UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

O ENSINO E A APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA POR MEIO DE UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA A EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS

BRUNO RINCO DUTRA PEREIRA

UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

O ENSINO E A APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA POR MEIO DE UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA A EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS

Bruno Rinco Dutra Pereira

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Federal de Juiz de Fora como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre Profissional em Educação Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Reginaldo Fernando Carneiro

Co-orientadora: Profa. Dra. Geruza Cristina

Meirelles Volpe

Ficha catalográfica elaborada através do programa de geração automática da Biblioteca Universitária da UFJF, com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

Pereira, Bruno Rinco Dutra.

O ensino e a aprendizagem de geometria por meio de uma sequência didática para a Educação de Jovens e Adultos / Bruno Rinco Dutra Pereira. -- 2016.

122 f.

Orientador: Reginaldo Fernando Carneiro Coorientadora: Geruza Cristina Meirelles Volpe Dissertação (mestrado profissional) - Universidade Federal de Juiz de Fora, Instituto de Ciências Exatas. Programa de Pós Graduação em Educação Matemática, 2016.

1. Educação Matemática. 2. Geometria. 3. Educação de Jovens e Adultos. 4. Ensino e aprendizagem. 5. Sequência didática. I. Carneiro, Reginaldo Fernando, orient. II. Volpe, Geruza Cristina Meirelles, coorient. III. Título.

Bruno Rinco Dutra Pereira

"O ENSINO E A APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA POR MEIO DE UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA A EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS"

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Educação Matemática, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Educação Matemática.

Comissão Examinadora

Prof. Dr. Reginaldo Fernando Carneiro
(UFJF)

Column C. M. Polys.

Prof. Dr. Geruza Cristina Meirelles Volpe
(UFJF)

Luciane de f. Bertini

Profa. Dra. Luciane de Fátima Bertini
(UNIFESP)

Profa. Dra. Maria Cristina Araújo de Oliveira
(UFJF)

AGRADECIMENTO

Essa pesquisa proporcionou-me percorrer diversos caminhos que contribuíram para meu crescimento como professor, mas principalmente como pesquisador. Nesse percurso, conheci ideias e concepções de diversos autores e professores que modificaram minha visão sobre a educação.

Dessa maneira, agradeço ao meu orientador, Reginaldo Fernando Carneiro, que desde as nossas primeiras reuniões mostrou iniciativa em me ajudar a realizar a pesquisa, mesmo com minha extensa carga de trabalho.

Aos meus colegas do mestrado que auxiliaram nas atividades e nos trabalhos durante o período das disciplinas. Da mesma maneira agradeço ao Instituto de Ciências Exatas que através dos professores do Mestrado Profissional possibilitaram o meu retorno aos estudos.

Para o aperfeiçoamento da pesquisa foi fundamental a participação da minha co-orientadora professora Geruza Cristina Meirelles Volpe e suas experiência com a Educação de Jovens e Adultos e as integrantes da banca, professora Maria Cristina Araújo de Oliveira e a professora Luciane de Fatima Bertini que com suas observações contribuíram para o enriquecimento e direcionamento desta pesquisa.

Além dessas pessoas, gostaria de agradecer aos meus pais e irmãos pelo exemplo de dedicação e trabalho que me inspiraram nessa jornada árdua e longa.

Não poderia encerrar esse texto sem deixar o agradecimento pelo amor e dedicação, em todos esses dias, da minha esposa Priscila Alves Ferreira que contribuiu muito para que eu vencesse essa etapa.

RESUMO

Esta pesquisa teve como objetivo elaborar uma sequência didática sobre geometria para estudantes da Educação de Jovens e Adultos. Para tal, fizemos um breve histórico sobre a EJA, do Brasil imperial até os dias atuais, e descrevemos, em linhas gerais, a trajetória do ensino de geometria no século XX e XXI. Assim, temos como questão de pesquisa "Como elaborar uma sequência didática em geometria para a EJA". E como objetivos específicos elaborar uma proposta de sequência didática sobre triângulos para estudantes da EJA e contribuir com as discussões sobre o ensino de geometria na modalidade. Diante desse quadro, propomos uma sequência didática para ensinar a geometria dos triângulos, abordando suas características e propriedades. Essa pesquisa é de natureza qualitativa e a coleta de dados para obtermos informações para referenciar a elaboração da sequência ocorreu a partir de um questionário realizado no estado do Rio de Janeiro, na cidade de Três Rios, em uma escola estadual no 3º turno, ou seja, à noite, em uma turma da EJA do Ensino Médio. Como produto educacional apresentamos um manual que contem as atividades elaboradas na sequência didática e as orientações para os professores desenvolvê-las.

PALAVRAS-CHAVES: Geometria; Ensino e Aprendizagem; Educação de Jovens e Adultos, sequência didática.

ABSTRACT

This research aims to elaborate a didactic sequence about geometry for Adult Education students. For such, we made a brief history about Adult Education from the empire era in Brazil up to today and we described, briefly, the trajectory of geometry teaching on the XX and XXI centuries. Thus, we have as a research question "How to elaborate a didactic sequence in geometry for Adult Education?" And, as specific objectives, to elaborate a proposal for a didactic sequence about triangles for Adult Education students and to contribute to the discussions about geometry teaching on this modality. On this, we propose a didactic sequence to teach geometry of the triangles, addressing its characteristics and properties. This research is qualitative in nature, and the collection of data to obtain information, to reference the elaboration of the sequence, was done through a questionnaire that took place in the state of Rio de Janeiro, in the city of Três Rios, at a state school on the 3rd shift, that is, at night, on a High School Adult Education class. As an educational product we presented a manual that contains the activities elaborated in the didactic sequence and quidelines for teachers to develop them.

KEYWORDS: Geometry, Teaching and Learning; Adult Education; Didactic Sequence

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	9
1 ORIGENS DA PESQUISA	11
2 EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS	18
2.1 Um breve histórico	18
2.2 A EJA no Rio de Janeiro: cenário da pesquisa	31
3 UMA DISCUSSÃO SOBRE O ENSINO E APRENDIZAGEM DA GEOME	TRIA 41
3.1 Um breve histórico	41
3.2 O ensino e a aprendizagem da geometria	50
3.3 As pesquisas sobre EJA e geometria	57
4 CONSIDERAÇÕES SOBRE SEQUÊNCIAS DIDÁTICAS E SOBRE O CO	ONTEÚDO
	67
4.1 Considerações sobre sequência didática	67
4.2 Trajetória de construção da sequência didática	73
4.3 Proposta de sequência didática	77
5 ALGUMAS CONSIDERAÇÕES	116
6 REFERÊNCIAS	119
ANEXO 1 - QUESTIONÁRIO	124

INTRODUÇÃO

Nesta pesquisa, apresentamos uma reflexão sobre os fatores que contribuíram para a geometria não ser ensinada no Brasil e, paralelamente, traçamos um breve histórico sobre a Educação de Jovens e Adultos no Brasil (EJA) durante o século XX. Como ponto em comum entre esses dois elementos, observamos que o ensino e aprendizagem de geometria para a EJA não foi desenvolvido para atender as características desse público. Diante desse fato, a pesquisa apresenta uma sequência didática, tal qual apresentada por Zabala (1998), como uma metodologia de ensino de geometria que proporcione aos estudantes da EJA uma aprendizagem mais significativa.

Assim, apresentamos uma sequência didática para o ensino de triângulos e suas propriedades que busca compreender: "como elaborar uma sequência didática em geometria para a Educação de Jovens e Adultos?".

Temos como objetivos elaborar uma proposta de sequência didática sobre triângulos para estudantes da EJA e contribuir com as discussões sobre o ensino de geometria na modalidade.

Para a elaboração dessa sequência didática, aplicamos um questionário em uma turma de EJA de uma escola no estado do Rio de Janeiro, em que buscamos identificar seus conhecimentos sobre os triângulos. A escolha por essa escola deveu-se ao pesquisador trabalhar nela.

Para delinear os caminhos dessa pesquisa, ela foi estruturada em cinco capítulos. O primeiro capítulo descreve a trajetória do pesquisador desde sua formação como docente até o contato com a EJA, além dos fatos que o incentivaram a buscar o mestrado profissional.

O segundo capítulo apresenta um breve histórico sobre a Educação de Jovens e Adultos, em que é abordada a trajetória ao longo do século 20. Outro aspecto abordado é a caracterização do público ao qual se destina, além de apresentar as características do desenvolvimento dessa modalidade no estado do Rio de Janeiro.

O terceiro capítulo apresenta um breve histórico do ensino de geometria no Brasil e algumas ações de sua retomada nas escolas públicas. Destinamos a esse capítulo um debate sobre o legado do Movimento da Matemática Moderna – MMM no ensino de geometria, utilizando as reflexões de Lorenzato (1995), Pavanello (1993) e Leme da Silva (2010).

No quarto capítulo, apresentamos algumas considerações sobre sequência didática, norteados pela questão de pesquisa e pelos objetivos já apresentados.

O quinto capítulo apresenta algumas considerações sobre a pesquisa e indica possíveis desdobramentos que podem acontecer com os resultados obtidos.

1 ORIGENS DA PESQUISA

Educação não transforma o mundo. Educação muda pessoas. Pessoas transformam o mundo. Paulo Freire (1996)

Diante dessa reflexão, inicio esse breve relato com a finalidade de apresentar minha trajetória acadêmica e profissional como estudante e educador, minhas angústias e desafios.

Minha formação como professor teve seu início ainda na fase escolar. Durante os anos iniciais (1° ao 5° ano), estudava em uma escola da rede estadual de ensino e adorava ser destaque nas leituras, mas principalmente nas avaliações. Nesse período, a escola representava um momento muito prazeroso, um espaço de convívio social, no qual eu construía amizades, gostava de me destacar nas disciplinas, principalmente, em matemática. Essa escola tinha uma característica bem acolhedora, o que me fez ter tranquilidade no meu aprendizado.

O maior desafio foi apresentado nos sete anos subsequentes, pois meus pais decidiram procurar uma escola privada para que eu pudesse continuar meus estudos. Foi então que conseguiram uma bolsa de estudos em uma das mais tradicionais escolas da cidade. Durante todo período em que estive nessa escola, deparei-me com desafios sociais e, principalmente, econômicos. Os obstáculos sociais estavam relacionados ao fato de essa escola pertencer à elite, portanto, os contextos de interesses e relacionamentos com meus colegas eram muito diferentes dos meus, pois eu pertencia a uma família de classe média baixa. A questão financeira era percebida pelas diferenças na forma como meus colegas se vestiam, tudo importado.

Para que eu pudesse me estabelecer socialmente, recorri novamente aos estudos, principalmente, de matemática, pois, com a finalidade de inserção entre os estudantes, dediquei-me a conseguir bons resultados e tornar-me referência entre os alunos da sala. O bom aproveitamento me proporcionou contato com alguns estudantes como monitor, tirando as dúvidas de matemática. Essa experiência, que se apresentou de forma natural, indicava um perfil com relação à minha escolha profissional.

No ano em que prestei vestibular, mudei de escola, pois aquela em que estudava não oferecia bolsa para o 3º ano do Ensino Médio. A constatação mais importante foi que encerrei minha trajetória na escola tendo vencido algumas barreiras financeiras, pois a diferença econômica se tornou menor, mas principalmente na questão social, consegui inserir-me no contexto escolar, participando de todas as atividades propostas na escola, a ponto de não me sentir marginalizado na sala.

A mudança de escola no ano do vestibular foi o momento mais marcante da minha trajetória pré-universitária, pois a nova escola tinha uma proposta de tempo integral de ensino e, dessa forma, vivenciei uma liberdade de escolha que não tive na estrutura rígida das escolas anteriores. As atividades de aula, pesquisas ou monitorias eram divididas entre manhã e tarde, sempre de forma independente, e eu escolhia as monitorias e os trabalhos a serem feitos. Ao final desse ano, prestei vestibular para matemática.

Com relação a essa trajetória, vale ressaltar que minha escolha de ser professor veio por influência familiar, tendo em vista que a maior parte da minha família é composta por professores. Os exemplos vivenciados em casa me influenciaram e, por mais que pensasse em seguir outro caminho, eu percebia em minhas atitudes uma postura de auxílio aos colegas que tinham dificuldade em matemática.

No ano do vestibular, as circunstâncias continuavam a conspirar a favor da educação, pois estava em dúvida se faria engenharia civil, mas, naquele momento, esse campo de trabalho estava em recessão, e o mercado, bem difícil, o que me ajudou a permanecer na escolha pela educação e pela matemática. Ingressei no Instituto de Ciências Exatas da Universidade Federal de Juiz de Fora – UFJF, no curso de licenciatura plena em Matemática.

O curso representou um crescimento pessoal, pois aprendi a lidar com o fracasso das reprovações, principalmente nos quatro primeiros períodos, nos quais fui forçado a aprender como me preparar para as provas. A metodologia do curso era muito centrada nas avaliações, o que me fez adquirir um bloqueio nos períodos avaliativos durante toda a licenciatura, pois as notas não representavam as minhas horas de dedicação e de estudo. Esse problema me desmotivava muito, a ponto de

pensar em desistir do curso. Após os quatro primeiros períodos, iniciei o contato com as disciplinas pedagógicas e superei a vontade de desistir, tendo me dedicado à maior parte das matérias eletivas da área da educação.

Graduei-me em Matemática pela UFJF em 2003 e durante esse período destacaria que o curso tinha uma base de formação muito voltada para a área de matemática, contudo, ficaram ainda algumas lacunas referentes à formação pedagógica, mais precisamente ao ensino de matemática. Questões sobre o cotidiano escolar, a realidade da escola e os desafios do professor em sala de aula foram abordados superficialmente ou em alguns casos não foram apresentados, o que resultou em obstáculos para o início da minha carreira docente.

Em 2004, iniciei minha trajetória profissional na rede pública estadual de ensino de Minas Gerais, ministrando aulas de matemática para alunos do 7º ano do Ensino Fundamental e na Educação de Jovens e Adultos – EJA na rede particular. Essa experiência inicial na docência me trouxe uma série de inquietações relacionadas à educação do tipo bancária que recebi em minha formação acadêmica. Esse tipo de educação é debatido por Freire (1983) e tem como principal característica associar os educandos a uma conta bancária na qual são feitos depósitos de conhecimentos. O professor nesse tipo de educação tem o papel de fornecer um conjunto de informações a serem utilizadas ao longo da vida.

A reprodução desse tipo de educação me causou preocupação ao constatar que os estudantes não apresentavam uma aprendizagem como a que eu esperava. Os conteúdos estipulados pelos currículos escolares não eram cumpridos diante das dificuldades apresentadas por eles ao longo do processo de ensino e aprendizagem. Ao deparar-me com essa realidade, comecei a refletir sobre a forma como estava ensinando os conteúdos matemáticos.

Essa reflexão acerca do exercício da prática docente me fez aproximar dos enunciados de Antônio Nóvoa (1995) com relação ao conceito de professor-reflexivo. Para este autor, a experiência e sua valorização são instrumentos e momentos de construção do conhecimento – epistemologia da prática –, visto que, por meio da reflexão, análise e problematização, o professor reconstrói suas ações didáticas e pedagógicas. Considerando esse princípio, parti em busca de metodologias que contribuíssem para a reconstrução da minha prática.

As ideias difundidas por Paulo Freire foram de suma importância para rever a minha prática de ensino que estava muito distante do aluno, além de não estar adequada à sua realidade. Outra contribuição importante foi a abordagem feita por Cipriano Luckesi sobre os processos avaliativos, elucidando a diferença entre exame e avaliação.

Diante da realidade exposta por esses autores, não havia alternativa senão repensar minha prática em relação ao ensino e aprendizagem da Matemática. Suas ideias propunham novas ações e recursos como forma de dinamizar a produção dos saberes e conhecimentos matemáticos na sala de aula. A busca por um redirecionamento no início da minha docência não foi um fato isolado, pois, segundo Nóvoa (1995), o aprendizado do professor ocorre efetivamente nos dois primeiros anos de sua docência.

Nessa reconstrução, a busca por contextos do cotidiano ou de atividades lúdicas que pudessem contribuir para o ensino de conteúdos matemáticos tornou-se uma prática, mas a principal mudança ocorrida foi em relação ao sistema avaliativo que deixou de ser centrado apenas provas escritas, mas que passou a ocorrer em diversos momentos durante os bimestres.

Tais fatos me fizeram procurar uma formação para continuar aprendendo e responder a outras angústias profissionais tais como a falta de motivação dos alunos para aprender, a não identificação dos alunos com a escola e as estratégias mais apropriadas ao ensino da Matemática para poder torná-la mais próxima dos estudantes.

Assim, ingressei em um curso de especialização em Educação Matemática, em 2004, na UFJF. Durante esse curso, tive contato com autores que me possibilitaram sistematizar certos conhecimentos acerca do ensino e aprendizagem da Matemática na EJA e da prática pedagógica do professor, de uma forma geral. Entre esses autores, destaco Moacir Gadotti (1995), que enfatizava a prática do professor nesse nível de ensino, considerando o contexto cultural e histórico-econômico desse educando.

Durante a especialização, ingressei em um projeto de EJA de uma faculdade particular de Juiz de Fora. O projeto contava com o apoio da Sociedade Viva Cazuza, em parceria com a fundação Roberto Marinho, e tinha como principal

proposta associar os educandos a uma formação compatível com o ensino supletivo oferecido pela prefeitura de Juiz de Fora, preparando-os para os exames finais de cada disciplina. O projeto tinha como base aulas produzidas em vídeos pela fundação Roberto Marinho com o nome de "Telecurso 2000" e suporte dos professores dentro de sala aula.

Durante minha permanência nesse projeto, vivenciei algumas situações que se defrontavam com a filosofia da EJA, como a pressão nos professores com relação à aprovação dos estudantes nos exames supletivos, sem levar em conta a questão de aprendizagem dos alunos ou a obrigatoriedade do uso dos vídeos do telecurso. Diante dessa realidade, aprofundei meus conhecimentos sobre esse tema na especialização e desenvolvi uma monografia intitulada "Educação de jovens e Adultos: um estudo local", em que apresentei as distorções encontradas durante o projeto e as consequências para os educandos.

Minha trajetória como docente muda de foco, quando, em 2009, ingressei no setor de Avaliação do Centro de Políticas Publicas e Avaliação da Educação – CAEd, da UFJF, como responsável pela análise e divulgação de resultados das avaliações em larga escala feitas em diversos estados e municípios do país. É importante destacar que as Avaliações em Larga Escala no Brasil tiveram início na década de 1990, com o Sistema de Avaliação da Educação Básica – SAEB, que tinha como principal objetivo oferecer subsídios para a formulação de políticas públicas voltadas para uma educação com mais qualidade e equidade.

Pesquisas como as de Klein e Fontanive (1995) elucidam que a necessidade de avaliar vem do fato de a Educação ser um assunto complexo e, como tal, necessitar de um monitoramento para que, com os resultados obtidos, possamos definir e reconstruir políticas públicas educacionais, bem como reorientações pedagógicas que possibilitem aos professores entender as dificuldades e os desafios a serem enfrentados, visando, efetivamente, a promover um desenvolvimento qualitativo e equitativo da educação.

No período em que estive no CAEd, observei a expansão das avaliações externas e o surgimento de políticas públicas centradas no conceito de accountability, que é, segundo Brooke (2006), uma política de responsabilização

dos resultados obtidos nas avaliações em larga escala com os profissionais da educação.

Uma modalidade que tem sido inserida nessas avaliações é a EJA, alguns programas estaduais de avaliação da educação, como SAERJ (programa de avaliação básica do Rio de Janeiro), SPAECE (programa de avaliação básica do estado do Ceará), que adotam essa avaliação para criar políticas públicas para essa modalidade de ensino.

Adotar as avaliações externas para monitorar a EJA, sem uma adaptação ou um conjunto maior de critérios, pode ser prejudicial a essa modalidade de ensino, tendo em vista que o sistema de avaliação em larga escala se baseia em matrizes curriculares, não havendo estudos nessa área para elaborar uma matriz adaptada a essa modalidade de ensino.

No seu histórico, a EJA surge no Brasil com a finalidade de proporcionar um resgate social, como enfatizado na conferência sobre as tendências atuais na Educação de Jovens e Adultos, ocorrida em 1993:

A Educação de Adultos no Brasil se constitui muito mais como produto da miséria social do que do desenvolvimento. É consequência dos males do sistema público regular de ensino e das precárias condições de vida da maioria da população, que acabam por condicionar o aproveitamento da escolaridade na época apropriada (HADDAD, 1994, p.86).

A EJA está voltada para uma parcela da população que esteve excluída do período escolar regular por algum motivo econômico ou social, compreendendo, segundo Arroyo (2001, p.10), "trabalhadores, pobres, negros, subempregados, oprimidos, excluídos".

Diante desse quadro, interpreto que a EJA necessita de uma política pública voltada às suas características que respeite sua gênese.

Depois de quatro anos no CAEd, reingresso, em 2013, na rede de educação estadual de Minas Gerais, ministrando aulas para turmas de 1°, 2° e 3° anos do ensino médio, mas meu interesse pela pesquisa se torna mais forte quando, no ano seguinte, ingresso no sistema de ensino estadual do Rio de Janeiro, ministrando aulas para o 7° ano do ensino fundamental e para o módulo I e IV da EJA. Deparo-

me, novamente, com a EJA estruturada em um modelo que não compatibilizava com as características dessa modalidade. Esse modelo estava estruturado em apostilas que apresentavam os conteúdos em módulos. Dessa realidade, surgiram alguns questionamentos: Como deve ser o processo de ensino e aprendizagem da matemática na EJA? Qual metodologia pode ser utilizada? Quais as especificidades desse nível de ensino?

A escolha pela temática da geometria deve-se a essa área da matemática não ter a ênfase necessária, ou seja, ela deixada em segundo plano quando comparada a álgebra, por exemplo, e assim seu ensino é muito superficial. Isso ficou evidente durante minha tanto escolar quanto na formação de professores.

Com a finalidade de aprofundar meus conhecimentos, tendo em vista essas questões e reflexões, e de buscar novas formas de ensinar matemática na EJA, em 2014 ingressei no mestrado profissional de Educação Matemática da UFJF.

2 EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS

O desafio de vencer o analfabetismo funcional, democratizar o acesso a bens culturais e responder às mudanças no mundo do trabalho e do consumo coloca-se não só para os formuladores das políticas públicas, mas também para cada um dos professores e das escolas que acolhem jovens e adultos. (FONSECA, 2007, p.1)

Essa citação proporciona uma reflexão sobre alguns desafios que a Educação de Jovens e Adultos (EJA) enfrenta atualmente e a importância da escola e dos professores nesse processo.

Diante desse fato, essa introdução busca apresentar algumas características da EJA no Brasil, abordando aspectos do desenvolvimento dessa modalidade de ensino, tendo como principal foco a educação escolar, dessa maneira, abordaremos o contexto político e social que marcou a trajetória dessa modalidade.

2.1 Um breve histórico

A Educação de Jovens e Adultos tem como um dos seus primeiros registros no Brasil o período colonial. Não existia uma política pública concreta, mas segundo as pesquisas de Strelhow (2010), nesse período, a educação de adolescentes e adultos era uma ação educativa missionária e foi feita pela Companhia Missionária de Jesus. A educação era voltada apenas para as elites, que investiam nos estudos de seus descendentes.

Na Constituição Imperial de 1824, é apresentada uma garantia de "instrução primária e gratuita para todos os cidadãos" (HADDAD; DI PIERRO 2000, p.109), porém, nesse caso, temos uma dicotomia entre texto e o contexto, pois esses autores ressaltam que muito pouco foi feito em prol da educação de jovens e adultos das classes populares, mas essa ideia iluminista se enraizou na cultura jurídica e se manifestou em constituições posteriores.

Uma situação que representa essa manifestação posterior é o Ato Adicional de 1834, que apresenta uma visão sobre a alfabetização de jovens e adultos como um ato de solidariedade, pois "Era preciso 'iluminar' as mentes que viviam nas

trevas da ignorância para que houvesse progresso" (STEPHANOU; BASTOS, 2005, p. 261 apud STRELHOW, 2010, p. 51).

Desse período até o início do século XX, as políticas foram legitimando a exclusão dos analfabetos tanto do direito à instrução, quanto do direito à participação na vida política do país, caso do voto. As principais leis e reformas desse período ocorreram em 1879, com a Reforma Leôncio de Carvalho, na qual "a educação ao povo deve competir à sociedade" (ROCHA, 2010, p.127), e em 1881, com a Lei Saraiva, que restringia o voto às pessoas alfabetizadas. Após a proclamação da República, no início do século XX, Sampaio (2009) aponta que houve uma grande mobilização nacional para a erradicação do analfabetismo.

A criação da Liga Brasileira contra o Analfabetismo e da Associação Brasileira de Educação (ABE) são exemplos destacados por Strelhow (2010, p. 52) como esforços que pretendiam lutar contra a ignorância para estabilizar a grandeza das instituições republicanas.

Esse panorama da EJA é definido como "a marca da relação de domínio e humilhação estabelecida historicamente entre a elite e as classes populares no Brasil, na concepção que as elites brasileiras têm de seu papel e de seu lugar no mundo e do lugar do povo" (SAMPAIO, 2009, p. 16).

A expansão da EJA ocorre então na década de 1930, na busca por mão de obra qualificada, e tem como característica seguir o modelo europeu, em que a escola era voltada para a formação de mão de obra. A partir da Constituição de 1934, criou-se o Plano Nacional de Educação, que previa o ensino primário integral obrigatório e gratuito, estendido às pessoas adultas. Para Strelhow (2010), este é o primeiro plano na história da educação brasileira que previa um tratamento específico para a educação de adultos.

Esse autor destaca a criação do INEP (Instituto Nacional de Estudos Pedagógicos) e, com base em suas pesquisas e estudos, funda-se, em 1942, o Fundo Nacional do Ensino Primário. Esse fundo tinha como um de seus objetivos a realização de programas que ampliassem e incluíssem o Ensino Supletivo para jovens e adultos. Nesse momento, o desafio para erradicar o analfabetismo era grande, segundo Strelhow (2010), pois o Brasil tinha 72% de analfabetos e construiu

essa reforma sob a pressão dos industriais, que emergiam nesse período e sentiam necessidade de formação de mão de obra, como destacado por Sampaio (2009).

Por duas décadas, a EJA se desenvolveu da seguinte forma:

Desde o início da década de 40, a educação de jovens e adultos estava em alta. Em 1946, surge a Lei Orgânica do Ensino Primário, que previa o ensino supletivo, e em 1947 surgiu um programa, de âmbito nacional, visando a atender especificamente às pessoas adultas, com a criação do SEA (Serviço de Educação de Adultos). A finalidade do SEA era de reorientar e coordenar, no geral, os trabalhos dos planos anuais do ensino supletivo para adolescentes e adultos analfabetos. Esse movimento, que durou até fins da década de 50, foi denominado de Primeira Campanha Nacional de Educação de Adultos. Porém, é discutível o método pedagógico utilizado, que homogeneizava seus alunos sem a preocupação dos contextos em que estavam inseridos (STRELHOW, 2010, p.53).

Nessas duas décadas, as políticas governamentais aparecem de forma paliativa, sem a construção de uma política pública concreta para combater o analfabetismo, e a questão da alfabetização de adultos permanecia marginalizada.

Durante esse período, Strelhow (2010, p. 54) destaca o fenômeno do populismo, ao qual atribuiu aos períodos de Vargas, Juscelino Kubitschek, Jânio Quadros e João Goulart. Esse período foi definido por ele como "uma herança deixada pelo período anterior, com o esvaziamento do poder brasileiro, dá-se margem ao surgimento de figuras salvadoras da pátria" e muitas ações eram vistas como "táticas dos governos populistas, pois oscilavam entre a atenção às reivindicações populares e a manutenção do status quo".

O quadro da educação de adultos com isso pouco se alterava, pois como o Estado era o financiador de políticas públicas voltadas à alfabetização de adultos, utilizando-as por interesse político ou para amenizar as pressões da sociedade. Como efeito, a continuidade desses programas, com o passar do tempo, perdia força e mantinha quase que inalterada a situação da alfabetização dos adultos, por isso o país ainda mantinha altas taxas de analfabetismo e sofria com pressões externas para elaboração de políticas públicas que solucionassem essa questão.

Uma consequência desse quadro foi uma maior mobilização política com "o engajamento dos setores sociais na luta por seus direitos e na política é importante,

porque surge nesses grupos a educação de base voltada para a educação de adultos, como uma tática de atuação política" (STRELHOW, 2010, p.54).

Associado a esse fato, no início da década de 1960, uma grande mobilização social com relação ao ensino de jovens e adultos é deflagrada. Fazem parte desse momento o "Movimento de Educação de Base" (1961, CNBB), o Movimento de Cultura Popular do Recife (1961), os Centros Populares de Cultura (UNE), a Campanha de Pé no Chão Também se Aprende (Prefeitura de Natal), que "defendiam a realização de uma Educação de Jovens e Adultos voltada à transformação social e não apenas à adaptação da população ao processo de modernização econômica e social, baseado em modelo estrangeiro" (SAMPAIO, 2009, p.21).

Nesse cenário, temos o surgimento de uma referência para a Educação de Adultos, o educador Paulo Freire. Ele é considerado um importante pensador sobre essa área e mostrava plena consciência da mazela em que o país se encontrava com relação a essa modalidade, explicitando que "os adultos analfabetos, oprimidos na sua concepção, hospedam o opressor." (FREIRE, 1983 apud SAMPAIO, 2009, p.16). Com essa frase, Freire deixava clara a relação de interdependência que existe entre o oprimido e a cultura do opressor.

Por ter uma visão ampla sobre educação, Strelhow (2010) destaca que Paulo Freire foi convidado a participar do Plano Nacional de Alfabetização, mas com o golpe de 1964, o desenvolvimento desse plano foi interrompido.

A deflagração do golpe proporcionou uma mudança no quadro da educação. Dessa forma, houve uma

[...] ruptura política em função do qual os movimentos de educação e de culturas populares foram reprimidos, seus dirigentes, perseguidos, seus ideais, censurados. O Programa Nacional de Alfabetização foi interrompido e desmantelado, seus dirigentes, presos e os materiais apreendidos (HADDAD; DI PIERRO, 2000, p. 113).

Essas ações não ficaram restritas à esfera federal, pois Haddad e Di Pierro (2000, p.113) citam que em Natal a campanha "De Pé no Chão" foi interrompida e seus líderes presos, assim como o projeto do Movimento de Educação de Base da CNBB foi sendo tolhido pela ditadura, bem como correntes progressistas da igreja.

Dessa forma, o projeto da CNBB tomou, em 1970, um caráter de evangelização. Essas ações denotavam uma ruptura com os anseios populares sobre a EJA.

Dentro desse período de transformações, alguns projetos resistiam com uma denominação de "educação popular", sendo desenvolvidos de modo mais disperso e com um caráter praticamente clandestino, destacando-se entre eles o da Ação Básica Cristã, nascido no Recife, e o projeto denominado Cruzada, que perdurou até 1971, que foi mais abrangente, sendo caracterizado como um programa semioficial.

Depois dessa mudança, temos uma lacuna com relação à EJA, o que fez com que a ditadura começasse a buscar uma alternativa para acalmar os anseios populares. A alternativa foi a criação do Movimento Brasileiro de Alfabetização – Mobral –, em 1967 e, posteriormente, com a implantação do Ensino Supletivo, em 1971, quando da promulgação da lei Federal 5.692, que formulou as diretrizes de ensino de primeiro e segundo graus" (HADDAD; DI PIERRO, 2000, p.114).

O Mobral é instituído pela lei 5.379, iniciando como uma campanha, para posteriormente estruturar-se como uma fundação; era uma tentativa do Estado de aliviar as tensões sociais referentes à educação bem como atender às recomendações da UNESCO. Esse programa foi caracterizado como "o maior movimento de alfabetização de jovens e adultos já realizado no país, com inserção em praticamente todos os municípios brasileiros." (FÁVERO, 2004, p. 25 apud SAMPAIO, 2009, p. 21).

Em outra análise, Haddad e Di Pierro (2000), refletindo sobre o caráter mais político do Mobral, elucidam que, inicialmente, esse projeto se apresentava como uma alternativa ao projeto Cruzada, mas, a partir de 1969, começa a se distanciar dos objetivos pedagógicos e a atender mais aos objetivos militares, explicitando essa situação da seguinte forma:

^[...] buscava-se ampliar junto às camadas populares as bases sociais de legitimidade do regime, no momento em que esta se estreitava junto às classes médias em face do Al-5, não devendo ser descartada a hipótese de que tal movimento tenha sido pensado também como instrumento de obtenção de informações sobre o que se passava nos municípios do interior do país e na periferia das cidades e de controle sobre a população. Ou seja, como instrumento de segurança interna (PAIVA, 1982, p. 99 apud HADDAD; DI PIERRO, 2000, p.114).

Concomitantemente a essa situação, "o Mobral procura restabelecer a ideia de que as pessoas que não eram alfabetizadas eram responsáveis por sua situação de analfabetismo e pela situação de subdesenvolvimento do Brasil" (STRELHOW, 2010, p.55). Essa ideia já havia sido utilizada em outros momentos e, dessa maneira, inverte-se o foco do problema, pois ao invés de enfrentar a questão como um direito do cidadão, estabelece uma relação de culpabilidade aos analfabetos.

Além dessas características, outro ponto a ser destacado é que o sistema de financiamento desse programa, que segundo Haddad e Di Pierro (2000, p.114), foi criado pelo então presidente dessa fundação, Mário Henrique Simonsen, com a "venda" do programa aos empresários que, em contrapartida, tinham direito a deduzir 1% do imposto de renda devido. Além disso, a loteria esportiva contribuía com 24% da renda líquida, destarte o programa dispusesse ainda de recursos amplos e ágeis de caráter extra orçamentário.

Sobre o financiamento do MOBRAL, essa ação mista entre o poder público e setor privado não era suficiente para a situação em que se encontrava o analfabetismo no país, tal como apresentado anteriormente. O poder público tinha conhecimento das altas taxas de analfabetos que o país apresentava. Logo, como um primeiro passo, o MOBRAL foi muito importante, mas esse fato pode demonstra que a EJA não era encarada como uma política pública, pois não houve posteriormente a criação de instrumentos que possibilitassem seu fomento, para que por meio desse programa ou de outros, se extinguissem essa questão do analfabetismo de jovens e adultos.

Uma parcela significativa da consolidação do projeto educacional do regime militar vem com a lei n° 5692 de 1971, tal como apontam Haddad e Di Pierro (2000, p.116). Como estabelecido no capítulo IV dessa LDB, o ensino supletivo foi regulamentado posteriormente pelo Parecer do Conselho Federal de Educação de n° 699 e pelo documento "Política para o Ensino Supletivo", que definiram melhor seus fundamentos e suas características, quais sejam:

O Ensino Supletivo visou se constituir em "uma nova concepção de escola", em "uma nova linha de escolarização não-formal, pela primeira vez assim entendida no Brasil e sistematizada em capítulo especial de uma lei de diretrizes nacionais", e, segundo Valnir Chagas, poderia modernizar o

Ensino Regular por seu exemplo demonstrativo e pela interpenetração entre os dois sistemas (HADDAD; DI PIERRO, 2000, p.116).

A esse ensino foram atribuídos três princípios:

O primeiro foi a definição do Ensino Supletivo como um subsistema integrado, independente do Ensino Regular, porém com este intimamente relacionado, compondo o Sistema Nacional de Educação e Cultura. O segundo princípio foi o de colocar o Ensino Supletivo, assim como toda a reforma educacional do regime militar, voltado para o esforço do desenvolvimento nacional, seja "integrando pela alfabetização a mão-deobra marginalizada", seja formando a força de trabalho. A terceira "ideia força" foi a de que o Ensino Supletivo deveria ter uma doutrina e uma metodologia apropriadas aos "grandes números característicos desta linha de escolarização" (HADDAD; DI PIERRO, 2000, p.117).

Dessa maneira, o projeto do Supletivo se apresentava de modo diferente dos demais projetos da ditadura, tendo em suas propostas maior abertura para a formação profissional e explicitando o que Haddad e Di Pierro (2000, p. 117) classificaram como "escolarização menos formal e mais aberta". Os professores seriam integrados nesse projeto à medida que participassem de cursos de aperfeiçoamento e adaptação a esse novo modelo de ensino.

Diante desses dois programas apresentados, é necessário fazermos uma reflexão visto que, após um período de repressão, o regime militar tentava, através dessas ações, reconstruir sua mediação com os setores populares. Nesse momento, a Educação de Adultos foi utilizada como instrumento político com a ideia de que, com o "milagre econômico", os indivíduos poderiam ter ascensão social e que o sistema educacional se encarregaria de corrigir as desigualdades. Uma proposta que contraria a realidade desse momento, pois:

no período militar, a economia brasileira é determinada pela redução do investimento, [...] a queda da taxa de lucro e a aceleração do processo inflacionário. Pode-se dizer que estas características são frutos de uma tentativa frustrada da fixação de um modelo econômico autônomo. Além disso, a economia brasileira se encontrava numa grande crise de nível conjuntural, que acabou continuando no início da Nova República (STRELHOW, 2010, p.55).

Dessa maneira, a ditadura podia manter um controle social, pois ao associar a ascensão social à forma escolar, ela transfere a responsabilidade para o indivíduo da busca de melhoria da qualidade de vida, ou seja, tem uma vida melhor aquele que estudar mais. Esse fato é falacioso, tomando como base a crise econômica e estrutural que assolava o país nesse período.

No período de redemocratização, no final da década de 1980, temos uma mudança para EJA, sendo garantida como direito pelo artigo 208 da Constituição Federal de 1988 (FONSECA, 2007, p.16). Portanto, destaca-se a finalidade de proporcionar um resgate social para as camadas mais desfavorecidas da população. Para Fernandes (2013, p. 6), a abertura política que acontecia nessa época bem como a crise econômica em que o país vivia proporcionaram esse quadro. Destaca que

A participação dos movimentos populares e sociais foi de grande importância na luta pelo acesso à educação escolar; nessa esteira, congressos, conferências e demais eventos voltados para discutir a situação educacional no país foram realizados. Destaca-se, nessa década, a realização das cinco edições da Conferência Brasileira de Educação (CBE), para a qual foi significativa a atuação de três entidades — Associação Nacional de Pós-Graduação (ANPEd); o Centro de Estudos Educação e Sociedade (CEDES), sediado na UNICAMP e criador da revista "Educação e Sociedade"; a Associação Nacional de Educação (ANDE), constituindo-se como organizadoras das CBEs e, também, a participação das universidades que a sediaram — PUC/SP, UFMG, UFF, UFG e UCG, UNB — com destaque para a IV CBE, realizada em Goiânia no ano de 1986, com a aprovação da Carta de Goiânia, que continha um conjunto de eixos que, segundo fora aprovado na Conferência, deveria integrar a nova Constituição Federal Brasileira (FERNANDES, 2013, p. 6-7).

Uma importante contribuição da carta de Goiânia foi estabelecer a gratuidade do ensino para os jovens e adultos e responsabilizar o Estado para compatibilizar a necessidade de trabalho dessa população com o direito à Educação.

Toda essa política construída para a Educação de Jovens e Adultos mostra como era importante o resgate dessa população através da escola e, de certa maneira, uma visão futurista sobre esse ensino para o período. Essa inserção tinha como finalidade impulsionar o progresso do país, utilizando toda essa parcela excluída da escola.

Essa finalidade foi enfatizada na conferência sobre as tendências atuais na Educação de Jovens e Adultos de 1993.

Uma das consequências desse debate, em 1996, foi a promulgação da Lei de Diretrizes e Bases da Educação (LDB 9394/96), na qual a EJA é apresentada como "a educação destinada àqueles que não tiveram acesso ou continuidade de estudos no ensino fundamental e médio na idade própria" (seção V, arts. 37 e 38) e também ao afirmá-la como uma modalidade de ensino, conforme está estabelecido no Art. 4°, inciso VII:

O dever do Estado com educação escolar pública será efetivado mediante a garantia de [...] oferta de educação escolar regular para jovens e adultos, com características e modalidades adequadas às suas necessidades e disponibilidades, garantindo-se aos que forem trabalhadores as condições de acesso e permanência na escola.

O artigo 37, inciso II, estabelece que os sistemas de ensino devem assegurar "gratuitamente aos jovens e adultos, que não puderam efetuar os estudos na idade regular, oportunidades educacionais apropriadas, consideradas as características do alunado, seus interesses, condições de vida e de trabalho". Dessa maneira

[...] a existência de uma modalidade pressupõe a existência de uma organização maior à qual pertença, pois modalidade significa modo particular de ser, uma subcategoria dentro de uma categoria. Entender a EJA como uma modalidade, ou uma subcategoria, do ensino fundamental ou médio é assumir que ela faz parte de um ou outro nível e abordá-la como possuidora de todas as qualidades e benefícios que caracterizam estes níveis, mas que não ferem suas especificidades garantidas em Lei [...] (MAMED, 2004, p.161 apud SOGLIA; SANTOS, 2012, p.3).

Além disso, no artigo 37°, está garantido que o "Poder Público viabilizará e estimulará o acesso e a permanência do trabalhador na escola, mediante ações integradas e complementares entre si". Pensar em alternativas que proporcionem a permanência na escola é até hoje um enorme desafio.

Nessa lei, temos a definição da idade mínima para realização de exames supletivos, para o Ensino Fundamental é de 15 anos e de 18 anos para o Ensino

Médio, estabelecendo a inclusão da educação de jovens e adultos no sistema de ensino regular.

Fato importante é apresentado no artigo 39, em seu parágrafo único: "O aluno matriculado ou egresso do ensino fundamental, médio e superior, bem como o trabalhador em geral, jovem ou adulto, contará com a possibilidade de acesso à educação profissional".

Essa possibilidade permite à EJA um número maior de campos de atuação, o que, em tese, é bom, pois essa associação poderia permitir que o estudante buscase escolas que apresentassem cursos da sua área de atuação, mas o que se nota é que a educação profissional não obteve desenvolvimento expressivo.

Vale ressaltar que, ao criar esse conjunto de leis, é necessário cumpri-las para que tenhamos uma modalidade estruturada e cumpridora de seu propósito.

Outra questão a ser observada sobre a emenda constitucional 14/96 está relacionada o fomento da EJA. A criação do Fundef¹, permitiu a distribuição de verbas provenientes da arrecadação de impostos a municípios e estados, proporcionalmente ao número de matrículas efetuadas nas respectivas redes de ensino na educação fundamental (FONSECA, 2007), contudo, um veto presidencial excluiu os estudantes da EJA de serem beneficiados.

Essa situação corroborava um enfraquecimento ao direito da EJA, pois como esse fundo é gerido pelo estado, ou seja, o fundo é estadual e seu fomento advém de recursos que afluem da arrecadação de impostos dos estados e municípios, podendo ter uma complementação da união, caso não alcancem o valor mínimo por aluno. Esse valor mínimo era estabelecido pela união, tendo em vista esse processo, os recursos eram distribuídos levando-se em conta a quantidade de alunos matriculados em cada rede do ano anterior.

Dessa maneira uma série de distorções poderia acontecer, pois a rede poderia ter expansão de um ano para outro e como o senso é do ano anterior, não estaria destinando os recursos suficientes para essa rede. Desse modo, a EJA não recebia as verbas necessárias para seu fomento e desenvolvimento.

_

¹ Fundo de Manutenção e Desenvolvimento do Ensino Fundamental e de Valorização do Magistério.

Para a EJA, em 2000, temos o surgimento de um panorama especial com a apresentação do parecer CNE/CEB 11/2000 e a Resolução CNE/CEB 1/2000:

que instituem as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação de Jovens e Adultos (EJA), atribuem a essa modalidade da educação básica a função de reparação da dívida social resultante da história excludente do nosso país. Esses documentos legais, ao adotarem a ideia da inclusão educacional, fazem a defesa do atendimento de alunos que não tiveram, na idade própria, acesso ou continuidade de estudo. Mais do que um direito, a EJA é considerada a chave para o século XXI, por ser resultante do exercício da cidadania e condição para a participação plena na sociedade, incluindo aí a qualificação e a requalificação profissional. (CHILANTE; NOMA, 2009, p. 225)

Na resolução CNE/CEB 1/2000, são apresentados vinte e cinco artigos referentes às normas de educação de pessoas jovens e adultas. Entre estes artigos, está definida a oferta da EJA, nas etapas do ensino fundamental e médio, levandose em conta as características do público que compõe essa modalidade.

Para Resende (2013, p. 28), são expostos

os desafios existentes nesta modalidade de ensino, em que podemos citar, um curso com limitação de tempo e de condições materiais; falta de corpo docente especializado; currículo inexpressivo; falta de materiais didáticos específicos para esse público; dentre outros.

Dessa maneira podemos refletir que foram apresentadas algumas definições para o desenvolvimento da EJA, mas as condições para esse desenvolvimento estavam muito aquém do que era necessário, ou seja, era apresentado um contexto que era divergente da realidade e condições.

Em 2001 foi na promulgação da lei 10.172, que estabelece o Plano Nacional de Educação (PNE)². Este Plano se alinha a compromissos firmados pelo Brasil no âmbito internacional, a exemplo da Declaração de Hamburgo, que se relaciona com a educação de adultos. Os principais pontos são

-

² O PNE é um instrumento da política educacional que estabelece diretrizes, objetivos e metas para todos os níveis e modalidades de ensino, para a formação e valorização do magistério e para o financiamento e a gestão da educação, por um período de dez anos.

A necessidade de contínuo desenvolvimento de capacidades e competências para enfrentar essas transformações alterou a concepção tradicional de educação de jovens e adultos, não mais restrita a um período particular da vida ou a uma finalidade circunscrita. Desenvolve-se o conceito de educação ao longo de toda a vida, que há de se iniciar com a alfabetização. Mas não basta ensinar a ler e a escrever. Para inserir a população no exercício pleno da cidadania, melhorar sua qualidade de vida e de fruição do tempo livre, e ampliar suas oportunidades no mercado de trabalho, a educação de jovens e adultos deve compreender, no mínimo, a oferta de uma formação equivalente às oito séries iniciais do ensino fundamental.

De acordo com a Carta Magna (art. 208, I), a modalidade de ensino, educação de jovens e adultos, no nível fundamental, deve ser oferecida gratuitamente pelo Estado a todos os que a ele não tiveram acesso na idade própria. Trata-se de um direito público subjetivo (CF, art. 208, 1°). Por isso, compete aos poderes públicos disponibilizar os recursos para atender a essa educação.

Na seção dos objetivos e metas, o PNE destaca 26 pontos, dos quais destacamos alguns:

- Estabelecer, a partir da aprovação do PNE, programas visando a alfabetizar 10 milhões de jovens e adultos, em cinco anos e, até o final da década, erradicar o analfabetismo.
- Assegurar, em cinco anos, a oferta de educação de jovens e adultos equivalente às quatro séries iniciais do Ensino Fundamental para 50% da população de 15 anos e mais que não tenham atingindo este nível de escolaridade.
- Assegurar, até o final da década, a oferta de cursos equivalentes às quatro séries finais do Ensino Fundamental para toda a população de 15 anos e que concluiu as quatro séries - Assegurar que os sistemas estaduais de ensino, em regime de colaboração com os demais entes federativos, mantenham programas de formação de educadores de jovens e adultos, capacitados para atuar de acordo com o perfil da clientela, e habilitados para, no mínimo, o exercício do magistério nas séries iniciais do Ensino Fundamental, de forma a atender a demanda de órgãos públicos e privados envolvidos no esforço de erradicação do analfabetismo.
- Incentivar as instituições de educação superior a oferecerem cursos de extensão para prover as necessidades de educação continuada de adultos, tenham ou não formação de nível superior.
- Observar, no que diz respeito à educação de jovens e adultos, as metas estabelecidas para o Ensino Fundamental, formação de professores, educação a distância, financiamento e gestão, educação tecnológica, formação profissional e educação indígena. (BRASIL, 2001)

Com essas metas e desafios, observa-se que a EJA se estruturou em diversos campos tais como sua definição de modalidade e suas bases. Tendo como referência esses avanços, temos uma condição para o combate a essa mazela que ainda no século XXI assola a sociedade brasileira. A partir de então, faz-se necessário observar se essas condições serão cumpridas em todas as suas determinações.

Uma questão que foi aperfeiçoada é a maneira como a EJA seria fomentada, pois, em 2006, cria-se o Fundeb³, que substitui o Fundef, que passa a destinar parte de sua arrecadação para essa modalidade de ensino. Esse fundo, de acordo com o FNDE (BRASIL, 2007), é composto por impostos federais, estaduais e municipais. Nesse fundo, a arrecadação é destinada ao pagamento dos profissionais da educação e para questões que envolvam a escola, sendo definida o valor em que cada estado e município de receber pelo numero de estudantes matriculados na rede estadual e municipal.

Apesar da remuneração está vinculada ao estudante e a modalidade de ensino que está inserido, estados e municípios não são obrigados a investir esse valor referente em cada modalidade, ou seja, apesar de receberem pelo estudante da EJA, esse valor pode ser investido em qualquer outra modalidade.

Essa definição com base no Fundeb proporcionou à EJA uma ruptura de um paradigma histórico, pois, reconhece sua importância e sua necessidade como uma política pública, mas ainda persistem questões a ser resolvidas, como garantir que o valor referido a EJA, seja investido nela e que a "trava" na lei que limita os gastos com a EJA em no máximo 30% do valor arrecadado seja retirada, pois assim possibilitamos mais recursos para que essa modalidade busque soluções para outras questões que dificultam seu desenvolvimento.

A partir desse cenário apresentado, a presente pesquisa vai se concentrar nos desafios metodológicos de ensino e aprendizagem que a EJA apresenta. Nesses desafios destacamos a busca por metodologias que possam proporcionar uma aprendizagem mais significativa para os estudantes. Para expor com mais clareza esses desafios presentaremos as características da EJA na cidade na qual a pesquisa se desenvolveu com uma contextualização histórica que ajudaram a entender o desenvolvimento dessa modalidade desde a década de 1970 até os dias atuais.

2.2 A EJA no Rio de Janeiro: cenário da pesquisa

_

³ Fundo de Manutenção e Desenvolvimento da Educação Básica e de Valorização dos Profissionais da Educação Básica.

Nessa seção, propomos um paralelo entre o contexto nacional e a trajetória da Educação de Jovens e Adultos no Rio de Janeiro. Dessa maneira, poderemos elucidar algumas características desse sistema de ensino, principalmente com relação a essa modalidade de ensino, tendo em vista que essa pesquisa foi construída em uma escola desse Estado.

Um fato marcante nesse período é o surgimento de sua capital. O município do Rio de Janeiro surgiu em 14 de março de 1975, pela fusão do Estado da Guanabara, cuja capital era a cidade do Rio de Janeiro, com o Estado de mesmo nome, cuja capital era a cidade de Niterói. Essa fusão obrigou o poder público a entender melhor as características da nova capital.

Na educação, era necessário um levantamento sobre as condições em que se encontravam a nova capital. Em depoimento a Fernandes (2013), a primeira secretária de educação do município do Rio de Janeiro, Terezinha Saraiva, declarou que

O primeiro censo escolar do Município do Rio de Janeiro foi realizado em setembro de 1975 com o objetivo de cumprir o preceito constitucional para a obrigatoriedade escolar para a população de 7 a 14 anos, a partir do diagnóstico correto da situação do ensino na nova unidade que acabara de ser criada – o município do Rio de Janeiro. Como íamos recensear todas as casas do município, foi uma coisa do universo, não foi uma amostra não, incluímos, além do levantamento das crianças de 7 a 14 anos, o levantamento das crianças de 2 a 6 anos, uma vez que oferecíamos uma educação pré-escolar e, também, para poder acompanhar o crescimento vegetativo da população. Aproveitamos para levantar, também, a situação dos adolescentes de 15 a 18 anos, que já deveriam ter terminado o curso, mas que muitos deles frequentavam as turmas de ensino regular. Além disto, levantamos os moradores do Rio maiores de 15 anos, analfabetos, para encaminhar a relação nominal com os respectivos endereços para o MOBRAL. [...] Os resultados do Censo Escolar foram compasso e bússola para todo o planejamento da Secretaria Municipal de Educação e Cultura do Rio de Janeiro de 1975 a 1979. Todas as medidas que eu tomei foram baseadas nas informações que eu levantei no censo. Foi pelo censo que definimos as áreas onde precisávamos construir novas unidades escolares (FERNANDES, 2013, p.5).

Notamos que é estabelecida uma relação da Educação de Jovens e Adultos com o Mobral, ou seja, a estrutura municipal não apresentava vagas para essa educação. Portanto, era necessário buscar uma solução para uma estrutura que Fernandes (2013, p.5) apresenta tendo:

mais de 600 mil estudantes, havia pessoas na faixa etária de 15 a 18 anos frequentando o então ensino de 1º grau, além dos que se encontravam em situação de defasagem idade-série, além dos que ainda não tinham se alfabetizado. Tal cenário explicitava a demanda por atendimento às pessoas adultas que não tinham podido estudar na idade considerada adequada, ou mesmo não puderam concluir os seus estudos. Com os dados analisados, nascia, naquele momento, a primeira ação voltada para as pessoas jovens e adultas no âmbito da Secretaria Municipal de Educação e Cultura. considerando-se as especificidades de um município recém-criado, bem como sua Secretaria de Educação. A criação do que poderia ser considerada como a primeira política de atendimento às pessoas jovens e adultas no âmbito da Rede Municipal de Educação do Rio de Janeiro foi criada nesse período a partir de duas parcerias: as escolas estaduais e o Movimento Brasileiro de Alfabetização (Mobral), já que a Rede Municipal de Educação não tinha a oferta de ensino supletivo. Para tanto, a Secretaria de Educação fez um convênio com o governo estadual, por meio do qual, disponibilizava os prédios das escolas municipais para que a Secretaria de Estado de Educação do Rio de Janeiro garantisse o atendimento, no horário noturno, para o ensino supletivo. Para atender aos maiores de 15 anos que não tinham se alfabetizado, foi estabelecida uma parceria com o Mobral.

Como uma solução emergencial, essas estratégias podiam ajudar os estudantes da EJA a continuar seus estudos, mas esse fato não excluía a necessidade de se construir uma política municipal de atendimento da EJA.

Temos um panorama melhor na década de 1980. Nesse período, temos um processo de redemocratização que culmina com a República Nova e um maior debate sobre a Educação de Jovens e Adultos. Na Secretaria Municipal de Educação e Cultura do Rio de Janeiro, é criado um atendimento a esse público. Esse atendimento foi em decorrência das discussões com vistas à construção do Programa Especial de Educação, na época de implantação dos Centros Integrados de Educação Pública (CIEPs).

Os CIEPs foram projetados para atender a 1.000 estudantes de 1ª a 4ª série ou de 5ª a 8ª série, separadamente, no horário de 8 às 17 horas, com aulas, recreação, ginástica, três refeições e banho diário. No horário noturno — de 18 horas às 22 horas — a previsão era de atendimento a 400 jovens de 14 a 20 anos, não alfabetizados ou com baixa escolaridade. Além desse atendimento no diurno e noturno, foi construído em suas dependências abrigo com capacidade para atender 12 meninos e 12 meninas em situação de abandono social: os alunos residentes (FERNANDES, 2013, p. 8).

Podemos perceber que esse projeto apresentava uma estrutura diferente daquela das escolas públicas da época. Um fato a ser investigado é se essa

estrutura funcionou tal qual foi projetada. No que concerne à Educação de Jovens e Adultos, esse centro comtemplava o ensino dos jovens e adultos que não se encontravam na idade escolar adequada.

A perspectiva era de um projeto político de educação que fosse capaz de incluir a participação de representações de segmentos da estrutura da Secretaria Municipal, no contexto da construção de propostas educacionais, com vistas à organização e experimentação do projeto-piloto do Projeto de Educação Juvenil – PEJ. Esse projeto é apresentado por Fernandes (2013, p. 6) como tendo principal foco para alfabetização, mas tinha alguns entraves como a não repetência nas séries iniciais e um período de início e término para os módulos. Esse modelo foi alvo da seguinte reflexão:

No fundo, a escola pública estava reproduzindo a sociedade iletrada do país. Ela não estava sendo a escola específica para uma população específica, uma população que tinha tradições culturais diferentes da população de Copacabana, de onde quer que seja. Não fui bem sucedida. Não consegui transmitir essa noção de que a escola é uma escola dirigida a todos, que tem que ser uma escola capaz de dar uma ajuda concreta a totalidade das crianças que acorrem a esta escola. Isso é muito difícil (LINHARES, 2007, p. 150 apud FERNANDES, 2013, p. 6).

Diante dessa reflexão, podemos dialogar que a construção de uma educação para todos é trabalhosa, principalmente no final dos anos 1980. Com relação à Educação de Jovens e Adultos, os obstáculos eram ainda mais complexos, tendo em vista a necessidade de uma discussão sobre um projeto político-pedagógico que fosse diferente do usual (Projeto Mobral) e contemplasse as características desse público.

Todos esses fatos contribuíram para a criação de uma política educacional direcionada a jovens e adultos, inclusive no estado do Rio de Janeiro e sua capital.

No âmbito municipal, foram criadas duas frentes de atendimento para esse ensino em expansão, o PEJ e a criação do ensino de 1º grau regular noturno. "O PEJ nasce com a responsabilidade de garantir aos estudantes de 14 a 20 anos o papel social que tem sido historicamente negado à escola" (RIBEIRO, 1986, p. 80 apud FERNANDES, 2013, p. 8). Para que possamos esclarecer melhor a importância desse programa, faz-se necessário elucidar que o PEJ era parte de um

programa maior, o Programa Especial de Educação (PEE). O PEE era de âmbito estadual e tinha como principal objetivo

consolidar um ensino público moderno, bem aparelhado e democrático, capaz de ensinar todas as crianças a ler, escrever e contar no tempo devido – e com a correção desejável. O PEE tinha em sua concepção três grandes metas centrais: a primeira consistia na expansão da rede pública de ensino, tendo por objetivo extinguir o terceiro turno e garantir, no mínimo, 5 horasaula a todas as crianças e, também, na criação de 1.000 Casas da Criança; a segunda meta fundamental era a instituição das "escolas de dia completo", os Centros Integrados de Educação Pública (CIEPs), também implantados em áreas de maior densidade populacional e de pobreza, que passaram a ser conhecidos como *Brizolões*; a terceira, era o aperfeiçoamento do magistério, tanto o que está em serviço, como o que ingressava na carreira (RIBEIRO, 1986 apud FERNANDES, 2013, p. 8).

Essa de ação na área educacional, principalmente aos jovens e adultos, mostra uma maior consciência do poder público sobre as condições educacionais da capital fluminense bem como do estado do Rio de Janeiro. Essa forma nova era construída

[...] objetivando uma radical modificação desta forma de se encarar a parcela da juventude que já havia passado da idade de escolarização obrigatória e que, portanto, encontrava-se marginalizada dentro de uma sociedade letrada, bem como o resgate de sua cidadania, o Projeto de Educação Juvenil ofereceu a esses jovens uma escola que lhes apresentava um espaço onde fossem respeitados e comprometidos em suas particularidades e, além disso, também recebessem atendimento na área de saúde, da cultura e da educação, de acordo com a necessidade de cada um (ARANTES, 1998, p. 69-70 apud FERNANDES, 2013, p.8).

Essa política foi implantada pelo governo de Leonel de Moura Brizola, no início dos anos 1980, e "era a educação e, principalmente, a alfabetização de crianças, jovens e adultos, em uma proposta que articulava as esferas estadual e municipal da capital fluminense" (FERNANDES, 2013, p.9). Essa ação é atribuída ao governo populista e socialista, exercido por Brizola, e mantém as bases até os dias atuais.

Após essa contextualização sobre o desenvolvimento do fomento da EJA, gostaríamos de retomar algumas características mais recentes dessa modalidade no estado do Rio de Janeiro. Com a intenção de reestruturar a filosofia e a estrutura da EJA, desenvolve-se um projeto, em 2013, com o nome de Nova Educação de Jovens e Adultos, NEJA, ou Nova EJA. A NEJA foi idealizada pela Secretaria Estadual de Educação do Estado do Rio de Janeiro com a intenção de abordar as questões emergentes do século XXI. Esse programa foi apresentado com a busca

de consolidar uma escola de qualidade, conectada ao século XXI, capacitada para preparar os jovens e adultos para o mercado de trabalho, estimular o desenvolvimento de suas habilidades, constituindo no espaço escolar as condições propícias para conquista de sua autonomia e inserção nos diferentes e diversos espaços da vida social: exercício da cidadania plena, o trabalho, participação comunitária, atuação no cenário político (ANDRADE, 2014, p. 5).

No ano de 2016 a NEJA apresentava para o ensino fundamental as fases VI, VII, VIII e IX do Ensino Fundamental e para o Ensino Médio os módulos I, II, III, IV, ou seja, o ensino médio foi dividido em quatro módulos.

No censo escolar de 2016, foi apresentado o total por rede no estado do Rio de Janeiro.

				Total de Matrículas da Educação Básica - Censo Escolar 2016							
Estado do Rio de Janeiro			Matrículas por Dependência Administrativa								
			Modalidade de Ensino - Censo Escolar 2016								
Dependência Administrativa	Percentual de Escolas (%)	Matriculas		Educação Infantil	Ensino	Ensino Médio	Educação	Educação	Educação Jovens e Adultos		EAD - Educação a
		Totals	(%)		Fundamental		Especial	Profissional	EIA Presencial(³)	EJA Semi Presencial	Distância
FEDERAL	0,53	38.847	1,08	758	9.693	18.742	635	6.306	1.309	0	1.404
ESTADUAL(¹)	11,99	773.443	21,53	306	194.184	442.801	238	9.369	78.396	48.149	0
SEEDUC	11,54	748.544	20,83	0	188.424	430.863	197	2.818	78.093	48.149	0
Outras Secretarias (²)	0,45	24.899	0,69	306	5.760	11.938	41	6.551	303	0	0
MUNICIPAL	46,86	1.683.410	46,86	346.966	1.221.377	5.487	8.159	1.339	96.935	3.147	0
PRIVADA	40,62	1.097.055	30,53	244.402	612.016	124.015	2.736	85.306	14.869	981	12.730
Total Geral 3.592.755		2.755	592.432	2.037.270	591.045	11.768	102.320	191.509	52.277	14.134	

^{(1) -} SEEDUC + Outras Secretarias

⁽²) - Outras Secretarias (Ciências e Tecnologia - FAETE C/ Cultura / Secretaria de Segurança - Polícia Militar

^{(3) -} Foram somadas as matriculas da EIA Presencial Integrada à educação profissional de nível Fundamental e nível Médio, EIA Fundamental Projovem Urbano e EIA Formação Continuada ou Qualificação Profissional

Nesse quadro podemos perceber como o número de estudantes da EJA se concentra muito mais na rede municipal e estadual, fato que mostra o desafio de manter essa modalidade tendo em vista os recursos que são repassados.

Para entendermos melhor esse novo projeto, temos que sua gênese foi em um contexto muito complexo e preocupante para Andrade (2014). Para que possamos entender o desenvolvimento dessa ideia, esse autor (2014, p. 3) faz um breve histórico que se inicia quatro anos antes, quando em 2009, o estado do Rio de Janeiro fica em penúltimo colocado no Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB). Para buscar a melhoria na educação, a política adotada foi o "Choque de Gestão", que tem, entre suas ações, a utilização das avaliações externas (SAERJ e SAERJINHO) como norteadoras para as políticas públicas de fiscalização e investimento. Outro instrumento construído por esse "choque" foi

[...] a Gestão Integrada da Escola (GIDE) [...] que encampa o plano de metas para a educação pública fluminense; indicando que, através do Planejamento Estratégico, alcançaria os índices necessários para situar o Estado do Rio de Janeiro entre os primeiros no ranking nacional até o ano de 2014. [...] a GIDE enquanto política de gestão que tem como embrião o Sistema de Gestão Integrada, baseia-se no Índice de Formação de Cidadania e Responsabilidade Social do Rio de Janeiro (IFC/RJ), que oferece a escola possíveis diagnósticos para a obtenção de melhores resultados, segundo as ações esperadas pela secretaria para a ampliação de seu aproveitamento. Dentre suas preocupações, destacam-se os resultados das avaliações — internas e externas a unidade escolar , assim como o índice fluxo escolar, convergindo ao discurso meritocrático — após a instituição/revisão da política de bonificação (ANDRADE, 2014, p. 3).

Embora alegadamente tais ações tenham sido construídas com a finalidade de melhorar os índices educacionais, para Andrade (2014, p. 3-4), estão baseadas em critérios muito confusos e massacrantes. Para termos uma noção sobre a confusão dos critérios, temos um que

a Secretaria de Educação criou o IDERJ (Índice da Educação Básica do Rio de Janeiro), que fornece um diagnóstico da escola em uma escala de zero a dez, baseando-se no Indicador de Desempenho (ID), medido através das notas do Saerj, e no Fluxo Escolar (IF). Além destes índices, também fará parte da meta de cada unidade escolar o IGE (Indicador Geral do Estado do Imóvel), elaborado pela Emop (Empresa de Obras Públicas) [...]Além de elevar os índices estipulados, para receberem a bonificação, os servidores lotados nas unidades escolares precisam cumprir 100% do currículo mínimo; participar de todas as avaliações internas e externas; efetuar o lançamento das notas dos alunos na forma e prazo estabelecidos; alcançar,

no mínimo, 95% de resultado em cada meta de IDERJ do ensino regular da unidade escolar; alcançar, no mínimo, 80% de resultado de cada meta de ID da Educação de Jovens e Adultos presencial da unidade escolar; e ter, pelo menos, 70% de frequência presencial no ano letivo. (ANDRADE, 2014, p. 4)

Essas ações com todos os critérios estabelecidos pelo governo proporcionam uma reflexão sobre quão distantes estão do pensamento do PEE dos anos 1980, que propunha uma construção de metas e projetos com os profissionais da educação e com investimentos na área. Uma política de Estado na qual o PEE se baseava nos parece mais sensata do que uma política de critérios e metas totalmente arbitrários que impõe situações aos profissionais da educação, muitas vezes, inacessíveis. Como melhorar a qualidade da educação se baseando em apenas um tipo de critério? Qual a legitimidade desse critério sem o debate com os professores? Temos que refletir sobre como buscar uma melhor qualidade de ensino, apresentando múltiplas soluções, não apenas metas e critérios arbitrários.

Ocorre que Educação de Jovens e Adultos necessita de mais estudo para compreender quais caminhos seguirá nesse século, mas o projeto não apresenta espaço para ações construídas de forma conjunta com os profissionais da educação. Uma dessas ações arbitrárias é

A resolução 4669/11, traria como uma das principais metas o mínimo de 80% no índice de desempenho conferível pelo SAERJ, além da redução do mínimo presencial de 75% (como definido pela Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional – 9394/96) para 70%, de acordo com as especificidades da modalidade (ANDRADE, 2014, p.4).

Dessa maneira, a EJA fica atrelada ao desempenho, não a uma construção de ações que contribuam para o crescimento dessa modalidade. Essa reestruturação é para Andrade (2014) uma adaptação às necessidades fabris no século XXI. Esse fato evidencia que

a educação é pensada sempre como decorrência do perfil do novo trabalhador fabril, das metamorfoses do mundo do trabalho, da empregabilidade, da crise econômica, etc. O enfoque permanece da produção para a escola como se continuasse indiscutível a crença em uma relação linear entre o mundo do trabalho, suas mudanças mais recentes e o mundo da escola e suas tímidas adaptações. (ARROYO, 1999, p. 18).

Dessa maneira, a mudança na EJA acompanha uma tendência na educação, a de moldar o ensino às novas necessidades de produção do mercado. Essa relação propõe uma análise, pois

devido ao acréscimo significativo do quantitativo excedente de mão-deobra, principalmente em relação aos jovens recém-formados no ensino médio – o que provavelmente se agrava nos casos de formandos pelo curso de EJA, configurando para esta finalidade, uma *certificação vazia* de qualificação para o mercado de trabalho formal contemporâneo (CIAVATTA; RUMMERT, 2010, p.463 apud ANDRADE, 2014, p. 6).

Da maneira em que se configura a EJA, ela contribui para uma precarização do trabalho, pois como a formação é inadequada, ela não oferece opções apropriadas às necessidades desse estudante. Essa precarização é representada pela estrutura da NEJA, na qual

a matriz curricular do programa para o Ensino Médio diferencia-se da Educação Básica, de acordo com a distribuição das disciplinas ao longo dos semestres e o tempo disponível para o desenvolvimento das atividades. Segundo o manual de orientações, o curso realiza-se em dois anos, fragmentados em quatro módulos, compondo dessa maneira a estrutura diferenciada dos anos/séries semestrais que, anteriormente, estavam em vigor. Porém, a distribuição das disciplinas contém uma nova especificação ao longo dos módulos, havendo a constância apenas da Língua Portuguesa, Matemática e o Ensino Religioso. O ensino de Geografia acontece apenas no primeiro e no terceiro módulo, dispondo de quatro tempos semanais; cabe salientar que sua inclusão no material didático disponível para os alunos pertence ao corpo amplo das Ciências Humanas, em conjunto com a História, Filosofia e Sociologia — enquanto no Currículo Mínimo para a EJA, o mesmo não ocorre (ANDRADE, 2014, p. 8).

A maneira como é apresentada a Nova EJA proporciona uma reflexão sobre essa modalidade e a forma de organização das disciplinas. Como podemos imaginar uma educação voltada para a formação cidadã ou mesmo ao mercado de trabalho sem proporcionar um conjunto de disciplinas que habilitem o estudante para esse fim! Com essa política, não são apresentadas oportunidades de ascensão por intermédio da escola, o que favorece a precarização da formação e do trabalho.

Um contraponto a essa estrutura precária são os parâmetros utilizados para avaliar a qualidade do ensino, que utilizam do

[...] controle exercido pelas verificações consideradas diagnósticas, que neste caso são o SAERJ e o Saerjinho. Ambos são entes estruturantes do ID para a SEEDUC-RJ e, portanto, podem ser classificados como instrumentos reguladores do ensino na rede estadual do Rio de Janeiro; e por isso, podem ser considerados enquanto elementos que quantificam o desenvolvimento cognitivo e intelectual dos alunos, de acordo com as diretrizes dos órgãos responsáveis (ANDRADE, 2014, p. 11).

Ora, enquanto temos uma precarização do ensino EJA, temos bem definido como é avaliada a qualidade da educação. A questão não é o monitoramento, mas a falta de debate com a comunidade escolar para analisar se esses parâmetros são adequados para o fortalecimento da EJA nesse século, ou seja, a melhoria da qualidade do ensino passará por essa visão "meritocrática" das avaliações ou devemos encontrar mais alternativas para buscar a aperfeiçoamento do ensino da EJA?

Partindo dessa realidade, pretendemos estudar uma alternativa para a EJA, principalmente no que tange ao ensino de geometria. Abordaremos o estudo de triângulos e suas propriedades, e para isso apresentaremos uma sequência didática sobre esse conteúdo, construída nas características de uma sala da NEJA, no município de Três Rios, com a intenção de contribuir para uma visão mais ampliada para o ensino na EJA.

3 UMA DISCUSSÃO SOBRE O ENSINO E APRENDIZAGEM DA GEOMETRIA

Neste capítulo, trazemos um breve histórico a geometria, discussões sobre seu ensino e aprendizagem e, por fim, uma revisão de literatura em que são apresentadas pesquisas que tratam da geometria e da EJA.

3.1 Um breve histórico

Uma forma de elucidar o quadro do ensino da geometria é por meio do contexto histórico e suas consequências no ensino de matemática. Dessa forma, apresentaremos um breve histórico das principais características do ensino da geometria ao longo do século XX.

De acordo com Pavanello (1993, p. 8), o ensino de matemática no início do século passado buscava "o domínio das técnicas operatórias necessárias à vida prática e às atividades comerciais. Com a mesma orientação, eram trabalhadas algumas noções de geometria".

Uma característica importante destacada por essa autora (1993) é que os professores desse período não apresentavam, em sua maioria, formação específica em licenciatura, mas eram profissionais liberais que, muitas vezes, haviam aprendido sozinhos.

Para Lorenzato (1995, p. 3), o não ensino de geometria é resultado de pelo menos dois fatores. O primeiro está relacionado aos professores que "não detêm os conhecimentos geométricos necessários para realização de suas práticas pedagógicas". Isso se deve aos professores não terem em sua formação discussões sobre geometria e, portanto, subsídios para compreender a importância do ensino dessa área da matemática para seus estudantes. Essa situação persiste já há muitos anos e não foi solucionada mesmo tendo sido feitas reformas nas grades curriculares dos cursos de formação.

A segunda relaciona-se com a "exagerada importância que, entre nós, desempenha o livro didático, quer devido à má formação de nossos professores,

quer devido à estafante jornada de trabalho a que estamos submetidos" (LORENZATO, 1995, p. 4). Dessa maneira, estabelece-se uma dependência, na qual o professor ensina geometria da maneira como é apresentada nos livros, ou seja, como um conjunto de definições, propriedades, nomes e fórmulas, sem nenhuma contextualização com a vida cotidiana.

Nessa visão de dependência sobre o livro, não pretendemos aqui ignorar a importância do livro didático pois,

seja possível dizer que a matemática se constitua na disciplina que mais tem a sua trajetória histórica atrelada aos livros didáticos. Das origens de seu ensino como saber técnico-militar, passando por sua ascendência a saber de cultura geral escolar, a trajetória histórica de constituição e desenvolvimento da matemática escolar no Brasil pode ser lida nos livros didáticos (VALENTE,2008, p.141).

Dessa forma para Valente (2008) o livro tem que ser encarado como uma fonte de pesquisa, uma ferramenta para um melhor ensino, mas o que se propõe evitar é "fascínio pelo conteúdo interno do livro didático de matemática" (VALENTE, 2008, p.144). Portanto, elaborar as bases do ensino utilizando apenas o livro didático pode prejudicar o ensino da geometria, tendo em vista que o professor poderia ser mais autoral, utilizando também outros materiais como norteadores para construir um projeto mais adequado à realidade de sua sala de aula.

Dentro dessa problemática, Lorenzato (1995) também discute sobre os currículos dos cursos de formação de professores que destinam muito pouco tempo ao estudo de geometria, formando profissionais com pouco conhecimento sobre essa área. Dessa maneira, "ninguém pode ensinar bem aquilo que não conhece" (LORENZATO, 1995, p. 4).

Para além desse panorama dos professores e sua formação, temos a questão de como o ensino de geometria foi sendo construído durante esse período. Além do quadro apresentado no início do século XX, temos, como destaque, a reforma Capanema, em 1942, na qual geometria passou a ser abordada de forma intuitiva nas duas séries iniciais do ginasial e dedutivamente nas últimas. No segundo ciclo, ela era bastante priorizada, sendo ensinada em todos os anos com destaque para o 2º ano com o estudo da trigonometria e no 3º ano para a geometria analítica.

No ano de 1951, temos a elaboração de novos programas curriculares, que tinham como objetivo ajustar o tempo reservado ao ensino de matemática aos conteúdos, levando em conta as questões regionais. Esses programas não se diferenciavam dos anteriores, a principal mudança foi a distribuição dos conteúdos pelas séries, no caso da geometria, temos a retirada da 2ª série do ensino ginasial e do 2º ciclo para se concentrar no 1º ano. A geometria analítica ficou programada para o 3º ano ginasial.

No final dessa década e no início da década de 1960, Pavanello (1993) relata a expansão do sistema de ensino, mas que não consegue atender à demanda, pois não havia número de professores suficientes.

Essa expansão acompanhava o crescimento do país nesse período e, por consequência, foi elaborado um estudo do Conselho Federal de Educação, que sugeriu o ensino da geometria plana de forma dedutiva, que "deverá ser limitada, porém, à demonstração dos teoremas mais importantes e sempre com vistas às aplicações de ordem utilitária" (PAVANELLO, 1993, p.12).

Essa situação nos permite refletir sobre dois aspectos: o primeiro se relaciona à estrutura do ensino que, de uma forma geral, é apresentado de forma sequencial, ou seja, o ensino de determinado conteúdo necessita de elementos apresentados anteriormente, portanto, os conteúdos que poderiam utilizar a geometria para facilitar a aprendizagem não podem fazê-lo, pois esse conteúdo não foi abordado de forma adequada. A segunda consequência é que a geometria pode apresentar soluções concretas à possibilidade de construção gráfica das soluções das atividades, dessa maneira, contribui para um melhor entendimento do conteúdo.

Nessa década, há a disseminação do Movimento da Matemática Moderna (MMM), que se apresenta como o mais importante movimento de reestruturação da matemática até esse momento e que, portanto, suscita discussões sobre suas contribuições.

Esse movimento tem como objetivo central "adaptar o ensino de matemática às novas concepções surgidas com a evolução deste ramo do conhecimento" (PAVANELLO, 1993, p.13). Dentro dessa proposta, os livros produzidos para a geometria abordam:

as noções de figura geométrica e de intersecção de figuras como conjuntos de pontos do plano, adotando-se, para a sua representação, a linguagem da teoria dos conjuntos. Procura-se trabalha-la segundo uma abordagem "intuitiva" que se concretiza, nos livros didáticos, pela utilização dos teoremas como postulados, mediante os quais pode-se resolver alguns problemas. Não existe qualquer preocupação com a construção de uma sistematização a partir das noções primitivas e empiricamente elaboradas. (PAVANELLO, 1993, p.13)

Essa abordagem do ensino de geometria é apontada por Pavanello (1993) como inconsistente, por dois aspectos: a forma de abordagem do ensino de geometria, que é tão ou mais complexa que a metodologia utilizada anteriormente e, portanto, não atenderia aos anseios dos educadores que propunham um ensino que correlacionava a geometria prática com a geometria apresentada de forma axiomática; e a maior parte dos educadores não dominava a geometria sobre nenhum aspecto e, dessa forma, desistiam de ensinar esse conteúdo. Esse movimento não contribuiu para o ensino de geometria de forma significativa, mas apresentou uma algebrização desse conteúdo.

Leme da Silva (2010) também discute sobre o MMM e relata que, em 1951, a Portaria Ministerial nº 966 regulamentou um programa mínimo a ser desenvolvido nas escolas. Nesse programa

evidencia-se, nas instruções metodológicas, que a ideia de rigor não deverá ser exagerada, que o professor deve evitar o ensino via técnicas de simples mecanização e uso abusivo de definições. Sintetizando, as instruções metodológicas enfatizam que:

- cada assunto deve ser ilustrado com aplicações e exemplos;
- a unidade da matemática deverá ser posta em evidência;
- o ensino de matemática nos primeiros anos deve ter caráter prático e intuitivo;
- deve-se despertar aos poucos e cuidadosamente o aluno para o método dedutivo;
- o rigor deve ser moderado (MARQUES 2005, p. 60-61 apud LEME DA SILVA, 2010, p.69).

Contudo, essas orientações não são apropriadas pelos professores e colocadas em prática nas salas de aula, pois

As aulas de Matemática eram expositivas, sendo que nem sequer a resolução de exercícios pelos alunos em sala de aula era uma prática generalizada. Quando era feita, o que se apresentava aos alunos eram

exercícios padronizados, que deveriam ser resolvidos do mesmo modo que um "problema modelo", com ênfase nos cálculos volumosos. As demonstrações dos teoremas eram expostas pelo professor e decoradas pelos alunos, para apresentação nas provas. Os recursos utilizados não iam além do giz, quadro-negro e livro-texto, se houvesse (BURIGO,1989, p.40 apud LEME DA SILVA, 2010, p.69).

Dessa maneira, temos um contraponto entre as orientações da portaria e a prática docente, fato que pode ter contribuído para que o ensino de geometria fosse sendo marginalizado.

A busca de uma alternativa para o ensino de geometria por meio de uma portaria nos propõe refletir que seu fracasso na sala de aula pode estar relacionado com a falta de diálogo entre o poder público e o professor. Não queremos, nessa reflexão, ser anacrônicos, mas se os problemas no ensino de geometria eram discutidos, entendemos que um diálogo com os professores se faria necessário para conscientização e adaptação da proposta.

Esse ideal de mudança no ensino de geometria foi debatido em 1957 com uma proposta de "simplificar o estudo da geometria dedutiva, reduzindo o número de teoremas a serem demonstrados e a inclusão da geometria experimental ou da demonstração intuitiva" (LEME DA SILVA, 2008, apud LEME DA SILVA, 2010, p. 74). Essa proposta foi feita por entender que as revistas pedagógicas e os livros didáticos enfatizavam o estudo da geometria dedutiva. Nesse momento,

os debates giravam em torno do dualismo entre a geometria intuitiva e geometria dedutiva: Os problemas descritos, as sugestões apontadas remetem para as seguintes questões: O que se deve ensinar, a geometria intuitiva ou a geometria dedutiva? Em que momento fazer a passagem de uma para outra? O que significa a presença da geometria dedutiva a partir da terceira série ginasial, para alunos de 13 anos? A demonstração rigorosa de todos os teoremas que compõem a geometria euclidiana? (LEME DA SILVA, 2008, apud LEME DA SILVA, 2010, p. 76).

Dessa maneira, temos um cenário, na década de 1950, em que o ensino de geometria se baseava na construção de teoremas e axiomas, e podemos perceber que o MMM contribuiu para rever esse modo de tratar o ensino de geometria.

Para proporcionar mais elementos, vamos abordar as questões apresentadas por Leme da Silva (2010) no que se refere à década de 1960. Nesse período, essa

autora apresenta a influência desse movimento nos livros didáticos, analisando-os com relação a suas propostas.

O volume 3 de Oswaldo Sangiorgi, lançado em 1966, é analisado observando a seguinte mensagem em seu prefácio:

Meu caro estudante, neste livro – terceiro da série do ensino moderno da Matemática no Ginásio – você entrará em contacto com uma porção de coisas novas (...). Finalmente, vem o "bom–bocado" do livro: o estudo da Geometria. Agora, não será mais preciso que você "decore" enfadonhos teoremas e mais teoremas, contra o que, erradamente, alguns colegas mais adiantados costumavam "preveni-lo". E finaliza seu recado da seguinte maneira: "Seja, pois, muito feliz nesta viagem ao maravilhoso país da Geometria, e até a quarta série." (LEME DA SILVA, 2010, p.72)

Esse trecho apresenta uma proposta de ensino de geometria diferente, principalmente, no que diz respeito aos teoremas, fato que é destacado, pois "vê-se logo que a novidade anunciada pelo autor, na geometria moderna, não diz respeito a novos conteúdos ou a uma nova geometria, mas sim à ênfase na demonstração dos teoremas que, em tempos passados, faziam com que os alunos os decorassem" (LEME DA SILVA, 2010, p.72).

Observa-se nesse trecho uma indicação da proposta desse autor para uma geometria mais prática, menos axiomatizada. Essa concepção de ensino influenciou outras obras produzidas na época, como coleção de Benedito Castrucci e Alcides Bóscolo, lançada em 1968, cujo prefácio destacava:

Quanto à Geometria, os temas, embora expostos com frequentes apelos à intuição, estão apresentados numa sequência lógica essencial à boa formação dos estudantes. Como entendemos que a parte de Geometria não deve ser sacrificada, como infelizmente foi acontecer, tentamos desenvolvela dentro de um esquema mínimo que pensamos deva ser integralmente lecionado. (BÓSCOLO; CASTRUCCI, 1969, apud LEME DA SILVA, 2010, p.74).

Esse prefácio aborda o descaso com o ensino de geometria, enfatizando que não deve ser sacrificada, apesar de reconhecer que essa situação estava acontecendo. Para o ensino de geometria

[...] segue a mesma tendência de Sangiorgi, permanece com a geometria euclidiana, faz uso das medidas nas demonstrações, sem evidenciá-la como axioma e apresenta as transformações geométricas no apêndice. Duarte (2007), ao comparar a coleção moderna de Sangiorgi com a de Bóscolo e Castrucci, conclui que a segunda segue os passos da primeira, sedimentando a nova vulgata (LEME DA SILVA, 2010, p.74).

Leme da Silva (2010) também discute que o MMM tinha um pensamento de reformulação do ensino de matemática e, por consequência, de geometria. Dessa maneira, "os livros didáticos ora analisados constituem exemplos significativos para a compreensão de como o ensino de geometria, destinado ao curso ginasial da década de 1960, é proposto nas primeiras produções didáticas que incorporam o ideário do MMM" (LEME DA SILVA, 2010, p.76).

Logo nesses primeiros momentos do MMM, Leme da Silva (2010) apresenta uma visão contrária à descrita por Pavanello (1993). Segundo a autora, o

panorama do ensino de geometria, representado pelas coleções didáticas comentadas, não exclui a existência de outras propostas modernizadoras para o ensino de geometria, em caráter experimental, na década de 1960. Entretanto, acreditamos que as experiências que incorporam as transformações geométricas no ensino de geometria não podem ser consideradas como representativas nessa década. Podemos classificar esse momento como inicial, das primeiras apropriações do MMM, no ensino da geometria escolar no Brasil (LEME DA SILVA, 2010, p.76).

O surgimento do MMM e os debates sobre o ensino de matemática durante esse período promoveram

o debate geometria experimental verso geometria dedutiva sempre permeou as discussões acerca do ensino de geometria em diferentes momentos históricos, incluindo o MMM, e não se caracteriza como o elemento central do ideário modernizador.

O foco do ensino de geometria no MMM encontra-se na polêmica de abandonar ou não a geometria euclidiana. Discute-se a introdução de outras abordagens para o ensino de geometria, como a das transformações geométricas e com uma base teórica sustentada pela álgebra, em especial, a partir dos espaços vetoriais (LEME DA SILVA, 2010, p.73).

A pesquisa de Leme da Silva (2010) nos faz refletir que a geometria é um campo da matemática que não tinha a atenção dos professores. Mesmo para os estudos de Pavanello (1993), temos que esse campo não é utilizado para uma

aprendizagem mais significativa dos estudantes. Esse ponto tem que ficar evidente para o pesquisador que se dedicar ao estudo do ensino de geometria.

Na década de 1970, ocorre uma mudança na estrutura escolar pela implementação da Lei 5692/71, que instituiu:

uma escola de 1º grau de 8 anos, com a fusão dos cursos primário e ginasial, vai eliminar, do ponto de vista legal, a tradicional barreira existente entre esses cursos e acarretar um enorme crescimento de matrículas nas escolas oficiais, a superlotação das classes e a multiplicação dos períodos, concomitantemente à diminuição de sua duração. (PAVANELLO, 1993, p.14-15)

Com essa transformação, Pavanello (1993) nos apresenta um quadro de depreciação das condições de trabalho do professor que, entre outros aspectos, é obrigado a uma carga horária maior de trabalho, tem sua remuneração cada vez menor e, principalmente, recebe um público com o qual não está acostumado a lidar, sem que para essa adaptação houvesse um apoio pedagógico para auxiliar e proporcionar momentos de debates na busca de soluções para os problemas que as escolas estavam enfrentando nesse novo período.

Diante de uma lei que proporcionou tantas transformações nos níveis primário e ginasial, o governo compromete a qualidade da escola, que já apresentava problemas, e proporciona aumento na diferença entre a educação da elite e os demais segmentos, tendo em vista que, ao instituir a escola de 2º grau, associando-a à qualificação para o trabalho e, principalmente, desviando por meio desse novo segmento escolar parte da demanda que pretendia o ensino superior (LEME DA SILVA, 2010)

No ensino de geometria, temos uma espécie de autocrítica, Morris Kline, lança em 1973 seu livro, apontando o fracasso da matemática moderna, que tem sua edição traduzida em 1976 para o Brasil. Essa analise já tinha sido feita por

Osvaldo Sangiorgi, em artigo do Jornal do Estado de São Paulo, de 1975, aponta os principais efeitos do MMM no ensino de matemática:

^{1.} Abandono paulatino do salutar hábito de calcular (não sabendo mais tabuada em plena 5° e 6° séries!) porque as operações sobre conjuntos (principalmente com os vazios!) prevalecem acima de tudo; acrescenta-se ainda o exclusivo e prematuro uso das maquininhas de calcular, que se tornaram populares do mesmo modo que brinquedos eletrônicos,

- 2. Deixa-se ensinar frações ordinárias e sistema métrico decimal de grande importância para toda a vida para se aprender, na maioria das vezes incorretamente, a teoria dos conjuntos, que é extremamente abstrata para a idade que se encontra o aluno,
- 3. Não se sabe mais calcular áreas de figuras geométricas planas, muito menos dos corpos sólidos que nos cercam, em troca da exibição de rico vocabulário de efeito exterior, como por, exemplo, "transformações geométricas".
- 4. Não se resolvem mais problemas elementares da vida quotidiana por causa da invasão de novos símbolos e de abstrações completamente fora da realidade, como: "O conjunto das partes de um conjunto vazio é um conjunto vazio?", proposto em livro de 5º série. (SANGIORGI apud SOARES, 2001, p.116, apud LEME DA SILVA, 2010, p.77).

Dessa maneira, no que se refere ao ensino de geometria

práticas antigas são substituídas por novos conceitos, novo vocabulário, entre elas, o destaque para as transformações geométricas. Mas será que as transformações geométricas são incorporadas ao ensino de geometria, no antigo curso ginasial, que depois de 1971, passa a ser denominado 5ª a 8ª série do 1º grau de ensino? Será que as transformações geométricas abandonam a posição de apêndice dos livros didáticos para se integrarem a proposta central dos manuais? E de que maneira elas são incorporadas? (LEME DA SILVA, 2010, p.77).

Podemos comparar esse momento na década de 1970 ao que Leme da Silva (2010) relatou sobre década de 1950, ou seja, apesar de todas as transformações propostas e desenvolvidas, o ensino de geometria continua com problemas estruturais, não apresentando nas salas de aula a reformulação necessária e não destacando o ensino que essa parte da matemática necessita. Dessa forma,

pelos estudos realizados até o presente momento, acreditamos que a década de 1970, ao diferenciar-se da década de 1960, representa um segundo momento do MMM no qual o ensino de geometria se configura de maneira distinta. Algumas experiências isoladas que se iniciam na década de 1960 são reformuladas, outras, abandonadas, e junto com a cultura escolar já sedimentada, configuram o ensino de geometria num outro contexto. Trata-se de um momento de amadurecimento, de avaliação de experiências piloto, de difusão de livros didáticos modernos, de críticas e de acomodação e até de resistência da cultura escolar frente às novas propostas (LEME DA SILVA, 2010, p.80)

Segundo Lorenzato (1995), o MMM proporcionou uma situação caótica ao propor uma metodologia para algebrizar a geometria. Essa proposta não encontrou

força entre os educadores, contribuindo para seu fracasso, mas ocasionou o fim do ensino lógico dedutivo que havia anteriormente.

O rompimento desse ciclo é apontado por esse autor (1995) como um esforço coletivo, cabendo à Educação Matemática desenvolver pesquisas para estabelecer as possibilidades exigidas pelo século em que vivemos, buscando tipos de ensino à geometria voltados ao nosso estudante e a suas necessidades. Nesse processo, é apontado que teremos que levar em conta a mudança dos currículos escolares e dos cursos de formação de professores, fato que não está relacionado apenas com questões didático-pedagógicas, mas também social-epistemológicas por envolver universidades, secretarias de educação e editoras. Dessa maneira, uma reformulação proporcionaria a discussão sobre o pensamento geométrico e o porquê ensinar geometria.

Diante desse relato de três décadas sobre o MMM, temos que considerar que o surgimento desse movimento impactou na matemática e, principalmente, no ensino de Geometria, mas buscar elementos que o condenem ou o absolvam é vazio. A importância desse movimento vem sendo descrita em diversos trabalhos e artigos, cabendo-nos observar as lacunas deixadas por ele e buscar soluções para elas.

3.2 O ensino e a aprendizagem da geometria

Para iniciarmos nossa discussão sobre o ensino e aprendizagem da geometria, apresentaremos alguns aspectos do pensamento geométrico, que proporcionaria, segundo Lorenzato (1995, p. 5), uma maneira específica de interagir com as outras áreas da matemática, qual seja, "ser bom conhecedor de aritmética ou de álgebra não é o suficiente para resolver problemas de geometria".

Esse autor estabelece que o pensamento geométrico não está relacionado apenas com a algebrização das situações, mas sim a ter uma percepção visual do problema e de sua resolução. Diante dessa afirmativa, o papel do professor é muito importante para abordar os conteúdos dos diferentes campos da matemática -

álgebra, aritmética e geometria - de forma a auxiliar o desenvolvimento do raciocínio matemático do estudante.

Todas essas questões são um campo vasto para debatermos a importância da aprendizagem de geometria, e Lorenzato (1995, p. 5) justifica que esse ensino desenvolve o "pensar geométrico ou raciocínio visual", fundamental em diversas situações. Ainda para esse autor, "sem conhecer geometria a leitura interpretativa do mundo torna-se incompleta, a comunicação das ideias fica reduzida e a visão da matemática torna-se distorcida". Para ele, várias situações do cotidiano apresentam aspectos geométricos que envolvem o paralelismo, o perpendicularismo, a congruência, a semelhança, a proporcionalidade, a medição (comprimento, área, volume) e a simetria, portanto, esses aspectos fazem parte de nossa vida.

Dessa maneira, a aprendizagem geométrica é importante para os estudantes, pois além de vivenciar aspectos da geometria em seu cotidiano, há na escola situações que requerem elementos geométricos, como, por exemplo, a percepção espacial.

A percepção espacial não se restringe à matemática, mas pode auxiliar em outras disciplinas escolares, como na geografia para a interpretação de mapas, nas artes em que muitos autores famosos, em suas obras, se utilizam de conhecimentos geométricos, portanto, "a imagem desempenha importante papel na aprendizagem e, é por isso que a representação de tabelas, fórmulas, enunciados, etc, sempre recebem uma interpretação mais fácil com o apoio geométrico" (LORENZATO, 1995, p. 5).

Em vista do exposto, podemos verificar a importância do ensino de geometria e precisamos pensar em formas de retomar esse ensino nas salas de aulas. Assim, passaremos a refletir sobre algumas questões relacionadas ao ensino e à aprendizagem da geometria.

Com essa intenção, apresentamos as discussões presentes em alguns artigos que abordam aspectos que, de alguma forma, levam-nos a pensar sobre a temática desta pesquisa.

Uma primeira abordagem se relaciona com o fato de os estudantes reconhecerem as propriedades das figuras geométricas planas e não planas e como essas características são trabalhadas em sala de aula. Com a intenção de pesquisar

essa questão, Vasconcellos (2008) investigou 30 estudantes da 4ª série (atual 5º ano) de escolas públicas e particulares, além de 13 professores de três escolas: uma escola municipal, outra estadual e a terceira da rede particular de Campo Grande, no Mato Grosso do Sul.

Nesse estudo, o objetivo foi investigar como estudantes diferenciam figuras espaciais planas das figuras tridimensionais, a fim de compreender se as crianças estariam "apenas confundindo a nomenclatura das figuras geométricas ou as trocas dos nomes decorrem das dificuldades que possuem em diferenciá-las? (VASCONCELLOS, 2008, p.78).

Para tanto, o pesquisador formulou um roteiro

composto por vinte e quatro problemas relacionados a figuras geométricas planas e não-planas, que foram solucionados de forma oral e individual pelos alunos. Em outras palavras, os sujeitos foram entrevistados e, à medida que a pesquisadora os questionava acerca dos problemas propostos, registrava tanto suas respostas como as estratégias por eles utilizadas ao longo das resoluções. Com tal procedimento, tivemos a oportunidade não só de apreender alguns dos motivos que levaram os alunos a optar por determinadas soluções, mas também de identificar quais foram suas maiores dificuldades (VASCONCELLOS, 2008, p.88-89).

Uma das questões consistia em incentivar os estudantes a classificar as figuras geométricas planas e não planas, quais poderiam ser colocadas de pé sem ajuda etc. Essa atividade observava as características de figuras geométricas tridimensionais (esferas, pirâmides, cubos e paralelepípedos) e de figuras geométricas planas (círculo, triângulo, quadrado, retângulo).

Na análise, a pesquisadora (2008, p. 90) observou os seguintes resultados:

Apenas metade dos sujeitos investigados identificou as figuras não-planas como capazes de manter-se em pé sem ajuda. Os mesmos sujeitos apontaram as demais figuras como incapazes de fazer o mesmo. Porém, no caso das figuras não-planas, poucos alunos apresentaram justificativas que condiziam com a opção que fizeram. [...] Ou seja, por um lado, o fato de serem "reais" ou "tridimensionais" e, por outro, o fato de serem "desenhos", por exemplo, foram argumentos pouco utilizados.

Além disso, Vasconcellos apontou que metade das crianças não consegue identificar a diferenças entre figuras planas e não planas.

Para que tenham uma melhor percepção das características, os estudantes têm que abstrair as características presentes nas figuras, suscitando a questão de como o professor deve abordar o ensino de figuras geométricas planas e não planas.

Assim, com a finalidade de obter mais informações sobre o modo como esses conteúdos eram ensinados, Vasconcellos entrevistou alguns professores. Nessa entrevista, questionou como eles trabalhavam as diferenças entre figuras planas e não planas, verificando que alguns professores não abordam em suas aulas essa diferenciação.

Após essa descoberta, Vasconcellos buscou mais elementos que proporcionassem subsídios para determinar quais fatores contribuíam para os professores não abordarem esse aspecto.

uma das possíveis respostas para afirmações conflitantes como essa esteja nas declarações relacionadas à trajetória escolar e, de modo geral, à formação desses professores. Basta considerarmos que boa parte deles assegura que tudo era difícil e/ou que não lembra quais foram os conceitos geométricos estudados no período em que eram alunos (VASCONCELLOS, 2008, p.96).

Outro fator apresentado por Vasconcellos (2008), comum aos estudos de Abrahão (2012) e Santos (2014), está relacionado com a formação desses professores, que apresentou muito pouco tempo destinado à geometria. Os currículos privilegiavam outras áreas do conhecimento em detrimento da geometria, assim, esses profissionais não conseguiam visualizar a importância ou como trabalhar de outro modo esse conteúdo.

Destarte, aprendizagem significativa de geometria pode estar relacionada com sua abordagem e "os professores precisam ter a consciência de que a aquisição de conceitos geométricos deve ocorrer mediante a realização de atividades que envolvam as crianças na observação e na comparação de figuras geométricas a partir de diferentes atributos" (VASCONCELLOS, 2008, p. 98).

Outro conteúdo de importância em geometria é o estudo do perímetro e da área das figuras planas. Assim, separamos os artigos de Abrahão (2012), Santos (2014) e Teles e Sá (2010) para apresentarmos os principais pontos relatados por esses autores, inter-relacionando suas pesquisas e observações.

Para Abrahão (2012), o conceito de perímetro e de área não está bem definido, dessa forma, utilizou em sua investigação um questionário proposto por pesquisadores norte-americanos e aplicou em um curso de formação de professores dos anos iniciais.

Nesse estudo, utilizou as seguintes questões: 1) Desenhe uma figura cujo perímetro é 24 unidades. 2) Desenhe uma figura cuja área é 24 unidades quadradas. 3) Crie um problema no qual você precise encontrar uma área. 4) Crie um problema no qual você precise encontrar um perímetro. 5) Podem duas figuras diferentes ter a mesma área, mas diferentes perímetros? Explique sua resposta.

Para a primeira questão, Abrahão (2012) obteve resultados próximos entre os estudantes americanos e os estudantes do curso de formação de professores, pois ambos apresentaram dificuldades em construir as figuras com o perímetro solicitado. Na segunda questão, todos os estudantes apresentaram um bom desempenho.

Para a terceira, houve erros significativos de ambos os estudantes, que criaram situações em que as dimensões estavam fora do contexto que abordavam. Era de se esperar, segundo o autor, que os estudantes americanos, pela faixa etária, apresentassem tais dificuldades, não os estudantes do curso de formação, o que pode evidenciar que existem lacunas na formação do professor no que concerne à geometria.

Na quarta questão, os estudantes do curso de formação de professores confundem a unidade de medida do metro linear com o metro quadrado. Na quinta,

A maioria dos alunos do curso de formação de professores deram explicações bem criativas para justificar suas respostas positivas. Entretanto, alguns outros explicaram suas respostas negativas, utilizando definições e afirmações falsas, indicando respostas sem reflexão. Muitos alunos do EF tiveram dificuldades em dar uma justificativa completa (ABRAHÃO, 2012, p.56).

Esse resultado pode indicar que o que conta são as experiências de ensino e aprendizagem vivenciadas durante a escolarização. Anos de escola de ensino baseado em fórmulas, muitas vezes sem contextualização real e sem significado para o aluno, podem resultar em finalização escolar sem que os conceitos de área e perímetro sejam constituídos pelos aprendizes.

Os dados apresentados mostram que os estudantes americanos e os do curso de formação de professores têm conceitos equivocados sobre área e perímetro, entretanto estudar seus erros nesses conteúdos poderá proporcionar um ambiente de aprendizagem significativa, rompendo com esse ciclo em que a geometria deixou de ser ensinada.

Na pesquisa de Santos (2014), desenvolvida no interior de São Paulo, na primeira etapa, 85 estudantes responderam a duas questões retiradas do Sistema de Avaliação de Rendimento Escolar do Estado de São Paulo - SARESP - 2007 e 2008, referentes ao cálculo da área e do perímetro de uma figura. Foram entrevistados 13 desses estudantes. Para um segundo momento, foram entrevistados três professores que responderam a um questionário de 10 perguntas.

Essa pesquisa é importante, pois

esses conceitos são "dos mais importantes no ensino-aprendizagem da matemática" e relevantes "para a formação do cidadão pleno", visto que, em suas atividades cotidianas, tem a necessidade de medir regiões planas como terrenos, pisos, paredes, faces de objetos. Além de sua relevância utilitarista, o conceito de área é rico por interligar os outros eixos da matemática (números, grandezas e álgebra) e por suas aplicações em outras áreas do conhecimento, como a geografia (SANTOS, 2014, p.225).

Dessa maneira justifica que a não aprendizagem eficaz desses conteúdos pode estar ligado a má formação do professor, além de práticas inválidas como não considerar o erro do aluno como uma fonte de ensino.

Como principais resultados, apresenta o relato dos professores que admitem a má formação em geometria e, portanto uma insegurança no ensino de área e perímetro. Na correção das avaliações, os professores relatam não se importar em considerar o erro como uma fonte de dados para auxiliar em que estagio o estudante se encontra, associando o erro apenas como não compreensão do conteúdo.

Os professores têm como consenso que o conceito de perímetro é mais facilmente entendido pelos estudantes, mas questões que envolvam perímetro e área, não apresentam um bom rendimento, pois os estudantes confundem os conceitos na hora de resolver essas questões.

Essa questão da dificuldade com os conceitos é relacionada por Santos (2014) com a abordagem inadequada feita pelos professores entrevistados, que utilizam como exemplos situações não comuns para esses estudantes tal como a quantidade de pisos necessária para cobrir uma determinada área ou a quantidade de rodapé que uma sala necessita.

Diante dessas constatações, Santos (2014, p. 236) explicitou que em suas considerações finais que

O professor de Matemática deve compreender que é um mediador do processo de construção do conhecimento matemático e, para isso, sua prática, deve oportunizar aos estudantes exercitarem a capacidade de buscar soluções para os problemas, haja visto que o ritual de apresentação do conceito, das propriedades, da fórmula, do algoritmo e da série de exercícios de aplicação com modelos repetitivos, não está sendo eficaz, como constatado na pesquisa.

A pesquisa de Teles e Sá (2010) analisou como alguns livros didáticos abordam o conteúdo de área de retângulo nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

A pesquisa foi estruturada em três aspectos: "o conceito de área enquanto grandeza; estrutura multiplicativa sob a ótica da Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud; e aspectos relacionados ao livro didático brasileiro" (TELES; SÁ, 2010, p.49).

Segundo Teles e Sá (2010, p. 50), os aspectos relacionados aos livros didáticos evidenciaram aspectos relacionados à

trajetória histórica, destacando o aspecto político; aspectos teóricos metodológicos; o uso que o professor e o aluno fazem deste recurso didático. Neste trabalho, embora nos interessemos pela abordagem específica de um conteúdo, área do retângulo, achamos importante discutir o percurso do livro didático no Brasil.

Para a análise, foram escolhidas três coleções de livros: Matemática na Vida e na Escola, de Ana Lúcia Bordeux; Matemática para Todos, de Luiz Márcio Imenes, Marcelo Lellis e Estela Milani; e Trocando ideias, de Maria Inez Cerullo, Maria Tomie Sato e Regina Maria Chacur.

Foi mapeado que haviam muitas atividades envolvendo área de retângulo em todos os 12 volumes e selecionadas 87 questões dos livros para análise. Surgiram, então, duas categorias: área do retângulo como o próprio objeto de estudo e como recurso para outras temáticas.

Segundo Teles e Sá (2010, p. 59), a análise identificou que

a área do retângulo é apresentada como objeto de estudo nas coleções analisadas, predominantemente nos volumes 3 e 4 (4° e 5 ano) no capítulo destinado ao estudo das Grandezas e Medidas. As atividades que abordam a área do retângulo estão em estreita relação com o bloco dos Números e Operações, em especial na exploração da configuração retangular. Os dados desta pesquisa confirmam que o contexto do cálculo da área do retângulo é frequentemente usado nos livros didáticos analisados para dar sentido à multiplicação, mas, na maioria das vezes, não se explicita tratarse do cálculo da área do retângulo.

Com essas observações, retomamos a questão da autonomia do professor na produção de suas aulas e de sua "dependência" do livro didático, que ainda é muito evidente, como explicitado pela pesquisa.

Tendo como referência o exposto, verificamos a necessidade de muitas outras pesquisas sobre ensino e aprendizagem que abordem outros conteúdos geométricos.

3.3 As pesquisas sobre EJA e geometria

Nessa seção, apresentaremos algumas considerações sobre o objeto de estudo da presente pesquisa. Como já destacamos, nosso estudo está voltado para o ensino e a aprendizagem de geometria na EJA, mais especificamente sobre triângulos.

Tomando essa questão como direção, era necessário pesquisar os trabalhos desenvolvidos nesse campo. Para tal, foi feito um levantamento bibliográfico sobre o tema. Esse levantamento teve como finalidade

[...] potencializar intelectualmente com o conhecimento coletivo, para se ir além. É munir-se com condições cognitivas melhores, a fim de: evitar a duplicação de pesquisas, ou quando for de interesse, reaproveitar e replicar pesquisas em diferentes escalas e contextos; observar possíveis falhas nos estudos realizados; conhecer os recursos necessários para a construção de um estudo com características específicas; desenvolver estudos que cubram lacunas na literatura, trazendo real contribuição para a área de conhecimento; propor temas, problemas, hipóteses e metodologias inovadores de pesquisa; otimizar recursos disponíveis em prol da sociedade, do campo científico, das instituições e dos governos que subsidiam a ciência (GALVÃO, 2010, p. 1).

Dessa maneira, para esse levantamento, buscamos pesquisas feitas no período de 2010 a 2015, no Banco Digital de Teses e Dissertações⁴ - BDTD, que foi uma forma de se preocupar "com os parâmetros mínimos que garantam a qualidade da informação, zelando pelos direitos autorais, por exemplo" (GALVÃO, 2010, p. 1). Logo, procuramos, para esse levantamento, um site de acesso gratuito que preenchesse essas características.

O Banco Digital de Teses e Dissertações é uma biblioteca on-line que tem como objetivo "reunir, em um só portal de busca, as teses e dissertações defendidas em todo o País e por brasileiros no exterior". Concluímos então que esse site era adequado para o levantamento bibliográfico sobre o tema.

Para tanto, utilizamos as palavras-chave "Geometria e EJA" e encontramos seis pesquisas desenvolvidas entre os anos de 2010 a 2015. Ao realizarmos a busca com as palavras-chave "Triângulo e EJA", não encontramos nenhuma investigação sobre esse tema, já evidenciando a relevância deste estudo.

No Quadro 1, estão elencadas as pesquisas encontradas.

Quadro 1: Pesquisas sobre geometria e EJA

⁴ Disponível em: http://bdtd.ibict.br/vufind/>. Acesso em: 17 mai. 2016.

Autor e Ano	Título	Objetivo
Santana (2010)	Professores de matemática na educação de jovens e adultos: o pensamento geométrico no centro das atenções	Compreender de que forma a atuação dos professores de matemática pode ser executada, no sentido de encontrar modos de direção para o desenvolvimento do pensamento geométrico dos educandos da Educação de Jovens e Adultos.
Molon (2011)	As aplicações e contribuições da geometria plana na educação de jovens e adultos no ensino fundamental por meio de unidade de aprendizagem/	Proporcionar uma aprendizagem significativa de geometria através das unidades de aprendizagem.
Reinheimer (2011)	O uso da modelagem matemática no ensino da geometria, estudo de caso: EJA	Proporcionar uma aprendizagem significativa de geometria através do uso da modelagem matemática.
Bortollini (2012)	Aprendizagem de geometria a partir de saberes, vivências e interações de alunos da EJA numa escola pública	Utilizar estratégias didáticas que permitissem reconhecer e valorizar os saberes, vivências e interações entre o grupo envolvido, colaborando para uma aprendizagem significativa.
Souza (2014)	A aprendizagem da geometria por meio do estudo do Cubismo no 5º ano da educação de jovens e adultos – EJA.	Proporcionar uma aprendizagem significativa de geometria através do ensino do movimento cubista.
Ruidiaz (2014)	O que podem as oficinas de geometria? Cartografando uma sala de aula da EJA	Proporcionar uma aprendizagem significativa de geometria através do uso de oficinas.

Fonte: Elaborado pelo autor.

Apresentamos a seguir alguns dos aspectos mais importantes de cada um deles.

A pesquisa de Santana (2010) foi desenvolvida com professores das escolas públicas de São Paulo que lecionavam na EJA. Apresentou como objetivo compreender de que forma a atuação dos professores de matemática pode ocorrer em sala de aula, buscando o desenvolvimento do pensamento geométrico dos educandos da Educação de Jovens e Adultos.

Esse estudo apresentou a questão de pesquisa dividida em duas partes: "Quais as tensões e re-ações dos professores de matemática que atuam na Educação de Jovens e Adultos, frente a situações de ensino-aprendizagem da geometria que ocorrem a partir do conhecimento construído pelo aluno ao longo de

sua vida/trabalho?" E a segunda diz respeito a "Qual a concepção do educador sobre a participação efetiva dos alunos da Educação de Jovens e Adultos no encontro de sala de aula?" (SANTANA, 2010, p.22-23)

Para desenvolver o estudo em torno dessas questões, Santana (2010) estruturou a metodologia dessa pesquisa em etapas: A primeira etapa constituiu-se de um conjunto de encontros nos quais eram feitos estudos sobre alguns textos com a participação de professores. Após esse momento, ocorreu a aplicação de dois questionários a esses professores: um relacionado ao perfil do professor e o outro a questões que envolviam geometria. Na terceira etapa, a pesquisadora selecionou quatro professores, para que, por meio de uma entrevista semiestruturada, ela pudesse compreender melhor os aspectos investigados.

Os principais problemas no desenvolvimento dessa pesquisa consistiram no retorno dos professores ao questionário, pois muitos não retornaram as respostas do questionário. Outro fator foi a descontinuidade dos professores na EJA, tendo em vista que sete professores não continuaram a lecionar na EJA no ano posterior. Na análise dos dados Santana (2010) demonstrou que mesmo com essas adversidades, a pesquisa apresentava dados consistentes para ser analisados.

Na análise dos dados desse estudo, os principais resultados estiveram relacionados a não articulação na relação professor-aluno-ensino-geometria e ao fato de o professor não se ter preocupado muito mais em cumprir o currículo, negligenciando, assim, o ensino de geometria para os estudantes da EJA. Essas considerações corroboram a visão de que uma busca por outras metodologias de ensino para a EJA se faz necessária.

A próxima análise é de uma pesquisa que teve como foco os estudantes da EJA, em uma escola privada no município de Farroupilha, no Rio Grande do Sul. O objetivo de Molon (2011) foi proporcionar uma aprendizagem significativa por meio de unidades de aprendizagem.

Nessa pesquisa, recorreu-se às unidades de aprendizagem (UA) como metodologia, e Molon (2011) utilizou duas unidades: a primeira consistiu na confecção de uma camiseta de formatura que utilizou os retalhos dos tecidos para confeccionar roupas para boneca; a segunda abordou a construção de uma maquete de casa.

Para a realização dessas UA, foram utilizados dois questionários respondidos pelos estudantes com a finalidade de obter dados e traçar um perfil sobre qual seria o melhor tipo de UA a ser desenvolvida com esse grupo. Posteriormente, foram entrevistados seis alunos para verificar conhecimentos relacionados à Geometria. A pesquisa apresentou uma minuciosa descrição sobre suas etapas de desenvolvimento, mas curiosamente as dificuldades durante o desenvolvimento não são enfatizados, o que deixam uma curiosidade no ar.

A pesquisa mostra, em suas considerações, que o emprego das UA, conjugadas aos saberes dos alunos, permitiu uma aprendizagem significativa e, portanto, duradoura dos conceitos geométricos. Outra constatação é que o ensino da matemática pode ser reconstruído em qualquer momento, desde que se tenham como princípio as ideias e os interesses dos estudantes com os quais se está trabalhando.

Esse estudo nos ajudou a refletir sobre o conjunto de atividades propostas na sequência didática no que se refere à estruturação das atividades, buscando romper com a maneira tradicional de ensinar matemática apenas com lousa e giz. Diante dessa constatação, podemos supor que a sequência didática pode proporcionar um ambiente de maior interação entre os alunos e, por consequência, facilitar a aprendizagem.

A dissertação desenvolvida por Reinheimer (2011) apresenta o uso da modelagem matemática como uma alternativa de ensino de geometria e tem como objetivo apresentar um ensino com significação para o estudante. Esse estudo foi desenvolvido em uma sala do 3º ano do Ensino Médio da EJA da rede pública de ensino na cidade de Cachoeirinha, no Rio Grande do Sul.

A pesquisa utilizou para coleta de dados: observações durante a realização das atividades pelos estudantes, questionários, fotos e gravação de áudio e vídeo.

O desenvolvimento das atividades aconteceu da seguinte forma: a primeira atividade estava relacionada à medição de uma área que se destinava à construção de um novo prédio para a escola. A segunda, à definição das medidas das salas e demais dependências do novo prédio (planta baixa) da escola. A terceira foi destinada a definir o formato geométrico do novo prédio. A quarta foi elaborada para calcular a quantidade de tijolos necessários para construir esse prédio. Na quinta, a

atividade se concentrou em definir o tamanho e a quantidade de piso cerâmico a ser utilizado no projeto. A sexta atividade se destinava a encontrar os valores das dimensões da caixa d'água para esse prédio. A sétima buscou a realização dos cálculos e a confecção da maquete do prédio. A oitava utilizou um questionário para avaliar a impressão dos estudantes sobre esse tipo de abordagem no ensino de matemática.

Essa pesquisa narra como pontos críticos para a sua realização o momento conturbado que passava a escola, pois estava com uma obra de ampliação e muitas salas foram deslocadas para várias escolas e o pátio da escola reduziu drasticamente, dessa maneira

enquanto a escola passa por essa obra algumas dependências internas deixam de funcionar como no caso do laboratório de ciências, hoje sala dos professores provisória; o laboratório de informática que provisoriamente é secretaria da escola; sala de projeções e auditório temporariamente viraram a sala da direção e coordenação pedagógica. Enfim, esta obra estava afetando todas as pessoas ligadas a escola (REINHEIMER, 2011, p.55).

Apesar desses intemperes, Reinheimer (2011) apresentou as seguintes conclusões:

- essa modelagem proporcionou uma nova forma de ensino iniciada pela motivação dos alunos.
 - uma mudança positiva na perspectiva do ensino de matemática.
- a evolução gradual dos estudantes com relação à aprendizagem, ou seja, à medida que as atividades de área e volume foram sendo propostas na modelagem, os estudantes foram acompanhando e se desenvolvendo ao longo do processo. Desta maneira, para o autor, a pesquisa contribuiu para apresentar uma forma de ensino mais significativa para os estudantes.

Fato a se destacar é a forma da coleta de dados proposta por Reinheimer (2011), que também embasou o desenvolvimento da sequência didática desta pesquisa. O foco principal foi a utilização de um questionário para subsidiar a elaboração da sequência didática mais apropriada aos estudantes da EJA.

A pesquisa feita por Bortolini (2012) apresentou como objetivo utilizar estratégias didáticas que permitissem reconhecer e valorizar os saberes, vivências e interações entre o grupo envolvido, colaborando para uma aprendizagem significativa.

Essa pesquisa foi feita com 17 alunos da EJA, em uma cidade do interior do Rio Grande do Sul, e seu foco estava no ensino de geometria. As atividades elaboradas estavam ligadas à estruturação de um empreendimento imobiliário, e para tal, os estudantes foram divididos em quatro grupos que decidiram qual tipo de empreendimento iriam propor para construir.

Após as escolhas, os grupos organizaram as atividades contemplando as seguintes etapas: o planejamento da obra, a planta-baixa, pesquisa de custos e construção de uma maquete.

Como principais dificuldades a desenvolver suas atividades, relatou a modificação que passou a sala ao longo da pesquisa,

o programa teve início com uma turma de 28 alunos, dos quais 17 alunos completaram a formação de ensino fundamental. Do grupo desistente tivemos um casal que se mudou da cidade e não pode acompanhar as aulas, três adolescentes que foram transferidos para EJA de outra cidade em função de sua atividade profissional, um jovem que veio a falecer acidentalmente em seu trabalho, seus pais que também faziam parte do programa em função desse infortúnio não frequentaram mais as aulas e três jovens que, ao terem completado 18 anos, não continuaram seus estudos (BORTOLINI, 2012, p.36).

Para a coleta de dados, foram utilizados, questionário para identificação dos saberes prévios, anotações em diários de aula, análise feita pelos alunos sobre as atividades desenvolvidas e uma entrevista semiestruturada com um grupo de estudantes.

Essa coleta de dados proporcionou uma análise mais detalhada, apresentando como principais conclusões que a utilização de estratégias de ensino que desafiem o aluno a relacionar os conhecimentos construídos ao longo de suas vivências àqueles desenvolvidos na prática escolar permite uma aprendizagem significativa. Outra conclusão é que essa estratégia de ensino contribuiu para uma maior motivação e incentivou o protagonismo e a interação entre os sujeitos.

Essas conclusões podem indicar que as estratégias de ensino utilizadas contribuíram para o desenvolvimento do espírito crítico e da autoestima positiva dos educandos, além de permitir que compreendessem melhor sua realidade.

Uma pesquisa que abordou a arte foi feita por Souza (2014), que utilizou o estudo do movimento cubista para ensinar geometria e investigar as contribuições desse ensino para os estudantes. A pesquisa foi desenvolvida em uma escola pública de Boa Vista, em Roraima, no 5º ano da EJA.

A pesquisa foi fundamentada na teoria de aprendizagem de David Ausubel para o estudo do ensino da geometria pelo estabelecimento de relações entre a arte e a matemática. Essa pesquisa apresenta como principal desafio a inconstância dos estudantes da EJA, narrando que

os alunos da turma em que a pesquisa foi realizada são cidadãos de classe econômica baixa e têm as mais diversas profissões, como artesã, pedreiro, pintor, vigia, agricultor, doméstica, dona de casa e autônomo. Estes desenvolvem suas atividades laborais o dia todo e chegam à escola cansados e, muitas vezes, atrasados, por este motivo, muitos desistem ou não são assíduos. Além disso, quase todos os estudantes são pais e mães de família e muitos levam para a sala de aula seus filhos, pois não têm com quem deixá-los. Na metade da pesquisa, por exemplo, uma estudante adolescente retornou às aulas com o seu bebê nos braços, depois do fim da licença maternidade. A mesma não participou da pesquisa, mas estava presente na sala de aula em alguns momentos de sua realização (SOUZA, 2014, p.53)

Apesar dessa característica, a coleta de dados ocorreu por meio do registro em diário de bordo e de um questionário, cujo objetivo foi identificar os conhecimentos prévios dos alunos a respeito da geometria e como faziam sua relação com a arte. Dessa maneira, a autora teve subsídios para desenvolver atividades com os estudantes que envolvessem o movimento cubista e a geometria.

As atividades renderam para essa pesquisa a constatação de que o material utilizado teve significado lógico ou potencial, resultando em um aprimoramento dos conceitos geométricos dos estudantes. Acarretou também a assimilação de novos conceitos, que, pela mediação do professor, puderam ser desenvolvidos pelos estudantes.

Nessa análise, vale ressaltar que foi apresentada uma perspectiva diferente de abordagem no ensino de matemática, pois associá-lo ao movimento cubista mostrou que existem diversos campos de conhecimento que podem se relacionar com a matemática para seu ensino. Essas alternativas podem proporcionar uma enorme gama de aprendizagens, o que a presente pesquisa busca para os estudantes da EJA.

Outra pesquisa encontrada foi a de Ruidiaz (2014), que apresentou oficinas de matemática para o ensino de geometria em uma turma do 9º ano da EJA, na cidade de Rio Claro, São Paulo. Nessa pesquisa, foram apresentados dois objetivos: observar as relações estabelecidas entre educador e educando e quais as possibilidades que essas relações podem oferecer para um melhor ensino/aprendizagem.

As atividades desenvolvidas foram a construção de um Tangram, a representação com as peças do Tangram das figuras descritas em uma história, o trabalho com triângulos para abordar o conceito de semelhança, a elaboração de um debate sobre questões da matemática, que culminaram na abordagem sobre Teorema de Pitágoras a partir da apresentação de um filme.

As situações observadas pela autora proporcionaram uma visão que a relação de poder em sala de aula teve uma alteração, pois os estudantes mudaram sua perspectiva sobre a aprendizagem e seu papel na sala de aula. A autora advertiu em suas considerações finais que esses são os primeiros passos da observação e que, para ela, esse processo de pesquisa não se encerra após a finalização da dissertação.

Essa pesquisa teve uma característica diferente na maneira de escrita, pois a autora intercalou letras de músicas, poemas e autores de um modo interessante, que incentivava a leitura e proporcionava reflexões acerca do nosso papel como professor.

Considerando o exposto, evidenciamos que ainda há muitas lacunas, como poucos trabalhos específicos sobre geometria e EJA e nenhum que abordou os conceitos e conteúdos de triângulos nessa modalidade de ensino. Assim, esperamos que está pesquisa sobre o ensino de geometria, especificamente de triângulos, na EJA contribua para as discussões.

4 CONSIDERAÇÕES SOBRE SEQUÊNCIAS DIDÁTICAS E SOBRE O CONTEÚDO

Discussões sobre sequência didática, sobre como foi elaborada a sequência que discute conceitos e conteúdos de triângulos, a proposta e algumas orientações para o professor são apresentadas neste capítulo.

4.1 Considerações sobre sequência didática

Uma sequência didática é "um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim conhecidos tanto pelos professores como pelos alunos" (ZABALA, 1998, p.18).

Perante essas considerações, a sequência é apresentada em modelos mais tradicionais ou em outras configurações. A ideia primordial está centrada na melhoria da prática didática entre o professor e os alunos, sendo importante lembrar que

a identificação das fases de uma sequência didática, as atividades que a conformam e as relações que se estabelecem devem nos servir para compreender o valor educacional que têm, as razões que as justificam e a necessidade de introduzir mudanças ou atividades novas que a melhorem (ZABALA, 1998, p.54).

Com a finalidade de tornar mais objetivos os tipos de sequência, Zabala (1998, p. 56-58) propõe quatro unidades como exemplos de intervenção. De forma mais direta, essas unidades são apresentadas nos quadros a seguir.

Quadro 2: Exemplos de intervenção

	Unidade 1
1. Comunicação da lição	

O professor ou a professora expõe o tema. Enquanto explica, os alunos tomam notas. O professor ou a professora permite alguma pergunta, a que responde oportunamente. Quando acaba, define a parte do tema que será objeto da prova que vale nota.

2. Estudo individual sobre o livro-texto

Cada um dos meninos e meninas, utilizando diferentes técnicas (quadros, resumos, sínteses), realiza o estudo do tema.

3. Repetição do conteúdo aprendido

Cada menino ou menina, individualmente, memoriza os conteúdos da lição que supõe será objeto da prova ou exame.

4. Prova ou Exame

Em classe, todos os alunos respondem às perguntas do exame durante uma hora.

5. Avaliação

O professor ou a professora comunica aos alunos os resultados obtidos

Unidade 2

1. Apresentação, por parte do professor ou professora, de uma situação problemática

O professor ou professora expõe aos alunos uma situação conflitante que pode ser solucionada por meios matemáticos, se a situação é materializável (Frações), linguística (construção de frases), Física (relações entre velocidade, espaço e tempo ou qualquer outra área.

2. Busca de soluções

O professor ou a professora pede aos meninos e meninas que exponham diferentes formas de resolver o problema ou a situação.

3. Exposição do conceito e o algoritmo

O professor ou a professora aproveita as propostas dos alunos para elaborar o novo conceito (fração, sintagma nominal, velocidade) e ensinar o modelo de algoritmo (operações de frações, análise sintática, fórmula de velocidade), o problema ou a situação.

4. Generalização

O professor ou a professora demonstra a função do modelo conceitual e o algoritmo em todas aquelas situações que cumprem determinadas condições.

5. Aplicação

Os alunos, individualmente, aplicam o modelo a diversas situações.

6. Exercitação

Os alunos realizam exercícios do uso do algoritmo.

7. Prova ou Exame

Em classe, todos os alunos respondem às perguntas e fazem os exercícios do exame durante uma hora.

8. Avaliação

O professor ou a professora comunica aos alunos os resultados obtidos

Unidade 3

- 1. Apresentação, por parte do professor ou da professora, de uma situação problemática relacionada a um tema.
- O professor ou a professora desenvolve um tema sobre um fato ou acontecimento, destacando os aspectos problemáticos e os que são desconhecidos para os alunos.

Os conteúdos do tema e da situação que se propõe podem ser um conflito social ou histórico, uma diferença na interpretação de determinadas obras literárias ou artísticas, a comparação entre um conhecimento vulgar de certos fenômenos biológicos e possíveis explicações científicas etc.

2. Diálogo entre o professor ou professora e alunos

O professor ou a professora estabelece um diálogo com os alunos e, entre eles, e promove o surgimento de dúvidas, questões e problemas relacionados com o tema.

Comparação entre diferentes pontos de vista

O professor ou a professora facilita diferentes pontos de vista e promove a discussão em grupo.

4.Conclusões

A partir da discussão do grupo e de suas contribuições, o professor ou a professora estabelece as conclusões.

5. Generalização

Com as contribuições do grupo e as conclusões obtidas, o professor ou a professora estabelece as leis, os modelos interpretativos ou os princípios que se deduzem deles.

6. Exercícios de memorização

Os meninos e meninas, individualmente, realizam exercícios de memorização que lhes permitam lembrar os resultados das conclusões e da generalização.

7. Prova ou Exame

Na classe, todos os alunos respondem às perguntas e fazem os exercícios do exame durante uma hora.

8. O professor ou a professora comunica aos alunos os resultados obtidos.

Unidade 4

1. Apresentação por parte do professor ou da professora de uma situação problemática relacionada com um tema

O professor ou professora desenvolve um tema em torno de um fato ou acontecimento, destacando os aspectos problemáticos e os que são

desconhecidos para os alunos.

Como na unidade anterior, os conteúdos do tema e da situação que se coloca podem ir desde um conflito social ou histórico, diferenças na interpretação de certas obras literárias ou artísticas, até o contraste entre um conhecimento vulgar de determinados fenômenos biológicos e possíveis explicações científicas.

2. Proposição de problemas ou questões

Os alunos, coletiva ou individualmente, dirigidos e ajudados pelo professor ou professora, expõem as respostas intuitivas ou suposições sobre cada um dos problemas e situações propostos.

- 3. Explicitação de respostas intuitivas ou suposições
- 4. Propostas das fontes de informação

Os alunos, coletiva ou individualmente, dirigidos e ajudados pelo professor ou professora, propõem as fontes de informação mais apropriadas para cada uma das questões: o próprio professor, uma pesquisa bibliográfica, uma experiência, uma observação, uma entrevista, um trabalho de campo.

5. Busca da informação

Os alunos, coletiva e individualmente, dirigidos e ajudados pelo professor ou professora, realizam a coleta dos dados que as diferentes fontes lhe proporcionaram. A seguir, selecionam e classificam estes dados.

6. Elaboração das conclusões

Os alunos, coletiva e/ou individualmente, dirigidos e ajudados pelo professor ou professora, elaboram as conclusões que se referem às questões e aos problemas propostos.

7. Generalização das conclusões e sínteses

Com as contribuições do grupo e as conclusões obtidas, o professor ou professora estabelece as leis, os modelos e os princípios que se deduzem do

trabalho realizado.

8. Exercícios de memorização

Os meninos e meninas, individualmente, realizam exercícios de memorização que lhes permitam lembrar dos resultados das conclusões, da generalização e

da síntese.

9. Prova ou exame

Na classe, todos os alunos respondem às perguntas e fazem os exercícios do

exame durante uma hora.

10. Avaliação

A partir das observações que o professor fez ao longo da unidade e a partir do resultado da prova, este comunica aos alunos a avaliação das aprendizagens realizadas.

Fonte: Zabala (1998, p. 56-58)

A apresentação dessas unidades como modelos de ensino é descrita por Zabala (1998) como uma compilação de formas de ensinar, ou seja, cada professor utiliza uma dessas unidades ou elementos delas para estruturar sua prática educativa. Portanto, a apresentação como foi feita nada tem a ver com uma classificação de importância ou de complexidade para o uso dessas unidades.

Trazemos essas unidades, pois elas serviram como referência para a elaboração da sequência didática.

Vale destacar que todas essas unidades se centram nas questões conceituais, a unidade 2 permite alguns conceitos procedimentais, mas é na unidade 4 que o autor se detém para propor uma sequência didática de conteúdo, o qual

> Trata-se de um conjunto de atividades que em alguns casos se concretiza em apenas uma unidade didática e em outros casos se estende ao longo de várias, ou inclusive de todas as unidades. Para poder estabelecer as características desta unidade de análise-básica, sobretudo nas áreas de caráter mais procedimental e para os conteúdos de caráter atitudinal e, também, portanto, para os conteúdos dos denominados eixos transversais e aqueles objetivos relacionados com moral e ética- proporemos um exemplo

em que se utilizam sequências didáticas da unidade de tipo 4 ao longo de todo curso (ZABALA, 1998, p.76).

Nesta proposta, podemos observar a interação entre os estudantes e seu desenvolvimento individual e coletivamente, questões de convívio, respeito às diferenças e tolerância são características que podem ser observadas. Diante dessas características, foi escolhida a unidade 4 com o foco na interação dos alunos durante as atividades da sequência proposta.

4.2 Trajetória de construção da sequência didática

Essa sequência de conteúdo tem como objetivo estudar aspectos da geometria dos triângulos, abordando por meio de atividades estruturadas ou sequências didáticas, conceitos e propriedades dessa figura geométrica. Outra importante questão se relaciona aos elementos de reflexão que os diálogos dos estudantes proporcionam ao professor durante a realização das atividades.

Como ponto de partida para construção dessa sequência, utilizamos um questionário, Anexo 1, com o objetivo de obter informações sobre o estudante, traçando um perfil das características sociais e sua relação com a geometria.

Entre as características observadas nesse questionário, vale destacar o fato de a turma ser composta por 17 estudantes, dos quais 13 têm até 23 anos, portanto, embora seja uma turma da EJA, é uma turma muito jovem. Esse fato pode interferir na percepção dos alunos com relação ao estudo de geometria, pois estão há pouco tempo fora da escola e, portanto, a visão sobre geometria pode estar mais associada com as definições matemáticas apresentadas na escola do que com seu conhecimento de mundo.

A turma era composta mais por mulheres e cerca de $\frac{2}{3}$ não tinha trabalho fixo, muitos se dedicavam aos afazeres do lar, mas o restante estavam empregados no comércio ou na indústria da cidade, tendo em vista que essa cidade apresenta um número considerável de empresas de médio e grande porte. Poucos estudantes eram autônomos, mas para os estudantes empregados, gostaríamos de destacar

um estudante que era carpinteiro. Esse estudante relatou não precisar de geometria em seu trabalho, mas durante o tempo que ministrei aula para ele, sempre que precisava, ele usava exemplos de seu trabalho que na verdade utilizavam propriedades geométricas, como o de terminar portas de armários com uma barra transversal para fazê-la ficar mais "forte". Outro estudante era ajudante de pedreiro e também apresentava estórias que eram a utilização de propriedades geométricas, mas não conseguia observar essas propriedades nas aulas de geometria, caso típico de vivenciar a pratica sem relaciona-la com a teoria.

Essa observação ficou mais evidente quando abordamos as questões sobre geometria e triângulos. Com relação ao estudo de geometria, apenas um estudante relatou não ter aprendido. O fato que chama a atenção é que apenas cinco estudantes apresentaram uma definição para Geometria, podendo essa dificuldade estar relacionada ao fato de não correlacionarem que várias ações do nosso cotidiano se relacionam com Geometria, por apenas seis estudantes responderam que utilizam Geometria em seu trabalho.

No que diz respeito à definição de triângulos, obtivemos dois tipos de resposta.

A primeira, utilizada pela maioria, aborda uma definição associada ao conceito matemático, ou seja, uma figura geométrica de três lados ou de três vértices. E a segunda resposta associa a figura geométrica a objetos com esse formato, como placas de trânsito, brincadeiras ou instrumentos musicais.

Esses tipos de resposta nos proporcionam uma reflexão: Como está sendo desenvolvido o pensamento geométrico nas aulas de matemática?

O fato de abordar a definição de triângulo pelo conceito matemático não proporciona subsídios para saber como esse estudante utiliza esse conceito para resolver questões matemáticas e também do cotidiano. Com raciocínio análogo para os estudantes que associaram os objetos do cotidiano, não podemos descartar que eles não tenham conhecimentos correlacionados ao conceito matemático, mas apenas não formalizaram.

Desse modo, vamos recorrer

a análise epistemológica da Geometria Espacial desenvolvida por Gonseth (1945), no qual destaca três questões fundamentais do conhecimento geométrico: o intuitivo, o experimental e o teórico. Segundo ele, para construir o conhecimento teórico geométrico dos alunos, é preciso que o professor considere tanto as questões intuitivas, quanto as atividades experimentais. Nesse sentido, propõe quatro elementos fundamentais no processo de representação plana de um objeto tridimensional: objeto, desenho, imagem mental e conceito. O termo objeto é interpretado pelo autor como parte material, palpável do mundo real e que pode ser associada à forma de alguns conceitos geométricos. Por exemplo, o objeto associado ao conceito de cubo pode ser um cubo construído com varetas, cartolina, argila ou qualquer outro material. Assim, o termo objeto é utilizado como modelo físico ou material didático. Segundo Pais (1996), o objeto é entendido como forma primitiva de representar conceitos, uma vez que o processo de construção teórica é lento, gradual e complexo. Nesse sentido, o objeto é um modelo físico que contribui para a formulação de ideias, mas não as substitui (BARBOSA; FERREIRA, 2012, p.4).

Tendo em vista o exposto, a partir das ideias de Gonseth (1945), Barbosa (2011, p. 30) explicita que

a intuição está relacionada às imagens mentais, por serem essencialmente subjetivas. Porém, ambos não são aceitos no processo de validação do conhecimento. O objeto e o desenho são recursos manipulativos que auxiliam um conhecimento de natureza empírica e, por si próprios, não caracterizam as noções geométricas. Mas, para construir o conhecimento teórico da Geometria, constituído fundamentalmente pelos conceitos, é preciso considerar tanto as questões intuitivas, quanto as atividades experimentais. Assim, objeto, desenho, imagem mental e conceito são elementos que se completam.

Dessa maneira, podemos considerar que os dois grupos de estudantes estão em estágio diferentes, mas não há como classificá-los como mais avançado ou primitivo. O fato é que, nesses estágios, eles podem ser auxiliados para concretizar as definições relacionadas ao triângulo na forma teórica e suas utilizações em diversos contextos.

O resultado obtido em uma questão desse questionário proporcionou uma reflexão profunda, tendo sido indagado, nessa questão, se o estudante tinha interesse em estudar mais sobre os triângulos e mais de um terço dos estudantes disseram que não tinham interesse.

Esse resultado pode evidenciar que esses estudantes não relacionam seu cotidiano às soluções que a geometria e os triângulos podem proporcionar e,

portanto, uma sequência didática que aborde essa figura geométrica e suas propriedades é importante.

Na sequência didática elaborada, abordaremos as fases do intuitivo e o experimental para, durante o desenvolvimento das atividades, observar se os estudantes conseguiram desenvolver o teórico. Dessa maneira,

são necessárias atividades com *ajudas de diferente grau e prática guiada*. A ordem e o progresso das sequências de ensino/aprendizagem, no caso dos conteúdos procedimentais, estarão determinados, na maioria das vezes, pelas características das ajudas que se irão dando ao longo da aplicação do conteúdo. Assim, em muitos casos, a estratégia mais apropriada, depois da apresentação do modelo, será a de proporcionar ajudas ao longo das diferentes ações e ir retirando-as progressivamente. Agora, a única maneira de decidir o tipo de ajuda que se deve dar e a oportunidade de mantê-la, modificá-la ou retirá-la consiste em observar e conduzir os alunos através de um processo de prática guiada, em que eles poderão ir assumindo, de forma progressiva, o controle, a direção e a responsabilidade da execução (ZABALA, 1998, p.82-83).

A partir das discussões, a sequência com orientações para o professor é apresentada como um produto educacional.

Essa sequência foi elaborada a partir da observação das características da turma de EJA da qual o pesquisador era professor, associada às atividades que consideramos pertinentes. Durante a pesquisa, notamos que a sequência deveria começar com atividades que abordassem diferentes aspectos dos triângulos, por exemplo, a condição de existência do triângulo e a rigidez triangular. Por isso a primeira atividade da sequência aborda a desigualdade triangular, por se tratar de um aspecto mais simples, ou seja, qual condição é necessária para se ter um triângulo? Essa atividade foi encontrada durante a pesquisa sobre sequências didáticas de geometria e foi adaptada para a EJA.

4.3 Proposta de sequência didática

Atividade 1		

Nome da atividade: Como construir um triângulo?

Trabalho a ser realizado em: (x) Grupo () Individual

Objetivo: Apresentar de forma concreta a desigualdade triangular, ou seja, a condição de existência do triângulo, pois não é possível construí-lo com três lados quaisquer, mas devem atender a condição de que a medida de um dos lados tem que ser menor que a soma das medidas dos outros dois.

Considerações: Essa atividade foi encontrada durante a pesquisa sobre sequências didáticas relacionadas a triângulos. A atividade foi adaptada da pesquisa "Rigidez dos triângulos", por Evandro Marques das Neves, em 2014. Utilizaremos partes da atividade que serão reproduzidas aqui. Essa atividade tem como proposta iniciar a discussão sobre o triângulo, abordando um elemento básico dessa figura, a desigualdade triangular. Dessa forma, pretendemos que os grupos possam debater sobre esse tema e abordar mais questões sobre triângulo.

Orientação ao Professor: Essa atividade está inserida aqui por ser considerada básica para a turma da pesquisa, considere a sua realidade e veja se é necessária uma atividade anterior a essa ou se não há a necessidade de aplica-la.

Material: Canudos, tesoura, régua e barbante.

1°) Cortem os canudos com as medidas específicas dadas em cada grupo (I a VI) da Tabela 1. Experimentem montar triângulos para cada grupo, com o uso de barbante.

Quadro 2 - Medidas dadas

Grupo	Α	В	С	Foi possível montar o triângulo?
I	6 cm	8 cm	16 cm	
II	6 cm	8 cm	12 cm	

III	6 cm	8 cm	14 cm	
IV	5 cm	7 cm	12 cm	
V	5 cm	7 cm	10 cm	
VI	5 cm	7 cm	13 cm	

Fonte: Neves (2014, p. 20).

- 2°) Considere que cada canudo recortado representa o tamanho de um lado. Complete na Tabela 1 na coluna "foi possível montar o triângulo?" com sim ou não.
- 3º) Nos casos em que formamos os triângulos, podemos estabelecer uma relação entre os lados ?
- 4°) Nos casos em que não formamos os triângulos, podemos estabelecer uma relação entre os lados ?
- 5°) Qual é a influência do lado de maior valor na construção de um triângulo?
- 6º) Podemos estabelecer uma regra para construção de um triângulo?

Diante dessa atividade, o professor pode propor aos grupos de estudantes que tentem descobrir quando é possível construir um triângulo, pois através desses questionamentos, os próprios estudantes podem chegar à conclusão de que para ter um triângulo é necessário que a soma das medidas dos dois lados de menor tamanho tem que ser maior que a medida do maior lado. Além disso, é importante discutir que a medida dessa soma não pode ser igual à medida do outro lado. Nesse último caso, o material utilizado pode ser um complicador para que os estudantes

tenham essa percepção, assim, seria importante que o professor utilizasse, por exemplo, o Geogebra⁵ para evidenciar essa construção.

Dessa forma, segundo Zabala (1998, p. 72-73), essa atividade tem

como uma das funções prioritárias evidenciar os conhecimentos prévios. No entanto, neste caso, a estrutura da sequência se organiza em torno das contribuições que os alunos fazem a cada momento. São eles que manifestam seus problemas ou perguntas, que serão os que deverão articular toda a intervenção. O objetivo da unidade não consiste em conhecer um tema, mas em dar resposta a determinadas perguntas que os alunos se fazem e que consideram que é interessante resolver.

Atividade 2

Nome da atividade: Composição com triângulos

Trabalho a ser realizado em: (x) Grupo () Individual

Objetivo: Abordar as características dos triângulos de compor outras figuras geométricas. Nessa atividade, utilizaremos o quadrado.

Considerações: Nessa etapa, propomos dividir os estudantes em três ou quatro grupos, com, no mínimo, dois estudantes em cada grupo.

Orientação ao Professor: A atividade 2 abordamos o triângulo como elemento de composição de outras figuras planas, mas se considerar que a atividade 1 é insuficiente, poderá elaborar mais atividades que abordem a desigualdade triangular, como por exemplo desenhos de triângulos com os valores de seus lados, nos quais os estudantes terão que verificar se esses valores formariam um triângulo.

Material: Lápis, régua, tesoura e cartolina de diversas cores.

⁵ No produto educacional, estarão disponíveis os passos para a construção desse triângulo dinâmico.

Distribuir três quadrados de cartolina no tamanho de 15 cm x 15 cm e fazer as seguintes perguntas:

- 1º Pergunta: Como podemos dividir um desses quadrados em dois triângulos, utilizando a régua e o lápis?
- 2º pergunta: Como podemos dividir um desses quadrados em três triângulos, utilizando a régua e o lápis?
- 3º pergunta: Como podemos dividir um desses quadrados em quatro triângulos, utilizando a régua e o lápis?

A característica mais importante dessa atividade consiste em abordar com os estudantes que uma figura como o quadrado pode ser composta por outras figuras geométricas. O triângulo é uma delas, e essa atividade mostrou isso.

Para relacionar essa composição, o professor pode fazer algumas perguntas do tipo:

- 4º pergunta: Os triângulos que compõem o 1º quadrado têm o mesmo formato?
- 5º pergunta: Os triângulos que compõem o 2º quadrado têm o mesmo formato?
- 6º pergunta: Os triângulos que compõem o 3º quadrado têm o mesmo formato?
- 7º pergunta: Podemos compor um novo quadrado utilizando os diversos triângulos que apareceram nessa atividade?

Com essas questões, os estudantes podem explorar as diversas possibilidades de composição do quadrado através de triângulos, além de debater no grupo a solução para as atividades propostas, fato muito importante para uma aprendizagem significativa.

Atividade 3

Nome da atividade: Recomposição dos quadrados com os diversos triângulos

Trabalho a ser realizado em: (x) Grupo () Individual

Objetivo: Demonstrar as várias maneiras como podemos compor um quadrado, utilizando triângulos de diferentes formatos.

Considerações: Nessa atividade, os estudantes podem combinar diversos tamanhos e cores dos triângulos para compor os quadrados.

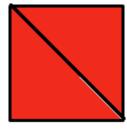
Orientação ao Professor: Nessa atividade pretendemos apresentar a visão contrária da atividade 2, ou seja, teremos os triângulos e os estudantes terão que associar forma e tamanho para recompor os quadrados.

Material: Uma composição de triângulos construídos pelo professor.

O professor apresentará aos estudantes diversos triângulos que se originaram das divisões feitas de um quadrado. Exemplo:

1) Composto por dois triângulos:

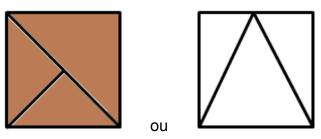
Figura 1 - Quadrado



Fonte: Elaborado pelo autor.

2) Composto por três triângulos

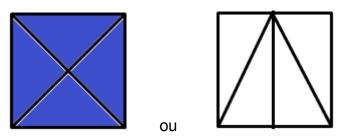
Figura 2 - Quadrados



Fonte: Elaborado pelo autor.

3) Composto por quatro triângulos

Figura 3 - Quadrados



Fonte: Elaborado pelo autor.

IMPORTANTE: Não apresentar as figuras compostas como no exemplo acima, mas os triângulos originados dessas divisões, que devem ser recortados antes.

Para que fique bem claro, destinamos essa parte para destacar como o professor deve construir as divisões entre os quadrados.



Nessa figura, basta apenas ligar dois pontos que compõem uma das suas diagonais.



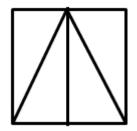
Nessa figura, basta apenas ligar dois pontos que compõem uma das diagonais da figura e, no ponto médio da diagonal, ligar a um dos outros dois vértices.



Nessa figura, basta apenas ligar os pontos que compõem suas diagonais.



Nessa figura, basta encontrar o ponto médio de um dos lados e ligar os vértices do lado oposto a esse ponto médio.



Nessa figura, basta encontrar o ponto médio de um dos lados e ligar os vértices do lado oposto a esse ponto médio. Após essa etapa, ligar os pontos médios entre os lados opostos.

A atividade inicia-se com perguntas como:

- 1) Forme um quadro com um triângulo. Foi possível? Desenhe o triângulo encontrado.
- 2) Forme um quadro com dois triângulos.
- 3) Forme um quadro com três triângulos.
- 4) Forme um quadrado com quatro triângulos.
- 5) Forme um quadrado com cinco triângulos.

Dessa maneira, a interação entre os estudantes proporcionará uma discussão muito rica para aprendizagem, pois, ao ter que observar formato e tamanho, o estudante utilizará dos seus conhecimentos geométricos para recompor esse "quebra-cabeça" proposto pelo professor.

Após a realização dessa atividade e com a intenção de apresentar outras propriedades dessas composições, o professor deve propor ao grupo a atividade 4.

Atividade 4	
Nome da atividade: Figuras compostas po	or triângulos
Trabalho a ser realizado em: (x) Grupo	() Individual

Objetivo: Construir um Tangram com os estudantes.

Considerações: Diante dessa situação, inicialmente, permitir uma maior interação entre os estudantes, apresentar uma breve explicação sobre a origem do Tangram. Para tal, utilizaremos o artigo Aprendendo Geometria através do Tangram, dos autores Carolina Soares Bueno, Raíra Elberhardt Nogueira e Regina Helena Munhoz, apresentado no III Simpósio Nacional de Ensino de Ciência e Tecnologia, em 2012. Desse artigo, utilizaremos a introdução sobre o Tangram e as figuras presentes no texto.

Orientação ao Professor: Para reforçar a ideia do triângulo como compositor temos essa atividade no qual os estudantes poderão construir através da dobradura o Tangram. Vale ressaltar que se o que foi abordado na atividade anterior não for o suficiente para elucidar a questão do triângulo como compositor de figuras, o professor pode utilizar outras figuras geométricas além do quadrado para mostrar que podem ser compostas através da composição de triângulos.

Material: Uma cartolina quadrada de lado 15 cm, tesoura, régua e lápis.

O jogo é apresentado da seguinte forma:

Tangram é um jogo milenar que exige astúcia e reflexão. Da sua simplicidade, nasce sua maior riqueza; pelo corte de um quadrado, sete peças criam, juntas, formas humanas, abstratas e objetos de diversos formatos. Originário da China, e anterior ao século 18, pouco se sabe da verdadeira origem do Tangram.

Segundo alguns, o nome Tangram é uma corrupção da palavra inglesa obsoleta "Tangram", que significa um puzzle ou quinquilharias. Outros afirmam que é originária da tribo Tanka.

As pessoas desta tribo da China eram grandes comerciantes envolvidos no comércio do ópio e quando eram visitados pelos mercadores ocidentais, eram entretidos pelas medidas Tanka com este quebra-cabeça. E ainda outra história conta que o Tangram foi inventado por um homem chamado Tan enquanto tentava consertar os pedaços quebrados de um azulejo de porcelana.

Na Ásia, é conhecido por "Sete pratos da sabedoria".

A referência mais antiga é de um painel em resolver Tangram. O nome chinês é Chi-Chiao, que significa "os sete pedaços inteligentes", ou "o quebra-cabeça de sete sabedorias".

A mais antiga publicação com exercícios de Tangram é do início do século XIX. Chegou rapidamente aos EUA e à Europa e ficou conhecido como o

puzzle chinês. Desde então, são criados Tangrans em todos os tipos de materiais, desde cartão até pedra, plástico ou metal.

Uma Enciclopédia de Tangram foi escrita por uma mulher, na China, há 130 anos. É composta por seis volumes e contém mais de 1700 problemas para resolver (BUENO; NOGUEIRA; MUNHOZ, 2012, p.3).

Após essa introdução, construir com os alunos o Tangram, utilizando os seguintes passos:

1º passo: Dobre o quadrado ao meio pelos vértices BD e faça um risco com lápis em cima da linha formada.

A

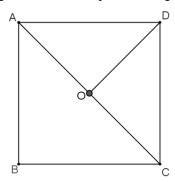
Figura 4 – Construção do Tangram

Fonte: Elaborado pelo autor.

Esses passos permitiram explorar os conceitos de diagonal de um polígono, definindo-a como o segmento de reta que liga dois vértices não consecutivos. Com esta informação, os alunos concluirão, naturalmente, que o quadrado tem duas diagonais.

2º passo: Dobre novamente o quadrado ao meio, mas agora pelos vértices AC. Faça um vinco apenas na linha que parte de D e encontre a diagonal AC já traçada. Ao abrir o quadrado, faça um risco com lápis nessa linha e nomeie o ponto de encontro das diagonais de O.

Figura 5 – Construção do Tangram

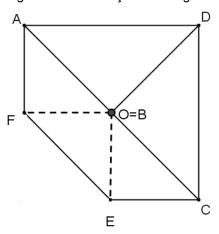


Fonte: Elaborado pelo autor.

Até aqui, foram obtidos os dois triângulos grandes do Tangram.

3º passo: Dobre de maneira que o vértice B "encontre" o ponto O. Abra e risque a linha da dobra.

Figura 6 – Construção do Tangram



Fonte: Elaborado pelo autor.

Nesse passo, obtém-se o triângulo médio do Tangram.

Nessa etapa, é necessário nomear os vértices E e F. Por meio de dobras, eles verificaram que as medidas dos segmentos CE e EB são iguais, bem como as medidas dos segmentos AF e FB. Tendo como base esse procedimento, também

identificaram os pontos E e F como os pontos médios dos lados BC e AB, respectivamente.

4º passo: Dobre novamente a diagonal BD e faça um vinco até o encontro do segmento EF. Nomeie o ponto de intersecção G. Risque essa linha de dobra.

Dobre, então, de modo que o ponto F toque o ponto O. Vinque a dobra entre o ponto G e a diagonal AC. Abra e risque esse segmento.

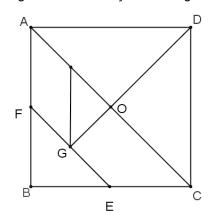


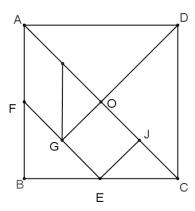
Figura 7 – Construção do Tangram

Fonte: Elaborado pelo autor.

Com esse passo, foram obtidos um dos triângulos pequenos e o paralelogramo.

5º passo: Para obter o quadrado e o outro triângulo pequeno, dobre de maneira que o vértice C toque o ponto O. Vinque essa dobra do ponto E até a diagonal AC.

Figura 8 - Tangram



Fonte: Elaborada pelo autor.

Desse modo, foram obtidos o quadrado e o outro triângulo pequeno.

Com as demarcações do Tangram construídas, o professor pedirá que os grupos recortem as figuras.

O professor poderá fazer intervenções para despertar a curiosidade e o raciocínio lógico, utilizando perguntas, como, por exemplo: "O que vocês podem construir com as peças que vocês já têm?", "Será que é possível construir um quadrado?". O principal objetivo dessa atividade é mostrar aos estudantes que são capazes de formar seu próprio Tangram e que, com base nele, há muitas possibilidades de investigar as figuras geométricas.

Atividade 5

Nome da atividade: Construindo figuras com o Tangram

Trabalho a ser realizado em: (x) Grupo () Individual

Objetivo: Apresentar algumas figuras que podem ser construídas com as peças do Tangram.

Considerações: Essa atividade está relacionada com a fase 2 da unidade 4 da sequência didática proposta por Zabala.

Orientação ao Professor: Nessa atividade, trabalha-se a composição de figuras animadas a partir da composição de triângulos. Após essa

composição, é ideal propor para os estudantes que utilizem dessas diversas composições de figuras animadas e elaborar contos literários, o que tornaria o trabalho mais rico ou apresentar diversas utilizações desse tipo de construção como vitral, ou obras de arte construídas com essa técnica.

Material: Peças do Tangram da atividade 4.

Nessa atividade, propomos que o professor apresente algumas figuras que podem ser construídas com base nas figuras presentes no Tangram

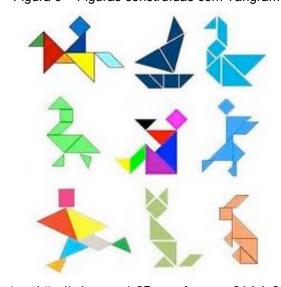


Figura 9 – Figuras construídas com Tangram

Fonte: http://migre.me/v8Bza. Acesso: 01 jul. 2016.

Essa atividade foi pensada para proporcionar um momento em que o estudante interaja com o triângulo e crie figuras segundo uma proposta. Vale lembrar que a atividade não está fechada em reproduzir apenas as apresentadas, e se o professor assim desejar, pode deixar os estudantes criarem outras formas.

A organização dessas cinco atividades iniciais teve como principal objetivo mostrar a importância do triângulo e algumas de suas propriedades e utilizações. Dessa maneira, funcionam como um incentivo para o estudante com relação à versatilidade e utilização dessa figura.

Para avançar nessa sequência, devemos abordar outros aspectos, como a semelhança dos triângulos construídos na atividade 2, portanto, elaboramos a atividade 6.

Atividade 6

Nome da atividade: Comparando triângulos

Trabalho a ser realizado em: (x) Grupo () Individual

Objetivo: Apresentar a semelhança de triângulos, utilizando os triângulos apresentados na atividade 3.

Considerações: Essa atividade está relacionada com a fase 2 da unidade 4 da sequência didática proposta por Zabala.

Orientação ao Professor: Nessa atividade os estudantes devem perceber a mudança de foco. A partir dessa atividade apresentaremos outras características do triângulo, começando pela semelhança dos triângulos. Caso as atividades anteriores não tenham sido o suficiente para o estudante entender a ideia do triângulo como composição de figuras, o professor deve elaborar outras atividades que abordem esse conceito. É importante destacar a aplicabilidade dos triângulos semelhantes, pois a partir dessa propriedade podemos construir telhados ou peças mecânicas.

Material: Os triângulos da atividade 3.

É importante observar que existem dois grupos de triângulos semelhantes na atividade 3: triângulos retângulos isósceles e triângulos retângulos escalenos. Dessa maneira, o professor irá propor a observação dos triângulos através de perguntas tais como:

Nesse conjunto de triângulos, eles têm o mesmo formato?

Nesse conjunto de triângulos, eles têm o mesmo tamanho?

Como você sabe que é do mesmo formato?

Utilizaremos a atividade comparando os triângulos retângulos isósceles, mas o pensamento é análogo para o outro tipo de triângulo presente na atividade.

Nesse momento, vamos comparar três triângulos de cores diferentes, mas é importante observar que só há dois tamanhos diferentes. São eles:

Figura 10 – Triângulos

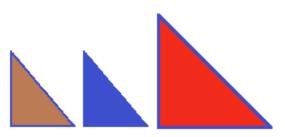
Fonte: Elaborado pelo autor.

Nessa atividade, serão utilizadas perguntas para proporcionar uma reflexão:

1) Como podemos fazer para comparar esses triângulos?

Nessa pergunta, o professor observa se os estudantes colocaram os triângulos na mesma posição, tal como no exemplo abaixo ou em uma posição que proporcione uma comparação.

Figura 11 – Comparando os triângulos



Fonte: Elaborada pelo autor.

2) Os lados semelhantes se encaixam?

Figura 12 – Comparando os triângulos



Fonte: Elaborado pelo autor.

Observação: Esses triângulos, conforme explicitado na atividade 3, foram construídos para ser triângulos retângulos isósceles e, dessa maneira, são semelhantes entre si.

Nessa pergunta é importante utilizar o que preconiza a fase 3, da unidade 4, do modelo proposto por Zabala, que consiste na explicitação de respostas intuitivas ou suposições. Portanto, os estudantes vão ser estimulados a observar as propriedades presentes nessas figuras, tais como lados e ângulos ou justificativas como:

- têm o mesmo formato, mas as medidas dos tamanhos são diferentes.
- os ângulos têm a mesma medida.

Essas justificativas são o ponto de partida para o professor elucidar que essas características são importantes nos triângulos semelhantes, mas que existem outros tipos de triângulos. Esses formatos serão apresentados na atividade 7.

Atividade 7

Nome da atividade: Identificação de triângulos semelhantes

Trabalho a ser realizado em: () Grupo (x) Individual

Objetivo: Identificar triângulos semelhantes através da distribuição dessas figuras para os estudantes, procurando pelo formato dos triângulos.

Considerações: Nessa atividade, o professor irá distribuir vinte triângulos. Nesse grupo, teremos triângulos equiláteros, isósceles e escalenos, sendo a maioria semelhante. É importante que um pequeno grupo de triângulos não seja semelhante a nenhum outro para que o estudante seja incentivado a perceber a questão do tamanho e do formato dos triângulos. O professor tem liberdade para escolher a quantidade de triângulos não semelhantes.

Orientação ao Professor: Nessa atividade é importante destacar que a semelhança guarda as propriedades físicas e estruturais dos objetos, mesmo apresentando tamanhos diferentes.

Material: triângulos semelhantes construídos em cartolina.

Diante dessa questão, o professor pode começar a abordar que os encontros dos lados (ângulos) e os lados são elementos muito importantes do triângulo, inclusive para sua classificação.

Vale destacar que, até a atividade seis, propomos a realização em grupo. O objetivo é que a interação entre os estudantes permita maior participação e troca de experiência no desenvolvimento das atividades. A atividade sete é a primeira com proposta individual e está ligada ao "ensino de conteúdos procedimentais. Dessa forma, exige que os meninos e meninas tenham a oportunidade de levar a cabo as realizações de forma independente para que possam mostrar suas competências no domínio do conteúdo aprendido" (ZABALA, 1998, p. 83).

Esse conceito se perpetua para as demais atividades a seguir. Na próxima atividade, propomos um olhar sobre a classificação dos triângulos com relação aos ângulos presentes.

Atividade 8

Nome da atividade: Classificando o triângulo com transferidor

Trabalho a ser realizado em: () Grupo (x) Individual

Objetivo: Abordar a classificação dos triângulos com relação a seus ângulos.

Considerações: Nessa atividade, o professor não terá como foco principal o valor dos ângulos, mas apresentar uma maneira de o estudante identificar o tipo do ângulo (agudo, reto e obtuso). Para tal, o professor irá distribuir 3 triângulos - um agudo, um reto e um obtuso.

Orientação ao Professor: Nessa atividade é importante a observação em sua realização, pois como é individual o estudante pode não compreender como realizar a verificação e apenas ficar observando os demais estudantes realizarem a tarefa.

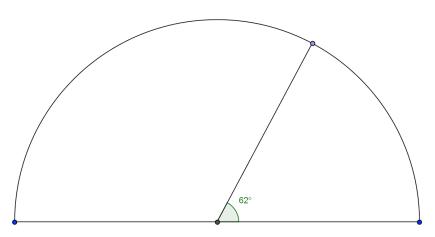
Material: Triângulos produzidos pelo professor, um lápis, uma régua e um semicírculo com o ângulo reto destacado.

Essa atividade terá no seu início uma introdução do professor. Nessa introdução, o professor apresentara um transferidor dinâmico construído no Geogebra. Esse transferidor é construído com um semicírculo e um segmento de reta que liga o centro da semicircunferência ao arco do semicírculo. O ângulo formado por esse segmento de reta e a base do semicírculo têm que estar destacados para que, à medida que movemos o segmento de reta, o valor do ângulo vai se alterando simultaneamente (Observação: esse arquivo irá constar no produto educacional).

Portanto, o professor irá apresentar a variação dos ângulos e sua classificação, ou seja, menor que 90° é classificado como agudo, igual a 90° é

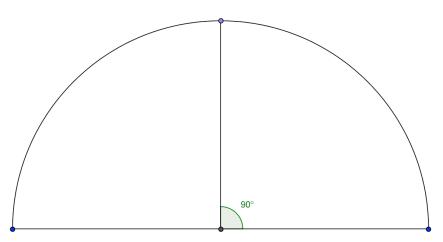
classificado como reto e maior que 90° é classificado como obtuso. Observe alguns exemplos:

Figura 13 - Ângulo agudo



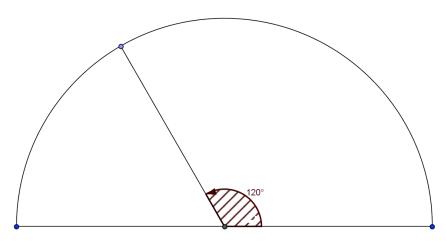
Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 14 - Ângulo reto



Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 15 - Ângulo obtuso



Fonte: Elaborada pelo autor.

Após essa introdução, o professor entregará um transferidor impresso para cada estudante, no qual apenas o ângulo reto estará destacado, como no exemplo abaixo.

90°

Figura 16 - Transferidor

Fonte: Elaborado pelo autor.

Com esse transferidor, o estudante vai determinar quais ângulos compõem um triângulo, conforme exemplo abaixo.

Figura 17 – Comparando o ângulo do triângulo

Fonte: Elaborado pelo autor.

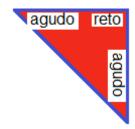
agudo

Figura 18 – Comparando outro ângulo do triângulo

Fonte: Elaborado pelo autor.

Fazendo isso sucessivamente, teremos um triângulo dessa forma.

Figura 19 – Ângulos do triângulo



Fonte: Elaborado pelo autor.

Dessa forma, podemos apresentar a esse aluno que a classificação do triângulo é feita pelo ângulo, ou seja, se ele tiver um ângulo reto, de 90°, então esse é o triângulo reto ou triângulo retângulo. O estudante fará isso para todos os demais triângulos da atividade.

Faz-se necessária uma observação sobre a importância de incentivar o diálogo entre os estudantes para que possam notar que haverá uma unanimidade na classificação dos triângulos, ou seja, todos têm que encontrar o ângulo reto. Aqueles que não encontrarem essa classificação poderão, com o auxílio dos estudantes e do professor, entender qual parte da explicação não ficou clara.

Atividade 9

Nome da atividade: Classificando o triângulo com transferidor

Trabalho a ser realizado em: (x) Grupo () Individual

Objetivo: Classificar os triângulos com relação aos ângulos

Considerações: Essa atividade foi concebida para que os estudantes interajam entre si e apresentem suas concepções e percepções da atividade 8 para que possam ter um ambiente melhor para uma aprendizagem mais significativa.

Orientação ao Professor: Nessa atividade é importante a observação para que o estudante seja orientado a utilizar o transferidor de forma correta em sua

realização, pois como é em grupo, podem ter estudantes que não realizem a tarefa.

Material: Transferidor da atividade 8 e 10 triângulos

Um conjunto de 10 triângulos recortados em cartolina, em que os alunos vão classificar os lados presentes no triângulo. Vale lembrar que esses triângulos precisam ter ângulos agudos, retos e obtusos.

Nas atividades 8 e 9, o objetivo é que o aluno saiba classificar o ângulo, não construí-lo. Dessa maneira, fica destacado que o processo de construção de triângulos com base no valor dos ângulos fica para outra sequência didática.

Atividade 10

Nome da atividade: Classificação dos triângulos pelos lados.

Trabalho a ser realizado em: (x) Grupo () Individual

Objetivo: Classificação dos triângulos com relação aos lados.

Considerações: Nessa atividade, a intenção é avaliar se os estudantes vão saber utilizar bem os instrumentos e analisar os dados.

Orientação ao Professor: Nessa atividade é importante a observação para que os estudantes participem, pois como é em grupo, podem ter estudantes que não realizem a tarefa.

Material: Régua, lápis e triângulos.

Um conjunto de 10 triângulos recortados em cartolina que o estudante vai numerar de 1 a 10 e fazer a anotação do tamanho dos lados em um quadro. Vale lembrar que esses triângulos têm que apresentar os tipos isósceles, equiláteros e escalenos.

O modelo do quadro é:

Quadro 3 – Medidas dos lados do triângulo

Número do	Medida do	Medida do	Medida do	Classificação do
triângulo	lado	lado	lado	triângulo
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				

Fonte: Elaborado pelo autor.

Após essa anotação, o professor irá incentivar a percepção dos estudantes com as seguintes perguntas:

Esses triângulos podem ser classificados em grupos observando os valores dos lados?

Quantos grupos de triângulos podem ser criados?

Querem dar nomes para esses grupos?

Após essa etapa, o professor pode abordar com os estudantes que a matemática também definiu o nome para esse grupo, sendo assim, temos:

- Escaleno: triângulos em que todos os lados apresentam medidas diferentes.
- Isósceles: triângulos em que dois lados apresentam a mesma medida.
- Equilátero: triângulos em que todos os lados apresentam a mesma medida.

Após as definições, o estudante volta às anotações do quadro e classifica os triângulos de acordo com as definições da matemática.

Atividade 11

Nome da atividade: Construa o triângulo pela sua classificação

Trabalho a ser realizado em: () Grupo (x) Individual

Objetivo: relacionar a construção de triângulos por sua classificação.

Considerações: Os estudantes construirão três triângulos de cada tipo (equilátero, isósceles e escaleno), apenas com as definições.

Orientação ao Professor: Nessa atividade o professor tem que observar de maneira muito intensa como os estudantes estão realizando as atividades, pois como é individual o estudante tem que ter entendido a definição apresentada anteriormente para realizar a atividade, caso apresente dificuldade, vale repetir a atividade anterior para esse aluno.

Material: Régua, lápis e papel ofício.

Nessa atividade, propomos um momento lúdico com a realização de um sorteio em que o professor sorteia entre nove papéis distribuídos entre isósceles, equilátero e escaleno. A confecção dos triângulos tem as seguintes regras:

- Construir triângulos com régua e lápis, indicando o tamanho dos lados.
- Triângulos de mesma classificação não podem ter as mesmas medidas de lado daqueles já desenhados.

Uma consequência dessa atividade é que poderemos observar a questão de utilização dos objetos manipuláveis (Régua, lápis e papel) como também a desigualdade triangular.

Atividade 12

Nome da atividade: O que é o perímetro?

Trabalho a ser realizado em: (x) Grupo () Individual

Objetivo: Utilizar a ideia de perímetro como o contorno da figura plana.

Considerações: Essa atividade tem como intenção que o estudante associe o contorno com a medida dos lados dessa figura e compreenda que se refere ao perímetro.

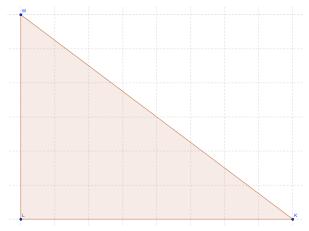
Orientação ao Professor: Nessa atividade é fundamental que o professor observe que a ideia de perímetro seja associada ao contorno, pois na verdade uma dos equívocos dos estudantes está na má compreensão desse conceito. Portanto se o professor achar prudente essa atividade pode ser ampliada para um número maior de triângulos aos que estão sendo propostos.

Material: Folha com malha quadriculada, barbante, régua e régua.

Nessa atividade, apresentaremos, em uma folha quadriculada, triângulos construídos no Geogebra, com a finalidade de garantir todas as propriedades do desenho, em que apresentaremos cinco triângulos para que os estudantes meçam seu contorno com barbante.

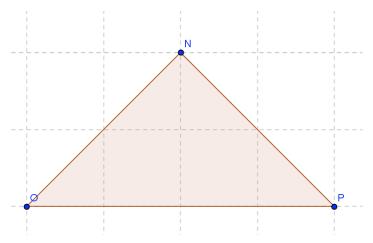
Apresentaremos os triângulos assim:

Figura 20 – Triângulo na malha quadriculada



Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 21 – Triângulo na malha quadriculada



Fonte: Elaborada pelo autor.

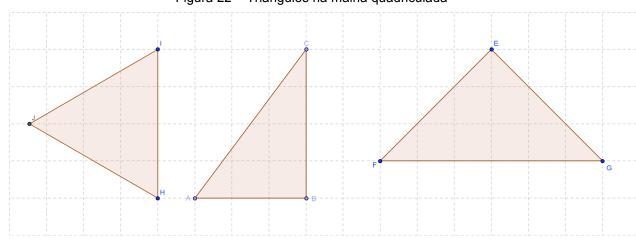


Figura 22 – Triângulos na malha quadriculada

Fonte: Elaborado pelo autor.

Com os triângulos em mãos, os estudantes utilizaram o barbante para contornar os lados do triângulo. Após contornar o triângulo, irão medir com uma régua o tamanho desse contorno, valendo ressaltar que o professor pode pedir aos estudantes que cortem o barbante com o tamanho equivalente ao contorno, por isso colocamos a tesoura nessa atividade.

Com os valores dos contornos, o professor pode incentivar os estudantes a medir o tamanho de cada lado do triângulo com a régua e comparar com o tamanho do barbante referente a esse triângulo.

Observação: Nessa parte, a da atividade, o professor tem que elucidar que algumas pequenas variações acontecerão na medição do barbante e da régua.

Após as medições, o professor pode perguntar:

As medições apresentam resultados semelhantes?

Que relação existe entre o tamanho do barbante e a soma dos lados medidos pela régua?

Como ato finalizador dessa atividade, é importante o professor esclarecer que esse contorno da figura é chamado na matemática de perímetro, dessa maneira, o estudante vai poder associar que o valor encontrado no barbante está relacionado diretamente com o tamanho dos lados da figura.

Atividade 13

Nome da atividade: Perímetro no Geoplano

Trabalho a ser realizado em: (x) Grupo () Individual

Objetivo: Determinar o perímetro com a utilização de um Geoplano.

Considerações: Nesse Geoplano, teremos uma malha quadriculada desenhada em sua base.

Orientação ao Professor: Nessa atividade o professor tem que observar se o estudante vai conseguir utilizar o Geoplano, caso necessário demonstre como utilizar o Geoplano e como fazer a atividade.

Material: Geoplano de 20 cm x 20 cm, elástico e régua.

A ideia de malha quadriculada está representada a seguir:



Figura 23 - Geoplano

Fonte: Elaborado pelo autor.

Nessa atividade, pediremos aos estudantes de cada grupo que representem três triângulos no Geoplano. Os estudantes representarão os triângulos da maneira que quiserem. Após a construção, cada estudante irá determinar o tamanho do perímetro de cada triângulo, medindo a distância entre os pregos com uma régua.

Para que possibilite uma discussão entre os estudantes, compararão as medidas do perímetro que obtiveram.

Atividade 14

Nome da atividade: Área na malha quadriculada

Trabalho a ser realizado em: () Grupo (x) Individual

Objetivo: Elucidar a fórmula do cálculo da área de triângulo através da malha quadriculada.

Considerações: Nessa atividade, apresentaremos cinco triângulos em uma malha quadriculada em diversas posições e formas.

Orientação ao Professor: Nessa atividade é fundamental que o professor observe que a malha quadriculada é utilizado na ideia de área. Portanto se a ideia de perímetro, apresentada na atividade anterior, não estiver bem definida, pode ocorrer uma confusão nos conceitos. Caso o professor achar prudente enfatizar a diferença entre esses conceitos pode fazê-lo.

Material: Folha quadriculada, lápis e quadro para anotação.

Para termos um momento diferente na nossa aula, usaremos um vídeo do Khan Academy⁶ para explicar as duas maneiras como o estudante pode calcular a área em malha quadriculada.

Após a exibição do vídeo, os estudantes farão o cálculo das áreas dos triângulos e irão comparar os resultados obtidos entre os membros do grupo. Essa comparação será compartilhada com todos.

_

⁶ Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=lcRTNgus5OI.

Atividade 15

Nome da atividade: Área do Geoplano

Trabalho a ser realizado em: (x) Grupo () Individual

Objetivo: Determinar a área de cada triângulo com a utilização de um Geoplano.

Considerações: Nessa atividade, utilizaremos um Geoplano de 20 cm x 20 cm, com a intenção de que o estudante relacione a fórmula do cálculo da área de triângulo com a contagem dos quadrados presentes na figura.

Orientação ao Professor: Observar se o estudante sabe utilizar o Geoplano e enfatizar a diferença entre perímetro e área nessa atividade.

Material: Geoplano, elástico e uma tabela.

Nesse Geoplano, teremos uma malha quadriculada desenhada em sua base, estando a ideia de malha quadriculada representada como a seguir:

Figura 24 - Geoplano

Fonte: Elaborado pelo autor.

Dividiremos essa atividade em três momentos:

1ª) Pedir aos estudantes que construam cinco triângulos de forma aleatória, anotando quantos quadrados estão presentes na área delimitada pela figura na tabela.

O quadro terá os seguintes elementos:

Quadro 4 - Calculando a área

Número do triângulo	Quantidade de quadrados presentes na parte interna do triângulo.
1	
2	
3	
4	
5	

Fonte: Elaborado pelo autor.

Nessa atividade, o professor terá que apresentar a ideia de que dois triângulos equivalem a um quadrado, ou seja, quando formamos um triângulo no Geoplano, delimitamos em sua área quadrados e partes de quadrados. O que se espera é que o estudante utilize de seu conhecimento geométrico para encontrar a área, observando que as partes de quadrado podem ser "encaixadas", formando um quadrado completo.

2ª)Essa etapa foi elaborada para complementar a 1ª etapa. Nela, o estudante irá determinar a área, em centímetros quadrados, de cada triângulo construído, mas, para tal, o professor deve elucidar as características desse Geoplano.

Nele, a malha de cada quadrícula construída tem 1 cm entre os pregos, dessa maneira, o cálculo dá área equivale à quantidade de quadrados que compõem a figura, para ficar mais claro, o professor deve mostrar que a área do quadrado é lado x lado, assim, cada quadrado é 1 cm² de unidade.

Dessa maneira, o estudante vai observar que a quantidade de quadrados que compõem o triângulo equivale ao valor em cm² da área.

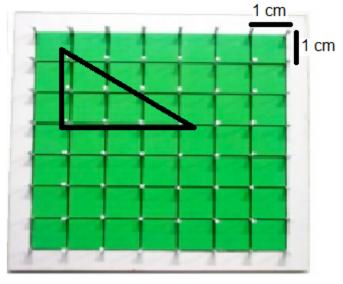


Figura 25 – Representação do triângulo no geoplano

Fonte: Elaborado pelo autor.

Nessa figura, podemos notar que o triângulo é composto por 3 quadrados e meio, logo, a área é de 3,5 cm². É importante observar que contamos com o pensamento geométrico do estudante, mas se a atividade não estiver se desenvolvendo de maneira proveitosa, o professor pode auxiliar esse estudante, solicitando que observe essas características.

 $3^{\rm a}$) O professor incentiva o cálculo da área desses triângulos utilizando a $\frac{base\ x\ altura}{2}$. Considerando esses cálculos, os estudantes irão comparar a contagem feita na etapa 1 com os cálculos feitos na etapa 3.

Atividade 16

Nome da atividade: Rigidez do triângulo

Trabalho a ser realizado em: () Grupo (x) Individual

Objetivo: Demonstrar a rigidez estrutural do triângulo

Considerações: Nessa atividade, o professor orienta os estudantes a construir com os palitos de picolé uma figura com três lados, outra com quatro lados (quadrado) e uma outra com cinco lados (pentágono).

Orientação ao Professor: Observe se os estudantes conseguiram observar que a estrutura triangular é a mais forte e inflexível. É importante apresentar elementos do cotidiano que utilizem essa propriedade da rigidez triangular.

Material: Palitos de picolé e tachinhas de metal.

Após a construção dessas figuras, incentivar os estudantes a mover os lados desses polígonos. No caso do quadrado e do pentágono, os lados movimentam-se e as medidas dos ângulos se alteram, o que não ocorre no caso do triângulo. Com base nessa observação, incentivar os estudantes a expor sua opinião sobre o porquê de esse fato acontecer.

Atividade 17

Nome da atividade: Rigidez do quadrado e do pentágono?

Trabalho a ser realizado em: () Grupo (x) Individual

Objetivo: Tornar rígidas as figuras geométricas

Considerações: Essa atividade consiste em propor aos estudantes estabilizar as figuras da atividade anterior (quadrado e pentágono). Portanto, observaremos se os estudantes entenderam que ao dividir as figuras em

triângulos, eles as tornaram estáveis.

Orientação ao Professor: É fundamental nessa atividade associar a elementos do cotidiano que utilizam da rigidez estrutural do triângulo, como porteiras, pontes e outras. Se achar necessário utilize de fotos ou gravuras para mostrar essa propriedade.

Material: As figuras de quatro lados e cinco lados da atividade 15, palitos de churrasquinho e tachinha de metal.

Essa atividade tem uma característica muito importante, pois está assinalada como individual, mas se considerações feitas na atividade anterior não proporcionarem aos estudantes observar as características básicas da rigidez triangular, o professor pode transformá-la em uma atividade em grupo.

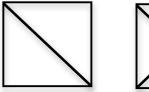
Desta feita, o professor iniciará a atividade perguntando:

- 1) Esse quadrilátero está rígido ou flexível?
- 2) Esse pentágono está rígido ou flexível?
- 3) Como podemos tornar o quadrilátero rígido?
- 4) Como podemos tornar o pentágono rígido?

Diante desse conjunto de perguntas, pretendese observar que o estudante começará a associar que, dividindo essas figuras em triângulos, conseguimos a rigidez triangular, mas é importante observar as seguintes questões:

Na solução do quadrilátero, poderemos ter como solução duas alternativas ilustradas a seguir:

Figura 26 – Quadrilátero com diagonais





Fonte: Elaborado pelo autor.

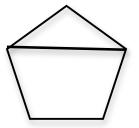
Essas soluções terão que ser debatidas, pois haverá uma solução melhor que a outra? Ou são complementares?

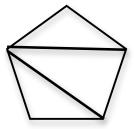
A solução com duas diagonais deixa o quadrado mais rígido?

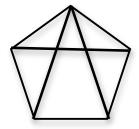
Portanto, temos uma discussão muito rica para a aprendizagem.

Na solução do pentágono, poderemos ter como solução três alternativas.

Figura 27 – Pentágonos com diagonais







Fonte: Elaborado pelo autor.

Essas soluções terão que ser debatidas, pois haverá uma solução melhor que a outra? Ou são complementares?

Essas soluções deixam o pentágono mais rígido?

Qual é a solução que os estudantes têm como certa? Novamente teremos outra discussão muito rica para a aprendizagem.

Por fim, o professor pode exibir o vídeo⁷ da série Matemática em toda parte - Construção / Rigidez Triângulos da TV Escola.

-

⁷ Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=9G3ga_2yAxl.

Atividade 18

Nome da atividade: A soma dos ângulos é sempre igual?

Trabalho a ser realizado em: () Grupo (x) Individual

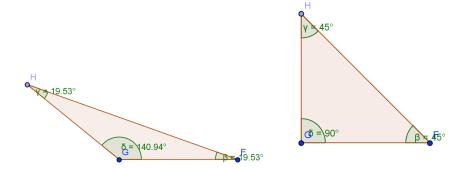
Objetivo: Compreender que a soma dos ângulos internos de um triângulo é 180°.

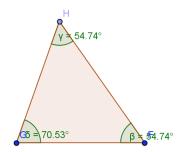
Considerações: Nessa atividade, o professor cria um triângulo dinâmico no Geogebra, que consiste em um triângulo inscrito em uma semicircunferência. Um dos vértices desse triângulo está situado no contorno do semicírculo, na medida em que movemos esse ponto, o valor dos ângulos é alterado.

Orientação ao Professor: Como a atividade é individual é importante observar se os estudantes estão realizando a adição de maneira correta, caso seja necessário recorde os pontos principais da adição.

Material: Triângulo dinâmico e tabela

Figura 28 – Soma dos ângulos internos do triângulo





Fonte: Elaborado pelo autor.

Os estudantes anotarão o valor de todos os ângulos no triângulo cada vez que foi mudado o valor do ângulo. Esses dados serão dispostos em uma tabela como a seguir :

Quadro 5: Soma dos ângulos internos do triângulo

Número do triângulo	Medida do ângulo $lpha$	Medida do ângulo β	Medida do ângulo $ heta$	Soma dos ângulos $\alpha+\beta+\theta$
1				
2				
3				
4				
5				

Fonte: Elaborado pelo autor.

Apesar de termos valores de graus e minutos, trabalharemos apenas com soma de ângulos sem subdivisões. Nessa etapa, os estudantes observarão que a soma será sempre o mesmo valor, dessa maneira, o professor pode esclarecer que a soma é sempre 180°.

Diante de todas essas propostas, vale ressaltar que a presente pesquisa tem como premissa uma abordagem de ensino de geometria no campo das

características e propriedades dos triângulos. Desse modo, a turma utilizada para pesquisa proporcionou a elaboração dessas atividades, mas o estudo não termina nesse ponto, mas inicia um busca para compreender como a aprendizagem pode ser mais significativa para os estudantes da EJA.

Diante desse cenário, estimamos que os professores utilizem as atividades e reflitam sobre sua contribuição para uma aprendizagem mais significativa.

5 ALGUMAS CONSIDERAÇÕES

O percurso apresentado na presente pesquisa começa no início da construção de minha carreira como docente, nas batalhas com relação à teoria e prática no período em que lecionava na EJA e culmina nos fatores que me motivaram a buscar uma formação continuada para entender melhor as características dessa modalidade de ensino.

Diante dessa trajetória, apresentamos uma pesquisa na qual foi elaborada uma proposta de sequência didática, levando em conta as características dos estudantes de uma sala da EJA no município de Três Rios, estado do Rio de Janeiro. Nessa proposta, abordamos o ensino de geometria através do estudo dos triângulos, suas características e suas propriedades.

Elaboramos essa sequência didática, sob a perspectiva de Zabala (1998), em que todas as atividades da sequência devem ser criadas com o propósito de ensinar, tendo em vista as características dos estudantes. Para tanto, utilizamos a entrevista semiestruturada, em que foram abordados temas, como condições sociais, culturais, além da relação com a matemática, relação com a geometria e de quais características dos triângulos os estudantes lembravam.

A entrevista mostrou o perfil de estudantes na faixa etária entre 18 a 29 anos, ou seja, estavam havia pouco tempo fora da escola. Na maioria dos casos, esses estudantes apresentaram algum problema em se ajustar com a escola e foram sendo reprovados, dessa forma, foram aumentando as distorções de idade e de série e, como consequência, foram incentivados a estudar no noturno.

Além desse perfil, a pesquisa investigou alguns temas sobre geometria. Os estudantes relataram o contato com o ensino de geometria, mas não conseguiram determinar em quais situações do cotidiano poderiam utilizá-la. Com relação ao triângulo, muito reconhecem esse formato em objetos do cotidiano, mas não conseguiram determinar as propriedades dos triângulos que sabiam. Na questão que propunha a sequência didática, a maioria manifestou interesse em participar.

Dessa maneira, tendo como referência as informações coletadas nessa entrevista, foram elaboradas dezoito atividades relacionadas às características dos

triângulos, atendendo às especificidades daqueles estudantes da EJA. Tais atividades abordam as condições para existência de um triângulo, as propriedades relacionadas à soma interna dos ângulos, classificação com relação aos ângulos, classificação com relação aos lados, perímetro e área.

Na primeira fase dessa pesquisa, apresentamos na qualificação a proposta de aplicar a sequência e analisar os dados dela obtidos, contudo, após a aplicação do questionário, foi apresentada uma situação que inviabilizou a aplicação das atividades. Essa situação está relacionada com a instabilidade político-econômica do país, que acabou por afetar o estado do Rio de Janeiro.

Uma das consequências foi a greve dos professores da rede estadual de ensino, que perdurou por quase cinco meses - do início de março até final de julho - alterando o fluxo dos estudantes na escola, ou seja, houve um esvaziamento da escola, o que impossibilitou a aplicação das atividades. Nesse instante da pesquisa, deparamo-nos com uma situação que não era prevista e coube ao pesquisador, com o auxílio de seu orientador, se moldar a essa situação na busca da solução mais adequada.

Considerando o pensamento de Borba (2004, p.40), de que uma pesquisa deve se manter aberta para situações inesperadas e gradativamente construir um aporte teórico associado a essas situações, o estudo fundamentou-se em apresentar as atividades elaboradas na sequência didática, em que constam os objetivos e os materiais a serem utilizados. Essas atividades são produto educacional da pesquisa e estão organizadas em uma revista.

Dessa maneira, a pesquisa proporcionou a construção de uma alternativa de ensino de geometria por meio de uma sequência didática, e o caminho percorrido para esse ensino proporcionou uma série de situações benéficas ao crescimento do pesquisador e de suas experiências.

Um benefício é vivenciar que a sequência didática pode contribuir para uma aprendizagem mais significativa, por ser elaborada levando em conta as características dos estudantes e seu estágio de desenvolvimento no conteúdo.

Outro está na interação que a sequência proporciona, pois muitas atividades foram construídas em grupo, para proporcionar um debate entre os integrantes e aumentar a possibilidade de uma aprendizagem mais significativa.

A mais importante aprendizagem está no fato de a EJA ser um campo vasto para a pesquisa, e uma metodologia própria só será possível através de diversas pesquisas. Assim, espera-se que esta pesquisa contribua para uma reflexão mais crítica sobre o ensino-aprendizagem da EJA.

Podemos apresentar alguns caminhos após essa pesquisa, sendo um deles a aplicação dessa sequência na sala da EJA em que a pesquisa foi elaborada e apresentar, através de um artigo, os principais dados obtidos.

Outro caminho está na aplicação dessa sequência em outras salas de EJA e debater, com respaldo em suas observações, aspectos que contribuíram e lacunas a serem sanadas por outras sequências.

Consideramos que essa sequência didática apresentada, como produto educacional, é apenas mais uma possibilidade que o professor pode utilizar em suas aulas na EJA, contudo, temos clareza de que ela não resolve todos os problemas do ensino de triângulos e que será necessário realizar adaptações de acordo com a turma e contexto dos estudantes.

Assim, almeja-se que esta pesquisa possa ser um instrumento motivador e norteador para outras investigações que tenham como cenário a EJA e seus desafios.

6 REFERÊNCIAS

- ABRAHÃO, A. M. C. Perímetro ou Área? **Educação Matemática em Revista**, Brasília, n. 35, p. 52-58, 2012.
- ANDRADE, R. C. A Educação de Jovens e Adultos e o programa nova EJA: um olhar analítico sobre a categoria trabalho para formar trabalhadores. **Revista Tamoios**, Rio de Janeiro, v. 10, n. 2, p. 35-56, jul./dez. 2014.
- ARROYO, M. G. As relações sociais na escola e a formação do trabalhador. In: FERRETTI, C. J.; SILVA JUNIOR, J. R.; OLIVEIRA, M. R. N. S. (Org.). **Trabalho, formação e currículo**: para onde vai a escola? São Paulo: Xamã, 1999. p. 13-41.
- ARROYO, M. A educação de jovens e adultos em tempos de exclusão. **Revista de Educação de Jovens e Adultos**, São Paulo, n.11, abr. 2001.
- BARBOSA, C. P. **O** pensamento geométrico em movimento: um estudo com professores que lecionam Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental de uma escola pública de Ouro Preto (MG). 2011. 186f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2011.
- BARBOSA, C. P.; FERREIRA, A. C. O pensamento geométrico em movimento: o caso de Marta. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, V, 2012, Petrópolis. **Anais...** Petrópolis, 2012.
- BOGDAN, R.; BIKLEN,S. **Investigação Qualitativa em Educação**: uma introdução à teoria e aos métodos. Porto: Portugal, 1994.
- BORBA, M. C. **Pesquisa qualitativa em educação matemática.** Belo Horizonte: Autêntica, 2004.
- BORTOLLINI, V. R. Aprendizagem de geometria a partir de saberes, vivências e interações de alunos da EJA numa escola pública. 2012. 73 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) Faculdade de Física, Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2012.
- BRASIL. **Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação**. 2007. Disponível em: http://www.fnde.gov.br. Acesso em: 13 out. 2015.
- BRASIL. **Plano Nacional de Educação**. Brasília: Congresso Nacional, Câmara dos Deputados, 2001. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/LEIS_2001/L10172.htm. Acesso em: 20 jul. 2016.
- BUENO, C. S.; NOGUEIRA, R. E.; MUNHOZ, R. H. Aprendendo Geometria através do Tangram. In: SIMPÓSIO NACIONAL DE ENSINO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA, III, 2012, Ponta Grossa. **Anais...** Ponta Grossa, 2012.

CARVALHO J. B. P. O que é Educação Matemática? **Temas e Debates**, n. 3, p. 17-26, São Paulo, 1991.

CHILANTE, E. F. N.; NOMA, A. K. Reparação da dívida social da exclusão: uma função da educação de jovens e adultos no Brasil?. **Revista HISTEDBR On-line**, n. especial, p. 225-237, mai. 2009.

FERNANDES, A. P. Algumas notas sobre gestão e EJA na cidade do Rio de Janeiro: da fusão à redemocratização. In: SIMPÓSIO DA ANPAE, XXVI, Recife, **Anais...** Recife, 2013.

FONSECA, M. C. F. R. **Educação Matemática de Jovens e Adultos**: especificidades, desafios e contribuições. Belo Horizonte: Autêntica, 2007.

FREIRE, P. **Pedagogia da Autonomia**: saberes necessários à prática educativa. São Paulo: Paz e Terra, 1996.

GADOTTI, M. Educação de Jovens e Adultos. In: ROMÃO, J. E. (Org). **Teoria, prática e proposta.** São Paulo: Cortez, 1995.

GALVÃO, M. C. B. O levantamento bibliográfico e a pesquisa científica. In: FRANCO, L. J.; PASSOS, A. D. C. (Org.). **Fundamentos de epidemiologia**. São Paulo: Manole. 2010.

GIL, A. C. Métodos e Técnicas de Pesquisa Social. São Paulo: Atlas, 1999.

HADDAD, S.; DI PIERRO, M. C. Escolarização de Jovens e adultos. **Revista Brasileira de Educação**, n. 14, p. 108-130, mai./ago. 2000.

INSTITUTO BRASILEIRO DE INFORMAÇÃO EM CIÊNCIA E TECNOLOGIA. Disponível em: http://bdtd.ibict.br/vufind/>. Acesso em: 17 mai. 2016.

LAVILLE, C.; DIONNE, J. **A construção do saber**: manual de metodologia da pesquisa em ciências humanas. Belo Horizonte: Artmed, 1999.

LEME DA SILVA, M. C. A geometria escolar e o Movimento da Matemática Moderna: em busca de uma nova representação. In: FLORES, C.; ARRUDA, J. P. (Org.). **A Matemática Moderna nas escolas do Brasil e de Portugal**: contribuição para a história da educação matemática. São Paulo: Annablume, 2010, v. 1, p. 65-88.

KLEIN, R.; FONTANIVE, N. S. Avaliação em larga escala: uma proposta inovadora. **Em Aberto**, Brasília, v. 15, n. 66, p. 29-34, 1995.

LORENZATO, S. Porque não ensinar geometria? **Educação Matemática em Revista**, Pernambuco, n. 4, p. 3-13, 1995.

MAY, T. **Pesquisa social**: questões, métodos e processos. Porto Alegre: Artmed, 2004.

MOLON, L. As aplicações e contribuições da Geometria Plana na Educação de Jovens e Adultos no Ensino Fundamental por meio de unidade de aprendizagem. 2011. 72 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) - Faculdade de Física, Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2011.

NEVES, E. M. **Rigidez dos triângulos**. 2014. 58f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) — Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", 2014.

NÓVOA, A. Os professores e a sua formação. Lisboa: Dom Quixote, 1995.

PAVANELLO, R. M. O abandono do ensino da geometria no Brasil: causas e consequências, **Zetetiké**, Campinas, v. 1, n. 1, p. 7-17, 1993.

PINTO, A. P. Sete lições sobre educação de adultos. São Paulo: Cortez, 1994.

PORLÁN, R.; MARTÍN, J. El diário del professor. Sevilla: Diada Editora, 1997.

POWELL, A. B. **Métodos de Pesquisa em Educação Matemática**: usando escrita, vídeo e internet. Campinas: Mercado das Letras, 2015.

REINHEIMER, J. R. O uso da Modelagem Matemática no ensino da Geometria, estudo de caso: EJA. 2011. 110f. Dissertação (Mestrado Profissional em ensino de Ciências Exatas) - Centro Universitário Univates, Lajeado, 2011.

RESENDE, A. F. A educação financeira na educação de jovens e adultos: uma leitura da produção de significados financeiro-econômicos de dois indivíduos-consumidores. 2013. 165 f. Dissertação (Mestrado profissional em Educação Matemática) - Instituto de Ciências Exatas, Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2013.

ROCHA, M. B. M. O ensino elementar no Decreto Leôncio de Carvalho: "visão de mundo" herdada pelo tempo republicano?. **Revista Brasileira de Educação**, n. 43, p. 126-200, jan./abr. 2010.

RODRIGUES, C. S. Crenças de autoeficácia Matemática na Educação de Jovens e Adultos: um estudo com alunos de ensino médio de Divinópolis (MG). 2015. 264 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) - Instituto de Ciências Exatas e Biológicas, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2015.

RUI DIAZ, P. J. A. **O que podem as oficinas de geometria?** cartografando uma sala de aula da EJA. 2014. 127 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro. 2014.

SAMPAIO, M. N. Educação de jovens e adultos: uma história de complexidade e tensões. **Práxis Educacional**, Vitória da Conquista, v. 5, n. 7, p. 13-27, jul./dez., 2009.

- SANTANA, I. C. **Professores de Matemática na Educação de Jovens e Adultos**: O Pensamento Geométrico no centro das atenções. 2010. 237 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2010.
- SANTOS, J. A. S. Problemas de ensino e de aprendizagem em perímetro e área de figuras planas. **REVEMAT**, Florianópolis, v.9, n. 1, p. 224-238, 2014.
- SOGLIA, I. S.; SANTOS, C. S. P. Educação de Jovens e Adultos: expectativas e dificuldades. In: SEMANA DE PEDAGOGIA, Bahia, **Anais...** Bahia, 2012. Disponível em: http://www.uesb.br/eventos/semanapedagogia/anais/60CO.pdf. Acesso em: 11 out. 2015.
- SOUZA, M. D. C. A aprendizagem da Geometria por meio do estudo do Cubismo no 5º ano da Educação de Jovens e Adultos EJA. 2014. 147 f. Dissertação (Mestrado em ensino de Ciências Exatas) Centro Universitário Univates, Lajeado. 2014.
- STRELHOW, T. B. Breve História sobre a Educação de Jovens e Adultos no Brasil. **Revista HISTEDBR**, Campinas, n. 38, p. 49-59, jun. 2010.
- TELES, R. A. M.; SÁ, G. M. Um estudo sobre a área do retângulo em livros didáticos de Matemática. **REVEMAT**, Florianópolis, v. 05, n. 1, p. 48-60, 2010.
- VALENTE, W. Livro didático e educação matemática: uma história inseparável. **ZETETIKÉ**, Campinas, v. 16, n. 30, p. 139- 162, jul./dez., 2008.
- VASCONCELLOS, M. A diferenciação entre figuras geométricas não planas e planas: o conhecimento dos alunos das séries iniciais do ensino fundamental e o ponto de vista dos professores. **Zetetiké**, Campinas, v. 16, n. 30, p. 77- 106, jul./dez., 2008.
- ZABALA, A. **A prática educativa:** como ensinar. Trad. Ernani F. da F. Rosa. PortoAlegre: ArtMed, 1998.

ANEXO 1 - QUESTIONÁRIO

Caro aluno,

Esse questionário faz parte da pesquisa de mestrado que tem como objetivo compreender como uma proposta de ensino de geometria pode contribuir para a formação de estudantes da Educação de Jovens e Adultos. Sua participação é muito importante.

- 1. Quantos anos você tem?
- 2. Você trabalha atualmente? Em quê?
- 3. Comente como é um dia em seu trabalho. Comente com detalhes.
- 4. Você já estudou geometria?
- 5. O que você entende por geometria?
- 6. Você utiliza geometria em seu trabalho?
- 7. Para você, o que é um triângulo?
- 8. Onde podemos encontrar triângulos? Dê exemplos.
- 9. Você gostaria de estudar mais sobre os triângulos? Por quê?
- 10. Gostaria de comentar algo que não foi contemplado nas questões anteriores?
- 11. Por qual nome gostaria de ser identificado na pesquisa?