



Universidade Federal de Juiz de Fora  
Programa de Pós-Graduação em  
Engenharia Elétrica

Gléverson Fabner Condé Lemos

TÉCNICAS DE DETECÇÃO E IMPLEMENTAÇÃO EM FPGA DE  
MODULAÇÕES QAM DE ORDEM ELEVADA

Dissertação de Mestrado

Juiz de Fora  
2011

Gléverson Fabner Condé Lemos

Técnicas de Detecção e Implementação em FPGA de Modulações QAM de Ordem Elevada

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, área de concentração: Sistemas Eletrônicos, da Faculdade de Engenharia da Universidade Federal de Juiz de Fora como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre.

Orientador: Prof. Moisés Vidal Ribeiro, D.Sc.

Juiz de Fora

2011

Gléverson Fabner Condé Lemos

Técnicas de Detecção e Implementação em FPGA de Modulações QAM de Ordem Elevada

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, área de concentração: Sistemas Eletrônicos, da Faculdade de Engenharia da Universidade Federal de Juiz de Fora como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre.

Aprovada em 12 de Setembro de 2011.

BANCA EXAMINADORA:

---

**Prof. Moisés Vidal Ribeiro, D.Sc.**

Universidade Federal de Juiz de Fora, UFJF

Orientador

---

**Prof. Augusto Santiago Cerqueira, D. Sc.**

Universidade Federal de Juiz de Fora, UFJF

---

**Prof. Luciano Manhães de Andrade Filho, D. Sc.**

Universidade Federal de Juiz de Fora, UFJF

---

**Prof. Cássio Gonçalves do Rêgo, D. Sc.**

Universidade Federal de Minas Gerais, UFMG

*Aos meus pais, Gerson e Lindonésia.*

## AGRADECIMENTOS

À Deus, pela vida, por estar sempre no meu caminho, iluminando e guiando as escolhas certas.

Ao meu orientador, Professor Moisés Vidal Ribeiro, pela amizade e confiança, pelas cobranças e exigências, e pela orientação e incentivo que tornaram possível a conclusão desta dissertação.

Aos colegas do Laboratório de Processamento de Sinais e Telecomunicações - LAPTEL, pela amizade, disposição e boa vontade em sempre ajudar. Em especial, agradeço à Laryssa Amado, Lucas Romero, Marcos Vinícius de Oliveira, Thiago de Oliveira, Ana Luiza Ferreira, Renan Silveira, Guilherme Colen, Filipe La-Gatta, Guilherme Filho, Eduardo Aguiar, Cristiano Marques, Luciano Manhães, Fabrício Pablo, Zhi Quan, Paola Saboyá, Leandro Manso, Carlos Martins e Davis Barbosa.

Aos Professores da Universidade Federal de Juiz de Fora pela contribuição na minha formação.

Aos amigos e colegas, pela compreensão e bons momentos de convivência.

E em especial aos meus pais, Gerson e Lindonésia, e minhas irmãs, Kênia e Érica, e demais familiares, que com muito carinho e apoio, não mediram esforços para que eu chegasse até esta etapa de minha vida.

Muito obrigado a todos!

*“Se enxerguei mais longe, foi porque me apoiei sobre ombros de gigantes.”*

Isaac Newton

## RESUMO

A presente dissertação versa sobre técnicas de baixo custo para detecção, modulação e demodulação de constelações  $M$ -QAM (*quadrature amplitude modulation*) de ordem elevada, ou seja,  $M = 2^n$ ,  $n = \{2, 3, \dots, 16\}$ . Além disso, são propostas constelações alternativas para  $M$ -QAM,  $M = 2^{2n}$ ,  $n = \{1, 2, \dots, 8\}$ , que buscam minimizar a PAPR (*peak to average power ratio*) quando um sistema OFDM (*orthogonal frequency division multiplexing*) é utilizado para a transmissão de dados. Uma implementação, de baixo custo e em dispositivo FPGA (*field programmable gate array*), de um esquema de modulação constante e adaptativa para sistemas OFDM, quando a modulação é  $M$ -QAM,  $M = 2^{2n}$ ,  $n = \{1, 2, \dots, 8\}$ , é descrita e analisada.

O desempenho das técnicas de detecção propostas é avaliado através de simulações computacionais quando o ruído é AWGN (*additive white Gaussian noise*) e AIGN (*additive impulsive Gaussian noise*). Os resultados em termos de  $\text{BER} \times E_b/\mathcal{N}_0$  indicam que as perdas de desempenho geradas com as técnicas propostas não são significativas e, portanto, tais técnicas são candidatas adequadas para a implementação de um sistema OFDM com elevada eficiência espectral. Os resultados computacionais revelam ainda que as propostas alternativas para constelações  $M$ -QAM reduzem a PAPR, mas, em contrapartida, degradam consideravelmente a BER. Finalmente, a análise da complexidade computacional das técnicas de detecção e demodulação, as quais foram implementadas em dispositivo FPGA, indica que há uma redução do custo computacional, ou seja, redução do uso de recursos de *hardware* do dispositivo FPGA quando tais técnicas são implementadas para a demodulação e detecção de símbolos  $M$ -QAM de ordem elevada.

Palavras chave: modulação QAM, modulação adaptativa, QAM quadrada, QAM cruzada, detecção de símbolos, FPGA.

## ABSTRACT

This dissertation deals with low-cost techniques for detection, modulation and demodulation of high order  $M$ -QAM (*quadrature amplitude modulation*) constellations, *i.e.*,  $M = 2^n$ ,  $n = \{2,3,\dots,16\}$ . In addition, alternative constellations are proposed to  $M$ -QAM,  $M = 2^{2n}$ ,  $n = \{1,2,\dots,8\}$ , which seek to minimize the PAPR (*peak to average power ratio*) when an OFDM (*orthogonal frequency division multiplexing*) system is used for data transmission. A low-cost implementation using a FPGA (*field programmable gate array*) device of a modulation scheme for constant and adaptive OFDM systems when the modulation is  $M$ -QAM,  $M = 2^{2n}$ ,  $n = \{1,2,\dots,8\}$ , is described and analyzed.

The performance of the proposed detection techniques is evaluated through computer simulations when the noise is AWGN (*additive white Gaussian noise*) and AIGN (*additive impulsive Gaussian noise*). The results in terms of  $\text{BER} \times E_b/\mathcal{N}_0$  indicate that the performance losses generated by the proposed techniques are not significant and, therefore, such techniques are appropriate candidates for the implementation of an OFDM system with high spectral efficiency. The computational results reveal that the alternative proposals for  $M$ -QAM constellations reduce the PAPR, but, considerably degrade the BER. Finally, the analysis of computational complexity of detection and demodulation techniques, which were implemented in a FPGA device, indicates that there is a computational cost reduction, *i.e.*, a reduction of resource usage of *hardware* device such as FPGA when these techniques are implemented for the demodulation and detection of high-order  $M$ -QAM symbols.

Keywords: QAM modulation, adaptive modulation, square QAM, cross QAM, symbol detection, FPGA.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

1	Exemplos de constelações de 4 pontos. . . . .	28
2	Constelação 8-PSK. . . . .	29
3	Exemplos de constelações QAM dos Tipos I, II e III. . . . .	30
4	Constelação ótima de 16 pontos proposta por Lucky <i>et al.</i> . . . . .	31
5	Constelação ótima de 16 pontos proposta por Foschini <i>et al.</i> . . . . .	32
6	Constelação ótima de 32 pontos proposta por Smith. . . . .	34
7	Diagrama de constelação QAM. . . . .	35
8	Exemplo ilustrativo do método de construção das palavras do código Gray. . . . .	38
9	Diagrama de constelação 4-QAM quadrada com codificação Gray. . . . .	39
10	Diagrama de constelação 16-QAM quadrada com codificação Gray. . . . .	40
11	Diagrama de constelação 64-QAM quadrada com codificação Gray. . . . .	40
12	Diagrama de constelação 256-QAM quadrada com codificação Gray. . . . .	41
13	Constelação 32-QAM retangular. . . . .	43
14	Constelação 32-QAM cruzada. . . . .	44
15	Esquema geral de uma constelação QAM cruzada. . . . .	44
16	Construção de uma constelação 32-QAM cruzada a partir de uma constelação 32-QAM retangular. . . . .	45
17	Construção de uma constelação 128-QAM cruzada a partir de uma constelação 128-QAM retangular. . . . .	46
18	Constelação 32-QAM cruzada pseudo-Gray. . . . .	47
19	Esquema de modulação adaptativa adotado na tecnologia WiMax, reproduzido a partir de (FIGUEIREDO, 2009). . . . .	49
20	Sub-portadoras em uma modulação adaptativa fixa. . . . .	50

21	Sub-portadoras em uma modulação adaptativa variável. . . . .	51
22	Diagrama de bloco de um esquema de modulação adaptativa. . . . .	52
23	Ruído Gaussiano branco aditivo. . . . .	53
24	Principais modelos de ruídos simulados. . . . .	55
25	Modulação. . . . .	60
26	Demodulação por filtro casado. . . . .	61
27	Modelo do sistema. . . . .	61
28	Regiões de Voronoi para constelação 16-QAM quadrada. . . . .	66
29	Regiões de Voronoi generalizadas para constelações quadradas. . . . .	68
30	Regiões de Voronoi para constelação 32-QAM cruzada. . . . .	69
31	Regiões de Voronoi para constelação 128-QAM cruzada. . . . .	69
32	Regiões de Voronoi generalizadas para constelações cruzadas. . . . .	73
33	Esquema de detecção proposto para 64-QAM, 4 regiões com 16 pontos. . . . .	74
34	Esquema de detecção proposto para 64-QAM, 16 regiões com 4 pontos. . . . .	75
35	Esquema de detecção proposto para 32-QAM, 5 regiões com 4 pontos e 4 regiões com 3 pontos. . . . .	75
36	Fluxograma do algoritmo da modulação 16-QAM quadrada. . . . .	77
37	RTL da implementação em Verilog da modulação 1024-QAM quadrada. . . . .	78
38	Fluxograma do algoritmo da demodulação 16-QAM quadrada. . . . .	78
39	Fluxograma do algoritmo de detecção/demodulação 16-QAM quadrada. . . . .	79
40	RTL da implementação em Verilog da detecção/demodulação 16-QAM quadrada. . . . .	80
41	Máquina de estados para detecção 16-QAM quadrada. . . . .	81
42	RTL da máquina de estados criada para a detecção 16-QAM quadrada. . . . .	82
43	Trecho de um código em Verilog da detecção por máquina de estados para 32-QAM cruzada. . . . .	83

44	Busca binária em árvore de tamanho 9 e profundidade 3, com raiz 8 e folhas 1, 4, 7 e 13. . . . .	84
45	Modelo de sistema para a técnica proposta para detecção/demodulação $M$ -QAM. . . . .	85
46	Trecho de um código em Verilog da modulação adaptativa com $M$ -QAM variável. . . . .	88
47	Generalização das constelações quadradas. . . . .	90
48	Constelações 64-QAM alternativas. . . . .	98
49	Constelações 16-QAM alternativas. . . . .	100
50	Densidade espectral de potência da constelação 16-QAM $2 \times 8$ . . . . .	100
51	Número de comparações requeridas para detecção por Regiões de Voronoi, 16-QAM quadrada. . . . .	106
52	Regiões de Voronoi críticas da constelação 128-QAM. . . . .	110
53	Número de comparações requeridas para detecção por Regiões de Voronoi, 32-QAM cruzada. . . . .	110
54	Relação $\text{BER} \times E_b/\mathcal{N}_0$ para modulação 4-QAM, com ruído AWGN. . .	113
55	Relação $\text{BER} \times E_b/\mathcal{N}_0$ para modulação 16-QAM, com ruído AWGN. .	114
56	Relação $\text{BER} \times E_b/\mathcal{N}_0$ para modulação 64-QAM, com ruído AWGN. .	114
57	Relação $\text{BER} \times E_b/\mathcal{N}_0$ para modulação 256-QAM, com ruído AWGN. .	115
58	Relação $\text{BER} \times E_b/\mathcal{N}_0$ para modulação 1024-QAM, com ruído AWGN.	115
59	Relação $\text{BER} \times E_b/\mathcal{N}_0$ para modulação 4096-QAM, com ruído AWGN.	116
60	Relação $\text{BER} \times E_b/\mathcal{N}_0$ para modulação 16384-QAM, com ruído AWGN.	116
61	Relação $\text{BER} \times E_b/\mathcal{N}_0$ para modulação 65536-QAM, com ruído AWGN.	117
62	Relação $\text{BER} \times E_b/\mathcal{N}_0$ para modulação 4-QAM, com ruído AIGN. . .	117
63	Relação $\text{BER} \times E_b/\mathcal{N}_0$ para modulação 16-QAM, com ruído AIGN. . .	118
64	Relação $\text{BER} \times E_b/\mathcal{N}_0$ para modulação 64-QAM, com ruído AIGN. . .	118
65	Relação $\text{BER} \times E_b/\mathcal{N}_0$ para modulação 256-QAM, com ruído AIGN. .	119
66	Relação $\text{BER} \times E_b/\mathcal{N}_0$ para modulação 1024-QAM, com ruído AIGN. .	119

67	Relação $\text{BER} \times E_b/\mathcal{N}_0$ para modulação 4096-QAM, com ruído AIGN. .	120
68	Relação $\text{BER} \times E_b/\mathcal{N}_0$ para modulação 16384-QAM, com ruído AIGN.	120
69	Relação $\text{BER} \times E_b/\mathcal{N}_0$ para modulação 65536-QAM, com ruído AIGN.	121
70	Relação $\text{BER} \times E_b/\mathcal{N}_0$ para modulação 8-QAM cruzada, com ruído AWGN. . . . .	122
71	Relação $\text{BER} \times E_b/\mathcal{N}_0$ para modulação 8-QAM cruzada, com ruído AIGN.	123
72	Relação $\text{BER} \times E_b/\mathcal{N}_0$ para modulação 32-QAM cruzada, com ruído AWGN. . . . .	123
73	Relação $\text{BER} \times E_b/\mathcal{N}_0$ para modulação 32-QAM cruzada, com ruído AIGN. . . . .	124
74	Relação $\text{BER} \times E_b/\mathcal{N}_0$ para modulação 128-QAM cruzada, com ruído AWGN. . . . .	124
75	Relação $\text{BER} \times E_b/\mathcal{N}_0$ para modulação 128-QAM cruzada, com ruído AIGN. . . . .	125
76	Relação $\text{BER} \times E_b/\mathcal{N}_0$ para modulação 512-QAM cruzada, com ruído AWGN. . . . .	125
77	Relação $\text{BER} \times E_b/\mathcal{N}_0$ para modulação 512-QAM cruzada, com ruído AIGN. . . . .	126
78	Relação $\text{BER} \times E_b/\mathcal{N}_0$ para modulação 2048-QAM cruzada, com ruído AWGN. . . . .	127
79	Relação $\text{BER} \times E_b/\mathcal{N}_0$ para modulação 2048-QAM cruzada, com ruído AIGN. . . . .	127
80	Relação $\text{BER} \times E_b/\mathcal{N}_0$ para modulação 8192-QAM cruzada, com ruído AWGN. . . . .	128
81	Relação $\text{BER} \times E_b/\mathcal{N}_0$ para modulação 8192-QAM cruzada, com ruído AIGN. . . . .	128
82	Relação $\text{BER} \times E_b/\mathcal{N}_0$ para modulação 32768-QAM cruzada, com ruído AWGN. . . . .	129
83	Relação $\text{BER} \times E_b/\mathcal{N}_0$ para modulação 32768-QAM cruzada, com ruído AIGN. . . . .	129

84	Relação $\text{BER} \times E_b/\mathcal{N}_0$ para modulação 64-QAM alternativa, com ruído AWGN. . . . .	135
85	Relação $\text{BER} \times E_b/\mathcal{N}_0$ para modulação 256-QAM alternativa, com ruído AWGN. . . . .	135
86	Diagrama de Voronoi para 2 pontos. . . . .	144
87	Diagrama de Voronoi para 3 pontos. . . . .	144
88	Diagrama de Voronoi de um conjunto aleatório de pontos no plano. . .	145
89	Código em Verilog da modulação 16-QAM quadrada. . . . .	146
90	Código em Verilog da demodulação 16-QAM quadrada. . . . .	147
91	Código em Verilog da detecção 16-QAM quadrada. . . . .	148
92	Trecho de um código em Verilog da detecção por máquina de estados para 16-QAM quadrada. . . . .	149
93	Trecho de um código em Verilog da detecção por máquina de estados para 32-QAM cruzada. . . . .	150

## LISTA DE TABELAS

1	Comparação entre os sistemas binário e Gray. . . . .	38
2	Número de operações para detecção ML de um símbolo QAM. . . . .	63
3	Possíveis combinações de entrada da modulação 16-QAM e suas saídas. . . . .	89
4	Modulação 16-QAM utilizando o vetor de mapeamento $\mathbf{V}_{16}$ . . . . .	96
5	Abreviações dos nomes das técnicas de detecção para as constelações quadradas e cruzadas. . . . .	103
6	Comparação de complexidade computacional para os métodos de detecção propostos para constelação 4-QAM quadrada. . . . .	104
7	Comparação de complexidade computacional para os métodos de detecção propostos para constelação 16-QAM quadrada. . . . .	104
8	Comparação de complexidade computacional para os métodos de detecção propostos para constelação 64-QAM quadrada. . . . .	104
9	Comparação de complexidade computacional para os métodos de detecção propostos para constelação 256-QAM quadrada. . . . .	104
10	Comparação de complexidade computacional para os métodos de detecção propostos para constelação 1024-QAM quadrada. . . . .	104
11	Comparação de complexidade computacional para os métodos de detecção propostos para constelação 4096-QAM quadrada. . . . .	105
12	Comparação de complexidade computacional para os métodos de detecção propostos para constelação 16384-QAM quadrada. . . . .	105
13	Comparação de complexidade computacional para os métodos de detecção propostos para constelação 65536-QAM quadrada. . . . .	105
14	Comparação de complexidade computacional para técnicas de detecção por regiões de Voronoi, em termos de operações de comparação. . . . .	107
15	Comparação de complexidade computacional para técnicas de detecção Voronoi+4-ML. . . . .	107

16	Comparação de complexidade computacional para técnicas de detecção Voronoi+16-ML. . . . .	108
17	Comparação de complexidade computacional para técnicas de detecção Voronoi+64-ML. . . . .	108
18	Comparação de complexidade computacional para técnicas de detecção Voronoi+256-ML. . . . .	108
19	Comparação de complexidade computacional para técnicas de detecção Voronoi+1024-ML. . . . .	108
20	Comparação de complexidade computacional para técnicas de detecção Voronoi+4096-ML. . . . .	108
21	Comparação de complexidade computacional para técnicas de detecção Voronoi+16384-ML. . . . .	109
22	Comparação generalizada da complexidade computacional para os métodos de detecção propostos para constelações $M$ -QAM quadradas. . . .	109
23	Comparação de complexidade computacional para os métodos de detecção propostos para constelação 8-QAM cruzada. . . . .	111
24	Comparação de complexidade computacional para os métodos de detecção propostos para constelação 32-QAM quadrada. . . . .	111
25	Comparação de complexidade computacional para os métodos de detecção propostos para constelação 128-QAM cruzada. . . . .	111
26	Comparação de complexidade computacional para os métodos de detecção propostos para constelação 512-QAM cruzada. . . . .	112
27	Comparação de complexidade computacional para os métodos de detecção propostos para constelação 2048-QAM cruzada. . . . .	112
28	Comparação de complexidade computacional para os métodos de detecção propostos para constelação 8192-QAM cruzada. . . . .	112
29	Comparação de complexidade computacional para os métodos de detecção propostos para constelação 32768-QAM cruzada. . . . .	112
30	Perdas de desempenho das estratégias de detecção propostas para a implementação da modulação $M$ -QAM quadrada. . . . .	121

31	Perdas de desempenho das estratégias de detecção propostas para a implementação da modulação $M$ -QAM cruzada. . . . .	130
32	Resultados alcançados com a implementação da modulação $M$ -QAM quadrada num dispositivo FPGA Altera Stratix III EP3SL150F1152C2. . . . .	130
33	Resultados alcançados com a implementação da modulação $M$ -QAM cruzada num dispositivo FPGA Altera Stratix III EP3SL150F1152C2. . . . .	131
34	Resultados obtidos com a implementação das estratégias de detecção propostas para 16-QAM num dispositivo Altera Stratix III EP3SL150F1152C2. . . . .	131
35	Resultados alcançados com a implementação da configuração de Voronoi para a técnica de detecção proposta para $M$ -QAM quadrada num dispositivo FPGA Altera Stratix III EP3SL150F1152C2. . . . .	132
36	Resultados alcançados com a implementação da configuração de Voronoi para a técnica de detecção proposta para $M$ -QAM cruzada num dispositivo FPGA Altera Stratix III EP3SL150F1152C2. . . . .	132
37	Valores de PAPR para constelação proposta 4-QAM. . . . .	132
38	Valores de PAPR para constelação proposta 16-QAM. . . . .	133
39	Valores de PAPR para constelação proposta 64-QAM. . . . .	133
40	Valores de PAPR para constelação proposta 256-QAM. . . . .	133
41	Valores de PAPR para constelação proposta 1024-QAM. . . . .	133
42	Valores de PAPR para constelação proposta 4096-QAM. . . . .	133
43	Valores de PAPR para constelação proposta 16384-QAM. . . . .	134
44	Valores de PAPR para constelação proposta 65536-QAM. . . . .	134

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

**ADSL** linhas telefônicas digitais assimétricas (do inglês, *asymmetric digital subscriber line*)

**AIGN** ruído aditivo Gaussiano e impulsivo (do inglês, *additive impulsive Gaussian noise*)

**AM-PM** modulação conjunta de amplitude e fase (do inglês, *amplitude modulation - phase modulation*)

**ANSI** *American National Standards Institute*

**AWGN** ruído aditivo Gaussiano branco (do inglês, *additive white Gaussian noise*)

**BPSK** chaveamento binário por mudança de fase (do inglês, *binary phase shift keying*)

**BER** taxa de erro de bits (do inglês, *bit error rate*)

**BST** árvore de busca binária (do inglês, *binary search tree*)

**BT** baixa tensão

**COMSAT** *Communications Satellite Corporation*

**DSP** processamento digital de sinais (do inglês, *digital signal processing*)

**FEC** códigos corretores de erros (do inglês, *forward error correction*)

**FPGA** arranjo de portas programável em campo (do inglês, *field programmable gate array*)

**HDL** linguagem de descrição de *hardware* (do inglês, *hardware language description*)

**HS-OFDM** OFDM Hermitiana simétrica (do inglês, *Hermitian symmetrical OFDM*)

**I** em fase (do inglês, *in-phase*)

**IEEE** *The Institute of Electrical and Electronics Engineers*

**i.i.d.** independentes e identicamente distribuídos

**ITU-T** *International Telecommunication Union - Telecommunication Standardization Sector*

**LAN** rede local de dados (do inglês, *local area network*)

**LC** células lógicas (do inglês, *logic cells*)

**LSB** bit menos significativo (do inglês, *least significant bit*)

**LUT** busca em tabela (do inglês, *look-up table*)

**LTE** *Long Term Evolution*

**MAP** *maximum a posteriori*

**ML** máxima verossimilhança (do inglês, *maximum likelihood*)

**MSB** bit mais significativo (do inglês, *most significant bit*)

**MT** média tensão

**O-QAM** modulação de amplitude em quadratura deslocada (do inglês, *off-set quadrature amplitude modulation*)

**OFDM** multiplexação por divisão ortogonal da frequência (do inglês, *orthogonal frequency division multiplexing*)

**PAM** modulação de amplitude em pulso (do inglês, *pulse amplitude modulation*)

**PAPR** relação potência de pico e potência média (do inglês, *peak-to-average power ratio*)

**PLC** transmissão de dados pela rede elétrica (do inglês, *power line communication*)

**PSD** densidade espectral de potência (do inglês, *power spectral density*)

**PSK** chaveamento por mudança de fase (do inglês, *phase shifting keying*)

**QPSK** chaveamento por mudança de fase em quadratura (do inglês, *quadrature phase shifting keying*)

**Q** quadratura (do inglês, *quadrature*)

**QAM** modulação de amplitude em quadratura (do inglês, *quadrature amplitude modulation*)

**RAM** memória de acesso aleatório (do inglês, *random access memory*)

**RTL** nível de transferência de registros (do inglês, *register-transfer level*)

**SCTE** *The Society of Cable Telecommunications Engineers*

**SNR** relação sinal-ruído (do inglês, *signal-to-noise ratio*)

**SSB** banda lateral simples (do inglês, *single sideband*)

**VCO** oscilador controlado por tensão (do inglês, *voltage controlled oscillator*)

**VoIP** voz sobre IP (do inglês, *voice over internet protocol*)

**WiMax** *Worldwide Interoperability for Microwave Access*

# SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>23</b>
1.1	Objetivos . . . . .	24
1.2	Organização da Dissertação . . . . .	25
1.3	Sumário . . . . .	26
<b>2</b>	<b>Comunicação Digital de Dados</b>	<b>27</b>
2.1	Modulação de Amplitude em Quadratura - QAM . . . . .	28
2.2	Constelações QAM Quadradas . . . . .	34
2.2.1	Codificação Gray . . . . .	37
2.3	Constelações QAM Não Quadradas . . . . .	40
2.3.1	QAM Retangular . . . . .	42
2.3.2	QAM Cruzada . . . . .	43
2.4	Modulação Adaptativa . . . . .	48
2.5	O Modelo do Ruído Aditivo Gaussiano Branco . . . . .	53
2.6	O Modelo do Ruído Aditivo Gaussiano e Impulsivo . . . . .	54
2.7	Detecção Ótima de Dados . . . . .	55
2.7.1	Detector MAP . . . . .	56
2.7.2	Detector ML . . . . .	57
2.8	Sumário . . . . .	58
<b>3</b>	<b>Formulação do Problema</b>	<b>59</b>
3.1	Sumário . . . . .	63
<b>4</b>	<b>Propostas</b>	<b>65</b>

4.1	Detector por Regiões de Voronoi para QAM quadrada . . . . .	65
4.2	Detector por Regiões de Voronoi para QAM Cruzada . . . . .	68
4.3	Detector por Regiões de Voronoi com Critério ML . . . . .	73
4.4	Implementação em <i>Hardware</i> . . . . .	76
4.4.1	Modulação Constante . . . . .	77
4.4.2	Modelo de Simulação para Modulação Constante . . . . .	85
4.4.3	Modulação Adaptativa . . . . .	86
4.5	QAM Quadrada de Ordem Inferior Baseada em QAM Quadrada de Ordem Superior . . . . .	87
4.6	Constelações QAM Alternativas . . . . .	96
4.7	Sumário . . . . .	101
<b>5</b>	<b>Resultados</b>	<b>102</b>
5.1	Complexidade Computacional - QAM Quadrada . . . . .	103
5.1.1	Complexidade Computacional - QAM Cruzada . . . . .	109
5.2	Análise de Desempenho - QAM Quadrada . . . . .	113
5.3	Análise de Desempenho - QAM Cruzada . . . . .	122
5.4	Complexidade Computacional em FPGA . . . . .	130
5.5	Constelações Alternativas . . . . .	132
5.6	Sumário . . . . .	136
<b>6</b>	<b>Conclusões Finais</b>	<b>137</b>
6.1	Trabalhos Futuros . . . . .	138
	<b>Referências</b>	<b>139</b>
	<b>Apêndice A – Diagramas de Voronoi</b>	<b>143</b>
	<b>Apêndice B – Códigos em FPGA</b>	<b>146</b>



## 1 INTRODUÇÃO

A universalização do acesso à Internet em banda larga é um insumo fundamental para o desenvolvimento econômico, social e cultural do povo brasileiro. Com o recente desenvolvimento tecnológico, é possível utilizar estratégias complementares na busca da universalização do acesso à banda larga. Nesse sentido, observa-se o surgimento de prestadores que ofertam banda larga ao usuário por diversas tecnologias. Além da tecnologia de linhas telefônicas digitais assimétricas (do inglês, *asymmetric digital subscriber line*) (ADSL) e cabo, hoje as mais usadas, há as redes de telefonia móvel, possível de serem exploradas com a ampliação da capacidade de tráfego das redes de terceira geração (3G) e a introdução da quarta geração (4G); há as redes de radiofrequência baseadas na tecnologia *Worldwide Interoperability for Microwave Access* (WiMax) e *Long Term Evolution* (LTE), tecnologias similares e concorrentes; e há a tecnologia de transmissão de dados pela rede elétrica (do inglês, *power line communication*) (PLC) (MOEYAERT; MAIER, 2011).

A tecnologia PLC se apresenta como uma interessante solução à questão de universalização do acesso, pois dispensa a implantação de uma nova infra-estrutura de rede, visto que cada tomada no ambiente poderá ser utilizada também como ponto de dado, voz e vídeo, transformando a rede elétrica de prédios e residências, numa verdadeira rede local de dados (do inglês, *local area network*) (LAN). Apesar das aplicações PLC existirem há mais de um século, a tecnologia PLC não foi inicialmente explorada seriamente como um meio de transmissão de dados, devido a sua baixíssima taxa de transmissão quando comparada a outras tecnologias, baixa funcionalidade e custo de desenvolvimento elevado. Porém, novas técnicas de comunicação digital de dados, apoiadas por avanços tecnológicos, permitiram que a tecnologia PLC finalmente se tornasse viável como um meio de transmissão de dados (CAMPOS, 2007).

Atualmente, o desenvolvimento de sistemas PLC espectralmente eficientes para aplicações de comunicação em banda larga em redes elétricas de baixa tensão (BT) e média tensão (MT) demanda o uso de técnicas de modulação digital de ordem ele-

vada, tal como a modulação de amplitude em quadratura (do inglês, *quadrature amplitude modulation*) (QAM) -  $M$ -QAM, capazes de transmitir uma elevada quantidade de bits por símbolo. Consequentemente, o processo de detecção no demodulador, que representa um custo computacional crescente à medida que  $M$  aumenta, precisa ser cuidadosamente considerado no projeto de tais sistemas.

Embora o critério de máxima verossimilhança (do inglês, *maximum likelihood*) (ML) seja uma técnica de detecção ótima para canais com ruído aditivo Gaussiano branco (do inglês, *additive white Gaussian noise*) (AWGN), no qual os símbolos são independentes e identicamente distribuídos (i.i.d.), ela demanda um custo computacional elevado para calcular a distância Euclidiana entre o símbolo recebido e todos outros pontos da constelação QAM (PROAKIS, 1995). Assim sendo, um dos maiores desafios nos modernos sistemas de comunicação digital é a redução da complexidade computacional nos dispositivos transmissor e receptor.

Neste contexto, este trabalho propõe uma técnica de detecção/demodulação de baixo custo para constelações  $M$ -QAM. A técnica proposta é baseada na teoria de regiões de Voronoi, que permite uma considerável redução dos recursos de *hardware* num dispositivo de arranjo de portas programável em campo (do inglês, *field programmable gate array*) (FPGA). Adicionalmente, esta técnica se utiliza de uma função não linear que simplifica a implementação da técnica com precisão finita (*i.e.*, ponto fixo sem sinal).

## 1.1 OBJETIVOS

A presente dissertação versa sobre técnicas de baixo custo para detecção, modulação e demodulação de constelações  $M$ -QAM de ordem elevada, ou seja,  $M = 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256, 512, 1024, 2048, 4096, 8192, 16384, 32768$  e  $65536$ . Além disso, são propostas constelações alternativas para  $M$ -QAM,  $M = 4, 16, 64, 256, 1024, 4096, 16384$  e  $65536$ , que buscam minimizar a relação potência de pico e potência média (do inglês, *peak-to-average power ratio*) (PAPR) quando um sistema de multiplexação por divisão ortogonal da frequência (do inglês, *orthogonal frequency division multiplexing*) (OFDM) é utilizado para a transmissão de dados. Uma implementação, de baixo custo e em dispositivo FPGA, de um esquema de modulação constante e adaptativa para sistemas OFDM, quando a modulação é  $M$ -QAM,  $M = 4, 16, 64, 256, 1024, 4096, 16384$  e  $65536$ , é descrita e analisada.

O desempenho das técnicas de detecção propostas é avaliado através de simulações

computacionais quando se considera adição de AWGN e ruído aditivo Gaussiano e impulsivo (do inglês, *additive impulsive Gaussian noise*) (AIGN). Os resultados em termos de taxa de erro de bits (do inglês, *bit error rate*) (BER) versus energia do bit pela densidade espectral de potência,  $(\text{BER} \times E_b/\mathcal{N}_0)$ , indicam que as perdas de desempenho geradas com as técnicas propostas não são significativas e, portanto, tais técnicas são candidatas adequadas para a implementação de um sistema OFDM com elevada eficiência espectral. Os resultados computacionais revelam ainda que as propostas alternativas para constelações  $M$ -QAM reduzem a PAPR, mas, em contrapartida, degradam consideravelmente a BER. Finalmente, a análise da complexidade computacional das técnicas de detecção e demodulação, as quais foram implementadas em dispositivo FPGA, indica que há uma redução do custo computacional, ou seja, redução do uso de recursos de *hardware* do dispositivo FPGA quando tais técnicas são implementadas para a demodulação e detecção de símbolos  $M$ -QAM de ordem elevada.

## 1.2 ORGANIZAÇÃO DA DISSERTAÇÃO

Esta dissertação é organizada conforme se apresenta a seguir:

No Capítulo 2, são abordados, em linhas gerais, os conceitos básicos de comunicação digital de dados que se fazem necessários para um bom entendimento dos capítulos seguintes, apresentando detalhes sobre os esquemas de modulação QAM quadrada e cruzada. Reporta-se também informações sobre o esquema de codificação binária Gray, além de tópicos relacionados à modulação adaptativa, modelagem dos ruídos aditivos e detecção ótima de símbolos.

O Capítulo 3 formula os problemas investigados nesta dissertação, visando, sobretudo, justificar de forma objetiva e clara a razão do uso das técnicas e metodologias propostas e/ou investigadas nos capítulos seguintes.

No Capítulo 4, são propostas as técnicas alternativas à detecção de símbolos pelo critério ML baseadas na teoria de regiões de Voronoi. São propostos ainda, esquemas de detecção que fazem uso da junção de ambos os métodos, com a intenção de se reduzir a complexidade computacional deste processo. Além disso, estratégias para redução da PAPR e do custo de implementação da modulação também são abordadas. A forma coerente de implementação e simulação da detecção em FPGA é igualmente discutida neste capítulo.

No Capítulo 5, a análise de desempenho dos sistemas de detecção propostos é

apresentada através de diversos resultados de simulação computacional de desempenho e custo de complexidade computacional para implementação em FPGA da técnica proposta.

Finalmente, são apresentadas no Capítulo 6 as conclusões, propostas para trabalhos futuros e observações finais deste trabalho.

### **1.3 SUMÁRIO**

O presente capítulo discursou, de forma simplificada, sobre os objetivos e a organização desta dissertação. No capítulo seguinte, aborda-se uma revisão geral e abrangente sobre assuntos relacionados com o presente trabalho e que contextualizam as questões de investigação que serão levantadas.

## 2 COMUNICAÇÃO DIGITAL DE DADOS

A comunicação digital de dados está intimamente ligada à forma com que a população mundial se comunica (Internet, voz sobre IP (do inglês, *voice over internet protocol*) (VoIP), teleconferência, videoconferência, vídeo sob demanda, etc.). Essencialmente, na comunicação digital de dados, o sinal emitido pela fonte passa por um longo caminho de processamento antes de ser realmente injetado no canal de comunicação. Esse caminho tem o objetivo de preparar o sinal para que este possa ser transmitido de forma a obter:

- entropia da fonte menor do que a capacidade do canal de comunicação;
- maior confiabilidade, baixa probabilidade de erro na recepção, por meio do uso de técnicas de modulação, codificação de canais e controle de potência;
- multiplexação temporal, espectral e espacial, para garantir o compartilhamento dos recursos do meio de comunicação entre os usuários.

Assim sendo, o presente capítulo pretende fornecer o *background* necessário para fundamentar os aspectos teóricos usados nos capítulos seguintes, desta forma, se inicia abordando detalhadamente o esquema de modulação QAM, o qual é objeto de estudo deste trabalho. Na Seção 2.1 são apresentados os aspectos históricos e desenvolvimento desta técnica e suas principais aplicações. Na Seção 2.2 são apresentados os modelos de constelação QAM adotados para transmissão de um número par de bits por símbolo, QAM quadrado (os quais são os mesmos utilizados no padrão *The Institute of Electrical and Electronics Engineers* (IEEE) 802.16 para transmissão sem fio). Aborda-se ainda os conceitos de codificação Gray (AGRELL et al., 2004) e como ela, aplicada às constelações QAM, pode diminuir a probabilidade de erros na transmissão. Já a Seção 2.3, apresenta constelações para um número ímpar de bits por símbolo, QAM cruzada. Para estas, são apresentadas as formas de obtenção das constelações a partir de uma constelação retangular e uma aproximação de codificação Gray. O capítulo apresenta ainda, na Seção 2.4, o sistema de modulação adaptativa, ilustrando as vantagens de desempenho

desta em relação à modulação fixa quanto à probabilidade de erros e eficiência espectral. A modelagem do ruído AWGN é apresentada na Seção 2.5 enquanto que a modelagem do ruído AIGN, característico de linhas elétricas, é dada na Seção 2.6. Por fim, na Seção 2.7, o capítulo encerra com a descrição da técnica de detecção ótima ML.

## 2.1 MODULAÇÃO DE AMPLITUDE EM QUADRATURA - QAM

No final da década de 50, houve um considerável interesse em esquemas de transmissão digital utilizando modulação de fase como uma alternativa à modulação de amplitude digital. Os esquemas de modulação de fase digital são aqueles em que a amplitude da portadora transmitida é mantida constante, mas a fase é mudada em resposta ao sinal modulante. Tais esquemas tem diagramas de constelação conforme mostrados na Figura 1 (HANZO et al., 2004).

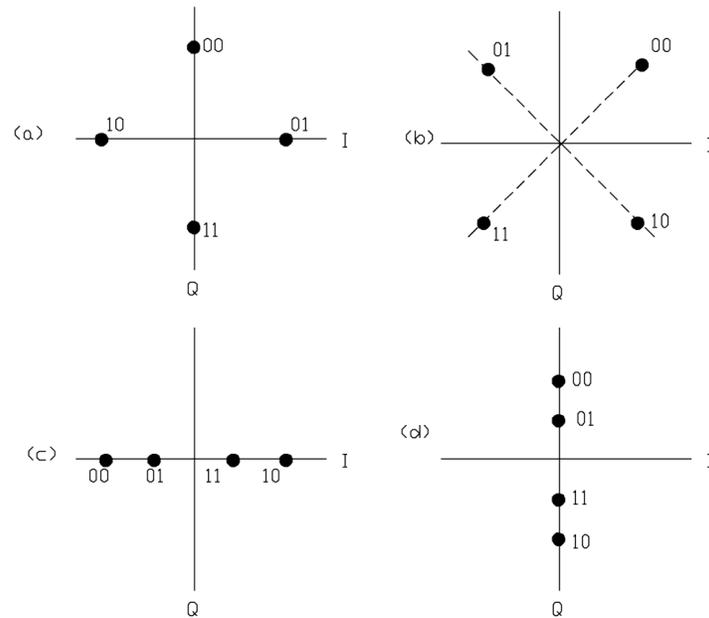


Figura 1: Exemplos de constelações de 4 pontos.  
(HANZO et al., 2004)

Nas Figuras 1(a) e 1(b), os pontos da constelação apresentam somente alteração de fase enquanto que nas Figuras 1(c) e 1(d), apresentam alterações de amplitude e de fase.

Naquela época, já era natural a extensão desta tendência considerando o uso simultâneo de modulação de fase e amplitude. O primeiro trabalho a sugerir esta ideia foi de C. R. Cahn, em 1960, que descrevia um sistema de modulação combinada de amplitude e fase (CAHN, 1960). Cahn simplesmente estendeu a modulação de fase para o caso

multi-nível, permitindo que houvesse mais que uma amplitude transmitida em qualquer fase permitida. Isso tinha o efeito de duplicar a constelação da modulação de fase digital, ou chaveamento por mudança de fase (do inglês, *phase shifting keying*) (PSK), a qual formava essencialmente um círculo. Vide Figura 2, a qual apresenta a constelação 8-PSK. Tal duplicação levava a um número de círculos concêntricos, dependendo do número de níveis de amplitude selecionados. Cada círculo tinha o mesmo número de pontos de fase em cada um de seus anéis. Em seus trabalhos, Cahn considerou apenas canais AWGN, característicos de linhas telefônicas corrompidas por ruído térmico. Usando uma série de aproximações e uma abordagem inteiramente teórica, ele concluiu que tais sistemas de modulação conjunta de amplitude e fase (do inglês, *amplitude modulation - phase modulation*) (AM-PM) permitiriam um aumento na taxa de transferência (*throughput*) comparada aos sistemas de modulação de fase quando fossem usadas constelações de 16 ou mais pontos e sugeriu que tais modulações fossem consideradas nas implementações práticas.

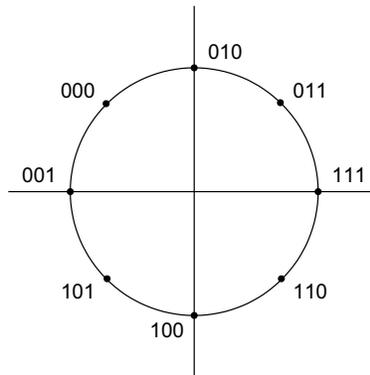


Figura 2: Constelação 8-PSK.

Alguns meses depois, um artigo foi publicado por Hancock e Lucky no qual eles expandiram o trabalho de Cahn (HANCOCK; LUCKY, 1960). Neste trabalho, eles perceberam que o desempenho da constelação do tipo circular poderia ser melhorada se tivessem mais pontos externos ao anel, do que aqueles internos ao anel. A razão para isso é que os erros aconteciam quando o ruído introduzido no sinal movia o fasor recebido do ponto da constelação transmitido para um outro diferente. Na constelação de Cahn, os pontos no anel interno estavam menos distantes do que aqueles no anel externo e, portanto, eram mais vulneráveis a erros. Eles admitiram que um sistema com números desiguais de pontos em cada anel de amplitude seria mais complicado de implementar. A constelação proposta por Cahn foi denominada do Tipo I, mostrada na Figura 3(a), e a de Hancock e Lucky, uma constelação denominada do Tipo II, a qual é mostrada na Figura 3(b). Novamente, usando uma abordagem matemática, eles

obtiveram uma melhoria de 3 dB para a modulação do Tipo II sobre a do Tipo I.

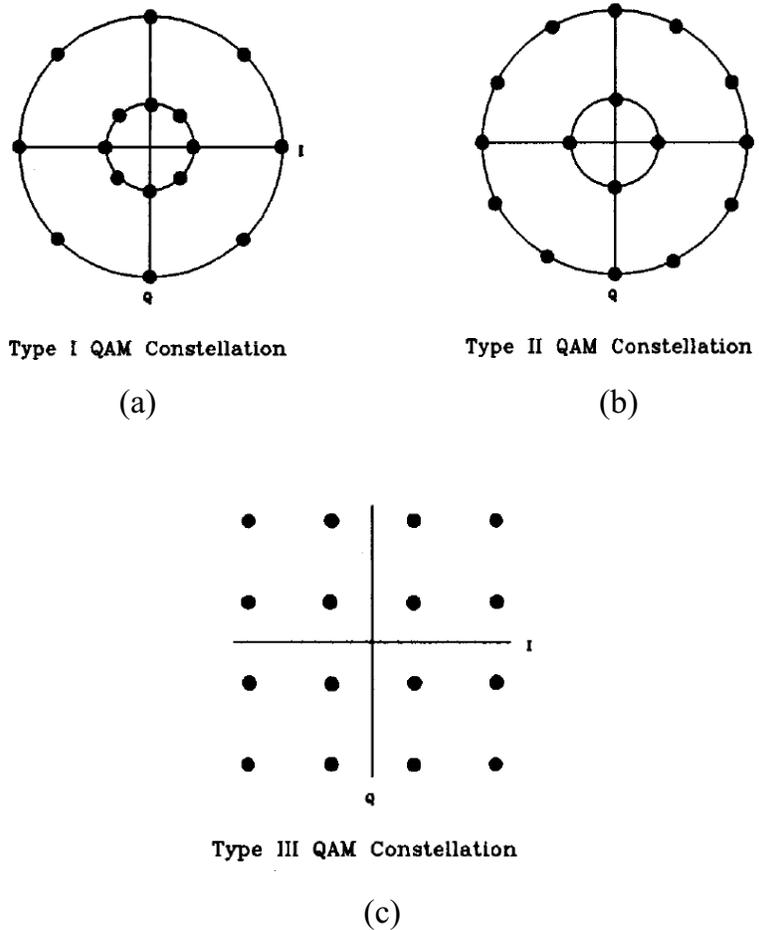


Figura 3: Exemplos de constelações QAM dos Tipos I, II e III.  
(HANZO et al., 2004)

A próxima publicação mais relevante aconteceu 18 meses após, em 1962, por Campopiano e Glazer (CAMPOPIANO; GLAZER, 1962). Eles desenvolveram o trabalho dos artigos anteriores, mas também introduziram uma nova constelação - o sistema QAM quadrado, o qual eles referenciaram como modulação do Tipo III, a qual é apresentada na Figura 3(c). Eles descreveram esse sistema como “essencialmente a modulação e demodulação de amplitude de duas portadoras que tem a mesma frequência, mas estão em quadratura uma em relação à outra” - essa foi a primeira vez que a modulação combinada de amplitude e fase foi pensada como modulação de amplitude com portadoras em quadratura, embora o acrônimo QAM ainda não tivesse sido sugerido.

Campopiano e Glazer perceberam que o problema da modulação do Tipo III era que a mesma deveria ser coerentemente detectada e, portanto, a recuperação de portadora se fazia necessária. Novamente, uma análise teórica foi realizada utilizando canais AWGN e os autores chegaram à conclusão de que a modulação do Tipo III oferecia

uma pequena melhoria em desempenho, comparada à do Tipo II, mas pensaram que a implementação da modulação do Tipo III seria consideravelmente mais simples que as do Tipos I e II.

Três meses depois, um outro artigo foi publicado por Hancock e Lucky (LUCKY; HANCOCK, 1962) no qual eles provavelmente desconheciam o trabalho feito por Campopiano e Glazer. Eles tentaram melhorar seu trabalho anterior sobre a modulação Tipo II através da realização de uma análise teórica, supostamente levando à constelação ótima para canais Gaussianos. Neste trabalho eles decidiram que a constelação ótima de 16 níveis tinha dois anéis de amplitude com oito pontos equidistantes em cada anel, mas com os anéis rotacionados em  $\pi/8$  um em relação ao outro. Esta constelação é mostrada na Figura 4.

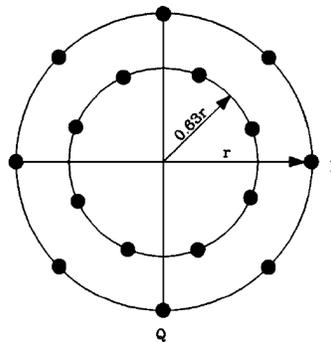


Figura 4: Constelação ótima de 16 pontos proposta por Lucky *et al.*.  
(LUCKY; SALZ; WELDON, 1968)

Novamente, eles concluíram que 16 era o número mínimo de pontos na constelação para a modulação AM-PM e que uma relação sinal-ruído (do inglês, *signal-to-noise ratio*) (SNR) de pelo menos 11 dB era necessária para uma operação eficiente com baixa probabilidade de erro de bits se o canal fosse AWGN.

Depois deste artigo, houve um intervalo de nove anos antes que quaisquer avanços significantes fossem publicados. Isto foi provavelmente devido às dificuldades na implementação de sistemas QAM com a tecnologia disponível na época e também porque não havia uma grande pressão pelo aumento da taxa de transmissão de dados. Durante este período, o trabalho discutido nos artigos anteriores foi consolidado em certo número de livros, particularmente por Lucky, Salz e Weldon (LUCKY; SALZ; WELDON, 1968). Nestes, eles apresentaram claramente uma distinção entre esquemas de modulação de amplitude em quadratura usando constelações quadradas e esquemas de modulação de fase usando constelações circulares. Foi neste período que o acrônimo QAM começou a aparecer em uso comum junto com AM-PM para descrever diferentes constelações.

Um dos mais antigos relatos da construção de uma modulação QAM atual foi apresentado por Salz, Sheehan and Paris do Bell Labs em 1971 (SALZ; SHEENHAN; D., 1971). Eles implementaram constelações circulares com 4 e 8 posições de fase e 2 e 4 níveis de amplitude usando demodulação coerente e não coerente. Seus resultados mostraram razoável acordo com os resultados teóricos derivados previamente. Este trabalho foi acompanhado por um de Ho e Yeh (HO; YEH, 1971) que implementaram algoritmos AM-PM que podiam ser executados em computadores digitais, os quais, naquela época, estavam se tornando disponíveis.

O interesse em QAM, no entanto, permaneceu relativamente baixo até 1974. Naquele ano, um número significativo de artigos foram publicados, extendendo consideravelmente o conhecimento sobre esquemas de modulação de amplitude em quadratura. Nesta época, o interesse por constelações ótimas foi reavivado através de dois artigos, um de Foschini, Gitlin and Weinstein (FOSCHINI; GITLIN; WEINSTEIN, 1974) e outro de Thomas, Weidner and Durrani (THOMAS; WEIDNER; DURRANI, 1974). Foschini *et al.* tentou uma derivação teórica da constelação ideal usando uma abordagem de cálculo de gradiente. Eles chegaram à conclusão de que a constelação ideal era baseada na disposição dos pontos formando triângulos equiláteros, levando à constelação de 16 níveis não usual, mostrada na Figura 5. Esta constelação não era recomendada para aplicações práticas, uma vez que as complexidades envolvidas no seu emprego, superavam os ganhos associados obtidos com sua implementação.

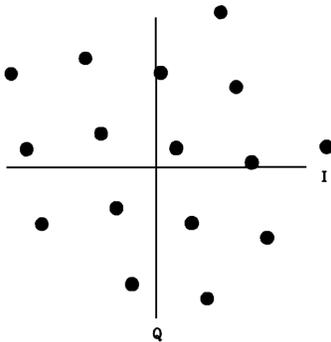


Figura 5: Constelação ótima de 16 pontos proposta por Foschini *et al.* .  
(FOSCHINI; GITLIN; WEINSTEIN, 1974)

As conclusões de Foschini *et al.* foram que esta constelação, quando limitada em termos de potência e aplicada em canais AWGN, ofereciam uma melhoria de desempenho de 0,5 dB sobre as constelações QAM quadradas. Enquanto isso, Thomas *et al.*, trabalhando na *Communications Satellite Corporation* (COMSAT), geraram empiricamente 29 constelações e compararam suas probabilidades de erros. As conclusões deste

trabalho mostraram que para mais de quatro pontos, as novas constelações apresentavam valores médio e de pico da SNR maiores que as constelações já então propostas.

Devido ao aumento do interesse nas possíveis aplicações da modulação QAM, dois artigos foram publicados em 1974 por Simon e Smith, os quais se concentravam em recuperação de portadora e técnicas de detecção. No primeiro desses (SIMON; SMITH, 1974a), eles perceberam o interesse em QAM para sistemas limitados em banda e endereçaram seus esforços investigativos no problema de recuperação de portadora. Eles consideravam apenas a constelação quadrada de 16 pontos e notaram que a geração de uma portadora reconstruída altamente precisa se fazia necessária para a obtenção de um desempenho adequado. A solução deles foi demodular o sinal, quantizá-lo, e depois estabelecer a polaridade de erro do ponto da constelação mais próximo, e usá-lo para atualizar o oscilador controlado por tensão (do inglês, *voltage controlled oscillator*) (VCO) usado na geração das portadoras. Eles forneceram uma análise teórica e concluíram que sua técnica de recuperação de portadora trabalhava bem para o caso de uma SNR elevada, quando o ruído era Gaussiano, embora tivessem notado que um controle de ganho era necessário e que seria de implementação consideravelmente complicada. Eles expandiram seu trabalho em (SIMON; SMITH, 1974b) onde eles consideraram a modulação de amplitude em quadratura deslocada (do inglês, *off-set quadrature amplitude modulation*) (O-QAM). Neste esquema de modulação, o sinal de um dos braços em quadratura é deslocado por metade de um período de símbolo, numa tentativa de prevenir flutuações dramáticas do envelope do sinal, o que era particularmente útil para aplicações de comunicação de satélites que demandavam amplificadores operacionais de faixa linear reduzida devido às restrições de potência.

Apesar de todo trabalho sobre constelações ótimas, até 1975 o interesse esteve centrado somente em constelações QAM quadradas. Esse formato de constelações ficou evidente para números pares de bits por símbolos, mas se a exigência fosse por um número ímpar de bits por símbolo para ser transmitido, o formato ideal da constelação não era óbvio. No início de 1975, J. G. Smith, trabalhando com aplicações de satélite, publicou um artigo solucionando este problema (SMITH, 1975). Ele notou que para um número par de bits por símbolo, a constelação quadrada era a única escolha viável. Neste artigo, Smith propôs constelações “simétricas” que ofereciam uma redução da SNR de cerca de 1 dB em relação às constelações retangulares, e ele considerou ambas constelações sendo de mesma complexidade computacional. A Figura 6 mostra um exemplo da constelação simétrica quando são alocados 5 bits por símbolo.

Desde que a pesquisa sobre QAM atingiu seu estado de maturidade, diversos es-

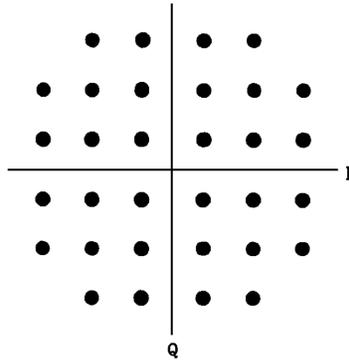


Figura 6: Constelação óptima de 32 pontos proposta por Smith.  
(SMITH, 1975)

quem as de transmissão usando este tipo de modulação foram propostos para comunicação móvel (HANZO; SOMERVILLE; WOODWARD, 2001) e transmissão de áudio e vídeo (HULYALKAR et al., 1993) (NG et al., 2000). Estes exemplos de sistemas que empregam a modulação QAM demonstram melhorias de desempenho substanciais acumuladas durante um longo período de pesquisa e desenvolvimento desta técnica.

Dentre as diversas aplicações atuais da modulação QAM quadrada tem-se o uso de 64-QAM e 256-QAM em *modems* a cabo e aplicações de televisão digital por cabo. De fato, estas são as diretivas para modulação digital para a televisão por cabo, tal como previsto pela norma *American National Standards Institute* (ANSI) ANSI/SCTE 07 2000 da *The Society of Cable Telecommunications Engineers* (SCTE) (SCTE, 2000).

Os sistemas de comunicação digital de dados projetados para atingir níveis muito elevados de eficiência espectral geralmente empregam constelações QAM muito densas. Um exemplo é o padrão G.hn da *International Telecommunication Union - Telecommunication Standardization Sector* (ITU-T) para redes elétricas *indoor* (cabos coaxiais, linhas telefônicas e elétricas - redes BT em ambientes residenciais, prediais, comerciais, industriais e embarcados), que emprega constelações de até 4096-QAM (12 bits/símbolo) e o padrão ITU-T G.hn para aplicações PLC que contempla 32768-QAM (15 bits/símbolo).

## 2.2 CONSTELAÇÕES QAM QUADRADAS

O diagrama de constelação para a modulação QAM, assim como para muitos outros sistemas de modulação digital, é uma representação bastante útil. Os pontos na constelação geralmente são dispostos em uma grade quadrada de mesmo espaçamento vertical e horizontal, embora existam outras configurações possíveis como por exemplo,

o *cross*-QAM ou QAM cruzado (SMITH, 1975).

Atualmente, entende-se que as constelações  $M$ -QAM quadradas derivam do produto cartesiano de duas constelações de modulação de amplitude em pulso (do inglês, *pulse amplitude modulation*) (PAM). Para uma constelação com  $\bar{b}$  bits por dimensão, os  $M = 4^{\bar{b}}$  pontos da constelação que definem a grade quadrada são colocados nas coordenadas  $\pm\frac{d}{2}, \pm\frac{3d}{2}, \pm\frac{5d}{2}, \dots, \pm\frac{(\sqrt{M}-1)d}{2}$  nas duas dimensões - em fase (do inglês, *in-phase*) (I) e quadratura (do inglês, *quadrature*) (Q).

A Figura 7 mostra um diagrama generalizado para constelação QAM quadrada, no qual se destaca a constelação 4-QAM e a constelação 16-QAM, com a distância entre seus pontos igual a  $d$  e a localização destes sobre os eixos das coordenadas em fase ( $\varphi_1$ ) e em quadratura ( $\varphi_2$ ).

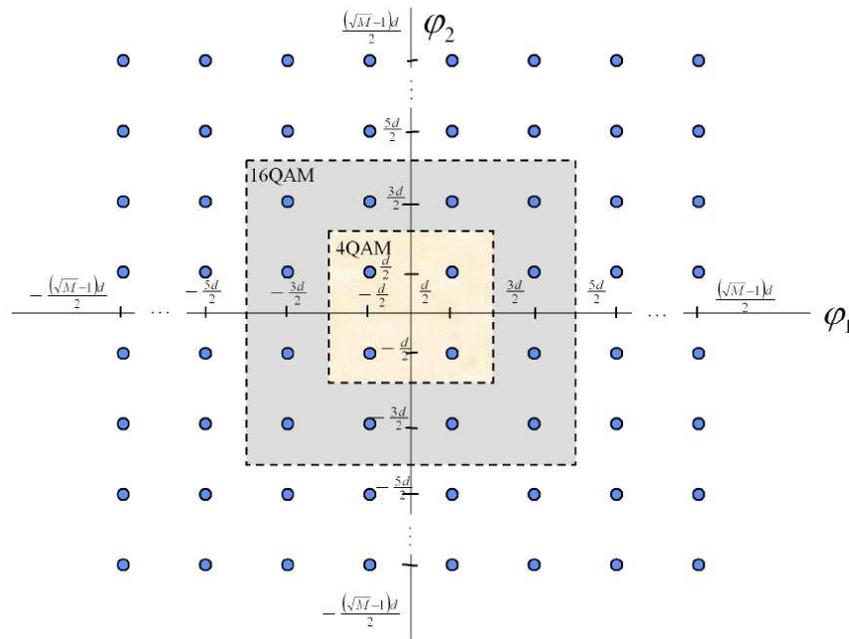


Figura 7: Diagrama de constelação QAM.  
(CIOFFI, 2010)

Assumindo que  $\mathbf{x} = [x_i \ x_j]^T$ , então a energia média das constelações QAM

quadradas é expressa por

$$\begin{aligned}
\varepsilon_{M-QAM} = \varepsilon_{\mathbf{x}} &= \frac{1}{M} \sum_{i,j=1}^{\sqrt{M}} x_i^2 + x_j^2 \\
&= \frac{1}{M} \left[ \sqrt{M} \sum_{i=1}^{\sqrt{M}} x_i^2 + \sqrt{M} \sum_{j=1}^{\sqrt{M}} x_j^2 \right], \\
&= 2 \frac{1}{\sqrt{M}} \sum_{i=1}^{\sqrt{M}} x_i^2 \\
&= 2\varepsilon_{\sqrt{M}-PAM} \\
&= d^2 \left( \frac{M-1}{12} \right)
\end{aligned} \tag{2.1}$$

em que  $\varepsilon_{M-PAM}$  é a energia média de uma constelação  $M$ -PAM,  $x_i$  e  $x_j$  são, respectivamente, as componentes em fase e em quadratura dos símbolos QAM e  $x_i = x_j$  se  $i = j$ . A distância mínima entre os pontos da constelação  $d$  é dada utilizando-se como parâmetro a energia  $\varepsilon_{\mathbf{x}}$ , e é definida como

$$d = \sqrt{\frac{6\varepsilon_{\mathbf{x}}}{M-1}}. \tag{2.2}$$

A probabilidade de erro pode ser calculada para a constelação QAM quadrada em canais AWGN, notando que a probabilidade condicional de uma decisão correta recai em uma das três seguintes categorias:

1. Pontos nas esquinas: são os pontos extremos da constelação e que possuem apenas 2 pontos vizinhos mais próximos cada. Toda constelação apresenta 4 pontos de esquina e, para estes, a probabilidade condicional de decisão correta ( $P_{c/esquina}$ ) é dada por

$$P_{c/esquina} = \left( 1 - Q \left[ \frac{d}{2\sigma} \right] \right)^2. \tag{2.3}$$

2. Pontos laterais: são os pontos situados nas linhas extremas (superior e inferior) e nas colunas extremas (direita e esquerda), excetuando-se os pontos de esquinas. Cada constelação apresenta  $4(\sqrt{M}-2)$  pontos laterais com 3 pontos vizinhos mais próximos. Para estes, a probabilidade condicional de decisão correta ( $P_{c/laterais}$ ) é dada por

$$P_{c/laterais} = \left( 1 - Q \left[ \frac{d}{2\sigma} \right] \right) \left( 1 - 2Q \left[ \frac{d}{2\sigma} \right] \right). \tag{2.4}$$

3. Pontos internos: são os demais pontos da constelação. Estes apresentam 4 pontos vizinhos mais próximos para cada um dos  $(\sqrt{M}-2)^2$  pontos das constelação. Para

estes, a probabilidade condicional de decisão correta ( $P_{c/i\text{internos}}$ ) é dada por

$$P_{c/i\text{internos}} = \left(1 - 2Q \left[\frac{d}{2\sigma}\right]\right)^2. \quad (2.5)$$

Nas equações anteriormente apresentadas,  $\sigma$  representa o desvio padrão do ruído AWGN e  $Q(x)$  é a função erro Gaussiano complementar, dada por:

$$\begin{aligned} Q(x) &= \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left( \frac{x}{\sqrt{2}} \right) \\ &= \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_x^{\infty} e^{-t^2} dt, \end{aligned} \quad (2.6)$$

que representa a probabilidade que  $z \in \mathbb{R} | z \in [x, \infty)$ .

A probabilidade de uma decisão correta é então dada por (abreviando  $Q \leftarrow Q \left[\frac{d}{2\sigma}\right]$ )

$$\begin{aligned} P_c &= \sum_{i=0}^{M-1} P_{c|i} p_{\mathbf{x}}(i) \\ &= \frac{4}{M} (1 - Q)^2 + \frac{(\sqrt{M}-2)^2}{M} (1 - 2Q)^2 + \frac{4(\sqrt{M}-2)}{M} (1 - 2Q) (1 - Q) \\ &= \frac{1}{M} [(4 - 8Q + 4Q^2) + (4\sqrt{M} - 8) (1 - 3Q + 2Q^2) \\ &\quad + (M - 4\sqrt{M} + 4) (1 - 4Q + 4Q^2)] \\ &= \frac{1}{M} \left[ M + (4\sqrt{M} - 4M) Q + (4 - 8\sqrt{M} + 4M) Q^2 \right] \\ &= 1 + 4 \left( \frac{1}{\sqrt{M}} - 1 \right) Q + 4 \left( \frac{1}{\sqrt{M}} - 1 \right)^2 Q^2 \end{aligned} \quad (2.7)$$

em que  $P_{c|i} p_{\mathbf{x}}$  representa a probabilidade condicional do vetor de saída, dado o vetor de entrada, a qual é igual para todos os pontos da constelação.

Desta forma, a probabilidade de erro de símbolo para a constelação QAM quadrada é dada por

$$\begin{aligned} P_e &= 1 - P_c \\ P_e &= 4 \left(1 - \frac{1}{\sqrt{M}}\right) Q \left[\frac{d}{2\sigma}\right] - 4 \left(1 - \frac{1}{\sqrt{M}}\right)^2 \left(Q \left[\frac{d}{2\sigma}\right]\right)^2 < 4 \left(1 - \frac{1}{\sqrt{M}}\right) Q \left[\frac{d}{2\sigma}\right]. \end{aligned} \quad (2.8)$$

### 2.2.1 CODIFICAÇÃO GRAY

O sistema de codificação binária Gray difere do sistema natural de codificação binária devido ao fato daquele apresentar a propriedade de que o símbolo binário representando cada número decimal possuir apenas um único bit diferente dos símbolos vizinhos a ele. Ao se comparar, por exemplo, na Tabela 1, o código binário natural e o código Gray para a transição da posição 3 para 4, observa-se que todos os bits do código binário natural foram alterados, ao passo que, no código Gray, somente o bit

mais significativo (do inglês, *most significant bit*) (MSB) se modificou. Desta forma, o número máximo de erro de ambiguidade seria de apenas uma contagem.

Tabela 1: Comparação entre os sistemas binário e Gray.

Decimal	Gray	Binário
0	000	000
1	001	001
2	011	010
3	010	011
4	110	100
5	111	101
6	101	110
7	100	111

Tal tipo de codificação binária foi criado pelo pesquisador do Bell Labs, Frank Gray que a elaborou para ser utilizada num tubo de vácuo, a fim de se prevenir saídas espúrias em chaves eletromecânicas. Em sua patente de 1953, “*Pulse Code Communication*”, Gray descreve um método de se construir esse código a partir do código binário convencional mediante um processo de reflexão. Em virtude disto, tal processo ficou também conhecido como “código binário refletido’ (GRAY, 1953).

O código binário refletido pode ser gerado recursivamente pela reflexão de bits (i.e. listando-os na ordem reversa e concatenando a lista reversa após a lista original), após isto, prefixa-se a sequência original com o bit 0 e a sequência refletida com o bit 1. Na Figura 8, apresenta-se o método de construção do código Gray para grupos de 1, 2 e 3 bits, iniciando-se com a sequência trivial [0, 1]. Tal esquema pode ser expandido para sequências Gray com quaisquer quantidades de bits que se desejar.

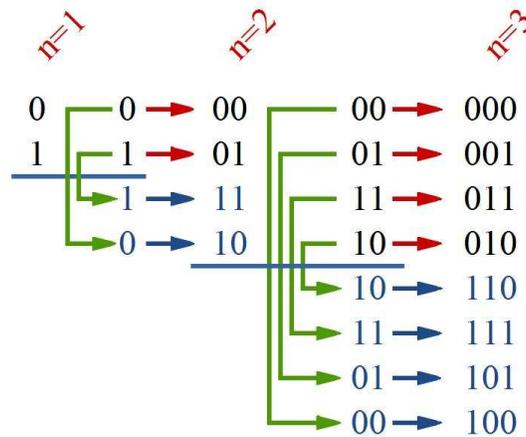


Figura 8: Exemplo ilustrativo do método de construção das palavras do código Gray.

Nos modernos sistemas de comunicação digital, os códigos Gray desempenham um

importante papel na correção de erros. Por exemplo, nos esquemas de modulação digital QAM, o diagrama de constelação do sinal é arranjado de forma que os padrões de bits vinculados a pontos adjacentes da constelação diferem de apenas um único bit. Combinando esta técnica com códigos corretores de erros (do inglês, *forward error correction*) (FEC) é possível para o receptor minimizar os erros gerados pelo canal de comunicação, tornando, desta forma, o sistema de transmissão digital de dados mais robusto (BITNER; EHRLICH; REINGOLD, 1976) (BISIGNANI; RICHARDS; WHELAN, 1966).

O diagrama de constelação para modulação 4-QAM é mostrado na Figura 9. Neste, o bit menos significativo (do inglês, *least significant bit*) (LSB) é representado por  $b_0$ , e o MSB é representado por  $b_1$ . Esta configuração utiliza mapeamento Gray e é similar à utilizada no padrão para transmissão digital *wireless* IEEE 802.16 (IEEE, 2004).

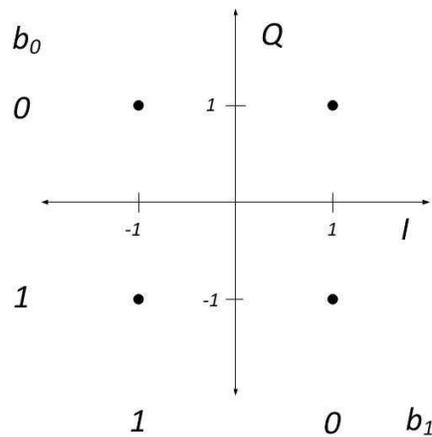


Figura 9: Diagrama de constelação 4-QAM quadrada com codificação Gray. (IEEE, 2004)

A partir da constelação 4-QAM, foram se expandindo as demais constelações quadradas QAM, conforme método previamente apresentado, para que maiores quantidades de bits/símbolo pudessem ser mapeadas. As Figuras 10, 11 e 12 apresentam os mapas obtidos para as constelações 16-QAM, 64-QAM e 256-QAM, respectivamente. Nestas constelações,  $b_0$  sempre representa o LSB, enquanto que o MSB é sempre representado por bit  $b$  que possuir maior índice, por exemplo, o MSB na constelação 16-QAM é  $b_3$ , na constelação 64-QAM é  $b_5$ , e assim sucessivamente. As demais constelações foram obtidas utilizando esta mesma regra de formação.

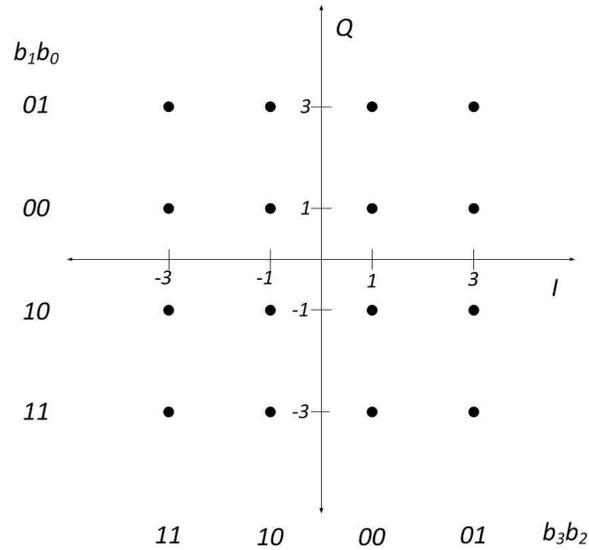


Figura 10: Diagrama de constelação 16-QAM quadrada com codificação Gray. (IEEE, 2004)

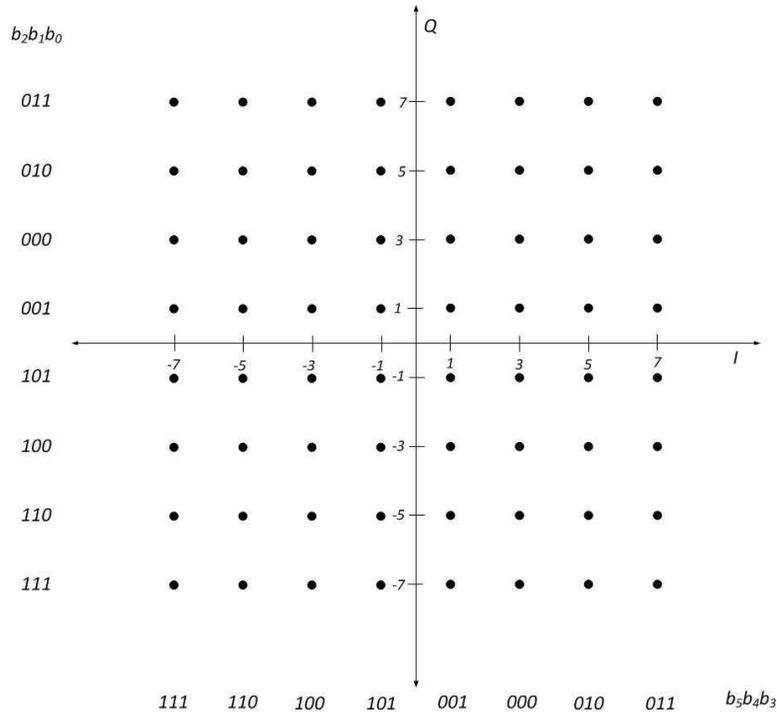


Figura 11: Diagrama de constelação 64-QAM quadrada com codificação Gray. (IEEE, 2004)

### 2.3 CONSTELAÇÕES QAM NÃO QUADRADAS

A modulação adaptativa é um esquema de transmissão efetivo que ajusta o tamanho da constelação de acordo com a qualidade do canal de comunicação. Na maioria dos sistemas de comunicação digital de dados baseados na técnica OFDM, são usados apenas constelações QAM quadradas, *i.e.*,  $M$ -QAM ( $M = 2^{2n}$ ,  $n$  um número natural).

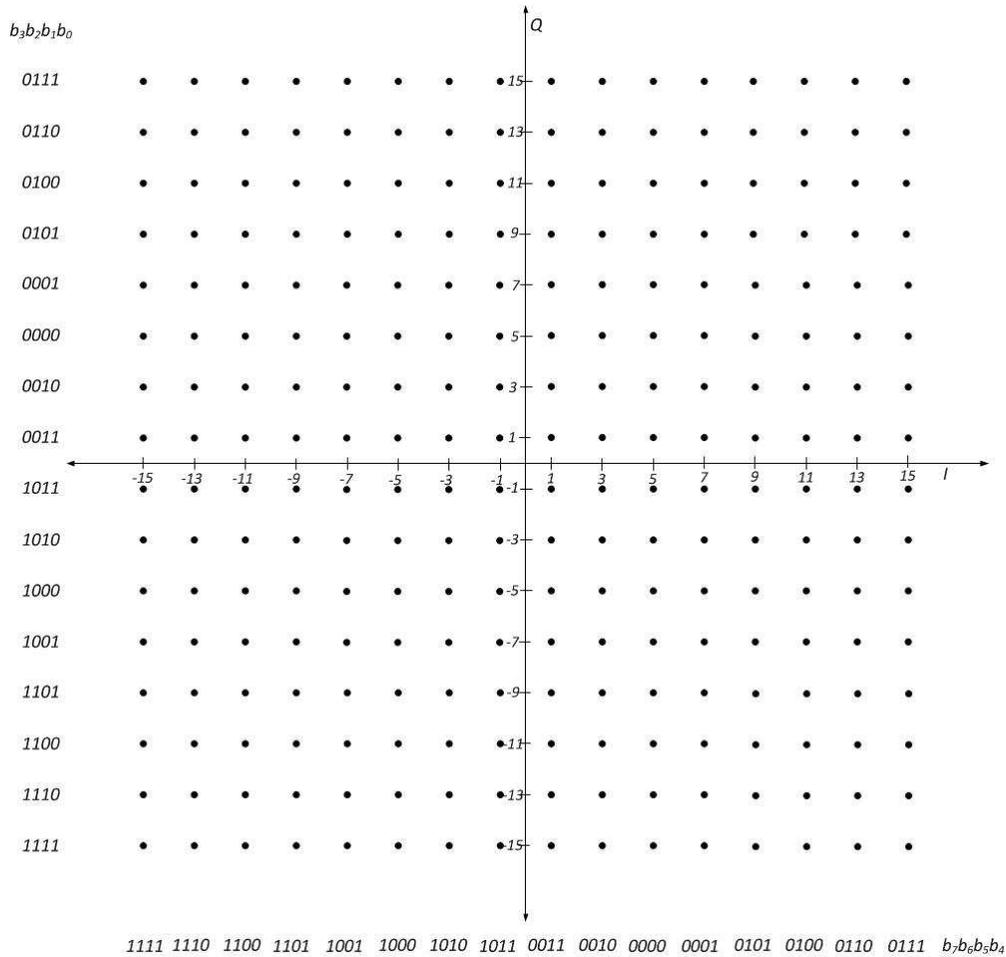


Figura 12: Diagrama de constelação 256-QAM quadrada com codificação Gray.  
(IEEE, 2004)

Desta forma, para se alcançar um mesmo valor da BER, é necessário um incremento de cerca de 6 dB na potência média do símbolo transmitido para passar de uma constelação  $2^{2n}$ -QAM para uma constelação  $2^{2(n+1)}$ -QAM (por exemplo, de 16-QAM para 64-QAM, de 64-QAM para 256-QAM, e assim sucessivamente) (SVENSSON, 2007). Uma vez que o aumento desta potência média pode ser relativamente grande, pode-se adotar modulações  $2^{2(n+1/2)}$ -QAM juntamente com as  $2^{2n}$ -QAM e, desta forma, melhorar a eficiência de transmissão no esquema de modulação adaptativa, posto que apenas 3 dB de aumento na potência é demandado para garantir a mesma BER quando a modulação varia de  $2^{2n}$ -QAM para  $2^{2(n+1/2)}$ -QAM.

Neste contexto, surge-se a necessidade de uma constelação que permita uma transição de 1 bit em vez de 2 bits na quantidade de bits por símbolo transmitidos, para que, desta forma, à medida que a qualidade do canal melhora, o tamanho da constelação ( $M = 2^m$ ) seja aumentado através do incremento de  $m = 2n$  para  $m = 2n + 1$  (por exemplo, de 16-QAM para 32-QAM, de 32-QAM para 64-QAM, e assim suces-

sivamente), assim sendo, as constelação não quadradas,  $2^{2n+1}$ -QAM se apresentam como um esquema útil para melhorar a eficiência de transmissão de dados quando a modulação é adaptativa (WU; ZHAO; LI, 2010).

Dentre as várias constelações de  $2^{2n+1}$ -QAM, as constelações retangular e cruzada são frequentemente as mais discutidas. Ambas apresentam alguns problemas insolucionáveis (VITTHALADEVUNI; ALOUINI; KIEFFER, 2005), a saber:

- i) as constelações retangulares padecem de um potência média desbalanceada entre as componentes em fase e em quadratura do sinal. A elevada PAPR também influencia em seu desempenho;
- ii) embora a constelação cruzada não apresente esses problemas, não se consegue um mapeamento Gray perfeito para tal constelação.

Em (SMITH, 1975), Smith mostra como tanto a potência de pico quanto a potência média podem ser reduzidas usando uma constelação QAM cruzada. Também é mostrado em (SMITH, 1975) um ganho de pelo menos 1 dB na SNR média, usando constelações QAM cruzadas. Existem ainda muitos outros tipos de constelações  $2^{2n+1}$ -QAM, por exemplo, a constelação QAM não quadrada descrita em (VAEZI; MIRZAEI; SAFAVI, 2005) é projetada para minimizar a PAPR de um símbolo OFDM, e uma proposta apresentada em (HOU, 2005) é usada na estimação do *offset* de frequência da portadora. Uma vez que eles são projetados para aplicações particulares, estes não serão discutidos no presente trabalho.

### **2.3.1 QAM RETANGULAR**

Na constelação  $2^{2n+1}$ -QAM retangular, os pontos estão arranjados em  $2^{n+1}$  colunas e  $2^n$  linhas. Essa configuração assimétrica resulta, não só na potência média desbalanceada das componentes I e Q do sinal, assim como também leva a um grande valor de PAPR. Por outro lado, pode-se utilizar mapeamento Gray para este tipo de constelação. A Figura 13 mostra a constelação 32-QAM com geometria retangular.

Considere uma constelação QAM retangular, conforme aquela apresentada na Figura 13. O código Gray e o código binário em ambas as direções são definidos por (VITTHA-

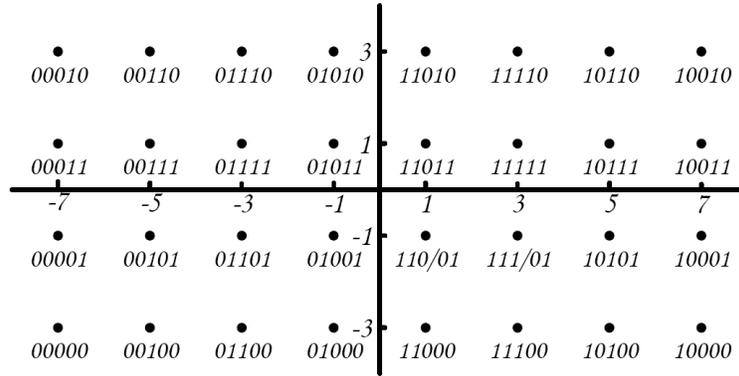


Figura 13: Constelação 32-QAM retangular.  
(WU; ZHAO; LI, 2010)

LADEVUNI; ALOUINI; KIEFFER, 2005)

$$\begin{aligned}
 g_j^1 &= b_j^1 \\
 g_j^l &= b_j^l \oplus b_j^{l-1}, 1 \leq j \leq (2^{m+1} \text{ ou } 2^m), \\
 1 < l &\leq (m \text{ ou } m + 1)
 \end{aligned} \tag{2.9}$$

em que  $g_j^l$  e  $b_j^l$  são os  $l$ -ésimos bits do  $j$ -ésimo símbolo codificados com o código Gray e com o código binário, respectivamente, e o símbolo  $\oplus$  define o operador *ou exclusivo* (XOR), também conhecido como disjunção exclusiva. Esta relação, assim, fornece uma transformação pura da amplitude do símbolo.

### 2.3.2 QAM CRUZADA

A constelação cruzada apresenta a potência média das componentes I e Q balanceadas. Além disso, a PAPR da constelação cruzada é baixa, visto que nenhum ponto é alocado em cada quina da constelação. A Figura 14 apresenta o diagrama de constelação 32-QAM cruzada.

De forma geral, as constelação QAM cruzadas terão a forma de cruz, conforme mostrado na Figura 15. Nesta figura,  $b$  representa o número de bits por símbolo transmitido.

Não se pode adotar codificação Gray para este esquema. Entretanto, Vitthaladevuni *et al.* em (VITTHALADEVUNI; ALOUINI; KIEFFER, 2005) apresenta um mapeamento pseudo-Gray para a constelação QAM cruzada. A constelação 32-QAM cruzada é construída conforme mostrado na Figura 16. Os pontos pretos representam a constelação 32-QAM retangular. Os pontos das colunas nas extremidades à direita e à



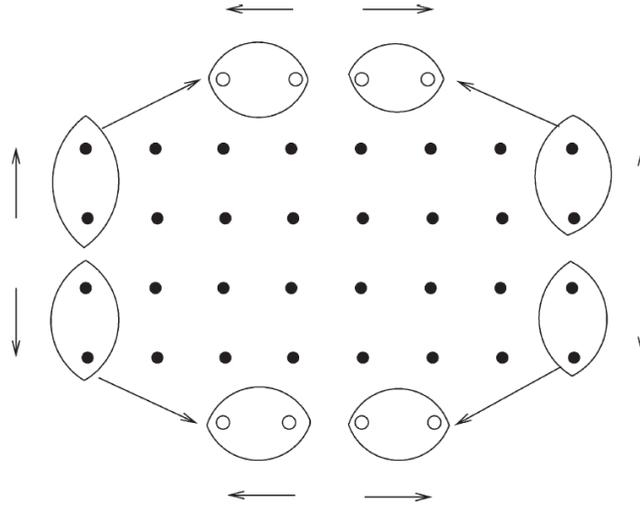


Figura 16: Construção de uma constelação 32-QAM cruzada a partir de uma constelação 32-QAM retangular.

(VITTHALADEVUNI; ALOUINI; KIEFFER, 2005)

relação Gray entre os pontos da constelação. Smith propõe um código Gray impuro de  $(2n + 2)$  bits, adicionando um bit extra na componente em quadratura de modo a resolver os problemas de mapeamento e modulação (SMITH, 1975). A codificação perfeitamente Gray não é possível para constelações QAM cruzadas. Cabe ressaltar que este bit adicional não é transmitido. Seu único propósito é ajudar na modulação/demodulação.

A Figura 18 apresenta a constelação pseudo-Gray para a modulação 32-QAM cruzada. Nota-se que os símbolos extremos das linhas superior e inferior diferem de um de seus vizinhos em mais de um bit. Todos os demais pontos diferem de seus vizinhos mais próximos por exatamente um único bit.

Para cálculo da energia média das constelações QAM cruzadas, considera-se a Figura 15, dobra-se a energia dos dois retângulos  $\left(2^{\frac{b-3}{2}} + 2^{\frac{b-1}{2}}\right)$  e subtrai-se a energia do quadrado interno  $\left(2^{\frac{b-1}{2}} \times 2^{\frac{b-1}{2}}\right)$ . A energia do quadrado interno é dada por

$$\varepsilon_{\mathbf{x}(interno)} = \frac{d^2}{6} (2^{b-1} - 1), \quad (2.10)$$

em que  $d$  é a distância entre os pontos da constelação.

A soma da energia de todos os pontos da constelação cruzada,  $\varepsilon_{\mathbf{x}}$ , no quadrado interno e nos retângulos laterais em apenas um quadrante é multiplicada por 4 por

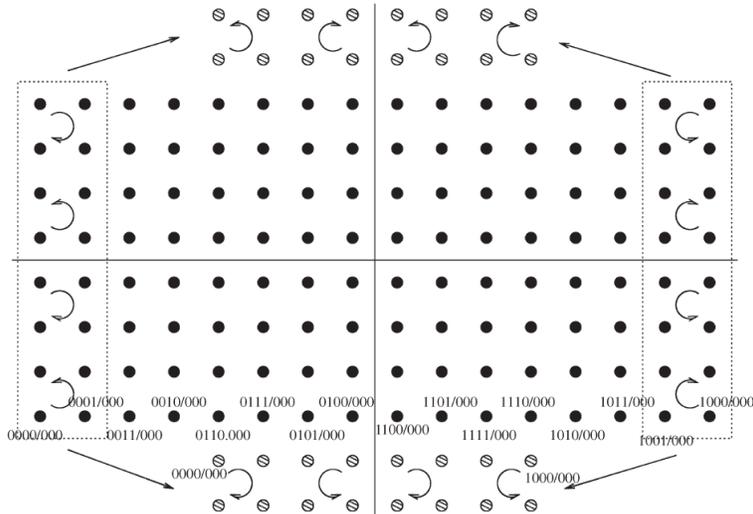


Figura 17: Construção de uma constelação 128-QAM cruzada a partir de uma constelação 128-QAM retangular.

(VITTHALADEVUNI; ALOUINI; KIEFFER, 2005)

questão da simetria, o que resulta em

$$\begin{aligned}
 \varepsilon &= \frac{d^2}{4} (4) \sum_{k=1}^{2^{\frac{b-3}{2}}} \sum_{l=1}^{3 \cdot 2^{\frac{b-5}{2}}} [(2k-1)^2 + (2l-1)^2] \\
 &= \frac{d^2}{4} (4) \left[ 3 \cdot 2^{\frac{b-5}{2}} \left( \frac{2^{\frac{3b-3}{2}} - 2^{\frac{b-1}{2}}}{6} \right) + 2^{\frac{b-3}{2}} \left( \frac{27 \cdot 2^{\frac{3b-9}{2}} - 3 \cdot 2^{\frac{b-3}{2}}}{6} \right) \right] \\
 &= \frac{d^2}{4} (4) \left[ 2^{\frac{b-7}{2}} \left( 2^{\frac{3b-3}{2}} - 2^{\frac{b-1}{2}} \right) + 2^{\frac{b-5}{2}} \left( 9 \cdot 2^{\frac{3b-9}{2}} - 2^{\frac{b-3}{2}} \right) \right] \\
 &= \frac{d^2}{4} [2^{2b-3} - 2^{b-2} + 9 \cdot 2^{2b-5} - 2^{b-2}] \\
 &= \frac{d^2}{4} \left[ \frac{13}{32} 2^{2b} - 2^{b-1} \right].
 \end{aligned} \tag{2.11}$$

Então,

$$\begin{aligned}
 \varepsilon_{\mathbf{x}} &= \frac{2\varepsilon - 2^{b-1} \varepsilon_{\mathbf{x}(\text{interno})}}{2^b} \\
 &= \frac{d^2}{4} \left[ \frac{26}{32} 2^{2b} - 1 - \frac{2}{3} 2^{b-2} + \frac{21}{32} \right] \\
 &= \frac{d^2}{4} \left[ \left( \frac{13}{16} - \frac{1}{6} \right) 2^b - \frac{2}{3} \right], \\
 &= \frac{d^2}{4} \left[ \frac{31}{48} 2^b - \frac{2}{3} \right] \\
 &= \frac{d^2}{4} \left[ \frac{31}{32} M - 1 \right]
 \end{aligned} \tag{2.12}$$

e, portanto,

$$d = \sqrt{\frac{6\varepsilon_{\mathbf{x}}}{\frac{31}{32} M - 1}}. \tag{2.13}$$

A seguinte recursão deriva do aumento do número de bits/símbolo,  $b$  em uma constelação QAM cruzada enquanto se mantém a distância mínima ( $d = d_{\min}$ ) constante:

$$\varepsilon_{\mathbf{x}}(b+1) = \varepsilon_{\mathbf{x}}(b) + \frac{d^2}{6}. \tag{2.14}$$

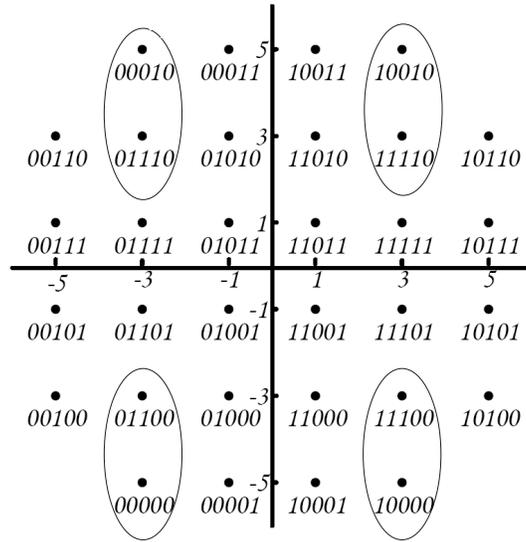


Figura 18: Constelação 32-QAM cruzada pseudo-Gray.

Assim como para constelações QAM quadradas, a energia média aumenta assintoticamente em 3 dB para cada bit adicionado por símbolo.

A probabilidade de erro para uma transmissão digital de dados utilizando modulação QAM cruzada pode ser obtida notando que um limite inferior da probabilidade condicional de uma decisão correta, leva a uma das seguintes situações:

1. Pontos laterais: são os pontos situados nas linhas extremas (superior e inferior) e nas colunas extremas (direita e esquerda). As constelações QAM cruzadas apresentam  $4 \left( 3 \cdot 2^{\frac{b-3}{2}} - 2 \cdot 2^{\frac{b-5}{2}} \right) = 4 \left( 2^{\frac{b-1}{2}} \right)$  pontos laterais com três vizinhos mais próximos. (Este cálculo é apenas um limite porque alguns de pontos laterais tem menos que três vizinhos mais próximos). Para estes, a probabilidade condicional de decisão correta,  $P_{c/externos}$  é dada por

$$P_{c/externos} = \left( 1 - Q \left[ \frac{d_{\min}}{2\sigma} \right] \right) \left( 1 - 2Q \left[ \frac{d_{\min}}{2\sigma} \right] \right). \quad (2.15)$$

2. Pontos internos: são os demais pontos da constelação QAM cruzada. Em cada constelação tem-se  $2^b - 4 \left( 3 \cdot 2^{\frac{b-3}{2}} - 2 \cdot 2^{\frac{b-5}{2}} \right) = 2^b - 4 \left( 2^{\frac{b-1}{2}} \right)$  pontos internos com quatro vizinhos mais próximos, cuja probabilidade condicional de decisão correta,  $P_{c/internos}$  é dada por

$$P_{c/internos} = \left( 1 - 2Q \left[ \frac{d_{\min}}{2\sigma} \right] \right)^2. \quad (2.16)$$

A probabilidade de uma decisão correta é, então, abreviando  $Q = Q \left[ \frac{d_{\min}}{2\sigma} \right]$ , dada

por

$$\begin{aligned}
P_c &\geq \frac{1}{M} \left[ 4 \left( 2^{\frac{b-1}{2}} \right) (1-Q)(1-2Q) \right] + \frac{1}{M} \left[ \left\{ 2^b - 4 \left( 2^{\frac{b-1}{2}} \right) \right\} (1-2Q)^2 \right] \\
&= \frac{1}{M} \left[ 4 \left( 2^{\frac{b-1}{2}} \right) (1-3Q+2Q^2) + \left[ 2^b - 2^{\frac{b+3}{2}} \right] (1-4Q+4Q^2) \right] \\
&= 1 - \left[ -2^{\frac{3-b}{2}} + 4 \right] Q + \left[ 2^{\frac{5-b}{2}} - 2 \cdot 2^{\frac{5-b}{2}} + 4 \right] Q^2.
\end{aligned} \tag{2.17}$$

Finalmente, o limitante superior da probabilidade de símbolo errado é dada por

$$\begin{aligned}
P_e &\leq 4 \left( 1 - \frac{1}{\sqrt{2M}} \right) Q \left[ \frac{d_{\min}}{2\sigma} \right] - 4 \left( 1 - \sqrt{\frac{2}{M}} \right) \left( Q \left[ \frac{d_{\min}}{2\sigma} \right] \right)^2 \\
&< 4 \left( 1 - \frac{1}{\sqrt{2M}} \right) Q \left[ \frac{d_{\min}}{2\sigma} \right] < 4Q \left[ \frac{d_{\min}}{2\sigma} \right].
\end{aligned} \tag{2.18}$$

## 2.4 MODULAÇÃO ADAPTATIVA

Recentemente, a tecnologia PLC tem sido considerada como uma das possíveis soluções para o acesso de alta velocidade às redes de dados, pois esta pode usar as redes BT e MT como meio de comunicação digital de dados (FERREIRA et al., 2010). No entanto, uma vez que as redes elétricas são projetadas para transmissão e distribuição de energia elétrica, elas não se constituem como um canal de comunicação de boa qualidade. Como resultado, é desejável que se empregue um esquema de modulação capaz de se adaptar às variações temporais dos canais PLC, variações essas que podem ser lentas ou rápidas dependendo das cargas conectadas à rede elétrica.

No esquema de modulação fixa, o modulador (transmissor) não tem disponíveis quaisquer informações sobre a SNR recebida ou outros parâmetros do canal. Este é geralmente projetado para uma certa SNR mínima (média), o que está relacionado à máxima probabilidade de erro permitida para o sistema de transmissão digital de dados. Porém, uma das principais desvantagens da modulação fixa em canais de comunicação, nos quais a SNR varia com a frequência, é que a BER, varia com a qualidade dos subcanais. A maioria das aplicações requer uma certa BER máxima e, normalmente, não há razão para reduzir esse valor além do necessário.

Um esquema de modulação adaptativa, no qual o conhecimento prévio de todas as características do canal de comunicação é disponibilizado para o transmissor, pode ser projetado para ter uma BER que seja constante para todos valores de SNR do canal ao longo do tempo e da frequência. A eficiência espectral da modulação fixa é constante, enquanto que, em geral, para o esquema adaptativo, esta vai aumentar com o aumento da SNR do canal. Isto de fato significa que a eficiência média espectral do sistema adaptativo é melhorada, enquanto que, ao mesmo tempo, a BER é melhor

ajustada à exigência da aplicação. Assim, a modulação adaptativa torna-se muito mais eficiente no que tange à maximização do uso dos recursos do canal de comunicação para a transmissão de dados (SVENSSON, 2007).

A maior desvantagem relacionada à modulação adaptativa, refere-se ao fato de que o transmissor precisa conhecer a SNR ou outro parâmetro do canal ou dos subcanais de tal forma que a modulação mais adequada seja escolhida e o receptor deve ser informado sobre a modulação utilizada, a fim de decodificar corretamente a informação transmitida. Isso leva a um maior uso do canal de comunicação para transmissão de dados de controle, em comparação com um sistema de modulação fixa. Entretanto, o ganho ofertado pela modulação adaptativa compensa esta perda de banda.

Nos esquemas de modulação adaptativa para sistemas de transmissão digital de dados baseados na modulação OFDM, como o empregado na tecnologia WiMax, a seleção da modulação a ser utilizada na camada física (chaveamento por mudança de fase em quadratura (do inglês, *quadrature phase shifting keying*) (QPSK), 16-QAM, 64-QAM) é escolhida a partir do nível da SNR percebida no receptor. A partir da negociação entre as estações base e cliente, a modulação a ser adotada é dinamicamente adaptada às condições do enlace de rádio (FIGUEIREDO, 2009), vide Figura 19. À cada subportadora do símbolo OFDM é associado um único tipo diferente de modulação, visto que o sistema tem apenas o conhecimento parcial dos estados do canal, conforme pode ser observado na Figura 20. Esta é chamada de modulação adaptativa com constelações fixas.

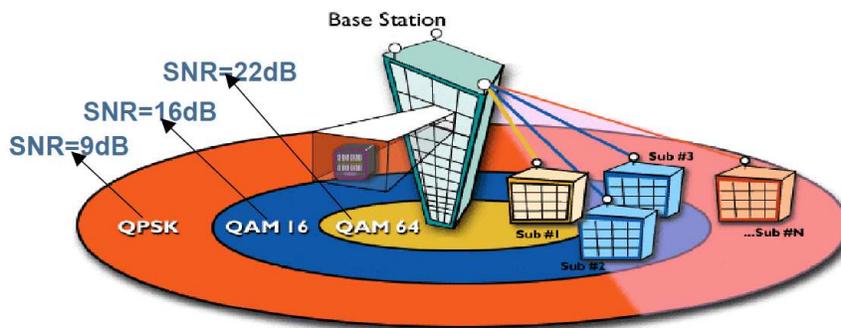


Figura 19: Esquema de modulação adaptativa adotado na tecnologia WiMax, reproduzido a partir de (FIGUEIREDO, 2009).

Os sistemas PLC convencionais, os quais também utilizam transmissão multiportadoras baseadas na modulação OFDM, possuem o conhecimento completo dos estados do canal de comunicação, o que permite que ao invés de considerar a alocação da quantidade de bits constante nas subportadoras, a taxa de transmissão de dados e a potência

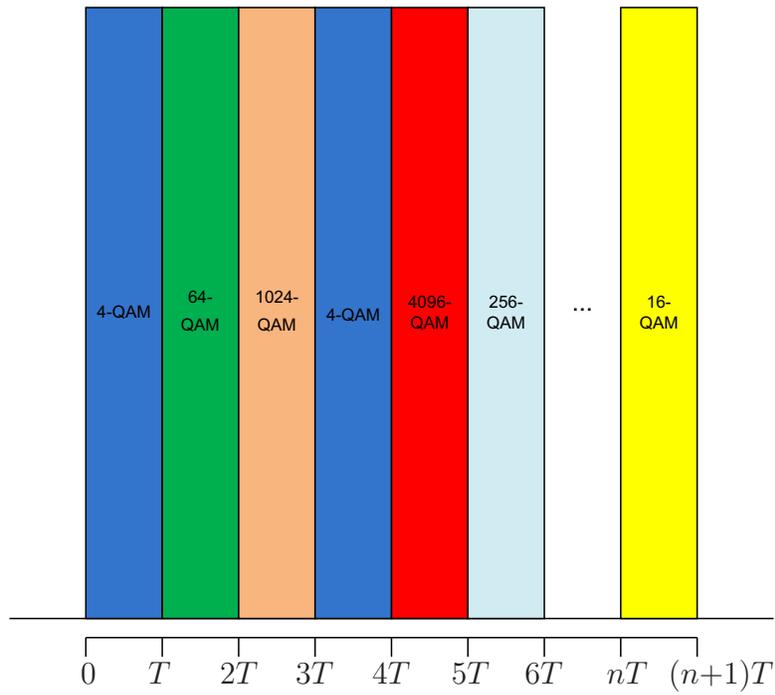


Figura 20: Sub-portadoras em uma modulação adaptativa fixa.

são configuradas de acordo com as condições do canal. Esta técnica é chamada de modulação adaptativa com constelações variáveis e confere maior flexibilidade ao sistema multiportadora, no que tange à maximização da eficiência espectral. A Figura 21 exibe um diagrama que mostra um exemplo de distribuição das modulações empregadas em cada subportadora para um esquema de modulação adaptativa com constelações variáveis.

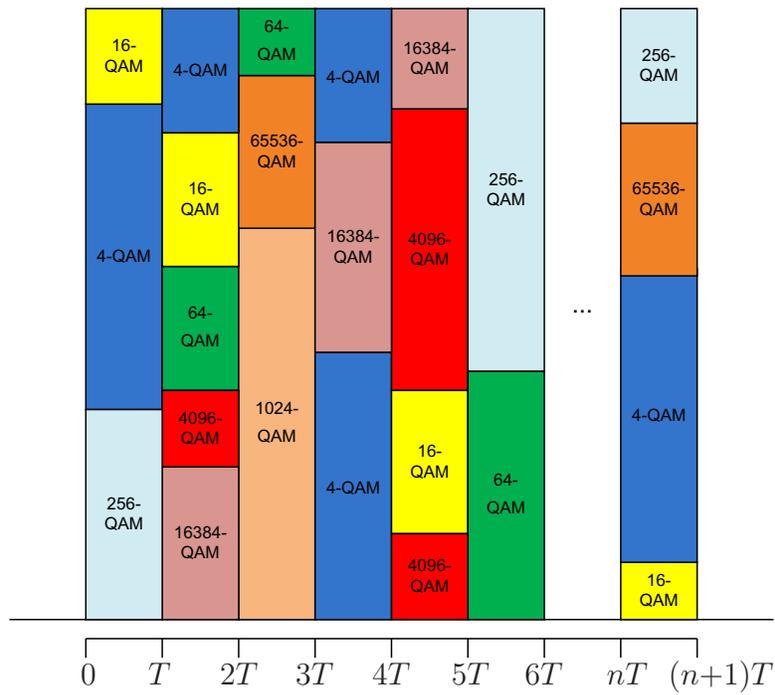


Figura 21: Sub-portadoras em uma modulação adaptativa variável.

A Figura 22 mostra um diagrama de blocos simplificado para um esquema de modulação adaptativa.

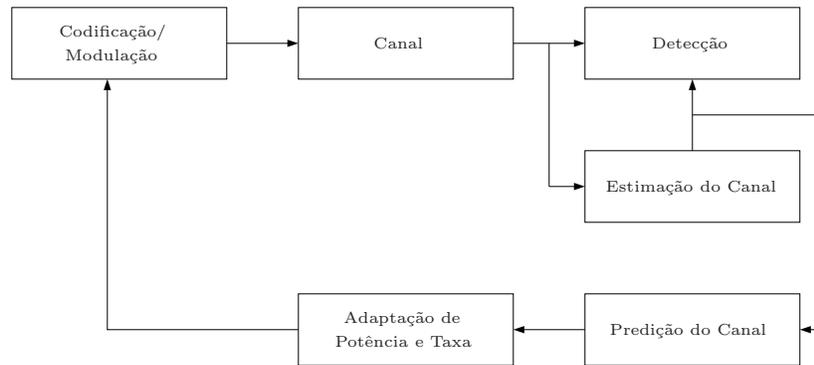


Figura 22: Diagrama de bloco de um esquema de modulação adaptativa. (SVENSSON, 2007)

O bloco *Canal* pode representar qualquer coisa, desde a simples adição de um ruído, até canais variantes no tempo, acrescidos de ruído e interferência. Neste trabalho, limita-se o canal somente como a simples adição de ruído AWGN e AIGN. Os blocos *Codificação/Modulação* e *Detecção* representam a modulação no transmissor e a detecção do sinal recebido no receptor, respectivamente. As técnicas usadas nestes blocos devem ser projetadas apropriadamente, dada a disponibilidade das informações do canal. Todos os transmissores usam algum tipo de codificação de canal para melhorar a qualidade do enlace de comunicação e, por esta razão, o bloco *Codificação/Modulação* também inclui a palavra codificação. O bloco de detecção, obviamente, deve ser projetado de acordo com a codificação e modulação selecionadas. O bloco *Estimação de Canal*, como o próprio nome sugere, representa a estimação do canal. A maioria das técnicas de detecção assume que algumas das características do canal já foram estimadas e estão disponíveis para o detector.

Os blocos até então descritos, aparecem também nos esquemas de modulação fixa. Os dois blocos restantes, no entanto, são específicos para modulações adaptativas. Em sua forma mais simplista, quando o canal varia lentamente, os parâmetros estimados do canal são mais facilmente disponibilizados para o dispositivo transmissor e serão úteis durante um longo intervalo de tempo. A partir destes parâmetros, o transmissor decide a modulação e codificação a serem usadas, isto é referido como adaptação de taxa/potência (bloco *Adaptação de Potência e Taxa*) na Figura 22.

## 2.5 O MODELO DO RUÍDO ADITIVO GAUSSIANO BRANCO

Em um primeiro enfoque de um sistema de comunicações digitais de dados adota-se o modelo AWGN. Considera-se que o sinal transmitido é corrompido por um ruído aditivo modelado como um processo estocástico Gaussiano com densidade espectral de potência plana em toda a faixa de frequência. Uma motivação teórica para este modelo reside no Teorema do Limite Central que estabelece que a distribuição de probabilidade de uma variável aleatória resultante da soma de várias variáveis aleatórias independentes tende a uma distribuição Gaussiana. Este canal é responsável por erros ocasionais na sequência de símbolos na saída do receptor. Neste caso, o processo de erro é dito ser estatisticamente independente, não havendo dependência estatística entre erros em intervalos sucessivos. Este canal é classificado como canal sem memória. O canal AWGN é matematicamente tratável e descreve razoavelmente o tipo de ruído presente em vários sistemas de comunicações (PAPOULIS; PILLAI, 2002).

Matematicamente, o AWGN é assumido não correlacionado (ou “branco”) para qualquer tempo  $\tau$  diferente de zero, ou seja,

$$E\{v(t)v(t - \tau)\} = \frac{\mathcal{N}_0}{2}\delta(\tau), \quad (2.19)$$

em que  $E\{\cdot\}$  é o operador esperança,  $\delta(\tau)$  é o delta de Dirac e  $E[v(t)] = 0$ .

A Figura 23 ilustra o ruído Gaussiano branco aditivo dado por  $\mathcal{N}(0, \sigma^2)$ , em que  $\sigma^2 = 0dB$ .

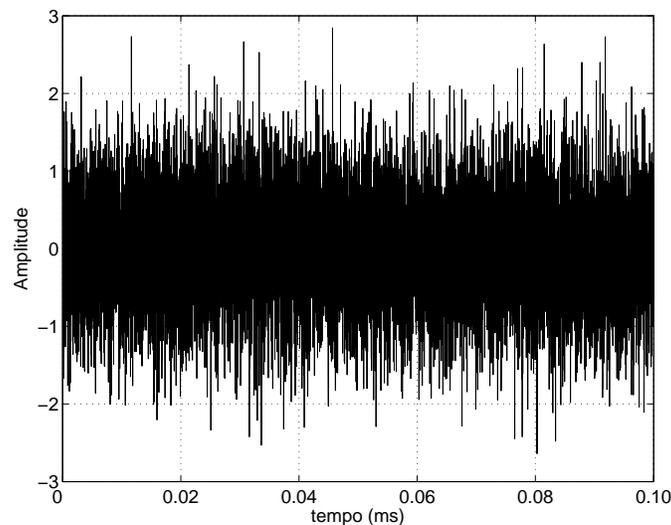


Figura 23: Ruído Gaussiano branco aditivo.

## 2.6 O MODELO DO RUÍDO ADITIVO GAUSSIANO E IMPULSIVO

Uma particularidade dos canais PLC é que a informação transmitida é corrompida severamente por vários tipos de ruído. Uma vez que ruídos impulsivos se comportam completamente diferente de ruídos AWGN, um mesmo detector pode ter um desempenho inferior quando sujeito a este ruído. A meta é desenvolver um detector que forneça desempenho satisfatório quando submetido tanto à condições ideais (AWGN) ou à condições que caracterizem um ambiente com ruídos impulsivos (AIGN). Assim sendo, entender o comportamento do ruído presente na rede de energia elétrica é fundamental para o projeto de sistemas de comunicação que se utilizem deste meio para transmissão de dados.

Atualmente, a melhor caracterização de ruído de um canal PLC é dada por (DOSTERT, 2001)

$$v = v_{bkgr} + v_{nb} + v_{pa} + v_{ps} + v_{imp}, \quad (2.20)$$

no qual  $v_{bkgr}$  é o ruído de fundo,  $v_{nb}$  é um ruído banda estreita,  $v_{pa}$  é um ruído impulsivo assíncrono periódico com a componente fundamental do sistema de potência,  $v_{ps}$  é um ruído impulsivo síncrono periódico com a componente fundamental do sistema de potência e, finalmente,  $v_{imp}$  é um ruído impulsivo assíncrono, o qual é o mais severo, devido à sua imprevisibilidade e potência elevada.

Neste trabalho foi usado um modelo que não considera a componente do ruído em banda estreita,  $v_{nb}$ , e a componente assíncrona periódica do ruído,  $v_{pa}$  de (2.20). Desta forma, o ruído PLC pode ser modelado como se segue:

$$v = v_{bkgr} + v_{ps} + v_{imp}, \quad (2.21)$$

no qual  $v_{bkgr} \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$ , uma variável aleatória com distribuição gaussiana, média zero e variância  $\sigma^2$ , representa o ruído branco de fundo;  $v_{ps} \sim \mathcal{N}(0, K_1 \sigma^2)$  denota uma componente periódica com intervalo de chegada  $t_{arr,ps} = (1/2f_0)$  s, no qual  $f_0$  é a frequência do sistema elétrico, e cujo intervalo de duração é  $t_{w,ps} = 100 \mu\text{s}$  localizado em  $(n/2)f_0$ ,  $n = 0, 1, 2, \dots$ . E também,  $v_{imp} \sim \mathcal{N}(0, K_2 \sigma^2)$  representa uma componente impulsiva com intervalo de chegada  $t_{arr,imp}$  modelado como uma variável aleatória exponencial com média de 100 ms e tempo de duração de  $t_{w,imp} = 100 \mu\text{s}$ . As constantes  $K_1$  e  $K_2$  são especificadas para gerar ruídos com diferentes níveis de severidade. Este modelo é capaz de representar cenários de PLC com alta severidade, uma vez que o ruído impulsivo é modelado como branco e gaussiano, o que torna possível emular o cenário de pior caso. Em todos os resultados de simulação mostrados neste trabalho,  $K_1 = K_2$

= 20 dB. A Figura 24 ilustra as componentes de um ruído AIGN típico, bem como a soma destes.

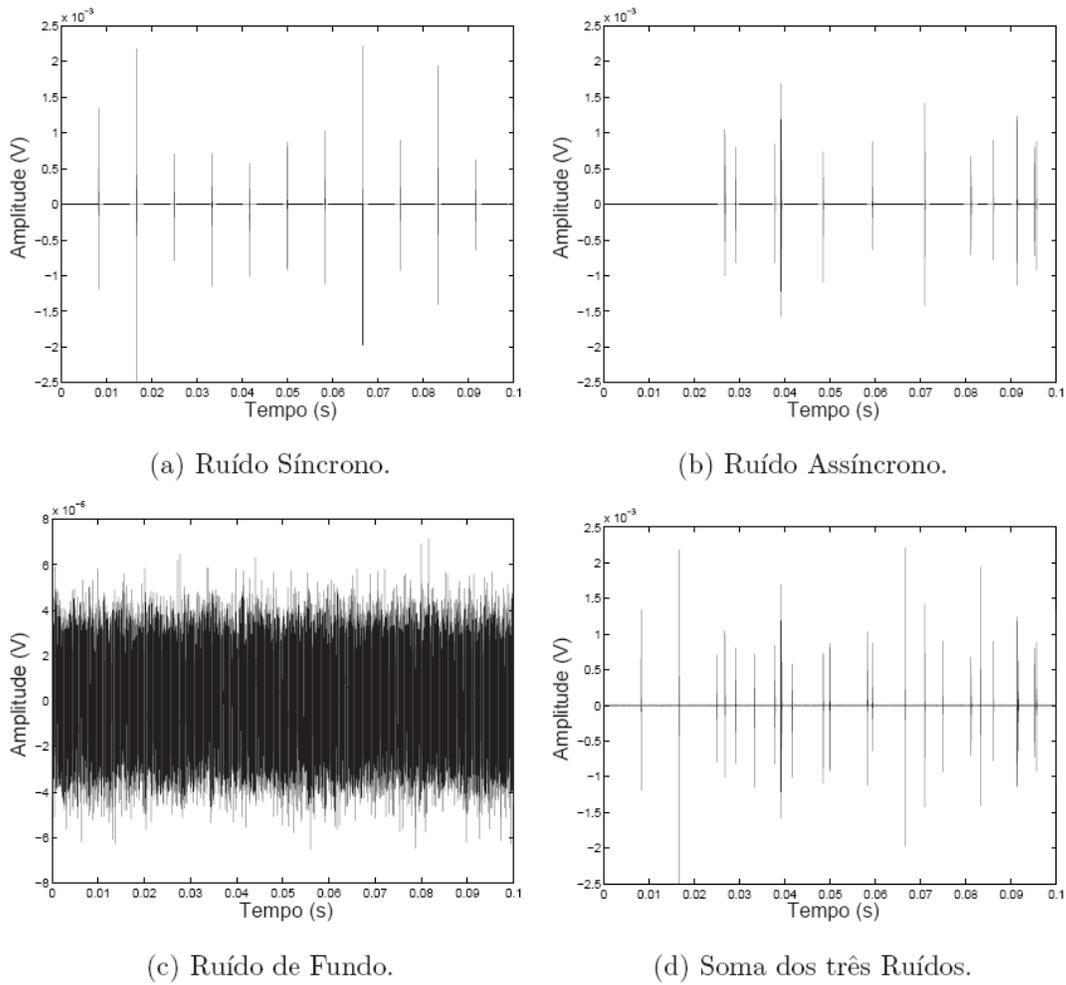


Figura 24: Principais modelos de ruídos simulados.

## 2.7 DETECÇÃO ÓTIMA DE DADOS

Para um determinado sistema de comunicação digital de dados, a probabilidade de erro,  $P_e$ , é definida como a probabilidade da mensagem decodificada  $\hat{m}$  não ser igual à mensagem que foi transmitida  $m$ , ou seja,

$$P_e \triangleq P\{\hat{m} \neq m\}, \quad (2.22)$$

em que  $\hat{m}$  e  $m$  representam sequências binárias. Correspodentemente, a probabilidade da mensagem enviada estar correta,  $P_c$ , é dada por

$$P_c = 1 - P_e = 1 - P\{\hat{m} \neq m\} = P\{\hat{m} = m\}. \quad (2.23)$$

Um detector de dados ótimo escolhe  $\hat{m}$  para minimizar  $P_e$ , ou, equivalentemente, para maximizar a  $P_c$ . A probabilidade da mensagem recebida estar correta é uma função da mensagem particular transmitida,  $m_i$  (CIOFFI, 2010).

### 2.7.1 DETECTOR MAP

A probabilidade da decisão  $\hat{m} = m$  estar correta, dado um vetor de saída do canal  $\mathbf{y} = \mathbf{v}$ , é dado por:

$$P_c = (\hat{m} = m_i, \mathbf{y} = \mathbf{v}) = P_{m|\mathbf{y}}(m_i|\mathbf{v}) = P_{\mathbf{x}|\mathbf{y}}(i|\mathbf{v}). \quad (2.24)$$

Desta forma, o dispositivo de decisão ótima observa a saída particular recebida  $\mathbf{y} = \mathbf{v}$ , e como uma função da saída, escolhe  $\hat{m} = m_i$ ,  $i = 0, \dots, M - 1$  para maximizar a probabilidade de decisão correta em (2.24). Esta quantidade é referida como a probabilidade *a posteriori* do vetor canal. Então, o detector ótimo é chamado detector *maximum a posteriori* (MAP), o qual é definido como o detector que escolhe o índice  $i$  que maximiza a probabilidade *a posteriori*  $p_{\mathbf{x}|\mathbf{y}}(i|\mathbf{v})$  dado um vetor recebido  $\mathbf{y} = \mathbf{v}$ .

Vale notar que  $\sum_{j=0}^{M-1} p_{\mathbf{y}|\mathbf{x}}(\mathbf{v}|j) = 1$ ; o detector MAP então simplesmente escolhe o índice  $i$  com a mais alta probabilidade condicional  $p_{\mathbf{x}|\mathbf{y}}(i|\mathbf{v})$ . Para cada possível vetor  $\mathbf{y}$  recebido, o detector pode calcular o índice  $i$ , o qual depende da distribuição da entrada  $p_{\mathbf{x}}(i)$ . A probabilidade *a posteriori* pode ser reescrita em termos das probabilidades *a priori*,  $p_{\mathbf{x}}(i)$ , e da probabilidade de transição do canal,  $p_{\mathbf{y}|\mathbf{x}}(i|\mathbf{v})$ , segundo a identidade

$$p_{\mathbf{x}|\mathbf{y}}(i|\mathbf{v}) \cdot p_{\mathbf{y}}(\mathbf{v}) = p_{\mathbf{y}|\mathbf{x}}(\mathbf{v}|i) \cdot p_{\mathbf{x}}(i). \quad (2.25)$$

Então

$$p_{\mathbf{x}|\mathbf{y}}(i|\mathbf{v}) = \frac{p_{\mathbf{y}|\mathbf{x}}(\mathbf{v}|i) \cdot p_{\mathbf{x}}(i)}{p_{\mathbf{y}}(\mathbf{v})}, \quad (2.26)$$

ou ainda

$$p_{\mathbf{x}|\mathbf{y}}(i|\mathbf{v}) = \frac{p_{\mathbf{y}|\mathbf{x}}(\mathbf{v}|i) \cdot p_{\mathbf{x}}(i)}{\sum_{j=0}^{M-1} p_{\mathbf{y}|\mathbf{x}}(\mathbf{v}|j) \cdot p_{\mathbf{x}}(j)}, \quad (2.27)$$

para  $p_{\mathbf{y}}(\mathbf{v}) \neq 0$ . Se  $p_{\mathbf{y}}(\mathbf{v}) = 0$ , então aquela saída particular não contribui para  $P_e$ .

A seguinte regra sumariza, então, o detector MAP em termos das densidades de probabilidade do canal  $p_{\mathbf{y}|\mathbf{x}}(i|\mathbf{v})$  e do vetor de entrada  $p_{\mathbf{x}}(i)$ :

$$\hat{m} \Rightarrow m_i \text{ se } p_{\mathbf{y}|\mathbf{x}}(\mathbf{v}|i) \cdot p_{\mathbf{x}}(i) \geq p_{\mathbf{y}|\mathbf{x}}(\mathbf{v}|j) \cdot p_{\mathbf{x}}(j), \forall j \neq i. \quad (2.28)$$

### 2.7.2 DETECTOR ML

O detector que usa o critério de máxima verossimilhança (ML) é um caso do específico do detector MAP no qual todas as mensagens transmitidas apresentam a mesma probabilidade de ocorrência, isto é,

$$p_{\mathbf{x}}(i) = \frac{1}{M}, \forall i = 0, \dots, M - 1. \quad (2.29)$$

Assim como o detector MAP, o detector ML também escolhe um índice  $i$  para cada um dos possíveis vetores recebidos  $\mathbf{y} = \mathbf{v}$ , mas tais índices dependerão somente das probabilidades de transição do canal e é assumido ser independente da distribuição de entrada. O detector ML essencialmente cancela o fator  $1/M$  em ambos os lados de (2.28) para se obter (2.30). Este tipo de detector minimiza a  $P_e$  apenas quando os dados dos símbolos de entrada apresentem a mesma probabilidade de ocorrência. Mesmo quando a distribuição de entrada não é uniforme, a detecção ML pode ser empregada como regra de detecção, pois a distribuição da entrada pode ser desconhecida e assim pode se assumir que será

$$p_{\mathbf{y}|\mathbf{x}}(\mathbf{v}|i) \geq p_{\mathbf{y}|\mathbf{x}}(\mathbf{v}|j). \quad (2.30)$$

Para canais AWGN é válida a seguinte regra para detecção ML:

$$\hat{m} \Rightarrow m_i \text{ se } \|\mathbf{v} - \mathbf{x}_i\|^2 \leq \|\mathbf{v} - \mathbf{x}_j\|^2 \forall j \neq i. \quad (2.31)$$

O detector ML para canais AWGN tem intuitivamente a interpretação física de que a decisão  $\hat{m} = m_i$  corresponde ao símbolo  $\mathbf{x}_i$  que se encontra mais próximo, em termos de distância Euclidiana, à saída recebida no vetor canal  $\mathbf{y} = \mathbf{v}$  (CIOFFI, 2010).

Tanto para o caso de detecção pelo critério MAP quanto para o critério ML, cada possível valor de saída do canal  $\mathbf{y}$  pode ser mapeado em uma das  $M$  possíveis mensagens transmitidas. Então, o vetor espaço da constelação pode ser particionado em  $M$  diferentes regiões correspondentes às  $M$  possíveis decisões. Os sistemas de comunicação mais simples, baseado em chaveamento binário por mudança de fase (do inglês, *binary phase shift keying*) (BPSK) por exemplo, apresentam fronteiras bem definidas, e desta forma as regiões de decisão geralmente coincidem com a intuição. No entanto, em alguns sistemas de comunicação mais complexos, as regiões podem ser mais difíceis de serem visualizadas. A região de decisão usando um detector MAP para cada

mensagem  $m_i$ ,  $i = 0, \dots, M - 1$  é definida como:

$$D_i \triangleq \{ \mathbf{v} | p_{\mathbf{y}|\mathbf{x}}(\mathbf{v}|i) p_{\mathbf{x}}(i) \geq p_{\mathbf{y}|\mathbf{x}}(\mathbf{v}|j) p_{\mathbf{x}}(j), \forall j \neq i \}, \quad (2.32)$$

com as mensagens de entrada equiprováveis, as regiões de decisão se resumem a (CIOFFI, 2010)

$$D_i \triangleq \{ \mathbf{v} | p_{\mathbf{y}|\mathbf{x}}(v|i) \geq p_{\mathbf{y}|\mathbf{x}}(\mathbf{v}|j), \forall j \neq i \}. \quad (2.33)$$

## 2.8 SUMÁRIO

Este capítulo buscou esclarecer os conceitos que se fazem necessários para um bom entendimento dos capítulos seguintes. Foi apresentado o esquema de modulação digital QAM: as constelações quadrada e cruzada, uma abordagem histórica detalhada desta tecnologia. Foi definida a codificação Gray e sua regra de formação, assim como o seu uso no mapeamento das constelações pode contribuir na melhoria de desempenho de um sistema de comunicação digital. Ainda, abordou-se o esquema de modulação adaptativa, buscando ressaltar sua importância na contribuição para um sistema de transmissão mais eficiente. Por fim, foram apresentadas as modelagens dos ruídos AWGN e AIGN bem como a técnica ideal de detecção ML. A seguir, no Capítulo 3 serão formuladas as questões de investigação, as quais estão associadas aos temas abordados no presente capítulo.

### 3 FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

Seja  $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^{N \times 1}$ , o vetor que descreve um ponto numa constelação  $N$ -dimensional, tal que este ponto carregue um número finito de bits de informação, os quais constituem uma mensagem  $m$  ( $m = b_0 b_1 \dots b_L, b \in \{0,1\}$ ). A síntese da forma de onda modulada usa uma série de funções base ortonormais, também conhecidas neste contexto como portadoras. Por definição, duas funções  $\varphi_k(t) \in \mathbb{R}$  e  $\varphi_l(t) \in \mathbb{R}$  são ortonormais se atenderem à seguinte propriedade:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \varphi_k(t) \varphi_l(t) dt = \delta_{kl}(t) = \begin{cases} 1, & k = l \\ 0, & k \neq l \end{cases}, \quad (3.1)$$

em que  $\delta_{kl}(t)$  é chamado de função delta de Kronecker. Assim sendo, uma forma de onda modulada, correspondente ao símbolo de dados  $\mathbf{x}$ , para a base ortonormal  $\varphi_n(t)$  pode ser definida por

$$\begin{aligned} x(t) &= \sum_{i=-\infty}^{\infty} x_i(t) \\ &= \sum_{i=-\infty}^{\infty} \mathbf{x}_i(t) \underline{\varphi}(t - T) \end{aligned} \quad (3.2)$$

em que  $\mathbf{x}_i(t) = [x_{i1} \ x_{i2} \ \dots \ x_{iN}]^T$ , tal que  $x_{in} \in \mathbb{R}$ , é uma variável aleatória que representa o ponto na constelação  $N$ -dimensional transmitido pelo  $i$ -ésimo símbolo, cujo período de duração é de  $T$  segundos;  $\underline{\varphi}(t) = [\varphi_1(t) \ \varphi_2(t) \ \dots \ \varphi_N(t)]^T$  define um vetor de  $N$  funções de base ortonormais, as quais modulam o  $i$ -ésimo ponto na constelação.

Existem diversas opções para as funções bases  $\{\varphi_n(t)\}_{n=1}^N$  e, correspondentemente, diversas formas de onda moduladas  $x(t)$  para um mesmo vetor  $\mathbf{x}$ . A escolha do conjunto  $\varphi = \{\varphi_1(t), \varphi_2(t), \dots, \varphi_N(t)\}$  para transmitir os dados através do canal de comunicação dependerá das características do mesmo.

Na prática, um modulador pode construir a forma de onda modulada a partir de qualquer grupo de símbolos de dados, o que introduz o conceito de constelação do sinal,

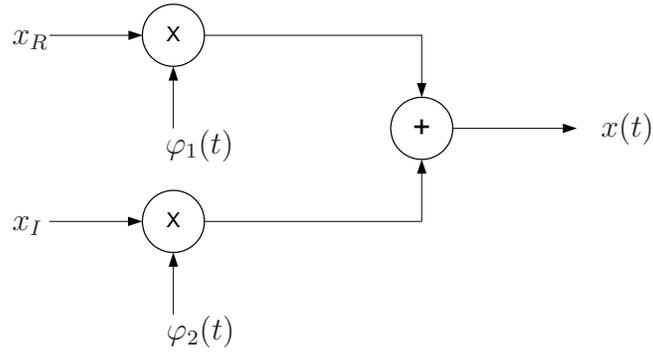


Figura 25: Modulação.

que, a saber, é um grupo de  $M$  vetores  $\mathbf{x}_i$ ,  $i = 0, \dots, M - 1$  aos quais estão associadas as  $M$  formas de onda  $x_i(t)$ ,  $i = 0, \dots, M - 1$ . Neste caso, assume-se que  $x_i(t)$  ocupa o intervalo de símbolo dado por  $t \in [(i - 1)T, iT]$ .

Cada ponto distinto da constelação do sinal corresponde a uma forma de onda distinta, mas todas elas compartilham o mesmo grupo de funções bases. A componente do  $i$ -ésimo vetor  $\mathbf{x}_i$  que pertence à  $n$ -ésima função base  $\varphi_n(t)$  é denotado como  $x_{in}$  (CIOFFI, 2010).

Mesmo após sofrer interferências pelos ruídos adicionados pelo canal, pode-se recuperar uma estimativa do vetor  $\mathbf{x}$ ,  $\hat{\mathbf{x}}$ , pelo processo de demodulação. A obtenção de  $\hat{\mathbf{x}}$  é comumente chamada de demodulação correlativa, pois o sinal modulado,  $y(t) = x(t) + v(t)$ , corrompido ou não por ruído aditivo, é sincronamente correlacionado com cada uma das funções bases, conforme é expresso por

$$\begin{aligned} y_n &= y(t) * \varphi_n(T - t) \Big|_{t=T} \\ &= x(t) * \varphi_n(T - t) \Big|_{t=T} + v(t) * \varphi_n(T - t) \Big|_{t=T} \end{aligned} \quad (3.3)$$

em que  $T$  é o período de símbolo,  $v(t)$  é o vetor que representa o ruído adicionado ao sinal e  $y_n$ , o sinal demodulado na  $n$ -ésima função base.

Na Figura 26, pode-se observar o esquema geral do processo de demodulação através de filtros casados, na qual a componente da forma de onda  $x(t)$  na  $n$ -ésima função base é equivalente à convolução (filtro) da forma de onda  $x(t)$  com o filtro  $\varphi_n(T - t)$  no instante de tempo  $T$ . Tal figura ilustra a conversão entre o símbolo de dados e a correspondente forma de onda modulada, a qual pode ser representada por um conjunto finito de componentes pelo grupo de funções bases ortonormais (CIOFFI, 2010).

Um esquema simplificado de modulação e demodulação para comunicação digital de dados pode ser ilustrado na Figura 27. Este modelo suprime todas as formas de

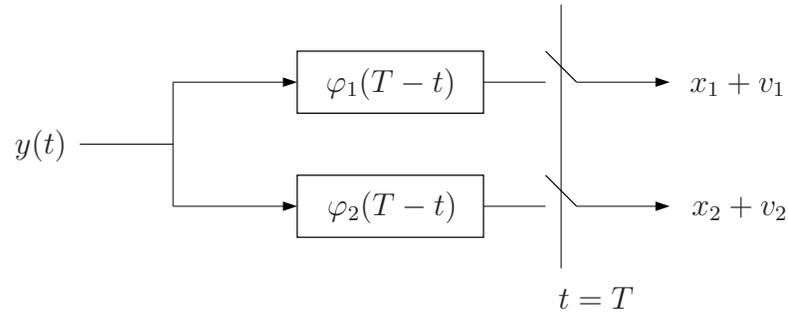


Figura 26: Demodulação por filtro casado.

onda contínuas no tempo, ou seja, o canal produz um vetor de saída discreto para um dado vetor de entrada discreto. As funções  $f(\cdot)$  e  $g(\cdot)$  implementam as técnicas de codificação vetorial e decodificação vetorial/detecção, respectivamente. Além disso, a saída do canal, que é corrompida por ruído aditivo, pode ser expressa por

$$\mathbf{y} = \mathbf{x}_i + \mathbf{v}, \quad (3.4)$$

em que  $\mathbf{y}$  é o vetor saída do canal,  $\mathbf{x}_i$ ,  $i = 0, 1, \dots, M-1$ , é o  $i$ -ésimo ponto da constelação associado com a  $i$ -ésima mensagem binária,  $m_i$ , a qual é constituída de  $\log_2(M)$  bits, posto que  $M$  é o número de pontos na constelação, e  $\mathbf{v}$  é o vetor ruído aditivo.

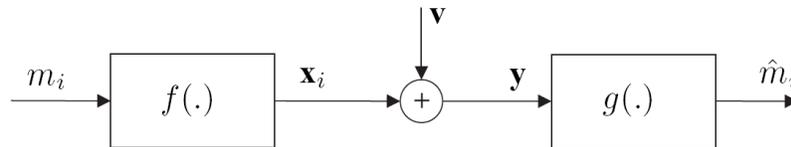


Figura 27: Modelo do sistema.

Neste trabalho, assume-se que  $\mathbf{x}_i$  são i.i.d. e  $E\{\mathbf{x}_i\} = 0$ . Assim,  $\mathbf{x}_i$  pode ser caracterizado como um ponto numa constelação  $M$ -QAM quadrada, tal que  $M = 2^n$ ,  $n = 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16$ , ou ainda um ponto numa constelação  $M$ -QAM cruzada, tal que  $M = 2^n$ ,  $n = 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15$ . Adicionalmente, é considerado um mapeamento utilizando um código Gray, similar ao empregado no padrão 802.16 do IEEE, que fornece um ganho em torno de 0,4 dB em relação a um esquema  $M$ -QAM sem o código Gray.

Neste modelo, se  $\mathbf{v} = 0$ , tem-se que  $g(\cdot) = [f(\cdot)]^{-1}$ , o que permite recuperar  $\mathbf{x}_i$ , ou seja, a detecção é perfeita. Entretanto, se  $\mathbf{v}$  é um vetor aleatório cujos elementos têm distribuição Gaussiana, o canal é dito AWGN, e  $\mathbf{x}_i$  é i.i.d., então o detector ótimo é aquele baseado no critério ML (PROAKIS, 1995). A aplicação do critério ML e algumas

manipulações matemáticas e considerações resulta em

$$\hat{m}_i \Rightarrow m_i \text{ se } \|\mathbf{y} - \mathbf{x}_i\|^2 \leq \|\mathbf{y} - \mathbf{x}_j\|^2, \forall i, j = 0, 1, \dots, M - 1. \quad (3.5)$$

em que  $m_i$  representa a sequência binária transmitida e  $\hat{m}_i$  a sequência binária decodificada.

O detector ML para canais AWGN tem uma interpretação física intuitiva, na qual a decisão  $\hat{m}_i$  corresponde ao símbolo  $\mathbf{x}_i$  que está mais próximo do vetor  $\mathbf{y}$ , em termos de distância Euclidiana. Se o tamanho da constelação é pequeno, o cálculo de (3.5) apresenta um baixo custo computacional associado. O mesmo não pode ser dito quando o tamanho da constelação é grande, como por exemplo, a constelação 2<sup>15</sup>-QAM para sistemas PLC (TONELLO et al., 2008).

A Tabela 2 apresenta o número de operações requeridas para a detecção ML de um único símbolo QAM para cada umas das constelações quadradas abordadas neste trabalho. São consideradas a quantidade de somas, subtrações, multiplicações e comparações. Como se observa, para constelações de ordem elevada, o custo computacional é bastante significativo, como resultado, a implementação de um esquema de modulação/demodulação QAM de ordem elevada e de baixo custo computacional se constitui como um desafio para tornar comercialmente viável um *modem* PLC de elevada taxa de transmissão de dados. Como exemplo, o custo computacional associado à implementação da detecção ML para constelação 16-QAM em linguagem Verilog para um dispositivo de FPGA Stratix III EP3SL150F1152C2 (ALTERA CORPORATION, 2010), demanda 409 células lógicas, 32 blocos de processamento digital de sinais (do inglês, *digital signal processing*) (DSP), uma frequência máxima restrita de operação de 226,35 MHz e uma latência de 4 ciclos de *clock* para sua execução. Estes valores se traduzem numa demanda razoável dos recursos de FPGA e, conseqüentemente, pode resultar num dispositivo FPGA de maior custo.

Geralmente, quando implementadas num dispositivo FPGA ou DSP, as técnicas de modulação e demodulação se reduzem simplesmente a procedimentos de mapeamento e detecção/demapeamento, respectivamente. Assim sendo, a introdução de uma técnica de detecção cujos custos computacionais sejam menores do que aqueles observados com o detector ML é de grande interesse de investigação. Neste contexto, as seguintes questões de investigação são analisadas nesta dissertação:

- i) Como implementar técnicas distintas de detecção coerente para constelações QAM quadradas e cruzadas de ordem elevada, a saber: as constelações quadradas

Tabela 2: Número de operações para detecção ML de um símbolo QAM.

	Somas	Subtrações	Multiplicações	Comparações
4-QAM	4	8	8	3
16-QAM	16	32	32	15
64-QAM	64	128	128	63
256-QAM	256	512	512	255
1024-QAM	1024	2048	2048	1023
4096-QAM	4096	8192	8192	4095
16384-QAM	16384	32768	32768	16383
65536-QAM	65536	131072	131072	65535

4-QAM, 16-QAM, 64-QAM, 256-QAM, 1024-QAM, 4096-QAM, 16384-QAM e 65536-QAM, e as constelações cruzadas 8-QAM, 32-QAM, 128-QAM, 512-QAM, 2048-QAM, 8192-QAM, 32768-QAM com menor custo computacional do que a detecção baseada no critério ML?

- ii) Qual é o desempenho destas constelações, em relação à BER quando se transmite um sinal através de um canal AWGN? E qual é o desempenho quando o canal é AIGN, que caracteriza ruídos presentes na rede elétrica?
- iii) Como implementar a técnica de detecção dada por (3.5) como baixa complexidade computacional num dispositivo FPGA?
- iv) Como implementar um esquema de modulação adaptativa, voltada para OFDM com modulação igual nas subportadoras e modulação distinta nas subportadoras, que envolva as melhores técnicas de detecção observadas, para modulação QAM quadrada e modulação QAM cruzada em FPGA?
- v) É possível se obter uma forma generalizada de mapeamento de constelação para modulação QAM quadrada, que permita redução da memória utilizada no FPGA?
- vi) Existem outras formas de implementar uma constelação QAM que consigam reduzir a PAPR de um sinal transmitido?

Estas questões de investigação constituem os objetos de pesquisas investigadas ao longo dos próximos capítulos.

### 3.1 SUMÁRIO

O presente capítulo delineou os principais objetivos deste trabalho, levantando as questões de investigação motivadas pelas atuais necessidades de se obter um sistema

comercial de transmissão PLC de alta velocidade, no que se refere à modulação digital de dados. No próximo capítulo, serão apresentadas as propostas deste trabalho que buscam apresentar soluções para as questões de investigação previamente discutidas.

## 4 PROPOSTAS

Embora a técnica de detecção ML seja a que apresenta o melhor desempenho em relação à BER quando os dados de entrada são i.i.d. e o canal é AWGN, esta técnica requer esforço computacional elevado para se calcular a distância Euclidiana entre o símbolo recebido e todos os demais pontos da constelação. Sabendo da necessidade de redução da complexidade computacional que os modernos sistemas de comunicação digital de dados apresentam, visto que eles transmitem grande volume de dados à elevada taxa de transmissão, são discutidas novas técnicas de detecção de símbolos a partir da detecção pelo critério ML e da teoria de regiões de Voronoi, a qual é sucintamente apresentada no Anexo A, posto que estas demandam menor custo computacional para implementação.

O presente capítulo busca apresentar soluções às questões levantadas anteriormente no Capítulo 3. Neste objetivo, a fim de mostrar uma solução à Questão **i)**, as Seções 4.1 e 4.2 apresentam propostas de detecção de baixo custo para as constelações QAM quadradas e cruzadas, respectivamente. A Seção 4.3 propõe formas alternativas de detecção para essas constelações. Com o intuito de solucionar as Questões **iii)** e **iv)**, são apresentadas na Seção 4.4 as estratégias adotadas para implementação em FPGA dos esquemas de modulação e detecção/demodulação para modulação constante e para modulação adaptativa. Na Seção 4.5, é mostrado um procedimento de generalização que permite a obtenção de todas as constelações QAM quadradas para ser usado na implementação da modulação digital, o que soluciona a Questão **v)**. Por fim, uma possível solução para a Questão **vi)** é apresentada na Seção 4.6, na qual é mostrada uma forma alternativa de mapear os pontos de uma constelação  $2^n$ -QAM que vislumbra a redução da PAPR. A resposta à Questão **ii)** é apresentada no Capítulo 5.

### 4.1 DETECTOR POR REGIÕES DE VORONOI PARA QAM QUADRADA

Aproveitando-se da característica de ortogonalidade da modulação QAM quadrada, propõe-se uma divisão das regiões das constelações QAM de interesse apresentadas na

Seção 2.2 em regiões de Voronoi, cujo ponto central coincide com o ponto da constelação a ser detectado. Qualquer símbolo transmitido que se encontre em determinada região será detectado como sendo especificamente o ponto central daquela região, ou seja, a estimativa do símbolo enviado.

De acordo com a teoria apresentada na Seção 2.7, uma região de decisão usando um detector ML para cada mensagem  $m_i$ ,  $i = 0, 1, 2, \dots, M - 1$ , para um modulador  $M$ -QAM quadrado é definida por

$$D_i \triangleq \{ \mathbf{y} \mid [p_{\mathbf{y}|\mathbf{x}}(\mathbf{y}|i) \geq p_{\mathbf{y}|\mathbf{x}}(\mathbf{y}|j)], \forall j \neq i \}, \quad (4.1)$$

em que  $p_{\mathbf{y}|\mathbf{x}}(\mathbf{y}|i)$  é a função de densidade de probabilidade condicional do canal.

A Figura 28 ilustra as regiões de decisão de Voronoi para a constelação 16-QAM. Se por exemplo, chegar ao detector um símbolo mapeado como  $-1, 3 + 1, 2j$ , através deste critério de regiões de Voronoi, a saída do detector será  $x_2 = -1 + j$  pois as partes real e imaginária do símbolo são negativa e positiva, respectivamente, enquadrando-o na região  $D_{-1,1}$ .

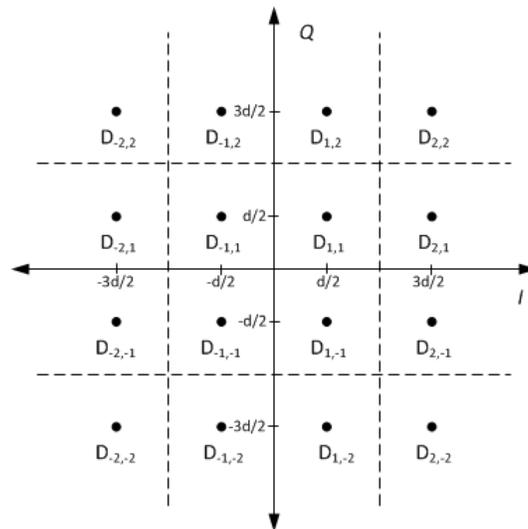


Figura 28: Regiões de Voronoi para constelação 16-QAM quadrada.

Genericamente, as regiões de decisão para as constelações QAM quadradas, baseadas em regiões de Voronoi são definidas como se segue:

*Definição:* Uma região de decisão de Voronoi quadrada para a detecção de cada mensagem  $m_i$ ,  $i = 0, 1, 2, \dots, M - 1$  para uma modulação  $M$ -QAM quadrada é definida

por:

$$D_{i,j} \triangleq \begin{cases} D_{i,j}^* & \text{se } i,j < 0 \\ D_{i+1,j}^* & \text{se } i \geq 0, j < 0 \\ D_{i,j+1}^* & \text{se } i < 0, j \geq 0 \\ D_{i+1,j+1}^* & \text{se } i \geq 0, j \geq 0 \end{cases}, \quad (4.2)$$

em que para cada um dos possíveis grupos de regiões de Voronoi para a constelação QAM quadrada ( $R_1 - R_9$ ), são válidas as seguintes considerações:

- $R_1$ :

$$D_{i,j}^* = \begin{cases} \mathbf{y} \mid id \leq \Re(\mathbf{y}) < (i+1)d \ \& \ jd \leq \Im(\mathbf{y}) < (j+1)d \\ \text{para } -\frac{\sqrt{M}}{2} < i, j \leq \frac{\sqrt{M}}{2} - 1 \end{cases} \quad (4.3)$$

- $R_2$ :

$$D_{i,j}^* = \begin{cases} \mathbf{y} \mid id \leq \Re(\mathbf{y}) \ \& \ jd \leq \Im(\mathbf{y}) < (j+1)d \\ \text{para } i = \frac{\sqrt{M}}{2} - 2, -\frac{\sqrt{M}}{2} < j < \frac{\sqrt{M}}{2} - 1 \end{cases}, \quad (4.4)$$

- $R_3$ :

$$D_{i,j}^* = \begin{cases} \mathbf{y} \mid id \leq \Re(\mathbf{y}) < (i+1)d \ \& \ jd \leq \Im(\mathbf{y}) \\ \text{para } -\frac{\sqrt{M}}{2} < i < \frac{\sqrt{M}}{2} - 1, j = \frac{\sqrt{M}}{2} - 2 \end{cases}, \quad (4.5)$$

- $R_4$ :

$$D_{i,j}^* = \begin{cases} \mathbf{y} \mid id > \Re(\mathbf{y}) \ \& \ jd \leq \Im(\mathbf{y}) < (j+1)d \\ \text{para } i = -\frac{\sqrt{M}}{2} + 1, -\frac{\sqrt{M}}{2} < j < \frac{\sqrt{M}}{2} - 1 \end{cases}, \quad (4.6)$$

- $R_5$ :

$$D_{i,j}^* = \begin{cases} \mathbf{y} \mid id \leq \Re(\mathbf{y}) < (i+1)d \ \& \ jd > \Im(\mathbf{y}) \\ \text{para } -\frac{\sqrt{M}}{2} < i < \frac{\sqrt{M}}{2} - 1, j = -\frac{\sqrt{M}}{2} + 1 \end{cases}, \quad (4.7)$$

- $R_6$ :

$$D_{i,j}^* = \begin{cases} \mathbf{y} \mid id \leq \Re(\mathbf{y}) \ \& \ jd \leq \Im(\mathbf{y}) \\ \text{para } i = j = \frac{\sqrt{M}}{2} - 2 \end{cases}, \quad (4.8)$$

- $R_7$ :

$$D_{i,j}^* = \begin{cases} \mathbf{y} \mid id > \Re(\mathbf{y}) \ \& \ jd > \Im(\mathbf{y}) \\ \text{para } i = j = -\frac{\sqrt{M}}{2} + 1 \end{cases}, \quad (4.9)$$

- $R_8$ :

$$D_{i,j}^* = \begin{cases} \mathbf{y} \mid id \leq \Re(\mathbf{y}) \ \& \ jd > \Im(\mathbf{y}) \\ \text{para } i = \frac{\sqrt{M}}{2} - 2, j = -\frac{\sqrt{M}}{2} + 1 \end{cases}, \quad (4.10)$$

- $R_9$ :

$$D_{i,j}^* = \begin{cases} \mathbf{y} & | id < \Re(\mathbf{y}) \ \& \ jd \leq \Im(\mathbf{y}) \\ \text{para } i = -\frac{\sqrt{M}}{2} + 1, j = \frac{\sqrt{M}}{2} - 2 \end{cases}, \quad (4.11)$$

em que  $\Re(\cdot)$  e  $\Im(\cdot)$  denotam as componentes real e imaginária de  $\mathbf{y}$ , respectivamente;  $d$  é distância mínima de acordo com a teoria de comunicação digital de dados.

A Figura 29 exemplifica, através da constelação quadrada 64-QAM, a forma de obtenção das regiões de Voronoi a partir do conjunto de equações definidos por (4.2).

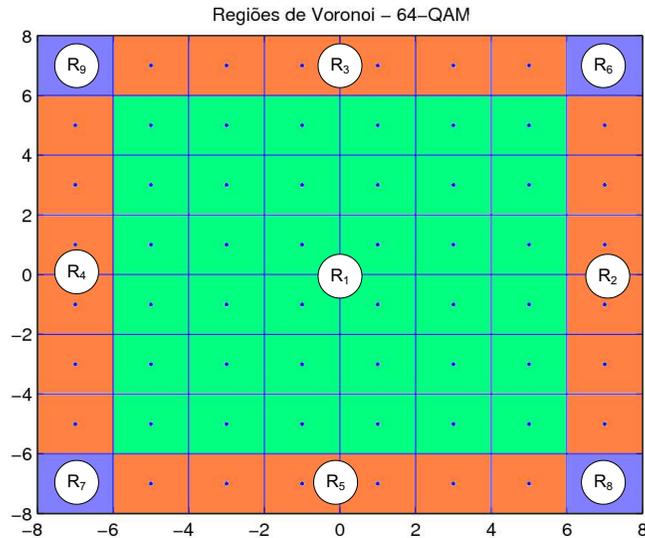


Figura 29: Regiões de Voronoi generalizadas para constelações quadradas.

Apesar de toda complexidade relacionada à esta formulação, a detecção por regiões de Voronoi tem um impacto positivo no que tange à complexidade computacional para a implementação da detecção  $M$ -QAM num dispositivo FPGA. Essencialmente, as somas, subtrações e multiplicações são trocadas por operações de comparação que demandam menor complexidade de *hardware* para serem implementadas do que as operações anteriores.

## 4.2 DETECTOR POR REGIÕES DE VORONOI PARA QAM CRUZADA

Esta mesma técnica de detecção por regiões de Voronoi pode ser aplicada às constelações QAM cruzadas, porém algumas considerações devem ser ressaltadas neste momento. Uma vez que, a partir da constelação 8-QAM, as constelações não apresentam  $\frac{M}{32}$  pontos nas extremidades, as regiões das  $\sqrt{\frac{M}{32}}$  colunas extremas à direita, à esquerda e das  $\sqrt{\frac{M}{32}}$  linhas inferiores e superiores de cada uma das constelações não são exata-

mente quadradas. Nas Figuras 30 e 31 apresentam-se as divisões em regiões de Voronoi para as constelações cruzadas 32-QAM e 128-QAM, respectivamente.

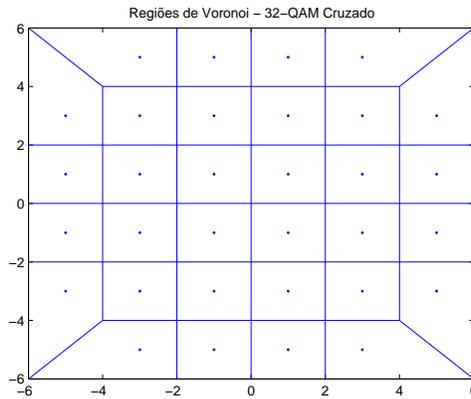


Figura 30: Regiões de Voronoi para constelação 32-QAM cruzada.

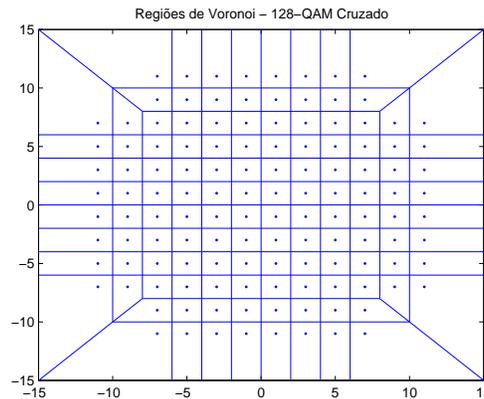


Figura 31: Regiões de Voronoi para constelação 128-QAM cruzada.

*Definição:* Uma região de decisão de Voronoi quadrada para a detecção de cada mensagem  $m_i$ ,  $i = 0, 1, 2, \dots, M - 1$  para uma modulação  $M$ -QAM cruzada é definida por:

$$D_{i,j} \triangleq \begin{cases} D_{i,j}^* & \text{se } i, j < 0 \\ D_{i+1,j}^* & \text{se } i \geq 0, j < 0 \\ D_{i,j+1}^* & \text{se } i < 0, j \geq 0 \\ D_{i+1,j+1}^* & \text{se } i \geq 0, j \geq 0 \end{cases}, \quad (4.12)$$

em que para cada um dos possíveis grupos de regiões de Voronoi de uma constelação QAM cruzada ( $R_1 - R_{25}$ ), são válidas as seguintes considerações:

- $R_1$ :

$$D_{i,j}^* = \begin{cases} \mathbf{y} \mid id \leq \Re(\mathbf{y}) < (i+1)d \ \& \ jd \leq \Im(\mathbf{y}) < (j+1)d \\ \text{para } -\alpha < i, j \leq \alpha-1 \end{cases}, \quad (4.13)$$

- $R_2$ :

$$D_{i,j}^* = \begin{cases} \mathbf{y} \mid id \leq \Re(\mathbf{y}) < (i+1)d \ \& \ jd \leq \Im(\mathbf{y}) < (j+1)d \\ \text{para } \alpha < i \leq \beta \ \text{e} \ -\alpha+1 \leq j \leq \alpha-1 \end{cases}, \quad (4.14)$$

- $R_3$ :

$$D_{i,j}^* = \begin{cases} \mathbf{y} \mid id \leq \Re(\mathbf{y}) < (i+1)d \ \& \ jd \leq \Im(\mathbf{y}) < (j+1)d \\ \text{para } -\alpha+1 \leq i \leq \alpha-1 \ \text{e} \ \alpha < j \leq \beta \end{cases}, \quad (4.15)$$

- $R_4$ :

$$D_{i,j}^* = \begin{cases} \mathbf{y} \mid id \leq \Re(\mathbf{y}) < (i+1)d \ \& \ jd \leq \Im(\mathbf{y}) < (j+1)d \\ \text{para } -\beta < i \leq -\alpha \ \text{e} \ -\alpha+1 \leq j \leq \alpha-1 \end{cases}, \quad (4.16)$$

- $R_5$ :

$$D_{i,j}^* = \begin{cases} \mathbf{y} \mid id \leq \Re(\mathbf{y}) < (i+1)d \ \& \ jd \leq \Im(\mathbf{y}) < (j+1)d \\ \text{para } -\alpha+1 \leq i \leq \alpha-1 \ \text{e} \ -\beta < j \leq -\alpha \end{cases}, \quad (4.17)$$

- $R_6$ :

$$D_{i,j}^* = \begin{cases} \mathbf{y} \mid id \leq \Re(\mathbf{y}) \ \& \ jd \leq \Im(\mathbf{y}) < (j+1)d \\ \text{para } i = \beta - 1 \ \text{e} \ -\alpha+1 \leq j \leq \alpha-1 \end{cases}, \quad (4.18)$$

- $R_7$ :

$$D_{i,j}^* = \begin{cases} \mathbf{y} \mid id \leq \Re(\mathbf{y}) < (i+1)d \ \& \ jd \leq \Im(\mathbf{y}) \\ \text{para } -\alpha+1 \leq i \leq \alpha-1 \ \text{e} \ j = \beta - 1 \end{cases}, \quad (4.19)$$

- $R_8$ :

$$D_{i,j}^* = \begin{cases} \mathbf{y} \mid id > \Re(\mathbf{y}) \ \& \ jd \leq \Im(\mathbf{y}) < (j+1)d \\ \text{para } i = -\beta \ \text{e} \ -\alpha+1 \leq j \leq \alpha-1 \end{cases}, \quad (4.20)$$

- $R_9$ :

$$D_{i,j}^* = \begin{cases} \mathbf{y} \mid id \leq \Re(\mathbf{y}) < (i+1)d \ \& \ jd > \Im(\mathbf{y}) \\ \text{para } -\alpha+1 \leq i \leq \alpha-1 \ \text{e} \ j = -\beta \end{cases}, \quad (4.21)$$

- $R_{10}$ :

$$D_{i,j}^* = \left\{ \begin{array}{l} \mathbf{y} \mid id \leq \Re(\mathbf{y}) < (i+1)d \ \& \ jd \leq \Im(\mathbf{y}) < (i+1)d \ \& \ |\Re(\mathbf{y})| \geq |\Im(\mathbf{y})| \\ \text{para } \alpha+1 < i \leq \beta+1 \ \text{e } j = \alpha-2 \end{array} \right. , \quad (4.22)$$

- $R_{11}$ :

$$D_{i,j}^* = \left\{ \begin{array}{l} \mathbf{y} \mid id \leq \Re(\mathbf{y}) < (j+1)d \ \& \ jd \leq \Im(\mathbf{y}) < (j+1)d \ \& \ |\Im(\mathbf{y})| > |\Re(\mathbf{y})| \\ \text{para } i = \alpha-2 \ \text{e } \alpha+1 < j \leq \beta+1 \end{array} \right. , \quad (4.23)$$

- $R_{12}$ :

$$D_{i,j}^* = \left\{ \begin{array}{l} \mathbf{y} \mid (-j-1)d \leq \Re(\mathbf{y}) < id \ \& \ jd \leq \Im(\mathbf{y}) < (j+1)d \ \& \ |\Im(\mathbf{y})| > |\Re(\mathbf{y})| \\ \text{para } i = -\alpha+1 \ \text{e } \alpha+1 < j \leq \beta+1 \end{array} \right. , \quad (4.24)$$

- $R_{13}$ :

$$D_{i,j}^* = \left\{ \begin{array}{l} \mathbf{y} \mid (i-1)d \leq \Re(\mathbf{y}) < id \ \& \ jd \leq \Im(\mathbf{y}) < (-i+1)d \ \& \ |\Re(\mathbf{y})| \geq |\Im(\mathbf{y})| \\ \text{para } -\beta < i \leq -\alpha \ \text{e } j = \alpha-2 \end{array} \right. , \quad (4.25)$$

- $R_{14}$ :

$$D_{i,j}^* = \left\{ \begin{array}{l} \mathbf{y} \mid (i-1)d \leq \Re(\mathbf{y}) < id \ \& \ (i-1)d \leq \Im(\mathbf{y}) < jd \ \& \ |\Re(\mathbf{y})| \geq |\Im(\mathbf{y})| \\ \text{para } -\beta < i \leq -\alpha \ \text{e } j = -\alpha+1 \end{array} \right. , \quad (4.26)$$

- $R_{15}$ :

$$D_{i,j}^* = \left\{ \begin{array}{l} \mathbf{y} \mid (j-1)d \leq \Re(\mathbf{y}) < id \ \& \ (j-1)d \leq \Im(\mathbf{y}) < jd \ \& \ |\Im(\mathbf{y})| > |\Re(\mathbf{y})| \\ \text{para } i = -\alpha+1 \ \text{e } -\beta < j \leq -\alpha \end{array} \right. , \quad (4.27)$$

- $R_{16}$ :

$$D_{i,j}^* = \left\{ \begin{array}{l} \mathbf{y} \mid id \leq \Re(\mathbf{y}) < (-j+1)d \ \& \ (j-1)d \leq \Im(\mathbf{y}) < jd \ \& \ |\Im(\mathbf{y})| > |\Re(\mathbf{y})| \\ \text{para } i = \alpha-2 \ \text{e } -\beta < j \leq -\alpha \end{array} \right. , \quad (4.28)$$

- $R_{17}$ :

$$D_{i,j}^* = \left\{ \begin{array}{l} \mathbf{y} \mid id \leq \Re(\mathbf{y}) < (i+1)d \ \& \ (-i-1)d \leq \Im(\mathbf{y}) < jd \ \& \ |\Im(\mathbf{y})| > |\Re(\mathbf{y})| \\ \text{para } \alpha + 1 < i \leq \beta + 1 \ \text{e } j = -\alpha + 1 \end{array} \right. , \quad (4.29)$$

- $R_{18}$ :

$$D_{i,j}^* = \left\{ \begin{array}{l} \mathbf{y} \mid id \leq \Re(\mathbf{y}) \ \& \ jd \leq \Im(\mathbf{y}) \ \& \ |\Re(\mathbf{y})| \geq |\Im(\mathbf{y})| \\ \text{para } i = \beta - 1 \ \text{e } j = \alpha - 2 \end{array} \right. , \quad (4.30)$$

- $R_{19}$ :

$$D_{i,j}^* = \left\{ \begin{array}{l} \mathbf{y} \mid id \leq \Re(\mathbf{y}) \ \& \ jd \leq \Im(\mathbf{y}) \ \& \ |\Im(\mathbf{y})| > |\Re(\mathbf{y})| \\ \text{para } i = \alpha - 2 \ \text{e } j = \beta - 1 \end{array} \right. , \quad (4.31)$$

- $R_{20}$ :

$$D_{i,j}^* = \left\{ \begin{array}{l} \mathbf{y} \mid id > \Re(\mathbf{y}) \ \& \ jd \leq \Im(\mathbf{y}) \ \& \ |\Im(\mathbf{y})| > |\Re(\mathbf{y})| \\ \text{para } i = -\alpha + 1 \ \text{e } j = \beta - 1 \end{array} \right. , \quad (4.32)$$

- $R_{21}$ :

$$D_{i,j}^* = \left\{ \begin{array}{l} \mathbf{y} \mid id > \Re(\mathbf{y}) \ \& \ jd \leq \Im(\mathbf{y}) \ \& \ |\Re(\mathbf{y})| \geq |\Im(\mathbf{y})| \\ \text{para } i = -\beta \ \text{e } j = \alpha - 2 \end{array} \right. , \quad (4.33)$$

- $R_{22}$ :

$$D_{i,j}^* = \left\{ \begin{array}{l} \mathbf{y} \mid id > \Re(\mathbf{y}) \ \& \ jd > \Im(\mathbf{y}) \ \& \ |\Re(\mathbf{y})| \geq |\Im(\mathbf{y})| \\ \text{para } i = -\beta \ \text{e } j = -\alpha + 1 \end{array} \right. , \quad (4.34)$$

- $R_{23}$ :

$$D_{i,j}^* = \left\{ \begin{array}{l} \mathbf{y} \mid id > \Re(\mathbf{y}) \ \& \ jd > \Im(\mathbf{y}) \ \& \ |\Im(\mathbf{y})| > |\Re(\mathbf{y})| \\ \text{para } i = -\alpha + 1 \ \text{e } j = -\beta \end{array} \right. , \quad (4.35)$$

- $R_{24}$ :

$$D_{i,j}^* = \left\{ \begin{array}{l} \mathbf{y} \mid id \leq \Re(\mathbf{y}) \ \& \ jd > \Im(\mathbf{y}) \ \& \ |\Im(\mathbf{y})| > |\Re(\mathbf{y})| \\ \text{para } i = \alpha - 2 \ \text{e } j = -\beta \end{array} \right. , \quad (4.36)$$

- $R_{25}$ :

$$D_{i,j}^* = \begin{cases} \mathbf{y} \mid id \leq \Re(\mathbf{y}) \ \& \ jd > \Im(\mathbf{y}) \ \& \ |\Re(\mathbf{y})| \geq |\Im(\mathbf{y})| \\ \text{para } i = \beta - 1 \text{ e } j = -\alpha + 1 \end{cases} . \quad (4.37)$$

Nestas equações, os valores de  $\alpha$  e  $\beta$  são dados por

$$\alpha = \frac{\sqrt{\frac{M}{2}}}{2} \quad (4.38)$$

e

$$\beta = \frac{3\sqrt{\frac{M}{2}}}{4} - 1. \quad (4.39)$$

Analogamente ao apresentado para as constelações quadradas, a Figura 32 apresenta a forma de obtenção das regiões de Voronoi através do uso do conjunto de equações definido por (4.12).

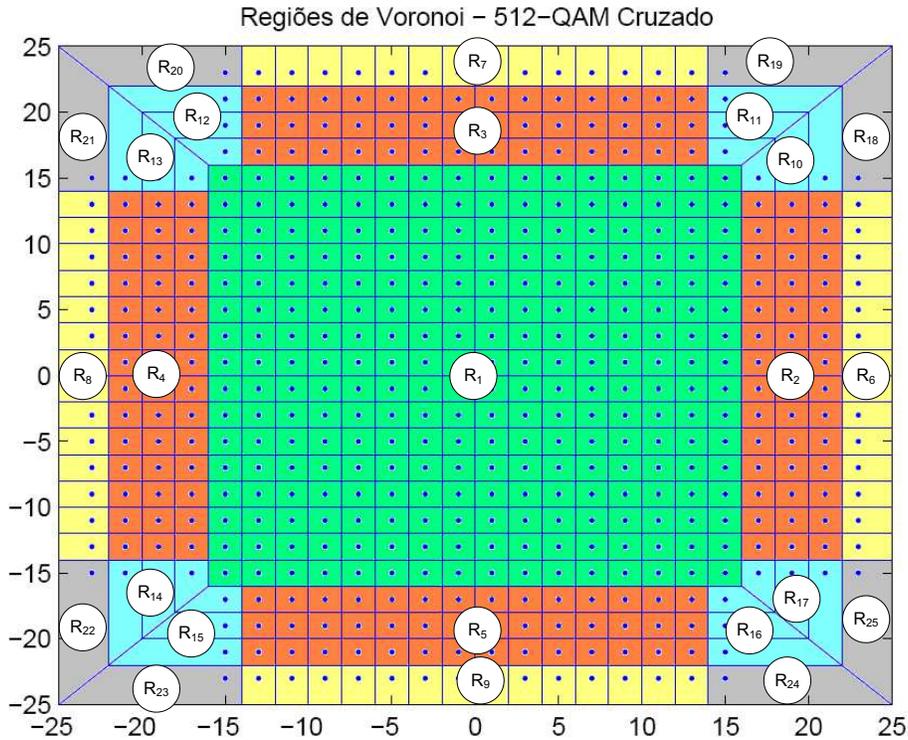


Figura 32: Regiões de Voronoi generalizadas para constelações cruzadas.

### 4.3 DETECTOR POR REGIÕES DE VORONOI COM CRITÉRIO ML

Para esquemas de modulação QAM que apresentam grandes constelações, nem sempre é necessário se fazer a comparação da distância Euclidiana para todos os pon-

tos da constelação no processo de detecção ML, uma vez que, devido ao mapeamento Gray, é muito baixa a probabilidade de se fazer uma detecção errada de um símbolo, confundindo-o com outro símbolo localizado em um ponto distante daquele na constelação.

Desta forma, este trabalho propõe de forma simples, uma junção destes métodos de regiões de decisão de Voronoi com o critério ML. Para exemplificar tal método, um detector Voronoi + ML pode ser projetado se  $2d$  substituir  $d$  em (4.12) e o critério ML for aplicado em cada uma das regiões geradas e constituídas por uma constelação de 4 pontos definidas pela região de Voronoi. Apresenta-se nas Figuras 33 e 34 os casos de detecção propostos para a constelação 64-QAM.

Na Figura 33, a constelação QAM com seus 64 pontos, representando cada um dos possíveis símbolos de serem enviados, foi dividida em 4 regiões com 16 pontos cada. Assim, após uma detecção por regiões de Voronoi, que permite verificar a qual quadrante pertence o símbolo recebido, realiza-se o procedimento ML para verificar a menor distância entre o ponto recebido e todos os demais pontos pertencentes àquela região.

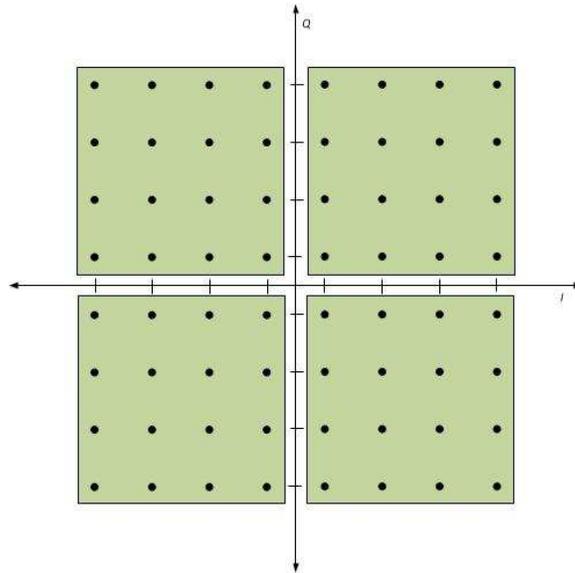


Figura 33: Esquema de detecção proposto para 64-QAM, 4 regiões com 16 pontos.

Na Figura 34, a constelação 64-QAM é dividida em 16 regiões de 4 pontos cada, para que, após detectada a região, possa ser calculada a distância Euclidiana destes pontos e do ponto recebido e assim estimar o símbolo transmitido.

Este procedimento foi repetido para todas as constelações quadradas descritas na Seção 2.2 para as simulações apresentadas no Capítulo 5 dividindo-se as constelações

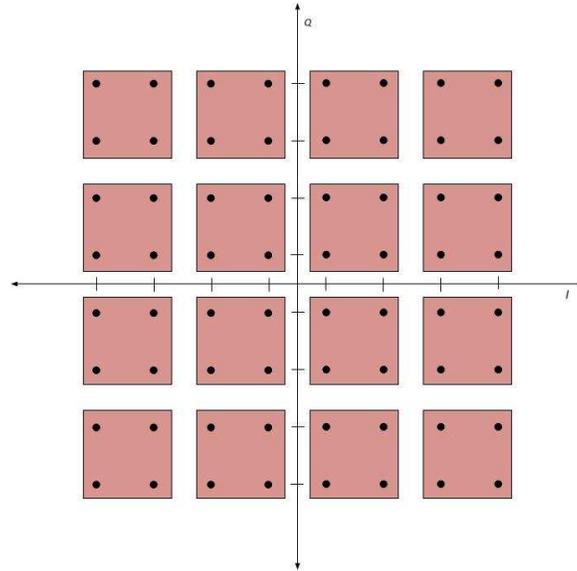


Figura 34: Esquema de detecção proposto para 64-QAM, 16 regiões com 4 pontos.

quadradas em grupos de pontos quadrados de 4, 16, 64, 256, 1024, 4096 e 16384 pontos.

Uma análise similar pode ser aplicada às constelações cruzadas, objetivando a divisão de regiões de Voronoi em grupos de 4, 16, 64, 256, 1024 e 4096, para posterior detecção pelo critério ML em cada uma dessas regiões. Na Figura 35, a constelação cruzada 32-QAM é dividida em 9 regiões. Devido a configuração peculiar da constelação cruzada, nem todas as regiões apresentam o mesmo número de pontos: 5 regiões com 4 pontos e 4 regiões com 3 pontos cada. As constelações cruzadas maiores também apresentarão regiões de Voronoi incompletas.

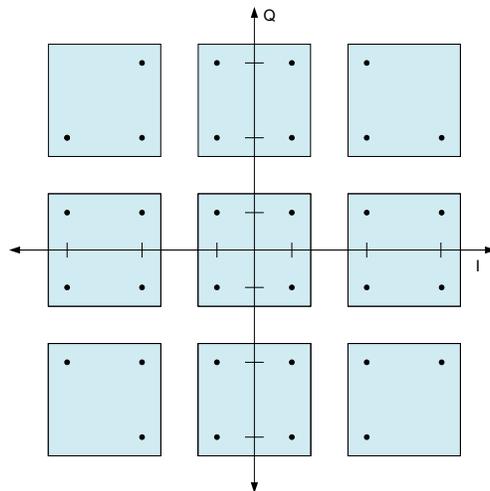


Figura 35: Esquema de detecção proposto para 32-QAM, 5 regiões com 4 pontos e 4 regiões com 3 pontos.

No Capítulo 5 são apresentados os resultados de simulação computacional de siste-

mas de comunicação digital de dados que fazem uso das técnicas de detecção propostas, objetivando a análise de desempenho destas quando o sinal de entrada é submetido à adição de AWGN e AIGN.

#### 4.4 IMPLEMENTAÇÃO EM HARDWARE

O nível básico de entrada de um projeto em FPGA é um nível de transferência de registros (do inglês, *register-transfer level*) (RTL) que representa um circuito digital como um conjunto de primitivas conectadas (somadores, contadores, multiplexadores, registradores, etc.). As duas formas mais utilizadas de se criar um projeto RTL são: entrada esquemática e entrada linguagem de descrição de *hardware* (do inglês, *hardware language description*) (HDL). A entrada esquemática é mais próxima de um *netlist*: não é muito conveniente para usá-la para grandes projetos. Já a entrada HDL é mais conveniente, mas precisa de um programa adicional (sintetizador), a fim de traduzir a descrição HDL para *netlist*.

Em eletrônica, uma HDL é qualquer linguagem especificação ou linguagem de modelagem para uma descrição formal e projeto de circuitos eletrônicos, e mais comumente, de lógica digital. Uma HDL pode descrever o funcionamento do circuito, a sua concepção e organização, e executar testes para verificar seu funcionamento por meio de simulação. As HDLs são usadas para escrever especificações executáveis de alguma parte do *hardware*. Um programa de simulação, concebido para implementar a semântica subjacente das declarações de linguagem, juntamente com o progresso da simulação temporal, fornece ao projetista a capacidade de modelar o *hardware* antes de ser criado fisicamente. Isso cria a ilusão das HDLs serem linguagens de programação, quando elas são, mais precisamente, classificadas como linguagens de especificação ou linguagens de modelagem.

O Verilog é uma importante HDL que permite gerenciamento de memória (*garbage collection*). Usando o subconjunto para síntese de circuitos da linguagem Verilog e um programa chamado de sintetizador (ou ferramenta de síntese), pode-se inferir operações lógicas de *hardware* a partir das declarações de linguagem e produzir um *netlist* equivalente de *hardware* genérico primitivo para implementar o comportamento especificado.

#### 4.4.1 MODULAÇÃO CONSTANTE

A implementação em *hardware*, utilizando Verilog, de um sistema de transmissão digital de dados que envolve basicamente os processos de modulação (codificação vetorial) e demodulação (decodificação vetorial e detecção), conforme aquele apresentado pela Figura 27, apresenta certas peculiaridades que serão discutidas a seguir.

A modulação, ou codificação vetorial, representa basicamente uma busca em tabela (do inglês, *look-up table*) (LUT), em que a cada  $M$  possível mensagem de entrada ( $in$ ) estão associadas duas saídas ( $out\_real$  e  $out\_imag$ ). A Figura 36 apresenta o fluxograma do algoritmo que implementa a modulação 16-QAM quadrada. A Figura 89, que se encontra no Apêndice B, mostra um código em Verilog implementado para esta modulação. As demais modulações  $M$ -QAM quadradas foram implementadas de forma análoga.

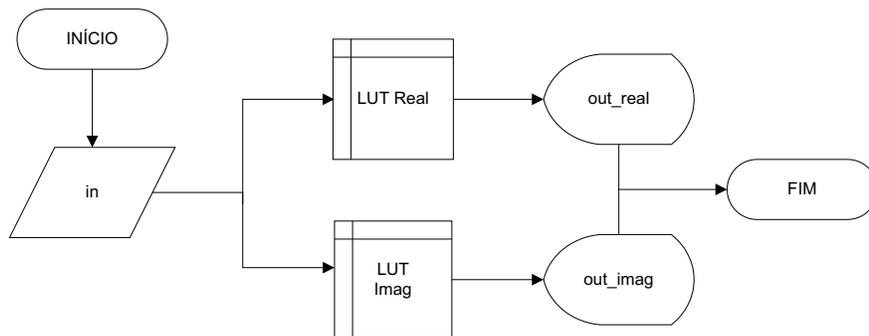


Figura 36: Fluxograma do algoritmo da modulação 16-QAM quadrada.

O sintetizador executa essa implementação da LUT e atribui a ela blocos de memória de acesso aleatório (do inglês, *random access memory*) (RAM) para armazenamento de cada informação de saída associada. A Figura 37 mostra o RTL da implementação da modulação 1024-QAM quadrada. Observa-se nesta os blocos de RAM ( $Ram0$  e  $Ram1$ ) sincronizados com a entrada de 6 bits ( $in$ ) através dos pinos de *clock* ( $clk$ ) e *enable* ( $ena\_in$ ), resultando nas saídas de 4 bits ( $out\_real$  e  $out\_imag$ ).

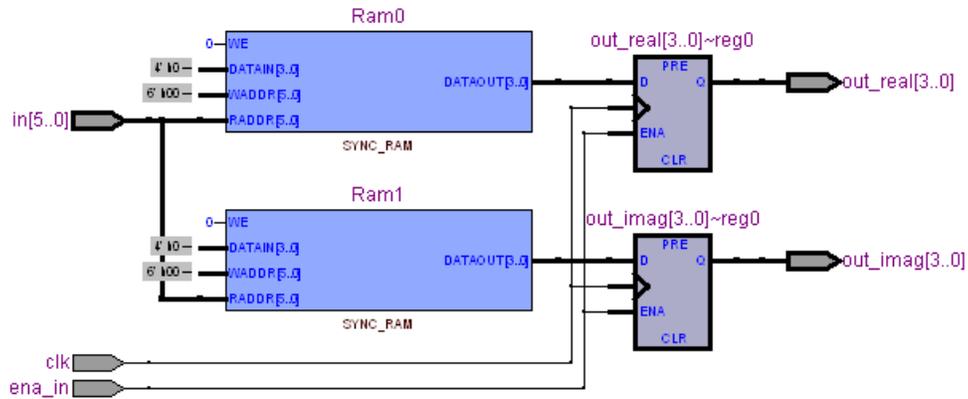


Figura 37: RTL da implementação em Verilog da modulação 1024-QAM quadrada.

A implementação em *hardware* da demodulação, ou decodificação incremental, também faz uso de LUTs para associar aos dados de entrada real e imaginário, a saída demodulada equivalente. Cada uma das entradas real e imaginária do demodulador (*in\_real* e *in\_imag*) se associam através das respectivas LUTs às saídas (*out\_a* e *out\_b*), as quais são somadas para se obter a saída do demodulador (*out*), conforme pode ser visto na Figura 38. O código da implementação em Verilog da demodulação 16-QAM quadrada é apresentada na Figura 90, no Anexo B.

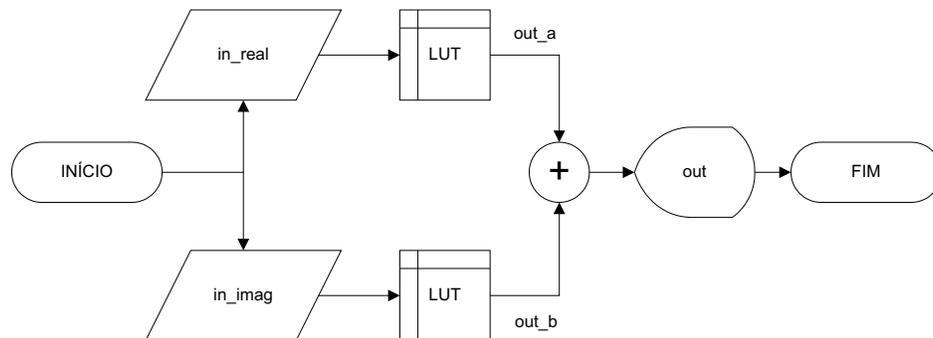


Figura 38: Fluxograma do algoritmo da demodulação 16-QAM quadrada.

Na descrição de *hardware* para uma implementação em FPGA da detecção por regiões de Voronoi, o detector é definido por comparadores que avaliam o vetor de entrada e associa a ele uma das regiões pré-determinadas, então cada ponto detectado é associado com uma saída através de uma LUT. As funções de detecção e demodulação podem ser combinadas em um único bloco, uma vez que é possível condensar suas

funcionalidades numa única LUT e minimizar recursos. O fluxograma do trecho de demodulação/detecção 16-QAM quadrada da componente real é apresentada na Figura 39. No apêndice B, a Figura 91 apresenta o trecho do código que implementa parte do processo de detecção/demodulação por regiões de Voronoi em FPGA.

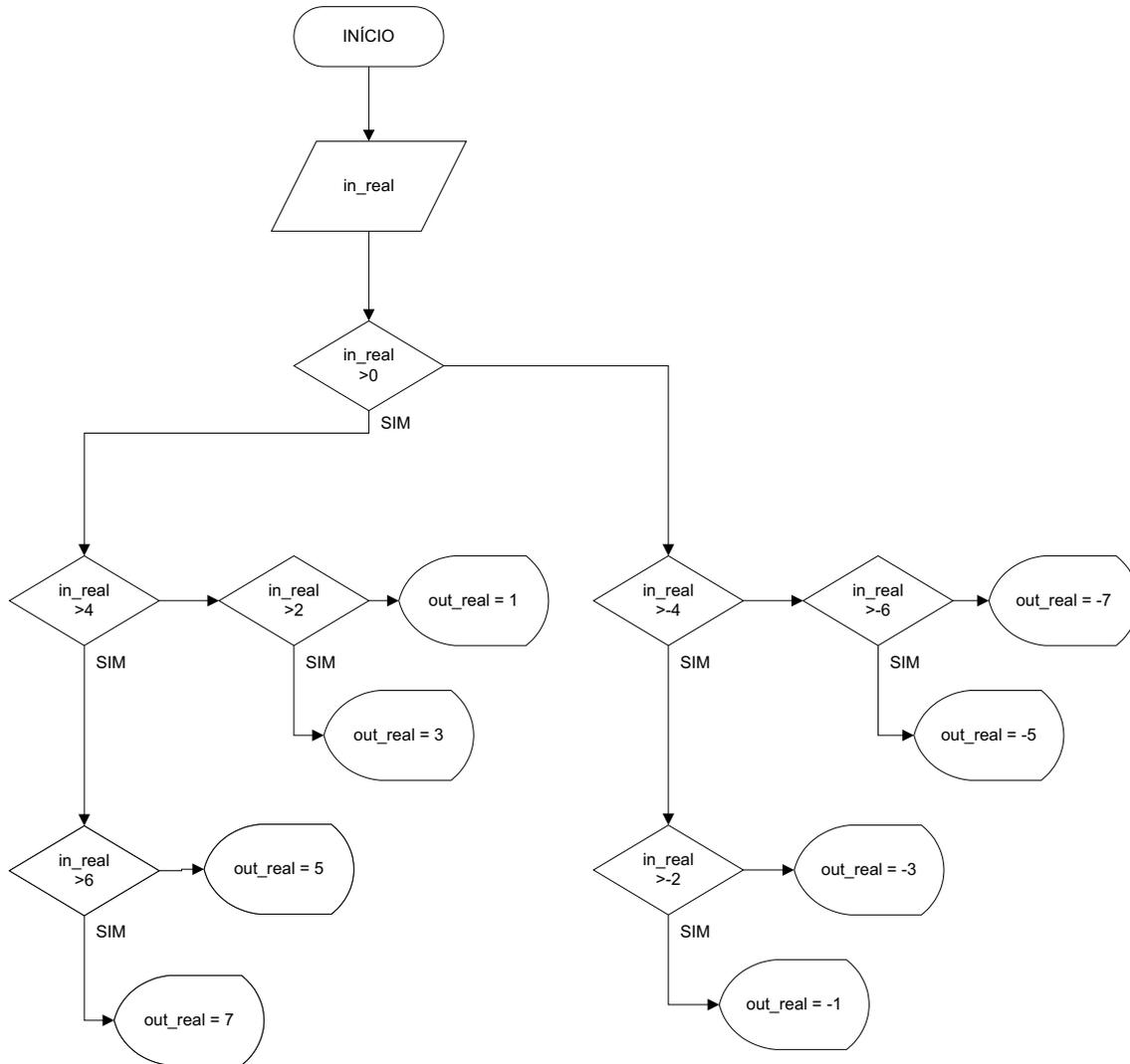


Figura 39: Fluxograma do algoritmo de detecção/demodulação 16-QAM quadrada.

A RTL da detecção e demodulação conjunta 16-QAM quadrada é apresentada na Figura 40. Pode-se observar que o sintetizador faz uso de multiplexadores para executar a lógica implementada.

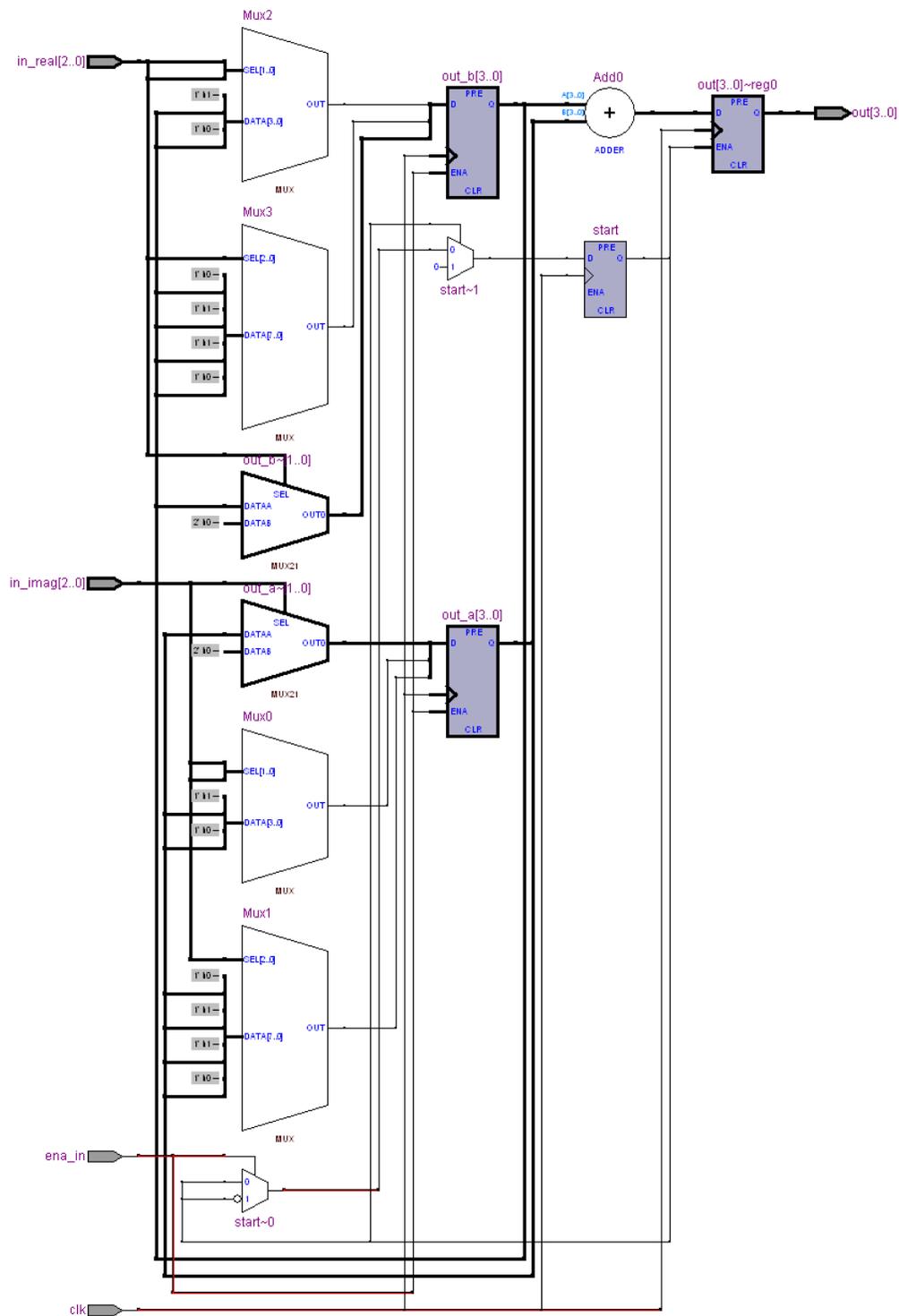


Figura 40: RTL da implementação em Verilog da detecção/demodulação 16-QAM quadrada.

Mesmo para uma mesma técnica de detecção, pode-se encontrar diferentes formas

de implementá-la, as quais requerem diferentes quantidades de recurso de *hardware*. Assim, a técnica de detecção por regiões de Voronoi foi implementada usando máquinas de estados, para se aproveitar dos procedimentos disponíveis nas modernas ferramentas de síntese para este tipo de descrição de *hardware* para dispositivos FPGA. Codificar a HDL apropriadamente, garantindo que a ferramenta de síntese reconheça um trecho do código como uma máquina de estados, permite que a ferramenta recodifique as variáveis de estado para melhorar a qualidade dos resultados, e permite que esta use as propriedades conhecidas de máquinas de estados para otimizar outras partes do projeto. Quando a síntese reconhece a máquina de estado, ela é geralmente capaz de reduzir a área e aumentar a velocidade de execução do projeto (BROWN; VRANSIC, 2000).

As máquinas de estados oferecem uma alternativa poderosa e interessante para implementar a detecção por regiões de Voronoi. Uma vez que a busca pela região de interesse é implementada sequencialmente, conforme descrito pela **Técnica 1**, cada quadrante da constelação quadrada a ser checado pode ser definido como um estado diferente. A Figura 41 ilustra o diagrama de estados das componentes I e Q implementadas para a detecção 16-QAM quadrada. Nesta figura, a distância  $d$  entre pontos consecutivos é intencionalmente escolhida como sendo igual a 2, os estados são representados por círculos e as transições entre os estados representam a detecção do símbolo. Por exemplo, se um símbolo recebido tem uma componente em quadratura maior que um, ele mudará para o estado  $x > 0$ .

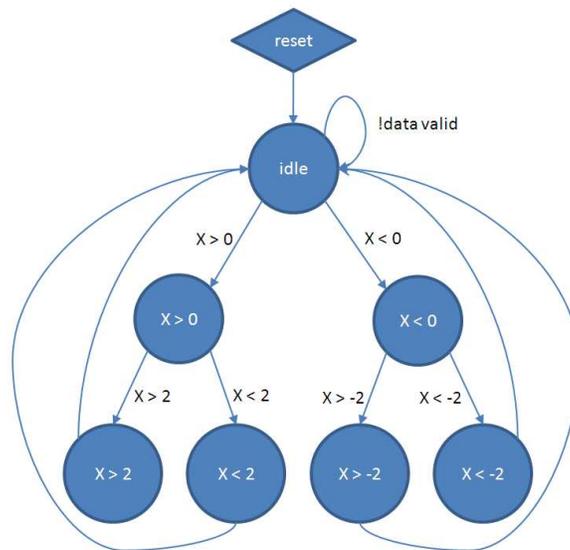


Figura 41: Máquina de estados para detecção 16-QAM quadrada.

O sistema começa num estado de repouso (*idle*) e espera por um dado válido. Uma

vez que a entrada seja válida, a máquina de estados muda seu estado atual de acordo com o valor de entrada até obter um dos quatro estados finais. Cada um destes estados gera um valor de saída diferente e coloca novamente a máquina no estado de repouso a fim de executar uma nova iteração. No apêndice B, a Figura 92 mostra o trecho de um código em Verilog que executa as funcionalidades de uma máquina de estados para esta situação.

O RTL do trecho que executa a máquina de estados otimizada pelo sintetizador é apresentada na Figura 42. Observa-se as transições (representadas pelas setas) para os estados (representados pelos círculos) e o retorno para o estado inicial (*idle*).

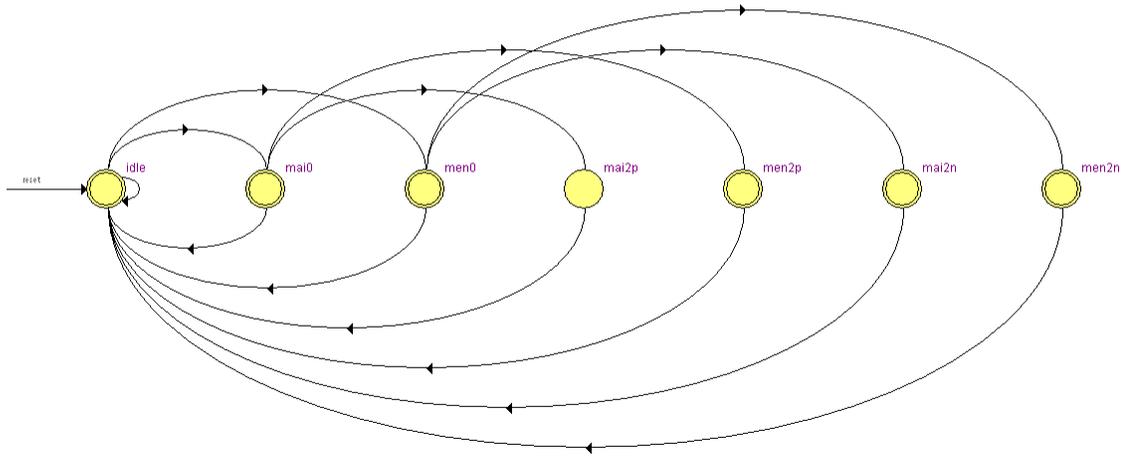


Figura 42: RTL da máquina de estados criada para a detecção 16-QAM quadrada.

A implementação da detecção por regiões de Voronoi para constelações cruzadas leva em consideração as observações discutidas na Seção 5.1.1 sobre os pontos nas extremidades. O trecho do código que implementa esta detecção para 32-QAM cruzada é apresentada na Figura 93.

A otimização da implementação da detecção por regiões de Voronoi através de máquinas de estados, deve-se ao fato de que estas podem ser entendidas como um processo de árvore de busca binária (do inglês, *binary search tree*) (BST). Em ciência da computação, uma BST é uma estrutura de dados de árvore binária baseada em nós, onde todos os nós da subárvore esquerda possuem um valor numérico inferior ao nó

```

module detec_demod_32_qam_estados (clk, reset, ena_in, in_real, in_imag, out);
// parametros -----
parameter          NBITS;
parameter signed [NBITS-1:0] GAIN;
// interface -----
input              clk, reset, ena_in;
input signed [NBITS-1:0] in_real, in_imag;
output reg [5:0] out;
// variaveis locais -----
parameter idle = 4'd0;
parameter ma10 = 4'd1, men0 = 4'd2;
parameter ma12 = 4'd3, men2 = 4'd4, ma14 = 4'd5, men4 = 4'd6;
parameter ma16 = 4'd7, men6 = 4'd8, ma18 = 4'd9, men8 = 4'd10;
parameter ma20 = 4'd11, men10 = 4'd12, ma22 = 4'd13, men12 = 4'd14;
// real -----
(* syn_encoding = "user" *) reg [3:0] state_r;
reg [5:0] out_a;
always @ (posedge clk) begin
    if (reset)
        state_r <= idle;
    else
        if (in_real >= 0)
            if (in_real >= 2*GAIN)
                if (in_real >= 4*GAIN)
                    if (in_mod_imag <= in_mod_real)
                        out <= 5'd18;
                    else
                        out <= 5'd22;
                else
                    out <= 5'd18;
            else
                out <= 5'd19;
            if (in_real <= -2*GAIN)
                if (in_real <= -4*GAIN)
                    if (in_mod_imag >= in_mod_real)
                        out <= 5'd2;
                    else
                        out <= 5'd6;
                else
                    out <= 5'd2;
            else
                out <= 5'd3;
        else
            if (in_imag <= -4*GAIN)
                if (in_real >= 0)
                    if (in_real >= 2*GAIN)
                        if (in_real >= 4*GAIN)
                            if (in_mod_imag <= in_mod_real)
                                out <= 5'd16;
                            else
                                out <= 5'd20;
                        else
                            out <= 5'd16;
                    else
                        out <= 5'd17;
                if (in_real <= -2*GAIN)
                    if (in_real <= -4*GAIN)
                        if (in_mod_imag >= in_mod_real)
                            out <= 5'd0;
                        else
                            out <= 5'd4;
                    else
                        out <= 5'd0;
                else
                    out <= 5'd1;
            else
                case (state_r)
                    idle:
                        if (ena_in)
                            state_r <= (in_real >= 0) ? ma10 : men0;
                        else
                            state_r <= idle;
                    ma12: state_r <= (in_real >= 2*GAIN) ? ma12 : men2;
                    ma10: state_r <= (in_real >= 4*GAIN) ? ma10 : men0;
                    ma14: state_r <= (in_real >= 6*GAIN) ? ma14 : men4;
                    ma16: state_r <= (in_real >= 8*GAIN) ? ma16 : men6;
                    ma18: state_r <= (in_real >= 10*GAIN) ? ma18 : men8;
                    ma20: state_r <= (in_real >= 12*GAIN) ? ma20 : men10;
                    ma22: state_r <= (in_real >= 14*GAIN) ? ma22 : men12;
                    default : state_r <= idle;
                endcase
        endcase
end

always @ (state_r) begin
    case (state_r)
        ma12 : out_a <= 6'd0;
        men2  : out_a <= 6'd8;
        ma10 : out_a <= 6'd16;
        men0  : out_a <= 6'd24;
        ma14 : out_a <= 6'd32;
        men4  : out_a <= 6'd40;
        ma16 : out_a <= 6'd48;
        men6  : out_a <= 6'd56;
        ma18 : out_a <= 6'd64;
        men8  : out_a <= 6'd72;
        ma20 : out_a <= 6'd80;
        men10 : out_a <= 6'd88;
        ma22 : out_a <= 6'd96;
        men12 : out_a <= 6'd104;
        default : out_a <= 6'dx;
    endcase
end

// imaginario -----
// (...) Análise similar é realizada para parte imaginária.
// nada -----
reg ena_out;
always @ (state_r) begin
    case (state_r)
        idle : ena_out <= 1'b0;
        ma10 : ena_out <= 1'b0;
        men0 : ena_out <= 1'b0;
        ma12 : ena_out <= 1'b0;
        men2 : ena_out <= 1'b0;
        ma14 : ena_out <= 1'b0;
        men4 : ena_out <= 1'b0;
        ma16 : ena_out <= 1'b0;
        men6 : ena_out <= 1'b0;
        ma18 : ena_out <= 1'b0;
        men8 : ena_out <= 1'b0;
        ma20 : ena_out <= 1'b0;
        men10 : ena_out <= 1'b0;
        ma22 : ena_out <= 1'b0;
        men12 : ena_out <= 1'b0;
        default : ena_out <= 1'b0;
    endcase
end

always @ (posedge clk) if [ena_out] out <= out_b + out_a;
endmodule

```

Figura 43: Trecho de um código em Verilog da detecção por máquina de estados para 32-QAM cruzada.

raiz e todos os nós da subárvore direita possuem um valor superior ao nó raiz (esta é a forma padrão, podendo as subárvores serem invertidas, dependendo da aplicação). O objetivo desta árvore é estruturar os dados de forma flexível, permitindo pesquisa

binária (BOROVSKIY et al., 2009). A Figura 44 apresenta uma estrutura BST.

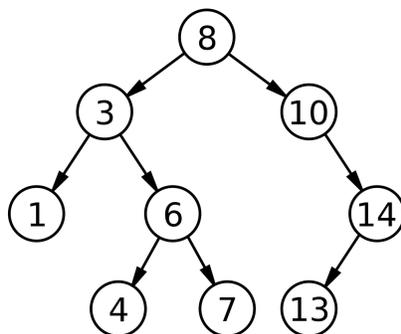


Figura 44: Busca binária em árvore de tamanho 9 e profundidade 3, com raiz 8 e folhas 1, 4, 7 e 13.

São válidas as seguintes definições referentes à Figura 44:

- Nós - são todos os itens guardados na árvore;
- Raiz - é o nó do topo da árvore (no caso da figura acima, a raiz é o nó 8);
- Filhos - são os nós que vem depois dos outros nós (no caso da figura acima, o nó 6 é filho do 3);
- Pais - são os nós que vem antes dos outros nós (no caso da figura acima, o nó 10 é pai do 14);
- Folhas - são os nós que não têm filhos; são os últimos nós da árvore (no caso da figura acima, as folhas são 1, 4, 7 e 13).

A busca começa examinando o nó raiz. Se a árvore está vazia, o valor procurado não pode existir na árvore. Caso contrário, se o valor é igual a raiz, a busca foi bem sucedida. Se o valor é menor do que a raiz, a busca segue pela subárvore esquerda. Similarmente, se o valor é maior do que a raiz, a busca segue pela subárvore direita. Esse processo é repetido até o valor ser encontrado ou a subárvore ser nula (vazia). Se o valor não for encontrado até a busca chegar na subárvore nula, então o valor não deve estar presente na árvore. Este é um procedimento recursivo. Ao se escolher uma subárvore, todos os nós das demais subárvores são excluídos, e é devido a isso que as BSTs se constituem uma interessante ferramenta para implementação de máquinas de estados.

#### 4.4.2 MODELO DE SIMULAÇÃO PARA MODULAÇÃO CONSTANTE

Uma modelagem de um sistema de modulação e demodulação/detecção para modulação  $M$ -QAM é apresentada na Figura 45. Este modelo pode ser empregado para implementação de simulação funcional do sistema.

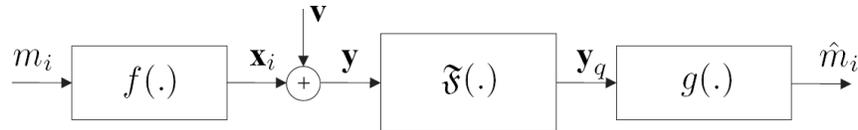


Figura 45: Modelo de sistema para a técnica proposta para detecção/demodulação  $M$ -QAM.

Nesta técnica proposta, o bloco  $\mathfrak{F}(\cdot)$  executa as operações de truncamento, deslocamento e quantização; e o bloco  $g(\cdot)$  implementa a detecção de Voronoi para símbolos  $M$ -QAM.

A operação de truncamento é aplicada para restringir  $\mathbf{y}$  a uma região quadrada definida pelas regiões de Voronoi, desta forma, qualquer valor das componentes de  $\mathbf{y}$  que seja maior que os limitantes extremos de cada região serão relacionados ao ponto extrema daquela região. A operação de deslocamento/translação deve ser considerada porque, neste contexto, é mais eficiente se trabalhar com números inteiros sem sinal, ao invés de números com sinal, pois assim pode-se reduzir ainda um bit, o bit de indicação do sinal. Considere, por exemplo, o caso da modulação 4-QAM, cujas possíveis saídas do bloco de modulação são  $[1, -1]$ . São necessários 2 bits para quantificar essas saídas (um bit de valor e outro bit de sinal). A aplicação da operação de deslocamento transformaria essas saídas para  $[0,1]$  que podem ser quantizadas num único bit. A quantização das componentes real e imaginária de  $\mathbf{y}$  permite ao FPGA reduzir a complexidade computacional durante o processo de detecção. De fato, os comparadores para a implementação da detecção por regiões de Voronoi num dispositivo FPGA trabalhará com o número de bits usados no processo de quantização. A saída do bloco  $\mathfrak{F}(\cdot)$  é expressa por

$$\mathbf{y}_q = \mathfrak{F}(\Re(\mathbf{y}), \Delta_s, K_q) + j\mathfrak{F}(\Im(\mathbf{y}), \Delta_s, K_q), \quad (4.40)$$

em que  $\Delta_s$  denota o tamanho do passo da quantização de amplitude,  $K_q$  o valor para deslocamento e translação, e  $\mathfrak{F}(\cdot)$  é uma função que implementa as operações de truncamento, deslocamento e quantização.

Assume-se que

$$K_q = \frac{2^J - 1}{2}, \quad (4.41)$$

em que  $J$  é o número de bits aplicado para quantizar  $\Re(\mathbf{y})$  ou  $\Im(\mathbf{y})$ . Além disso, o tamanho do passo é dado por

$$\Delta_s = \frac{(\sqrt{M} - 1)}{2^J - 1} d, \quad (4.42)$$

em que  $d$  é a distância mínima (em uma direção) entre dois pontos mais próximos da constelação  $M$ -QAM e é expresso por

$$d = \sqrt{\frac{6\mathcal{E}_x}{M - 1}}, \quad (4.43)$$

em que  $\mathcal{E}_x$  é a energia do símbolo  $M$ -QAM.

Finalmente  $\mathfrak{F}(\mathbf{z}, \Delta_s, K_q)$  pode ser expresso por

$$\mathfrak{F}(\mathbf{z}, \Delta_s, K_q) = \begin{cases} 0 & , \frac{\mathbf{z}}{\Delta_s} < -K_q \\ \left\lfloor \frac{\mathbf{z}}{\Delta_s} + K_q + \frac{1}{2} \right\rfloor & , \frac{|\mathbf{z}|}{\Delta_s} \leq K_q \\ 2K_q & , \frac{\mathbf{z}}{\Delta_s} > K_q \end{cases}, \quad (4.44)$$

em que  $\mathbf{z}$ ,  $\mathbf{z} \in \mathbb{R}$ , é uma variável de entrada e  $\lfloor \cdot \rfloor$  é a função *floor* que retorna o maior valor inteiro que seja menor ou igual ao valor de entrada, ou seja,  $\lfloor x \rfloor = \max\{m \in \mathbb{Z} \mid m \leq x \in \mathbb{R}\}$ .

No sistema implementado, o sinal que entra no receptor é configurado com 32 bits em ponto flutuante, a fim de representar dados com precisão infinita. O detector recebe os dados inteiros sem sinal com 32 bits em ponto fixo definidos pelo processo de quantização.

#### 4.4.3 MODULAÇÃO ADAPTATIVA

Seja  $\mathbf{x} \in \mathbb{C}^{L \times 1}$  o vetor constituído de símbolos QAM e presente na entrada do modulador OFDM. Considere ainda o conjunto  $\mathcal{C}_i = \{\mathcal{C}_{i,1}, \mathcal{C}_{i,2}, \dots, \mathcal{C}_{i,M_i}\}$ ,  $i = 1, 2, \dots, I$  que representa todas as  $M_i$  possíveis pontos de uma certa constelação empregada na  $i$ -ésima subportadora de um sistema de transmissão OFDM. Para sistemas multiporadoras (OFDM) baseados na modulação digital de dados adaptativa e na  $M$ -QAM fixa durante um período de símbolo, é válido que

$$x_j \in C_i, \text{ para } t \in [nT, (n+1)T], \quad (4.45)$$

em que  $x_j$  é o  $j$ -ésimo coeficiente de  $\mathbf{x}$ ,  $n \in \mathbb{Z}$ ,  $t \in [nT, (n+1)T]$  define o  $n$ -ésimo intervalo do símbolo OFDM e  $C_i$  é a  $i$ -ésima constelação de tamanho  $M_i$ .

Por outro lado, se o sistema multiportadora OFDM é baseado na modulação digital de dados adaptativa que faz uso da  $M$ -QAM variável durante um intervalo de símbolo, então

$$x_j \in \bigcup_{i=1}^I C_i, \text{ para } t \in [nT, (n+1)T], \quad (4.46)$$

em que  $\bigcup$  é o símbolo adotado para a união dos conjuntos. Noutras palavras, todas as subportadoras poderão utilizar qualquer tipo de modulação a qualquer instante.

Apresenta-se na Figura 46, um trecho de um código em Verilog que executa a modulação adaptativa com as constelações QAM quadradas apresentadas. Neste código, a variável *in\_mod\_index* define qual tipo de modulação será alocada para cada subportadora, sendo que os sinais de comando de *sop* (*start-of-package*) e *eop* (*end-of-package*) determinam a duração do intervalo em que será utilizado cada tipo de modulação nas subportadoras do símbolo OFDM.

#### 4.5 QAM QUADRADA DE ORDEM INFERIOR BASEADA EM QAM QUADRADA DE ORDEM SUPERIOR

Embora a modulação QAM quadrada, implementada em dispositivos FPGA se resume basicamente a uma LUT, indicando as saídas das componentes I e Q para cada possível dado de entrada, o que representa mínimo esforço computacional de lógica para implementação e execução, para constelações de ordem elevada, essas tabelas ocuparão uma parcela significativa da memória de um FPGA. Por exemplo, para um dispositivo FPGA Altera Stratix III EP3SL150F1152C2, a implementação em Verilog de uma tabela de modulação quadrada 65536-QAM demanda 1.179.648 bits de blocos de memória, os quais representam 21% dos 5.630.976 bits de blocos de memória disponíveis para este modelo de FPGA. Considerando que as necessidades práticas de implementação envolvem diversos tamanhos de constelação diferentes, além de diversas outras etapas do sistema de transmissão digital de dados que compartilham o uso desta memória, surge uma necessidade de redução da memória reservada para mapeamento. Neste contexto, é proposta nesta seção, uma generalização do mapeamento das constelações QAM quadradas em uma única tabela que proporciona uma redução da memória utilizada para modulação a custo de uma pequena lógica de implementação para busca dos valores nesta tabela.

```

module modulacao(clk, ena_in, in, sop_in, eop_in, ena_out, sop_out, eop_out, out_real, out_imag, mod_index);
// parametros -----
parameter NBITS;
parameter GAIN;

// interface -----
input ..... clk;
input ..... ena_in, sop_in, eop_in;
input [15:0] ..... in;
input [4:0] ..... mod_index;

output reg ..... ena_out, sop_out, eop_out;
output reg [NBITS-1:0] out_real, out_imag;

// 65536 -----
wire [15:0] m_65536_in = in;
wire ..... m_65536_ena_in = ena_in;

wire [NBITS-1:0] m_65536_out_real;
wire [NBITS-1:0] m_65536_out_imag;

mod_qam_65536 m_65536(.clk(clk),
..... ena_in(m_65536_ena_in),
..... in(m_65536_in),
..... out_r(m_65536_out_real),
..... out_i(m_65536_out_imag));

defparam m_65536.NBITS = NBITS;
defparam m_65536.GAIN = 10*GAIN;

// 16384 -----
wire [13:0] m_16384_in = in;
wire ..... m_16384_ena_in = ena_in;

wire [NBITS-1:0] m_16384_out_real;
wire [NBITS-1:0] m_16384_out_imag;

mod_qam_16384 m_16384(.clk(clk),
..... ena_in(m_16384_ena_in),
..... in(m_16384_in),
..... out_r(m_16384_out_real),
..... out_i(m_16384_out_imag));

defparam m_16384.NBITS = NBITS;
defparam m_16384.GAIN = 20*GAIN;

// Instancia-se as outras modulações

// 16 -----
wire [3:0] m_16_in = in[3:0];
wire ..... m_16_ena_in = ena_in;

wire [NBITS-1:0] m_16_out_real;
wire [NBITS-1:0] m_16_out_imag;

mod_qam_16 m_16(.clk(clk),
..... ena_in(m_16_ena_in),
..... in(m_16_in),
..... out_r(m_16_out_real),
..... out_i(m_16_out_imag));

defparam m_16.NBITS = NBITS;
defparam m_16.GAIN = 210*GAIN;

// 4 -----
wire [1:0] m_4_in = in[1:0];
wire ..... m_4_ena_in = ena_in;

wire [NBITS-1:0] m_4_out_real;
wire [NBITS-1:0] m_4_out_imag;

mod_qam_4 m_4(.clk(clk),
..... ena_in(m_4_ena_in),
..... in(m_4_in),
..... out_r(m_4_out_real),
..... out_i(m_4_out_imag));

// -----
reg [4:0] in_mod_index;

always @ (posedge clk) in_mod_index <= mod_index;
always @ (posedge clk) ena_out <= ena_in;
always @ (posedge clk) sop_out <= sop_in;
always @ (posedge clk) eop_out <= eop_in;

always @ (in_mod_index or
..... m_65536_out_real or m_65536_out_imag or
..... m_16384_out_real or m_16384_out_imag or
..... m_4096_out_real or m_4096_out_imag or
..... m_1024_out_real or m_1024_out_imag or
..... m_256_out_real or m_256_out_imag or
..... m_64_out_real or m_64_out_imag or
..... m_16_out_real or m_16_out_imag or
..... m_4_out_real or m_4_out_imag) begin

---case (in_mod_index)
--> 5'd0 : begin
--> .....out_real = 0;
--> .....out_imag = 0;
--> end

--> 5'd2 : begin
--> .....out_real = m_4_out_real;
--> .....out_imag = m_4_out_imag;
--> end

--> 5'd4 : begin
--> .....out_real = m_16_out_real;
--> .....out_imag = m_16_out_imag;
--> end

// Demais saidas
--> 5'd14 : begin
--> .....out_real = m_16384_out_real;
--> .....out_imag = m_16384_out_imag;
--> end

--> 5'd16 : begin
--> .....out_real = m_65536_out_real;
--> .....out_imag = m_65536_out_imag;
--> end

--> default : begin
--> .....out_real = 32'dx;
--> .....out_imag = 32'dx;
--> end
---endcase
end

endmodule

```

Figura 46: Trecho de um código em Verilog da modulação adaptativa com  $M$ -QAM variável.

O procedimento para obtenção das constelações inferiores pode ser descrito basicamente por:

**Etapa 1:** *Determinação do vetor de mapeamento.*

Seja uma mensagem binária  $m_i$ ,  $i = 0, 1, 2, \dots, M - 1$ , para um modulador  $M$ -QAM quadrado. Considere, por exemplo, a Tabela 3 que apresenta todas as possíveis combinações de bits na entrada de um modulador 16-QAM e as respectivas saídas das componentes I e Q, considerando o mapeamento Gray discutido na Seção 2.2.1.

Tabela 3: Possíveis combinações de entrada da modulação 16-QAM e suas saídas.

$m_i$	Decimal	Saída I	Saída Q
0000	0	1	1
0001	1	1	3
0010	2	1	-1
0011	3	1	-3
0100	4	3	1
0101	5	3	3
0110	6	3	-1
0111	7	3	-3
1000	8	-1	1
1001	9	-1	3
1010	10	-1	-1
1011	11	-1	-3
1100	12	-3	1
1101	13	-3	3
1110	14	-3	-1
1111	15	-3	-3

Uma vez que todas as possíveis saídas das componentes I e Q para esta modulação representam somente uma combinação dentre quatro valores possíveis de saída, (1, 3, -1, -3), é possível definir um vetor de mapeamento  $\mathbf{V}_{16}$  por

$$\mathbf{V}_{16} = [ 1 \ 3 \ -1 \ -3 ]^T. \quad (4.47)$$

De maneira análoga, pode-se determinar o vetor de mapeamento das demais constelações, como por exemplo, algumas delas:

$$\mathbf{V}_4 = [ 1 \ -1 ]^T, \quad (4.48)$$

$$\mathbf{V}_{16} = [ 1 \ 3 \ -1 \ -3 ]^T, \quad (4.49)$$

$$\mathbf{V}_{64} = [ 3 \ 1 \ 5 \ 7 \ -3 \ -1 \ -5 \ -7 ]^T, \quad (4.50)$$

$$\mathbf{V}_{256} = [ 5 \ 7 \ 3 \ 1 \ 11 \ 9 \ 13 \ 15 \ -5 \ -7 \ -3 \ -1 \ -11 \ -9 \ -13 \ -15 ]^T. \quad (4.51)$$

O que pode ser concluído a partir da observação destes vetores, é que as constelações de ordens menores podem ser extraídas das constelações de ordens maiores mediante pequena lógica, uma vez que todos os valores presentes naquelas também o estão nestas. Desta forma, é possível se extrair todos os vetores de mapeamentos das constelações a partir o vetor de mapeamento da constelação de maior ordem,  $\mathbf{V}_{\max}$ .

**Etapa 2:** *Obtenção um vetor de mapeamento de uma constelação menor, a partir de  $\mathbf{V}_{\max}$ .*

A forma de obtenção dos vetores de mapeamento de ordens menores, a partir de  $\mathbf{V}_{\max}$  é representada esquematicamente na Figura 47. Nesta figura, regiões de mesma cor representam o mesmo conjunto de valores, nas mesmas sequências, sendo diferenciados somente os positivos (+) dos negativos (-), e  $N$  representa o tamanho de  $\mathbf{V}_{\max}$ . Nota-se que para obter um determinado vetor de mapeamento de constelação a partir de um vetor de mapeamento de uma constelação imediatamente maior, para cada um dos grupos de valores (positivos e negativos), exclui-se a metade superior destes valores, e inverte-se a posição dos valores localizados no primeiro e segundo quartos de cada grupo.

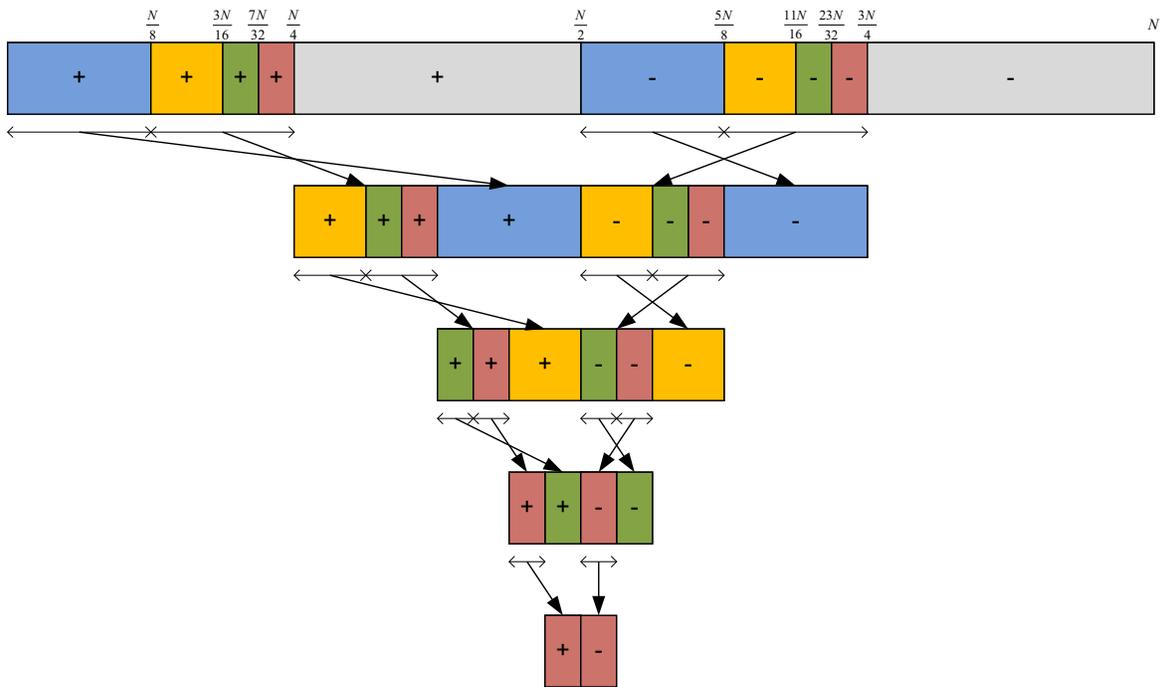


Figura 47: Generalização das constelações quadradas.

De forma geral, para obtenção de um vetor de mapeamento de uma constelação

qualquer,  $\mathbf{V}_Q$ , a partir do maior vetor de mapeamento possível,  $\mathbf{V}_{\max}$ , tem-se a seguinte equação

$$\mathbf{V}_Q = \begin{bmatrix} \mathbf{V}_{\max} \left( N \left( \frac{q/4-1}{q} \right) + 1 : \frac{N}{4} \right) \\ \mathbf{V}_{\max} \left( N \left( \frac{q/8-1}{q/2} \right) + 1 : N \left( \frac{q/4-1}{q} \right) \right) \\ \mathbf{V}_{\max} \left( N \left( \frac{q/4-1}{q} + \frac{1}{2} \right) + 1 : \frac{N}{4} \right) \\ \mathbf{V}_{\max} \left( N \left( \frac{q/8-1}{q/2} + \frac{1}{2} \right) + 1 : N \left( \frac{q/4-1}{q} + \frac{1}{2} \right) \right) \end{bmatrix} \quad (4.52)$$

a qual, simplificada, se torna

$$\mathbf{V}_Q = \begin{bmatrix} \mathbf{V}_{\max} \left( N \left( \frac{q-4}{4q} \right) + 1 : \frac{N}{4} \right) \\ \mathbf{V}_{\max} \left( N \left( \frac{q-8}{4q} \right) + 1 : N \left( \frac{q-4}{4q} \right) \right) \\ \mathbf{V}_{\max} \left( N \left( \frac{3q-4}{4q} \right) + 1 : \frac{N}{4} \right) \\ \mathbf{V}_{\max} \left( N \left( \frac{3q-8}{4q} \right) + 1 : N \left( \frac{3q-4}{4q} \right) \right) \end{bmatrix} \quad (4.53)$$

em que  $N$  é a dimensão do vetor, e  $q$  é dado por

$$q = \frac{2^P}{2^{S+i-1}}, \quad i = 0,1,2,3\dots \quad (4.54)$$

em que  $P$  representa o número de bits por símbolo da constelação de maior ordem,  $S$  representa o número de bits por símbolo da constelação que se deseja obter o vetor de mapeamento e  $i$  indica a diferença entre o tamanho dos vetores, por exemplo,  $i = 0$  indica o primeiro vetor de mapeamento, imediatamente menor que o maior dentre todos,  $i = 1$  indica segundo vetor de mapeamento obtido e assim sucessivamente.

**Etapa 3:** *Utilização dos vetores de mapeamento para modular a mensagem binária de entrada.*

É necessário que se diferencie as saídas I e Q para uma mensagem de entrada  $m_i$ , quando se utiliza o mesmo vetor de mapeamento. Para isso, toma-se valores diferentes de  $\mathbf{V}_Q$  dependendo se o interesse é da saída I ou da saída Q. Os índices de  $\mathbf{V}_Q$  a serem tomados para o mapeamento de uma dada mensagem  $m_i$  podem ser obtidos por:

- Índices para obtenção da componente I mapeada através de  $\mathbf{V}_Q$ :

$$I_{i_I} = \left\lfloor \frac{m_i}{\sqrt{M}} \right\rfloor, \quad (4.55)$$

em que o operador  $\lfloor \cdot \rfloor$  é a função *floor*, que retorna o maior número inteiro menor

ou igual à sua entrada, ou seja,

$$\lfloor f \rfloor = \max\{m \in \mathbb{Z} \mid m \leq f \in \mathbb{R}\}. \quad (4.56)$$

- Índices para obtenção da componente Q mapeada através de  $\mathbf{V}_Q$ :

$$I_{i_Q} = (m_i \bmod \sqrt{M}) + 1, \quad (4.57)$$

em que o operador  $r \bmod s$  é o operador módulo, que retorna o resto da divisão de  $r$  por  $s$ .

E assim, as saídas do bloco de modulação para uma mensagem de entrada  $m_i$  para as componentes I e Q são expressas por  $\mathbf{V}_Q(I_{i_I})$  e  $\mathbf{V}_Q(I_{i_Q})$ , respectivamente.

**Etapa 4:** *Exemplo de aplicação do procedimento.*

Seja o maior vetor de mapeamento  $\mathbf{V}_{\max}$ , aquele associado à constelação quadrada 65536-QAM, ou seja,  $\mathbf{V}_{65536}$ , o qual é dado por

$$\begin{aligned}
\mathbf{V}_{65536} = & \begin{bmatrix} 85 & 87 & 83 & 81 & 91 & 89 & 93 & 95 & \dots \\ 75 & 73 & 77 & 79 & 69 & 71 & 67 & 65 & \dots \\ 107 & 105 & 109 & 111 & 101 & 103 & 99 & 97 & \dots \\ 117 & 119 & 115 & 113 & 123 & 121 & 125 & 127 & \dots \\ 43 & 41 & 45 & 47 & 37 & 39 & 35 & 33 & \dots \\ 53 & 55 & 51 & 49 & 59 & 57 & 61 & 63 & \dots \\ 21 & 23 & 19 & 17 & 27 & 25 & 29 & 31 & \dots \\ 11 & 9 & 13 & 15 & 5 & 7 & 3 & 1 & \dots \\ 171 & 169 & 173 & 175 & 165 & 167 & 163 & 161 & \dots \\ 181 & 183 & 179 & 177 & 187 & 185 & 189 & 191 & \dots \\ 149 & 151 & 147 & 145 & 155 & 153 & 157 & 159 & \dots \\ 139 & 137 & 141 & 143 & 133 & 135 & 131 & 129 & \dots \\ 213 & 215 & 211 & 209 & 219 & 217 & 221 & 223 & \dots \\ 203 & 201 & 205 & 207 & 197 & 199 & 195 & 193 & \dots \\ 235 & 233 & 237 & 239 & 229 & 231 & 227 & 225 & \dots \\ 245 & 247 & 243 & 241 & 251 & 249 & 253 & 255 & \dots \\ -85 & -87 & -83 & -81 & -91 & -89 & -93 & -95 & \dots \\ -75 & -73 & -77 & -79 & -69 & -71 & -67 & -65 & \dots \\ -107 & -105 & -109 & -111 & -101 & -103 & -99 & -97 & \dots \\ -117 & -119 & -115 & -113 & -123 & -121 & -125 & -127 & \dots \\ -43 & -41 & -45 & -47 & -37 & -39 & -35 & -33 & \dots \\ -53 & -55 & -51 & -49 & -59 & -57 & -61 & -63 & \dots \\ -21 & -23 & -19 & -17 & -27 & -25 & -29 & -31 & \dots \\ -11 & -9 & -13 & -15 & -5 & -7 & -3 & -1 & \dots \\ -171 & -169 & -173 & -175 & -165 & -167 & -163 & -161 & \dots \\ -181 & -183 & -179 & -177 & -187 & -185 & -189 & -191 & \dots \\ -149 & -151 & -147 & -145 & -155 & -153 & -157 & -159 & \dots \\ -139 & -137 & -141 & -143 & -133 & -135 & -131 & -129 & \dots \\ -213 & -215 & -211 & -209 & -219 & -217 & -221 & -223 & \dots \\ -203 & -201 & -205 & -207 & -197 & -199 & -195 & -193 & \dots \\ -235 & -233 & -237 & -239 & -229 & -231 & -227 & -225 & \dots \\ -245 & -247 & -243 & -241 & -251 & -249 & -253 & -255 \end{bmatrix}^T.
\end{aligned} \tag{4.58}$$

Para obtenção do vetor de mapeamento da constelação quadrada 16384-QAM,  $\mathbf{V}_{16384}$ , a partir do vetor de mapeamento de constelação  $\mathbf{V}_{65536}$ , que possui o tamanho

$N = 256$ , utilizando (4.53) precisa-se calcular  $q$  por (4.54). Seja o número de bits por símbolo de  $\mathbf{V}_{65536}$ ,  $P = 16$ , e o número de bits por símbolo de  $\mathbf{V}_{16384}$ ,  $S = 14$ . Uma vez que  $\mathbf{V}_{16384}$  é o primeiro vetor de mapeamento imediatamente inferior a  $\mathbf{V}_{65536}$ , logo  $i = 0$ , e assim:

$$q = \frac{2^{16}}{2^{14+0-1}} = 8, \quad (4.59)$$

desta forma,

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_{16384} &= \begin{bmatrix} \mathbf{V}_{65536} \left(256\frac{1}{8} + 1 : 256\frac{1}{4}\right) \\ \mathbf{V}_{65536} \left(1 : 256\frac{1}{8}\right) \\ \mathbf{V}_{65536} \left(256\frac{5}{8} + 1 : 256\frac{3}{4}\right) \\ \mathbf{V}_{65536} \left(256\frac{1}{2} + 1 : 256\frac{5}{8}\right) \\ \mathbf{V}_{65536} (33 : 64) \\ \mathbf{V}_{65536} (1 : 32) \\ \mathbf{V}_{65536} (161 : 192) \\ \mathbf{V}_{65536} (129 : 160) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{V}_{65536} (33 : 64) \\ \mathbf{V}_{65536} (1 : 32) \\ \mathbf{V}_{65536} (161 : 192) \\ \mathbf{V}_{65536} (129 : 160) \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (4.60)$$

Pode-se obter também o vetor de mapeamento da constelação quadrada 4096-QAM,  $\mathbf{V}_{4096}$ , usando o vetor  $\mathbf{V}_{65536}$ , para o qual  $S = 12$  e  $i = 1$ , visto ser este o segundo vetor de mapeamento inferior a  $\mathbf{V}_{65536}$ , então

$$q = \frac{2^{16}}{2^{12+1-1}} = 16, \quad (4.61)$$

e assim,

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_{4096} &= \begin{bmatrix} \mathbf{V}_{65536} \left(256\frac{3}{16} + 1 : 256\frac{1}{4}\right) \\ \mathbf{V}_{65536} \left(256\frac{1}{8} + 1 : 256\frac{3}{16}\right) \\ \mathbf{V}_{65536} \left(256\frac{11}{16} + 1 : 256\frac{3}{4}\right) \\ \mathbf{V}_{65536} \left(256\frac{5}{8} + 1 : 256\frac{11}{16}\right) \\ \mathbf{V}_{65536} (49 : 64) \\ \mathbf{V}_{65536} (33 : 48) \\ \mathbf{V}_{65536} (177 : 192) \\ \mathbf{V}_{65536} (161 : 176) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{V}_{65536} (49 : 64) \\ \mathbf{V}_{65536} (33 : 48) \\ \mathbf{V}_{65536} (177 : 192) \\ \mathbf{V}_{65536} (161 : 176) \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (4.62)$$

E ainda, o vetor  $\mathbf{V}_{1024}$ , para o qual  $S = 10$  e  $i = 2$ ,

$$q = \frac{2^{16}}{2^{10+2-1}} = 32, \quad (4.63)$$

então,

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_{1024} &= \begin{bmatrix} \mathbf{V}_{65536} \left(256\frac{7}{32} + 1 : 256\frac{1}{4}\right) \\ \mathbf{V}_{65536} \left(256\frac{3}{16} + 1 : 256\frac{7}{32}\right) \\ \mathbf{V}_{65536} \left(256\frac{23}{32} + 1 : 256\frac{3}{4}\right) \\ \mathbf{V}_{65536} \left(256\frac{11}{16} + 1 : 256\frac{23}{32}\right) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{V}_{65536} (57 : 64) \\ \mathbf{V}_{65536} (49 : 56) \\ \mathbf{V}_{65536} (185 : 192) \\ \mathbf{V}_{65536} (177 : 184) \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (4.64)$$

De posse do vetor de mapeamento, utilizando as equações (4.55) e (4.57), pode-se obter a saída mapeada para as entradas. Tome como exemplo o vetor de mapeamento da modulação 16-QAM,  $\mathbf{V}_{16}$ .

$$\mathbf{V}_{16} = [ 1 \quad 3 \quad -1 \quad -3 ]^T. \quad (4.65)$$

Considere, por exemplo, uma entrada  $m_i = 13$ . Para esta, o índice  $I_{13_I}$  é expresso por

$$I_{13_I} = \left\lfloor \frac{13}{4} \right\rfloor = 4, \quad (4.66)$$

e o índice  $I_{13_Q}$  é dado por

$$I_{13_Q} = (13 \bmod 4) + 1 = 2, \quad (4.67)$$

aplicando esses índices em  $\mathbf{V}_{16}$ , obtém-se a saída da componente I

$$\mathbf{V}_Q(I_{i_I}) = \mathbf{V}_{16}(I_{13_I}) = \mathbf{V}_{16}(4) = -3, \quad (4.68)$$

e da componente Q

$$\mathbf{V}_Q(I_{i_Q}) = \mathbf{V}_{16}(I_{13_Q}) = \mathbf{V}_{16}(2) = 3. \quad (4.69)$$

A Tabela 4 resume todas as possíveis entradas da modulação 16-QAM, bem como seus respectivos índices para uso no vetor de mapeamento  $\mathbf{V}_{16}$  e as saídas de cada uma dessas componentes. Verifica-se que estas saídas correspondem exatamente àquelas mostradas na Tabela 3 previamente apresentada.

Esse procedimento pode ser replicado para se obter qualquer vetor de mapeamento para as constelações quadradas, assim é possível se otimizar a memória na implementação da modulação QAM quadrada. Tome como exemplo o caso da modulação 65536-QAM, que para implementação da modulação em FPGA, demanda LUT em duas

Tabela 4: Modulação 16-QAM utilizando o vetor de mapeamento  $\mathbf{V}_{16}$ .

$m_i$	$I_{i_I}$	$I_{i_Q}$	$\mathbf{V}_{16}(I_{i_I})$	$\mathbf{V}_{16}(I_{i_Q})$
0	1	1	1	1
1	1	2	1	3
2	1	3	1	-1
3	1	4	1	-3
4	2	1	3	1
5	2	2	3	3
6	2	3	3	-1
7	2	4	3	-3
8	3	1	-1	1
9	3	2	-1	3
10	3	3	-1	-1
11	3	4	-1	-3
12	4	1	-3	1
13	4	2	-3	3
14	4	3	-3	-1
15	4	4	-3	-3

tabelas de tamanho 65536, uma para cada uma das dimensões (real e imaginária). Utilizando o vetor de mapeamento,  $\mathbf{V}_{65536}$ , essas duas tabelas são substituídas por uma única tabela de dimensão 256, o que representa uma significativa economia de memória do *hardware*.

#### 4.6 CONSTELAÇÕES QAM ALTERNATIVAS

É plausível que um sinal OFDM, o qual é a superposição de um elevado número de sinais modulados em sub-canais, apresente uma elevada relação do valor de pico do sinal, comparado ao seu valor médio, PAPR, o que causa a saturação de amplificadores de potência e, conseqüentemente, introduz distorções tanto na banda quanto fora de banda. Para evitar que sofram de tais distorções, os amplificadores de potência nos transmissores devem permanecer em suas regiões de operação linear, o que impacta severamente a eficiência de energia (BRAZ et al., 2010).

Seja a modulação OFDM Hermitiana simétrica (do inglês, *Hermitian symmetrical OFDM*) (HS-OFDM) aplicada para a transmissão digital de dados em banda passante que é um esquema de transmissão banda lateral simples (do inglês, *single sideband*) (SSB). O vetor real na saída do bloco IDFT no lado do transmissor é expresso por

$$\mathbf{x}_i = \mathbf{W}_i^H \mathbf{X}_{\mathcal{M},i} \quad (4.70)$$

em que  $\mathbf{W}_i^H \in \mathbb{C}^{2N \times 2N}$  denota a inversa da DFT normalizada,  $\mathbf{X}_{\mathcal{M},i} \in \mathbb{C}^{2N \times 1}$ ,  $\mathbf{x}_i \in \mathbb{R}^{2N \times 1}$ , e  $\mathbf{X}_{\mathcal{M},i} = \mathcal{M}(\mathbf{X}_i) \in \mathbb{C}^{2N \times 1}$  definem vetores cujos elementos são dados por

$$X_{\mathcal{M},i}[l] = \begin{cases} X_i[l] & , l = 1, \dots, N-1 \\ \Re\{X_i[N]\} & , l = 0 \\ \Im\{X_i[N]\} & , l = N \\ X_i^*[2N-l] & , l = N+1, \dots, 2N-1 \end{cases} . \quad (4.71)$$

Note que  $\mathbf{X}_i \in \mathbb{C}^{N \times 1}$  e  $\mathcal{M}(\cdot)$  é uma função de mapeamento. E ainda,  $\Re(\cdot)$  e  $\Im(\cdot)$  representam as componentes real e imaginária de um número complexo, respectivamente (PINTO et al., 2011) (CIOFFI, 2010).

Seja um vetor  $\mathbf{x}_i$ , gerado a partir de (4.70), então a PAPR é expressa por (HAN; LEE, 2005)

$$PAPR = \frac{\max_{0 \leq i \leq 2N-1} |x_i(n)|^2}{E[|x_i(n)|^2]}, \quad (4.72)$$

em que  $E[\cdot]$  denota o valor esperado e  $x_i(n)$  é o  $n$ -ésimo coeficiente do vetor  $\mathbf{x}_i$ . A PAPR no contexto de comunicação digital de dados é dada em decibéis (dB).

A fim de resolver o problema da PAPR elevada, uma série de estudos sobre técnicas de redução da PAPR foram realizados nos últimos anos (HAN; LEE, 2005). Com este objetivo, é proposta nesta seção uma forma alternativa de mapear os pontos de uma constelação  $2^{2n}$ -QAM. Partindo do princípio básico de modulações QAM retangulares, é proposto um novo posicionamento dos pontos das constelações QAM em regiões retangulares, porém, diferentemente do caso apresentado na Seção 2.3.1, a disposição dos pontos abrange todas as possíveis combinações para constelações  $2^{2n}$ -QAM.

Considere por exemplo, o caso em que se deseja transmitir 6 bits/símbolo, ou seja, 64-QAM. As possíveis constelações considerando a abordagem proposta são apresentadas na Figura 48. A modelagem tradicional da constelação 64-QAM é um caso específico destas constelações retangulares alternativas, considerando mesmo número de linhas e colunas, ou seja, trata-se de uma constelação  $8 \times 8$ , (8 linhas por 8 colunas). Essa constelação é apresentada na Figura 48(a). As duas novas proposições para a 64-QAM, as constelações retangulares  $4 \times 16$  e  $2 \times 32$  são mostradas na Figura 48(b) e 48(c), respectivamente.

O equacionamento da energia média da constelação QAM quadrada demonstrado na Seção 2.2 não se aplica às constelações propostas, excetuando, obviamente, as constelações com mesmo número de linhas e colunas, as quais representam as mesmas

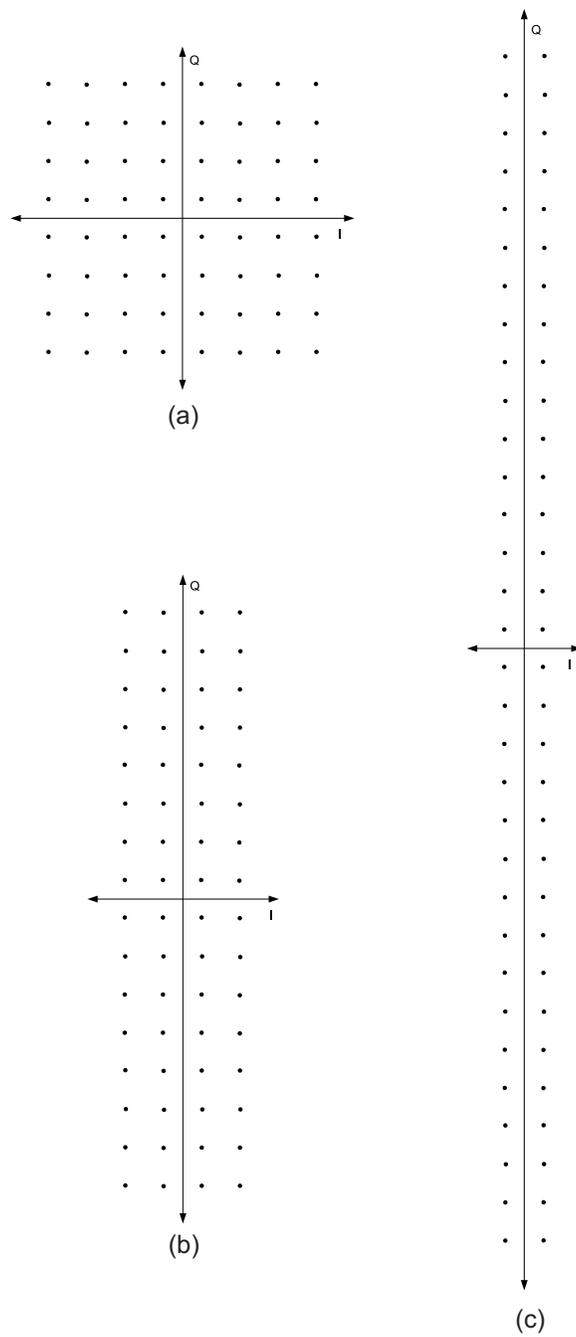


Figura 48: Constelações 64-QAM alternativas.

constelações quadradas previamente apresentadas. Desta forma, faz-se necessária a obtenção da energia média destas constelações, para que, através destas, se torne possível a obtenção da fórmula da distância entre os pontos destas constelações alternativas, similarmente como realizado na equação (2.1).

Pode-se generalizar a equação para cálculo da energia média para quaisquer constelações retangulares alternativas

$$\mathcal{E}_{\mathbf{x}(L \times C)} = \frac{d^2}{M} \sum_{k=0}^{L/2-1} \left[ \frac{C}{2} (2k+1)^2 + \sum_{l=0}^{C/2-1} (2l+1)^2 \right], \quad (4.73)$$

em que  $L$  representa o número de linhas e  $C$  representa o número de colunas desta constelação. Finalmente, a equação da distância mínima entre os pontos para estas constelações é

$$d = \sqrt{\frac{M\mathcal{E}_{\mathbf{x}}}{\sum_{k=0}^{L/2-1} \left[ \frac{C}{2} (2k+1)^2 + \sum_{l=0}^{C/2-1} (2l+1)^2 \right]}}. \quad (4.74)$$

Tome, como exemplo, as constelações 16-QAM propostas apresentadas na Figura 49. Nestas, pontos iguais representam pontos que possuem mesma energia, uma vez que estão equidistantes à origem dos eixos.

A energia média da constelação 16-QAM  $4 \times 4$  apresentada na Figura 49 (a) é calculada como:

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_{\mathbf{x}(4 \times 4)} &= \frac{1}{16} \left\{ 4 \left[ \left(\frac{d}{2}\right)^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2 \right] + 8 \left[ \left(\frac{3d}{2}\right)^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2 \right] + 4 \left[ \left(\frac{3d}{2}\right)^2 + \left(\frac{3d}{2}\right)^2 \right] \right\} \\ \mathcal{E}_{\mathbf{x}(4 \times 4)} &= \frac{1}{16} \{ 2d^2 + 20d^2 + 18d^2 \} \\ \mathcal{E}_{\mathbf{x}(4 \times 4)} &= \frac{40d^2}{16}. \end{aligned} \quad (4.75)$$

De forma similar, a energia média da constelação 16-QAM  $2 \times 8$  apresentada na Figura 49 (b) é obtida por

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_{\mathbf{x}(2 \times 8)} &= \frac{1}{16} \left\{ 4 \left[ \left(\frac{d}{2}\right)^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2 \right] + 4 \left[ \left(\frac{3d}{2}\right)^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2 \right] + 4 \left[ \left(\frac{5d}{2}\right)^2 + \left(\frac{3d}{2}\right)^2 \right] + 4 \left[ \left(\frac{7d}{2}\right)^2 + \left(\frac{3d}{2}\right)^2 \right] \right\} \\ \mathcal{E}_{\mathbf{x}(2 \times 8)} &= \frac{1}{16} \{ 2d^2 + 10d^2 + 26d^2 + 50d^2 \} \\ \mathcal{E}_{\mathbf{x}(2 \times 8)} &= \frac{88d^2}{16}. \end{aligned} \quad (4.76)$$

A distância mínima deduzida garante que todos os símbolos apresentam energia média unitária, conforme pode ser concluído da Figura 50, que apresenta a densidade espectral de potência de símbolos mapeados utilizando a modulação 16-QAM  $2 \times 8$ . Pode-se verificar que este valor está em torno de 0 dB.

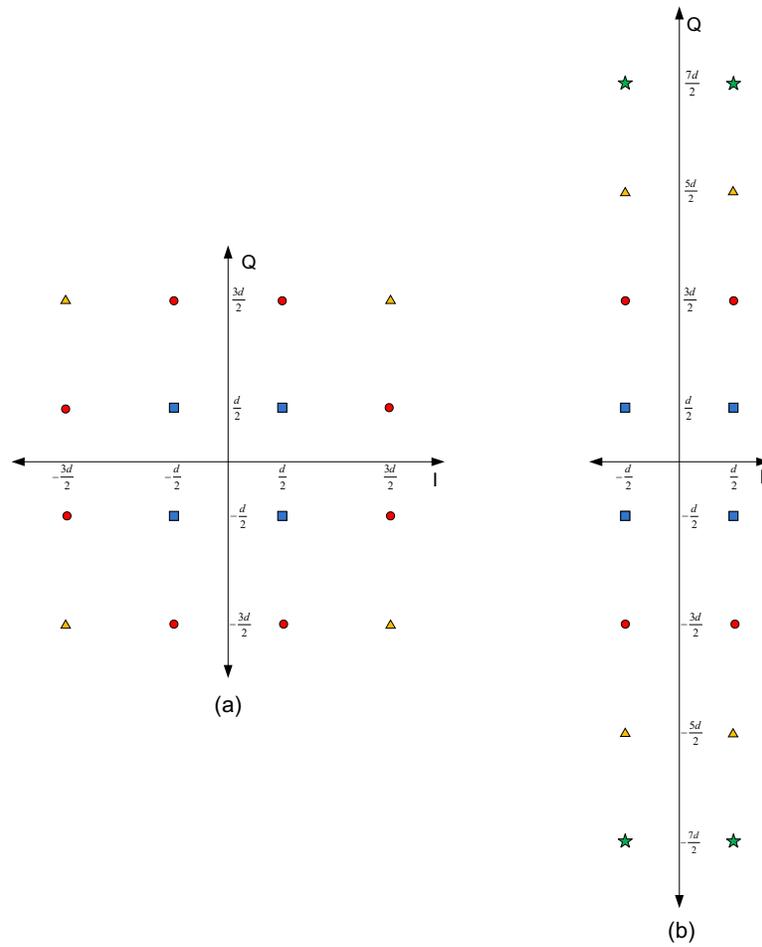


Figura 49: Constelações 16-QAM alternativas.

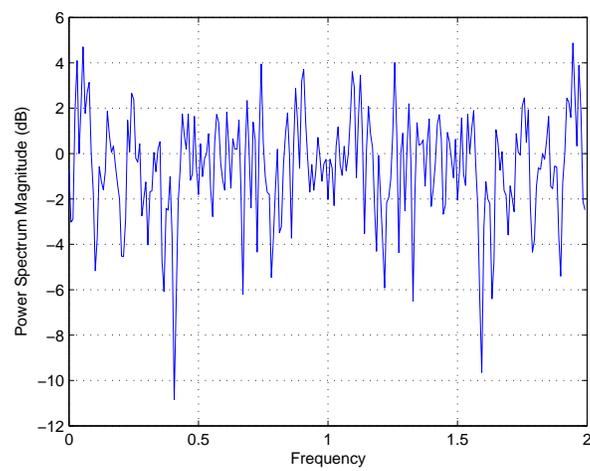


Figura 50: Densidade espectral de potência da constelação 16-QAM  $2 \times 8$ .

No Capítulo 5, são apresentados os valores de PAPR obtidos por simulação computacional para este esquema de modulação proposto, bem como os resultados de desempenho deste em relação à  $\text{BER} \times E_b/\mathcal{N}_0$ .

## 4.7 SUMÁRIO

Neste capítulo foram apresentadas técnicas alternativas à implementação da detecção de símbolos ML, baseada na teoria de regiões de Voronoi, a qual foi sucintamente descrita na Seção A. Primeiramente, uma proposição da divisão das constelações QAM em regiões quadradas, seguidas por análise ML em cada região para detecção dos símbolos. Em ambos os casos, foram apresentados os custos computacionais associados à implementação destas técnicas para constelações QAM quadradas e cruzadas. Por fim, uma análise de diferentes formas de implementar a solução de detecção por regiões de Voronoi foi considerada, baseando não somente no número de operações demandadas, bem como estratégias que otimizassem a lógica e área de um dispositivo FPGA. No próximo capítulo serão apresentados os resultados de simulação computacional destas propostas a fim de se verificar o desempenho das mesmas. Serão mostrados também os custos de implementação de *hardware* das técnicas de detecção discutidas nesse capítulo.

## 5 RESULTADOS

Os sistemas de comunicação costumam utilizar as medições da BER para descrever a qualidade da transmissão de dados. Esta mede o efeito do ruído e outros distúrbios sobre os bits transmitidos. A BER mede com que frequência os símbolos são empurrados a territórios de símbolos vizinhos, os levando a serem interpretados incorretamente. É expressa como uma taxa de bits errados pelo número de bits enviados (dado como uma potência de 10), por exemplo, uma medida de BER de  $3 \times 10^{-7}$  significa que um dado bit tem 3 chances em 10 milhões de ser interpretado erroneamente.

Para executar as simulações que verificam o desempenho das técnicas de detecção propostas, o parâmetro taxa de energia do bit pela densidade espectral de potência,  $(E_b/\mathcal{N}_0)$ , mostrado nas figuras seguintes, representa a taxa entre a energia do bit transmitido e a densidade espectral de potência (do inglês, *power spectral density*) (PSD) do ruído de fundo,  $\mathbf{n}_{bkgr}$ , assumindo-se AWGN ou AIGN;  $E_b = 0$  dB e  $\mathcal{N}_0 = \sigma_{bkgr}^2$ . A faixa de valores de  $E_b/\mathcal{N}_0$  varia de 0 dB até o ponto em que a BER alcança o valor de  $10^{-6}$ . Para cada ponto de  $BER \times E_b/\mathcal{N}_0$ , foi estabelecido um valor mínimo de 150 erros para parar a simulação. Para os resultados que foram gerados com os algoritmos implementados utilizando o *software* Matlab, as questões de precisão finita não foram consideradas nesta primeira análise.

Neste contexto, no presente capítulo, são mostrados os resultados obtidos em simulação computacional para as modulações  $M$ -QAM com constelações quadrada e cruzada, considerando as estratégias de detecção de símbolos descritas no Capítulo 4. Primeiramente, são apresentados os número de operações demandadas por cada uma das técnicas de detecção propostas, a fim de se avaliar a complexidade computacional das mesmas e de justificar suas utilizações. Na Seção 5.2, são apresentados tais resultados de simulação em termos de  $BER \times E_b/\mathcal{N}_0$  referentes à modulação QAM quadrada, considerando AWGN e AIGN. Posteriormente, na Seção 5.3, são apresentados os mesmos resultados para a constelação QAM cruzada. Na Seção 5.4, apresentam-se os custos de implementação em *hardware* dos algoritmos de modulação e demodulação/detecção

considerando a estratégia das regiões de Voronoi para cada uma das constelações QAM em estudo. Finalmente, na Seção 5.5, são apresentadas as análises de desempenho das constelações QAM alternativas propostas na Seção 4.6, bem como os valores de PAPR obtidos para a transmissão dessas.

### 5.1 COMPLEXIDADE COMPUTACIONAL - QAM QUADRADA

Com a finalidade de se facilitar a escrita dos nomes dos modelos de detecção propostos, convencionou-se chamar estes modelos de acordo com a Tabela 5.

Tabela 5: Abreviações dos nomes das técnicas de detecção para as constelações quadradas e cruzadas.

ML	Detecção pelo critério ML
Voronoi	Detecção por regiões de Voronoi
Voronoi+4-ML	Detecção por regiões de Voronoi e critério ML em regiões da constelação de 4 pontos
Voronoi+16-ML	Detecção por regiões de Voronoi e critério ML em regiões da constelação de 16 pontos
Voronoi+64-ML	Detecção por regiões de Voronoi e critério ML em regiões da constelação de 64 pontos
Voronoi+256-ML	Detecção por regiões de Voronoi e critério ML em regiões da constelação de 256 pontos
Voronoi+1024-ML	Detecção por regiões de Voronoi e critério ML em regiões da constelação de 1024 pontos
Voronoi+4096-ML	Detecção por regiões de Voronoi e critério ML em regiões da constelação de 4096 pontos
Voronoi+16384-ML	Detecção por regiões de Voronoi e critério ML em regiões da constelação de 16384 pontos

Apresenta-se nas tabelas seguintes uma descrição exata de todas as operações executadas no processo de detecção de um único símbolo, considerando os cálculos para se determinar a distância Euclidiana e comparações de regiões de Voronoi. Por exemplo, para a detecção de um símbolo  $a + jb$  pelo critério ML, serão realizadas as operações

$$(a - a_i)^2 + (b - b_i)^2 \quad (5.1)$$

em que  $a_i$  e  $b_i$  são as coordenadas em fase e em quadratura do  $i$ -ésimo ponto da constelação, tantos quantos forem os pontos da constelação utilizada.

As Tabelas [6-13] apresentam estas quantidades de operações para as constelações quadradas  $M$ -QAM,  $M = 2^{2n}$ ,  $n = \{1, 2, \dots, 8\}$ .

Tabela 6: Comparação de complexidade computacional para os métodos de detecção propostos para constelação 4-QAM quadrada.

	Somas	Subtrações	Multiplicações	Comparações
ML	4	8	8	3
Voronoi	0	0	0	2

Tabela 7: Comparação de complexidade computacional para os métodos de detecção propostos para constelação 16-QAM quadrada.

	Somas	Subtrações	Multiplicações	Comparações
ML	16	32	32	15
Voronoi	0	0	0	4
Voronoi+4-ML	4	8	8	5

Tabela 8: Comparação de complexidade computacional para os métodos de detecção propostos para constelação 64-QAM quadrada.

	Somas	Subtrações	Multiplicações	Comparações
ML	64	128	128	63
Voronoi	0	0	0	6
Voronoi+4-ML	4	8	8	7
Voronoi+16-ML	16	32	32	17

Tabela 9: Comparação de complexidade computacional para os métodos de detecção propostos para constelação 256-QAM quadrada.

	Somas	Subtrações	Multiplicações	Comparações
ML	256	512	512	255
Voronoi	0	0	0	8
Voronoi+4-ML	4	8	8	9
Voronoi+16-ML	16	32	32	19
Voronoi+64-ML	64	128	128	65

Tabela 10: Comparação de complexidade computacional para os métodos de detecção propostos para constelação 1024-QAM quadrada.

	Somas	Subtrações	Multiplicações	Comparações
ML	1024	2048	2048	1023
Voronoi	0	0	0	10
Voronoi+4-ML	4	8	8	11
Voronoi+16-ML	16	32	32	21
Voronoi+64-ML	64	128	128	67
Voronoi+256-ML	256	512	512	257

Tabela 11: Comparação de complexidade computacional para os métodos de detecção propostos para constelação 4096-QAM quadrada.

	<b>Somas</b>	<b>Subtrações</b>	<b>Multiplicações</b>	<b>Comparações</b>
ML	4096	8192	8192	4095
Voronoi	0	0	0	12
Voronoi+4-ML	4	8	8	13
Voronoi+16-ML	16	32	32	23
Voronoi+64-ML	64	128	128	69
Voronoi+256-ML	256	512	512	259
Voronoi+1024-ML	1024	2048	2048	1025

Tabela 12: Comparação de complexidade computacional para os métodos de detecção propostos para constelação 16384-QAM quadrada.

	<b>Somas</b>	<b>Subtrações</b>	<b>Multiplicações</b>	<b>Comparações</b>
ML	16384	32768	32768	16383
Voronoi	0	0	0	14
Voronoi+4-ML	4	8	8	15
Voronoi+16-ML	16	32	32	25
Voronoi+64-ML	64	128	128	71
Voronoi+256-ML	256	512	512	261
Voronoi+1024-ML	1024	2048	2048	1027
Voronoi+4096-ML	4096	8192	8192	4097

Tabela 13: Comparação de complexidade computacional para os métodos de detecção propostos para constelação 65536-QAM quadrada.

	<b>Somas</b>	<b>Subtrações</b>	<b>Multiplicações</b>	<b>Comparações</b>
ML	65536	131072	131072	65535
Voronoi	0	0	0	16
Voronoi+4-ML	4	8	8	17
Voronoi+16-ML	16	32	32	27
Voronoi+64-ML	64	128	128	73
Voronoi+256-ML	256	512	512	263
Voronoi+1024-ML	1024	2048	2048	1029
Voronoi+4096-ML	4096	8192	8192	4099
Voronoi+16384-ML	16384	32768	32768	16385

Conforme pode ser observado nas tabelas apresentadas, de forma geral, a quantidade de operações matemáticas requeridas pelo critério de divisão por regiões de Voronoi é bem menor em comparação ao critério ML e às demais proposições.

Cabe neste momento uma observação pertinente à forma de implementação da detecção por regiões de Voronoi, pois, para esta mesma técnica, podem ser observadas diferentes formas de implementá-la, as quais demandam diferentes quantidades de comparações, reduzindo-se ainda mais a complexidade computacional de implementação da técnica.

Define-se a **Técnica 1**, como a detecção que se baseia na verificação de qual quadrante pertence o símbolo a ser detectado, descartando os demais. Uma vez definido o quadrante, divide-se novamente a região em quadrantes e o processo é então repetido até que se encontre a região de Voronoi à qual pertence o símbolo transmitido.

Já uma técnica alternativa, a **Técnica 2**, que analisa separadamente as partes reais e imaginárias de regiões subsequentes da constelação. Para um dado símbolo a ser detectado, esta técnica verifica se o mesmo pertence à região inferior da constelação, caso contrário, analisa se pertence à região imediatamente superior àquela, e assim sucessivamente. Na Figura 51, o número sobre cada um dos pontos da constelação 16-QAM quadrada indica a quantidade de operações de comparação requeridas para a detecção de um único símbolo transmitido.

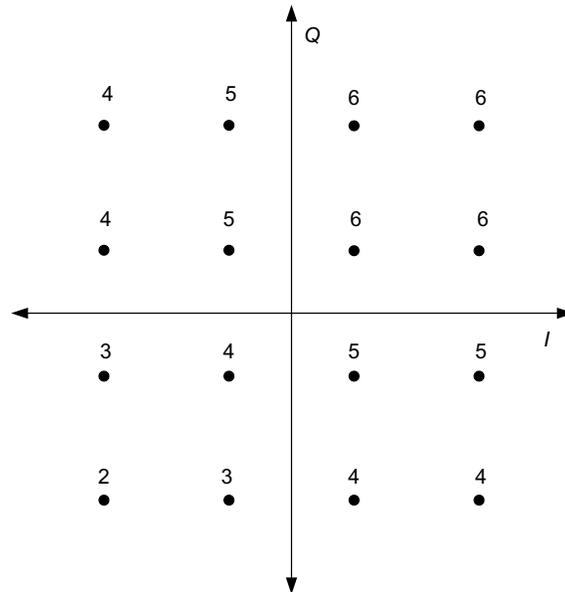


Figura 51: Número de comparações requeridas para detecção por Regiões de Voronoi, 16-QAM quadrada.

Uma vez que os símbolos gerados neste trabalho são equiprováveis, todos eles apre-

sentam a mesma probabilidade de ocorrência, isto implica que, embora cada ponto da constelação requiera um quantidade diferente de operações de comparação para a detecção quando se utiliza a Técnica 2, pode-se calcular sua quantidade média necessária para a detecção de um único símbolo QAM. A Tabela 14 apresenta uma comparação em que contrasta o número exato de operações de comparação demandadas pela Técnica 1 com o número médio demandado pela Técnica 2.

Tabela 14: Comparação de complexidade computacional para técnicas de detecção por regiões de Voronoi, em termos de operações de comparação.

<b>Tipo de Modulação</b>	<b>Técnica 1</b>	<b>Técnica 2</b>
4-QAM	2	2
16-QAM	4	4,5
64-QAM	6	8,75
256-QAM	8	16,875
1024-QAM	10	32,9375
4096-QAM	12	64,96875
16384-QAM	14	128,9844
65536-QAM	16	256,9922

Nas tabelas seguintes, são apresentadas as quantidades médias de operações de comparação requeridas para as diferentes técnicas apresentadas (Técnicas 1 e 2) para as detecções propostas. As Tabelas [15-21] apresentam tais valores para as detecções Voronoi+4-ML, Voronoi+16-ML, Voronoi+64-ML, Voronoi+256-ML, Voronoi+1024-ML, Voronoi+4096-ML e Voronoi+16384-ML, respectivamente.

Tabela 15: Comparação de complexidade computacional para técnicas de detecção Voronoi+4-ML.

<b>Tipo de Modulação</b>	<b>Técnica 1</b>	<b>Técnica 2</b>
16-QAM	5	5
64-QAM	7	7,5
256-QAM	9	11,75
1024-QAM	11	19,875
4096-QAM	13	35,9375
16384-QAM	15	67,96875
65536-QAM	17	131,9844

Tabela 16: Comparação de complexidade computacional para técnicas de detecção Voronoi+16-ML.

<b>Tipo de Modulação</b>	<b>Técnica 1</b>	<b>Técnica 2</b>
64-QAM	17	17
256-QAM	19	19,5
1024-QAM	21	23,75
4096-QAM	23	31,875
16384-QAM	25	47,9375
65536-QAM	27	79,96875

Tabela 17: Comparação de complexidade computacional para técnicas de detecção Voronoi+64-ML.

<b>Tipo de Modulação</b>	<b>Técnica 1</b>	<b>Técnica 2</b>
256-QAM	65	65
1024-QAM	67	67,5
4096-QAM	69	71,75
16384-QAM	71	79,875
65536-QAM	73	95,9375

Tabela 18: Comparação de complexidade computacional para técnicas de detecção Voronoi+256-ML.

<b>Tipo de Modulação</b>	<b>Técnica 1</b>	<b>Técnica 2</b>
1024-QAM	257	257
4096-QAM	259	259,5
16384-QAM	261	263,75
65536-QAM	263	271,875

Tabela 19: Comparação de complexidade computacional para técnicas de detecção Voronoi+1024-ML.

<b>Tipo de Modulação</b>	<b>Técnica 1</b>	<b>Técnica 2</b>
4096-QAM	1025	1025
16384-QAM	1027	1027,5
65536-QAM	1029	1031,75

Tabela 20: Comparação de complexidade computacional para técnicas de detecção Voronoi+4096-ML.

<b>Tipo de Modulação</b>	<b>Técnica 1</b>	<b>Técnica 2</b>
16384-QAM	4097	4097
65536-QAM	4099	4099,5

Tabela 21: Comparação de complexidade computacional para técnicas de detecção Voronoi+16384-ML.

Tipo de Modulação	Técnica 1	Técnica 2
65536-QAM	16385	16385

Para estes esquemas de detecção referentes à modulação  $M$ -QAM quadrada, pode-se generalizar os melhores resultados conforme se apresenta na Tabela 22, em que  $M$  representa a ordem da constelação e  $N_R$  representa o número de pontos nas regiões definidas para se fazer a análise.

Tabela 22: Comparação generalizada da complexidade computacional para os métodos de detecção propostos para constelações  $M$ -QAM quadradas.

	Somas	Subtrações	Multiplicações	Comparações
ML	$M$	$2M$	$2M$	$M-1$
Voronoi	0	0	0	$\log_2 M$
Voronoi+4-ML	$N_R$	$2N_R$	$2N_R$	$\log_2 M + N_R - 3$
Voronoi+16-ML	$N_R$	$2N_R$	$2N_R$	$\log_2 M + N_R - 5$
Voronoi+64-ML	$N_R$	$2N_R$	$2N_R$	$\log_2 M + N_R - 7$
Voronoi+256-ML	$N_R$	$2N_R$	$2N_R$	$\log_2 M + N_R - 9$
Voronoi+1024-ML	$N_R$	$2N_R$	$2N_R$	$\log_2 M + N_R - 11$
Voronoi+4096-ML	$N_R$	$2N_R$	$2N_R$	$\log_2 M + N_R - 13$
Voronoi+16384-ML	$N_R$	$2N_R$	$2N_R$	$\log_2 M + N_R - 15$

### 5.1.1 COMPLEXIDADE COMPUTACIONAL - QAM CRUZADA

Essa mesma análise do número de operações demandadas por símbolo transmitido foi realizada para cada tipo de detecção de cada uma das constelações cruzadas a fim de que pudessem ser comparados os custos computacionais de cada uma das técnicas propostas.

As constelações QAM cruzadas apresentam a particularidade que nem todas as regiões são exatamente quadradas, ao contrário das constelações QAM cruzadas. Essas regiões são aquelas localizadas nos extremos da constelação. Uma vez que um determinado símbolo mapeado sobrecaia em uma dessas regiões, será necessário uma operação de comparação adicional para se definir a qual região ele pertence, e assim, detectá-lo corretamente. Observe a Figura 37, que mostra uma região crítica de decisão para detecção por regiões de Voronoi para constelação 128-QAM. Para um determinado ponto  $m$  que esteja nesta região crítica, deve-se comparar suas componentes real,  $\Re(m)$ , e imaginária,  $\Im(m)$  para que se decida se este pertence à região I ou à região II. No caso

de  $\Re(m) < \Im(m)$ , o ponto  $m$  pertencerá à região I, caso contrário, pertencerá à região II.

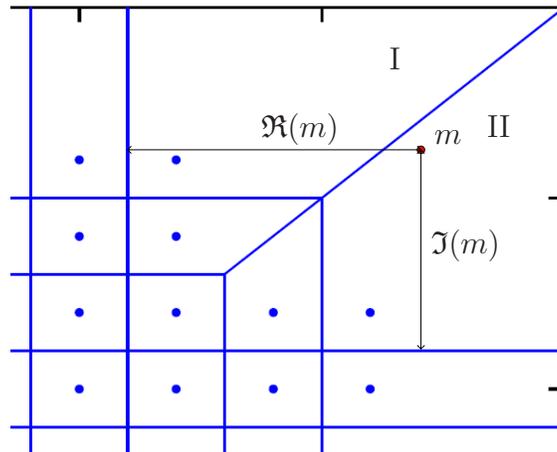


Figura 52: Regiões de Voronoi críticas da constelação 128-QAM.

Os pontos numa dada constelação QAM cruzada não apresentam todos o mesmo número de operações, dependendo da técnica de detecção em questão. Por exemplo, na detecção Voronoi para a constelação 32-QAM apresentada previamente na Figura 35, o número de comparações demandadas para cada um dos pontos é resumido na Figura 53. Para cada constelação em análise, verifica-se inicialmente em qual quadrante pertence o símbolo transmitido. Posteriormente, realiza-se uma análise sequencial das regiões da constelação, num procedimento análogo àquele aplicado para **Técnica 2**.

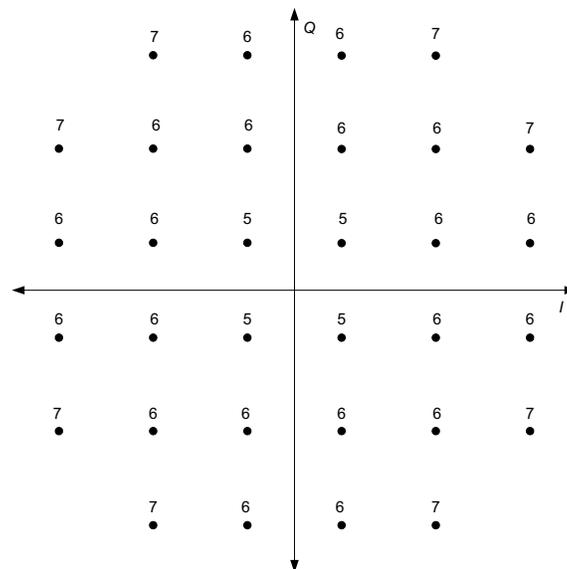


Figura 53: Número de comparações requeridas para detecção por Regiões de Voronoi, 32-QAM cruzada.

Apresenta-se nas tabelas seguintes uma descrição do número médio de operações

executadas no processo de detecção de um único símbolo, considerando os cálculos para se determinar a distância Euclidiana e comparações de regiões de Voronoi para as constelações cruzadas. As Tabelas [23-29] apresentam estas quantidades de operações para as constelações cruzadas  $M = 2^{2n+1}$ ,  $n = \{1, 2, \dots, 7\}$ , respectivamente.

Tabela 23: Comparação de complexidade computacional para os métodos de detecção propostos para constelação 8-QAM cruzada.

	<b>Somas</b>	<b>Subtrações</b>	<b>Multiplicações</b>	<b>Comparações</b>
ML	8	16	16	15
Voronoi	0	0	0	3
Voronoi+4-ML	4	8	8	4

Tabela 24: Comparação de complexidade computacional para os métodos de detecção propostos para constelação 32-QAM quadrada.

	<b>Somas</b>	<b>Subtrações</b>	<b>Multiplicações</b>	<b>Comparações</b>
ML	32	64	64	63
Voronoi	0	0	0	5,25
Voronoi+4-ML	3,625	7,25	7,25	6

Tabela 25: Comparação de complexidade computacional para os métodos de detecção propostos para constelação 128-QAM cruzada.

	<b>Somas</b>	<b>Subtrações</b>	<b>Multiplicações</b>	<b>Comparações</b>
ML	128	256	256	255
Voronoi	0	0	0	8,25
Voronoi+4-ML	4	8	8	8,25
Voronoi+16-ML	14,5	29	29	16,875

Tabela 26: Comparação de complexidade computacional para os métodos de detecção propostos para constelação 512-QAM cruzada.

	<b>Somas</b>	<b>Subtrações</b>	<b>Multiplicações</b>	<b>Comparações</b>
ML	512	1024	1024	1023
Voronoi	0	0	0	13,875
Voronoi+4-ML	4	8	8	11,25
Voronoi+16-ML	16	32	32	20,25
Voronoi+64-ML	58	116	116	63,5

Tabela 27: Comparação de complexidade computacional para os métodos de detecção propostos para constelação 2048-QAM cruzada.

	<b>Somas</b>	<b>Subtrações</b>	<b>Multiplicações</b>	<b>Comparações</b>
ML	2048	4096	4096	4095
Voronoi	0	0	0	24,9375
Voronoi+4-ML	4	8	8	16,87
Voronoi+16-ML	16	32	32	23,25
Voronoi+64-ML	64	128	128	68,25
Voronoi+256-ML	232	464	464	234,375

Tabela 28: Comparação de complexidade computacional para os métodos de detecção propostos para constelação 8192-QAM cruzada.

	<b>Somas</b>	<b>Subtrações</b>	<b>Multiplicações</b>	<b>Comparações</b>
ML	8192	16384	16384	16383
Voronoi	0	0	0	46,9688
Voronoi+4-ML	4	8	8	27,937
Voronoi+16-ML	16	32	32	28,875
Voronoi+64-ML	64	128	128	71,25
Voronoi+256-ML	256	512	512	260,25
Voronoi+1024-ML	928	1856	1856	930,375

Tabela 29: Comparação de complexidade computacional para os métodos de detecção propostos para constelação 32768-QAM cruzada.

	<b>Somas</b>	<b>Subtrações</b>	<b>Multiplicações</b>	<b>Comparações</b>
ML	32768	65536	65536	65535
Voronoi	0	0	0	90,9844
Voronoi+4-ML	4	8	8	49,968
Voronoi+16-ML	16	32	32	39,9375
Voronoi+64-ML	64	128	128	76,875
Voronoi+256-ML	256	512	512	263,25
Voronoi+1024-ML	1024	2048	2048	1028,3
Voronoi+4096-ML	3712	7424	7424	3714,4

Uma abordagem similar à utilizada na **Técnica 1** para constelações quadradas poderia ser aplicada para cada um dos casos das constelações cruzadas e desta forma, pode-se esperar uma redução da quantidade de operações demandadas.

## 5.2 ANÁLISE DE DESEMPENHO - QAM QUADRADA

A comparação de desempenho para as constelações QAM quadradas considerando as configurações da técnica de detecção proposta por regiões de Voronoi, o tradicional detector baseado no critério ML e a junção destas, conforme discutido no capítulo anterior, são apresentadas nas Figuras [54-61]. Para efeito de comparação, nestas figuras, são incluídas as curvas teóricas obtidas para  $M$ -QAM quadrada quando o canal é AWGN. Ademais, são apresentadas também as curvas de desempenho de simulação computacional da detecção por regiões de Voronoi implementada em FPGA, conforme discutido na Seção 4.4.

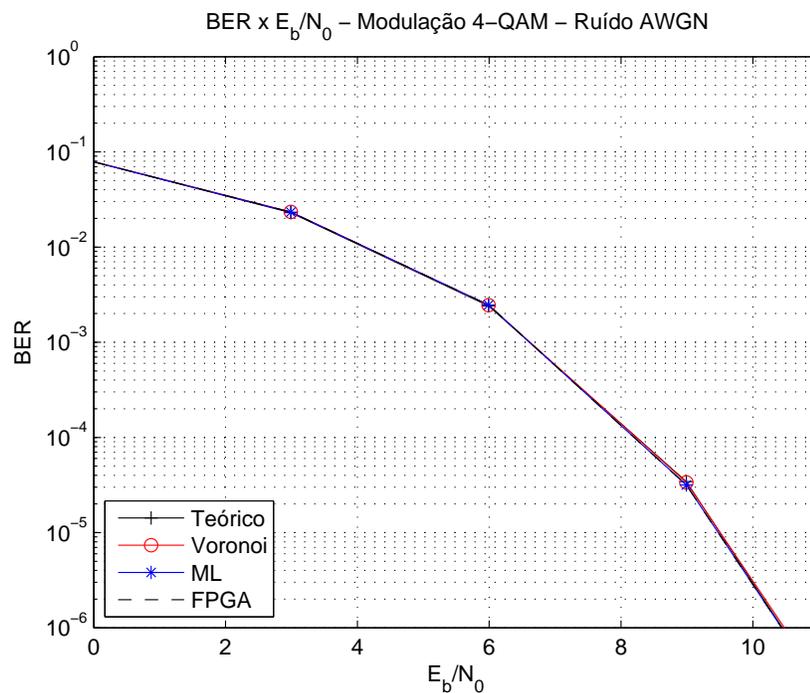


Figura 54: Relação  $BER \times E_b/N_0$  para modulação 4-QAM, com ruído AWGN.

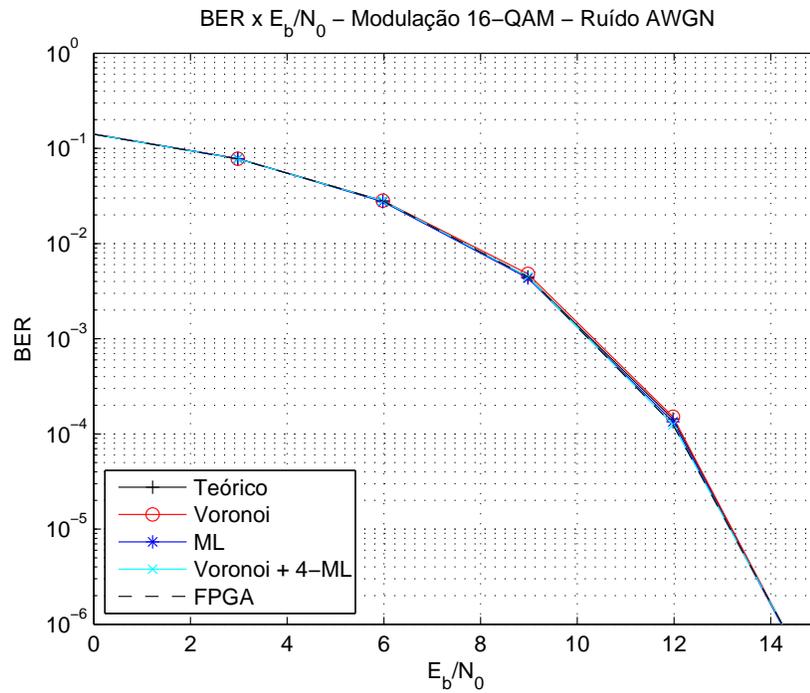


Figura 55: Relação BER  $\times E_b/N_0$  para modulação 16-QAM, com ruído AWGN.

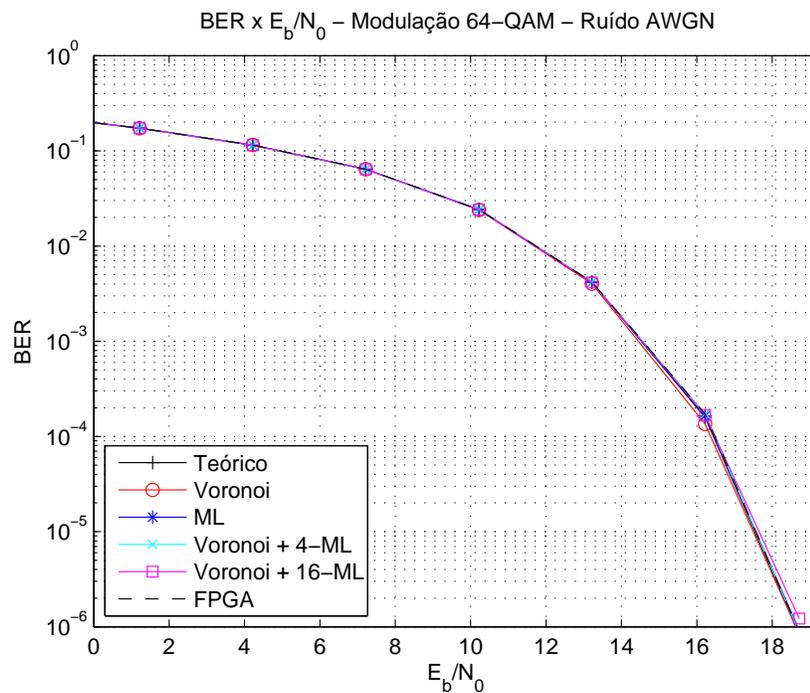


Figura 56: Relação BER  $\times E_b/N_0$  para modulação 64-QAM, com ruído AWGN.

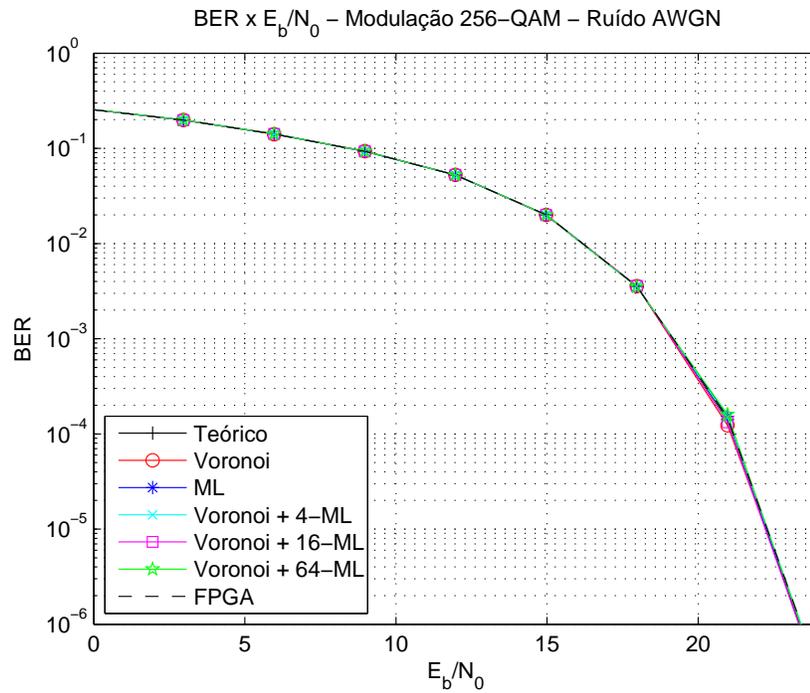


Figura 57: Relação BER  $\times E_b/N_0$  para modulação 256-QAM, com ruído AWGN.

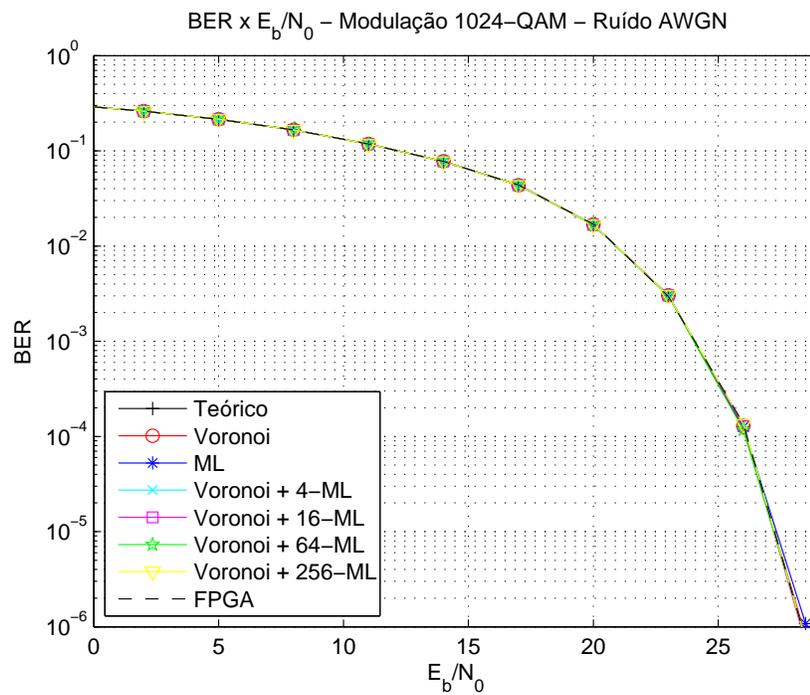


Figura 58: Relação BER  $\times E_b/N_0$  para modulação 1024-QAM, com ruído AWGN.

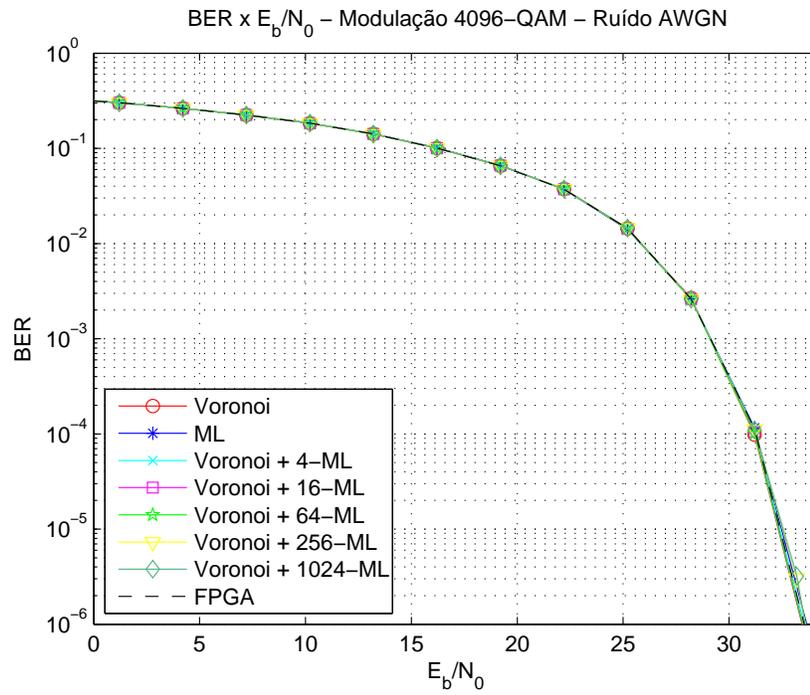


Figura 59: Relação BER  $\times E_b/N_0$  para modulação 4096-QAM, com ruído AWGN.

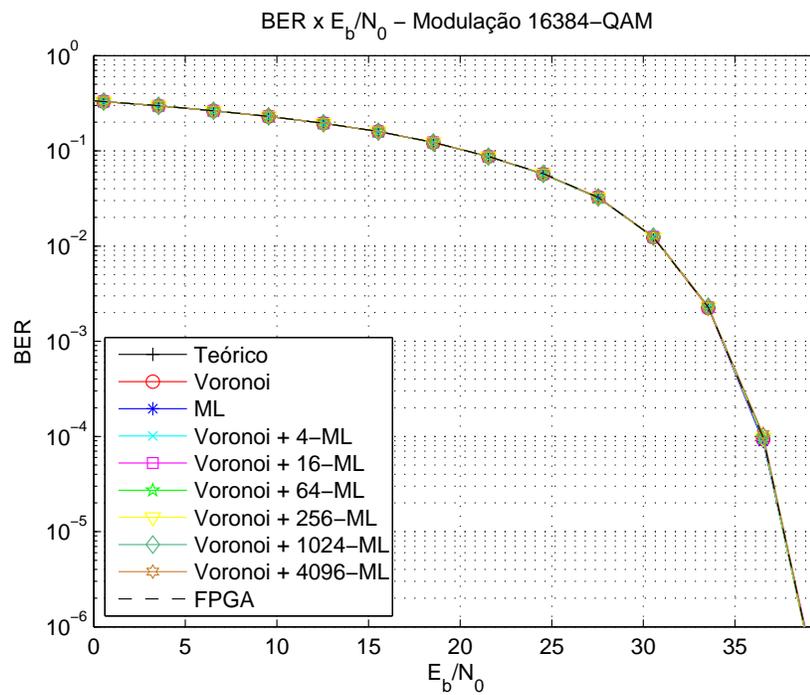


Figura 60: Relação BER  $\times E_b/N_0$  para modulação 16384-QAM, com ruído AWGN.

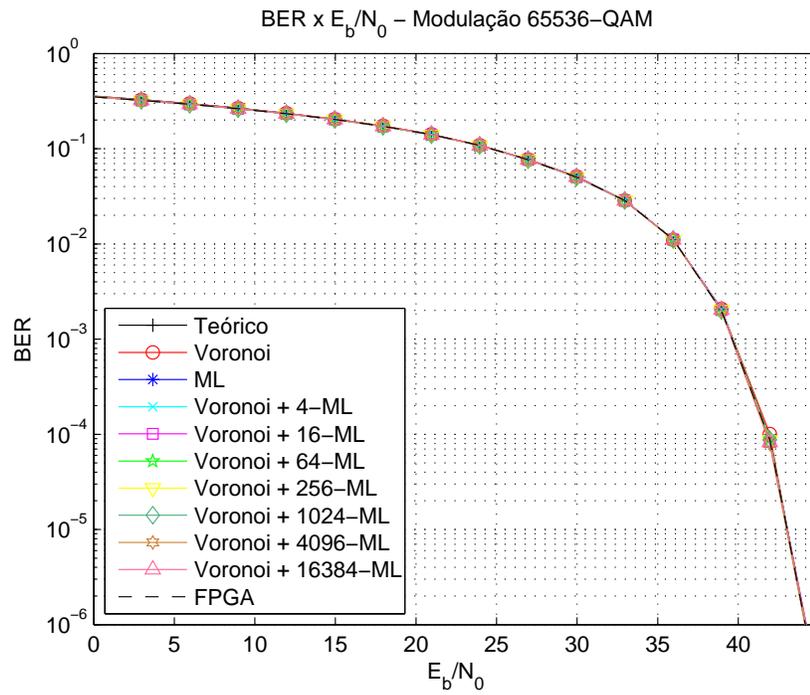


Figura 61: Relação BER  $\times E_b/N_0$  para modulação 65536-QAM, com ruído AWGN.

Foi considerado ainda a adição de ruído AIGN e efetuadas as simulações para análise de desempenho das constelações quadradas. Os resultados obtidos são apresentados nas Figuras [62-69] para as modulações quadradas  $M$ -QAM,  $M = 2^{2n}$ ,  $n = \{1, 2, \dots, 8\}$ .

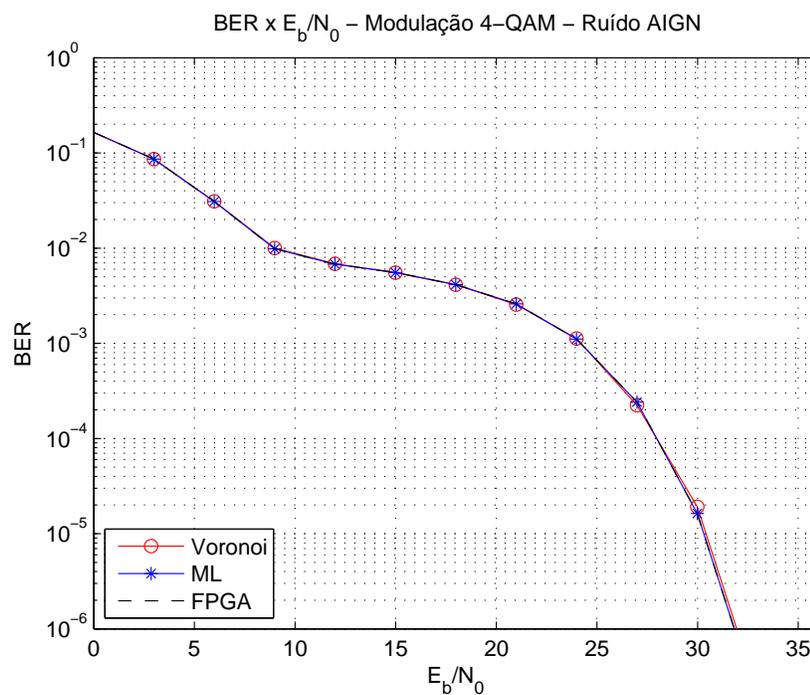


Figura 62: Relação BER  $\times E_b/N_0$  para modulação 4-QAM, com ruído AIGN.

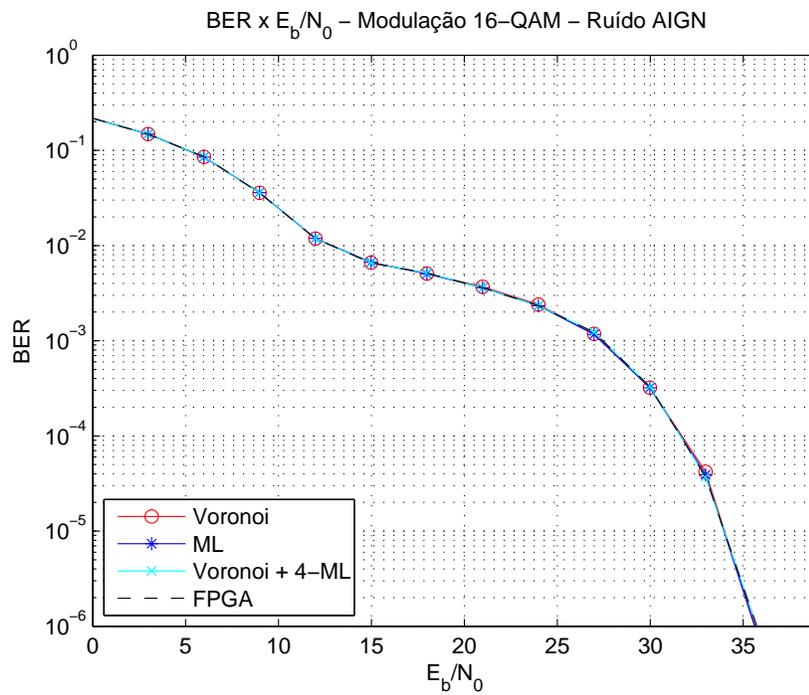


Figura 63: Relação BER  $\times E_b/N_0$  para modulação 16-QAM, com ruído AIGN.

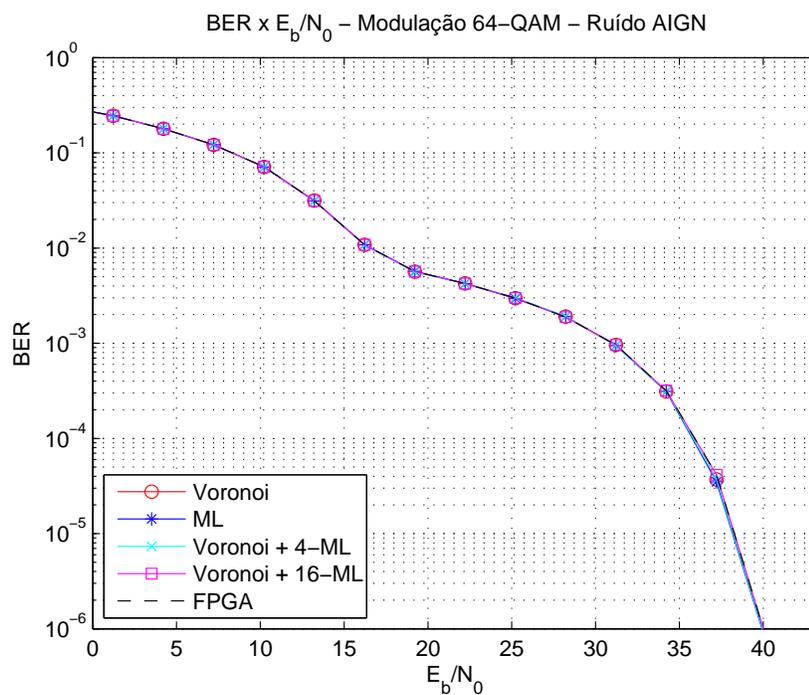


Figura 64: Relação BER  $\times E_b/N_0$  para modulação 64-QAM, com ruído AIGN.

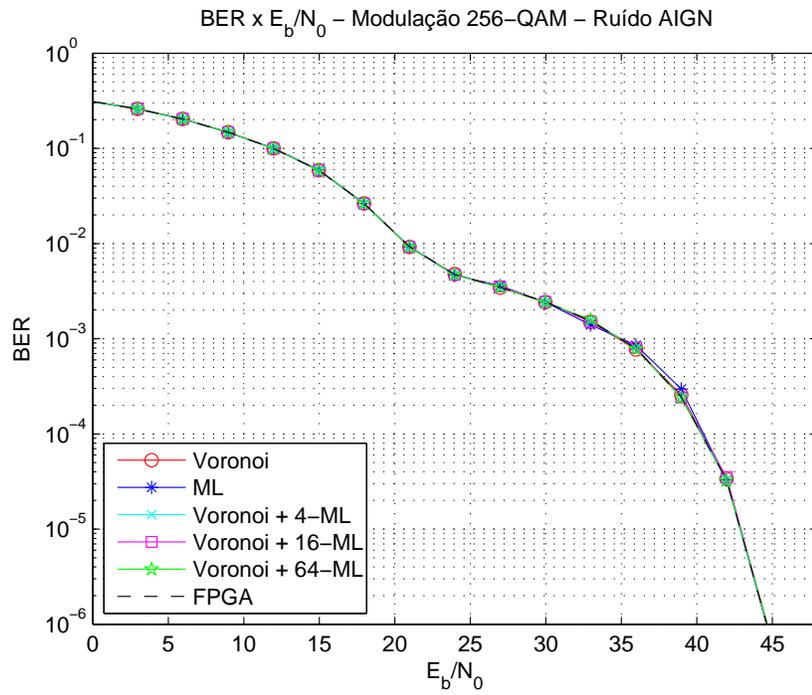


Figura 65: Relação  $BER \times E_b/N_0$  para modulação 256-QAM, com ruído AIGN.

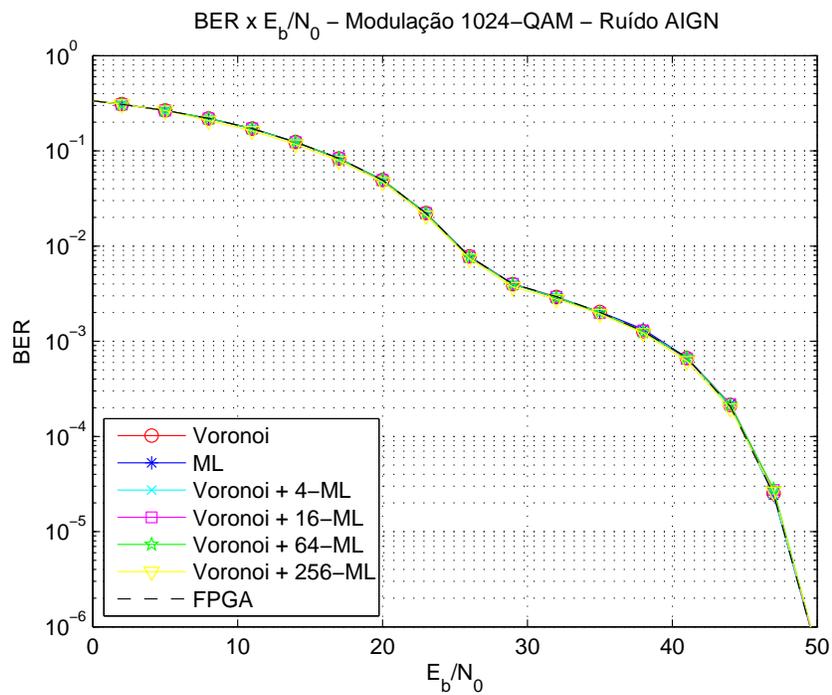


Figura 66: Relação  $BER \times E_b/N_0$  para modulação 1024-QAM, com ruído AIGN.

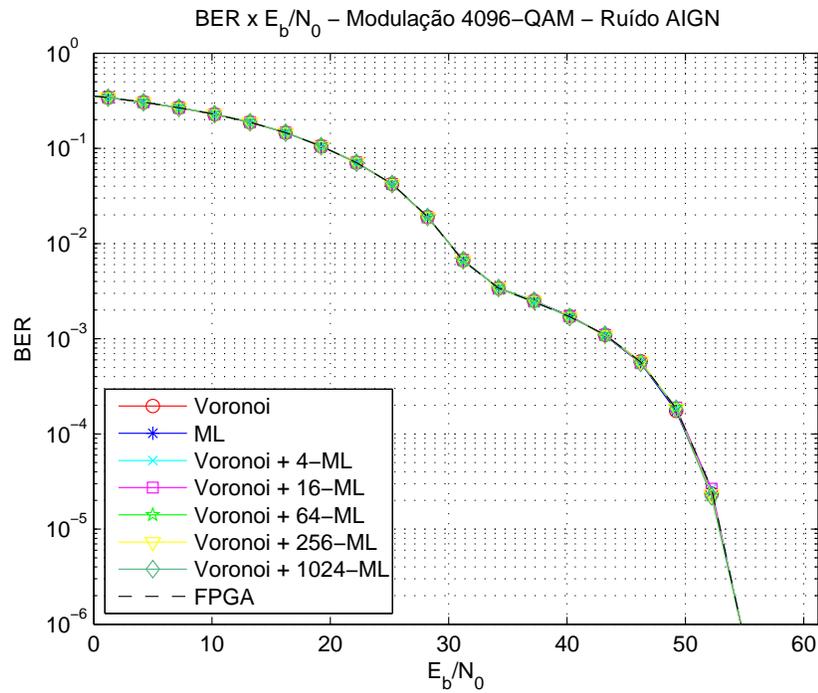


Figura 67: Relação  $BER \times E_b/N_0$  para modulação 4096-QAM, com ruído AIGN.

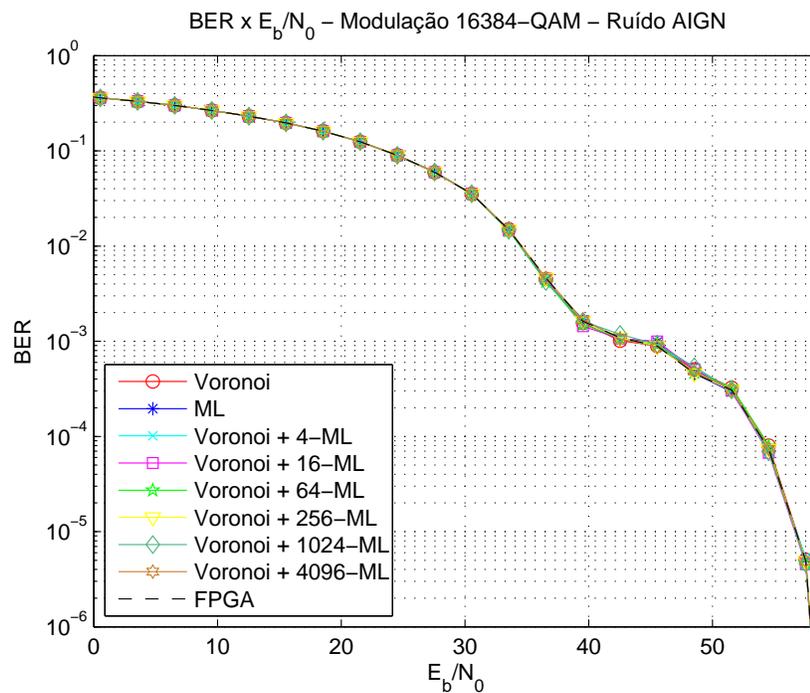


Figura 68: Relação  $BER \times E_b/N_0$  para modulação 16384-QAM, com ruído AIGN.

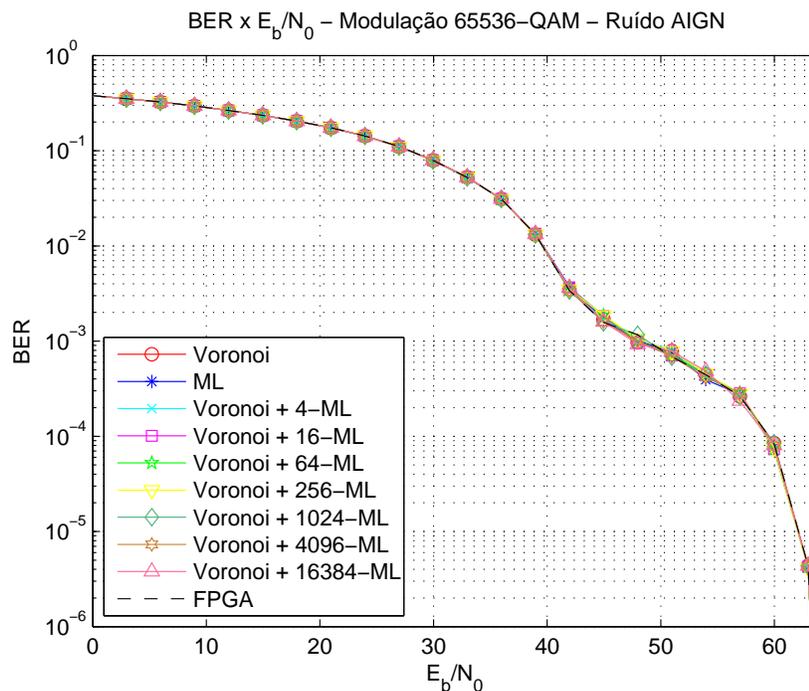


Figura 69: Relação  $\text{BER} \times E_b/N_0$  para modulação 65536-QAM, com ruído AIGN.

O desempenho dos sistemas de comunicação na presença de AWGN é sempre melhor que o desempenho dos sistemas na presença de AIGN. Baseado nestes resultados de simulação, pode-se notar reduzidas perdas de desempenho quando se utiliza a técnica de detecção proposta por regiões de Voronoi se o canal é AWGN ou AIGN. Para cada uma das constelações QAM quadradas apresentadas, as maiores perdas de desempenho em comparação com a curvas teóricas são mostradas na Tabela 30. Essas perdas são consideradas para AWGN. Em termos de implementações de *hardware*, pode ser concluído que nenhuma das configurações da técnica proposta leva a resultados que enfraqueça o desempenho do sistema de comunicação.

Tabela 30: Perdas de desempenho das estratégias de detecção propostas para a implementação da modulação  $M$ -QAM quadrada.

Modulação	Maior Variação	Tipo de Detecção
4-QAM	0,03 dB	Voronoi
16-QAM	0,03 dB	Voronoi e Voronoi+4-ML
64-QAM	0,08 dB	Voronoi
256-QAM	0,15 dB	Voronoi
1024-QAM	0,03 dB	Voronoi+256-ML
4096-QAM	0,11 dB	Voronoi+4-ML
16384-QAM	0,07 dB	Voronoi+4096-ML
65536-QAM	0,04 dB	Voronoi+64-ML

### 5.3 ANÁLISE DE DESEMPENHO - QAM CRUZADA

A mesma análise de desempenho foi realizada para as constelações QAM cruzadas. As Figuras 70 e 71 apresentam as curvas de desempenho considerando adição de AWGN e AIGN, respectivamente, para as técnicas de detecção propostas para a constelação 8-QAM. Posteriormente, nas Figuras [72-77], são apresentados os mesmos resultados para as constelações cruzadas 32-QAM, 128-QAM e 512-QAM. Assim como nas figuras da Seção 5.2, são apresentadas também o desempenho da técnica de detecção por regiões de Voronoi implementadas em FPGA.

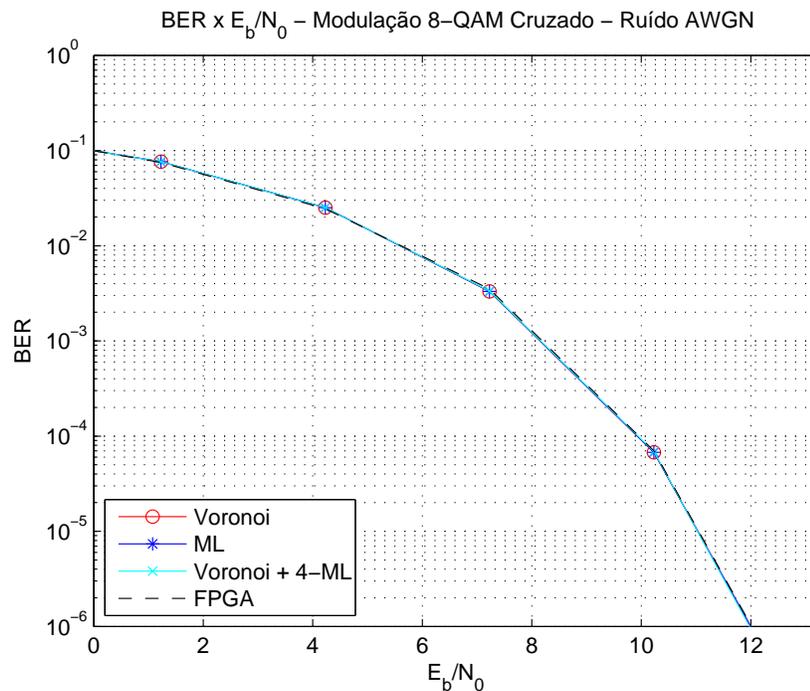


Figura 70: Relação  $BER \times E_b/N_0$  para modulação 8-QAM cruzada, com ruído AWGN.

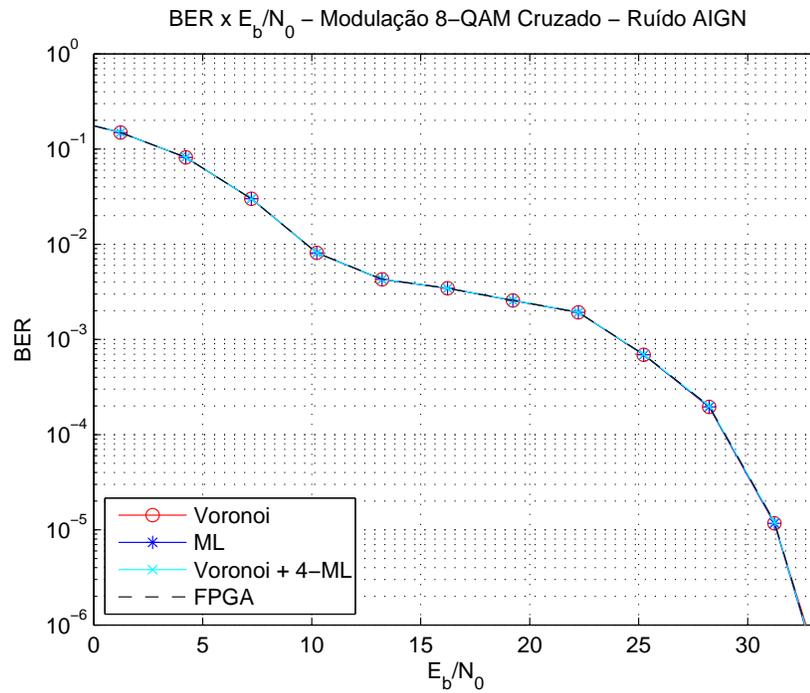


Figura 71: Relação  $BER \times E_b/N_0$  para modulação 8-QAM cruzada, com ruído AIGN.

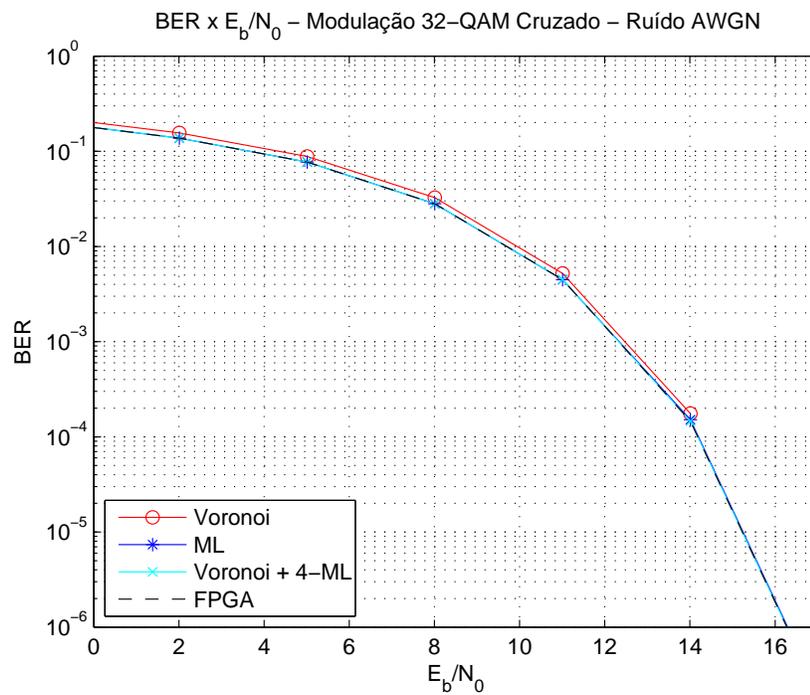


Figura 72: Relação  $BER \times E_b/N_0$  para modulação 32-QAM cruzada, com ruído AWGN.

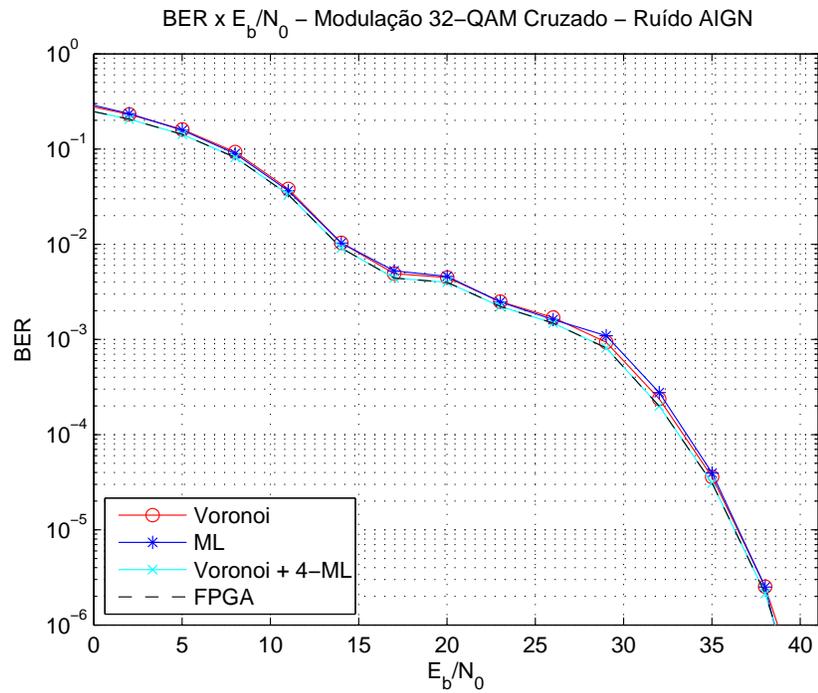


Figura 73: Relação  $BER \times E_b/N_0$  para modulação 32-QAM cruzada, com ruído AIGN.

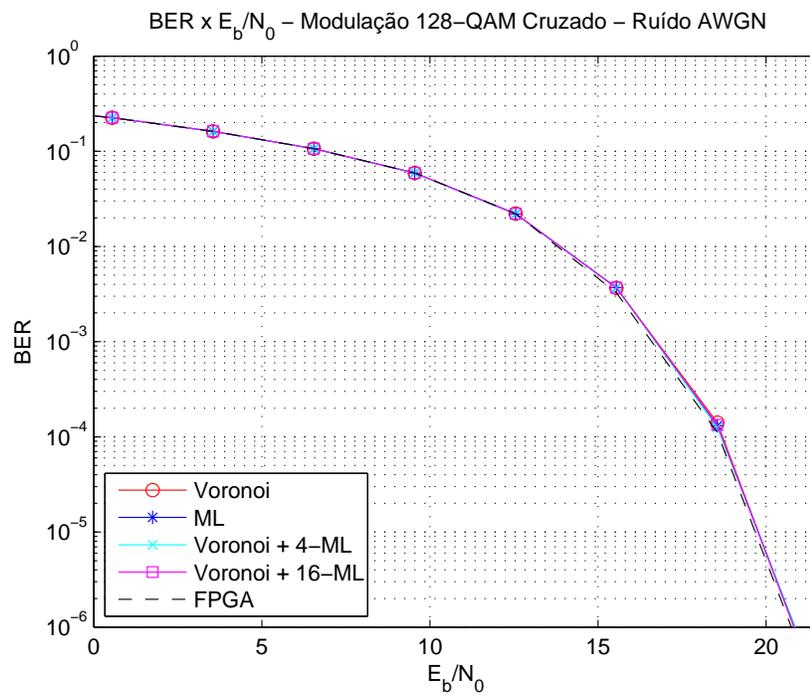


Figura 74: Relação  $BER \times E_b/N_0$  para modulação 128-QAM cruzada, com ruído AWGN.

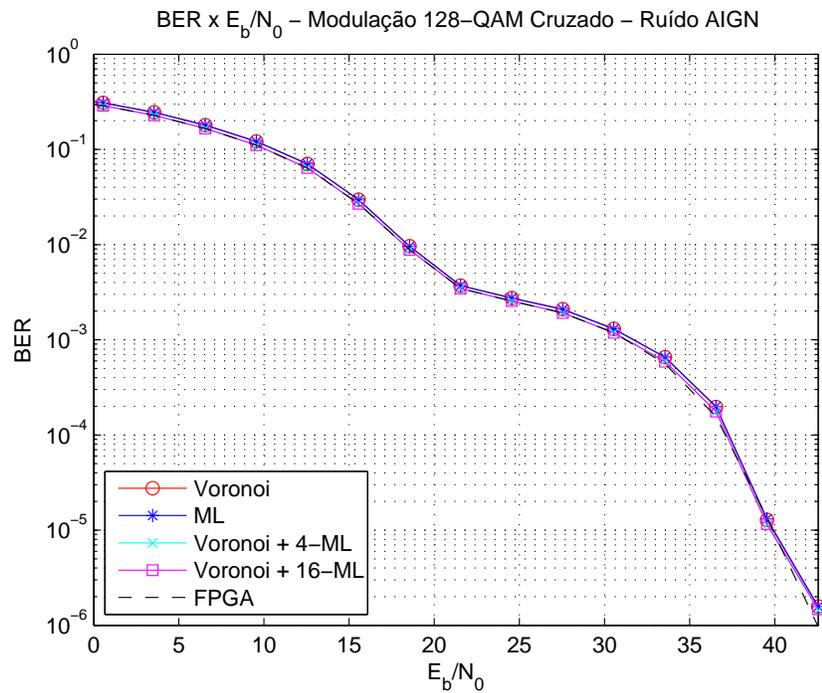


Figura 75: Relação  $BER \times E_b/N_0$  para modulação 128-QAM cruzada, com ruído AIGN.

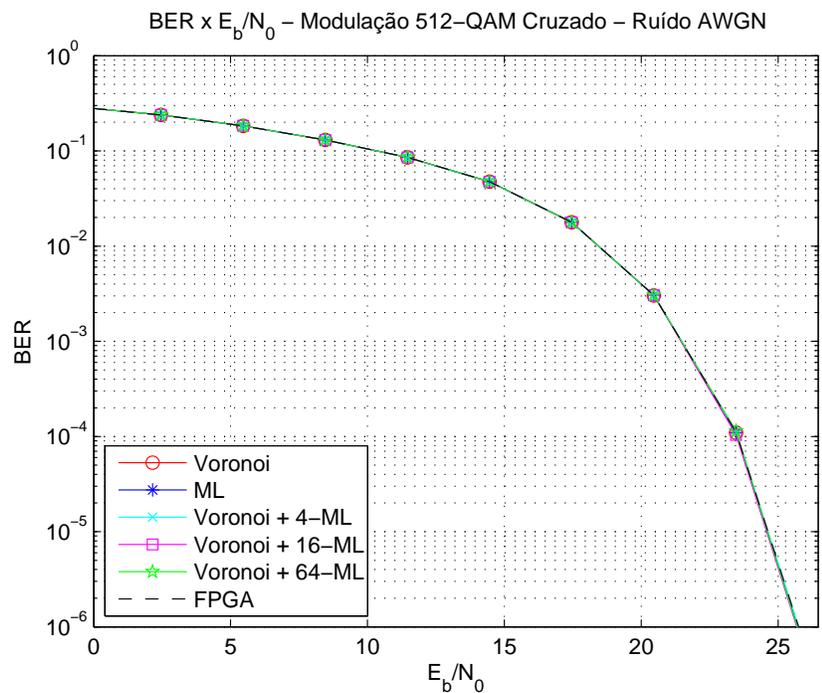


Figura 76: Relação  $BER \times E_b/N_0$  para modulação 512-QAM cruzada, com ruído AWGN.

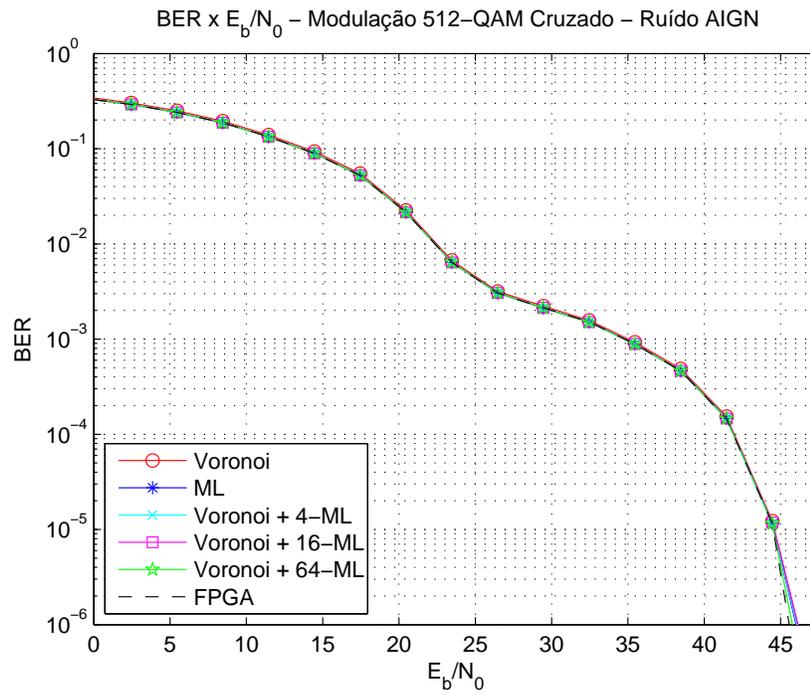


Figura 77: Relação BER  $\times E_b/N_0$  para modulação 512-QAM cruzada, com ruído AIGN.

Uma vez que foram observadas reduzidas perdas de desempenho entre as técnicas de detecção propostas, nas figuras seguintes não são mostrados os resultados de simulação computacional das junções da técnica de detecção por regiões de Voronoi com o critério ML, visto estes não apresentarem ganhos de desempenho significativos e apresentam maior custo computacional para implementação. Assim sendo, nas Figuras [78-83], são apresentadas as curvas de desempenho das detecções por critério ML, por regiões de Voronoi, e a implementação em FPGA destas, considerando AWGN e AIGN para as constelações cruzadas 2048-QAM, 8192-QAM e 32768-QAM. As curvas de simulação obtidas usando por critério ML são mostradas junto às obtidas por regiões de Voronoi para que se possa ter uma comparação fidedigna do desempenho da detecção, visto ser a ML a técnica de detecção ideal.

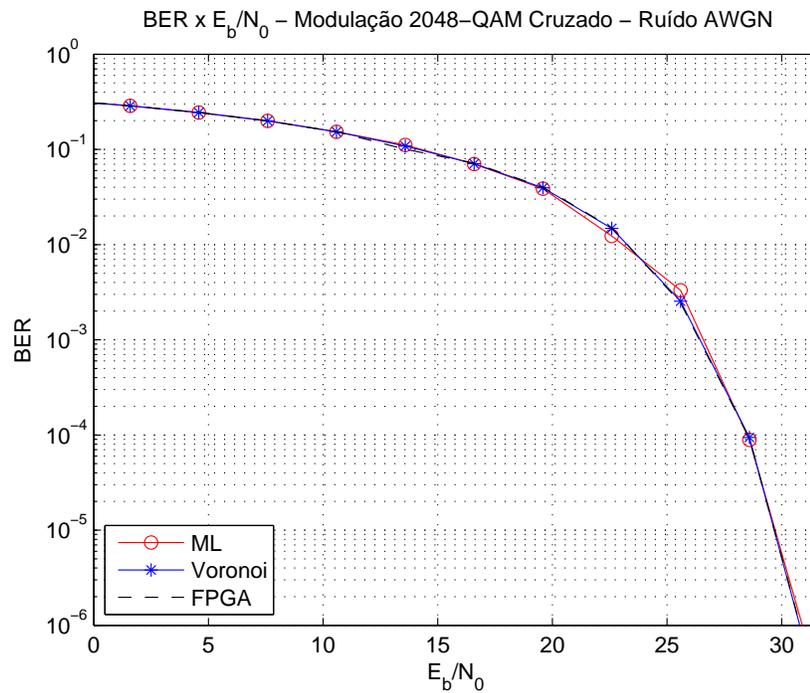


Figura 78: Relação BER  $\times E_b/N_0$  para modulação 2048-QAM cruzada, com ruído AWGN.

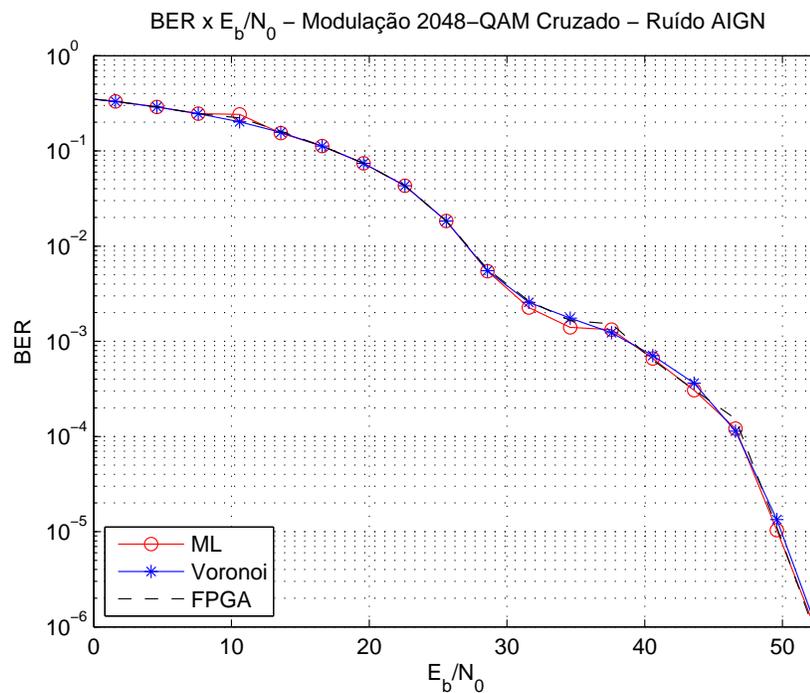


Figura 79: Relação BER  $\times E_b/N_0$  para modulação 2048-QAM cruzada, com ruído AIGN.

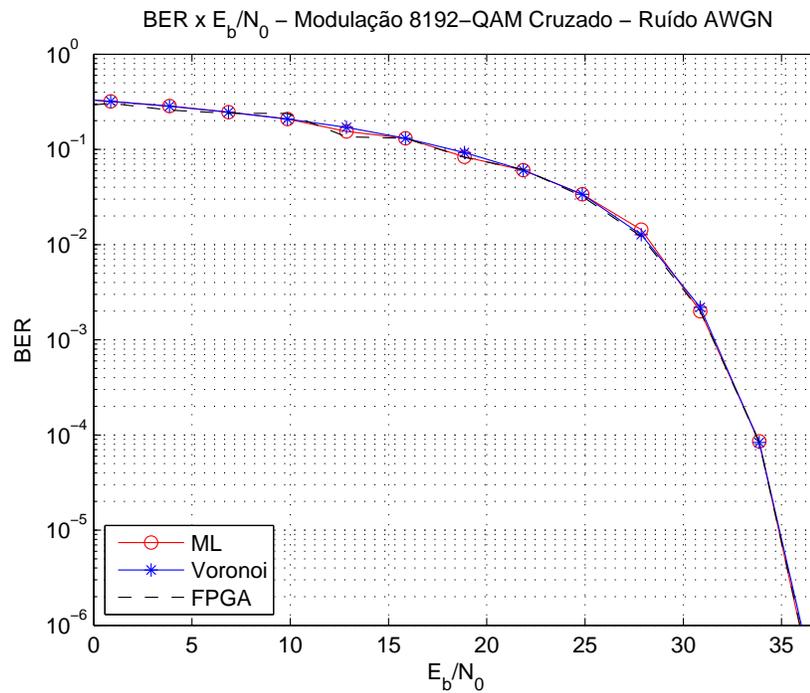


Figura 80: Relação BER  $\times E_b/N_0$  para modulação 8192-QAM cruzada, com ruído AWGN.

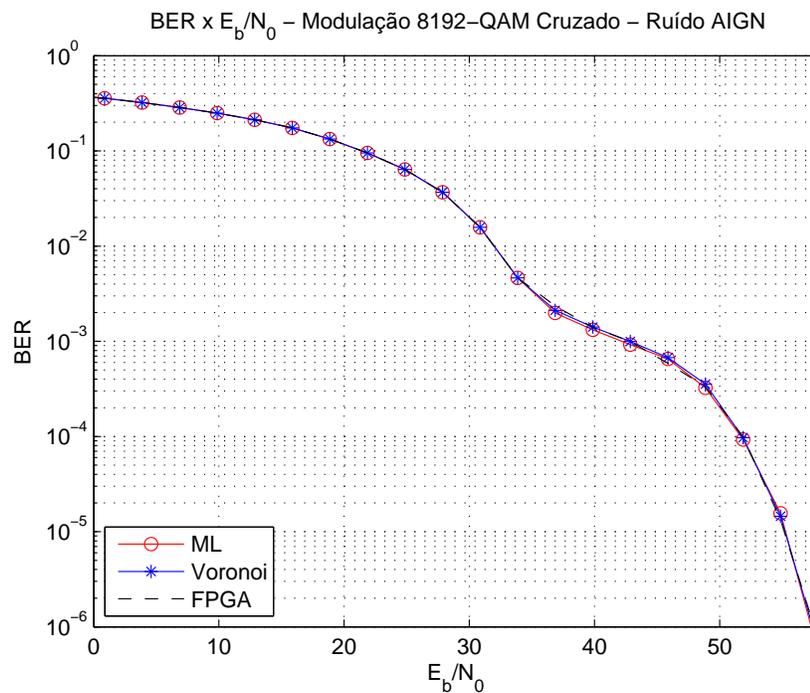


Figura 81: Relação BER  $\times E_b/N_0$  para modulação 8192-QAM cruzada, com ruído AIGN.

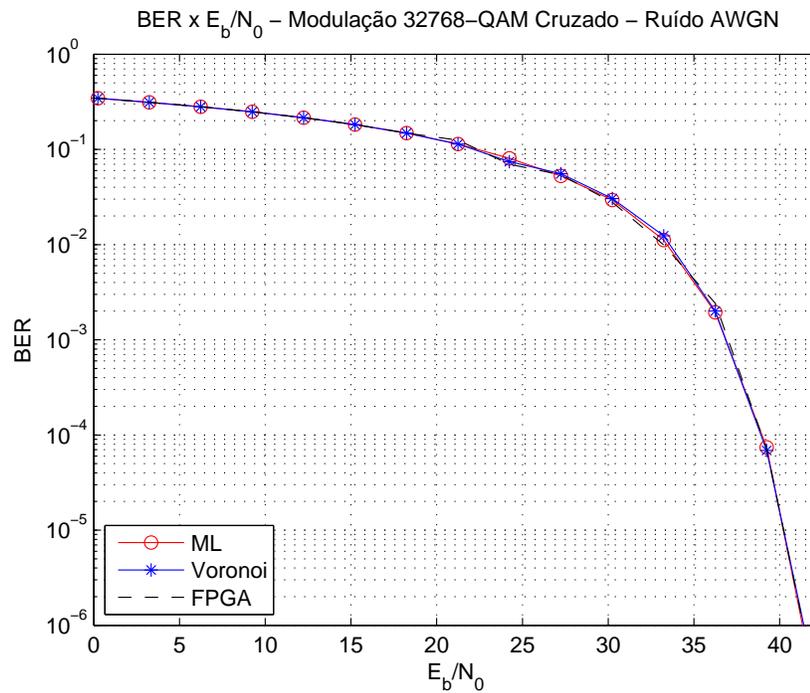


Figura 82: Relação BER  $\times E_b/N_0$  para modulação 32768-QAM cruzada, com ruído AWGN.

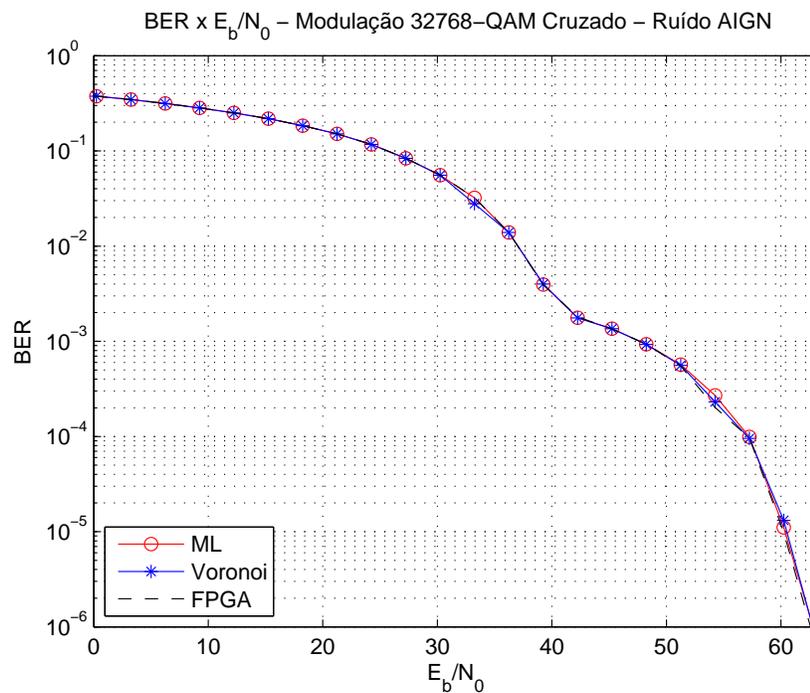


Figura 83: Relação BER  $\times E_b/N_0$  para modulação 32768-QAM cruzada, com ruído AIGN.

Conclusões similares às detecções para constelações quadradas podem ser observadas para as constelações cruzadas. Para cada uma das constelações QAM cruzadas apresentadas, as maiores perdas de desempenho em comparação com a curvas teóricas são mostradas na Tabela 31. Essas perdas são consideradas para AWGN. Em termos de implementações de *hardware*, pode ser concluído que nenhuma das configurações da técnica proposta leva a um resultado que comprometa o desempenho do sistema de comunicação.

Tabela 31: Perdas de desempenho das estratégias de detecção propostas para a implementação da modulação  $M$ -QAM cruzada.

Modulação	Maior Variação	Tipo de Detecção
8-QAM	0,04 dB	Voronoi
32-QAM	0,08 dB	Voronoi+4-ML
128-QAM	0,04 dB	Voronoi
512-QAM	0,03 dB	Voronoi+64-ML

#### 5.4 COMPLEXIDADE COMPUTACIONAL EM FPGA

Conforme apresentado na Seção 4.4, a implementação da modulação em FPGA baseia-se simplesmente numa busca em tabelas para as componentes I e Q para um determinado símbolo de entrada. Na Tabela 32 são apresentados os custos de implementação das modulações  $M$ -QAM quadradas num dispositivo FPGA. A tabela apresenta o número de células lógicas (do inglês, *logic cells*) (LC), blocos DSP (DSP), bits de blocos de memória, frequência máxima restrita de operação ( $F_{max}$ ) e a latência.

Tabela 32: Resultados alcançados com a implementação da modulação  $M$ -QAM quadrada num dispositivo FPGA Altera Stratix III EP3SL150F1152C2.

Modulação	LC	DSP	Memória	$F_{max}$	Latência
4-QAM	0	0	72	1000 MHz	1 ciclo de <i>clock</i>
16-QAM	0	0	288	1000 MHz	1 ciclo de <i>clock</i>
64-QAM	0	0	1152	1000 MHz	1 ciclo de <i>clock</i>
256-QAM	0	0	4608	1000 MHz	1 ciclo de <i>clock</i>
1024-QAM	0	0	18432	1000 MHz	1 ciclo de <i>clock</i>
4096-QAM	0	0	73728	1000 MHz	1 ciclo de <i>clock</i>
16384-QAM	0	0	294912	1000 MHz	1 ciclo de <i>clock</i>
65536-QAM	0	0	1179648	1000 MHz	1 ciclo de <i>clock</i>

Para a modulação das constelações  $M$ -QAM cruzadas, os custos de implementação em FPGA destas são resumidos na Tabela 33.

Tabela 33: Resultados alcançados com a implementação da modulação  $M$ -QAM cruzada num dispositivo FPGA Altera Stratix III EP3SL150F1152C2.

Modulação	LC	DSP	Memória	$F_{\max}$	Latência
8-QAM	0	0	144	1000 MHz	1 ciclo de <i>clock</i>
132-QAM	0	0	1056	1000 MHz	1 ciclo de <i>clock</i>
128-QAM	0	0	2304	1000 MHz	1 ciclo de <i>clock</i>
512-QAM	0	0	9216	1000 MHz	1 ciclo de <i>clock</i>
2048-QAM	0	0	36864	1000 MHz	1 ciclo de <i>clock</i>
8192-QAM	0	0	147456	1000 MHz	1 ciclo de <i>clock</i>
32768-QAM	0	0	589824	1000 MHz	1 ciclo de <i>clock</i>

Verifica-se que a implementação das modulações somente fazem uso do recurso de bits de blocos de memória de um dispositivo FPGA.

Para que pudessem ser comparados os custos computacionais de implementação em FPGA das diferentes estratégias de detecção de símbolo discutidas no capítulo anterior, foram implementadas todas as possíveis formas de detecção para constelação 16-QAM e comparada a complexidade computacional destes. Na Tabela 34, são mostrados estes valores.

Tabela 34: Resultados obtidos com a implementação das estratégias de detecção propostas para 16-QAM num dispositivo Altera Stratix III EP3SL150F1152C2.

Técnica	LC	DSP	Memória	$F_{\max}$	Latência
Voronoi	56	0	0	500 MHz	1 ciclo de <i>clock</i>
Máquinas de estados	64	0	0	500 MHz	3 ciclos de <i>clock</i>
ML	409	32	0	226,35 MHz	4 ciclos de <i>clock</i>
Voronoi+4-ML	331	64	0	204,04 MHz	4 ciclos de <i>clock</i>

Baseado nos valores apresentados na Tabela 34, pode-se notar que as configurações da técnica de detecção proposta por regiões de Voronoi demandam os menores recursos de *hardware* quando implementadas num dispositivo FPGA. As implementações em FPGA da detecção por regiões de Voronoi das outras outras constelações QAM quadradas foram realizadas. Os recursos de *hardware* e a latência para a implementação destas são apresentadas na Tabela 35. Observa-se que a detecção por regiões de Voronoi demanda somente células lógicas de um FPGA.

Tabela 35: Resultados alcançados com a implementação da configuração de Voronoi para a técnica de detecção proposta para  $M$ -QAM quadrada num dispositivo FPGA Altera Stratix III EP3SL150F1152C2.

Modulação	LC	DSP	Memória	$F_{\max}$	Latência
4-QAM	4	0	0	500 MHz	1 ciclo de <i>clock</i>
16-QAM	56	0	0	500 MHz	1 ciclo de <i>clock</i>
64-QAM	148	0	0	500 MHz	1 ciclo de <i>clock</i>
256-QAM	315	0	0	500 MHz	1 ciclo de <i>clock</i>
1024-QAM	493	0	0	500 MHz	1 ciclo de <i>clock</i>
4096-QAM	847	0	0	500 MHz	1 ciclo de <i>clock</i>
16384-QAM	1544	0	0	500 MHz	1 ciclo de <i>clock</i>
65536-QAM	2986	0	0	500 MHz	1 ciclo de <i>clock</i>

Para as modulações  $M$ -QAM cruzadas, os custos computacionais de implementação da detecção por regiões de Voronoi em *hardware* são apresentados na Tabela 36.

Tabela 36: Resultados alcançados com a implementação da configuração de Voronoi para a técnica de detecção proposta para  $M$ -QAM cruzada num dispositivo FPGA Altera Stratix III EP3SL150F1152C2.

Modulação	LC	DSP	Memória	$F_{\max}$	Latência
8-QAM	13	0	0	500 MHz	1 ciclo de <i>clock</i>
32-QAM	77	0	0	500 MHz	1 ciclo de <i>clock</i>
128-QAM	205	0	0	500 MHz	1 ciclo de <i>clock</i>
512-QAM	546	0	0	500 MHz	1 ciclo de <i>clock</i>
2048-QAM	807	0	0	500 MHz	1 ciclo de <i>clock</i>
8192-QAM	1021	0	0	500 MHz	1 ciclo de <i>clock</i>
32768-QAM	1784	0	0	500 MHz	1 ciclo de <i>clock</i>

## 5.5 CONSTELAÇÕES ALTERNATIVAS

Considerando a codificação Gray apresentada na Seção 2.2.1, foram obtidas todas as possíveis constelações QAM retangulares alternativas e para estas, foram calculados os valores da PAPR, os quais são apresentadas nas tabelas seguintes. As Tabelas [37-44] apresentam os valores de PAPR para as constelações retangulares alternativas  $M$ -QAM,  $M = 2^{2n}$ ,  $n = \{1, 2, \dots, 8\}$ .

Tabela 37: Valores de PAPR para constelação proposta 4-QAM.

4-QAM	PAPR (dB)
$2 \times 2$	11,164

Tabela 38: Valores de PAPR para constelação proposta 16-QAM.

<b>16-QAM</b>	<b>PAPR (dB)</b>
$4 \times 4$	11,162
$2 \times 8$	11,020

Tabela 39: Valores de PAPR para constelação proposta 64-QAM.

<b>64-QAM</b>	<b>PAPR (dB)</b>
$8 \times 8$	11,163
$4 \times 16$	11,040
$2 \times 32$	10,814

Tabela 40: Valores de PAPR para constelação proposta 256-QAM.

<b>256-QAM</b>	<b>PAPR (dB)</b>
$16 \times 16$	11,162
$8 \times 32$	11,045
$4 \times 64$	10,821
$2 \times 128$	10,737

Tabela 41: Valores de PAPR para constelação proposta 1024-QAM.

<b>1024-QAM</b>	<b>PAPR (dB)</b>
$32 \times 32$	11,164
$16 \times 64$	11,046
$8 \times 128$	10,825
$4 \times 256$	10,739
$2 \times 512$	10,716

Tabela 42: Valores de PAPR para constelação proposta 4096-QAM.

<b>4096-QAM</b>	<b>PAPR (dB)</b>
$64 \times 64$	11,161
$32 \times 128$	11,047
$16 \times 256$	10,826
$8 \times 512$	10,741
$4 \times 1024$	10,717
$2 \times 2048$	10,711

Tabela 43: Valores de PAPR para constelação proposta 16384-QAM.

<b>16384-QAM</b>	<b>PAPR (dB)</b>
$128 \times 128$	11,163
$64 \times 256$	11,047
$32 \times 512$	10,826
$16 \times 1024$	10,742
$8 \times 2048$	10,718
$4 \times 4096$	10,711
$2 \times 8192$	10,710

Tabela 44: Valores de PAPR para constelação proposta 65536-QAM.

<b>65536-QAM</b>	<b>PAPR (dB)</b>
$256 \times 256$	11,161
$128 \times 512$	11,047
$64 \times 1024$	10,826
$32 \times 2048$	10,741
$16 \times 4096$	10,719
$8 \times 8192$	10,712
$4 \times 16384$	10,710
$2 \times 32768$	10,709

A partir da observação dessas tabelas, verifica-se que à medida que são adotadas constelações com menores números de colunas, pode ser obtida uma pequena redução da PAPR, inferior a 0,5 dB. Os resultados de simulação computacional da transmissão de dados utilizando os mapeamentos propostos para se analisar o desempenho destes em termos de  $\text{BER} \times E_b/\mathcal{N}_0$  para as constelações 64-QAM e 256-QAM são apresentadas nas Figuras 84 e 85, respectivamente.

Resultados similares foram obtidos para as demais constelações. A partir da observação destas curvas de desempenho, e comparando-as com as tabelas com os valores de PAPR obtidos, conclui-se que essa forma alternativa de mapear os pontos de uma constelação QAM não é uma solução adequada, uma vez que, embora fosse observada uma pequena redução do valor de PAPR à medida que se reduz o número de colunas da constelação, proporcionalmente foram observadas significativas perdas de desempenho que comprometeriam a qualidade da transmissão de dados.

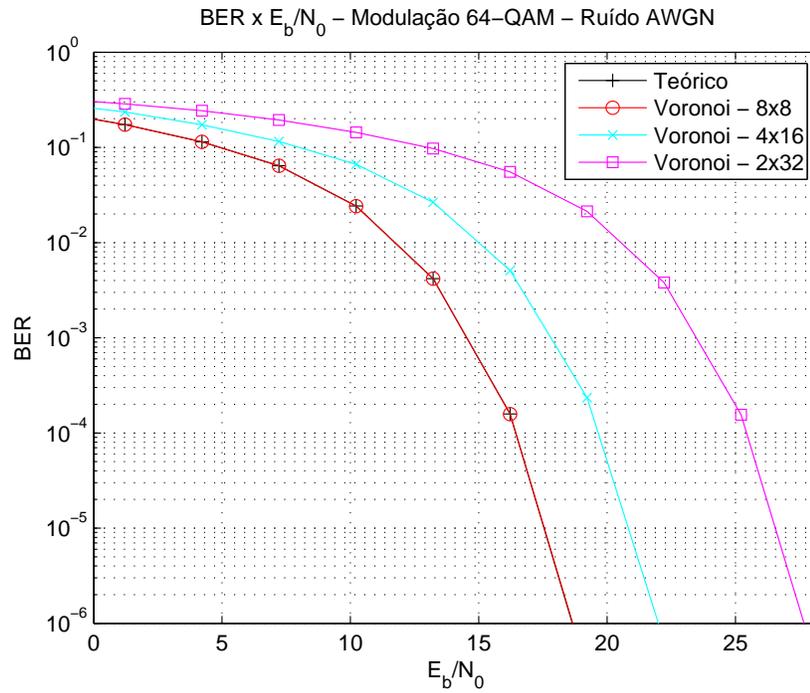


Figura 84: Relação BER  $\times E_b/N_0$  para modulação 64-QAM alternativa, com ruído AWGN.

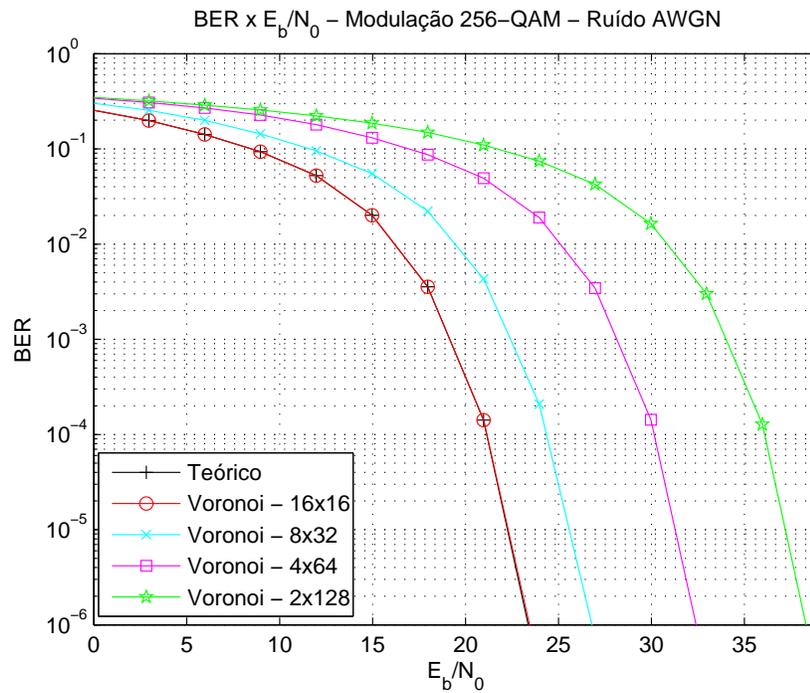


Figura 85: Relação BER  $\times E_b/N_0$  para modulação 256-QAM alternativa, com ruído AWGN.

## 5.6 *SUMÁRIO*

Este capítulo discutiu os resultados obtidos em simulação computacional para um sistema de comunicação digital de dados com modulação QAM com diferentes formas de detecção e que pode ser empregado em aplicações PLC. Pode-se dizer que para todos os tipos de detecção propostos, todos os esquemas possuem desempenho bastante similar em termos de taxas de detecção de símbolos. Uma análise coerente da melhor técnica para cada caso deverá ser, então, ponderada pela complexidade computacional que cada uma destas técnicas apresenta. Foram apresentados ainda, os resultados de simulação das constelações QAM alternativas. No próximo capítulo, serão apresentadas as considerações finais deste trabalho, suas conclusões e propostas para futuros trabalhos.

## 6 CONCLUSÕES FINAIS

Neste trabalho, foram discutidos o projeto, simulação e implementação em FPGA de técnicas de detecção/demodulação  $M$ -QAM quadrada e cruzada, usando as ferramentas de projeto da Altera e *softwares* de simulação. Foi realizada a análise comparativa para a detecção utilizando o critério ML e a detecção baseada na teoria das regiões de Voronoi. Foram propostas também, estratégias de uso conjunto de ambos os métodos a fim de se reduzir a complexidade computacional deste processo.

A análise da demanda de recursos destes esquemas, mostraram que existem formas alternativas de se obter níveis de desempenho satisfatórios com reduzida complexidade computacional. Além disso, a partir da observação dos resultados obtidos por simulação computacional com as diferentes estratégias de detecção de símbolos, pode ser visto que é mínima a degradação entre estas e as curvas teóricas obtidas para cada um dos esquemas de modulação propostos. A partir da observação das Tabelas [15-21], pôde-se verificar que a Técnica 1, nos casos em que a constelação é de ordem pequena, reduz consideravelmente a quantidade de operações de comparação para realizar o processo de detecção, concluindo ser esta técnica de implementação a que demanda menor esforço computacional.

Uma vez que a maior diferença entre as curvas de desempenho em termos de BER  $\times E_b/\mathcal{N}_0$ , mostraram relativamente pequenos valores, qualquer alternativa de detecção dentre as apresentadas levariam a resultados satisfatórios para o processo de demodulação. Desta forma, os melhores resultados podem ser atribuídos àquelas estratégias que tiveram menores demandas por recursos de *hardware*, ou seja, a detecção por regiões de Voronoi.

Pode-se reduzir a memória utilizada para se armazenar as tabelas utilizadas no processo de modulação utilizando a estratégia apresentada na Seção 4.5, uma vez que todas as tabelas de todas as constelações são substituídas por uma única tabela, e as saídas das componentes I e Q são obtidas mediante pequena lógica aplicada ao símbolo de entrada.

A estratégia alternativa de mapeamento das constelações  $2^n$ -QAM discutida na Seção 4.6 não se apresentou como uma solução de substituição às constelações quadradas, pois, embora fosse observada uma pequena redução nos valores de PAPR para algumas configurações, associada a essas, observaram-se significativas perdas de desempenho do sistema de comunicação.

## **6.1 TRABALHOS FUTUROS**

Baseado nos resultados obtidos pelo presente trabalho, e tendo em vista a continuidade e melhoria do mesmo, são enumeradas as possibilidades de trabalhos futuros:

1. Otimização das formas de implementação da detecção por regiões de Voronoi para constelações QAM cruzadas, considerando análises de redução do número de operações demandadas para detecção dos símbolos transmitidos.
2. Desenvolvimento de uma forma de se obter um vetor de mapeamento único para constelações QAM cruzadas, através do qual se originam todos os vetores de mapeamento.
3. Implementação em FPGA da técnica de obtenção das constelações menores, a partir das constelações maiores, e quantificação da redução de memória obtida por este processo.
4. Estudo de novos mapeamentos para constelações QAM que permitam redução da PAPR sem comprometer o desempenho dos sistemas, garantindo uma transmissão de dados de qualidade.

## REFERÊNCIAS

- AGRELL, E. et al. On the optimality of the binary reflected gray code. *Information Theory, IEEE Transactions on*, v. 50, n. 12, p. 3170 – 3182, dec. 2004. ISSN 0018-9448.
- ALTERA CORPORATION. *Stratix III Device Handbook*. [S.l.], Mar. 2010.
- BISIGNANI, W.; RICHARDS, G.; WHELAN, J. The improved gray scale and the coarse-fine pcm systems, two new digital tv bandwidth reduction techniques. *Proceedings of the IEEE*, v. 54, n. 3, p. 376 – 390, march 1966. ISSN 0018-9219.
- BITNER, J. R.; EHRLICH, G.; REINGOLD, E. M. Efficient generation of the binary reflected gray code and its applications. *Communications of the ACM*, v. 19, n. 9, p. 517–521, September 1976.
- BOROVSKIY, V. et al. Binary search tree visualization algorithm. In: *Industrial Engineering and Engineering Management, 2009. IE EM '09. 16th International Conference on*. [S.l.: s.n.], 2009. p. 108 –112.
- BRAZ, I. et al. Papr reduction technique using unused subcarriers for sfbc-based mimo-ofdm systems. In: *Wireless Technology Conference (EuWIT), 2010 European*. [S.l.: s.n.], 2010. p. 141 –144. ISSN 2153-3644.
- BROWN, S.; VRANSIC, Z. *Fundamentals of Digital Logic with VHDL Design*. first. [S.l.]: McGraw-Hill, 2000.
- CAHN, C. Combined digital phase and amplitude modulation communication system. *IRE Transactions on Communications*, CS-8, p. 150–155, September 1960.
- CAMPOPIANO, C.; GLAZER, B. A coherent digital amplitude and phase modulation scheme. *IRE Transactions on Communications Systems*, CS-10, p. 90–95, 1962.
- CAMPOS, F. P. V. de. *Análise de Desempenho de Sistema Clustered-COFDM para a Transmissão de Dados Via Rede Elétrica*. Dissertação — Universidade Federal de Juiz de Fora, Agosto 2007.
- CIOFFI, J. *Signal Processing and Detection*. [S.l.]: Stanford University, 2010.
- DOSTERT, K. *Power Line Communications*. [S.l.]: Prentice Hall, 2001. (NY).
- ERWIG, M.; HAGEN, F. The graph voronoi diagram with applications. *Networks*, v. 36, p. 156–163, 2000.
- FERREIRA, H. C. et al. *Power Line Communications: Theory and Applications for Narrowband and Broadband Communications over Power Lines*. [S.l.]: John Wiley e Sons, 2010.
- FIGUEIREDO, F. L. *Fundamentos da Tecnologia Wimax*. 2009. Centro de Pesquisa e Desenvolvimento em Telecomunicações - CPqD.

- FOSCHINI, G.; GITLIN, R.; WEINSTEIN, S. Optimization of two-dimensional signal constellations in the presence of gaussian noise. *IEEE Transactions on Communications*, COM-22, p. 28–38, January 1974.
- GRAY, F. *Pulse code communication*. March 1953. Disponível em: <<http://www.freepatentsonline.com/2632058.html>>.
- HAN, S. H.; LEE, J. H. An overview of peak-to-average power ratio reduction techniques for multicarrier transmission. *Wireless Communications, IEEE*, v. 12, n. 2, p. 56 – 65, april 2005. ISSN 1536-1284.
- HANCOCK, J.; LUCKY, R. Performance of combined amplitude and phase modulated communications system. *IRE Transactions on Communications*, CS-8, p. 232–237, December 1960.
- HANZO, L. et al. *Quadrature Amplitude Modulation: From Basics to Adaptive Trellis-Coded, Turbo-Equalised and Space-Time Coded OFDM, CDMA and MC-CDMA Systems*. Second. [S.l.]: Wiley-Blackwell, 2004.
- HANZO, L. L.; SOMERVILLE, F. C. A.; WOODWARD, J. P. *Voice Compression and Communications: Principles and Applications for Fixed and Wireless Channels*. [S.l.]: Wiley-IEEE Press, 2001.
- HILHORST, H. J. Statistical properties of planar voronoi tessellations. *The European Physical Journal B - Condensed Matter and Complex Systems*, v. 64, n. 3-4, p. 437–441, 2008.
- HO, E.; YEH, Y. Error probability of a multilevel digital system with intersymbol interference and gaussian noise. *Bell Systems Technical Journal*, v. 50, p. 1017–1023, March 1971.
- HONIDEN, S.; HOULE, M.; SOMMER, C. Balancing graph voronoi diagrams. In: *Voronoi Diagrams, 2009. ISVD '09. Sixth International Symposium on*. [S.l.: s.n.], 2009. p. 183 –191.
- HOU, H. A. Modified 128-qam constellation schemes allowing low complexity non-data-aided carrier recovery. In: *Personal, Indoor and Mobile Radio Communications, 2005. PIMRC 2005. IEEE 16th International Symposium on*. [S.l.: s.n.], 2005. v. 4, p. 2557–2561.
- HULYALKAR, S. N. et al. Advanced digital hdtv transmission system for terrestrial video simulcasting. *Selected Areas in Communications, IEEE Journal on*, v. 11, n. 1, p. 119 –126, jan 1993. ISSN 0733-8716.
- IEEE. *Standards for Local and metropolitan areas networks - Part 16: Air Interface for Fixed Broadband Wireless Access Systems*. 2004. IEEE Standard, 802.16.
- LUCKY, R.; HANCOCK, J. On the optimum performance of M-ary systems having two degrees of freedom. *IRE Transactions on Communications*, CS-10, p. 185–192, June 1962.
- LUCKY, R.; SALZ, J.; WELDON, E. *Principles of Data Communication*. [S.l.]: McGraw-Hill, 1968.

- MOEYAERT, V.; MAIER, G. Network technologies for broadband access. In: *Transparent Optical Networks (ICTON), 2011 13th International Conference on*. [S.l.: s.n.], 2011. p. 1–5. ISSN 2161-2056.
- NG, H. C. et al. A standalone video communication system for wireless applications. In: *Computers and Communications, 2000. Proceedings. ISCC 2000. Fifth IEEE Symposium on*. [S.l.: s.n.], 2000. p. 304–307.
- PAPOULIS, A.; PILLAI, S. U. *Probability, Random Variables and Stochastic Processes*. fourth. [S.l.]: McGraw-Hill Companies, 2002.
- PINTO, F. da C. et al. A low cost ofdm based modulation schemes for data communication in the passband frequency. In: *Power Line Communications and Its Applications (ISPLC), 2011 IEEE International Symposium on*. [S.l.: s.n.], 2011. p. 424–429.
- PROAKIS, J. G. *Digital Communication*. third. [S.l.]: McGraw-Hill International Editions, 1995.
- SALZ, J.; SHEENHAN, J.; D., P. Data transmission by combined am and pm. *Bell Systems Technical Journal*, v. 50, p. 2399–2419, September 1971.
- SCTE. *Digital Video Transmission Standard for Television*. Januray 2000. ANSI/SCTE Standard, 07 2000.
- SIMON, M.; SMITH, J. Carrier synchronization and detection of qask signal sets. *Communications, IEEE Transactions on*, v. 22, n. 2, p. 98 – 106, feb 1974. ISSN 0090-6778.
- SIMON, M.; SMITH, J. Offset quadrature communications with decision feedback carrier synchronization. *IEEE Transactions on Communications*, COM-22, p. 1576–1584, October 1974.
- SMITH, J. Odd-bit quadrature amplitude-shift keying. *IEEE Transactions on Communications*, COM-23, p. 385–389, March 1975.
- SVENSSON, A. An introduction to adaptive qam modulation schemes for known and predicted channels. *Proceedings of the IEEE*, v. 95, p. 2322–2336, December 2007.
- THOMAS, C.; WEIDNER, M.; DURRANI, S. Digital amplitude-phase keying with m-ary alphabets. *IEEE Transactions on Communications*, COM-22, p. 168–180, February 1974.
- TONELLO, A. M. et al. Challenges for 1 Gbps power line communications in home networks. *IEEE Personal Indoor Mobile Radio Communications Symposium*, p. 1–6, September 2008.
- VAEZI, M.; MIRZAEI, A.; SAFAVI, S. Power-efficient m-qam signal constellations to reduce the pmep in ofdm systems. In: *Personal, Indoor and Mobile Radio Communications, 2005. PIMRC 2005. IEEE 16th International Symposium on*. [S.l.: s.n.], 2005. v. 2, p. 1135–1139.

VITTHALADEVUNI, P. K.; ALOUINI, M. S.; KIEFFER, J. C. Exact ber computation for cross qam constellations. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, v. 4, p. 3039–3050, November 2005.

WU, Y.; ZHAO, Y.; LI, H. Constellation design for odd-bit quadrature amplitude modulation. In: *Wireless Communications and Networking Conference Workshops (WCNCW), 2010 IEEE*. [S.l.: s.n.], 2010. p. 1–4.

## APÊNDICE A - DIAGRAMAS DE VORONOI

Na matemática, um diagrama de Voronoi é um tipo especial de decomposição de um espaço métrico em regiões determinadas pelas distâncias a uma série discreta específica de objetos no espaço, por exemplo, por uma série de pontos discretos. Os diagramas de Voronoi, também conhecidos como tesselação de Voronoi ou decomposição de Voronoi, receberam este nome em homenagem ao matemático russo Georgy Fedoseevich Voronoi (ou Voronoy) que definiu e estudou o caso geral  $n$ -dimensional em 1908 (HONIDEN; HOULE; SOMMER, 2009) (ERWIG; HAGEN, 2000) (HILHORST, 2008).

Seja  $S$  um conjunto não vazio no espaço Euclidiano finito com todos os pontos limites contidos em  $S$ . Para quase todos os pontos  $x$  no espaço Euclidiano, existe um ponto de  $S$  mais próximo de  $x$ . A palavra “quase” é usada para indicar exceções nas quais um ponto  $x$  possa estar igualmente próximo a dois ou mais pontos de  $S$ . Se  $S$  contém apenas dois pontos,  $a$  e  $b$ , então o conjunto de todos os pontos equidistantes de  $a$  e  $b$  é um hiperplano que é a fronteira entre o conjunto de todos os pontos que estão mais próximos de  $a$  do que  $b$ , e o conjunto de todos os pontos mais próximos de  $b$  do que de  $a$ . Ou seja, é o bissetor perpendicular do segmento de linha de  $a$  para  $b$ . A Figura 86 mostra o diagrama de Voronoi para um espaço que contém apenas dois pontos. Nesta, o termo “*Voronoi Edge*” indica o limiar entre as células de Voronoi. Todos os pontos sobre esta linha apresentam a mesma distância entre os pontos  $a$  e  $b$  e assim sendo, não pertencem a nenhuma destas células.

Caso se adicione um terceiro ponto  $c$  no diagrama, deve-se calcular o bissetor perpendicular entre cada um dos três pontos: entre  $a$  e  $b$ , entre  $a$  e  $c$ , e entre  $b$  e  $c$ , vide Figura 87(a). Em seguida, remove-se cada seção das linhas do bissetor perpendicular que violam a regra da equidistância e, finalmente, obtém-se as regiões de Voronoi, conforme apresentadas na Figura 87(b). Novamente, o termo “*Voronoi Vertex*” indica o vértice que apresenta as mesmas distâncias entre os pontos  $a$ ,  $b$ , e  $c$ , não pertencendo a quaisquer destas células.

No caso geral, o conjunto de todos os pontos mais próximos a um ponto  $z$  de  $S$  do

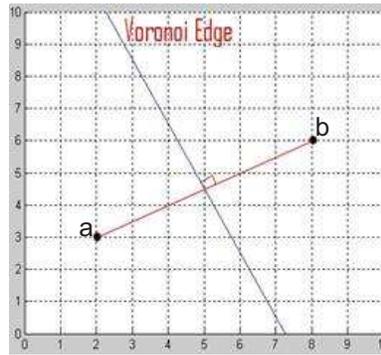


Figura 86: Diagrama de Voronoi para 2 pontos.

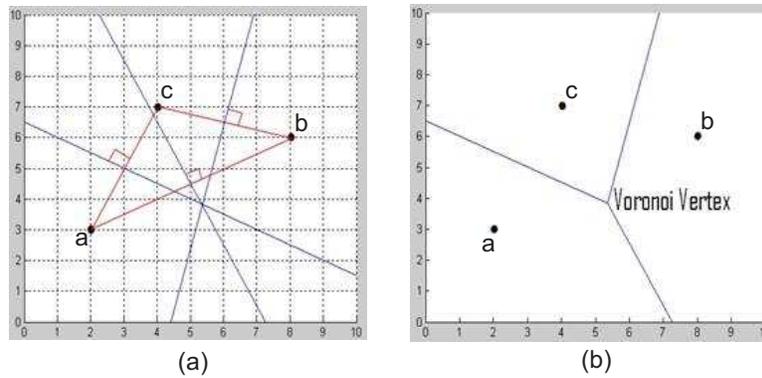


Figura 87: Diagrama de Voronoi para 3 pontos.

que a qualquer outro ponto de  $S$  é o interior de polígono convexo (em alguns casos sem fronteiras) chamada de célula de Voronoi para  $z$ . Para cada ponto  $x$  em  $S$  toma-se o conjunto de todos os pontos mais próximos de  $z$  do que de  $x$ , como descrito previamente. Então toma-se a interseção de todos estes conjuntos para se obter a célula de Voronoi para  $z$ . O conjunto de tais polígonos tecem todo o espaço, e esta é a tesselação de Voronoi correspondente ao conjunto  $S$ . A Figura 88 apresenta o diagrama de Voronoi para um conjunto de pontos arbitrários num espaço qualquer.

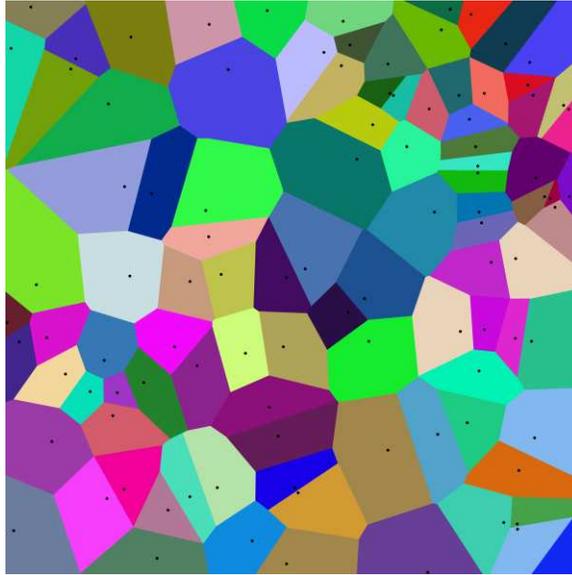


Figura 88: Diagrama de Voronoi de um conjunto aleatório de pontos no plano.

Matematicamente, seja o conjunto  $S = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$ , tal que  $S \subset \mathbb{R}^2$  e os elementos do conjunto  $S$  denominam-se geradores. Chama-se região de Voronoi associada ao gerador  $p_i$  e representa-se por  $V(p_i)$  ao conjunto definido por

$$V(p_i) = \{x \in \mathbb{R}^2 : d(p_i, x) \leq d(p_j, x); 1 \leq j \leq n, e j \neq i\}, \quad (\text{A.1})$$

em que  $d(\cdot)$  é o operador que calcula a distância Euclidiana.

## APÊNDICE B - CÓDIGOS EM FPGA

```

module mod_qam_16 (in, out_real, out_imag, clk, ena_in);

input clk, ena_in;
input [3:0] in;
output [2:0] out_real, out_imag;

wire [3:0] in;
reg [2:0] out_real, out_imag;
reg start=1'b0;

always @ (posedge clk)
  →begin
  →if (ena_in)
  →begin
  →start <= ~start;
  →
  →case (in)
  →4'd0:
  →out_real <= 3'd1 ;
  →4'd1:
  →out_real <= 3'd1 ;
  →// (...) Demais valores possíveis de entrada
  →4'd14:
  →out_real <= -3'd3 ;
  →4'd15:
  →out_real <= -3'd3 ;
  →endcase
  →
  →case (in)
  →4'd0:
  →out_imag <= 3'd1 ;
  →4'd1:
  →out_imag <= 3'd3 ;
  →// (...) Demais valores possíveis de entrada
  →4'd14:
  →out_imag <= -3'd1 ;
  →4'd15:
  →out_imag <= -3'd3 ;
  →endcase
  →
  →end
  →if (start == 1'b1)
  →begin
  →start <= ~start;
  →end
  →end
endmodule

```

Figura 89: Código em Verilog da modulação 16-QAM quadrada.

```

module demod_qam_16 (in_real,in_imag,clk,ena_in,out,ena_out);

input clk,ena_in;
input [2:0] in_real, in_imag;

output [3:0] out;
output ena_out;

wire [2:0] in_real, in_imag;
reg [3:0] out_a, out_b,out;
reg start=1'b0;
reg ena_out=1'b0;

always @(posedge clk)
begin
begin
if (ena_in)
begin
start <= ~start;
case(in_imag)
3'd1:
out_a <= 4'd0 ;
3'd3:
out_a <= 4'd1 ;
-3'd1:
out_a <= 4'd2 ;
-3'd3:
out_a <= 4'd3 ;
endcase
case(in_real)
3'd1:
out_b <= 4'd0 ;
3'd3:
out_b <= 4'd4 ;
-3'd1:
out_b <= 4'd8 ;
-3'd3:
out_b <= 4'd12 ;
endcase
end
if (start == 1'b1)
begin
start <= ~start;
out <= out_b + out_a;
ena_out <= 1'b1;
end
else ena_out <= 1'b0;
end
end
endmodule

```

Figura 90: Código em Verilog da demodulação 16-QAM quadrada.

```

module detec_16qam (clk,clr_n, in_real, in_imag, ganho, out_real, out_imag, ena_in, ena_out, out);

input clk,clr_n,ena_in;
input signed [23:0] in_real, in_imag;
input [23:0] ganho;
output [3:0] out_real, out_imag;
output ena_out;

always @(posedge clk)
begin
if (clr_n)
begin
if (~ena_in) ena_out <= 1'b0;
else
begin
ena_out <= 1'd1;

if (in_real >= 0)
if (in_real >= 24'd4*ganho)
if (in_real >= 24'd6*ganho)
out_real <= 4'd7;
else
out_real <= 4'd5;
else
if (in_real >= 24'd2*ganho)
out_real <= 4'd3;
else
out_real <= 4'd1;
else
if (in_real >= -24'd4*ganho)
if (in_real >= -24'd2*ganho)
out_real <= -4'd1;
else
out_real <= -4'd3;
else
if (in_real >= -24'd6*ganho)
out_real <= -4'd5;
else
out_real <= -4'd7;
if (in_imag >= 0)
// Realiza-se análise similar para a parte imaginária

end
end
endmodule

```

Figura 91: Código em Verilog da detecção 16-QAM quadrada.

```

always @ (posedge clk) begin
    if (reset)
        state <= idle;
    else
        case (state)
            idle:
                if (ena_in) begin
                    state <=
                        (in_real >= 0) ? higher_0 : lower_0;
                end else
                    state <= idle;
            higher_0: state <=
                (in_real >= 2*GAIN) ? higher_2p : lower_2p;
            lower_0: state <=
                (in_real >= -2*GAIN) ? higher_2n : lower_2n;
            default: state <= idle;
        endcase
    end

always @ (state_r) begin
    case (state_r)
        higher_2p : out <= 4'd4 ;
        higher_2n : out <= 4'd8 ;
        lower_2p  : out <= 4'd0 ;
        lower_2n  : out <= 4'd12;
        default: out_a <= 4'dx;
    endcase
end

```

Figura 92: Trecho de um código em Verilog da detecção por máquina de estados para 16-QAM quadrada.

```

module detec_demod_32_qam_estados (clk, reset, ena_in, in_real, in_imag, out);
// parametros -----
parameter ..... NBITS;
parameter signed [NBITS-1:0] GAIN;
// interface -----
input ..... clk, reset, ena_in;
input signed [NBITS-1:0] in_real, in_imag;
output reg [5:0] out;
// variaveis locais -----
parameter idle = 4'd0;
parameter ma10 = 4'd1, men0 = 4'd2;
parameter ma12p = 4'd3, men2p = 4'd4, ma12n = 4'd5, men2n = 4'd6;
parameter ma14p = 4'd7, men4p = 4'd8, ma14n = 4'd9, men4n = 4'd10;
parameter ma16p = 4'd11, men6p = 4'd12, ma16n = 4'd13, men6n = 4'd14;
// real -----
(* syn_encoding = "user" *) reg [3:0] state_r;
reg [5:0] out_a;
always @ (posedge clk) begin
  if (reset)
    state_r <= idle;
  else
    if (in_real >= 0)
      if (in_real >= 2*GAIN)
        if (in_real >= 4*GAIN)
          if (in_mod_imag <= in_mod_real)
            out <= 5'd18;
          else
            out <= 5'd22;
        else
          out <= 5'd18;
      else
        out <= 5'd19;
    else
      if (in_real <= -2*GAIN)
        if (in_real <= -4*GAIN)
          if (in_mod_imag >= in_mod_real)
            out <= 5'd2;
          else
            out <= 5'd6;
        else
          out <= 5'd2;
      else
        out <= 5'd3;
    else
      if (in_imag <= -4*GAIN)
        if (in_real >= 0)
          if (in_real >= 2*GAIN)
            if (in_real >= 4*GAIN)
              if (in_mod_imag <= in_mod_real)
                out <= 5'd16;
              else
                out <= 5'd20;
            else
              out <= 5'd16;
          else
            out <= 5'd17;
        else
          if (in_real <= -2*GAIN)
            if (in_real <= -4*GAIN)
              if (in_mod_imag >= in_mod_real)
                out <= 5'd0;
              else
                out <= 5'd4;
            else
              out <= 5'd0;
          else
            out <= 5'd1;
        else
          case (state_r)
            idle:
              if (ena_in)
                state_r <= (in_real >= 0) ? ma10 : men0;
              else
                state_r <= idle;
            men4p: state_r <= (in_real >= 2*GAIN) ? ma12p : men2p;
            ma10: state_r <= (in_real >= 4*GAIN) ? ma14p : men4p;
            ma14p: state_r <= (in_real >= 6*GAIN) ? ma16p : men6p;
            ma14n: state_r <= (in_real >= -2*GAIN) ? ma12n : men2n;
            men0: state_r <= (in_real >= -4*GAIN) ? ma14n : men4n;
            men4n: state_r <= (in_real >= -6*GAIN) ? ma16n : men6n;
          default : state_r <= idle;
        endcase
      end
    always @ (state_r) begin
      case (state_r)
        ma12p : out_a <= 6'd0;
        men2p : out_a <= 6'd8;
        ma12n : out_a <= 6'd40;
        men2n : out_a <= 6'd32;
        ma16p : out_a <= 6'd24;
        men6p : out_a <= 6'd16;
        ma16n : out_a <= 6'd48;
        men6n : out_a <= 6'd56;
        default : out_a <= 6'dx;
      endcase
    end
    // imaginario -----
    // (...) Análise similar é realizada para parte imaginária.
    // saida -----
    reg ena_out;
    always @ (state_r) begin
      case (state_r)
        idle : ena_out <= 1'b0;
        ma10 : ena_out <= 1'b0;
        men0 : ena_out <= 1'b0;
        ma14p : ena_out <= 1'b0;
        men4p : ena_out <= 1'b0;
        ma14n : ena_out <= 1'b0;
        men4n : ena_out <= 1'b0;
        default : ena_out <= 1'b1;
      endcase
    end
    always @ (posedge clk) if (ena_out) out <= out_b + out_a;
  endmodule

```

Figura 93: Trecho de um código em Verilog da detecção por máquina de estados para 32-QAM cruzada.

## APÊNDICE C - PRODUÇÃO CIENTÍFICA

Lemos, Gléverson Fabner Condé; Oliveira, Marcos Vinícius Silva; Campos, Fabrício Pablo Virgínio de; Filho, Luciano Manhães de Andrade; Ribeiro, Moisés Vidal. “A Low-Cost Implementation of High-Order Square  $M$ -QAM Detection/Demodulation in a FPGA Device”, The 7th International Telecommunications Symposium (ITS), 2010, Manaus, Amazonas, Brasil.