

Michelli Marlane da Silva

Otimização de Estruturas Reticuladas Incluindo Não-Linearidade Geométrica

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Modelagem Computacional da Universidade Federal de Juiz de Fora como requisito parcial à obtenção do grau de Mestre.

Orientador: Prof. D.Sc. Afonso Celso de Castro Lemonge

Co-orientador: Prof. D.Sc. Helio José Correa Barbosa

Co-orientador: Prof. D.Sc. Carlos Cristiano Hasenclever Borges

Juiz de Fora

2011

Silva, Michelli Marlane da.

Otimização de estruturas reticuladas incluindo não-linearidade geométrica / Michelli Marlane da Silva. – 2011.

135 f. : il.

Dissertação (Mestrado em Modelagem Computacional)—Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2011.

1. Ciência da computação . 2. Algoritmos genéticos. I. Título.

CDU 681.3

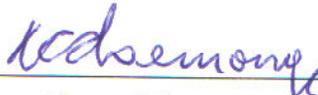
Michelli Marlane da Silva

Otimização de Estruturas Reticuladas Incluindo Não-Linearidade Geométrica

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Modelagem Computacional, da Universidade Federal de Juiz de Fora como requisito parcial à obtenção do grau de Mestre em Modelagem Computacional.

Aprovada em 26 de Janeiro de 2011.

BANCA EXAMINADORA



Prof. D.Sc. Afonso Celso de Castro Lemonge - Orientador
Universidade Federal de Juiz de Fora



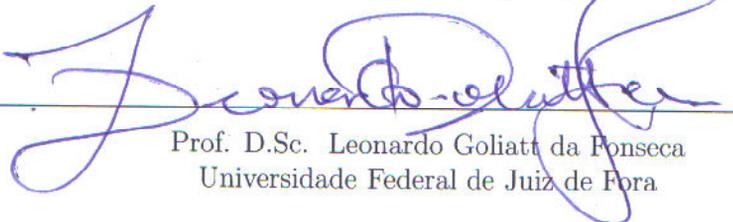
Prof. D.Sc. Helio José Correa Barbosa - Co-orientador
Universidade Federal de Juiz de Fora/Laboratório Nacional de Computação Científica



Prof. D.Sc. Carlos Cristiano Hasenclever Borges - Co-orientador
Universidade Federal de Juiz de Fora



Prof. D.Sc. João Nisan Correia Guerreiro
Laboratório Nacional de Computação Científica



Prof. D.Sc. Leonardo Goliatt da Fonseca
Universidade Federal de Juiz de Fora

*Dedico este trabalho a meus pais
e ao meu orientador Lemonge*

AGRADECIMENTOS

À Deus, em primeiro lugar, por tudo.

Um especial agradecimento aos meus pais, pela garantia de uma fonte inesgotável de amor, carinho e compreensão e pelos incessantes estímulos e incentivo em todas as etapas de minha vida.

Ao meu orientador, Prof. Lemonge, por todo empenho, sabedoria, compreensão e acima de tudo, profissionalismo e dedicação. Meu muito obrigada, sem sua brilhante ajuda este trabalho não seria o mesmo.

Aos meus co-orientadores, Prof. Helio e Prof. Cristiano, pelo interesse, disponibilidade, correções e sábias idéias.

Aos membros da banca pela disponibilidade em avaliar meu trabalho e pelas brilhantes sugestões e contribuições.

À minha irmã, Grazielli, pelo amor e “torcida” incondicional ao longe de todas as etapas de minha vida.

Ao meu noivo pela cumplicidade e por sempre acreditar em mim.

A todos os colegas e professores do Programa de Pós-graduação em Modelagem Computacional e Departamento de Mecânica Aplicada Computacional pelo ótimo convívio e aprendizado.

A todos os meus tios e tias, primos e primas, amigos e amigas que sempre estiveram presentes me aconselhando e incentivando com carinho e dedicação. A Solene e família pela acolhida no início do mestrado.

À CAPES pelo apoio financeiro concedido.

E por fim, não menos importante, aos meus avós, Dolores, Cecília, Jorge e Moacir, que apesar de não estarem aqui sempre se fizeram presentes em todas as minhas conquistas com o aprendizado de vida adquirido através da carinhosa convivência. Obrigada por me ensinarem que nunca devemos desistir de um sonho.

*“Nunca se afaste de seus sonhos,
pois se eles se forem, você
continuará vivendo, mas terá
deixado de existir.”*

Charles Chaplin

RESUMO

É comum o uso da análise estrutural considerando um comportamento geometricamente não-linear em vários tipos de estruturas reticuladas, muito usadas na construção civil, como coberturas de ginásios, hangares, galpões, etc. Esta análise (mais complexa) permite uma avaliação mais próxima do real comportamento das mesmas e, dessa forma, ao projetá-las torna-se imprescindível uma avaliação considerando este comportamento evitando-se problemas estruturais indesejáveis.

Estudam-se nessa dissertação problemas de otimização estrutural usando-se uma metaheurística bioinspirada, Algoritmos Genéticos (AGs), para buscar soluções ótimas (minimizando custos e satisfazendo restrições adequadas de segurança) para estruturas com comportamento geometricamente não-linear. Buscam-se projetos estruturais ótimos levando-se em conta variáveis de projeto como as áreas ou dimensões das seções transversais das barras.

Faz-se uso de codificações especiais dos cromossomos no AG, através de restrições de cardinalidade simples e múltiplas, para a busca dos melhores agrupamentos das barras das estruturas. Os estudos comparativos são feitos considerando-se a otimização através das avaliações das estruturas usando-se a análise linear e a análise não-linear destacando-se as importantes diferenças encontradas quando se usa um ou outro tipo análise na busca das soluções ótimas.

Palavras-chave: Otimização Estrutural. Análise Não-Linear. Algoritmos Genéticos.

ABSTRACT

It is common in many types of framed structures, often used as roofs of gymnasiums, hangars, warehouses, etc, the structural analysis considering a geometrically nonlinear behavior. This analysis (more complex) allows for an evaluation closer to the real behavior of the structure and thus its design requires to an evaluation considering this behavior in order to avoid undesirable structural problems.

Structural optimization problems are studied in this dissertation using a bioinspired metaheuristic, the Genetic Algorithm (GA), searching for optimal solutions (minimizing costs and satisfying safety constraints) for structures with geometrically nonlinear behavior. It seeks for optimal structural designs taking into account sizing design variables, such as areas or dimensions of the cross sections of the bars.

The GA makes use of special encodings of the chromosomes, by using simple and multiple cardinality constraints, searching for the best grouping of the bars of the structures. Comparative studies are made by considering the optimization of structures through evaluations using linear and nonlinear analysis, and highlighting the major differences encountered when using either type of analysis in seeking for the optimal solutions.

Keywords: Structural Optimization. Nonlinear Analysis. Genetic Algorithm.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	17
2	OTIMIZAÇÃO	21
2.1	Introdução	21
2.2	A formulação do problema de otimização	21
2.3	Características do modelo padrão de otimização	22
2.3.1	<i>Alguns exemplos</i>	23
2.3.1.1	<i>Exemplo 1 – Um PO sem restrições</i>	24
2.3.1.2	<i>Exemplo 2 – O projeto de uma lata de cerveja</i>	24
2.3.1.3	<i>Exemplo 3 – O problema das ligas metálicas</i>	26
2.3.1.4	<i>Exemplo 4 – Minimização de uma função linear</i>	27
2.3.1.5	<i>Exemplo 5 – Maximização de uma função não-linear</i>	28
2.3.1.6	<i>Exemplo 6 – Minimização de uma função não-linear quadrática</i>	28
2.3.1.7	<i>Exemplo 7 – Minimização de distância a percorrer</i>	29
2.4	Classificação do problema de otimização	29
2.5	O Problema	30
2.6	O Algoritmo	33
2.6.1	<i>Determinístico</i>	33
2.6.2	<i>Estocásticos</i>	34
2.6.2.1	<i>Recozimento Simulado – Simulated Annealing</i>	35
2.6.2.2	<i>Sistemas Imunológicos Artificiais</i>	35
2.6.2.3	<i>Evolução Diferencial</i>	35
2.6.2.4	<i>Algoritmos Inspirados em colônias de Formigas - ACO</i>	36
2.6.2.5	<i>Algoritmos inspirados em Enxames de partículas - PSO</i>	36
2.6.2.6	<i>Algoritmos inspirados nos vagalumes - FA Firefly Algorithm</i>	37
2.6.2.7	<i>Algoritmos inspirados em Colônias Artificiais de Abelhas - ABC Artificial Bee Colony</i>	37
2.6.2.8	<i>Busca Harmônica – HS Harmony Search Algorithms</i>	38
2.6.2.9	<i>Algoritmos Genéticos – Genetic Algorithm</i>	38

2.7	O usuário	39
2.8	Otimização estrutural	39
2.8.1	<i>Exemplo 1 – Peso mínimo de um pilar em forma de tubo.....</i>	40
2.8.2	<i>Exemplo 2 – O projeto de uma viga em balanço</i>	42
2.8.3	<i>Exemplo 3 – Uma treliça com 10 barras.....</i>	44
2.8.4	<i>Síntese do problema de otimização estrutural.....</i>	50
2.9	Síntese do Capítulo 2	50
3	COMPUTAÇÃO EVOLUCIONISTA E ALGORITMOS GENÉTICOS	52
3.1	Introdução	52
3.2	Computação Evolucionista	52
3.3	Algoritmo Genético (AG)	53
3.3.1	<i>Codificação</i>	54
3.3.1.1	<i>Representação Binária.....</i>	54
3.3.2	<i>Inicialização da população.....</i>	55
3.3.3	<i>Função Aptidão</i>	55
3.3.4	<i>Seleção</i>	56
3.3.5	<i>Operadores Genéticos</i>	56
3.3.5.1	<i>Crossover de um ponto.....</i>	57
3.3.5.2	<i>Crossover de n pontos.....</i>	57
3.3.5.3	<i>Crossover uniforme</i>	57
3.3.5.4	<i>Mutação.....</i>	57
3.3.6	<i>Dois esquemas de reprodução.....</i>	58
3.4	Síntese do Capítulo 3	59
4	PROBLEMAS COM RESTRIÇÕES	60
4.1	Utilização de funções de penalização	62
4.2	Estratégias de penalização	62
4.2.1	<i>Alguns métodos pioneiros.....</i>	64
4.2.1.1	<i>Dois níveis de penalização.....</i>	64
4.2.1.2	<i>Múltiplos coeficientes.....</i>	65
4.2.1.3	<i>Coeficientes dinâmicos.....</i>	65
4.2.1.4	<i>Penalizações adaptativas.....</i>	65

4.3	Um Método de Penalização Adaptativa	67
4.4	Restrições de cardinalidade	68
4.4.1	<i>A codificação especial</i>	70
4.5	Múltiplas restrições de cardinalidades	71
4.6	Síntese do Capítulo 4	74
5	ANÁLISE NÃO LINEAR.....	76
5.1	Introdução	76
5.2	Tipos de não-linearidade	76
5.3	Trabalhos pioneiros na análise não-linear geométrica	77
5.4	Análise Não-Linear geométrica	80
5.4.1	<i>A treliça abatida de 2 barras</i>	80
5.5	Método de Newton Raphson	83
5.6	Algoritmo para análise não-linear geométrica	86
5.7	Síntese do Capítulo 5	87
6	EXPERIMENTOS NUMÉRICOS.....	88
6.1	Treliça de 2 barras	88
6.2	Domo de 30 Barras	90
6.3	Domo de 52 Barras	94
6.4	Pórtico plano de 3 barras	97
6.5	Pórtico plano de 5 barras	100
6.6	Pórtico plano de 6 Barras	101
6.7	Treliça de 46 barras	104
6.8	Domo de 120 barras	109
6.9	Pórtico plano de 70 Barras	112
6.10	Síntese do capítulo 6	119
7	CONCLUSÕES.....	123
	REFERÊNCIAS.....	125

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

2.1	Um problema de maximização transformado em um problema de minimização.	24
2.2	Função $f(x_1, x_2) = 21.5 + x_1 \sin(4\pi x_1) + x_2 \sin(20\pi x_2)$ do exemplo 1.	25
2.3	Um exemplo do caixeiro viajante com 2000 cidades.	30
2.4	O TSP do Planeta Terra considerando 1.904.711 cidades cujo recorde registrado é de 7.515.877.991 quilômetros alcançado em 12 de Maio de 2009.	30
2.5	Um exemplo do problema do caixeiro viajante inspirado na pintura da Monalisa. [1]	31
2.6	Classificação dos problemas de otimização.	32
2.7	Classificação dos algoritmos de otimização.	33
2.8	Pilar com seção transversal em forma de tubo.	40
2.9	Viga em balanço.	42
2.10	Treliça de 10 barras.	44
2.11	Possível configuração deformada da treliça de 10 barras.	45
3.1	Pseudo-código de Algoritmo Evolucionista	53
3.2	Pseudo-código de Algoritmo Genético	54
3.3	Algoritmo Genético Geracional	58
3.4	Algoritmo Genético Steady-State	59
4.1	Cromossomo para o caso discreto e os correspondentes valores das áreas das seções transversais das barras.	71
4.2	Treliça de 10 barras – $m = 2$ – caso discreto ($W = 6152.52$ lbs) e caso contínuo ($W = 5943.847$ lbs), respectivamente.	72
4.3	Treliça de 10 barras – $m = 4$ – caso discreto ($W = 5649.905$ lbs) e caso contínuo ($W = 5162.433$ lbs), respectivamente.	72
4.4	Cromossomo para $m_v = 2$ and $m_p = 2$	74

4.5	Pórtico plano com múltipla cardinalidade $m_p=6$ e $m_v=2$. O diagrama da esquerda corresponde a uma solução discreta em que as seções transversais foram escolhidas a partir dos perfis descritos na Tabela 4.1, enquanto ao diagrama da direita corresponde a uma solução discreta em que as dimensões das seções transversais foram escolhidas a partir de um conjunto discreto de possibilidades	75
5.1	Treliça abatida de 2 barras.	80
5.2	Diagrama carga-deslocamento para barra isolada	82
5.3	Método de Newton Raphson	84
6.1	Treliça de 2 Barras	89
6.2	Deslocamento (in) do nó 1 na direção y - Treliça de 2 Barras	91
6.3	Domo de 30 barras.	92
6.4	Melhores execuções (função aptidão) - Domo de 30 Barras	93
6.5	Deslocamento (cm) do nó 1 na direção z - Domo de 30 Barras	94
6.6	Domo de 52 barras.	95
6.7	Melhores execuções (função aptidão) - Domo de 52 Barras	97
6.8	Deslocamento (cm) do nó 1 na direção z - Treliça de 52 Barras	97
6.9	Pórtico de 3 barras	98
6.10	Deslocamento (in) do nó 1 na direção x - Pórtico de 3 Barras	100
6.11	Melhores execuções (função aptidão) - Pórtico de 3 Barras	100
6.12	Pórtico de 5 barras.	101
6.13	Deslocamento (in) do nó 1 na direção x - Pórtico de 5 Barras	102
6.14	Melhores execuções (função aptidão) - Pórtico de 5 Barras	102
6.15	Pórtico de 6 barras.	103
6.16	Deslocamento (in) do nó 1 na direção x - Pórtico de 6 Barras	103
6.17	Treliça de 46 barras	104
6.18	Relação entre o peso (lb) e o número de áreas da seção transversal da treliça de 46 barras	107
6.19	Melhores Execuções análise linear (função aptidão)- Treliça de 46 Barras . . .	108
6.20	Melhores Execuções análise não linear (função aptidão)- Treliça de 46 Barras .	108
6.21	Deslocamento (in) do nó 13 na direção y - Treliça de 46 Barras	109

6.22	Distribuição das áreas para as barras da treliça de 46 barras para $m = 2$ para a análise linear.	109
6.23	Distribuição das áreas para as barras da treliça de 46 barras para $m = 2$ para a análise não-linear.	109
6.24	Domo de 120 barras.	110
6.25	Módulo padrão do domo de 120 barras.	110
6.26	Deslocamento (cm) do nó 1 na direção z - Domo de 120 Barras	112
6.27	Distribuição das áreas para as barras do domo de 120 barras para $m = 2$	113
6.28	Distribuição das áreas para as barras do domo de 120 barras para $m = 3$ linear.	114
6.29	Distribuição das áreas para as barras do domo de 120 barras para $m = 3$ não-linear.	115
6.30	Pórtico plano de 70 barras.	116
6.31	Deslocamento (in) do nó 1 na direção x - Pórtico plano de 70 Barras	117
6.32	Melhores execuções (função aptidão) - Pórtico plano de 70 Barras - Linear	118
6.33	Melhores execuções (função aptidão) - Pórtico plano de 70 Barras - Não Linear	118
6.34	Distribuição das áreas das barras para o caso 4 ($m_p = 3$ e $m_v = 2$) em que o diagrama da esquerda se refere à análise linear e o da direita à análise não-linear	120

LISTA DE TABELAS

2.1	Restrições – Custo do Exemplo 1.	26
2.2	Comparação de resultados da literatura para o caso contínuo – Peso final em lb.	48
2.3	Análise dos resultados, considerando, o peso final apresentado na referência, o peso calculado, usando-se as variáveis de projeto apresentadas e os deslocamentos u_{y1} e u_{y2} que são restrições ativas do problema.	49
2.4	Comparação de resultados da literatura para o caso discreto – Peso final em lb.	49
3.1	Código binário e Código de Gray.	55
4.1	Sub-conjunto extraído das Tabelas do AISC para seções do tipo “W” com 64 possibilidades.	73
6.1	Propriedade do material e restrição da treliça de 2 barras.	89
6.2	Tabela para valores discretos - Treliça de 2 barras.	89
6.3	Pesos finais em lb para os casos Discreto e Contínuo - Treliça de 2 barras.	90
6.4	Coordenadas, em cm, dos nós do Domo de 30 barras.	91
6.5	Propriedades do material e restrição do Domo 30 barras	91
6.6	Tabela para valores discretos - domo de 30 barras	93
6.7	Pesos finais em kN para os casos Discreto e Contínuo - Domo de 30 barras	93
6.8	Propriedades do material e restrição do Domo 52 barras	95
6.9	Pesos finais em kN para os casos Discreto e Contínuo - Domo de 52 barras	96
6.10	Propriedade do material e restrição do Pórtico de 3 barras	98
6.11	Tabela com os valores discretos - Pórtico de 3 barras	99
6.12	Pesos finais em lb para os casos Discreto e Contínuo - Pórtico de 3 barras	99
6.13	Pesos finais em lb para os casos Discreto e Contínuo - Pórtico de 5 barras.	101
6.14	Pesos finais em lb para os casos Discreto e Contínuo - Pórtico de 6 barras.	103
6.15	Propriedade do material e restrição da treliça de 46 barras	104
6.16	Coordenadas dos nós da parte simétrica da esquerda da treliça de 46 barras	105
6.17	Tabela para valores discretos - Treliça de 46 Barras	105
6.18	Pesos finais em lb - Treliça de 46 barras	106
6.19	Tabela para valores discretos - Domo de 120 barras	111

6.20	Pesos finais em kN - Domo de 120 barras - SRC refere-se a problemas sem restrição de cardinalidade	111
6.21	Sub-conjunto com 64 possibilidades extraído das Tabelas AISC para seções do tipo “W”	117
6.22	Casos de múltipla cardinalidade e o número máximo de gerações adotado no AG para cada um deles.	119
6.23	Pesos finais em lb - Pórtico de 70 barras.	119
6.24	Desempenho do AG para cada experimento - Caso Discreto.	120
6.25	Desempenho do AG para cada experimento - Caso Contínuo.	121
6.26	Desempenho do AG para o domo de 120 barras.	121
6.27	Desempenho do AG para a treliça de 46 barras.	121
6.28	Desempenho do AG para o pórtico de 70 barras.	122

1 INTRODUÇÃO

Atualmente, a eficiência torna-se cada vez mais necessária, ressaltando-se a competitividade da viabilidade e do custo de projetos de estruturas para os seus mais variados fins, especialmente as da engenharia civil, mecânica, naval, aeroespacial, etc.

No decorrer dos anos, a área de engenharia estrutural, buscou desenvolver ferramentas para a obtenção de projetos de melhor desempenho, economia e custo, ou seja, os projetos ótimos. Esses trarão benefícios significativos quanto ao uso reduzido de matéria prima, menor custo de fabricação, transporte, armazenagem, conferência e facilidade da execução, entre outros. Todo esse processo se dá por meio da utilização de técnicas de otimização.

A função principal de uma estrutura é proporcionar as condições adequadas para receber, suportar e transferir os carregamentos externos aplicados para os pontos definidos como apoios. Na engenharia civil os apoios são os pontos a serem projetados como fundações. Em um projeto estrutural busca-se uma disposição ótima dos elementos estruturais esperando-se que a estrutura possa suportar o carregamento submetido não colocando em risco sua segurança.

Dentro das inúmeras possibilidades de otimização, uma de particular importância é a otimização estrutural. Em geral, busca-se estruturas econômicas e seguras em que a economia reflète no menor consumo de material e a segurança nos critérios reguladores pelas normas quanto às características de resistência do material e à deslocabilidade (rigidez e flexibilidade da estrutura), introduzindo restrições ao problema de otimização.

A determinação da configuração ótima para uma estrutura está intrinsicamente a um processo de tentativas (erro e acerto), em que muitas vezes o resultado não garante que a solução ótima foi encontrada. Torna-se praticamente uma tarefa impossível testar todas as possibilidades de configurações mesmo tendo o projetista uma boa experiência neste sentido. Dessa forma, a otimização estrutural torna-se uma ferramenta muito importante que facilita a busca de configurações estruturais que atendam os requisitos de desempenho, segurança e economia.

Resumidamente, pode-se dizer que a otimização estrutural busca construir uma ou mais funções objetivo que sejam capazes de representar através de variáveis de projeto uma medida de eficiência/desempenho destacando-se a minimização de custo e/ou

maximização de desempenho estrutural.

Na construção do problema de otimização estrutural é preciso a identificação e definição das variáveis de projeto, definição da função objetivo e a identificação e definição das restrições.

Nessa dissertação serão abordados problemas de otimização estrutural de estruturas reticuladas planas e espaciais. Estruturas reticuladas são aquelas formadas por barras (elementos com uma dimensão preponderante em relação às demais), que são ligadas por nós. Estas podem ser exemplificadas como as treliças planas ou espaciais, pórticos planos ou espaciais. Exemplos seriam a estrutura de uma torre de transmissão de energia elétrica ou a estrutura de um edifício.

As variáveis de projeto mais utilizadas são as dimensões ou áreas das seções transversais das barras; posições dos nós da estrutura; número de barras da estrutura; número máximo de tipos de barras com características diferentes a serem empregadas na configuração estrutural, etc. Essas podem ser discretas, contínuas ou mistas.

As restrições em problemas de otimização de estruturas reticuladas, em geral, dizem respeito aos deslocamentos máximos dos nós, tensões normais nas barras, frequências de vibração, cargas críticas de flambagem, etc. Estas restrições, em geral, não são escritas explicitamente e podem ser complexas funções das variáveis de projeto. Para a verificação da viabilidade de uma dada solução/estrutura candidata, necessita-se de uma análise estrutural, tipicamente envolvendo uma simulação via método dos elementos finitos.

Nesse ponto, vale ressaltar que muitos tipos de estruturas apresentam algum tipo de comportamento não-linear, como por exemplo geométrico, físico ou de contato. Neste sentido, ao realizar a análise estrutural para a determinação da função objetivo e verificação de sua viabilidade pode ser necessário uma análise não-linear. Algumas estruturas reticuladas com características geométricas particulares ou quando submetidas carregamentos especiais podem apresentar, por exemplo, comportamentos geométricos não-lineares e ao serem analisadas demanda-se uma análise estrutural não-linear geométrica.

A otimização estrutural considerando o comportamento não-linear é largamente estudada na literatura. No capítulo 5 será apresentado um histórico sobre os principais trabalhos na otimização estrutural considerando não-linearidades geométricas baseado na referência [2].

Pretende-se nesta dissertação estudar problemas de otimização de estruturas reticuladas com comportamento não-linear geométrico. Para resolver o problema de otimização será utilizado um algoritmo genético AG, baseado em gerações, conhecido como AG geracional, com uma codificação binária. As otimizações referem-se às minimizações de pesos onde as variáveis de projeto dizem respeito às características das seções transversais das barras. Mostra-se, também, problemas de otimização com o uso de restrições adicionais do tipo restrições de cardinalidades simples e múltiplas através de codificações especiais dos cromossomos para tratar de problemas de agrupamentos de barras. A seguir descreve-se como será apresentada a dissertação.

O capítulo 2 apresentará as definições e características principais de problemas de otimização em que serão apresentados alguns exemplos simples incluindo alguns da área de engenharia estrutural. Explora-se mais detalhadamente o exemplo de um problema minimização de peso de uma treliça de 10 barras.

No capítulo 3 serão apresentadas as principais definições sobre algoritmos evolucionistas e algoritmos genéticos (AG's) detalhando-se as características de um AG, como por exemplo, codificação, inicialização da população, função aptidão, operadores, esquemas de seleção, etc. Nessa dissertação será utilizada uma representação cromossomial binária usando-se o código de Gray. O AG é do tipo geracional e a seleção é feita por "rank" onde indivíduos que estão no topo, após a ordenação, tem maior probabilidade de serem escolhidos como "pais" da próxima geração.

No capítulo 4 serão apresentadas estratégias para tratamento das restrições em problemas de otimização com restrições e em especial uma estratégia chamada "Método Adaptativo de Penalização", [3, 4] (APM - Adaptive Penalty Method), que será adotado nos problemas com restrições discutidos nessa dissertação. Além disso, serão mostradas codificações especiais para a busca de agrupamentos ótimos de membros em estruturas reticuladas considerando-se restrições de cardinalidade simples [5] e múltiplas [6]. Estas codificações também farão parte dos experimentos a serem apresentados neste texto.

O capítulo 5 apresenta as definições e características principais da análise não-linear geométrica onde serão apresentados alguns trabalhos pioneiros na área de otimização com o uso da análise não-linear na engenharia estrutural. Formula-se o problema não-linear geométrico de uma treliça abatida de 2 barras ilustrando-se a solução do mesmo através do Método de Newton Raphson padrão. Mostra-se as matrizes de rigidez elástica

e geométrica para cada estrutura estudada na presente dissertação, sendo elas, treliça plana, treliça espacial e pórtico plano. Finalmente, apresenta-se o algoritmo a ser usado na solução dos problemas de otimização discutidos neste trabalho.

No capítulo 6 são apresentados os resultados de problemas de otimização estrutural de peso de várias estruturas reticuladas. As variáveis de projeto são as áreas ou dimensões das seções transversais das barras. Os espaços de busca podem ser discretos ou contínuos e para todos os exemplos são realizadas otimizações onde as estruturas são analisadas de forma linear ou não-linear. São consideradas ainda restrições de cardinalidade simples e múltiplas para limitar a escolha do número máximo de características das seções transversais das barras com o objetivo de buscar agrupamentos ótimos. A análise não-linear com estas restrições é inovadora, até então, e não encontrada na literatura.

Reforça-se que o objetivo e contribuição principal desta dissertação é o estudo de problemas de otimização de estruturas com comportamento não-linear geométrico despertando a atenção sobre a importância de se fazer uma escolha adequada sobre a otimização estrutural optando-se pela análise linear ou não-linear geométrica. Aparentemente, o projetista pode ser induzido a uma escolha “lógica”, entre um ou outro tipo de análise, mas nem sempre isso representa uma decisão correta. Entende-se que os experimentos discutidos neste texto destacam esta questão em que a análise dos resultados a serem apresentados deixa isso de forma clara.

2 OTIMIZAÇÃO

2.1 Introdução

Um problema de otimização **PO** está sempre associado a um problema de minimização ou maximização de uma ou mais funções. No caso de minimização, o **PO** pode ser colocado da seguinte forma:

$$\text{minimizar } W = f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$$

em que o argumento da minimização da função $f(x)$, $x \in \mathbb{R}^n$, é equivalente ao argumento da maximização da função $-f(x)$. Assim, tem-se:

$$\text{argmin} f(x) = \text{argmax} = \{-f(x)\}$$

As funções $f(x)$ e $-f(x)$ são conhecidas como *funções objetivo* e representam a quantidade que se deseja minimizar ou maximizar, respectivamente.

2.2 A formulação do problema de otimização

O problema de otimização pode ser colocado matematicamente da seguinte forma:

$$\begin{aligned} &\text{minimizar } f(x) \\ &\text{submetido a } g_i(x) \leq 0 \text{ para } i = 1, \dots, \bar{p} \\ &\quad h_i(x) = 0 \text{ para } i = 1, \dots, \bar{q} \\ &\quad x \in X \subset \mathbb{R}^n \\ &\quad X = \{x \in \mathbb{R}^n : x_i^L \leq x_i \leq x_i^U, \quad i = 1, 2, \dots, n\} \end{aligned}$$

O vetor x é designado como o vetor de incógnitas ou vetor de variáveis de projeto, $f(x)$ é a função objetivo e $g(x)$ e $h(x)$ são as restrições de desigualdade e igualdade,

respectivamente, e essas podem ser funções lineares ou não lineares do vetor de variáveis de projeto. A otimização com restrições é mais complexa e pode requerer estratégias específicas na formulação do problema para que essas sejam satisfeitas. O conjunto X é um paralelepípedo em \mathbb{R}^n definido pelos limites inferior e superior pré-estabelecidos para as variáveis de projeto. Um vetor $x \in X$ que satisfaz a todas essas restrições é chamado de uma solução factível/viável do problema. O conjunto de todas as soluções factíveis é chamado de região *factível/viável*.

A solução do problema de minimização é dita solução ótima e, existindo mais de uma solução ótima essas são ditas soluções ótimas alternativas. O conjunto de variáveis de projeto que proporciona o menor valor da função objetivo – no caso de minimização – entre todas as combinações possíveis entre os valores das variáveis, é chamado de mínimo global. Em geral, é difícil identificar que tal valor é global, devido à possibilidade de existência de vários mínimos locais e, sendo assim, pode-se dizer que o mínimo encontrado pelo algoritmo pode não ser o global por dois motivos: por não conhecer o espaço de busca e pela incapacidade ou dificuldade de “provar” e calcular o valor mínimo devido a complexidade do problema. O que se pode afirmar é que o valor encontrado é mínimo numa vizinhança do espaço de busca.

2.3 Características do modelo padrão de otimização

São elencados a seguir alguns aspectos que caracterizam um modelo padrão de otimização:

1. Tanto a função objetivo quanto as restrições impostas ao problema dependem necessariamente das variáveis de projeto;
2. O número de restrições de igualdade deve ser no máximo igual ao número de variáveis de projeto e, caso isso não aconteça, ou se tem restrições de igualdade redundantes (linearmente dependente entre si) ou a formulação é inconsistente;
3. O número de restrições de desigualdade não possui limitações;
4. Alguns problemas de otimização podem não apresentar qualquer tipo de restrições e, nesse caso, são chamados problemas sem restrições;

5. Se a função objetivo e as restrições de igualdade e desigualdade são funções lineares em relação às variáveis de projeto, então, o problema é chamado como um problema de programação linear. Se qualquer uma dessas funções é não-linear, o problema é chamado de problema de programação não-linear;
6. Se a função objetivo é multiplicada por uma constante positiva, a solução ótima não se altera;
7. Uma restrição de desigualdade $g_i(x) \leq 0$ é dita ativa em x^* quando a mesma satisfaz a igualdade $g_i(x^*) = 0$. Não necessariamente as restrições de desigualdade devem ser ativas para uma solução factível, mas as restrições de igualdade devem ser rigorosamente ativas para todas as soluções factíveis;
8. As variáveis de projeto podem ser contínuas, discretas ou inteiras, muito comuns em projetos de engenharia:
 - Uma variável de projeto é chamada discreta quando a mesma deve ser selecionada a partir de um conjunto finito de opções, por exemplo, as áreas das barras de uma treliça devem ser escolhidas a partir do conjunto: $S = \{1.62, 1.80, 1.99, 2.13, 2.38, 2.62, 2.63, 2.88, 2.93\}$;
 - Uma variável de projeto é dita inteira, como o próprio nome a identifica, quando a mesma deve apresentar números inteiros, como por exemplo, número de itens, componentes, volumes, etc.
9. Um problema de maximização pode ser colocado como um problema de minimização, ou seja:

$$\operatorname{argmin} f(x) = \operatorname{argmax} = \{-f(x)\}$$

O gráfico da Figura 2.1 ilustra esse aspecto.

2.3.1 Alguns exemplos

Nesta seção serão apresentados vários exemplos de problemas de otimização. Para cada um deles, identificando-se as variáveis de projeto, a função objetivo, restrições e espaço de busca.

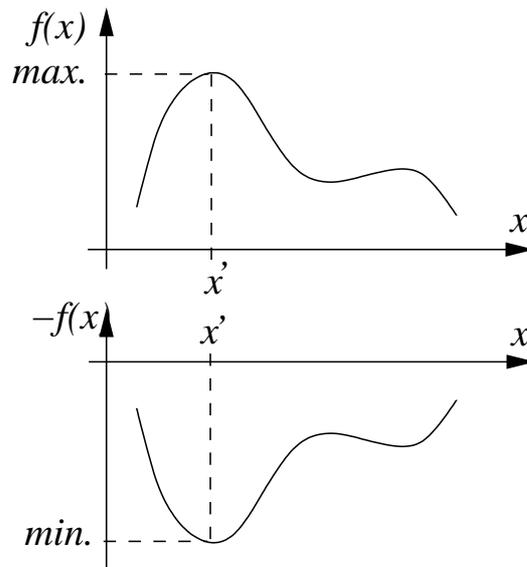


Figura 2.1: Um problema de maximização transformado em um problema de minimização.

2.3.1.1 Exemplo 1 – Um PO sem restrições

O primeiro exemplo de um PO trata da maximização de uma função de duas variáveis, conforme descrito a seguir:

$$\max f(x_1, x_2) = 21.5 + x_1 \sin(4\pi x_1) + x_2 \sin(20\pi x_2)$$

com o seguinte espaço de busca:

$$-3.0 \leq x_1 \leq 12.1, \quad 4.1 \leq x_2 \leq 5.8$$

A Figura 2.2 mostra a função $f(x_1, x_2)$ observando-se várias regiões com máximos locais. Vários algoritmos apresentam dificuldades em encontrar a solução ótima para esse problema.

2.3.1.2 Exemplo 2 – O projeto de uma lata de cerveja

Este exemplo é retirado da Referência [7] e refere-se a uma fábrica de latas de cerveja que busca a minimização do volume de metal a ser utilizado na confecção de uma lata, visto que esse produto deve ser produzido em grande quantidade e a economia de material em uma lata proporcionará um valor representativo no custo total. As variáveis de projeto são:

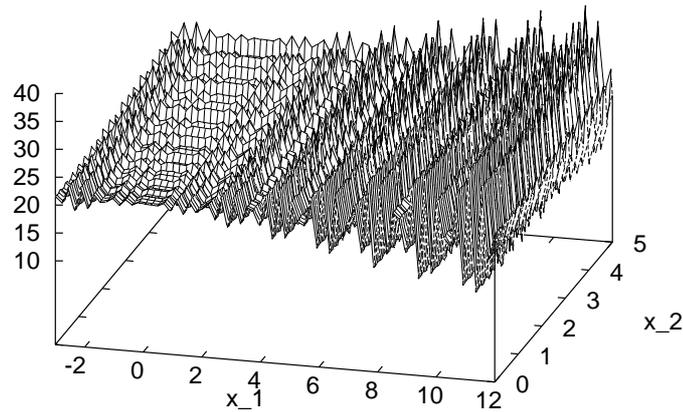


Figura 2.2: Função $f(x_1, x_2) = 21.5 + x_1 \sin(4\pi x_1) + x_2 \sin(20\pi x_2)$ do exemplo 1.

- O diâmetro da lata D ;
- A altura da lata H .

As restrições são colocadas da seguinte forma:

1. O diâmetro da lata não pode ultrapassar 8 cm e não pode ser menor que 3,5 cm;
2. A altura da lata não pode ser maior que 18 cm nem menor que 8 cm.

A lata deve ter a capacidade de armazenar, no mínimo, 355 cm^3 . A função objetivo está relacionada com a minimização da superfície total da lata que pode ser escrita da seguinte forma:

$$f(D, H) = \pi DH + \frac{\pi}{2} D^2$$

As restrições serão escritas em função das variáveis de projeto e são expressas da seguinte forma:

$$\frac{\pi}{4} D^2 H \geq 355$$

e ainda

$$3,5 \leq D \leq 8 \quad \text{e} \quad 8 \leq H \leq 18$$

Dessa forma, o problema pode ser escrito assim:

$$\min f(D, H) = \pi DH + \frac{\pi}{2} D^2$$

submetido a

$$355 - \frac{\pi}{4}D^2H \leq 0$$

$$3,5 \leq D \leq 8$$

$$8 \leq H \leq 18$$

2.3.1.3 Exemplo 3 – O problema das ligas metálicas

O terceiro exemplo foi extraído da Referência [8] e colocado da seguinte forma: “Uma metalúrgica deseja maximizar sua *receita bruta*. A Tabela 2.1 ilustra a proporção de cada material na mistura para a obtenção das ligas passíveis de fabricação. O preço está cotado em reais por tonelada da liga fabricada. Também em toneladas estão expressas as restrições de disponibilidade de matéria-prima.”

Tabela 2.1: Restrições – Custo do Exemplo 1.

	Liga especial de baixa resistência*	Liga especial de alta resistência*	Disponibilidade matéria-prima
Cobre	0,5	0,2	16 Ton
Zinco	0,25	0,3	11 Ton
Chumbo	0,25	0,5	15 Ton
Preço de venda (R\$ por ton)	R\$ 3000	R\$ 5000	* Ton minério/Ton de liga

1. Objetivo: maximizar a receita de produção
2. Variáveis de projeto: quantitativos das ligas produzidas
 - x_1 quantidade em toneladas produzidas da liga especial de baixa resistência
 - x_2 quantidade em toneladas produzidas da liga especial de alta resistência

A função objetivo deverá ser expressa em função das variáveis x_1 e x_2 , que demonstra a receita bruta em reais em função da quantidade produzida em toneladas de ligas especiais de baixa e alta resistência.

$$f(x) = 3000x_1 + 5000x_2$$

Como existem restrições no estoque de matéria-prima de cada um dos materiais, são geradas três restrições referentes a cada um dos materiais (Cobre, Zinco e Chumbo) e que são escritas da seguinte forma:

$0,5x_1 + 0,2x_2 \leq 16$	Restrição associada à disponibilidade de Cobre
$0,25x_1 + 0,3x_2 \leq 11$	Restrição associada à disponibilidade de Zinco
$0,25x_1 + 0,5x_2 \leq 15$	Restrição associada à disponibilidade de Chumbo

Além dessas restrições devem ser consideradas aquelas referentes à não-negatividade das variáveis x_1 e x_2 e assim tem-se: $x_1 \geq 0$ e $x_2 \geq 0$.

O problema completo pode ser escrito como:

$$\max f(x) = 3000x_1 + 5000x_2$$

submetido a

$$0,5x_1 + 0,2x_2 \leq 16$$

$$0,25x_1 + 0,3x_2 \leq 11$$

$$0,25x_1 + 0,5x_2 \leq 15$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

2.3.1.4 Exemplo 4 – Minimização de uma função linear

O exemplo 4 apresenta um exemplo de otimização linear determinado por uma função com 8 variáveis e contendo 6 restrições de desigualdade. O problema é escrito na forma:

$$\min f(x) = x_1 + x_2 + x_3$$

submetido a

$$-1 + 0.0025(x_4 + x_6) \leq 0$$

$$-1 + 0.0025(x_5 + x_7 - x_4) \leq 0$$

$$-1 + 0.01(x_8 - x_5) \leq 0$$

$$-x_1x_6 + 833.33252x_4 + 100x_1 - 83333.333 \leq 0$$

$$-x_2x_7 + 1250x_5 + x_2x_4 - 1250x_4 \leq 0$$

$$-x_3x_8 + 1250000 + x_3x_5 - 2500x_5 \leq 0$$

Com o espaço de busca limitado por:

$$100 \leq x_1 \leq 10000, 1000 \leq x_i \leq 10000 \ (i = 2, 3) \ \text{e} \ 10 \leq x_i \leq 1000 \ (i = 4, \dots, 8)$$

2.3.1.5 Exemplo 5 – Maximização de uma função não-linear

O exemplo 5 é um problema de maximização de uma função não-linear com 20 variáveis ($n = 20$), com duas restrições de desigualdade, colocado na forma

$$\max f(x) = \left| \frac{\sum_{i=1}^n \cos^4(x_i) - 2 \prod_{i=1}^n \cos^2(x_i)}{\sqrt{\sum_{i=1}^n i x_i^2}} \right|$$

submetido a

$$0.75 - \prod_{i=1}^n x_i \geq 0$$

$$\sum_{i=1}^n x_i - 7.5n \geq 0$$

onde o espaço de busca é limitado por

$$0 \leq x_i \leq 10 \quad (i = 1, \dots, n) \quad n = 20$$

2.3.1.6 Exemplo 6 – Minimização de uma função não-linear quadrática

Esse exemplo é um problema de minimização de uma função quadrática com duas variáveis e uma única restrição de igualdade.

$$\min f(x) = x_1^2 + (x_2 - 1)^2$$

submetido a

$$x_2 - x_1^2 = 0$$

com o espaço de busca

$$-1 \leq x_1, x_2 \leq 1$$

2.3.1.7 Exemplo 7 – Minimização de distância a percorrer

O exemplo 7 trata do amplamente conhecido “Problema do Caixeiro Viajante”, popularmente chamado de “TSP”, do inglês “Travelling Salesman Problem”. Conceitualmente, o TSP é muito simples: o caixeiro viajante tem que visitar cada cidade, em um dado território, exatamente, uma única vez e, depois, retornar ao ponto de partida. Dado o custo da viagem entre uma cidade e outra, pergunta-se como deve ser o planejamento do itinerário que acarreta o menor custo da rota completa?

O espaço de busca para o TSP deve ser tratado como um conjunto de permutações das n cidades e qualquer permutação dessas n cidades leva a uma possível solução e a melhor solução é aquela que gera o menor custo. Esse é um problema razoavelmente antigo e introduzido por volta de 1759 [1]. A Figura 2.3 mostra a solução ótima de um TSP com 2000 cidades.

Atualmente, são várias as aplicações inspiradas no TSP, entre elas, as que se referem à construção dos circuitos impressos do tipo VLSI (12.000.000 “cidades”) ou a cristalografia de raios-X (17.000 “cidades”). No site [1] é disponibilizado uma série de exemplos de TSP, além de vários bancos de dados para os problemas ilustrados. Entre eles, está o TSP do planeta Terra, considerando 1.904.711 cidades, cujo recorde registrado é de 7.515.877.991 quilômetros, alcançado em 12 de Maio de 2009. A Figura 2.4 ilustra a solução ótima atual para o TSP do planeta Terra.

Um outro exemplo bastante interessante, é a pintura da Mona Lisa, que serviu de base para a criação de um TSP. Em Fevereiro de 2009, Robert Bosch [1] criou 100.000 pontos sobre o retrato da Mona Lisa em tonalidades de preto e branco. A densidade de pontos foi proporcional às tonalidades mais escuras, ou seja, as regiões da pintura receberam mais pontos, de acordo com a intensidade das cores mais escuras. A melhor distância conhecida, até o momento, é de 5.751.191 unidades de comprimento. Uma solução para esse problema é mostrada na Figura 2.5.

2.4 Classificação do problema de otimização

Um problema de otimização pode ser classificado segundo sua função ou funções objetivo, restrições, espaço de busca, variáveis, etc., conforme mostrado na Figura 2.6.

Três elementos importantes na resolução de um problema de otimização são [9]: i) o

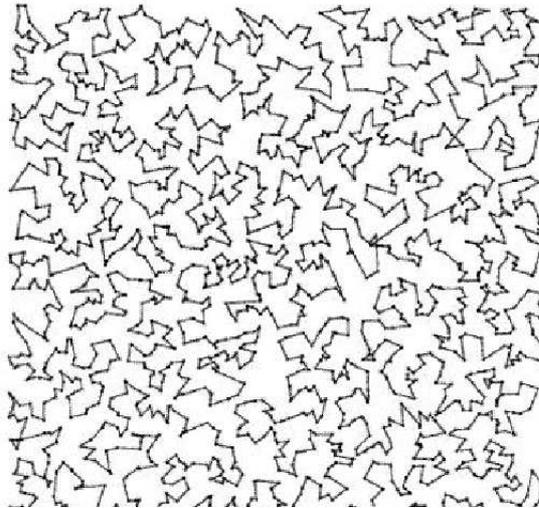


Figura 2.3: Um exemplo do caixeiro viajante com 2000 cidades.

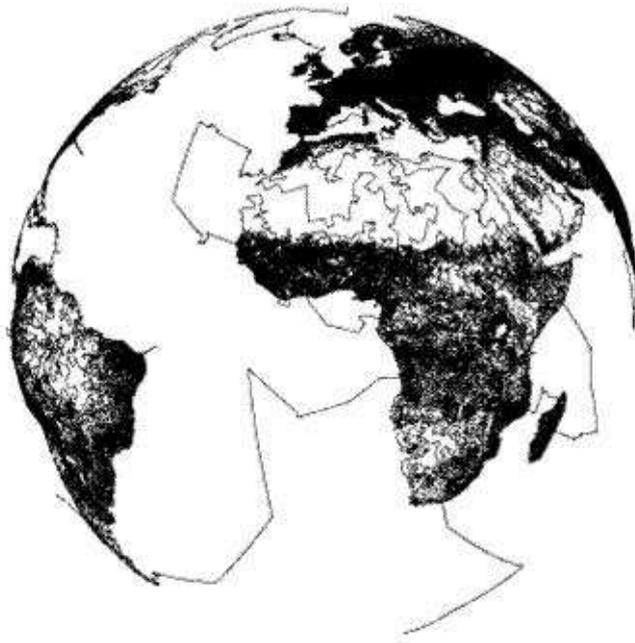


Figura 2.4: O TSP do Planeta Terra considerando 1.904.711 cidades cujo recorde registrado é de 7.515.877.991 quilômetros alcançado em 12 de Maio de 2009.

problema, ii) o algoritmo e iii) o usuário

2.5 O Problema

É possível imaginar um problema de otimização como uma caixa preta com n botões, onde cada botão é um parâmetro do problema, e uma saída, que é o valor da função



Figura 2.5: Um exemplo do problema do caixeiro viajante inspirado na pintura da Mona Lisa. [1]

objetivo, indicando se um determinado conjunto de parâmetros, é bom ou não para resolver esse problema.

Muitos desafios, na área da otimização, fazem parte da vida dos pesquisadores, pois, cada vez mais a complexidade dos problemas, que se colocam a serem resolvidos, está crescendo. Alguns aspectos importantes são [10]:

- o tempo necessário para avaliar uma única função é grande, logo, a minimização do número de avaliações da função é vital;
- derivadas analíticas (em relação aos parâmetros) da função objetivo e das restrições podem ser caras ou complexas (se existirem);
- as variáveis de projeto pode ser contínuas, discretas ou mistas;
- as funções objetivo e as funções de restrição podem não ser bem comportadas e as superfícies de respostas podem ser descontínuas ou até mesmo indefinidas em

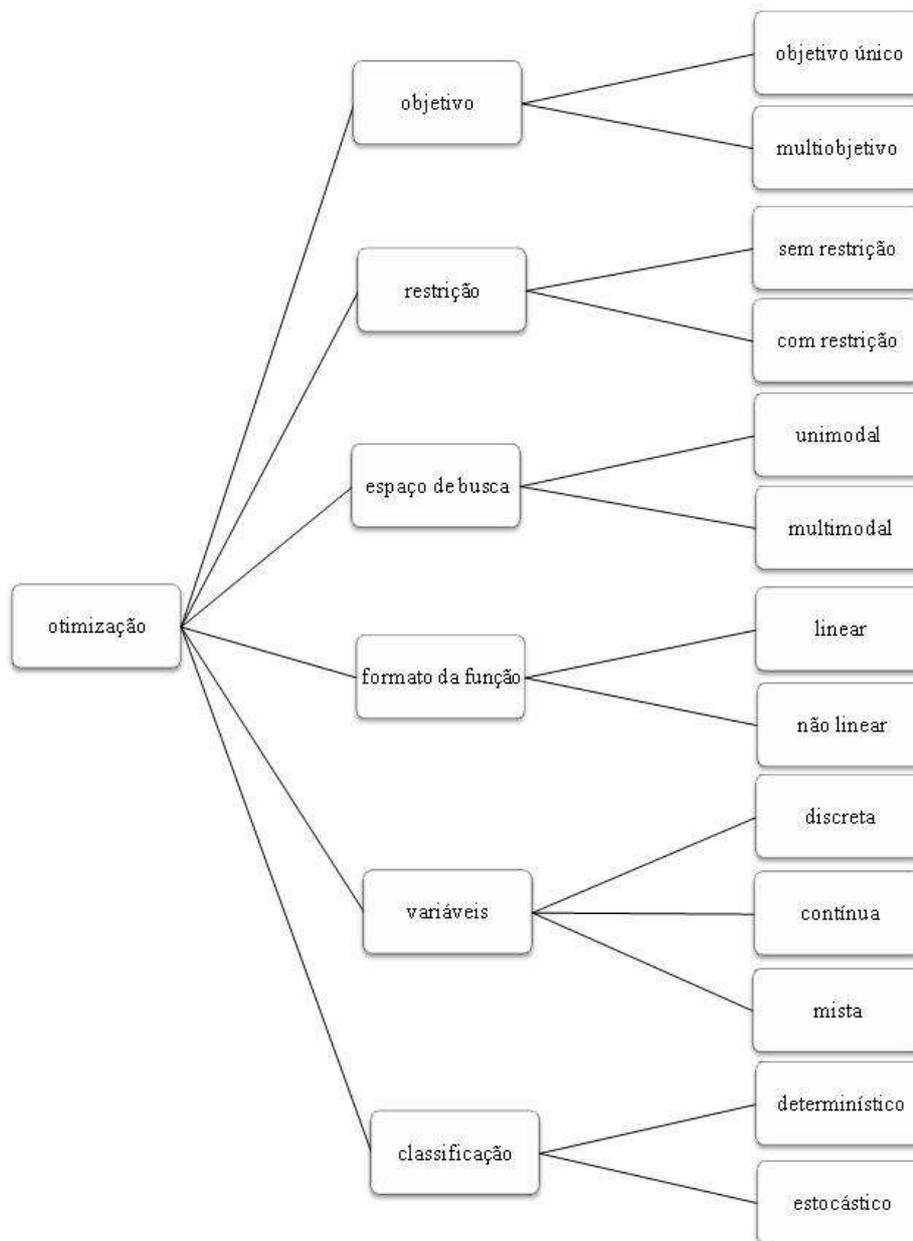


Figura 2.6: Classificação dos problemas de otimização.

algumas regiões do espaço de busca. A existência de mínimos ou máximos locais é comum, dificultando a busca.

- critérios de convergência, embutidos em procedimentos iterativos podem introduzir ruídos na avaliação da função objetivo, podendo acarretar gradientes numéricos imprecisos.
- pode-se necessitar de uma solução inicial de partida para a busca, através de alguns algoritmos e, se essas não forem bem escolhidas, poderá ocorrer um distanciamento

de regiões com boas soluções.

2.6 O Algoritmo

Um algoritmo de otimização pode ser classificado de várias maneiras dependendo do aspecto considerado. Uma forma para classificar seria baseada na natureza determinística ou não-determinística do algoritmo de busca [11]. Em que classifica-se como determinístico ou estocástico, conforme Figura 2.7.

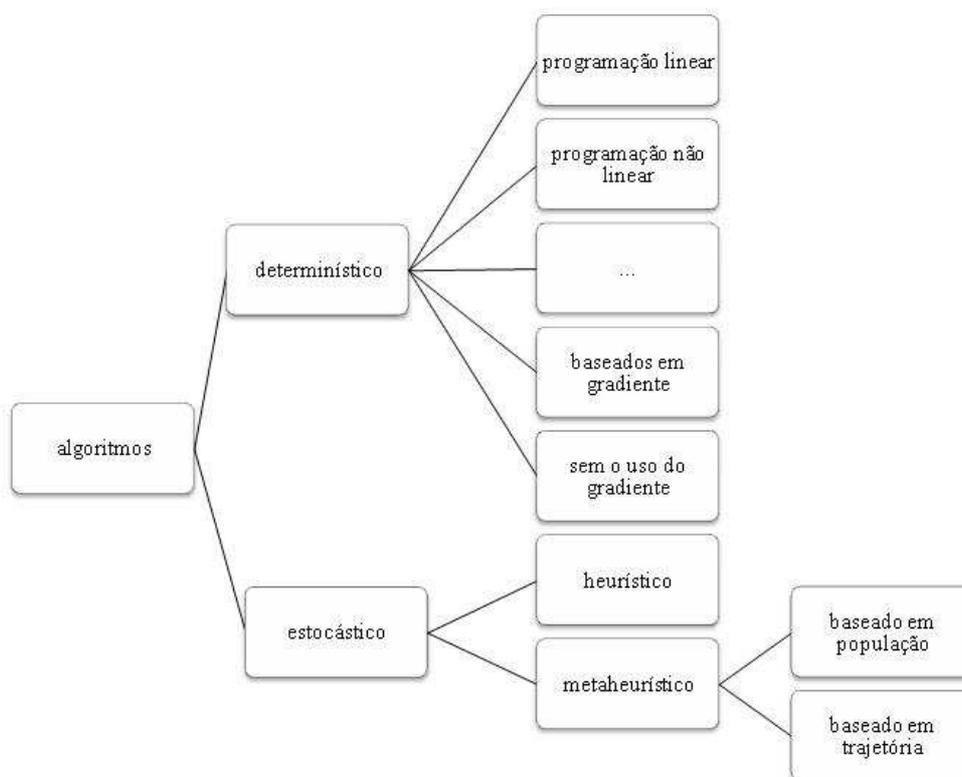


Figura 2.7: Classificação dos algoritmos de otimização.

2.6.1 *Determinístico*

São algoritmos de otimização que apresentam comportamento previsível, dada uma determinada entrada, o algoritmo apresenta a mesma saída. Na maioria das vezes, as possíveis soluções exigem o uso de pelo menos a primeira derivada da função objetivo em relação às variáveis de projeto. [12].

Segundo [12] é possível enumerar de forma resumida as principais deficiências dos métodos clássicos:

- apresentam dificuldades em encontrar soluções ótimas globais;
- necessitam que as funções sejam diferenciáveis, as quais podem ser complexas;
- cada método clássico, em geral, possui domínio de aplicação restrito;
- pouco eficaz em tratar problema de otimização multi-objetivo;

Como exemplo de algoritmos determinísticos destacam-se: Método da Máxima Descida, Método Gradiente Conjugado, Método de Newton, Método Simplex, entre outros.

2.6.2 Estocásticos

São algoritmos de otimização que apresentam comportamento estocástico, dada uma determinada entrada, apresenta uma saída com uma dada probabilidade. Usam somente a avaliação da função objetivo e não utilizam a derivada da função objetivo.

Segundo [12], podem-se citar algumas vantagens dos algoritmos estocásticos em relação aos determinísticos:

- a função objetivo e as restrições não precisam necessariamente possuir uma representação matemática;
- não requerem que a função objetivo seja contínua e diferenciável;
- trabalham adequadamente, tanto com parâmetros contínuos quanto com discretos, ou ainda com uma combinação deles;
- não necessitam de formulações complexas ou reformulações para o problema;
- não há, em geral, restrições fortes quanto ao ponto de partida dentro do espaço de busca da solução;

Uma desvantagem em relação aos métodos clássicos, em geral, é o tempo de processamento.

Como exemplo de algoritmos estocásticos pode-se destacar:

2.6.2.1 Recozimento Simulado – Simulated Annealing

É uma técnica de busca estocástica para problemas de otimização global que imita o processo de recozimento de um material, como por exemplo, um metal que se resfria e solidifica-se em um estado cristalino, com o mínimo de energia e maior tamanho de cristal, de modo a reduzir os defeitos em estruturas de metálicas. O processo de recozimento envolve o controle cuidadoso da temperatura e taxa de resfriamento, muitas vezes chamado recozimento programado [13].

A abordagem pode resolver problemas com funções de alto grau de complexidade, porém a otimização tem um caráter local, e não existe maneira de saber quando uma solução ótima foi alcançada. Além disso, não existe maneira de se certificar quando finalizar o processo e obter a melhor solução possível.

2.6.2.2 Sistemas Imunológicos Artificiais

O sistema imunológico natural é aquele responsável por manter as condições de estabilidade ou integridade orgânica dos animais, ou seja, proteger ou defender o organismo de ações adversas provocadas por outros agentes.

Foram criados os sistemas imunológicos artificiais (SIA) inspirados nos sistemas naturais e, apresentam aspectos computacionais, ditos inteligentes, objetivando a solução de problemas reais de várias áreas destacando-se os referentes á algum tipo de otimização [14]. Aspectos relevantes na construção dos sistemas se inspiram na diversidade populacional, seleção clonal e rede imunológica. Na literatura são encontradas uma série de variantes do SIA.

Tendo como características a capacidade de busca local e de busca global (inserção de indivíduos aleatórios), a capacidade de encontrar com boa precisão algumas soluções sub-ótimas e o ajuste de poucos parâmetros. Pode ser aplicado: na construção de softwares anti-vírus adaptativos e mais eficientes, na proteção de redes de computadores contra intrusos, no reconhecimento de padrões, no reconhecimento de anomalias (seleção negativa), em análise de séries temporais, entre outros.

2.6.2.3 Evolução Diferencial

A Evolução Diferencial do inglês “Differential Evolution” é uma meta-heurística populacional originalmente proposta para resolver problemas de otimização com variáveis

contínuas e sem restrições. O algoritmo usa operadores de recombinação e mutação sobre vetores (indivíduos) indicando as melhores direções no espaço de busca [15]

A Evolução Diferencial é aplicada com eficiência em problemas de otimização multi-objetivo, na presença ou não de restrições, incluindo problemas complexos em robótica.

2.6.2.4 Algoritmos Inspirados em colônias de Formigas - ACO

Uma das técnicas mais usadas para a solução de problemas de otimização, especialmente aos inspirados no problema do caixeiro viajante, é a otimização inspirada em colônia de formigas conhecida como ACO do inglês Ant Colony Optimization [16]. Essa técnica se inspira no comportamento social das formigas, que são os indivíduos deste algoritmo, que têm pouca capacidade visual e para suprir esta deficiência a comunicação entre elas se dá pela percepção de um hormônio depositado pelas mesmas chamado feromônio. Dessa maneira, torna-se possível marcar uma rota a ser seguida pelas formigas na busca de alimentos deixando uma certa quantidade de feromônio. A maior concentração de feromônio indicará o melhor caminho até a fonte de alimentos.

O algoritmo ACO se inspira nestas características em que cada solução candidata é representada por uma formiga que é gerada aleatoriamente. Em um problema do caixeiro viajante cada formiga escolheria uma rota e a mesma depositaria uma certa quantidade de feromônio em cada aresta percorrida. As melhores rotas seriam identificadas por esta concentração de feromônio que é atualizada a cada iteração do algoritmo. Variantes desta abordagem são encontradas na literatura adaptadas para resolver problemas de otimização de diversas áreas.

É aplicado em soluções de problemas computacionais que envolvem procura de caminhos em grafos.

2.6.2.5 Algoritmos inspirados em Enxames de partículas - PSO

Este algoritmo populacional conhecido na língua inglesa por PSO - Particle Swarm Optimization foi introduzido em [17] e se inspira no comportamento de insetos, pássaros e peixes, por exemplo. Este algoritmo tem semelhanças com os algoritmos genéticos apesar de não fazer uso de operadores de recombinação e mutação. Originalmente foi criado para tratar problemas de otimização com variáveis reais não demandando nenhum tipo de codificação das soluções. O PSO se baseia na informação da trajetória das partículas

(indivíduos) e os pontos do espaço de busca visitados por elas para informar a qualidade da solução (qualidade da função objetivo). Para tanto, usa-se uma estrutura de memória para preservar os melhores locais visitados. A indicação da movimentação de cada partícula a cada nova iteração depende de duas informações: a melhor posição de todo o enxame e a melhor posição da própria partícula. São introduzidas regras estocásticas no PSO dando o caráter aleatório ao algoritmo.

Esta técnica tem sido muito utilizada na resolução de problemas contínuos não-lineares e pouco explorada em problemas discretos.

2.6.2.6 Algoritmos inspirados nos vagalumes - FA Firefly Algorithm

Recentemente, em 2008, foi proposto em [18] um algoritmo populacional inspirado nos vagalumes para resolver problemas de otimização destacando-se duas características reais deste tipo de inseto: i) a atração é proporcional ao brilho de cada inseto. Dessa forma, entre dois vagalumes que possuem brilhos de intensidades diferentes o de melhor brilho se move no sentido do de maior brilho. A atração é proporcional ao brilho e diminui à medida que a distância entre os insetos aumenta. Se não existir vagalume próximo proporcionando atração, o vagalume "isolado" move-se aleatoriamente; ii) o brilho de cada vagalume é definido ou afetado pelo espaço de busca da função objetivo. Para um problema de maximização, por exemplo, o brilho do vagalume pode ser definido proporcionalmente ao valor da sua função objetivo.

2.6.2.7 Algoritmos inspirados em Colônias Artificiais de Abelhas - ABC Artificial Bee Colony

Este algoritmo populacional é inspirado no comportamento de abelhas produtoras de mel [19]. Este tipo de abelha sai em busca de alimentos e depois retorna à colméia. Cada abelha na população visita um local e traz consigo a direção, a distância e uma amostra de mel do local visitado. Após o retorno cada abelha simula uma dança ("Waggle dance", em inglês) no intuito de atrair grupos de abelhas seguidoras a serem atraídas para o local visitado por aquela abelha. Este comportamento inspirou o algoritmo ABC onde o local visitado com as informações completas acerca do mesmo seria considerada uma solução no espaço de busca do problema de otimização.

Embora os algoritmos baseados em colônias de abelhas sejam relativamente recentes,

algumas aplicações têm sido propostas na literatura, tais como a solução do problema do caixeiro viajante, determinação de estratégias de aterrissagem em veículos aéreos não-tripulados, despacho econômico de energia, sintonização de controladores, otimização de pesos de redes neurais, otimização de máquinas de vetores suportes, direção de robôs, projeto de células de manufatura, problema de roteamento de veículos, entre outros.

2.6.2.8 Busca Harmônica – HS Harmony Search Algorithms

Em 2001 [20] foi apresentada uma meta-heurística inspirada na observação do desempenho de músicos em uma orquestra que buscam a harmonia perfeita. Na música esta harmonia perfeita é considerada análoga a achar a solução ótima de um problema de otimização e refere-se a um dado padrão de qualidade de áudio. O HS inspira-se na observação da capacidade de improvisação dos músicos para a obtenção de novas harmonias levando-se em conta a frequência, o timbre e a amplitude do instrumento de cada um deles. O HS pode ser resumido em 5 passos: i) Inicializar os parâmetros do problema e do algoritmo; ii) Inicializar a memória da harmonia iii) Improvisar novas harmonias; iv) Atualizar a memória da harmonia e; v) Verificar critério de parada.

2.6.2.9 Algoritmos Genéticos – Genetic Algorithm

Segundo [9], algoritmos genéticos podem ser definidos como procedimentos de busca, baseados na genética e seleção natural das espécies. Assim como acontece no meio ambiente, em um AG, existe um grupo de soluções candidatas, conhecidas como indivíduos, que competem entre si para garantir sua própria sobrevivência. Sendo esse o foco do presente trabalho.

Independente de sua classificação, um algoritmo de busca pode conter alguns ingredientes fundamentais, conforme os definidos por [21], sendo eles:

- uma representação das soluções candidatas ao problema;
- um procedimento de inicialização para geração das soluções candidatas;
- um procedimento de avaliação da qualidade de cada solução candidata;
- uma estrutura de memória contendo a lista de soluções candidatas;
- uma história contendo as soluções anteriormente testadas;

- um critério de comparação entre soluções candidatas para identificar qual a melhor;
- um procedimento de qualidade para indicar direções que serão obtidas melhores soluções ;
- uma estratégia de controle para a aplicação dos operadores;
- um procedimento de seleção que determina quais soluções devem ser operadas;
- um procedimento de filtro ou reparo que elimina ou corrige soluções inválidas;
- um procedimento de gerência de memória que seleciona soluções a serem adicionadas ou removidas da memória;
- um critério de parada pelo qual a busca é interrompida.

2.7 O usuário

Na otimização, o usuário poderá interferir nas decisões envolvidas, como por exemplo, a escolha do algoritmo, os detalhes da parametrização, entre outros. E como a maioria dos problemas de otimização são interdisciplinares, deve-se ter especialistas em cada área do problema, para que as decisões sejam tomadas com fundamentos teóricos e práticos. Por exemplo, para otimizar os custos de uma empresa, é preciso conhecer a política de gestão de custos da mesma e incluí-la na plataforma computacional, com isso, imagina-se ter administradores e cientistas planejando o melhor desempenho da empresa, buscando maximizar lucros e minimizar custos.

2.8 Otimização estrutural

Otimização estrutural é uma fusão de áreas da engenharia e matemática capaz de adicionar dados ao projeto, além da experiência do projetista. Atualmente, as soluções encontradas nos problemas de otimização estrutural (POE) podem, muitas vezes, serem contra-intuitivas, proporcionando configurações estruturais nunca antes imaginadas e que mostram-se, de fato, vantajosas, frente às demais tradicionalmente adotadas.

Almeja-se, na construção do modelo matemático de POE, a definição de uma ou mais funções objetivo, sujeitas ou não a restrições, que representem rigorosamente a medida

em que se deseja otimizar e que, após a busca da solução almejada, consiga-se um projeto que atenda às condições de resistência e rigidez mínimas e desempenho, com o menor custo possível ou algo próximo deste.

São comuns, problemas cujo objetivo principal está em determinar estruturas com peso mínimo (custo mínimo), considerando-se que esse objetivo é bastante atraente quanto ao aspecto econômico. Esse fato é muito comum, por exemplo, em projetos de estruturas metálicas ou em confecção de peças da indústria automotiva, onde o custo do material é um fator importante.

Deve-se ressaltar que, na indústria aeronáutica, o peso é de extrema importância sendo, geralmente, preponderante em relação ao custo. Em projetos de torres de transmissão ou peças mecânicas com um grande número de unidades fabricadas, uma economia, por menor que seja em cada unidade, corresponderá a um valor global considerável.

A seguir ilustram-se alguns exemplos de otimização estrutural.

2.8.1 Exemplo 1 – Peso mínimo de um pilar em forma de tubo

Este exemplo é extraído da Referência [7] e consiste em dimensionar um pilar com seção transversal em forma de tubo de comprimento L , como mostrado na Figura 2.8, e deve suportar uma carga normal de intensidade P , sem provocar tensões normais superiores à máxima permitida e também flambagem.

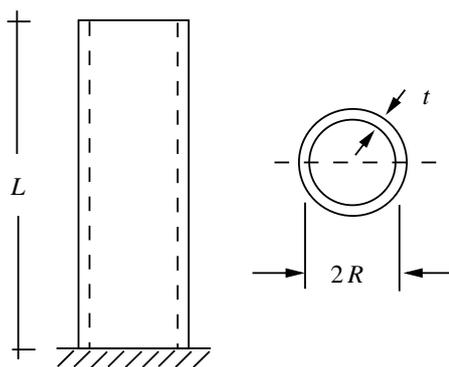


Figura 2.8: Pilar com seção transversal em forma de tubo.

As variáveis de projeto são:

- o raio médio da seção transversal R ;
- a espessura da parede do tubo t ;

- a tensão normal é dada por $\sigma = \frac{P}{A}$ onde A é a área da seção transversal do pilar;
- A carga máxima de flambagem é dada por $\pi^2 EI/4L^2$, onde E é o módulo de elasticidade longitudinal do material e I é o momento de inércia da seção transversal.

A função objetivo pode ser escrita como:

$$f(R, t) = \rho AL = 2\rho\pi RLt$$

Assumindo que o pilar seja considerado um tubo com paredes finas ($R \gg t$), sendo R o raio médio da seção transversal e t a espessura da parede, tem-se:

- área da seção transversal $A = 2\pi Rt$
- momento de inércia da seção transversal $I = \pi R^3 t$

A primeira restrição é de que a tensão normal não pode ultrapassar o limite máximo σ_{max} e assim:

$$\frac{P}{2\pi RT} \leq \sigma_{max}$$

e de que a carga aplicada não pode ultrapassar a carga máxima de flambagem, ou seja:

$$\frac{\pi^3 ER^3 t}{4L^2} \geq P$$

Devem ser definidos valores máximos e mínimos para as variáveis de projeto na forma:

$$R_{min} \leq R \leq R_{max} \quad \text{e} \quad t_{min} \leq t \leq t_{max}$$

O problema do peso mínimo de um pilar em forma de tubo pode ser colocado na forma:

$$\min f(R, t) = \rho AL = 2\rho\pi RLt$$

submetido a

$$\frac{P}{2\pi RT} \leq \sigma_{max}$$

$$\frac{\pi^3 ER^3 t}{4L^2} \geq P$$

$$R_{min} \leq R \leq R_{max}, \quad t_{min} \leq t \leq t_{max}$$

2.8.2 Exemplo 2 – O projeto de uma viga em balanço

Este problema [22] corresponde à minimização de volume (custo) de uma viga em balanço representada na Figura 2.9 onde a carga P é igual a 50000 N. Existem 10 variáveis de projeto que representam a base B_i e a altura H_i ($i = 1, 5$), da seção transversal de cada trecho constante. As variáveis B_1 e H_1 são inteiras, B_2 e B_3 assumem valores discretos a serem escolhidos a partir do conjunto $\{2.4, 2.6, 2.8, 3.1\}$, H_2 e H_3 são discretas e devem ser escolhidas a partir do conjunto $\{45.0, 50.0, 55.0, 60.0\}$ e, finalmente, B_4 , H_4 , B_5 e H_5 são contínuas. As variáveis são dadas em centímetros e o módulo de elasticidade do material é igual a 200 GPa.

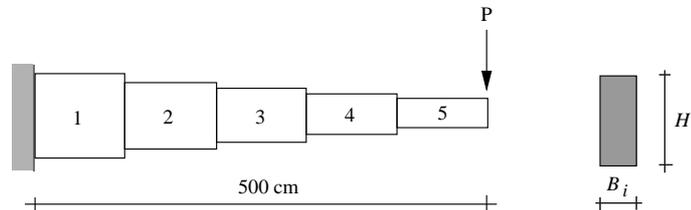


Figura 2.9: Viga em balanço.

A função objetivo a ser minimizada é escrita da seguinte forma:

$$f(x) = 100 \sum_{i=1}^5 H_i B_i$$

submetido a

$$g_i(x) = \sigma_i \leq 14000 \text{ N/cm}^2 \quad i = 1, \dots, 5$$

$$g_{i+5}(x) = H_i/B_i \leq 20 \quad i = 1, \dots, 5$$

$$g_{11}(x) = \delta \leq 2.7 \text{ cm}$$

onde δ é o deslocamento vertical na extremidade livre da viga.

A determinação das tensões máximas em cada trecho é feita da seguinte maneira:

$$\sigma_i = \frac{M}{I} y = \frac{6M_i}{B_i H_i^2}$$

Os momentos fletores são para cada trecho:

- Trecho 1: $M_1 = P \times 100 \text{ cm} = 50000 \times 100 = 5000000 \text{ Ncm}$

- Trecho 2: $M_2 = P \times 200\text{cm} = 50000 \times 200 = 10000000 \text{ Ncm}$
- Trecho 3: $M_3 = P \times 300\text{cm} = 50000 \times 300 = 15000000 \text{ Ncm}$
- Trecho 4: $M_4 = P \times 400\text{cm} = 50000 \times 400 = 20000000 \text{ Ncm}$
- Trecho 5: $M_5 = P \times 500\text{cm} = 50000 \times 500 = 25000000 \text{ Ncm}$

Assim, as restrições referentes às tensões podem ser escritas como:

$$g_1(H_1, B_1) = \frac{6 \times 5000000}{B_1 H_1^2}$$

$$g_2(H_2, B_2) = \frac{6 \times 10000000}{B_2 H_2^2}$$

$$g_3(H_3, B_3) = \frac{6 \times 15000000}{B_3 H_3^2}$$

$$g_4(H_4, B_4) = \frac{6 \times 20000000}{B_4 H_4^2}$$

$$g_5(H_5, B_5) = \frac{6 \times 25000000}{B_5 H_5^2}$$

Os momentos de inércia para cada trecho são dados por:

$$\text{Trecho 1 : } I_1 = \frac{B_1 H_1^3}{12}$$

$$\text{Trecho 2 : } I_2 = \frac{B_2 H_2^3}{12}$$

$$\text{Trecho 3 : } I_3 = \frac{B_3 H_3^3}{12}$$

$$\text{Trecho 4 : } I_4 = \frac{B_4 H_4^3}{12}$$

$$\text{Trecho 5 : } I_5 = \frac{B_5 H_5^3}{12}$$

O deslocamento na extremidade do balanço pode ser escrito como:

$$\delta = \int_L \frac{M\bar{M}}{EI} dx = \int_0^{100} \frac{M(x)\bar{M}(x)}{EI_5} + \int_{100}^{200} \frac{M(x)\bar{M}(x)}{EI_4} + \int_{200}^{300} \frac{M(x)\bar{M}(x)}{EI_3} +$$

$$\int_{300}^{400} \frac{M(x)\bar{M}(x)}{EI_2} + \int_{400}^{500} \frac{M(x)\bar{M}(x)}{EI_1}$$

Essa integral resultará em:

$$\delta = (0.0025/3)[(1/I_5) + (7/I_4) + (19/I_3) + (37/I_2) + (61/I_1)]$$

2.8.3 Exemplo 3 – Uma treliça com 10 barras

Este exemplo é um dos mais estudados na literatura e refere-se à minimização de peso de uma treliça de 10 barras mostrada na Figura 2.10. As variáveis de projeto são as áreas das seções transversais das barras (A_i , $i = 1, 10$). A tensão normal máxima permitida é ± 25 ksi e os deslocamentos máximos limitados a 2 in, nas direções x e y . A densidade do material é 0.1 lb/in^3 . O módulo de elasticidade é igual $E = 10^4$ ksi, e as cargas verticais aplicadas sobre os nós 2 e 4, são iguais a 100 kips. Comumente para esse exemplo, são feitas duas análises, sendo uma considerando um espaço de busca com variáveis discretas e outro com variáveis contínuas. Para o caso discreto, tem-se o conjunto \mathcal{S} com 42 opções: 1.62, 1.80, 1.99, 2.13, 2.38, 2.62, 2.63, 2.88, 2.93, 3.09, 3.13, 3.38, 3.47, 3.55, 3.63, 3.84, 3.87, 3.88, 4.18, 4.22, 4.49, 4.59, 4.80, 4.97, 5.12, 5.74, 7.22, 7.97, 11.50, 13.50, 13.90, 14.20, 15.50, 16.00, 16.90, 18.80, 19.90, 22.00, 22.90, 26.50, 30.00, 33.50. Para o caso contínuo, a área mínima é igual a 0.1 in^2 .

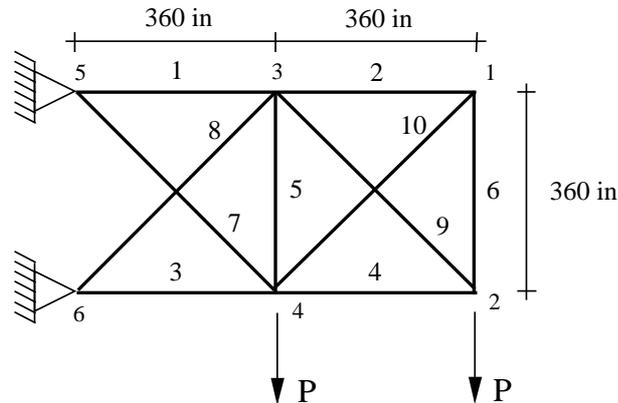


Figura 2.10: Treliça de 10 barras.

A função objetivo $W(A_i)$ a ser minimizada é escrita como:

$$W(A_i) = \rho \sum_{i=1}^{10} A_i L_i \quad (2.1)$$

onde L_i , $i = 1, 10$ são os comprimentos das barras.

Naturalmente, devem ser introduzidas restrições ao problema de otimização, evitando-se a solução inconcebível, que acarretaria áreas com valores nulos e um peso final otimizado com valor nulo $W(A_i) = 0$.

Em virtude da aplicação das cargas P sobre os nós 2 e 4 da estrutura o mesmo sofrerá deslocamentos (translações) nas direções dos eixos x e y . A Figura 2.11 ilustra uma provável configuração geométrica da treliça após a aplicação do carregamento. As barras 1, 2 e 3 sofrerão deformações e estarão submetidas a tensões internas. Essas tensões internas podem ser representadas como sendo oriundas de esforços normais internos, que têm direções normais às seções transversais das barras. O valor da tensão normal, em cada barra, é a razão entre o esforço normal e a área da seção transversal da barra, e podem ser calculados, imediatamente, após a determinação dos deslocamentos, ocorridos no nó 2 da estrutura.

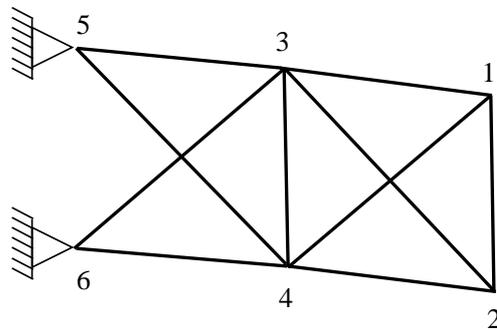


Figura 2.11: Possível configuração deformada da treliça de 10 barras.

Definindo-se $\sigma_i, i = 1, 10$ como sendo as tensões normais nas barras e $u_{1x}, u_{1y}, u_{2x}, u_{2y}, u_{3x}, u_{3y}$ e u_{4x}, u_{4y} como sendo os deslocamentos nas direções x e y dos nós 1, 2, 3 e 4, respectivamente, escreve-se:

$$\begin{aligned}\sigma_i &\leq \bar{\sigma}_i & i = 1, 10 \\ u_{jx}, u_{jy} &\leq \bar{u} & j = 1, 4\end{aligned}$$

onde $\bar{\sigma}_i$ e \bar{u} são os limites máximos para as tensões normais nas barras e para os deslocamentos dos nós.

O problema de otimização pode ser escrito como minimizar a quantidade $W(A_i)$, em que:

$$W(A_i) = \sum_{i=1}^n A_i L_i, i = 1, 10$$

submetido a

$$\sigma_i \leq \bar{\sigma}_i$$

Restrições adicionais são incorporadas no sentido de limitar o espaço de busca como descritas anteriormente e, nesse caso, tem-se:

$$A_i^{min} \leq A_i \leq A_i^{max}$$

Como é fácil notar as restrições não estão escritas explicitamente em função das variáveis de projeto e, para tanto, é preciso achar a solução de um sistema de equações lineares, que permite a determinação dos deslocamentos e em seguida a determinação das tensões. Este sistema de equações, que representa a equação de equilíbrio do modelo estrutural depende das características elásticas e geométricas da estrutura, além do carregamento aplicado sobre a mesma. Esse sistema é escrito como:

$$[K] \{u\} = \{F\}$$

onde $[K]$ é uma matriz quadrada de dimensões $n \times n$, chamada matriz de rigidez elástica da estrutura; $\{F\}$ é o vetor de cargas com componentes calculadas em função do carregamento aplicado sobre a estrutura; e $\{u\}$ é o vetor de deslocamentos a serem determinados após a resolução do sistema de equações. De posse dos deslocamentos, é possível então a determinação das deformações e tensões normais, em cada ponto de interesse, ao longo das barras da treliça.

Para a treliça de 10 barras esse sistema tem dimensão 8×8 , sendo escrito como:

$$\begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} & k_{14} & k_{15} & k_{16} & k_{17} & k_{18} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} & k_{24} & k_{25} & k_{26} & k_{27} & k_{28} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} & k_{34} & k_{35} & k_{36} & k_{37} & k_{38} \\ k_{41} & k_{42} & k_{43} & k_{44} & k_{45} & k_{46} & k_{47} & k_{48} \\ k_{51} & k_{52} & k_{53} & k_{54} & k_{55} & k_{56} & k_{57} & k_{58} \\ k_{61} & k_{62} & k_{63} & k_{64} & k_{65} & k_{66} & k_{67} & k_{68} \\ k_{71} & k_{72} & k_{73} & k_{74} & k_{75} & k_{76} & k_{77} & k_{78} \\ k_{81} & k_{82} & k_{83} & k_{84} & k_{85} & k_{86} & k_{87} & k_{88} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} u_{1x} \\ u_{1y} \\ u_{2x} \\ u_{2y} \\ u_{3x} \\ u_{3y} \\ u_{4x} \\ u_{4y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_{1x} \\ F_{1y} \\ F_{2x} \\ F_{2y} \\ F_{3x} \\ F_{3y} \\ F_{4x} \\ F_{4y} \end{pmatrix}$$

onde k_{ij} são os coeficientes de rigidez, que dependem das características elásticas e geométricas das barras que compõem a estrutura. As componentes de F_{2x} , F_{2y} a F_{4x} , F_{4y} são, para esse exemplo, os valores dos carregamentos aplicados diretamente sobre os nós 1, 2, 3 e 4 nas direções x e y , respectivamente. Nesse caso particular, $F_{2y} = -P$ e $F_{4y} = -P$ e o restante das componentes é igual a zero.

As incógnitas a serem determinadas são os deslocamentos. A título de ilustração, mostram-se a seguir os elementos da primeira linha/coluna da matriz de rigidez onde $L=360$ in.

$$\begin{aligned}
k_{11} &= \frac{E(A_1 + A_2)}{L} + \frac{E(A_8 + A_9)}{L4\sqrt{2}} \\
k_{12} &= \frac{E(A_8 - A_9)}{L4\sqrt{2}} \\
k_{13} &= \frac{-E(A_2)}{L} \\
k_{14} &= k_{15} = k_{16} = 0 \\
k_{17} &= \frac{-E(A_9)}{L4\sqrt{2}} \\
k_{18} &= -k_{17}
\end{aligned}$$

Comprova-se dessa forma que, para diferentes conjuntos de variáveis de projeto A_i , chega-se a diferentes valores de deslocamentos $\{u\}$ e esse vetor torna-se função implícita das variáveis de projeto, impossibilitando escrever uma relação explícita entre essas grandezas.

De posse dos deslocamentos, é possível determinar os esforços normais, conseqüentemente, as tensões normais em cada uma das barras [23] e verificar se a solução candidata em questão é factível ou não.

A título de ilustração, são apresentados, nas Tabelas 2.2, 2.3 e 2.4, resultados obtidos para a otimização da treliça de 10 barras extraídos da Referência [4].

Tabela 2.2: Comparação de resultados da literatura para o caso contínuo – Peso final em lb.

A_i	Ref.[4]	Ref.[24]	Ref.[25]	Ref.[26]	Ref.[27]	Ref.[28]	Ref.[29]	Ref.[30]
1	29.22568	30.0310	30.56091	30.520	31.28	32.9657	30.440	30.561
2	0.10000	0.1000	0.10000	0.100	0.10	0.1000	0.100	0.100
3	24.18212	23.2740	23.16999	23.200	24.65	22.7988	21.790	27.946
4	14.94714	15.2860	15.11224	15.220	15.39	14.1463	14.260	13.619
5	0.10000	0.1000	0.10000	0.100	0.10	0.1000	0.100	0.100
6	0.39463	0.5565	0.54910	0.551	0.10	0.7393	0.451	0.100
7	7.49579	7.4683	7.47048	7.457	7.90	6.3807	7.628	7.907
8	21.92486	21.1980	21.09910	21.040	21.53	20.9121	21.630	19.345
9	21.29088	21.6180	21.52714	21.530	19.07	20.9779	21.360	19.273
10	0.10000	0.1000	0.10000	0.100	0.10	0.1000	0.100	0.100
W	5069.086	5061.60	5060.920	5060.80	5052.00	5013.24	4987.00	4981.1

Tabela 2.3: Análise dos resultados, considerando, o peso final apresentado na referência, o peso calculado, usando-se as variáveis de projeto apresentadas e os deslocamentos u_{y1} e u_{y2} que são restrições ativas do problema.

Referência	W apresentado	W calculado	u_{y1}	u_{y2}
[31]	5112.00	5112.624	-1.99999	-1.98696
[32]	5107.30	5107.323	-1.99991	-1.99998
[33]	5095.65	5095.637	-2.01151	-2.01368
[34]	5089.00	5091.569	-1.99844	-1.99982
[35]	5084.90	5084.809	-1.99860	-1.99998
[36]	5080.00	5080.041	-1.99997	-1.98164
[37]	5076.85	5077.149	-1.99989	-1.99988
[38]	5076.66	5127.617	-1.98233	-1.97777
[4]	5069.086	5069.086	-2.00000	-1.98937
[24]	5061.60	5061.659	-1.99999	-1.99149
[25]	5060.92	5060.920	-1.99999	-1.99147
[26]	5060.80	5060.926	-1.99996	-1.99138
[27]	5052.00	5052.628	-2.01949	-2.00657
[28]	5013.24	5013.237	-2.01312	-2.00000
[29]	4987.00	4999.215	-2.02798	-2.01850
[30]	4981.10	4981.093	-2.04994	-2.06047

Tabela 2.4: Comparação de resultados da literatura para o caso discreto – Peso final em lb.

A_i	Ref.[39]	APM ⁺ Ref.[4]	Ref.[40]	APM* Ref.[4]	APM Ref.[4]	Ref.[33]
1	33.50	26.50	33.50	30.00	33.50	33.50
2	1.62	1.62	1.62	1.62	1.62	1.62
3	22.00	26.50	22.00	22.00	22.90	22.00
4	15.50	16.90	14.20	16.90	14.20	13.90
5	1.62	1.80	1.62	1.62	1.62	1.62
6	1.62	1.62	1.62	1.62	1.62	1.62
7	14.20	13.50	7.97	11.50	7.97	7.97
8	19.90	22.00	22.90	22.00	22.90	22.90
9	19.90	19.90	22.00	22.00	22.00	22.90
10	2.62	1.99	1.62	1.80	1.62	1.62
w	5613.84	5619.662	5458.3	5572.60	5490.738	5447.54
W	5613.58	5619.662	5458.3	5572.60	5490.738	5493.36
u_{y1}	-1.87722	-1.88792	-1.97349	-1.91271	-1.95908	-1.96419
u_{y2}	-2.00075	-1.99917	-2.01227	-1.98513	-1.98892	-2.00074

2.8.4 Síntese do problema de otimização estrutural

Ilustrou-se, neste capítulo, alguns problemas de otimização, incluindo-se alguns poucos exemplos sobre POEs. Destaca-se o último exemplo de POE envolvendo uma treliça de 10 barras.

Em um POE, podem ser considerados vários tipos de variáveis de projeto: i) as que se referem às dimensões ou áreas das seções transversais das barras ("sizing optimization"); ii) as que se referem às posições dos nós da estrutura ("shape optimization"); iii) as que se referem ao número de barras da estrutura ("configuration optimization") e, iv) as que se referem ao número máximo de tipos de barras, com características diferentes a serem empregadas na configuração estrutural ("cardinality constraints"). Essas variáveis podem ser discretas, contínuas ou mistas.

Geralmente, as restrições em problemas de otimização de estruturas reticuladas dizem respeito aos deslocamentos máximos dos nós, tensões normais, frequências de vibração, cargas críticas de flambagem, etc. Tais restrições são complexas funções implícitas das variáveis de projeto. Para a verificação de viabilidade de uma dada solução /estrutura candidata, uma análise estrutural, tipicamente envolvendo uma simulação via método dos elementos finitos, é requerida.

Uma medida de complexidade dos problemas pode ser dada pelo número de variáveis de projeto ou de restrições impostas. Com o aumento dos recursos computacionais que possibilitam a modelagem mais real e, conseqüentemente, introduzindo mais complexidade ao problema, essas medidas sofrem variações. Segundo [41], podem ser estabelecidas três classes de problemas: problemas de menor escala, contendo por volta de 5 incógnitas ou restrições; problemas de escala intermediária, contendo entre 5 e 100 variáveis e problemas em grande escala, contendo mais do que 100 variáveis.

2.9 Síntese do Capítulo 2

Este capítulo apresentou as definições e características principais de problemas de otimização, em que foram apresentados alguns exemplos simples, incluindo alguns da área de engenharia estrutural. Explorou-se mais detalhadamente o exemplo de um problema de otimização de uma treliça de 10 barras, por se tratar da otimização de uma estrutura reticulada. Exemplos de problemas de otimização, envolvendo estruturas reticuladas,

como os domos, as treliças planas e os pórticos planos serão abordados neste texto com restrições impostas referentes às tensões normais máximas nas barras e deslocamentos dos nós.

3 COMPUTAÇÃO EVOLUCIONISTA E ALGORITMOS GENÉTICOS

3.1 Introdução

Nesse capítulo serão apresentados os conceitos de computação evolucionista e algoritmos genéticos (AG's). Serão abordadas as principais características dos AG's, como por exemplo, codificação função aptidão, esquemas de seleção ,operadores genéticos, entre outros.

3.2 Computação Evolucionista

A computação evolucionista está associada à implementação de algoritmos que se baseiam na Teoria da Evolução das Espécies de Charles Darwin. Segundo sua teoria, os indivíduos que possuem maior capacidade de se adaptarem ao meio ambiente são os com maior chance de sobreviverem e suas características genéticas são repassadas para as novas gerações. Sendo assim, a nova geração será composta por indivíduos com material genético melhor do que os da população anterior [42].

A estrutura de um algoritmo evolucionista pode ser representada pela Figura 3.1. Normalmente, o algoritmo evolucionista inicializa aleatoriamente uma população de possíveis soluções. Avalia cada indivíduo da população, fornecendo a medida da aptidão. Em seguida, é feita a seleção dos indivíduos que terão acesso à reprodução; que irão gerar os filhos por recombinação/mutação da nova população e novamente esses indivíduos, chamados de filhos, serão avaliados segundo os critérios de sobrevivência.

Existe uma série de variações em torno dos algoritmos evolucionistas, algumas delas que se podem destacar são os algoritmos genéticos, foco desta dissertação, os quais serão explicados na próxima seção, e a programação genética, que são AG's, em que os elementos manipulados são programas escritos em linguagens adequadas (como por exemplo, LISP)

Algoritmo Evolucionista

```

t=0
inicialize População(t)
avale População(t)
enquanto não termina processo faça:
  início
    t=t+1
    selecione População(t) a partir de População(t-1)
    altere População(t)
    avale População(t)
  fim
fim

```

Figura 3.1: Pseudo-código de Algoritmo Evolucionista

e sobre os mesmos atuam os operadores de recombinação e mutação [9].

3.3 Algoritmo Genético (AG)

Os AG's foram desenvolvidos por John Holland, em 1975. Os objetivos de sua pesquisa estavam voltados em abstrair, explicar rigorosamente os processos adaptativos dos sistemas naturais e criar programas de computador para simular sistemas artificiais, mantendo os mecanismos importantes dos sistemas naturais [43].

Basicamente, um algoritmo genético apresenta cinco aspectos fundamentais quando usado para resolver um problema [9]:

1. uma codificação genética de soluções para o problema;
2. um procedimento para criar uma população inicial de soluções;
3. uma função de avaliação que retorna a aptidão de cada indivíduo;
4. operadores genéticos que manipulam a codificação dos pais durante o processo de reprodução, dando origem a novos indivíduos;
5. parâmetros a serem utilizados no algoritmo, durante os processos de reprodução e mutação.

Na Figura 3.2 ilustra-se um pseudocódigo de um AG genérico.

Algoritmo Genético

Inicialize a população

Avalie indivíduos na população

Repita

 Selecione indivíduos para reprodução

 Aplique operadores de recombinação e mutação

 Avalie indivíduos na população

 Selecione indivíduos para sobreviver

Até critério de parada satisfeito

fim

Figura 3.2: Pseudo-código de Algoritmo Genético

3.3.1 Codificação

A representação cromossomial ou codificação é fundamental para o algoritmo genético. Ela consiste em uma maneira de traduzir a informação do nosso problema em uma forma viável de ser tratada pelo computador. A escolha de uma representação é arbitrária, e quanto mais ela for adequada ao problema, maior a qualidade dos resultados obtidos.

Os AG's não trabalham sobre as soluções candidatas propriamente ditas, mas sobre suas representações. Para representar essas soluções candidatas, destacam-se dois procedimentos, a codificação binária, que pertence ao conjunto $[0, 1]$; e a codificação real, que pertence ao conjunto R^n . No presente trabalho, será utilizada a representação binária.

3.3.1.1 Representação Binária

A codificação binária é a mais simples e a mais usada pelos praticantes da área dos algoritmos genéticos. O cromossomo nada mais é do que uma sequência de bits, onde cada gene é somente um bit. O conceito representado por cada bit e/ou conjunto de bits é inerente ao problema.

Já que as variáveis são codificadas em 0's e 1's, é preciso recuperar os valores originais da solução e, para isso, deve-se usar um procedimento de decodificação.

A decodificação das variáveis discretas fornece um número inteiro, que representa o índice da variável, em uma lista, que é o espaço de busca correspondente a essa variável.

Como exemplo, seja $x_i = 101$, em que sua decodificação indicará o índice $IND = 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 = 5$, que apontará para a quinta variável discreta do espaço de busca dessa variável.

Para as variáveis contínuas tem-se a decodificação:

$$x = x^L + IND \times \frac{x^U - x^L}{2^{nb} - 1} \quad (3.1)$$

Ao usar variável contínua, tem-se que representar variáveis reais em codificação binária e, para isso, conforme citado por [9], deve-se garantir que dois pontos próximos na representação também o sejam no espaço propriamente dito. Mas isso pode não ocorrer, conforme visto na Tabela 3.1, em que a codificação contígua ao binário 0111 é o binário 1000, com bits diferentes em todas as posições. Esse problema pode ser resolvido com o código Gray [9], mostrado na Tabela 3.1.

Tabela 3.1: Código binário e Código de Gray.

Inteiro	Binário	Gray	Inteiro	Binário	Gray
0	0000	0000	8	1000	1100
1	0001	0001	9	1001	1101
2	0010	0011	10	1010	1111
3	0011	0010	11	1011	1110
4	0100	0110	12	1100	1010
5	0101	0111	13	1101	1011
6	0110	0101	14	1110	1001
7	0111	0100	15	1111	1000

3.3.2 Inicialização da população

A inicialização da população determina o processo de criação das soluções candidatas para o primeiro ciclo do algoritmo. Tipicamente, os elementos que constituem a população inicial são escolhidos aleatoriamente.

3.3.3 Função Aptidão

A função de avaliação ou função custo é a maneira utilizada pelos AG's para determinar a qualidade de um indivíduo como solução do problema em questão. Melhor dizendo, é uma nota dada a solução candidata na resolução do problema, capaz de informar a qualidade da solução candidata.

De forma geral, a função aptidão $F(x)$, para um problema de otimização, pode ser definida da seguinte forma:

$$F(x) \approx f(x) + \text{penal}(x) \quad (3.2)$$

onde $f(x)$ é a função objetivo e $\text{penal}(x)$ é conhecida como uma função penalização. Caso o problema não tenha restrição, a função aptidão será a própria função objetivo.

Não é trivial tratar problemas com restrição, devido à dificuldade de definir a função de penalização. Mais adiante, neste texto serão abordadas algumas estratégias para tratamento de restrições.

3.3.4 Seleção

A seleção é responsável por escolher as soluções candidatas (indivíduos), que servirão de pais para o processo de reprodução. Ela simula o mecanismo de seleção natural, em que pais mais capazes geram mais filhos. Não obstante, é possível que pais menos aptos também possam gerar descendentes, o que pode ser interessante durante a evolução para que se tenha uma população com mais diversidade. Então, na seleção, deve-se privilegiar os indivíduos com a melhor função aptidão, sem desprezar completamente aqueles indivíduos com função de avaliação menos interessante.

Neste trabalho, optou-se por usar o método de seleção por *ranking*, em que é criada uma lista ordenada dos elementos da otimização e o primeiro colocado no *rank* possui maior chance de reprodução.

3.3.5 Operadores Genéticos

Neste item serão abordados os operadores de recombinação e mutação. Por comodidade usa-se, neste texto, o termo em inglês *crossover*, para representar recombinação.

O operador crossover tem como finalidade escolher partes do “material genético dos pais” para produzir o cromossomo “filho”. Existem várias formas de se fazer o crossover, sendo elas; crossover de um ponto, crossover de n pontos e crossover uniforme. Em seguida, será explicado cada um deles.

3.3.5.1 Crossover de um ponto

Esse operador é o mais simples e mais usado, dentro dos algoritmos genéticos. Ele consiste em definir um ponto de corte que, constitui uma posição entre os dois genes de um cromossomo, onde cada indivíduo contém $n - 1$ pontos de corte. Depois de escolhido o ponto, de corte separam-se os pais em duas partes: uma à esquerda do ponto de corte; e outra à direita. E o material genético dos pais é dividido para cada filho, conforme ilustrado abaixo.

Pai 1	11111 111	Filho 1	11111000
Pai 2	00000 000	Filho 2	00000111

em que 5^a posição foi sorteada para corte.

3.3.5.2 Crossover de n pontos

Esse operador é uma generalização do crossover de um ponto e, nesse caso, define-se 2 ou mais pontos de corte, para que seja feito o cruzamento.

3.3.5.3 Crossover uniforme

Nesse caso, é gerada uma máscara de bits aleatórios e os filhos são gerados, a partir da combinação dos bits dos pais, de acordo com a máscara gerada, conforme ilustrado abaixo

Pai 1	11111111	Filho 1	10010110
“máscara”	01101001		
Pai 2	01001100	Filho 2	00100101

Percebe-se que a codificação dos filhos é obtida pela troca ou não de bits dos pais. Se a “máscara” tiver o bit 1, haverá troca do bit correspondente a sua posição. Se o bit for 0, nada acontecerá.

3.3.5.4 Mutação

O operador mutação tem associado uma probabilidade baixa. É sorteado um número entre 0 e 1, se for menor que a probabilidade pré-determinada, então o operador atua sobre o gene em questão, alterando o valor aleatoriamente; caso o valor do gene seja 1,

passará a ser 0 ou vice-versa. Repete-se então o processo para todos os genes componentes dos dois filhos gerados.

3.3.6 *Dois esquemas de reprodução*

Os dois esquemas de seleção (reprodução), mais encontrados na literatura, são conhecidos como *Geracional* e *Steady-state*. Nesta dissertação, adotou-se o AG do tipo Geracional.

O AG geracional possui como principal característica a substituição total da população a cada geração, com a desvantagem da possibilidade de perda de material genético de boa qualidade. Para evitar isso, muitas vezes, adota-se um processo de seleção elitista, mantendo-se parte dos melhores indivíduos da geração anterior. O pseudo-código, mostrado a seguir, representa esse algoritmo:

Algoritmo Genético Geracional

Inicialize a população P aleatoriamente

Avalie indivíduos na população P

Repita

Copie os melhores para P'

Repita

Selecione 2 indivíduos em P

Aplique operadores de recombinação com probabilidade p_c

Aplique operadores de mutação com probabilidade p_m

Insira novos indivíduos em P'

Até população P' completa

Avalie indivíduos na população P'

$P \leftarrow P'$

Até critério de parada satisfeito

fim

Figura 3.3: Algoritmo Genético Geracional

De maneira diferente do “geracional”, o algoritmo “steady-state” possui como característica principal a geração de somente um indivíduo de cada vez. A cada nova criação uma avaliação é feita. Se o novo indivíduo for melhor que o pior na lista de classificação, terá direito à sobrevivência e o pior será eliminado. Essa seria uma “política de inserção” tradicional, sendo possíveis outras variações. Pode-se, por exemplo, inserir somente indivíduos que tenham aptidões superiores que a mediana, inserir indivíduos nos lugares dos piores pais ou pais mais próximos, etc. O pseudo-código correspondente é

mostrado a seguir.

Algoritmo genético *Steady-state*

Inicialize a população P aleatoriamente

Avalie indivíduos na população P

Repita

Selecione operador genético

Selecione indivíduo(s) para reprodução

Aplique operador genético

Avalie indivíduo(s) gerado(s)

Selecione indivíduo f para sobreviver

Se f é melhor que o pior elemento de P Então

Insira f em P de acordo com seu “ranking”

Até critério de parada satisfeito

fim

Figura 3.4: Algoritmo Genético Steady-State

3.4 Síntese do Capítulo 3

Este capítulo apresentou as principais definições sobre algoritmos evolucionista e algoritmos genéticos, sendo apresentado cada item usado no AG como por exemplo, codificação, inicialização da população, função aptidão, seleção, operadores, entre outros.

Nessa dissertação será utilizada uma representação cromossomial binária com código de Gray, conforme apresentado anteriormente. A seleção é feita através do “rank”, onde indivíduos que estão no topo, após a ordenação, tem maior probabilidade de serem escolhidos como “pais” da próxima geração.

4 PROBLEMAS COM RESTRIÇÕES

As meta-heurísticas bio-inspiradas, de uma maneira geral, são largamente usadas para resolver problemas de otimização limitados, originalmente, àqueles sem restrições. Não existe um mecanismo direto para a incorporação nos algoritmos de informações sobre a viabilidade das soluções candidatas no processo evolutivo.

Dessa forma, um dos tópicos mais explorados em problemas com restrições, abordados via meta-heurísticas, diz respeito ao tratamento de restrições, visto que a maior parte dos problemas reais oriundos das diversas áreas apresentam restrições. Encontra-se na literatura um considerável número de estratégias propostas para esse fim.

Estas podem ser agrupadas em várias categorias, de acordo com o tipo de algoritmo, tipo de restrições (lineares ou não), tipo de problema, etc.

É muito comum o uso de funções de penalização, utilização de operadores especiais, utilização de técnicas de otimização multi-objetivo, utilização de modelos de co-evolução, utilização de operadores de reparo, etc.

Resumidamente, as técnicas para tratamento de restrições podem ser classificadas como *diretas* (interiores), quando somente indivíduos viáveis são considerados, ou como *indiretas* (exteriores), quando tanto indivíduos viáveis quanto inviáveis são considerados durante o processo de busca.

As técnicas chamadas de *diretas* englobam: i) operadores genéticos com características especiais; ii) o uso de decodificadores especiais; iii) técnicas que usam algum tipo de reparo e mais drasticamente iv) “pena de morte” para as soluções inviáveis.

Em resumo as técnicas *diretas* são, geralmente, dependentes dos problemas (exceto a “pena de morte”). Uma discussão mais aprofundada sobre essas técnicas pode ser encontrada em [44], [45], [46] e [47].

As técnicas *indiretas* englobam: i) Multiplicadores de Lagrange; ii) o uso da função aptidão e as informações sobre as violações em uma otimização multi-objetivo; iii) o uso de técnicas especiais de seleção e; iv) a definição de que qualquer indivíduo inviável terá o valor de sua aptidão diminuído. As referências [48],[49], [50], [51] e [52] descrevem várias

dessas abordagens.

Outras referências pioneiras, nesse campo, são os trabalhos apresentados em [44, 53, 54, 55, 56].

Recentemente foi publicado um livro “Constraint-Handling in Evolutionary Computation” [57], destinado exclusivamente aos avanços e tendências das técnicas, métodos e estratégias para tratamento de restrições no campo da Computação Evolucionista. Os tópicos abordados nessa referência foram agrupados, de acordo com as seguintes características:

- A criação de mecanismos especiais que focam a busca nos limites das regiões viáveis e a importância das “boas” soluções inviáveis durante o processo;
- O uso da otimização multiobjetivo no tratamento de restrições;
- Mecanismos para controle de parâmetro para manter o usuário capaz de fazer ajustes finos da busca;
- Algoritmos híbridos, tais como os de busca global e local, combinação de abordagens, baseadas em heurísticas e o uso de programação matemática, objetivando-se o melhor desempenho das capacidades de busca em espaços de busca com restrições.
- A exploração de novas abordagens bio-inspiradas, tais como otimização por enxame de partículas, colônia de formigas, sistemas imunológicos artificiais, evolução diferencial, entre outros;
- Técnicas para tratamento de restrições, capazes de apresentar um excelente desempenho com um baixo número de avaliação de funções.

Espera-se que uma estratégia para o tratamento de restrições seja:

- Capaz de tratar restrições de desigualdade e igualdade;
- Capaz de não requerer o conhecimento explícito das restrições como uma função das variáveis de decisão/projeto;
- Livre de parâmetros a serem definidos pelo usuário;
- De implementação fácil em outros algoritmos evolucionários;

- Robusta.

A seguir são apresentados alguns métodos clássicos, amplamente difundidos na literatura, para o tratamento de problemas com restrições.

4.1 Utilização de funções de penalização

Geralmente, um problema com restrições (PCR) pode ser transformado em um problema sem restrições (PSR) pela associação de uma função de penalização. Essas funções são incorporadas à função objetivo gerando uma única função a ser otimizada. O caso mais simples é a utilização de funções de penalizações constantes, associadas a um parâmetro de penalização que atua sobre as restrições violadas. No entanto, a determinação e ajuste desse parâmetro é uma tarefa bastante árdua, que pode demandar bastante tempo em função da complexidade do problema em questão.

A função objetivo modificada, em um PSR, pode ser colocada na seguinte forma:

$$F(x) = f(x) + penal(x)$$

Na maioria dos métodos, a parcela $penal(x)$ é simplesmente um parâmetro, uma função ou um conjunto de funções de penalização, que diferem entre si de acordo com o método e a maneira em que são aplicados às soluções ineficazes.

Em [58, 53, 59], são descritos vários métodos e alguns são apresentados resumidamente neste texto.

4.2 Estratégias de penalização

Um problema padrão de penalização em R^n pode ser dado como um problema de minimização de uma dada função objetivo $f(x)$, em que $x \in R^n$ é um vetor de variáveis de projeto/decisão, submetidos a restrições de desigualdades $g_p(x) \leq 0$, $p = 1, 2, \dots, \bar{p}$ bem como restrições de igualdades $h_q(x) = 0$, $q = 1, 2, \dots, \bar{q}$. Além disso, as variáveis podem estar submetidas aos limites do espaço de busca $x_i^L \leq x_i \leq x_i^U$ mas, esse tipo de restrição já é uma restrição “natural” a ser considerada em qualquer algoritmo de busca, ou seja, sempre será necessário definir os limites inferiores e superiores para cada variável.

Técnicas de penalização podem ser classificadas como *multiplicativas* ou *aditivas*. No caso de multiplicativas, um fator positivo, como por exemplo $p(v(x), T)$, é introduzido com o objetivo de “amplificar” o valor da função aptidão de um indivíduo inactível em um problema de minimização. Pode-se ter $p(v(x), T) = 1$, para uma solução candidata factível x e $p(v(x), T) > 1$ para uma solução inactível.

No caso de aditivas, um funcional penalização é adicionado à função objetivo com o intuito de definir o valor da aptidão de um indivíduo inactível. As técnicas de penalizações aditivas podem ser divididas em: (a) Técnicas *interiores*, quando um funcional “barreira” $B(x)$ – o qual cresce rapidamente à medida que x se aproxima da fronteira do domínio factível – é adicionado à função objetivo

$$F(x) = f(x) + \frac{1}{k}B(x)$$

e (b) Técnicas *exteriores*, quando um funcional penalização é introduzido

$$F(x) = f(x) + kP(x) \tag{4.1}$$

tal que $P(x) = 0$ se x é factível e $P(x) > 0$ caso contrário (para problemas de minimização).

Em ambos os casos, (a) e (b), tem-se $k \rightarrow \infty$.

Nesse ponto, é interessante definir a quantidade de violação da j -ésima restrição da solução candidata $x \in R^n$ como

$$v_j(x) = \begin{cases} |h_j(x)|, & \text{para uma restrição de igualdade,} \\ \max\{0, g_j(x)\} & \text{caso contrário} \end{cases}$$

Também é comum a definição de funções de penalização que crescem com o valor das violações $v(x) \in R^m$ onde $m = \bar{p} + \bar{q}$ é o número de restrições a serem penalizadas. A função de penalização mais popular é dada por

$$P(x) = k \sum_{j=1}^m (v_j(x))^\beta \tag{4.2}$$

em que k é o parâmetro de penalização e $\beta = 2$. A definição do parâmetro k é usualmente uma tarefa baseada em um processo de tentativa e erro que pode consumir um tempo

razoável.

Powell & Skolnick[60] propuseram um método da “superioridade dos pontos factíveis”, em que cada solução candidata é avaliada pela seguinte expressão:

$$F(x) = f(x) + r \sum_{j=1}^m v_j(x) + \theta(t, x)$$

em que r é uma constante. O principal aspecto desse método é que qualquer solução factível é melhor que qualquer solução infactível. Aspecto caracterizado pela definição de forma conveniente de uma função $\theta(t, x)$. Deb[61] propôs uma modificação, nesse esquema, através da seguinte expressão:

$$F(x) = \begin{cases} f(x), & \text{se } x \text{ é factível,} \\ f_{max} + \sum_{j=1}^m v_j(x), & \text{caso contrário} \end{cases}$$

em que f_{max} é o valor da aptidão do pior indivíduo factível. Como observado nas condições anteriores, se uma solução é infactível o valor da sua função objetivo não é considerado sendo, substituído por f_{max} .

4.2.1 Alguns métodos pioneiros

Além das estratégias largamente difundidas que usam um simples parâmetro constante de penalização, vários outros podem ser encontrados na literatura.

4.2.1.1 Dois níveis de penalização.

Le Riche et al. [62] apresentaram um AG, onde dois parâmetros fixos k_1 e k_2 são usados, independentemente em duas populações diferentes. A idéia é criar dois conjuntos de soluções candidatas, onde uma é avaliada com o parâmetro k_1 e a outra com o parâmetro k_2 .

Fazendo $k_1 \gg k_2$, existem dois níveis diferentes de penalização, com isso, existe uma grande chance de manter indivíduos factíveis, bem como indivíduos infactíveis na população e assim obter filhos próximos da fronteira entre a região factível e a região infactível.

A estratégia pode ser resumida como:

- criar $2 \times \textit{popsiz}$ indivíduos randomicamente (*popsiz* é o tamanho da população);

- avaliar cada indivíduo, considerando cada parâmetro de penalização e criar dois *ranks*;
- combinar os dois *ranks* em uma única população com tamanho *popsiz*;
- aplicar operadores genéticos;
- avaliar o novo filho ($2 \times \textit{popsiz}$), usando ambos parâmetros de penalização e repetir o processo.

4.2.1.2 Múltiplos coeficientes

Homaifar et al. [63] propuseram diferentes coeficientes de penalização para diferentes níveis de violação de cada restrição . A função aptidão é escrita como:

$$F(x) = f(x) + \sum_{j=1}^m k_{ij}(v_j(x))^2$$

onde i denota um dos l níveis de violação definido para a j -ésima restrição. Essa é uma estratégia atraente, a princípio, que permite um bom controle do processo de penalização. A desvantagem do método está no grande número, $m(2l + 1)$, de parâmetros que devem ser definidos pelo usuário para cada problema.

4.2.1.3 Coeficientes dinâmicos

Joines & Houck [64] propuseram que os parâmetros de penalização devem variar dinamicamente ao longo do processo de busca. A função aptidão $F(x)$ é escrita como:

$$F(x) = f(x) + k \sum_{j=1}^m f_j^\beta(x)$$

$k = (C \times t)^\alpha$, crescendo com o número de gerações t . Foram usados $\beta = 1$ e 2 e os valores sugeridos são $C = 0.5$ and $\alpha = 2$.

4.2.1.4 Penalizações adaptativas

Um procedimento onde os parâmetros de penalização mudam de acordo com informações obtidas do processo evolucionário foi proposto por Bean & Hadj-Alouane [65].

A função aptidão é escrita como:

$$P(x) = k \sum_{j=1}^m (v_j(x))^\beta \quad (4.3)$$

em que $k = \lambda(t)$ é adaptado a cada geração pelas seguintes regras:

$$\lambda(t+1) = \begin{cases} (\frac{1}{\beta_1})\lambda(t), & \text{se } b^i \in \mathcal{F} \text{ para qualquer } t-g+1 \leq i \leq t \\ \beta_2\lambda(t), & \text{se } b^i \notin \mathcal{F} \text{ para qualquer } t-g+1 \leq i \leq t \\ \lambda(t) & \text{caso contrário} \end{cases}$$

em que b^i é o melhor indivíduo na geração i , \mathcal{F} é a região factível, $\beta_1 \neq \beta_2$ e $\beta_1, \beta_2 > 1$. Nesse método, o parâmetro de penalização da próxima geração $\lambda(t+1)$ diminui quando todos os melhores elementos nas últimas g gerações forem factíveis, aumenta se todos os melhores elementos forem infactíveis e, caso contrário, permanece sem mudanças.

O método proposto por Coit et al. [66], usa a função aptidão:

$$F(x) = f(x) + F_{feas}(t) - F_{all}(t) \sum_{j=1}^m (v_j(x)/v_j(t))^\alpha$$

onde $F_{all}(t)$ corresponde à melhor solução, até a geração t (sem penalização), F_{feas} corresponde à melhor solução factível e α é uma constante.

Schoenauer & Xanthakis [67] apresentaram uma estratégia que trata problemas com restrições em duas etapas:

1. inicialmente, uma população gerada randomicamente é evoluída considerando somente a primeira restrição, até que uma dada porcentagem da população seja factível em relação a essa restrição;
2. a população final da primeira etapa do processo é utilizada com o objetivo de otimizar o problema em relação à segunda restrição; durante essa etapa, os elementos que violaram a restrição anterior são removidos da população,
3. o processo é repetido até que todas as restrições sejam processadas. Essa estratégia torna-se menos atraente à medida que o número de restrições cresce e é potencialmente dependente da ordem em que as restrições são processadas.

Hamida & Schoenauer [68] propuseram um esquema adaptativo usando:

1. uma função da proporção dos indivíduos factíveis na população;
2. uma estratégia de “sedução”/seleção para “cruzar” indivíduos factíveis e indivíduos infactíveis;
3. um esquema de seleção para dar vantagens para um certo número de indivíduos factíveis.

Na próxima seção será dado destaque a um método de penalização adaptativa proposto por Barbosa & Lemonge [3, 4], adotado no tratamento das restrições dos problemas analisados nesta dissertação.

4.3 Um Método de Penalização Adaptativa

Em [3], foi proposto um método (APM - Adaptive Penalty Method) para um AG geracional sem qualquer tipo de parâmetro a ser definido pelo usuário. Esse esquema foi desenvolvido baseado nas informações obtidas da população, tais como a média da função objetivo e o nível de violação de cada restrição durante o processo evolutivo.

Nesse método, a função aptidão é definida como:

$$F(x) = \begin{cases} f(x), & \text{se } x \text{ é viável,} \\ \bar{f}(x) + \sum_{j=1}^m k_j v_j(x) & \text{caso contrário} \end{cases}$$

em que

$$\bar{f}(x) = \begin{cases} f(x), & \text{se } f(x) > \langle f(x) \rangle, \\ \langle f(x) \rangle & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (4.4)$$

e $\langle f(x) \rangle$ é a média da função objetivo na população atual. O parâmetro de penalização definido em cada geração é dado por:

$$k_j = |\langle f(x) \rangle| \frac{\langle v_j(x) \rangle}{\sum_{l=1}^m [\langle v_l(x) \rangle]^2} \quad (4.5)$$

e $\langle v_l(x) \rangle$ é a violação média da l -ésima restrição da população atual. Denotando por pop o tamanho da população, tem-se:

$$k_j = \frac{|\sum_{i=1}^{pop} f(x^i)|}{\sum_{l=1}^m [\sum_{i=1}^{pop} v_l(x^i)]^2} \sum_{i=1}^{pop} v_j(x^i) \quad (4.6)$$

A idéia do método é obter coeficientes de penalização que devem ser distribuídos de forma que aquelas restrições mais difíceis de serem atendidas tenham um valor mais alto de coeficiente de penalização. A prova matemática de todos os passos do método pode ser obtida em [3].

O método adaptativo de penalização, em sua formulação original, calcula as violações v_j considerando a população atual e atualiza os parâmetros de penalização k_j a cada geração. Em [69], foram propostas variantes do método, no sentido de investigar a possibilidade de redução nas amplitudes de oscilação dos valores dos coeficientes de penalização, buscando-se, inclusive, a redução do esforço computacional sem perda de qualidade dos resultados. Dessa forma, foram estudadas cinco variantes do método.

A primeira variante corresponde a: (i) calcular as violações das restrições v_j na população atual; (ii) atualizar os parâmetros de penalização k_j mas (iii) manter os parâmetros de penalização por um determinado número de gerações.

A segunda variante considerada corresponde a: (i) acumular as violações das restrições v_j por um dado número de gerações, (ii) atualizar os parâmetros de penalização k_j ; e (iii) manter os parâmetros de penalização por um determinado número de gerações. Como os coeficientes de penalização devem crescer (pelo menos teoricamente) indefinidamente, uma terceira variante do APM corresponde a não permitir que os coeficientes k_j tenham seus valores reduzidos ao longo da evolução.

A quarta variante corresponde a uma ponderação na determinação dos coeficientes k_j ; usando-se uma média ponderada entre o valor atual de k_j e o valor de k_j calculado anteriormente:

$$k_j^{(novo)} = \theta k_j^{(novo)} + (1 - \theta) k_j^{(anterior)}$$

onde $\theta \in [0, 1]$.

Nesta dissertação, usou-se o APM original com a atualização dos parâmetros de penalização a cada geração.

4.4 Restrições de cardinalidade

Um aspecto bastante interessante em problemas de otimização em engenharia, particularmente aos que se referem à otimização de estruturas reticuladas, diz respeito ao

agrupamento das variáveis de projeto iniciais. O agrupamento já é natural quando existe simetria entre partes da estrutura. Membros com funções ou características similares geralmente são agrupados como, por exemplo, pilares pertencentes a um mesmo nível de um pórtico ou vigas com um mesmo vão e carregamento.

O agrupamento de variáveis de projeto pode reduzir substancialmente o espaço de busca das soluções o que pode ser extremamente conveniente. A definição de como agrupar ou de como indicar possibilidades de agrupamento também depende do conhecimento do projetista.

Vários aspectos vantajosos podem ser enumerados ao se procurar um agrupamento ótimo, como por exemplo:

1. limitar o número de variáveis de projeto, tais como as seções transversais das barras, acarretando facilidades nos aspectos ligados à confecção, transporte e armazenagem dos elementos estruturais, assim como facilitar a execução da estrutura;
2. passar para o algoritmo otimizador a tarefa de identificar qual o melhor agrupamento.

Obviamente, o agrupamento de membros interfere diretamente na configuração final da estrutura. Se são definidas N variáveis de projeto, por exemplo, áreas das seções transversais das barras, a solução ótima deverá apresentar, em princípio, N diferentes seções. À medida que N cresce, o custo na configuração ótima diminui, dificultando, entretanto, a busca.

Uma codificação especial destinada a um algoritmo genético com codificação binária, introduzindo restrições de cardinalidade foi proposta por Barbosa e Lemonge em [70]. Como uma extensão dos experimentos preliminares discutidos nesta referência, novas aplicações foram apresentadas em [5]. Resume-se a seguir tal codificação especial.

O interesse, nesse caso, está na restrição adicional em que não mais do que m diferentes áreas devem ser usadas, tais que:

$$A_i \in C_m = \{S_1, S_2, \dots, S_m\}, \quad i = 1, 2, \dots, N$$

em que N é o número de variáveis de projeto (áreas ou grupo de áreas).

As áreas $S_j, j = 1, 2, \dots, m$ são incógnitas mas,

- pertencem a um conjunto S com M elementos em que $M > m$ sendo $S = \{A_1, A_2, \dots, A_M\}$ para o caso discreto e,
- devem ser escolhidos dentro de um intervalo prescrito $C = [A_{min}, A_{max}]$, para o caso contínuo

Nota-se que, para o problema de otimização sem considerar restrições de cardinalidade tem-se $m = N$. Limita-se, nesta dissertação, ao caso discreto, visto que somente esse será abordado nos experimentos apresentados.

4.4.1 A codificação especial

Reproduz-se, nessa seção, um exemplo extraído de [5] que torna clara a codificação especial proposta para introduzir a restrição de cardinalidade.

Supõe-se um conjunto de 32 seções comerciais disponíveis e um *máximo* de 4 tipos diferentes a serem usados em um determinado projeto. Além disso, considera-se que o problema apresenta 10 variáveis de projeto e que não existe simetria ou agrupamento preliminar definido.

A codificação especial proposta acarreta uma cadeia de variáveis na seguinte forma:

$$\text{tipo}(1) \text{ tipo}(2) \text{ tipo}(3) \text{ tipo}(4) \text{ pt}(1) \text{ pt}(2) \dots \text{pt}(10)$$

onde $\text{tipo}(i) \in \{1, 2, \dots, 32\}$, $i = 1, \dots, 4$ são ponteiros para (no máximo) 4 diferentes áreas a serem escolhidas a partir de um conjunto de 32 possibilidades.

$$\text{tabela}(1), \text{tabela}(2), \dots, \text{tabela}(32)$$

e

$$\text{pt}(1), \text{pt}(2), \dots, \text{pt}(10),$$

com $\text{pt}(i) \in \{1, 2, 3, 4\}$, sendo os ponteiros de um dos 4 tipos listados no início do cromossomo para cada uma das 10 variáveis de projeto (áreas das seções transversais). Como resultado, a área da i -ésima barra da estrutura é dada por

$$\text{area}(i) = \text{tabela}(\text{tipo}(\text{pt}(i))).$$

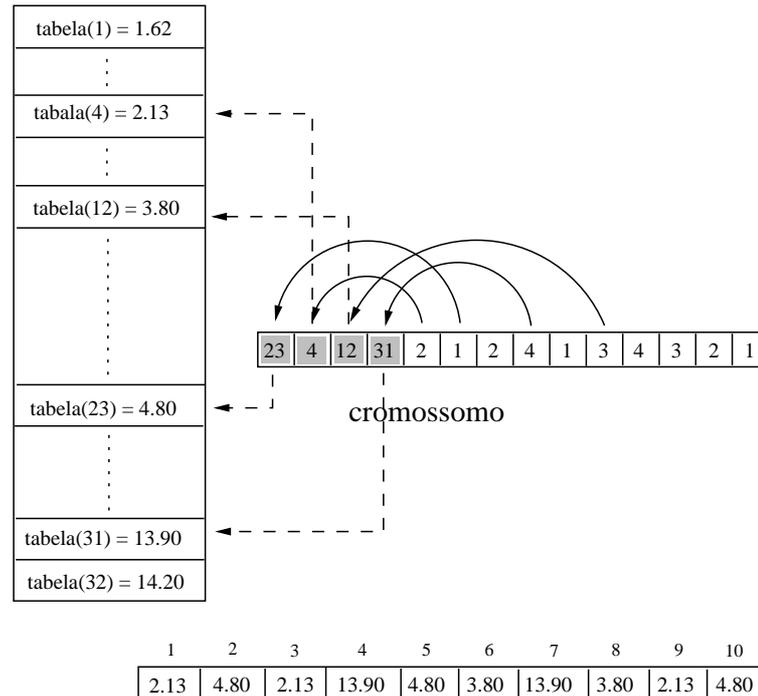


Figura 4.1: Cromossomo para o caso discreto e os correspondentes valores das áreas das seções transversais das barras.

O cromossomo, ilustrado na Figura 4.1, tem as 4 primeiras variáveis ($\text{tipo}(i)$, $i=1,4$), sendo apontadas pelas outras variáveis alocadas nas posições de 5 a 14. As variáveis com valores 23, 4, 12, e 3, são ponteiros para a *tabela*, contendo 32 valores diferentes de seções transversais. A sexta posição, por exemplo, correspondente à segunda variável de projeto, armazena o valor 1 indicando o $\text{tipo}(1)$ que armazena o valor 23 que, nesse caso, aponta para a $\text{tabela}(23)=4.80$. Assim, tem-se $A_2=\text{tabela}(\text{tipo}(1))=\text{tabela}(23)=4.80$.

Ainda como exemplo, a sexta variável de projeto A_6 , codificada na décima posição, aponta para o $\text{tipo}(3)$, igual a 12, acarretando, $A_6=\text{tabela}(\text{tipo}(3))=\text{tabela}(12)=3.80$.

A título de ilustração, são reproduzidas de [5] as configurações obtidas, usando-se $m = 2$ e $m = 4$ para a treliça de 10 barras já apresentada neste texto.

4.5 Múltiplas restrições de cardinalidades

Inspirada na codificação especial, usada para a definição de agrupamentos ótimos, através de restrições de cardinalidade, foi proposta recentemente [6] uma derivação [71, 5],

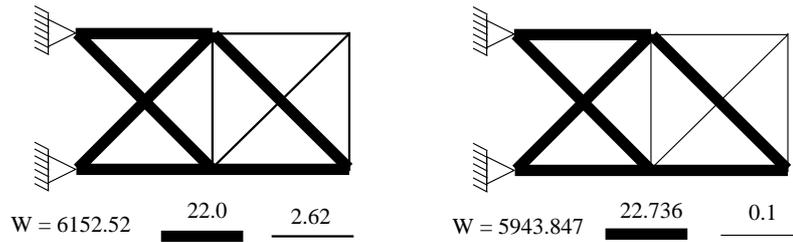


Figura 4.2: Treliça de 10 barras – $m = 2$ – caso discreto ($W = 6152.52$ lbs) e caso contínuo ($W = 5943.847$ lbs), respectivamente.

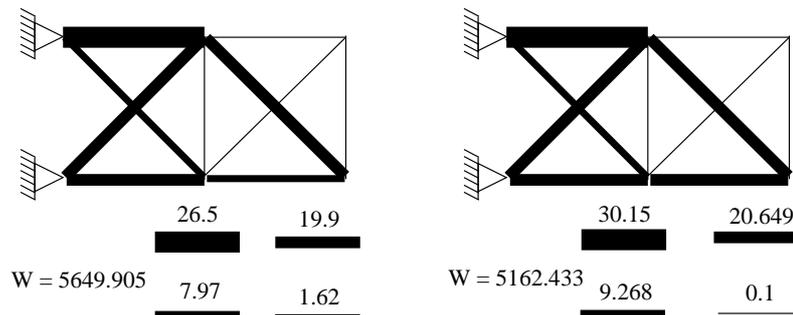


Figura 4.3: Treliça de 10 barras – $m = 4$ – caso discreto ($W = 5649.905$ lbs) e caso contínuo ($W = 5162.433$ lbs), respectivamente.

dessa codificação considerando múltiplas restrições de cardinalidades.

O objetivo, é, por exemplo, considerar uma estrutura de pórtico em que os pilares possam ser agrupados em um certo número máximo de diferentes seções, e as vigas em um outro número máximo de seções. Além disso, é possível considerar espaços de busca distintos tanto para pilares quanto para as vigas. É comum, em projetos de estruturas metálicas, que os pilares sejam definidos por seções do tipo "H" (abas largas) e as vigas definidas por seções do tipo "I".

No sentido de exemplificar o uso de múltiplas cardinalidades, apresenta-se a seguir uma simulação extraída de [6]. Adota-se o exemplo de um pórtico plano, assumindo-se que no máximo 2 tipos independentes para as vigas e, também, no máximo 2 tipos independentes para os pilares devem ser selecionados e que existem 18 variáveis de projeto. O espaço de busca é dado por um conjunto de 64 seções selecionadas do AISC - American Institute of Steel Construction apresentadas na Tabela 4.1).

Então, a codificação especial é apresentada da seguinte forma:

$$\text{tipo}(1)^v \text{ tipo}(2)^v \text{ tipo}(1)^p \text{ tipo}(2)^p \text{ pt}(1) \text{ pt}(2) \dots \text{ pt}(18)$$

em que $\text{tipo}(i)^v$ e $\text{tipo}(i)^p$ assumiram valores a partir do conjunto $\{1, 2, \dots, 64\}$, e são ponteiros para (no máximo) 2 seções diferentes a serem escolhidas a partir da tabela de 64 possíveis valores.

$$\text{tabela}(1), \text{tabela}(2), \dots, \text{tabela}(64)$$

A parte final do cromossomo

$$\text{pt}(1), \text{pt}(2), \dots, \text{pt}(18),$$

contém os ponteiros $\text{pt}(i) \in \{1, 2\}$, para um dos 2 tipos correspondentes (viga ou pilar), listados no começo do cromossomo para cada uma das 18 variáveis/áreas das seções transversais. O $\text{tipo}(i)^v$ e $\text{tipo}(i)^p$ correspondem aos distintos tipos para as vigas e pilares respectivamente. Como resultado, a área do i -ésimo membro da estrutura é dada por:

$$\text{area}(i)^v = \text{tabela}(\text{tipo}(\text{pt}(i))^v) \quad \text{ou} \quad \text{area}(i)^p = \text{tabela}(\text{tipo}(\text{pt}(i))^p)$$

se o membro corresponde a uma viga ou a um pilar, respectivamente.

Tabela 4.1: Sub-conjunto extraído das Tabelas do AISC para seções do tipo “W” com 64 possibilidades.

índice	perfil	índice	perfi	índice	perfil	índice	perfil
1	W18X60	17	W21X101	33	W14X38	49	W14X193
2	W18X65	18	W21X111	34	W14X43	50	W14X211
3	W18X71	19	W21X122	35	W14X48	51	W14X233
4	W18X76	20	W21X132	36	W14X53	52	W14X257
5	W18X86	21	W21X147	37	W14X61	53	W14X283
6	W18X97	22	W24X55	38	W14X68	54	W14X311
7	W18X106	23	W24X62	39	W14X74	55	W14X342
8	W18X119	24	W24X68	40	W14X82	56	W14X370
9	W21X44	25	W24X76	41	W14X90	57	W14X398
10	W21X50	26	W24X84	42	W14X99	58	W14X426
11	W21X57	27	W24X94	43	W14X109	59	W14X455
12	W21X62	28	W24X104	44	W14X120	60	W14X500
13	W21X68	29	W24X117	45	W14X132	61	W14X550
14	W21X73	30	W24X131	46	W14X145	62	W14X605
15	W21X83	31	W24X146	47	W14X159	63	W14X665
16	W21X93	32	W24X162	48	W14X176	64	W14X730

Na Figura 4.4 os perfis selecionados para as vigas definidos por $(\text{tipo}(1)^v \text{ tipo}(2)^v)$

apontam para os índices 32 e 14, indicando os perfis W24X162 e W21X73, respectivamente. Já para os pilares, os índices 26 e 8 indicam os perfis dos W14X426 e W14X82, respectivamente. As propriedades de cada seção escolhida são definidas na Figura 4.4.

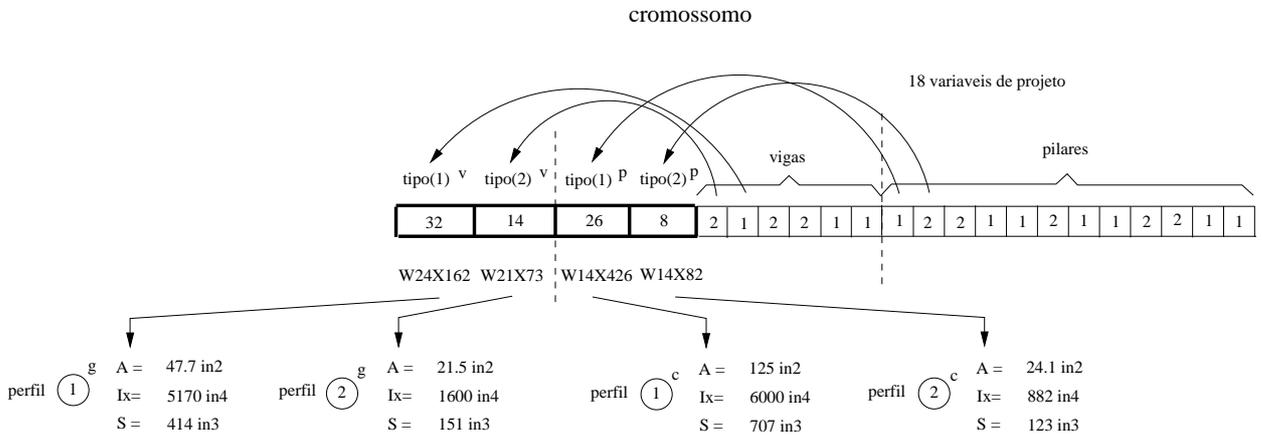


Figura 4.4: Cromossomo para $m_v = 2$ and $m_p = 2$.

A Figura 4.5, extraída de [6], mostra o diagrama de uma solução de um pórtico plano que ilustra o uso de múltiplas cardinalidades em que adotou-se $m_p = 6$ e $m_v = 2$. O diagrama da esquerda corresponde a uma solução discreta em que as seções transversais foram escolhidas a partir dos perfis descritos na Tabela 4.1, enquanto o diagrama da direita corresponde a uma solução discreta em que as dimensões das seções transversais foram escolhidas a partir de um conjunto discreto de possibilidades. Mais detalhes destes experimentos são encontrados em [6].

4.6 Síntese do Capítulo 4

Nesse capítulo foram apresentadas estratégias para tratamento das restrições em problemas de otimização e, em especial, uma estratégia, chamada Método Adaptativo de Penalização [3, 4] (APM - Adaptive Penalty Method), que será adotada nos problemas com restrições discutidos nesta dissertação. Além disso, foram mostradas codificações especiais para a busca de agrupamentos ótimos de membros em estruturas reticuladas considerando-se restrições de cardinalidade simples [5] e múltiplas [6]. Essas codificações também farão parte dos experimentos a serem apresentados neste texto.

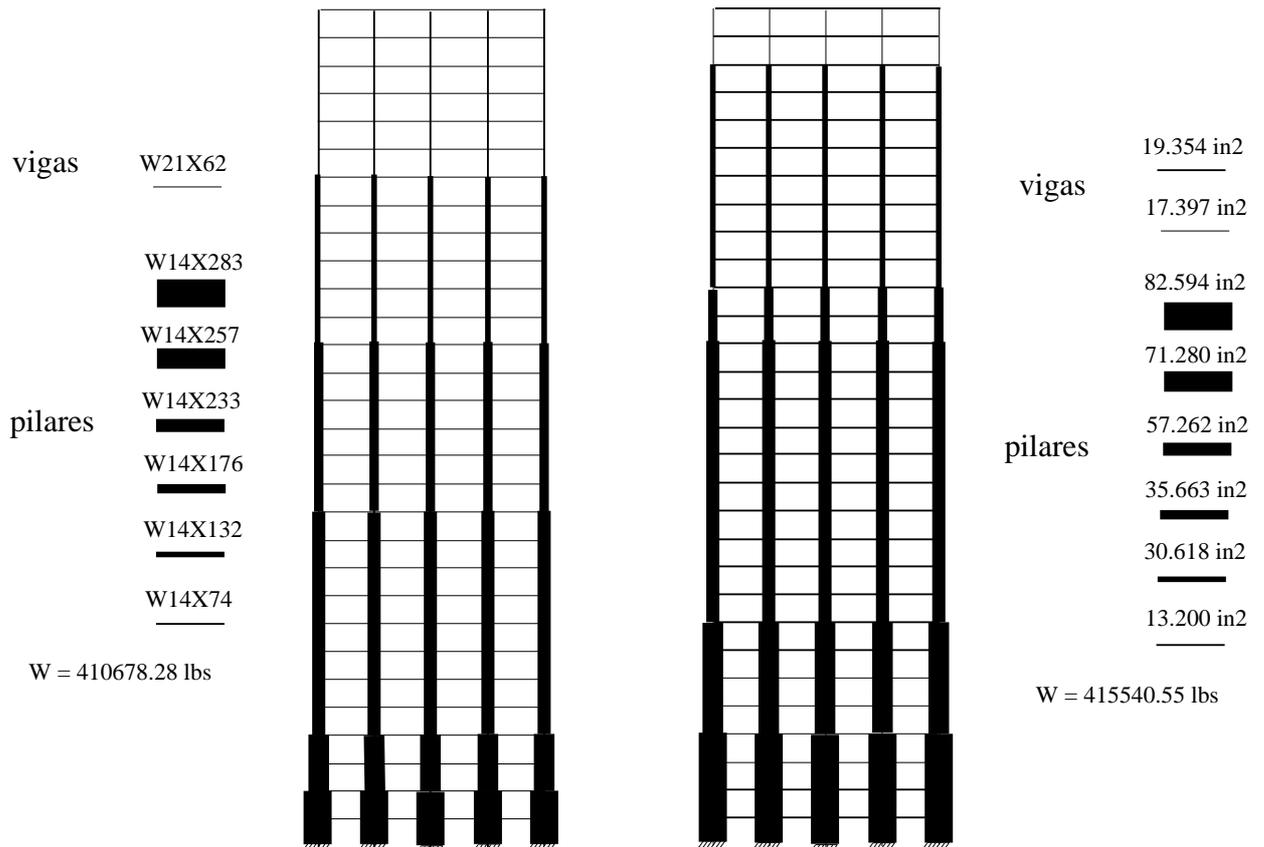


Figura 4.5: Pórtico plano com múltipla cardinalidade $m_p=6$ e $m_v=2$. O diagrama da esquerda corresponde a uma solução discreta em que as seções transversais foram escolhidas a partir dos perfis descritos na Tabela 4.1, enquanto ao diagrama da direita corresponde a uma solução discreta em que as dimensões das seções transversais foram escolhidas a partir de um conjunto discreto de possibilidades

5 ANÁLISE NÃO LINEAR

5.1 Introdução

Neste capítulo serão apresentados os conceitos e definições básicas sobre a análise não-linear geométrica, voltada para algumas estruturas reticuladas, como as treliças planas, treliças espaciais e os pórticos planos.

O objetivo principal deste capítulo está na formulação das equações de equilíbrio para o caso não-linear geométrico dessas estruturas que estarão envolvidas em um problema de otimização. Durante o processo evolutivo, usando um AG, a avaliação da aptidão de cada solução candidata demandará a análise não-linear geométrica de uma estrutura candidata à solução ótima.

5.2 Tipos de não-linearidade

As causas comuns do comportamento não-linear de uma estrutura podem ser classificadas como:

1. Não-linearidade do material: ocorre quando as leis constitutivas que representam o comportamento do material são não-lineares;
2. Não-linearidade geométrica: quando as mudanças de geometria, provocadas pela aplicação do carregamento sobre a estrutura, são significativas, fazendo com que a configuração inicial e indeformada não possa ser considerada para a definição das equações de equilíbrio e compatibilidade;
3. Não-linearidade de contato, fronteira ou contorno: quando as condições de contorno iniciais, referentes às prescrições de deslocamentos, possam ser alteradas durante a aplicação do carregamento. Os problemas de contato ilustram muito bem essa situação, em que não é possível prever com exatidão qual a região que ocorrerá o contato entre duas superfícies.

Com muito mais frequência, nos dias atuais, as estruturas têm sido projetadas em formas mais arrojadas, tornando-se cada vez mais esbeltas, leves, de modelagem complexa,

mais baratas e seguras. Entretanto, os possíveis e prováveis comportamentos não-lineares, de forma geral, têm sido cada vez mais incorporados nas análises dessas estruturas. Alguns aspectos, nesse sentido, recebem destaque e devem tomar a atenção dos projetistas:

1. Aspectos referentes ao real conhecimento do valor da carga crítica que a estrutura pode suportar;
2. O conhecimento exato do início do processo de instabilidade através dos efeitos de segunda ordem;
3. A identificação da carga de ruptura ou colapso, fatores de forma, surgimento de rótulas plásticas, etc.

Além desses aspectos importantes, cabe ao projetista decidir sobre que tipo de análise será adotada (estática ou dinâmica); considerar efeitos de fluência, retração, fissuração, etc; ter conhecimento e considerar as imperfeições iniciais, tensões residuais, etc. entre outras questões, como cargas móveis, variação de temperatura, etc. Na seção seguinte estão listados alguns dos trabalhos pioneiros na área de análise não-linear geométrica, particularmente voltados para problemas de otimização, objeto desta dissertação.

5.3 Trabalhos pioneiros na análise não-linear geométrica

A otimização estrutural considerando o comportamento não-linear é amplamente estudada na literatura. A seguir, é feito um histórico sobre os principais trabalhos na otimização estrutural, considerando não-linearidade geométrica baseado na referência [2].

Muitas estruturas com comportamento não-linear geométrico podem perder sua estabilidade para um certo nível de carregamento. A identificação do ponto de instabilidade é feita no momento da solução do sistema de equações não-lineares, que pode não ser trivial, onde vários algoritmos podem apresentar falhas na identificação desse ponto. Em outras palavras, obter a trajetória de equilíbrio de forma precisa pode não ser uma tarefa elementar. Não é objetivo deste trabalho aprofundar em detalhes relacionados a estabilidade estrutural.

Zienkiewicz propôs [72] um método para o controle de deslocamentos para a construção da trajetória de equilíbrio. Hailer et al [73] usou um tipo de particionamento da matriz

de rigidez para facilitar a solução do sistema de equações não-lineares. Batoz e Dhatt [74] introduziram um método simplificado para o controle de deslocamentos na construção da trajetória de equilíbrio. Métodos baseados em comprimentos de arco foram propostos por Wempner [75], Ricks [76], Crisfield [77], e Padovan e Tovichakchaikul [78]. Bathe [79] apresentou um procedimento automático para o controle do processo iterativo durante a solução da equação de equilíbrio não-linear.

Em 1980, foi apresentado por Rosen e Schmitt [80] um estudo sobre a otimização de treliças, considerando imperfeições locais e globais. Eles desenvolveram uma análise aproximada para elemento de treliça com imperfeições. A otimização foi realizada através de uma técnica de sequência de minimizações sem restrições (“SUMT - Sequence of Unconstrained Minimization Technique”), que fez uso de funções de penalização.

Teixeira de Freitas e Moitinho de Almeida [81] apresentaram uma formulação geral de problemas de síntese estrutural para estruturas com comportamento elástico. A formulação considera grandes deslocamentos e relações não-lineares entre força e deslocamento, levando em conta imperfeições iniciais. Khot [82] descreveu um método baseado em critérios de otimalidade para encontrar projetos ótimos de treliças espaciais, com peso mínimo considerando restrições de estabilidade. Em 1983, 1984 e 1987 Kamat et al [83, 84, 85] estudaram problemas de otimização de treliças abatidas e arcos. Exemplos de uma treliça de 2 barras e uma treliça de 4 barras foram introduzidos, tornando-se “benchmark problems” da literatura referência. Em 1985 Kamat e Raungasilasingha [86], estudaram o projeto ótimo de treliças, considerando um problema de maximização de carga crítica, usando métodos de programação quadrática sequencial.

Levy e Perng [87] discutiram o projeto ótimo de treliças, considerando aspectos da estabilidade estrutural, através da consideração de restrições de igualdade, considerando limites mínimos para fator de carga crítica de flambagem.

Uma abordagem integrada em otimização estrutural, considerando não-linearidades geométricas foi introduzida por Smaui [88] e Schimit [89]. Essa abordagem foi usada para determinar projetos com peso mínimo de domos com e sem imperfeições geométricas. Wun [90] e Arora [91] implementaram um método baseado em sensibilidades em um código de análise não-linear, via elementos finitos, considerando-se tensões, deformações, deslocamentos e flambagem como restrições do problema de otimização. Cardoso [92] e Arora [93] apresentaram uma abordagem variacional para a determinação de informações

sobre sensibilidades durante a análise estrutural.

Choi [94] e Santos [95] apresentaram um procedimento para análise de sensibilidades, baseado no princípio dos trabalhos virtuais, onde as equações incrementais do princípio dos trabalhos virtuais eram implicitamente diferenciáveis para obtenção das derivadas. Kegl et al [96, 97] discutiram o projeto ótimo de treliças planas com comportamento não-linear. Polynkin et al [98, 99] estudaram a otimização de estruturas metálicas, formadas por membros de paredes finas, com comportamento não-linear geométrico, usando um método baseado em “aproximação multiponto” e adaptividade. Haftka [100] usou uma abordagem integrada para o projeto ótimo de estruturas, que considera uma resposta estrutural linearizada, aumentando-se a consideração dos efeitos não-lineares, à medida que se aproxima da solução ótima desejada.

Orozco e Ghattas [101] apresentaram um método, baseado em programação sequencial quadrática, considerando a matriz Hessiana reduzida, simultaneamente, para a análise e determinação do projeto ótimo. Saka [102] estudou a otimização estrutural, além do limite elástico de treliças espaciais. Saka e Ulker [103] discutiram problemas de otimização estrutural de treliças espaciais, com comportamento não-linear geométrico, considerando restrições de deslocamento, tensões e seções transversais das barras. Lin et al [104] estudaram a otimização de peso de treliças não-lineares, através da análise estática, considerando restrições de deslocamentos, tensões e áreas das seções transversais.

Sedaghati et al [105, 106] usaram uma técnica de controle de deslocamentos, proposta por [74], como parte da análise de problemas de otimização, envolvendo grandes deslocamentos e restrições de estabilidade.

Em [107], é proposta uma otimização discreta de treliças, considerando restrições de estabilidade onde são apresentados exemplos de treliças abatidas. Em [108], um algoritmo genético é usado na otimização estrutural de domos, que leva em conta a resposta não-linear, devido à interação dos efeitos axiais e de flexão nas barras.

Uma técnica para a otimização de treliças abatidas com restrições de estabilidade e considerando-se o comportamento de “snap-trough”, é apresentado em [109]. Em [110], é apresentado um algoritmo do tipo busca tabu e um algoritmo genético para problemas de otimização de pórticos espaciais com comportamento não-linear geométrico.

5.4 Análise Não-Linear geométrica

Para introduzir a formulação de um problema de análise não-linear geométrica de uma estrutura reticulada e como resolvê-lo, utiliza-se a seguir o exemplo clássico de uma treliça abatida de duas barras.

5.4.1 A treliça abatida de 2 barras

Para ilustrar o exemplo de uma estrutura com comportamento não-linear geométrico adota-se a treliça abatida de 2 barras que pode ser considerado o exemplo mais difundido para explicar tal comportamento. Seja a treliça mostrada na Figura 5.1 extraída de [111], que tem sua configuração indeformada definida pela linha pontilhada.

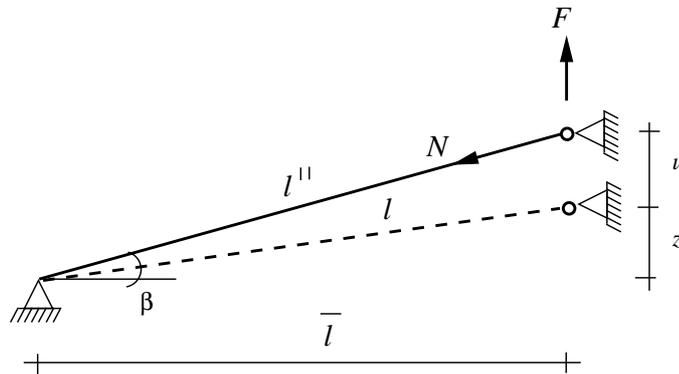


Figura 5.1: Treliça abatida de 2 barras.

Usando a equação de equilíbrio das forças na direção vertical, e admitindo-se que o ângulo β é muito pequeno, tem-se:

$$F = N \sin \beta = \frac{N(z + u)}{l'} \approx \frac{N(z + u)}{l} \quad (5.1)$$

onde F é a carga vertical aplicada e N é o esforço normal na barra. Usando-se o teorema de Pitágoras, pode-se escrever a equação que determina a deformação da barra:

$$\begin{aligned}
\epsilon &= \frac{\left((z+u)^2 + \bar{l}^2\right)^{1/2} - \left(z^2 + \bar{l}^2\right)^{1/2}}{\left(z^2 + \bar{l}^2\right)^{1/2}} \\
&= \left(1 + \left(\frac{z+u}{\bar{l}}\right)^2\right)^{1/2} \left(1 + \left(\frac{z}{\bar{l}}\right)^2\right)^{-1/2} - 1 \\
&\approx \left(1 + \frac{1}{2} \left(\frac{z+u}{\bar{l}}\right)^2\right) \left(1 - \frac{1}{2} \left(\frac{z}{\bar{l}}\right)^2\right) - 1 \\
&= \left(\frac{z}{\bar{l}}\right) \left(\frac{u}{\bar{l}}\right) + \frac{1}{2} \left(\frac{u}{\bar{l}}\right)^2 \\
&\approx \left(\frac{z}{\bar{l}}\right) \left(\frac{u}{\bar{l}}\right) + \frac{1}{2} \left(\frac{u}{\bar{l}}\right)^2
\end{aligned} \tag{5.2}$$

Essa equação é considerada uma aproximação para a definição das deformações, sendo conveniente para exemplificar as estratégias para a solução de problemas não lineares. O esforço normal N pode, então, ser calculado como:

$$N = EA\epsilon = EA \left(\left(\frac{z}{\bar{l}}\right) \left(\frac{u}{\bar{l}}\right) + \frac{1}{2} \left(\frac{u}{\bar{l}}\right)^2 \right) \tag{5.3}$$

E a carga F pode ser escrita em função do deslocamento u como:

$$F = \frac{EA}{\bar{l}^3} \left(z^2 u + \frac{3}{2} z u^2 + \frac{1}{2} u^3 \right) \tag{5.4}$$

A representação gráfica dessa equação, ilustrada na Figura 5.2, mostra claramente um comportamento não-linear. Pode-se observar que, se as barras forem carregadas com uma força crescente $-F$, no ponto A , não será possível acompanhar a trajetória real, e poderá ocorrer um salto brusco para uma configuração referente ao ponto C . A este salto estariam associados efeitos dinâmicos não desprezíveis que conduziram a oscilações em torno desse último ponto.

Em situações como esta, faz-se necessário o uso de uma estratégia adequada para construir a trajetória de equilíbrio. Usa-se, então, métodos iterativos capazes de representar as soluções em cada ponto dessa trajetória.

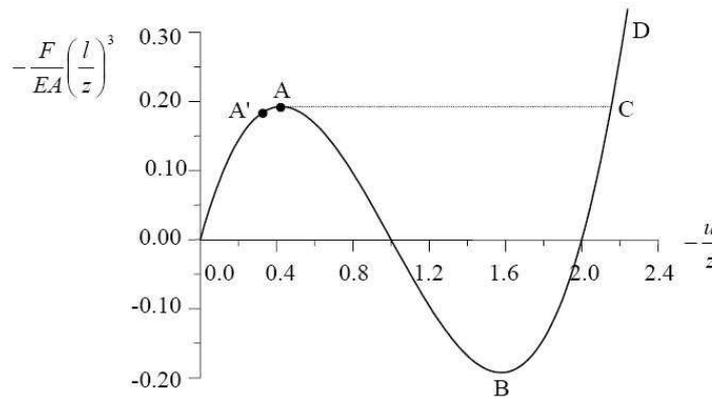


Figura 5.2: Diagrama carga-deslocamento para barra isolada

No entanto, algumas dificuldades podem ser encontradas para representar as soluções após o ponto A . A construção da curva com comportamento não-linear, mostrada na Figura 5.2, pode ser feita através do conhecimento da inclinação da mesma em vários pontos.

Esta tangente é a derivada da força F em relação ao deslocamento u . Assim, tem-se:

$$K_t = \frac{dF}{du} = \frac{z+u}{l} \frac{dN}{du} + \frac{N}{l} = \frac{EA}{l} \left(\frac{z+u}{l} \right)^2 + \frac{N}{l} = \frac{EA}{l} \left(\frac{z}{l} \right)^2 + \frac{EA}{l} \left(\frac{2zu+u^2}{l^2} \right) + \frac{N}{l} \quad (5.5)$$

onde K_t é chamada de matriz de rigidez tangente, e usando a Eq.(5.3) resultaria em:

$$K_t = \frac{dF}{du} = \frac{EA}{l^3} \left(z^2 + 3zu + \frac{3}{2}u^2 \right), \quad (5.6)$$

Na configuração inicial, ainda sem o conhecimento do deslocamento u , a matriz de rigidez tangente é equivalente à matriz de rigidez elástica linear, que depende somente da configuração geométrica inicial da estrutura. Nas configurações seguintes, a matriz de rigidez tangente é a soma da matriz de rigidez elástica e a matriz de rigidez geométrica. Tem-se, então, em forma matricial:

$$[K_t] = [K_E] + [K_G] \quad (5.7)$$

onde $[K_E]$ é a matriz de rigidez elástica e $[K_G]$ é a matriz de rigidez geométrica.

Para a obtenção da curva entre a força F e o deslocamento u da Figura 5.2, pode-se usar uma estratégia iterativa de controle de deslocamento, ou seja, dado u acha-se F . Para sistemas reais, com vários graus de liberdade, o controle de deslocamentos não é trivial, sendo usualmente necessário recorrer a um controle de forças. E, para isso, é necessário o uso de um método iterativo incremental, como por exemplo, o Método de Newton Raphson, que será usado na solução dos problemas não-lineares abordados nesta dissertação .

5.5 Método de Newton Raphson

O método utilizado, no presente trabalho, para a resolução de análise não-linear é o Método de Newton Raphson. Em que será explicado a seguir. Dada a equação:

$$\psi = \frac{N(z+u)}{l} + k_s u - F = 0 \quad (5.8)$$

que ilustra o problema não-linear a resolver. O método iterativo obtém-se a partir de uma série de Taylor truncada

$$\psi_n \approx \psi_0 + \frac{d\psi_0}{du} \delta u + \frac{1}{2} \frac{d^2\psi_0}{du^2} (\delta u^2) \quad (5.9)$$

onde o índice “0” indica que as quantidades são calculadas na posição inicial. Desse modo, dada uma estimativa inicial da solução $u_0 \neq 0$, é possível obter uma melhor estimativa para a solução ignorando os termos de ordem dois e superior na equação 5.9 e fazendo $\psi_n = 0$. Isso resulta em

$$\delta u_0 = - \left(\frac{d\psi_0}{du} \right)^{-1} \psi_0(u_0) \quad (5.10)$$

e numa nova estimativa para a solução u_1

$$u_1 = u_0 + \delta u_0 \quad (5.11)$$

O processo iterativo continua com correções adicionais ao deslocamento até se alcançar uma solução com a precisão desejada. Nesse método, os valores δu_i são modificações iterativas para um nível constante de carga. Conforme ilustrado na Figura 5.3.

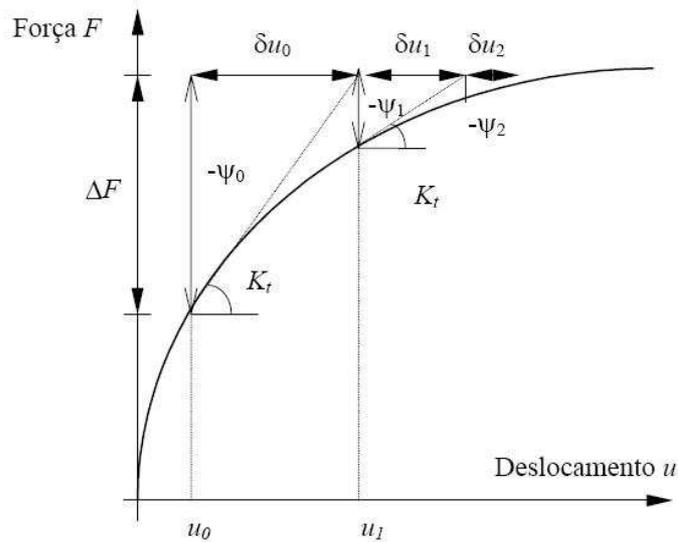


Figura 5.3: Método de Newton Raphson

As equações que permitem calcular a solução do problema requerem a derivada $d\psi/du$ do resíduo, ou seja, das forças não equilibradas. Este valor é dado por:

$$\frac{d\psi}{du} = \frac{(z + u)}{l} \frac{dN}{du} + \frac{N}{L} \quad (5.12)$$

que é igual a K_t .

Deve-se observar que $K_t = \frac{d\psi}{du}$ não se refere às configurações, devidamente equilibradas, já que depende de um dado deslocamento u , em um processo iterativo, que somente se igualará a zero quando a convergência, para uma dada tolerância, for atingida.

Para uma barra de treliça plana, as matrizes são as seguintes:

$$[K_E] = \frac{EA}{L} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.13)$$

$$[K_G] = \frac{N}{L} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.14)$$

Para uma barra de treliça espacial, as matrizes são as seguintes:

$$[K_E] = \frac{EA}{L} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.15)$$

$$[K_G] = \frac{N}{L} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.16)$$

Para uma barra de pórtico plano, as matrizes são as seguintes:

$$K_E = \frac{EA}{L} \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & 0 & -\frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} \\ -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix} \quad (5.17)$$

$$K_G = \frac{N}{L} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{6}{5} & \frac{L}{10} & 0 & -\frac{6}{5} & \frac{L}{10} \\ 0 & \frac{L}{10} & \frac{2L^2}{15} & 0 & -\frac{L}{10} & -\frac{L^2}{30} \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{6}{5} & -\frac{L}{10} & 0 & \frac{6}{5} & -\frac{L}{10} \\ 0 & \frac{L}{10} & -\frac{L^2}{30} & 0 & -\frac{L}{10} & \frac{2L^2}{15} \end{bmatrix} \quad (5.18)$$

5.6 Algoritmo para análise não-linear geométrica

O processo iterativo para a resolução da análise não-linear geométrica pode ser enumerado da seguinte forma:

1. Fazer a análise linear da estrutura e obter os deslocamentos para o primeiro passo de carga;
2. Atualizar as coordenadas dos nós da estrutura considerando os deslocamentos do passo anterior;
3. Calcular os esforços internos nas barras;
4. Calcular, em cada nó, a resultante dos esforços internos nas direções globais dos eixos da estrutura;
5. Calcular o vetor de desequilíbrio entre as ações externas aplicadas e as calculadas no passo anterior;
6. Montar a matriz de rigidez geométrica da estrutura que irá compor o sistema de equações de equilíbrio. Checar o determinante dessa matriz. Se negativo, ocorrerá perda de estabilidade. Se não, a estrutura será analisada, considerando o vetor de desequilíbrio. Novos incrementos de deslocamento serão obtidos;
7. Atualizar as coordenadas;
8. Repetir os passos de 3 a 7, até que o vetor de desequilíbrio atenda a tolerância de erro estabelecida.

Vale ressaltar que, no processo de análise não-linear utilizado neste trabalho, quando há perda de estabilidade, os deslocamentos e ações correntes internas nos membros são amplificados por um fator de 100. Sendo assim, essa solução candidata é fortemente penalizada e, conseqüentemente, tem uma posição desfavorável no *ranking* da população .

5.7 Síntese do Capítulo 5

Este capítulo apresentou as definições e características principais da análise não linear geométrica em que foram apresentados alguns trabalhos pioneiros de otimização, com o uso da análise não-linear na engenharia estrutural. Formulou-se o problema não-linear geométrico de uma treliça abatida de 2 barras e ilustrou-se a solução do mesmo através do Método de Newton Raphson padrão. Mostrou-se as matrizes de rigidez elástica e geométrica para cada estrutura estudada na presente dissertação, sendo elas, treliça plana, treliça espacial e pórtico plano. Finalmente, foi apresentado o algoritmo de solução dos problemas não-lineares de otimização discutidos neste trabalho.

6 EXPERIMENTOS NUMÉRICOS

Neste capítulo, um AG geracional com codificação binária será usado para a minimização de peso de 9 estruturas reticuladas: treliça de 2 barras, treliça de 46 barras, domo de 30 barras, domo de 52 barras, domo de 120 barras, pórtico plano de 3 barras, pórtico plano de 5 barras, pórtico plano de 6 barras e, finalmente, um pórtico plano de 70 barras. Parte dos experimentos a serem discutidos aqui foram previamente publicados na referência [112]. Os espaços de busca para as variáveis de projeto são discretos ou contínuos.

Os operadores genéticos utilizados para o cruzamento foram: crossover de um ponto, crossover de 2 pontos e crossover uniforme, onde a utilização deles é aleatória, em que, o AG gera um número randômico entre 0 e 1. Caso esse número gerado seja menor que 0.2, realiza-se o crossover de um ponto; se estiver entre 0.2 e 0.6, realiza-se o crossover de 2 pontos; e maior que 0.6, executa-se o crossover uniforme. Sendo assim, a probabilidade de execução do cruzamento de um ponto, dois pontos ou uniforme é de 20%, 40% e 40%, respectivamente. Os parâmetros utilizados para probabilidade de crossover e taxa de mutação por bit são 80% e 3% respectivamente. O método de penalização adotado, nessa dissertação, foi o *APM* original com a atualização dos parâmetros de penalização a cada geração, bastante discutido na seção 4.3.

6.1 Treliça de 2 barras

Esse exemplo trata da minimização de peso de uma treliça abatida de 2 barras, mostrada na Figura 6.1, onde as variáveis de projeto são as áreas das seções transversais das barras. Nesse caso, como a treliça é simétrica tem-se apenas uma única variável com 4 bits e 10 bits para o caso discreto e contínuo respectivamente. Sendo o tamanho do cromossomo igual a : 4 bits para o caso discreto e 10 bits para o caso contínuo. A Tabela 6.1 mostra as propriedades do material e o limite admissível para o deslocamento vertical do nó 1. Foi aplicado um carregamento de 200 lb no nó 1 na direção y .

O algoritmo genético foi executado com 10 rodadas independentes, de 40 e 60 gerações para o caso discreto e contínuo, respectivamente. Na análise não-linear, foram adotados

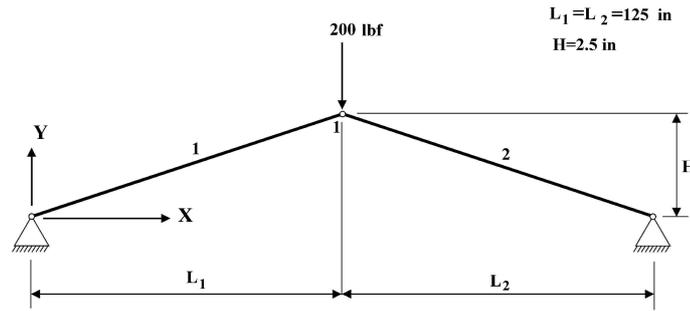


Figura 6.1: Treliça de 2 Barras

Tabela 6.1: Propriedade do material e restrição da treliça de 2 barras.

Propriedade	Valor
Módulo de Elasticidade	10^7 psi
Massa Específica	$0,1$ lb/in ³
Deslocamento Admissíveis	0.8 in

50 passos de carga, 6 iterações.

Para o caso discreto utilizou-se a Tabela 6.2, com 16 áreas distintas; e para o caso contínuo o limite inferior foi 1.0 in² e o superior 26 in². A Tabela 6.3 mostra os resultados obtidos, em cada formulação utilizada considerando-se tanto a otimização com a análise linear, denotada por LIN, quanto não-linear, denotada por NL, e os casos discreto e contínuo. Os resultados foram comparados com os apresentados na referência [2].

Tabela 6.2: Tabela para valores discretos - Treliça de 2 barras.

Área in ²		Área in ²	
1	1	9	9
2	2	10	10
3	3	11	15
4	4	12	18
5	5	13	20
6	6	14	22
7	7	15	24
8	8	16	26

Através da Tabela 6.3, é possível afirmar que as estruturas otimizadas, usando análise linear, ficaram mais leves do que as estruturas otimizadas usando análise não-linear. Por exemplo, no caso discreto foi obtido um peso de 176.03 lb considerando a análise não-linear contra 25.00 lb considerando a análise linear.

Como esta estrutura tem o comportamento não-linear geométrico significativo, a

Tabela 6.3: Pesos finais em lb para os casos Discreto e Contínuo - Treliça de 2 barras.

var	Discreto		Contínuo		Suleman2005 [2]	
	LIN	NL	LIN	NL	LIN	NL
A_1	1.0	7.0	1.0	6.86	1.25	6.49
A_2	1.0	7.0	1.0	6.86	1.25	6.49
W	25.00	175.03	25.00	171.67	31.2	162.45

mesma não deve ser otimizada usando-se uma análise linear. Essa análise foi feita unicamente com o objetivo de despertar a preocupação de que outras estruturas, que porventura possam apresentar comportamento não-linear, e que esse não seja claramente explícito, possam ser otimizadas usando-se equivocadamente uma análise linear. Nesse caso, cabe aos projetistas os cuidados necessários quanto à devida escolha nesse sentido, ou seja, pela otimização com ou sem análise não-linear e, persistindo a dúvida, sugere-se as duas análises.

Para ilustrar essa questão, foi feita a análise não-linear com as áreas obtidas, após a otimização com análise linear e o resultado adquirido foi uma estrutura instável. Sendo assim, é possível ver a importância da análise não-linear em relação à análise linear para uma determinada estrutura. Por outro lado, foram realizadas análises não-lineares considerando-se os resultados finais obtidos para o caso discreto e contínuo, respectivamente, e as curvas que mostram os deslocamentos verticais do nó 1, para cada passo de carga, são mostradas na Figura 6.2. Fica claro o comportamento não-linear da estrutura otimizada. Nela pode-se ver que, a cada passo de carga, o deslocamento da estrutura aumenta, devido à perda de rigidez, acarretando o aumento da área da seção transversal para garantir a estabilidade, atendendo às restrições impostas ao problema.

6.2 Domo de 30 Barras

Este exemplo trata da minimização de peso de um domo de 30 barras mostrado na Figura 6.3. O domo é submetido a uma carga vertical de 20.0 kN aplicada na direção vertical do nó 1. As coordenadas básicas para a definição completa da geometria do domo são descritas na Tabela 6.4. As barras são agrupadas em 4 grupos sendo: i) grupo 1: barra 1 a 6; ii) grupo 2: barra 7 a 12; iii) grupo 3: barra 13 a 18; grupo 4: barra 19 a 30. A Tabela 6.5 mostra as características do material e o valor máximo admissível

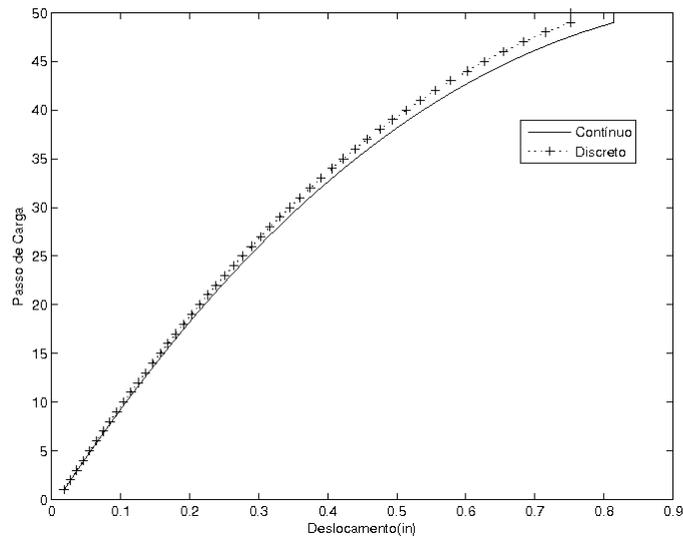


Figura 6.2: Deslocamento (in) do nó 1 na direção y - Treliça de 2 Barras

para os deslocamentos. As variáveis de projeto, assim como no exemplo anterior, são as áreas das seções transversais das barras e foram considerados os casos discreto e contínuo. Para este exemplo tem-se 4 variáveis com 15 bits para o caso contínuo (totalizando um cromossomo de 60 bits) e com 6 bits para o caso discreto (totalizando um cromossomo de 24 bits). Para o caso discreto, usaram-se as áreas da Tabela 6.6, e, para o caso contínuo, as áreas foram definidas no intervalo entre 1 e 220 in².

Tabela 6.4: Coordenadas, em cm, dos nós do Domo de 30 barras.

nó	x	y	z
1	0.0	0.0	218.216
3	914.4	0.0	164.241
4	457.2	791.984	164.241
11	1828.8	0.0	0.0
12	1371.6	791.894	55.141
13	914.4	1583.787	0.0
14	0.0	1583.787	55.141

Tabela 6.5: Propriedades do material e restrição do Domo 30 barras

Propriedade	Valor
Módulo de Elasticidade	21 000 kN/cm ²
Massa Específica	7.85×10^{-5} kN/cm ³
Deslocamentos admissíveis	4 cm

Foi adotada uma população de 20 indivíduos em 10 execuções independentes considerando 40 e 60 gerações para o caso discreto e contínuo, respectivamente. A

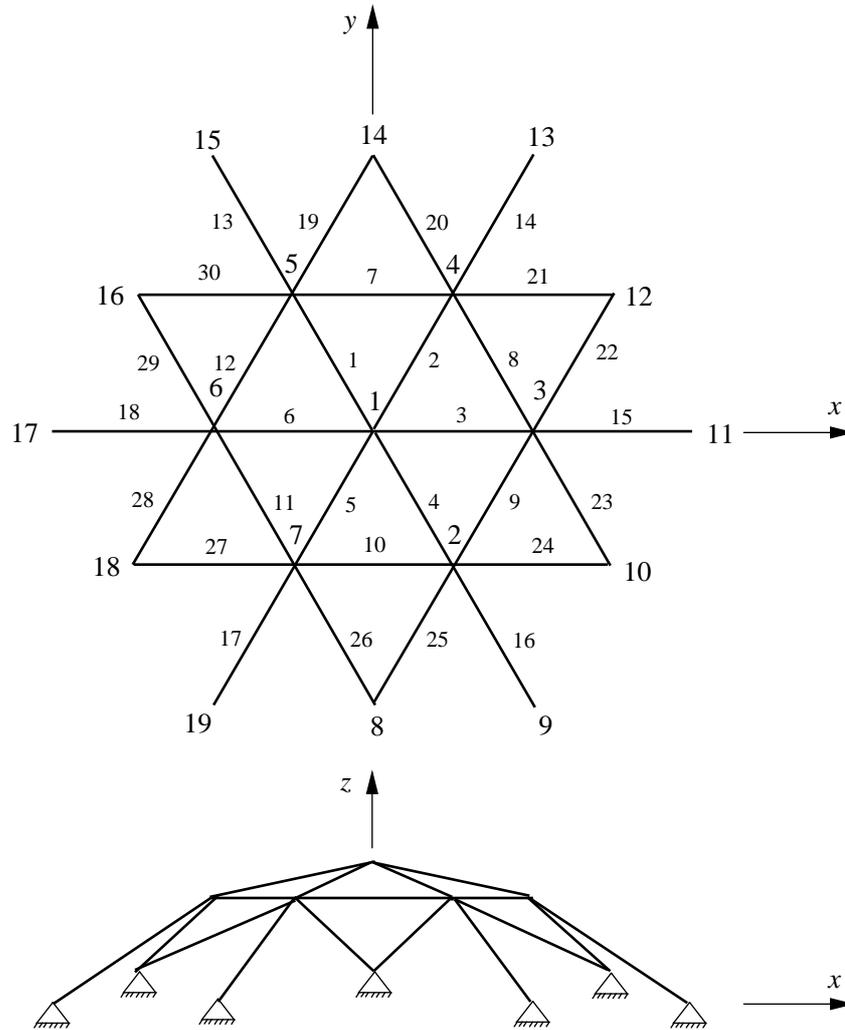


Figura 6.3: Domo de 30 barras.

Tabela 6.7 mostra os resultados obtidos para cada caso. Para a análise não-linear, adotou-se 8 passos de carga e 8 iterações para cada passo de carga.

Observa-se, através da Tabela 6.7, que em todos os casos a estrutura otimizada com análise linear ficou mais leve do que as estruturas otimizadas com análise não-linear, como por exemplo, o caso discreto onde foi obtido um peso final de 19.19 kN para o caso linear e 21.34 kN para o caso não-linear com uma diferença de 10.07% entre eles.

Na Figura 6.4 tem-se a evolução das melhores soluções obtidas, considerando a análise linear e a análise não-linear para os casos discreto e contínuo a 7.35cm^2 para o caso linear; 6.46cm^2 para o caso não-linear e, 19.13cm^2 para o caso linear contra 25.22cm^2 para o caso não-linear. A curva que mostra o deslocamento do nó 1 na direção z , a cada passo de carga, está ilustrada na Figura 6.5. É possível observar um comportamento não-linear bastante suave para essa estrutura. Novamente, um aspecto marcante na

Tabela 6.6: Tabela para valores discretos - domo de 30 barras

Área	cm^2	Área	cm^2	Área	cm^2	Área	cm^2
1	1.238	33	29.94	17	10.69	49	87.51
2	1.583	34	30.01	18	11.17	50	98.00
3	1.799	35	34.79	19	12.26	51	112.40
4	2.291	36	34.82	20	12.52	52	129.50
5	2.919	37	39.64	21	15.17	53	126.70
6	3.345	38	40.40	22	15.40	54	138.80
7	3.510	39	46.03	23	15.52	55	141.10
8	4.029	40	49.27	24	17.07	56	148.70
9	4.205	41	57.27	25	17.07	57	155.50
10	4.564	42	58.90	26	19.12	58	167.10
11	5.760	43	65.19	27	19.13	59	167.80
12	6.465	44	68.50	28	22.72	60	169.80
13	7.100	45	69.13	29	25.16	61	196.20
14	7.349	46	73.06	30	25.22	62	213.80
15	7.591	47	78.04	31	26.32	63	217.30
16	8.636	48	87.36	32	29.17	64	221.80

Tabela 6.7: Pesos finais em kN para os casos Discreto e Contínuo - Domo de 30 barras

var	Discreto		Contínuo	
	LIN	NL	LIN	NL
A_1	19.13	25.22	20.76	24.14
A_2	15.52	15.40	14.51	16.26
A_3	7.35	6.46	6.29	6.25
A_4	1.24	1.24	1.01	1.02
W	19.19	21.34	18.86	21.06

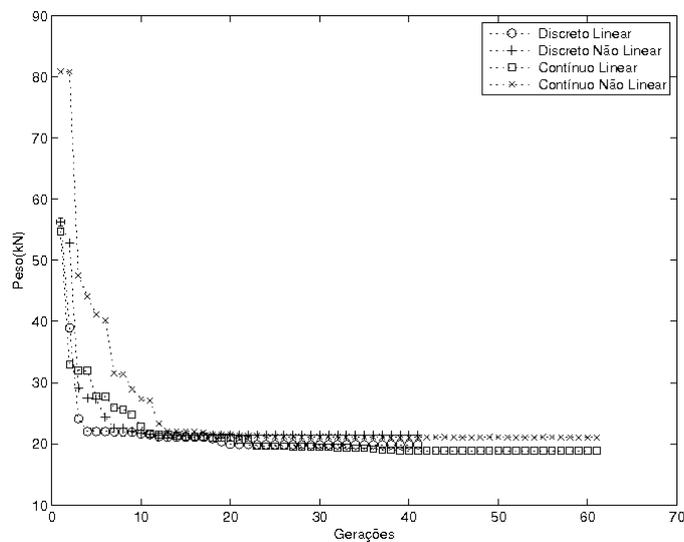


Figura 6.4: Melhores execuções (função aptidão) - Domo de 30 Barras

otimização refere-se aos resultados obtidos pelas análises linear e não-linear, por exemplo, para o caso discreto, encontrou-se um peso final igual a 19.19 kN, usando-se a análise linear; e 21.34 kN usando-se a análise não-linear. Além disso, apesar dos pesos finais apresentarem valores muito próximos, notam-se valores das variáveis de projeto (áreas das seções transversais) razoavelmente diferentes. Por exemplo, para o caso discreto, tem-se para o grupo representado pela variável A_3 igual a 7.35 cm^2 para o caso linear; 6.46 cm^2 para o caso não-linear e, 19.13 cm^2 para o caso linear contra 25.32 cm^2 para o caso não-linear para o grupo representado pela variável A_1 .

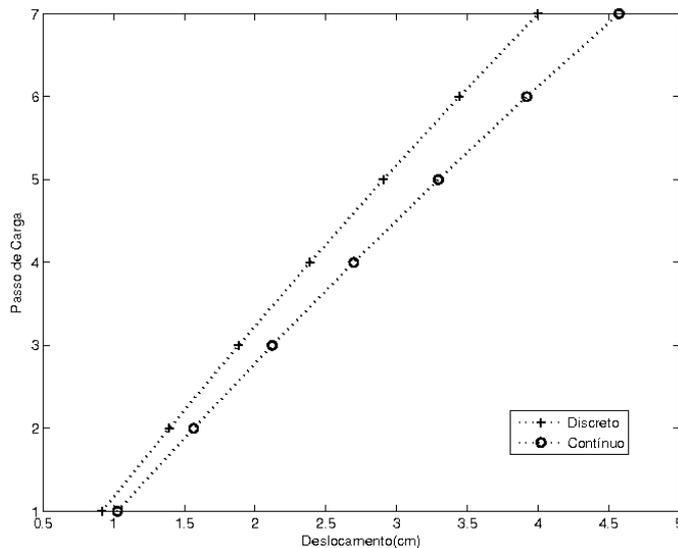


Figura 6.5: Deslocamento (cm) do nó 1 na direção z - Domo de 30 Barras

6.3 Domo de 52 Barras

Esse problema trata da minimização de peso de um domo de 52 barras, representado na Figura 6.6, onde as variáveis de projeto são as áreas das seções transversais das barras. Para este exemplo tem-se 8 variáveis com 15 bits para o caso contínuo (totalizando um cromossomo de 120 bits) e com 6 bits para o caso discreto (totalizando um cromossomo de 48 bits). A estrutura está submetida a cargas verticais de intensidades iguais a 150.0 kN nas direções verticais dos nós 6 a 13. As barras estão agrupadas em 8 grupos da seguinte forma: grupo 1: barras 1 – 4, grupo 2: barras 5 – 8, grupo 3: barras 8 – 12, grupo 4: barras 13 – 20, grupo 5: barras 21 – 28, grupo 6: barras 29 – 36, grupo 7: barras 37 – 44, grupo 8: barras 38 – 52 sendo os grupos identificados pelas seguintes variáveis de projeto A_1 , A_2 , A_3 , A_4 , A_5 , A_6 , A_7 e A_8 , respectivamente. As características

do material e restrições são dispostas na Tabela 6.8. O algoritmo genético foi executado com 10 rodadas de 40 e 100 gerações para o caso discreto e contínuo, respectivamente. Para o caso discreto utilizou a Tabela 6.6 e para o caso contínuo a busca é limitada entre 1 e 220 in². Na análise não-linear, consideraram-se 8 passos de cargas e 8 iterações para cada passo. A Tabela 6.9 mostra os resultados obtidos nas análises.

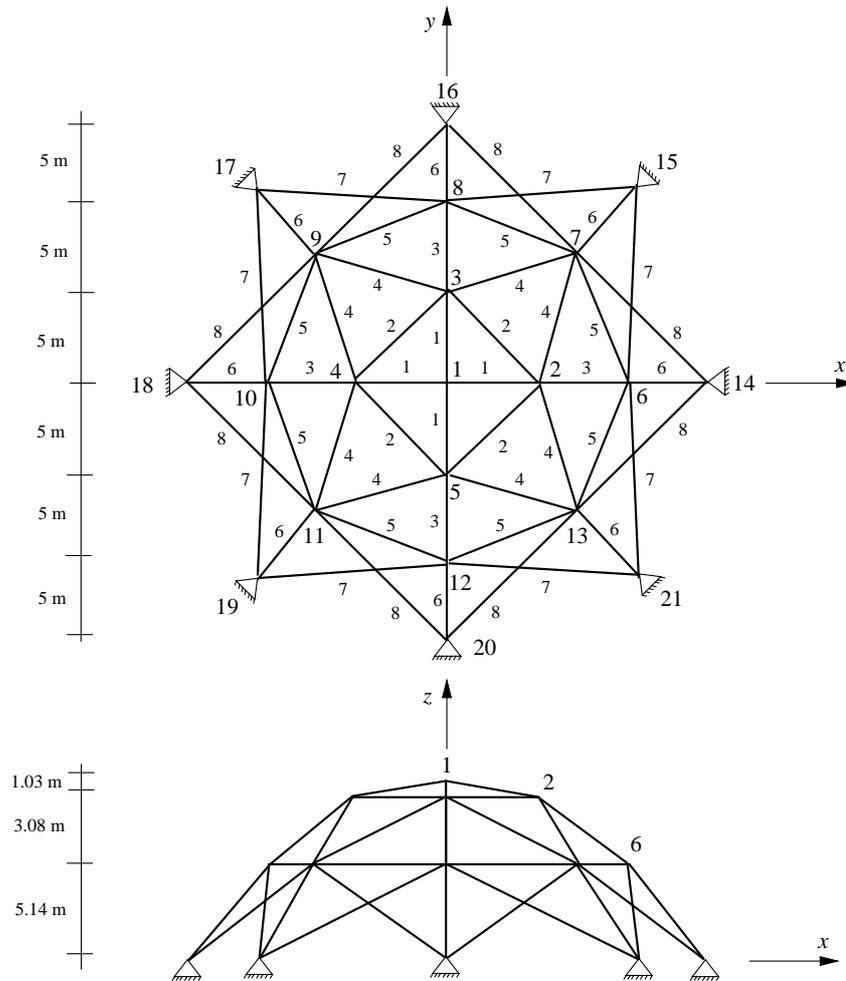


Figura 6.6: Domo de 52 barras.

Tabela 6.8: Propriedades do material e restrição do Domo 52 barras

Propriedade	Valor
Módulo de Elasticidade	21 000 kN/cm ²
Massa Específica	7.85×10^{-5} kN/cm ³
Deslocamentos admissíveis	4 cm

A Tabela 6.9 mostra que, para o caso discreto, a estrutura ficou mais leve quando otimizada com o uso da análise linear (LIN = 8.27 kN e NL= 8.72 kN). Em contrapartida, para o caso contínuo, a estrutura otimizada usando análise não-linear (8.23 kN) obteve um

Tabela 6.9: Pesos finais em kN para os casos Discreto e Contínuo - Domo de 52 barras

var	Discreto		Contínuo		Artigo Simmec [112]	
	LIN	NL	LIN	NL	LIN	NL
A_1	1.24	1.24	1.01	1.95	1.24	1.24
A_2	1.24	1.24	1.21	1.09	1.24	1.24
A_3	1.24	1.24	1.06	1.04	1.24	1.24
A_4	1.24	1.24	1.18	1.05	1.24	1.24
A_5	4.03	3.35	3.13	3.98	3.51	3.51
A_6	2.92	2.92	4.75	3.08	4.03	4.03
A_7	3.51	4.20	3.67	3.64	6.76	6.76
A_8	1.24	1.54	1.03	1.05	4.03	4.20
W	8.27	8.72	8.51	8.23	12.30	12.43

peso menor, comparado com a otimização usando análise linear (8.51 kN). Vale ressaltar que, em ambos os casos, a diferença é muito pequena; para o caso contínuo a diferença está em torno de 3.2% a favor da análise não-linear; e para o caso discreto, a diferença é de 5.2% a favor da análise linear.

Nessa mesma tabela mostra-se o resultado publicado no artigo [112] para o caso discreto. Nesse experimento, além da restrição de deslocamento também foi imposta a restrição de tensão normal máxima no valor de 30 kN/cm². Como esperado, em ambos os casos (LIN e NL), obtiveram-se estruturas mais leves em relação ao artigo [112], como por exemplo, os resultados obtidos para análise linear no caso discreto, em que para os experimentos da dissertação obteve-se um peso de 8.27 kN contra 12.30 kN obtido no artigo [112]. Essa diferença dá-se pelo fato da consideração da restrição adicional das tensões normais máximas.

Na Figura 6.7, mostra-se a evolução de cada solução obtida, após a otimização feita com análise linear e análise não-linear para os casos discreto e contínuo.

A Figura 6.8 mostra a variação do deslocamento vertical do nó 1 na direção do eixo- z . Observa-se um suave comportamento não-linear. Para limites maiores dos deslocamentos máximos, provavelmente o comportamento não-linear ficaria mais evidenciado com a estrutura mais próxima da configuração instável. Nota-se mais uma vez a importância de realizar a otimização considerando a análise não-linear. Por exemplo a área A_7 do caso discreto foi de 3.51 cm² para análise linear e 4.20 cm² para análise não-linear; e a área A_5 com um valor de 4.03 cm² para análise linear contra 3.35 cm² para a análise não-linear. Fica clara a diferença existente entre uma análise e outra.

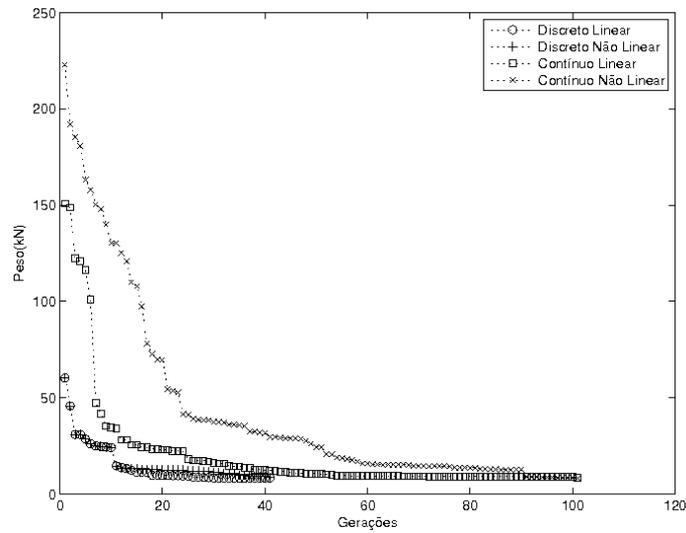


Figura 6.7: Melhores execuções (função aptidão) - Domo de 52 Barras

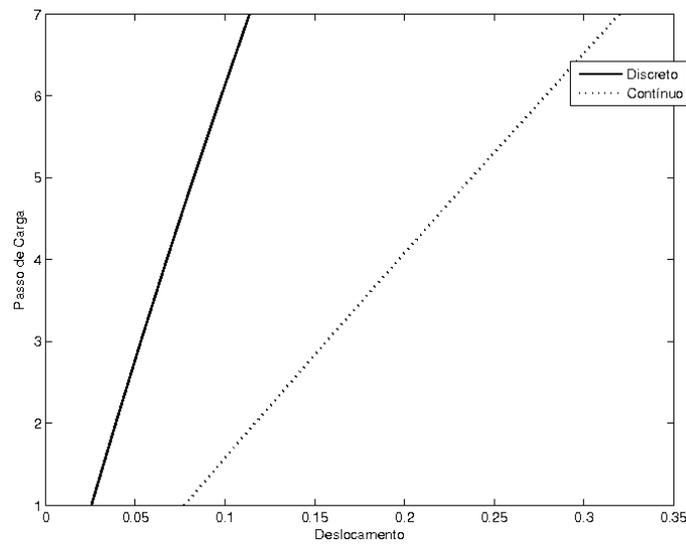


Figura 6.8: Deslocamento (cm) do nó 1 na direção z - Treliça de 52 Barras

6.4 Pórtico plano de 3 barras

O pórtico plano mostrado na Figura 6.9 é formado por 3 barras, onde são aplicadas cargas verticais de 350000 lb e uma carga horizontal de 1000 lb, como indicado na Figura 6.9. Esta estrutura é baseada no experimento discutido em [113]. As propriedades do material e as restrições impostas são descritas na Tabela 6.10. As variáveis de projeto são as dimensões das seções transversais das barras, consideradas como retangulares, sendo D_1 a dimensão ortogonal ao plano da estrutura e D_2 a dimensão paralela ao plano da estrutura. Foram considerados os casos discreto e contínuo. Para o caso discreto, utilizou a Tabela 6.11 com 128 possibilidades de escolha; e para o caso contínuo, as dimensões

das seções transversais foram selecionadas entre 0.5 e 32.5 in. O algoritmo genético foi executado em 8 rodadas independentes, considerando uma população de 40 indivíduos evoluída em 40 e 60 gerações, para o caso discreto e contínuo, respectivamente. Para este exemplo tem-se 2 variáveis com 10 bits para o caso contínuo (totalizando um cromossomo de 20 bits) e com 6 bits para o caso discreto (totalizando um cromossomo de 12 bits). No Método de Newton Raphson adotaram-se 10 passos de carga com 10 iterações cada passo. Todas as barras foram discretizadas em 6 elementos finitos, totalizando uma malha de 18 elementos para toda a estrutura.

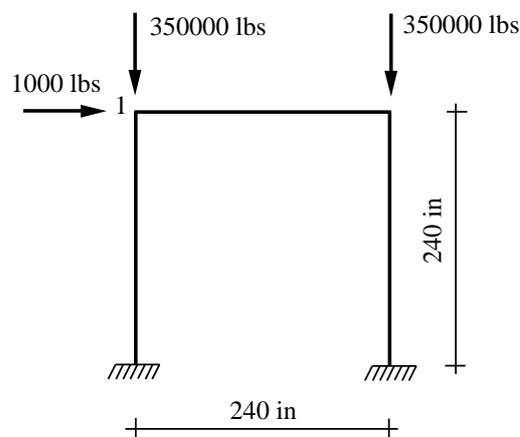


Figura 6.9: Pórtico de 3 barras

Tabela 6.10: Propriedade do material e restrição do Pórtico de 3 barras

Propriedade	Valor
Módulo de Elasticidade	3×10^7 psi
Massa Específica	0.1 lb/in ³
Deslocamentos Admissíveis	3 in

A Tabela 6.12 mostra os melhores resultados obtidos na otimização. Tanto para o caso discreto como para o caso contínuo, os pesos finais, considerando-se a análise não-linear foram menores. No caso discreto 11547.36 lb contra 5032.8 lb no caso não-linear. Para o caso contínuo 9891.66 lb contra 4996.50 lb e, nesse caso, a diferença entre os pesos finais é de 49.48%. As soluções finais foram submetidas a uma análise não-linear e observou-se um enrijecimento da estrutura (indicativo de ganho de rigidez), ao longo das aplicações do carregamento, levando às menores dimensões das seções transversais das barras. Isso fica claro no gráfico apresentado na Figura 6.10, que mostra a evolução do deslocamento horizontal do nó 1. Caso o projetista optasse pela otimização com análise linear, as

Tabela 6.11: Tabela com os valores discretos - Pórtico de 3 barras

Dimensão	in	Dimensão	in	Dimensão	in	Dimensão	in
1	0.5	33	6.9	65	13.3	97	20.1
2	0.7	34	7.1	66	13.5	98	20.5
3	0.9	35	7.3	67	13.7	99	20.9
4	1.1	36	7.5	68	13.9	100	21.3
5	1.3	37	7.7	69	14.1	101	21.7
6	1.5	38	7.9	70	14.3	102	22.1
7	1.7	39	8.1	71	14.5	103	22.5
8	1.9	40	8.3	72	14.7	104	22.9
9	2.1	41	8.5	73	14.9	105	23.3
10	2.3	42	8.7	74	15.1	106	23.7
11	2.5	43	8.9	75	15.3	107	24.1
12	2.7	44	9.1	76	15.5	108	24.5
13	2.9	45	9.3	77	15.7	109	24.9
14	3.1	46	9.5	78	15.9	110	25.3
15	3.3	47	9.7	79	16.1	111	25.7
16	3.5	48	9.9	80	16.3	112	26.1
17	3.7	49	10.1	81	16.5	113	26.5
18	3.9	50	10.3	82	16.7	114	26.9
19	4.1	51	10.5	83	16.9	115	27.3
20	4.3	52	10.7	84	17.1	116	27.7
21	4.5	53	10.9	85	17.3	117	28.1
22	4.7	54	11.1	86	17.5	118	28.5
23	4.9	55	11.3	87	17.7	119	28.9
24	5.1	56	11.5	88	17.9	120	29.3
25	5.3	57	11.7	89	18.1	121	29.7
26	5.5	58	11.9	90	18.3	122	30.1
27	5.7	59	12.1	91	18.5	123	30.5
28	5.9	60	12.3	92	18.7	124	30.9
29	6.1	61	12.5	93	18.9	125	31.3
30	6.3	62	12.7	94	19.1	126	31.7
31	6.5	63	12.9	95	19.3	127	32.1
32	6.7	64	13.1	96	19.5	128	32.5

soluções obtidas não seriam as mais econômicas. A Figura 6.11 mostra a evolução das melhores soluções durante a otimização.

Tabela 6.12: Pesos finais em lb para os casos Discreto e Contínuo - Pórtico de 3 barras

var	Discreto		Contínuo	
	LIN	NL	LIN	NL
D_1	0.90	0.50	0.72	0.50
D_2	29.7	23.3	32.00	23.13
W	11547.36	5032.8	9891.66	4996.50

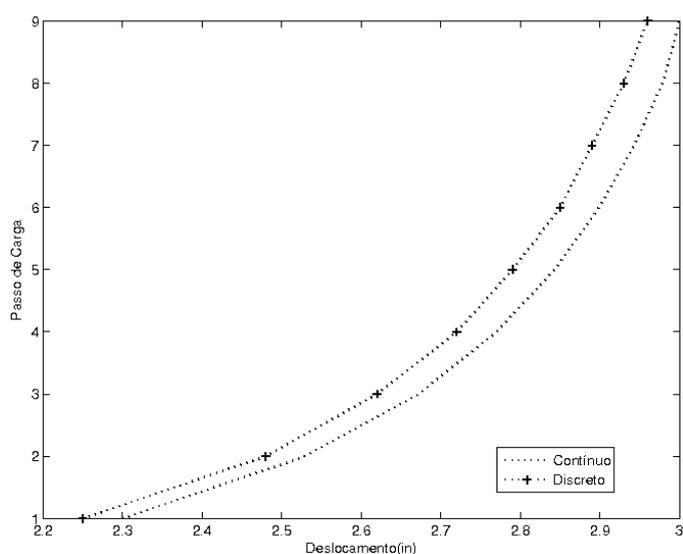


Figura 6.10: Deslocamento (in) do nó 1 na direção x - Pórtico de 3 Barras

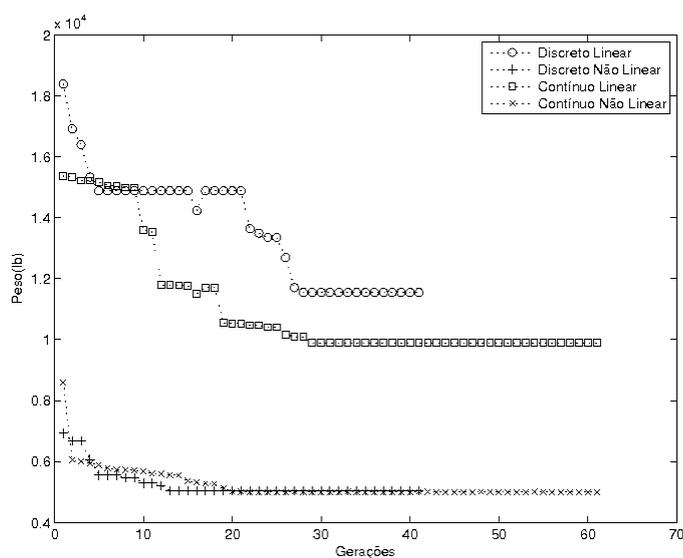


Figura 6.11: Melhores execuções (função aptidão) - Pórtico de 3 Barras

6.5 Pórtico plano de 5 barras

O pórtico plano de 5 barras, mostrado na Figura 6.12, é uma extensão do pórtico de 3 barras analisado no exemplo anterior. A estrutura é submetida a uma minimização de peso onde as variáveis de projeto, propriedades do material, restrições e espaços de busca (discreto e contínuo) são os mesmos do pórtico de 3 barras. Da mesma forma, cada barra foi discretizada com 6 elementos finitos, totalizando uma malha 30 elementos.

O algoritmo genético foi executado com uma população inicial de 40 indivíduos em 8 rodadas independentes adotando-se 40 e 60 gerações para os casos discreto e contínuo,

respectivamente. No Método de Newton Raphson, considerou-se 10 passos de carga com 10 iterações em cada passo.

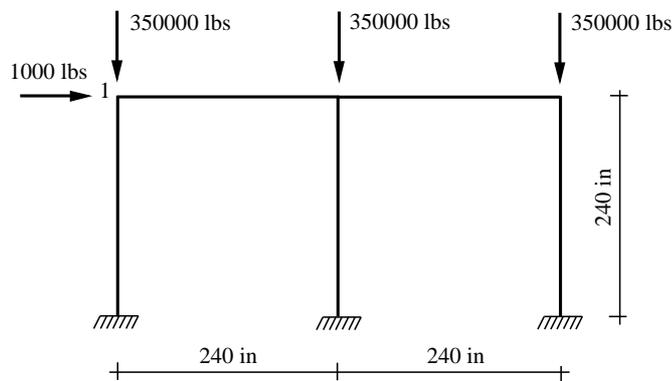


Figura 6.12: Pórtico de 5 barras.

A Tabela 6.13 mostra os resultados obtidos na otimização para cada caso. Diferentemente do pórtico de 3 barras todos os resultados obtidos considerando-se a análise não-linear levaram a estruturas mais pesadas. Nesse caso, tem-se um indicativo de perda de rigidez da estrutura, fazendo com que dimensões maiores das seções transversais fossem as preferidas para evitar a instabilidade da estrutura. O gráfico, apresentado na Figura 6.13, evidencia esse aspecto. Novamente, demanda-se do projetista uma atenção para definir qual tipo de análise estrutural deve ser considerada na otimização. A Figura 6.14 mostra a evolução das melhores soluções durante a otimização.

Tabela 6.13: Pesos finais em lb para os casos Discreto e Contínuo - Pórtico de 5 barras.

var	Discreto		Contínuo	
	LIN	NL	LIN	NL
D_1	0.5	1.7	0.5	1.6
D_2	31.3	31.3	31.1	31.9
W	11268.0	36201.1	11188.68	36201.1

6.6 Pórtico plano de 6 Barras

O pórtico plano, mostrado na Figura 6.15, também é uma extensão dos pórticos planos de 3 e 5 barras, sendo mantidas todas as características do problema de otimização. Da mesma forma, todas as barras foram discretizadas com 6 elementos, totalizando uma malha com 36 elementos finitos. Para o AG, considerou-se uma população inicial composta

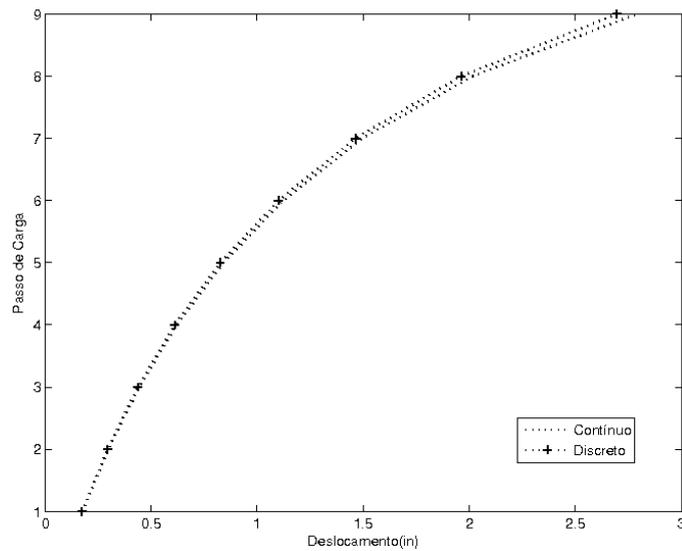


Figura 6.13: Deslocamento (in) do nó 1 na direção x - Pórtico de 5 Barras

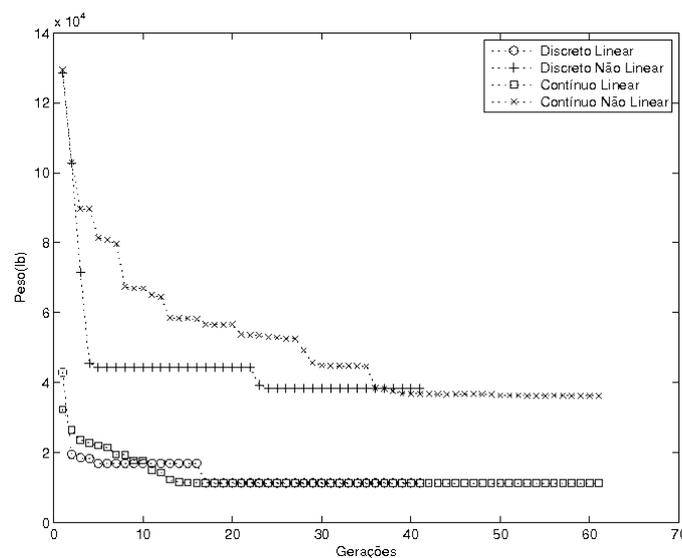


Figura 6.14: Melhores execuções (função aptidão) - Pórtico de 5 Barras

por 40 indivíduos, com 8 rodadas independentes; e 40 e 60 gerações para os casos discreto e contínuo, respectivamente. Na análise não-linear, considerou-se 10 passos de carga com 10 iterações por passo.

A Tabela 6.14 mostra os resultados obtidos na otimização para todos os casos e, como no caso do pórtico de 5 barras, as estruturas mais leves foram aquelas obtidas na otimização considerando-se a análise linear. A estrutura fica menos rígida, ao longo da aplicação do carregamento, e as dimensões das seções transversais com valores maiores são as selecionadas para evitar a instabilidade da estrutura. As variações dos deslocamentos horizontais do nó 1 das melhores soluções encontradas são mostradas na Figura 6.16.

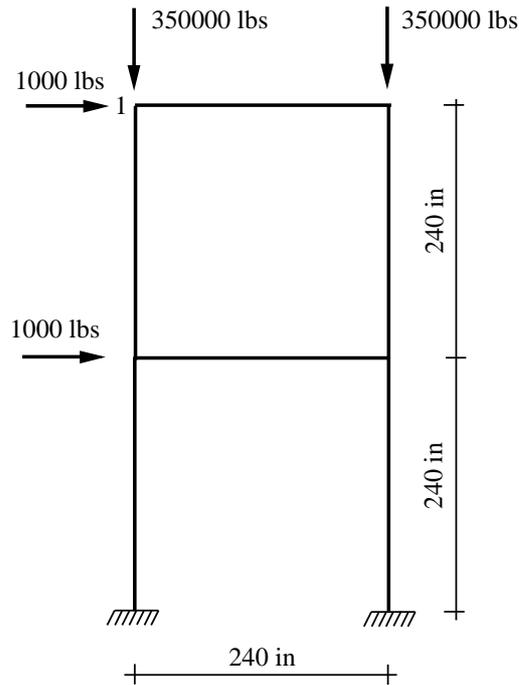


Figura 6.15: Pórtico de 6 barras.

Tabela 6.14: Pesos finais em lb para os casos Discreto e Contínuo - Pórtico de 6 barras.

var	Discreto		Contínuo	
	LIN	NL	LIN	NL
D_1	3.7	4.9	3.5	4.8
D_2	30.1	31.3	30.7	31.5
W	96223.7	132511.7	92099.4	132158.8

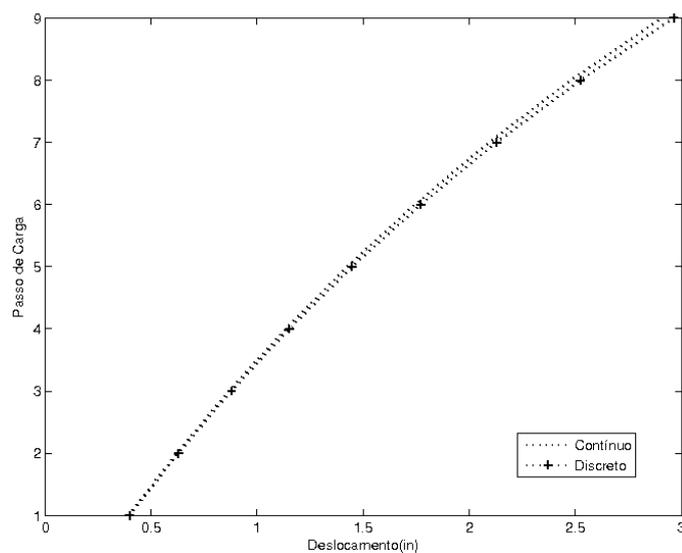


Figura 6.16: Deslocamento (in) do nó 1 na direção x - Pórtico de 6 Barras

6.7 Treliça de 46 barras

A estrutura, mostrada na Figura 6.17, é uma treliça plana com 46 barras que pretende-se minimizar o peso. As variáveis de projeto são as áreas das seções transversais das barras. Para este exemplo tem-se 23 variáveis com 6 bits para cada variável. A Tabela 6.15 apresenta as características do material e o limite para o deslocamento máximo admissível em todos os nós, em qualquer direção. A estrutura é simétrica em relação ao eixo vertical, passando pelo nó 13; e a Tabela 6.16 mostra as coordenadas dos nós da parte da esquerda. A estrutura é submetida a um carregamento de 300, 1200 e 300 lb, aplicados nas direções verticais dos nós 7, 13 e 19, respectivamente.

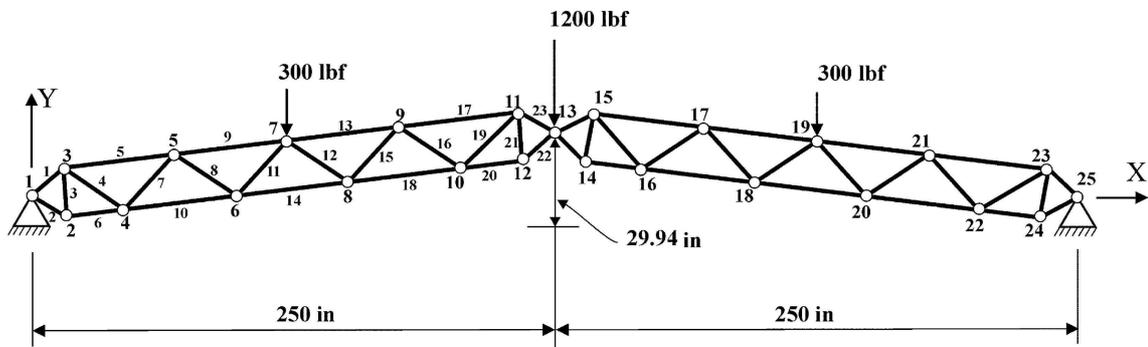


Figura 6.17: Treliça de 46 barras

Tabela 6.15: Propriedade do material e restrição da treliça de 46 barras

Propriedade	Valor
Módulo de Elasticidade	10^7 psi
Massa Específica	0,1 lb/in ³
Deslocamentos Admissíveis	0.2in

A treliça de 46 barras foi otimizada, usando análise linear e não-linear, em que adotou-se 10 passos de cargas e 10 iterações para cada passo. Foi considerado espaço de busca discreto usando a Tabela 6.17, com 64 áreas disponíveis. A população foi de 50 indivíduo evoluída em 200 gerações para o caso sem restrição de cardinalidade (*SRC*). Considerou-se também as restrições de cardinalidade para limitar o número máximo de áreas distintas das seções transversais. Adotou-se $m = 2$, $m = 3$ e $m = 4$, para o caso discreto, usando análise linear e não-linear. Considerando-se 40 gerações para $m = 2$, 60 gerações para $m = 3$ e, finalmente, 80 gerações para $m = 4$. Os resultados são mostrados na Tabela 6.18. Todos os experimentos tratados nessa seção foram feitos com 8 execuções independentes

Tabela 6.16: Coordenadas dos nós da parte simétrica da esquerda da treliça de 46 barras

Nó	X	Y
1	0.00	0.00
2	1 0.94	-4.94
3	9.75	7.00
4	39.6	-2.07
5	67.0	12.73
6	96.9	3.65
7	124.4	18.47
8	154.24	9.39
9	181.74	24.20
10	211.64	15.13
11	239.04	29.93
12	240.24	17.99
13	250.04	25

do AG.

Tabela 6.17: Tabela para valores discretos - Treliça de 46 Barras

Área	in ²						
1	0.1	33	3.3	17	1.7	49	4.9
2	0.2	34	3.4	18	1.8	50	5.0
3	0.3	35	3.5	19	1.9	51	5.1
4	0.4	36	3.6	20	2.0	52	5.2
5	0.5	37	3.7	21	2.1	53	5.3
6	0.6	38	3.8	22	2.2	54	5.4
7	0.7	39	3.9	23	2.3	55	5.5
8	0.8	40	4.0	24	2.4	56	5.6
9	0.9	41	4.1	25	2.5	57	5.7
10	1.0	42	4.2	26	2.6	58	5.8
11	1.1	43	4.3	27	2.7	59	5.8
12	1.2	44	4.4	28	2.8	60	6.0
13	1.3	45	4.5	29	2.9	61	6.1
14	1.4	46	4.6	30	3.0	62	6.2
15	1.5	47	4.7	31	3.1	63	6.3
16	1.6	48	4.8	32	3.2	64	6.4

Usando-se $m = 2$ as áreas escolhidas foram 0.4 e 0.6 in² tanto para o caso linear quanto o não-linear com os pesos finais iguais a 73.27 lb e 74.74 lb. Apesar das áreas escolhidas terem sido as mesmas para ambos os casos, as suas distribuições são distintas na treliça além dos pesos finais também serem diferentes.

Adotando-se $m = 3$, foram selecionadas as áreas 0.1, 0.4 e 0.6 in² para o caso linear

Tabela 6.18: Pesos finais em lb - Treliça de 46 barras

var	$m=2$		$m=3$		$m=4$		SRC	
	LIN	NL	LIN	NL	LIN	NL	LIN	NL
A_1	0.6	0.4	0.6	0.6	0.5	0.5	0.7	0.4
A_2	0.6	0.4	0.6	0.6	0.6	0.7	0.4	0.7
A_3	0.4	0.6	0.1	0.4	0.5	0.4	0.3	0.3
A_4	0.4	0.4	0.4	0.6	0.5	0.4	0.4	0.4
A_5	0.4	0.4	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1
A_6	0.6	0.6	0.6	0.6	0.5	0.7	0.8	1.1
A_7	0.4	0.4	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1
A_8	0.4	0.4	0.4	0.4	0.5	0.7	0.3	0.7
A_9	0.4	0.4	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1
A_{10}	0.6	0.6	0.6	0.6	0.6	0.7	0.6	0.6
A_{11}	0.4	0.4	0.6	0.6	0.5	0.4	0.6	0.3
A_{12}	0.4	0.4	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1
A_{13}	0.6	0.6	0.6	0.6	0.5	0.5	0.6	0.5
A_{14}	0.4	0.4	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1
A_{15}	0.4	0.4	0.6	0.6	0.5	0.4	0.3	0.8
A_{16}	0.4	0.4	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1
A_{17}	0.4	0.6	0.6	0.4	0.5	0.4	0.8	0.5
A_{18}	0.6	0.4	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1
A_{19}	0.4	0.4	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1
A_{20}	0.4	0.6	0.4	0.4	0.4	0.5	0.8	0.2
A_{21}	0.4	0.6	0.6	0.4	0.5	0.5	0.3	1.0
A_{22}	0.6	0.6	0.4	0.4	0.4	0.5	0.4	0.7
A_{23}	0.4	0.4	0.1	0.6	0.5	0.4	0.3	0.2
W	73.27	74.42	61.46	61.75	58.87	61.18	63.76	68.23

e não-linear. Como no caso anterior as áreas são as mesmas mas as distribuições são diferentes entre as barras da treliça, como por exemplo, as áreas A_3 , A_9 , A_{20} entre outras. Observa-se também um peso bastante similar entre as soluções finais, 61.46 lb (LIN) e 61.75 lb (NL).

Para $m = 4$, obteve-se as seguintes áreas 0.1, 0.4, 0.5 e 0.6 in² para o caso linear com um peso final igual a 58.87 lb e 0.1, 0.4, 0.5 e 0.7 in² para o caso não-linear com um peso final igual a 68.23 lb. Entre as barras selecionadas somente uma foi diferente entre os casos, sendo 0.6 in² para o caso linear e 0.7 in² para o não-linear. Novamente, apesar dos pesos finais parecidos, as distribuições das áreas selecionadas são distintas.

Em todos os experimentos obtiveram-se pesos mais leves para a análise linear em relação à análise não-linear. Justifica-se esse fato pois, na otimização considerando a análise não-linear, as barras da treliça demandaram áreas maiores para prevenir a

instabilidade da estrutura.

A Figura 6.18 mostra a relação entre o peso final em lb e o número de diferentes áreas das seções transversais usadas e, evidentemente, quanto maior o número de barras usadas mais leve ficará a estrutura, por outro lado, um número maior de barras prejudica os aspectos estéticos da estrutura. Por exemplo, a estrutura otimizada com apenas 2 barras distintas tem seu peso igual a 74.42 lb, em enquanto, uma estrutura com 4 barras diferentes tem peso igual a 61.18 lb. Uma observação a ser feita na Figura 6.18 é que o peso obtido sem restrições de cardinalidade ficou maior que os obtidos com $m=3$ e $m=4$.

Sem restrições de cardinalidade, ou seja, com 23 variáveis de projeto, foram selecionadas 6 áreas diferentes (0.1, 0.3, 0.4, 0.6, 0.7 e 0.8 in²) para o caso linear e 10 áreas distintas (0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 1.0 e 1.1 in²) para o caso não-linear. O espaço de busca para estes casos é mais complexo dificultando achar soluções melhores que as encontradas para as restrições de cardinalidade. Este fato, justifica fortemente o uso das restrições de cardinalidade que, neste exemplo, mostraram claramente serem eficazes para se determinar soluções mais interessantes na otimização.

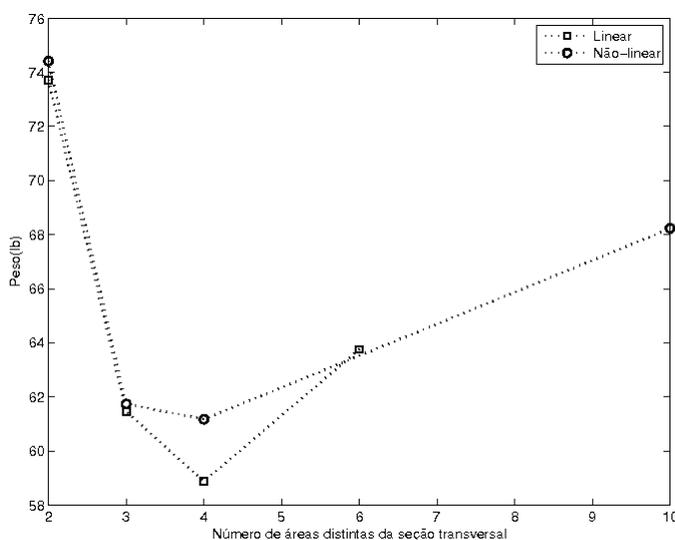


Figura 6.18: Relação entre o peso (lb) e o número de áreas da seção transversal da treliça de 46 barras

A evolução da função aptidão do AG encontra-se nas Tabelas 6.19 e 6.20.

A evolução do deslocamento do nó 13 na direção y , a cada passo de carga, está ilustrada na Figura 6.21. Como o deslocamento máximo permitido é muito pequeno (0.2), o gráfico obtido apresenta um aspecto linear em que, provavelmente, não se aproximou das cargas de instabilidade. Para limites maiores de deslocamentos o aspecto não-linear pode ficar

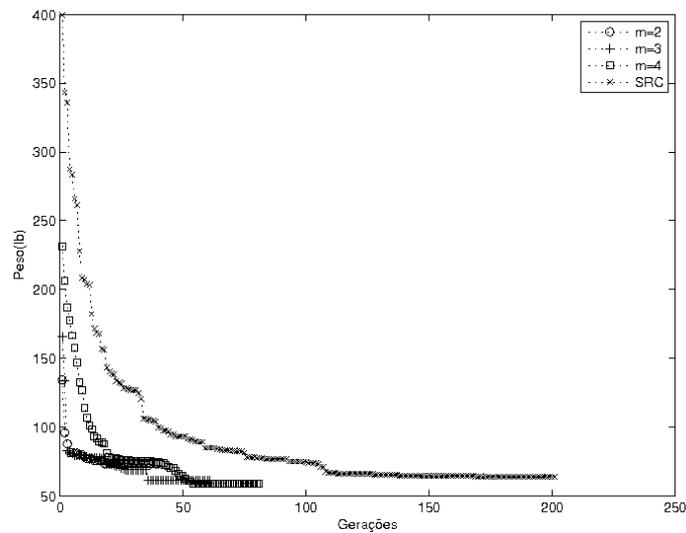


Figura 6.19: Melhores Execuções análise linear (função aptidão)- Treliça de 46 Barras

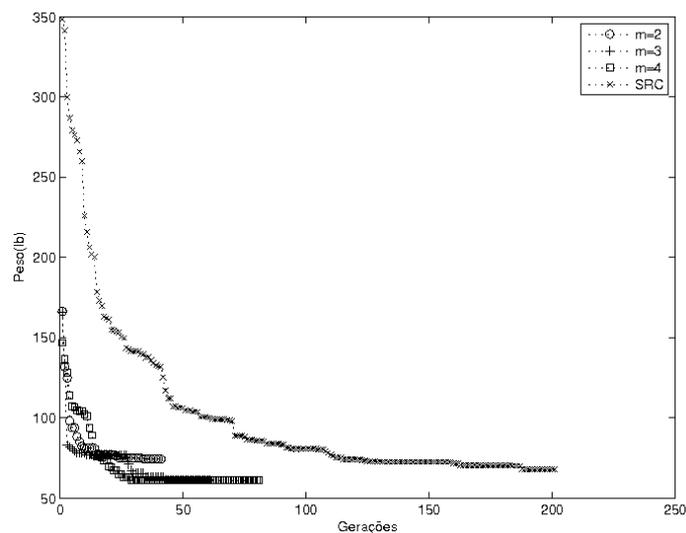


Figura 6.20: Melhores Execuções análise não linear (função aptidão)- Treliça de 46 Barras

evidenciado. Entretanto, é possível afirmar que a estrutura possui comportamento não-linear devido a diferença na distribuição das áreas das seções transversais. Como por exemplo, $m=3$ em que foram obtidos pesos iguais para análise linear e análise não-linear, mas a distribuição das áreas ficaram diferentes (A_3 igual a $0,6 \text{ in}^2$ para o caso não-linear e igual a $0,1 \text{ in}^2$ para o caso linear).

Os diagramas mostrados nas Figuras 6.22 e 6.23 ilustram as distintas distribuições das áreas das barras para a otimização feita com análise linear e não-linear, respectivamente, para $m = 2$.

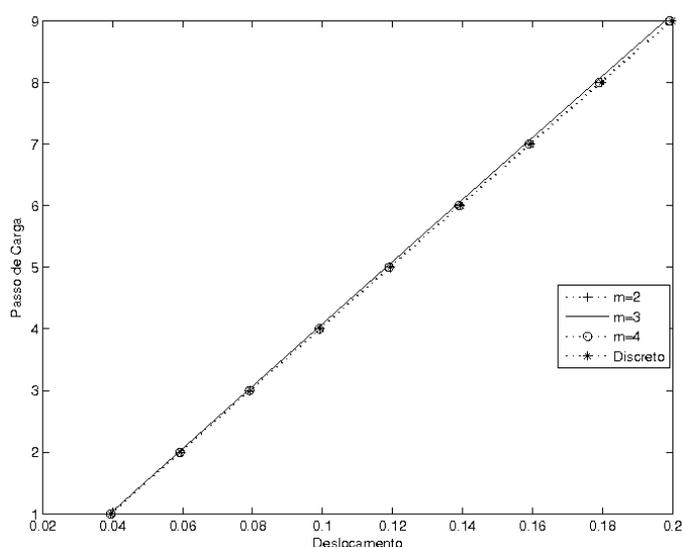


Figura 6.21: Deslocamento (in) do nó 13 na direção y - Treliça de 46 Barras

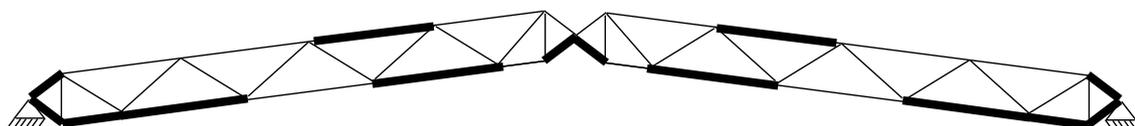


Figura 6.22: Distribuição das áreas para as barras da treliça de 46 barras para $m = 2$ para a análise linear.

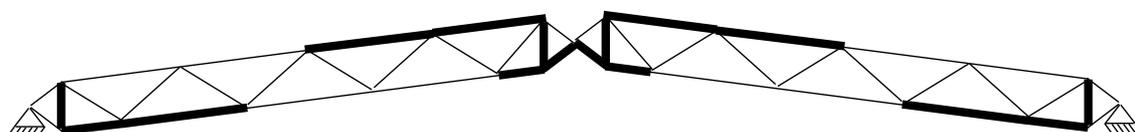


Figura 6.23: Distribuição das áreas para as barras da treliça de 46 barras para $m = 2$ para a análise não-linear.

6.8 Domo de 120 barras

O domo de 120 barras, mostrado na Figura 6.24, é comumente usado na literatura [114], [115] e [116] está submetido a um carregamento vertical de 600 kN no nó 1. O domo será submetido a uma minimização de peso em que as áreas das seções transversais das barras são as variáveis de projeto. Para este exemplo tem-se 7 variáveis com 6 bits para cada variável. As variáveis são escolhidas, a partir de um conjunto de 64 seções tubulares, apresentadas na Tabela 6.20. A densidade do material é 7.85×10^{-5} kN/cm³ e módulo de Elasticidade igual a 21000 kN/cm². As restrições referem-se aos deslocamentos máximos limitados a 2 cm, nas direções x , y e z . As barras do domo são agrupadas em 7 grupos definidas em um módulo padrão mostrado na Figura 6.25, que se repete ao redor do eixo- z . Analisou-se para esse experimento, o caso discreto e os casos, considerando-se

restrições de cardinalidade, adotando-se $m = 2$, $m = 3$ e $m = 4$.

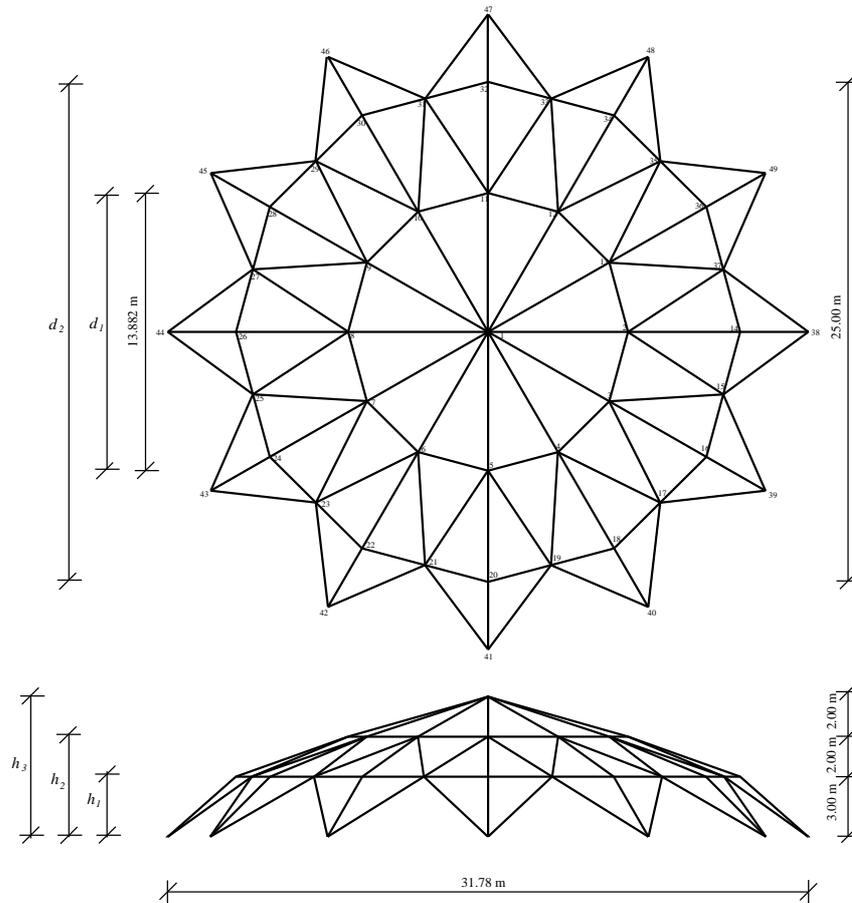


Figura 6.24: Domo de 120 barras.

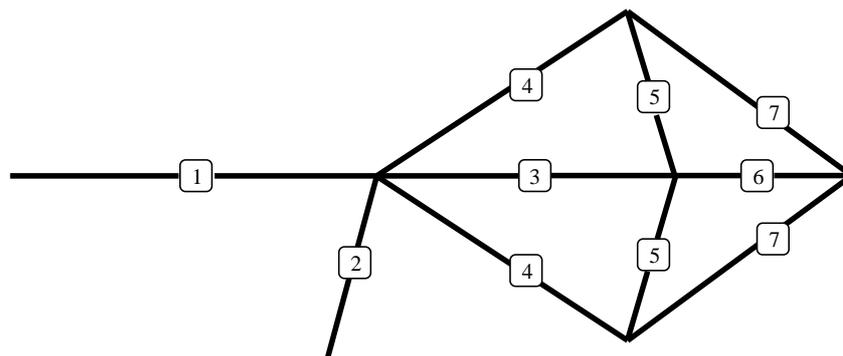


Figura 6.25: Módulo padrão do domo de 120 barras.

A população adotada foi de 20 indivíduos, em 8 execuções independentes do AG, considerando-se 30 gerações 40 gerações 50 gerações e 60 gerações , para o caso com restrição de cardinalidade $m = 2$, $m = 3$, $m = 4$ e, o caso discreto sem restrições de cardinalidade, respectivamente. A Tabela 6.20 mostra os resultados encontrados na otimização.

Tabela 6.19: Tabela para valores discretos - Domo de 120 barras

Área	cm ²						
1	1.53	33	13.80	17	5.87	49	26.40
2	1.68	34	7.84	18	4.14	50	33.10
3	1.82	35	8.62	19	4.53	51	40.70
4	1.98	36	9.65	20	5.06	52	25.70
5	2.19	37	10.70	21	5.57	53	32.10
6	2.38	38	13.20	22	6.80	54	40.30
7	2.54	39	16.30	23	5.23	55	49.70
8	2.81	40	11.20	24	5.74	56	61.20
9	3.07	41	12.50	25	6.41	57	29.60
10	3.40	42	13.90	26	7.07	58	37.10
11	3.73	43	17.20	27	8.69	59	46.70
12	3.25	44	21.40	28	6.67	60	57.70
13	3.60	45	13.70	29	7.33	61	71.20
14	3.94	46	15.40	30	8.20	62	33.60
15	4.39	47	17.10	31	9.06	63	42.10
16	4.83	48	21.20	32	11.20	64	53.10

Tabela 6.20: Pesos finais em kN - Domo de 120 barras - SRC refere-se a problemas sem restrição de cardinalidade

var	$m=2$		$m=3$		$m=4$		<i>SRC</i>	
	LIN	NL	LIN	NL	LIN	NL	LIN	NL
A_1	40.30	40.30	32.10	40.30	40.30	40.30	37.10	33.10
A_2	8.62	8.62	12.50	8.62	11.20	13.70	15.40	13.70
A_3	8.62	8.62	12.50	8.62	12.50	13.70	13.80	15.40
A_4	8.62	8.62	12.50	8.62	5.57	5.87	6.67	7.33
A_5	40.30	40.30	32.10	40.30	40.30	40.30	33.60	37.10
A_6	8.62	8.62	7.84	8.62	5.57	5.87	6.67	6.41
A_7	8.62	8.62	7.84	8.62	5.57	3.07	5.23	5.23
W	83.33	83.33	79.74	83.33	78.03	77.29	75.32	75.78

O caso em que não foi considerada nenhuma restrição de cardinalidade apresentou o peso final, considerando a análise linear 75.32 kN menor que o obtido considerando a análise não-linear 75.78 kN. Apesar dos pesos finais com valores muito próximos, notam-se diferenças entre os valores finais das áreas das barras, por exemplo, a variável A_5 tem valores 33.60 cm² (LIN) e 37.10 cm² (NL). Quando considerou-se a restrição de cardinalidade $m=2$, chegou-se ao mesmo valor dos pesos finais, 83.33 kN, tanto para a análise linear quanto para a não-linear e as áreas escolhidas foram 8.62 cm² e 40.30². Adotando-se $m=3$ a otimização, considerando a análise não-linear acarretou um peso final maior 83.33 kN contra 79.74 kN. As áreas para o caso linear foram 7.84 cm² ,

12.50² e 32.10 cm². Para o caso não-linear, apesar de $m = 3$, apenas duas áreas distintas foram selecionadas 8.62 cm² e 40.30². Considerando $m=4$, a otimização com análise não linear proporcionou um peso final menor 77.29 kN contra 78.03 kN. Para o caso linear, as áreas selecionadas foram 5.57 cm², 11.20 cm², 12.50 cm² e 40.30 cm². Já para o caso considerando-se análise não-linear, as áreas selecionadas foram 3.07 cm², 5.87 cm², 13.70 cm² e 40.30 cm².

A representação do deslocamento do nó 1 na direção z para cada passo de carga está ilustrado na Figura 6.26, em que o gráfico apresenta um comportamento linear, mas, novamente, deve-se observar que os resultados finais (pesos e seções transversais das barras), obtidos pelas análises lineares e não-lineares são distintos.

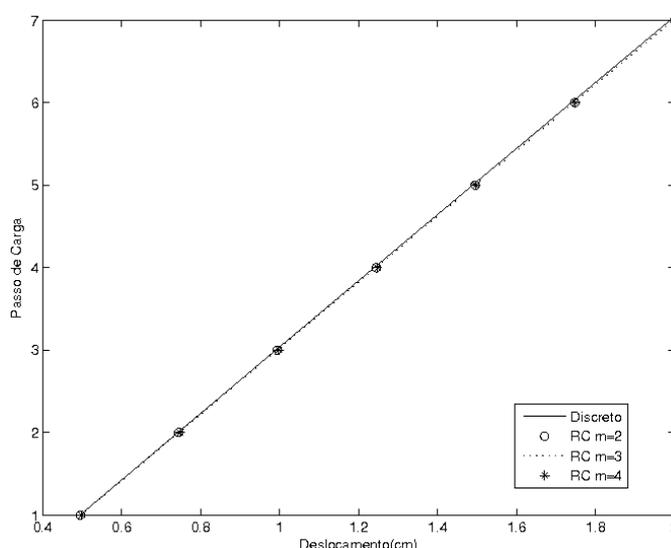


Figura 6.26: Deslocamento (cm) do nó 1 na direção z - Domo de 120 Barras

Uma ilustração da distribuição das áreas selecionadas para $m = 2$ e $m = 3$, tanto para a análise linear quanto não-linear é mostrada nas Figuras 6.27, 6.28, 6.29. Em que para $m = 2$ as barras possuem as seguintes áreas 8.62 cm² e 40.30 cm² que são iguais para o caso linear e não-linear.

6.9 Pórtico plano de 70 Barras

O pórtico plano, mostrado na Figura 6.30, possui 70 barras e é submetido a uma minimização de peso. As áreas das seções transversais das barras são as variáveis de projeto, a serem escolhidas a partir de um conjunto de 64 seções selecionadas do AISC - American Institute of Steel Construction, apresentadas na Tabela 6.21. Para este exemplo

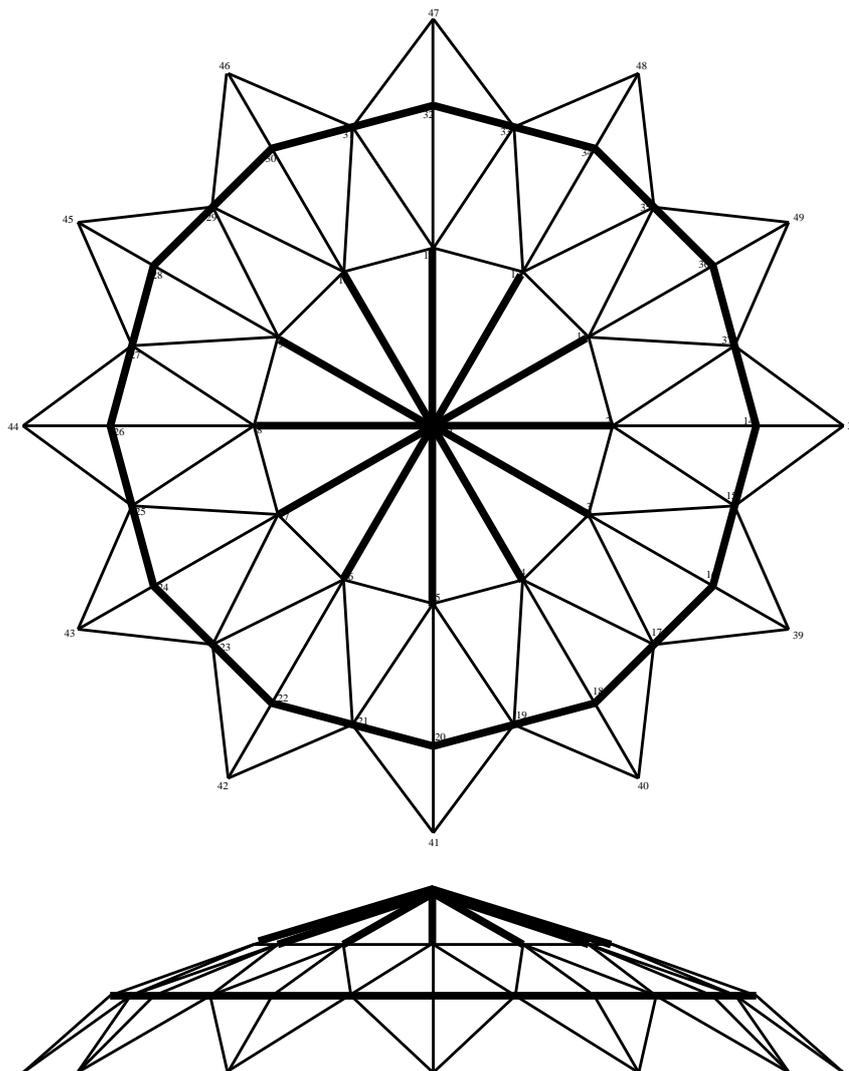


Figura 6.27: Distribuição das áreas para as barras do domo de 120 barras para $m = 2$.

tem-se 10 variáveis com 5 bits para cada variável (7 variáveis para pórtico e 3 variáveis para viga).

A estrutura está submetida a um carregamento, conforme ilustrado na Figura 6.30. As propriedades do material são as mesmas para os pórticos citados anteriormente, conforme Tabela 6.10 e os deslocamentos máximos são limitados a 0.5 in, nas direções x , y e z .

As barras da estrutura foram agrupadas em 7 grupos para os pilares e 3 grupos para as vigas definidos como: pilares: grupo 1: barras 1 - 6, grupo 2: barras 7 - 12, grupo 3: barras 13 - 18, grupo 4: barras 19 - 24, grupo 5: barras 25 - 30 grupo 6: barras 31 - 36 e, finalmente, grupo 7: 37 - 42; vigas: grupo 1: barras 43 - 52, grupo 2: barras 53 - 60 e grupo 3: barras 61 - 70.

Essa estrutura foi otimizada com o uso de múltiplas restrições de cardinalidade, em que o objetivo é que os pilares possam ser agrupados em um certo número máximo seções

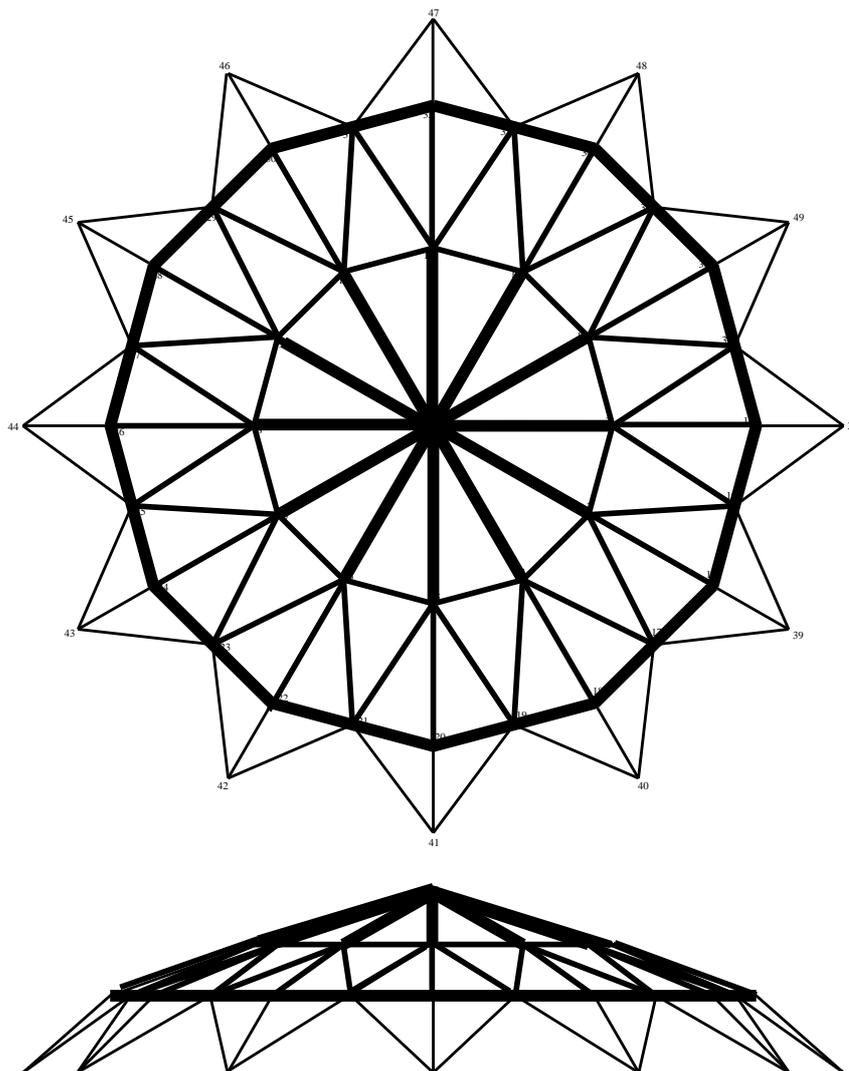


Figura 6.28: Distribuição das áreas para as barras do domo de 120 barras para $m = 3$ linear.

diferentes (m_p) e as vigas, em um outro número máximo, de seções diferentes (m_v). Ainda, é possível considerar um espaço de busca distinto para pilares e vigas. Nesse caso, por exemplo, os pilares serão selecionados entre as seções de 1 a 32 e as vigas entre as seções de 33 a 64 da Tabela 6.21, respectivamente. As otimizações realizadas para esse caso consideraram os seguintes casos: 1) $m_p = 1$ e $m_v = 1$; 2) $m_p = 2$ e $m_v = 1$; 3) $m_p = 2$ e $m_v = 2$ e; 4) $m_p = 3$ e $m_v = 2$.

A Tabela 6.22 mostra os casos de múltipla cardinalidade e o número máximo de gerações adotado no AG para cada um deles. A Tabela 6.23 mostra os resultados obtidos, com a otimização em cada caso mostrado na Tabela 6.22:

Através da Tabela 6.23, é visto que, praticamente em todos os casos, a estrutura otimizada com análise linear obteve um peso menor do que a otimizada com análise não-

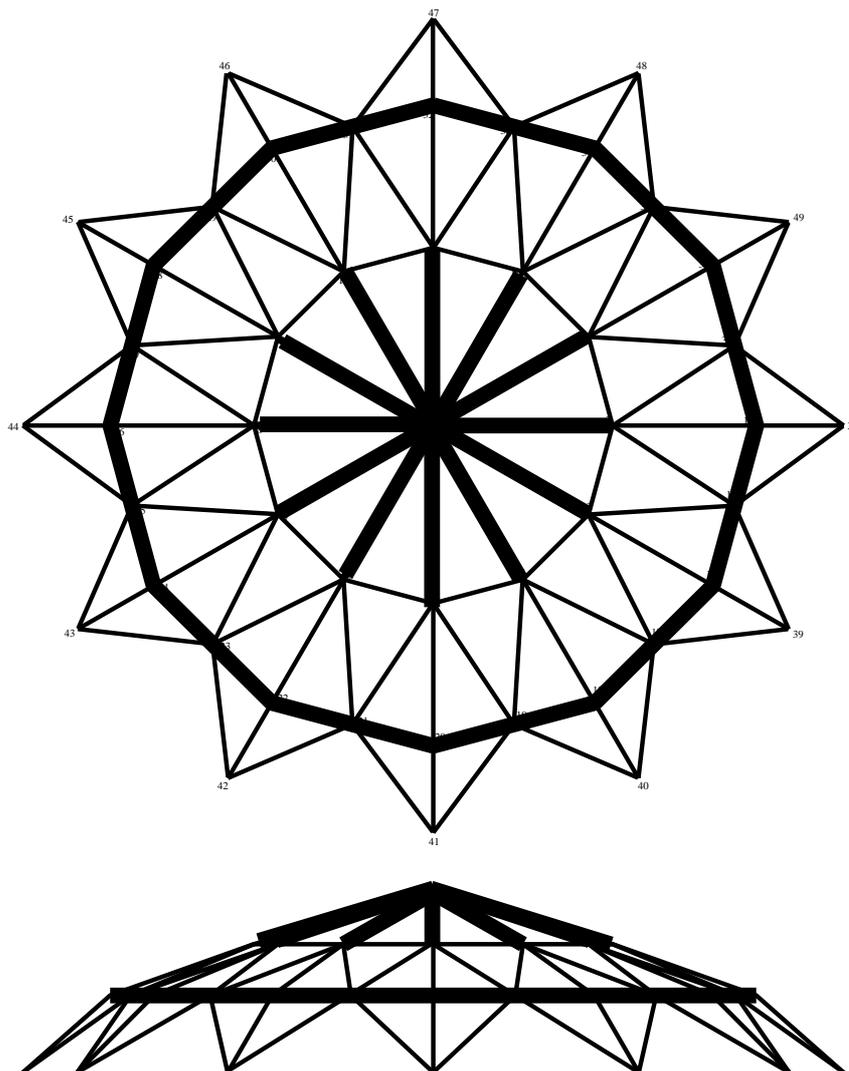


Figura 6.29: Distribuição das áreas para as barras do domo de 120 barras para $m = 3$ não-linear.

linear, como por exemplo, para o caso 2 em que obteve-se 31737.6 lb (LIN) contra 32628.0 lb (NL). Apenas o caso 1 é que os pesos obtidos foram iguais (33751.2 lb). Vale ressaltar que, tanto para o caso 3 quanto para o caso 4, a estrutura otimizada possui o mesmo peso 32126.4 lb para análise não-linear e 31668.0 lb para linear. Mesmo o caso 4, tendo um número maior de barras distintas a serem escolhidas, com o resultado final da otimização obteve-se apenas 2 barras distintas para as vigas e 2 barras distintas para os pilares.

Na Figura 6.31 mostra-se a variação do deslocamento do nó 1 na direção x a cada passo de carga. Apesar desta figura apresentar um comportamento linear, a estrutura otimizada possui um comportamento não-linear, visto que a diferença existente entre os pesos (NL = 32628,0 lb contra LIN = 31737,6 lb) e a diferença entre as disposições das áreas, como por exemplo, o caso 2 em que a área Ap_1 para LIN é 56.8 in^2 e para NL é 35.3

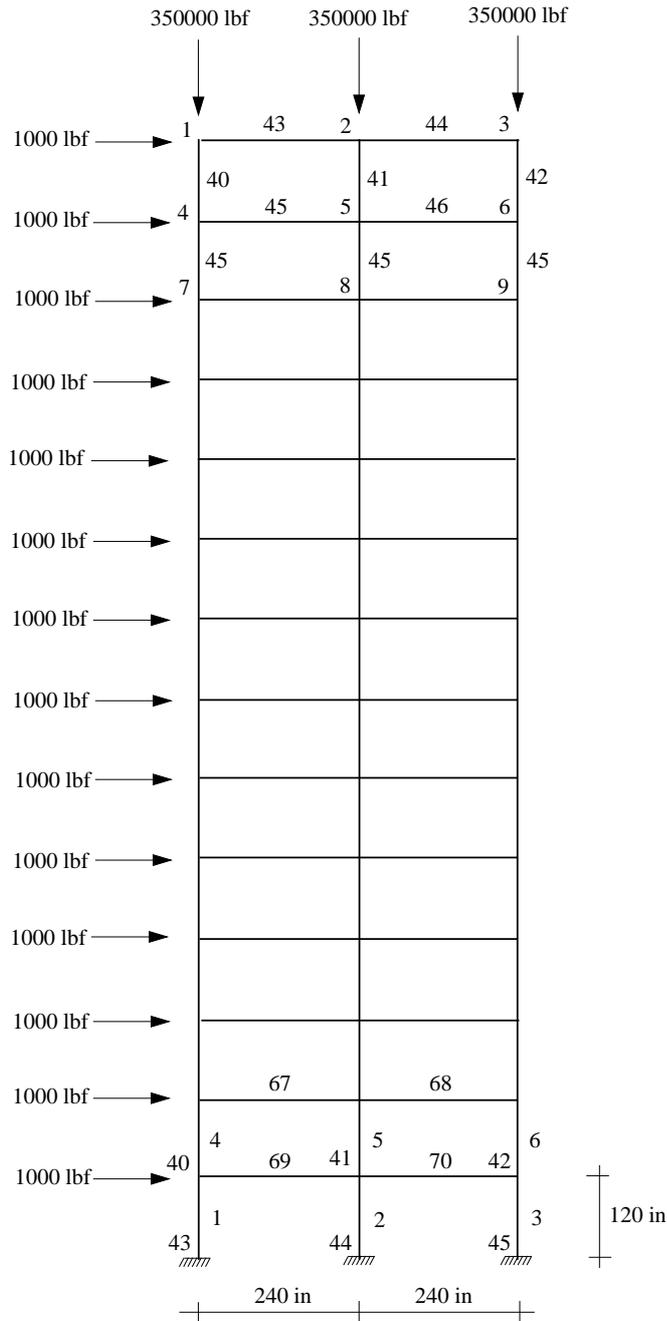


Figura 6.30: Pórtico plano de 70 barras.

in^2 , já para o mesmo caso 2 a área para A_{p2} LIN é de 38.8 in^2 e para NL é de 56.8 in^2 .

Nas Figuras 6.32 e 6.33 tem-se a evolução de cada solução obtida, após a otimização feita com análise linear e análise não-linear para todos os casos.

Os diagramas mostrados na Figura 6.34 ilustram a distribuição das áreas das barras para o caso 4 ($m_p = 3$ e $m_v = 2$) em que o diagrama da esquerda se refere à análise linear e o da direita à análise não-linear..

Por fim, nas Tabelas 6.24, 6.25, 6.26, 6.27, 6.28 encontram-se o desempenho do AG

Tabela 6.21: Sub-conjunto com 64 possibilidades extraído das Tabelas AISC para seções do tipo “W”

index	profile	index	profile	index	profile	index	profile
1	W18X60	17	W21X101	33	W14X38	49	W14X193
2	W18X65	18	W21X111	34	W14X43	50	W14X211
3	W18X71	19	W21X122	35	W14X48	51	W14X233
4	W18X76	20	W21X132	36	W14X53	52	W14X257
5	W18X86	21	W21X147	37	W14X61	53	W14X283
6	W18X97	22	W24X55	38	W14X68	54	W14X311
7	W18X106	23	W24X62	39	W14X74	55	W14X342
8	W18X119	24	W24X68	40	W14X82	56	W14X370
9	W21X44	25	W24X76	41	W14X90	57	W14X398
10	W21X50	26	W24X84	42	W14X99	58	W14X426
11	W21X57	27	W24X94	43	W14X109	59	W14X455
12	W21X62	28	W24X104	44	W14X120	60	W14X500
13	W21X68	29	W24X117	45	W14X132	61	W14X550
14	W21X73	30	W24X131	46	W14X145	62	W14X605
15	W21X83	31	W24X146	47	W14X159	63	W14X665
16	W21X93	32	W24X162	48	W14X176	64	W14X730

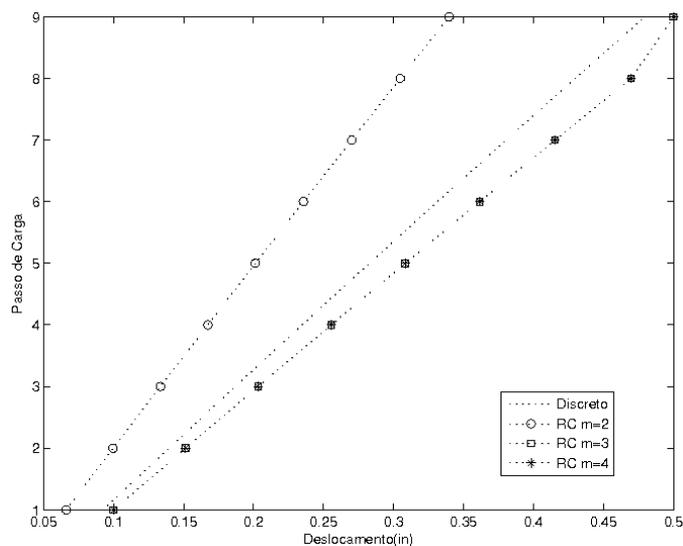


Figura 6.31: Deslocamento (in) do nó 1 na direção x - Pórtico plano de 70 Barras

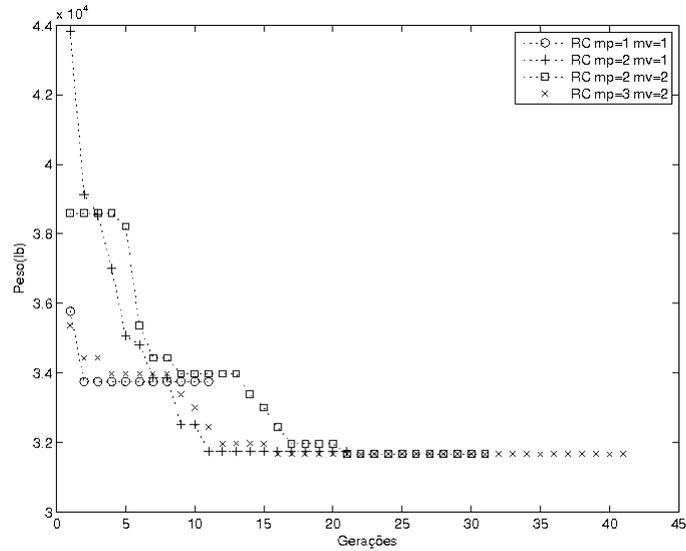


Figura 6.32: Melhores execuções (função aptidão) - Pórtico plano de 70 Barras - Linear

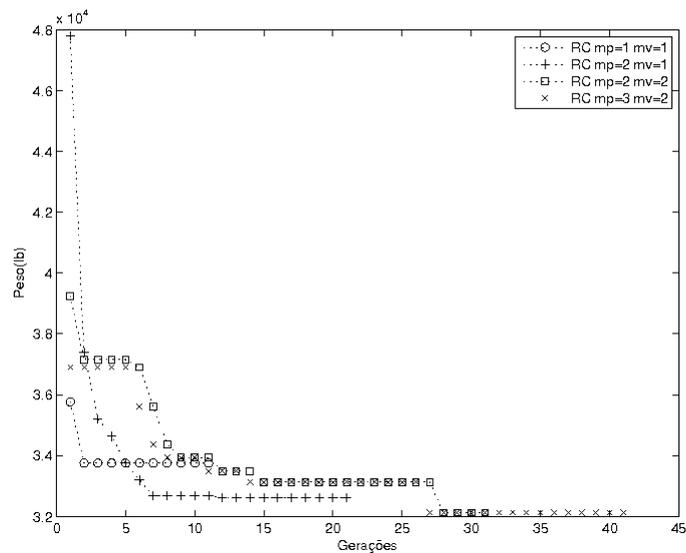


Figura 6.33: Melhores execuções (função aptidão) - Pórtico plano de 70 Barras - Não Linear

Tabela 6.22: Casos de múltipla cardinalidade e o número máximo de gerações adotado no AG para cada um deles.

Caso	m_p	m_v	Número de Gerações
1	1	1	10
2	2	1	20
3	2	2	30
4	3	2	70

Tabela 6.23: Pesos finais em lb - Pórtico de 70 barras.

var	$m_p = 1m_v = 1$		$m_p = 2m_v = 1$		$m_p = 2m_v = 2$		$m_p = 3m_v = 2$	
	LIN	NL	LIN	NL	LIN	NL	LIN	NL
Ap_1	42.7	42.7	56.8	35.3	42.70	51.80	42.70	51.80
Ap_2	42.7	42.7	38.8	56.8	42.70	38.80	42.70	38.80
Ap_3	42.7	42.7	38.8	35.3	42.70	38.80	42.70	38.80
Ap_4	42.7	42.7	38.8	56.8	38.80	38.80	38.80	38.80
Ap_5	42.7	42.7	38.8	35.3	38.80	38.80	38.80	38.80
Ap_6	42.7	42.7	38.8	35.3	38.80	38.80	38.80	38.80
Ap_7	42.7	42.7	38.8	56.8	38.80	38.80	38.80	38.80
Av_1	18.2	18.2	16.2	35.9	16.20	16.20	16.20	16.20
Av_2	18.2	18.2	16.2	35.9	18.20	20.10	18.20	20.10
Av_3	18.2	18.2	16.2	35.9	16.20	20.10	16.20	20.10
W	33751.2	33751.2	31737.6	32628.0	31668.0	32126.4	31668.0	32.126.4

e na Tabela a descrição do AG para todos os casos estudados nesta seção.

6.10 Síntese do capítulo 6

Neste capítulo, foram apresentados os resultados de problemas de otimização de peso de 9 estruturas reticuladas, sendo elas, treliças planas e espaciais (domos) e pórticos planos. As variáveis de projeto foram as áreas ou dimensões das seções transversais das barras. Os espaços de busca foram considerados discretos ou contínuos. Para todos os exemplos foram realizadas otimizações, em que as estruturas foram analisadas de forma linear ou não-linear. Foram consideradas ainda restrições de cardinalidade simples e múltiplas para limitar a escolha do número máximo de características das seções transversais das barras, com o objetivo de buscar agrupamentos ótimos. A análise não-linear com essas restrições é inovadora, até então não encontrada na literatura.

Entende-se que os experimentos mostraram um aspecto importante no que diz respeito ao tipo de análise a ser escolhida pelo projetista. Observou-se que não é trivial escolher

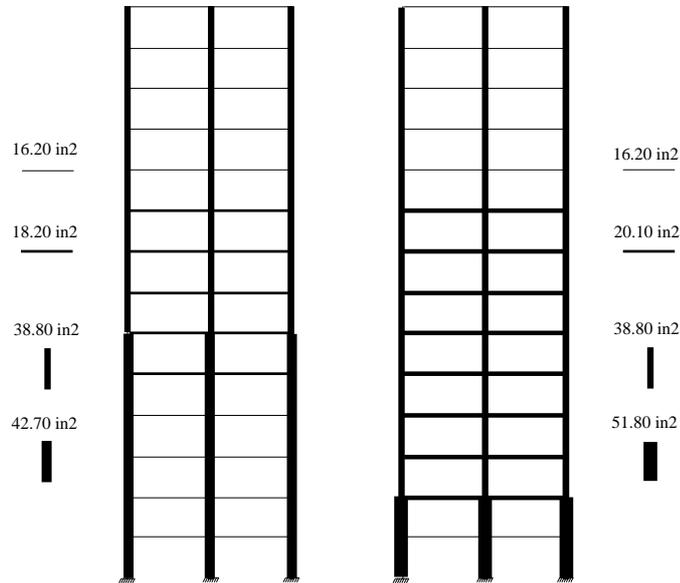


Figura 6.34: Distribuição das áreas das barras para o caso 4 ($m_p = 3$ e $m_v = 2$) em que o diagrama da esquerda se refere à análise linear e o da direita à análise não-linear

Tabela 6.24: Desempenho do AG para cada experimento - Caso Discreto.

		melhor	mediana	média	desvio padrão	pior
2-barras	LIN	25.00	25.00	25.00	0.0	25.00
	NL	175.03	175.03	175.03	0.0	175.03
30-barras	LIN	19.19	19.43	19.63	4.2×10^{-1}	20.44
	NL	21.34	21.35	21.63	4.9×10^{-1}	22.73
52-barras	LIN	8.27	10.46	10.03	1.40	12.66
	NL	8.72	9.80	10.11	1.24	12.66
3-barras	LIN	11547.36	11547.36	11547.36	0.00	11547.36
	NL	5032.80	5032.80	5032.80	0.00	5032.80
5-barras	LIN	11268.00	14090.40	14090.40	5.7×10^3	29181.60
	NL	38311.20	41684.40	41684.40	3.4×10^3	47325.60
6-barras	LIN	96223.68	89242.56	93683.52	7.1×10^3	110808.00
	NL	132511.68	132511.70	136681.40	1.1×10^4	126246.40

Tabela 6.25: Desempenho do AG para cada experimento - Caso Contínuo.

		melhor	mediana	média	desvio padrão	pior
2-barras	LIN	25.00	25.00	25.00	0.00	25.00
	NL	171.67	171.67	171.67	0.00	171.67
30-barras	LIN	18.86	19.60	19.60	0.95	21.97
	NL	21.06	21.61	21.61	0.82	23.70
52-barras	LIN	8.51	10.05	10.05	1.07	11.81
	NL	8.23	10.20	10.20	1.95	14.43
3-barras	LIN	9891.66	10089.31	10089.31	1.8×10^2	10450.59
	NL	4996.50	5036.62	5036.62	7.4×10^1	5226.12
5-barras	LIN	11188.68	12843.72	12843.72	2.2×10^3	16939.48
	NL	36201.10	37924.37	37924.37	1.8×10^3	41088.74
6-barras	LIN	92099.39	92099.39	92099.39	0.0	92099.39
	NL	132158.80	132158.80	132158.80	0.0	132158.80

Tabela 6.26: Desempenho do AG para o domo de 120 barras.

		melhor	mediana	média	desvio padrão	pior
Discreto	LIN	75.32	75.94	76.30	0.84	77.63
	NL	75.78	78.05	77.97	1.64	80.38
m=2	LIN	83.33	85.49	86.11	3.00	99.33
	NL	83.33	87.10	87.25	3.29	99.33
m=3	LIN	79.74	80.84	80.55	1.93	82.91
	NL	83.33	84.12	85.11	2.13	88.47
m=4	LIN	78.03	79.35	80.08	1.78	83.25
	NL	77.29	84.60	80.09	5.84	87.25

Tabela 6.27: Desempenho do AG para a treliça de 46 barras.

		melhor	mediana	média	desvio padrão	pior
m=2	LIN	73.27	78.74	77.56	2.1	78.83
	NL	74.42	79.41	78.32	2.1	79.89
m=3	LIN	61.46	70.34	69.09	5.2	78.74
	NL	61.75	69.72	69.88	7.2	79.46
m=4	LIN	58.87	64.58	65.33	5.0	71.97
	NL	61.18	65.93	68.17	6.9	79.46
SRC	LIN	63.76	69.05	69.75	6.2	81.43
	NL	68.23	70.54	69.97	1.9	72.71

Tabela 6.28: Desempenho do AG para o pórtico de 70 barras.

		melhor	mediana	média	desvio padrão	pior
Caso 1	LIN	33751.20	33751.20	34054.60	5.2×10^2	34960.80
	NL	33751.20	34356.00	34356.00	6.0×10^2	34960.80
Caso 2	LIN	31737.60	33794.40	33270.30	9.5×10^2	34514.20
	NL	32628.00	34014.00	34070.40	7.6×10^2	35270.40
Caso 3	LIN	31668.01	31921.23	32444.41	1.04×10^2	34960.80
	NL	32126.40	32428.40	32823.80	8.5×10^2	34552.80
Caso 4	LIN	31668.01	31881.60	32198.34	7.03×10^2	33764.00
	NL	32126.40	32254.50	32326.25	1.8×10^2	32654.60

entre uma análise e outra pura e simplesmente, mesmo levando-se em consideração a experiência do projetista. A análise dos resultados deixou isso de forma clara.

Os problemas formulados neste capítulo receberam um enfoque mais acadêmico e menos real visto que os objetivos maiores não se concentraram nesse aspecto, e sim no exposto no parágrafo anterior. Para caracterizar melhor os problemas, de forma real, outros aspectos devem ser contemplados, até mesmo para proporcionar um estudo comparativo com outros exemplos encontrados na literatura. Para tanto é preciso considerar outros tipos de restrições como limites referentes a cargas críticas, tensões de flambagem, outras restrições de estabilidade, restrições geométricas que não permitem, por exemplo, que um pilar de um nível superior tenha seção maior que a de um nível inferior, combinações de carregamento previstos em normas e assim por diante.

7 CONCLUSÕES

Nesta dissertação foram discutidos problemas de otimização estrutural de estruturas reticuladas com comportamento não-linear geométrico. Para resolver o problema de otimização foi utilizado um algoritmo genético do tipo geracional com codificação do tipo Gray.

Os problemas de otimização referiram-se à minimização de peso em que as variáveis de projeto dizem respeito às características das seções transversais das barras (áreas ou dimensões das seções transversais). Mostrou-se, também, problemas de otimização com o uso de restrições adicionais de cardinalidades simples e múltiplas através de codificações especiais dos cromossomos para tratar problemas de agrupamentos de barras limitando o número máximo de tipos a serem usados na estrutura otimizada.

Foi apresentada uma síntese das estratégias para tratamento das restrições em problemas de otimização com restrições e em especial uma estratégia chamada “Método Adaptativo de Penalização”, (APM - Adaptive Penalty Method), adotada nos problemas com restrições discutidos nesta dissertação.

Mostrou-se uma abordagem básica, as definições e características principais da análise não linear geométrica em que foram apresentados alguns trabalhos pioneiros na área de otimização com o uso da análise não-linear.

Destaca-se que o objetivo principal desta dissertação foi o estudo de problemas de otimização de estruturas com comportamento não-linear geométrico despertando a atenção sobre a importância de se fazer uma escolha adequada sobre a otimização estrutural optando-se pela análise linear ou não-linear geométrica. Aparentemente, o projetista pode ser induzido a uma escolha “lógica”, entre um ou outro tipo de análise (linear ou não-linear), mas nem sempre isto representa uma decisão correta. Pode-se obter estruturas mais leves com determinada análise mas existe a possibilidade de perda a estabilidade da estrutura escolhida. Entende-se que os experimentos discutidos neste texto destacaram esta questão onde a análise dos resultados apresentados deixa esta questão da “má” escolha de forma clara.

Os problemas analisados receberam um enfoque mais acadêmico. Para caracterizar melhor os mesmos de forma real, outros aspectos deverão ser contemplados, até mesmo

para proporcionar um estudo comparativo com outros exemplos encontrados na literatura. Para tanto, é preciso considerar outros tipos de restrições como limites referentes a cargas críticas, tensões de flambagem, outras restrições de estabilidade, restrições geométricas que não permitem, por exemplo, que um pilar de um nível superior tenha seção maior que a de um nível inferior, combinações de carregamento previstos em normas e assim por diante.

Não preocupou-se neste trabalho, com os ajustes dos parâmetros do AG através de tentativas exaustivas de ajustes dos mesmos. Destaca-se, entretanto, um considerável custo computacional em razão das execuções das análises não-lineares. Também não foram exploradas as possibilidades de ajustes dos parâmetros do Método de Newton Raphson como o número dos passos de cargas, número de iterações em cada passo e introduzir tolerâncias para limitar o número de iterações.

Como desenvolvimentos futuros podem ser considerados:

- A paralelização do AG e do código de análise não-linear para reduzir o custo computacional;
- O uso de metamodelos para aproximar soluções reduzindo também o custo computacional;
- Considerar outros tipos de estruturas reticuladas na otimização como pórticos espaciais, estruturas protendidas, membranas, tenso-estruturas, etc;
- Considerar otimização de forma e topologia de estruturas reticuladas;
- Incorporar mais complexidade nos problemas considerando-se restrições indicadas pelas normas técnicas;
- Fazer um estudo de sensibilidade das parametrizações do AG e do Método de Newton Raphson;
- Inclusão de outros tipos de não-linearidade na otimização como a não-linearidade física.

REFERÊNCIAS

- [1] “Traveling Salesman Problem”, Acesso em: 22/12/2010.
- [2] SULEMAN, A., SEDAGHATI, R., “Benchmark case studies in optimization of geometrically nonlinear structures”, , pp. 273–296 2005.
- [3] BARBOSA, H., LEMONGE, A., “An Adaptive Penalty Scheme In Genetic Algorithms For Constrained Optimization Problems”. In: *GECCO 2002: Proceedings of the Genetic and Evolutionary Computation Conf.*, pp. 287–294, Morgan Kaufmann Publishers: New York, 9-13 July 2002.
- [4] LEMONGE, A., BARBOSA, H., “An Adaptive Penalty Scheme for Genetic Algorithms in Structural Optimization”, *Int. Journal for Numerical Methods in Engineering*, v. 59, n. 5, pp. 703–736, 2004.
- [5] BARBOSA, H., LEMONGE, A., BORGES, C., “A genetic algorithm encoding for cardinality constraints and automatic variable linking in structural optimization.” *Engineering Structures*, v. 30, pp. 3708–3723, 2008.
- [6] LEMONGE, A., BARBOSA, H., COUTINHO, A., BORGES, C., “Multiple cardinality constraints and automatic member grouping in the optimal design of steel framed structures.” *Engineering Structures*, v. 33, pp. 433–444, 2011.
- [7] ARORA, J., *Introduction to Optimum Design*. McGraw-Hill, 1989.
- [8] GOLDBARG, M., LUNA, H., *Otimização Combinatória e Programação Linear - Modelos e Algoritmos*. Editora Campus Ltda, 2000.
- [9] DE CASTRO LEMONGE, A. C., *Aplicação de Algoritmos Genéticos em Otimização Estrutural*, Ph.D. Thesis, COPPE/UFRJ, 1999.
- [10] ELDRED, M., “Optimization Strategies for Complex Engineering Applications”, *Technical Report SAN 98-0340, Sandia National Laboratories*, 1998.
- [11] KARGUPTA, H., GOLDBERG, D., “Blackbox Optimization: Implications of Search”, *Technical Report LAUR-96-63, Los Alamos National Laboratory*, 1996.

- [12] BASTOS, E. A., *Otimização de Seções Retangulares de Concreto Armado Sbméticas à Flexo-Compressão Oblíqua Utilizando Algoritmos Genéticos*, Master's Thesis, Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2004.
- [13] KIRKPATRICK, S., GELATT, C., VECHE, M. P., "Optimization by simulated annealing", *Science*, v. 220, n. 4598, pp. 671–680, 1983.
- [14] DASGUPTA, D., *Artificial Immune Systems and Their Applications*. 1st ed. Springer, 1998.
- [15] PRINCE, K. V., STORM, R., LAMPINEM, J., *Differential Evolution - A Practical Approach to Global Optimization*. Springer, 2005.
- [16] DORIGO, M., STUTZLE, T., *Ant Colony Optimization*. The Mit Press, 2004.
- [17] KENNEDY, J., EBEHART, R., "Particle Swarm Optimization", *Proc. of IEEE International Conference on Neural Networks Piscataway, NJ*, pp. 1942–1948, 1995.
- [18] YANG, X., *Nature-Inspired Metaheuristics*. Luniver Press, 2008.
- [19] KARABOGA, *An idea based on honey bee swarm for numerical optimization*, Tech. rep., Erciyes University - Turkey, 2005.
- [20] GEEM, Z. W., KIM, J. H., LOGANATHAN, G. V., "A new heuristic optimization algorithm: Harmony Search Simulation", v. 76, pp. 60–68, 2001.
- [21] POLI, R., LOGAN, B., "On the relations between search and evolutionary algorithms", *Technical Report CSRP- 96-97, School of Computer Science, The University of Birmingham, UK*, 1996.
- [22] ERBATUR, F., HASANÇEBI, O., TÛTÛNCÛ, I., KILÇ, H., "Optimal design of planar and space structures with genetic algorithms", *Computers & Structures*, v. 75, pp. 209–224, 2000.
- [23] GERE, J., JR., W. W., *Análise de Estruturas Reticuladas*. Editora Guanabara Dois, 1981.
- [24] HAUG, E., ARORA, J., *Applied Optimal Design*. John Wiley, New York, 1979.

- [25] LEMONGE, A., *Application of Genetic algorithms in Structural Optimization Problems*, Ph.D. Thesis, Program of Civil Engineering – COPPE, Federal University of Rio de Janeiro, Brazil, 1999, (in Portuguese).
- [26] HAFTKA, R., KAMAT, M., *Elements of Structural Optimization*. Martinus Nighoff, 1985.
- [27] ADELI, H., KAMAL, O., “Efficient Optimization of Plane Trusses”, *Adv. Eng. Software*, v. 13, n. 3, pp. 116–122, 1991.
- [28] EL-SAYED, M., JANG, T., “Structural Optimization Using Unconstrained Nonlinear Goal Programming Algorithm”, *Computers & Structures*, v. 52, n. 4, pp. 723–727, 1994.
- [29] GALANTE, M., “Structures Optimization by a Simple Genetic Algorithm.” In: *Numerical Methods in Engineering and Applied Sciences*, pp. 862–870, 1992.
- [30] MEMARI, A., FULADGAR, A., “Minimum Weight Design of Trusses by BEHSAZ Program”. In: *Advances in Structural Optimization*, pp. 179–185, Civil-Comp Press.: Athens, Greece, 1994, The Second Int. Conf. on Computational Structures Technology.
- [31] GELLATLY, R., BERKE, L., *Optimal Structural Design*, Tech. Rep. AFFDL-TR-70-165, Air Force Flight Dynamics Lab., AFFDL, 1971.
- [32] SCHIMIT, L., MIURA, H., “A New Structural Analysis/Synthesis Capability: ACCESS 1”, *AIAA Journal*, v. 14, pp. 661–671, 1976.
- [33] GHASEMI, M., HINTON, E., WOOD, R., “Optimization of trusses using genetic algorithms for discrete and continuous variables”, *Engineering Computations*, v. 16, pp. 272–301, 1997.
- [34] SCHIMIT, L., FARSHI, B., “Some Approximation Concepts in Structural Synthesis”, *AIAA Journal*, v. 12, pp. 692–699, 1974.
- [35] V.B. VENKAYYA, N. K., REDDY, V., *Energy Distribution in an Optimal Structural Design*, Tech. Rep. AFFDL-TR-68-156, Flight Dynamics Laboratory, Wright-Patterson AFB, Ohio, 1969.

- [36] DOBBS, M., NELSON, R., “Application of Optimality Criteria to Automated Structural Design”, *AIAA Journal*, v. 14, pp. 1436–1443, 1976.
- [37] SCHIMIT, L., MIURA, H., *Approximation Concepts for Efficient Structural Synthesis*, Tech. Rep. CR-2552, NASA, 1976.
- [38] RIZZI, P., “Optimization of Multiconstrained Structures Based on Optimality Criteria”. In: *Proc. of 17th Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference*, King of Prussia, Pa., 1976.
- [39] KRISHNAMOORTY, C., RAJEEV, S., “Discrete Optimization of Structures Using Genetic Algorithms.” *Journal of Structural Engineering*, v. 118, n. 5, 1992.
- [40] GALANTE, M., “Genetic Algorithms as an Approach to Optimize Real-World Trusses.” *Int. Journal for Numerical Methods in Engineering*, v. 39, pp. 361–382, 1996.
- [41] LUENBERGER, D., *Linear and Nonlinear Programming*. Addison-Wesley Publishing Company, 1984, Reading, Massachusetts.
- [42] DARWIN, C., *A Origem das Espécies e a Seleção Natural*. Ed. Hemus, 2000.
- [43] GOLDBERG, D., “Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning”, 1989.
- [44] SHOENAUER, M., MICHALEWICZ, Z., “Evolutionary computation at the edge of feasibility”. In: *Parallel Problem Solving from Nature - PPSN IV*, v. 1141, pp. 245–254, Springer-Verlag: Berlin, 1996, LNCS.
- [45] KOZIEL, S., MICHALEWICZ, Z., “Evolutionary algorithms, homomorphous mappings, and constrained parameter optimization”, *Evolutionary Computation*, v. 7, n. 1, pp. 19–44, 1999.
- [46] LIEPINS, G., POTTER, W., “A Genetic Algorithm Approach to Multiple-Fault Diagnosis”. In: *Handbook of Genetic Algorithm, Chapter 7*, pp. 237–250, International Thomson Computer Press: Boston, USA, 1996.

- [47] ORVOSH, D., DAVIS, L., “A Genetic Algorithm to Optimize Problems with Feasibility Constraints”. In: *Proc. of the First IEEE Conference on Evolutionary Computation*, pp. 548–553, IEEE Press, 1994.
- [48] ADELI, H., CHENG, N.-T., “Augmented Lagrangian Genetic Algorithm for Structural Optimization”, *Journal of Aerospace Engineering*, v. 7, n. 1, pp. 104–118, January 1994.
- [49] BARBOSA, H., “A Coevolutionary Genetic algorithm for Constrained Optimization Problems”. In: *Proc. of the Congress on Evolutionary Computation*, pp. 1605–1611, Washington, DC, USA, 1999.
- [50] SURRY, P. D., RADCLIFFE, N. J., “The COMOGA Method: Constrained Optimisation by Multiobjective Genetic Algorithms”, *Control and Cybernetics*, v. 26, n. 3, 1997.
- [51] RUNARSSON, T. P., YAO, X., “Stochastic Ranking for Constrained Evolutionary Optimization”, *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, v. 4, n. 3, pp. 284–294, September 2000.
- [52] VAN KAMPEN, A., STROM, C., BUYDENS, L., “Lethalization, penalty and repair functions for constraint handling in the genetic algorithm methodology”, *Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems*, v. 34, pp. 55–68, 1996.
- [53] MICHALEWICZ, Z., SHOENAUER, M., “Evolutionary Algorithms for Constrained Parameter Optimization Problems”, *Evolutionary Computation*, v. 4, n. 1, pp. 1–32, 1996.
- [54] HINTERDING, R., MICHALEWICZ, Z., “Your Brains and My Beauty: Parent Matching for Constrained Optimization”. In: *Proc. of the Fifth Int. Conf. on Evolutionary Computation*, pp. 810–815, Alaska, May 4-9 1998.
- [55] KOZIEL, S., MICHALEWICZ, Z., “A Decoder-Based Evolutionary Algorithm for Constrained Optimization Problems”. In: *Proc. of the Fifth Parallel Problem Solving from Nature*, Springer Verlag: Amsterdam, September 27-30 1998, Lecture Notes in Computer Science.

- [56] KIM, J.-H., MYUNG, H., “Evolutionary Programming Techniques for Constrained Optimization Problems”, *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, v. 2, n. 1, pp. 129–140, 1997.
- [57] MEZURA-MONTES, E., *Cosntraint-Handling in Evolutionaray Optimization*. Springer, 2009.
- [58] MICHALEWICZ, Z., “A Survey of Constraint Handling Techniques in Evolutionary Computation”. In: *Proc. of the 4th Int. Conf. on Evolutionary Programming*, pp. 135–155, MIT Press: Cambridge, MA, 1995.
- [59] RICHE, Z. M. D. D. R. L., SHOENAUER, M., “Evolutionary Algorithms for Constrained Engineering Problems”, *Computers & Industrial Engineering Journal*, v. 30, n. 2, pp. 851–870, 1996.
- [60] POWELL, D., SKOLNICK, M., “Using Genetic Algorithms in Engineering Design Optimization with Non-linear Constraints”. In: *Proc. of the Fifth Int. Conf. on Genetic Algorithms*, pp. 424–430, Morgan Kaufmann: San Mateo, CA, 1993.
- [61] DEB, K., “An Efficient Constraint Handling Method for Genetic Algorithms”, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, v. 186, n. 2-4, pp. 311–338, June 2000.
- [62] KNOPF-LENOIR, R. L. R. C., HAFTKA, R., “A Segregated Genetic Algorithm for Constrained Structural Optimization”. In: *Proc. of the Sixth Int. Conf. on Genetic Algorithms*, pp. 558–565, Pittsburgh, PA., July 1995.
- [63] LAI, H. H. S.-Y., QI, X., “Constrained Optimization via Genetic Algorithms”, *Simulation*, v. 62, n. 4, pp. 242–254, 1994.
- [64] JOINES, J., HOUCK, C. R., “On the use of non-stationary penalty methods to solve nonlinear constrained optimization problems with GAs”. In: *Proc. of 1994 IEEE Conf. on Evolutionary Computation*, pp. 579–585, Piscataway, New Jersey: Institute of Electrical and Electronics Engineers, 1994.
- [65] BEAN, J., ALOUANE, A., *A Dual Genetic Algorithm for Bounded Integer Programs*, Tech. Rep. TR 92-53, Departament of Industrial and Operations Engineering, The University of Michigan, 1992.

- [66] SMITH, D. C. A., TATE, D., “Adaptive Penalty Methods for Genetic Optimization of Constrained Combinatorial Problems”, *INFORMS Journal on Computing*, v. 6, n. 2, pp. 173–182, 1996.
- [67] SHOENAUER, M., XANTHAKIS, S., “Constrained GA Optimization”. In: *Proc. of the Fifth Int. Conf. on Genetic Algorithms*, pp. 573–580, Morgan Kaufmann Publishers: Los Altos, CA, 1993.
- [68] HAMIDA, S. B., SHOENAUER, M., “An adaptive algorithm for constrained optimization problems”. In: *Parallel Problem Solving from Nature - PPSN VI*, v. 1917, pp. 529–538, Springer-Verlag: Berlin, 2000, Lecture Notes in Computer Science.
- [69] IBA, H., *Frontiers in Evolutionary Robotics*. I-Tech, 2008.
- [70] BARBOSA, H., LEMONGE, A., “A Genetic Algorithm Encoding for a Class of Cardinality Constraints”. In: *GECCO’05: Proceedings of the Genetic and Evolutionary Computation Conference*, pp. 1193–1200, ACM Press: New York, 2005.
- [71] BARBOSA, H., LEMONGE, A., “A Genetic Algorithm Encoding for a Class of Cardinality Constraints”. In: *Proceedings of the Genetic and Evolutionary Computation Conference, GECCO-2005*, pp. 1193–1200, ACM Press: New York, 2005.
- [72] ZIENKIEWICZ, O., “Incremental Displacements in Nonlinear Problems”, *Int J Numer Methods Eng*, v. 3, pp. 587–592, 1971.
- [73] HAISLER, W., STRICKLIN, J., KEY, J., “Incrementation in nonlinear structural analysis by self-correcting method”, *Int J Numer Methods Eng*, v. 11, pp. 3–10, 1977.
- [74] BATOZ, J., DHATT, G., “Incremental displacement algorithms for nonlinear problems”, *Int J Numer Methods Eng*, v. 14, pp. 1262–1267, 1979.
- [75] WEMPNER, G. A., “Discrete Approximation Related to Nonlinear Theories of Solids”, *Int J Solids Struct*, v. 7, pp. 1581–1599, 1971.

- [76] RICKS, E., “An incremental approach to the solution of snapping and buckling problems”, *Int J Solids Struct*, v. 15, pp. 529–551, 1979.
- [77] CRISFIELD, M., “A fast incremental/iterative procedure that handles snap-through”, *Comput Struct*, v. 13, pp. 55–62, 1981.
- [78] PADOVAN, J., TOVICHAKCHAIKUL, S., “Self adaptive predictor-corrector algorithms for static nonlinear structural analysis”, *Comput Struct*, v. 17, pp. 871–879, 1983.
- [79] BATHE, K., DVORKIN, E., “On the automatic solution of nonlinear finite element equations”, *Comput Struct*, v. 17, pp. 871–879, 1983.
- [80] ROSEN, A., SCHMIT, L. A. J., “Design oriented analysis of imperfect truss structures, Part II: Approximate Analysis”, *Int J Numer Methods Eng*, v. 15, pp. 483–494, 1980.
- [81] DE FREITAS, J. T., DE ALMEIDA, J. M., “Elastic Synthesis for Large Displacements”, *Proceedings of International Symposium on Optimal Structural Design, University of Arizona, Tucson, Arizona*, v. 13, pp. 35–41, 1981.
- [82] KHOT, N., “Nonlinear analysis of optimized structure with constraints on system stability”, *AIAA J*, v. 21, pp. 1181–1186, 1983.
- [83] KAMAT, M., KHOT, N., WATSON, L., “On optimizing frame type structures in nonlinear response”, *Comput Methods Nonlin Solids Struct Mech*, v. 54, pp. 111–119, 1983.
- [84] KAMAT, M., KHOT, N., VENKAYYA, V., “Optimization of shallow trusses against limit point instability”, *AIAA J*, v. 22, pp. 403–408, 1984.
- [85] KAMAT, M., “Optimization of shallow arches against instability using sensitivity derivatives”, *Finite Elements in Analysis and Design*, v. 3, pp. 277–284, 1987.
- [86] KAMAT, M., RAUNGASILASINGHA, P., “Optimization of space truss against instability using design sensitivity derivatives”, *Eng Optim*, v. 8, pp. 177–188, 1985.

- [87] LEVY, R., PERNG, H., “Optimization for nonlinear stability”, *Comput Struct*, v. 30, pp. 529–535, 1988.
- [88] SMAUI, H., *An Integrated Approach to the Synthesis of Geometrically Nonlinear Structures*, Master’s Thesis, University of California, Los Angeles, 1985.
- [89] SMAUI, H., SCHMIT, L., “An Integrated Approach to the Synthesis of Geometrically Nonlinear Structures”, *Int J Numer Methods Eng*, v. 26, pp. 555–570, 1988.
- [90] WU, C., ARORA, J., “Simultaneous Analysis and Design of Nonlinear Response”, *Eng Comput*, v. 2, pp. 53–63, 1971.
- [91] WU, C., ARORA, J., “Design Sensitivity Analysis of Nonlinear Buckling Load”, *Comput Mech*, v. 3, pp. 129–140, 1988.
- [92] CARDOSO, J., ARORA, J., “Variational Method for design sensitivity analysis in nonlinear structural mechanics”, *AIAA J*, v. 26, pp. 5, 1988.
- [93] ARORA, J., CARDOSO, J., “A design sensitivity analysis principle and its implementation into ADINA”, *Comput Struct*, v. 32, pp. 691–705, 1989.
- [94] CHOI, K., SANTOS, J., “Design sensitivity analysis of nonlinear structural systems. Part I: Theory”, *Int J Numer Methods Eng*, v. 24, pp. 2039–2055, 1987.
- [95] SANTOS, J., CHOI, K., “Sizing Design Sensitivity Analysis of Nonlinear Structural Systems, Part II: Numerical Method”, *Int J Numer Methods Eng*, v. 26, pp. 2039–2055, 1988.
- [96] KEGL, M., BUTINAR, B., OBLAK, M., “Shape optimal design of elastic planar frames with nonlinear response”, *Int J Numer Methods Eng*, v. 38, pp. 3227–3242, 1995.
- [97] KEGL, M., ANTES, H., “Shape optimal design of elastic space frames with nonlinear response”, *Int J Numer Methods Eng*, v. 43, pp. 93–110, 1998.
- [98] POLYNKIN, A., KEULEN, F. V., TOROPOV, V., “Optimization of geometrically nonlinear thin-walled structures using the multipoint approximation method”, *Struct Optim*, v. 9, pp. 105–116, 1995.

- [99] POLYNKIN, A. A., KEULEN, F. V., TOROPOV, V., “Optimization of geometrically nonlinear structures based on a multipoint approximation method and adaptivity”, *Engineering Computations. Int J Computer-Aided Eng & Software*, v. 13, pp. 76–97, 1996.
- [100] HAFTKA, R., “Integrated nonlinear structural analysis and design”, *AIAA J*, v. 27, pp. 1622–1627, 1989.
- [101] OROZCO, C., GHATTAS, O., “A reduced SAND method for optimal design of nonlinear-structures”, *Int J Numer Methods Eng*, v. 40, pp. 2759–2774, 1997.
- [102] SAKA, M., “Optimum Design of Nonlinear Sapece Truss”, *Comput Struct*, v. 30, pp. 545–551, 1988.
- [103] SAKA, M., ULKER, M., “Optimum Desing of Geometrically Nonlinear Space Truss”, *Comput Struct*, v. 42, pp. 289–299, 1992.
- [104] LIN, Y., CHUNG, T., SUN, T., “Weight optimization of nonlinear truss structures with static response”, *J. Chinese Society Mech Eng*, v. 13, pp. 317–326, 1992.
- [105] SEDAGHATI, R., TABARROK, B., “Optimum design of truss structures undergoing large deflections subject to a system stability constraint”, *Int J Numer Methods Eng*, v. 48(3), pp. 421–434, 2000.
- [106] SEDAGHATI, R., TABARROK, B., SULEMAN, A., “Structural Design Optimization of Nonlinear Symmetric Structures using the Group Theoretic Approach”, *AIAA J*, v. 39(8), pp. 1593–1599, 2001.
- [107] PYRZ, M., “Discrete optimization of trusses with stability constraints”, *Engineering Optimization*, v. 16(2), pp. 79–89, 1990.
- [108] SAKA, M., “Optimum topological design of geometrically nonlinear single layer latticed domes using coupled genetic algorithm.” *Computers and Structures*, v. 85, n. 21–22, pp. 1635–1646, 2007.
- [109] HRINDA, G. A., NGUYEN, D. T., “Optimization of stability-constrained geometrically nonlinear shallow trusses using an arc length sparse method with

- a strain energy density approach”, *Finite Elements in Analysis and Design*, v. 44, n. 15, pp. 933 – 950, 2008.
- [110] DEGERTEKIN, S., SAKA, M., HAYALIOGLU, M., “Optimal load and resistance factor design of geometrically nonlinear steel space frames via tabu search and genetic algorithms”, *Engineering Structures*, v. 30, pp. 197–205, 2008.
- [111] CRISFIELD, M., *Non-linear Finite Element Analysis of Solid and Structures*. v. 1. Wiley, 1991.
- [112] LEMONGE, A. C. C., SILVA, M. M., BARBOSA, H. J., BORGES, C. C., LIMA, E. B., SANTOS, P. P., “A genetic algorithm for optimization of geometrically nonlinear truss structures”, *SIMMEC*, 2010.
- [113] ELIAS, Z., *Theory and methods of structural analysis*. John Wiler & Sons, 1986.
- [114] SAKA, M., ULKER, M., “Optimum design of geometrically non-linear space trusses.” *Computers and Structures*, v. 41, pp. 1387–1396, 1991.
- [115] EBENAU, C., ROTSSCHAFFER, J., THIERAUF, G., “An advanced evolutionary strategy with an adaptive penalty function for mixed-discrete structural optimisation.” *Advances in Engineering Software*, v. 36, pp. 29–38, 2005.
- [116] CAPRILES, P., FONSECA, L., BARBOSA, H., LEMONGE, A., “Rank-based ant colony algorithms for truss weight minimization with discrete variables.” *Communications in Numerical Methods in Engineering*, v. 26, n. 6, pp. 553–576, 2007.