

Thiago dos Santos Ribeiro

**Simulações Numéricas de Queimaduras em Tecidos via Modelo Não Linear
de Biotransferência de Calor**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Modelagem Computacional, da Universidade Federal de Juiz de Fora como requisito parcial à obtenção do grau de Mestre em Modelagem Computacional.

Orientador: Prof. D.Sc. Felipe dos Santos Loureiro

Juiz de Fora

2016

Ficha catalográfica elaborada através do programa de geração automática da Biblioteca Universitária da UFJF, com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

Ribeiro, Thiago dos Santos.

Simulações Numéricas de Queimaduras em Tecidos via Modelo Não Linear de Biotransferência de Calor / Thiago dos Santos Ribeiro. -- 2016.

104 p.

Orientador: Felipe dos Santos Loureiro

Dissertação (mestrado acadêmico) - Universidade Federal de Juiz de Fora, ICE/Engenharia. Programa de Pós-Graduação em Modelagem Computacional, 2016.

1. Equação de Pennes. 2. Queimadura de Pele. 3. MEF. 4. Perfusão sanguínea. 5. Condutividade Térmica. I. Loureiro, Felipe dos Santos, orient. II. Título.

Thiago dos Santos Ribeiro

Simulações Numéricas de Queimaduras em Tecidos via Modelo Não Linear
de Biotransferência de Calor

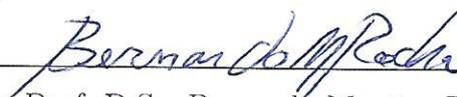
Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Modelagem Computacional, da Universidade Federal de Juiz de Fora como requisito parcial à obtenção do grau de Mestre em Modelagem Computacional.

Aprovada em 16 de Setembro de 2016.

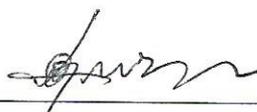
BANCA EXAMINADORA



Prof. D.Sc. Felipe dos Santos Loureiro - Orientador
Universidade Federal de São João del-Rei



Prof. D.Sc. Bernardo Martins Rocha
Universidade Federal de Juiz de Fora



Prof. D.Sc. Luis Antônio Scola
Universidade Federal de São João del-Rei

*Dedico este trabalho a minha
família*

AGRADECIMENTOS

Gostaria de agradecer a Deus e a minha família por esta oportunidade. Gostaria de fazer um agradecimento especial ao meu orientador Felipe pela excelente orientação, nunca tendo desistido de mim, sempre incentivando de todas as formas possíveis. Gostaria de agradecer também aos colegas do Programa de Pós-Graduação em Modelagem Computacional, especialmente ao colega Jonathan por toda a ajuda que me foi dada e também aos demais professores do programa.

Agradeço também a CAPES, FAPEMIG e ao CNPq pelo apoio.

RESUMO

Este trabalho tem como objetivo efetuar uma análise da sensibilidade da perfusão sanguínea e da condutividade térmica ao se simular processos de queimadura de pele devido a uma fonte de calor externa, considerando diferentes condições de contorno e utilizando o método dos elementos finitos (MEF) para discretizar a equação de Pennes. O modelo 2D aqui empregado considera um tecido biológico formado pelas camadas de epiderme, derme e subcutânea, e considera também funções não lineares para perfusão sanguínea e condutividade térmica. A hipótese não linear se explica pelo fato que para a perfusão sanguínea observa-se um aumento seguido de uma diminuição acima das temperaturas específicas resultantes de danos induzidos pelo aumento de temperatura nos capilares sanguíneos, e que a condutividade térmica varia linearmente com o aumento da temperatura. O sistema de equações diferenciais ordinárias não lineares oriundo da discretização via MEF é resolvido empregando-se o método de Euler implícito em conjunto com o método de Picard. Uma vez determinado a distribuição de temperatura, o modelo de Arrhenius será utilizado para calcular o dano térmico e classificar a queimadura quanto ao seu grau (ou seja, primeiro, segundo ou terceiro grau).

Palavras-chave: Equação de Pennes. Queimadura de pele. MEF. Perfusão sanguínea. Condutividade térmica.

ABSTRACT

This paper aims at performing a sensitivity analysis of blood perfusion and thermal conductivity when simulating skin burning process due to an external heat source, considering different boundary conditions and using the finite element method (FEM) to discretize Pennes's equation. The 2D model employed here considers a biological tissue formed by epidermis, dermis and subcutaneous layers, and also considers nonlinear functions for blood perfusion and thermal conductivity. The nonlinear assumption is explained by the fact that for the blood perfusion it is observed an increase followed by a decrease greater than the specific temperatures resulting from damage induced by temperature increase in blood capillaries, and also that the thermal conductivity varies linearly with temperature growth. The system of nonlinear ordinary differential equations arising from the discretization by FEM is solved by employing the implicit Euler method in conjunction with the method of Picard. Once the distribution of temperature is determined, the Arrhenius model is used to calculate the thermal damage and classify the burn degree (i.e., first, second or third degree).

Keywords: Pennes's equation. skin burn. MEF. blood perfusion. thermal conductivity.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	14
1.1	Justificativa	16
1.2	Objetivos	17
2	MODELAGEM DO PROBLEMA.....	19
2.1	Queimadura de pele	19
2.2	Pele	21
2.2.1	<i>Epiderme</i>	22
2.2.2	<i>Derme</i>	23
2.2.3	<i>Subcutânea</i>	24
2.2.4	<i>Vasos sanguíneos e linfáticos</i>	25
2.2.5	<i>Nervos</i>	25
2.3	Equação de Pennes	25
2.4	Dano Térmico	32
2.5	Perfusão Sanguínea e Condutividade Térmica	33
3	CONDIÇÕES DE CONTORNO E INICIAL.....	42
3.1	Condição Inicial	43
3.2	Temperatura Prescrita	43
3.3	Fluxo de Calor	44
3.4	Convecção	44
3.5	Radiação	47
3.6	Evaporação	48
4	DISCRETIZAÇÃO DO MODELO.....	51
4.1	Método dos Elementos Finitos	51
4.2	Mapeamento dos Elementos Finitos	54
4.3	Discretização Temporal e Método de Picard	59

5	SIMULAÇÕES E RESULTADOS	61
5.1	Análise do modelo não linear para perfusão sanguínea	67
5.2	Influência da condutividade térmica	75
5.3	Influência das condições de contorno	82
5.4	Comparativo da perfusão sanguínea, condutividade térmica e condições de contorno utilizadas em conjunto	89
6	CONCLUSÕES	98
6.1	Trabalhos Futuros	98
	REFERÊNCIAS	99

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

2.1	Esquema que ilustra as três camadas da pele	21
2.2	Vista esquemática do tecido biológico	27
2.3	(a) Energia trocada com o elemento por condução e (b) energia trocada com o elemento por movimento de massa, respectivamente. A energia trocada na direção z não foi mostrada, mas pode ser formulada por analogia com as componentes em x e y	28
2.4	Mudanças relativas no fluxo sanguíneo na pele e o músculo.	34
2.5	Gráfico comparativo dos modelos de perfusão sanguínea não lineares, onde $w_{bdermeMP}(T)$ e $w_{bsubMP}(T)$ é para a camada derme e subcutânea do modelo proposto neste trabalho respectivamente, e $w_{bdermeXu}(T)$ e $w_{bsubXu}(T)$ é para a camada derme e subcutânea do modelo proposto por Xu respectivamente.	36
2.6	Experimentos com o colágeno de ovelhas	39
2.7	Gráfico Temperatura vs Condutividade para o colágeno de ovelhas para os ciclos 5 e 6	40
3.1	Transferência de Calor por convecção, onde x é tangente a superfície e y é normal a superfície	45
4.1	(a) malha de elementos finitos; (b) enumeração local de um elemento finito E_j ; (c) dois elementos triangulares.	51
4.2	Transformação linear de um elemento finito triangular de referência para um elemento triangular de três nós	55
4.3	Funções de interpolação locais para um triângulo de três nós	57
4.4	Funções de interpolação global para um triângulo de três nós.	57
5.1	(a) Esquema mostrando a placa encostada na pele e suas camadas com seus respectivos comprimentos que serão apresentados na Tabela 5.1; (b) Malha 2D de elementos finitos com 38030 elementos triangulares; (c) Detalhe ampliado das malhas para mostrar as três camadas da pele	62

5.2	Resultado da primeira simulação referente a temperatura no tempo $t = 60s$ para os dois casos do <i>post burn</i> , o da esquerda referente a exposição da pele ao ar e o da direita em relação a água.	66
5.3	Resultado da primeira simulação referente ao dano no tempo $t = 60s$ para os dois casos do <i>post burn</i> , o da esquerda referente a exposição da pele ao ar e o da direita em relação a água.	67
5.4	Temperatura nos pontos da epiderme, sendo o quarto gráfico uma ampliação na comparação do <i>post burn</i> para o ar, apenas para uma melhor visualização da diferença ocorrida	68
5.5	Temperatura nos pontos da derme	68
5.6	Temperatura nos pontos da subcutânea	69
5.7	Gráfico Temperatura (K) vs distância (m) em $t = 30s$	70
5.8	Gráfico Temperatura (K) vs distância (m) em $t = 60s$	71
5.9	Dano nos pontos da epiderme	72
5.10	Dano nos pontos da derme	73
5.11	Dano vs distância (m) em $t = 30s$	74
5.12	Dano vs distância (m) em $t = 60s$	74
5.13	Temperatura nos pontos da epiderme	76
5.14	Temperatura nos pontos da derme	76
5.15	Temperatura nos pontos da subcutânea	77
5.16	Gráfico Temperatura (K) vs distância (m) em $t = 30s$	78
5.17	Gráfico Temperatura (K) vs distância (m) em $t = 60s$	78
5.18	Dano nos pontos da epiderme	79
5.19	Dano nos pontos da derme	80
5.20	Dano vs distância (m) em $t = 30s$	81
5.21	Dano vs distância (m) em $t = 60s$	81
5.22	Temperatura nos pontos da epiderme	83
5.23	Temperatura nos pontos da derme	83
5.24	Temperatura nos pontos da subcutânea	84
5.25	Gráfico Temperatura (K) vs distância (m) em $t = 30s$	85
5.26	Gráfico Temperatura (K) vs distância (m) em $t = 60s$	85
5.27	Dano nos pontos da epiderme	86

5.28	Dano nos pontos da derme	87
5.29	Dano vs distância (m) em $t = 30s$	88
5.30	Dano vs distância (m) em $t = 60s$	88
5.31	Temperatura nos pontos da epiderme	90
5.32	Temperatura nos pontos da derme	90
5.33	Temperatura nos pontos da subcutânea	91
5.34	Gráfico Temperatura (K) vs distância (m) em $t = 30s$	92
5.35	Gráfico Temperatura (K) vs distância (m) em $t = 60s$	92
5.36	Dano nos pontos da epiderme	93
5.37	Dano nos pontos da derme	94
5.38	Dano vs distância (m) em $t = 30s$	95
5.39	Dano vs distância (m) em $t = 60s$	95

LISTA DE TABELAS

5.1	Propriedades térmicas de cada camada da pele do modelo	63
5.2	Simulações que foram realizadas	65

1 INTRODUÇÃO

A hipertermia para fins terapêuticos, foi desenvolvida por alguns povos há muito tempo. Por volta do ano 3.000 A.C.(antes de Cristo) os egípcios a utilizavam no tratamento, via cauterização, de vários tipos de tumores e lesões benignas. Na Índia, os hindus por volta do ano 2.000 A.C. a utilizavam para controlar lesões superficiais. Hipócrates por volta do ano 420 A.C. utilizava a cauterização através de chapas de ferro aquecidas no tratamento de pequenos tumores. Este tipo de tratamento foi muito utilizado pelos médicos até metade do século XIX.

Os danos causados a pele humana pela hipertermia podem ser irreversíveis caso a temperatura ultrapasse um valor limite.

Queimadura de pele é uma lesão que pode ser causada por eletricidade, radiação, contato com substâncias químicas ou contato com algum material a uma temperatura elevada. Essas queimaduras podem ser classificadas como queimaduras de primeiro, segundo ou terceiro grau [1].

A elevação da temperatura ocasiona um efeito citotóxico (que prejudica a célula, impede o seu crescimento) direto, modificando a homeostase celular, ou seja, o estado de equilíbrio do organismo vivo em relação às suas várias funções, alterando significativamente os níveis de ácido nucleico, o que causa sérias perturbações à membrana celular.

Estudos recentes [2, 3] referentes à sobrevivência de células *in vitro* demonstraram que o efeito citotóxico do calor depende fortemente do nível da temperatura e tempo de exposição. Temperaturas superiores a $44^{\circ}C$ indicam um estado de alta citotoxicidade, enquanto que condições de temperatura inferiores a $44^{\circ}C$ as células se mostraram resistentes a uma exposição contínua.

Em tecidos (pele) normais sabe-se que o calor provoca um aumento do fluxo sanguíneo, acompanhado de uma dilatação dos vasos com aumento da permeabilidade da parede vascular [2, 3, 4].

A pele humana após ser submetida a uma exposição excessiva de calor, sofrerá um colapso da vasculatura (disposição dos vasos sanguíneos num determinado órgão) e em seguida a necrose do tecido, que é a morte de um grupo de células, devido à ausência de

fluxo sanguíneo. Na musculatura, este fluxo sanguíneo aumenta de 3 a 6 vezes o valor considerado como sendo de controle (4ml/100g/min) para um aquecimento que perdure por até 60 minutos a uma temperatura entre 43°C e 44°C . A uma temperatura de 45°C este aumento pode chegar até a 9 vezes em 30 minutos [5, 6].

Devido aos altos índices de casos de queimaduras de pele e os altos custos dos tratamentos, o interesse no desenvolvimento de modelos matemáticos que possam descrever o comportamento da transferência de calor em tecidos vivos durante o processo de queimadura está crescendo [7, 8, 9]. Existem diversos estudos referentes a queimaduras de pele e análises dos danos causados, como por exemplo, os trabalhos realizados por Ng e Chua [10, 11], e o trabalho realizado por Diller [12], mas esses consideram apenas valores lineares para a perfusão sanguínea e condutividade térmica, e não consideram as condições de contorno de radiação e evaporação. Já o trabalho realizado por Dai *et al.* [13] considera também a troca de calor por radiação além dos valores lineares para a perfusão e condutividade. Existem trabalhos referentes a queimaduras que possuem outros objetivos, como por exemplo o realizado por Roa *et al.* [14], que visa simular e analisar o comportamento dinâmico de outras variáveis e comparar com os valores medidos em um conjunto de pacientes. Portanto, simulações envolvendo queimadura de pele é um tema de grande relevância, sendo realizado diversos trabalhos atualmente para poder obter resultados precisos, como por exemplo os trabalhos realizados por Abraham *et al.* (2011) [15], Johnson *et al.* (2011) [16], Fu *et al.* (2014) [17] e Zhang *et al.* (2012) [18].

O fluxo sanguíneo nas regiões do corpo quando em contato com superfícies aquecidas é menor ou maior do que nos tecidos normais, dependendo da resistência do mesmo, e tem-se observado que este fluxo através da rede vascular é lento e retardado quando comparado com o fluxo nos tecidos normais [19]. Além disso, quando a pele é aquecida a uma temperatura além de um determinado valor considerado crítico (a partir de aproximadamente 44°C), o dano térmico causado é cumulativo, e além disso as células liberam uma série de substâncias que irão ativar e sensibilizar alguns neoreceptores, principalmente aqueles ligados diretamente a dor, que pode ser tão intensa quanto a extensão e temperatura aplicada ao tecido [8]. Para reproduzir tal fenômeno, diferentes modelos matemáticos foram propostos, como por exemplo o proposto por Rubinsky [7] e o proposto por Khanafer e Vafai [20]. Dos modelos existentes, o baseado na equação de

Pennes é o mais utilizado [21].

1.1 Justificativa

A condução de energia térmica em tecidos vivos constitui um processo complexo envolvendo variados fenômenos como condução, convecção, radiação, metabolismo, evaporação, etc, e isto requer uma melhor compreensão das propriedades térmicas e de perfusão do tecido, sendo a vasculatura a principal diferença entre os tecidos biológicos e os de materiais não biológicos.

No corpo humano existem diminutos vasos onde a maior parte dos efeitos da biotransferência de calor ocorre, e como existem milhões destes, seria praticamente impossível analisar a transferência de calor para um conjunto de milhões destes minúsculos vasos. Com o objetivo de solucionar tal problema, utiliza-se então a definição de perfusão sanguínea, que é a taxa de fluxo de massa de sangue por volume de tecido que descreve o efeito médio sobre esses vasos, cujo os efeitos são computados pela adição de um ou mais termos na equação de Pennes, descrevendo assim um efeito médio da temperatura ao longo do tecido.

Este modelo foi desenvolvido por Harry Pennes em 1948 [21], com o intuito de prever a distribuição de temperatura no antebraço, e baseou seu modelo na região cujo equilíbrio térmico ocorre no leito capilar, e considerou esta a principal região, e que cada volume de tecido tem um aporte de sangue arterial na temperatura basal do corpo (T_a), e transformou-se na Equação de Biotransferência de Calor de Pennes (*Bio-heat Transfer Equation*, também conhecida como BHTE), e tornou-se a escolhida para a maioria dos estudos e pesquisas sobre os processos de biotransferência de calor [22].

Existem trabalho publicados que utilizam a equação de Pennes para resolver problemas de biotransferência de calor que envolvem a perfusão sanguínea e condutividade térmica lineares, e também alguns em que optou-se por perfusão sanguínea não linear [23, 24].

Com o surgimento de novas tecnologias, ocorreu também um aumento no número de pesquisadores desenvolvendo a aplicação de métodos numéricos utilizando malhas não-estruturadas para a simulação de uma gama de problemas científicos, e os métodos que são mais frequentemente utilizados são o Método dos Elementos Finitos (MEF) [25] e o Método dos Volumes Finitos (MVF) [26].

Neste trabalho, uma formulação de elementos finitos, com uma estrutura de dados descrita e detalhada foi utilizada para a solucionar o problema de biotransferência de calor, via equação de Pennes.

1.2 Objetivos

O objetivo deste trabalho é analisar a influência da perfusão sanguínea, da condutividade térmica e das condições de contorno de radiação e de evaporação ao simular um processo de queimadura de pele devido a uma fonte de calor externa, considerando como condição inicial a temperatura normal do corpo, além da utilização das condições de contorno de temperatura prescrita, fluxo de calor e convectivas.

O objetivo da criação deste modelo não linear para a perfusão sanguínea é estar mais próximo dos estudos realizados onde foram feitas medições e conseguiu determinar o comportamento da perfusão [19]. A perfusão aumenta significativamente em torno de $42^{\circ}C$ e $44^{\circ}C$, atinge o valor máximo em $44^{\circ}C$ e diminui para zero após esta temperatura. Modelos existentes consideram que a perfusão só aumenta e não reduz, ou permanecem com o valor máximo em temperaturas acima de $44^{\circ}C$, e baseado nos experimentos de Song *et al.* [19], isso não acontece. Existem alguns modelos para a perfusão sanguínea não linear citados anteriormente, e neste trabalho será feita uma comparação entre um modelo baseado em uma função construída a partir de dados experimentais extraídos de um trabalho realizado por Song *et al.* [19] com o modelo baseado em uma equação descrita por Xu *et al.* [8]. Além disso também será analisado a sensibilidade da condutividade térmica não linear baseada em um experimento feito por Bhattacharya e Mahajan [27]. O método dos elementos finitos (MEF) [28, 29, 30] foi empregado para a discretização espacial da equação de Pennes. O modelo 2D usado neste trabalho, considera um tecido formado pelas camadas epiderme, derme e subcutânea. Com os resultados obtidos foram feitas algumas comparações para avaliar a influência da perfusão sanguínea linear e não linear, bem como uma comparação da condutividade térmica linear e não linear e das condições de contorno; uma vez que para a perfusão sanguínea se observa um aumento na mesma seguido de uma diminuição, acima das temperaturas específicas resultantes de danos induzidos pelo aumento da temperatura nos capilares sanguíneos [8]. E, por fim, utilizando o modelo de Arrhenius [8, 7], foi analisado o dano sofrido pelas células, ou seja,

qual foi o grau da queimadura que atingiu o tecido.

2 MODELAGEM DO PROBLEMA

Neste capítulo será apresentado uma breve introdução sobre queimadura de pele, conceito de pele e suas camadas, a Equação de Biotransferência de Calor de Pennes que foi a equação que norteia este trabalho, dano térmico e por último perfusão sanguínea e condutividade térmica que foram os objetos de estudo deste trabalho.

Será analisado uma queimadura de pele devido a uma fonte de calor externa porque é algo comum de ocorrer, principalmente devido a falta de atenção de uma pessoa ao manusear objetos aquecidos. Um exemplo de uma queimadura simples, que não trará prejuízo para a pessoa seria pegar ou encostar em algum objeto quente, por exemplo, uma panela que foi utilizada para ferver água. A pessoa distraída não percebe e encosta na panela, e ao sentir uma pequena dor, se afasta imediatamente da panela.

Para este tipo de análise de queimadura e classificá-la, será utilizada a Equação de Biotransferência de Calor de Pennes, priorizando bem a perfusão sanguínea e a condutividade térmica de cada camada da pele, já que tanto a perfusão quanto a condutividade não são constantes e variam de camada para camada. No final deste capítulo serão apresentados os modelos de perfusão sanguínea e condutividade térmica utilizados neste estudo.

Ainda neste capítulo serão apresentados alguns conceitos fundamentais de biologia para entender o que é importante e relevante para questões referentes a queimadura de pele.

2.1 Queimadura de pele

Queimaduras são lesões nos tecidos da pele, cabelos, pelos, tecido celular subcutâneo, músculos, olhos, etc. Geralmente acontecem devido ao contato direto com objetos quentes superaquecidos ou incandescentes, mas também podem ser provocadas por substâncias químicas como ácidos, por exemplo. Radiações infravermelhas e ultravioletas ou mesmo a eletricidade são outros fatores que podem ocasionar as queimaduras [31].

As queimaduras podem ser classificadas conforme a extensão e profundidade da lesão. Saber diferenciar a queimadura é muito importante para que os primeiros socorros sejam

feitos corretamente [31]. Essas queimaduras podem ser classificadas de acordo com o dano sofrido, que pode ser de primeiro, segundo ou terceiro grau.

Queimaduras de primeiro grau são aquelas que atingiram apenas a camada mais superficial da pele, essas camadas serão explicadas mais adiante. Na maioria das vezes são consideradas queimaduras leves, nas quais ocorre uma vermelhidão no local, seguida de inchaço e dor variável. Não há formação de bolhas e a pele não se desprende. Na evolução não surgem cicatrizes, mas a pele pode ficar um pouco escura no início, o que desaparece com o tempo. Em uma queimadura desse tipo, a primeira medida a tomar é deixar a área afetada sob água fria e corrente da torneira. Isso diminui a temperatura da pele e interrompe o processo de queimadura. Loções hidratantes que contenham ativos calmantes também ajudam a melhorar os sintomas, e podem ser usadas durante a fase de recuperação.

Queimaduras de segundo grau são aquelas que atingem uma camada um pouco mais profunda que a anterior, ou seja, além da epiderme atinge também a derme. A área afetada incha, tem uma dor mais intensa e fica vermelha. Normalmente aparecem bolhas no local ou ocorre um desprendimento total ou parcial da pele afetada. A recuperação dos tecidos é mais lenta e podem deixar cicatrizes e manchas claras ou escuras. Aqui também a primeira medida a tomar é deixar a área afetada sob água fria e corrente da torneira até que a dor passe. Além da cicatrização, uma possível infecção da ferida pode ocorrer, deixando a área avermelhada, inchada, quente e dolorida, e pode haver presença de pus.

Queimaduras de terceiro grau são as mais profundas, são aquelas que atingem todas as camadas da pele podendo atingir até as estruturas que estejam abaixo da camada subcutânea. O local pode ficar esbranquiçado ou carbonizado (escuro). A dor geralmente é menor que as anteriores, pois a queimadura chega a ser tão profunda que danifica as terminações nervosas da pele responsáveis pela dor. Queimaduras de terceiro grau podem ser muito graves e até fatais. Na evolução, sempre deixam cicatrizes e podem requerer tratamento cirúrgico e fisioterápico para retirada de lesões e aderências que afetem a movimentação. Tardamente, algumas cicatrizes podem ser foco de carcinomas (tipo de câncer que se origina de um tecido epitelial) de pele, e por isso um acompanhamento médico é fundamental [31].

2.2 Pele

O protoplasma é a substância viva que compõem os organismos vegetais e animais. A célula constitui a menor unidade de protoplasma capaz de existir independentemente. Os animais superiores, humanos entre eles, são considerados uma colônia complexa de células interdependentes de muitos tipos, e especializadas no desempenho de diversas funções essenciais à sobrevivência e reprodução do organismo. Os tecidos ósseo, cartilaginoso, muscular, nervoso e sanguíneo consistem de agrupamentos de células que desempenham a mesma função. Os diversos tecidos básicos, que funcionam independentemente, quando combinados, formam grandes quantidades de unidades funcionais chamadas órgãos: pele, rim, vasos sanguíneos etc. Divide-se em duas principais regiões, o núcleo, composto do nucleoplasma (ou carioplasma) e o citoplasma que envolve o núcleo [8].

A pele é o maior órgão do corpo humano, perfazendo aproximadamente 16% do peso corporal, recobre a superfície do corpo e consiste de três camadas principais, o epitélio de superfície ou epiderme, a camada de tecido subjacente ou derme e a camada subcutânea ou hipoderme. Essas camadas são mostradas na Figura 2.1. Sob esta, há uma camada de tecido conjuntivo mais frouxo, que em vários locais é em grande parte transformada em tecido adiposo subcutâneo. As denominadas junções mucocutâneas, consistem nas ligações da pele a várias membranas mucosas, como por exemplo lábios, narinas, pálpebras etc. As várias especificidades da pele dependem na sua maioria das propriedades da epiderme responsável pelo revestimento celular ininterrupto que recobre toda a superfície externa do corpo [32].

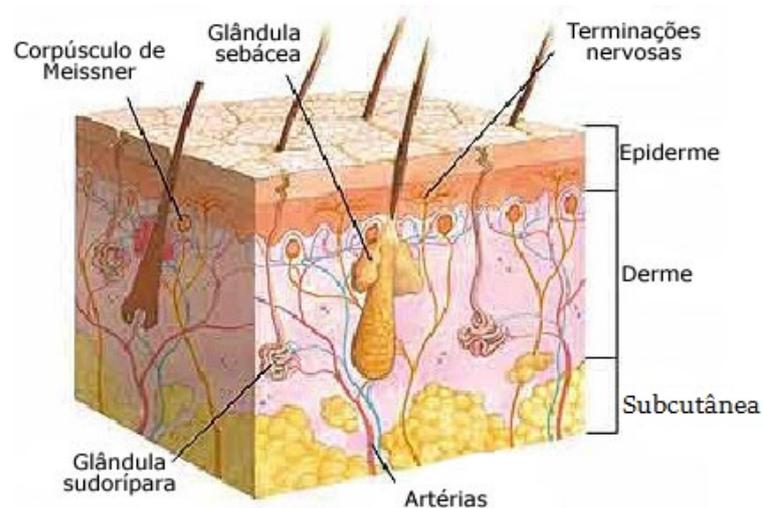


Figura 2.1: Esquema que ilustra as três camadas da pele. Fonte:[33]

São várias as funções da pele, principalmente a proteção do organismo contra lesões, o recebimento de estímulos do meio ambiente, a excreção de várias substâncias, a termorregulação e a manutenção do equilíbrio hídrico nos animais homeotérmicos.

A pele não possui uma superfície livre lisa, mas marcada por delgados sulcos ou linhas de flexão, originando padrões diversos que variam de região para região. Tais sulcos são mais profundos em áreas não pilosas, como por exemplo, joelhos, cotovelos, palmas das mãos e solas dos pés.

A interface entre epiderme e derme também é irregular. Ocorre um padrão de rugas e sulcos da superfície profunda da epiderme constituindo um padrão complementar de dobras da derme subjacente. Através da microscopia é possível observar que é nítido o limite entre as porções do tecido epitelial e o tecido conjuntivo da pele, embora os elementos fibrosos da derme entrelaçam-se com os da hipoderme, não sendo possível delimitar com nitidez tais camadas [32].

2.2.1 Epiderme

É um epitélio pavimentoso estratificado composto de células de duas linhagens distintas. As que revestem o embrião, denominadas de queratinizantes, compõem a maior parte, e formam as camadas superficiais mortas da pele. Também, nas camadas mais profundas da epiderme, existem células que se queratinizam mas são capazes de produzir o pigmento melanina. No conjunto, essas células formam o sistema pigmentar da pele.

A espessura da epiderme de maneira geral varia entre 0.07 a 0.12mm, na maior parte do corpo, mas nas palmas das mãos e nas solas dos pés pode chegar a 0.8mm.

Células queratinizadas superficiais da pele são continuamente esfoliadas da superfície e substituídas por outras, e à medida que se deslocam para cima, também produzem queratina, que acumulam no seu interior e substituem em grande parte todo o citoplasma metabolicamente ativo.

A epiderme atinge seu maior desenvolvimento nas palmas das mãos e solas dos pés, onde é melhor estruturada, e quatro camadas podem ser distinguidas, em cortes perpendiculares. A parte queratinizada superficial da epiderme consiste de dois estratos, o córneo ou camada cornificada e o lúcido ou camada clara. A camada mais profunda é denominada de estrato de Malpighi [8, 32].

No restante do corpo, a epiderme é bem mais fina e mais simples na sua estrutura,

estando sempre presentes, o estrato de Malpighi e o córneo, embora este último possa ser relativamente delgado.

A epiderme é totalmente destituída de vasos sanguíneos. Sua nutrição se dá através de capilares do tecido conjuntivo subjacente, por difusão, através do líquido tissular, que ocupa o extenso sistema de espaços intercelulares da camada de Malpighi.

Ao contrário de praticamente todos os outros vertebrados, a pele humana quando exposta ao calor e a certos estímulos químicos ocasiona uma formação de bolhas. Essa reação está aparentemente relacionada às muitas camadas de células na epiderme.

A coloração da pele é resultante de três componentes; a amarelada atribuída em parte ao caroteno; a avermelhada resulta da oxiemoglobina no leito vascular subjacente; marrom a preto são devidas a quantidades variáveis de melanina. Dessas, apenas a melanina é produzida na pele pelos melanócitos epidérmicos, uma vez que estes possuem uma enzima necessária, denominada de tirosinase, à síntese do pigmento [32]. A ausência de melanina em algumas áreas da pele, deve-se à ausência de melanócitos ou, como no albinismo, à incapacidade dos melanócitos formarem melanossomos pigmentados. No homem, a atividade dos melanócitos é influenciada por hormônios e por fatores no meio ambiente físico. O bronzeamento resultante da exposição aos raios solares, tem como consequência um escurecimento imediato da melanina existente e, após algum tempo e de um aumento da tirosinase, leva a formação de nova melanina. Pesquisas indicam que a pigmentação projeta os tecidos subjacentes contra os efeitos nocivos da radiação solar, ocorrendo uma agregação dos melanossomos pequenos no interior dos queratinócitos e os grandes melanossomos distribuídos isoladamente, formam uma camada protetora mais eficiente contra a radiação ultravioleta.

2.2.2 *Derme*

Não há como mensurar exatamente a espessura da derme, uma vez que a fronteira entre a derme e a camada subcutânea não possui um limite bem definido. A espessura média é de aproximadamente $2mm$, alcançando $3mm$ ou mais nas palmas das mãos e solas dos pés. Na superfície ventral do corpo e nos anexos é mais delgada do que na superfície dorsal, e mais fina nas mulheres do que nos homens. Geralmente, a superfície externa em contato com a epiderme é irregular, formando as camadas papilar e reticular, onde essa última é parte principal da derme, sendo a mais profunda, e as duas não podem ser precisamente

separadas [8, 32].

A camada reticular é formada por um tecido conjuntivo mais denso, de fibras colágenas formando feixes que se distribuem em várias direções, mas na maior parte, mais ou menos paralelos a superfície da derme. Estas fibras elásticas constituem redes abundantes e espessas e condensadas ao redor dos folículos pilosos e das glândulas sudoríparas e sebáceas. Já na camada papilar são mais delgadas formando uma rede contínua e fina nas papilas sob o epitélio. As células da derme são mais abundantes na camada papilar do que na reticular e são semelhantes às da camada subcutânea.

Na face, em vários locais, fibras musculares estriadas transversais terminam na derme, e são os denominados músculos da expressão facial. No corpo humano a ausência desta camada é desvantajosa porque, após ferimentos, a pele tem maior probabilidade de tornar-se imóvel e ligada a estruturas subjacentes devido à retração do tecido cicatricial, resultando daí desfigurações. Há em níveis variáveis a localização de folículos pilosos e glândulas sudoríparas e sebáceas, que são derivados epidérmicos que se estendem para derme. Assim, os vasos sanguíneos, os nervos e as terminações nervosas são também abundantes.

2.2.3 Subcutânea

A camada subcutânea ou hipoderme é formada por diferentes tipos de tecido conjuntivo desde laxo (frouxo) ao denso, localizada abaixo da derme, a camada mais profunda da pele, unindo-se de maneira pouco firme aos órgãos adjacentes, composta por tecido adiposo. Uma das principais funções é servir como reservatório energético de lipídeos e termorregulação. Pode chegar até $30mm$ de espessura em algumas regiões do corpo. [34].

O tecido adiposo é constituído principalmente por adipócitos, e ainda podem ser encontradas nesta camada outras células como fibroblastos, macrófagos e células endoteliais [34].

Muitos vasos sanguíneos estão contidos na camada subcutânea, e cada adipócito está em contato com pelo menos um capilar. O tecido subcutâneo é constituído por duas camadas divididas por uma fáscia (lâmina de tecido fibroso na qual se fixam alguns músculos): a camada areolar (camada mais superficial), onde os vasos sanguíneos são mais numerosos e delicados; e uma camada mais profunda (lamelar), onde os vasos sanguíneos são maiores [34].

2.2.4 Vasos sanguíneos e linfáticos

Na camada subcutânea estão localizadas as artérias que suprem a pele com sangue arterial, que se ramificam, alcançando locais mais superiores formando um plexo paralelo à superfície, e, dessa rede, surgem os ramos que nutrem as camadas subcutâneas e as partes mais profundas dos folículos pilosos. Do lado oposto deste plexo, estão os vasos sanguíneos que penetram na derme, dando origem a um plexo mais denso, e formando os vasos capilares com um ramo arterial ascendente e um venoso descendente. O plexo venoso está no mesmo nível do plexo cutâneo arterial, na região média da derme e também no limite entre a derme e o tecido subcutâneo. A partir de um plexo mais profundo correm as veias subcutâneas grandes e independentes assim como as veias mais profundas que acompanham as artérias.

A pele é rica em vasos linfáticos e que são sempre mais profundos do que os vasos sanguíneos. A partir do plexo mais profundo, originam-se enormes vasos linfáticos subcutâneos que seguem os vasos sanguíneos. Tais vasos linfáticos não estão conectados aos pelos ou às glândulas da pele [8].

2.2.5 Nervos

A pele com todos os seus acessórios, nada mais é do que um órgão pronto a receber impulsos do meio ambiente externo, portanto, abundantemente suprida com nervos sensitivos. Em todas as camadas da derme e da epiderme há inúmeros tipos de terminações nervosas diferentes. Entre essas terminações nervosas, há as sensitivas que estão ligadas às fibras mielinizadas. Ocorre também que há terminações livres sensitivas não mielinizadas na epiderme ou próximas a ela. Os nervos desempenham uma função de grande importância na recepção de estímulos táteis. Observa-se que, quando há cicatrização de uma ferida, usualmente não se forma nenhum folículo piloso novo [8].

2.3 Equação de Pennes

Simulações computacionais de queimadura de pele são importantes para determinar a distribuição de temperatura ao longo do tempo e prever a extensão do ferimento utilizando o conceito de dano térmico, fazendo com que se tenha um diagnóstico preciso deste ferimento e que se possa escolher o tratamento mais eficaz para o paciente.

Harry H. Pennes, um fisiologista, foi o primeiro a medir quantitativamente a transferência de calor em tecidos humanos e observou quais eram os efeitos desta troca de calor sobre o fluxo sanguíneo submetido a uma dada temperatura. A equação da Biotransferência de Calor representa a distribuição da temperatura ao longo do tempo e do espaço em tecidos vivos, e é obtida através do balanço total de energia levando-se em conta a taxa de energia interna, condução e convecção dentro e fora do meio e geração de calor local. Este balanço de energia supõe que o fluxo sanguíneo dentro do tecido é não-direcional para o nível capilar, e a troca convectiva ocorre apenas no sistema capilar [35, 36, 37].

A equação de biotransferencia de calor de Pennes é baseada em hipóteses simplificadoras sobre os seguintes quatro fatores centrais [38]:

(1) Situação de Equilíbrio: A principal troca de calor entre o sangue e o tecido ocorre nos leitos capilares, as arteríolas fornecem sangue para os capilares e as vénulas os drenam. Assim, a transferência de calor entre o sangue e o tecido em todas as pré-arteríolas e pós-venule é negligenciada.

(2) Perfusão Sanguínea: O fluxo de sangue nos pequenos capilares é assumido como sendo isotrópico, ou seja, as propriedades físicas são constantes independente da direção do fluxo sanguíneo.

(3) Arquitetura Vascular: Os vasos sanguíneos maiores nas proximidades de leitos capilares não desempenham qualquer papel na troca de energia entre o tecido e sangue capilar. Assim, o modelo de Pennes não considera a geometria vascular local.

(4) Temperatura do sangue: O sangue passa pelas arteríolas que abastecem os leitos capilares na temperatura arterial do corpo T_a . Este instantaneamente troca calor e equilibra com a temperatura do tecido local. Com base nessas premissas, Pennes modela o efeito de sangue como uma fonte de calor isotrópico que é proporcional à taxa de fluxo sanguíneo e a diferença entre a temperatura corporal T_a e a temperatura do tecido local T . Neste modelo, o sangue com temperatura T_a não tem perda ou ganho de energia à medida que flui através das longas ramificações arteriais que conduzem as arteríolas e aos capilares. Com base neste processo a contribuição de sangue para o equilíbrio de energia pode ser quantificada.

Considere a perfusão sanguínea no tecido mostrado no esquema da Figura 2.2. O elemento é suficientemente grande para ser saturado com arteríolas, vénulas e capilares,

mas pequena em comparação com a dimensão característica da região considerada. Esta matriz de vasos tecidual é contínua e possui temperatura T . Aplicando o princípio da conservação de energia (primeira lei da termodinâmica) obtém-se [38]

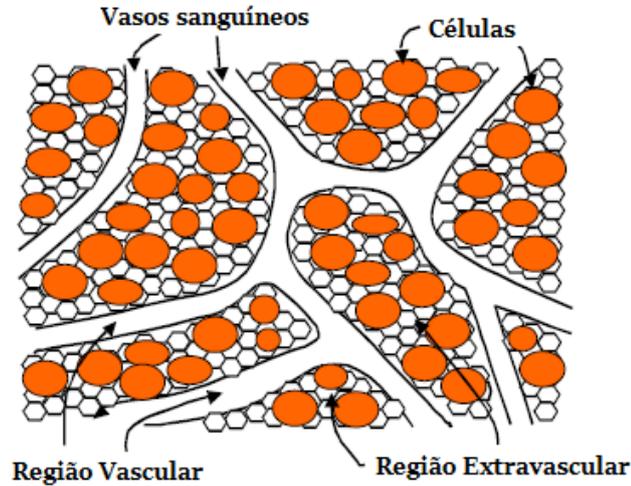


Figura 2.2: Vista esquemática do tecido biológico. Fonte: [39]

$$\dot{E}_{ad} + \dot{E}_g - \dot{E}_{rem} = \dot{E} \quad (2.1)$$

onde:

\dot{E}_{ad} = Taxa de energia adicionada

\dot{E}_g = Taxa de energia gerada

\dot{E}_{rem} = Taxa de energia removida

\dot{E} = Taxa de variação de energia dentro do elemento infinitesimal

Esta forma de conservação de energia não é útil para resolver problemas de condução. Especificamente, a temperatura, que é o ponto focal da condução, não aparece explicitamente na equação. O próximo passo é para expressar a equação 2.1 em termos da variável T . Para simplificar a formulação, foram adotados as seguintes condições: velocidade uniforme, pressão constante, densidade constante e mudanças insignificantes em energia potencial.

A energia é trocada com o elemento de controle por condução e movimento de massa (Figura 2.3). A energia entra no elemento por condução através dos fluxos q_x'' , q_y'' e q_z'' , nas direções x , y e z , respectivamente. Uma vez que cada fluxo representa a energia

por unidade de área e por unidade de tempo, deve ser multiplicada pela área normal do elemento. A energia também entra no elemento por meio de fluxo de massa. A taxa de fluxo de massa que entra no elemento na direção x é $\rho U dy dz$, onde ρ é a densidade e U é a componente de velocidade na direção x . A taxa de energia transportada por essa massa é $\rho U \hat{h} dy dz$, onde \hat{h} é a entalpia por unidade de massa. As componentes correspondentes nas direções y e z são respectivamente $\rho V \hat{h} dx dz$ e $\rho W \hat{h} dx dy$, onde V e W são as componentes de velocidade nas direções y e z , respectivamente. Assim, \dot{E}_{ad} é dada por [38]

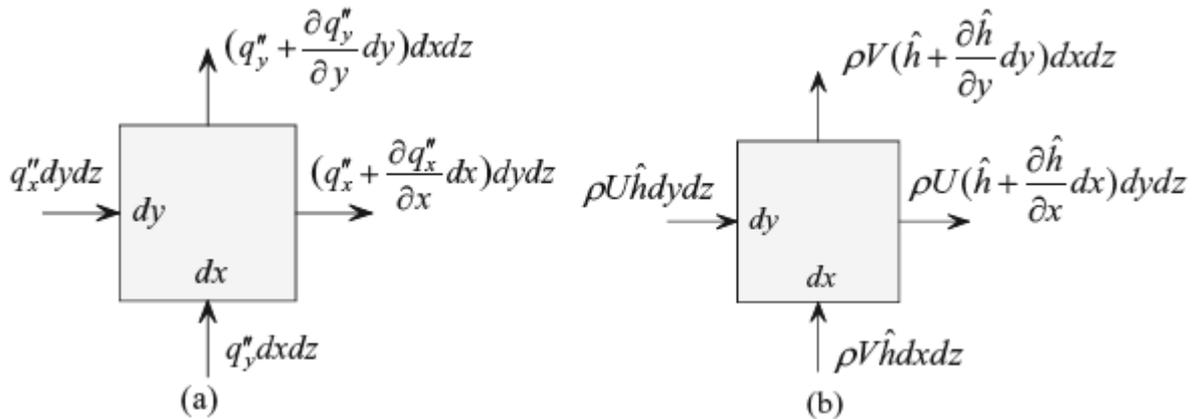


Figura 2.3: (a) Energia trocada com o elemento por condução e (b) energia trocada com o elemento por movimento de massa, respectivamente. A energia trocada na direção z não foi mostrada, mas pode ser formulada por analogia com as componentes em x e y . Fonte: [38]

$$\dot{E}_{ad} = q_x'' dy dz + q_y'' dx dz + q_z'' dx dy + \rho U \hat{h} dy dz + \rho V \hat{h} dx dz + \rho W \hat{h} dx dy \quad (2.2)$$

A taxa de energia adicionada ao elemento é por condução e advecção (movimento de massa). Aqui o componente de advecção é eliminado e substituído por energia adicional devido à perfusão sanguínea. A maneira mais simples para explicar este efeito é tratá-la como a geração de energia \dot{E}_g fornecida por

$$\dot{E}_g = q_b''' dx dy dz = (q_b''' + q_m''') dx dy dz \quad (2.3)$$

onde:

q_b''' = taxa líquida de energia adicionada pelo sangue por unidade de volume de tecido, sendo este termo o mais importante para este trabalho, já que possui a dependência da

perfusão sanguínea, que foi objeto de estudo deste trabalho;

q_m''' = taxa de produção de energia metabólica por unidade de volume de tecido.

A expressão para o termo q_b''' é obtida de acordo com o que foi dito anteriormente, o sangue arterial entra no tecido do corpo a uma temperatura T_0 , troca calor instantaneamente e se equilibra com a temperatura T do tecido. Com essa diferença de temperatura e a taxa de fluxo sanguíneo, Pennes conseguiu quantificar a contribuição do sangue para o equilíbrio de energia.

A energia removida do elemento é baseada na expansão em série de Taylor, dada por [38]

$$\begin{aligned} \dot{E}_{rem} = & \left(q_x'' + \frac{\partial q_x''}{\partial x} dx \right) dydz + \left(q_y'' + \frac{\partial q_y''}{\partial y} dy \right) dx dz + \left(q_z'' + \frac{\partial q_z''}{\partial z} dz \right) dx dy + \\ & \rho U \left(\hat{h} + \frac{\partial \hat{h}}{\partial x} dx \right) dydz + \rho V \left(\hat{h} + \frac{\partial \hat{h}}{\partial y} dy \right) dx dz + \rho W \left(\hat{h} + \frac{\partial \hat{h}}{\partial z} dz \right) dx dy \end{aligned} \quad (2.4)$$

Como o movimento do material foi considerado uniforme, U , V e W são constantes. A mudança de energia dentro do elemento \dot{E} é expressa por

$$\dot{E} = \rho \frac{\partial \hat{u}}{\partial t} dx dy dz \quad (2.5)$$

onde \hat{u} é a energia interna por unidade de massa e t é o tempo. Substituindo as equações 2.2 até a 2.5 na equação 2.1 obtém-se [38]

$$-\frac{\partial q_x''}{\partial x} - \frac{\partial q_y''}{\partial y} - \frac{\partial q_z''}{\partial z} - \rho U \frac{\partial \hat{h}}{\partial x} - \rho V \frac{\partial \hat{h}}{\partial y} - \rho W \frac{\partial \hat{h}}{\partial z} + q_m''' = \rho \frac{\partial \hat{u}}{\partial t} \quad (2.6)$$

A entalpia \hat{h} é definida por

$$\hat{h} = \hat{u} + \frac{P}{\rho} \quad (2.7)$$

onde P é constante. Reorganizando a equação 2.6

$$-\frac{\partial q_x''}{\partial x} - \frac{\partial q_y''}{\partial y} - \frac{\partial q_z''}{\partial z} + q_m''' = \rho \left(U \frac{\partial \hat{h}}{\partial x} + V \frac{\partial \hat{h}}{\partial y} + W \frac{\partial \hat{h}}{\partial z} + \frac{\partial \hat{u}}{\partial t} \right) \quad (2.8)$$

O fluxo de calor pode ser expresso por [38]

$$q_x'' = -k \frac{\partial T}{\partial x}, \quad q_y'' = -k \frac{\partial T}{\partial y}, \quad q_z'' = -k \frac{\partial T}{\partial z} \quad (2.9)$$

e a variação de entalpia para pressão constante é dada por [38]

$$d\hat{h} = c_p dT \quad (2.10)$$

Substituindo as equações 2.7 e 2.10 na equação 2.8

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial T}{\partial z} \right) + q''' = \rho c_p \left(U \frac{\partial T}{\partial x} + V \frac{\partial T}{\partial y} + W \frac{\partial T}{\partial z} + \frac{\partial T}{\partial t} \right) \quad (2.11)$$

Para efeito dos estudos de perfusão sanguínea deste trabalho considera-se a temperatura do sangue que entra na região capilar igual à temperatura do sangue arterial, e quando este sai da região capilar sua temperatura é igual à do sangue venoso e considerada igual à temperatura local do tecido. Nos vasos capilares, a velocidade do fluxo sanguíneo é bastante pequena, sendo o número de Peclet, número este que traduz a relação entre a transferência de calor por advecção e transferência por condução, muito menor que a unidade. Assim, pode-se justificar a hipótese de que a temperatura do sangue venoso que sai do tecido seja igual à temperatura deste último [36, 37, 40]. Portanto, eliminando os termos convectivos ($U=V=W=0$) na equação 2.11, esta pode ser escrita de outra forma, isto é

$$\nabla \cdot (k \nabla T) + q''' = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} \quad (2.12)$$

Substituindo q''' por $(q_b''' + q_m''')$ na equação 2.12

$$\nabla \cdot (k \nabla T) + (q_b''' + q_m''') = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} \quad (2.13)$$

e sabendo que q_b''' é dado por [38]

$$q_b''' = \rho_b c_b \omega_b (T_a - T) \quad (2.14)$$

onde c_b é o calor específico do sangue, a equação 2.13 pode ser expressa por

$$\nabla \cdot (k \nabla T) + \rho_b c_b \omega_b (T_a - T) + q_m''' = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} \quad (2.15)$$

que é a Equação de Biotransferência de calor de Pennes.

Para cada tipo de tecido, deve-se especificar a taxa volumétrica da perfusão sanguínea, ω_b , sabendo-se que em tecidos tumorais a taxa média é menor do que nos tecidos normais.

Há muito tempo, vem-se estudando como obter o valor da perfusão para pequenos volumes de tecido, pois é de fundamental importância o seu conhecimento nos estudos da fisiologia patológica e normal, bem como para descrição de diagnósticos e dos procedimentos médicos que devem ser considerados nas análises clínicas [35, 36, 37].

Há uma enorme dificuldade para se obter os valores reais desta taxa volumétrica da perfusão sanguínea, ω_b , através de medições diretas para todos os tipos de tecidos. Uma vez que as propriedades térmicas do meio devem ser analisadas, torna-se necessário considerar individualmente os efeitos do fluxo sanguíneo e da geração do calor metabólico [36, 37, 41].

A perfusão sanguínea em tecidos humanos é de fundamental importância na condução local de calor com o objetivo de aplicações clínicas que envolvem a hipertermia e a hipotermia [35, 37].

Utilizando a função de Green, Klinger [40] comprovou que uma solução analítica exata para equação da difusão considerada em termos convectivos, podia ser obtida, contudo este não fazia referência ao campo de velocidade, limitando-se assim o uso desta aproximação [37].

Um modelo proposto por Lagendijk [42], que é o modelo escalar da condutividade térmica efetiva (k_{eff}), baseado na equação da condutividade térmica efetiva (ETCE), considera a contribuição do fluxo sanguíneo na condutividade térmica do tecido e assim elimina-se o termo perfusão. Comparando-se os dois modelos, com e sem a inclusão de vasos sanguíneos, estes autores concluíram que a equação de Pennes era em termos estatísticos, superior aos outros na determinação das temperaturas medidas em todos os locais [36, 37].

Durante muito tempo, inúmeras tentativas foram realizadas com o intuito de melhorar a equação da biotransferência de calor no tratamento microscópico de capilares, mas a complexidade matemática envolvida neste objetivo para a aplicação tanto em tecidos tumorais quanto em tecidos normais, tornou-se de difícil implementação. Conseqüentemente, a equação de Pennes continua sendo a mais utilizada.

2.4 Dano Térmico

O dano térmico ocorre depois da morte das células, que pode ser por necrose ou por apoptose (autodestruição celular ordenada que necessita de energia para ocorrer), o que causa a desnaturação das proteínas ou a paralisia das funções biológicas de moléculas que se encontram nas células ou nos fluidos extracelulares. Esses danos causados na pele surgem a partir da exposição do tecido a temperaturas elevadas por um determinado período de tempo, e que pode causar a destruição irreversível do tecido vivo [5, 6, 43].

Henriques & Moritz [44] descreveram uma avaliação quantitativa de dano térmico, através de experiências a que foram submetidos suínos e pele humana, para se obter uma relação temperatura-tempo de exposição, a fim de classificar vários níveis de dano [43]. A partir dessas experiências, pode-se descrever o dano térmico como uma taxa de um processo dependente da temperatura, oriundo das reações químicas de primeira ordem e da equação de Arrhenius para a taxa dessa reação química [37, 45].

O dano térmico é dependente do coeficiente da taxa de reação e da cronologia comportamental temperatura-tempo do tecido. Esta taxa, é expressa, para um dado ponto no tecido, por

$$\frac{d\psi}{dt} = \xi e^{-\frac{\Delta E}{R(T+273)}} \quad (2.16)$$

onde ψ é o dano, ξ é uma constante escalar (s^{-1}), ΔE é a energia de ativação (J/mol), R representa a constante universal dos gases ($J/molK$) e T é a temperatura local [37]. A constante ξ e a energia de ativação ΔE dependem exclusivamente do processo químico de interesse. Os valores de ξ e de ΔE , foram obtidos por Henriques & Moritz [45] através de medidas experimentais.

Integrando-se a equação 2.16, é obtida a função dano, representada por [8]

$$\psi = \int_{t_i}^{t_f} \xi e^{-\frac{\Delta E}{R(T+273)}} dt \quad (2.17)$$

Genericamente, a equação 2.17 é avaliada numericamente para um determinado intervalo de tempo, ou seja, entre o início da elevação da temperatura (t_i) até à temperatura final (t_f). Dessa maneira, ocorrendo uma destruição por hipertermia de biomateriais, essa pode ser considerada como uma consequência explícita da taxa do processo distribuído o qual é governado termicamente como uma função do histórico de comportamento da temperatura em todo o sistema [43].

Henriques & Moritz [45], analisando experimentalmente a epiderme de um porco-espinho, fizeram uma seleção de coeficientes onde a necrose celular completa da camada epidermal basal indicasse um valor unitário para o dano, ou seja, $\psi = 1.0$. Um valor de $\psi = 0.53$ foi utilizado como critério para demarcar o limite de dano irreversível, por Henrique & Moritz. Já para Diller [43], assim como neste trabalho, o valor a ser considerado para este limite é 1.0.

A classificação da lesão será feita de acordo com os valores de ψ obtidos pela equação 2.17: queimadura de primeiro grau se $0.53 \leq \psi < 1$; queimadura de segundo grau se $1 \leq \psi < 10^4$; e queimadura de terceiro grau se $\psi \geq 10^4$ [8].

2.5 Perfusão Sanguínea e Condutividade Térmica

A simulação do problema físico direto da biotransferência de calor exige o conhecimento das propriedades térmicas e dos parâmetros físicos do tecido em análise. Neste modelo matemático a perfusão sanguínea é baseada apenas na temperatura, porém existem outros modelos que consideram outros fatores, como fontes externas de calor, metabolismo, dentre outros [19]. A obtenção de todos esses parâmetros revela-se um grande obstáculo devido aos métodos experimentais utilizados. Uma grande variedade de métodos, usando diferentes técnicas de sonda e modelos térmicos, tem sido usada para calcular o valor local da perfusão nos tecidos [35, 37].

A taxa de perfusão sanguínea, ω_b , é específica para cada tipo de tecido, e sua obtenção de forma precisa é relativamente complexa. O valor para pequenos volumes de tecido tem sido estudado por muitos anos, pois este é um parâmetro fundamental para melhorar o conhecimento da fisiologia patológica e normal, assim como de diagnósticos e da conduta de muitos procedimentos médicos [35, 37]. Além disso, os efeitos do fluxo sanguíneo e da geração de calor metabólico devem ser considerados separadamente para que as propriedades térmicas do tecido possam ser deduzidas [37, 41].

A Figura 2.4 mostra o resultado do trabalho realizado por Song *et al.* [19] para medir alterações na perfusão sanguínea na pele, nos músculos e no tumor devido a um aumento na temperatura.

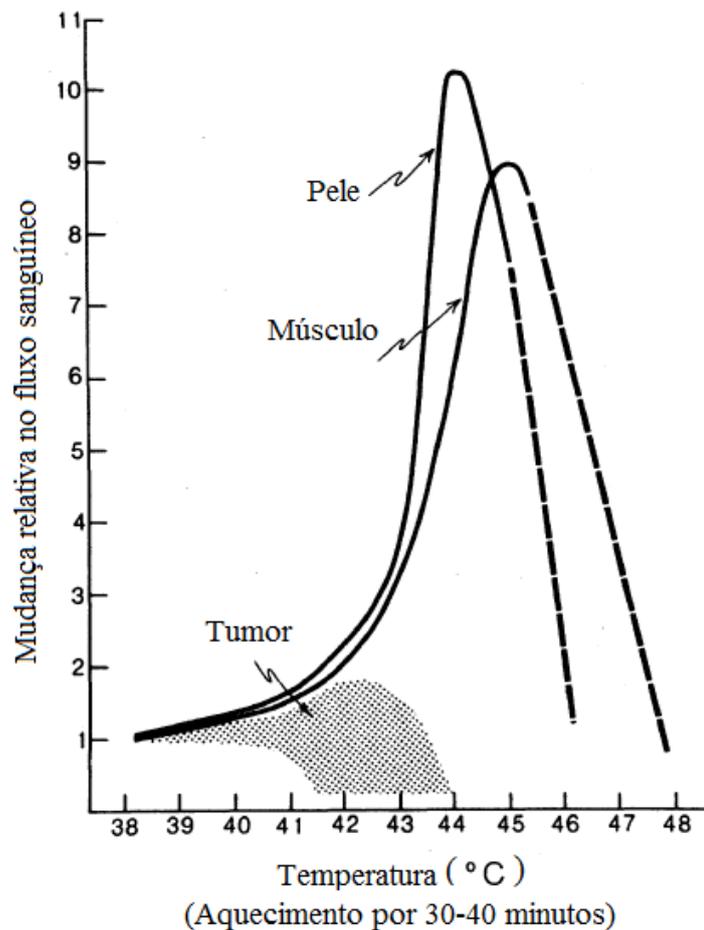


Figura 2.4: Mudanças relativas no fluxo sanguíneo na pele e no músculo. Fonte:[19]

A Figura 2.4 mostra que a perfusão sanguínea na pele e nos músculos não sofrem nenhuma mudança significativa quando a pele é aquecida até 42°C . Quando a pele é aquecida entre 42°C e 44°C a perfusão sanguínea na pele sofre um aumento acentuado e começa a diminuir após esta temperatura. Já para os músculos este aumento ocorre entre 42°C e 45°C . A magnitude do fluxo de calor pode ser diferente para cada tipo de órgão, e para cada camada da pele também.

A perfusão no tecido é um fator primordial no transporte local de calor, sendo o seu controle importante para aplicações clínicas de hipertermia e hipotermia, na ministração de medicamentos, de oxigênio e de nutrientes [35, 37]. Alguns dos modelos existentes que descrevem o comportamento da perfusão sanguínea [23, 24], estão representados abaixo. Porém, esses modelos não serão analisados neste trabalho, já que os autores consideram apenas que o valor da perfusão aumenta, não reduzindo após uma certa temperatura, o que segundo Xu *et al.* [8] não acontece, ou seja, a perfusão sanguínea diminui quando

uma certa temperatura é atingida, cessando o fluxo sanguíneo.

$$\omega_b(T) = \begin{cases} \omega_{b0} & \text{se } , 1 \leq T \leq T_{cr} \\ \omega_{b0} \left(1 + \frac{\omega_{max} - \omega_{b0}}{\omega_{b0}} \frac{T - T_{cr}}{T_{max} - T_{cr}} \right) & \text{se } , T_{cr} < T < T_{max} \\ \omega_{max} & \text{se } , T \geq T_{cr} \end{cases} \quad (2.18)$$

$$\omega_b(T) = a_1 + a_2T + a_3T^2 \quad (2.19)$$

Desta forma, para considerar o que foi descrito acima, foi proposto neste trabalho um modelo para a perfusão sanguínea não linear para cada camada a ser considerado baseado no gráfico mostrado na Figura 2.4, cujas equações estão representadas abaixo, sendo que o valor para a perfusão sanguínea da epiderme é igual a zero, pois a epiderme não possui vasos sanguíneos [46].

$$\omega_{b_{derme}}(T) = \begin{cases} 0.0004 + 0.0014e^{-\frac{(T-44)^2}{4}} & \text{se } , T \leq 44^\circ C \\ 0.0018e^{-\frac{(T-44)^2}{15}} & \text{se } , T \geq 44^\circ C \end{cases} \quad (2.20)$$

$$\omega_{b_{sub}}(T) = \begin{cases} 0.00035 + 0.00035e^{-\frac{(T-44)^2}{3}} & \text{se } , T \leq 44^\circ C \\ 0.0007e^{-\frac{(T-44)^2}{12}} & \text{se } , T \geq 44^\circ C \end{cases} \quad (2.21)$$

Estes modelos (equações 2.20 e 2.21) foram criados baseados no trabalho de Song *et al.* [19] utilizando também o modelo de Xu *et al.* [8], apresentados pelas equações abaixo, que pode ser visto na Figura 2.5. Considerou-se que ambos os modelos iniciam com a mesma temperatura e que o maior valor que a perfusão sanguínea em cada camada pudesse atingir era o valor máximo da perfusão obtido por Xu *et al.* [8] para cada camada, sendo que no modelo de Xu *et al.* [8] este valor da perfusão sanguínea permanece até uma temperatura de $60^\circ C$, enquanto que no modelo proposto neste trabalho este valor ocorre somente em uma temperatura de $44^\circ C$.

$$\omega_{b_{derme}}(T) = \begin{cases} 0.001545 + 0.000031818(T - 37) & \text{se } , 1 \leq T \leq 45^\circ C \\ 0.0018 & \text{se } , 45 < T < 60^\circ C \\ 0 & \text{se } , T \geq 60^\circ C \end{cases} \quad (2.22)$$

$$\omega_{b_{sub}}(T) = \begin{cases} 0.00063636 + 0.0000079545(T - 37) & \text{se } , 1 \leq T \leq 45^\circ C \\ 0.0007 & \text{se } , 45 < T < 60^\circ C \\ 0 & \text{se } , T \geq 60^\circ C \end{cases} \quad (2.23)$$

A Figura 2.5 mostra um gráfico comparativo destes modelos de perfusão sanguínea que serão utilizados neste trabalho.

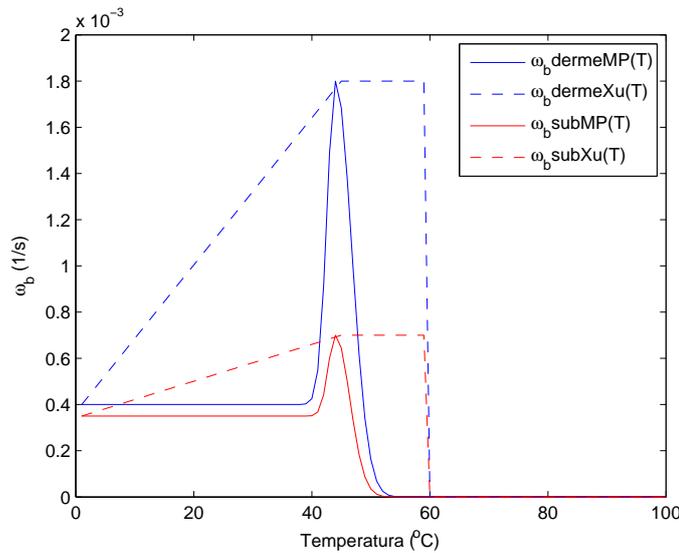


Figura 2.5: Gráfico comparativo dos modelos de perfusão sanguínea não lineares, onde $w_{b_{dermeMP}}(T)$ e $w_{b_{subMP}}(T)$ é para a camada derme e subcutânea do modelo proposto neste trabalho respectivamente, e $w_{b_{dermeXu}}(T)$ e $w_{b_{subXu}}(T)$ é para a camada derme e subcutânea do modelo proposto por Xu respectivamente.

Experimentos *in vivo* e *in vitro* mostraram que a perfusão sanguínea é fortemente dependente da temperatura. O coeficiente de dependência da temperatura pode ser linear ou não linear. É preferível utilizar uma função não linear, já que ocorre uma diminuição da perfusão sanguínea depois que uma certa temperatura resultante de danos induzidos é atingida, o que torna tal modelo fisicamente mais coerente [8].

Para se fazer uma análise com maior precisão em um modelo de lesão térmica, a condutividade térmica passou a ter uma característica preponderante. Vários estudos já foram realizados objetivando determinar com maior acurácia a condutividade térmica dos tecidos biológicos. Como a grande maioria está limitada à temperatura ambiente, torna-se necessário levar em consideração que as propriedades térmicas de tais tecidos sofram alterações com a variação da temperatura. A condutividade térmica para diversos tipos

de tecidos biológicos depende de um intervalo de temperatura entre -25°C até 65°C [47], e apresenta um aumento considerável quando em temperaturas de congelamento. Van Gemert *et al.* [48] observou que em temperaturas entre 25°C e 85°C as carótidas e artérias femorais tiveram um significativo aumento no valor da condutividade térmica.

Outros experimentos indicaram várias propriedades térmicas de diversos tipos de tecidos, entretanto, não houve relatos de presença ou ausência de alterações irreversíveis nessas propriedades, que porventura ocorreriam durante um ciclo de aquecimento e arrefecimento. Um dos motivos para isso ter sido observado, pode ter sido o fato, com exceção de Van Gemert *et al.* [48], de a condutividade térmica estar limitada a intervalos de temperatura que podem se situar abaixo da temperatura limiar onde tais efeitos estão definidos. A avaliação desta temperatura limiar é de suma importância para uma análise térmica mais precisa.

A placa quente foi uma das primeiras técnicas desenvolvidas para se medir a condutividade térmica de tecidos biológicos [47, 49]. Entretanto, esta técnica por utilizar um processo estacionário exige uma gama de diversos equipamentos e análises de duas ou três dimensões, e as amostras devem ser cortadas através de uma geometria que seja a mais precisa possível, e ainda prever um equilíbrio térmico entre o equipamento e o ambiente, que pode em alguns casos consumir algumas horas. Se for necessário uma exposição mais prolongada, poderá ocorrer alterações significativas na estrutura de base do tecido, advindo daí resultados imprecisos para os valores de condutividade térmica.

Atualmente, têm sido desenvolvidos métodos utilizando sondas invasivas, cujas características principais são fontes de calor atuando também como sensores de temperatura e que são introduzidos na amostra e dessa forma permitem que a condutividade térmica seja determinada uma vez que as medições de temperatura transientes foram obtidas. Esta técnica apresenta duas variantes a saber: o termopar aquecido [50] e a sonda termistor [51, 52, 53, 54].

Entretanto, mesmo considerado de simples aplicação, tal método apresenta uma significativa desvantagem nas medições *in vivo*. Todo dano térmico causa dor e extremo desconforto e, além disso, corre-se o risco de causar alteração no estado fisiológico local do tecido pela introdução de um corpo estranho no tecido. Levando em conta tais observações, atualmente os estudos mais avançados primam por desenvolver técnicas menos invasivas quanto possível [55] ou mesmo não-invasivas [56, 57].

Para se obter uma rigorosa avaliação da condutividade térmica, Bhattacharya e Mahajan [27] desenvolveram um conjunto de cinco experimentos com colágenos de ovelhas em diferentes temperaturas, e foi necessário utilizar um empilhamento de tecidos tendo em vista que a espessura dos colágenos era muito delgada, para se obter uma espessura adequada de cerca de $50mm$. Tal empilhamento foi umedecido com água salgada e suavemente pressionados para minimizar a resistência de contato, e as condutividades térmicas foram medidas à temperatura ambiente. Repetiu-se estes experimentos cinco vezes para cada conjunto de amostra e obteve-se os seguintes valores médios: $0.54, 0.51, 0.53, 0.54$ e $0.55Wm^{-1}K^{-1}$, com uma variação máxima em torno de 4%.

Com o objetivo de determinar a variação da condutividade térmica do colágeno como uma função da temperatura, o tecido foi imerso em água e a temperatura regulada por meio de um termostato, para valores previamente desejados. Seis diferentes ensaios foram realizados em diversas faixas de temperatura [27]:

Ciclo 1: De $25^{\circ}C$ até $40^{\circ}C$ e reduz a temperatura

Ciclo 2: De $25^{\circ}C$ até $50^{\circ}C$ e reduz a temperatura

Ciclo 3: De $25^{\circ}C$ até $55^{\circ}C$ e reduz a temperatura

Ciclo 4: De $25^{\circ}C$ até $55^{\circ}C$ e reduz a temperatura

Ciclo 5: De $25^{\circ}C$ até $80^{\circ}C$ e reduz a temperatura

Ciclo 6: De $25^{\circ}C$ até $80^{\circ}C$ e reduz a temperatura

Esses dados experimentais estão apresentados na Figura 2.6.

Ciclo	Aquecimento		Resfriamento	
	T (C)	k (W m ⁻¹ K ⁻¹)	T (C)	k (W m ⁻¹ K ⁻¹)
1	25	0.55	25	0.55
	30	0.57	32	0.57
	35	0.58	36	0.58
	40	0.6		
2	25	0.56	25	0.557
	35	0.58	35	0.58
	45	0.61	46	0.61
	50	0.63		
3	25	0.54	25	0.57
	35	0.57	32	0.59
	45	0.6	45	0.64
	50	0.63	50	0.67
	55	0.65		
4	25	0.52	25	0.55
	35	0.56	35	0.59
	47	0.6	45	0.63
	55	0.64		
5	25	0.58	25	0.63
	45	0.65	45	0.68
	65	0.68	63	0.76
	80	0.81	70	0.84
6	25	0.54	25	0.62
	45	0.62	45	0.67
	65	0.66	63	0.73
	80	0.79	70	0.82

Figura 2.6: Experimentos com o colágeno de ovelhas. Fonte: [27]

Através desses experimentos notou-se que até cerca de 50°C , a condutividade térmica do colágeno segue um padrão mais ou menos linear e é reversível, e pode ser expressa por

$$k(T) = 0.4728 + 0.003T \quad 25 < T < 50^{\circ}\text{C} \quad (2.24)$$

No entorno de 55°C a variação tornou-se irreversível, e de acordo com os resultados obtidos verificou-se que as alterações irreversíveis na condutividade térmica submetidos aos testes ocorreram entre 50°C e 55°C , e após este último valor ocorre uma retração no colágeno. Observou-se também um aumento inicial na condutividade térmica ao iniciar-se o ciclo de arrefecimento. Chen *et al.* [58] demonstrou que aquecendo o colágeno a uma temperatura significativamente elevada e mantida constante, este fica submetido a uma contração. Esta começa muito lentamente a um dado tempo t_1 e torna-se muito rápida até o tempo t_2 , quando volta a cair após este tempo final. Submetido a esta temperatura elevada, tem início um processo de alteração orgânica no colágeno, resultando em uma

elevação na condutividade térmica, conforme se pode observar na Figura 2.7, quando se observa uma inclinação da condutividade térmica em relação às curvas de temperatura. Estas alterações não são instantâneas conforme mostrou Chen *et al.* [58], mas ocorrem lentamente. É provável que tais alterações não estão totalmente concluídas no final do ciclo de aquecimento quando a medição da condutividade é realizada. Entretanto, assim que ocorre o ciclo de arrefecimento e a primeira medição neste ciclo é realizada, a alteração está completa, e os valores da condutividade térmica medidos neste ciclo são significativamente elevadas [27].

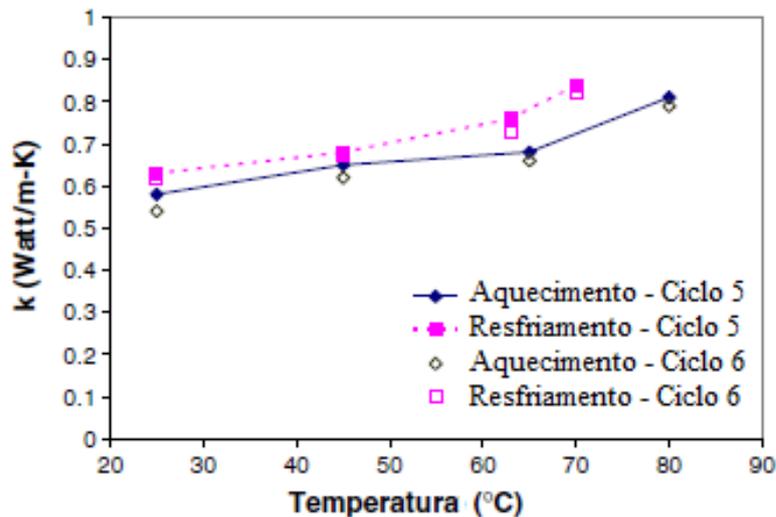


Figura 2.7: Gráfico Temperatura vs Condutividade para o colágeno de ovelhas para os ciclos 5 e 6. Fonte: [27]

Mais um conjunto de experiências foram realizadas para determinar a condutividade térmica por Bhattacharya e Mahajan [27], comparando os valores obtidos com medições efetuadas em um fígado bovino e os encontrados por Valvano *et al.* [59] em um fígado suíno e um fígado humano, e os resultados são apresentados abaixo

$$\begin{aligned}
 k_{bovino}(T) &= 0.4475 + 0.0033 T \\
 k_{suino}(T) &= 0.4981 + 0.0008 T \\
 k_{humano}(T) &= 0.4692 + 0.0012 T
 \end{aligned}
 \tag{2.25}$$

Para o fígado bovino notou-se que o coeficiente de temperatura (0.0033) é mais elevado quando comparado com o do suíno (0.0008) ou o humano (0.0012). Observou-se também, que as propriedades biológicas e fisiológicas dos fígados variam entre os diversos animais

segundo a saúde dos mesmos e aliados a outros fatores, logo tais correlações devem ser utilizadas com algumas precauções.

Os modelos não lineares para a condutividade térmica para cada camada do tecido da pele que serão utilizados neste trabalho, estão apresentados abaixo para a epiderme, derme e subcutânea respectivamente. Baseado no comportamento do que foi explicado anteriormente, estes modelos foram construídos tendo como base os valores constantes de cada camada retirados do trabalho realizado por Loureiro *et al.* [9], e que a condutividade térmica cresce com o aumento da temperatura, e supondo ainda que ocorra a mesma variação de temperatura para cada camada.

$$\begin{aligned}k_{epi}(T) &= 0.22 + 0.0015 T \\k_{derme}(T) &= 0.40 + 0.0015 T \\k_{sub}(T) &= 0.20 + 0.0015 T\end{aligned}\tag{2.26}$$

3 CONDIÇÕES DE CONTORNO E INICIAL

A obtenção de equações de biotransferência de calor, foi baseada no balanço de energia de um elemento diferencial no interior de um tecido. Desta forma as equações diferenciais não incorporam quaisquer informações relacionadas com as condições nas superfícies, tais como a temperatura da superfície ou um fluxo de calor especificado. No entanto, sabe-se que o fluxo de calor e a distribuição de temperatura num meio dependem das condições nas superfícies, e a descrição de um problema de biotransferência de calor num tecido não é completa sem uma descrição completa das condições térmicas nas superfícies delimitadoras do tecido. As expressões matemáticas das condições nas fronteiras são chamadas de condições de contorno.

Para se obter uma solução única de um problema, é necessário especificar além da equação diferencial governante, algumas condições (tais como o valor da função ou suas derivadas, algum valor da variável independente), fazendo com que em pontos específicos, a solução satisfaça estas condições e resulte em valores únicos para as constantes arbitrárias e, finalmente, uma única solução. Mas como normalmente a equação diferencial não vem com estas informações ou condições adicionais, é necessário fornecê-las separadamente na forma de condições de contorno e/ou condições iniciais [60].

A função da condição inicial é determinar a distribuição da temperatura no início do tempo de análise, ou seja, em $t = 0$. Já as condições de contorno têm como objetivo determinar as condições térmicas nas superfícies das fronteiras da região do tecido, especificando a distribuição do fluxo de calor ou a distribuição de temperatura na superfície de contorno [61].

As condições de contorno de Temperatura Prescrita, Fluxo de Calor, Convecção, Radiação e Evaporação, que serão mostradas neste capítulo, com seus respectivos valores são aplicados em Γ_D , Γ_N , Γ_{R1} , Γ_{R2} e Γ_{R3} respectivamente, onde Γ_D , Γ_N , Γ_{R1} , Γ_{R2} e Γ_{R3} são partições do contorno Γ tais que $\Gamma = \Gamma_D \cup \Gamma_N \cup \Gamma_{R1} \cup \Gamma_{R2} \cup \Gamma_{R3}$.

3.1 Condição Inicial

A temperatura em qualquer ponto num meio, num tempo específico também depende da condição do estado desse meio no início do processo de biotransferência do calor. Essa tal condição, que é geralmente especificada no tempo $t = 0$, é chamada de condição inicial, que é uma expressão matemática para a distribuição de temperatura do meio inicialmente. A equação da biotransferência de calor é de primeira ordem no tempo, e assim, a condição inicial não pode envolver quaisquer derivadas (isto é, limitada a uma determinada temperatura). Desta forma, é preciso apenas uma condição inicial para um problema de biotransferência de calor, independente da dimensão, e é dada por

$$T(0) = T_0 \quad \text{em } \Omega \text{ em } t = 0 \quad (3.1)$$

onde T_0 é a temperatura uniforme inicial do meio no instante $t = 0$ e Ω é o domínio espacial do problema. Cabe ressaltar, que em muitas situações, a determinação da temperatura inicial não é direta e pode ser obtida através da solução de um outro conjunto de equações diferenciais. No processo de queimadura, por exemplo, a temperatura inicial pode ser obtida resolvendo-se a equação estacionária da biotransferência de calor que modela a distribuição de temperatura no tecido antes do processo de queimadura.

As seções a seguir tratarão das cinco condições de contorno para um problema de biotransferência de calor, que são: temperatura prescrita, fluxo de calor prescrita, convectiva, de radiação e de evaporação. É importante ressaltar que, diferentemente das condições de contorno de temperatura e fluxos prescritos, as condições de contorno de convecção, radiação e evaporação podem coexistirem em um mesmo contorno.

3.2 Temperatura Prescrita

A temperatura de uma superfície exposta geralmente pode ser medida diretamente e facilmente. Portanto, uma das maneiras mais fáceis de especificar as condições térmicas, do ponto de vista matemático, em uma superfície é especificar a temperatura. Para uma transferência de calor através da camada da pele, por exemplo, a condição de contorno

de temperatura prescrita pode ser expressa através de:

$$T = \bar{T} \quad \text{em } \Gamma_D \times (0, t_f] \quad (3.2)$$

em que \bar{T} é a temperatura prescrita sobre uma porção do contorno Γ_D e t_f é o instante final da simulação.

As temperaturas prescritas podem ser constantes, o que é o caso para a condução de calor constante, ou podem variar com o tempo e/ou espacialmente. Portanto, essa condição de contorno é a mais simples das existentes, sendo determinada em função do tempo e da posição [61].

Essa condição de temperatura prescrita pode representar, por exemplo, o contato de uma superfície quente, aqui no caso uma placa aquecida, com a superfície da pele.

3.3 Fluxo de Calor

Quando houver informações suficientes sobre as trocas de energia em uma superfície, pode ser possível determinar a taxa de transferência de calor e, assim, o fluxo de calor \bar{q} (taxa de transferência de calor por unidade de área de superfície, W/m^2) sobre essa superfície, e esta informação pode ser utilizada como uma das condições de fronteira. Um exemplo para essa condição de contorno é a chama de uma vela perto da superfície da pele. Pela lei de Fourier da condução de calor, o fluxo de calor pode ser expresso por

$$k(T)\nabla T \cdot \mathbf{n} = \bar{q} \quad \text{em } \Gamma_N \times (0, t_f] \quad (3.3)$$

A condição de contorno acima numa superfície foi obtida relacionando o fluxo de calor especificado a $-k(T)\nabla T \cdot \mathbf{n}$ através de um balanço de energia na superfície. O sinal do fluxo de calor especificado é determinado por inspeção: positivo se o fluxo de calor é no sentido oposto a normal a superfície, e negativo na direção da normal [61].

3.4 Convecção

É a transferência de calor entre um fluido e uma superfície sólida, que estejam a temperaturas diferentes, em consequência do movimento do fluido em relação a superfície. Nesse trabalho considera-se o fluido sendo o ar ou a água e a superfície sólida sendo

o tecido. Se esse movimento for induzido artificialmente (ventilador por exemplo), a transferência de calor se dá por convecção forçada. Caso o movimento do fluido é resultado dos efeitos da ascensão provocada pela diferença de densidade causada pela diferença de temperatura do fluido, a transferência de calor se dá por convecção livre (ou natural).

A Figura 3.1 mostra um esquema de troca de calor por convecção. O fluido atinge a superfície do tecido com uma velocidade (u_∞) e temperatura (T_∞) para escoar sobre a superfície a uma temperatura (T_s), diferente da temperatura do fluido, e a troca de calor que acontecerá entre o fluido e a superfície será por meio da convecção.

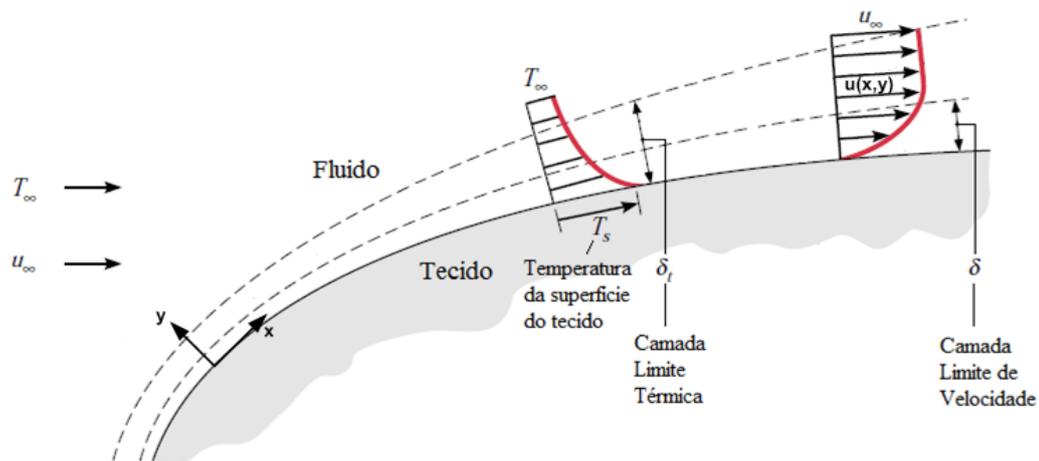


Figura 3.1: Transferência de Calor por convecção, onde x é tangente a superfície e y é normal a superfície. Adaptado de [60]

A relação entre as condições de contorno nesta camada limite e o coeficiente de transferência de calor por convecção pode ser facilmente demonstrada. A uma distância x , o fluxo de calor local da superfície pode ser obtido aplicando a lei de Fourier para o fluido em $y = 0$ [60]

$$q_s'' = -k(T) \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=0} \quad (3.4)$$

O subscrito s foi usado para enfatizar que este é o fluxo de calor da superfície, e este subscrito será ignorado posteriormente. Esta expressão é adequada porque, na superfície, não há movimento de fluido e transferência de energia ocorre apenas por condução. Recordando a lei de Newton do resfriamento

$$q_s'' = h(T_s - T_\infty) \quad (3.5)$$

e combinando as equações 3.4 e 3.5

$$h = -k(T) \frac{\frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=0}}{(T_s - T_\infty)} \quad (3.6)$$

Assim, as condições na camada da fronteira térmica, que influenciam fortemente o gradiente de temperatura da parede $\frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=0}$, determina a taxa de transferência de calor através da camada limite. A espessura da camada limite térmica δ_t aumenta com o aumento de x , enquanto que os gradientes de temperatura na camada limite diminui com o aumento de x . Deste modo, a magnitude de $\frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=0}$ diminui com o aumento x , e segue que q_s'' e h diminuem com o aumento de x [60].

Para determinar o valor do coeficiente de transferência de calor convectivo local (h), é necessário então resolver as equações de Navier-Stokes e da energia. O coeficiente de transferência de calor de convecção depende de várias variáveis, como o tipo de fluxo, geometria do corpo, propriedades físicas do fluido, temperatura e a posição ao longo da superfície, portanto difícil de se determinar. Em escoamento sobre corpos com geometrias mais complexas, esse coeficiente é também determinado experimentalmente. O valor de h usado neste trabalho é o valor médio tabelado que pode ser encontrado em Incropera *et al.* [60] e que geralmente é utilizado em muitas aplicações da engenharia.

A convecção é provavelmente a condição de contorno mais comum encontrada na prática, uma vez que a maioria das superfícies de transferência de calor estão expostas a um ambiente a uma temperatura especificada. A condição de contorno de convecção baseia-se no balanço de energia na superfície, onde a condução de calor na superfície na direção normal é igual a convecção de calor na superfície na mesma direção.

A condição de contorno convectiva pode ser expressa por

$$k(T) \nabla T \cdot \mathbf{n} = h(T_\infty - T) \quad \text{em } \Gamma_{R1} \times (0, t_f] \quad (3.7)$$

onde h é o coeficiente de transferência de calor de convecção, T_∞ é a temperatura do meio externo, e Γ_{R1} é a porção do contorno onde esta condição é aplicada.

Se uma superfície tem espessura zero, essa superfície não tem massa e, portanto, não pode armazenar qualquer energia. Por conseguinte, todo o calor que entrar na superfície de um lado deve obrigatoriamente deixar a superfície a partir do outro lado. A condição

de contorno de convecção simplesmente declara que o calor continua a fluir a partir de um corpo para o meio circundante na mesma taxa, e isso apenas muda os meios de condução para a convecção (ou vice-versa em outro sentido).

3.5 Radiação

Transferência de calor por radiação pode ser comparado com a transferência de calor por convecção, com a diferença que na radiação não é necessário um meio material para que possa ocorrer uma troca de calor. Por exemplo, uma superfície de transferência de calor encontra-se rodeada por um espaço onde existe vácuo e, portanto, não há transferência de calor por convecção entre a superfície e o meio circundante. Em tais casos, a radiação torna-se o único mecanismo de transferência de calor entre a superfície em questão e os arredores, ou seja, a condução de calor na superfície de uma direção normal é igual a troca de radiação na superfície nessa mesma direção [62].

A condição de contorno de radiação pode ser expressa por

$$k(T)\nabla T \cdot \mathbf{n} = \varepsilon\sigma(T_{viz}^4 - T^4) \quad \text{em } \Gamma_{R2} \times (0, t_f] \quad (3.8)$$

onde ε é a emissividade da superfície de contorno, σ é a constante de Stefan-Boltzmann, T_{viz} é a temperatura média da superfície externa ao contorno e Γ_{R2} é a porção do contorno onde esta condição é aplicada. As temperaturas em cálculos de radiação devem ser expressas em graus Kelvin (K) por causa da unidade da constante de Stefan-Boltzmann.

A emissividade de uma superfície representa a razão da radiação emitida pela superfície em uma dada temperatura pela radiação emitida por um corpo negro na mesma temperatura, variando de 0 a 1. A definição de corpo negro é importante para comparar a emissão e absorção dos corpos reais, sendo que o corpo negro absorve toda a radiação incidente e nenhum outro corpo pode emitir mais radiação do que um corpo negro [60]. A emissividade é uma medida de quão perto uma superfície se aproxima de um corpo negro, para o qual $\varepsilon = 1$. A emissividade de uma superfície real não é constante. Pelo contrário, varia com a temperatura da superfície, bem como com o comprimento de onda e da direção da radiação emitida. Portanto, diferentes emissividades podem ser definidas para uma superfície, dependendo dos efeitos considerados. A emissividade mais elementar

de uma superfície a uma dada temperatura é a emissividade direcional espectral, a qual é definida como a razão entre a intensidade da radiação emitida pela superfície a um comprimento de onda especificado numa direção específica para a intensidade da radiação emitida por um corpo negro à mesma temperatura, com o mesmo comprimento de onda.

A condição de contorno de radiação envolve a quarta potência da temperatura, e, portanto, é uma condição não linear. Como resultado, a aplicação desta condição de contorno resulta em fortes coeficientes desconhecidos, o que torna difícil determiná-los. Então, em algumas aplicações a troca por radiação em uma superfície durante a análise de transferência de calor é ignorada, a fim de evitar as complicações associadas a não linearidade. Este é especialmente o caso quando a transferência de calor na superfície é dominado por convecção, e o papel de radiação é pequeno.

3.6 Evaporação

Importantes problemas de biotransferência de calor encontrados na prática envolvem transferência de massa. Cerca de um terço da perda de calor a partir de uma pessoa em repouso é devido à evaporação. A transferência de massa é análoga à transferência de calor em muitos aspectos, e há inúmeras semelhanças entre as relações de calor e transferência de massa.

Transferência de massa também ocorre em líquidos e sólidos assim como em gases. Por exemplo, um copo de água deixado em um ambiente, eventualmente, evapora-se como um resultado da difusão de moléculas de água para o ar (a transferência de massa de líquido-gás). Naturalmente, a transferência de massa também pode ocorrer a partir de um gás para um líquido ou sólido se a concentração da espécie em questão for mais elevada na fase gasosa [62].

O que impulsiona a transferência de calor é a diferença de temperatura. Em contraste, a transferência de massa é impulsionada pela diferença de concentração. Assim, ambos, calor e temperatura são transferidos de regiões com maior concentração para regiões com menor concentração.

Logo, se não houver diferença de temperatura entre duas regiões, não haverá transferência de calor. De modo semelhante, se não houver diferença entre concentrações de uma espécie em diferentes partes do meio, não haverá transferência de massa [62].

A perda de calor por evaporação (q'') no problema de biotransferência de calor pode ser expressa por

$$q'' = q''_s + q''_m \quad (3.9)$$

onde q''_s é a perda de calor por evaporação do suor quando a pele está seca, q''_m é a perda de calor por evaporação do suor quando a pele está molhada, e são expressos por [63]

$$\begin{aligned} q''_s &= a(b T - d - P_a) \\ q''_m &= f h W_{rsw}(b T - d - P_a) \end{aligned} \quad (3.10)$$

onde a, b, d, f são constantes, W_{rsw} é a umidade da pele, e está entre 0 e 1, sendo 0 para pele seca e 1 para pele molhada, P_a é a pressão de vapor no ar ambiente e é dada por

$$P_a = \Phi P_a^* \quad (3.11)$$

onde Φ é a umidade relativa (para uma zona de conforto Φ deve estar entre 0.3 e 0.5) e P_a^* é a pressão de vapor saturado [63].

Substituindo a equação 3.11 na equação 3.10, e em seguida substituindo na equação 3.9, obtêm-se

$$q'' = a(b T - d - P_a) + f h W_{rsw}(b T - d - P_a) \quad (3.12)$$

Reorganizando a equação 3.12, obtêm-se

$$q'' = (a b + b f h W_{rsw}) T - (a d + a P_a + d f h W_{rsw} + f h W_{rsw} P_a) \quad (3.13)$$

$$q'' = (a b + b f h W_{rsw}) \left(T - \frac{(a d + a P_a + d f h W_{rsw} + f h W_{rsw} P_a)}{(a b + b f h W_{rsw})} \right) \quad (3.14)$$

Aplicando-se um balanço de energia na superfície, a condução de calor por evaporação pode ser expressa por

$$-k(T) \nabla T \cdot \mathbf{n} = h_e(T - T_e) \quad \text{em } \Gamma_{R3} \times (0, t_f] \quad (3.15)$$

ou

$$k(T) \nabla T \cdot \mathbf{n} = h_e(T_e - T) \quad \text{em } \Gamma_{R3} \times (0, t_f] \quad (3.16)$$

onde os parâmetros h_e e T_e são expressos por

$$\begin{aligned} h_e &= a b + b f h W_{rsw} \\ T_e &= \frac{(a d + a P_a + d f h W_{rsw} + f h W_{rsw} P_a)}{(a b + b f h W_{rsw})} \end{aligned} \quad (3.17)$$

Para uma melhor compreensão as condições de contorno utilizadas neste trabalho foram:

- Temperatura Prescrita:

$$T = \bar{T} \quad \text{em } \Gamma_D \times (0, t_f] \quad (3.18)$$

- Fluxo de Calor:

$$k(T)\nabla T \cdot \mathbf{n} = \bar{q} \quad \text{em } \Gamma_N \times (0, t_f] \quad (3.19)$$

- Convecção:

$$k(T)\nabla T \cdot \mathbf{n} = h(T_\infty - T) \quad \text{em } \Gamma_{R1} \times (0, t_f] \quad (3.20)$$

- Radiação:

$$k(T)\nabla T \cdot \mathbf{n} = \varepsilon\sigma(T_{viz}^4 - T^4) \quad \text{em } \Gamma_{R2} \times (0, t_f] \quad (3.21)$$

- Evaporação:

$$k(T)\nabla T \cdot \mathbf{n} = h_e(T_e - T) \quad \text{em } \Gamma_{R3} \times (0, t_f] \quad (3.22)$$

4 DISCRETIZAÇÃO DO MODELO

Problemas de engenharia e física aplicada, são frequentemente resolvidos por meio de simulações computacionais, e isso exige a discretização das equações no espaço e no tempo. Neste capítulo será apresentado, de forma sucinta, o Método dos Elementos Finitos (MEF) para a equação de biotransferência de calor de Pennes e será comentado também sobre mapeamento dos elementos finitos. Além disso, também será mostrado a discretização temporal utilizando o método de Euler Implícito e o método de Picard para a obtenção da solução do sistema não linear.

4.1 Método dos Elementos Finitos

O conceito básico da aplicação do MEF consiste na discretização espacial do domínio $\Omega \subset R^2$ do problema. Para isso utiliza-se uma malha de elementos finitos conforme indicado na Figura 4.1. Os elementos de tal malha podem ser triangulares, quadrangulares ou alguma outra forma mais adequada ao problema. Para utilizar o método de elementos finitos escolheu-se elementos triangulares. Optou-se por elementos triangulares devido a algumas vantagens em relação aos outros tipos de elementos, como por exemplo a facilidade de gerar malhas, principalmente em geometrias mais complexas, dividindo o domínio Ω em vários triângulos, e os elementos nunca se sobrepõem, além da maior facilidade de implementação computacional, como será comentado nas seções a seguir [30].

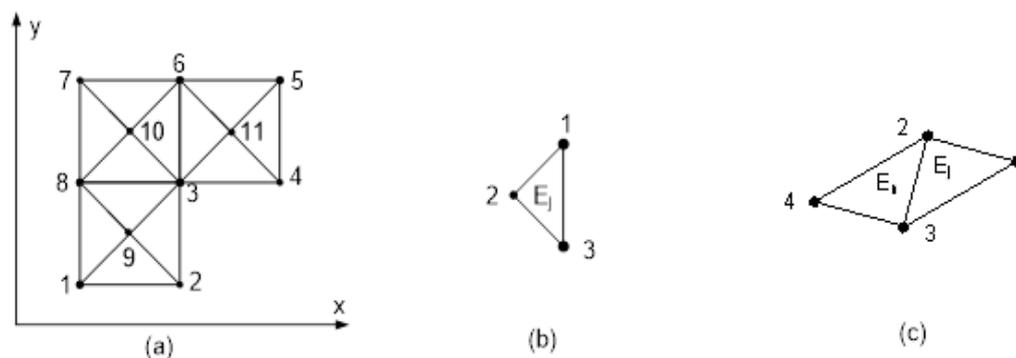


Figura 4.1: (a) malha de elementos finitos; (b) enumeração local de um elemento finito E_j ; (c) dois elementos triangulares.

Utilizando o MEF em sua versão clássica com a formulação de Galerkin para a solução do problema da condução de calor em tecidos biológicos, as principais incógnitas são as temperaturas nodais avaliadas em cada nó da malha, armazenadas no vetor solução $\mathbf{T} = [T_1 \ T_2 \ T_3 \ \dots \ T_n]^T$ onde n é o número de nós da malha.

A equação 2.15 pode ser escrita de outra forma

$$\nabla \cdot (k(T)\nabla T) + \rho_b c_b \omega_b(T)(T_a - T) - \rho c \frac{\partial T}{\partial t} = -q_m''' \quad (4.1)$$

A partir da equação 4.1, deve-se seguir dois passos para chegar na forma fraca da equação, que serve para reduzir o número de restrições exigidas para resolver o problema, que será descrito a seguir. Considere S o conjunto das soluções admissíveis e V o espaço das funções testes, isto é

$$\begin{aligned} S &= \{T(\mathbf{x}, t) \in H^1(\Omega); T(\mathbf{x}, t) = \bar{T}(\mathbf{x}, t) \quad \text{em } \Gamma_D \ \forall t \geq 0\} \\ V &= \{\nu(\mathbf{x}) \in H^1(\Omega); \nu = 0 \quad \text{em } \Gamma_D\} \end{aligned} \quad (4.2)$$

onde H^1 é o espaço de Sobolev.

O primeiro passo consiste em multiplicar a equação 4.1 por uma função teste $\nu(\mathbf{x}) \in V$ e integrá-la sobre o domínio Ω ,

$$- \int_{\Omega} \left[\nabla \cdot (k(T)\nabla T) + \rho_b c_b \omega_b(T)(T_a - T) - \rho c \frac{\partial T}{\partial t} \right] \nu \, d\Omega = \int_{\Omega} q_m''' \nu \, d\Omega \quad (4.3)$$

O segundo passo consiste em desenvolver a primeira integral anterior utilizando o Teorema do Divergente. Desta forma, a formulação fraca para este problema consiste em encontrar $T \in S, \forall \nu \in V$

$$\int_{\Omega} \left[k(T)(\nabla T \cdot \nabla \nu) - \rho_b c_b \omega_b(T)(T_a - T)\nu + \rho c \frac{\partial T}{\partial t} \nu \right] \, d\Omega - \int_{\Gamma} k(T)\nabla T \cdot \mathbf{n} \, \nu \, d\Gamma = \int_{\Omega} q_m''' \nu \, d\Omega \quad (4.4)$$

Por último, como $\nu(\mathbf{x})=0$ em Γ_D , e substituindo o segundo termo da equação 4.4 pelas condições de contorno descritas no capítulo anterior dadas pelas equações 3.3, 3.7, 3.8 e

3.15, tem-se

$$\begin{aligned} \int_{\Gamma} k(T) \nabla T \cdot \mathbf{n} \nu \, d\Gamma &= \int_{\Gamma_N} \bar{q} \nu \, d\Gamma + \int_{\Gamma_{R1}} h(T_{\infty} - T) \nu \, d\Gamma + \int_{\Gamma_{R2}} \varepsilon \sigma (T_{viz}^4 - T^4) \nu \, d\Gamma \\ &+ \int_{\Gamma_{R3}} h_e (T_e - T) \nu \, d\Gamma \end{aligned} \quad (4.5)$$

Substituindo a equação 4.5 na equação 4.4, tem-se

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} \left[k(T) (\nabla T \cdot \nabla \nu) + \rho_b c_b \omega_b(T) T \nu + \rho c \frac{\partial T}{\partial t} \nu \right] d\Omega &= \int_{\Omega} \rho_b c_b \omega_b(T) T_a \nu \, d\Omega + \int_{\Gamma_N} \bar{q} \nu \, d\Gamma \\ &+ \int_{\Gamma_{R1}} h(T_{\infty} - T) \nu \, d\Gamma + \int_{\Gamma_{R2}} \varepsilon \sigma (T_{viz}^4 - T^4) \nu \, d\Gamma + \int_{\Gamma_{R3}} h_e (T_e - T) \nu \, d\Gamma \\ &+ \int_{\Omega} q_m''' \nu \, d\Omega \end{aligned} \quad (4.6)$$

A condição de contorno de radiação dada pela equação 3.8 pode ser manipulada de tal forma que obtém-se

$$k \nabla T \cdot \mathbf{n} = h_r(T) (T_{viz} - T) \quad (4.7)$$

onde $h_r(T)$ é dado por

$$h_r(T) = \varepsilon \sigma (T_{viz}^2 + T^2) (T_{viz} + T) \quad (4.8)$$

Com a discretização do domínio, o problema variacional pode ser obtido com a definição de um subespaço de dimensões finitas, ou seja, substituir S e V por $S_h \subset S$ e $V_h \subset V$, na equação 4.6 obtendo a equação abaixo, e o problema atual consiste em encontrar $T_h \in S_h \forall \nu_h \in V_h$.

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} \left[k(T_h) (\nabla T_h \cdot \nabla \nu_h) + \rho_b c_b \omega_b(T_h) T_h \nu_h + \rho c \frac{\partial T_h}{\partial t} \nu_h \right] d\Omega &+ \int_{\Gamma_{R1}} h T_h \nu_h \, d\Gamma + \\ \int_{\Gamma_{R2}} h_r(T_h) T_h \nu_h \, d\Gamma + \int_{\Gamma_{R3}} h_e T_h \nu_h \, d\Gamma &= \int_{\Omega} \rho_b c_b \omega_b(T_h) T_a \nu_h \, d\Omega + \\ \int_{\Gamma_{R1}} h T_{\infty} \nu_h \, d\Gamma + \int_{\Gamma_{R2}} h_r(T_h) T_{viz} \nu_h \, d\Gamma &+ \int_{\Gamma_{R3}} h_e T_e \nu_h \, d\Gamma + \int_{\Gamma_N} \bar{q} \nu_h \, d\Gamma + \int_{\Omega} q_m''' \nu_h \, d\Omega \end{aligned} \quad (4.9)$$

A solução aproximada T_h da solução T , em sua forma semi-discreta, é dada por

$$T(\mathbf{x}, t) \approx T_h(\mathbf{x}, t) = \sum_{j=1}^n T_j(t) N_j(\mathbf{x}) \quad (4.10)$$

onde n é finito e N_j são as funções de interpolação globais que serão vistas mais adiante, e T_j passam a ser as incógnitas (valores nodais) a serem determinadas. O mesmo pode ser feito para as funções teste ν ,

$$\nu_h(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^n \nu_i N_i(\mathbf{x}) \quad (4.11)$$

Em notação matricial, a equação 4.9 pode ser representada por

$$\mathbf{M}\dot{\mathbf{T}} + \mathbf{K}(\mathbf{T}) \mathbf{T} = \mathbf{F}(\mathbf{T}) + \mathbf{Q} \quad (4.12)$$

onde $\mathbf{M} \in R^{n \times n}$, $\mathbf{K}(\mathbf{T}) \in R^{n \times n}$, $\mathbf{F}(\mathbf{T}) \in R^n$ e $\mathbf{Q} \in R^n$, são respectivamente as matrizes capacitância e condutividade térmica que contem os termos relacionados a perfusão sanguínea e as condições de contorno, o vetor perfusão-radiação, e o vetor geração de calor onde também estão os termos relacionados com as condições de contorno, e estão representados por

$$\begin{aligned} M_{ij} &= \int_{\Omega} \rho c N_i N_j d\Omega \\ K_{ij} &= \int_{\Omega} \left[\nabla N_i \cdot (k(T_h) \nabla N_j) + \rho_b c_b \omega_b(T_h) N_j N_i \right] d\Omega + \int_{\Gamma_{R1}} h N_j N_i d\Gamma \\ &\quad + \int_{\Gamma_{R2}} h_r(T_h) N_j N_i d\Gamma + \int_{\Gamma_{R3}} h_e N_j N_i d\Gamma \\ F_i &= \int_{\Omega} \rho_b c_b \omega_b(T_h) T_a N_i d\Omega + \int_{\Gamma_{R2}} h_r(T_h) T_{viz} N_i d\Gamma \\ Q_i &= \int_{\Gamma_N} \bar{q} N_i d\Gamma + \int_{\Gamma_{R1}} h T_{\infty} N_i d\Gamma + \int_{\Gamma_{R3}} h_e T_e N_i d\Gamma + \int_{\Omega} q_m''' N_i d\Omega \end{aligned} \quad (4.13)$$

O sistema de Equações Diferenciais Ordinárias (EDOs) deve então ser resolvido aplicando-se a condição de contorno de temperatura prescrita, a condição inicial e algum método de marcha no tempo.

4.2 Mapeamento dos Elementos Finitos

Um dos objetivos do mapeamento dos elementos finitos é facilitar os cálculos provenientes das integrais que serão apresentadas a seguir, uma vez que a integração é feita de maneira local, isto é, utilizando um sistema de coordenadas locais, o que facilita sistematizar o procedimento, pois podem existir elementos que estejam inclinados em relação aos eixos

de coordenadas, além disso ao utilizar quadraturas numéricas para realizar integração, utiliza-se um único conjunto de pontos e pesos da integração. Desta forma, a solução aproximada e suas derivadas, são escritas em função das coordenadas locais, construindo uma relação entre o domínio de referência e o global.

Além disso, através do mapeamento, definem-se as funções de interpolação locais apenas uma vez, no elemento de referência, resultando em uma implementação mais direta e eficiente com um custo computacional menor. O grau de continuidade das funções de interpolação deve ser observado ao nível global do domínio e não apenas em cada elemento. As funções de interpolação que serão mostradas a seguir são lineares e têm continuidade C^0 , ou seja, a primeira derivada já é descontínua na ligação entre dois elementos contínuos, e assim as funções $x(\xi, \eta)$ e $y(\xi, \eta)$ também terão esse grau de continuidade.

O mapeamento dos elementos consiste em gerar um elemento triangular arbitrário Ω_e à partir do elemento triangular de referência $\hat{\Omega}_r$, sendo este último um triângulo isósceles unitário como mostrado no lado esquerdo da Figura 4.2 [64]. Desta forma, os cálculos são realizados no elemento de referência $\hat{\Omega}_r$, facilitando a implementação computacional, e em seguida retornados ao domínio global através de uma transformação linear, como será mostrado a seguir.

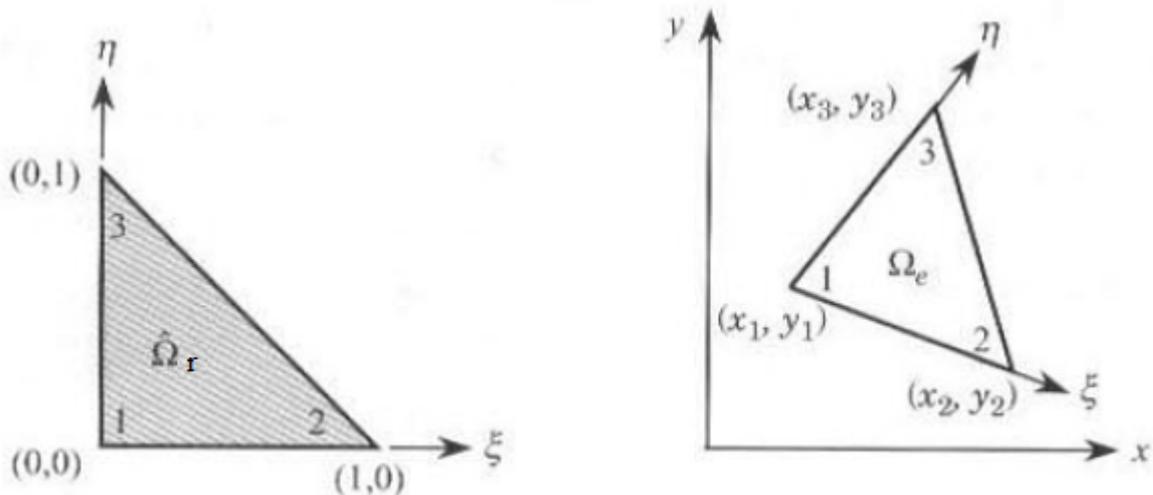


Figura 4.2: Transformação linear de um elemento finito triangular de referência para um elemento triangular de três nós. Fonte: [64]

A coordenada $\xi = 0$ e $\eta = 0$ em $\hat{\Omega}_r$ corresponde à inclinação do segmento 1-3 e 1-2 em Ω_e . Para o elemento triangular de três nós com coordenadas (x_1, y_1) , (x_2, y_2) e (x_3, y_3) , a

transformação é dada por

$$x(\xi, \eta) = \sum_{i=1}^3 x_i \hat{N}_i(\xi, \eta) \quad y(\xi, \eta) = \sum_{i=1}^3 y_i \hat{N}_i(\xi, \eta) \quad (4.14)$$

onde $\hat{N}_i(\xi, \eta)$ são as funções de interpolação para um elemento triangular de referência de três nós, e pode ser representado por

$$\hat{N}_1(\xi, \eta) = 1 - \xi - \eta, \quad \hat{N}_2(\xi, \eta) = \xi, \quad \hat{N}_3(\xi, \eta) = \eta \quad (4.15)$$

A transformação inversa do elemento Ω_e para o elemento $\hat{\Omega}_r$ é dado invertendo a equação 4.14, obtendo

$$\begin{aligned} \xi &= \frac{1}{2A_e} [(x - x_1)(y_3 - y_1) - (y - y_1)(x_3 - x_1)] \\ \eta &= \frac{1}{2A_e} [(x - x_1)(y_1 - y_2) + (y - y_1)(x_2 - x_1)] \end{aligned} \quad (4.16)$$

onde $A_e = \sum_{i=1}^3 \alpha_i$ é a área de Ω_e . O Jacobiano da matriz do elemento triangular linear é dado por [64]:

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial x}{\partial \eta} \\ \frac{\partial y}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \eta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 - x_1 & x_3 - x_1 \\ y_2 - y_1 & y_3 - y_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma_3 & -\gamma_2 \\ -\beta_3 & \beta_2 \end{bmatrix} \quad (4.17)$$

onde α_i , β_i e γ_i são as constantes definidas por

$$\alpha_i = x_j y_k - x_k y_j, \quad \beta_i = y_j - y_k, \quad \gamma_i = -(x_j - x_k) \quad (\text{com } i \neq j \neq k) \quad (4.18)$$

Substituindo a equação 4.16 na equação 4.15, as funções de interpolação locais na coordenada global para um elemento triangular de três nós são dadas por

$$N_i^e(x, y) = \frac{1}{2A_e} (\alpha_i + \beta_i x + \gamma_i y) \quad (i = 1, 2, 3) \quad (4.19)$$

A Figura 4.3 mostra as funções de interpolação locais para um triângulo de três nós.

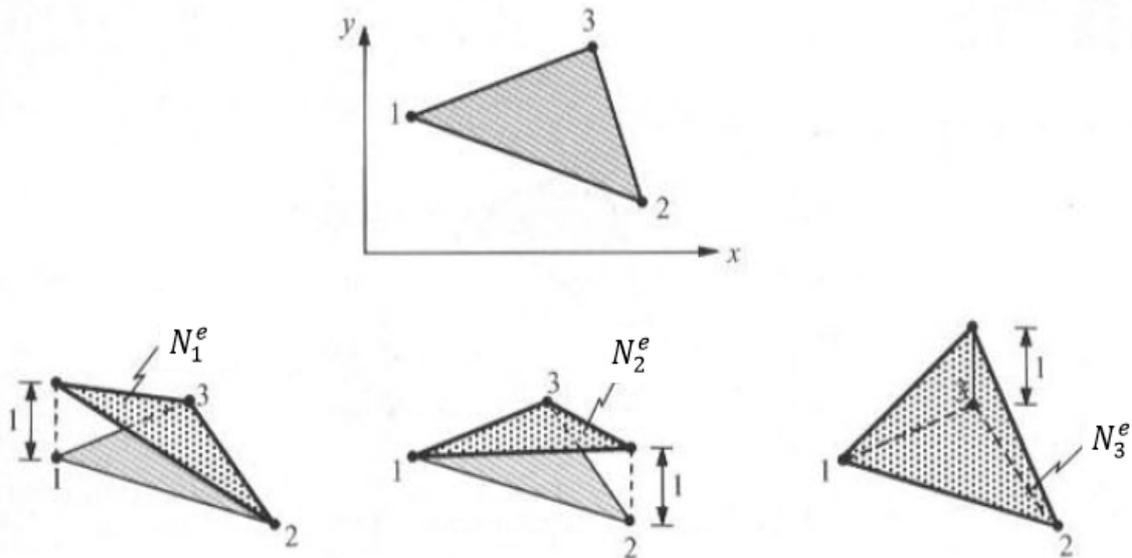


Figura 4.3: Funções de interpolação locais para um triângulo de três nós. Fonte: [64]

Obtidas as funções de interpolação locais, a função de interpolação global para um dado nó, e.g., $N_i(x, y)$ da equação 4.13 é formada pela junção das funções de interpolação locais referentes ao mesmo nó dos elementos a este adjacente, e isso pode ser visto na Figura 4.4.

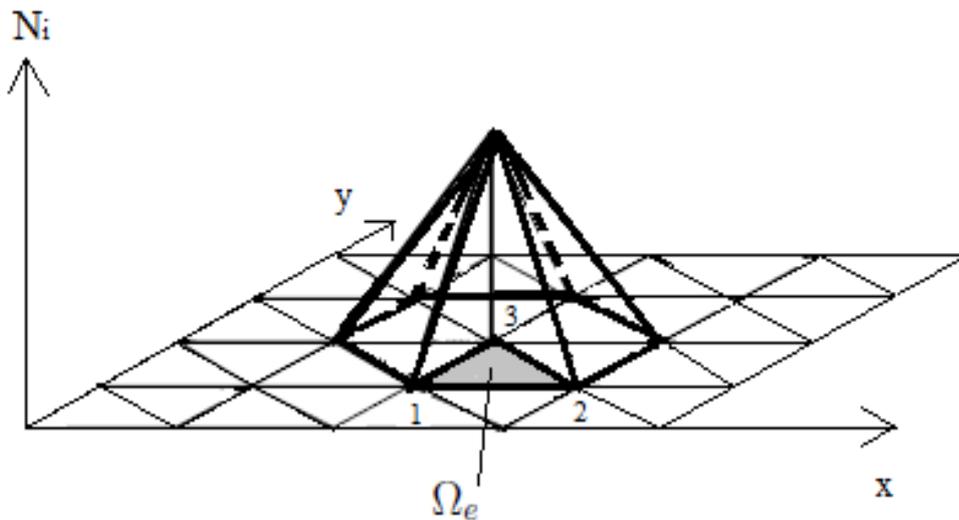


Figura 4.4: Funções de interpolação global para um triângulo de três nós.

Como observado na equação 4.13 as derivadas das funções de interpolação na coordenada global são requeridas. Estas podem ser obtidas através da matriz jacobiana transposta inversa ou, para o elemento triangular de três nós, obtidas diretamente

derivando as expressões da equação 4.19. Portanto, as derivadas de $N^e(x, y)$ com respeito à coordenada global podem ser calculadas a partir de

$$\begin{aligned} \frac{\partial N_1^e}{\partial x} &= -\frac{\beta_2 + \beta_3}{2A_e} = \frac{\beta_1}{2A_e}, & \frac{\partial N_1^e}{\partial y} &= -\frac{\gamma_2 + \gamma_3}{2A_e} = \frac{\gamma_1}{2A_e} \\ \frac{\partial N_2^e}{\partial x} &= \frac{\beta_2}{2A_e}, & \frac{\partial N_2^e}{\partial y} &= \frac{\gamma_2}{2A_e}, & \frac{\partial N_3^e}{\partial x} &= \frac{\beta_3}{2A_e}, & \frac{\partial N_3^e}{\partial y} &= \frac{\gamma_3}{2A_e} \end{aligned} \quad (4.20)$$

As integrais da equação 4.13 são então calculadas elemento por elemento (isto é, $\int_{\Omega} G(x, y) d\Omega = \sum_e \int_{\Omega_e} G(x, y) d\Omega$) e mapeadas via transformação linear através da equação 4.14 para a coordenada local. Depois da transformação, as integrais em um dado elemento Ω_e possuem a forma [64]

$$\int_{\Omega_e} G(x, y) d\Omega = \int_{\hat{\Omega}_e} \hat{G}(\xi, \eta) d\xi d\eta = \int_0^1 \int_0^{1-\eta} \hat{G}(\xi, \eta) d\xi d\eta \quad (4.21)$$

onde $\hat{G}(\xi, \eta)$ é o novo integrando na coordenada local. Como exemplo, o integrando para o termo da matriz de capacitância $M_{i,j}$ em um dado elemento após efetuado a transformação é expresso por $\hat{G}(\xi, \eta) = \rho(x(\xi, \eta), y(\xi, \eta)) c(x(\xi, \eta), y(\xi, \eta)) \hat{N}_i(\xi, \eta) \hat{N}_j(\xi, \eta) \det(\mathbf{J})$ em que \hat{i} e \hat{j} são os respectivos nós locais dos nós globais i e j .

A integral da equação 4.21 é então aproximada via quadratura de Gauss

$$\int_0^1 \int_0^{1-\eta} \hat{G}(\xi, \eta) d\xi d\eta \approx \frac{1}{2} \sum_{l=1}^N \hat{G}(\xi_l, \eta_l) W_l \quad (4.22)$$

onde W_l e ξ_l, η_l representam os pesos e pontos de integração da regra de quadratura [64]. As integrais de contorno (linha) da equação 4.13 seguem o mesmo raciocínio, só que as integrais são unidimensionais.

As transformações indicadas em 4.14 foram utilizadas para efetuar o mapeamento de um elemento distorcido num sistema global para uma forma regular no sistema local, baseadas nas funções de forma dos elementos, que acabam sendo as mesmas equações utilizadas nas funções de interpolação locais, ou seja, elementos finitos isoparamétricos.

Observa-se que o mapeamento entre coordenadas locais e globais pode não ser único nos casos onde o elemento finito apresentar-se muito distorcido. Para que o mapeamento seja único, o sinal do determinante do jacobiano deve permanecer inalterado para todos os pontos do domínio considerado.

4.3 Discretização Temporal e Método de Picard

Discretização temporal através de métodos de marcha no tempo envolve a integração de cada termo nas equações ao longo de um intervalo de tempo (Δt). Primeiro, assume-se que os valores em um instante de tempo t em todo o domínio Ω são conhecidos, em seguida calcula-se o valor para o instante $t + \Delta t$, considerando que o valor seguinte é dependente do anterior através de um processo recorrente.

Os métodos implícitos normalmente são usados em problemas onde os métodos explícitos exigiriam passos de tempo muito pequenos para manter a estabilidade. Os métodos implícitos exigem um custo computacional maior, pois requerem a resolução de vários sistemas de equações e conseqüentemente podem elevar o tempo computacional, mas sob o ponto de vista deste trabalho ainda é mais vantajoso por serem estáveis. Para assegurar-se a acurácia dos métodos implícitos é necessário limitar o tamanho do passo de tempo, não permitindo passos temporais muito grandes, caso contrário resultados estáveis porém não precisos são obtidos. O tamanho do passo de tempo está diretamente relacionado com a ordem de convergência do método escolhido, ou seja, quanto maior a ordem do método maior pode ser o passo de tempo selecionado.

Feito a discretização pelo método dos elementos finitos visto na seção anterior, utilizou-se o método de Euler Implícito para resolver a equação 4.13.

Os algoritmos mais conhecidos e amplamente utilizados dentro da engenharia para a solução da equação 4.13 são membros da família de métodos trapezoidal generalizada, a qual consiste em [65]:

$$\begin{aligned} \mathbf{M}\dot{\mathbf{T}}^{n+1} + \mathbf{K}(\mathbf{T}^{n+1})\mathbf{T}^{n+1} &= \mathbf{F}(\mathbf{T}^{n+1}) + \mathbf{Q}^{n+1} \\ \mathbf{T}^{n+1} &= \mathbf{T}^n + \Delta t \dot{\mathbf{T}}^{n+\theta} \\ \dot{\mathbf{T}}^{n+\theta} &= (1 - \theta)\dot{\mathbf{T}}^n + \theta\dot{\mathbf{T}}^{n+1} \end{aligned} \quad (4.23)$$

onde \mathbf{T}^n e $\dot{\mathbf{T}}^n$ são as aproximações para $\mathbf{T}(t_n)$ e $\dot{\mathbf{T}}(t_n)$, respectivamente; Δt é o passo de tempo, e $\Delta t = t_{n+1} - t_n$ considerado constante para toda a análise; e θ é um parâmetro, pertencente ao intervalo $[0,1]$. Os seguintes métodos são obtidos para diferentes valores

de θ :

$$\theta = \begin{cases} 0, & \text{Euler explícito, condicionalmente estável, } O(\Delta t) \\ 1/2, & \text{Crank-Nicolson, incondicionalmente estável, } O(\Delta t^2) \\ 2/3, & \text{Galerkin, incondicionalmente estável, } O(\Delta t) \\ 1, & \text{Euler implícito, incondicionalmente estável, } O(\Delta t) \end{cases} \quad (4.24)$$

Para o método de Euler Implícito que é incondicionalmente estável e de primeira ordem no tempo, utilizado neste trabalho, o valor do parâmetro θ é igual a 1, obtendo-se a seguinte aproximação [30]

$$(\mathbf{M} + \Delta t \mathbf{K}(\mathbf{T}^{n+1})) \mathbf{T}^{n+1} = \mathbf{M} \mathbf{T}^n + \Delta t \mathbf{F}(\mathbf{T}^{n+1}) + \Delta t \mathbf{Q}^{n+1} \quad (4.25)$$

Vale observar que na equação 4.25, o vetor perfusão e radiação (\mathbf{F}) e a matriz condutividade térmica (\mathbf{K}) são não lineares, calculadas no instante de tempo t_{n+1} . Desta forma é necessário utilizar um método numérico para obter a solução do sistema não linear. Neste trabalho foi utilizado o método de Picard [66] que será mostrado a seguir. Optou-se pelo método de Picard devido a sua facilidade de implementação computacional, e quando comparado ao método de Newton, este é mais complexo que o método de Picard.

O método de iteração de Picard envolve a estimativa sequencial do termo desconhecido \mathbf{T}^{n+1} utilizando as mais recentes estimativas de $\mathbf{K}(\mathbf{T}^{n+1})$ e $\mathbf{F}(\mathbf{T}^{n+1})$. Se δ identifica o nível de iteração, então o método de iteração de Picard para a equação 4.25 pode ser escrito conforme a equação 4.26 [66]

$$(\mathbf{M} + \Delta t \mathbf{K}(\mathbf{T}^{n+1,\delta})) \mathbf{T}^{n+1,\delta+1} = \mathbf{M} \mathbf{T}^n + \Delta t \mathbf{F}(\mathbf{T}^{n+1,\delta}) + \Delta t \mathbf{Q}^{n+1} \quad (4.26)$$

onde $\mathbf{T}^{n+1,\delta}$, representa o vetor temperatura no passo de tempo $n + 1$ na iteração δ . O processo iterativo é iniciado adotando $\mathbf{T}^{n+1,0} = \mathbf{T}^n$, e é finalizado até que uma convergência seja alcançada. Cabe ressaltar que o passo de tempo está diretamente ligado ao número de iterações que será feito até que ocorra a convergência da solução, ou seja, quanto maior o intervalo de tempo maior poderá ser o número de iterações.

5 SIMULAÇÕES E RESULTADOS

Neste capítulo serão apresentados, para todas as simulações que foram realizadas, os resultados para a temperatura final e o dano que sofreu o tecido. O código utilizado para este estudo foi desenvolvido pelo professor Felipe dos Santos Loureiro, e aqui foi adaptado para receber estas funções para a perfusão sanguínea e condutividade térmica, além dos termos referentes as condições de contorno de radiação e evaporação. A validação desse código foi feito em trabalhos anteriores, comparando os resultados obtidos de modelos mais simples com os apresentados na literatura.

A Figura 5.1 mostra o que está sendo simulado, ou seja, a queimadura da pele devido a uma fonte de calor externa, neste caso uma placa aquecida, sendo que a placa só é utilizada na primeira parte da simulação (aqui chamada de *burn*). A Figura 5.1 mostra o esquema da pele com a placa, mas para as simulações foi utilizado apenas a metade desse esquema, ou seja, a parte que está acima do eixo x , como mostrado nas partes (b) e (c) dessa mesma figura. Para simular o problema em questão, foi gerada uma malha também mostrada na Figura 5.1, com uma altura de $0.04m$ e cujos comprimentos de cada camada encontram-se na Tabela 5.1. Nota-se, que a malha é mais refinada nas primeiras camadas, presumindo-se um gradiente maior de temperatura nessa região. E para efeitos de queimadura, foi considerada uma placa de altura $0.02m$ que encosta na camada da pele, mais precisamente na epiderme.

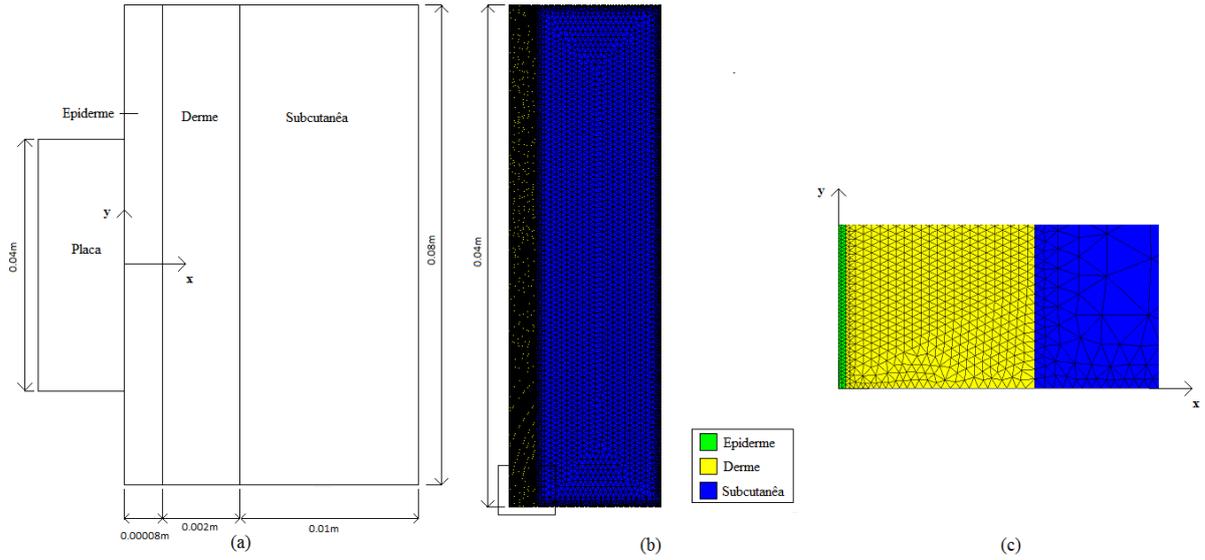


Figura 5.1: (a) Esquema mostrando a placa encostada na pele e suas camadas com seus respectivos comprimentos que serão apresentados na Tabela 5.1; (b) Malha 2D de elementos finitos com 38030 elementos triangulares; (c) Detalhe ampliado das malhas para mostrar as três camadas da pele

A escolha de uma malha mais refinada foi devido a sua precisão na geração dos resultados. Simulações utilizando malhas ainda mais refinadas foram realizadas, não ocorrendo diferenças significativas nos resultados obtidos. Para efeito de comparação, além dos modelos que foram apresentados pelas equações 2.20 até a 2.23 para a perfusão sanguínea e pelas equações 2.26 da condutividade térmica, serão considerados valores para a perfusão sanguínea linear (ω_b) e para a condutividade térmica linear (k) para cada camada da pele que estão representados na Tabela 5.1. Essa tabela também contém algumas propriedades de cada camada da pele. Além disso a temperatura inicial, a produção de calor metabólico e a temperatura arterial foram considerados como $T_0 = 310.15K(37^\circ C)$, $q_m''' = 420W/m^3$ e $T_a = 310.15K(37^\circ C)$ respectivamente [9]. Para estas simulações foram considerados também que o fluxo é nulo tanto na parte superior quanto na parte inferior da Figura 5.1 parte (b), ou seja, acima de $y = 0.04m$ e abaixo de $y = 0.0m$, e que a temperatura no lado direito, isto é, após $x = 0.01208m$ é igual a $310.15K(37^\circ C)$. O passo de tempo utilizado foi $\Delta t = 0.5s$ e o erro de Picard considerado foi 10^{-6} , ou seja, a norma do erro entre os vetores temperaturas da iteração atual menos a anterior dividido pela norma da iteração atual.

Foram realizadas cinco simulações no total, que serão descritas a seguir, e cujos resultados serão apresentados no final de cada descrição. Todas as simulações foram

Tabela 5.1: Propriedades térmicas de cada camada da pele do modelo. Fonte: [9]

Propriedades e Geometria	Epiderme	Derme	Subcutânea
Comprimento (m)	0.00008	0.002	0.01
$k(W\ m^{-1}\ ^\circ C^{-1})$	0.22	0.4	0.2
$\rho(kg\ m^{-3})$	1200	1200	1000
$c(J\ Kg^{-1}\ ^\circ C^{-1})$	3600	3400	2500
$\omega_b(s^{-1})$	0	0.0008	0.0002
$\rho_b(kg\ m^{-3})$	1000	1000	1000
$c_b(J\ Kg^{-1}\ ^\circ C^{-1})$	4200	4200	4200

divididas em duas partes:

- Primeira parte (*burn*): simula a queimadura de pele, ou seja, o contato da pele com a placa durante 30s;
- Segunda parte (*post burn*): simula o que ocorreu com o tecido durante 30s após a retirada da placa aquecida que estava em contato direto com a pele, isto é, cessava a lesão oriunda do contato direto da placa com a pele, após decorrido um período de 30s.

A segunda parte foi feita para simular a exposição da pele em dois meios diferentes, quando a pele fica exposta ao ar e quando fica exposta a uma corrente de água. Para diferenciar estes dois meios o coeficiente de transferência de calor por convecção (h) será diferente para cada meio. Dois pontos importantes nestas simulações foram: primeiro que os valores iniciais para rodar a segunda parte da simulação são os valores finais obtidos na primeira parte (*burn*), e o segundo foi a consideração da necrose total, quando o dano térmico tem um valor superior a 1, a perfusão sanguínea zero, ou seja, na segunda parte da simulação (*post burn*) a perfusão deixa de ter os valores que foram mencionados no Capítulo 2 e passa a ser considerado zero.

Os valores que foram utilizados para as condições de contorno neste trabalho são os seguintes: temperatura prescrita $\bar{T}_1 = 373.15K(100^\circ C)$ em $x = 0m$ e $y \in [0, 0.02m]$, isso significa a placa encostada na pele; para a condição de contorno convectiva foi considerado $h = 10W/m^2^\circ C$ para a primeira parte da simulação (*burn*) e $h = 10W/m^2^\circ C$ e $h = 1000W/m^2^\circ C$ para a segunda parte da simulação (*post burn*), representando respectivamente a pele exposta ao ar e a corrente de água, e $T_\infty = 299.15K(26^\circ C)$, para a condição de contorno de radiação foram considerados $\varepsilon = 0.85$ [63], $\sigma = 5.67 \times 10^{-8}W/m^2K^4$ e $T_{viz} = 293.15K(20^\circ C)$, e para a condição de contorno de evaporação foram considerados: $a = 3.054$, $b = 0.256$, $d = 3.37$, $f = 16.7$, $W_{rsw} = 0.2$, $\Phi = 0.4$, $P_a^* = 3.4kPa$, resultando em $h_e = 9.3318W/m^2^\circ C$ e $T_e = 291.6274K(18.48^\circ C)$.

Para todas as simulações, foram escolhidos nove pontos para representar os resultados relacionados a temperatura e ao dano, que foram divididos em três grupos: três pontos na camada da epiderme, três pontos na camada da derme e três pontos na camada subcutânea. Esses pontos foram escolhidos da seguinte maneira, optou-se pelos pontos que estão localizados no centro de cada camada, alterando a sua altura, por exemplo, na camada da epiderme escolheu-se $x_{Epiderme} = 0.00004m$ e três alturas diferentes: $0.01m$, $0.0205m$, e $0.021m$. A mesma coisa foi feita para as outras duas camadas, escolheu-se $x_{Derme} = 0.00108m$, e as mesmas três alturas citadas anteriormente $0.01m$, $0.0205m$, e $0.021m$ para a derme e $x_{Sub} = 0.00708m$, com as mesmas alturas $0.01m$, $0.0205m$, e $0.021m$ para a subcutânea, sendo que para os pontos escolhidos nesta última camada o dano ocorrido não teve valor superior a 1.046891×10^{-5} . Os maiores valores para os danos na camada subcutânea estão localizados na parte mais próxima da camada da derme, já que a medida que a distância em relação a parte mais externa da pele aumenta, o dano diminui.

A seguir serão apresentados quatro seções mostrando as comparações das simulações realizadas e seus resultados

A primeira simulação realizada utilizou as equações 2.20 e 2.21 propostas neste trabalho para a perfusão sanguínea e as equações 2.26 propostas neste trabalho para a condutividade térmica. Também foram consideradas as condições de contorno de convecção, radiação e evaporação apresentadas no Capítulo 3.

A segunda simulação utilizou as equações 2.22 e 2.23 do modelo de Xu *et al.* para a perfusão sanguínea e as mesmas equações da condutividade térmica propostas neste trabalho utilizadas anteriormente, e as condições de contorno de convecção, radiação e evaporação apresentadas no Capítulo 3.

A terceira simulação consistiu em utilizar as equações 2.20 e 2.21 propostas neste trabalho para a perfusão sanguínea e os valores apresentados na Tabela 5.1 para a condutividade térmica, além das condições de contorno de convecção, radiação e evaporação apresentadas no Capítulo 3.

A quarta simulação utilizou as equações 2.20 e 2.21 propostas neste trabalho para a perfusão sanguínea e as equações 2.26 propostas neste trabalho para a condutividade térmica, e somente a condição de contorno de convecção, desconsiderando as condições de radiação e evaporação.

A quinta e última simulação utilizou os valores lineares da Tabela 5.1 para a perfusão sanguínea e condutividade térmica, e somente a condição de contorno convectiva, desconsiderando as condições de radiação e evaporação. Para facilitar a compreensão destas simulações a Tabela 5.2 mostra o que foi dito anteriormente:

Tabela 5.2: Simulações que foram realizadas

Simulação	Perfusão Sanguínea	Condutividade Térmica	Condições de Contorno
Primeira	modelo proposto não linear	modelo proposto não linear	Todas
Segunda	modelo de Xu não linear	modelo proposto não linear	Todas
Terceira	modelo proposto não linear	valores da Tabela 5.1	Todas
Quarta	modelo proposto não linear	modelo proposto não linear	Condição Convectiva
Quinta	valores da Tabela 5.1	valores da Tabela 5.1	Condição Convectiva

A Tabela 5.2 mostra o que se pretende analisar com essas simulações. Por exemplo, os resultados obtidos na primeira simulação mostram o que foi proposto neste trabalho, ou seja, a utilização dos modelos propostos para a perfusão sanguínea e condutividade térmica e as condições de contorno de radiação e evaporação. A segunda mostra os resultados utilizando um modelo já existente para a perfusão sanguínea. A terceira analisa a influência da condutividade térmica utilizando valores constantes, a quarta analisa a influência da condição de contorno de convecção apenas e a quinta analisa os resultados com os valores constantes para a perfusão sanguínea e condutividade térmica e a condição de contorno convectiva.

Os gráficos que serão apresentados nas próximas seções são referentes aos pontos na camada da epiderme, derme e da subcutânea, mostram a variação da temperatura ao longo do interior do tecido em direção a camada mais interna da pele, que vai diminuindo porque o contato com a placa cessou e quanto mais interna for a camada, mais distante esta camada estará da placa, isso pode ser visto na Figura 5.2.

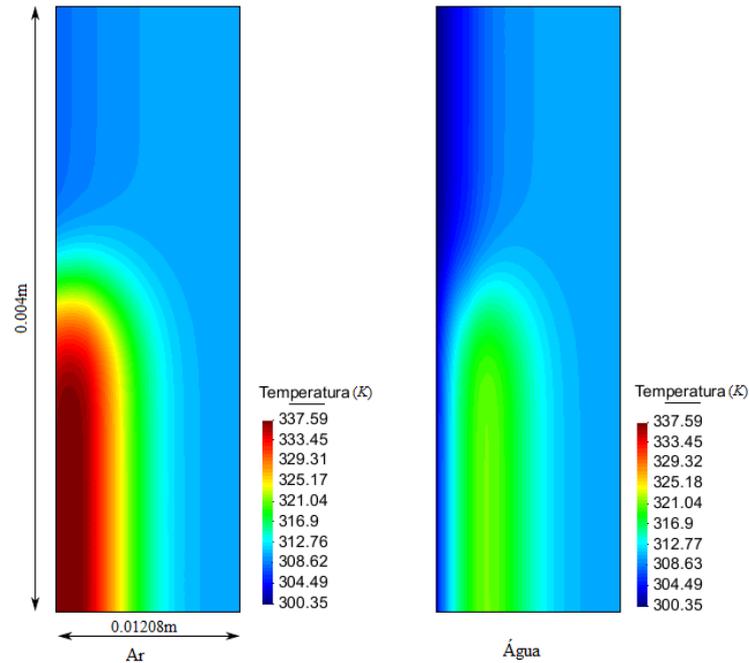


Figura 5.2: Resultado da primeira simulação referente a temperatura no tempo $t = 60s$ para os dois casos do *post burn*, o da esquerda referente a exposição da pele ao ar e o da direita em relação a água.

Também serão mostrados nas seções a seguir os gráficos relacionados aos danos causados na pele. A Figura 5.3 mostra a diferença que ocorreu nos resultados do dano referentes a exposição da pele ao ar e a água depois da retirada da placa. Isso ocorre porque ao contrário dos resultados referentes a temperatura onde a água troca calor com a pele mais rápido do que com o ar reduzindo a temperatura da pele, com o dano isso não é possível, porque uma vez atingido um valor superior a 1 para o dano, o tecido da pele sofre necrose, e para curar a necrose é necessário retirar todo o tecido morto do local por um especialista. O dano é consequência da exposição da pele a uma fonte de calor externo, seja pelo tempo de exposição da pele com uma fonte de calor ou pela temperatura da fonte, quanto maior for o tempo de exposição ou a temperatura, maior será o dano.

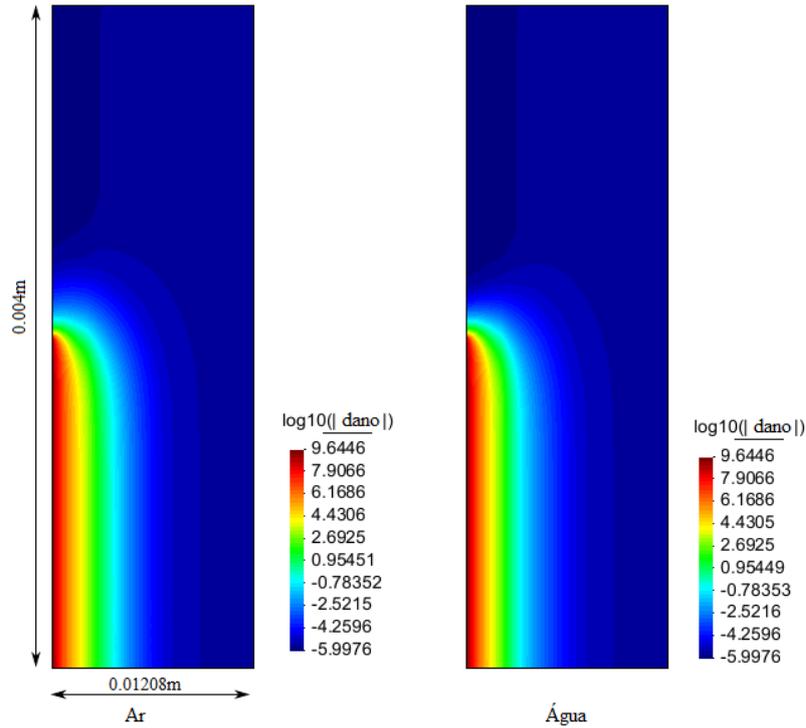


Figura 5.3: Resultado da primeira simulação referente ao dano no tempo $t = 60s$ para os dois casos do *post burn*, o da esquerda referente a exposição da pele ao ar e o da direita em relação a água.

5.1 Análise do modelo não linear para perfusão sanguínea

Essa primeira comparação tem como objetivo analisar o modelo proposto neste trabalho para a perfusão sanguínea, comparando com um modelo já existente, neste caso o proposto por Xu *et al.*.

Os gráficos que se seguem mostrarão um comparativo das temperaturas encontradas na primeira simulação ao longo do tempo com os resultados da segunda simulação para cada ponto descrito anteriormente, considerando a exposição da pele ao ar (representado pelas cores azul para a primeira simulação e vermelha para a segunda simulação) e a exposição da pele à corrente de água (representado pelas cores preta para a primeira simulação e verde para a segunda).

A Figura 5.4, representa a comparação da primeira simulação com a segunda simulação para os três pontos na camada da epiderme:

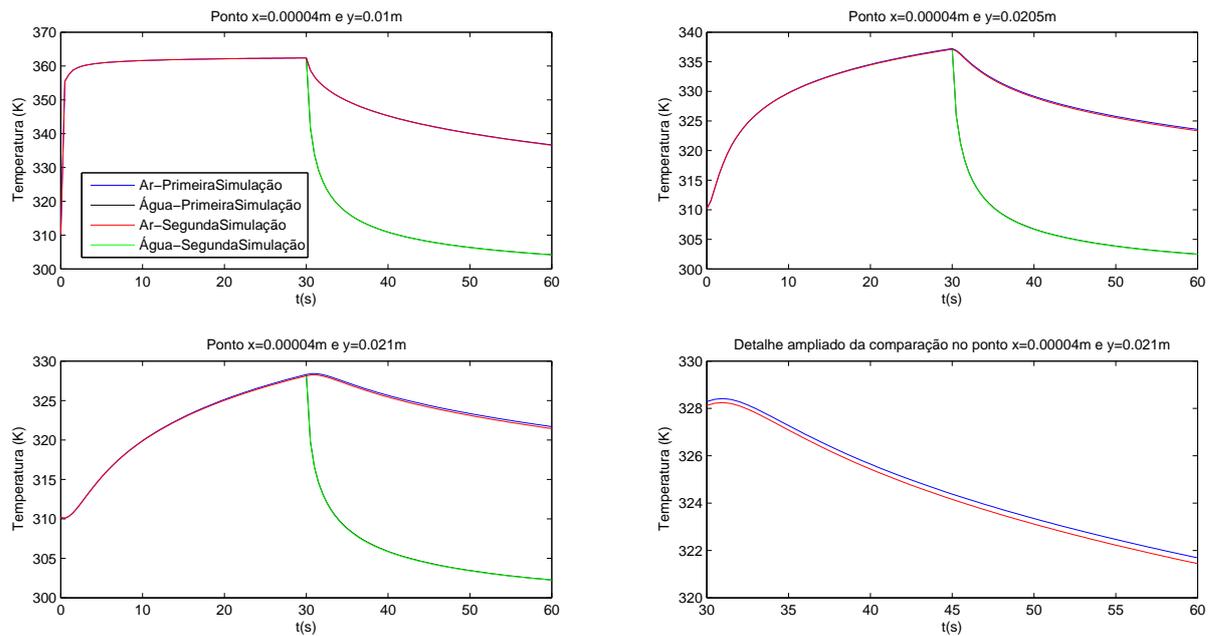


Figura 5.4: Temperatura nos pontos da epiderme, sendo o quarto gráfico uma ampliação na comparação do *post burn* para o ar, apenas para uma melhor visualização da diferença ocorrida

A Figura 5.5 mostra a comparação da primeira simulação com a segunda simulação para os três pontos na camada da derme:

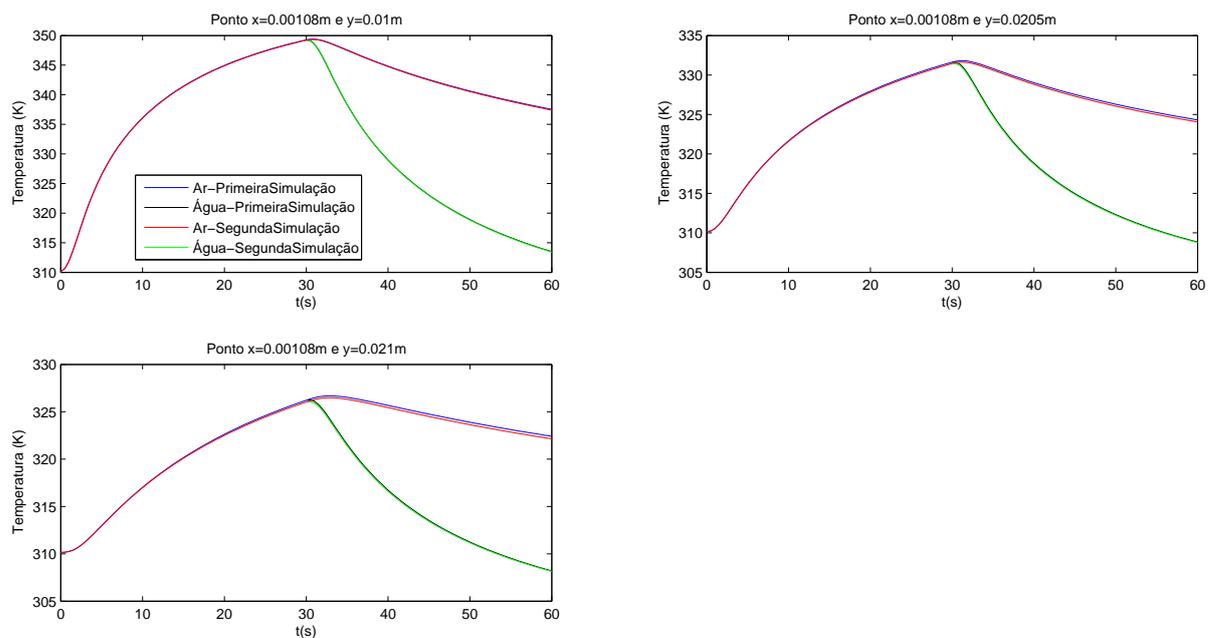


Figura 5.5: Temperatura nos pontos da derme

A Figura 5.6 mostra a comparação da primeira simulação com a segunda simulação para os três pontos na camada subcutânea:

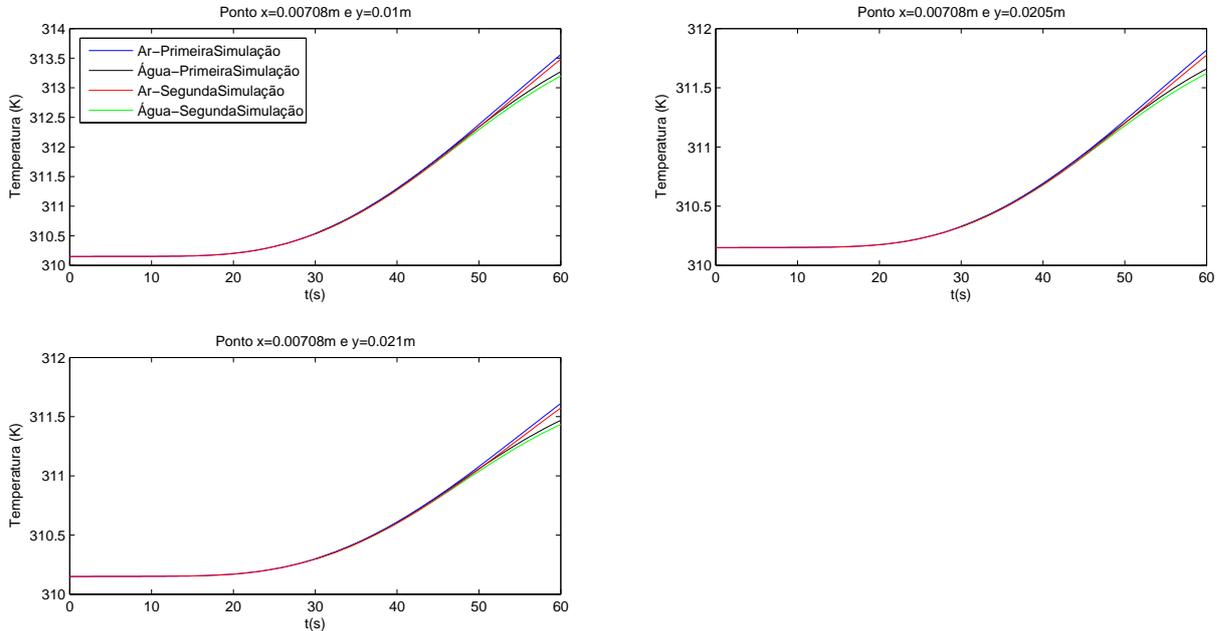


Figura 5.6: Temperatura nos pontos da subcutânea

Analisando essas três figuras anteriores, percebe-se que o ponto que está mais próximo da placa ($x = 0.00004m$ e $y = 0.01m$) é o que sofre o maior e mais rápido aumento de temperatura durante os trinta segundos iniciais da simulação, e também esse ponto é o que sofre a redução de temperatura mais rápida quando a placa é retirada e a pele fica exposta ao ar ou a corrente de água. O aumento da temperatura nos pontos da epiderme onde não há o contato com a placa e da derme acontece de uma forma bem parecida, não crescendo direto como o primeiro ponto, mais crescendo constantemente até os 30 segundos iniciais. A queda de temperatura, nos pontos da epiderme e da derme, é maior quando a pele fica exposta a água do que quando fica exposta ao ar, já que o coeficiente de transferência de calor da água é maior que o do ar. Já nos pontos da camada subcutânea, por estar mais afastada da placa, o aumento da temperatura foi pequeno, algo em torno de $3K$, e só começou a acontecer no final da primeira parte da simulação, e não houve redução da mesma, ou seja, o ar e a água não influenciaram os pontos desta camada. Percebe-se também que os valores da temperatura são maiores nos pontos que estão mais próximos a placa.

As Figuras 5.7 e 5.8 mostram as variações de temperatura no interior do tecido, da direção da camada mais externa (epiderme) para a camada mais interna do tecido (subcutânea), em três alturas diferentes ($0.01m$, $0.0205m$ e $0.021m$, respectivamente) nos instantes $t = 30s$ e $t = 60s$ na comparação da primeira simulação com a segunda simulação:

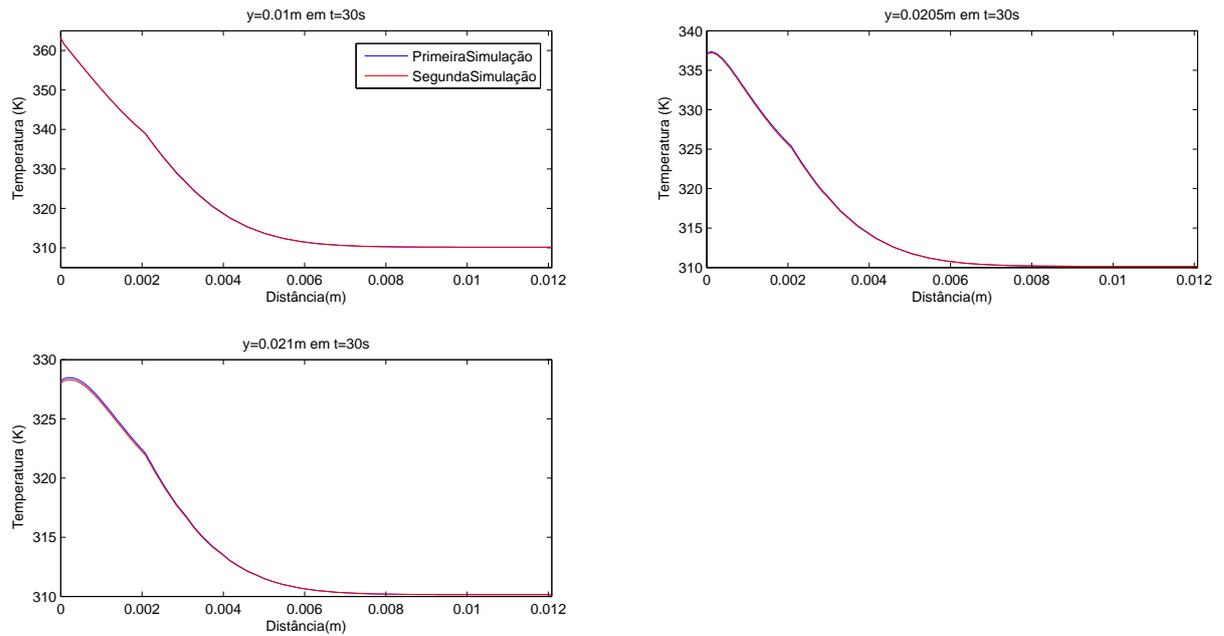


Figura 5.7: Gráfico Temperatura (K) vs distância (m) em $t = 30s$

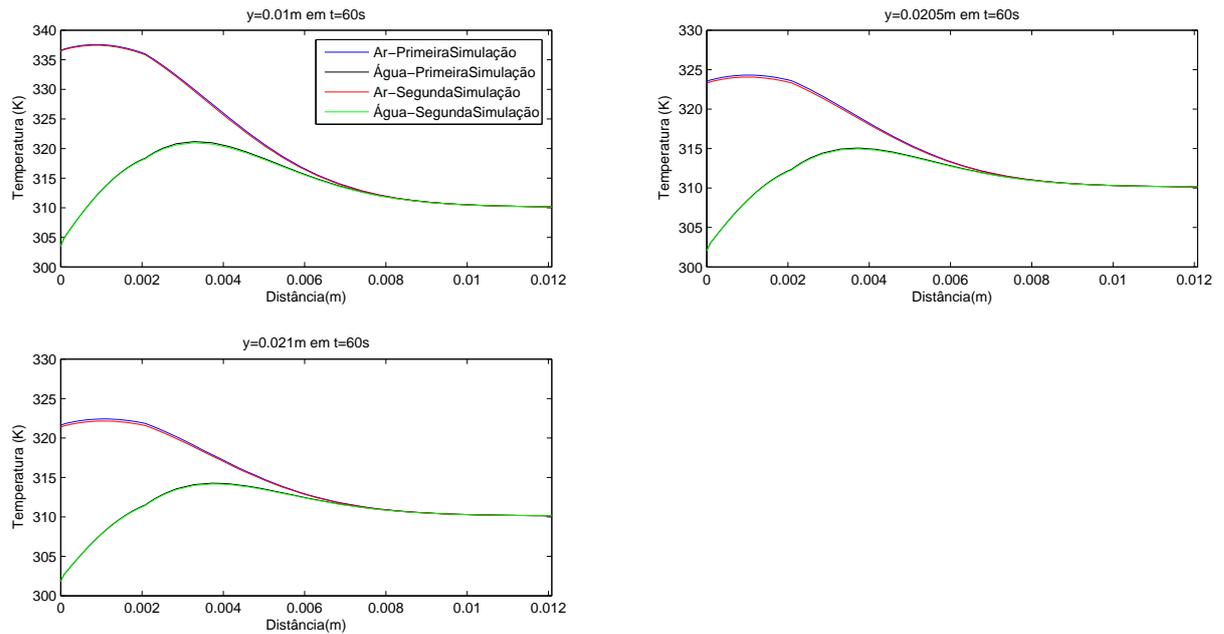


Figura 5.8: Gráfico Temperatura (K) vs distância (m) em $t = 60s$

A Figura 5.7 mostra que o comportamento dos gráficos nos três pontos é o mesmo, tendo o maior valor da temperatura no começo da simulação, sendo um pouco acima de $360K$ o maior valor para a temperatura onde há o contato direto com a placa, não existindo valor maior do que esse em nenhum outro ponto. O aumento da temperatura nas outras camadas acontece com o passar do tempo, mas a influência da placa aquecida vai diminuindo a medida que vai se afastando dela, ou seja, o aumento na temperatura acontece nas outras camadas também, mas é menor do que os pontos que estão em contato com a placa. Nestes gráficos não tem a diferença entre água e ar, pois só serão considerados na segunda parte da simulação, onde o contato da placa foi cessado. A Figura 5.8 mostra a diferença entre a exposição da pele ao ar e a água. Os gráficos começam com valores de temperatura diferentes, quando a pele está exposta a água é menor do que quando está exposta ao ar. Quando a pele está exposta a água os valores vão aumentando até o começo da camada subcutânea (próximo de $x=0.004m$) e a partir daí os valores decrescem. Com o ar ocorre um pequeno aumento na temperatura até a camada derme e diminui a partir desse ponto, e na camada subcutânea os valores ficam iguais quando a pele está sob contato da água.

Comparando os resultados do modelo proposto com os do modelo proposto por Xu *et*

al. [8], o comportamento dos gráficos ficaram muito parecidos, obtendo resultados muito próximos, com uma diferença mais perceptível na segunda parte da simulação (*post burn*) quando a pele está exposta ao ar ou a água. Então este modelo proposto pode ser utilizado na análise de um processo de queimadura de pele.

Os próximos gráficos mostrarão um comparativo dos danos encontrados na primeira simulação ao longo do tempo com a segunda simulação para cada ponto considerando a exposição da pele ao ar (representado pelas cores azul para a primeira simulação e vermelha para a segunda) e a exposição da pele à corrente de água (representado pelas cores preta para a primeira simulação e verde para a segunda), assim como foi feito para as temperaturas.

A Figura 5.9 representa a comparação da primeira simulação com a segunda simulação para os três pontos na camada da epiderme:

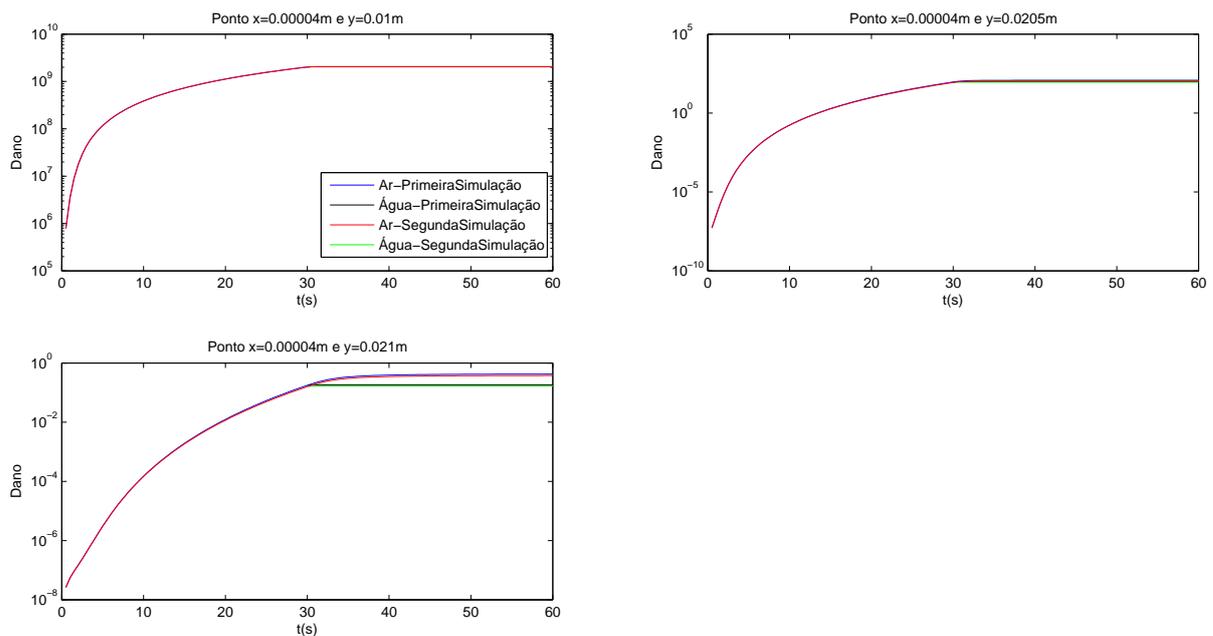


Figura 5.9: Dano nos pontos da epiderme

A Figura 5.10, mostra a comparação da primeira simulação com a segunda simulação para os três pontos na camada da derme:

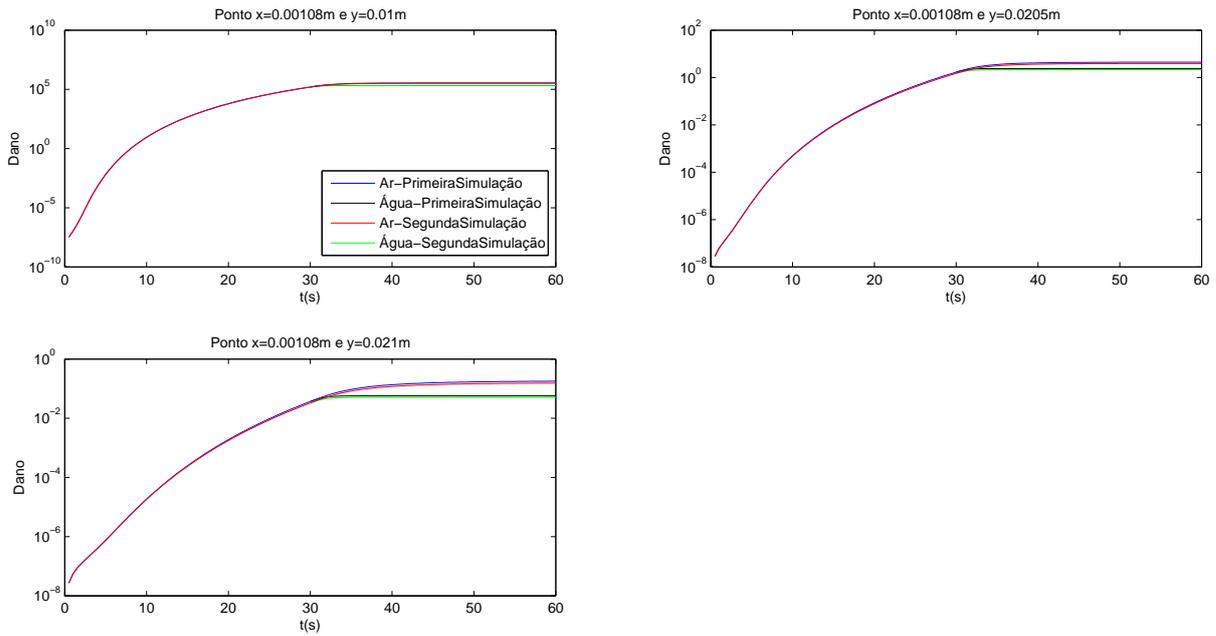


Figura 5.10: Dano nos pontos da derme

Assim como nas temperaturas, os maiores valores para o dano ocorrem nos pontos da pele que estão em contato com a placa. E ao contrário do que houve com a temperatura, não houve redução no dano, já que este é cumulativo. A exposição da pele ao ar ou a água influenciará pouco na questão do dano, sendo mais perceptível nos pontos mais afastados da placa.

As Figuras 5.11 e 5.12 mostram os valores do dano no interior do tecido, da direção da camada mais externa (epiderme) para a camada mais interna do tecido (subcutânea), em três alturas diferentes ($0.01m$, $0.0205m$ e $0.021m$, respectivamente) nos instantes $t = 30s$ e $t = 60s$ na comparação da primeira simulação com a segunda simulação:

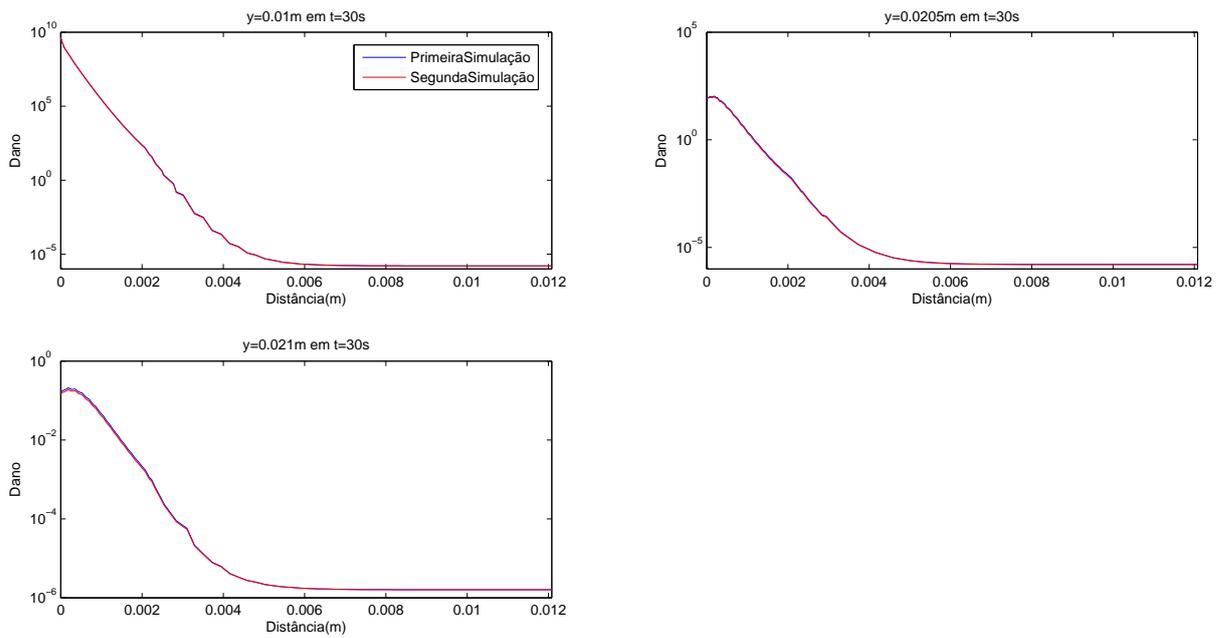


Figura 5.11: Dano vs distância (m) em $t = 30s$

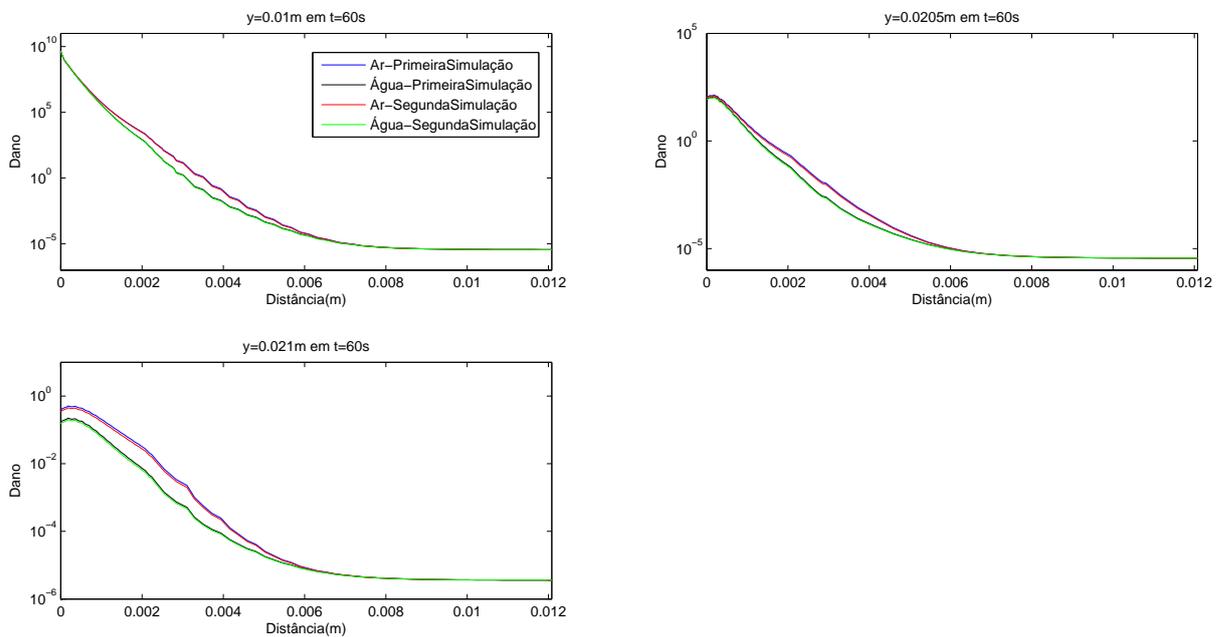


Figura 5.12: Dano vs distância (m) em $t = 60s$

As Figuras 5.11 e 5.12 mostram que o valor do dano é maior onde existe o contato da pele com a placa, existe um leve aumento do dano nos pontos $y=0.0205m$ e $y=0.021m$

ao longo do eixo x seguidos da redução do mesmo. Nestas figuras observa-se também pequenas oscilações nos gráficos, isso pode ser devido aos valores serem pequenos ou aos arredondamentos que o programa realizou.

Comparando os resultados do modelo proposto neste trabalho com os do modelo proposto por Xu *et al.* [8], observa-se que os valores para o dano são praticamente os mesmos nos pontos mais próximos a placa, e vai diferenciando a medida que vai se afastando da placa. Houve queimadura de terceiro grau em ambas as simulações segundo o modelo de Arrhenius, já que o valor de ψ atingiu aproximadamente 4.412×10^9 , e o dano atingiu todas as camadas, porém com valores inferiores aos encontrados na epiderme, como pode ser observado nas Figuras 5.11 e 5.12.

Esta comparação serviu para mostrar que o modelo não linear proposto neste trabalho para a perfusão sanguínea obteve resultados muito parecidos com um modelo não linear existente, só que o modelo proposto aqui está mais de acordo com a realidade, podendo ser utilizado em outros problemas que necessitem da perfusão sanguínea.

5.2 Influência da condutividade térmica

Essa segunda comparação tem como objetivo analisar a influência da condutividade térmica em um processo de queimadura de pele.

Os gráficos que se seguem mostrarão um comparativo das temperaturas encontradas na primeira simulação ao longo do tempo com a terceira simulação para cada ponto considerando a exposição da pele ao ar (representado pelas cores azul para a primeira simulação e vermelha para a terceira) e a exposição da pele à corrente de água (representado pelas cores preta para a primeira simulação e verde para a terceira).

A Figura 5.13 representa a comparação da primeira simulação com a terceira simulação para os três pontos na camada da epiderme:

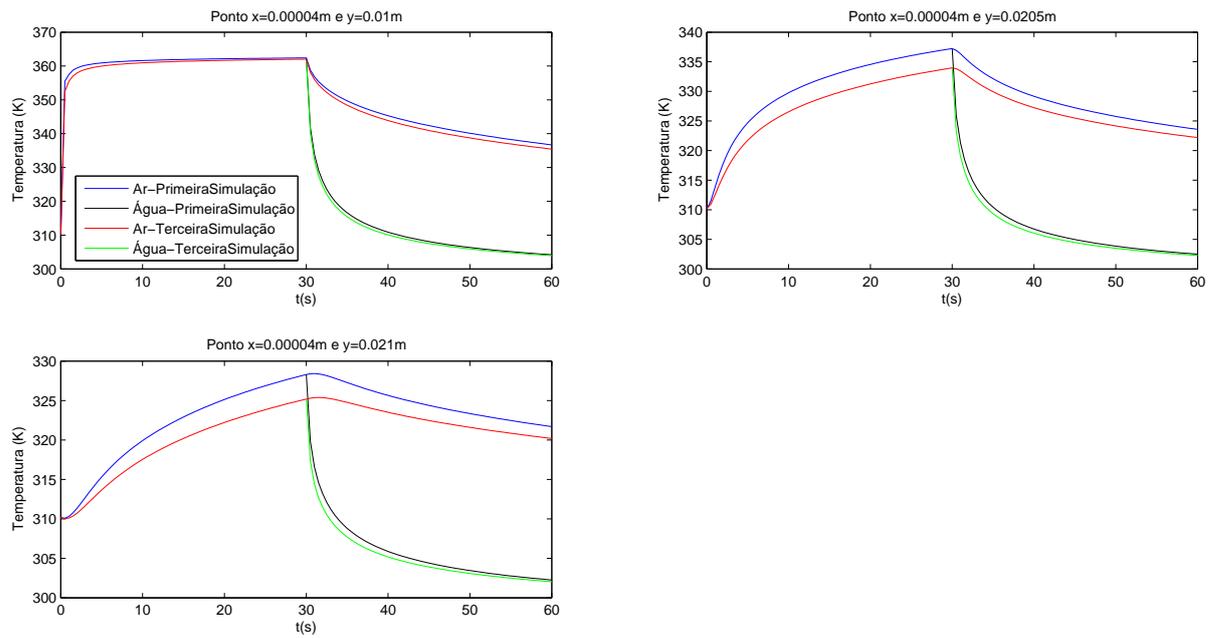


Figura 5.13: Temperatura nos pontos da epiderme

A Figura 5.14 mostra a comparação da primeira simulação com a terceira simulação para os três pontos na camada da derme:

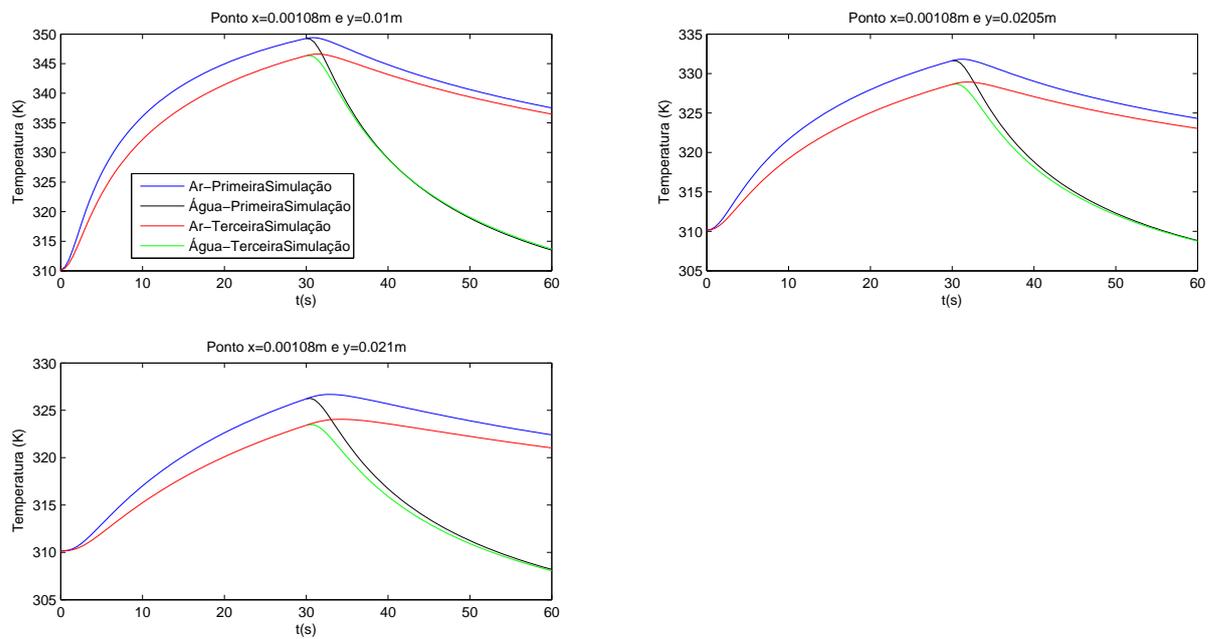


Figura 5.14: Temperatura nos pontos da derme

A Figura 5.15 mostra a comparação da primeira simulação com a terceira simulação para os três pontos na camada subcutânea:

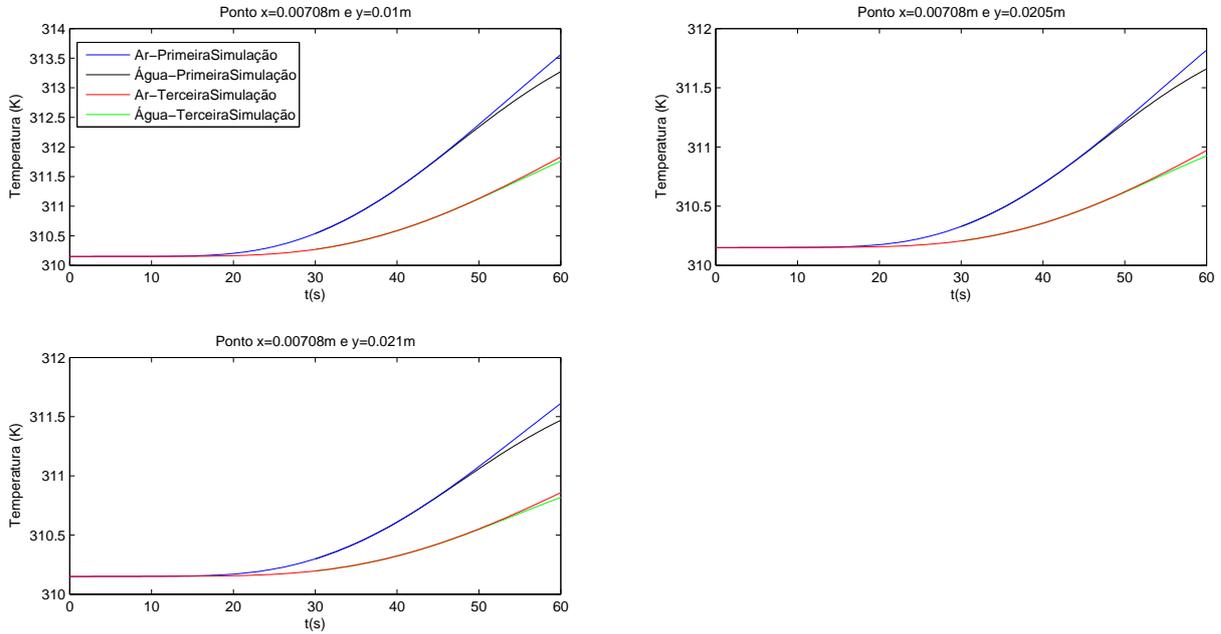


Figura 5.15: Temperatura nos pontos da subcutânea

Pelas figuras mostradas acima, nota-se que existe diferença em todos os pontos, só que no ponto $x = 0.00004m$ e $y = 0.01m$ as curvas estão mais próximas. Essas figuras também mostram que a diferença na exposição da pele com a água nas duas simulações é pequena, enquanto que no ar essa diferença já é maior. Existe uma diferença em torno de $5K$ de uma simulação para outra. Já nos pontos da subcutânea a diferença começa a partir dos 50 segundos de simulação.

As Figuras 5.16 5.17 mostram as variações de temperatura no interior do tecido, da direção da camada mais externa (epiderme) para a camada mais interna do tecido (subcutânea), em três alturas diferentes ($0.01m$, $0.0205m$ e $0.021m$, respectivamente) nos instantes $t = 30s$ e $t = 60s$ na comparação da primeira simulação com a terceira simulação:

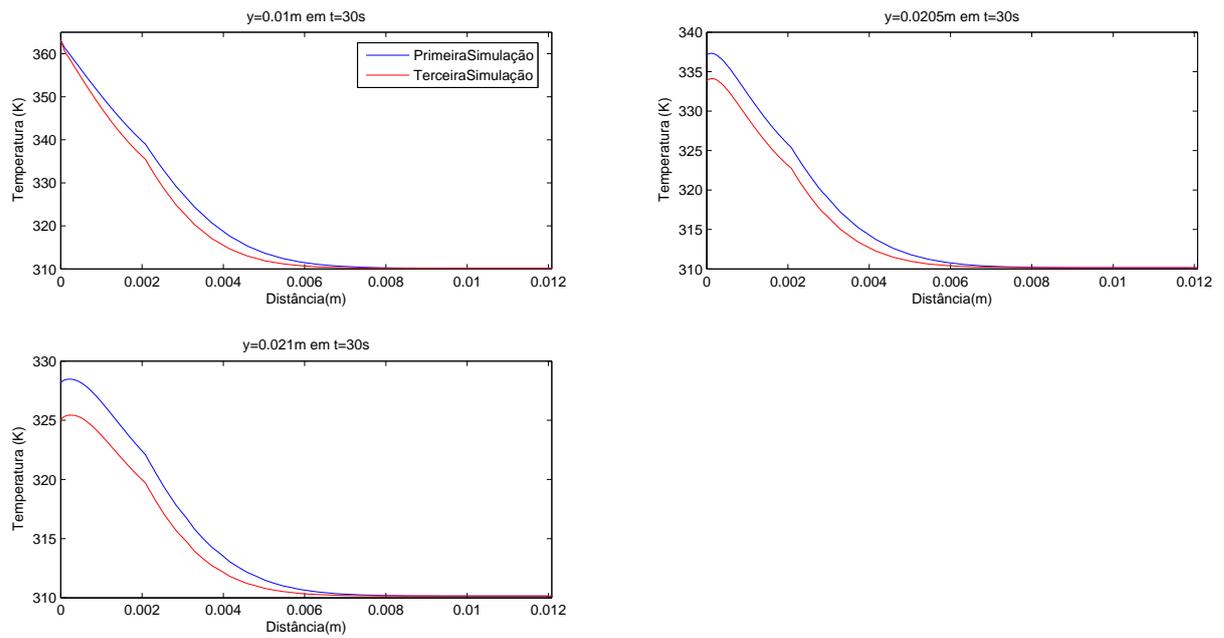


Figura 5.16: Gráfico Temperatura (K) vs distância (m) em $t = 30s$

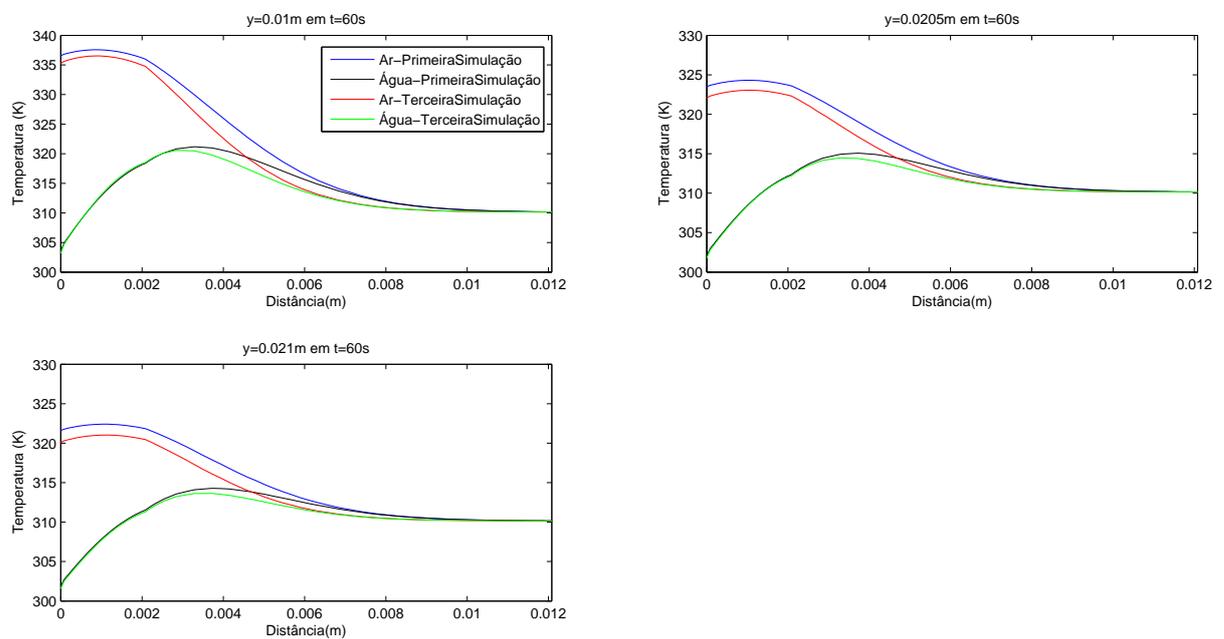


Figura 5.17: Gráfico Temperatura (K) vs distância (m) em $t = 60s$

Essas figuras mostram que a temperatura é maior na parte externa da pele, reduzindo a medida que vai caminhando para a parte mais interna da pele. Na primeira parte (*burn*),

as duas simulações possuem resultados diferentes até o começo da camada subcutânea, e depois ficam iguais, e na segunda parte (*post burn*) os resultados para a exposição ao ar são diferentes, ficando parecidos na parte final da subcutânea, enquanto que a exposição a água os resultados diferem na camada subcutânea. A temperatura sofre uma queda maior quando a pele está exposta a água, e ela fica maior até uma distância de $0.004m$ da parte externa da pele, reduzindo a medida que vai avançando para a parte mais interna da pele.

Os próximos gráficos mostrarão um comparativo dos danos encontrados na primeira simulação ao longo do tempo com a terceira simulação para cada ponto considerando a exposição da pele ao ar (representado pelas cores azul para a primeira simulação e vermelha para a terceira) e a exposição da pele à corrente de água (representado pelas cores preta para a primeira simulação e verde para a terceira), assim como foi feito para as temperaturas.

A Figura 5.18 representa a comparação da primeira simulação com a terceira simulação para os três pontos na camada da epiderme:

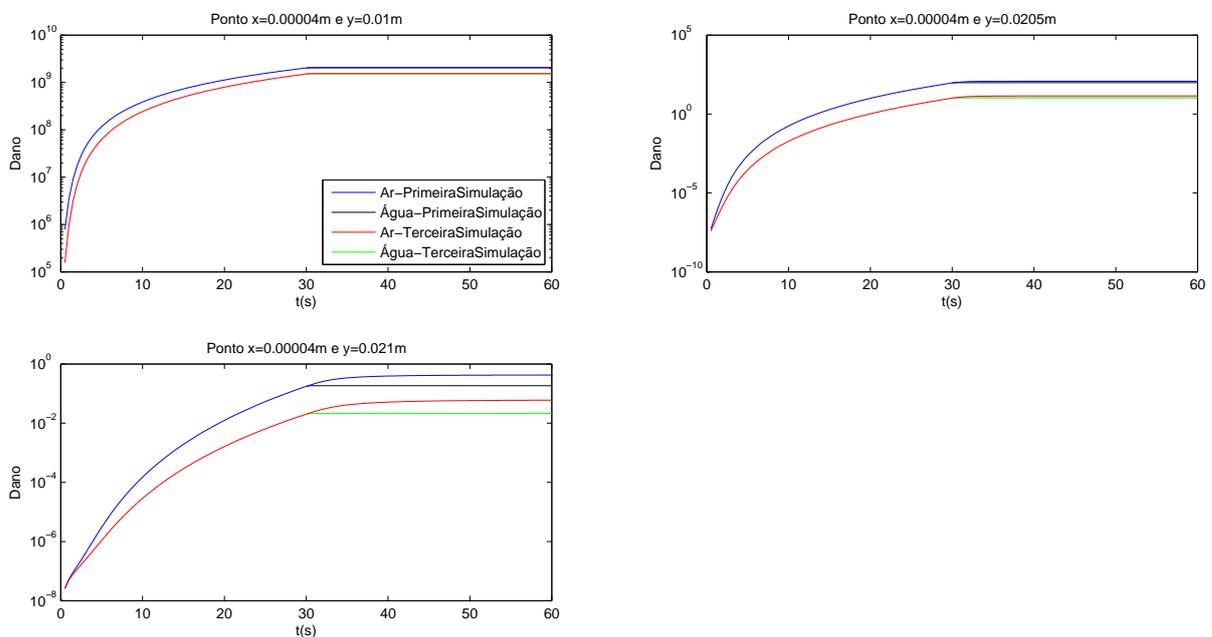


Figura 5.18: Dano nos pontos da epiderme

A Figura 5.19 mostra a comparação da primeira simulação com a terceira simulação para os três pontos na camada da derme:

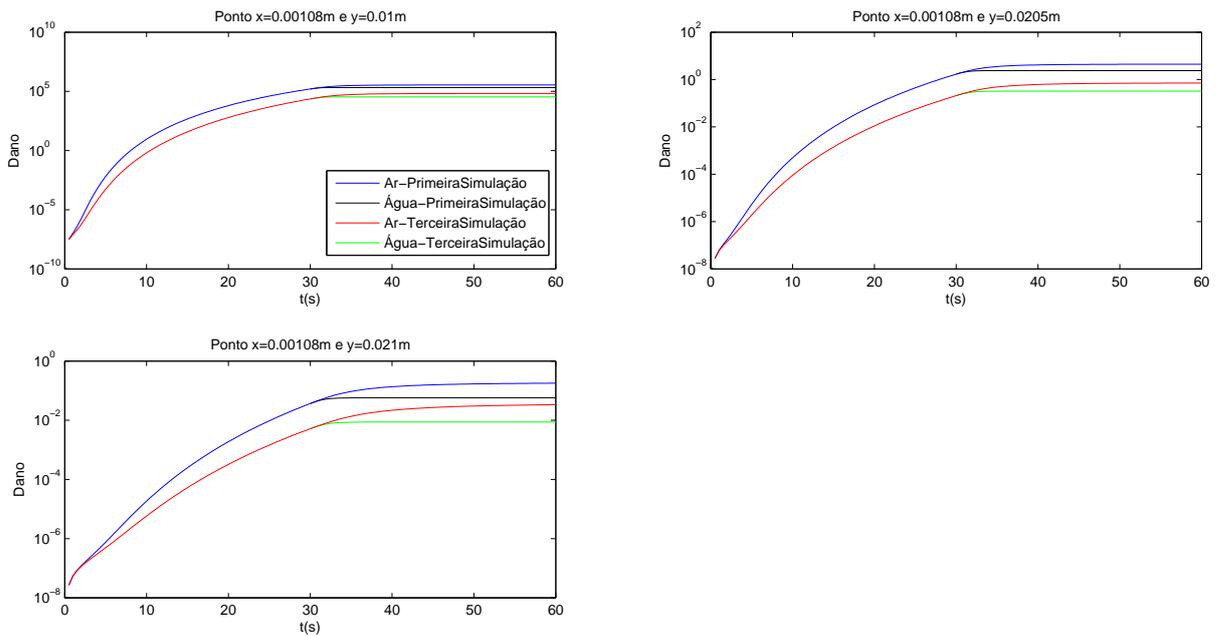


Figura 5.19: Dano nos pontos da derme

As figuras acima mostram que existem diferenças nos valores obtidos entre as simulações, sendo que os valores da terceira simulação são menores que os encontrados na primeira, e que a diferença nos valores dos danos quando a pele está exposta ao ar e a água é pequena.

As Figuras 5.20 e 5.21 mostram os valores do dano no interior do tecido, da direção da camada mais externa (epiderme) para a camada mais interna do tecido (subcutânea), em três alturas diferentes ($0.01m$, $0.0205m$ e $0.021m$, respectivamente) nos instantes $t = 30s$ e $t = 60s$ na comparação da primeira simulação com a terceira simulação:

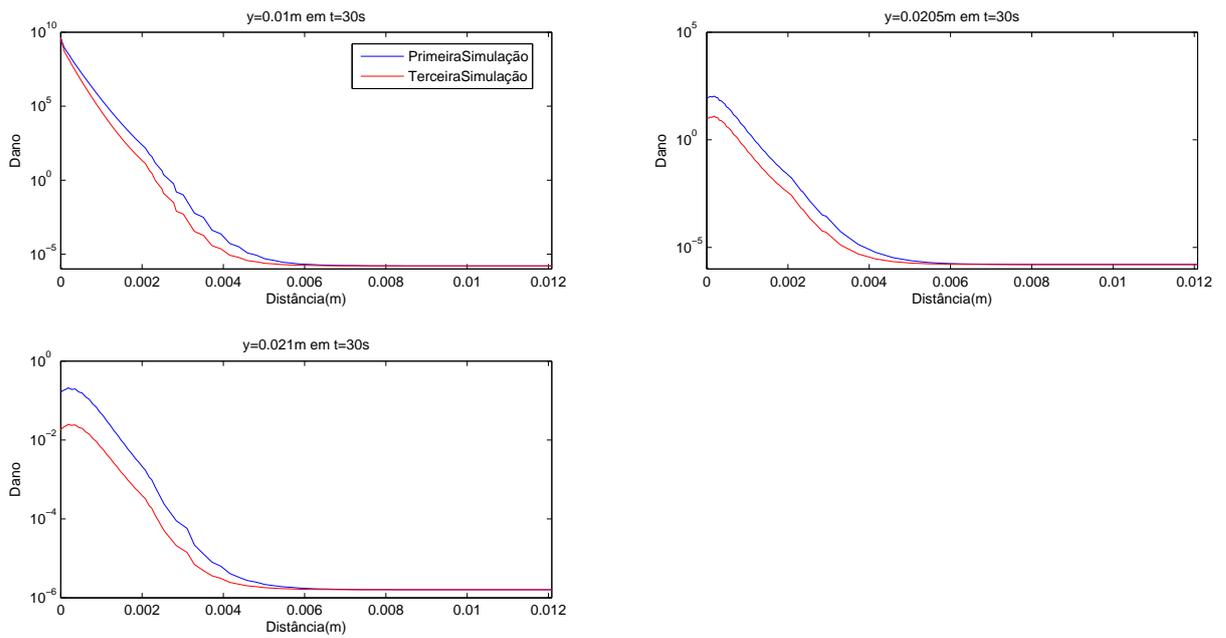


Figura 5.20: Dano vs distância (m) em $t = 30s$

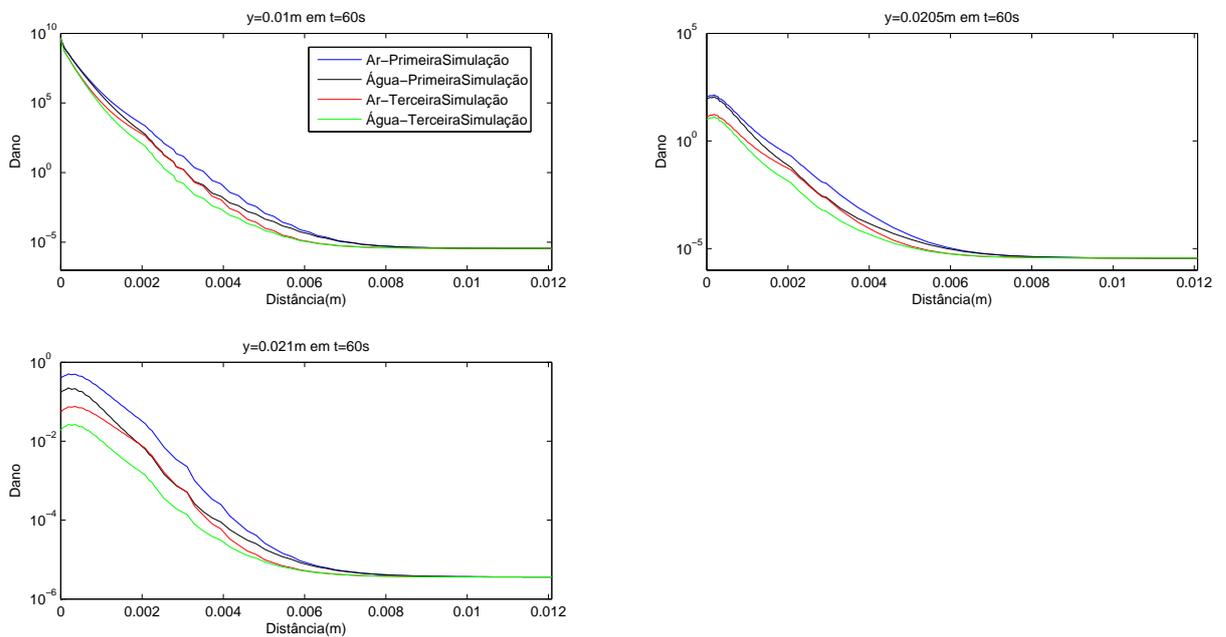


Figura 5.21: Dano vs distância (m) em $t = 60s$

Nas figuras acima a diferença nos valores dos danos ocorre até a metade da camada subcutânea aproximadamente, ficando iguais a partir desse ponto. Ocorre oscilações nos

gráficos também que podem ter sido provocadas por arredondamentos do programa.

Pelas figuras acima também, observa-se que houve diferença nos resultados para o dano assim como ocorreu nas temperaturas, sendo que o maior valor encontrado para ψ foi de aproximadamente 4.412×10^9 da primeira simulação, e o valor encontrado pela terceira simulação foi igual a 4.408×10^9 , onde foi utilizada a condutividade térmica linear, ocorrendo então a queimadura de terceiro grau segundo o modelo de Arrhenius, atingindo as outras camadas com uma intensidade que vai diminuindo a medida que se vai afastando da camada mais externa da pele.

Nesta comparação, observa-se que a condutividade térmica influencia na análise da queimadura de pele. O comportamento dos gráficos ficaram parecidos, porém os valores obtidos utilizando a condutividade térmica linear são inferiores aos valores encontrados pelo modelo proposto por este trabalho. Os valores só ficam bem próximos nesses dois gráficos na camada mais afastada de onde estava a placa. Portanto a condutividade térmica é um fator que não pode ser descartado nestes tipos de análises.

5.3 Influência das condições de contorno

Essa terceira comparação tem como objetivo analisar a influência das condições de contorno de radiação e evaporação.

Os gráficos que se seguem mostrarão um comparativo das temperaturas encontradas na primeira simulação ao longo do tempo com a quarta simulação para cada ponto considerando a exposição da pele ao ar (representado pelas cores azul para a primeira simulação e vermelha para a quarta) e a exposição da pele à corrente de água (representado pelas cores preta para a primeira simulação e verde para a quarta).

A Figura 5.22 representa a comparação da primeira simulação com a quarta simulação para os três pontos na camada da epiderme:

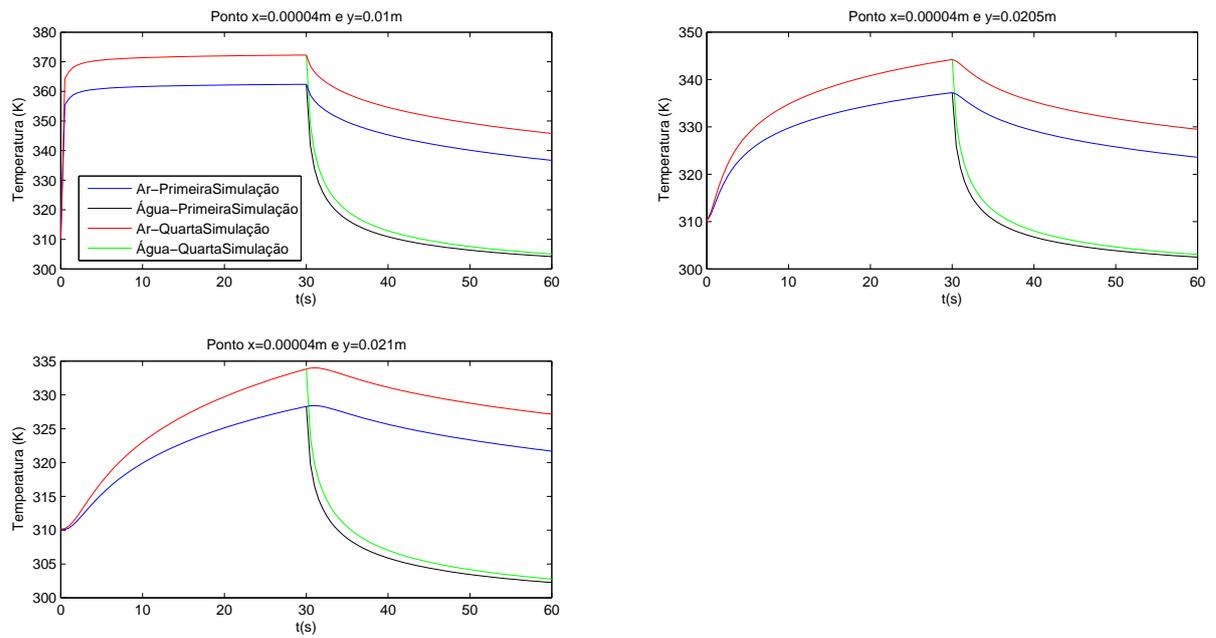


Figura 5.22: Temperatura nos pontos da epiderme

A Figura 5.23 mostra a comparação da primeira simulação com a quarta simulação para os três pontos na camada da derme:

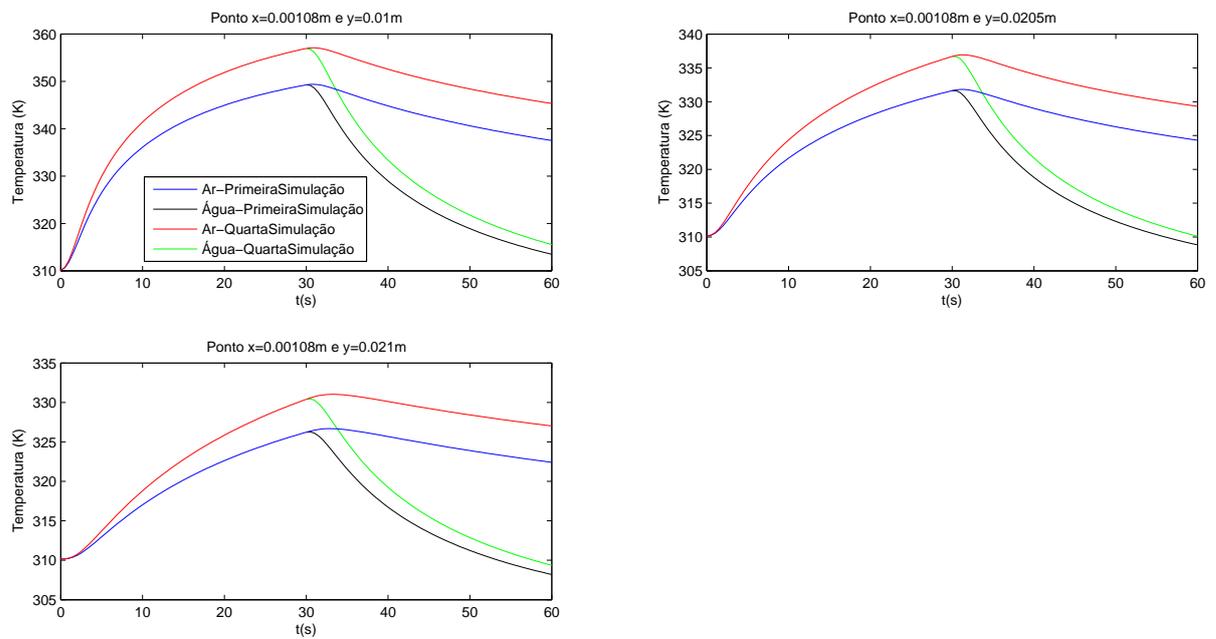


Figura 5.23: Temperatura nos pontos da derme

A Figura 5.24 mostra a comparação da primeira simulação com a quarta simulação para os três pontos na camada subcutânea:

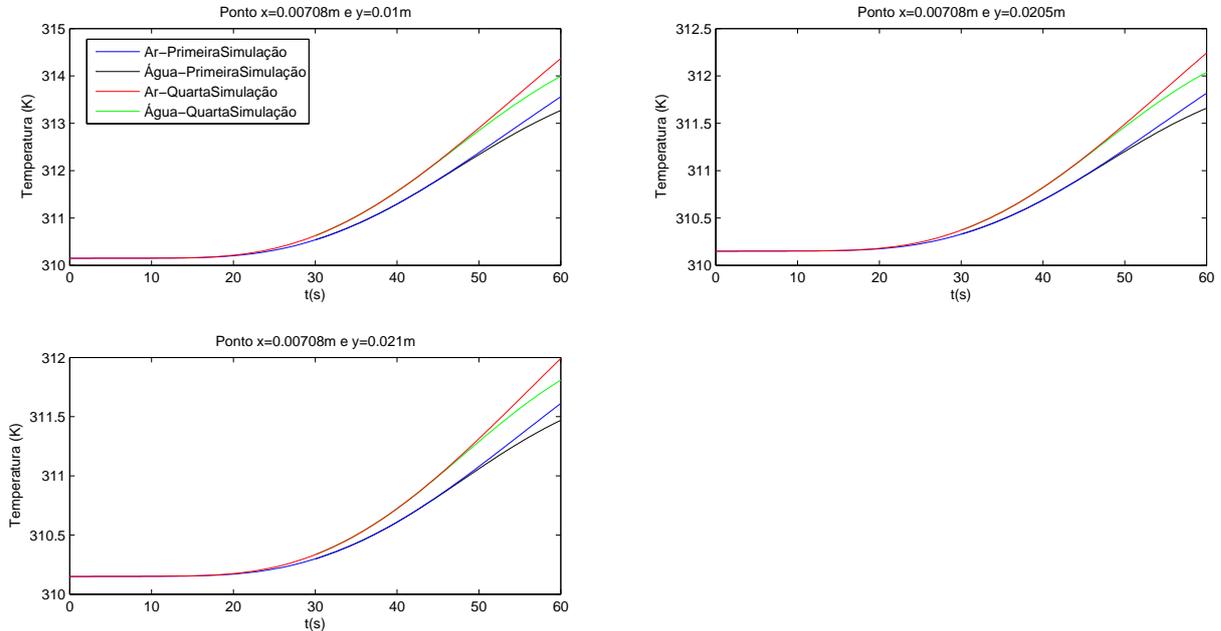


Figura 5.24: Temperatura nos pontos da subcutânea

Pelas figuras mostradas acima, nota-se que existe diferença em todos os pontos simulados. Essas figuras também mostram que a diferença nos valores obtidos com a exposição da pele com a água e com o ar nas duas simulações é maior. A diferença chega a $10K$ de uma simulação para outra. Os valores obtidos utilizando as condições de contorno de radiação e evaporação são menores que os obtidos sem essas condições. No ponto onde está o contato direto com a placa, os valores são diferentes, e nos demais pontos eles começam iguais ficando diferentes com poucos segundos de simulação. Já nos pontos da subcutânea essa diferença começa em torno de 25 segundos do começo da simulação.

As Figuras 5.25 e 5.26 mostram as variações de temperatura no interior do tecido, da direção da camada mais externa (epiderme) para a camada mais interna do tecido (subcutânea), em três alturas diferentes ($0.01m$, $0.0205m$ e $0.021m$, respectivamente) nos instantes $t = 30s$ e $t = 60s$ na comparação da primeira simulação com a quarta simulação:

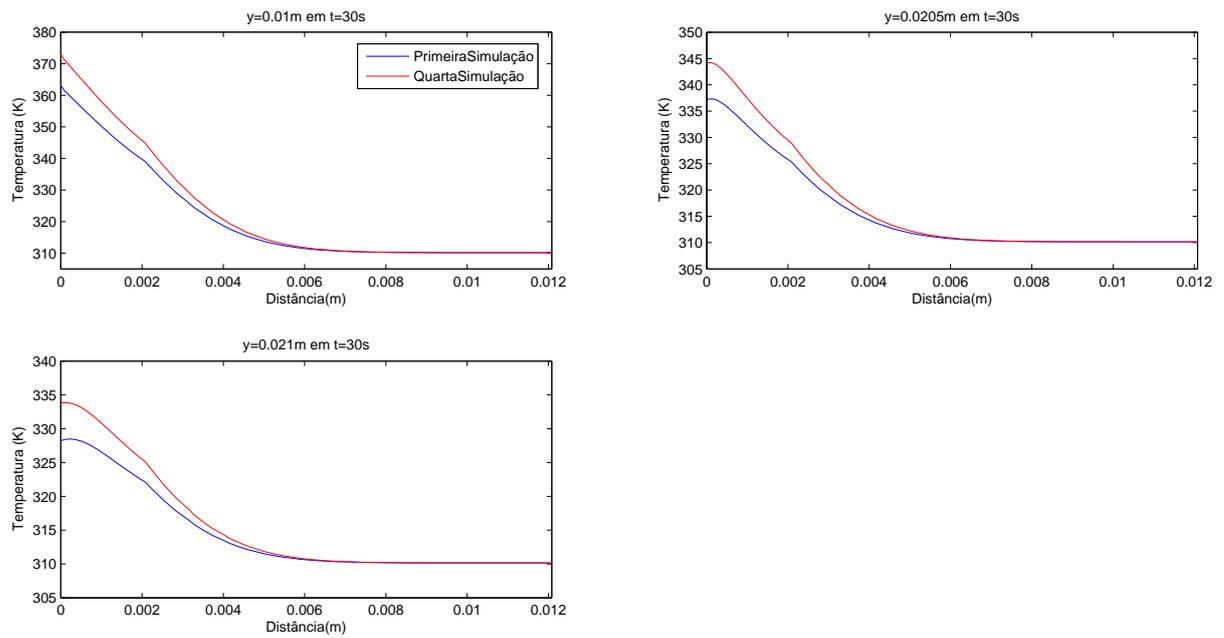


Figura 5.25: Gráfico Temperatura (K) vs distância (m) em $t = 30s$

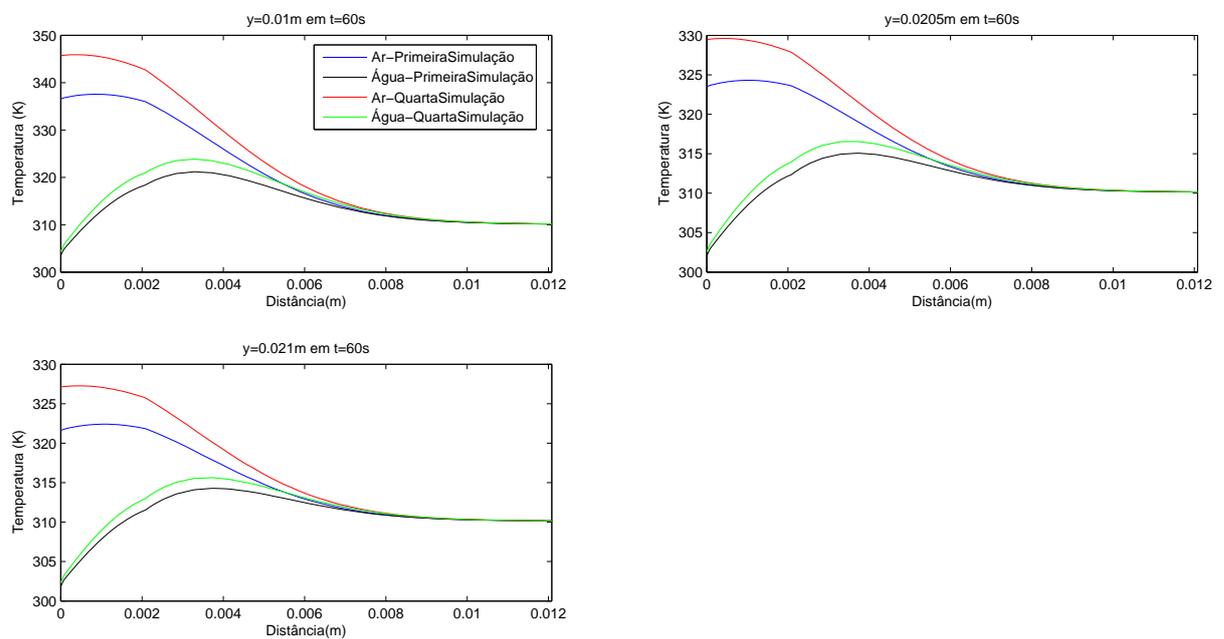


Figura 5.26: Gráfico Temperatura (K) vs distância (m) em $t = 60s$

Pela Figura 5.25 as duas simulações começa com valores diferentes, igualando-se no começo da camada subcutânea, e pela Figura 5.26 esses valores se igualam a partir da

metade dessa mesma camada. Os gráficos possuem comportamentos semelhantes, porém com a maior diferença entre os valores obtidos até agora.

Os próximos gráficos mostrarão um comparativo dos danos encontrados na primeira simulação ao longo do tempo com a quarta simulação para cada ponto considerando a exposição da pele ao ar (representado pelas cores azul para a primeira simulação e vermelha para a quarta) e a exposição da pele à corrente de água (representado pelas cores preta para a primeira simulação e verde para a quarta), assim como foi feito para as temperaturas.

A Figura 5.27 representa a comparação da primeira simulação com a quarta simulação para os três pontos na camada da epiderme:

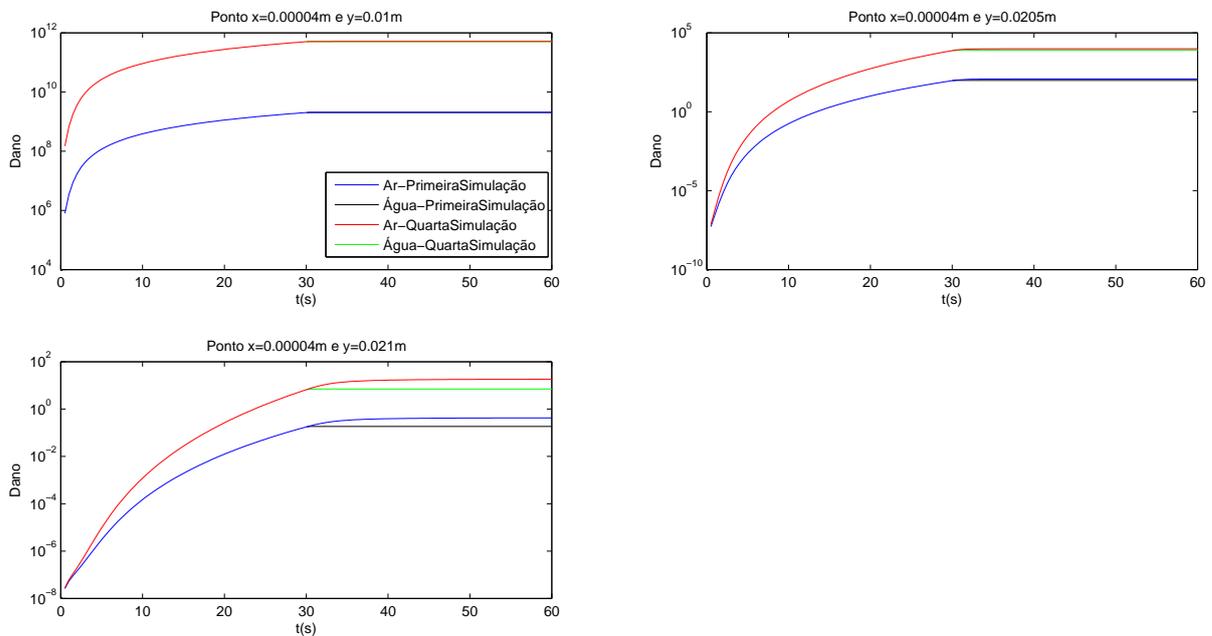


Figura 5.27: Dano nos pontos da epiderme

A Figura 5.28 mostra a comparação da primeira simulação com a quarta simulação para os três pontos na camada da derme:

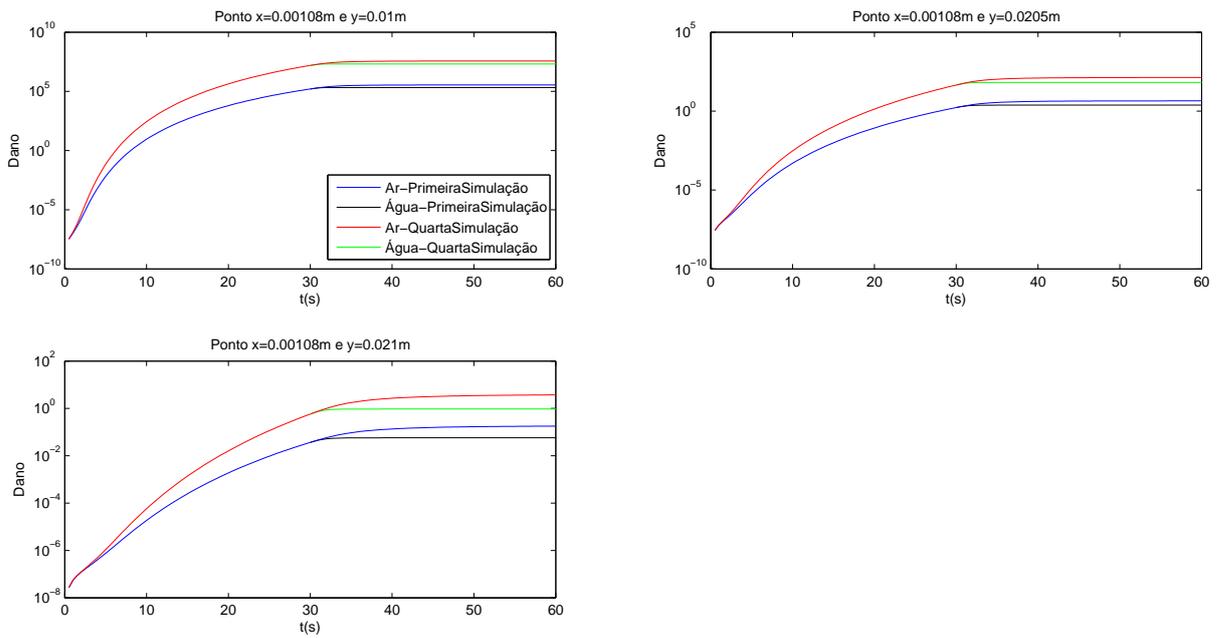


Figura 5.28: Dano nos pontos da derme

As figuras acima mostram que, assim como ocorreu com a temperatura, aqui ocorrem as maiores diferenças entre os valores obtidos com as simulações, sendo que os valores da quarta simulação são maiores que os encontrados na primeira, e que a diferença nos valores dos danos quando a pele está exposta ao ar e a água também é pequena.

As Figuras 5.29 e 5.30 mostram os valores do dano no interior do tecido, da direção da camada mais externa (epiderme) para a camada mais interna do tecido (subcutânea), em três alturas diferentes ($0.01m$, $0.0205m$ e $0.021m$, respectivamente) nos instantes $t = 30s$ e $t = 60s$ na comparação da primeira simulação com a quarta simulação:

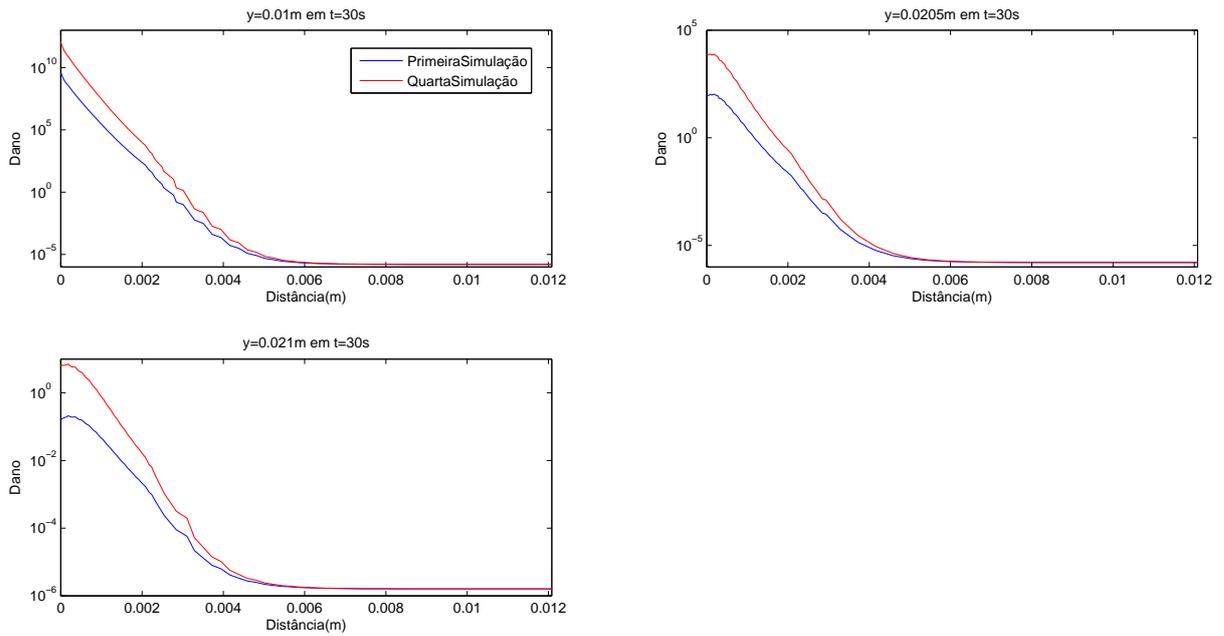


Figura 5.29: Dano vs distância (m) em $t = 30s$

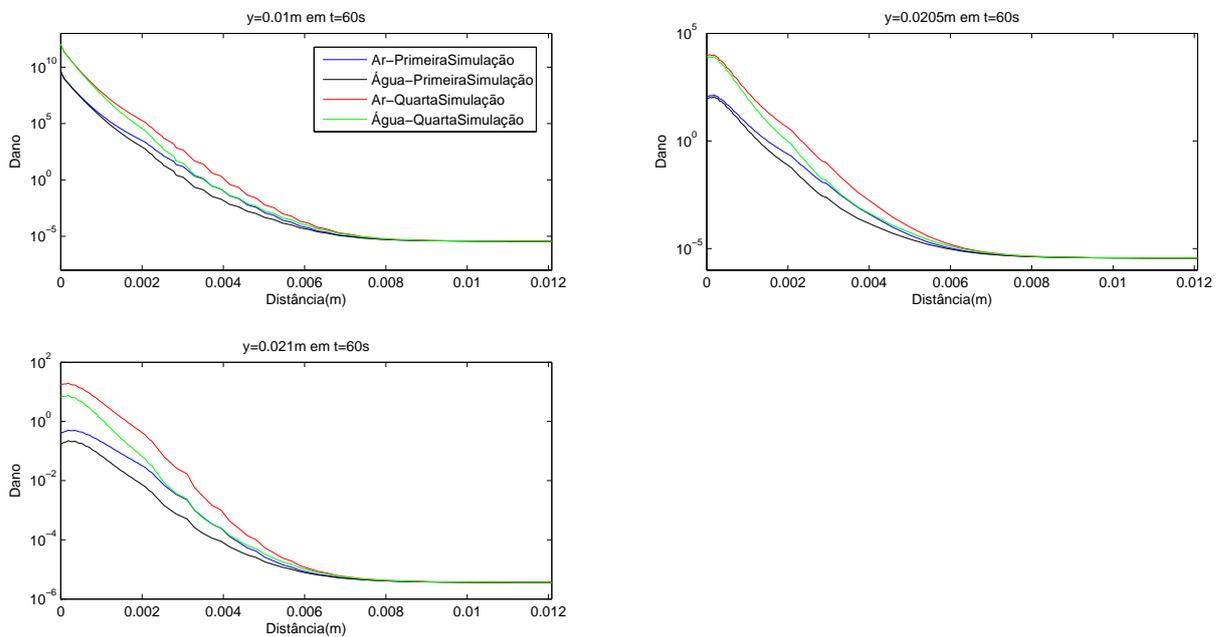


Figura 5.30: Dano vs distância (m) em $t = 60s$

Nas figuras acima, na parte referente ao *burn* a diferença entre os resultados das duas simulações ocorre até uma distância de $0.005m$ da parte mais externa da pele, e na parte

referente ao (*post burn*) a diferença nos valores dos danos ocorre até uma distância de $0.007m$ da parte mais externa da pele aproximadamente, ficando iguais a partir desse ponto. Assim como nas simulações anteriores as oscilações que ocorreram nos gráficos podem ter sido provocadas por arredondamentos do programa.

Nesta comparação, observou-se a maior diferença entre os valores encontrados para os danos, assim como ocorreu com a temperatura. Na primeira simulação, o valor máximo encontrado foi de 4.412×10^9 para o ψ , já na quarta simulação este valor saltou para aproximadamente 1.163×10^{12} , ocorrendo queimadura de terceiro grau segundo o modelo de Arrhenius, e assim como nas anteriores, os valores para o dano em cada camada vai reduzindo a medida que vai se aproximando da camada mais interna da pele e afastando da região onde estava a placa.

Nesta comparação, observa-se que a utilização apenas da condição de contorno de convecção gera resultados menores do que quando utilizadas as condições de contorno de radiação e evaporação. Conclui-se então que as condições de contorno de radiação e evaporação são muito importantes para uma análise mais detalhada de um processo de queimadura de pele.

5.4 Comparativo da perfusão sanguínea, condutividade térmica e condições de contorno utilizadas em conjunto

Os gráficos que se seguem mostrarão um comparativo das temperaturas encontradas na primeira simulação ao longo do tempo com a quinta simulação para cada ponto considerando a exposição da pele ao ar (representado pelas cores azul para a primeira simulação e vermelha para a quinta) e a exposição da pele à corrente de água (representado pelas cores preta para a primeira simulação e verde para a quinta).

A Figura 5.31 representa a comparação da primeira simulação com a quinta simulação para os três pontos na camada da epiderme:

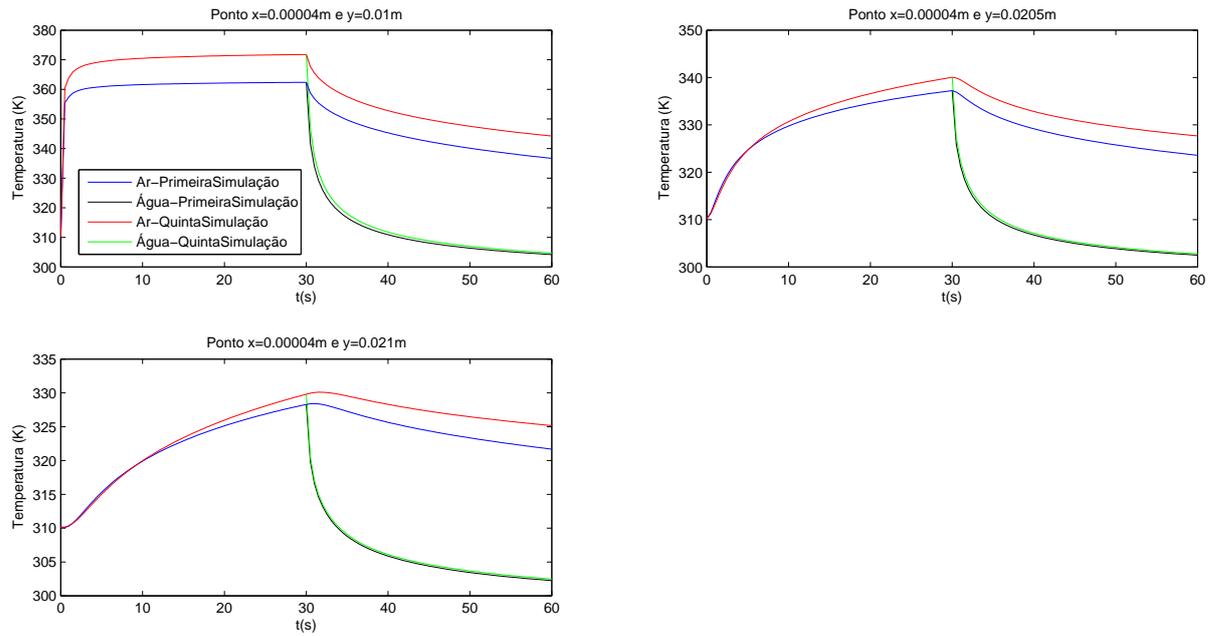


Figura 5.31: Temperatura nos pontos da epiderme

A Figura 5.32, mostra a comparação da primeira simulação com a quinta simulação para os três pontos na camada da derme:

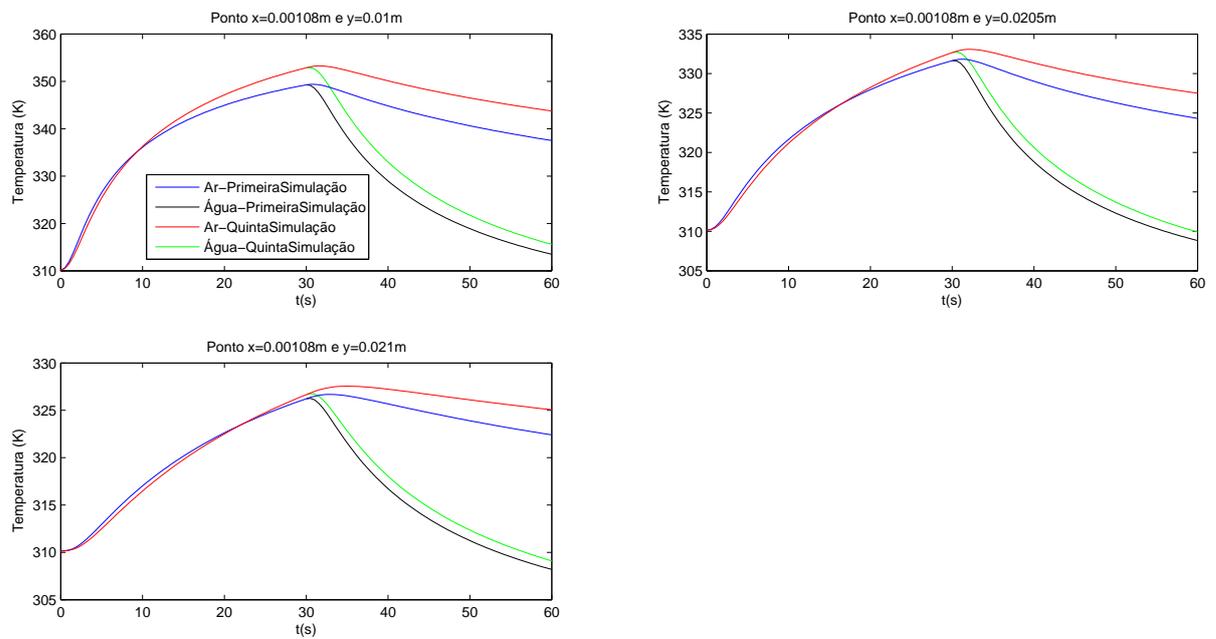


Figura 5.32: Temperatura nos pontos da derme

A Figura 5.33 mostra a comparação da primeira simulação com a quinta simulação para os três pontos na camada subcutânea:

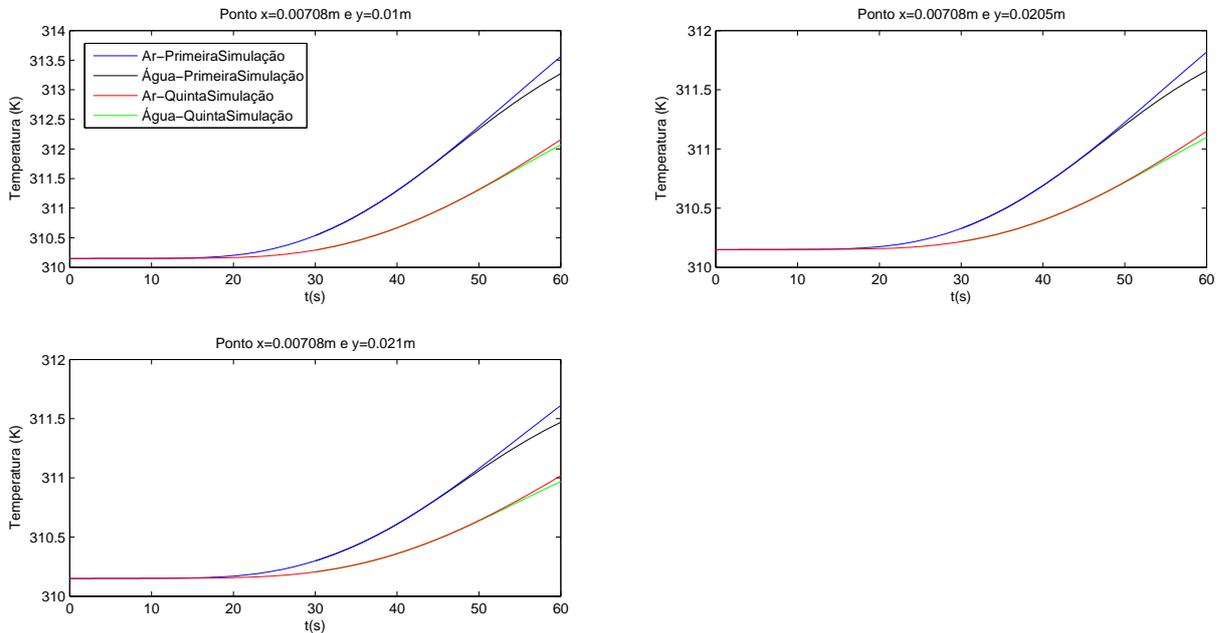


Figura 5.33: Temperatura nos pontos da subcutânea

Pelas figuras mostradas acima, nota-se que existe diferença em todos os pontos simulados. Porém, em alguns pontos esses valores começam iguais, diferenciando depois de decorrido alguns segundos de simulação. Essas figuras também mostram que existem diferenças nos valores obtidos com a exposição da pele com a água e com o ar nas duas simulações. Nas duas primeiras camadas os valores obtidos pela quinta simulação são maiores que os obtidos pela primeira simulação. Já na subcutânea ocorre o inverso, os valores obtidos na quinta simulação são menores que os obtidos pela primeira simulação. Nos pontos da epiderme a diferença entre os valores obtidos com a pele exposta a água é muito pequena ou os valores são os mesmos.

As Figuras 5.34 e 5.35 mostram as variações de temperatura no interior do tecido, da direção da camada mais externa (epiderme) para a camada mais interna do tecido (subcutânea), em três alturas diferentes ($0.01m$, $0.0205m$ e $0.021m$, respectivamente) nos instantes $t = 30s$ e $t = 60s$ na comparação da primeira simulação com a quinta simulação:

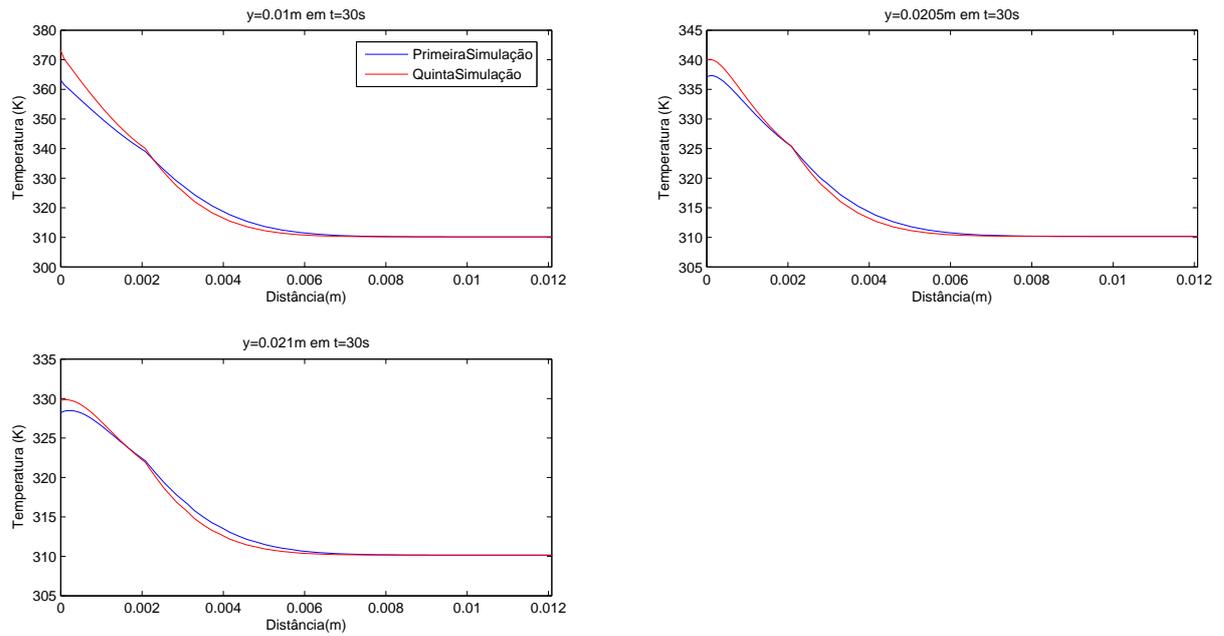


Figura 5.34: Gráfico Temperatura (K) vs distância (m) em $t = 30s$

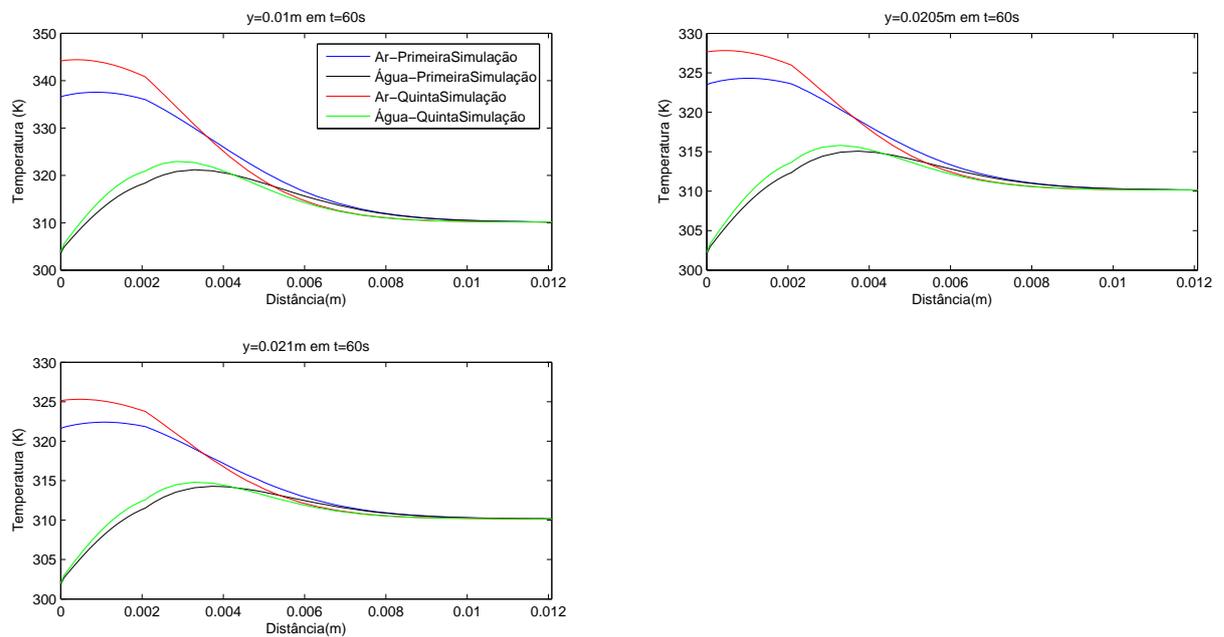


Figura 5.35: Gráfico Temperatura (K) vs distância (m) em $t = 60s$

Nas Figuras 5.34 e 5.35 os valores obtidos na quinta simulação começam maiores do que a primeira simulação, ficando menores no começo da subcutânea, e se igualam no

meio desta camada. Nesta última comparação, observa-se que a utilização dos modelos lineares tanto para a perfusão sanguínea quanto para a condutividade térmica, e o uso de somente a condição de contorno de convecção também, começam parecidos durante a primeira parte da simulação, exceto nos pontos mais próximos da placa, e começam a diferenciar do modelo proposto neste trabalho após ocorridos 20 segundos da simulação.

Os próximos gráficos mostrarão um comparativo dos danos encontrados na primeira simulação ao longo do tempo com a quinta simulação para cada ponto considerando a exposição da pele ao ar (representado pelas cores azul para a primeira simulação e vermelha para a quinta) e a exposição da pele à corrente de água (representado pelas cores preta para a primeira simulação e verde para a quinta), assim como foi feito para as temperaturas.

A Figura 5.36 representa a comparação da primeira simulação com a quinta simulação para os três pontos na camada da epiderme:

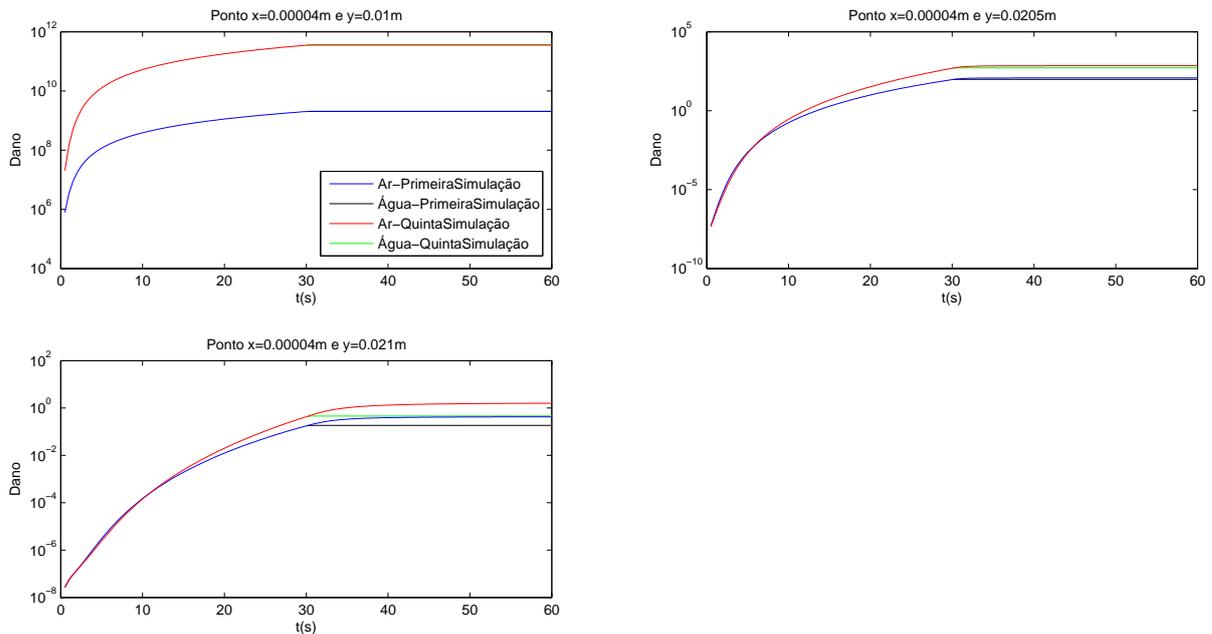


Figura 5.36: Dano nos pontos da epiderme

A Figura 5.37 mostra a comparação da primeira simulação com a quinta simulação para os três pontos na camada da derme:

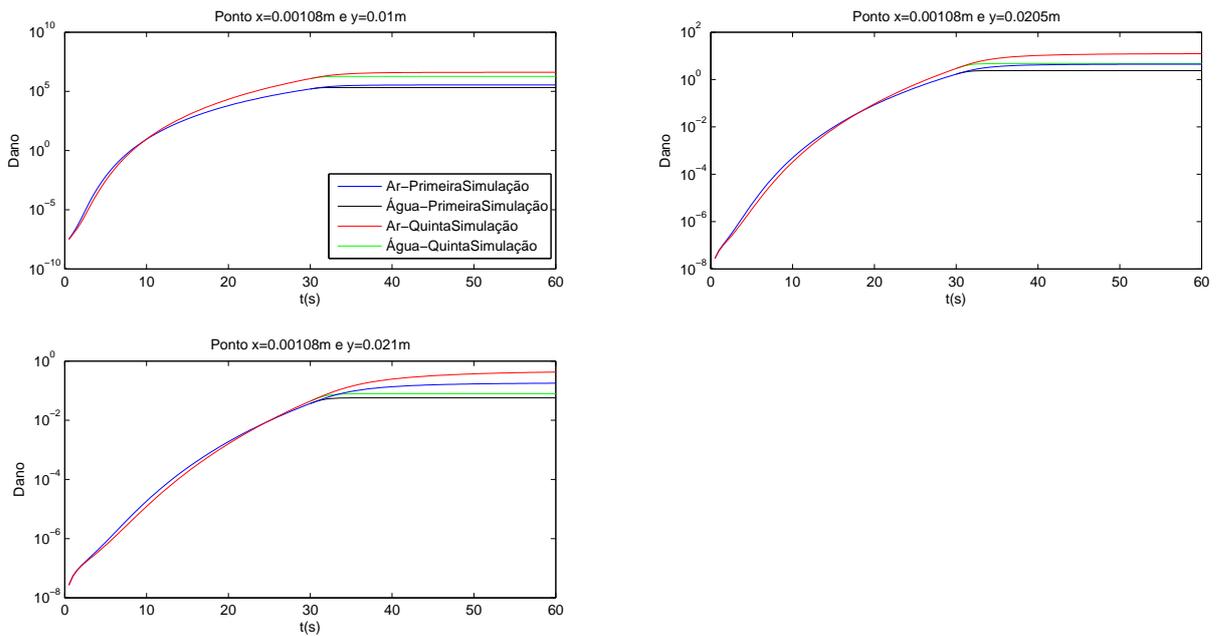


Figura 5.37: Dano nos pontos da derme

As figuras acima mostram que, assim como ocorreu com a temperatura, ocorrem diferenças entre os valores obtidos com as duas simulações, sendo que no ponto $x=0.00004m$ $y=0.01m$ ocorre a maior diferença entre os valores encontrados para o dano referentes as comparações feitas, e que a diferença nos danos quando a pele está exposta ao ar e a água também é pequena.

As Figuras 5.38 e 5.39 mostram os valores do dano no interior do tecido, da direção da camada mais externa (epiderme) para a camada mais interna do tecido (subcutânea), em três alturas diferentes ($0.01m$, $0.0205m$ e $0.021m$, respectivamente) nos instantes $t = 30s$ e $t = 60s$ na comparação da primeira simulação com a quinta simulação:

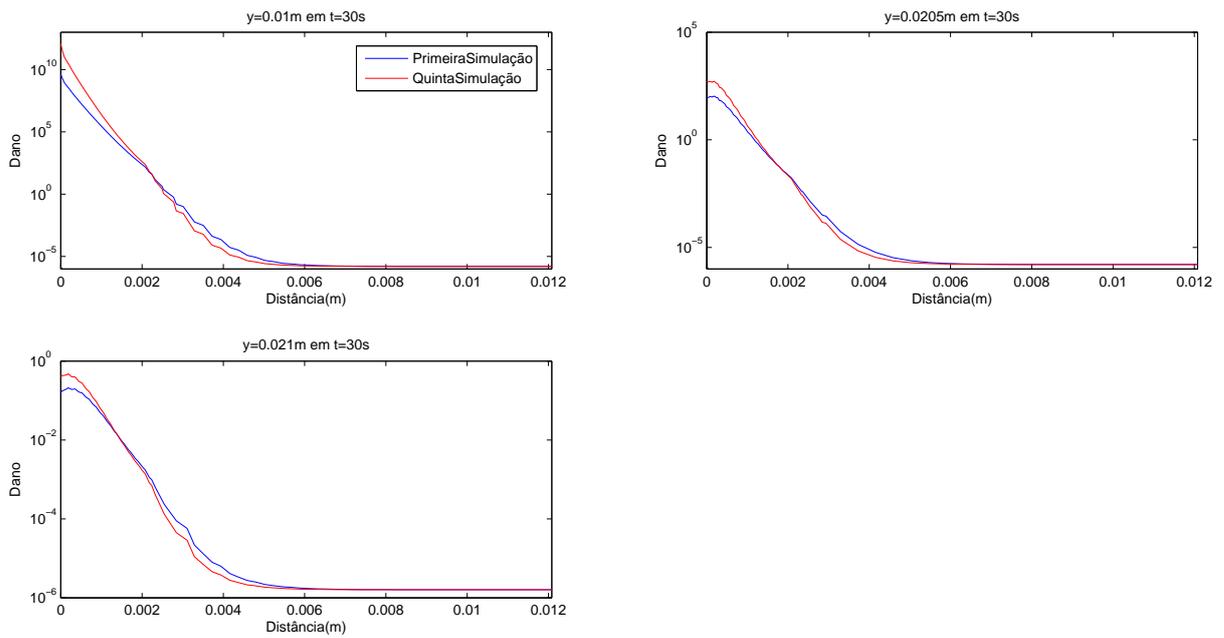


Figura 5.38: Dano vs distância (m) em $t = 30s$

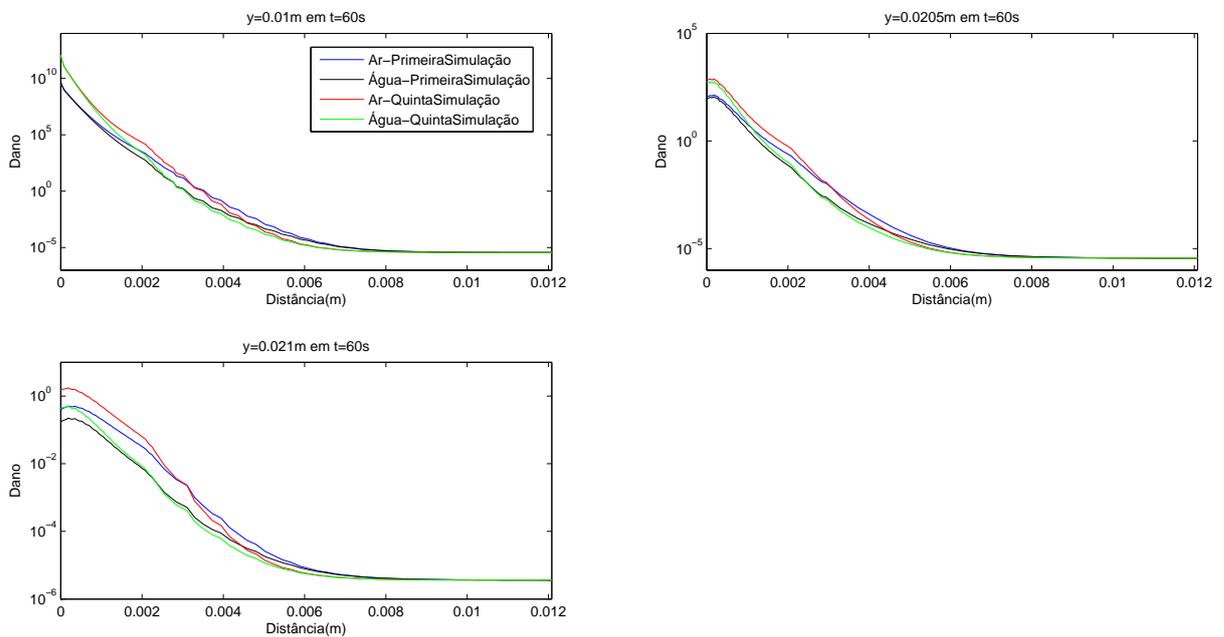


Figura 5.39: Dano vs distância (m) em $t = 60s$

Nesta última comparação, observa-se que a utilização dos modelos lineares tanto para a perfusão sanguínea quanto para a condutividade térmica, resultaram em valores maiores

para ψ quando comparado com os valores obtidos pela primeira simulação, e que só ficaram bem próximos durante a primeira parte da simulação (*burn*) na camada derme, ocorrendo dano em todas as camadas, com menor intensidade nas camadas mais internas, e a queimadura foi de terceiro grau segundo o modelo de Arrhenius, já que o valor de ψ atingiu aproximadamente 1.16×10^{12} .

Segundo os gráficos referentes aos danos causados no tecido mostrados anteriormente, o dano aumenta até alguns segundos depois da retirada da placa ficando constante até o final da simulação, mesmo exposto ao ar ou a água. Em todas as simulações todas as camadas da pele sofreram dano, sendo que quanto mais próximo estiver da placa, maior será o valor do dano.

Segundo os gráficos mostrados anteriormente, devido a troca de calor, a temperatura aumenta muito rápido na parte da pele que está em contato com a placa (ponto $x = 0.00004m$ e $y = 0.01m$ na camada epiderme) durante os primeiros segundos, e depois ocorre um aumento mais suave até a retirada da placa. Nos outros pontos da epiderme e da derme existe um aumento na temperatura, não tão rápido quanto o descrito anteriormente, já que esses outros pontos da epiderme e os pontos da derme não estão em contato direto com a placa. Já os pontos da subcutânea tiveram um leve aumento na temperatura, pois é a camada mais afastada da placa, e é a que menos sofreu interferência dos agentes externos. Passado os 30 segundos da primeira parte da simulação, a placa foi retirada e a pele foi deixada exposta ao ar e a água. Como pode ser visto nos gráficos apresentados anteriormente, o valor da temperatura cai mais abruptamente quando a pele fica exposta a água, já que a água possui um coeficiente de transferência de calor maior que o do ar. Isso pode ser visto nas camadas epiderme e derme, já que na subcutânea essa exposição não influencia tanto para a troca de calor, a diferença é muito pequena. Quando comparado a influência da água e do ar na temperatura, o ar vai reduzindo a temperatura de uma forma mais suave na camada da pele mais externa para a camada mais interna, enquanto que em contato com a água a temperatura sofre uma redução mais abrupta.

Analisando os gráficos, observou-se que em todas as simulações a camada da epiderme obteve os maiores valores para temperatura, já que por ser a camada mais externa da pele, esteve em contato com a placa, assim como a camada subcutânea foi a que menos sofreu alteração significativa na temperatura.

Os resultados aqui apresentados estão consistentes com os existentes na literatura,

porém os já existentes não consideram os efeitos desses modelos não lineares para a perfusão sanguínea e condutividade térmica, assim como não consideram as condições de contorno de radiação e evaporação.

6 CONCLUSÕES

Neste trabalho foi proposto uma análise da influência da perfusão sanguínea e da condutividade térmica na simulação de um processo de queimadura de pele devido a uma fonte de calor externa, utilizando modelos lineares e não lineares tanto para a perfusão sanguínea quanto para a condutividade térmica, sendo um modelo de perfusão sanguínea não linear baseado em um trabalho realizado por Song *et al.* [19] e um modelo de condutividade térmica não linear baseado no trabalho realizado por Bhattacharya e Mahajan [27]. O modelo proposto neste trabalho mostrou-se eficaz quando comparado com um outro modelo não linear proposto por Xu *et al.* [8], e pode ser utilizado em simulações de queimadura de pele. Como esperado a perfusão sanguínea e a condutividade térmica influenciam positivamente nos resultados obtidos, ajudando na troca de calor com o meio, reduzindo os danos causados nas camadas da pele, assim como o as condições de contorno de radiação e evaporação também afetam o resultado, reduzindo o dano. Para concluir, independente da simulação escolhida, segundo o modelo de Arrhenius, a queimadura que a pele sofreu foi uma queimadura de terceiro grau.

6.1 Trabalhos Futuros

Esse estudo apresentado pode servir como base para futuros trabalhos na área de tratamento de câncer de pele, uma vez que se pode estimar o tempo que a pele fica exposta a uma determinada fonte de calor sem causar danos permanentes ao tecido, já que células normais resistem a temperaturas mais altas que as células cancerígenas que morrem ao atingir temperaturas superiores a $42^{\circ}C$. Outra sugestão como trabalho futuro é o uso do modelo da perfusão sanguínea adotada neste trabalho em pesquisas onde se deseja analisar a distribuição do campo de temperatura em regiões do corpo onde há ou não a presença de um tumor.

Uma outra possibilidade é realizar esse estudo em outras partes do corpo humano, como braço e perna, já que essas geometrias são mais complexas e realistas, sendo mais simples já que utilizou-se o MEF e outros softwares para geração de malhas, e variar a espessura das camadas da pele para verificar se irá influenciar nos resultados.

REFERÊNCIAS

- [1] THORNE, C. H., *Grabb and Smith's plastic surgery*. Lippincott Williams & Wilkins, 2013.
- [2] SONG, C., SHAKIL, A., OSBORN, J., IWATA, K., “Tumour oxygenation is increased by hyperthermia at mild temperatures”, *International journal of hyperthermia*, v. 25, n. 2, pp. 91–95, 2009.
- [3] VAUPEL, P., HORSMAN, M. R., “Tumour perfusion and associated physiology: characterization and significance for hyperthermia”, *International Journal of Hyperthermia*, v. 26, n. 3, pp. 209–210, 2010.
- [4] VAUPEL, P. W., KELLEHER, D. K., “Pathophysiological and vascular characteristics of tumours and their importance for hyperthermia: Heterogeneity is the key issue”, *International Journal of Hyperthermia*, v. 26, n. 3, pp. 211–223, 2010.
- [5] HILDEBRANDT, B., WUST, P., AHLERS, O., DIEING, A., SREENIVASA, G., KERNER, T., FELIX, R., RIESS, H., “The cellular and molecular basis of hyperthermia”, *Critical reviews in oncology/hematology*, v. 43, n. 1, pp. 33–56, 2002.
- [6] SAPARETO, S. A., HOPWOOD, L. E., DEWEY, W. C., RAJU, M. R., GRAY, J. W., “Effects of hyperthermia on survival and progression of Chinese hamster ovary cells”, *Cancer Research*, v. 38, n. 2, pp. 393–400, 1978.
- [7] RUBINSKY, B., “Numerical bioheat transfer”, *Handbook of Numerical Heat Transfer, Second Edition*, pp. 851–893, 2009.
- [8] XU, F., LU, T., OTHERS, *Introduction to skin biothermomechanics and thermal pain*. v. 7. Springer, 2011.
- [9] LOUREIRO, F., MANSUR, W., WROBEL, L., SILVA, J., “The explicit Green’s approach with stability enhancement for solving the bioheat transfer equation”, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 76, pp. 393–404, 2014.

- [10] NG, E. Y., CHUA, L., “Prediction of skin burn injury. Part 1: Numerical modelling”, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part H: Journal of Engineering in Medicine*, v. 216, n. 3, pp. 157–170, 2002.
- [11] NG, E. Y., CHUA, L., “Prediction of skin burn injury. Part 2: Parametric and sensitivity analysis”, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part H: Journal of Engineering in Medicine*, v. 216, n. 3, pp. 171–183, 2002.
- [12] DILLER, K., HAYES, L., “A finite element model of burn injury in blood-perfused skin”, *Journal of biomechanical engineering*, v. 105, n. 3, pp. 300–307, 1983.
- [13] DAI, W., WANG, H., JORDAN, P. M., MICKENS, R. E., BEJAN, A., “A mathematical model for skin burn injury induced by radiation heating”, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 51, n. 23, pp. 5497–5510, 2008.
- [14] ROA, L. M., GOMEZ-CIA, T., CANTERO, A., “Analysis of burn injury by digital simulation”, *Burns*, v. 14, n. 3, pp. 201–209, 1988.
- [15] ABRAHAM, J., HENNESSEY, M., MINKOWYCZ, W., “A simple algebraic model to predict burn depth and injury”, *International Communications in Heat and Mass Transfer*, v. 38, n. 9, pp. 1169–1171, 2011.
- [16] JOHNSON, N., ABRAHAM, J., HELGESON, Z., MINKOWYCZ, W., SPARROW, E., “An archive of skin-layer thicknesses and properties and calculations of scald burns with comparisons to experimental observations”, *Journal of Thermal Science and Engineering Applications*, v. 3, n. 1, pp. 011003, 2011.
- [17] FU, M., WENG, W., YUAN, H., “Numerical simulation of the effects of blood perfusion, water diffusion, and vaporization on the skin temperature and burn injuries”, *Numerical Heat Transfer, Part A: Applications*, v. 65, n. 12, pp. 1187–1203, 2014.
- [18] ZHANG, Z.-W., WANG, H., QIN, Q.-H., OTHERS, “Transient bioheat simulation of the laser-tissue interaction in human skin using hybrid finite element formulation”, *Molecular & Cellular Biomechanics*, v. 9, n. 1, pp. 31–53, 2012.

- [19] SONG, C. W., LOKSHINA, A., RHEE, J. G., PATTEN, M., LEVITT, S. H., “Implication of blood flow in hyperthermic treatment of tumors”, *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, , n. 1, pp. 9–16, 1984.
- [20] KHANAFER, K., VAFAI, K., “Synthesis of mathematical models representing bioheat transport”, *Advances in Numerical Heat Transfer*, v. 3, n. 1-28, pp. 87, 2009.
- [21] PENNES, H. H., “Analysis of tissue and arterial blood temperatures in the resting human forearm”, *Journal of applied physiology*, v. 1, n. 2, pp. 93–122, 1948.
- [22] LAMY, M. T. M., *Tiago Ribeiro de Oliveira*, Ph.D. Thesis, Universidade de São Paulo, 2014.
- [23] RAI, K., RAI, S., “Heat transfer inside the tissues with a supplying vessel for the case when metabolic heat generation and blood perfusion are temperature dependent”, *Heat and Mass Transfer*, v. 35, n. 4, pp. 345–350, 1999.
- [24] ZHANG, Z.-W., WANG, H., QIN, Q.-H., “Method of fundamental solutions for nonlinear skin bioheat model”, *Journal of Mechanics in Medicine and Biology*, v. 14, n. 04, pp. 1450060, 2014.
- [25] ZIENKIEWICZ, O., MORGAN, K., “Finite Elements and Approximation. 1983”, *Pineridge, Swansea*.
- [26] BARTH, T. J., FREDERICKSON, P. O., “Higher order solution of the Euler equations on unstructured grids using quadratic reconstruction”, *AIAA paper*, v. 13, pp. 1990, 1990.
- [27] BHATTACHARYA, A., MAHAJAN, R., “Temperature dependence of thermal conductivity of biological tissues”, *Physiological Measurement*, v. 24, n. 3, pp. 769, 2003.
- [28] DE SOUZA, R. M., “O Método dos Elementos Finitos aplicado ao problema de condução de calor”, 2003.
- [29] AZEVEDO, Á. F., “Método dos elementos finitos”, 2003.

- [30] LEWIS, R. W., NITHIARASU, P., SEETHARAMU, K. N., *Fundamentals of the Finite Element Method for Heat and Fluid Flow*. Wiley Online Library, 2004.
- [31] SBCE, <https://www.sbce.org.br/pagina/1720>. 2010.
- [32] GARTNER, L., *Tratado de histologia*. Elsevier Brasil, 2011.
- [33] FERRARI, D., “Diferenças Étnicas da pele”, <http://pelefina.com.br/diferencas-etnicas-da-pele/>, 2015.
- [34] BWIZER, L., <http://www.dermatofuncional.pt/camada-subcutanea>.
- [35] BOWMAN, H., “Estimation of tissue blood flow”, *Heat transfer in medicine and biology*, v. 1, pp. 193–230, 1985.
- [36] FIGUEIREDO, A. A. A., GILMAR GUIMARÃES, L., “Análise Numérica da Equação da Biotransferência de Calor”, .
- [37] GUIMARÃES, C., “Modelagem Computacional da Biotransferência de Calor no Tratamento por Hipertermia em Tumores de Duodeno através do Método dos Volumes Finitos em Malhas Não-Estruturadas”, *Recife: Universidade Federal de Pernambuco*, 2003.
- [38] JIJI, L. M., “Heat Conduction”, *Third Edition*, 2009.
- [39] NAKAYAMA, A., KUWAHARA, F., “A general bioheat transfer model based on the theory of porous media”, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 51, n. 11, pp. 3190–3199, 2008.
- [40] CHARNY, C. K., “Mathematical models of bioheat transfer”, *Advances in heat transfer*, v. 22, pp. 19–155, 1992.
- [41] COOPER, T., TREZEK, G., “Correlation of thermal properties of some human tissue with water content.” *Aerospace medicine*, v. 42, n. 1, pp. 24–27, 1971.
- [42] RAWNSLEY, R., ROEMER, R., DUTTON, A., “The simulation of discrete vessel effects in experimental hyperthermia”, *Journal of biomechanical engineering*, v. 116, n. 3, pp. 256–262, 1994.

- [43] DILLER, K. R., “Modeling of bioheat transfer processes at high and low temperatures”, *Advances in Heat Transfer*, v. 22, pp. 157–357, 1992.
- [44] LIU, J., CHEN, X., XU, L. X., “New thermal wave aspects on burn evaluation of skin subjected to instantaneous heating”, *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, v. 46, n. 4, pp. 420–428, 1999.
- [45] WELCH, A., “Laser irradiation of tissue”, In: *Heat transfer in medicine and biology*, pp. 135–184, Springer, 1985.
- [46] BREATHNACH, S., “Drug reactions”, *Rook’s Textbook of Dermatology, Eighth Edition*, pp. 1–177, 2010.
- [47] HILL, J., LEITMAN, J., JE, S., “Thermal conductivity of various meats”, *Food technology*, v. 21, n. 8, pp. 1143, 1967.
- [48] VAN GEMERT, M. J., WELCH, A., BONNIER, J. J., VALVANO, J. W., YOON, G., RASTEGAR, S., “Some physical concepts in laser angioplasty”. In: *Seminars in Interventional Radiology*, v. 3, n. 01, pp. 27–38, 1986.
- [49] POPPENDIEK, H., RANDALL, R., BREEDEN, J., CHAMBERS, J., MURPHY, J., “Thermal conductivity measurements and predictions for biological fluids and tissues”, *Cryobiology*, v. 3, n. 4, pp. 318–327, 1967.
- [50] GRAYSON, J., COULSON, R., WINCHESTER, B., “Internal calorimetry—assessment of myocardial blood flow and heat production”, *Journal of applied physiology*, v. 30, n. 2, pp. 251–257, 1971.
- [51] CHATO, J. C., “A method for the measurement of the thermal properties of biological materials.” 1968.
- [52] BALASUBRAMANIAM, T., BOWMAN, H., “Thermal conductivity and thermal diffusivity of biomaterials: A simultaneous measurement technique”, *Journal of Biomechanical Engineering*, v. 99, n. 3, pp. 148–154, 1977.
- [53] CHEN, M., HOLMES, K., RUPINSKAS, V., “Pulse-decay method for measuring the thermal conductivity of living tissues”, *Journal of biomechanical engineering*, v. 103, n. 4, pp. 253–260, 1981.

- [54] VALVANO, J., ALLEN, J., BOWMAN, H., “The simultaneous measurement of thermal conductivity, thermal diffusivity, and perfusion in small volumes of tissue”, *Journal of biomechanical engineering*, v. 106, n. 3, pp. 192–197, 1984.
- [55] PATEL, P., VALVANO, J., PEARCE, J., PRAHL, S., DENHAM, C., “A self-heated thermistor technique to measure effective thermal properties from the tissue surface”, *Journal of biomechanical engineering*, v. 109, n. 4, pp. 330–335, 1987.
- [56] LIPKIN, M., HARDY, J. D., “Measurement of some thermal properties of human tissues”, *Journal of applied physiology*, v. 7, n. 2, pp. 212–217, 1954.
- [57] SCOTT, E., ROBINSON, P., DILLER, T., “Development of methodologies for the estimation of blood perfusion using a minimally invasive thermal probe”, *Measurement Science and Technology*, v. 9, n. 6, pp. 888, 1998.
- [58] CHEN, S., WRIGHT, N., HUMPHREY, J., “Heat-induced changes in the mechanics of a collagenous tissue: isothermal free shrinkage”, *Journal of biomechanical engineering*, v. 119, n. 4, pp. 372–378, 1997.
- [59] VALVANO, J., COCHRAN, J., DILLER, K., “Thermal conductivity and diffusivity of biomaterials measured with self-heated thermistors”, *International Journal of Thermophysics*, v. 6, n. 3, pp. 301–311, 1985.
- [60] INCROPERA, F. P., DEWITT, D. P., BERGMAN, T. L., LAVINE, A. S., *Fundamentals of heat and mass transfer*, Hoboken. NJ: John Wiley, 2007.
- [61] OZISIK, M., *Transferência de calor. Um texto básico..* Guanabara, 1985.
- [62] CENGEL, Y. A., “Heat transfer a practical approach.” 2003.
- [63] DENG, Z.-S., LIU, J., “Mathematical modeling of temperature mapping over skin surface and its implementation in thermal disease diagnostics”, *Computers in biology and medicine*, v. 34, n. 6, pp. 495–521, 2004.
- [64] REDDY, J. N., *An introduction to the finite element method, Third Edition.* McGraw-Hill New York, 1993.
- [65] HUGHES, T. J., *The finite element method: linear static and dynamic finite element analysis.* Courier Corporation, 2012.

- [66] REDDY, J. N., *An introduction to the nonlinear finite element analysis*. 2004.