formulação retangular é mais sensível a tais condições.

Desta forma, conclui-se que de um modo geral, o método do ponto de colapso polar é a melhor alternativa. Contudo, caso os processos iterativos sejam inicializados em um ponto relativamente próximo ao ponto de máximo carregamento, o que inclusive constitui-se num procedimento usual, então o método do ponto de colapso retangular apresenta um desempenho semelhante ao polar, podendo sem qualquer tipo de restrições ser utilizado nos estudos de estabilidade de tensão.

5.2 Sugestões para Estudos Futuros

Em função do estudo desenvolvido neste trabalho, observa-se que a tarefa principal no sentido de dar continuidade ao trabalho, consiste em analisar cuidadosamente tanto o vetor tangente retangular, quanto o autovetor à esquerda retangular, de modo a definir as barras mais adequadas à injeção de reativos, visando a reforçar a estabilidade de tensão.

Uma outra sugestão é fazer um estudo probabilístico do ponto de máximo carregamento considerando carregamentos variáveis dentre de uma certa faixa. Desta forma, ao final do processo iterativo, o carregamento adicional máximo encontra-se dentro de uma faixa, e não mais em um único ponto.

Apêndice 1

Metodologias de Fluxo de Potência

A1.1 Formulação Polar [34, 35]

As potências ativa e reativa líquidas numa barra genérica k são dadas por:

$$P_k = V_k \sum_{m \in \Phi_k} V_m (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \sin \theta_{km}) \quad (\text{A1.1})$$

$$Q_k = V_k \sum_{m \in \Phi_k} V_m (G_{km} \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}) \quad (\text{A1.2})$$

onde:

$$\theta_{km} = \theta_k - \theta_m \quad (\text{A1.3})$$

Os resíduos de potência ativa e potência reativa são então:

$$\Delta P_k = P_k^{esp} - V_k \sum_{m \in \Phi_k} V_m (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \sin \theta_{km}) \quad (\text{A1.4})$$

$$\Delta Q_k = Q_k^{esp} - V_k \sum_{m \in \Phi_k} V_m (G_{km} \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}) \quad (\text{A1.5})$$

onde P_k^{esp} e Q_k^{esp} são dados por:

$$P_k^{esp} = P_{G_k} - P_{D_k} \quad (\text{A1.6})$$

$$Q_k^{esp} = Q_{G_k} - Q_{D_k} \quad (\text{A1.7})$$

Os termos da matriz Jacobiana utilizada no processo iterativo são dados por:

$$H_{kk} = \frac{\partial P_k}{\partial \theta_k} = V_k \sum_{m=1}^n V_m (-G_{km} \sin \theta_{km} + B_{km} \cos \theta_{km}) - V_k^2 B_{kk} = -V_k^2 B_{kk} - Q_k \quad (\text{A1.8})$$

$$H_{km} = \frac{\partial P_k}{\partial \theta_m} = V_k V_m (G_{km} \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}) \quad (\text{A1.9})$$

$$N_{kk} = \frac{\partial P_k}{\partial V_k} = \sum_{m=1}^n V_m (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \sin \theta_{km}) + V_k G_{kk} = \frac{P_k + V_k^2 G_{kk}}{V_k} \quad (\text{A1.10})$$

$$N_{km} = \frac{\partial P_k}{\partial V_m} = V_k (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \sin \theta_{km}) \quad (\text{A1.11})$$

$$M_{kk} = \frac{\partial Q_k}{\partial \theta_k} = V_k \sum_{m=1}^n V_m (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \sin \theta_{km}) - V_k^2 G_{kk} = -V_k^2 G_{kk} + P_k \quad (\text{A1.12})$$

$$M_{km} = \frac{\partial Q_k}{\partial \theta_m} = V_k V_m (-G_{km} \cos \theta_{km} - B_{km} \sin \theta_{km}) \quad (\text{A1.13})$$

$$L_{kk} = \frac{\partial Q_k}{\partial V_k} = \sum_{m=1}^n V_m (G_{km} \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}) + V_k B_{kk} = \frac{Q_k - V_k^2 B_{kk}}{V_k} \quad (\text{A1.14})$$

$$L_{km} = \frac{\partial Q_k}{\partial V_m} = V_k (G_{km} \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}) \quad (\text{A1.15})$$

O sistema de equações utilizado a cada passo do processo iterativo tem a seguinte estrutura:

$$\begin{bmatrix} \underline{\Delta P} \\ \underline{\Delta Q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{H} & \underline{N} \\ \underline{M} & \underline{L} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{\Delta \theta} \\ \underline{\Delta V} \end{bmatrix} = \underline{J}_P \begin{bmatrix} \underline{\Delta \theta} \\ \underline{\Delta V} \end{bmatrix} \quad (\text{A1.16})$$

Da equação (A1.16) obtêm-se as correções $\underline{\Delta \theta}$ e $\underline{\Delta V}$, sendo as atualizações na h -ésima iteração dadas por:

$$\underline{\theta}^{(h+1)} = \underline{\theta}^{(h)} + \underline{\Delta \theta}^{(h)} \quad (\text{A1.17})$$

$$\underline{V}^{(h+1)} = \underline{V}^{(h)} + \underline{\Delta V}^{(h)} \quad (\text{A1.18})$$

Neste trabalho são utilizadas duas formas diferentes de representação da matriz Jacobiana polar, dadas pelas equações (A1.19) e (A1.20). A ordem da matriz Jacobiana é $(2n \times 2n)$.

$$\underline{J}_P = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_1}{\partial \theta_1} & \frac{\partial P_1}{\partial V_1} & \dots & \frac{\partial P_1}{\partial \theta_n} & \frac{\partial P_1}{\partial V_n} \\ \frac{\partial Q_1}{\partial \theta_1} & \frac{\partial Q_1}{\partial V_1} & \dots & \frac{\partial Q_1}{\partial \theta_n} & \frac{\partial Q_1}{\partial V_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial P_n}{\partial \theta_1} & \frac{\partial P_n}{\partial V_1} & \dots & \frac{\partial P_n}{\partial \theta_n} & \frac{\partial P_n}{\partial V_n} \\ \frac{\partial Q_n}{\partial \theta_1} & \frac{\partial Q_n}{\partial V_1} & \dots & \frac{\partial Q_n}{\partial \theta_n} & \frac{\partial Q_n}{\partial V_n} \end{bmatrix} \quad (\text{A1.19})$$

$$\mathbf{J}_p = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_1}{\partial \theta_1} & \dots & \frac{\partial P_1}{\partial \theta_n} & \frac{\partial P_1}{\partial V_1} & \dots & \frac{\partial P_1}{\partial V_n} \\ \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial P_n}{\partial \theta_1} & \dots & \frac{\partial P_n}{\partial \theta_n} & \frac{\partial P_n}{\partial V_1} & \dots & \frac{\partial P_n}{\partial V_n} \\ \hline \frac{\partial Q_1}{\partial \theta_1} & \dots & \frac{\partial Q_1}{\partial \theta_n} & \frac{\partial Q_1}{\partial V_1} & \dots & \frac{\partial Q_1}{\partial V_n} \\ \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial Q_n}{\partial \theta_1} & \dots & \frac{\partial Q_n}{\partial \theta_n} & \frac{\partial Q_n}{\partial V_1} & \dots & \frac{\partial Q_n}{\partial V_n} \end{bmatrix} \quad (\text{A1.20})$$

A1.2 Formulação Retangular [36]

As potências ativa e reativa líquidas numa barra genérica k são dadas por:

$$P_k = \sum_{m \in \Phi_k} V_{r_k} (G_{km} V_{r_m} - B_{km} V_{m_m}) + V_{m_k} (G_{km} V_{m_m} + B_{km} V_{r_m}) \quad (\text{A1.21})$$

$$Q_k = \sum_{m \in \Phi_k} V_{m_k} (G_{km} V_{r_m} - B_{km} V_{m_m}) - V_{r_k} (G_{km} V_{m_m} + B_{km} V_{r_m}) \quad (\text{A1.22})$$

Os resíduos de potência ativa e potência reativa são então:

$$\Delta P_k = P_k^{esp} - \sum_{m \in \Phi_k} V_{r_k} (G_{km} V_{r_m} - B_{km} V_{m_m}) + V_{m_k} (G_{km} V_{m_m} + B_{km} V_{r_m}) \quad (\text{A1.23})$$

$$\Delta Q_k = Q_k^{esp} - \sum_{m \in \Phi_k} V_{m_k} (G_{km} V_{r_m} - B_{km} V_{m_m}) - V_{r_k} (G_{km} V_{m_m} + B_{km} V_{r_m}) \quad (\text{A1.24})$$

onde P_k^{esp} e Q_k^{esp} são dados, respectivamente, pelas expressões (A1.6) e (A1.7).

Nesta formulação o módulo da tensão não é uma variável explícita, logo, equações adicionais são necessárias para representar as restrições de tensão nas barras de tensão controlada PV. Supondo uma barra genérica p do tipo PV, então as restrições são usualmente da forma:

$$\Delta V_p^2 = (V_p^{esp})^2 - (V_{r_p}^2 + V_{m_p}^2) \quad (\text{A1.25})$$

Os termos da matriz Jacobiana utilizada no processo iterativo são dados por:

$$H_{kk} = \frac{\partial P_k}{\partial V_{r_k}} = V_{r_k} G_{kk} - V_{m_k} B_{kk} + I_{r_k} \quad (\text{A1.26})$$

$$H_{km} = \frac{\partial P_k}{\partial V_{r_m}} = V_{r_k} G_{km} + V_{m_k} B_{km} \quad (\text{A1.27})$$

$$N_{kk} = \frac{\partial P_k}{\partial V_{m_k}} = -V_{r_k} B_{kk} + V_{m_k} G_{kk} + I_{m_k} \quad (\text{A1.28})$$

$$N_{km} = \frac{\partial P_k}{\partial V_{m_m}} = -V_{r_k} B_{km} + V_{m_k} G_{km} \quad (\text{A1.29})$$

$$J_{kk} = \frac{\partial Q_k}{\partial V_{r_k}} = -V_{r_k} B_{kk} + V_{m_k} G_{kk} - I_{m_k} \quad (\text{A1.30})$$

$$J_{km} = \frac{\partial Q_k}{\partial V_{r_m}} = -V_{r_k} B_{km} + V_{m_k} G_{km} \quad (\text{A1.31})$$

$$L_{kk} = \frac{\partial Q_k}{\partial V_{m_k}} = -V_{r_k} G_{kk} - V_{m_k} B_{kk} + I_{r_k} \quad (\text{A1.32})$$

$$L_{km} = \frac{\partial Q_k}{\partial V_{m_m}} = -V_{r_k} G_{km} - V_{m_k} B_{km} \quad (\text{A1.33})$$

$$K_{pm} = \frac{\partial V_p^2}{\partial V_{r_m}} = 0 \quad (\text{A1.34})$$

$$K_{pp} = \frac{\partial V_p^2}{\partial V_{r_p}} = 2V_{r_p} \quad (\text{A1.35})$$

$$M_{pm} = \frac{\partial V_p^2}{\partial V_{m_m}} = 0 \quad (\text{A1.36})$$

$$M_{pp} = \frac{\partial V_p^2}{\partial V_{m_p}} = 2V_{m_p} \quad (\text{A1.37})$$

As componentes real e imaginária das correntes injetadas nas barras apresentadas nas expressões (A1.26), (A1.28), (A1.30) e (A1.32) são obtidas através da expressão:

$$I = YV = I_r + jI_m \quad (\text{A1.38})$$

O sistema de equações utilizado a cada passo do processo iterativo tem a seguinte estrutura:

$$\begin{bmatrix} \frac{\Delta P}{\underline{\underline{\Delta V}}} \\ \frac{\Delta Q}{\underline{\underline{\Delta V}}} \\ \frac{\Delta V^2}{\underline{\underline{\Delta V}}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{\underline{H}} & \underline{\underline{N}} \\ \underline{\underline{J}} & \underline{\underline{L}} \\ \underline{\underline{K}} & \underline{\underline{M}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{\Delta V_r}{\underline{\underline{\Delta V}}} \\ \frac{\Delta V_m}{\underline{\underline{\Delta V}}} \end{bmatrix} = \underline{\underline{J}}_r \begin{bmatrix} \frac{\Delta V_r}{\underline{\underline{\Delta V}}} \\ \frac{\Delta V_m}{\underline{\underline{\Delta V}}} \end{bmatrix} \quad (\text{A1.39})$$

Da Equação (A1.39) obtêm-se as correções $\Delta \underline{V}_r$ e $\Delta \underline{V}_m$, sendo as atualizações na h -ésima iteração dadas por:

$$\underline{V}_r^{(h+1)} = \underline{V}_r^{(h)} + \Delta \underline{V}_r^{(h)} \quad (\text{A1.40})$$

$$\underline{V}_m^{(h+1)} = \underline{V}_m^{(h)} + \Delta \underline{V}_m^{(h)} \quad (\text{A1.41})$$

A matriz Jacobiana retangular pode ser representada pelas equações (A1.42) e (A1.43) considerando-se a barra p como do tipo PV . Na matriz Jacobiana retangular aumentada representada por (A1.43), para cada barra do tipo PV há uma linha e uma coluna adicional. A ordem da matriz Jacobiana (A1.42) é $(2n \times 2n)$, enquanto que a ordem da matriz Jacobiana (A1.43) é $(2n + npv) \times (2n + npv)$.

$$\mathbf{J}_r = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_1}{\partial V_{r_1}} & \frac{\partial P_1}{\partial V_{m_1}} & \dots & \frac{\partial P_1}{\partial V_{r_p}} & \frac{\partial P_1}{\partial V_{m_p}} & \dots & \frac{\partial P_1}{\partial V_{r_n}} & \frac{\partial P_1}{\partial V_{m_n}} \\ \frac{\partial Q_1}{\partial V_{r_1}} & \frac{\partial Q_1}{\partial V_{m_1}} & \dots & \frac{\partial Q_1}{\partial V_{r_p}} & \frac{\partial Q_1}{\partial V_{m_p}} & \dots & \frac{\partial Q_1}{\partial V_{r_n}} & \frac{\partial Q_1}{\partial V_{m_n}} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial P_p}{\partial V_{r_1}} & \frac{\partial P_p}{\partial V_{m_1}} & \dots & \frac{\partial P_p}{\partial V_{r_p}} & \frac{\partial P_p}{\partial V_{m_p}} & \dots & \frac{\partial P_p}{\partial V_{r_n}} & \frac{\partial P_p}{\partial V_{m_n}} \\ 0 & 0 & \dots & 2V_{r_p} & 2V_{m_p} & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial P_n}{\partial V_{r_1}} & \frac{\partial P_n}{\partial V_{m_1}} & \dots & \frac{\partial P_n}{\partial V_{r_p}} & \frac{\partial P_n}{\partial V_{m_p}} & \dots & \frac{\partial P_n}{\partial V_{r_n}} & \frac{\partial P_n}{\partial V_{m_n}} \\ \frac{\partial Q_n}{\partial V_{r_1}} & \frac{\partial Q_n}{\partial V_{m_1}} & \dots & \frac{\partial Q_n}{\partial V_{r_p}} & \frac{\partial Q_n}{\partial V_{m_p}} & \dots & \frac{\partial Q_n}{\partial V_{r_n}} & \frac{\partial Q_n}{\partial V_{m_n}} \end{bmatrix} \quad (\text{A1.42})$$

$$\mathbf{J}_r = \begin{array}{c} \left[\begin{array}{cccccc|cc} \frac{\partial P_1}{\partial V_{r_1}} & \frac{\partial P_1}{\partial V_{m_1}} & \dots & \frac{\partial P_1}{\partial V_{r_p}} & \frac{\partial P_1}{\partial V_{m_p}} & \dots & \frac{\partial P_1}{\partial V_{r_n}} & \frac{\partial P_1}{\partial V_{m_n}} & \frac{\partial P_1}{\partial V_{m_p}} \\ \frac{\partial Q_1}{\partial V_{r_1}} & \frac{\partial Q_1}{\partial V_{m_1}} & \dots & \frac{\partial Q_1}{\partial V_{r_p}} & \frac{\partial Q_1}{\partial V_{m_p}} & \dots & \frac{\partial Q_1}{\partial V_{r_n}} & \frac{\partial Q_1}{\partial V_{m_n}} & \frac{\partial Q_1}{\partial V_{m_p}} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial P_p}{\partial V_{r_1}} & \frac{\partial P_p}{\partial V_{m_1}} & \dots & \frac{\partial P_p}{\partial V_{r_p}} & \frac{\partial P_p}{\partial V_{m_p}} & \dots & \frac{\partial P_p}{\partial V_{r_n}} & \frac{\partial P_p}{\partial V_{m_n}} & \frac{\partial P_p}{\partial V_{m_p}} \\ \frac{\partial Q_p}{\partial V_{r_1}} & \frac{\partial Q_p}{\partial V_{m_1}} & \dots & \frac{\partial Q_p}{\partial V_{r_p}} & 10^{15} & \dots & \frac{\partial Q_p}{\partial V_{r_n}} & \frac{\partial Q_p}{\partial V_{m_n}} & \frac{\partial Q_p}{\partial V_{m_p}} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial P_n}{\partial V_{r_1}} & \frac{\partial P_n}{\partial V_{m_1}} & \dots & \frac{\partial P_n}{\partial V_{r_p}} & \frac{\partial P_n}{\partial V_{m_p}} & \dots & \frac{\partial P_n}{\partial V_{r_n}} & \frac{\partial P_n}{\partial V_{m_n}} & \frac{\partial P_n}{\partial V_{m_p}} \\ \frac{\partial Q_n}{\partial V_{r_1}} & \frac{\partial Q_n}{\partial V_{m_1}} & \dots & \frac{\partial Q_n}{\partial V_{r_p}} & \frac{\partial Q_n}{\partial V_{m_p}} & \dots & \frac{\partial Q_n}{\partial V_{r_n}} & \frac{\partial Q_n}{\partial V_{m_n}} & \frac{\partial Q_n}{\partial V_{m_p}} \\ \hline 0 & 0 & \dots & 2V_{r_p} & 2V_{m_p} & \dots & 0 & 0 & 2V_{m_p} \end{array} \right] \end{array} \quad (\text{A1.43})$$

Apêndice 2

Derivadas de Segunda Ordem das Equações do Fluxo de Potência

A2.1 Formulação Convencional Polar

Os termos da matriz Hessiana descrita no Capítulo 3 representam as derivadas de segunda ordem das expressões de (A1.8) a (A1.15) dadas por:

$$\frac{\partial^2 P_k}{\partial \theta_k^2} = V_k \sum_{m \in \Phi_k} V_m (-G_{km} \cos \theta_{km} - B_{km} \sin \theta_{km}) + V_k^2 G_{kk} = -P_k + V_k^2 G_{kk} \quad (\text{A2.1})$$

$$\frac{\partial^2 P_k}{\partial \theta_m \partial \theta_k} = \frac{\partial^2 P_k}{\partial \theta_k \partial \theta_m} = V_k V_m (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \sin \theta_{km}) \quad (\text{A2.2})$$

$$\frac{\partial^2 P_k}{\partial V_k \partial \theta_k} = \frac{\partial^2 P_k}{\partial \theta_k \partial V_k} = \sum_{m \in \Phi_k} V_m (-G_{km} \sin \theta_{km} + B_{km} \cos \theta_{km}) - V_k B_{kk} = -\frac{Q_k}{V_k} - V_k B_{kk} \quad (\text{A2.3})$$

$$\frac{\partial^2 P_k}{\partial V_m \partial \theta_k} = \frac{\partial^2 P_k}{\partial \theta_k \partial V_m} = V_k (-G_{km} \sin \theta_{km} + B_{km} \cos \theta_{km}) \quad (\text{A2.4})$$

$$\frac{\partial^2 P_k}{\partial \theta_m^2} = V_k V_m (-G_{km} \cos \theta_{km} - B_{km} \sin \theta_{km}) \quad (\text{A2.5})$$

$$\frac{\partial^2 P_k}{\partial V_k \partial \theta_m} = \frac{\partial^2 P_k}{\partial \theta_m \partial V_k} = V_m (G_{km} \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}) \quad (\text{A2.6})$$

$$\frac{\partial^2 P_k}{\partial V_m \partial \theta_m} = \frac{\partial^2 P_k}{\partial \theta_m \partial V_m} = V_k (G_{km} \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}) \quad (\text{A2.7})$$

$$\frac{\partial^2 P_k}{\partial V_k^2} = 2G_{kk} \quad (\text{A2.8})$$

$$\frac{\partial^2 P_k}{\partial V_m \partial V_k} = \frac{\partial^2 P_k}{\partial V_k \partial V_m} = (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \sin \theta_{km}) \quad (\text{A2.9})$$

$$\frac{\partial^2 P_k}{\partial V_m^2} = 0 \quad (\text{A2.10})$$

$$\frac{\partial^2 Q_k}{\partial \theta_k^2} = V_k \sum_{m \in \Phi_k} V_m (-G_{km} \sin \theta_{km} + B_{km} \cos \theta_{km}) - V_k^2 B_{kk} = -Q_k - V_k^2 B_{kk} \quad (\text{A2.11})$$

$$\frac{\partial^2 Q_k}{\partial \theta_m \partial \theta_k} = \frac{\partial^2 Q_k}{\partial \theta_k \partial \theta_m} = V_k V_m (G_{km} \text{sen} \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}) \quad (\text{A2.12})$$

$$\frac{\partial^2 Q_k}{\partial V_k \partial \theta_k} = \frac{\partial^2 Q_k}{\partial \theta_k \partial V_k} = \sum_{m \in \Phi_k} V_m (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \text{sen} \theta_{km}) - V_k G_{kk} = \frac{P_k}{V_k} - V_k G_{kk} \quad (\text{A2.13})$$

$$\frac{\partial^2 Q_k}{\partial V_m \partial \theta_k} = \frac{\partial^2 Q_k}{\partial \theta_k \partial V_m} = V_k (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \text{sen} \theta_{km}) \quad (\text{A2.14})$$

$$\frac{\partial^2 Q_k}{\partial \theta_m^2} = V_k V_m (-G_{km} \text{sen} \theta_{km} + B_{km} \cos \theta_{km}) \quad (\text{A2.15})$$

$$\frac{\partial^2 Q_k}{\partial V_k \partial \theta_m} = \frac{\partial^2 Q_k}{\partial \theta_m \partial V_k} = V_m (-G_{km} \cos \theta_{km} - B_{km} \text{sen} \theta_{km}) \quad (\text{A2.16})$$

$$\frac{\partial^2 Q_k}{\partial V_m \partial \theta_m} = \frac{\partial^2 Q_k}{\partial \theta_m \partial V_m} = V_k (-G_{km} \cos \theta_{km} - B_{km} \text{sen} \theta_{km}) \quad (\text{A2.17})$$

$$\frac{\partial^2 Q_k}{\partial V_k^2} = -2B_{kk} \quad (\text{A2.18})$$

$$\frac{\partial^2 Q_k}{\partial V_m \partial V_k} = \frac{\partial^2 Q_k}{\partial V_k \partial V_m} = (G_{km} \text{sen} \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}) \quad (\text{A2.19})$$

$$\frac{\partial^2 Q_k}{\partial V_m^2} = 0 \quad (\text{A2.20})$$

A2.2 Formulação Convencional Retangular

Os termos da matriz Hessiana descrita no Capítulo 3 representam as derivadas de segunda ordem das expressões de (A1.26) a (A1.37) dadas por:

$$\frac{\partial^2 P_k}{\partial V_{r_k}^2} = 2G_{kk} \quad (\text{A2.21})$$

$$\frac{\partial^2 P_k}{\partial V_{r_k} \partial V_{r_m}} = \frac{\partial^2 P_k}{\partial V_{r_m} \partial V_{r_k}} = G_{km} \quad (\text{A2.22})$$

$$\frac{\partial^2 P_k}{\partial V_{r_k} \partial V_{m_k}} = \frac{\partial^2 P_k}{\partial V_{m_k} \partial V_{r_k}} = 0 \quad (\text{A2.23})$$

$$\frac{\partial^2 P_k}{\partial V_{r_k} \partial V_{m_m}} = \frac{\partial^2 P_k}{\partial V_{m_m} \partial V_{r_k}} = -B_{km} \quad (\text{A2.24})$$

$$\frac{\partial^2 P_k}{\partial V_{r_m}^2} = 0 \quad (\text{A2.25})$$

$$\frac{\partial^2 P_k}{\partial V_{r_m} \partial V_{m_k}} = \frac{\partial^2 P_k}{\partial V_{m_k} \partial V_{r_m}} = B_{km} \quad (\text{A2.26})$$

$$\frac{\partial^2 P_k}{\partial V_{r_m} \partial V_{m_m}} = \frac{\partial^2 P_k}{\partial V_{m_m} \partial V_{r_m}} = 0 \quad (\text{A2.27})$$

$$\frac{\partial^2 P_k}{\partial V_{m_k}^2} = 2G_{kk} \quad (\text{A2.28})$$

$$\frac{\partial^2 P_k}{\partial V_{m_k} \partial V_{m_m}} = \frac{\partial^2 P_k}{\partial V_{m_m} \partial V_{m_k}} = G_{km} \quad (\text{A2.29})$$

$$\frac{\partial^2 P_k}{\partial V_{m_m}^2} = 0 \quad (\text{A2.30})$$

$$\frac{\partial^2 Q_k}{\partial V_{r_k}^2} = -2B_{kk} \quad (\text{A2.31})$$

$$\frac{\partial^2 Q_k}{\partial V_{r_k} \partial V_{r_m}} = \frac{\partial^2 Q_k}{\partial V_{r_m} \partial V_{r_k}} = -B_{km} \quad (\text{A2.32})$$

$$\frac{\partial^2 Q_k}{\partial V_{r_k} \partial V_{m_k}} = \frac{\partial^2 Q_k}{\partial V_{m_k} \partial V_{r_k}} = 0 \quad (\text{A2.33})$$

$$\frac{\partial^2 Q_k}{\partial V_{r_m} \partial V_{m_k}} = \frac{\partial^2 Q_k}{\partial V_{m_k} \partial V_{r_m}} = G_{km} \quad (\text{A2.34})$$

$$\frac{\partial^2 Q_k}{\partial V_{m_m}^2} = 0 \quad (\text{A2.35})$$

$$\frac{\partial^2 Q_k}{\partial V_{r_k} \partial V_{m_m}} = \frac{\partial^2 Q_k}{\partial V_{m_m} \partial V_{r_k}} = -G_{km} \quad (\text{A2.36})$$

$$\frac{\partial^2 Q_k}{\partial V_{r_m} \partial V_{m_m}} = \frac{\partial^2 Q_k}{\partial V_{m_m} \partial V_{r_m}} = 0 \quad (\text{A2.37})$$

$$\frac{\partial^2 Q_k}{\partial V_{r_m}^2} = 0 \quad (\text{A2.38})$$

$$\frac{\partial^2 Q_k}{\partial V_{m_k} \partial V_{m_m}} = \frac{\partial^2 Q_k}{\partial V_{m_m} \partial V_{m_k}} = -B_{km} \quad (\text{A2.39})$$

$$\frac{\partial^2 Q_k}{\partial V_{m_k}^2} = -2B_{kk} \quad (\text{A2.40})$$

$$\frac{\partial^2 V_p^2}{\partial V_{r_p}^2} = 2 \quad (\text{A2.41})$$

$$\frac{\partial^2 V_p^2}{\partial V_{r_p} \partial V_{r_m}} = \frac{\partial^2 V_p^2}{\partial V_{r_m} \partial V_{r_p}} = 0 \quad (\text{A2.42})$$

$$\frac{\partial^2 V_p^2}{\partial V_{r_p} \partial V_{m_k}} = \frac{\partial^2 V_p^2}{\partial V_{m_k} \partial V_{r_p}} = 0 \quad (\text{A2.43})$$

$$\frac{\partial^2 V_p^2}{\partial V_{r_p} \partial V_{m_m}} = \frac{\partial^2 V_p^2}{\partial V_{m_m} \partial V_{r_p}} = 0 \quad (\text{A2.44})$$

$$\frac{\partial^2 V_p^2}{\partial V_{r_m}^2} = 0 \quad (\text{A2.45})$$

$$\frac{\partial^2 V_p^2}{\partial V_{r_m} \partial V_{m_p}} = \frac{\partial^2 V_p^2}{\partial V_{m_p} \partial V_{r_m}} = 0 \quad (\text{A2.46})$$

$$\frac{\partial^2 V_p^2}{\partial V_{r_m} \partial V_{m_m}} = \frac{\partial^2 V_p^2}{\partial V_{m_m} \partial V_{r_m}} = 0 \quad (\text{A2.47})$$

$$\frac{\partial^2 V_p^2}{\partial V_{m_p}^2} = 2 \quad (\text{A2.48})$$

$$\frac{\partial^2 V_p^2}{\partial V_{m_p} \partial V_{m_m}} = \frac{\partial^2 V_p^2}{\partial V_{m_m} \partial V_{m_p}} = 0 \quad (\text{A2.49})$$

$$\frac{\partial^2 V_p^2}{\partial V_{m_m}^2} = 0 \quad (\text{A2.50})$$

Referências Bibliográficas

- [1] C. W. Taylor. “Power system voltage stability/EPRI-power system engineering series”. In: McGraw-Hill, Inc., 1994.
- [2] P. Kundur. “Power system stability and control”. In: McGraw-Hill, Inc., 1994.
- [3] Força tarefa colapso de tensão. Critérios e metodologias estabelecidos no âmbito da força tarefa colapso de tensão do GTAD/SCCEL/GCOI para estudos de estabilidade de tensão nos sistemas interligados norte/nordeste, sul/sudeste e norte/sul brasileiros, XV SNPTEE, Foz de Iguaçu, PR, Brasil, 1999.
- [4] WSCC – Reactive power reserve work group. Final report, voltage stability criteria, undervoltage load shedding strategy, and reactive power reserve monitoring methodology, 1998.
- [5] R. Seydel. From equilibrium to chaos: Practical bifurcation and stability analysis, Springer-Verlag New York, 1988.
- [6] K. Iba, H. Suzuki, M. Egawa, e T. Watanabe. “Calculation of critical loading condition with nose curve using homotopy continuation method”. *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 6, No. 2:584-593, 1991.
- [7] V. Ajjarapu e C. Christy. “The continuation power flow: A tool for steady state voltage stability analysis”. *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 7, No. 1:416:423, 1992.
- [8] C. A. Cañizares, F. L. Alvarado, C. L. Demarco, I. Dobson e W. F. Long. “Point of collapse methods applied to AC/DC power systems”. *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 7, No. 2:673-683, 1992.
- [9] L. D. Ayra e H. K. Verma. A method for tracing PV curve for voltage stability analysis with voltage dependent loads, *Electric Machines and Power Systems*, vol. 24, pp: 583-596, 1996.
- [10] P. R. Bijwe e R. S. Tare. An efficient continuation power flow method for voltage stability analysis, *Electric Machines and Power Systems*, vol. 25, pp: 927-938, 1997.
- [11] S. Iwamoto e Y. Tamura. “A load flow calculation method for ill-conditioned power systems”. *IEEE Transactions on Power Systems*, PAS-100, No. 4: 1736-1743, 1981.
- [12] V. M. da Costa, N. Martins e J. L. R. Pereira. “Developments in the Newton-Raphson power flow formulation based on current injections”. *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 14, No. 4: 1320-1326, 1999.

- [13] A. G. Exposito e E. R. Ramos. “Augmented rectangular load flow model”. *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 17, No. 2: 271-276, 2002.
- [14] P. A. N. Garcia, J. L. R. Pereira, S. Carneiro Jr., V. M. da Costa e N. Martins. “Three-phase power flow calculations using the current injection method”. *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 15, No. 2: 508-514, 2000.
- [15] V. M. da Costa, J. L. R. Pereira e N. Martins. “An augmented Newton-Raphson power flow formulation based on current injections”. *Int. J. Electrical Power and Energy Systems*, vol. 23, No. 4: 305-312, 2001.
- [16] A. M. Variz, V. M. da Costa, J. L. R. Pereira e N. Martins. “Improved representation of control adjustments into the Newton-Raphson power flow”. *Int. J. Electrical Power and Energy Systems*, vol. 25, No. 7: 501-513, 2003.
- [17] C. A. Ferreira e V. M. da Costa. “A second order power flow based on current injection equations”. *Int. J. Electrical Power and Energy Systems*, vol. 27, No. 4: 254-263, 2005.
- [18] C. A. Castro, L. M. C. Braz e C. A. F. Murary. “A critical evaluation of step size optimization based load flow methods”. *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 15, No. 1: 202-207, 2000.
- [19] J. E. Tate e T. J. Overbye. “A comparison of the optimal multiplier in polar and rectangular coordinates”. *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 20, No. 4: 1667-1674, 2005.
- [20] D. A. Alves, L. C. P. da Silva, C. A. Castro e V. F. da Costa. “Continuation method parameterized by power losses”. *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 15, No. 1: 763-768, 2000.
- [21] A. J. Flueck e J. R. Dondeti. “A new continuation power flow tool for investigating the nonlinear effects of transmission branch parameter variations”. *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 15, No. 1:223-227, 2000.
- [22] X. P. Zhang, P. Ju e E. Handschin. “Continuation three-phase power flow: A tool for voltage stability analysis of unbalanced three-phase power systems”. *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 20, No. 3: 1320-1329, 2005.
- [23] F. C. V. Malange, D. A. Alves, L. C. P. da Silva, C. A. Castro e G. R. M. da Costa. “Real power losses reduction and loading margin improvement via continuation method”. *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 19, No. 3: 1690-1692, 2004.
- [24] D. A. Alves, L. C. P. da Silva, C. A. Castro e V. F. da Costa. “Parameterized fast

- decoupled power flow methods for obtaining the maximum loading point of power systems – Part I: mathematical modeling”. *Electric Power Systems Research*, vol. 69, No. 1: 93-104, 2004.
- [25] D. A. Alves, L. C. P. da Silva, C. A. Castro e V. F. da Costa. “Parameterized fast decoupled power flow methods for obtaining the maximum loading point of power systems – Part II: performance evaluation”. *Electric Power Systems Research*, vol. 69, No. 2: 85-92, 2004.
- [26] I. Dobson e H. D. Chiang. “Towards a theory of voltage collapse in electric power systems”. *System & Control Letters*, vol. 13, pp. 253-262, 1989.
- [27] A. C. Z. Souza, C. A. Cañizares e V. H. Quintana. “New techniques to speed up voltage collapse computations using tangent vectors”. *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 12, No. 3: 1380-1387, 1997.
- [28] C. A. Cañizares e F. L. Alvarado. “Point of collapse and continuation methods for large AC/DC systems”. *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 8, No. 1:1-8, 1993.
- [29] T. V. Cutsem e C. Vournas. “Voltage stability of electric power systems”. *University of Liège Belgium, National Technical University, Athens Greece, Inc.*, 1998.
- [30] G. D. Irisarri, X. Wang, J. Tong e S. Mokhtari. “Maximum loadability of power systems using interior points non-linear optimization method”. *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 12, No. 1:162-172, 1997.
- [31] Y. Dai, J. D. Mccalley e V. Vittal. “Simplification, expansion and enhancement of direct interior point algorithm for power system maximum loadability”. *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 15, No. 3:1014-1021, 2000.
- [32] C. A. Cañizares. “Conditions for saddle node bifurcations in AC/DC power system”. *Int. J. Electrical Power and Energy Systems*, vol. 17, No. 1: 61-68, 1995.
- [33] Z. Feng, V. Ajjarapu e B. Long. “Identification of voltage collapse through direct equilibrium tracing”. *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 15, No. 1:342-349, 2000.
- [34] A. J. Monticelli. “Fluxo de carga em redes de energia elétrica”. *Editores Edgard Blucher Ltda*, 1983.
- [35] A. J. Monticelli e A. V. Garcia. “Introdução a sistemas de energia elétrica”. *Editores da Unicamp*, 1999.
- [36] G. W. Stagg e A. H. El-Abiad. “Computação aplicada a sistemas de geração e

transmissão de potência”. *Guanabara Dois*, 1979.