

Universidade Federal de Juiz de Fora
Faculdade de Economia
Programa de Pós-Graduação em Economia Aplicada

Carlos Henrique Dias Cordeiro de Castro

**Medida de performance de carteira por média-variância e a medida Ômega:
uma análise empírica dos modelos CAPM e OCAPM para o Ibovespa e Dow
Jones**

Juiz de Fora

2017

Carlos Henrique Dias Cordeiro de Castro

Medida de performance de carteira por média-variância e a medida Ômega:
uma análise empírica dos modelos CAPM e OCAPM para o Ibovespa e Dow
Jones

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Economia Aplicada da Universidade Federal de Juiz de Fora, na área de concentração em Finanças, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Economia

Orientadora: Fernanda Finotti Cordeiro Perobelli

Juiz de Fora

2017

Ficha catalográfica elaborada através do Modelo Latex do CDC da UFJF
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

Dias, Carlos Henrique.

Medida de performance de carteira por média-variância e a medida
Ômega: uma análise empírica dos modelos CAPM e OCAPM para o
Ibovespa e Dow Jones / Carlos Henrique Dias Cordeiro de Castro. – 2017.
65 f. : il.

Orientadora: Fernanda Finotti Cordeiro Perobelli

Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Juiz de Fora, Faculdade
de Economia. Programa de Pós-Graduação em Economia Aplicada, 2017.

1. CAPM. 2. OCAPM. 3 Medida Ômega. I. Perobelli, Fernanda

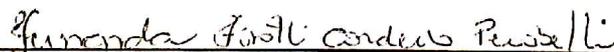
Carlos Henrique Dias Cordeiro de Castro

Medida de performance de carteira por média-variância e a medida Ômega:
uma análise empírica dos modelos CAPM e OCAPM para o Ibovespa e Dow
Jones

Dissertação apresentada ao Programa de
Pós-Graduação em Economia Aplicada da
Universidade Federal de Juiz de Fora, na área
de concentração em Finanças, como requisito
parcial para obtenção do título de Mestre em
Economia

Aprovada em: 01 de março de 2017

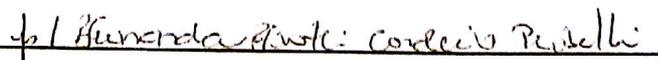
BANCA EXAMINADORA



Profa. Dra. Fernanda Finotti Cordeiro Perobelli
Orientadora
Universidade Federal de Juiz de Fora


Prof. Dr. José Simão Filho

Universidade Federal de Juiz de Fora



Professor Dr. Marcelo Fernandes
Fundação Getúlio Vargas - São Paulo
Queen Mary University of London

RESUMO

Este trabalho tem o objetivo de verificar a eficiência do tradicional modelo de análise de desempenho e alocação de ativos baseado na estrutura média e variância de Sharpe e Treynor, conhecido como *Capital Asset Pricing Model* (CAPM), em contraposição ao modelo alternativo *Ômega Capital Asset Pricing Model* (OCAPM), um modelo baseado na medida Ômega com premissas menos restritivas, no qual não são exigidas função utilidade e distribuições de retornos dos ativos específicas. Além disso, todos os momentos das distribuições de retornos são considerados de forma indireta, ou seja, não há necessidade de serem calculados e observados pelos investidores. No decorrer do estudo foi realizada a otimização das carteiras de dos ativos que compõem os índices Dow Jones e Ibovespa, seguindo a metodologia de cada modelo, de modo a encontrar a carteira de mercado ótima sob cada abordagem. A partir dessa otimização, e seguindo a função objetivo do CAPM e OCAPM, foi verificado qual modelo melhor explica os retornos cross-sectional das ações componentes dos dois índices para o período de 1999 até 2016. Para tal, foram utilizados os testes GRS (dentro da amostra) e Diebold-Mariano (fora da amostra). O resultado do primeiro teste indicou a não rejeição da eficiência em média-variância e betas com alto poder explicativo para os retornos de todas as carteiras, sendo a carteira formada pelo modelo CAPM aquela a apresentar os resultados melhores para o índice Dow Jones, enquanto a formada pelo OCAPM obteve melhores resultados para o Ibovespa. Já no segundo teste, foi constatado que o OCAPM tem maior poder preditivo para qualquer horizonte temporal testado.

Palavras-chave: CAPM ;OCAPM; Medida Ômega; GRS

ABSTRACT

The objective of this work is to investigate the efficiency of the traditional model of performance analysis and portfolio allocation based on the mean and variance structure of Sharpe and Treynor, known as Capital Asset Pricing Model (CAPM), as opposed to the model Omega Capital Asset Pricing Model (OCAPM), a model based on the Omega measure with less restrictive assumptions, in which utility function and return distributions of the specific assets are not required. In addition, all moments of return distributions are considered indirectly, that is, there is no need to be calculated and observed by investors. During the study the optimization of the series of stock returns that compose the Dow Jones and Ibovespa indexes was performed, following the methodology of each model to find the market portfolio. From this, and following the objective function of the CAPM and OCAPM, it was verified which model best explains the cross-sectional returns of the shares of the two indices for the period from 1999 to 2016. For that, the GRS tests were used (in-sample) And Diebold-Mariano (out-sample). The result of the first test showed the non-rejection of the efficiency in mean-variance and betas with high explanatory grade for the returns for all the portfolios, being the portfolio formed by the CAPM model with better results for the Dow Jones index, while the one formed by the OCAPM obtained better results for the Ibovespa. In the second test, it was verified that the OCAPM showed greater predictive power for any time horizon tested.

Key-words: CAPM ; OCAPM; $\hat{\Omega}$ Measure; GRS

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Capital Market Line	22
Figura 2 – Medida $\hat{\Omega}$	25
Figura 3 – Fronteira $\hat{\Omega}$	27
Figura 4 – Fronteira $\hat{\Omega}$ para diferentes L	28
Figura 5 – Capital Market Line $\hat{\Omega}$	30
Figura 6 – Security Market Line $\hat{\Omega}$	36
Figura 7 – Dispersão de Betas CAPM x OCAPM	46
Figura 8 – Evolução da Pontuação do Ibovespa e Dow jones	63

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Razão de Sharpe e Teste de Wald	44
Tabela 2 – Betas CAPM e OCAPM do Ibovespa para o período 1999-2016	45
Tabela 3 – Betas CAPM e OCAPM do Dow Jones para o período 1999-2016	46
Tabela 4 – Retornos médios diários CAPM e OCAPM para o Dow Jones para o período 1999-2016	47
Tabela 5 – Retornos médios diários CAPM e OCAPM para o Ibovespa para o período 1999-2016	48
Tabela 6 – Índice de Sharpe para os períodos de 1999-2008 e 2008-2016	49
Tabela 7 – Estatística GRS Multivariada para Ibovespa e Dow Jones	50
Tabela 8 – Teste Diebold-Mariano Dow Jones	51
Tabela 9 – Teste Diebold-Mariano Ibovespa	52
Tabela 10 – Erro Quarático Médio do teste DM para Dow Jones e Ibovespa	53
Tabela 11 – Maiores Betas por periodo para Dow Jones e Ibovespa	62
Tabela 12 – Correlações entre Betas e Retornos	62
Tabela 13 – Estatística GRS Univariada para o Dow Jones	64
Tabela 14 – Estatística GRS Univariada para o Ibovespa	65

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
UFJF	Universidade Federal de Juiz de Fora
CAPM	Capital Asset Pricing Model
OCAPM	Ômega Capital Asset Pricing Model
GRS	Gibbons, Ross e Shanken
DM	Diebold-Mariano
NYSE	New York Stock Exchange

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	9
2	Revisão de Literatura	12
2.1	Revisão de Literatura Teórica	12
2.1.1	Modelos Tradicionais de <i>Asset Pricing</i> e Extensões	12
2.1.2	Modelos Fatoriais	15
2.2	Trabalhos Empíricos do CAPM e Extensões	16
3	Modelos de Avaliação de Ativos de Risco	20
3.1	Medida de Performance de Carteira por Média e Variância	20
3.2	Capital Asset Pricing Model (CAPM)	21
3.3	Medida Omega	24
3.4	Omega Capital Asset Pricing Model (OCAPM)	26
3.4.1	Capital MarketLine (CML) Ômega	28
3.4.2	Security Market Line (SML) Ômega	31
4	Metodologia	37
4.1	Base de Dados	37
4.2	Otimização de Carteira	38
4.3	Gibbons, Ross e Shanken test (GRS)	39
4.4	Teste de Diebold-Mariano	42
5	Resultados	44
6	Conclusões	54
	REFERÊNCIAS	57
	ANEXO A – Maiores Betas por período e Correlações	62
	ANEXO B – Estatística GRS Univariada	64

1 INTRODUÇÃO

Na literatura de decisão de investimentos e avaliação de performance de carteiras, o trabalho de Markowitz (1952) é um marco importante. O autor demonstra que o investidor, ao escolher ativos para compor uma carteira, se depara com um *trade-off* entre ganho e risco, representado pelos primeiros momentos da distribuição de retorno: média e variância. Assim, de acordo com sua medida de aversão ao risco, os investidores formariam uma fronteira eficiente representada pelas carteiras de maior retorno por unidade de risco.

Posteriormente, esse trabalho foi aprimorado pela consideração do ativo livre de risco, nas abordagens desenvolvidas por Treynor (1961), Sharpe (1964), Lintner (1965) e Mossin (1966), que geraram o modelo *Capital Asset Pricing Model* (CAPM). Também surgiram extensões do CAPM, como os modelos baseados em consumo, como *Consumption Capital Asset Pricing Model* de Lucas (1978) e o *Intertemporal Capital Asset Pricing Model* de Merton (1973).

Embora o modelo CAPM seja teoricamente consistente, seu poder explicativo não é verificado empiricamente. As razões para tal estão relacionadas a restrições na função utilidade, mercado perfeito, existência de uma taxa livre de risco, carteira de mercado com ativos em proporções de equilíbrio, existência de apenas um fator para explicar a rentabilidade esperada, dentre outras. Na tentativa de suprir essa lacuna empírica, surgem os modelos multifatoriais como *Arbitrage Pricing Model* de Ross (1976) e Modelo de Fatores de Fama e French (1992). Enquanto o primeiro relaxa algumas premissas do CAPM, sem identificar os fatores de risco subjacentes aos retornos, o segundo tem o objetivo de inserir variáveis capazes de explicar os retornos *cross-sectional* dos ativos.

Em contraponto ao modelo baseado em média e variância, surge também uma outra medida de performance de ativos, a medida Ômega, desenvolvida por Keating e Shadwick (2002) para ser um indicador de desempenho de ativos individuais ou da carteira de ativos. Ao assumir que a média e a variância são suficientes para descrever completamente a distribuição de retornos, o investidor pode ser levado a tomar decisões sub-ótimas, visto que outras informações podem ser necessárias para representar a distribuição de retornos (como assimetria e curtose). A medida de performance Ômega, que consegue incorporar todas as informações contidas na distribuição, inclusive quando há assimetria e curtose, fornecendo uma descrição mais completa das características de risco-retorno do ativo, pois

consegue capturar todos os momentos qualquer que sejam as características da distribuição.

Baseado na medida Ômega, foi desenvolvido por Vasconcelos (2014) o modelo *Ômega Capital Asset Pricing Model* (OCAPM), que avança em relação ao CAPM tradicional por utilizar uma medida para recompensa-risco capaz de descrever toda a distribuição dos retornos. O novo conceito de recompensa é a *Expected Chance*(EC) e o novo conceito de risco é o *Expected Shortfall*(ES). De forma simples, estas medidas podem ser definidas como: se o investidor ganhar, quanto será seu ganho em média (EC); se o investidor perder, quanto será sua perda, em média (ES). Ambas em relação a um *threshold*, R_f (taxa livre de risco), previamente definida.

Os resultados empíricos preliminares obtidos por Vasconcelos (2014) foram promissores, mostrando que o modelo alternativo obteve uma leve superioridade em relação ao CAPM em testes de significância. Sob essa perspectiva, o objetivo deste trabalho é comparar os modelos CAPM tradicional e o modelo alternativo OCAPM através de outros testes de robustez, diferentes amostras e períodos.

Essa comparação será realizada por meio da análise de estatísticas descritivas, dos betas e dos índices de performance de carteira, como índice de Sharpe, dos dois modelos após otimização das carteiras de ativos que compõem o Ibovespa e Dow Jones.

Uma outra forma de comparação, mais definitiva, será o teste Gibbons, Ross e Shanken (dentro da amostra), que avalia os retornos *cross-sectional* das ações dos dois índices, reponderadas conforme as otimizações dos dois modelos, comprovando não só o poder explicativo dos modelos em termos de retornos anormais aos previstos pelos modelos, mas também se as carteiras propostas são eficientes em termos de média e variância.

Por último, será realizado o teste de previsão de Diebold-Mariano (fora da amostra) para averiguar se os retornos estimados da carteira para os dois modelos são significativamente diferentes. Este é um teste bilateral, cuja hipótese nula é de que a capacidade preditiva dos dois modelos é igual.

Os resultados do teste GRS mostraram a não rejeição da eficiência em média-variância das carteiras formadas pelas duas medidas e betas com alto grau explicativo para os retornos para todas as carteiras estimadas, sendo a carteira formada pelo modelo CAPM a de melhores resultados para o índice Dow Jones, enquanto a formada pelo OCAPM obteve melhores resultados para o Ibovespa. Já para o teste DM, foi constatado que o

OCAPM tem maior poder preditivo para qualquer horizonte temporal testado.

No capítulo 2 deste trabalho está contida a revisão de literatura, que está dividida em duas seções: Revisão de Literatura Teórica (2.1) e Trabalhos Empíricos do CAPM e Extensões (2.2). A primeira seção mostra a evolução dos modelos de *Asset Pricing* a partir do CAPM original, passando por CCAPM, ICAPM, APT, modelos fatoriais até chegar ao OCAPM. Já a segunda seção apresenta a evolução dos testes empíricos destes modelos.

O capítulo 3 (Modelos de Avaliação de Ativos de Risco) apresenta a derivação dos dois modelos utilizados neste trabalho, CAPM e OCAPM.

No capítulo 4 está contida a Metodologia, que está dividida em quatro seções: Base de dados (4.1), Otimização de Carteiras (4.2), Gibbons, Ross e Shanken *test* (4.3) e Diebold-Mariano *test* (4.4). Neste capítulo será descrito, detalhadamente, como serão construídas as carteiras a partir de cada modelo e como será aplicado cada teste.

No capítulo 5 estão contidos os resultados, com a avaliação de cada teste aplicado às carteiras estimadas para os dois modelos e mercados. O capítulo final é destinado à conclusão do trabalho.

2 Revisão de Literatura

2.1 Revisão de Literatura Teórica

2.1.1 Modelos Tradicionais de *Asset Pricing* e Extensões

O primeiro trabalho na área de otimização de carteiras gerou a proposição do modelo média-variância por Markowitz (1952). A proposta era determinar um conjunto de carteiras ótimas considerando as dimensões de risco (variância) e retorno (média). Essas carteiras formam a fronteira eficiente e, para qualquer investidor que se preocupe apenas com o *trade-off* entre risco e retorno esperado, é economicamente eficiente limitar a escolha entre as carteiras que pertençam a esta fronteira. Pela elegância das premissas e facilidade de compreensão, esta medida foi amplamente aceita pela comunidade acadêmica.

A versão inicial foi modelada com base em algumas premissas básicas sobre os agentes e oportunidades de investimentos: aversão ao risco, horizonte de tempo único, expectativas racionais e homogêneas, maximização de utilidade, mercados perfeitos e eficientes. Posteriormente, Sharpe (1964), Lintner (1965) e Mossin (1966) desenvolveram o CAPM (*Capital Asset Pricing Model*), baseado no binômio média-variância de retornos acrescido do ativo livre de risco. O modelo preconiza que o retorno esperado para qualquer ativo seja uma função linear de apenas três variáveis: o beta (coeficiente de sensibilidade do ativo em relação à carteira de mercado), a taxa de retorno do ativo livre de risco e o retorno esperado para a carteira de mercado.

De forma simplificada, o CAPM pode ser estruturado da seguinte forma (a derivação do modelo será apresentada em seções posteriores):

$$E(R_i) = E(R_f) + \beta_i[E(R_M) - E(R_f)] \quad (2.1)$$

Em que, $E(R_i)$ é o retorno esperado do ativo i ; $\beta_i = \frac{\text{cov}(R_i, R_M)}{\sigma^2(R_M)}$ é o beta de mercado do ativo i ; $E(R_f)$ é o retorno esperado de um ativo que apresente beta de mercado igual a zero, isto é, não correlacionado com o retorno de mercado; $E(R_M) - E(R_f)$ é o prêmio pelo risco.

De acordo com o CAPM, o retorno esperado de qualquer ativo é função da correlação de seus retornos com os retornos da carteira de mercado, essa eficiente em termos de

média-variância.

Como quase todas as premissas teóricas do CAPM são violadas no mundo real, os resultados do modelo não são comprovados empiricamente (testes empíricos do modelo serão discutidos mais a frente). Diante dessa deficiência empírica, surgiram modelos de avaliação de performance que procuram relaxar algumas premissas do CAPM e obter um maior grau de explicação dos retornos cross-sectional. Esses modelos alternativos, alguns extensões do CAPM, serão apresentadas a seguir.

A primeira versão alternativa do modelo surge a partir da flexibilização da premissa de tomada e concessão irrestrita de empréstimos à taxa livre de risco. Black (1972) desenvolveu uma versão do CAPM sem tomada ou concessão de empréstimos à taxa livre de risco. O modelo consiste em encontrar carteiras que possuam correlação nula com a carteira de mercado e então selecionar entre essas a carteira com a menor variância. Note que a carteira que possuir correlação nula com a de mercado necessariamente apresentará beta igual a zero (condição idêntica à do ativo livre de risco teórico no CAPM original).

A carteira com beta igual a zero e menor variância será utilizada para substituir o ativo livre de risco do modelo do CAPM original. Black (1972) ainda mostra que o retorno esperado de qualquer ativo será uma combinação linear dos retornos da carteira de beta nulo (R_z) e dos retornos do mercado (R_m). Assim, o retorno esperado de um ativo i será definido como:

$$E[R_i] = E[R_z] + \beta_i(E[R_m] - E[R_z]) \quad (2.2)$$

As relações entre o retorno esperado e o beta de mercado das versões de Black e Sharpe-Lintner do CAPM diferem apenas em termos do que cada uma utiliza como ativo livre de risco. Na versão de Black, $E(R_z)$ deve ser menor que o retorno esperado do mercado, de tal modo que o prêmio pelo beta seja positivo.

Um ano após a publicação do modelo de Black (1972), surge outro modelo alternativo ao CAPM desenvolvido por Merton (1973). Este modelo ficou conhecido como o ICAPM (*Intertemporal Capital Asset Pricing Model*) e atribui um comportamento estocástico para o beta de mercado, e para a taxa livre de risco. O ICAPM parte de uma premissa diferente a respeito dos objetivos dos investidores. No CAPM, os investidores só se preocupam com a riqueza que sua carteira produzirá ao fim de um período. No

ICAPM, os investidores se importam não só com o *payoff* ao fim do primeiro período, mas, também, com o custo de oportunidade entre consumir e investir o *payoff* gerado.

A extensão do modelo CAPM que ganhou mais destaque na comunidade acadêmica foi o *Consumption Capital Asset Pricing Model* (CCAPM) de Lucas (1978) e Breeden (1979). Nestes modelos, o consumidor, ou agente representativo, tem o objetivo de maximizar a utilidade não apenas de um período, mas de toda a vida. Seguindo as preferências dos agentes, os ativos financeiros são utilizados para distribuir o consumo ao longo da vida do indivíduo, ou seja, o indivíduo passa a poder negociar seus ativos livremente tendo em vista a maximização de sua função utilidade intertemporal. Diferente do CAPM, o CCAPM determina o risco de um ativo em função da covariância do retorno deste com a utilidade marginal de consumo. Assim, ativos com correlação menor com o consumo irão demandar um prêmio de risco menor (preço maior) do que aqueles mais altamente correlacionados. Com isso, o retorno exigido para um ativo i será:

$$E_t[R_{i,t+1}] = r_{f,t+1} - \frac{1}{E_t[u'(C_{t+1})]} Cov[u'(C_{t+1}), 1 + R_{i,t+1}] \quad (2.3)$$

A partir da equação acima, é possível observar que, para quaisquer dois ativos i e j , os retornos esperados serão diferentes somente se a covariância de seus respectivos retornos com a utilidade marginal do consumo divergirem. Como a premissa é construída a partir de um consumidor representativo, o modelo pressupõe expectativas homogêneas, de forma que todos os indivíduos exijam o mesmo retorno esperado para um mesmo ativo.

De acordo com Campbell e Cochrane (1995), a intuição do CCAPM é baseada na suposição de que os indivíduos, ao investirem sua riqueza, pensam no impacto dos rendimentos sobre o consumo e não na relação entre o retorno do ativo e o mercado. Em momentos de redução do consumo, seria demandado um prêmio de risco maior para se reter riqueza na forma de ativos. Esse fenômeno explicaria o caráter contra cíclico nos retornos das ações norte americanas. Assim, o preço do ativo seria função dos planos de consumo dos indivíduos e não somente das decisões de alocação de carteira, como acontece no CAPM original. Ou seja, o risco do investimento, termo importante na determinação do preço de um ativo, seria fixado pela sua covariância com o nível de consumo.

Por fim, a última extensão do modelo CAPM a ser discutida é o *Omega Capital Asset Pricing Model*, que também surge como alternativa ao modelo original. Este modelo

será demonstrado em seções posteriores.

2.1.2 Modelos Fatoriais

Apesar de bem fundamentados, os modelos baseados no CAPM falharam empiricamente (como será visto na próxima seção). Por conta disso, diversos autores buscaram inserir novas variáveis que explicassem o comportamento dos retornos dos ativos (conhecidas como fatores). Estes modelos ficaram conhecidos como os modelos de apreçamento multifatoriais, diferentemente do CAPM tradicional, um modelo unifatorial.

Inicialmente, Friend e Blume (1970) e Black, Jensen e Scholes (1972) propuseram que se trabalhasse com betas atrelados a carteiras, ao invés de betas de ativos individuais, como no modelo original, com o intuito de aumentar a precisão dos coeficientes. Esses autores observaram que as estimativas dos betas das carteiras eram mais precisas do que as dos ativos individuais, pois aquelas, analisados em conjunto, reduziriam os erros de medida da estimação.

Fama e Macbeth (1973) criaram uma metodologia de regressão de seção transversal (*cross-section*). A ideia sintetizada do seu trabalho foi acrescentar variáveis explicativas predeterminadas às regressões longitudinais do CAPM, a cada intervalo de tempo escolhido. Se todas as diferenças de retorno esperado fossem explicadas unicamente pelo beta, as inclinações médias das variáveis adicionais não devem ser diferentes de zero.

Em 1976, Ross propôs uma nova abordagem para explicação da formação de preços dos ativos, representada pelo modelo APT (Arbitrage Pricing Theory). Este modelo prevê a existência de diversas condições que incorporam fontes distintas de risco na economia. O APT pode ser visto como uma forma mais robusta do CAPM, posto que as hipóteses de restrição na função utilidade dos indivíduos são relaxados para não saciedade e aversão ao risco. Não há hipóteses sobre a distribuição dos retornos e a carteira de ativos de risco aplicada pode ser qualquer subconjunto da carteira de mercado utilizada no CAPM. Com base na inexistência de oportunidades de arbitragem, têm-se uma relação linear entre o retorno estimado e os prêmios de risco associados aos fatores comuns. O modelo não define quais ou quantos fatores devam ser utilizados; designa apenas que devam representar variáveis de estado que reproduzam risco não-diversificável de âmbito macroeconômico ou setorial, por exemplo. Diversos estudos empíricos a respeito do APT envolvem abordagens diversas para a determinação das variáveis utilizadas como fatores: (i) atributos específicos

de cada ativo; (ii) carteiras de ativos suficientemente diversificadas que representem os riscos sistemáticos do mercado acionário; e (iii) variáveis que explicitem o processo gerador dos retornos dos ativos, geralmente macroeconômicas, que têm como objetivo relacionar as fontes de risco sistemático da economia aos retornos dos ativos.

O trabalho de Fama e Macbeth (1973) contribuiu para o desenvolvimento do modelo APT por meio de testes empíricos. Estes consistiam estimativas para os prêmios de risco realizadas em duas etapas. Inicialmente, haveria a estimativa dos betas ou coeficientes de sensibilidade dos ativos para os fatores utilizados e, em seguida, a estimação dos prêmios de risco de cada fator. A validade empírica do modelo implicaria em prêmios não nulos.

Um dos trabalhos mais consagrados empiricamente foi o de Fama e French (1992), que desenvolveram um modelo de três fatores, adicionando dois novos fatores de risco ao modelo original do CAPM. Esses três fatores formulados pelos autores estão balizados no excesso de retorno da carteira de mercado (comum ao CAPM); no retorno de uma carteira comprada em ações com valor patrimonial/valor de mercado alto e vendida em ações com esse índice baixo (HML); e no retorno de uma carteira comprada em ações de valor de mercado baixo e vendida em ações de valor de mercado (SMB) alto. Esse modelo, chamado de Três Fatores de Fama e French (1992), apresentou maior poder explicativo quando comparado ao CAPM em testes aplicados ao mercado americano.

Carhart (1997) desenvolveu o modelo de quatro fatores adicionando um fator novo ao modelo de três fatores de Fama e French (1992). O fator adicionado, chamado de Momentum, mede o excesso de retorno entre ações com maiores e menores ganhos nos últimos doze meses do ano. Este fator está relacionado com a ineficiência do mercado em casos de reações lentas a novas informações.

2.2 Trabalhos Empíricos do CAPM e Extensões

A partir do desenvolvimento do CAPM, diversos autores começaram a testar em que grau o modelo se ajustava à realidade por meio de testes empíricos. Sob essa perspectiva, procurou-se avaliar se o beta seria suficiente para explicar os retornos esperados dos ativos, se a taxa livre de risco assumida pelo modelo estava correta, dentre outras questões.

Jensen (1968) foi pioneiro em verificar que a versão Sharpe-Lintner da conexão entre beta de mercado e retorno esperado implicaria num teste de regressão de série temporal.

O CAPM de Sharpe-Lintner assegura que o valor esperado do retorno excedente de um ativo (o retorno do ativo menos a taxa de juros livre de risco) é totalmente explicado pelo prêmio pelo risco esperado do CAPM (o retorno da carteira de mercado excedente à taxa de juros livre de risco).

Porém, Black, Jensen e Scholes (1972) estimaram betas históricos em seu trabalho, com base na regressão de retornos mensais em relação a um índice representativo da carteira de mercado. Foram apresentados resultados diferentes dos esperados pelo modelo teórico, o que pode ser explicado, primeiramente, pela utilização de uma aproximação para a verdadeira carteira de mercado.

Tanto Black, Jensen e Scholes (1972) quanto Fama e Macbeth (1973) confirmam que, como esperado pelo modelo, existe uma conexão positiva entre β e o retorno médio das ações anteriores a 1969. Todavia, esta ligação não ocorre para períodos mais recentes, como 1963-1990, mesmo quando o β é empregado como único fator de explicação. Resultados semelhantes foram obtidos por Lakonishok e Shapiro (1986).

Roll (1977) realizou a primeira grande crítica teórica ao modelo CAPM, ao reforçar que a carteira de mercado definida pelo CAPM teórico deveria ser constituída pela totalidade dos ativos de risco da economia e, assim, não poderia ser reproduzida por um índice de mercado de ações, como os utilizados nos trabalhos empíricos. Segundo Roll, a menos que a verdadeira carteira de mercado fosse conhecida, o CAPM em nenhum momento poderia ser testado e todas as metodologias impostas até o momento estariam testando a hipótese da eficiência da carteira de mercado tão somente.

Banz (1981) observa que o *Market Equity* (ME), calculada pela multiplicação do preço da ação pela quantidade de ações emitida, uma proxy para o tamanho da empresa (capitalização de mercado), melhora o grau de explicação dos retornos médios promovida pelo β . Os trabalhos de Banz apontam que os retornos médios das grandes empresas são muito baixos para os seus β s estimados, já os retornos médios das empresas menores são muito altos para os seus β s.

Stattman (1980) e Rosenberg, Reid e Lanstein (1985) observaram outro efeito importante. Os retornos médios das ações americanas são positivamente relacionados com a razão entre o valor patrimonial da empresa e seu valor de mercado. Assim, ações com o indicador elevado tem alta rentabilidade média que não são explicadas pelos seus betas.

De fato, os índices que envolvem cotação ou preço das ações contêm informação sobre as rentabilidade esperada que não são consideradas pelo beta de mercado.

Keim (1983) mostrou que existe sazonalidade nos retornos dos ativos, ou seja, os retornos estão sujeitos a ciclos. Outro fator importante é a liquidez na tomada de decisão dos investidores, como mostrado por Liu (2006).

Fama e French (1992, 1993) mostraram que as variáveis book-to-market e tamanho da empresa são suficientes para explicar os retornos esperados. Além disso, foi mostrado que variações do beta que não dependem do tamanho não são relevantes para explicar os retornos esperados. Entretanto, o teste proposto por Fama e French (1992a) não trata o tamanho e o beta de forma igual, permitindo uma variação maior para o tamanho, o que pode acabar favorecendo esta variável em relação ao beta.

Kothari, Shanken e Sloan (1995) tentaram validar empiricamente o CAPM, afirmando que a estimativa do prêmio do beta feita por Fama e French (1992) seria contaminada por incerteza estatística. O argumento deles era de que a fraca relação entre o beta e o retorno seria simplesmente fruto do acaso. Porém, evidências de que outras variáveis, que não o beta, captam a variação do retorno esperado torna o argumento dos três autores menos consistente. Assim, conclui-se que se os betas não são suficientes para explicar retornos esperados, o CAPM não teria mais sentido.

Fama e French (1998) observaram forte relação entre a razão valor contábil/valor de mercado (B/M) e o retorno médio de ações americano. Eles revelaram que o índice de preço que produzem para o CAPM se apresenta de forma similar nos rendimentos das ações de 12 outros grandes mercados e nos de mercados emergentes. A partir dessas evidências, observam que contradições do CAPM associadas a índices de preço não acontecem somente em amostras específicas.

Fama e French (2004) fazem uma análise retrospectiva dos modelos de apreçamento de ativos e afirmam que, ao adicionar ao modelo original características das empresas, como tamanho, relações preço/lucro, dívida/capital próprio e valor patrimonial/valor de mercado, relações positivas entre o retorno e outras características que não somente o prêmio de risco, conforme preconizava o CAPM, aparecem.

Hahn e Lee (2006) utilizaram variáveis macroeconômicas correlacionadas aos ciclos econômicos como alternativa aos fatores de Fama e French (1992). Eles afirmam que

alterações no prêmio de risco do crédito e de prazo conseguem capturar as variações nos retornos dos ativos nas mesmas proporções que os fatores HML e SMB. E concluem que os prêmios por tamanho e valor sejam relacionados à exposição ao risco relacionado às condições de crédito e de prazos.

Os trabalhos apresentados acima mostram que, apesar do CAPM ter sido construído com rigor teórico e microfundamentos consistentes, algo que não se observa nos modelos de múltiplos fatores, ainda seriam necessários outros fatores para explicar os payoffs. O beta como único fator para explicar os retornos esperados não é suficiente. Os trabalhos empíricos (apresentados em seção posterior) que se seguiram ao CAPM constataram haver necessidade de mais fatores que explicassem o risco sistemático além do beta.

Com o objetivo de solucionar esses problemas empíricos, foi inicialmente desenvolvido por Vasconcelos (2014) o modelo OCAPM. Este segue o mesmo rigor teórico do modelo original. Os primeiros testes empíricos do modelo se mostraram promissores. Empiricamente, o autor realizou testes que confrontavam os dois modelos, em procedimento semelhante àquele proposto por Jensen, Black e Scholes (1972).

Os primeiros testes do OCAPM foram realizados em um período de 23 anos, com dados da bolsa de valores de Nova York (NYSE). De forma preliminar, os resultados dos testes do OCAPM dominaram o CAPM. Quando controlado pelo beta do OCAPM, o beta do CAPM não adicionou nenhuma informação às regressões na grande maioria dos testes, além de apresentar sinal negativo. Apesar disso, o teste não rejeitou o CAPM. Segundo o autor, isso colocaria o OCAPM como um aperfeiçoamento teórico e empírico do modelo original.

3 Modelos de Avaliação de Ativos de Risco

3.1 Medida de Performance de Carteira por Média e Variância

A teoria para avaliação e performance de carteiras de ativos teve o ponto de partida com Makowitz (1952), cuja proposta era determinar um conjunto de carteiras ótimas considerando as dimensões risco (variância) e retorno (média). O modelo desenvolvido por ele ficou conhecido como Média-Variância e pode ser descrito como abaixo.

Seja p um portfólio contendo n ativos de risco:

$$E[R_p] = \sum_{i=1}^n a_i E[R_i] \quad (3.1)$$

$$VAR[R_p] = \sum_{i=1}^n a_i^2 \sigma_i^2 + 2 \sum_{i=1}^n \sum_{j=i+1}^n a_i a_j \sigma_i \sigma_j \rho_{ij} \quad (3.2)$$

$$\sigma_p = \sqrt{VAR[R_p]} \quad (3.3)$$

Em que a_i é a participação do ativo i na carteira p , cujo retorno esperado é definido como $E[R_p]$, $E[R_i]$ é o retorno esperado do ativo i , σ_i , σ_p são, respectivamente, os desvios padrão do ativo i e do portfólio p , ρ_{ij} representa o coeficiente de correlação entre os ativos i e j .

A finalidade inicial do modelo é a construção da Fronteira Eficiente, que representa todas as combinações de portfólios ótimas no sentido média-variância. A Fronteira Eficiente pode ser construída da seguinte maneira:

$$\max E[R_p] \quad s.a. \quad \sigma_p = k_1 \quad (3.4)$$

$$\min \sigma_p \quad s.a. \quad E[R_p] = k_2 \quad (3.5)$$

Em que k_1 e k_2 são constantes.

A equação (3.4) maximiza o retorno esperado para um dado desvio padrão (k_1). Se a otimização for repetida n vezes para níveis de desvios padrão diferentes, o resultado será um conjunto de portfólios ótimos que geram a Fronteira Eficiente. No caso da equação

(3.5), o procedimento é semelhante, porém minimiza-se o desvio padrão para um dado nível de retorno esperado (k_2). O modelo assume que quanto maior o retorno e menor o desvio padrão, melhor o portfólio. A relação entre retorno e risco, avaliada em um ponto da fronteira, fornece o preço do risco naquele ponto.

3.2 Capital Asset Pricing Model (CAPM)

O CAPM de Treynor (1961), Sharpe (1964) e Lintner (1965) origina-se da transformação da Fronteira Eficiente de Markowitz (1952) na *Capital Markets Line* (CML)¹ após a consideração do ativo livre de risco. Considere um portfólio p composto por uma carteira de ativos de risco ótima m , que compõe a fronteira de eficiência, e mais um ativo livre de risco (R_F), de forma que:

$$E[R_p] = \alpha E[R_m] + (1 - \alpha)R_F \quad (3.6)$$

$$VAR[R_p] = \alpha^2 VAR[R_m] \quad (3.7)$$

$$\sigma_p = \alpha \sigma_m \quad (3.8)$$

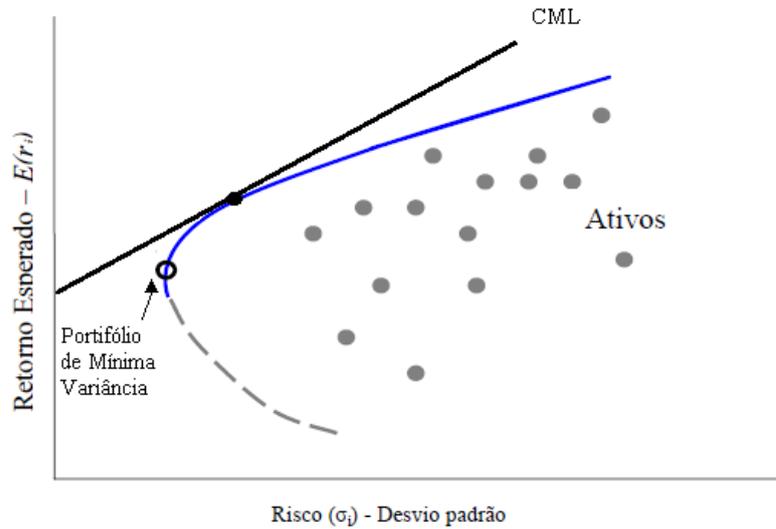
Em que α é a fração da renda investida na carteira de risco.

A *Capital Market Line* é a carteira eficiente, composta pela combinação de ativos com risco e um ativo livre de risco, que maximiza a relação retorno-risco do investidor. A CML tem seu intercepto na taxa livre de risco e sua inclinação representando o coeficiente de recompensa pelo risco: quanto maior for a inclinação, melhor a relação entre retorno e risco da carteira. A carteira de risco ótima é a melhor composição de ativos de risco para serem combinados com ativos seguros para formar uma carteira completa. Esse coeficiente de recompensa (inclinação da CML) é aquele que tangencia a fronteira eficiente.

Para encontrar a inclinação da CML, que será também o preço único do risco, é preciso diferenciar as equações (3.6) e (3.8) em relação a α e calcular a razão entre os

¹ A linha utilizada no modelo de precificação de ativos de capital para ilustrar as taxas de retorno de carteiras eficientes, dependendo da taxa livre de risco de retorno e do nível de risco (desvio padrão) de uma carteira específica

Figura 1 – Capital Market Line



Fonte: Elaboração Própria

resultados:

$$\frac{\partial E[R_p]}{\partial \alpha} = E[R_m] - R_f \quad (3.9)$$

$$\frac{\partial \sigma_p}{\partial \alpha} = \sigma_m \quad (3.10)$$

Então a inclinação da CML será:

$$\frac{\frac{\partial E[R_p]}{\partial \alpha}}{\frac{\partial \sigma_p}{\partial \alpha}} = \frac{E[R_m] - R_F}{\sigma_m} \quad (3.11)$$

Este é o preço único do risco dado pela CML. A carteira m pode ser chamada de carteira de mercado ótima, sendo definida como a carteira pertencente à Fronteira Eficiente de Markowitz que maximiza a inclinação da CML. Além de estabelecer um preço único para o risco, a CML domina todos os pontos da fronteira, como mostra a figura 1.

No entanto, esta curva não é suficiente para precificar ou avaliar um ativo individualmente (pertencente à carteira de mercado), pois avalia o risco total da combinação de ativos de risco. Para avaliar quanto de risco cada ativo acrescenta à carteira, faz-se uso da

SML (*Securities Market Line*), que traz o *beta* (medida de risco sistêmico ² de um ativo num enfoque de carteira diversificada) no eixo ‘x’ da figura 1 .

Considere, então, um portfólio composto por um ativo i e pela carteira de mercado m , em que se investe uma fração α da renda no primeiro e uma fração $(1 - \alpha)$ no segundo, tal que:

$$E[R_p] = \alpha E[R_i] + (1 - \alpha)E[R_m] \quad (3.12)$$

$$\sigma_p = [\alpha^2 \sigma_i^2 + (1 - \alpha)^2 \sigma_m^2 + 2\alpha(1 - \alpha)\sigma_{im}]^{\frac{1}{2}} \quad (3.13)$$

Seguindo o mesmo raciocínio da CML, o objetivo é encontrar a inclinação da curva que relaciona ativos individuais com o retorno da carteira de mercado. Portanto, a variação do retorno esperado e de seu desvio padrão com relação ao peso α , investido no ativo i , será:

$$\frac{\partial E[R_p]}{\partial \alpha} = E[R_i] - E[R_m] \quad (3.14)$$

$$\frac{\partial \sigma_p}{\partial \alpha} = \frac{1}{2}[\alpha^2 \sigma_i^2 + (1 - \alpha)^2 \sigma_m^2 + 2\alpha(1 - \alpha)\sigma_{im}]^{-\frac{1}{2}}[2\alpha \sigma_i^2 - 2\sigma_m^2 + 2\alpha \sigma_m^2 + 2\sigma_{im} - 4\alpha \sigma_{im}] \quad (3.15)$$

Tomando como premissa que a carteira de mercado contém todos os ativos da economia, em proporções de equilíbrio de oferta e demanda, não poderá haver excesso de demanda para o ativo i , considerado isoladamente. Não haver excesso de demanda implica em $\alpha = 0$. A partir disso, não existe componente fora do modelo que explique os *payoffs*. Esta premissa foi um dos principais *insights* de Sharpe (1964) na derivação do CAPM.

Avaliando as equações (3.14) e (3.15) em $\alpha = 0$ e obtendo a razão entre os dois resultados, encontra-se que o *trade off* entre risco e retorno de um único ativo (pertencente à carteira de mercado) é:

$$\frac{\frac{\partial E[R_p]}{\partial \alpha}}{\frac{\partial \sigma_p}{\partial \alpha}} \Big|_{\alpha=0} = \frac{E[R_i] - E[R_m]}{\frac{(\sigma_{im} - \sigma_m^2)}{\sigma_m}} \quad (3.16)$$

² O beta é o risco sistêmico pois mede a sensibilidade dos retornos de uma ação aos retornos de uma carteira de mercado que contém todas as ações observadas.

Note que a CML também é uma situação de equilíbrio, ou seja, todos os seus pontos representam portfólios ótimos no sentido média-variância. Portanto, o *trade off* entre risco e retorno de uma carteira (enfoque da CML) deve ser igual ao *trade off* entre risco e retorno de um ativo de risco (enfoque SML), de forma que:

$$\frac{E[R_i] - E[R_m]}{\frac{\sigma_{im} - \sigma_m^2}{\sigma_m}} = \frac{E[R_m] - R_f}{\sigma_m} \quad (3.17)$$

Resolvendo a equação acima para $E[R_i]$ encontra-se o resultado final conhecido como *Capital Asset Pricing Model* (ou Modelo de Precificação de Ativos de Risco):

$$E[R_i] = R_f + \beta_i(E[R_m] - R_f) \quad (3.18)$$

$$\beta_i = \frac{Cov(r_i, r_m)}{Var(R_m)} \quad (3.19)$$

Sendo $E[R_i]$ o retorno esperado do ativo i , R_f o retorno do ativo livre de risco e $E[R_m]$ o retorno esperado de uma carteira eficiente (conforme definida por Markowitz, 1952). β_i é o coeficiente de sensibilidade que pode ser interpretado como a quantidade de risco do ativo, enquanto $(E[R_m] - R_f)$ representa o preço de cada unidade de risco. A multiplicação das duas medidas dá origem ao prêmio pelo risco do ativo.

O risco é a soma dos riscos sistêmico e não sistêmico. Define-se o risco sistêmico como o risco inerente ao mercado e que não pode ser eliminado através da diversificação de ativos; já o risco não-sistêmico é o oposto, inerente à própria empresa ou a um determinado setor, que pode ser reduzido através da diversificação de carteira.

3.3 Medida Omega

A medida de performance Ômega introduzida por Keating e Shadwick (2002) tem como objetivo relaxar os pressupostos em termos de média e variância do CAPM. Sua estrutura é capaz de abranger todos os momentos da distribuição de retornos dos portfólios.

Esta medida tem a vantagem de não fazer qualquer tipo de suposição quanto às distribuições dos retornos dos ativos, assim como colocar o problema da escolha sob incerteza em um plano bidimensional, como feito no modelo média-variância.

Outra vantagem da medida $\hat{\Omega}$ advém do fato de serem considerados, além dos primeiros momentos da distribuição (média e variância), também o terceiro e quarto momento, a curtose e assimetria. Funções utilidade também não são necessárias quando se adota a medida. É preciso assumir apenas que os indivíduos são avessos ao risco e não saciáveis. Além disso, as características de risco e recompensa podem ser descritas em torno de qualquer nível de retorno e não apenas em relação à média.

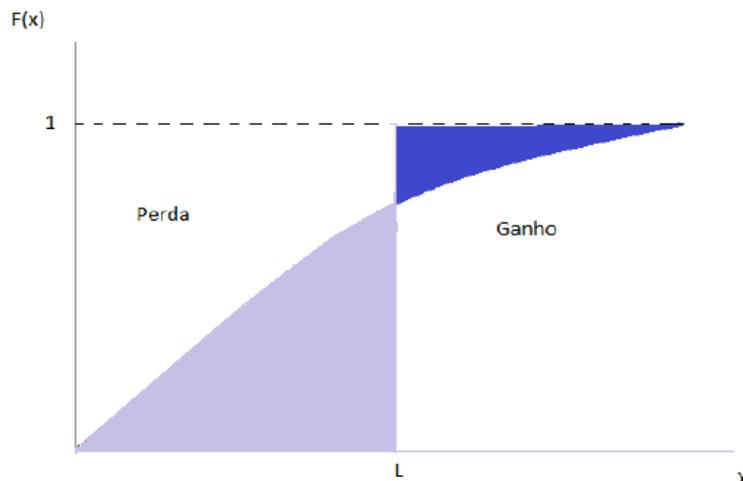
Para calcular a medida, é preciso definir um ponto de retorno mínimo L , exógeno e à escolha do investidor. Neste trabalho, tal ponto será representado pela taxa livre de risco. Um investidor estará na região de ganhos da distribuição de retornos se $x > L$; se $x < L$, o investidor estará na região de perdas.

Seja X uma variável aleatória (distribuição de retornos) que assuma valores $a \leq X \leq b$. A medida de performance $\hat{\Omega}$ é definida como:

$$\Omega(L) = \frac{\int_L^b [1 - F_x(x)] dx}{\int_a^L F_x(x) dx} \quad (3.20)$$

em que $F_x(x)$ é a função de distribuição acumulada dos retornos de um portfólio ou ativo X . A medida $\hat{\Omega}$ é a razão entre a área de ganhos e a área de perdas da distribuição acumulada de retornos. A figura 2 apresenta a medida $\hat{\Omega}$ graficamente, sendo a área em azul a região de ganhos e a área em cinza as perdas.

Figura 2 – Medida $\hat{\Omega}$



Fonte: Keating e Shadwick (2002)

Kazemiet (2004) mostrou ser possível uma representação alternativa da medida

Ômega. Definindo $ExpectedChance(EC)$ como o valor esperado do excesso de ganho (xL) condicional a resultados positivos e $ExpectedShortfall(ES)$ como o valor esperado da perda (Lx) condicional a resultados negativos, então:

O numerador de Ômega é:

$$EC(L) = \int_L^b (x - L)f_x(x)dx \quad (3.21)$$

O denominador de Ômega é:

$$ES(L) = \int_a^L (L - x)f_x(x)dx \quad (3.22)$$

Portanto a função alternativa de Ômega é:

$$\Omega(L) = \frac{E[Max(X - L; 0)]}{E[Max(L - X; 0)]} \quad (3.23)$$

Como já muito disseminado pela literatura, também neste trabalho foi constatada, pelo teste de Jarque e Bera (1987), a não-normalidade dos retornos dos ativos. Diante disso, foi assumido que exista a necessidade de se avaliar os momentos de ordem superior da distribuição para investigação de decisões de investimento. A medida Ômega supre essa demanda pois avalia toda a distribuição de retornos. Assim, é possível afirmar que a medida Ômega é equivalente à própria distribuição de retornos, ao invés de ser uma aproximação, como se verifica em outras medidas de avaliação de carteira.

3.4 Omega Capital Asset Pricing Model (OCAPM)

Seguindo a derivação do modelo OCAPM proposta por Vasconcelos (2014), que sugere como ponto de partida a construção uma Fronteira Eficiente no sentido de Markowitz (1952), porém no plano $E(C)$ x $E(S)$, tem-se que tal fronteira mostra as carteiras em que, para um dado *Expected Shortfall*, nenhuma outra oportunidade de investimento ofereça uma *Expected Chance* maior. Em outras palavras, todas as carteiras disponíveis no mercado são dominados pela fronteira eficiente (neste caso, eficiente no sentido da medida Ômega).

Considerando que os agentes são avessos ao risco e preferem sempre mais a menos, o conjunto ômega eficiente tecnologicamente factível é obtido por meio da seguinte programação matemática:

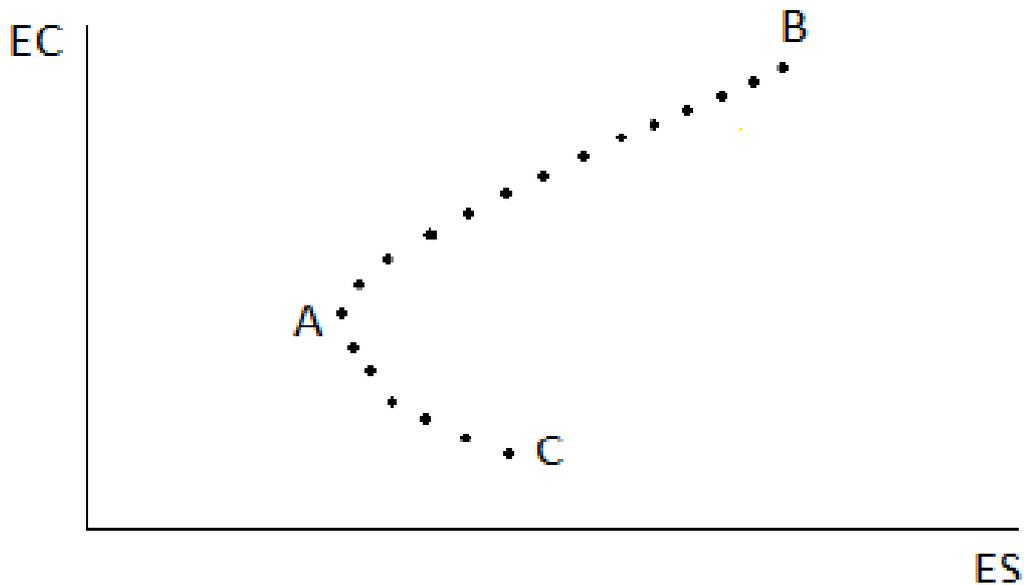
$$\max EC(L) \quad s.a. \quad ES(L) = k_1 \quad (3.24)$$

$$\min ES(L) \quad s.a. \quad EC(L) = k_2 \quad (3.25)$$

Em que k_1 e k_2 são constantes. As duas programações acima são equivalentes para a verificação da parte factível da fronteira eficiente. Portanto, o procedimento é maximizar (minimizar) o EC (ES), de forma que ES (EC) seja igual a uma constante. A fronteira eficiente representa vários pontos de equilíbrio (todos ótimos).

A figura 3 apresenta a Fronteira Eficiente no plano Ômega. O ponto A representa o menor *Expected Shortfall* factível, entre todos os portfólios disponíveis no mercado. Note que investidores avessos ao risco e não saciáveis jamais irão escolher pontos abaixo do ponto A, pois sempre será possível obter um nível mais elevado de *Expected Chance* sem alterar o *Expected Shortfall*. O conjunto de carteiras obtido via medida Ômega será composto por todas as carteiras existentes entre os pontos A-B da Fronteira Eficiente Ômega.

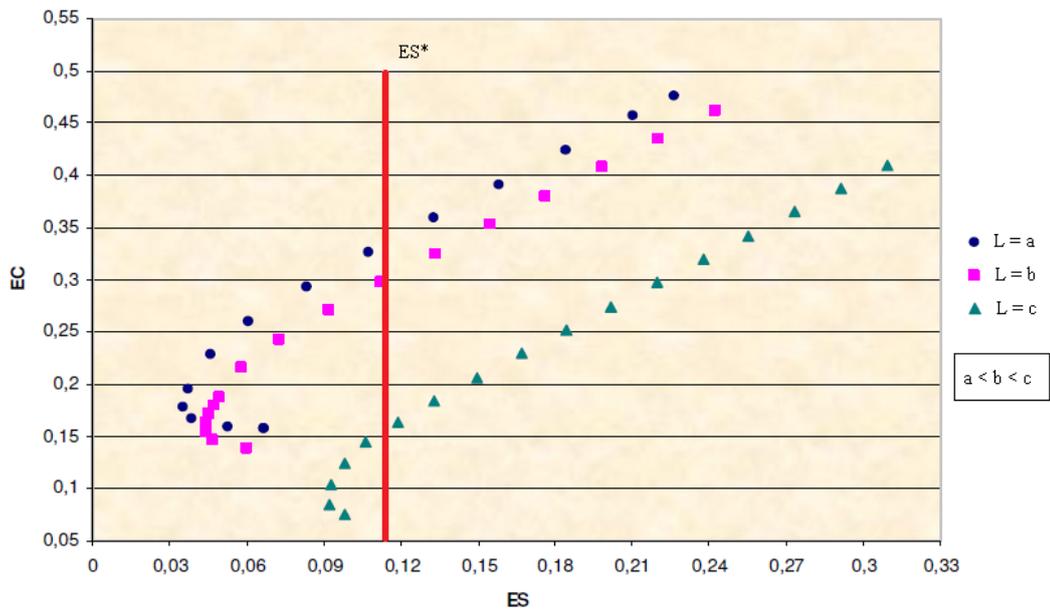
Figura 3 – Fronteira Ômega



Um investidor não saciável escolherá uma carteira que esteja contida na Fronteira Eficiente Ômega, de acordo com sua aversão ao risco. Ou seja, para um dado ES capaz de ser suportado por um investidor qualquer, ele escolherá o ponto que possua o maior EC.

A figura 4 apresenta as Fronteiras Eficientes Ômega para três níveis de taxa livre de risco (L). Observa-se que, quanto maior L , menores são os valores de Ômega e, fixando-se o nível de *Expected Shortfall* em ES^* , tem-se maiores níveis de EC caso L seja menor. Assim, quanto maior o preço do risco, maior a exigência do retorno, tal como no enfoque original de Markowitz (1952).

Figura 4 – Fronteira Ômega para diferentes L



Fonte: Pereira (2011)

3.4.1 Capital MarketLine (CML) Ômega

Neste trabalho, a taxa livre de risco (L) será considerada como o custo de oportunidade do investidor representativo. Seguindo a teoria de Keating e Shadwick (2002), retornos maiores que L serão tratados como ganhos, já retornos menores que L serão considerados perdas.

Sendo o custo de oportunidade do investidor igual a L , as formulações que reapre-

sentam o *Expected Chance* e o *Expected Shortfall* estarão representadas como abaixo:

$$EC_L = E[Max(X - L; 0)] = 0 \quad (3.26)$$

$$ES_L = E[Max(L - X; 0)] = 0 \quad (3.27)$$

O valor das esperanças de EC e ES para a distribuição de L são sempre iguais a zero, pois o único valor que x assume é o custo de oportunidade L . Em outras palavras, o excesso de perda ou excesso de ganho em relação a L é nulo.

Para construir a *Capital Market Line Ômega*, compatível com a CML original do CAPM, é necessário supor uma carteira composta pelo ativo livre de risco (neste caso, L) e uma carteira da Fronteira Eficiente Ômega, que será tratada como carteira de mercado.

Seja $\alpha > 0$ a proporção da renda investida na carteira de mercado, m , então:

$$EC_p = E[Max(\alpha R_m + (1 - \alpha)L - L; 0)] \quad (3.28)$$

$$ES_p = E[Max(L - \alpha R_m - (1 - \alpha)L; 0)] \quad (3.29)$$

Seguindo a derivação da função $Max(\cdot)$ por Trybulec e Bylinski³ (1989), encontra-se a inclinação da CML Ômega no plano EC x ES ao se diferenciar EC_p e ES_p ⁴:

$$\frac{\partial EC_p}{\partial \alpha} = EC_m \quad (3.30)$$

$$\frac{\partial ES_p}{\partial \alpha} = ES_m \quad (3.31)$$

Em que EC_m e ES_m são, respectivamente, *Expected Chance* e *Expected Shortfall* do mercado.

³ Segundo Trybulec e Bylinski (1989), a função $Max(\cdot)$ pode ser definida como: $(X, Y) \in \mathbb{R}$, $Max(X, Y) = \frac{X+Y+|X-Y|}{2}$

⁴ Para a equação (3.28) e (3.29): $X = \alpha R_m + (1 - \alpha)L - LeY = 0$

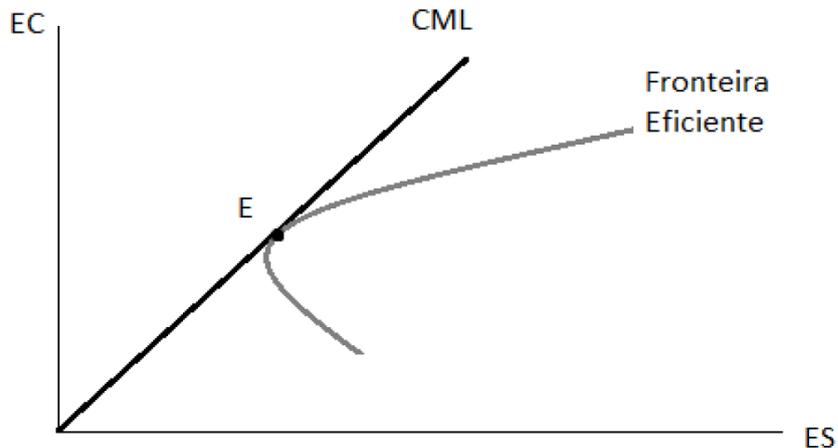
Assim, a inclinação da CML Ômega será representada pela razão $\frac{EC_m}{ES_m}$. A equação da nova CML será:

$$EC_p = \frac{EC_m}{ES_m} ES_p \quad (3.32)$$

Tal equação mostra que, no plano $ECxES$, o ponto de partida da CML será a origem do plano. Somado a isso, a medida ômega do mercado $\Omega_m = \frac{EC_m}{ES_m}$ poderá ser interpretada como o preço do risco de mercado, enquanto ES_p será a medida da quantidade de risco do carteira. Dessa maneira, a multiplicação do preço de risco de mercado pela quantidade de risco da carteira fornecerá uma estimativa do prêmio de risco da mesma.

Importante ressaltar que a carteira de mercado será a de maior inclinação EC/ES , ou seja, no plano Ômega, de forma que a reta da CML Ômega tangencie a Fronteira Eficiente Ômega. Assim, um novo conjunto de oportunidades é formado e tal conjunto domina a Fronteira Eficiente, como mostra a figura 5.

Figura 5 – Capital Market Line Ômega



Fonte: Vasconcelos (2013)

Observe que o ponto de tangência E representa a carteira da fronteira eficiente que faz com que a CML tenha a maior inclinação possível. Seja $W = w_1, \dots, w_n$, o conjunto das parcelas da renda alocadas nos ativos de 1 a n . A carteira de mercado, m , é obtida resolvendo o seguinte problema de otimização:

$$Max \Omega_m = Max \frac{EC_m}{ES_m} \quad s.a \quad \sum_{i=1}^n w_i = 1 \quad (3.33)$$

3.4.2 Security Market Line (SML) Ômega

Após a derivação da CML Ômega, é possível atribuir um retorno esperado (*Expected Chance*) para um determinado risco (*Expected Shortfall*). Assim, se a carteira tiver o mesmo nível de risco (ES) da carteira de mercado, deverá render exatamente o mesmo retorno (EC) da carteira de mercado. Ou seja, assume-se um único preço do risco no mercado.

Contudo, se o objetivo for avaliar ativos individualmente, visando medir o retorno de equilíbrio desses ativos, é necessário desenvolver a *Security Market Line (SML) Ômega*.

Seja m a carteira de mercado ótima, onde a CML tangencia a fronteira ótima, e i um outro ativo qualquer considerado isoladamente. Suponha uma carteira p que seja composta pela carteira de mercado m e pelo ativo i :

$$EC_p = E[\text{Max}(\alpha R_i + (1 - \alpha)R_m - L; 0)] \quad (3.34)$$

$$ES_p = E[\text{Max}(L - (\alpha R_i + (1 - \alpha)R_m); 0)] \quad (3.35)$$

Transformando-se as funções $\text{Max}(\cdot)$ encontra-se:

$$EC_p = E \left[\frac{\alpha R_i + (1 - \alpha)R_m - L + | \alpha R_i + (1 - \alpha)R_m - L |}{2} \right] \quad (3.36)$$

$$ES_p = E \left[\frac{L - \alpha R_i - (1 - \alpha)R_m + | L - \alpha R_i - (1 - \alpha)R_m |}{2} \right] \quad (3.37)$$

Observe que, nas equações acima, não é possível colocar α em evidencia. A diferenciação deve ser feita diretamente nas equações encontradas. A resolução da equação (3.36) é apresentada abaixo, sendo os resultados para (3.37) análogos.

$$\begin{aligned} \frac{\partial EC_p}{\partial \alpha} &= \frac{\partial}{\partial \alpha} E \left[\frac{\alpha R_i + (1 - \alpha)R_m - L + | \alpha R_i + (1 - \alpha)R_m - L |}{2} \right] = \\ &= E \left[\frac{\partial}{\partial \alpha} \left(\frac{\alpha R_i + (1 - \alpha)R_m - L + | \alpha R_i + (1 - \alpha)R_m - L |}{2} \right) \right] \end{aligned}$$

$$= E \left[\frac{(R_i - R_m) + \frac{(\alpha R_i + (1-\alpha)R_m - L)}{|\alpha R_i + (1-\alpha)R_m - L|} (R_i - R_m)}{2} \right] \quad (3.38)$$

Na equação (3.38), o valor de L foi somado e subtraído duas vezes dentro da esperança, conforme mostrado abaixo:

$$\frac{\partial EC_p}{\partial \alpha} = E \left[\frac{(R_i - L) - (R_m - L) + \frac{(\alpha R_i + (1-\alpha)R_m - L)}{|\alpha R_i + (1-\alpha)R_m - L|} [(R_i - L) - (R_m - L)]}{2} \right] \quad (3.39)$$

É preciso assumir que os mercados se encontram em equilíbrio. Ou seja, estando o ativo i está incluso, com pesos ótimos, na carteira de mercado ($\hat{\Omega}$ eficiente), em um mercado em equilíbrio, o excesso de demanda por este ativo deve ser nulo, de forma que $\alpha = 0$.

$$\frac{\partial EC_p}{\partial \alpha} = E \left[\frac{(R_i - L) - (R_m - L) + \frac{(R_m - L)}{|R_m - L|} [(R_i - L) - (R_m - L)]}{2} \right] \quad (3.40)$$

Como para $|R_m - L| \neq 0$, $\frac{(R_m - L)(R_m - L)}{|R_m - L|} = |R_m - L|$, o resultado final, para o caso do *Expected Chance*, será:

$$\frac{\partial EC_p}{\partial \alpha} = \frac{E[R_i] - L - 2EC_m + E \left[\frac{(R_m - L)(R_i - L)}{|R_m - L|} \right]}{2} \quad s.a. \quad |R_m - L| \neq 0 \quad (3.41)$$

Para o *Expected Shortfall* (equação 3.37), o procedimento é análogo e o resultado é apresentado na equação abaixo:

$$\frac{\partial ES_p}{\partial \alpha} = \frac{L - E[R_i] - 2ES_m + E \left[\frac{(L - R_m)(L - R_i)}{|L - R_m|} \right]}{2} \quad s.a. \quad |L - R_m| \neq 0 \quad (3.42)$$

O *trade off* entre EC e ES será então a razão entre as equações (3.41) e (3.42):

$$\frac{E[R_i] - L - 2EC_m + E \left[\frac{(R_m - L)(R_i - L)}{|R_m - L|} \right]}{L - E[R_i] - 2ES_m + E \left[\frac{(L - R_m)(L - R_i)}{|L - R_m|} \right]} \quad (3.43)$$

Igualando as equações do preço do risco da CML e da SML:

$$\frac{E[R_i] - L - 2EC_m + E\left[\frac{(R_m-L)(R_i-L)}{|R_m-L|}\right]}{L - E[R_i] - 2ES_m + E\left[\frac{(L-R_m)(L-R_i)}{|L-R_m|}\right]} = \frac{EC_m}{ES_m} \quad (3.44)$$

Observe que $\frac{(r_m-L)(R_i-L)}{|R_m-L|} = \frac{(L-R_m)(L-R_i)}{|L-R_m|}$ e que $\frac{EC_m}{ES_m} = \Omega_m$. Chamando $E\left[\frac{(R_m-L)(R_i-L)}{|R_m-L|}\right]$ de γ_i e resolvendo a equação acima para $E[R_i]$, encontra-se:

$$E[R_i] - L = \Omega_m(L - E[R_i] + \gamma_i - 2ES_m) - \gamma_i + 2EC_m$$

$$(E[R_i] - L)(1 + \Omega_m) = \Omega_m\gamma_i - 2EC_m - \gamma_i + 2EC_m$$

$$E[R_i] = L + \gamma_i \left[\frac{\Omega_m - 1}{\Omega_m + 1} \right] \quad (3.45)$$

$$\gamma_i = E\left[\frac{(R_m - L)(R_i - L)}{|R_m - L|}\right] \quad (3.46)$$

Para obter a formulação final do OCAPM é preciso saber que $\frac{\Omega_m-1}{\Omega+1} = \frac{EC_m-ES_m}{EC_m+ES_m}$ e deve-se mostrar que $EC_m - ES_m = E[R_m] - L$. Para fins de generalização, seja X uma variável aleatória tal que $\alpha \leq X \leq b$ e $f(x)$ sua função de densidade de probabilidade, então:

$$EC_x = \int_L^b (x - L)f(x)dx \quad (3.47)$$

$$ES_x = \int_b^L (L - x)f(x)dx \quad (3.48)$$

$$\begin{aligned} EC_x - ES_x &= \int_L^b (x - L)f(x)dx - \int_b^L (L - x)f(x)dx \\ &= E[X] - L \int_L^b f(x)dx - \int_b^L f(x)dx \end{aligned}$$

$$= E[X] - L[F_x(b) - F_x(a)]$$

Note que $[F_x(b) - F_x(a)] = 1$, pois a expressão considera todo o domínio da distribuição de probabilidade de X , de forma que $F_x(b) = 1$ e $F_x(a) = 0$. Com isso, apresenta-se o resultado como:

$$EC_x - ES_x = E[X] - L \quad (3.49)$$

O próximo passo é realizar um tratamento algébrico em $EC_m + ES_m$, também para fins de generalização. Os cálculos abaixo são apresentados para uma variável aleatória X :

$$\begin{aligned} EC_x + ES_x &= E\left[\frac{X - L + |X - L|}{2}\right] + E\left[\frac{L - X + |L - X|}{2}\right] \\ &= \frac{E[X] - L + L - E[X] + 2E[|X - L|]}{2} \end{aligned}$$

$$EC_x + ES_x = E[|X - L|] \quad (3.50)$$

Substituindo as equações (3.49) (3.50) na equação (3.45), encontra-se a equação do OCAPM:

$$E[R_i] - L = \gamma \left[\frac{\Omega_1 - 1}{\Omega_m + 1} \right] = \gamma_i \left[\frac{EC_m - ES_m}{EC_m + ES_m} \right] = \gamma_i \left[\frac{E[R_m] - L}{E[|R_m - L|]} \right]$$

$$\frac{\gamma_i}{E[|R_m - L|]} (E[R_m] - L)$$

$$E[R_i] = L + \beta_i (E[R_m] - L) \quad (3.51)$$

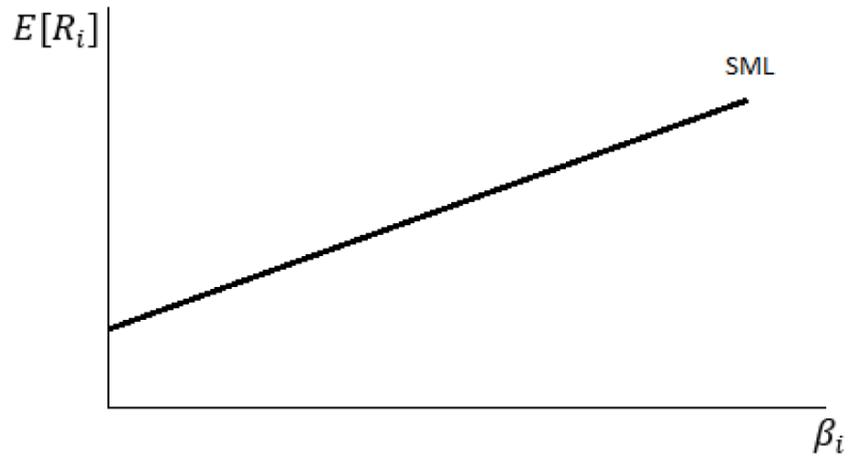
$$\beta_i = \frac{\gamma_i}{E[|R_m - L|]} = E \left[\frac{(R_m - L)(R_i - L)}{|R_m - L|} \right] \frac{1}{E[|R_m - L|]} \quad s.a \quad |R_m - L| \neq 0 \quad (3.52)$$

As equações acima representam as formulações finais dos retornos esperados e betas do modelo OCAPM, que tem interpretação bem semelhante ao CAPM tradicional. O termo $(E[R_i] - L)$ representa o preço único do risco, o mesmo do CAPM. A grande diferença entre os dois modelos está no termo β_i , que representa o risco do ativo i em relação ao mercado (risco sistêmico).

Apesar dos betas terem a mesma interpretação, e ambos possuírem beta para o mercado igual a um, suas formulações são diferentes. O beta do OCAPM é a razão de uma covariância com uma variância, mas indica movimentos comuns (co-movimentos) entre duas variáveis aleatórias (retornos de ativos e mercado). Apesar de diferente do original, as mesmas regras valem para os dois modelos: se o beta for maior que 1, é porque o ativo está auferindo retornos maiores que o mercado (quando o mercado está em alta); se o beta for positivo, porém menor que 1, é porque seu retorno é menor que o do mercado (mas positivo) e se o beta for negativo, significa que seus retornos variam no sentido oposto ao mercado.

A figura (6.3) mostra a SML Ômega. Ela tem a mesma forma da SML tradicional e a única diferença entre ambas está no fato do beta ser construído de forma diferente. Por conta disso, possui a mesma interpretação.

Figura 6 – Security Market Line Ômega



Fonte: Vasconcelos (2014)

4 Metodologia

4.1 Base de Dados

Para estudo da validade empírica dos modelos de apreçamento de ativos CAPM e OCAPM, foi utilizado, como banco de dados, o histórico de cotações de preços das ações componentes dos principais índices de mercado acionário brasileiro e americano.

A origem dos dados é o sistema Economática.¹ Por meio deste sistema, foram extraídas as cotações de preços das ações que compõem o Ibovespa e o Dow Jones Index, com início em 14/01/1999 e fim em 31/05/2016², totalizando 4372 observações para o mercado americano e 4190 para o mercado brasileiro.³

Os dois índices são compostos pelas empresas mais relevantes em cada mercado em termos de número de negócios e volume financeiro no mercado à vista.

Para uma análise mais específica, foi ainda realizado um corte temporal nos mercados brasileiro e americano, dividindo a série histórica em dois períodos: de 14/01/1999 até 02/01/2008 e de 03/01/2008 até 31/05/2016. O primeiro ocorre antes da crise de 2008, com os mercados mais estáveis, e o segundo a partir da crise de 2008. Esse corte foi realizado com o objetivo de capturar quais ações conseguiram performar, seguindo diferentes metodologias, tão bem ou melhor que ativos livres de risco em períodos de crise e fora deles.

A *proxy* para a taxa livre de risco associada ao índice Dow Jones foi o retorno dos *Treasury Bonds* com prazo de 10 anos. Os *T-Bond* são títulos da dívida pública americana. Já a *proxy* para a taxa livre de risco associada ao índice Ibovespa foi a taxa de juros básica brasileira, a Selic, que corresponde à taxa média ajustada dos financiamentos diários apurados no Sistema Especial de Liquidação e de Custódia para títulos federais brasileiros.

¹ Economática é uma empresa de consultoria que comercializa serviços e software específico para gerenciamento de banco de dados de indicadores econômico-financeiros, títulos públicos e privados e ações negociadas no Brasil e em diversos países. As informações contidas neste banco de dados são coletadas pela própria Economática.

² A justificativa para o período de análise se iniciar em janeiro de 1999 é devido às diversas crises internacionais ocorridas na segunda metade da década de 1990, que tornaram o mercado muito volátil.

³ A diferença entre o número de observações entre Estados Unidos e Brasil é devida ao número de dias de funcionamento do mercado acionário durante o ano.

O histórico dos valores dessas taxas também foi extraído do sistema Economática. Esses dados correspondem a uma capitalização diária da taxa anualizada com 252 dias úteis ao ano.

4.2 Otimização de Carteira

A partir do histórico de preços das ações que compõem os índices de referência dos mercados brasileiro e americano, IBovespa e Dow Jones, foram calculados os retornos diários para cada ativo i :

$$R_{i,t} = \ln\left(\frac{P_{i,t}}{P_{i,t-1}}\right) \quad (4.1)$$

sendo $R_{i,t}$ o retorno do ativo i no período t ; $P_{i,t}$ o preço de fechamento diário do ativo i no período t e $P_{i,t-1}$ o preço de fechamento diário do ativo i no período $t - 1$.

O método de otimização de portfólios realizado para os dois modelos (CAPM e OCAPM) foi o de Gradiente Reduzido Generalizado não-linear com restrições lineares, desenvolvido por Carpentier e Abadie (1969). A partir disso, considera-se o problema geral de programação não-linear escrito sob a seguinte forma:

$$\max f(x) \quad s.a. \quad g(x) = 0 \quad a \leq x \leq b \quad (4.2)$$

Definidos $x, a, b \in R^n$, $f : R^n \rightarrow R$, $g : R^n \rightarrow R^m$ e $P = \{x \mid a \leq x \leq b\} \subset R^n$

Segundo Sacoman (2012), esta formulação é geral e pode representar os problemas de programação não linear. Isto é possível porque as restrições de desigualdade podem ser transformadas em restrições de igualdade pela introdução de variáveis de folga. Além disto, em problemas de minimização basta que se utilize $\min\{f(x)\} = -\max\{-f(x)\}$

Com base nessa metodologia, foi realizada a maximização do Índice de Sharpe para encontrar a carteira teórica do CAPM⁴:

$$\max SR_p = \frac{E[R_p - RF]}{\sigma_p} \quad s.a. \quad \sum_{i=1}^N W_i = 1 : \quad 0 \leq W_i \leq 1 \quad (4.3)$$

⁴ Com base na metodologia de Markowitz (1952), o conjunto de pesos das carteiras apresenta solução fechada.

Sendo SR_p o índice de Sharpe do portfólio ótimo de mercado; R_p o retorno do portfólio ótimo; RF o retorno da taxa livre de risco; σ o desvio padrão do portfólio ótimo e W_i é o peso ótimo destinado a cada ativo i .

O procedimento de otimização de carteira de acordo com a medida Omega, realizado para encontrar a carteira teórica do OCAPM, seguiu a mesma metodologia do GRG, com restrições semelhantes ao CAPM, porém com uma função objetivo diferente:

$$\max \Omega_p = \frac{\sum_{i=1}^N E[\max(x_i - L; 0)]}{\sum_{i=1}^N E[\max(L - x_i; 0)]} \quad s.a. \quad \sum_{i=1}^N W_i = 1 : \quad 0 \leq W_i \leq 1 \quad (4.4)$$

Em que Ω_p é a medida Omega do mercado, L é o custo de oportunidade, representado pela taxa livre de risco (R_f) e x_i é o retorno do ativo i .

4.3 Gibbons, Ross e Shanken test (GRS)

Para examinar a eficiência das carteiras otimizadas pelos modelos CAPM e pelo OCAPM, além da aderência dos retornos dos ativos aos retornos previstos pelos dois modelos, foi utilizado o teste de Gibbons, Ross e Shanken (1989). O ponto de partida do teste GRS é a adequação da formula básica do CAPM para uma regressão linear simples. A formulação de equilíbrio do CAPM é dada por:

$$E_t[R_{i,t+1}] = R_F + \beta_{i,t} E_t[(R_{M,t+1}) - (R_F)] \quad (4.5)$$

sendo $E_t[R_{i,t+1}]$ o retorno esperado do ativo i ; $\beta = \frac{Cov_t(R_{i,t+1}, R_{M,t+1})}{\sigma^2(R_{p,t+1})}$ o beta de mercado do ativo i ; R_F o retorno esperado dos ativos que apresentam betas de mercado iguais a zero, isto é, não estão correlacionados com o retorno de mercado; $E_t[(R_{M,t+1}) - (R_F)]$ o prêmio pelo risco.

Ou seja, é possível assumir que:

$$E_t[R_{i,t+1}] - R_F = \beta_{i,t} E_t[(R_{M,t+1}) - (R_F)] \quad (4.6)$$

em que $R_{i,t+1} - R_F$ é o excesso de retorno do ativo i ; e $(R_{M,t+1}) - (R_F)$ é o excesso de retorno da carteira de mercado. Para facilitar a apresentação, $R_{i,t+1}^e$ será chamado de excesso de retorno do ativo i e $R_{p,t+1}^e$ de excesso de retorno da carteira de mercado.

Assim,

$$E_t[R_{i,t+1}^e] = \beta_{i,t} E_t[(R_{p_{t+1}}^e)] \quad (4.7)$$

Assume-se as expectativas como homogêneas (com médias, variâncias e covariâncias dos ativos iguais entre investidores) e que não exista fricção no mercado (custos de transação em geral). Também assumem-se os β 's como constantes ao longo do tempo. Adicionalmente, se a expectativa do excesso de retorno do portfólio de mercado for constante, tem-se $\beta_{i,t} = \beta_i = \frac{Cov(R_{i,t+1}^e, R_{p,t+1}^e)}{\sigma^2(R_{M,t+1})}$

Para expectativas incondicionais tem-se:

$$E[R_{i,t+1}^e] = \beta_i E[(R_{p_{t+1}}^e)] \quad (4.8)$$

Assim, observa-se um modelo cross-sectional testável para as médias de retornos dos ativos (portfólios). Denota-se o fator $F_{t+1} \equiv R_{p_{t+1}}^e$. Pode-se reescrever:

$$R_{i,t+1}^e = \alpha_i + \beta_i F_{t+1} + \varepsilon_{i,t+1} \quad (4.9)$$

Neste trabalho, F 's serão usados para as carteiras de mercado otimizadas seguindo a metodologia do CAPM e OCAPM conforme a seção anterior. Para cada ativo i serão estimados os α_i 's e β_i 's assumindo que $\varepsilon_{i,t+1} \sim N(0, \Sigma_i^2)$. Seguindo Roll (1976), o objetivo é verificar qual carteira de mercado e modelo gera os menores alfas (a mais eficiente deve gerar menores alfas).

Para realizar o teste de eficiência GRS univariado para cada ativo i , assume-se $\alpha_i = 0$ na equação (5.9). Em outras palavras, está-se testando se os erros nos preços são simplesmente um produto de variação de amostra ou se, de fato, resultados de um modelo mal especificado.

$$Est.Var(\hat{\alpha}_{iT}) = \frac{\hat{s}_{iT}^2}{TVar_T(F_t)} \bar{F}^2 = \left(1 + \frac{\bar{F}^2 - Var_T(F_t)}{Var_T(F_t)}\right) \frac{\hat{s}_{iT}^2}{T} = \left(1 + \frac{\bar{F}^2}{Var_T(F_t)}\right) \frac{\hat{s}_{iT}^2}{T} \quad (4.10)$$

sendo $Est.Var$ a variância estimada, $\hat{\alpha}$ a estimativa da média da amostra dos resíduos; $\frac{\hat{s}_{iT}^2}{T}$ a variância da média da amostra.

A partir de um teste de significância, tem-se como hipótese nula $\alpha_i=0$:

$$\frac{\hat{\alpha}_{iT}^2}{Est.Var(\hat{\alpha}_{iT})} \sim F(1, T - 2) \quad (4.11)$$

$$\frac{T \hat{\alpha}_{iT}^2}{(1 + \frac{\bar{F}_i^2}{Var_T(F_i)})} \sim F(1, T - 2) \quad (4.12)$$

O fator $\frac{\bar{F}_i^2}{Var_T(F_i)}$ representa o excesso de retorno do portfólio. Então, $\hat{\theta}_p = \frac{\bar{F}^2}{Var_T(F_i)}$ é o índice de Sharpe desse portfólio. Pode ser reescrito como:

$$\frac{T}{1 + \hat{\theta}_p^2} \frac{\hat{\alpha}_{iT}^2}{\hat{s}_{iT}^2} \sim F(1, T - 2) \quad (4.13)$$

Se a volatilidade dos resíduos for conhecida, a distribuição segue um qui-quadrado:

$$\frac{T}{1 + \hat{\theta}_p^2} \frac{\hat{\alpha}_{iT}^2}{\hat{\sigma}_\varepsilon^2} \sim \chi^2(1) \quad (4.14)$$

Assim, quanto maior o índice de Sharpe da carteira de mercado (que, sob a hipótese nula tem média-variância eficiente, isto é, é a carteira de índice de Sharpe máxima), mais difícil será rejeitar a hipótese nula de erros de preço iguais a zero.

O resultado do teste será uma estatística GRS para cada ativo. Se o objetivo for um teste conjunto dos ativos, será necessário realizar um teste GRS multivariado.

No teste multivariado, os valores de cada alfa dos ativos terão menor relevância na estatística. É necessário observar a covariância das estimativas dos alfas quando realiza-se um teste conjunto do modelo.

Executando N regressões para cada ativo i , geram-se os vetores de resíduos da amostra de ativos ε_{iT} e, assim, é possível calcular a matriz de covariância desses resíduos $\hat{\Sigma}$.⁵ Então, a matriz de covariância dos α 's é $\frac{\hat{\Sigma}}{T}$. Assim, o teste GRS Multivariado será:

$$\frac{T}{1 + \hat{\theta}_p^2} \hat{\alpha}'_T \Sigma^{-1} \hat{\alpha}_T \sim \chi^2(N) \quad (4.15)$$

⁵ Os erros são assumidos como sendo normalmente distribuídos para cada período com média zero e matriz de covariância Σ não singular, condicionada aos retornos excedentes para o portfólio p . Ainda, assumem-se os erros como independentes ao longo do tempo. A fim de que Σ seja não-singular e \tilde{r}_{pt} linearmente independente.

Gibbons, Ross, e Shanken (1989) mostraram que, quando se estima a matriz de covariância, o teste conjunto com alfas nulos é dado por:

$$\frac{T - N - 1}{N} \frac{1}{1 + \hat{\theta}_p^2} \hat{\alpha}'_T \Sigma^{-1} \hat{\alpha}_T \sim F(N, T - N - 1) \quad (4.16)$$

O elemento $\hat{\Sigma}$ é a matriz de covariância dos resíduos estimada sem ajustes para os graus de liberdade. Realizar a estimação da matriz de covariância é dificultado quando existem muitos ativos N em relação ao número de observações T . O ruído introduzido na estimação de $\hat{\Sigma}$ torna mais difícil a rejeição do modelo, uma vez que os resíduos são estimados por minimização de variância. Dentro da amostra, a correlação espúria torna-se, em média, bem reduzida e é por isso que o ajuste da amostra acontece. Quando $T \rightarrow \infty$, a estatística converge para uma qui-quadrado, indicada para o caso em que a matriz de covariância é conhecida.

4.4 Teste de Diebold-Mariano

O teste de Diebold-Mariano (Diebold e Mariano, 1995; Diebold 2013) compara previsões geradas por diferentes modelos, testando se essas previsões fora da amostra são estatisticamente iguais. Esse teste será usado para comparar o poder preditivo dos modelos CAPM e Omega. A intuição do teste está abaixo explicada.

Considerando dois modelos de series temporais disponíveis para previsão de uma determinada variável de interesse:

- Valores reais: $\{y_t = 1, \dots, T\}$
- Dois modelos de previsão: $\{\hat{y}_{1t} = 1, \dots, T\}; \{\hat{y}_{2t} = 1, \dots, T\}$

Para cada período t e para um modelo i , seja uma função de perda $g(y_t, \hat{y}_{it})$, que, em geral, está associada diretamente ao erro de previsão, ou seja:

$$g(y_t, \hat{y}_{it}) = g(e_{it}) \quad (4.17)$$

$$e_{it} = \hat{y}_{it} - y_t, \quad i = 1, 2 \quad (4.18)$$

A função de perda $g(\cdot)$ está sujeita as seguintes condições:

- Retorna o valor zero quando não existe erro de previsão.
- Sempre é não-negativa.
- Cresce quando os erros aumentam em magnitude.

A hipótese nula do método proposto por Diebold e Mariano é:

$$H_0 : E[g(\varepsilon_{1t})] = E[g(\varepsilon_{2t})] \quad (4.19)$$

Ou seja, a hipótese nula é considerar que a função de perda dos dois modelos gera previsões \hat{y}_{1t} e \hat{y}_{2t} estatisticamente iguais.

Definida a diferença estimada entre os dois modelos de previsão:

$$d_t = g(\varepsilon_{1t}) - g(\varepsilon_{2t}) \quad (4.20)$$

os dois modelos terão mesmo poder de previsão se a diferença entre os erros for igual a 0 para todo t .

A hipótese nula é reescrita como:

$$H_0 : E[d_t] = 0 \quad \forall t \quad (4.21)$$

As hipóteses alternativas são dadas por duas situações:

$$H_1 : E[d_t] > 0$$

em que o modelo 2 possui melhor poder preditivo que o modelo 1.

$$H_1 : E[d_t] < 0$$

em que o modelo 1 possui melhor poder preditivo que o modelo 2.

A partir das formulações dos modelos CAPM e OCAPM, foram estimados os retornos de cada ativo que compõe os índices Dow Jones e Ibovespa. Isso foi realizado para três horizontes temporais distintos (1, 3 e 5 meses) e comparados com o retorno real do ativo no período, de modo a avaliar qual modelo gerou menores erros quadráticos médios.

5 Resultados

A partir das séries de retornos das ações que compõem os índices Dow Jones e Ibovespa no período de 14/01/1999 a 31/05/2016, foi realizada a otimização via Gradiente Reduzido Generalizado baseada na metodologia de cada modelo: CAPM e OCAPM. E, assim, encontradas as carteiras ótimas de mercado americana e brasileira, ou seja, aquelas no ponto em que as CML's tenham a maior inclinação possível (maior índice de Sharpe para o CAPM e maior medida Ômega, para o OCAPM).

Na tabela 1, observa-se que a carteira otimizada pela abordagem OCAPM gerou índices de Sharpe mais altos, tanto para o Dow Jones (0.046227 contra 0.045884) como para o Ibovespa (0.031114 contra 0.029195), quando comparada à carteira otimizada pelo CAPM.¹

Tabela 1 – Razão de Sharpe e Teste de Wald

Estatística	DOW JONES		IBOVESPA	
	CAPM	OCAPM	CAPM	OCAPM
Razão de Sharpe	0.045884	0.046227	0.029195	0.031114
Teste de Wald	-0.00006		-0.00023	

Fonte: Elaboração Própria

As tabelas 2 e 3 apresentam os betas estimados pelos modelos CAPM e OCAPM para o período completo (de janeiro de 1999 até maio de 2016). O estimador do CAPM é calculado a partir da razão da covariância do retorno do ativo com a carteira de mercado pela variância do mercado: $\hat{\beta}_i = \left[\frac{1}{t} \sum_{t=1}^T (R_{it} - \mu_i)(R_{mt} - \mu_m) \right] \left[\frac{1}{t} \sum_{t=1}^T (R_{mt} - \mu_m)^2 \right]^{-1}$. Já o estimador do OCAPM é calculado da seguinte forma: $\hat{\beta}_i^\Omega = E \left[\frac{(R_m - L)(R_i - L)}{|R_m - L|} \right] \left[\frac{1}{E[|m - L|]} \right]$.

A tabela 2 apresenta os betas dos ativos que compõem o Ibovespa. É possível ver um ordenamento que, em geral, se manteve quando foram estimadas as carteiras pelo CAPM e OCAPM, ou seja, as mesmas ações tiveram betas mais altos tanto para um modelo quanto para o outro, sendo evidenciado uma forte correlação entre os betas das ações (0.87)(Vide Anexo A). Apesar de apresentarem uma média de betas mais baixa

¹ A tabela 1 apresenta o resultado do teste de eficiência de Wald, que mede a distância de uma carteira escolhida qualquer em relação a uma outra eficiente em termos de média e variância. Observa-se que a carteira otimizada pelo OCAPM está próxima da Fronteira Eficiente da carteira otimizada pelo índice de Sharpe e assim é possível afirmar que é eficiente em termos de média e variância.

(0.821 contra 0.976), os betas do OCAPM tiveram uma variabilidade menor (0.044 contra 0.023).

Tabela 2 – Betas CAPM e OCAPM do Ibovespa para o período 1999-2016

ATIVOS	BETA CAPM	BETA OCAPM	ATIVOS	BETA CAPM	BETA OCAPM
BVMF3	1.4193	1.0627	JBSS3	1.2462	0.9859
ABEV3	1.2176	1.0885	KLBN11	0.6637	0.6530
BBSE3	0.9382	0.8967	KROT3	0.8068	0.7312
BRML3	1.3104	0.9902	RENT3	1.2016	0.9081
BBDC3	0.9831	0.8845	LAME4	1.0567	1.0655
BBDC4	1.0313	0.9141	LREN3	1.2511	1.0129
BRAP4	1.0815	0.9337	MRFG3	1.1048	0.8626
BBAS3	1.0462	0.8944	MRVE3	1.5426	1.0847
BRKM3	1.0620	0.6839	MULT3	1.0976	0.8158
BRFS3	0.9736	0.7458	NATU3	0.8458	0.7077
CCRO3	1.1016	0.8008	PCAR4	0.8228	0.7042
CMIG4	0.8926	0.7909	PETR3	0.9885	0.8558
CESP6	1.1326	0.7874	PETR4	0.9923	0.8431
CTIP3	0.6239	0.5957	QUAL3	0.6956	0.6317
CIEL3	0.6023	0.5975	RADL3	0.9749	0.7101
CPLE6	0.9164	0.8119	RUMO3	1.3719	1.3069
CSAN3	1.1941	0.9243	SBSP3	0.9087	0.8152
CPFE3	0.9158	0.7224	SANB11	0.7293	0.7641
CYRE3	1.3754	1.0468	CSNA3	1.0625	0.9255
ECOR3	0.7202	0.6734	SMLE3	0.6546	0.6055
EMBR3	0.6993	0.5852	SUZB5	0.8860	0.8394
ENBR3	0.9189	0.7055	VIVT4	0.7142	0.6561
EQTL3	0.8183	0.6383	TIMP3	0.9017	0.8048
ESTC3	0.9914	0.7185	TBLE3	0.7091	0.6200
FIBR3	0.6212	0.6612	UGPA3	0.6763	0.6698
GGBR4	1.0491	0.8817	USIM5	1.1223	0.9784
GOAU4	1.0393	0.8747	VALE3	0.9220	0.8033
HYPE3	1.0754	0.8681	VALE5	0.8934	0.7835
ITSA4	1.0141	0.8985	WEGE3	0.9666	0.7328
ITUB4	1.0272	0.8997			

Fonte: Elaboração Própria

Já a tabela 3 mostra os betas estimados para o Dow Jones pelos dois modelos também para o período completo. As séries de betas seguiram as mesmas características de ordenamento que as do Ibovespa, porém com uma correlação ainda mais forte entre betas (0.978)(Vide Anexo A). Para esta amostra, observa-se que o OCAPM teve média de betas mais altos (0.7955 contra 0.7793) e menores variâncias (0.078 contra 0.084) em relação ao CAPM. Vasconcelos (2014) também encontrou essas mesmas características de betas do CAPM e do OCAPM em seu trabalho.

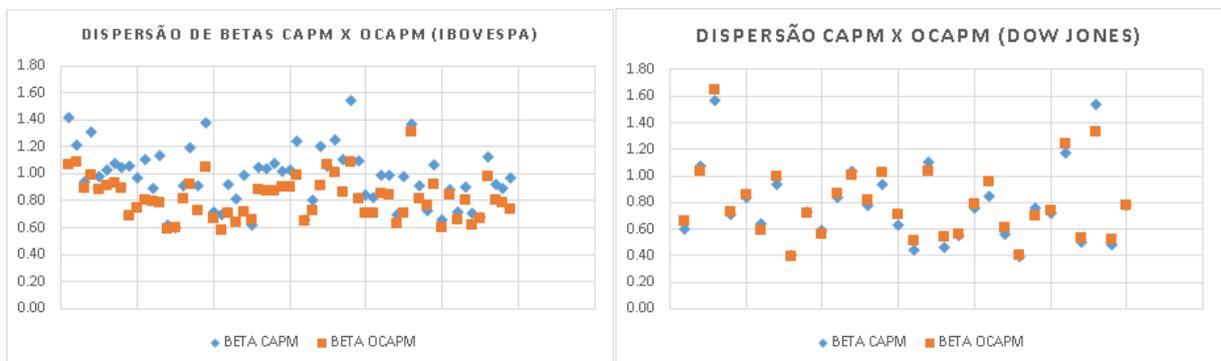
Tabela 3 – Betas CAPM e OCAPM do Dow Jones para o período 1999-2016

ATIVOS	BETA CAPM	BETA OCAPM	ATIVOS	BETA CAPM	BETA OCAPM
MMM	0.6003	0.6588	JNJ	0.4458	0.5098
AXP	1.0710	1.0345	JPM	1.1021	1.0342
AAPL	1.5698	1.6484	MCD	0.4660	0.5403
BA	0.7126	0.7316	MRK	0.5511	0.5577
CAT	0.8414	0.8593	MSFT	0.7569	0.7901
CVX	0.6367	0.5920	NKE	0.8429	0.9539
CSCO	0.9390	0.9987	PFE	0.5621	0.6058
KO	0.4064	0.3980	PG	0.3974	0.4025
DD	0.7273	0.7227	TRV	0.7600	0.6986
XOM	0.5925	0.5592	UTX	0.7200	0.7411
GE	0.8413	0.8663	UNH	1.1686	1.2429
GS	1.0325	1.0073	VZ	0.4984	0.5311
HD	0.7753	0.8204	V	1.5383	1.3325
INTC	0.9310	1.0259	WMT	0.4794	0.5198
IBM	0.6348	0.7051	DIS	0.7790	0.7753

Fonte: Elaboração Própria

Comparando os dois mercados, observa-se que os ativos brasileiros geraram, em média, betas mais altos e mais próximos de 1 (um), ou seja, tendem a acompanhar o risco da carteira de mercado estimada de maneira mais próxima. Porém, apresentaram uma maior dispersão entre si, como pode ser visto na Figura 7. Isso ocorre por conta da maior volatilidade das ações brasileiras quando comparadas às americanas. Como a variância é um momento da distribuição que provoca mais divergência entre as estimações dos betas do CAPM e OCAPM, observa-se maior dispersão no Ibovespa.

Figura 7 – Dispersão de Betas CAPM x OCAPM



A tabelas 4 e 5 apresentam os retornos médios diários estimados a partir das formulações (3.18)(CAPM) e (3.51) (OCAPM) para todo o período. É possível notar que, em média, maiores betas geraram maiores retornos, como predizem as teorias dos CAPM e OCAPM. Observa-se uma alta correlação, próxima de 1, entre os betas e os retornos esperados para os dois modelos (Vide Anexo A).

Tabela 4 – Retornos médios diários CAPM e OCAPM para o Dow Jones para o período 1999-2016

ATIVOS	Ri CAPM	Ri OCAPM	ATIVOS	Ri CAPM	Ri OCAPM
MMM	0.000438	0.000458	JNJ	0.0003626	0.0003872
AXP	0.000666	0.000635	JPM	0.0006808	0.0006349
AAPL	0.000908	0.000925	MCD	0.0003724	0.0004016
BA	0.000492	0.000492	MRK	0.0004136	0.0004098
CAT	0.000554	0.000552	MSFT	0.0005134	0.0005196
CVX	0.000455	0.000426	NKE	0.0005551	0.0005969
CSCO	0.000602	0.000618	PFE	0.0004190	0.0004325
KO	0.000343	0.000334	PG	0.0003391	0.0003365
DD	0.000499	0.000488	TRV	0.0005149	0.0004764
XOM	0.000434	0.000411	UTX	0.0004955	0.0004964
GE	0.000554	0.000556	UNH	0.0007130	0.0007334
GS	0.000647	0.000622	VZ	0.0003881	0.0003972
HD	0.000522	0.000534	V	0.0008923	0.0007757
INTC	0.000598	0.000631	WMT	0.0003788	0.0003919
IBM	0.000454	0.000479	DIS	0.0005241	0.0005126

Fonte: Elaboração Própria

A tabela 6 apresenta os Índices de Sharpe para dois períodos distintos: de janeiro de 1999 até 2008 (pré-crise) e de janeiro de 2008 até maio de 2016 (pós-crise).

Com procedimento de otimização análogo ao do período completo, o período 1 apresentou Índices de Sharpe maiores que no período 2, conforme esperado, pois a economia mundial estava aquecida. Comparando os dois mercados, observa-se que, para o segundo período², a carteira otimizada americana gerou Índices de Sharpe mais altos, evidenciando uma carteira de melhor performance e menor variância quando comparada à carteira otimizada brasileira. As ações americanas tiveram uma melhor recuperação após a crise de 2008 (Vide Anexo A), quando comparadas às brasileiras. Por conta disso, ocorreu uma diferença significativa nos Índices de Sharpe no período 2.

² A ação RAD3 foi excluído da análise para o período 2 do Ibovespa, pois estava apresentando desempenho muito acima das demais, com isso toda a renda estava sendo alocada nessa ação durante a otimização. Se for considerada somente esta ação, será gerado um Índice de Sharpe de 0.0183

Tabela 5 – Retornos médios diários CAPM e OCAPM para o Ibovespa para o período 1999-2016

ATIVOS	Ri CAPM	Ri OCAPM	ATIVOS	Ri CAPM	Ri OCAPM
BVMF3	0.0012700	0.0011960	JBSS3	0.0011788	0.0011473
ABEV3	0.0011637	0.0012124	KLBN11	0.0008719	0.0009362
BBSE3	0.0010165	0.0010907	KROT3	0.0009473	0.0009858
BRML3	0.0012126	0.0011500	RENT3	0.0011553	0.0010980
BBDC3	0.0010402	0.0010830	LAME4	0.0010790	0.0011978
BBDC4	0.0010656	0.0011018	LREN3	0.0011814	0.0011645
BRAP4	0.0010920	0.0011142	MRFG3	0.0011043	0.0010691
BBAS3	0.0010734	0.0010893	MRVE3	0.0013350	0.0012100
BRKM3	0.0010818	0.0009558	MULT3	0.0011005	0.0010395
BRFS3	0.0010352	0.0009951	NATU3	0.0009678	0.0009709
CCRO3	0.0011026	0.0010300	PCAR4	0.0009557	0.0009687
CMIG4	0.0009925	0.0010237	PETR3	0.0010430	0.0010648
CESP6	0.0011190	0.0010214	PETR4	0.0010450	0.0010568
CTIP3	0.0008509	0.0008999	QUAL3	0.0008887	0.0009227
CIEL3	0.0008396	0.0009011	RADL3	0.0010359	0.0009725
CPLE6	0.0010050	0.0010370	RUMO3	0.0012451	0.0013509
CSAN3	0.0011514	0.0011082	SBSP3	0.0010010	0.0010391
CPFE3	0.0010047	0.0009802	SANB11	0.0009064	0.0010067
CYRE3	0.0012469	0.0011859	CSNA3	0.0010820	0.0011090
ECOR3	0.0009017	0.0009491	SMLE3	0.0008671	0.0009061
EMBR3	0.0008906	0.0008933	SUZB5	0.0009890	0.0010544
ENBR3	0.0010064	0.0009695	VIVT4	0.0008985	0.0009382
EQTL3	0.0009534	0.0009269	TIMP3	0.0009973	0.0010325
ESTC3	0.0010445	0.0009778	TBLE3	0.0008958	0.0009153
FIBR3	0.0008495	0.0009414	UGPA3	0.0008785	0.0009469
GGBR4	0.0010750	0.0010812	USIM5	0.0011135	0.0011426
GOAU4	0.0010698	0.0010768	VALE3	0.0010080	0.0010316
HYPE3	0.0010888	0.0010726	VALE5	0.0009929	0.0010190
ITSA4	0.0010565	0.0010919	WEGE3	0.0010315	0.0009868
ITUB4	0.0010634	0.0010927			

Fonte: Elaboração Própria

Já para o período 1, observa-se que a carteira otimizada americana gerou Índices de Sharpe mais altos que a carteira brasileira seguindo a metodologia do CAPM. Já para as carteiras otimizadas pelo OCAPM, ocorreu o oposto, sendo a carteira do Ibovespa a de melhor performance. Importante ressaltar que a estimação do retorno esperado do CAPM é mais sensível a uma taxa livre de risco mais alta. Por conta disso, observa-se uma diferença tão grande nos Índices de Sharpe dos modelos para o período de 1999 até 2008 ³ no Ibovespa. Para cálculo desse índice foi utilizada a Selic, como taxa livre de risco,

³ O governo brasileiro praticou uma alta taxa de juros básica da economia nesse período para

que foi muito alta durante todo o período 1.

Tabela 6 – Índice de Sharpe para os períodos de 1999-2008 e 2008-2016

Índice de Sharpe	DOW JONES		IBOVESPA	
	CAPM	OCAPM	CAPM	OCAPM
1999 - 2008	0.054345	0.054090	0.024054	0.080477
2008 - 2016	0.045100	0.045036	0.000514	0.000533

Fonte: Elaboração Própria

Os maiores betas por período estão expostos na tabela 11 disponível no anexo A. Como ocorreu para o período completo, foi verificado que, para os dois modelos, em geral, maiores betas significam maiores retornos. Observa-se que, para o Ibovespa, os betas do período de 2008-2016 foram bem menores do que os betas do período 1. Já para o Dow Jones, os betas de um período para o outro não sofreram tanta mudança devido à rápida recuperação da economia americana no pós-crise.

Nota-se ainda que houve uma mudança das ações com maiores betas para diferentes períodos. Observa-se ainda uma alta correlação entre os betas dos modelos, como já verificado anteriormente, todavia essa correlação é um pouco mais baixa quando comparada à do período cheio.

Alguns trabalhos na literatura evidenciaram que os betas do CAPM possuíam pouco poder de explicação sobre os retornos esperados, como os de Fama e French (1992a). O oposto do que acontece no resultado deste trabalho, onde ocorre um relação linear dos betas tanto do CAPM como do OCAPM para todos os ativos nos períodos completo e com corte, principalmente no período de crise, em que existiu uma flutuação maior nos retornos. Outros trabalhos também chegaram a esta constatação, como os de Jensen Black e Scholes (1972) e Fama e Macbeth(1973), que evidenciaram uma relação linear dos betas com o retorno, porém mais fraca do que o resultado deste trabalho. Atribui-se essa diferença ao fato deste trabalho, diferentemente dos anteriores, usar uma carteira de mercado de fato otimizada, ao invés de carteiras de mercado igualmente ponderadas ou ponderadas por valor de mercado dos ativos.

Vasconcelos (2014) também observou uma relação linear entre os dois betas e ainda um alto grau de explicação dos betas para os retornos esperados tanto pelo CAPM quando pelo OCAPM, com uma relativa dominância do segundo em relação ao primeiro.

construção de credibilidade e para conter choques do apagão da Argentina e o Efeito Lula

Para dar mais robustez e confiabilidade a essa conclusão, foi realizado o Gibbons, Ross e Shanken (GRS) *test*, que mensura o grau de significância dos betas dos diferentes ativos, além de checar a eficiência da carteira de mercado escolhida.

As tabelas 12 e 13 expostas no Anexo B apresentam as estatísticas GRS univariada para o período completo. De modo geral, os ativos que compõem os dois índices ficaram dentro da área de não rejeição do teste GRS.

Observa-se na tabela 12 que não houve rejeição da hipótese nula para nenhum ativo do índice Dow Jones. Na tabela 13, seis ativos que compõem o índice Ibovespa rejeitaram a hipótese nula de linearidade-eficiência, sendo esses BRAP4, ECOR3, FIBR3, MRFG3, RUMO3 e SANB11. Ao não rejeitar a hipótese nula, é possível afirmar que, na estimação dos retornos esperados pelos dois modelos, os alfas (parcela não explicada pelo modelo para o retorno) e os resíduos não foram suficientemente grandes. Por conta disso, sugere-se um alto grau de explicação dos betas para os retornos estimados.

O teste GRS univariado verifica os ativos individualmente. Para avaliar carteiras otimizadas, é preciso realizar o teste GRS conjunto ou multivariado. O resultado é apresentado na tabela 7, onde é possível observar que as duas carteiras otimizadas pelo CAPM e OCAPM não rejeitaram a hipótese nula de eficiência. Outro ponto a ser destacado é que as carteiras do Dow Jones geraram uma estatística GRS mais baixa quando comparada ao Ibovespa. Quanto mais próximo de zero é o resultado do GRS, mais próximo da Fronteira de Eficiência em termos de média e variância está a carteira.

Tabela 7 – Estatística GRS Multivariada para Ibovespa e Dow Jones

Estatística	DOW JONES		IBOVESPA	
	CAPM	OCAPM	CAPM	OCAPM
GRS Multivariada	0.44407100	0.65138965	2.90042205	2.70649737

Fonte: Elaboração Própria

Nakamura (2000) realizou o teste GRS para o índice BOVESPA e concluiu que, apesar de existir carteiras melhores em termos de média e variância, como ambas as carteiras otimizadas pelos modelos neste trabalho, não foi possível rejeitar a hipótese nula de eficiência do índice. Já para um período mais recente, Hagler e Brito (2007) evidenciaram que as carteiras compostas pelo IBOVESPA, IBX50 e FGV100 rejeitaram a hipótese nula, ou seja, essas carteiras se mostram não eficientes em média e variância.

As tabelas 8 e 9 apresentam o resultado do teste de previsão Diebold-Mariano (DM) para os ativos que compõem os índices Dow Jones e Ibovespa para 1, 3 e 5 meses. O objetivo deste teste é avaliar qual dos modelos apresentou melhor poder preditivo em diferentes horizontes de tempo. Este teste é bilateral, com hipótese nula dos dois modelos possuírem a mesma capacidade de previsão. Importante ressaltar que qualquer choque macroeconômico ocorrido nesses intervalos de tempo será absorvido pelos preços dos ativos, não sendo necessários controles na estimação dos retornos.

Observa-se, na tabela 8, o resultados do p-valor para o teste DM para os 3 períodos para o Dow Jones. Com grau de significância de 5 por cento, para 1 mês, quase todos os ativos não rejeitaram a hipótese nula, com exceção de HD, INTC, MCD, UNH, WMT. Demonstrando que os modelos CAPM e OCAPM tiveram a mesma capacidade de previsão. Para os horizontes de 3 e 5 meses, o número de ativos que rejeitaram a hipótese nula aumenta, demonstrando que um modelo começa a ter maior percentual de acurácia que o outro. Para fazer a análise de qual modelo se saiu melhor, observa-se a tabela 13, em que o erro quadrático médio apresentou uma tendência de aumento à medida que o horizonte temporal aumenta. Comparando os dois modelos, observa-se que o OCAPM teve menor erro de previsão em todos os 3 períodos analisados.

Tabela 8 – Teste Diebold-Mariano Dow Jones

ATIVO	DM P-VALOR			ATIVO	DM P-VALOR		
	1 MÊS	3 MESES	5 MESES		1 MÊS	3 MESES	5 MESES
AXP	0.1791	0.0161	0.0005	JPM	0.2338	0.1689	0.0349
AAPL	0.1792	0.0237	0.2614	MCD	0.0127	0.0000	0.0146
BA	0.5353	0.0014	0.0531	MMM	0.3333	0.0889	0.0034
CAT	0.8221	0.0038	0.0187	MRK	0.2938	0.8506	0.9423
CVX	0.5792	0.0001	0.2265	MSFT	0.2494	0.2793	0.0001
CSCO	0.1664	0.9277	0.1356	NKE	0.3207	0.1646	0.2574
KO	0.2902	0.6330	0.0017	PFE	0.3025	0.6892	0.2148
DD	0.4150	0.2162	0.0622	PG	0.8475	0.4500	0.2474
XOM	0.5961	0.0081	0.1092	TRV	0.1081	0.1202	0.0000
GE	0.3845	0.8341	0.0056	UTX	0.2933	0.2924	0.0137
GS	0.0445	0.3799	0.0074	UNH	0.0001	0.0000	0.1977
HD	0.0072	0.0153	0.0000	VZ	0.9366	0.9495	0.0114
INTC	0.0069	0.4933	0.0009	V	0.0519	0.0811	0.0002
IBM	0.6014	0.0310	0.0005	WMT	0.0001	0.0204	0.3363
JNJ	0.1761	0.0000	0.1057	DIS	0.5138	0.7504	0.0097

Fonte: Elaboração Própria

Já a tabela 9 apresenta resultados do teste DM para o Ibovespa. Diferentemente do

Dow Jones, a maioria dos ativos rejeitou a hipótese nula, ou seja, um modelo se mostrou melhor que outro, gerando menores erros de previsão. A proporção de ativos que rejeitaram a hipótese nula se manteve razoavelmente constante à medida que o horizonte temporal se alongava. Observando a tabela 10, é possível observar que não ocorre uma tendência de aumento do erro de previsão à medida que o horizonte temporal aumentava. Segundo Arruda (2011), isto pode ocorrer devido à existência de ciclos particulares da economia, dificultando a estimação dos valores da previsão. Para o Ibovespa, o modelo OCAPM também gerou menores erros de previsão para todos os períodos.

Tabela 9 – Teste Diebold-Mariano Ibovespa

ATIVO	DM P-VALOR			ATIVO	DM P-VALOR		
	1 MÊS	3 MESES	5 MESES		1 MÊS	3 MESES	5 MESES
BVMF3	0.0047	0.0001	0.0024	JBSS3	0.0010	0.0094	0.0281
ABEV3	0.2907	0.0028	0.2958	KLBN11	0.0396	0.0140	0.5896
BBSE3	0.0101	0.4485	0.0000	KROT3	0.0004	0.0001	0.1182
BRML3	0.0001	0.0000	0.0186	RENT3	0.7648	0.0000	0.0018
BBDC3	0.1095	0.2981	0.0435	LAME4	0.7015	0.0000	0.0002
BBDC4	0.0792	0.3593	0.0005	LREN3	0.4068	0.0000	0.0004
BRAP4	0.0462	0.0890	0.5900	MRFG3	0.6240	0.0004	0.0002
BBAS3	0.0750	0.6251	0.0511	MRVE3	0.0000	0.0000	0.0009
BRKM3	0.4503	0.2158	0.0511	MULT3	0.0093	0.0000	0.0006
BRFS3	0.4738	0.0001	0.0137	NATU3	0.2969	0.0000	0.0905
CCRO3	0.0000	0.0003	0.0589	PCAR4	0.7902	0.0036	0.0088
CMIG4	0.4372	0.6884	0.5163	PETR3	0.9764	0.1026	0.7390
CESP6	0.1053	0.1200	0.0001	PETR4	0.0001	0.0359	0.1448
CTIP3	0.0351	0.9523	0.0844	QUAL3	0.3696	0.1493	0.0095
CIEL3	0.1896	0.1738	0.1925	RADL3	0.0150	0.0017	0.0113
CPLE6	0.8472	0.1200	0.0991	RUMO3	0.0996	0.0693	0.5518
CSAN3	0.0005	0.0067	0.0001	SBSP3	0.6770	0.1793	0.0689
CPFE3	0.0045	0.0125	0.0074	SANB11	0.1031	0.6441	0.3517
CYRE3	0.2402	0.1098	0.0280	CSNA3	0.9831	0.4540	0.6082
ECOR3	0.0079	0.0360	0.0024	SMLE3	0.0043	0.0096	0.0000
EMBR3	0.3170	0.0251	0.0904	SUZB5	0.1453	0.0442	0.8100
ENBR3	0.0042	0.0075	0.0040	VIVT4	0.0000	0.9329	0.5891
EQTL3	0.0004	0.0018	0.0187	TIMP3	0.4959	0.0382	0.0261
ESTC3	0.0466	0.0056	0.0524	TBLE3	0.0243	0.0244	0.0218
FIBR3	0.0495	0.0033	0.0010	UGPA3	0.4054	0.0131	0.3696
GGBR4	0.3967	0.3264	0.9172	USIM5	0.1216	0.0659	0.5896
GOAU4	0.8771	0.3383	0.6165	VALE3	0.0164	0.1642	0.0041
HYPE3	0.5790	0.0047	0.006	VALE5	0.0161	0.0906	0.0048
ITSA4	0.0018	0.1131	0.1281	WEGE3	0.8135	0.0017	0.0035
ITUB4	0.0042	0.1206	0.0157				

Fonte: Elaboração Própria

Tabela 10 – Erro Quadrático Médio do teste DM para Dow Jones e Ibovespa

EQM	DOW JONES		IBOVESPA	
	CAPM	OCAPM	CAPM	OCAPM
1 MÊS	0.0001036	0.0000921	0.0013084	0.0012300
3 MESES	0.0001034	0.0001025	0.0013353	0.0012591
5 MESES	0.0001117	0.0001070	0.0008984	0.0008345

Fonte: Elaboração Própria

A partir desses resultados, é possível concluir que, para os dois mercados e qualquer horizonte temporal, o modelo OCAPM se mostrou com maior capacidade de previsão, gerando menores erros quadráticos médios. Além disso, analisando individualmente, para quase todos os ativos que rejeitaram a hipótese nula, o modelo alternativo apresentou menores erros de previsão.

6 Conclusões

Para chegar aos objetivos gerais e específicos propostos, este trabalho utilizou dois modelos de *Asset Pricing*, o primeiro sendo o tradicional Capital Asset Pricing Model(CAPM) na versão de Sharpe (1964) e o segundo sendo o modelo alternativo Ômega Capital Asset Pricing Model(OCAPM) inicialmente desenvolvido por Vasconcelos (2014).

O OCAPM trabalha com premissas menos restritivas quando comparadas ao modelo original, dentre essas: não necessidade de uma distribuição de retorno específica para nenhum ativo ou carteira, nem função utilidade específica (investidores precisam ser apenas avessos ao risco e preferirem mais a menos riqueza).

O OCAPM leva em conta todos os momentos da distribuições dos retornos dos ativos via medida Ômega, desenvolvida por Keating e Shadwick (2002), não havendo necessidade de assumir que os momentos superiores são observados na tomada de decisão. Para construção da medida Ômega, é preciso duas informações para o investidor: a *Expected Chance*(EC) ou ganho esperado e o *Expected Shortfall* (ES) ou perda esperada.

Outro ponto importante em que os dois modelos divergem é a medida de risco. Enquanto o CAPM tradicional utiliza o desvio padrão (ou variância), o OCAPM utiliza o próprio Expected ShortFall, que considera como risco apenas a parte da distribuição dos retornos que foram "perdas"em relação a um ganho esperado.

Empiricamente, este trabalho utilizou como base de dados as séries históricas (de 1999 até 2016) dos retornos dos ativos que compõem os índices Dow Jones e Ibovespa, ou seja, as referências para os mercados americano e brasileiro respectivamente. A partir destes dados, foi realizada a otimização das carteiras por Gradiente Reduzido Generalizado (GRG), seguindo as formulações de cada modelo para encontrar os pesos ótimos de cada ativo para formar as quatro carteiras, sendo duas para o CAPM e duas para o OCAPM.

Importante frisar que a literatura tradicional utiliza, na maioria dos artigos, como carteira de mercado, os próprios índices das bolsas de valores, como: Ibovespa, IBX500, FGV100, DOW JONES OU NASDAQ 100, que se baseiam em tamanho de empresas ou volume de negociações. Como já verificado, estes índices se mostraram empiricamente não eficientes em termos de média de variância. Diferentemente disso, este trabalho propôs construir a carteira de mercado ótima, ou seja, eficiente, seguindo a metodologia de cada

modelo analisado, com o objetivo de gerar resultados mais robustos e confiáveis.

O primeiro resultado encontrado foi o Índice de Sharpe das carteiras otimizadas pelos dois modelos para os mercados americano e brasileiro. Foi constatado que este índice foi mais alto para as carteiras otimizadas no mercado americano, independente do modelo utilizado, sendo as carteiras otimizadas pelo OCAPM aquelas com maiores valores. Por conta disso, pode-se concluir que esta carteira otimizada pelo OCAPM apresentava uma melhor relação risco x retorno quando comparada ao modelo CAPM tradicional.

Em relação aos betas estimados pelos modelos, observa-se uma alta correlação entre esses para os dois mercados, com o americano apresentando uma correlação superior. Por conta disso, a dispersão entre os betas para as ações que compõem o Dow Jones foi inferior ao brasileiro. Disso se infere que, em mercados com menor assimetria, como o americano, o OCAPM não traga tantos benefícios quanto em mercados com muita assimetria, como o brasileiro.

Além disso, foi evidenciada uma alta correlação dos betas com os retornos estimados pelos dois modelos, dando pistas de que os betas teriam um alto poder de explicação para os retornos, o que seria comprovado pelo teste de Gibbons, Ross e Shanken (1989).

O teste GRS, além de comprovar que as carteiras otimizadas pelos dois modelos nos dois mercados foram eficientes no sentido de média e variância, ainda avaliou a dimensão dos erros gerados na estimação dos retornos de cada carteira. Como erros não foram suficientemente grandes para rejeitar a hipótese nula de eficiência, foi comprovado o alto poder de explicação dos betas para os retornos estimados.

O último teste realizado foi o Diebold-Mariano (DM), que avaliou qual dos modelos apresentou o melhor poder de previsão. Sob a hipótese de nula dos dois modelos terem o mesmo poder preditivo, observou-se que o modelo OCAPM, em geral, apresentou maior poder de previsão quando comparado ao CAPM tradicional, gerando menores erros quadráticos médios quando a hipótese nula do teste era rejeitada.

Dessa forma, este trabalho constatou que, a partir do modelo OCAPM, é possível que o investidor construa uma carteira que gere *payoffs* com uma relação risco e retorno mais eficiente para ativos do Ibovespa e do Dow Jones quando comparada ao CAPM. Além disso, os betas de ambos os modelos analisados apresentaram um alto poder de explicação dos retornos esperados. E, por fim, foi observado que o OCAPM teve um melhor poder

preditivo independente do horizonte temporal testado.

REFERÊNCIAS

- [1] ABEL, Ernest L.; SOKOL, Robert J. A revised conservative estimate of the incidence of FAS and its economic impact. *Alcoholism: Clinical and experimental research*, v. 15, n. 3, p. 514-524, 1991.
- [2] ABADIE, Jean; CARPENTIER, J. Generalization of the Wolfe reduced gradient method to the case of nonlinear constraints. *Optimization*, v. 37, p. 47, 1969.
- [3] ARAÚJO, Eurilton. Avaliando três especificações para o fator de desconto estocástico através da fronteira de volatilidade de hansen e jagannathan: Um estudo empírico para o brasil. 2005.
- [4] ARAUJO, João Bretas de. Fator estocástico de desconto: as cotas de variância, métricas de distância e suas extensões. 2010.
- [5] ARRUDA, Elano Ferreira; FERREIRA, Roberto Tatiwa; CASTELAR, Ivan. Modelos lineares e não lineares da curva de Phillips para previsão da taxa de inflação no Brasil. *Revista Brasileira de Economia*, v. 65, n. 3, p. 237-252, 2011
- [6] ARROW, Kenneth Joseph. Aspects of the theory of risk-bearing. *YrjöJahnssoninSäätiö*, 1965.
- [7] BANSAL, Ravi; YARON, Amir. Risks for the long run: A potential resolution of asset pricing puzzles. *The Journal of Finance*, v. 59, n. 4, p. 1481-1509, 2004.
- [8] BANZ, Rolf W. The relationship between return and market value of common stocks. **Journal of financial economics**, v. 9, n. 1, p. 3-18, 1981.
- [9] BLACK, Fischer. Capital market equilibrium with restricted borrowing. **The Journal of Business**, v. 45, n. 3, p. 444-455, 1972.
- [10] BONOMO, Marco; DOMINGUES, Gabriela Bertol. Os puzzles invertidos no mercado brasileiro de ativos. *Finanças aplicadas ao Brasil*, p. 105-120, 2002.
- [11] BERNOULLI, Daniel. Exposition of a new theory on the measurement of risk. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, p. 23-36, 1954.
- [12] BRAGA, Sergio Leal. Critical Flow of Refrigerants Through Adiabatic Capillary Tubes: Experimental Study of Zeotropic. 2000.
- [13] BREEDEN, Douglas T.; LITZENBERGER, Robert H. Prices of state-contingent claims implicit in option prices. **Journal of business**, p. 621-651, 1978.
- [14] BREEDEN, Douglas T. An intertemporal asset pricing model with stochastic consumption and investment opportunities. **Journal of financial Economics**, v. 7, n. 3, p. 265-296, 1979.
- [15] BREEDEN, Douglas T.; GIBBONS, Michael R.; LITZENBERGER, Robert H. Empirical tests of the consumption-oriented CAPM. *The Journal of Finance*, v. 44, n. 2, p. 231-262, 1989.

- [16] CAMPBELL, John Y.; COCHRANE, John H. By force of habit: A consumption-based explanation of aggregate stock market behavior. National Bureau of Economic Research, 1995.
- [17] CAMPBELL, John Y. Asset pricing at the millennium. **The Journal of Finance**, v. 55, n. 4, p. 1515-1567, 2000.
- [18] CARDOSO, N. Santander ad-hoc quantitative – Fama French visit Brazil. Latin America Equity Research, Quantitative report, Jul. 2006 (2006a).
- [19] CARHART, Mark M. On persistence in mutual fund performance. **The Journal of finance**, v. 52, n. 1, p. 57-82, 1997.
- [20] COCHRANE, John H.; HANSEN, Lars Peter. Asset pricing explorations for macroeconomics. In: NBER Macroeconomics Annual 1992, Volume 7. MIT Press, 1992. p. 115-182. (2005)
- [21] COCHRANE, John H. Asset Pricing:(Revised Edition). Princeton university press, 2005.
- [22] CYSNE, Rubens P.; MALDONADO, Wilfredo L.; MONTEIRO, Paulo Klinger. Inflation and income inequality: A shopping-time approach. *Journal of Development Economics*, v. 78, n. 2, p. 516-528, 2005.
- [23] DA COSTA JR, Newton CA; NEVES, Myrian B. Variáveis fundamentalistas e os retornos das ações. *Revista Brasileira de Economia*, v. 54, n. 1, p. 123-137, 2000.
- [24] DANTHINE, Jean-Pierre; DONALDSON, John B.; SICONOLFI, Paolo. Distribution risk and equity returns. 2005.
- [25] EPSTEIN, Larry G.; ZIN, Stanley E. Substitution, risk aversion, and the temporal behavior of consumption and asset returns: A theoretical framework. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, p. 937-969, 1989.
- [26] FAMA, Eugene F. Risk, return, and equilibrium. **Journal of Political Economy**, v. 79, n. 1, p. 30-55, 1971.
- [27] FAMA, Eugene F.; FRENCH, Kenneth R. The crosssection of expected stock returns. **The Journal of Finance**, v. 47, n. 2, p. 427-465, 1992.
- [28] FAMA, Eugene F.; FRENCH, Kenneth R. Common risk factors in the returns on stocks and bonds. **Journal of financial economics**, v. 33, n. 1, p. 3-56, 1993.
- [29] FAMA, Eugene F.; FRENCH, Kenneth R. Value versus growth: The international evidence. *The journal of finance*, v. 53, n. 6, p. 1975-1999, 1998.
- [30] FAMA, Eugene F. et al. The capital asset pricing model: Theory and evidence. **Journal of Economic Perspectives**, v. 18, p. 25-46, 2004.
- [31] FAMA, Eugene F.; MACBETH, James D. Risk, return, and equilibrium: Empirical tests. **The Journal of Political Economy**, p. 607-636, 1973.
- [32] FRENCH, Craig W. The Treynor capital asset pricing model. **Journal of Investment Management**, v. 1, n. 2, p. 60-72, 2003.

- [33] GIBBONS, Michael R.; ROSS, Stephen A.; SHANKEN, Jay. A test of the efficiency of a given portfolio. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, p. 1121-1152, 1989.
- [34] GRINBLATT, MARK; TITMAN, SHERIDAN. *Mercados Financeiros Estrategias Corporativas*. Bookman, 2005.
- [35] GROSSMAN, Sanford J.; SHILLER, Robert J. The determinants of the variability of stock market prices. 1980.
- [36] GROSSMAN, Sanford J.; MELINO, Angelo; SHILLER, Robert J. Estimating the continuous-time consumption-based asset-pricing model. *Journal of Business Economic Statistics*, v. 5, n. 3, p. 315-327, 1987.
- [37] HANSEN, Lars Peter; SINGLETON, Kenneth J. Stochastic consumption, risk aversion, and the temporal behavior of asset returns. *The Journal of Political Economy*, p. 249-265, 1983.
- [38] HANSEN, Lars P.; JAGANNATHAN, Ravi. Restrictions on intertemporal marginal rates of substitution implied by asset returns. *Journal of Political Economy*, v. 99, n. 2, p. 225-62, 1991.
- [39] HAHN, J.; LEE, H. J. Yield spreads as alternative risk factors for size and book to market. *Journal of financial and quantitative analysis, Washington*, vol.41, n.2, p.245-269. Jun. 2006.
- [40] ISSLER, João Victor; PIQUEIRA, Natalia Scotto. Estimating relative risk aversion, the discount rate, and the intertemporal elasticity of substitution in consumption for Brazil using three types of utility function. *Brazilian Review of Econometrics*, v. 20, n. 2, p. 201-239, 2000.
- [41] JAGANNATHAN, Ravi; WANG, Zhenyu. The conditional CAPM and the crosssection of expected returns. *The Journal of finance*, v. 51, n. 1, p. 3-53, 1996.
- [42] JENSEN, Michael C.; BLACK, Fischer; SCHOLES, Myron S. The capital asset pricing model: Some empirical tests. 1972.
- [43] KOTHARI, Sagar P.; SHANKEN, Jay; SLOAN, Richard G. Another look at the crosssection of expected stock returns. *The Journal of Finance*, v. 50, n. 1, p. 185-224, 1995.
- [44] KOCHERLAKOTA, Narayana R. The equity premium: It's still a puzzle. *Journal of Economic literature*, v. 34, n. 1, p. 42-71, 1996.
- [45] LAKONISHOK, Josef; SHAPIRO, Alan C. Systematic risk, total risk and size as determinants of stock market returns. *Journal of Banking Finance*, v. 10, n. 1, p. 115-132, 1986.
- [46] LINTNER, John. The valuation of risk assets and the selection of risky investments in stock portfolios and capital budgets. **The review of economics and statistics**, p. 13-37, 1965.
- [47] LUCAS JR, Robert E. Asset prices in an exchange economy. **Econometrica: Journal of the Econometric Society**, p. 1429-1445, 1978.

- [48] MANKIW, N. Gregory; SHAPIRO, Matthew D. Do we reject too often?: Small sample properties of tests of rational expectations models. *Economics Letters*, v. 20, n. 2, p. 139-145, 1986.
- [49] MARKOWITZ, Harry. Portfolio selection. **The journal of finance**, v. 7, n. 1, p. 77-91, 1952.
- [50] MEHRA, Rajnish; PRESCOTT, Edward C. The equity premium: A puzzle. *Journal of monetary Economics*, v. 15, n. 2, p. 145-161, 1985.
- [51] MERTON, Robert C. An intertemporal capital asset pricing model. **Econometrica: Journal of the Econometric Society**, p. 867-887, 1973.
- [52] MOROZINI, João Francisco; CARDOSO, Carlos Eduardo; FERREIRA, Endrei Giffoni. Estudo sobre a dinâmica do consumption capital asset pricing model (c-capm): um estudo teórico. *Revista Universo Contábil*, v. 5, n. 2, p. 06-23, 2009.
- [53] MOSSIN, Jan. Equilibrium in a capital asset market. *Econometrica: Journal of the econometric society*, p. 768-783, 1966.
- [54] PEREIRA, Caio Augusto Vigo. A medida Ômega e as medidas de performance de portfólio por média-variância: uma análise empírica do Ibovespa e fundos de investimentos do Brasil. Tese de Doutorado. Universidade de São Paulo, 2011.
- [55] ROLL, Richard. A critique of the asset pricing theory's tests Part I: On past and potential testability of the theory. **Journal of financial economics**, v. 4, n. 2, p. 129-176, 1977.
- [56] ROLL, Richard; ROSS, Stephen A. An empirical investigation of the arbitrage pricing theory. *The Journal of Finance*, v. 35, n. 5, p. 1073-1103, 1980.
- [57] ROSENBERG, Barr; REID, Kenneth; LANSTEIN, Ronald. Persuasive evidence of market inefficiency. **The Journal of Portfolio Management**, v. 11, n. 3, p. 9-16, 1985.
- [58] ROSS, Stephen A. The arbitrage theory of capital asset pricing. **Journal of economic theory**, v. 13, n. 3, p. 341-360, 1976.
- [59] RUBINSTEIN, Mark. The valuation of uncertain income streams and the pricing of options. *The Bell Journal of Economics*, p. 407-425, 1976.
- [60] SAMPAIO, José Adércio Leite. A constituição reinventada pela jurisdição constitucional. Editora del Rey, 2002.
- [61] SACOMAN, Marco A. Rahall. OTIMIZAÇÃO DE PROJETOS UTILIZANDO GRG, SOLVER E EXCEL. Congresso Brasileiro de Educação em Engenharia (COBENGE), apresentado em setembro de 2012.
- [62] SCHOR, Adriana; BONOMO, Marco; PEREIRA, Pedro LV. APT e variáveis macroeconômicas: Um estudo empírico sobre o mercado acionário brasileiro. *Finanças aplicadas ao Brasil*, v. 2, 2002.
- [63] SHANKEN, Jay. Multivariate tests of the zero-beta CAPM. *Journal of financial economics*, v. 14, n. 3, p. 327-348, 1985.

- [64] SHARPE, William F. Capital asset prices: A theory of market equilibrium under conditions of risk. **The journal of finance**, v. 19, n. 3, p. 425-442, 1964.
- [65] STATTMAN, Dennis. Book values and stock returns. *The Chicago MBA: A journal of selected papers*, v. 4, n. 1, p. 25-45, 1980.
- [66] VASCONCELOS, Gabriel Filipe Rodrigues; PEROBELLI, Fernanda Finotti Cordeiro; DE TOLEDO VIEIRA, Marcel. Precificação de ativos levando em conta os momentos superiores das distribuições de retornos: A derivação do omega capital asset pricing model (ocapm). In: *Anais do XLI Encontro Nacional de Economia [Proceedings of the 41th Brazilian Economics Meeting]*. ANPEC-Associação Nacional dos Centros de Pósgraduação em Economia [Brazilian Association of Graduate Programs in Economics], 2014.
- [67] WEIL, Philippe. The equity premium puzzle and the risk-free rate puzzle. *Journal of Monetary Economics*, v. 24, n. 3, p. 401-421, 1989.

ANEXO A – Maiores Betas por período e Correlações

Tabela 11 – Maiores Betas por período para Dow Jones e Ibovespa

AÇÕES DOW JONES	BETAS (1999-2008)		AÇÕES DOW JONES	BETAS (2008-2016)	
	OCAPM	CAPM		OCAPM	CAPM
AAPL	1.44834	1.35827	JPM	1.31754	1.19771
UNH	1.12891	1.06383	AXP	1.22796	1.14969
INTC	0.68925	0.73503	GS	1.11875	1.00306
CSCO	0.65532	0.72637	HD	1.08374	1.12015
AXP	0.56842	0.57993	CAT	0.90293	0.88311

AÇÕES IBOVESPA	BETAS (1999-2008)		AÇÕES IBOVESPA	BETAS (2008-2016)	
	OCAPM	CAPM		OCAPM	CAPM
CPFE3	1.91331	0.81396	BBAS3	0.56431	0.52831
NATU3	1.70555	0.85209	CSNA3	0.56340	0.54224
CCRO3	1.44483	1.08941	BRAP4	0.56104	0.52218
SUZB5	1.44253	1.30898	LAME4	0.55871	0.53896
USIM5	1.25326	1.29059	PETR3	0.55109	0.55229
LAME4	1.04497	1.15914	PETR4	0.54749	0.55221
TIMP3	1.07618	1.15518	USIM5	0.53920	0.46864

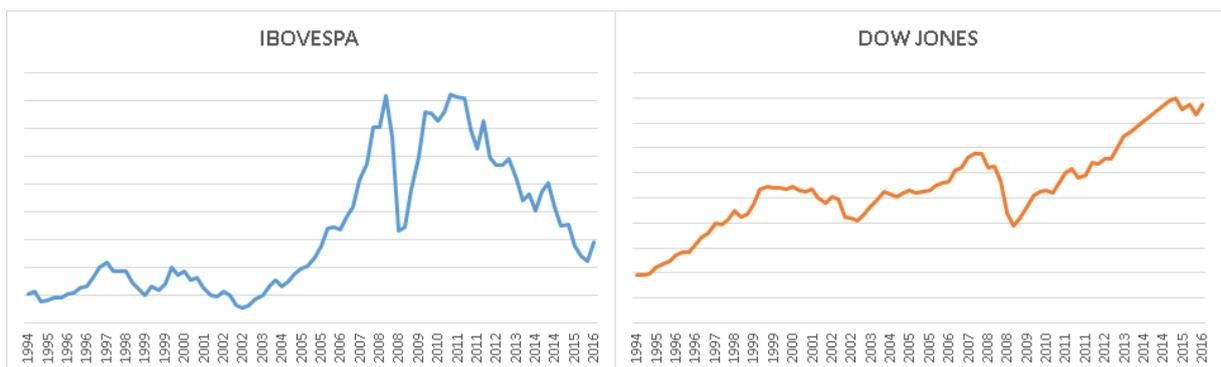
Fonte: Elaboração Própria

Tabela 12 – Correlações entre Betas e Retornos

	DOW JONES		IBOVESPA	
	β_{CAPM}	β_{OCAPM}	β_{CAPM}	β_{OCAPM}
β_{CAPM}	1	0.978	β_{CAPM}	1
β_{OCAPM}	0.978	1	β_{OCAPM}	0.872
R_{CAPM}	0.986	–	R_{CAPM}	0.977
R_{OCAPM}	–	0.989	R_{OCAPM}	–

Fonte: Elaboração Própria

Figura 8 – Evolução da Pontuação do Ibovespa e Dow Jones



ANEXO B – Estatística GRS Univariada

Tabela 13 – Estatística GRS Univariada para o Dow Jones

ATIVOS	GRS CAPM	GRS OCAPM	ATIVOS	GRS CAPM	GRS OCAPM
MMM	0.0033	0.0094	JNJ	0.0167	0.0100
AXP	2.0540	1.9440	JPM	2.1249	2.0097
AAPL	0.0567	0.0842	MCD	0.0041	0.0014
BA	0.1646	0.1400	MRK	1.6192	1.5871
CAT	0.4766	0.4293	MSFT	1.5683	1.4893
CVX	0.2401	0.2090	NKE	0.0220	0.0374
CSCO	2.2860	2.1802	PFE	1.8228	1.7898
KO	0.7374	0.7076	PG	0.2105	0.1922
DD	1.7998	1.7289	TRV	0.2188	0.1877
XOM	0.3379	0.3044	UTX	0.2680	0.2332
GE	3.3409	3.2449	UNH	0.0379	0.0711
GS	1.5012	1.3682	VZ	0.9590	0.9173
HD	0.3189	0.2847	V	1.3410	0.7321
INTC	2.5821	2.4653	WMT	0.6551	0.6224
IBM	1.3465	1.2740	DIS	0.8874	0.8294

Fonte: Elaboração Própria

Tabela 14 – Estatística GRS Univariada para o Ibovespa

ATIVOS	GRS CAPM	GRS OCAPM	ATIVOS	GRS CAPM	GRS OCAPM
BVMF3	3.55457	4.15734	JBSS3	0.89604	1.31095
ABEV3	0.77729	0.81001	KLBN11	0.83198	0.81611
BBSE3	0.56830	0.32613	KROT3	0.18430	0.38414
BRML3	1.15633	1.28019	RENT3	2.77138	3.04760
BBDC3	0.34447	0.32694	LAME4	0.01365	0.00177
BBDC4	0.61860	0.95500	LREN3	0.00051	0.04137
BRAP4	0.75447	1.11946	MRFG3	0.21183	0.15902
BBAS3	3.37851	3.58662	MRVE3	2.10251	1.91098
BRKM3	0.99871	1.34032	MULT3	0.37859	0.32976
BRFS3	0.20260	0.12472	NATU3	0.19247	0.16642
CCRO3	0.18535	0.17502	PCAR4	0.12618	0.12037
CMIG4	0.27304	0.20232	PETR3	2.78579	3.34339
CESP6	1.89717	2.38704	PETR4	0.74040	1.05785
CTIP3	1.74980	1.69511	QUAL3	0.92102	1.19479
CIEL3	0.00253	0.00114	RADL3	0.88803	0.87567
CPLE6	0.00000	0.00000	RUMO3	1.76609	1.78594
CSAN3	2.50965	3.03179	SBSP3	19.29081	16.04328
CPFE3	0.46099	0.47902	SANB11	0.39628	0.60626
CYRE3	0.36408	0.35162	CSNA3	2.42986	2.28716
ECOR3	0.35328	0.39297	SMLE3	0.07039	0.15190
EMBR3	3.68860	3.65012	SUZB5	2.26021	2.43815
ENBR3	0.46963	0.71168	VIVT4	0.14102	0.05198
EQTL3	0.43393	0.48658	TIMP3	1.67001	2.09177
ESTC3	0.20052	0.20722	TBLE3	1.05810	1.32318
FIBR3	1.15482	1.14259	UGPA3	0.00947	0.06165
GGBR4	2.42510	2.30669	USIM5	0.02955	0.03066
GOAU4	0.66861	0.98169	VALE3	1.83665	2.20464
HYPE3	1.79011	2.24706	VALE5	0.46857	0.72430
ITSA4	0.05906	0.04870	WEGE3	1.33031	1.72352
ITUB4	0.27779	0.53331			

Fonte: Elaboração Própria