



Universidade Federal de Juiz de Fora  
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

Exuperry Barros Costa

**Metodologia de Otimização em Dois Níveis  
para a Geração de Sinal Sub-Ótimo de  
Excitação e Estimação de Parâmetros de  
Sistemas Não Lineares Restritos**

Juiz de Fora

2017



Exuperry Barros Costa

**Metodologia de Otimização em Dois Níveis para a  
Geração de Sinal Sub-Ótimo de Excitação e Estimação  
de Parâmetros de Sistemas Não Lineares Restritos**

Tese apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica, área de concentração: Sistemas de Energia, da Universidade Federal de Juiz de Fora, como requisito parcial para obtenção do grau de Doutor em Engenharia Elétrica.

Universidade Federal de Juiz de Fora– UFJF

Faculdade de Engenharia

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica– PPEE

Orientador: Leonardo de Mello Honório

Co-orientadores: Edimar J. de Oliveira e António Paulo G. M. Moreira

Juiz de Fora

2017

---

Exuperry Barros Costa

Metodologia de Otimização em Dois Níveis para a Geração de Sinal Sub-Ótimo de Excitação e Estimação de Parâmetros de Sistemas Não Lineares Restritos/ Exuperry Barros Costa. – Juiz de Fora, 2017-

136 p. : il. (algumas color.) ; 30 cm.

Orientador: Leonardo de Mello Honório

Tese de Doutorado – Universidade Federal de Juiz de Fora– UFJF  
Faculdade de Engenharia

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica– PPEE, 2017.

1. Sistemas Não Lineares. 2. Optimal Input Design. 3. Optimal Parameter Estimation.  
4. Safety Barrier Interior Point. 5. Particle Swarm Optimization.

---

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

ATA DE DEFESA DE TRABALHO DE CONCLUSÃO  
DE PÓS-GRADUAÇÃO *STRICTO SENSU*

Nº PROPP: 670.15092017.20-D

Nº PPG: 36

Ata da sessão pública referente à defesa da tese, intitulada Metodologia de Otimização em Dois Níveis para a Geração de Sinal Sub-Ótimo de Excitação e Estimção de Parâmetros de Sistemas Não Lineares Restritos, para fins de obtenção do título de doutor em Engenharia Elétrica, área de concentração Sistemas de Energia Elétrica, pelo(a) discente EXUPERRY BARROS COSTA (matrícula: 103080055), sob orientação do(a) Prof.(\*) Dr.(\*) Leonardo de Mello Honório e coorientação do(a) Prof.(\*) Dr.(\*) Edimar José de Oliveira e do(a) Prof.(\*) Dr.(\*) Antônio Paulo Gomes Mendes Moreira.

Aos 15 dias do mês de setembro do ano de 2017, às 13:00 horas, no(a) Sala de Videoconferência do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF), reuniu-se a Banca Examinadora da Tese em epígrafe, aprovada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação conforme a seguinte composição:

Prof.(a) Dr.(a) Leonardo de Mello Honório - Orientador(a) e Presidente da Banca

Prof.(a) Dr.(a) Edimar José de Oliveira - Membro titular interno e Coorientador(a)

Prof.(a) Dr.(a) Antônio Paulo Gomes Mendes Moreira - Membro titular externo e Coorientador(a)

Prof.(a) Dr.(a) André Luis Marques Marcato - Membro titular interno

Prof.(a) Dr.(a) Augusto Santiago Cerqueira - Membro titular interno

Prof.(a) Dr.(a) Daniel de Almeida Fernandes - Membro titular interno

Prof.(a) Dr.(a) Aníbal Castilho Coimbra de Matos - Membro titular externo

Prof.(a) Dr.(a) Guilherme Augusto Silva Pereira - Membro titular externo

Prof.(a) Dr.(a) Leonardo Willer de Oliveira - Suplente interno

Prof.(a) Dr.(a) Carlos Henrique Valério - Suplente externo

Tendo o(a) senhor(a) Presidente declarado aberta a sessão, mediante o prévio exame do referido trabalho por parte de cada membro da Banca, o(a) discente procedeu a apresentação de sua tese e foi submetido(a) à arguição pela Banca Examinadora que, em seguida, deliberou sobre o seguinte resultado:

- APROVADO (Conceito A).**
- APROVADO CONDICIONALMENTE (Conceito B),** mediante o atendimento das alterações sugeridas pela Banca Examinadora, constantes do parecer em anexo.
- REPROVADO (Conceito C),** conforme parecer circunstanciado, em documento anexo, elaborado pela Banca Examinadora.

Observações da Banca Examinadora (caso inexistentam, anular o campo):

ATA DE DEFESA DE TRABALHO DE CONCLUSÃO  
DE PÓS-GRADUAÇÃO (STRICTO SENSO)

N.º PROPP: 420.12092017.22.11

ATA DE DEFESA PÚBLICA REALIZADA ÀS 14H30 em sala de aula, ministrada Metodologia de Otimização em Dois Níveis para o Trabalho Sub-Otimo de Produção e Formação de Recursos de Sistemas Não-Lineares, com ênfase em Engenharia Elétrica, área de concentração Sistemas de Energia Elétrica, sob a coordenação de Mello Honório (Presidente da Banca Examinadora) e do(a) Dr.(a) Leonardo de Mello Honório e coorientação de Mello Honório e do(a) Dr.(a) Edimar José de Oliveira e do(a) Prof.(a) Dr.(a) Anísio Paulo Gomes Mendes Moreira.

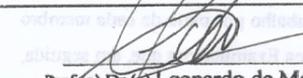
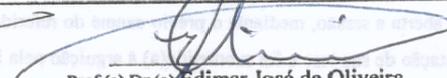
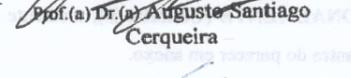
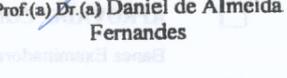
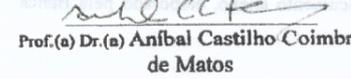
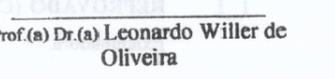
Em 12 de maio de 2017, às 14h30, foram realizadas as atividades de defesa de trabalho de conclusão de curso em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF), constituindo a Banca Examinadora da Tese em Engenharia de Energia Elétrica do Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Energia Elétrica, composta por membros titulares e suplentes, aprovados pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação conforme a seguinte composição:

Dr.(a) Leonardo de Mello Honório (Presidente da Banca Examinadora) e Presidente da Banca Examinadora

Nada mais havendo a tratar, o(a) senhor(a) Presidente declarou encerrada a sessão de Defesa, sendo a presente Ata lavrada e assinada pelos(as) senhores(as) membros da Banca Examinadora e pelo(a) discente, atestando ciência do que nela consta.

**INFORMAÇÕES:**

- Para fazer jus ao título de mestre(a)/doutor(a), a versão final da dissertação/tese, considerada Aprovada, devidamente conferida pela Secretaria do Programa de Pós-Graduação, deverá ser tramitada para a PROPP, em Processo de Homologação de Dissertação/Tese, dentro do prazo regulamentar de 90 dias a partir da data da defesa. Após a entrega dos dois exemplares definitivos, o processo deverá receber homologação e, então, ser encaminhado à CDARA.
- Esta Ata de Defesa é um documento padronizado pela Pró-Reitoria de Pós-Graduação e Pesquisa. Observações excepcionais feitas pela Banca Examinadora poderão ser registradas no campo disponível acima ou em documento anexo, desde que assinadas pelo(a) Presidente.
- Esta Ata de Defesa somente poderá ser utilizada como comprovante de titulação se apresentada junto à Certidão da Coordenadoria de Assuntos e Registros Acadêmicos da UFJF (CDARA) atestando que o processo de confecção e registro do diploma está em andamento.

 Prof.(a) Dr.(a) Leonardo de Mello Honório	 Prof.(a) Dr.(a) Edimar José de Oliveira	 Prof.(a) Dr.(a) Antônio Paulo Gomes Mendes Moreira
 Prof.(a) Dr.(a) André Luis Marques Marcato	 Prof.(a) Dr.(a) Augusto Santiago Cerqueira	 Prof.(a) Dr.(a) Daniel de Almeida Fernandes
 Prof.(a) Dr.(a) Aníbal Castilho Coimbra de Matos	 Prof.(a) Dr.(a) Guilherme Augusto Silva Pereira	 Prof.(a) Dr.(a) Leonardo Willer de Oliveira
 Prof.(a) Dr.(a) Carlos Henrique Valério		 Exuperry Barros Costa Discente

*Dedicada a todos que amo, a quem soneguei meu tempo, minha atenção,  
minha energia, para concretizar este trabalho:  
à minha família, minha noiva Paula, e meus amigos.*



# Agradecimentos

Agradeço primeiramente a Deus, por permitir a execução deste trabalho. Pela proteção a todos os que me são caros, e pela sucessão de eventos que impulsionaram minha caminhada. A confecção deste documento é um gesto de gratidão, por si só, pois não seria possível sem o respaldo de tantos. Um agradecimento a meus orientadores, pelo direcionamento e pela confiança, pelo respaldo técnico e pessoal. Ao Prof. Leonardo Honório pela companheirismo e dedicação, sem a qual não seria possível este documento, e outras tantas conquistas. O seu esforço não foi em vão! Ao Prof. Edimar, cuja expertise foi vital e necessária no decorrer do desenvolvimento, um grande obrigado. Minha gratidão incondicional ao Prof. Antônio Paulo, por me receber tão bem em sua cidade, a qual estendo a todos amigos que fiz no Porto, em especial a Paulo e Izaura, Igor e Natália. Um agradecimento especial a todos os integrantes do GRIn, por todos esses anos de cumplicidade e apoio. Ao meus amigos Daniel e Murillo, que se empenharam tanto à nossa pesquisa conjunta, meu sincero agradecimento. Minha gratidão aos colegas do Departamento de Energia, pelo apoio na minha carreira docente, em especial ao prof. Guilherme Márcio. A minha gratidão eterna a meus pais, Márcio e Maria Cecília, dedicados e diretamente responsáveis por todas as minhas vitórias. A minha gratidão a minhas irmãs Ingrid e Arina, pelo amor e pelo respaldo. O meu agradecimento à minha sobrinha Bia, que ainda nem chegou e já me inspira a ser uma pessoa melhor. À minha “Vó Zira” (*in memoriam*), por me esperar para se despedir, em um momento tão severo, meu agradecimento é do tamanho de minha saudade. À minha noiva Paula, por me ajudar a trilhar os dias mais difíceis dessa caminhada, e tornar os dias bons ainda melhores. Há muitos mais a agradecer, e corro o risco de ser injusto ao não os citar aqui. Porém, este é um documento de gratidão, por si só, não seria possível sem a ajuda e a fé inabalável de todos vocês. A sua confecção já quer dizer **“muito obrigado”!**



*“Põe tudo o que és na mais pequena coisa que faças”*  
*Fernando Pessoa (1888-1935)*



# Resumo

O presente trabalho propõe uma nova metodologia de Geração de Sinal Sub-Ótimo de Excitação e Estimação Ótima de Parâmetros de sistemas não lineares. É proposto que a avaliação de cada sinal deva considerar, entre outros fatores, a diferença entre os parâmetros reais da planta e os obtidos pela estimação. Entretanto esta métrica não é trivial de ser obtida uma vez que os valores reais são desconhecidos. Para tanto é adotada a hipótese de que, se um sistema real puder ser razoavelmente aproximado por uma caixa branca, é possível utilizar este modelo como referência para indicar o impacto de um sinal sobre a estimação paramétrica. Desta forma, é utilizada uma metodologia de otimização dividida em dois níveis: (i) Nível Interno; para um dado sinal de excitação um método de otimização não linear busca o conjunto ótimo de parâmetros que minimiza o erro entre os sinais de saída do modelo original e do de referência. (ii) No nível externo um método de otimização baseado em meta-heurística é responsável por encontrar o melhor sinal de excitação com base na função custo composta de uma soma ponderada de métricas que consideram o erro entre os sinais de saída do modelo otimizado e do de referência, a diferença quadrática entre seus parâmetros, e o custo em relação ao tempo e espaço necessários para executar o experimento. Portanto, a aplicação da metodologia proposta vem suprir a necessidade de estimar sistemas não lineares apropriadamente, encontrando um conjunto de parâmetros capaz de generalizar o comportamento do sistema real, através de um sinal de excitação que cumpra requisitos práticos do processo. A eficácia da metodologia proposta é analisada em detalhes através de resultados obtidos utilizando sistemas de fluídos, sistemas caóticos e de robótica móvel, tanto sobre rodas quanto subaquática.

**Palavras-chaves:** sistemas não-lineares, *Optimal Input Design, Optimal Parameter Estimation., Safety Barrier Interior Point, Particle Swarm Optimization*



# Abstract

The present work proposes a novel methodology for Sub-Optimal Excitation Signal Generation and Optimal Parameter Estimation of nonlinear systems. It is proposed that the evaluation of each signal must take into account, among other factors, the difference between real system parameters and the obtained by estimation. However, this metric is not trivially obtained once the real parameters values are unknown. To do so it is adopted the hypothesis that, if the system can be fairly approximate by a white box model, it is possible to use this model as a benchmark to indicate the impact of a signal on a parametric estimation. In this way, the method uses an optimization methodology divided into two levels: (i) Inner Level; For a given excitation signal a nonlinear optimization method searches for the optimal set of parameters that minimizes the error between the output signals of the original and the benchmark models. (ii) At the outer level, an optimization method based on metaheuristics is responsible for finding the best excitation signal, based on the cost function composed of a weighted sum of metrics, that considers the error between the output signals of the optimized model and the benchmark, the quadratic difference between its parameters, and the cost in relation to the time and space required to execute the experiment. Thus, the application of the proposed methodology comes to supply the need to estimate nonlinear systems appropriately, finding a set of parameters capable of generalizing the behavior of the real system, through an excitation signal that fulfills practical requirements of the process. The proposed methodology is analyzed in detail through results obtained using fluid systems, chaotic systems and mobile robotics, both wheeled and underwater.

**Key-words:** nonlinear systems, Optimal Input Design, Optimal Parameter Estimation., Safety Barrier Interior Point, Particle Swarm Optimization



# Lista de ilustrações

Figura 1 – <i>Framework</i> da estimação ótima de $\hat{\delta}^+$ , dados $\hat{\Gamma}^-$ , $\mathcal{M}(\tilde{\Gamma}^p)$ e $\mathbf{u}$ . . . . .	35
Figura 2 – Exemplo: Sinal de entrada discreto com 7 estágios. . . . .	42
Figura 3 – Diagrama de Blocos – Metodologia SOESGOPE . . . . .	46
Figura 4 – Figura ilustrativa de um robô móvel diferencial. . . . .	48
Figura 5 – Sinal sub-ótimo $\mathbf{u}^\oplus$ gerado pela Simulação 1. . . . .	50
Figura 6 – Gráfico semi-logarítmico de análise de convergência considerando as constantes ( $\Psi$ ), espaço ( $f_V$ ), tempo ( $t_u$ ) e minimização de similaridade de parâmetros ( $f_\delta$ ). O somatório dos pesos é representado por $f_\Xi$ . . . . .	50
Figura 7 – Robô diferencial: trajetória no <i>workspace</i> e o ângulo de atitude $\theta$ dentro das restrições impostas $\Psi(x, y)$ – Simulação 1, com $-0.5 < x, y < 0.5$ . . . . .	52
Figura 8 – Robô diferencial: estados $[\theta, v, \omega, \dot{\phi}_r, \dot{\phi}_l]^T$ e restrições – Simulação 1 . . . . .	52
Figura 9 – Evolução de $\hat{\Gamma}^-$ , após 5 iterações no Algoritmo 4 . . . . .	58
Figura 10 – Robô da categoria <i>Very Small Size Soccer</i> – VSSS . . . . .	62
Figura 11 – Sinal sub-ótimo $\mathbf{u}^\oplus$ – VSSS . . . . .	63
Figura 12 – Gráfico semi-logarítmico da Convergência da otimização de $f_\Xi$ – VSSS . . . . .	64
Figura 13 – Sinal de Validação – VSSS . . . . .	64
Figura 14 – Ajuste dos estados do modelo simplificado $\mathcal{M}_s(\hat{\Gamma}_s^+)$ e do modelo completo $\mathcal{M}(\Gamma)$ – VSSS . . . . .	65
Figura 15 – Ajuste dos estados do modelo simplificado $\mathcal{M}_s(\hat{\Gamma}_s^+)$ e do modelo completo $\mathcal{M}(\Gamma)$ (Validação) – VSSS . . . . .	66
Figura 16 – Experimento com o Robô Real em 1, 3, 5 e 9,24 segundos – VSSS . . . . .	68
Figura 17 – Caminho e velocidades do Robô Real – VSSS . . . . .	68
Figura 18 – Ajuste dos estados do modelo simplificado $\mathcal{M}_s(\hat{\Gamma}_s^+)$ e do robô real $\mathcal{R}(\Gamma)$ – VSSS . . . . .	70
Figura 19 – Ajuste dos estados do modelo simplificado $\mathcal{M}_s(\hat{\Gamma}_s^+)$ e do robô real $\mathcal{R}(\Gamma)$ (Validação) – VSSS . . . . .	71
Figura 20 – Ajuste dos estados do modelo completo $\mathcal{M}(\Gamma^+)$ e do robô real $\mathcal{R}(\Gamma)$ – VSSS . . . . .	74
Figura 21 – Ajuste dos estados do modelo completo $\mathcal{M}(\Gamma^+)$ e do robô real $\mathcal{R}(\Gamma)$ (Validação) – VSSS . . . . .	75
Figura 22 – Sistema tanque-bomba . . . . .	76
Figura 23 – Sistema com dois tanques e duas bombas . . . . .	78
Figura 24 – Superfície de Catástrofe Cúspide (STROGATZ, 2014) . . . . .	80
Figura 25 – Convergência dos Parâmetros durante estimação de $\hat{\Gamma}^+$ – simulação 1 . . . . .	81
Figura 26 – MARES - <i>Modular Autonomous Robot for Enviroment Sampling</i> . . . . .	83
Figura 27 – TriMARES - AUV/ROV Híbrido . . . . .	84

Figura 28 – TriMARES, evidenciando a posição dos sete propulsores . . . . .	89
Figura 29 – Diagrama de blocos do uso em malha fechada da metodologia SOESGOPE	92
Figura 30 – Resposta ao degrau para $u$ , $v$ , $w$ , $q$ e $r$ , com a respostas linearizadas $G_u(s)$ , $G_v(s)$ , $G_w(s)$ , $G_q(s)$ e $G_r(s)$ . . . . .	95
Figura 31 – Resposta ao degraus de referência para $u$ , $v$ , $z$ , $\theta$ e $\psi$ em malha fechada	95
Figura 32 – Sinal de varredura de frequência . . . . .	99
Figura 33 – Gráfico semi-logarítmico do histórico de Convergência da minimização de $f_{\Xi}(\cdot)$ . . . . .	100
Figura 34 – Gráfico semi-logarítmico do tempo de cada iteração da otimização de $\Xi^{\oplus}$	100
Figura 35 – Sinal de excitação $\mathbf{u}^{\oplus}$ – TriMARES . . . . .	101
Figura 36 – Ajuste dos estados $\boldsymbol{\eta}$ de $\mathcal{M}(\Gamma)$ e $\mathcal{M}(\hat{\Gamma}^+)$ – TriMARES . . . . .	102
Figura 37 – Ajuste dos estados $\boldsymbol{\nu}$ de $\mathcal{M}(\Gamma)$ e $\mathcal{M}(\hat{\Gamma}^+)$ – TriMARES . . . . .	103
Figura 38 – Trajetória tridimensional e orientação do <i>Autonomous Underwater Vehicle</i> (AUV) no tanque simulação . . . . .	104
Figura 39 – Variáveis de importância para veículos subaquáticos. . . . .	116
Figura 40 – Variáveis de importância para veículos subaquáticos (vista superior) .	116
Figura 41 – Efeitos da estabilidade metacêntrica . . . . .	126
Figura 42 – Característica Tensão $\times$ propulsão - BTD150 (SEABOTIX, 2015) . . .	129

# Lista de tabelas

Tabela 1 – Parâmetro do robô móvel “real” – $\Gamma$ . . . . .	49
Tabela 2 – Cenários de geração de sinais sub-ótimos – $\mathbf{u}^\oplus$ . . . . .	53
Tabela 3 – Estimacão de parâmetros ótimos “ <i>a posteriori</i> ” – $\hat{\Gamma}^+$ . . . . .	53
Tabela 4 – Sensibilidade ao número de partículas. . . . .	54
Tabela 5 – Melhores conjuntos dos 100 conjuntos de estimacão inicial – $\hat{\Gamma}^-$ . . . . .	54
Tabela 6 – Piores conjuntos dos 100 conjuntos de estimacão inicial – $\hat{\Gamma}^-$ . . . . .	55
Tabela 7 – Taxa de sucesso – 10 partículas. . . . .	55
Tabela 8 – Melhor estimacão inicial – $\hat{\Gamma}^-$ iterativo. . . . .	56
Tabela 9 – Pior estimacão inicial – $\hat{\Gamma}^-$ iterativo. . . . .	56
Tabela 10 – Experimento iterativo – Algoritmo Recursivo 4. . . . .	58
Tabela 11 – Cenários de ganhos de ponderacão – $\kappa_1, \kappa_2, \kappa_3$ , e $\kappa_t$ . . . . .	60
Tabela 12 – Parâmetros do Robô (VSSS) – $\hat{\Gamma}^-$ . . . . .	62
Tabela 13 – Restricões no Espaço de Estados – VSSS . . . . .	63
Tabela 14 – Resultado da Otimizacão do Sinal $\mathbf{u}^\oplus$ – VSSS . . . . .	67
Tabela 15 – Estimacão dos parâmetros do modelo simplificado $\hat{\Gamma}_s^+$ – VSSS . . . . .	69
Tabela 16 – Estimacão dos parâmetros do modelo completo $\hat{\Gamma}^+$ – VSSS . . . . .	73
Tabela 17 – Geraçao de sinal ótimo para o sistema tanque-bomba . . . . .	77
Tabela 18 – Geraçao de sinal ótimo para o sistema tanque-bomba duplo . . . . .	78
Tabela 19 – Bifurcacão Imperfeita: Cenários de Geraçao de Sinal Ótimo – $\mathbf{u}^\oplus$ . . . . .	79
Tabela 20 – TriMARES – Parâmetros . . . . .	91
Tabela 21 – Parâmetros de Linearizacão . . . . .	94
Tabela 22 – Ganhos dos Controladores . . . . .	96
Tabela 23 – Restricões no Espaço de Estados – TriMARES . . . . .	97
Tabela 24 – Limites superiores e inferiores de $\Xi$ – TriMARES . . . . .	98
Tabela 25 – Resultado da Otimizacão do Sinal $\mathbf{u}^\oplus$ – TriMARES . . . . .	101
Tabela 26 – Parâmetros “reais” $\times$ estimados – TriMARES . . . . .	101



# Lista de abreviaturas e siglas

AABB	<i>Axis-Aligned Bounding Box</i>
ABE	<i>(Autonomous Benthic Explorer)</i>
APRBS	<i>Amplitude-Modulated Pseudo-Random Binary Signal</i>
AUV	<i>Autonomous Underwater Vehicle</i>
CG	Centro de Gravidade
CNP	<i>Continuous Nonlinear Problem</i>
DoE	<i>Design of Experiment</i>
EKF	<i>Extended Kalman Filter</i>
FEUP	<i>Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto</i>
HSV	<i>Hue-Value-Saturation</i>
IMC	<i>Internal Mode Control</i>
IP	<i>Interior Point</i>
MARES	<i>Modular Autonomous Robot for Enviroment Sampling</i>
MIMO	<i>Multiple-Input-Multiple-Output</i>
NDS	<i>Nonlinear Dynamical System</i>
OID	<i>Optimal Input Design</i>
OPE	<i>Optimal Parameter Estimation</i>
PD	Proporcional-Derivativo
PI	Proporcional-Integral
PID	Proporcional-Integral-Derivativo
PRBS	<i>Pseudo-Random Binary Signal</i>
PSLO	<i>Particle Swarm-Like Optimization</i>
PSO	<i>Particle Swarm Optimization</i>

RBS	<i>Random Binary Signal</i>
ROV	<i>Remotely Operated Vehicle</i>
SBIP	<i>Safety Barrier Interior Point</i>
SISO	<i>Single-Input-Single-Output</i>
SOESGOPE	<i>Sub-Optimal Excitation Signal Generation and Optimal Parameter Estimation</i>
UKF	<i>Unscented Kalman Filter</i>
VPMM	<i>Vertical Planar Motion Mechanism</i>
VSSS	<i>Very Small Size Soccer</i>

# Sumário

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>23</b>
<b>1.1</b>	<b>Trabalhos Correlatos</b>	<b>28</b>
<b>2</b>	<b>GERAÇÃO DE SINAL SUB-ÓTIMO DE EXCITAÇÃO E ESTIMAÇÃO ÓTIMA DE PARÂMETROS</b>	<b>33</b>
<b>2.1</b>	<b>Metodologia SOESGOPE</b>	<b>33</b>
2.1.1	Restrições de Tempo, Saída e Espaço de Estados	37
2.1.2	Função de Precisão de Saída	39
2.1.3	Função de Recuperabilidade de Parâmetros	40
2.1.4	Abordagem de Otimização de Duas Camadas	40
<b>2.2</b>	<b><i>Optimal Input Design Probabilístico e Otimização</i></b>	<b>41</b>
2.2.1	Representação do Sinal	41
2.2.2	Avaliação	42
2.2.2.1	Operador do Enxame de Partículas	43
2.2.2.2	Crossover Unitário	43
2.2.2.3	Mutação Aleatória	44
2.2.2.4	Recombinação Linear	44
2.2.3	Algoritmo Final	44
<b>3</b>	<b>AVALIAÇÃO TUTORIAL DO MÉTODO PROPOSTO</b>	<b>47</b>
<b>3.1</b>	<b>Caso de Apresentação</b>	<b>47</b>
3.1.1	Análise do Caso Tutorial	49
3.1.2	Impacto do Tamanho da População	53
3.1.3	Análise de Confiabilidade	53
3.1.4	Análise de Recursividade	56
3.1.4.1	Algoritmo Recursivo	56
3.1.4.2	Multiplicadores de Lagrange	58
3.1.5	Análise de Ganhos de Ponderação	59
<b>3.2</b>	<b>Resultados Práticos</b>	<b>61</b>
3.2.1	Modelagem simplificada – OID e OPE	62
3.2.2	Experimento de Excitação – Robô Real	67
3.2.3	OPE: Modelo Simplificado	69
3.2.4	OPE: Modelo Completo	72
<b>3.3</b>	<b>Sistemas bomba-tanque</b>	<b>76</b>
<b>3.4</b>	<b>Sistema Dinâmico com Bifurcação Cela-nó</b>	<b>78</b>

<b>4</b>	<b>ESTIMAÇÃO PARAMÉTRICA – TRIMARES</b>	<b>83</b>
<b>4.1</b>	<b>Modelo Dinâmico Simplificado</b>	<b>85</b>
4.1.1	Matriz de Inércia e Matriz de termos Coriolis e Centrífetos do Corpo Rígido	86
4.1.2	Matriz de Inércia e Matriz de termos Coriolis e Centrífetos de Massa Acrescentada	87
4.1.3	Forças de Restabelecimento	88
4.1.3.1	Matriz de Configuração de Propulsão	89
4.1.3.2	Matriz de Amortecimento Hidrodinâmico	90
<b>4.2</b>	<b>Definição do Modelo Dinâmico – TriMARES</b>	<b>92</b>
4.2.1	Estimativa a priori	95
4.2.2	Penalidades do Espaço de Estados	96
<b>4.3</b>	<b>Parametrização do Sinal de Excitação</b>	<b>97</b>
<b>4.4</b>	<b>Resultados</b>	<b>99</b>
<b>5</b>	<b>CONCLUSÃO E TRABALHOS FUTUROS</b>	<b>105</b>
<b>5.1</b>	<b>Trabalhos Futuros</b>	<b>106</b>
	<b>REFERÊNCIAS</b>	<b>109</b>
	<b>APÊNDICE A – MODELAGEM DE VEÍCULOS SUBAQUÁTICOS</b>	<b>115</b>
<b>A.1</b>	<b>Nomenclatura Náutica</b>	<b>115</b>
<b>A.2</b>	<b>Cinemática do Corpo Rígido</b>	<b>118</b>
A.2.1	Transformação de Velocidade Linear	118
A.2.2	Transformação de Velocidade Angular	119
<b>A.3</b>	<b>Dinâmica</b>	<b>120</b>
A.3.1	Dinâmica do Corpo Rígido	120
A.3.2	Forças e Momentos Hidrodinâmicos e Hidrostáticos	122
A.3.2.1	Massa Acrescentada	122
A.3.2.2	Amortecimento Hidrodinâmico	124
A.3.2.3	Forças e Momentos de Restabelecimento	125
A.3.2.4	Forças e Momentos de Froude-Kriloff	127
A.3.2.5	Forças de Propulsão	127
<b>A.4</b>	<b>Modelo Completo – Forma Matricial</b>	<b>130</b>
	<b>ANEXO A – ARTIGOS PUBLICADOS</b>	<b>133</b>
	<b>ANEXO B – ARTIGOS SUBMETIDOS</b>	<b>135</b>

# 1 Introdução

Um sistema é caracterizado por um conjunto de processos interconectados. Tais entidades se apresentam sob diversas formas, tais como plantas de geração de energia e de automação industrial, amortecimento de vibrações, processos químicos, biológicos, sociológicos, etc. Quanto ao comportamento de tais sistemas, estes podem apresentar características lineares, não lineares, serem contínuos ou discretos no tempo, variantes ou não no tempo.

Para um bom estudo de qualquer conjunto de processos, é necessário o entendimento e modelagem do sistema envolvido, independente de qual seja sua função e característica. Para a realização deste levantamento, a literatura aponta dois tipos de abordagens; teórica e experimental.

A modelagem teórica, ou caixa branca (“*white box*”), é obtida através de um conjunto de equações, previamente conhecidas através das leis de física, química, biologia, matemática, etc, que descrevem o comportamento do sistema estudado. A modelagem experimental ou caixa preta (“*black box*”), também conhecida como identificação de sistemas, parte de premissas pré-estabelecidas que podem ser baseadas em uma análise teórica preliminar incompleta ou testes já realizados. A partir destas premissas, diversos novos experimentos são realizados, onde tanto os sinais de entrada quanto os de saída do sistema são analisados por ferramentas matemáticas, gerando um modelo capaz de mapear a correlação entre entrada e saída (AGUIRRE, 2004; ISERMANN, 2005),

Apesar destes dois modelos serem considerados “*primordiais*”, no sentido de dar origem a outros, formas mistas de modelagem como a caixa cinza clara (“*light gray box*”) e a caixa cinza escura (“*dark gray box*”) são muito utilizadas e possuem bom desempenho em aplicações práticas.

No caso da caixa cinza clara, a modelagem tradicional é utilizada para a determinação do modelo através de equações diferenciais que descrevam matematicamente o comportamento do sistema. Neste caso, a estrutura do modelo é bem conhecida, embora os parâmetros sejam incógnitos. Devido a simplificações e outros efeitos não modelados, os parâmetros são determinados através experimentos de estimação, o que resulta em uma descrição mais fiel do sistema real. Neste tipo de abordagem, as leis que regem o comportamento do sistema são bem conhecidas, ao contrário dos parâmetros.

Já no caso da caixa cinza escura, as leis físicas do processo são bem conhecidas, mas a estrutura do modelo e seus parâmetros são desconhecidos. A abordagem tradicional neste caso sugere a utilização de redes neurais e sistemas *fuzzy*, com parâmetros estimados. Há, contudo, uma dificuldade em analisar os parâmetros obtidos durante o processo de estimação, que normalmente não apresentam representabilidade física. Essa abordagem de

modelagem tende a representar o sistema real em uma região de operação restrita, e não permite avaliação matemática de estabilidade global, tão importante em aplicações onde o controle do sistema é crítico (SANTOS et al., 2017; SILVA et al., 2016).

A escolha da utilização de um destes modelos depende das características e conhecimento que se tem sobre o sistema a ser modelado. Por exemplo, a modelagem de veículos aéreos (COSTA, 2012; SANTOS et al., 2017; SILVA et al., 2016) e de veículos subaquáticos (FERREIRA, 2009; VILAS BOAS et al., 2013) parte de princípios físicos bem conhecidos, como a dinâmica dos corpos rígidos, efeitos aerodinâmicos, hidrodinâmicos e hidrostáticos. Entretanto, dada a complexidade dos sistemas reais, normalmente é necessário uma simplificação destes modelos para que estes possam ser tratados adequadamente para sua finalidade e/ou serem computacionalmente simulados. Por exemplo, estratégias de linearização comumente são utilizadas para que seja possível realizar a sintonia de controladores lineares por métodos convencionais (SANTOS et al., 2017). Devido a estas e outras simplificações, um modelo dificilmente será capaz de representar completamente toda a complexidade de um sistema, devido a aspectos técnicos, econômicos, ou ambos (FRANKLIN; POWELL; EMAMI-NAEINI, 2009; KHALIL, 2002).

Considerando a necessidade de se realizar o levantamento e especificações de leis de controle, as técnicas mais adequadas de modelagem são as de caixa branca e cinza clara. Para certas classes de problemas, a determinação dos parâmetros do modelo matemático pode ser extremamente complexa e heurística. Esta classe de problemas pode ser descrita mais especificamente como sistemas dinâmicos não lineares que necessitem obedecer a critérios precisos de funcionamento, pré-estabelecidos e modelados através da determinação das leis de controle desejadas. A metodologia mais adequada de modelagem para estes sistemas é a caixa cinza clara.

Neste cenário, a obtenção de um modelo matemático com parâmetros conhecidos e capaz de representar bem o sistema analisado é de importância fundamental para o projeto e ajuste de qualquer estratégia de controle que sejam necessárias prova de estabilidade e desempenho (ÅSTRÖM; WITTENMARK, 2013; ISERMANN, 2005; LJUNG, 1998). Logo, modelos baseados em equações diferenciais, com uma estimação apurada dos parâmetros, devem reproduzir satisfatoriamente as características principais do comportamento dinâmico da planta.

Com o objetivo de aumento da representatividade do modelo matemático, o problema de estimação paramétrica de sistemas tem sido extensivamente investigada na literatura por muitos anos, como descrito em Unbehauen e Rao (1990) e Young (1981). Fazendo uma análise das técnicas existentes, a estimação de parâmetros para sistemas lineares pode ser considerada uma área bem estabelecida, como mostra a literatura (LJUNG, 1998; AGUIRRE, 2004). Entretanto, para sistemas não lineares as técnicas clássicas como as baseadas na transformada de Fourier e análise de correlação não podem ser aplicadas

(ISERMANN, 2005). Por outro lado existem diversos outros métodos mais apropriados tais como Filtros de Kalman Unscented – *Unscented Kalman Filter* (UKF) – (WAN; MERWE, 2000), Filtro de Kalman Estendido – *Extended Kalman Filter* (EKF) – (PERRAULT; ROESS; POWELL, 1972), Mínimos Quadrados (MARQUARDT, 1963; DIAS; PEREIRA; PALHARES, 2015), Redes Neurais (ISERMANN; MÜNCHHOF, 2011b), etc. Uma descrição mais detalhada sobre esses métodos pode ser encontrada em (ISERMANN; MÜNCHHOF, 2011a).

Contudo, independente da abordagem adotada, todos os métodos de Estimação Ótima de Parâmetros – *Optimal Parameter Estimation* (OPE) – sofrem de um inconveniente comum, que é a necessidade de se ter um sinal de excitação rico para estimação paramétrica. Tal sinal é considerado rico quando excitar suficientemente o sistema de forma que os parâmetros identificados se apliquem a uma série de outras entradas e não apenas o sinal específico de excitação inicialmente utilizado. Desta forma, se a relação entrada/saída não for capaz de gerar informação suficiente, qualquer técnica de OPE necessariamente falhará. Este problema pode ser visualizado ao se excitar um sistema dinâmico estável com um sinal nulo. Neste caso o sistema permaneceria na região de estabilidade não gerando alteração em suas variáveis de estado, e qualquer parâmetro estimado atenderia à este cenário. Para outra entrada não nula, o sistema se comportaria de modo diverso, fazendo com que os parâmetros estimados na condição anterior não sejam uma boa aproximação para os parâmetros ideais do modelo.

Logo, a escolha do sinal de excitação para um experimento de estimação paramétrica exerce uma grande influência não apenas no resultado final, mas na dinâmica e duração do experimento em si. A escolha deste sinal deve satisfazer alguns critérios: a geração do sinal deve ser trivial, com uma descrição matemática simples, e que possua as propriedades adequadas ao experimento de excitação; ele deve ser aplicável ao processo, de modo a ser compatível com os atuadores e deve prover excitação adequada a dinâmica do sistema em estudo (ISERMANN, 2005). Os sinais de excitação típicos podem ser classificados entre periódicos, determinísticos e estocásticos. Os sinais com características estocásticas, como o *Pseudo-Random Binary Signal* (PRBS) e *Amplitude-Modulated Pseudo-Random Binary Signal* (APRBS), são conhecidos por sua riqueza do espectro de frequências, e portanto são muito utilizados para estimação de parâmetros (DEFLORIAN; ZAGLAUER, 2011; DIAS; PEREIRA; PALHARES, 2015).

Além disso, outras características do sinal devem ser levadas em consideração. Um sinal de excitação mal escolhido pode resultar em um comportamento agressivo, levando os atuadores ou os estados do sistema além dos seus limites de operação, o que pode destruir ou danificar a planta de controle. Deste modo, o sinal deve adicionalmente ser limitado com restrições de ordem econômica – tempo, espaço e recursos – e restrições de segurança (GOODWIN, 1971; BOMBOIS et al., 2006). Devido a esse fato é comum

que técnicas de OPE sejam utilizadas conjuntamente com o Projeto de Sinais de Entrada Ótimos – *Optimal Input Design* (OID).

Baseado no cenário apresentado, este trabalho propõe duas inovações; uma nova metodologia para a obtenção de sinais persistentemente excitantes para OPE e uma metodologia para a estimação paramétrica de sistemas dinâmicos não lineares. A implementação e integração destas metodologias foram organizadas utilizando dois eficientes algoritmos de otimização dispostos em uma estratégia de camada dupla.

A camada interna é responsável por encontrar a estimativa ótima do conjunto de parâmetros para um dado sinal de excitação analisado através da minimização do erro quadrático dos sinais de saída desejado e do obtido pelo modelo paramétrico. Embora a literatura mostre que muitos autores (WANG; TANG, 2014; DING, 2013; HU; DING, 2012; MOUNI; TNANI; CHAMPENOIS, 2008) utilizaram métodos baseados em mínimos quadrados para esta estimação de parâmetros, o presente trabalho propõe o uso do algoritmo de pontos interiores com barreira de segurança – *Safety Barrier Interior Point* (SBIP), apresentado em Oliveira et al. (2015). Embora outros métodos sejam capazes de resolver o problema, o SBIP apresenta maior estabilidade numérica, tempo de convergência mais reduzido, e finalmente, como outros métodos de pontos interiores, apresenta também a possibilidade de utilizar as variáveis duais, por exemplo as variáveis de folga (*slack variables*) e os multiplicadores de Lagrange, para analisar soluções nas fronteiras de otimização. O resultado desta camada, então, é um conjunto parâmetros ótimos que minimiza o erro do sinal de saída da planta com o do modelo.

Já a camada externa tem por objetivo gerar e avaliar cada sinal utilizado pela camada interna. Para esta avaliação, seria interessante utilizar uma função custo multi-objetivo composta pela soma ponderada das seguintes métricas: a) valor final obtido pela função objetivo da camada interna, b) erro quadrático da comparação entre os parâmetros da planta real e os obtidos pelo modelo e c) custo do experimento considerando restrições espaço temporais (i.e o sinal deve minimizar o tempo de experimento e o espaço utilizado). Além destas métricas de avaliação, são consideradas restrições sobre os valores das variáveis de estado. Isso significa que o camada externa avalia o grau de sucesso da camada interna (OPE), enquanto também pondera aspectos práticos do experimento de excitação para um dado sinal. Como os resultados da OPE são usados como métrica da qualidade do sinal, é considerado que o experimento de estimação é um problema de otimização interno, encapsulado pelo problema de otimização do sinal.

Enquanto, as métricas (a) e (c) são relativamente triviais de serem obtidas, a métrica (b) é um desafio pois os valores reais dos parâmetros do sistema analisado não são conhecidos. Desta forma, uma contribuição importante do presente trabalho é a formulação e comprovação da seguinte hipótese; “*se for possível gerar um modelo caixa branca inicial, cujos parâmetros são previamente levantados, de um sistema não linear*

que se deseja estimar, é possível criar um segundo modelo derivado da caixa branca que possa ser utilizado como uma sistema de referência. Desta forma, se um sinal for rico o suficiente para identificar os parâmetros deste sistema de referência, também será rico o suficiente para identificar os parâmetros do sistema não linear real”. Esta hipótese presume que, se um sistema for apenas razoavelmente modelado, o seu comportamento, mesmo que com algum erro, será capaz de representar a dinâmica do sistema real. Desta forma, o que for verificado no sistema de referência pode ser validado no sistema real. Utilizando esta hipótese, é possível gerar um sistema com parâmetros de referência que simule um sistema real e comparar os parâmetros obtidos pela camada interna. Finalmente, com a diferença dos parâmetros podendo compor uma função de avaliação do sinal e, com o sinal em sí, sendo definido como um conjunto de variáveis discretas como será mostrado à frente, o problema de otimização da camada externa é definido como sendo um sistema discreto e, desta forma, sendo necessário a utilização de outras metodologias de busca pelo melhor sinal. Para tanto, a literatura apresenta métodos como otimização dinâmica (CHIANEH; STIGTER; KEESMAN, 2011) e baseados em população, como *Particle Swarm Optimization* (PSO) (KOU et al., 2011). O método utilizado neste trabalho é baseado na técnica de múltiplos operadores evolutivos inicialmente apresentado em Silva, Freire e Honório (2016), com a adição de três novos operadores.

Finalizando, o objetivo deste trabalho é apresentar a metodologia *Sub-Optimal Excitation Signal Generation and Optimal Parameter Estimation* (SOESGOPE) de geração de sinais de excitação (sub)ótimos, conjuntamente com a estimação ótima dos parâmetros de sistemas não lineares. Uma análise teórica detalhada, bem como a amplitude de aplicação da metodologia é explorada em uma série de exemplos variando desde robôs terrestres no caso tutorial, passando por sistemas mais complexos como fluidos, sistemas caóticos com característica de catástrofe e finalizando, na simulação de um AUV. A análise de convergência, sensibilidade à erros de modelagem, utilização na estimação de parâmetros em sistemas de malha aberta e/ou fechada, análise das variáveis duais em casos de não convergência das condições de restrição e a utilização do método de forma iterativa serão abordados de forma detalhada.

Este documento é organizado como se segue. A Seção 1.1 ainda neste capítulo mostra uma lista de trabalhos relevantes com contribuição na área abordada por esta tese. O Capítulo 2 detalha com rigor matemático a metodologia. O Capítulo 3 apresenta a aplicação da metodologia em um caso tutorial, com um robô diferencial, apresentando resultados em simulação e com um veículo real. Uma comparação com a literatura é abordada, bem como caso mais complexo de estimação de parâmetros para *Nonlinear Dynamical System* (NDS). O Capítulo 4 apresenta a aplicação da metodologia modificada para a geração do sinal de excitação e estimativa dos parâmetros do AUV TriMARES, em simulação. Finalmente, o Capítulo 5 apresenta as conclusões globais do trabalho, bem como as perspectivas de trabalhos futuros.

## 1.1 Trabalhos Correlatos

Esta seção apresenta e contextualiza este trabalho, mostrando os desenvolvimentos disponíveis na literatura para *Optimal Input Design* e *Optimal Parameter Estimation*. Várias contribuições para o problema combinado de OID e OPE tem sido apresentadas na literatura desde o início do anos 1960 (GOODWIN, 1971; MEHRA, 1974; DEFLORIAN; ZAGLAUER, 2011). Foi mostrado que sinais baseados em sucessivos estágios (degraus) como o PRBS (ISERMANN, 2005; LJUNG, 1998) são muito mais ricos que sinais baseados em soma de senoides, e portanto mais propensos a serem persistentemente excitantes. Os sinais PRBS são uma variante dos sinais *Random Binary Signal* (RBS), mais simples de serem gerados sistematicamente, e que têm propriedades similares ao ruído branco, e portanto são excelentes sinais de estimação para sistemas dinâmicos lineares (ISERMANN, 2005), devido à sua riqueza de frequências. Para NDS, contudo, sua utilização pode não ser a mais adequada, e os sinais APRBS, com amplitude variável, apresentam desempenho superior, mantendo características de ruído branco (DEFLORIAN; ZAGLAUER, 2011).

Em Deflorian e Zaglauer (2011) é apresentado o uso de sinais APRBS para estimação de parâmetros de um motor a combustão, um sistema altamente não linear. O trabalho também propõe uma metodologia para obtenção do sinal de excitação, analisando a utilização *offline* e *on-line* da metodologia, para casos baseados em modelos ou de modelagem livre. A metodologia SOESGOPE faz uso de sinais similares aos APRBS, do mesmo modo, devido sua maior aplicabilidade para NDS e suas características de ruído branco.

O trabalho Dias, Pereira e Palhares (2015) apresenta um estudo de estimação de parâmetros para um automóvel autônomo, para o controle de velocidade do veículo. É comum o controle de velocidade para veículos comerciais, contudo em velocidades mais altas. O trabalho propõe o controle em velocidades de trânsito urbano. O controle de velocidade utilizado é baseado em *inverse dynamics*, e isso requer uma modelagem muito acurada, dependente da precisão dos parâmetros. São realizados seis processos de estimação, através de excitação através de PRBS, em diferentes níveis de aceleração. Como resultado, seis conjuntos de parâmetros diferentes foram obtidos, através do método dos mínimos quadrados, para a modelagem proposta. Uma interpolação quadrática entre estes parâmetros foi aplicada, de modo a se obter uma curva, função da aceleração do veículo, levando a um modelo com parâmetros variáveis para representar a dinâmica do veículo. A obtenção dos parâmetros foi obtida através do método dos mínimo quadrados, que tem a restrição da linearidade em parâmetros (ÅSTRÖM; WITTENMARK, 2013). O uso da SBIP permite que a metodologia proposta seja aplicada também a NDS que não sejam lineares em parâmetros.

O trabalho desenvolvido por Mohan, Im e Bhikkaji (2017) lida com o projeto de um sinal de entrada limitado em banda, com restrições de energia, para identificação de sistemas

lineares de múltiplas entradas e múltiplas saídas – *Multiple-Input-Multiple-Output* (MIMO). Os autores consideram que parâmetros nominais do sistema são especificados previamente. A ideia central do método é usar o teorema da decomposição espectral e determinar o espectro de potência de modo específico. Em vários casos, houve correspondências das bordas, i. e. o ótimo global foi atingido. Há também uma discussão sobre a não-convexidade do problema de otimização, acompanhadas de resultados em simulação que corroboram com o método. Esta tese propõe uma solução baseada em meta-heurística para avaliação do sinal, sem avaliação de suas características espectrais, visando atingir um conjunto maior de sistemas não lineares. Do mesmo modo que em (MOHAN; IM; BHIKKAJI, 2017), a metodologia também é capaz de tratar problemas com múltiplas entradas e múltiplas saídas.

No trabalho de Jauberthie et al. (2006), um OID para estimação paramétrica de aeronaves foi apresentado. A contribuição mais importante deste trabalho é a combinação do método de programação dinâmica com o algoritmo de gradiente descendente para a síntese da entrada ótima. Esta abordagem permite a inclusão de aspectos práticos de restrições de variáveis de entrada e saída. Ao final, há uma discussão do método aplicado a uma aeronave de voo longitudinal. A utilização do gradiente descendente é suscetível a mínimos locais, de modo que o uso de meta-heurísticas como o *Particle Swarm Optimization* é indicado. Por outro lado, não se pode afirmar que o sinal obtido pela metodologia SOESGOPE seja um sinal ótimo, tendo em vista os critérios de optimalidade. Deste modo, os sinais obtidos pela metodologia propostas são ditos sub-ótimos.

Outra aplicação interessante sobre esse contexto é relativa ao trabalho Hägg e Wahlberg (2015), onde um OID para identificação de sistemas dinâmicos interconectados foi considerado. Foi adotada uma abordagem que permitia o projeto de uma das entradas, enquanto as demais entradas eram apenas medidas, o que é uma situação comum para aplicações industriais, onde a excitação externa apenas pode ser aplicada a alguns subsistemas. Os resultados revelam algumas propriedades não-triviais sobre sinais ótimos de entrada. A superposição destes sinais tende a ser menos efetiva que a excitação de todas as entradas simultaneamente. Deste modo, o projeto de um sinal de excitação proposto nessa tese abrange a otimização de todas as entradas conjuntamente.

Em Chianeh, Stigter e Keesman (2011) foi tratado um problema cujos parâmetros são bem conhecidos (estimação do expoente do fluxo apresentado pela lei de Bernoulli) para estudo de um OID para estimação ótima de parâmetros. O problema proposto foi formulado considerando uma dada estrutura do modelo, linear na entrada, e encontrar uma lei de controle que maximize a sensibilidade da saída do modelo. Resultados experimentais com dados reais são apresentados e comparados com a solução teórica. A metodologia SOESGOPE é aplicada a este mesmo problema, para fins de comparação, no Capítulo 3.

Uma abordagem de projeto de experimento – *Design of Experiment* (DoE) –

é apresentada em [Mukkula e Paulen \(2017\)](#), garantindo a estimação paramétrica de sistemas não lineares estáticos e dinâmicos. Nesta contribuição, os autores analisaram e implementaram um procedimento e modos diferentes de se obter uma aproximação muito acurada dos valores esperados dos parâmetros. Foram apresentadas comparações com a literatura, relativos aos métodos baseados em linearizações e em mínimos quadrados.

O trabalho [Roy, Barai e Dey \(2013\)](#) apresenta identificação do sistema usando uma rede neural multicamadas para ajuste dos parâmetros. É importante destacar o uso do método *backpropagation* para a obtenção das derivadas parciais dos índices de desempenho, em respeito aos parâmetros de ajuste. A modelagem proposta em [Roy, Barai e Dey \(2013\)](#) é caixa preta, enquanto a proposta dessa tese é a utilização de um sistema caixa branca, cujos parâmetros serão estimados. Para certas classes de problemas, a estratégia utilizada na metodologia SOESGOPE é mais efetiva, i. e. quando o sistema tiver equações paramétricas que descrevam as leis que regem seu comportamento. Em muitos casos, devido à complexidade da modelagem, a aplicação de redes neurais se tornam mais adequadas, inclusive com métodos de treinamento mais robustos que o *backpropagation*.

Adotando um modelo simplificado de um *Pioneer 3DX*, o trabalho de [Innocenti et al. \(2004\)](#) apresenta uma técnica de estimação dos parâmetros deste robô diferencial, utilizando PRBS e entradas em degrau como sinais de entrada. Nenhuma consideração prática sobre tempo ou espaço foi realizada. A estimação de parâmetros de um robô diferencial é tratada nesta tese, no Capítulo 3, como caso tutorial.

Muitos outros trabalhos abordam a estimação de parâmetros para AUV. O relatório de [Perrault, Roess e Powell \(1972\)](#) apresentou um experimento de estimação paramétrica adaptativa baseada em EKF se utilizando de sinais RBS, conseguindo estimativas acuradas com um sinal de cerca de 5 minutos. Esta abordagem não propõe qualquer limite espacial, ou de geração de sinal de excitação, além do tempo substancial do experimento. No Capítulo 4 será tratada a utilização da estimação de parâmetros para um AUV, em simulação. O projeto do experimento será confinado a um tanque de dimensões restritas, com um tempo substancialmente inferior ao apresentado em [Perrault, Roess e Powell \(1972\)](#).

O trabalho [Rhee et al. \(2000\)](#) utiliza um aparato complexo similar a um *Vertical Planar Motion Mechanism* (VPMM) para a estimação dos parâmetros, amplamente utilizado na obtenção dos coeficientes hidrodinâmicos. Uma vez que o VPMM não entrega boas estimativas dos coeficientes relativos à velocidade angular, é proposto o uso de *Coning Motion Test*, técnica usada inicialmente para parâmetros aerodinâmicos. Note que o método proposto por [Rhee et al. \(2000\)](#) se utiliza de um aparato de testes extremamente especializado. O VPMM é um aparato onde o veículo subaquático fica fixado durante o experimento de excitação. A metodologia SOESGOPE permite a utilização de outras técnicas que não restringem a movimentação do veículo, uma vez que projeta o espaço

disponível para o experimento. Por outro lado, é necessário que haja infraestrutura para estimar as saídas e estados do veículo, o que na prática demanda algoritmos de localização robustos.

Em [Kim et al. \(2002\)](#) são propostos duas abordagens de estimação *on-line* de parâmetros, baseadas em EKF e *Sliding Mode Observers*, onde a primeira obteve desempenho superior. Como sinal de excitação, foram usadas movimentações simples, como as espirais e “zig-zag”. A estratégia usada por [Rentschler, Hover e Chryssostomidis \(2006\)](#) se utiliza de um modelo genérico do AUV para ajustar controladores de profundidade e *pitch*. O veículo é guiado até uma profundidade segura e então recebe uma série de degraus em malha aberta. Os dados obtidos são processados *offline* e estimados a partir do método de otimização Simplex de Nelder-Mead, método primeiramente apresentado em [Nelder e Mead \(1965\)](#). Apesar do método de otimização, esta abordagem é bastante similar à aplicação da metodologia SOESGOPE para um AUV, modificada para permitir o uso de controladores em malha fechada.

A metodologia *Sub-Optimal Excitation Signal Generation and Optimal Parameter Estimation* será tratada no Capítulo 2, com uma descrição matemática mais rigorosa. No Capítulo 3 alguns exemplos da sua aplicação, e comparações com a literatura serão apresentados.



## 2 Geração de Sinal Sub-Ótimo de Excitação e Estimação Ótima de Parâmetros

Este Capítulo tem o objetivo de apresentar formalmente a metodologia de Geração de Sinal Sub-Ótimo de Excitação e Estimação Ótima de Parâmetros – SOESGOPE. De forma simplificada, a metodologia se baseia em um modelo matemático para um *NDS* – *Nonlinear Dynamical System*, função de um conjunto de parâmetros. É necessário fornecer uma estimativa “*a priori*” destes parâmetros, conjuntamente com uma estimativa da confiança em cada parâmetro. Isso permitirá a criação de um modelo perturbado, derivado da estimativa inicial, que será estimado através de um processo de otimização. A qualidade da estimação é avaliada, visto que se conhece perfeitamente os parâmetros deste modelo perturbado, e isso servirá como métrica da persistência de excitação do sinal. Outras métricas para avaliação do sinal serão abordadas, como o tempo de execução do experimento e o volume do subespaço de estados utilizado. Algumas restrições de segurança também serão impostas, de modo a tornar o experimento de estimação paramétrica com o NDS real o mais seguro possível.

### 2.1 Metodologia SOESGOPE

Considere um NDS definido por  $\mathcal{R}(\mathbf{\Gamma})$  que pode ser satisfatoriamente aproximado por um modelo não linear paramétrico, definido por  $\mathcal{M}(\mathbf{\Gamma})$ , com  $n$  estados,  $p$  entradas,  $m$  saídas, e  $r$  parâmetros, definido por:

$$\mathcal{M}(\mathbf{\Gamma}) := \begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), \mathbf{\Gamma}) \\ \mathbf{y}(t) = \mathbf{h}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), \mathbf{\Gamma}) \end{cases} \quad (2.1)$$

com estado inicial  $\mathbf{x}_0 = \mathbf{x}(0)$ , onde  $\mathbf{x}(t) \in \mathbb{R}^n \mid \mathbf{x}(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)]^T$  é o vetor de estados,  $\mathbf{u}(t) \in \mathbb{R}^p \mid \mathbf{u}(t) = [u_1(t), u_2(t), \dots, u_p(t)]^T$  é o vetor de entradas,  $\mathbf{y}(t) \in \mathbb{R}^m \mid \mathbf{y}(t) = [y_1(t), y_2(t), \dots, y_m(t)]^T$  é o vetor de saída e  $\mathbf{\Gamma} \in \mathbb{R}^r \mid \mathbf{\Gamma} = [\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_r]^T$  é o vetor que representa o conjunto de parâmetros do modelo. Considere  $\mathbf{x}$  sendo a trajetória dos estados, isto é, o histórico dos estados no intervalo de tempo  $T = [t_0, t_f]$ ,  $\mathbf{u}$  sendo o histórico das entradas, e  $\mathbf{y}$  sendo o histórico das saídas (KIRK, 2012).

O vetor  $\mathbf{\Gamma}$  é o melhor, embora desconhecido<sup>1</sup>, conjunto de parâmetros do sistema, de modo que  $\mathcal{M}$  representa satisfatoriamente  $\mathcal{R}$ . O conjunto  $\hat{\mathbf{\Gamma}}^- = [\hat{\gamma}_1^-, \hat{\gamma}_2^-, \dots, \hat{\gamma}_r^-]^T$  é uma estimativa “*a priori*” suficientemente boa de  $\mathbf{\Gamma}$ , isto é, capaz de emular de forma

<sup>1</sup> Note que, como em um sistema real,  $\mathbf{\Gamma}$  pode nunca ser exatamente determinado.

razoável o comportamento de  $\mathcal{R}(\Gamma)$ . A estimativa *a priori* pode ser obtida através de uma modelagem caixa branca do sistema. O sinal de entrada  $u_i$ ,  $i \in \{1, 2, \dots, p\}$  é um sinal discreto no tempo, com uma taxa de amostragem fixa, capaz de excitar  $p$  entradas do sistema.

Como já dito anteriormente, um dos objetivos desta metodologia é gerar um sinal de entrada sub-ótimo  $\mathbf{u}^\oplus$  para ser usado em um experimento com um NDS  $\mathcal{R}(\Gamma)$  real. O sinal deve ser persistentemente excitante, de modo que uma estimativa “*a posteriori*” ótima  $\hat{\Gamma}^+ = [\hat{\gamma}_1^+, \hat{\gamma}_2^+, \dots, \hat{\gamma}_r^+]^T$  seja obtida, tal que  $\mathcal{M}(\hat{\Gamma}^+) \approx \mathcal{R}(\Gamma)$ . Além disso, o sinal de excitação  $\mathbf{u}^\oplus$  deve cumprir outros requisitos de desempenho, citados no Capítulo 1. Para este fim, a seguinte hipótese é formulada:

**Hipótese 1.** *Assumindo um conjunto de parâmetros  $\tilde{\Gamma}^p$  como uma aproximação grosseira, porém válida segundo os critérios de causa, de  $\Gamma$ , então, se um sinal de entrada sub-ótimo  $\mathbf{u}^\oplus$  pode ser usado em  $\mathcal{M}(\tilde{\Gamma}^p)$  de modo a estimar  $\tilde{\Gamma}^p$ , então  $\mathbf{u}^\oplus$  é adequado para excitar  $\mathcal{R}(\Gamma)$ , de modo que uma estimativa “*a posteriori*” apropriada  $\hat{\Gamma}^+$  pode ser obtida.*

O conjunto  $\tilde{\Gamma}^p = [\tilde{\gamma}_1^p, \tilde{\gamma}_2^p, \dots, \tilde{\gamma}_r^p]^T$  é definido como o conjunto perturbado de parâmetros. Se a Hipótese 1 é verdadeira, então os resultados de uma simulação utilizando  $\mathcal{M}(\tilde{\Gamma}^p)$  é uma aproximação aceitável para os efeitos esperados em um experimento real com  $\mathcal{R}(\Gamma)$ . Deste modo, considere um modelo de referência  $\mathcal{M}(\tilde{\Gamma}^p)$ , onde

$$\tilde{\Gamma}^p = \hat{\Gamma}^- + \tilde{\delta}^p \quad (2.2)$$

e  $\tilde{\delta}^p \in \mathbb{R}^r \mid \tilde{\delta}^p = [\tilde{\delta}_1^p, \tilde{\delta}_2^p, \dots, \tilde{\delta}_r^p]^T$  é um conjunto aleatório de perturbações gaussianas com média zero e variância  $\mathbf{q} \in \mathbb{R}_{>0}^r \mid \mathbf{q} = [q_1, q_2, \dots, q_r]^T$ . Os valores de cada  $q_i$ ,  $i \in \{1, 2, \dots, r\}$ , são determinados empiricamente, e são proporcionais ao inverso do conhecimento do parâmetro correspondente: maior o valor de  $q_i$ , menor confiança sobre a estimativa do parâmetro  $\hat{\gamma}_i^-$ .

Considerando o modelo de referência perturbado  $\mathcal{M}(\tilde{\Gamma}^p)$ , o objetivo inicial é, para um dado sinal de entrada encontrar  $\mathcal{M}(\hat{\Gamma}^+)$ , onde  $\hat{\Gamma}^+$  é uma estimativa *a posteriori* do conjunto de parâmetros perturbados que minimize

$$\Sigma_\varepsilon := \sum_{k=0}^{t_u} \varepsilon(k) \quad (2.3)$$

onde  $\Sigma_\varepsilon \in \mathbb{R}$ ,  $\varepsilon \in \mathbb{R}^{t_u}$ ,

$$\varepsilon(k) := \|\hat{\mathbf{x}}^+(k) - \tilde{\mathbf{x}}^p(k)\| + \|\hat{\mathbf{y}}^+(k) - \tilde{\mathbf{y}}^p(k)\|, \quad (2.4)$$

e  $\hat{\mathbf{x}}^+$  e  $\hat{\mathbf{y}}^+$  são os históricos dos estados e saídas de  $\mathcal{M}(\hat{\Gamma}^+)$ , e  $\tilde{\mathbf{x}}^p$  e  $\tilde{\mathbf{y}}^p$  são os históricos dos estados e saídas de  $\mathcal{M}(\tilde{\Gamma}^p)$ . O fato de  $\Sigma_\varepsilon = 0$  não é suficiente para garantir que os

parâmetros foram corretamente estimados, isso depende da excitação fornecida pelo sinal de entrada  $\mathbf{u}$ . Contudo, considere

$$\hat{\Gamma}^+ = \hat{\Gamma}^- + \hat{\delta}^+ \quad (2.5)$$

com  $\hat{\delta}^+ = [\hat{\delta}_1^+, \hat{\delta}_2^+, \dots, \hat{\delta}_r^+]^T$  sendo o desvio entre a estimativa “*a priori*” e “*a posteriori*”. O mecanismo de otimização utilizado minimiza  $\Sigma_\varepsilon$ , e obtém  $\hat{\delta}^+$  como saída, e isso será detalhado mais adiante. Se a saída deste processo de otimização gera

$$\hat{\delta}^+ \approx \tilde{\delta}^p \quad (2.6)$$

então o sinal  $\mathbf{u}$  teve persistência de excitação suficiente para estimar os parâmetros corretamente. Isso quer dizer que a minimização de  $\Sigma_\varepsilon$  não implica necessariamente na obtenção dos parâmetros ótimos, mas a obtenção dos parâmetros ótimos implica diretamente na minimização da métrica  $\Sigma_\varepsilon$ .

A escolha de buscar  $\hat{\delta}^+$  ao invés de  $\hat{\Gamma}^+$  diretamente é devido ao fato de o processo de otimização se utilizar de  $\hat{\Gamma}^-$  como ponto inicial. Esta escolha estreita o espaço de busca ao redor de  $\hat{\Gamma}^-$ , que é considerado uma aproximação factível dos parâmetros reais. Isso melhora o processo de busca, reduzindo a chance de aprisionamento em um mínimo local. O processo tem duas etapas, que são esboçadas nas Figura 1. Na Figura 1a, o modelo  $\mathcal{M}(\tilde{\Gamma}^p)$  recebe como entrada um sinal  $\mathbf{u}$ , gerando o histórico de estados e saídas  $\tilde{\mathbf{x}}^p$  e  $\tilde{\mathbf{y}}^p$ . Num segundo momento, como descrito pela Figura 1b, o desvio entre os estados e saídas de  $\mathcal{M}(\tilde{\Gamma}^p)$  e  $\mathcal{M}(\hat{\Gamma}^- + \hat{\delta}^+)$  são comparados através da Equação 2.3, dado um mesmo sinal de excitação  $\mathbf{u}$ . Ambos os sistemas devem ter a mesma condição inicial  $\mathbf{x}_0$  para que a comparação seja factível. A minimização de  $\Sigma_\varepsilon$  é executada com respeito a  $\hat{\delta}^+$ , gerando então uma estimativa “*a posteriori*” dos parâmetros.

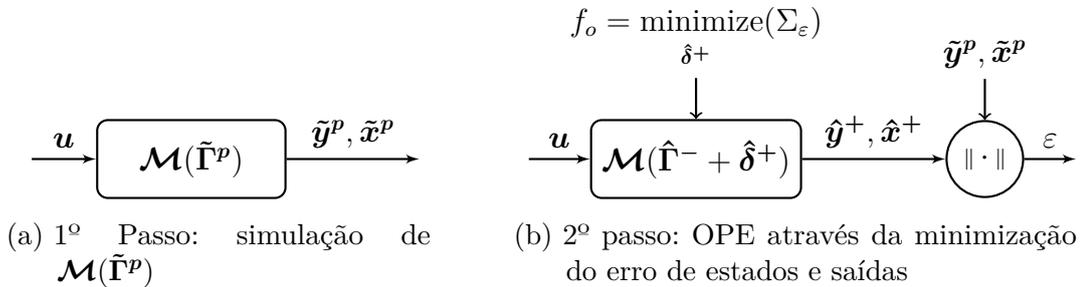


Figura 1 – *Framework* da estimação ótima de  $\hat{\delta}^+$ , dados  $\hat{\Gamma}^-$ ,  $\mathcal{M}(\tilde{\Gamma}^p)$  e  $\mathbf{u}$

A método permite a avaliação das fronteiras do espaço de estados utilizado apenas os limites explorados em  $\tilde{\mathbf{x}}^p$  e  $\tilde{\mathbf{y}}^p$ , sem a necessidade de buscar  $\hat{\delta}^+$ . Ao fazer isso, há uma grande vantagem no tempo de convergência de otimização do sinal, visto que o processo de otimização por pontos interiores requer a utilização de um grande número simulações do

modelo  $\mathcal{M}(\Gamma)^2$ . Ao se considerar o comportamento do modelo perturbado  $\mathcal{M}(\tilde{\Gamma}^p)$  como uma aproximação (mesmo que grosseira) para o comportamento de  $\mathcal{M}(\Gamma)$ , apenas uma simulação numérica necessita ser executada.

Sejam os processos descritos nas Figuras 1a e 1b definidos como as funções de avaliação  $f_{\text{tilde}}$  e  $f_{\text{plus}}$ , definidas respectivamente como:

$$\{ \tilde{\mathbf{x}}^p, \tilde{\mathbf{y}}^p, t_u \} := f_{\text{tilde}}(\mathbf{x}_0, \tilde{\Gamma}^p | \mathbf{u}) \quad (2.7)$$

$$\{ \Sigma_\varepsilon, \hat{\mathbf{x}}^+, \hat{\mathbf{y}}^+ \} := f_{\text{plus}}(\mathbf{u}, \mathbf{x}_0, \hat{\Gamma}^-, \hat{\delta}^+, \tilde{\mathbf{x}}^p, \tilde{\mathbf{y}}^p | f_{\text{tilde}}) \quad (2.8)$$

É possível se definir, deste modo:

$$f_o(\cdot) = \begin{cases} \text{minimize}_{\hat{\delta}^+} & \sum_{k=0}^{t_u} \varepsilon(k) = f_{\text{plus}}^\varepsilon(\mathbf{u}, \mathbf{x}_0, \hat{\Gamma}^-, \hat{\delta}^+, \tilde{\mathbf{x}}^p, \tilde{\mathbf{y}}^p | f_{\text{tilde}}) \\ \text{sujeito a} & -\Delta \leq \hat{\delta}^+ \leq \Delta \end{cases} \quad (2.9)$$

onde  $f_{\text{plus}}^\varepsilon$  considera apenas a saída  $\Sigma_\varepsilon$  da Equação 2.8. Portanto  $f_o(\cdot)$  é o valor ótimo de  $f_{\text{plus}}^\varepsilon$  considerando  $\hat{\delta}^+$  como variável de controle. A função  $f_o(\cdot)$  é definida como **função de precisão de saída**, e requer por definição a resolução do problema de otimização de (2.9).

A tarefa de encontrar um sinal de excitação (sub)ótimo  $\mathbf{u}^\oplus$ , considerando o ajuste de parâmetros e saídas do modelo (Equação 2.9), pode ser transformado em um problema de otimização multiparamétrico sequencial e sem restrições, definido como:

$$\begin{aligned} \text{minimize}_{\mathbf{u}, \hat{\delta}^+} & \quad \kappa_1 \Theta(\tilde{\mathbf{x}}^p, \tilde{\mathbf{y}}^p, t_u | f_{\text{tilde}}, \mathbf{u}) + \kappa_2 f_o(\mathbf{u}, \mathbf{x}_0, \hat{\Gamma}^-, \hat{\delta}^+, \tilde{\mathbf{x}}^p, \tilde{\mathbf{y}}^p | \Theta) + \kappa_3 f_\delta(\hat{\delta}^+ | f_o) \\ \text{onde} & \quad \kappa_1 \gg \gg \kappa_2, \kappa_3 \end{aligned} \quad (2.10)$$

onde  $\kappa_1, \kappa_2, \kappa_3 \in \mathbb{R}_{\geq 0}$  são ganhos de ponderação das funções objetivo, e  $\Theta(\cdot)$ ,  $f_o(\cdot)$ , e  $f_\delta(\cdot)$  representam a avaliação do sinal em respeito de limites temporais e de espaço de estados, a precisão de saída, e função de recuperabilidade de parâmetros, respectivamente. A notação  $f(\mathbf{a} | \mathbf{b})$  significa que  $f$  é função de  $\mathbf{a}$ , e depende da determinação prévia de  $\mathbf{b}$ . Por exemplo, considerando  $f_{\text{plus}}^\varepsilon(\mathbf{u}, \mathbf{x}_0, \hat{\Gamma}^-, \hat{\delta}^+, \tilde{\mathbf{x}}^p, \tilde{\mathbf{y}}^p | f_{\text{tilde}}, \mathbf{u})$ , os valores de  $\tilde{\mathbf{x}}^p$  e  $\tilde{\mathbf{y}}^p$  são determinados pela avaliação de  $f_{\text{tilde}}(\cdot)$ , que por definição, na Equação 2.7, também depende de um dado sinal  $\mathbf{u}$ .

O problema definido na Equação 2.10 é um problema de otimização não linear inteiro misto, onde a função objetivo não é derivável em relação a  $\mathbf{u}$ . Apesar de ser possível transformar o sinal de entrada  $\mathbf{u}$  em um sinal contínuo, através do uso de transformações sigmóides ou exponenciais, a literatura mostra, por exemplo em Liu, Tso e Cheng (2002),

<sup>2</sup> Essa afirmação ficará mais clara no Capítulos 3 e 4, quando o tempo de convergência será analisado

que uma mudança deste tipo pode produzir resultados muito inferiores aos obtidos pela solução ótima. Isso é especialmente verdadeiro em um sistema altamente não linear, e com um alto número de variáveis, situação em que o processo de otimização pode facilmente ficar preso em um ótimo local.

Portanto, para alcançar resultados superiores, o problema (2.10) é quebrado em duas camadas sequenciais de funções de avaliação, que usam algoritmos de otimização discretos e contínuos.

A primeira camada (externa) consiste em uma programação dinâmica inteira mista, que tem como variáveis de controle de otimização o sinal de entrada  $\mathbf{u}$ . A segunda camada (interna) consiste em um Problema Não Linear Contínuo – *Continuous Nonlinear Problem* (CNP) – com uma função objetivo multiparamétrica. Suas variáveis de controle de otimização são o conjunto  $\hat{\delta}^+$ , que é relacionado ao sinal de entrada  $\mathbf{u}$  sob análise. Em outras palavras, para cada sinal de entrada candidato  $\mathbf{u}$ , é necessário realizar um CNP para encontrar um conjunto ótimo de parâmetros  $\hat{\delta}^+$ . Esse ponto pode ser mais claramente entendido através de um exemplo genérico apresentado a seguir.

**Exemplo 1.** *Considere o seguinte exemplo de um problema de otimização genérico de duas camadas.*

$$\underset{\mathbf{u}}{\text{minimize}} \left( f(\mathbf{u}) + \underset{\hat{\delta}^+}{\text{minimize}} (g(\hat{\delta}^+|\mathbf{u})) \right) \quad (2.11)$$

onde  $g(\hat{\delta}^+|\mathbf{u})$  é a função da camada interna, que é função da variável  $\hat{\delta}^+$ , e depende previamente de um sinal conhecido  $\mathbf{u}$ . O resultado da otimização da camada interna é parte da função de avaliação da camada externa  $\min(f(\cdot) + \min(g(\cdot)))$ . Deste modo, cada mudança em  $\mathbf{u}$  demanda a reavaliação de  $\min(g(\cdot))$ .

As próximas Subseções irão detalhar as funções objetivo pertinentes ao problema de otimização multiobjetivo proposto na Equação 2.10, explicitando suas finalidades na obtenção de um sinal (sub)ótimo  $\mathbf{u}^\oplus$ .

### 2.1.1 Restrições de Tempo, Saída e Espaço de Estados

As restrições nas variáveis de estado são responsáveis por manter a saída  $\mathbf{y}$  e os estados  $\mathbf{x}$  dentro de limites admissíveis, relativos a limitações práticas e técnicas. Além das restrições obrigatórias, também é desejável, por razões de ordem econômica, física, ou de segurança, minimizar o vetor subespaço necessário para se implementar um experimento prático. Portanto, a ocupação do espaço de estados também contribui como métrica na avaliação de um sinal. Se qualquer estado do sistema modelado é levado para além das fronteiras admissíveis, severas restrições são impostas à avaliação do sinal; por outro lado, se o sinal se mantém dentro das fronteiras impostas, a ocupação do espaço de estados é contabilizada normalmente.

O processo de avaliação começa com o processo descrito na Equação 2.7 para um dado sinal  $\mathbf{u}$ . Como o processo de avaliação é sequencial, se (2.7) retorna qualquer estado fora do subespaço admissível  $\mathbb{R}^n$ , então a penalidade imposta à função objetivo se torna muito grande, de modo que qualquer outra avaliação de função objetivo se torna desnecessária. Essa penalidade é ponderada pelo ganho  $\kappa_1$ , e surge daí a necessidade de ser muito maior do que os demais. Quando é possível se obter  $\mathcal{M}(\hat{\Gamma}^+) \approx \mathcal{M}(\tilde{\Gamma}^p)$ , então conseqüentemente  $\hat{\mathbf{x}}^+ \approx \tilde{\mathbf{x}}^p$  e  $\hat{\mathbf{y}}^+ \approx \tilde{\mathbf{y}}^p$ . Portanto, sinais de excitação que encaminham os estados de  $\mathcal{M}(\tilde{\Gamma}^p)$  para fora do subespaço admissível de  $\mathbb{R}^n$  também tendem a encaminhar os estados de  $\mathcal{M}(\hat{\Gamma}^+)$ , de modo análogo. Isso indica que a avaliação de  $\hat{\Gamma}^+$  não traria benefício algum ao processo de avaliação do sinal, apenas comprometeria o desempenho computacional da metodologia. Deste modo, o problema de otimização (2.9) não é realizado para obtenção de  $\hat{\Gamma}^+$  neste caso.

Durante o processo de otimização, o sinal  $\mathbf{u}$  é a variável a ser otimizada, e a função objetivo é definida como  $\Theta(\cdot)$ , uma função baseada em  $\alpha$ -constrain (HONORIO et al., 2010; TAKAHAMA; SAKAI, 2010). Originalmente, o parâmetro  $\alpha$ -constrain limita uma função objetivo  $f(\cdot)$  e uma penalidade  $\Psi(\cdot)$  a um par  $\mathbf{P}_1 := (f(\cdot), \Psi(\cdot))$ . Uma ordem de prioridade lexicográfica, ajustada por  $\alpha$ , escolhe um elemento desse par (avaliação ou penalidade) para comparar com outra instância, por exemplo  $\mathbf{P}_2$ , retornando a melhor. Aqui,  $\alpha$ -constrain é transformada em uma função  $\alpha$   $\Theta(\cdot)$ <sup>3</sup> definidos como:

$$\Theta(\tilde{\mathbf{x}}^p, \tilde{\mathbf{y}}^p, t_u | f_{\text{tilde}}, u) := \begin{cases} \frac{1}{\kappa_1} t_u + \frac{\kappa_t}{\kappa_1} f_V(\tilde{\mathbf{x}}^p) + \frac{\kappa_t}{\kappa_1} f_V(\tilde{\mathbf{y}}^p), & \text{se, } \sum_{\tilde{\mathbf{x}}^p, \tilde{\mathbf{y}}^p, t_u} \Psi(\cdot) \leq \alpha \\ \Psi(\tilde{\mathbf{x}}^p) + \Psi(\tilde{\mathbf{y}}^p) + \Psi(t_u) + 1, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (2.12)$$

onde

$$\Psi(t_u) := |t_u - T_{\max}|, \quad \text{se } t_u > T_{\max}$$

$$\Psi(\tilde{\mathbf{x}}^p) := \begin{cases} \sum_{k=0}^{t_u} \sum_{i=1}^n |\tilde{x}_{p,i}(k) - \mathcal{O}x_{i,\max}|, & \forall \tilde{x}_{p,i}(k) > \mathcal{O}x_{i,\max} \\ + \\ \sum_{k=0}^{t_u} \sum_{i=1}^n |\tilde{x}_{p,i}(k) - \mathcal{O}x_{i,\min}|, & \forall \tilde{x}_{p,i}(k) < \mathcal{O}x_{i,\min} \end{cases} \quad (2.13)$$

onde  $\kappa_t \lll \kappa_1$ ,  $\alpha \in \mathbb{R}$  é um índice de relaxamento que começa como 100, e a cada iteração assume o valor  $\alpha = 0.6\alpha$ , de modo que  $\alpha \rightarrow 0$  ao fim do processo de otimização,  $T_{\max} \in \mathbb{R}_{>0}$  é o tempo máximo permitido para o experimento,  $k \in \mathbb{Z}_{\geq 0} \mid k \leq t_u$ ,  $\mathcal{O}x_{i,\min}$ ,  $\mathcal{O}x_{i,\max} \in \mathbb{R}^n$  são respectivamente o limite operacional mínimo e o máximo das variáveis de estado, e  $f_V(\cdot)$  é o volume da *Axis-Aligned Bounding Box* (AABB) hiper-dimensional

<sup>3</sup>  $\tilde{\mathbf{x}}^p$ ,  $\tilde{\mathbf{y}}^p$ , e  $t_u$  são computados em (2.7)

(KLOSOWSKI et al., 1998), que é definido por:

$$f_V(\tilde{\mathbf{x}}^p) := (\bar{\mathbf{x}} - \underline{\mathbf{x}})^T \mathbf{W} (\bar{\mathbf{x}} - \underline{\mathbf{x}}) \quad (2.14)$$

onde uma matriz diagonal de pesos  $\mathbf{W} \in \mathbb{R}^{n \times n} \mid \mathbf{W} \geq 0$  é definida por  $\mathbf{W} := \text{diag}(w_1, w_2, \dots, w_n)$ , e por último

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{x}} &:= [\max(\tilde{x}_1^p(k)), \max(\tilde{x}_2^p(k)), \dots, \max(\tilde{x}_n^p(k))]^T \\ \underline{\mathbf{x}} &:= [\min(\tilde{x}_1^p(k)), \min(\tilde{x}_2^p(k)), \dots, \min(\tilde{x}_n^p(k))]^T \end{aligned} \quad (2.15)$$

Note que  $\tilde{x}_i^p(k)$  representa o  $k$ -ésimo elemento do histórico no tempo do  $i$ -ésimo componente do vetor de estado  $\tilde{\mathbf{x}}^p$ , que  $\bar{\mathbf{x}}$  e  $\underline{\mathbf{x}}$  representam respectivamente o valor máximo e o mínimo, elemento a elemento, alcançado durante o experimento, e também que  $\mathbf{O}\mathbf{x}_{\max}$  and  $\mathbf{O}\mathbf{x}_{\min}$  são dois limites operacionais “rígidos” impostos ao sistema. É importante verificar que a constante  $\kappa_1$  deve ser escolhida com o valor muito maior do que qualquer valor possível de  $f_V(\tilde{\mathbf{x}}^p)$ .

As afirmações relacionadas às Equações 2.13, 2.14 e 2.15 se aplicam do mesmo modo para  $\tilde{\mathbf{y}}^p$ , e foram omitidas por uma questão de concisão.

### 2.1.2 Função de Precisão de Saída

A função de precisão de saída é um índice que mede a diferença entre a saída e os estados de dois sistemas, dada uma mesma entrada  $\mathbf{u}$ . É necessário encontrar o conjunto ótimo  $\hat{\delta}^+$  minimizando (2.9).

Usando a abordagem de um algoritmo de pontos interiores com barreira de segurança (SBIP)(OLIVEIRA et al., 2015), as desigualdades na Equação 2.9 podem ser eliminadas ao se adicionar uma função de barreira logarítmica, deste modo a seguinte função de otimização é obtida.

$$\begin{aligned} \underset{\hat{\delta}^+}{\text{minimize}} \quad & f_{\text{plus}}^\varepsilon(\mathbf{u}, \mathbf{x}_0, \hat{\Gamma}^-, \hat{\delta}^+, \tilde{\mathbf{x}}^p, \tilde{\mathbf{y}}^p \mid f_{\text{tilde}}, \mathbf{u}) - \mu \sum_{i=1}^r \ln(s_{1,i} + \tau) - \mu \sum_{i=1}^r \ln(s_{2,i} + \tau) \\ \text{sujeita a} \quad & \hat{\delta}^+ - \Delta + \mathbf{s}_1 = \mathbf{0} \\ & \hat{\delta}^+ + \Delta - \mathbf{s}_2 = \mathbf{0} \\ & \mathbf{s}_1 \geq 0, \quad \mathbf{s}_2 \geq 0, \quad \tau > 0 \end{aligned} \quad (2.16)$$

onde  $\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2 \in \mathbb{R}_{\geq 0}^r$  são os vetores de variáveis de folga (*slack variables*),  $\mu \in \mathbb{R}$  é o parâmetro de barreira tal que  $\mu \rightarrow 0$  ao fim do processo de otimização, e  $\tau \in \mathbb{R}_{> 0}$  é o parâmetro de barreira de segurança. O resultado de (2.16) é o conjunto  $\hat{\delta}^+$  ótimo, que é usado em (2.5) para determinação de  $\hat{\Gamma}^+$ .

Apesar de se recomendar neste trabalho o uso do método de otimização proposto em Oliveira et al. (2015) para resolver o problema de otimização de modo mais rápido e eficiente, e assim evitar problemas numéricos, o uso de algoritmos de Pontos Interiores – *Interior Point* (IP) mais simples também podem prover resultados aceitáveis. A diferença fundamental entre a (2.16) e outros algoritmos IP é que  $\mathbf{s}_1$  e  $\mathbf{s}_2$  nulos são permitidos, ao adicionar os parâmetros de barreira de segurança  $\tau$ .

### 2.1.3 Função de Recuperabilidade de Parâmetros

Dada a possibilidade do sinal de entrada  $\mathbf{u}$  não ter persistência de excitação suficiente (ÅSTRÖM; WITTENMARK, 2013), mesmo que  $\Sigma_\epsilon = 0$  (e portanto  $f_o(\cdot) = 0$ ) não há garantias que  $\tilde{\Gamma}^p \approx \hat{\Gamma}^- + \hat{\delta}^+$  seja obtido. Neste caso, um mecanismo de avaliação pode ser proposto para avaliar a persistência de excitação de um dado sinal. A **função de recuperabilidade de parâmetros**  $f_{\hat{\delta}}(\cdot)$  é uma métrica projetada para avaliar a excitação de um sinal de entrada  $\mathbf{u}$ . Um determinado sinal é considerado rico se, a despeito da minimização do erro de saída, os parâmetros  $\hat{\Gamma}^+$  convergem para  $\tilde{\Gamma}^p$ , satisfazendo a Equação 2.5.

Para garantir essa convergência, é necessário minimizar a seguinte métrica (normalizada):

$$f_{\hat{\delta}}(\hat{\Gamma}^+ | f_o) = \sum_{i=1}^r \frac{(\hat{\gamma}_i^+ - \tilde{\gamma}_i^p)^2}{|\hat{\gamma}_i^-| + \beta} \quad (2.17)$$

onde  $\beta = 0.025$  se  $|\hat{\gamma}_i^-| < 0.05$ , e zero, caso contrário. A variável  $\beta$  é apenas de uma estratégia para evitar a divisão por zero, ou por valores muito pequenos. Esta métrica é normalizada devido a grande variação da ordem de grandeza dos parâmetros: a variação de uma unidade em um parâmetro na ordem de  $10^5$  é menos relevante do que em um parâmetro na ordem de  $10^0$ , portanto deve ser contabilizada como tal.

### 2.1.4 Abordagem de Otimização de Duas Camadas

Considerando os conceitos e funções apresentadas nas seções anteriores, a metodologia de otimização de duas camadas é definida por:

$$\underset{\mathbf{u}}{\text{minimize}} \left( \kappa_1 \Theta(\cdot | f_{\text{tilde}}, \mathbf{u}) + \kappa_2 f_o(\cdot | \Theta) + \kappa_3 f_{\hat{\delta}}(\cdot | f_o) \right) \quad (2.18)$$

Note que cada função membro influencia as seguintes em cascata. Inicialmente, é feita a avaliação da função  $\Theta(\cdot)$ , cuja ordem de prioridade lexicográfica definirá entre a penalidade e a avaliação do espaço e do tempo.

A presença da saída de  $\Theta(\cdot)$  na função  $f_o(\cdot)$  representa a necessidade de sua avaliação ou não. Como descrito na Subseção 2.1.1, caso  $\Theta(\cdot)$  apresente penalidades, o cálculo de  $f_o(\cdot)$  e  $f_{\hat{\delta}}(\cdot)$  não é efetuado. Isto é desnecessário, visto que estas funções são

ponderadas com ganhos  $\kappa_2$  e  $\kappa_3$ , por definição muito menores que  $\kappa_1$ , portanto seu impacto na avaliação do sinal seria irrisório. Por outro lado, não avaliar  $f_o(\cdot)$  – e conseqüentemente  $f_{\hat{\delta}}(\cdot)$  – acarreta em um grande melhoria de desempenho computacional, uma vez que a resolução do SBIP não é efetuada.

## 2.2 Optimal Input Design Probabilístico e Otimização

A Seção 2.1 abordou de maneira geral a arquitetura de OID e OPE proposta, especificamente a estratégia de separação do problema de otimização em duas camadas. Enquanto a implementação da camada interna de otimização foi apresentada na Subseção 2.1.2, a camada externa foi formulada sem uma a devida exposição formal.

Essa Seção aborda o algoritmo de otimização da camada externa, que é responsável por alcançar o objetivo final, isto é, o projeto de um sinal de entrada (sub)ótimo, para estimação ótima de parâmetros.

### 2.2.1 Representação do Sinal

Com o intuito de encontrar um sinal de entrada (sub)ótimo  $\mathbf{u}^\oplus$ , é necessário primeiramente definir uma representação matemática apropriada de  $\mathbf{u}$ , de modo que seja possível executar operações básicas com este sinal. Assim, considere o vetor  $\Xi \in \mathbb{R}^{2pk}$ , que representa os componentes de  $\mathbf{u}$  divididos em  $k$  estágios, como um sinal APRBS, de modo que

$$\Xi := \begin{bmatrix} t_1^{u_1}, \dots, t_k^{u_1}, t_1^{u_2}, \dots, t_k^{u_2}, \dots, t_1^{u_p}, \dots, t_k^{u_p}, \\ a_1^{u_1}, \dots, a_k^{u_1}, a_1^{u_2}, \dots, a_k^{u_2}, \dots, a_1^{u_p}, \dots, a_k^{u_p} \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

onde

$$\begin{aligned} (t_{\min})_i^{u_j} \leq \Xi_d = t_i^{u_j} \leq (t_{\max})_i^{u_j}, \quad 1 \leq d = (j-1) * k + i \leq pk \\ (a_{\min})_i^{u_j} \leq \Xi_d = a_i^{u_j} \leq (a_{\max})_i^{u_j}, \quad pk < d = (j-1) * k + i + pk \leq 2pk \end{aligned} \quad (2.20)$$

onde  $1 \leq i \leq k$  and  $1 \leq j \leq p$  representa o  $i$ -ésimo estágio (degrau) da  $j$ -ésimo componente da entrada,  $t_i^{u_j}$  e  $a_i^{u_j}$  são respectivamente o tempo de execução e amplitude do estágio,  $(t_{\min})_i^{u_j}$  e  $(t_{\max})_i^{u_j}$  são respectivamente o mínimo e máximo tempo de execução, e  $(a_{\min})_i^{u_j}$  e  $(a_{\max})_i^{u_j}$  a mínima e máxima amplitude dos estágios do sinal. Finalmente, é definida a função  $f_\Xi \in \mathbb{R}$  como a métrica de avaliação do sinal  $\Xi$ :

$$f_\Xi = \underset{\Xi}{\text{minimize}} (\kappa_1 \Theta(\cdot | \cdot, \Xi) + \kappa_2 f_o(\cdot | \Theta) + \kappa_3 f_{\hat{\delta}}(\cdot | f_o)) \quad (2.21)$$

É possível que cada componente do sinal de entrada demande um tempo de execução diferente. Mesmo que uma entrada com essas características seja mal avaliada

durante o processo de otimização, isso poderia causar um aumento desnecessário de custo computacional, e aumentar o espaço de solução. Para evitar esses problemas, o tempo de cada componente é equalizado, de acordo com o maior tempo de execução dentre todos. Para tanto, cada componente repete sua porção inicial até que todos os componentes tenham a duração do maior sinal. Para simplificar essa descrição, a Figura 2 é apresentada como exemplo, onde o componente  $u_1$  apresenta um tempo de execução maior, isto é, 20 unidades de tempo ( $tu$ ), enquanto os sinais  $u_2$  e  $u_3$  apresentam apenas  $15tu$  e  $14tu$ . Portanto, se fez necessário que a parte inicial de  $u_2$  e  $u_3$  fossem repetidas, até que o tempo final destes sinais fosse  $20tu$ , como  $u_1$ .

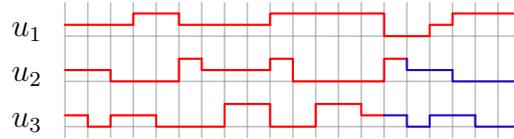


Figura 2 – Exemplo: Sinal de entrada discreto com 7 estágios.

Uma das vantagens de se adotar essa prática é que ao invés de normalizar o tempo de execução dos sinais, é possível ter um número variável de estágios em cada uma das componentes de entrada, com uma representação matemática única, e com operações matemáticas simples e eficientes entre as instâncias. Deste modo, operações como multiplicação escalar, soma e subtração são executadas elemento a elemento, e o resultado final é forçado a uma região de factibilidade, de acordo com (2.20).

## 2.2.2 Avaliação

Não é o escopo deste trabalho discutir qual metodologia de otimização seria a mais adequada para resolver o problema (2.21), contudo é proposto um novo algoritmo baseado em enxame de partículas – *Particle Swarm-Like Optimization* (PSLO) – baseado em Shi et al. (2001) e Silva, Freire e Honório (2016), capaz de resolver o problema satisfatoriamente.

A população do PSLO consiste de  $z \in \mathbb{N}$  sinais  $\Xi$ :

$$\text{Pop} = [\Xi^1, \Xi^2, \dots, \Xi^z] \quad (2.22)$$

onde a avaliação de um dado sinal  $id$  é representada por  $f_{\Xi}^{id}$  (2.21).

Considere  $\Xi^{id,best} \in \mathbb{R}^{2pk}$  o histórico de valores do  $id$ -ésimo indivíduo da população  $Pop$ , que apresenta a melhor avaliação em relação a (2.21) e  $\Xi^{BEST}$  a melhor avaliação calculada entre todos os indivíduos em  $\Xi^{id,best}$ .

O progresso de busca é uma combinação de operadores globais e locais que visam convergência e/ou divergência entre os indivíduos. Enquanto operadores de convergência produzem soluções mais rapidamente, também são mais sensíveis a mínimos locais. Por sua vez, operadores de divergência expandem o espaço de busca, e melhoram as chances de

encontrar diversos mínimos locais, contudo consomem muito tempo. Para lidar com esse problema, [Silva, Freire e Honório \(2016\)](#) apresentam uma metodologia probabilística com multi-operadores. Baseado nesta metodologia, foi adotado uma abordagem simplificada com quatro operadores. O critério de convergência é também multiparamétrico: cada medida de aptidão tem seu próprio índice, determinado pelo usuário, i. e.  $\epsilon_1, \epsilon_2$  e  $\epsilon_3 \in \mathbb{R}$ , e também há um número máximo de iterações  $I_{max} \in \mathbb{N}$ . Então, é definido que o algoritmo obteve convergência pela *flag*

$$fPop = 0 \quad (2.23)$$

que acontece quando as seguintes condições são satisfeitas

$$(\kappa_1 \Theta \leq \epsilon_1) \cap (\kappa_2 f_o \leq \epsilon_2) \cap (\kappa_3 f_\delta \leq \epsilon_3) \cup (I_i \geq I_{max}) \quad (2.24)$$

onde  $I_i$  é a iteração corrente. Deste modo, a cada iteração  $I_i$  e até o critério de convergência ser encontrado, um dos seguintes operadores é escolhido para evoluir a população.

### 2.2.2.1 Operador do Enxame de Partículas

Este operador considera o deslocamento de um dado indivíduo  $\Xi^{id}$  no espaço de solução, com uma velocidade  $\mathbf{V} \in \mathbb{R}^{2pk}$  definida por

$$\mathbf{V}^{id} = c_{in} \mathbf{V}^{id} + c_1 \text{rnd}(0, 1) \times (\Xi^{id,best} - \Xi^{id}) + c_2 \text{rnd}(0, 1) \times (\Xi^{BEST} - \Xi^{id}) \quad (2.25)$$

onde  $c_{in} \in \mathbb{R}$  é o parâmetro de inércia,  $c_1$  and  $c_2 \in \mathbb{R}$  são os coeficientes do tamanho de passo, e  $\text{rnd}(0, 1) \in \mathbb{R} \mid \text{rnd}(0, 1) \subset [0, 1]$  é um número aleatório. A atualização da população é dada por

$$\Xi^{id} = \Xi^{id} + w_{id} \times \mathbf{V}^{id}, \forall id \in \{1, 2, \dots, z\} \quad (2.26)$$

onde  $w_{id} \in \mathbb{R}$  é um parâmetro de inovação. Será assumido que  $c_{in} = 0.2$ ,  $c_1 = 0.5$  and  $c_2 = 0.3$ .

### 2.2.2.2 Crossover Unitário

Para um dado indivíduo pai  $\Xi^{id,best}$ , um segundo indivíduo  $\Xi^{n,best}$  com  $id \neq n$  é selecionado aleatoriamente. Eles darão origem a um novo indivíduo  $\Xi^0$ , com uma mistura uniforme de seus parâmetros, de modo que para cada parâmetro  $d$

$$\Xi_d^0 := \begin{cases} \Xi_d^{id,best} & , \text{ se } \text{rnd}(0, 1) \leq 0.5 \\ \Xi_d^{n,best} & , \text{ caso contrário} \end{cases} \quad (2.27)$$

onde para cada parâmetro  $p$ , um novo  $\text{rnd}(0, 1)$  é selecionado.

### 2.2.2.3 Mutação Aleatória

A mutação gera um novo indivíduo  $\Xi^0$  aleatoriamente nos parâmetros do pior indivíduo  $\Xi^{id,best}$  presente na população  $Pop$ .

$$\Xi_d^0 := \text{rnd}(0.9, 1.1) \times \Xi_d^{id,best} \quad (2.28)$$

onde para cada  $p$ , uma nova amostra aleatória é gerada.

### 2.2.2.4 Recombinação Linear

Para um dado indivíduo pai  $\Xi^{id,best}$ , um segundo  $\Xi^{n,best}$  é aleatoriamente escolhido, com  $id \neq n$ . Este operador elabora um novo indivíduo  $\Xi^0$  como uma combinação linear dos dois indivíduos pais.

$$\Xi^0 := \Xi^{id,best} + \text{rnd}(-1.5, 1.5) \times (\Xi^{n,best} - \Xi^{id,best}) \quad (2.29)$$

## 2.2.3 Algoritmo Final

A metodologia de encontrar sinais persistentemente excitantes para estimação ótima de parâmetros é dividida em dois processos, como mostrado nos Algoritmos (1), (2) e (3), onde os dois primeiros são relativos à construção do sinal de excitação, e o último relativo   aplicação a um NDS, para a estimativa ótima de seus parâmetros.

A parte mais importante da metodologia proposta é o procedimento de avaliação apresentado no Algoritmo (1). Dado um sinal  $\Xi^{id}$ , o algoritmo começa por avaliar  $f_{\text{tilde}}$  e  $\Theta$ , com o intuito de verificar se os limites operacionais foram atendidos. Caso o sistema se encontre dentro da região desejada (isto é, sem penalidades), o processo de otimização interno realiza a busca pelo melhor conjunto de parâmetros  $\hat{\Gamma}^+$  que minimiza o erro de saída. Isso é feito usando a minimização de (2.16). A diferença ponderada entre  $\hat{\Gamma}^+$  e  $\tilde{\Gamma}^p$  é calculada, através de  $f_{\delta}$ , de modo a aferir se o sinal de excitação apresentou excitação suficiente à planta. Finalmente, a avaliação do sinal é calculada, em respeito a todos os critérios desejados.

Este processo de avaliação de indivíduos é usado ao longo da geração do sinal de excitação ótimo, apresentada no Algoritmo 2. Ele é executado logo no início deste Algoritmo, após a inicialização da população, e logo após a geração de novos indivíduos pelos processos evolutivos. Como observação final, apenas um operador é escolhido a cada geração. O resultado do Algoritmo é um indivíduo  $\Xi^\oplus$ , que incorpora um sinal de excitação (sub) timo persistentemente excitante e capaz de manter o sistema dentro de uma região desejada.

**Algoritmo 1** Processo de Avaliação do Sinal

---

```

1: função AVALIAINDIVÍDUO( $\Xi$ )
2:   Calcule:  $f_{\text{tilde}}(\cdot | \Xi)$ 
3:   Calcule:  $\Theta(\cdot | f_{\text{tilde}}, \Xi)$ 
4:   se  $\Theta \subset \text{limits}$  então
5:     Calcule:  $f_o(\cdot | \Theta)$ 
6:     Calcule:  $f_{\hat{\delta}}(\cdot | f_o)$ 
7:   senão
8:     determine:  $\kappa_2 f_o + \kappa_3 f_{\hat{\delta}} = 0$ 
9:   fim se
10:  Calcule:  $f_{\Xi} = \kappa_1 \Theta + \kappa_2 f_o + \kappa_3 f_{\hat{\delta}}$ 
11:  retorne:  $f_{\Xi}$ 
12: fim função

```

---

**Algoritmo 2** Geração de Sinal de excitação persistentemente excitante sub-ótimo

**Entrada:**  $x_0, \mathcal{M}(\hat{\Gamma}^-)$ ,

```

1: Inicialização : Inicialize  $Pop$  com  $z$  sinais e ajuste  $fPop = 1$ 
2: para cada  $\Xi^{id} \in Pop$  faça
3:    $f_{\Xi}^{id} = \text{AVALIAINDIVÍDUO}(\Xi^{id})$ 
4: fim para
5: enquanto  $fPop == 1$  faça
6:   Selecione operador evolutivo OP
7:   para cada  $\Xi^{id} \in Pop$  faça
8:      $\Xi^0 = \text{OP}(\Xi^{id})$ 
9:      $f_{\Xi^0} = \text{AVALIAINDIVÍDUO}(\Xi^0)$ 
10:    se  $f_{\Xi^0} < f_{\Xi^{id}}$  então
11:       $\Xi^{id} = \Xi^0$ 
12:       $f_{\Xi^{id}} = f_{\Xi^0}$ 
13:    fim se
14:  fim para
15:  Atualize  $fPop$ 
16: fim enquanto
17: retorne:  $\Xi^{\oplus} = \Xi^{BEST}$ 

```

---

A utilização de  $\Xi^{\oplus}$  em um sistema desconhecido  $\mathcal{R}(\Gamma)$  é feito através do Algoritmo 3, um algoritmo de OPE. O sinal parametrizado por  $\Xi^{\oplus}$  permite a construção de  $\mathbf{u}^{\oplus}$ , e este sinal é submetido ao sistema que se deseja estimar. O resultado dessa simulação é usado na linha 2 no algoritmo de otimização interno, de onde se extrai o conjunto de parâmetros ótimo  $\hat{\Gamma}^+$ .

**Algoritmo 3** Estimação Ótima de Parâmetros

**Entrada:**  $x_0, \Xi^{\oplus}, \mathcal{M}(\Gamma), \mathcal{R}(\Gamma)$ .

```

1: Inicialização : determine  $f_{\text{tilde}}(x_0, \Gamma | \Xi^{BEST})$  para o NDS  $\mathcal{R}(\Gamma)$ .
2: Avalie:  $f_o(\cdot | f_{\text{tilde}}, \Xi^{BEST})$ 
3: retorne  $\hat{\Gamma}^+$ 

```

---

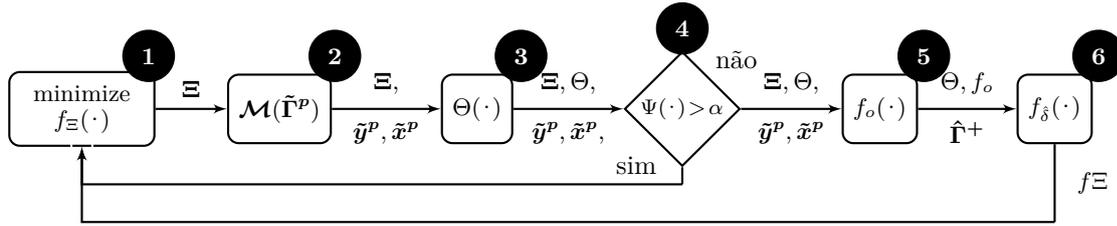


Figura 3 – Diagrama de Blocos – Metodologia SOESGOPE

A Figura 3 apresenta de modo simplificado o funcionamento do Algoritmo 2. O Bloco 1 representa a estrutura de minimização de  $f_{\Xi}(\cdot)$ , que apresenta sinais candidatos  $\Xi$  para avaliação. Um sinal  $u$ , parametrizado por  $\Xi$  é submetido ao sistema perturbado através de apenas uma simulação (Bloco 2). De posse dos resultados da simulação, o cálculo de  $\Theta(\cdot)$  (Bloco 3), permite a escolha entre um par penalidade/avaliação, através de uma ordem de prioridade lexicográfica (Bloco 4). Caso as penalidades sejam maiores que o elemento  $\alpha$ , não são realizados os cálculos de  $f_o(\cdot)$  e  $f_{\delta}(\cdot)$ , uma vez que seriam negligenciáveis perante  $\Psi(\cdot)$ , devido a ordem de grandeza dos ganhos de ponderação. Neste caso, o Bloco 1 da otimização externa receberá  $f_{\Xi}(\cdot) = \Theta(\cdot) = \Psi(\cdot)$ .

Por outro lado, caso as penalidades sejam menores que  $\alpha$ , a otimização interna (Bloco 5) é realizada, e será possível avaliar a qualidade do ajuste de saída. Com os resultados da otimização interna, a métrica de recuperabilidade de parâmetros  $f_{\delta}(\cdot)$  pode ser determinada (Bloco 6). Deste modo, será retornado para o otimizador os valores de  $\Theta = \frac{1}{\kappa_1} t_u + \frac{\kappa_t}{\kappa_1} f_V(\cdot)$ ,  $f_{\delta}(\cdot)$  e  $f_o(\cdot)$ .

Após a descrição matemática formal da metodologia, o Capítulo 3 o apresentará um exemplo de aplicação da metodologia em um caso tutorial, e também uma série de análises sobre seu funcionamento. A aplicação em um sistema não linear real (robô diferencial) será abordada, bem como avaliação em casos complexos e comparativos com a literatura, em simulação.

## 3 Avaliação Tutorial do Método proposto

O Capítulo 2 apresentou formalmente a metodologia de geração de sinal de excitação sub-ótimo e estimação ótima de parâmetros proposta neste trabalho. O objetivo deste Capítulo é analisar o comportamento da metodologia, explorando suas características de sintonia e aplicação. Inicialmente, na Seção 3.1 será abordado uma análise abrangente da metodologia, através de um caso de apresentação, baseado na estimação paramétrica de um modelo simplificado de robô diferencial. Resultados práticos da aplicação da metodologia serão apresentados.

Na Seção 3.3, o método será comparado com um exemplo da bibliografia do estudo conjunto de mecanismos de OID e OPE. Neste caso, os exemplos de sistemas tanque bomba, apresentados em Chianeh, Stigter e Keesman (2011). O primeiro caso trata de um sistema *Single-Input-Single-Output* (SISO) com uma bomba e um tanque, um sistema não linear cujo parâmetro sendo buscado já é conhecido, pois sua modelagem é dada pela lei de Bernoulli. O segundo caso aborda um problema MIMO, com duas bombas e dois tanques em série, para aumentar o nível de dificuldade das tarefas de OID e OPE.

O terceiro caso abordado, na Seção 3.4, é mais desafiador, e trata-se uma modificação de um modelo matemático apresentado em Strogatz (2014). Além dos desafios propostos nos outros exemplos, a não linearidade é mais severa, e a variação dos quatro parâmetros altera fortemente o comportamento do sistema, podendo levar a comportamentos instáveis, e descontinuidades, que o sinal de excitação  $\mathbf{u}^\oplus$  deverá impedir para que o sistema não deixe uma região de comportamento seguro.

### 3.1 Caso de Apresentação

Todos os casos apresentados nesta seção discutirão vários aspectos relativos ao núcleo principal da metodologia. Para esse efeito, será utilizado um exemplo simples, embora representativo e fácil reprodução, utilizando o robô móvel diferencial mostrado na Figura 4. Uma abordagem unificada entre modelagem newtoniana e lagrangiana para robôs diferenciais pode ser encontrada em Dhaouadi e Hatab (2013).

As variáveis de estado são representadas por  $\mathbf{x}(t) = [p_x(t), p_y(t), \theta(t), v(t), \omega(t), \dot{\phi}_r(t), \dot{\phi}_l(t)]^T$  onde  $p_x(t)$ ,  $p_y(t)$  e  $\theta(t)$  são as posições norte, oeste e angular;  $v(t)$  e  $\omega(t)$  são as velocidades lineares e angulares;  $\dot{\phi}_r(t)$  e  $\dot{\phi}_l(t)$  são as velocidades angulares das rodas direita e esquerda. A variável de entrada é  $\mathbf{u} = [E_r(t), E_l(t)]^T$  e  $E_r(t)$  e  $E_l(t)$ , representando os níveis de tensão aplicados aos motores das rodas direita e esquerda, respectivamente.

O modelo dinâmico do robô diferencial foi construído através de mecânica lagrangi-

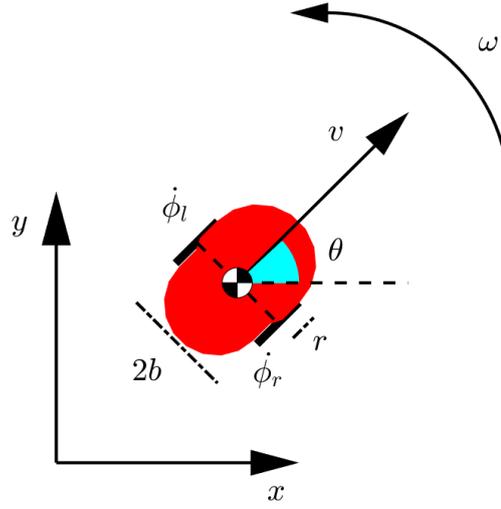


Figura 4 – Figura ilustrativa de um robô móvel diferencial.

ana, conjuntamente com a dinâmica do motor de corrente contínua (DHAOUADI; HATAB, 2013). A dinâmica do robô é acoplada à dinâmica dos motores, logo, as variáveis de entrada são os níveis de tensão ao invés do torque. Esta dinâmica é dada por:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \begin{bmatrix} v(t) \cos(\theta(t)) \\ v(t) \sin(\theta(t)) \\ \omega(t) \\ (\ddot{\phi}_r(t) + \ddot{\phi}_l(t))/2 \\ (\ddot{\phi}_r(t) - \ddot{\phi}_l(t))r/b \\ p_2 \ddot{\phi}_l(t) + p_3 \dot{\phi}_r(t) \\ p_2 \ddot{\phi}_r(t) + p_3 \dot{\phi}_l(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ p_1 & 0 \\ 0 & p_1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} E_r(t) \\ E_l(t) \end{bmatrix} + \boldsymbol{\vartheta}(t) \quad (3.1)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{x}(t)$$

onde:

$$p_1 = \frac{K_t}{R(2a_1 + I_s)}, \quad p_2 = -\frac{a_2}{2a_1 + I_s}, \quad p_3 = -\frac{\frac{K_t K_w}{R} + \nu}{2a_1 + I_s}, \quad (3.2)$$

e:

$$a_1 = \frac{mr^2}{8} + \frac{I_{zz}r^2}{2b^2} + \frac{I_w}{2}, \quad a_2 = \frac{mr^2}{4} - \frac{I_{zz}r^2}{b^2} \quad (3.3)$$

onde  $m$  e  $I_{zz}$  são a massa do robô e o momento de inércia sobre o eixo  $z$ ;  $I_w$  e  $I_s$  são os momentos de inércia da roda e do eixo do robô;  $K_t$  e  $K_w$  são as constantes de torque e tensão;  $R$  é a resistência elétrica da armadura;  $\nu$  é o coeficiente de atrito viscoso;  $r$  é o raio da roda e;  $b$  é a metade da distância entre as rodas do robô. Finalmente, o vetor  $\boldsymbol{\vartheta}(t) \in \mathbb{R}^7 \mid \boldsymbol{\vartheta}(t) = \mathcal{N}(\mathbf{0}, \boldsymbol{\sigma}^2)$  é um vetor de ruído gaussiano de processo, que emula a imprecisão do sistema. Neste trabalho, o vetor de variância foi escolhido com valores que tipicamente estão um pouco acima da ordem de grandeza de valores realistas, i. e.  $\boldsymbol{\sigma}^2 = [1.5 \cdot 10^{-3}, 1.5 \cdot 10^{-3}, 1.5 \cdot 10^{-2}, 0.04, 0.01, 0.01, 0.01]^T$ . Esses valores são maiores que os valores dos equipamentos comercialmente disponíveis, com o intuito de representar um problema mais desafiador. Simulações serão executadas considerando os parâmetros do robô móvel mostrados na Tabela 1.

Tabela 1 – Parâmetro do robô móvel “real” –  $\boldsymbol{\Gamma}$ .

Parâmetro	Valor	Unidade	Parâmetro	Valor	Unidade
$m$	80.39	kg	$\nu$	18.17	kg/ms
$r$	0.20	m	$K_t$	76.54	–
$b$	0.34	m	$I_{zz}$	8.48	kg m <sup>2</sup>
$R$	17.07	$\Omega$	$I_w$	59.48	kg m <sup>2</sup>
$I_s$	83.02	kg m <sup>2</sup>	$K_w$	5.32	–

Apenas para simplificar uma análise introdutória, será assumido que os únicos parâmetros não conhecidos e que devem ser estimados são  $\boldsymbol{\Gamma} = [\nu, K_t, I_{zz}]^T$ . Portanto, todos os outros são considerados fixos e bem conhecidos. Assim, o objetivo é, dado uma estimativa inicial de parâmetros, encontrar um sinal de excitação capaz de obter a estimativa “*a posteriori*”  $\hat{\boldsymbol{\Gamma}}^+$  que correspondam aos valores mostrados na Tabela 1. Considera-se também que a área total disponível e o tempo de desempenho das simulações são limitados. Em todos os casos apresentados a seguir, a menos se especificado em contrário, a posição inicial do robô é na origem, o ângulo de guinada em relação ao norte é 0,  $\kappa_1 = 10^5$ ,  $\kappa_2 = 10^2$ ,  $\kappa_3 = 10^3$ ,  $\kappa_t = 1$  e  $\mathbf{W} = \mathbf{I}_{7 \times 7}$ , onde  $\mathbf{I}_{7 \times 7}$  é uma matriz identidade de ordem 7.

### 3.1.1 Análise do Caso Tutorial

O primeiro cenário reproduzirá um típico e simples problema de estimação de parâmetros. Assume-se que os parâmetros mostrados na Tabela 1 representam com precisão a dinâmica do robô e serão tratados como o robô real  $\mathcal{R}(\boldsymbol{\Gamma})$ . No entanto, supõe-se que não se conhece precisamente 3 desses parâmetros, por exemplo  $\hat{\boldsymbol{\Gamma}}^- = [\nu, K_t, I_{zz}]^T$ . Assim, é necessário fazer uma estimativa inicial deles. O sistema  $\mathcal{M}(\hat{\boldsymbol{\Gamma}}^-)$ , denominado como simulado, representa a estimativa “*a priori*”. Assumindo que não se sabe o valor dos 3 parâmetros reais, é impossível garantir que um determinado sinal tenha persistência de excitação para encontrar exatamente os valores mostrados na Tabela 1, mesmo que seja capaz de reproduzir a mesma saída de ambos os sistemas reais e simulados. Para contornar este problema, outro

conjunto de parâmetros é definido: a estimativa inicial perturbada  $\tilde{\Gamma}^p$ . Deste modo, um novo sistema  $\mathcal{M}(\tilde{\Gamma}^p)$  será denominado como perturbado.

As estimativas inicial e perturbada escolhidas são  $\hat{\Gamma}^- = [16.25, 75.05, 9.66]^T$  e  $\tilde{\Gamma}^p = [17.33, 61.82, 13.52]^T$ , respectivamente. A primeira linha da Tabela 2 mostra os resultados do primeiro caso demonstrativo. Dados estes dois sistemas, o Algoritmo 2 é executado de modo a gerar um sinal de excitação  $\mathbf{u}^\oplus$ , que torne possível encontrar uma estimativa  $\hat{\delta}^+$  que minimize  $f_\delta(\cdot)$ , a heurística para a persistência de excitação, conjuntamente com o ajuste de saída  $f_o(\cdot)$ , e a soma ponderada das restrições de tempo e espaço de estados  $\Theta(\cdot)$ . O sinal sub-ótimo  $\mathbf{u}^\oplus$  obtido é mostrado na figura Figura 5. A Figura 6 mostra o histórico logarítmico de convergência de cada uma das funções objetivos individualmente, durante o processo de otimização do sinal e excitação.

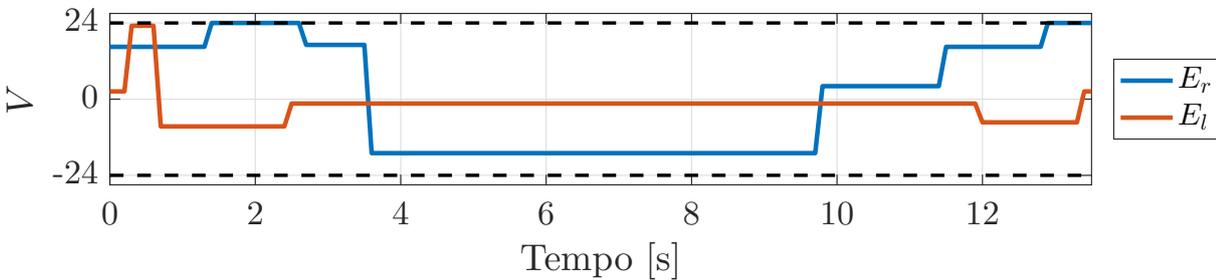


Figura 5 – Sinal sub-ótimo  $\mathbf{u}^\oplus$  gerado pela Simulação 1.

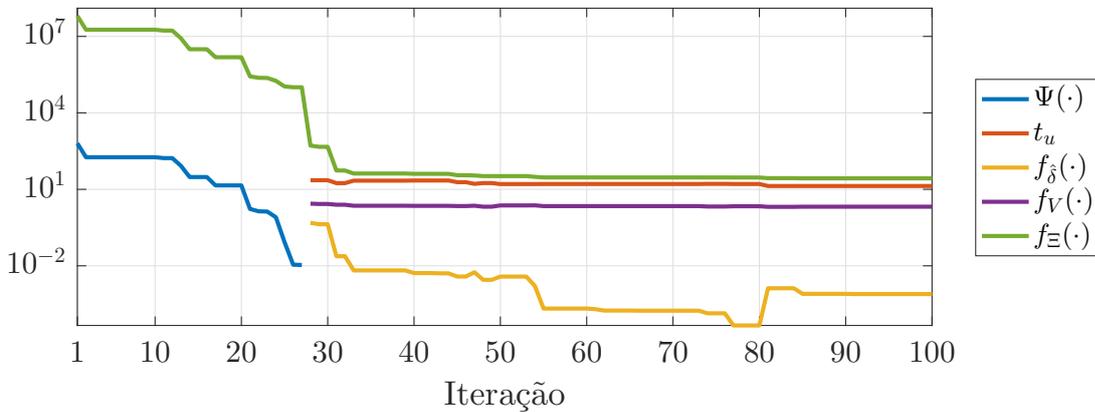


Figura 6 – Gráfico semi-logarítmico de análise de convergência considerando as constantes ( $\Psi$ ), espaço ( $f_V$ ), tempo ( $t_u$ ) e minimização de similaridade de parâmetros ( $f_\delta$ ). O somatório dos pesos é representado por  $f_\Xi$ .

Pela Figura 6, é possível perceber que o sistema não estava dentro dos limites operacionais desejados até a 28ª iteração, isto é, até esta iteração  $\Psi(\cdot) \neq 0$ . Até a 28ª iteração, é possível notar que a curva  $f_\Xi(\cdot)$  é formada por  $\Psi(\cdot)$  deslocado, pelo valor  $\kappa_1$ . As penalidades são muito pequenas entre a 20ª e a 28ª, da ordem de  $10^{-2}$ . O ganho  $\kappa_1$  muito maior que os demais permite que mesmo sinais com penalidades pequenas sejam fortemente penalizados. Uma vez dentro dos limites impostos, o Algoritmo 2 não é mais

capaz de selecionar partículas com penalidades como as melhores. Entre a iteração 55 a 80 há uma contínua melhoria da persistência de excitação do sinal, atingindo seu ápice na iteração 80. A partir de então, a riqueza do sinal apresenta uma piora suave, devido a melhoria das outras métricas, em especial  $t_u$ .

Continuando o processo, o sinal de entrada  $\mathbf{u}^\oplus$  é aplicado a  $\mathcal{R}(\Gamma)$  com o intuito de encontrar uma estimativa “*a posteriori*” ótima. O resultado desta estimativa é  $\hat{\Gamma}^+ = [18.11, 76.16, 7.44]^T$ , como mostrado na primeira linha da tabela Tabela 3. Comparando esse resultado com os valores reais  $\Gamma = [18.17, 76.54, 8.48]^T$ , é possível ver, através da métrica

$$\Sigma_{\hat{\Gamma}^+} = \sum_{i=1}^r \left| \frac{\gamma_i - \hat{\gamma}_i^+}{\gamma_i} \right| \quad (3.4)$$

que  $\Sigma_{\hat{\Gamma}^+} \approx 0.1229$ , considerando os ruídos do processo e medição. Esta métrica avalia o desvio de  $\hat{\Gamma}^+$  em relação à  $\Gamma$ . Portanto, dado o desvio pequeno das variáveis, é possível dizer que a Hipótese 1 foi mantida verdadeira. O sistema se manteve dentro da região desejada do espaço de estados e dentro dos limites temporais, o que permitiu a minimização de  $f_V(\cdot)$  e tempo  $t_u$ , dada a ordem de prioridade lexicográfica.

O *workspace* admissível escolhido foi de apenas  $1\text{m}^2$ , como mostrado na Figura 7, enquanto a Figura 8 mostra o restante das variáveis de estado. Note que o espaço definido não se limita ao plano horizontal  $\{x, y\}$ , que define o *workspace* do robô. O espaço escolhido é um hiperespaço contendo todas as variáveis de estado de  $\mathbf{x}(t)$ . O sinal de excitação  $\mathbf{u}^\oplus$  (Figura 5) induz velocidades positivas e negativas, de modo a excitar adequadamente a planta, mantendo dentro da porção do espaço de estados permitida, utilizando o menos tempo e espaço quanto possível.

Há mais quatro casos explicativos, cujos resultados de simulação são mostrados nas Tabelas 2 e 3. De agora em diante, serão abordados os casos de 2 a 5. Ao analisar os resultados, é possível verificar que, exceto para o 5º caso, onde a estimativa “*a priori*” estava longe demais dos valores reais, a metodologia proposta foi capaz de encontrar o conjunto original dentro de uma margem de erro  $\Sigma_{\hat{\Gamma}^+} < 10^{-1}$ , corroborando com a Hipótese 1. No entanto, a estimativa “*a posteriori*” do caso 5 é razoavelmente próxima dos valores reais, e bastante superior à estimativa “*a priori*”. As restrições impostas ao espaço de estado e ao uso do tempo foram respeitadas, de modo que as penalidades  $\Psi(\tilde{\mathbf{x}}^P)$ ,  $\Psi(\tilde{\mathbf{y}}^P)$ , e  $\Psi(t_u)$  foram todas nulas, como mostrado nas Figuras 7 e 8, simuladas com os valores da Tabela 1. O comportamento dessas Figuras indica que o cálculo das penalidades para  $\mathcal{M}(\tilde{\Gamma}^p)$  também levou  $\mathcal{R}(\Gamma)$  a respeitar as penalidades, tornando o experimento seguro.

Novamente, para o caso 5, ao se usar uma estimativa “*a posteriori*” como a nova estimativa “*a priori*”, o erro final de  $f_\delta(\cdot)$  se tornou cerca de  $10^{-3}$ , e a nova estimativa “*a posteriori*” foi  $\hat{\Gamma}^+ = [17.94, 76.24, 8.40]^T$ . Este experimento sugere que a metodologia pode

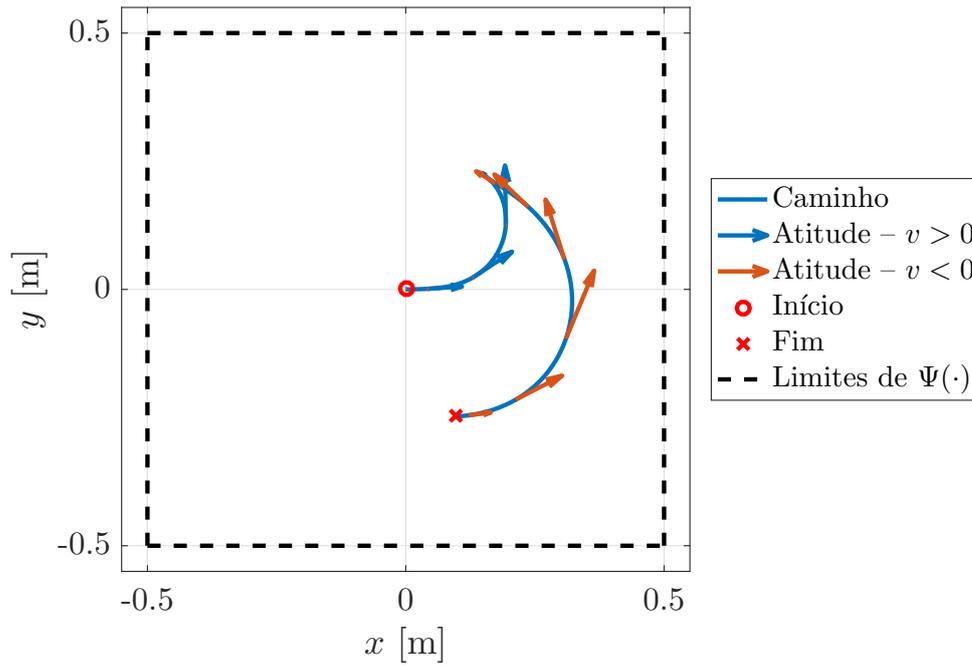


Figura 7 – Robô diferencial: trajetória no *workspace* e o ângulo de atitude  $\theta$  dentro das restrições impostas  $\Psi(x, y)$  – Simulação 1, com  $-0.5 < x, y < 0.5$

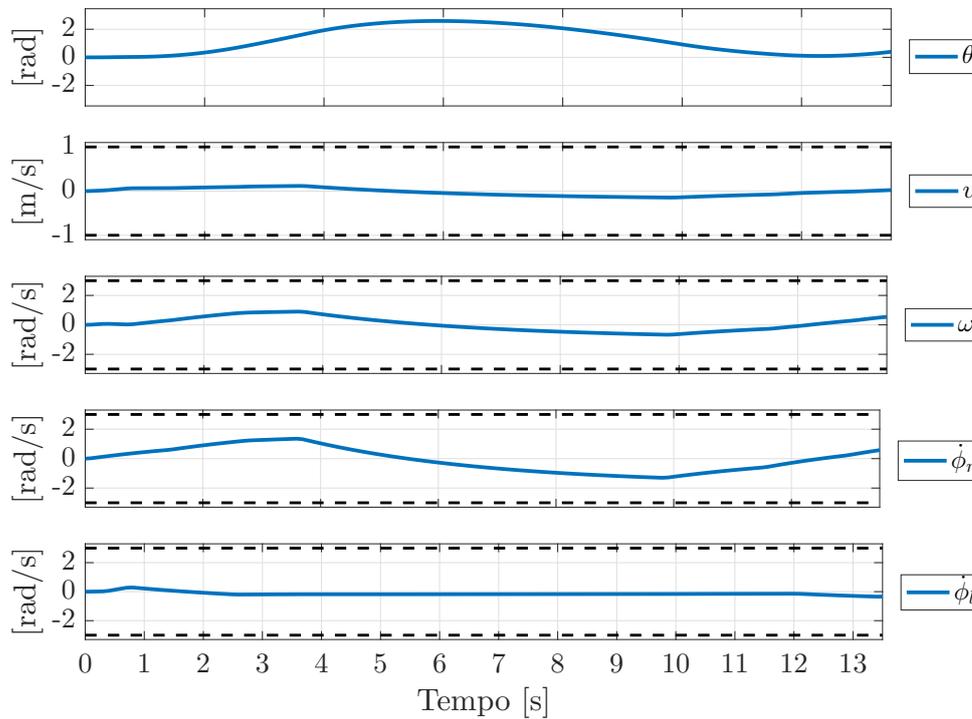


Figura 8 – Robô diferencial: estados  $[\theta, v, \omega, \dot{\phi}_r, \dot{\phi}_l]^T$  e restrições – Simulação 1

ser usada recursivamente em cenários onde o conhecimento “*a priori*” sobre os valores dos parâmetros, ou mesmo sobre todo o modelo, não é suficiente. A utilização da metodologia SOESGOPE de modo recursivo será abordada na Subseção 3.1.4.

Tabela 2 – Cenários de geração de sinais sub-ótimos –  $\mathbf{u}^\oplus$ .

Sim	$\hat{\Gamma}^-$			$\tilde{\Gamma}^p$			$f_o(\cdot)$	$f_\delta(\cdot)$	$t_u$	$f_V(\cdot)$
	$\nu$	$K_t$	$I_{zz}$	$\nu$	$K_t$	$I_{zz}$				
1	16.25	75.05	9.66	17.33	61.82	13.52	0.0849	$7.80 \cdot 10^{-4}$	13.50	2.08
2	8.58	63.00	2.06	9.15	51.90	2.88	0.0847	$2.65 \cdot 10^{-3}$	17.50	2.21
3	15.69	64.62	12.00	21.01	50.15	12.59	0.0855	$1.23 \cdot 10^{-4}$	11.10	1.63
4	19.01	71.11	13.40	24.27	57.45	15.94	0.0875	$4.45 \cdot 10^{-4}$	21.40	1.92
5	33.52	74.44	8.15	46.65	74.33	8.18	0.0849	$1.29 \cdot 10^{-3}$	17.40	1.85

Tabela 3 – Estimação de parâmetros ótimos “*a posteriori*” –  $\hat{\Gamma}^+$ .

Caso	$\hat{\Gamma}^+$			$f_o(\cdot)$	$f_\delta(\cdot)$	$f_V(\cdot)$
	$\nu$	$K_t$	$I_{zz}$			
1	18.11	76.16	7.44	0.0849	$7.80 \cdot 10^{-4}$	2.08
2	17.98	75.79	8.35	0.0847	$2.65 \cdot 10^{-3}$	2.21
3	18.07	75.80	6.70	0.0855	$1.23 \cdot 10^{-4}$	1.63
4	17.96	77.17	8.46	0.0875	$4.45 \cdot 10^{-4}$	1.92
5	18.52	78.12	10.15	0.0849	$1.29 \cdot 10^{-3}$	1.85

### 3.1.2 Impacto do Tamanho da População

A influência do número de partículas usados para obter um sinal sub-ótimo  $\mathbf{u}^\oplus$  é investigada nessa subseção. Quatro cenários diferentes são comparados na Tabela 4, quando 5, 10, 25 e 100 partículas são usados em cada um dos cenários, para a resolução do problema de otimização 2.10, através do PSLO apresentado. Em todos os casos a estimativa inicial do sistema e o sistema perturbado usados foram respectivamente  $\hat{\Gamma}^- = [4.09, 54.16, 8.00]^T$  e  $\tilde{\Gamma}^p = [4.64, 53.20, 8.27]^T$ , com um máximo de 100 iterações. É importante notar através da análise dos dados que quanto maior o número de partículas, menores foram todos os termos da função objetivo  $f_\Xi(\cdot)$ , portanto maior convergência para o conjunto dos parâmetros reais com menor tempo de estimação e utilizando uma porção menor do espaço de estados. Por outro lado, como já esperado, o tempo de convergência do Algoritmo 2 aumenta bastante com o aumento de número de partículas. Isso sugere que haja um limite prático para o número de partículas, visto que o tempo de convergência pode se tornar substancialmente alto, sem que haja para isso um aumento apreciável na qualidade do sinal obtido. O número de partículas pode ser determinado empiricamente baseado no conhecimento do usuário sobre o sistema em avaliação.

### 3.1.3 Análise de Confiabilidade

Uma questão fundamental sobre a robustez do método é baseada em quão confiável a Hipótese 1 é. Não é possível avaliar a sensibilidade do comportamento em questão de maneira genérica, dada a grande variedade de sistemas não lineares que a metodologia é aplicável. De modo a analisar a confiabilidade do método ao menos para este caso exemplo,

Tabela 4 – Sensibilidade ao número de partículas.

Partículas	$\Theta(\cdot)$	$f_o(\cdot)$	$f_\delta(\cdot)$	$t_u$	$f_V(\cdot)$	Tempo de Convergência [s]
5	$3.49 \cdot 10^{-4}$	0.0894	$6.03 \cdot 10^{-3}$	30.70	2.12	38.25
10	$2.00 \cdot 10^{-4}$	0.0867	$2.06 \cdot 10^{-4}$	15.70	2.13	46.68
25	$8.09 \cdot 10^{-5}$	0.0775	$2.02 \cdot 10^{-4}$	5.60	1.24	112.21
100	$6.64 \cdot 10^{-5}$	0.0748	$9.83 \cdot 10^{-5}$	4.50	1.07	384.23

será analisado nesta seção o comportamento do método com um aumento gradual da incerteza dos parâmetros, isto é, a distância da estimativa inicial  $\hat{\Gamma}^-$  dos parâmetros reais  $\Gamma$ , apresentados na Tabela 1. Um percentual de incerteza crescente é utilizado para estudar os efeitos do aumento desta distância. Os conjuntos de parâmetros  $\hat{\Gamma}^-$  e  $\tilde{\Gamma}^p$  são escolhidos de modo aleatório, através de

$$\hat{\gamma}_i^- = \gamma_i \left( 1 + \frac{var}{100} \varpi_1 \right) \quad (3.5)$$

$$\tilde{\gamma}_i^p = \hat{\gamma}_i^- \left( 1 + \frac{var}{100} \varpi_2 \right) \quad (3.6)$$

onde  $i \in \{1, 2, \dots, r\}$ ,  $var = \{10\%, 30\%, 50\%, 70\%, 90\%\}$ , and  $\varpi_1, \varpi_2 \in \mathbb{R} \mid \varpi_1, \varpi_2 \in [-1, 1]$  são números aleatórios com distribuições uniformes. Note que variação depende da magnitude do parâmetro  $\gamma_i$ , e que essa variação também afeta a escolha  $\gamma_i^p$ , como pode ser visto na Equação 3.6. Este procedimento é adotado para 100 casos para cada valor de  $var$ , e utilizados na obtenção de  $\mathbf{u}^\oplus$ . O melhor e o pior sinal obtido em cada caso são apresentados nas Tabelas 5 e 6.

Tabela 5 – Melhores conjuntos dos 100 conjuntos de estimação inicial –  $\hat{\Gamma}^-$ .

$var$	$\hat{\Gamma}^+$			$f_o(\cdot)$	$f_\delta(\cdot)$	$t_u$	$f_V(\cdot)$
	$\nu$	$K_t$	$I_{zz}$				
10%	18.19	76.52	8.44	0.0746	$4.88 \cdot 10^{-5}$	4.50	1.42
30%	18.02	76.06	6.69	0.0738	$9.01 \cdot 10^{-6}$	4.60	1.15
50%	15.14	71.48	6.04	0.0978	$6.36 \cdot 10^{-5}$	4.70	1.42
70%	12.35	72.23	3.64	0.0742	$1.78 \cdot 10^{-4}$	4.60	1.36
90%	17.94	76.64	9.13	0.0766	$6.48 \cdot 10^{-4}$	4.30	1.61

Tabela 6 – Piores conjuntos dos 100 conjuntos de estimação inicial –  $\hat{\Gamma}^-$ .

var	$\hat{\Gamma}^+$			$f_o(\cdot)$	$f_{\delta}(\cdot)$	$t_u$	$f_V(\cdot)$
	$\nu$	$K_t$	$I_{zz}$				
10%	18.32	76.66	8.35	0.0881	$3.78 \cdot 10^{-3}$	43.10	3.49
30%	18.15	76.65	8.94	0.1148	0.0169	36.10	5.91
50%	18.10	76.02	8.19	0.1147	0.0148	35.80	5.39
70%	12.21	68.79	2.56	0.1205	9.7120	38.20	3.04
90%	6.07	70.86	1.48	0.1282	49.4017	25.85	1.65

É considerado que a otimização teve sucesso quando é capaz de gerar um sinal  $\mathbf{u}^{\oplus}$  que tenha penalidades  $\Psi(\tilde{\mathbf{x}}^p) = \Psi(\tilde{\mathbf{y}}^p) = \Psi(t_u) = 0$ . A Tabela 7 resume a taxa de sucesso em cada nível de variação. A metodologia obteve sucesso em mais de 90% das tentativas para todos os valores de *var*. Pode-se citar ao menos duas causas que podem levar a otimização a não convergir: i) o conjunto de partículas é insuficiente ou mal escalado; e ii) os modelos  $\mathcal{M}(\hat{\Gamma}^-)$  e  $\mathcal{M}(\tilde{\Gamma}^p)$  são instáveis ou incompatíveis entre si ou com  $\mathcal{R}(\Gamma)$ . O segundo caso é mais difícil de identificar, e dependem em quão boas aproximações  $\mathcal{M}(\hat{\Gamma}^-)$  e  $\mathcal{M}(\tilde{\Gamma}^p)$ . Isso impacta fortemente na estimativa de  $\hat{\Gamma}^+$ , uma vez que isso impacta na qualidade do sinal  $\mathbf{u}^{\oplus}$  gerado.

A Tabela 5 apresenta os resultados da estimação dos melhores sinais de excitação dentre os cem conjuntos de  $\hat{\Gamma}^-$  e  $\tilde{\Gamma}^p$ . É notória a convergência de  $\gamma_1$  e  $\gamma_2$  na maioria dos cenários, mas uma dificuldade na estimação de  $\gamma_3$ . O bom desempenho das métricas pode ser causado pela proximidade de comportamento entre  $\mathcal{M}(\hat{\Gamma}^-)$  e  $\mathcal{M}(\tilde{\Gamma}^p)$ , acompanhados (ou não), da proximidade de  $\mathcal{R}(\Gamma)$ . Na terceira e quarta linhas da Tabela 5 é possível ver sinais com grande desempenho, contudo com estimação “*a posteriori*” pouco acuradas. Uma provável causa deste comportamento é uma diferença grande entre  $\mathcal{M}(\hat{\Gamma}^-)$  e  $\mathcal{R}(\Gamma)$ , o que invalidaria a Hipótese 1. Na Tabela 6 pode-se perceber que quanto maior a distância entre a estimativa e os valores reais, mais pobre o sinal de excitação gerado, o que fica evidenciado pela métrica  $f_{\delta}(\cdot)$ . A última linha da Tabela 6 demonstra muito bem o efeito da distância entre  $\mathcal{M}(\hat{\Gamma}^-)$ ,  $\mathcal{M}(\tilde{\Gamma}^p)$  e  $\mathcal{R}(\Gamma)$ . A métrica de persistência de excitação  $f_{\delta}(\cdot)$  apresentou desempenho muito ruim, cerca 76 mil vezes maior do que o melhor indivíduo com a mesma variação (última linha da Tabela 5). Como resultado deste mau desempenho, o valor de estimativa “*a posteriori*”  $\hat{\Gamma}^+$  obtido foi bastante diferente dos valores de  $\Gamma$ . As três primeiras linhas da Tabela 6 obtiveram resultados compatíveis com os valores de  $f_{\delta}(\cdot)$  obtidos em cada cenário, com  $\hat{\Gamma}^+ \approx \Gamma$ . Contudo, as demais métricas, como o tempo e o volume necessário para a execução, o que tornou  $f_{\Xi}(\cdot)$  proibitivamente alta.

Tabela 7 – Taxa de sucesso – 10 partículas.

var	10%	30%	50%	70%	90%
%	94	91	97	94	92

### 3.1.4 Análise de Recursividade

Na Seção anterior, foi possível observar que quando a estimativa inicial está longe dos valores reais, a metodologia não é capaz de encontrar o conjunto de parâmetros correto diretamente. No entanto, é possível usar a estimativa final como uma nova estimativa inicial. Os resultados usando a estimativa final das Tabelas 5 e 6 como uma nova estimativa inicial são mostrados nas Tabelas 8 e 9, respectivamente.

É possível perceber pelos resultados das estimativas  $\hat{\Gamma}^+$  que houve um aumento de desempenho em todos os cenários, tanto do melhor quanto do pior caso. O aumento da riqueza dos sinais é o mais notório na Tabela 9, atingindo valores muito inferiores aos da Tabela 6. A última linha da Tabela 9 houve uma melhoria na estimação de  $\gamma_1$  e  $\gamma_2$ , porém apenas uma pequena melhoria em relação a  $\gamma_3$ . Isso se deve a uma estimativa “*a priori*” muito pobre, porém melhor que a anterior. Isso indica que o uso recursivo da metodologia pode ser aplicado iterativamente, até que uma estimação mais adequada seja obtida. Isso será abordado na Sub-subseção 3.1.4.1.

Tabela 8 – Melhor estimação inicial –  $\hat{\Gamma}^-$  iterativo.

var	$\hat{\Gamma}^+$			$f_o(\cdot)$	$f_{\delta}(\cdot)$	$t_u$	$f_V(\cdot)$
	$\nu$	$K_t$	$I_{zz}$				
10%	18.13	76.67	8.63	0.0766	$3.01 \cdot 10^{-3}$	4.30	1.28
30%	18.31	76.40	8.03	0.0855	$1.70 \cdot 10^{-3}$	14.50	2.40
50%	18.34	76.50	8.08	0.0885	$1.32 \cdot 10^{-3}$	23.90	2.03
70%	16.16	74.50	6.18	0.0761	$8.75 \cdot 10^{-3}$	5.80	1.14
90%	18.15	76.44	7.62	0.0883	$1.98 \cdot 10^{-2}$	41.00	2.70

Tabela 9 – Pior estimação inicial –  $\hat{\Gamma}^-$  iterativo.

var	$\hat{\Gamma}^+$			$f_o(\cdot)$	$f_{\delta}(\cdot)$	$t_u$	$f_V(\cdot)$
	$\nu$	$K_t$	$I_{zz}$				
10%	18.20	76.40	8.49	0.0738	$3.68 \cdot 10^{-4}$	4.60	1.32
30%	18.12	76.48	8.72	0.0738	$1.61 \cdot 10^{-5}$	15.00	1.49
50%	18.20	76.44	7.86	0.0871	$2.18 \cdot 10^{-4}$	32.30	2.28
70%	17.12	76.18	7.48	0.0766	$1.90 \cdot 10^{-3}$	4.30	1.33
90%	18.51	73.86	1.05	0.0941	$9.83 \cdot 10^{-5}$	37.70	1.20

#### 3.1.4.1 Algoritmo Recursivo

Como indicado na Subseção anterior, é possível alterar a metodologia, usando o  $\hat{\Gamma}^+$  resultante como uma nova estimativa inicial  $\hat{\Gamma}^-$ , o que reforça a metodologia a cada iteração, já que o modelo está se tornando cada vez mais representativo. Nesta seção, será proposto um algoritmo iterativo, adequado para situações em que se tenha um conhecimento insuficiente dos parâmetros estabelecidos  $\hat{\Gamma}^-$ . Inicialmente, considere a

métrica relativa a diferença entre a estimativa inicial  $\hat{\Gamma}^-$  e a final  $\hat{\Gamma}^+$ , definida como

$$\Sigma_{\hat{\Gamma}^-} = \sum_{i=1}^r \left| \frac{(\hat{\gamma}_i^+ - \hat{\gamma}_i^-)^2}{\hat{\gamma}_i^+} \right|. \quad (3.7)$$

Sejam  $\bar{\lambda}$  e  $\underline{\lambda}$  os limites superior e inferior dos multiplicadores de Lagrange, respectivamente. É importante perceber que (3.7) é muito similar à Equação 3.4, a diferença está na comparação entre  $\hat{\Gamma}^+$  e  $\hat{\Gamma}^-$ , ao invés de  $\Gamma$  e  $\hat{\Gamma}^+$ . Esta métrica é um meio determinar a convergência dos parâmetros. A outra condição de parada do algoritmo é baseada na técnica de pontos interiores, mais especificamente nos multiplicadores de Lagrange, que são métricas da distância dos limites superiores e inferiores da otimização interna. Se esta métrica for menor que um limiar, isso indica que os parâmetros estimados estão muito distantes das bordas, e que o algoritmo dos pontos interiores encontrou um mínimo dentro da região de busca distante das bordas. O Algoritmo recursivo é apresentado abaixo, onde  $th_1, th_2 \in \mathbb{R}_{>0}$  são os limiares de variação dos parâmetros e dos multiplicadores de Lagrange, respectivamente. O Exemplo 2 apresenta uma aplicação do Algoritmo 4.

---

#### Algoritmo 4

---

**Entrada:** Estimativa inicial  $\hat{\Gamma}^-$ .

- 1: **Inicialização:** Solucionar o Algoritmo 2 usando  $\hat{\Gamma}^-$  como estimativa de parâmetros iniciais.
  - 2: **enquanto**  $\Sigma_{\hat{\Gamma}^-} > th_1$ , ou  $\|\bar{\lambda} + \underline{\lambda}\| > th_2$ , ou o limite de iterações seja alcançado. **faça**
  - 3:     Calcule  $\Sigma_{\hat{\Gamma}^-}$  e  $\|\bar{\lambda} + \underline{\lambda}\|$ .
  - 4:     Inicie uma nova iteração usando  $\hat{\Gamma}^+$  como uma nova estimativa inicial  $\hat{\Gamma}^-$ .
  - 5: **fim enquanto**
  - 6: **Retorne:** Um conjunto representativo de parâmetros  $\hat{\Gamma}^+$ .
- 

**Exemplo 2.** *Sejam a estimativa inicial  $\hat{\Gamma}^- = [3.17, 101.54, 4.48]^T$ , o número máximo de iterações 10, os limiares de variação de parâmetros  $th_1 = 10^{-1}$ , e limiar dos multiplicadores de Lagrange  $th_2 = 10^{-7}$ . A região de busca da otimização interna é  $|\delta_i| < 10$ ,  $i \in \{1, 2, 3\}$ , a cada iteração. A Figura 9 mostra o comportamento da estimativa de  $\hat{\Gamma}^+$  em função das avaliações de  $f_o(\cdot)$ , apresentando a dinâmica do algoritmo de pontos interiores, através das 5 iterações do Algoritmo 4. O processo todo usou 148 iterações do algoritmo de pontos interiores, divididas entre as 5 iterações do Algoritmo 4. Os resultados de cada iteração são apresentados na Tabela 10.*

*Note que a otimização de  $f_o(\cdot)$  fica presa em um mínimo global por volta da 75ª iteração do algoritmo de pontos interiores, onde  $\gamma_3^+$  está muito distante do valor real, o que pode ser visto na segunda linha da Tabela 10. Isso significa que os conjuntos de parâmetros  $\hat{\Gamma}^-$  e  $\tilde{\Gamma}^p$  não correspondiam a uma aproximação válida do sistema real. Conforme o algoritmo progredia, as novas estimativas  $\hat{\Gamma}^-$  e  $\tilde{\Gamma}^p$  se tornavam mais eficiente em representar o comportamento real, novos sinais de excitação mais adequados foram*

sendo gerados, e o algoritmo Algoritmo 4 retornou, na última linha da tabela Tabela 10 um conjunto de parâmetros  $\hat{\Gamma}^+$  muito próximos aos valores reais.

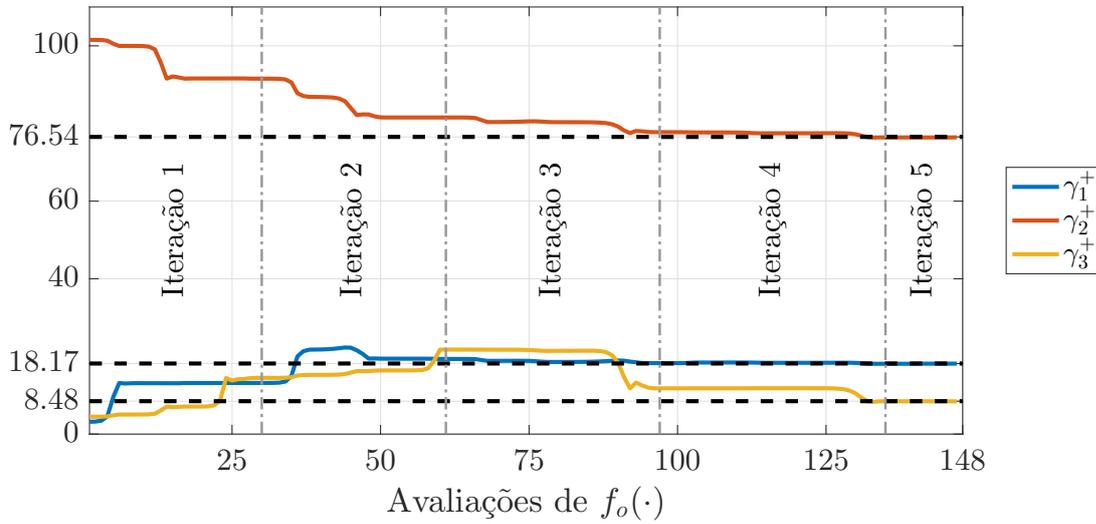


Figura 9 – Evolução de  $\hat{\Gamma}^-$ , após 5 iterações no Algoritmo 4

Tabela 10 – Experimento iterativo – Algoritmo Recursivo 4.

Iteração	$\hat{\Gamma}^+$			$f_o(\cdot)$	$\Sigma_{\hat{\Gamma}^-}$	$\ \bar{\lambda} + \underline{\lambda}\ $
	$\nu$	$K_t$	$I_{zz}$			
1	13.17	91.54	14.47	0.1359	15.59	$1.15 \cdot 10^{-2}$
2	19.35	81.54	21.76	0.0842	5.63	$1.22 \cdot 10^{-4}$
3	18.28	77.76	11.77	0.0876	8.71	$1.50 \cdot 10^{-5}$
4	18.11	76.41	8.45	0.0881	1.34	$7.27 \cdot 10^{-7}$
5	18.16	76.47	8.42	0.0859	$2.53 \cdot 10^{-4}$	$6.93 \cdot 10^{-7}$

### 3.1.4.2 Multiplicadores de Lagrange

É possível analisar o comportamento dos multiplicadores de Lagrange, a fim de verificar se a região de busca dos parâmetros está bem definida, e mesmo qual deles está mais distante do valor ótimo. Ao inspecionar os vetores  $\bar{\lambda}$  e  $\underline{\lambda}$ , respectivamente, os limites superior e inferior dos multiplicadores de Lagrange, pode-se verificar se a região de busca de cada parâmetro deve ser aumentada, ou se a otimização ficou presa em um mínimo local. O Exemplo 3 demonstra como utilizar os multiplicadores de Lagrange para melhorar o processo de estimação de parâmetros.

**Exemplo 3.** Suponha uma estimativa inicial  $\hat{\Gamma}^- = [21.17, 58.54, 30.48]^T$  do sistema, e um conjunto perturbado  $\tilde{\Gamma}^p = [21.88, 53.38, 36.57]^T$  determinado aleatoriamente, para encontrar um sinal sub-ótimo  $\mathbf{u}^\oplus$ , e a região de pesquisa de cada parâmetro é  $-15 < \delta < 15$ . A estimativa “a posteriori” obtida, ao final dos Algoritmos 2 e 3, foi  $\hat{\Gamma}^+ = [16.85, 73.54, 15.48]^T$ , com precisão de saída  $f_o(\cdot) = 0.0974$  e  $f_\delta(\cdot) = 3.04 \cdot 10^{-3}$ .

Inspecionando os vetores multiplicadores de Lagrange, é possível avaliar esta estimativa, uma vez que na prática, não se conhece os valores reais. Tem-se  $\bar{\boldsymbol{\lambda}} = [2.10 \cdot 10^{-8}, 2.72 \cdot 10^{-3}, 1.33 \cdot 10^{-8}]^T$  e  $\underline{\boldsymbol{\lambda}} = [3.66 \cdot 10^{-8}, 1.33 \cdot 10^{-8}, 1.21 \cdot 10^{-3}]^T$ . Uma normalização de cada vetor nos leva a  $\bar{\boldsymbol{\lambda}}/||\bar{\boldsymbol{\lambda}}|| = [0, 1, 0]^T$  e  $\underline{\boldsymbol{\lambda}}/||\underline{\boldsymbol{\lambda}}|| = [0, 0, 1]^T$ , o que significa que os valores  $\underline{\lambda}_3$  e  $\bar{\lambda}_2$  são muito maiores do que outros termos, indicando o limite superior e inferior do problema de otimização proposto na Equação 11 de [Honório et al. \(2017\)](#). Comparando as magnitudes  $\bar{\boldsymbol{\lambda}}$  e  $\underline{\boldsymbol{\lambda}}$ , pode-se notar que  $\bar{\lambda}_2 > \underline{\lambda}_3$ , portanto, o limite superior da região de pesquisa deve ser aumentada nesse elemento em primeiro lugar, neste exemplo  $-15 < \delta_2 < 25$ . Usando o mesmo sinal  $\mathbf{u}^\oplus$  com esta nova região de pesquisa, encontra-se um novo conjunto  $\hat{\mathbf{\Gamma}}^+ = [18.61, 79.46, 15.48]^T$ , com precisão de saída  $f_o(\cdot) = 0.0849$ .

Os novos vetores de multiplicadores de Lagrange obtidos são  $\bar{\boldsymbol{\lambda}} = [2.28 \cdot 10^{-8}, 9.85 \cdot 10^{-8}, 1.33 \cdot 10^{-8}]^T$  e  $\underline{\boldsymbol{\lambda}} = [3.22 \cdot 10^{-8}, 1.12 \cdot 10^{-8}, 1.00 \cdot 10^{-4}]^T$ . Dessa forma, observa-se que todos os elementos de  $\bar{\boldsymbol{\lambda}}$  tem a mesma magnitude, em torno de  $10^{-8}$  (o que indica proximidade a uma solução ideal), enquanto  $\underline{\boldsymbol{\lambda}}$  tem um de seus elementos cerca de  $10^4$  maior do que os outros. Essa magnitude sugere uma diminuição em  $\underline{\lambda}_3$  no limite de busca inferior, neste exemplo  $-25 < \delta_3 < 15$ . Usando o mesmo procedimento, uma nova estimativa “a posteriori”  $\hat{\mathbf{\Gamma}}^+ = [18.8, 76.40, 8.40]^T$  é obtida, com  $f_o(\cdot) = 0.0846$ . Agora, os vetores multiplicadores de Lagrange são  $\bar{\boldsymbol{\lambda}} = [2.22 \cdot 10^{-8}, 5.64 \cdot 10^{-8}, 1.07 \cdot 10^{-8}]^T$  e  $\underline{\boldsymbol{\lambda}} = [3.34 \cdot 10^{-8}, 1.23 \cdot 10^{-8}, 3.23 \cdot 10^{-7}]^T$ , em torno da mesma magnitude e com valores muito mais baixos, indicando um mínimo encontrado dentro dos limites impostos.

### 3.1.5 Análise de Ganhos de Ponderação

Uma vez que uma análise matemática completa depende da natureza do sistema, é difícil apresentar um comportamento global da otimização. No entanto, neste caso de apresentação, propõe-se analisar o exemplo do robô móvel, variando os ganhos de ponderação e observando o efeito no sinal sub-ótimo  $\mathbf{u}^\oplus$ . Para isso, serão apresentadas 5 simulações, cada uma usando um conjunto diferente de ganhos, ponderando a importância de cada componente do problema de minimização. Todas as simulações foram realizadas usando os valores  $\mathbf{\Gamma}$  iguais aos da Subseção 3.1.1, enquanto  $\hat{\mathbf{\Gamma}}^-$  e  $\tilde{\mathbf{\Gamma}}^p$  são os valores da primeira linha da Tabela 2.

Por definição, na otimização proposta na Equação 2.10 o ganho  $\kappa_1$  deve ser muito maior que  $\kappa_2$ ,  $\kappa_3$  e  $\kappa_t$ . Esta escolha pretende garantir que qualquer partícula com penalidades  $\Psi(\cdot)$  não nulas tenha maior valor de avaliação do que as demais. Isso força todas as partículas para uma região de viabilidade do hiperespaço de busca, levando ao sinal de excitação (sub)ótimo  $\mathbf{u}^\oplus$ . Todas as simulações apresentadas nesta seção atendem a condição  $\kappa_1 \gg \kappa_2, \kappa_3, \kappa_t$ .

Na primeira simulação,  $\kappa_t = \kappa_2 = \kappa_3 = 1$  e  $\kappa_1 = 10^5$ , ou seja, todos os componentes de otimização foram ponderados igualmente, exceto pelas penalidades, o que significa que

a precisão de saída  $f_o(\cdot)$ , a recuperação de parâmetro  $f_\delta(\cdot)$ , a duração da experiência  $t_u$  e o volume de hiperespaço  $f_V(\cdot)$  têm todos a mesma ordem de importância. A primeira linha da Tabela 11 mostra os resultados desta simulação, onde podem ser vistos valores baixos em todos os componentes, exceto  $f_\delta(\cdot)$ , que apresenta o pior desempenho dentre as 5 simulações. Como consequência direta desse fato, a estimativa  $\hat{\Gamma}^+$  foi a mais pobre dentre as obtidas. Utilizando a métrica (3.4), é possível quantificar a qualidade da estimação. Para a simulação 1, a métrica obtida é  $\Sigma_{\hat{\Gamma}^+} = 0,1619$ .

Tabela 11 – Cenários de ganhos de ponderação –  $\kappa_1$ ,  $\kappa_2$ ,  $\kappa_3$ , e  $\kappa_t$ .

Sim	$\kappa_1$	$\kappa_2$	$\kappa_3$	$\kappa_t$	$\hat{\Gamma}^+$			$f_o(\cdot)$	$f_\delta(\cdot)$	$t_u$	$f_V(\cdot)$
					$\nu$	$K_t$	$I_{zz}$				
1	$10^5$	1	1	1	19.64	78.25	8.27	0.0842	$2.11 \cdot 10^{-1}$	13.60	1.18
2	$10^5$	$10^2$	1	1	18.91	79.52	8.99	0.0854	$1.77 \cdot 10^{-1}$	11.60	1.24
3	$10^5$	$10^2$	$10^3$	1	18.20	76.64	8.87	0.0843	$1.49 \cdot 10^{-4}$	18.50	1.96
4	$10^5$	$10^4$	$10^3$	$10^2$	18.28	75.87	8.66	0.0846	$1.67 \cdot 10^{-2}$	15.90	1.34
5	$10^6$	$10^2$	$10^4$	$10^2$	18.28	76.79	8.38	0.0845	$2.94 \cdot 10^{-3}$	17.70	1.98

A segunda linha da Tabela 11 apresenta os resultados de uma simulação que pondera mais de 100 vezes a precisão da saída do que a primeira. O aumento em  $\kappa_2$  não acarretou a melhoria em  $f_o(\cdot)$ , contudo se refletiu no desempenho de  $f_\delta(\cdot)$ . A sutil melhora no desempenho da recuperabilidade não representou vantagens na qualidade da estimação, o que pode ser verificado pelo valor obtido de  $\Sigma_{\hat{\Gamma}^+} = 0,1766$ . Este valor é ligeiramente inferior ao da simulação 1, de modo que o resultado das duas simulações são aproximadamente equivalentes.

Melhores resultados são alcançados quando  $\kappa_1 = 10^5$ ,  $\kappa_2 = 10^2$ ,  $\kappa_3 = 10^3$  e  $\kappa_t = 1$ , o que significa que a recuperação do parâmetro é mais importante do que a precisão do resultado. A estimativa de parâmetro  $\hat{\Gamma}^+$  foi muito próxima dos valores reais e  $f_\delta(\cdot)$  alcançou seus valores mais baixos. Nota-se que a recuperação do parâmetro implicava em uma boa precisão de saída. A métrica 3.4 obtida nesta simulação foi  $\Sigma_{\hat{\Gamma}^+} = 0,0189$ .

Na próxima simulação, referente à quarta linha da Tabela 11, a precisão da saída foi novamente considerada mais relevante do que a recuperação de parâmetros e as outras métricas. Isso levou a uma precisão de saída ligeiramente inferior àquela obtida na simulação 3, assim como o desempenho da métrica de recuperação dos parâmetros. O volume do espaço de estados também foi considerado mais relevante do que anteriormente, o que reduziu  $f_V(\cdot)$  em relação à simulação anterior. Os ganhos  $\kappa_1$  e  $\kappa_2$  são relativamente próximos, apenas uma ordem de grandeza de diferença, o que pode ser prejudicial ao processo de otimização. Partículas com penalidades sempre devem ser avaliadas como piores que partículas dentro da região de factibilidade (onde  $\Psi(\cdot) = 0$ ), mesmo que com baixo desempenho. O resultado da estimação foi superior aos cenários anteriores, dada a

métrica  $\Sigma_{\hat{\Gamma}^+} = 0,0106$ .

Na quinta e última simulação, a escolha dos ganhos  $\kappa_1 \gg \kappa_3 > \kappa_2 = \kappa_t$  conduziu à melhor precisão de saída mostrada na Tabela 11, e também a uma boa recuperabilidade de parâmetros, apenas superada pela simulação 3. Contudo, o desempenho da estimação de  $\hat{\Gamma}^+$  foi superior a qualquer uma das simulações, já que  $\Sigma_{\hat{\Gamma}^+} = 0,0026$ .

Deve-se notar que a relevância de  $t_u$  é normalizada em relação aos demais objetivos: quanto maiores  $\kappa_2$ ,  $\kappa_3$  e  $\kappa_t$ , menor é a relevância de  $t_u$ . Assim, deve-se ajustar esses quatro ganhos a fim de cumprir as propriedades do problema de estimação de parâmetros, definindo a relevância relativa do tempo e do espaço (ou energia), da precisão da saída e da precisão da estimativa.

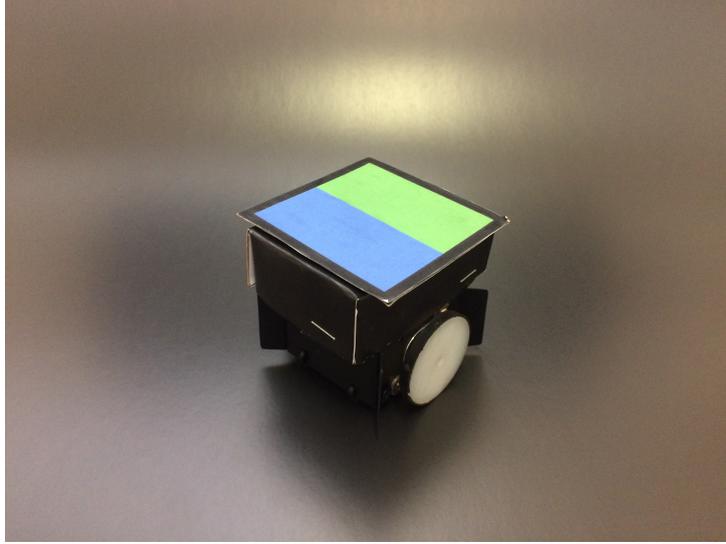
Nesta subseção, foram adotados os ganhos apresentados na simulação 3 (terceira linha da Tabela 11), o que significa que o volume do espaço de estados e o tempo do experimento tem a mesma relevância, de tal modo que a recuperação de parâmetros é mais importante do que a precisão do resultado, uma vez que a convergência de parâmetros do problema leva à convergência de saída. Há de se apontar, analisando os valores obtidos através da métrica 3.4, que o aumento dos ganhos foi benéfico ao problema de OPE.

## 3.2 Resultados Práticos

Nesta seção, a metodologia proposta será avaliada quanto a sua aplicação em casos mais desafiadores. Nos casos anteriores, o modelo da planta  $\mathcal{M}(\Gamma)$  era utilizado como o modelo real  $\mathcal{R}(\Gamma)$ , possuía parâmetros  $\Gamma$  conhecidos, bem como uma estimativa inicial  $\hat{\Gamma}^-$ . Isso foi especialmente útil, uma vez que permitiu avaliar se a estimativa  $\hat{\Gamma}^+$  se aproximava dos parâmetros verdadeiros.

No caso de uma aplicação real, não existe a possibilidade desta comparação, uma vez que não se conhecem os parâmetros ótimos que descrevem o comportamento da planta, dado um modelo matemático. Duas análises serão propostas nesta Seção. Em um primeiro momento, um modelo simplificado de robô móvel  $\mathcal{M}_s(\Gamma_s)$  será proposto, com o intuito de se estimar o modelo completo  $\mathcal{M}(\Gamma)$ . O intuito deste é avaliar a robustez a metodologia SOESGOPE, ao tentar ajustar modelos diferentes.

Num segundo momento, testes práticos com um robô permitirão a estimativa de parâmetros de um modelo simplificado  $\mathcal{M}_s(\Gamma_s)$ , bem como de um modelo completo  $\mathcal{M}(\Gamma)$ , demonstrando a aplicabilidade da metodologia para experimentos reais. O veículo utilizado é um robô utilizado em competições de futebol de robôs, categoria *Very Small Size Soccer* (VSSS), apresentado na Figura 10, cujos parâmetros estimados *a priori* são apresentados na Tabela 12:

Figura 10 – Robô da categoria *Very Small Size Soccer* – VSSSTabela 12 – Parâmetros do Robô (VSSS) –  $\hat{\Gamma}^-$ .

Parâmetro	Valor	Unidade	Parâmetro	Valor	Unidade
$m$	0.450	kg	$\nu$	9.75	kg/ms
$r$	0.021	m	$K_t$	69.88	–
$b$	0.078	m	$I_{zz}$	$2 \cdot 10^{-4}$	kg m <sup>2</sup>
$R$	18.05	$\Omega$	$I_w$	0	kg m <sup>2</sup>
$I_s$	23.24	kg m <sup>2</sup>	$K_w$	10.76	–

### 3.2.1 Modelagem simplificada – OID e OPE

Seja  $\mathcal{M}_s(\Gamma_s)$  uma modelagem simplificada para um robô móvel, proposta na Equação 3.8:

$$\mathcal{M}_s(\Gamma_s) := \begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \begin{bmatrix} v(t) \cos(\theta(t)) \\ v(t) \sin(\theta(t)) \\ \omega(t) \\ (\ddot{\phi}_r(t) + \ddot{\phi}_l(t))r/2 \\ (\ddot{\phi}_r(t) - \ddot{\phi}_l(t))r/b \\ -\tau\dot{\phi}_l \\ -\tau\dot{\phi}_l \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ K_{\dot{\phi}} & 0 \\ 0 & K_{\dot{\phi}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} E_r(t) \\ E_l(t) \end{bmatrix} + \boldsymbol{\vartheta}(t) \\ \mathbf{y}(t) = \mathbf{x}(t); \end{cases} \quad (3.8)$$

onde  $K_{\dot{\phi}}$  é uma constante de ganho de entrada,  $\tau$  é uma constante de tempo de um filtro de primeira ordem, e os valores de  $r$  e  $b$  são os mesmos apresentados na Tabela 12. Um vetor de parâmetros simplificado é definido  $\Gamma_s = [K_{\dot{\phi}}, \tau]^T$ .

O robô recebe entradas de  $-200 \leq E_r, E_l \leq 200$ , valores adimensionais relativos a

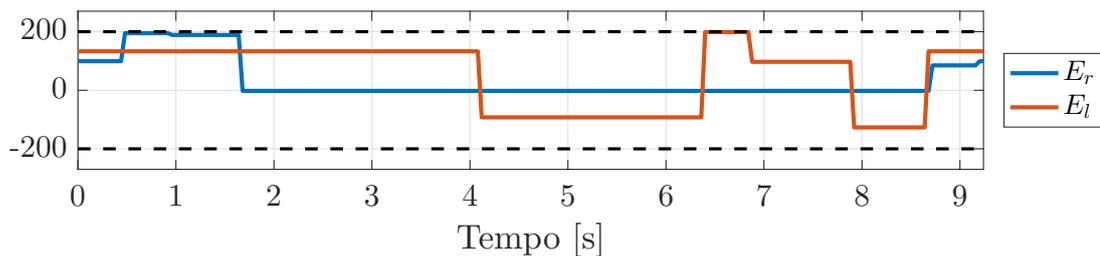
seu protocolo interno, e portanto não mais relativos a sinais de tensão. Se deseja obter um sinal de excitação para um experimento de estimação paramétrico. Este sinal será usado para encontrar a melhor aproximação do modelo completo  $\mathcal{M}(\Gamma)$ , e também para estimar os parâmetros da planta real. Acredita-se que o valor  $\hat{\Gamma}_s^- = [0.122, 3.89]^T$  é uma modelagem inicialmente satisfatória, e esta estimativa será usada para a construção do sinal de excitação.

A Tabela 13 apresenta as condições de operação do experimento, que permitirão a construção do experimento de excitação através da metodologia SOESGOPE. Cada entrada será projetada com  $k = 5$  estágios, cada um com tempo de execução  $0.5 \leq t^{E_r, E_l} \leq 25$  segundos. Um ruído de medição é estimado para este experimento, com um desvio padrão  $\sigma^2 = [1.5 \cdot 10^{-3}, 1.5 \cdot 10^{-3}, 1.5 \cdot 10^{-2}, 4 \cdot 10^{-2}, 1 \cdot 10^{-2}, 1 \cdot 10^{-2}, 1 \cdot 10^{-2}]^T$ . Um sistema de visão computacional será usado para estimar os estados do robô real. Devido à suas características de implementação, a taxa de amostragem utilizada é  $dt = 0.04$  segundos, determinados pela taxa de captura da câmera utilizada (25 FPS).

Tabela 13 – Restrições no Espaço de Estados – VSSS

Grau de Liberdade	Limite Inferior	Valor	Limite Superior	Valor
$x$	$\mathcal{O}x_{1,\min}$	-0.5	$\mathcal{O}x_{1,\max}$	0.5
$y$	$\mathcal{O}x_{2,\min}$	-0.5	$\mathcal{O}x_{2,\max}$	0.5
$\theta$	$\mathcal{O}x_{3,\min}$	$-\pi$	$\mathcal{O}x_{3,\max}$	$\pi$
$v$	$\mathcal{O}x_{4,\min}$	-1	$\mathcal{O}x_{4,\max}$	1
$\omega$	$\mathcal{O}x_{5,\min}$	-20	$\mathcal{O}x_{5,\max}$	20
$\dot{\phi}_r$	$\mathcal{O}x_{6,\min}$	-20	$\mathcal{O}x_{6,\max}$	20
$\dot{\phi}_l$	$\mathcal{O}x_{7,\min}$	-20	$\mathcal{O}x_{7,\max}$	20

Um sinal de excitação sub-ótimo  $\mathbf{u}^\oplus$  foi obtido através da resolução do Algoritmo 2, mostrado na Figura 11. O histórico logarítmico de cada uma das funções objetivos é mostrado pela Figura 12, que demonstra que o sinal não possui penalidades espaciais e temporais ( $\Psi(\cdot) = 0$ ). O sinal  $\mathbf{u}^\oplus$  é usado para excitar o modelo completo  $\mathcal{M}(\Gamma)$ , e o Algoritmo 3 é usado para encontrar  $\hat{\Gamma}_s^+$  ótimo. A Figura 14 mostra o ajuste dos estados de  $\mathcal{M}_s(\hat{\Gamma}_s^+)$  e  $\mathcal{M}(\Gamma)$ .

Figura 11 – Sinal sub-ótimo  $\mathbf{u}^\oplus$  – VSSS

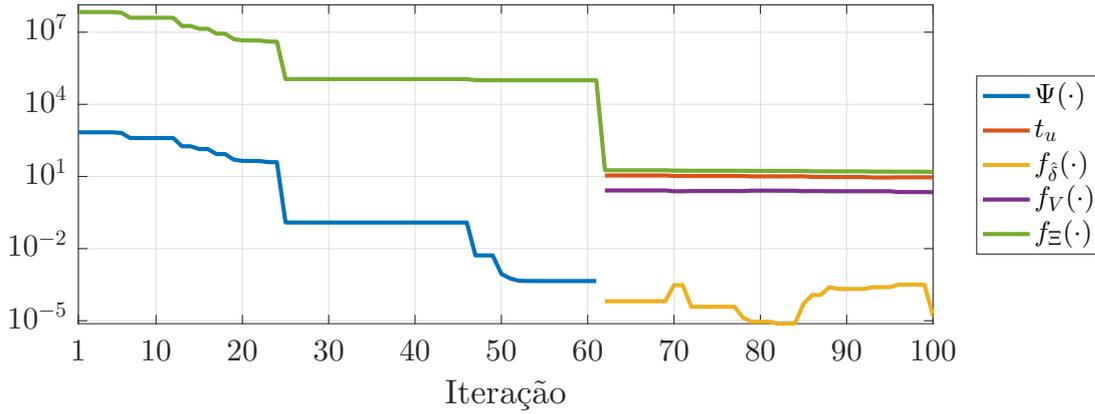


Figura 12 – Gráfico semi-logarítmico da Convergência da otimização de  $f_{\Xi}$  – VSSS

Não é possível para essa situação se encontrar uma métrica da qualidade de estimação através da comparação dos parâmetros, visto que os modelos  $\mathcal{M}_s(\hat{\Gamma}_s^+)$  e  $\mathcal{M}(\Gamma)$  são distintos, bem como a natureza de seus parâmetros. Um experimento de validação, com um sinal de excitação  $\mathbf{u}$  será utilizado para atestar a qualidade da estimação do sinal  $\mathbf{u}^{\oplus}$ . O sinal  $\mathbf{u}$  escolhido apenas alimenta os motores com velocidades diferentes, de modo que o robô diferencial irá se deslocar em movimento circular. O sinal de validação e a resposta dos dois modelos são apresentados nas Figuras 13 e 15, respectivamente.

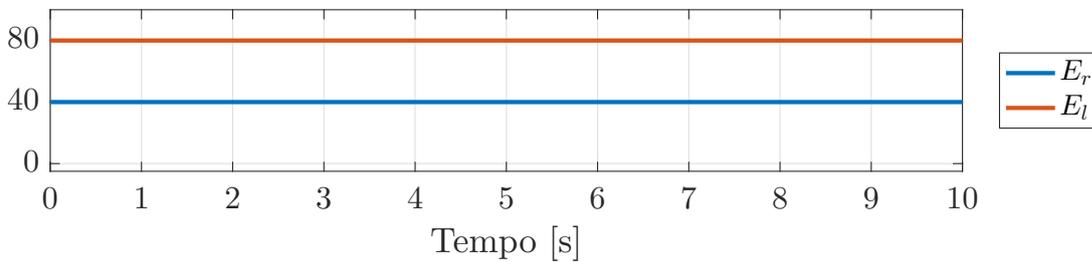


Figura 13 – Sinal de Validação – VSSS

Na Figura 14 é possível perceber que o ajuste do estados é feito de modo efetivo, mesmo que  $\mathcal{M}_s(\hat{\Gamma}_s^+)$  seja uma descrição muito simples de  $\mathcal{M}(\Gamma)$ . A dinâmica dos estados de velocidade é bem representada pelos estados estimados, embora seja visível certa diferença entre as curvas durante curtos intervalos, principalmente em  $\omega$ ,  $\dot{\phi}_r$  e  $\dot{\phi}_l$ . O efeito desta diferença, ao longo do tempo, representa uma discrepância crescente entre as curvas  $x$ ,  $y$  e  $\theta$ , uma vez que estes estados são obtidos através de integração numérica.

Nas curvas de validação (Figura 15) é possível e comprovar o ajuste razoável dos modelos  $\mathcal{M}_s(\hat{\Gamma}_s^+)$  e  $\mathcal{M}(\Gamma)$ . Os mesmo efeitos de desvios nas velocidades (crescentes nas posições) pode ser verificado novamente. Os dois modelos excitados com sinais em malha aberta, e apresentam comportamentos dinâmicos bem similares, de modo que é possível se afirmar que  $\mathcal{M}_s(\hat{\Gamma}_s^+)$  é uma aproximação de efetiva de  $\mathcal{M}(\Gamma)$ , embora simplificada.

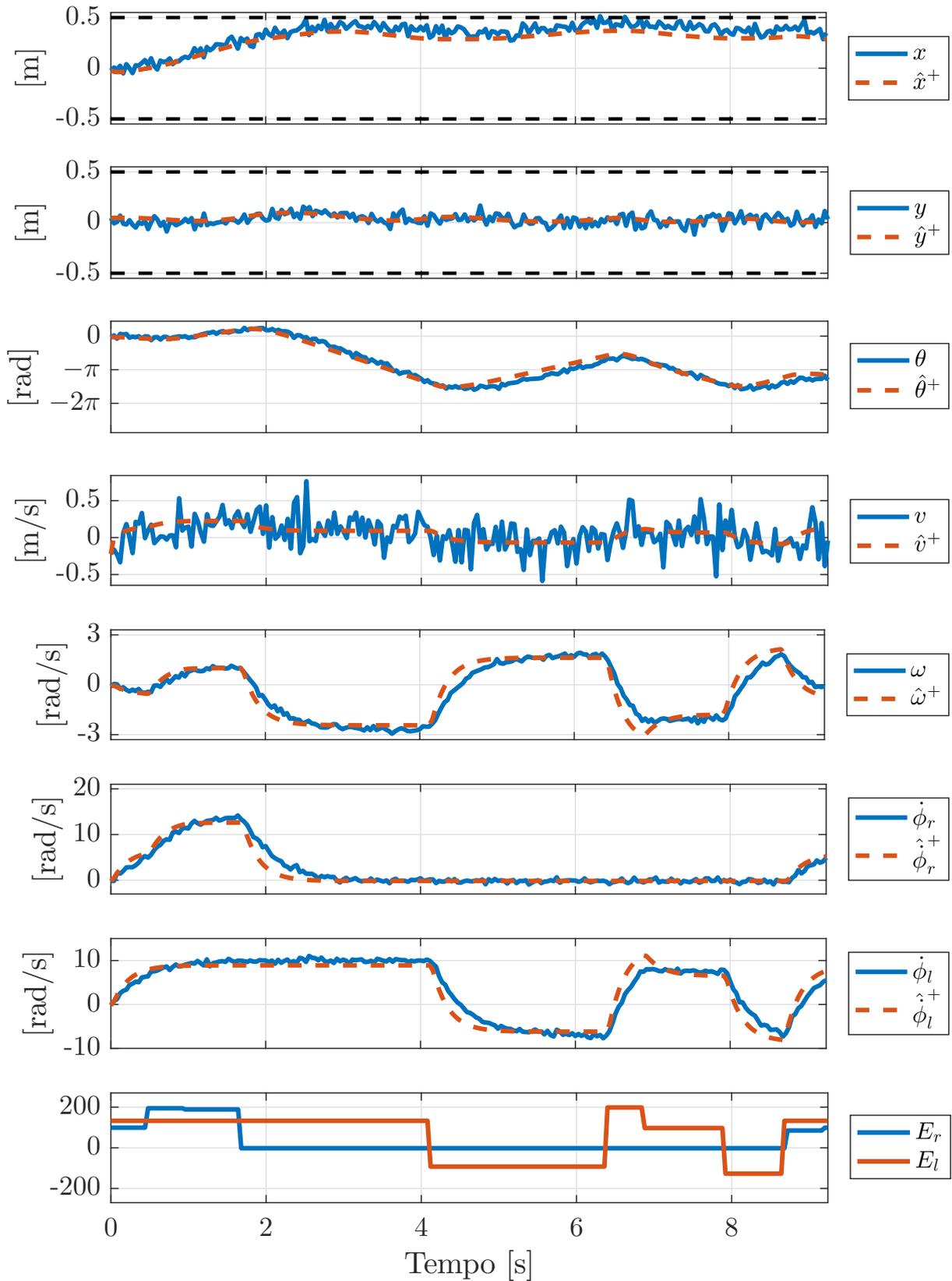


Figura 14 – Ajuste dos estados do modelo simplificado  $\mathcal{M}_s(\hat{\Gamma}_s^+)$  e do modelo completo  $\mathcal{M}(\Gamma)$  – VSSS

Os resultados da obtenção do sinal  $\mathbf{u}^\oplus$  e da estimação do modelo completo  $\mathcal{M}(\Gamma)$  são apresentados na Tabela 14. O tempo de convergência foi substancialmente inferior

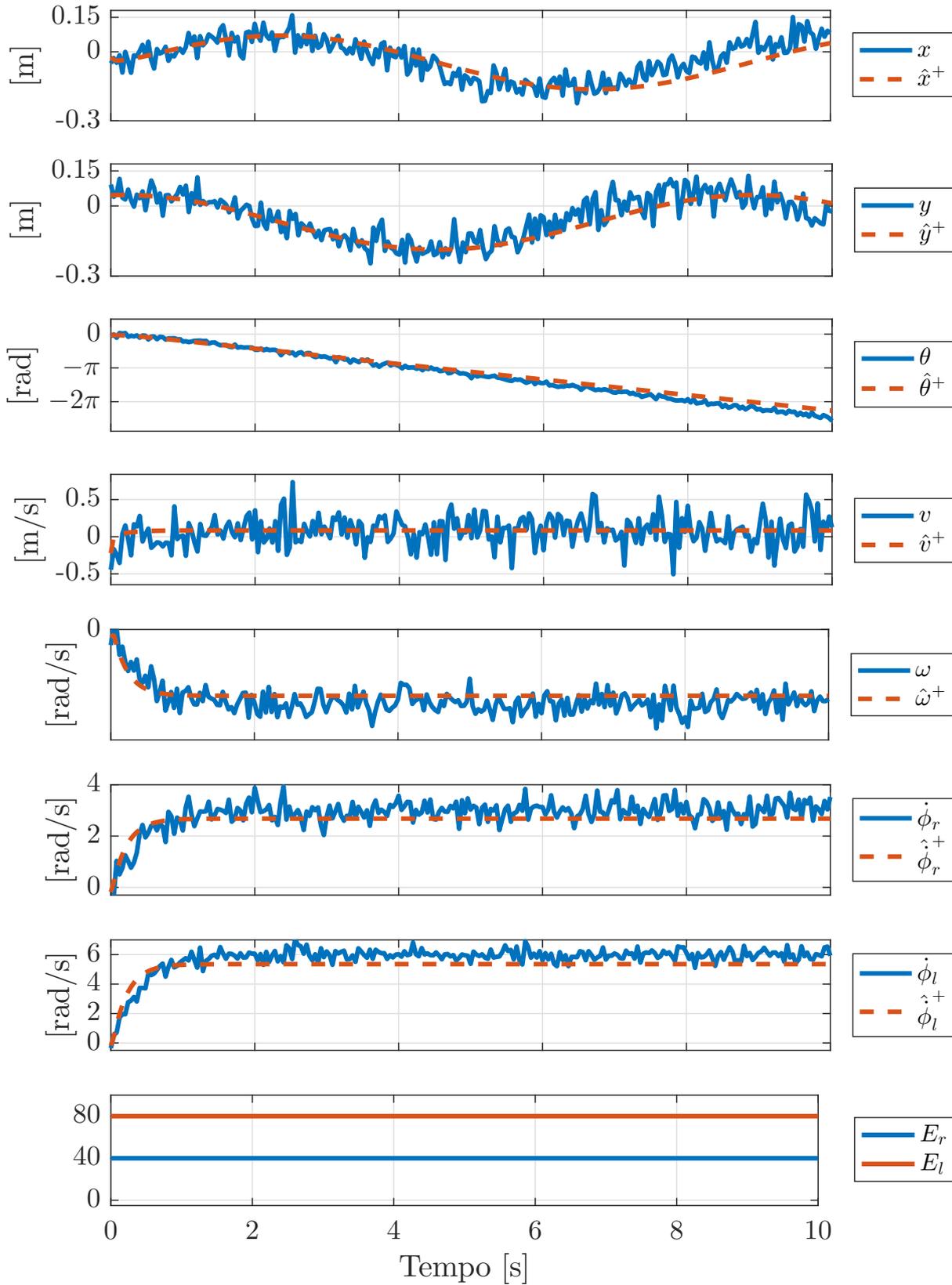


Figura 15 – Ajuste dos estados do modelo simplificado  $\mathcal{M}_s(\hat{\Gamma}_s^+)$  e do modelo completo  $\mathcal{M}(\Gamma)$  (Validação) – VSSS

ao apresentado na Tabela 4 para o mesmo número de partículas (10 indivíduos), o que

ocorre devido ao número inferior parâmetros<sup>1</sup>. A minimização  $f_o(\cdot)$  demonstra bom ajuste entre as saídas durante a construção do sinal, enquanto  $f_{\hat{\delta}}(\cdot)$  apresenta que o sinal possui boa capacidade de reconstruir os parâmetros, através de excitação suficiente. Mesmo com excitação suficiente, o volume do espaço de estados  $f_V(\cdot)$  e o tempo de excitação  $t_u$  são pequenos, o que representa que um experimento de excitação não exigirá muito espaço e tempo para ser realizado.

A aplicação do sinal  $\mathbf{u}^\oplus$  em  $\mathcal{M}(\Gamma)$  permitiu a obtenção de uma estimativa *a posteriori*  $\hat{\Gamma}_s^+ = [0.27, 4.00]^T$ . O resíduo do Algoritmo 3 para  $\mathbf{u}^\oplus$  e para o sinal de validação permitem avaliar quantitativamente a estimação. O resíduo da otimização da estimação de  $\hat{\Gamma}_s^+$  é definido como  $f_o(\mathcal{M}(\Gamma))$ , e seu valor permite inferir que há ajuste razoável entre os estados do modelo simplificado  $\mathcal{M}_s(\hat{\Gamma}_s^+)$  e completo  $\mathcal{M}(\Gamma)$ . O valor  $f_o^{val}(\mathcal{M}(\Gamma))$  é o desvio dos estados dos dois modelos, excitados pelo sinal de validação. Seu valor baixo referenda a grande proximidade de comportamento dinâmico dos dois sistemas, agora com um sinal com características diferentes de  $\mathbf{u}^\oplus$ .

Tabela 14 – Resultado da Otimização do Sinal  $\mathbf{u}^\oplus$  – VSSS

$f_o(\cdot)$	$f_{\hat{\delta}}(\cdot)$	$f_V(\cdot)$	$t_u$	$f_o(\mathcal{M}(\Gamma))$	$f_o^{val}(\mathcal{M}(\Gamma))$	Tempo de Convergência [s]
0.0177	$1.64 \cdot 10^{-4}$	2.21	9.24	4.73	0.9134	24.42

De posse do sinal de excitação, é possível se realizar um experimento com o veículo real  $\mathcal{R}(\Gamma)$ . A próxima subseção irá descrever sucintamente o experimento de excitação. Subsequentemente, dois experimentos de estimação paramétrica serão executados: uma estimativa de  $\Gamma_s$  para o modelo simplificado, e uma estimativa dos parâmetros  $\Gamma$  do modelo completo.

### 3.2.2 Experimento de Excitação – Robô Real

O sinal de  $\mathbf{u}^\oplus$  foi aplicado ao robô real  $\mathcal{R}(\Gamma)$ , de modo que se faz necessário estimar os estados e saídas da planta. Existem diversos desafios de localização e obtenção dos 7 estados do robô. Foi utilizado um sistema de visão computacional, baseado em segmentação por cor no *colorspace Hue-Value-Saturation* (HSV) (CORKE, 2011). O sistema foi sincronizado com as entradas  $E_r$  e  $E_l$ , que são enviadas ao veículo por um módulo de comunicação, com uma taxa de 25 vezes por segundo. Através da posição dos marcadores é possível se obter a posição  $x(t)$  e  $y(t)$  do robô através do mapeamento dos *pixels*, utilizando dados de calibração da câmera. A obtenção dos ângulos  $\theta(t)$  é obtida utilizando a posição dos dois marcadores através de um processo de arco-tangente.

As velocidades  $v$ ,  $\omega$ ,  $\dot{\phi}_r$  e  $\dot{\phi}_l$  foram obtidas através das posições  $x$ ,  $y$  e  $\theta$ , utilizando derivadas limitadas em banda (BEARD; MCLAIN, 2012) e as propriedades não-holonômicas

<sup>1</sup> O impacto do número de parâmetros no tempo de convergência será abordado no Capítulo 4.

do robô diferencial. A escolha do filtro para esse processo de derivação pode acarretar em perda de informação, caso o filtro seja muito lento. Por outro lado, um filtro muito veloz acarreta em saídas muito ruidosas, de modo que deve haver um compromisso entre velocidade e perda de informação.

A Figura 16 mostra a resposta do robô ao sinal de excitação em quatro momentos diferentes. As marcas brancas descrevem o caminho percorrido pelo robô, obtidas pela média das posições do centroide dos marcadores.

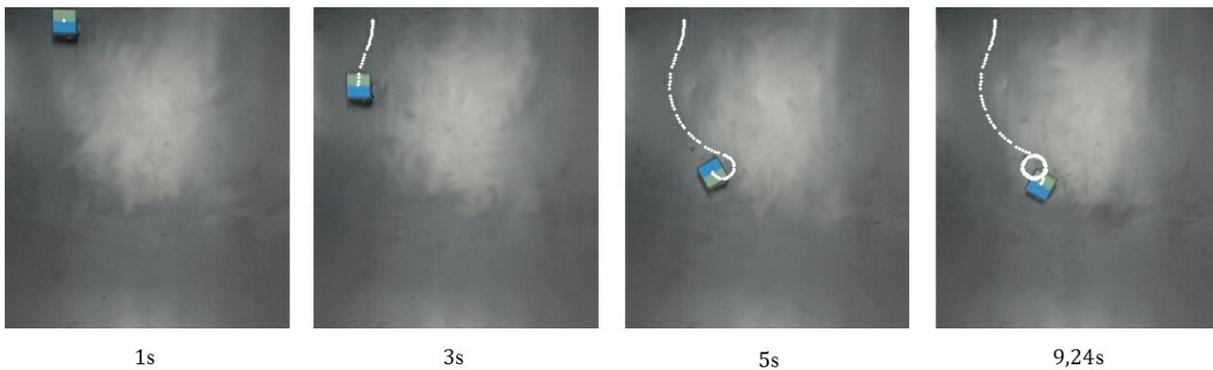


Figura 16 – Experimento com o Robô Real em 1, 3, 5 e 9,24 segundos – VSSS

A Figura 17 mostra o caminho executado pelo veículo, que se manteve dentro da região delimitada, de modo que as penalidades  $\Psi(\cdot)$  nulas se mantiveram para o experimento real. É possível perceber que o robô desenvolve velocidades negativas e positivas durante o trajeto, representadas em cores diferentes.

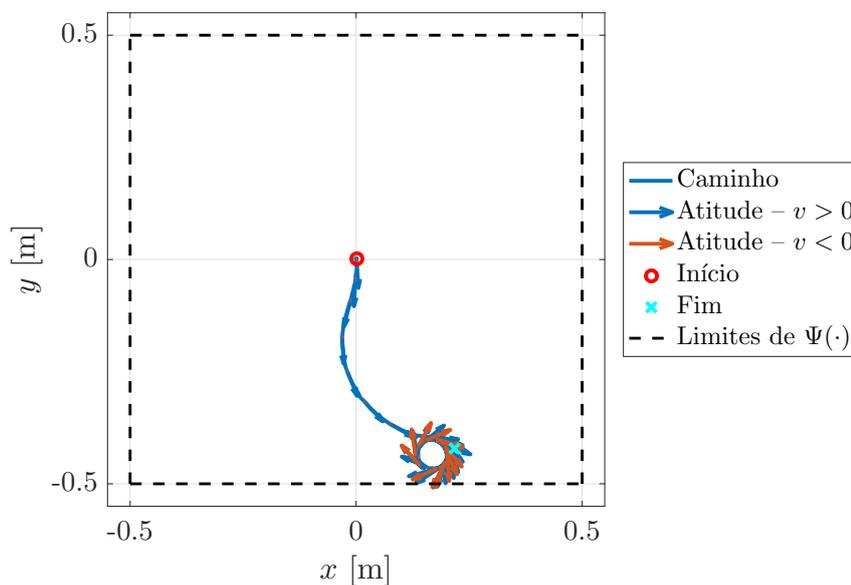


Figura 17 – Caminho e velocidades do Robô Real – VSSS

### 3.2.3 OPE: Modelo Simplificado

De posse dos estados do robô real  $\mathcal{R}(\Gamma)$ , a solução do Algoritmo 3 encontrará um conjunto de parâmetros  $\hat{\Gamma}_s^+$  que permitem ao modelo simplificado descrever o comportamento do robô real. A Figura 18 apresenta o ajuste dos estados do modelo simplificado  $\mathcal{M}_s(\hat{\Gamma}_s^+)$  e de  $\mathcal{R}(\Gamma)$ . O comportamento dinâmico do modelo e do sistema real se comportam de maneira bastante similar, embora o modelo não seja capaz de ajustar precisamente as velocidades  $v$ ,  $\dot{\phi}_r$  e  $\dot{\phi}_l$ . O impacto da diferença afeta cumulativamente os erros em  $x$  e  $y$ . Esta pequena diferença nas velocidades, contudo, afeta pouco o comportamento dinâmico de  $\omega$ , e portanto de  $\theta$ .

Para atestar a qualidade da estimação, o mesmo experimento de validação é realizado. A Figura 19 mostra a resposta de  $\mathcal{R}(\Gamma)$  e do modelo simplificado  $\mathcal{M}_s(\hat{\Gamma}_s^+)$  ao sinal de validação. Novamente, os mesmos efeitos podem ser verificados: pequenos desvios nas velocidades  $v$ ,  $\dot{\phi}_r$  e  $\dot{\phi}_l$ , com melhor ajuste em  $\omega$  e  $\theta$ . Como resultado disso, a discrepância em  $x$  e  $y$  é mais evidente do que a apresentada na Figura 18.

A Tabela 15 apresenta quantitativamente os resultados da estimação. O valor do resíduo da otimização dos parâmetros (Algoritmo 3) apresenta um valor acima do obtido na Tabela 14, quando o modelo simplificado era usado para estimar o comportamento do sistema completo. O aumento desta métrica se deve principalmente ao fato do experimento real apresentar muitas efeitos não modelados. O desvio no ajuste dos estados para o sinal de validação é apresentado por  $f_o^{val}(\mathcal{R}(\Gamma))$ , que em relação ao experimento anterior, resultado do pequeno devido das velocidades. Os parâmetros estimados, contudo, conseguiram aproximar com razoável precisão o comportamento do robô, mesmo para uma modelagem bastante simplificada.

Tabela 15 – Estimação dos parâmetros do modelo simplificado  $\hat{\Gamma}_s^+$  – VSSS

$\hat{\Gamma}_s^-$		$\hat{\Gamma}_s^+$		$f_o(\mathcal{R}(\Gamma))$	$f_o^{val}(\mathcal{R}(\Gamma))$
$K_\phi$	$\tau$	$K_\phi$	$\tau$		
0.122	3.888	0.238	2.21	29.56	3.62

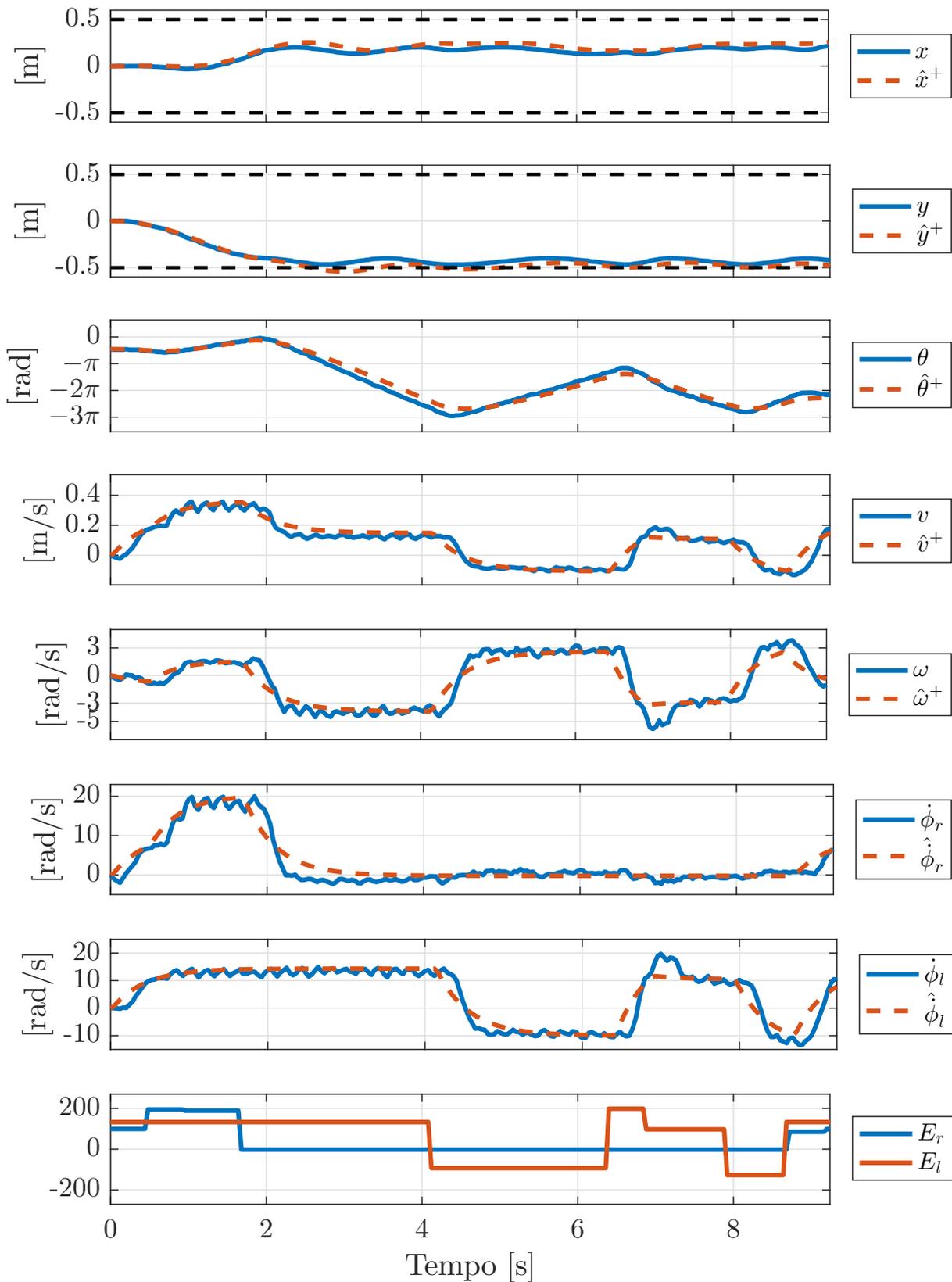


Figura 18 – Ajuste dos estados do modelo simplificado  $\mathcal{M}_s(\hat{\Gamma}_s^+)$  e do robô real  $\mathcal{R}(\Gamma)$  – VSSS

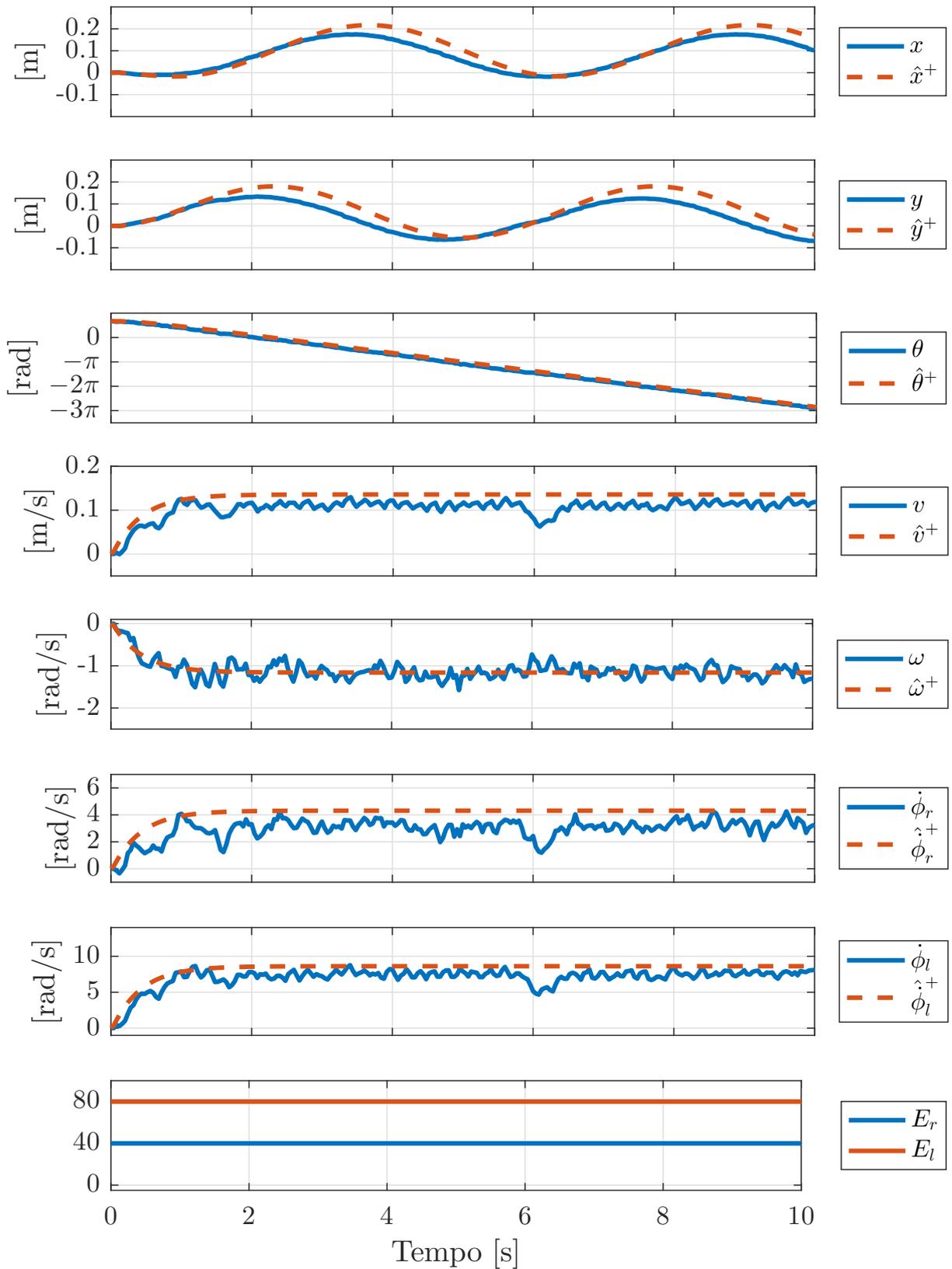


Figura 19 – Ajuste dos estados do modelo simplificado  $\mathcal{M}_s(\hat{\Gamma}_s^+)$  e do robô real  $\mathcal{R}(\Gamma)$  (Validação) – VSSS

### 3.2.4 OPE: Modelo Completo

O sinal de excitação  $\mathbf{u}^\oplus$  pode ser usado para estimar os parâmetros do modelo mais completo. O a estimação dos parâmetros de  $\mathcal{M}(\Gamma)$  possivelmente levará a um modelo mais confiável, contudo o sinal  $\mathbf{u}^\oplus$  foi elaborado para  $\mathcal{M}_s(\hat{\Gamma}_s^+)$ . Isso significa que não há garantias que  $\mathbf{u}^\oplus$  é um sinal de estimação adequado para estimar  $\mathcal{M}(\Gamma)$ . Deste modo, o mesmo exercício de validação utilizado na Subseção 3.2.3 pode atestar a qualidade dos parâmetros obtidos.

Os parâmetros da Tabela 12 tem graus de confiança diferentes, devido a facilidade de sua estimação. Os parâmetros relativos à dinâmica dos motores,  $K_t$ ,  $K_w$ ,  $\nu$  e  $R$  são mais difíceis de se obter, e serão considerados imprecisos. A massa  $m$ , o raio  $r$  e a distância entre as rodas  $b$  são mais fáceis de se obter, através de medições simples. Esses parâmetros serão estimados conjuntamente com os demais, porém com expectativa de pequenas variações. Deste modo, o vetor de parâmetros para estimação será:

$$\Gamma = [ m, r, b, K_t, K_w, R, \nu ]^T \quad (3.9)$$

A Figura 20 mostra o ajuste dos estados do modelo completo  $\mathcal{M}(\Gamma)$  e do sistema real  $\mathcal{R}(\Gamma)$ . É possível perceber que os desvios nas velocidades do caso anterior (Figura 18) são bastante atenuados, o que impacta diretamente na qualidade do ajuste dos estados  $x$ ,  $y$  e  $\theta$ , obtidos pela integração numérica da velocidades em  $\mathcal{M}(\hat{\Gamma}^+)$ . A Figura 21 mostra os os estados de  $\mathcal{M}(\hat{\Gamma}^+)$  e  $\mathcal{R}(\Gamma)$  em resposta ao sinal de validação. O ajuste dos estados de velocidade  $v$ ,  $\dot{\phi}_r$  e  $\dot{\phi}_l$  são mais precisos do que do modelo simplificado, o que impactou em uma estimativa de das posições muito adequada, com desvios muito pequenos.

O melhor desempenho do modelo completo pode ser visto quantitativamente através dos dados da Tabela 16. O resíduo do ajuste dos estados  $f_o(\mathcal{R}(\Gamma))$  mostra uma melhora de desempenho considerável, com diminuição de 37.3% em relação ao modelo simplificado. Em relação ao desvio dos estados no experimento de validação,  $f_o^{val}(\mathcal{R}(\Gamma))$  apresentou uma diminuição de 45.5% em relação ao modelo simplificado, apresentando expressiva melhora de desempenho. A parametrização inicial  $\hat{\Gamma}^-$  se mostrou adequada, com ajustes maiores nos parâmetros considerados mais imprecisos. Os parâmetros mais precisos sofreram mudanças sutis, com no raio  $r$  e na distância entre as rodas  $b$ , enquanto a estimativa da massa do robô permaneceu inalterada.

Os resultados apresentados nas Tabelas 15 e 16 demonstram o bom desempenho da metodologia SOESGOPE para estimação dos parâmetros de um robô real. O experimento planejado com o modelo simplificado foi capaz de manter o robô dentro da região do espaço de estados delimitada, aumentando a segurança do experimento, e permitindo o bom funcionamento do sistema de visão.

O sinal de excitação sub-ótimo encontrado se demonstrou efetivo tanto para estimação do modelo simplificado quanto do completo, embora tenha sido projetado para o primeiro. Em validação, tanto o modelo completo quanto o simplificado obtiveram desempenho satisfatório, conseguindo replicar em malha aberta o robô real, utilizando um sinal  $\mathbf{u}$  muito diferente do sinal de excitação.

Tabela 16 – Estimação dos parâmetros do modelo completo  $\hat{\mathbf{\Gamma}}^+$  – VSSS

Parâmetro	$m$	$r$	$b$	$K_t$	$K_w$	$R$	$\nu$	$f_o(\mathcal{R}(\mathbf{\Gamma}))$
$\hat{\mathbf{\Gamma}}^-$	0.450	0.021	0.078	69.88	10.76	18.05	9.75	18.56
Parâmetro	$m$	$r$	$b$	$K_t$	$K_w$	$R$	$\nu$	$f_o^{val}(\mathcal{R}(\mathbf{\Gamma}))$
$\hat{\mathbf{\Gamma}}^+$	0.450	0.019	0.061	71.03	8.35	13.25	9.12	1.90

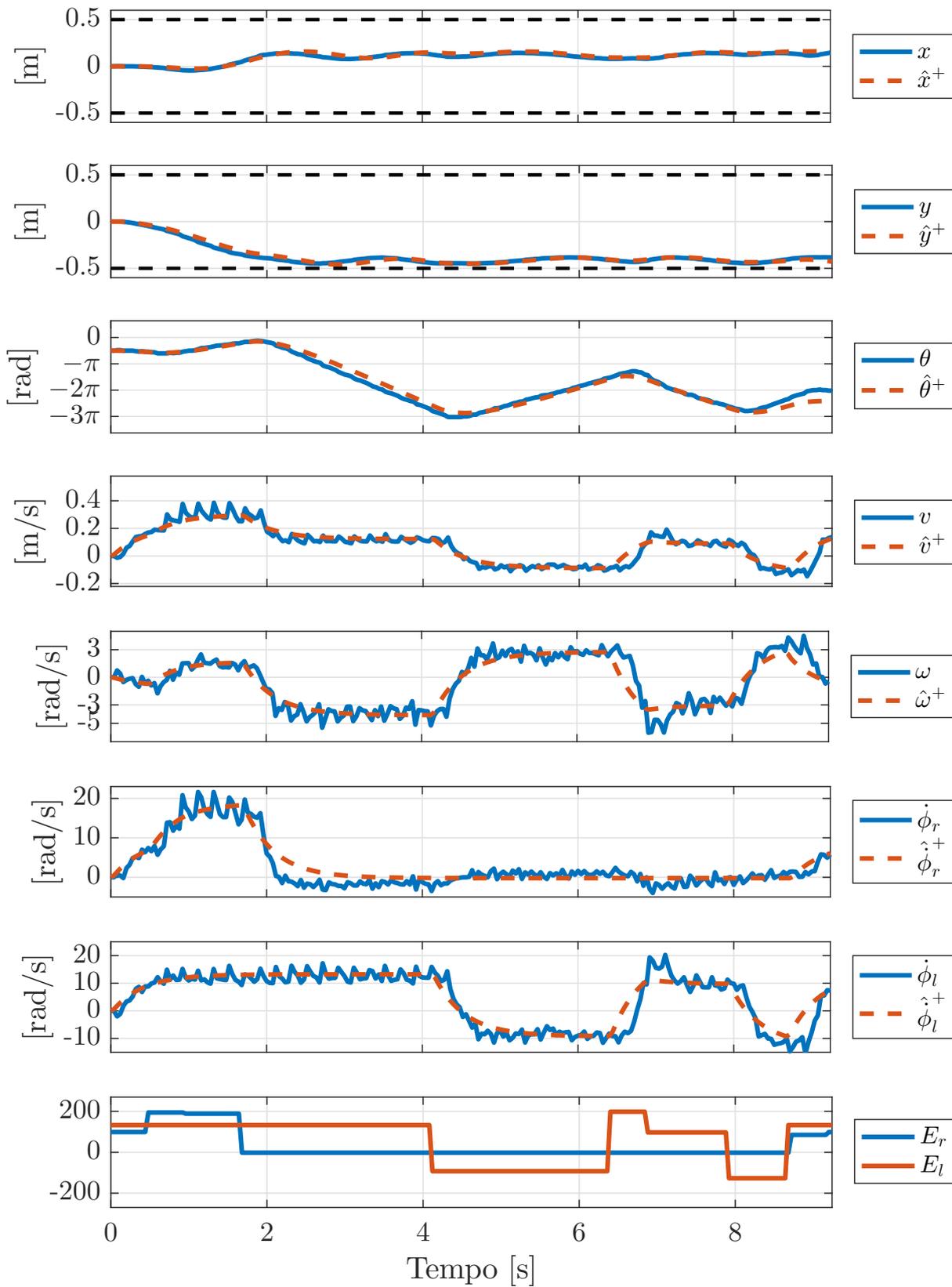


Figura 20 – Ajuste dos estados do modelo completo  $\mathcal{M}(\Gamma^+)$  e do robô real  $\mathcal{R}(\Gamma)$  – VSSS

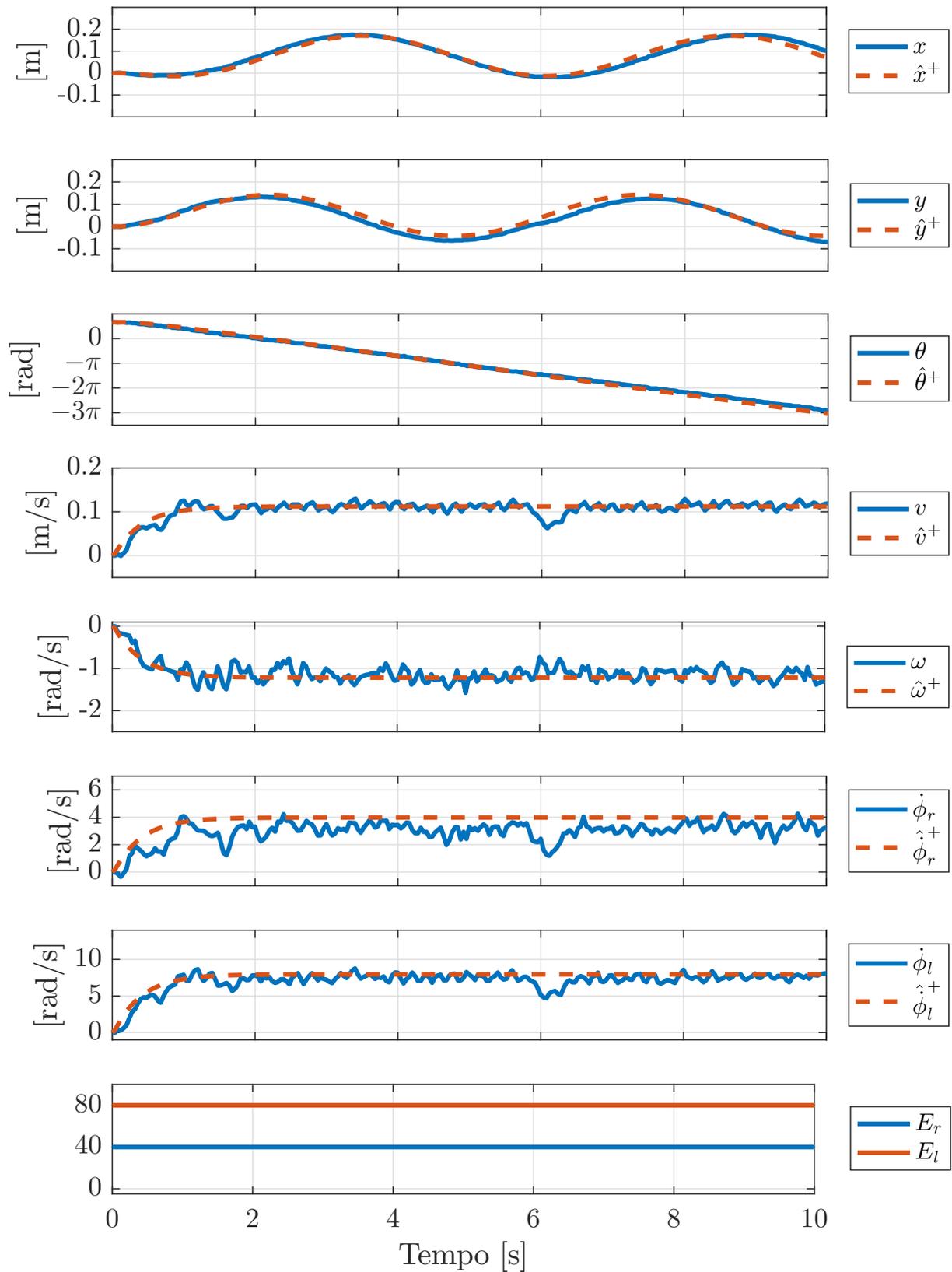


Figura 21 – Ajuste dos estados do modelo completo  $\mathcal{M}(\Gamma^+)$  e do robô real  $\mathcal{R}(\Gamma)$  (Validação) – VSSS

### 3.3 Sistemas bomba-tanque

Essa Seção aborda o problema proposto em [Chianeh, Stigter e Keesman \(2011\)](#), que utiliza um sistema composto por uma bomba de água e um tanque com escoamento. O objetivo da proposta é estimar experimentalmente a lei de Bernoulli, cujos parâmetros são conhecidos, permitindo assim atestar a qualidade da estimação. O sistema é composto por um fluxo de entrada de água, através da bomba  $P$ , e de um fluxo de saída, como mostrado na Figura 22:

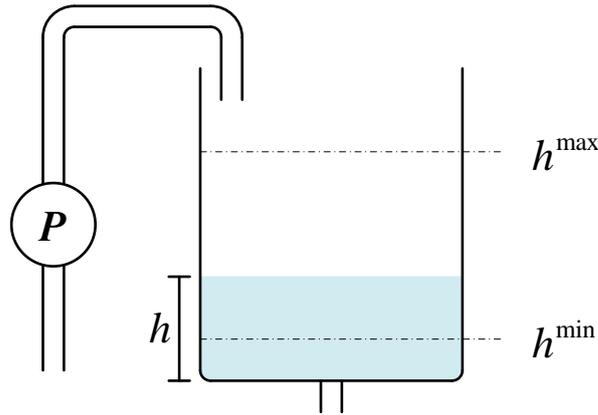


Figura 22 – Sistema tanque-bomba

A dinâmica deste sistema, em relação altura da coluna d'água é modelada pela seguinte equação diferencial:

$$\frac{dh(t)}{dt} = -\frac{a\sqrt{2g}}{A}h^{\theta_1} + \frac{k}{A}u(t) \quad (3.10)$$

onde o fluxo de entrada é considerado proporcional à tensão aplicada à bomba  $u$ ,  $A$  e  $a$  são a área da seção transversal do tanque e da saída, respectivamente,  $h$  é a altura da coluna d'água e  $g$  é a constante gravitacional. O parâmetro que se deseja determinar é  $\Gamma = [\theta_1]$ , cujo valor real, de acordo com a lei de Bernoulli, é  $\Gamma = 0.5$ . Considerando os mesmos valores adotados em [Chianeh, Stigter e Keesman \(2011\)](#), i. e.,  $a = 0.000491\text{dm}^2$ ,  $A = 0.1257\text{dm}^2$ ,  $g = 98.1\text{dm/s}^2$  e  $k = 0.0012\text{ dm}^3/\text{Vs}$ , a Equação 3.10 permite a construção do seguinte modelo em espaço de estados:

$$\mathcal{M}(\Gamma) := \begin{cases} \dot{h} = -0.0547h^{\theta_1} + 0.0095u(t) \\ \mathbf{x} = [h, \dot{h}]^T \\ \mathbf{y} = \mathbf{x} \end{cases} \quad (3.11)$$

Para atestar o bom desempenho da metodologia proposta, são realizadas cinco simulações com diferentes estimativas “*a priori*” para o parâmetro  $\Gamma$ . A única restrição imposta neste sistema diz respeito ao volume de líquido no tanque:  $h$  não pode exceder uma altura máxima  $h_{max} = 0.4\text{m}$ , tampouco ser menor que  $h_{min} = 0\text{m}$ , a partir de onde o

modelo perde sua representatividade. O sinal de excitação escolhido deve excitar  $m = 1$  entrada, e possuir  $k = 3$  estágios, o que é definido pelo usuário. Os valores máximos de excitação, em volts, dependem dos limites de operação da bomba, que devem ser  $2.4V \leq u \leq 10V$  segundo Chianeh, Stigter e Keesman (2011). Limites máximo e mínimos arbitrários também foram impostos aos estágios, de modo que  $3.45s \leq t \leq 17.5s$ .

Para fins de análise, considere a primeira simulação. A estimativa inicial de  $\theta_1$  foi  $\hat{\Gamma}^- = 0.1$ . Usando uma perturbação aleatória, através da Equação 2.2, o parâmetro perturbado  $\tilde{\Gamma}^p = 0.1377$  é obtido, que é utilizado no Algoritmo 2. O sinal de excitação sub-ótimo  $\mathbf{u}^\oplus$  encontrado é capaz de manter o sistema modelado dentro de uma região de segurança, sem penalidades.

A otimização de  $\mathbf{u}^\oplus$  gerou um sinal de estimação muito rico, o que pode ser visto pelo valor de  $f_{\hat{\delta}}(\cdot) = 6.52 \cdot 10^{-10}$ , demonstrando que o sinal obtido é muito adequado ao problema proposto. Na aplicação do Algoritmo 3, uma estimativa “*a posteriori*”  $\hat{\Gamma}^+ = 0.500$  foi encontrada, precisamente o valor desejado. Os resultados das cinco simulações são apresentados na Tabela 17, onde é possível ver que mesmo com estimativas iniciais bastante diversas (até quatro vezes maiores que o valor real), a metodologia proposta foi capaz de encontrar o parâmetro real da Equação 3.10. Há de se notar os baixíssimos valores de ajuste de saída  $f_o(\cdot)^2$ ,  $f_V(\cdot)$ , e  $t_u$ , que alcançou seu mínimo em todas as 5 simulações.

Tabela 17 – Geração de sinal ótimo para o sistema tanque-bomba

Sim	$\hat{\Gamma}^-$	$\tilde{\Gamma}^p$	$\hat{\Gamma}^+$	$f_o(\cdot)$	$f_{\hat{\delta}}(\cdot)$	$t_u$	$f_V(\cdot)$
1	0.10	0.1377	0.500	$5.34 \cdot 10^{-9}$	$6.52 \cdot 10^{-10}$	10.35	0.0559
2	0.30	0.2403	0.500	$5.34 \cdot 10^{-9}$	$2.12 \cdot 10^{-10}$	10.35	0.0425
3	0.40	0.5143	0.500	$5.34 \cdot 10^{-9}$	$6.85 \cdot 10^{-10}$	10.35	0.0217
4	0.90	0.5586	0.500	$5.34 \cdot 10^{-9}$	$6.85 \cdot 10^{-10}$	10.35	0.0215
5	2.00	2.5075	0.500	$5.34 \cdot 10^{-9}$	$3.08 \cdot 10^{-10}$	10.35	0.0221

Para testar a metodologia em uma situação mais desafiadora, a Equação 3.10 foi modificada para um sistema MIMO, com duas bombas e dois tanques em cascata, como mostrado na Figura 23.

O novo modelo que descreve a dinâmica deste sistema é dado por:

$$\mathcal{M}(\Gamma) := \begin{cases} \dot{h}_1 = -0.0547h_1^{\theta_1} + 0.0095u_1(t) \\ \dot{h}_2 = -0.0547h_2^{\theta_2} + 0.0547h_1^{\theta_1} + 0.0095u_2(t) \\ \mathbf{x} = [h_1, \dot{h}_1, h_2, \dot{h}_2]^T \\ \mathbf{y} = \mathbf{x} \end{cases} \quad (3.12)$$

onde agora o conjunto de parâmetros a ser estimado é  $\Gamma = [\theta_1, \theta_2]^T$ . Neste exemplo, os limites de cada tanque são  $0 \leq h_1 \leq 0.4m$  e  $0 \leq h_2 \leq 1m$ , mantidos os limites de operação

<sup>2</sup> não nulo devido aos ruídos simulados de processo e medição

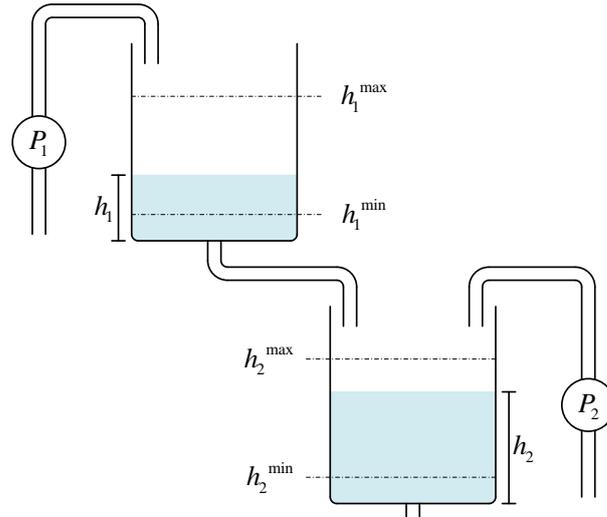


Figura 23 – Sistema com dois tanques e duas bombas

das bombas, o número de estágios e os tempos máximos e mínimos.

Novamente, as cinco simulações apresentam grande variação paramétrica. Como no caso anterior, o sinal  $\mathbf{u}^\oplus$  obtido em cada caso foi capaz de estimar o parâmetro desejado corretamente, como apresentado na Tabela 18. Novamente, as métricas  $f_{\hat{\delta}}(\cdot)$ ,  $f_o(\cdot)$ ,  $f_V(\cdot)$  e  $t_u$  alcançaram valores muito baixos, mostrando que  $\mathbf{u}^\oplus$  é um sinal de grande aptidão para a tarefa determinada.

Tabela 18 – Geração de sinal ótimo para o sistema tanque-bomba duplo

Sim	$\hat{\Gamma}^-$		$\hat{\Gamma}^+$		$f_o(\cdot)$	$f_{\hat{\delta}}(\cdot)$	$t_u$	$f_V(\cdot)$
	$\theta_1$	$\theta_2$	$\theta_1$	$\theta_2$				
1	0.1	0.1	0.500	0.500	$5.33 \cdot 10^{-9}$	$5.86 \cdot 10^{-10}$	10.35	0.13
2	0.3	0.3	0.500	0.500	$5.33 \cdot 10^{-9}$	$1.91 \cdot 10^{-10}$	10.35	0.10
3	0.4	0.4	0.500	0.500	$5.33 \cdot 10^{-9}$	$1.43 \cdot 10^{-10}$	10.35	0.09
4	0.9	0.9	0.500	0.500	$5.33 \cdot 10^{-9}$	$6.35 \cdot 10^{-10}$	10.35	0.09
5	2.0	2.0	0.500	0.500	$5.33 \cdot 10^{-9}$	$2.79 \cdot 10^{-10}$	10.35	0.09

### 3.4 Sistema Dinâmico com Bifurcação Cela-nó

Aumentando o grau de dificuldade, essa Seção aborda o caso de um sistema similar a uma bifurcação cela-nó, apresentado em [Strogatz \(2014\)](#), cujo modelo é apresentado na Equação 3.13.

$$\mathcal{M}(\Gamma) = \begin{cases} \dot{x} = a + bx - x^c + du(t) \\ y = x; \end{cases} \quad (3.13)$$

onde  $x$  e  $y \in \mathbb{C}$ , e  $\mathbf{\Gamma} = [a, b, c, d]^T \in \mathbb{R}^4$  é o conjunto de parâmetros a serem estimados, baseado em um sistema de bifurcação imperfeita da Equação 3.14:

$$\dot{x} = h + rx - x^3 \quad (3.14)$$

A diferença fundamental entre (3.13) e (3.14) está na inclusão de uma entrada  $u$ , uma vez que pode-se considerar  $a = h$  e  $b = r$ . Ao se permitir que  $c$  seja diferente de dois, há o surgimento de sistemas de bifurcações diferentes, complicando muito mais o problema. A princípio, assumamos que  $c = 3$  caracteriza uma bifurcação imperfeita, que dependendo de  $r$  e  $h$  pode levar a uma catástrofe cúspide (*cusp catastrophe*) (STROGATZ, 2014). Este sistema é muito sensível aos parâmetros  $r$  e  $h$ , como pode ser visto na Figura 24, que representa uma superfície cúspide (*cusp surface*). A superfície mostra o comportamento de cada diagrama de bifurcação, dados os parâmetros do sistema. Esta superfície pode ser entendida como um campo vetorial, que guia o comportamento dinâmico do sistema. O termo catástrofe é motivado pelo fato de que caso haja alguma mudança nos parâmetros, isso pode significar uma descontinuidade entre os estados do sistema, como indicaria uma “queda” da borda da Figura 24: se este sistema representasse uma ponte, ou qualquer construção, essa descontinuidade significaria uma falha catastrófica (STROGATZ, 2014).

Com o intuito de simular o sistema, foi considerado que: 1) há um ruído gaussiano  $\mathcal{N}(0, 0.025)$  corrompendo os estados; 2)  $\mathbf{x}_{\max} = 3 + i$ ,  $\mathbf{x}_{\min} = -3 - i$  e  $\mathbf{x}_0 = -0.8 - 0i$ ; 3) o sinal de entrada  $u$  possui  $k = 3$  estágios; 4) o valor “real” dos parâmetros  $\mathbf{\Gamma} = [2, 2.5, 3, 4]^T$  foi escolhido arbitrariamente; e 5) os valores da estimativa “*a priori*” e perturbada  $\hat{\mathbf{\Gamma}}^-$  e  $\tilde{\mathbf{\Gamma}}^p$  são escolhidas aleatoriamente variando uma faixa de  $\pm 50\%$  ao redor de  $\mathbf{\Gamma}$  e  $\hat{\mathbf{\Gamma}}^-$ , respectivamente.

Cinco experimentos gerados com as premissas descritas anteriormente são apresentados na Tabela 19. É possível perceber que para uma grande variação de estimativas iniciais, a metodologia conseguiu gerar sinais de excitação  $\mathbf{u}^\oplus$  adequados. Em todos os casos houve convergência para os parâmetros corretos, sempre respeitando a região permitida do experimento, ou seja, o sinal de entrada conseguiu manter os sistemas estáveis e limitados em todos os 5 casos.

Tabela 19 – Bifurcação Imperfeita: Cenários de Geração de Sinal Ótimo –  $\mathbf{u}^\oplus$

Sim	$\hat{\mathbf{\Gamma}}^-$				$\hat{\mathbf{\Gamma}}^+$				$f_o(\cdot)$	$f_{\hat{\delta}}(\cdot)$
	$a$	$b$	$c$	$d$	$a$	$b$	$c$	$d$		
1	1.42	2.45	2.76	5.44	1.99	2.50	3.00	3.99	$5.27 \cdot 10^{-4}$	$7.32 \cdot 10^{-5}$
2	1.31	3.10	2.29	4.16	2.00	2.50	3.00	3.99	$5.21 \cdot 10^{-4}$	$7.24 \cdot 10^{-5}$
3	2.72	2.18	3.17	5.82	2.00	2.49	3.00	4.00	$5.23 \cdot 10^{-4}$	$2.07 \cdot 10^{-3}$
4	2.98	2.62	2.34	2.31	2.03	2.48	2.99	3.94	$5.26 \cdot 10^{-4}$	$2.12 \cdot 10^{-2}$
5	2.35	1.36	2.53	4.58	2.00	2.49	3.00	3.99	$5.23 \cdot 10^{-3}$	$5.45 \cdot 10^{-5}$

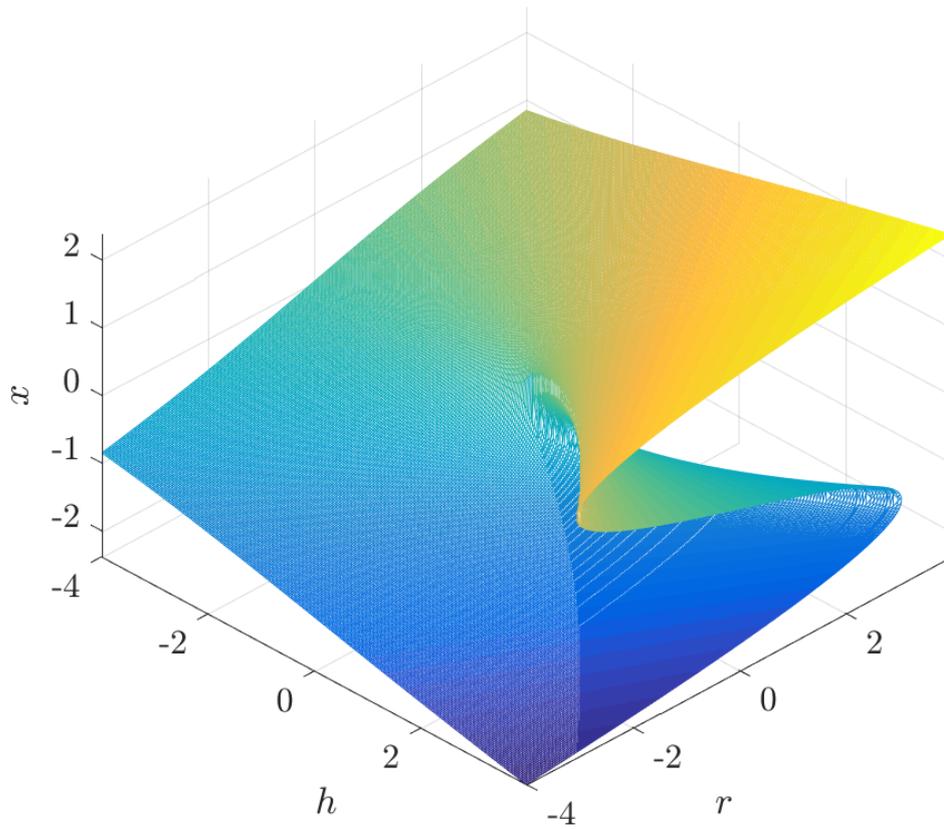
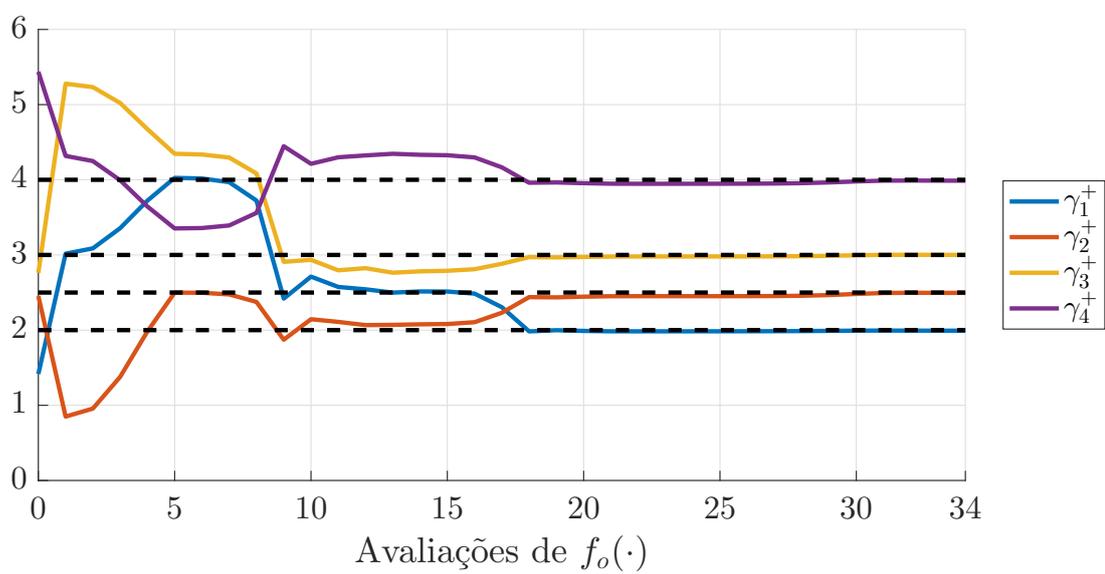


Figura 24 – Superfície de Catástrofe Cúspide (STROGATZ, 2014)

A Figura 25 mostra a convergência dos parâmetros da simulação 1, durante a estimação de  $\hat{\Gamma}^+$ . O algoritmo de pontos interiores leva 17 iterações para para aproximar os parâmetros dos seus valores reais, e outras 17 para ajuste fino. O início da estimação é “turbulento”, mas o algoritmo se mostra eficiente e adequado para estimação de parâmetros, dado um sinal  $\mathbf{u}^\oplus$  persistentemente excitante. Mesmo o pior resultado, apresentado pela simulação 4, não apresenta um desvio de parâmetros que exceda 2% de cada parâmetro individualmente.

O Capítulo 3 abordou aplicação da metodologia em um robô diferencial, em sistemas tanque-bomba, e para estimar os parâmetros de uma bifurcação imperfeita. Em todos os casos, o sinal de excitação foi utilizado em malha aberta, uma vez que os modelos se mantiveram estáveis. Alguns sistemas necessitam de leis de controle, ou sua operação pode levar a situações destrutivas. A aplicação da metodologia SOESGOPE modificada será apresentada no Capítulo 4, onde será tratada da estimação de parâmetros de um AUV, através da excitação em malha fechada da planta não linear.

Figura 25 – Convergência dos Parâmetros durante estimação de  $\hat{\Gamma}^+$  – simulação 1



## 4 Estimação Paramétrica – TriMARES

A metodologia de estimação de parâmetros desenvolvida neste trabalho foi apresentada no Capítulo 2, e analisada no Capítulo 3, através dos diversos casos preliminares. O objetivo deste capítulo é apresentar a utilização da metodologia de OID e OPE para o AUV TriMARES, para um conjunto limitado de parâmetros. A modelagem deste veículo é detalhada no Apêndice A, e revela uma planta fortemente não linear e desafiadora do ponto de vista do controle (FOSSEN, 1994), devido aos efeitos hidrostáticos e hidrodinâmicos.

O AUV TriMARES é uma evolução do AUV *Modular Autonomous Robot for Environment Sampling* (MARES) (CRUZ; MATOS; FERREIRA, 2013), veículo submarino autônomo desenvolvido pelo Laboratório *Ocean Systems* da Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto (FEUP) e *Institute for Systems and Robotics*, com a função de coletar amostras em ambiente subaquático, mostrado na Figura 26. O AUV MARES é dotado de quatro propulsores, dois para movimento em *heave* (verticalmente) e controle de arfagem (inclinação longitudinal), e dois para controle de *surge* (para frente) e guinada, apresentando restrições de caráter não-holonômico (SPONG; HUTCHINSON; VIDYASAGAR, 2006): de modo similar a um robô móvel diferencial, apresenta restrição em velocidade lateral (*knife-edge constraint*).



Figura 26 – MARES - *Modular Autonomous Robot for Environment Sampling*

O TriMARES, constituído de três torpedos, foi concebido para expandir as capacidades de locomoção e *payload* do MARES, para inspeção de barragens (CRUZ et al., 2011). A Figura 27 apresenta o TriMARES, que pode ser operado como *Remotely Operated Vehicle* (ROV) ou AUV, e possui uma topologia similar a outro veículo, o *Autonomous Benthic Explorer* (ABE) (YOERGER; BRADLEY; WALDEN, 1991). Porém, poucos exemplos de AUV com múltiplos torpedos surgiram recentemente, principalmente de pequeno porte.

Uma modelagem adequada, seguida de uma busca eficiente dos parâmetros desco-

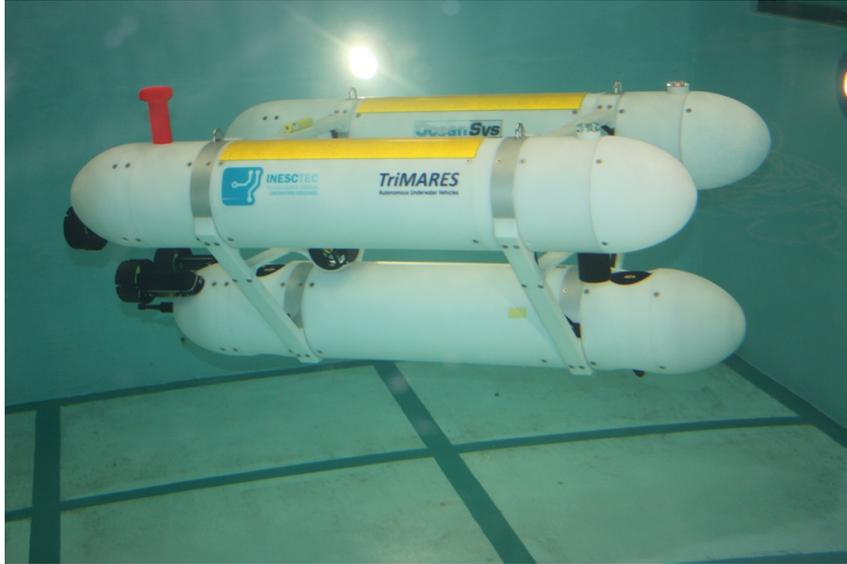


Figura 27 – TriMARES - AUV/ROV Híbrido

nhecidos, permitirá o desenvolvimento de controladores de alto desempenho para este AUV. Algumas estratégias de controle, como a linearização por realimentação de estados (*feedback linearization*) permite a elaboração de controlador Proporcional-Integral-Derivativo (PID) para controle do veículo. Seu princípio de funcionamento se dá através da retroalimentação dos efeitos das não linearidades, de modo a anulá-las, como no caso do *computed torque* (FORSYTH; PONCE, 2002). Esta estratégia foi executada em Fernandes et al. (2015), Fernandes (2015) e demonstrou ser efetiva para veículos subaquáticos. Mesmo em métodos de controle não baseados em modelos, como o caso das redes neurais artificiais (YUH, 1990), uma descrição precisa da dinâmica do veículo é útil durante a fase de avaliação do método de controle.

O modelo do TriMARES possui muitas considerações de simplificação, que são mais efetivas para veículos com formas mais simples, como é o caso do AUV MARES (FERREIRA et al., 2009), com formato delgado de torpedo. Por sua vez, o TriMARES possui formato de 3 torpedos interconectados, como apresentado na Figura 27. A modelagem de veículos subaquáticos com forma mais complexa é consideravelmente mais difícil (YANG et al., 2014), portanto será utilizado neste trabalho a modelagem tradicional, que será melhorada através da utilização da metodologia SOESGOPE. A metodologia proposta será alterada para utilização de malha fechada, visto que o sistema é naturalmente instável, e necessita de uma lei de controle. O ambiente onde o experimento real deve ser aplicado é bastante desafiador, e o uso de malha fechada aumenta consideravelmente a segurança do experimento.

Este Capítulo será dividido da seguinte maneira: A Seção 4.1 apresenta as simplificações do modelo do AUV, além de uma análise sobre a precisão de cada parâmetro, de modo a selecionar um conjunto a ser estimado; A Seção 4.2 apresenta a adequação do

modelo do AUV TriMARES à metodologia proposta, assim como a escolha e sintonia de controladores em malha fechada para o veículo; A Seção 4.3 aplica a parametrização do sinal, com todas as definições necessárias para a obtenção da partícula  $\Xi^\oplus$ , que implementa o sinal sub-ótimo  $\mathbf{u}^\oplus$ ; por fim a Seção 4.4 apresenta os resultados e discussões acerca da utilização da metodologia SOESGOPE ao AUV.

## 4.1 Modelo Dinâmico Simplificado

Uma abordagem de modelagem para veículos subaquáticos é apresentada em Fossen (1994), e é adequada ao TriMARES através do Apêndice A, que apresenta também a nomenclatura e notações usuais no estudo de AUVs. A modelagem parte do estudo da dinâmica dos corpos rígidos, e então abrange as forças e torques externos. Levando em consideração os efeitos hidrostáticos e hidrodinâmicos, e a força de propulsão, as equações dinâmicas de um veículo submarino podem ser escritas a partir da Equação A.19:

$$\boldsymbol{\tau}_{RB} = \boldsymbol{\tau}_A(\dot{\boldsymbol{\nu}}, \boldsymbol{\nu}) + \boldsymbol{\tau}_D(\boldsymbol{\nu}) + \boldsymbol{\tau}_R(\boldsymbol{\eta}) + \boldsymbol{\tau}_P \quad (4.1)$$

onde  $\boldsymbol{\tau}_{RB} = [X, Y, Z, K, M, N]^T$  é o vetor generalizado das as forças e torques externos,  $\boldsymbol{\tau}_A(\dot{\boldsymbol{\nu}})$  é o vetor das forças e momentos de massa acrescentada,  $\boldsymbol{\tau}_D(\boldsymbol{\nu})$  é o vetor das forças e momentos de amortecimento hidrodinâmico,  $\boldsymbol{\tau}_R(\boldsymbol{\eta}) = \mathbf{g}(\boldsymbol{\eta})$  é o vetor de forças e momentos de restabelecimento, e  $\boldsymbol{\tau}_P$  são as forças e momentos de propulsão. O vetor  $\boldsymbol{\eta} = [\boldsymbol{\eta}_1^T, \boldsymbol{\eta}_2^T]^T = [x, y, z, \phi, \theta, \psi]^T$  é composto pelas posições lineares e angulares do AUV, em relação ao *frame* global, e  $\boldsymbol{\nu} = [\boldsymbol{\nu}_1^T, \boldsymbol{\nu}_2^T]^T = [u, v, w, p, q, r]^T$  é composto pelas velocidades do veículo, em relação ao *frame* do corpo. Por se tratarem de medidas em referenciais distintos, as velocidades  $\dot{\boldsymbol{\eta}} \neq \boldsymbol{\nu}$ , e se correlacionam através de uma matriz de transformação, de modo que  $\dot{\boldsymbol{\eta}} = \mathbf{J}(\boldsymbol{\eta})\boldsymbol{\nu}$ , apresentada pela Equação A.12.

Através das Equações A.19, A.23, A.35, A.41 e 4.1 (FOSSSEN, 1994):

$$(\mathbf{M}_{RB} + \mathbf{M}_A)\dot{\boldsymbol{\nu}} + (\mathbf{C}_{RB}(\boldsymbol{\nu}) + \mathbf{C}_A(\boldsymbol{\nu}))\boldsymbol{\nu} + \mathbf{D}(\boldsymbol{\nu})\boldsymbol{\nu} + \mathbf{g}(\boldsymbol{\eta}) = \boldsymbol{\tau}_P \quad (4.2)$$

onde  $\mathbf{M}_{RB}$  (A.20) é a matriz de inércia do corpo rígido,  $\mathbf{C}_{RB}(\boldsymbol{\nu})$  (A.21) é a matriz de termos Coriolis e centrípetos do corpo rígido,  $\mathbf{M}_A$  (A.24) é a matriz de inércia devido à massa acrescentada e  $\mathbf{C}_A(\boldsymbol{\nu})$  (A.26) é a matriz de termos Coriolis e centrípetos devido à massa acrescentada, e  $\mathbf{D}(\boldsymbol{\nu})$  (A.36) é matriz de amortecimento hidrodinâmico.

A Equação 4.2 ainda pode ser reescrita como:

$$\boldsymbol{\tau}_P = \mathbf{M}\dot{\boldsymbol{\nu}} + [\mathbf{C}(\boldsymbol{\nu}) + \mathbf{D}(\boldsymbol{\nu})]\boldsymbol{\nu} + \mathbf{g}(\boldsymbol{\eta}) \quad (4.3)$$

$$\mathbf{M} = \mathbf{M}_{RB} + \mathbf{M}_A \quad (4.4)$$

$$\mathbf{C}(\boldsymbol{\nu}) = \mathbf{C}_{RB}(\boldsymbol{\nu}) + \mathbf{C}_A(\boldsymbol{\nu}) \quad (4.5)$$

Os parâmetros da Equação 4.3 podem ser simplificados em casos específicos, como simetrias e a escolha do referencial do AUV. Nesta Seção, serão apresentadas as simplificações do modelo a ser usado no estudo da dinâmica do AUV TriMARES. Uma análise sobre a precisão dos parâmetros será apresentada em cada um dos componentes do modelo, de modo a possibilitar restringir o número de variáveis que necessitam de estimação mais precisa.

#### 4.1.1 Matriz de Inércia e Matriz de termos Coriolis e Centrífetos do Corpo Rígido

A a escolha conveniente da origem do sistema de coordenadas fixado ao AUV  $X_0Y_0Z_0$  como o centro de gravidade  $\mathbf{r}_G = [0, 0, 0]^T$ , é possível simplificar consideravelmente as Equações A.20 e A.21 (FOSSSEN, 1994):

$$\mathbf{M}_{RB} = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_x & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_y & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I_z \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

e

$$\mathbf{C}_{RB}(\boldsymbol{\nu}) = \begin{bmatrix} 0 & -mr & mq & 0 & 0 & 0 \\ mr & 0 & -mp & 0 & 0 & 0 \\ -mq & mp & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_z r & -I_y q \\ 0 & 0 & 0 & -I_z r & 0 & I_x p \\ 0 & 0 & 0 & I_y q & -I_x p & 0 \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

onde  $m$  é a massa e  $\mathbf{I} = \text{diag}(I_x, I_y, I_z)$  é matriz de inércia do veículo.

As matrizes  $\mathbf{M}_{RB}$  e  $\mathbf{C}_{RB}(\boldsymbol{\nu})$  são esparsas, dependentes da posição do centro de gravidade  $\mathbf{r}_G$ , da massa  $m$  e da matriz de inércia  $\mathbf{I}$ . A massa pode ser medida com muito boa precisão, e os termos da matriz  $\mathbf{I}$  também podem ser obtidos com aproximações bem razoáveis. A posição do centro de gravidade pode ser obtida com grande precisão se realizado o procedimento apresentado em Ferreira, Matos e Cruz (2012), com o qual é

possível se estimar este ponto com bastante precisão. Deste modo, se conclui que  $\mathbf{M}_{RB}$  e  $\mathbf{C}_{RB}(\boldsymbol{\nu})$  não são fontes pertinentes de imprecisão, e o valor de seus parâmetros modelados inicialmente serão considerados precisos.

#### 4.1.2 Matriz de Inércia e Matriz de termos Coriolis e Centrífetos de Massa Acrescentada

A matriz  $\mathbf{M}_A$  (e consequentemente  $\mathbf{C}_A(\boldsymbol{\nu})$ ) pode ser simplificadas devido à simetria em relação ao plano  $\{X_0Y_0\}$  (FERREIRA, 2009) apresentada pelo AUV. Assim:

$$\mathbf{M}_A = - \begin{bmatrix} X_{\dot{u}} & 0 & 0 & 0 & X_{\dot{q}} & 0 \\ 0 & Y_{\dot{v}} & 0 & Y_{\dot{p}} & 0 & Y_{\dot{r}} \\ 0 & 0 & Z_{\dot{w}} & 0 & Z_{\dot{q}} & 0 \\ 0 & K_{\dot{v}} & 0 & K_{\dot{p}} & 0 & 0 \\ M_{\dot{u}} & 0 & M_{\dot{w}} & 0 & M_{\dot{q}} & 0 \\ 0 & N_{\dot{v}} & 0 & 0 & 0 & N_{\dot{r}} \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

e

$$\mathbf{C}_A(\boldsymbol{\nu}) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_2 \\ 0 & 0 & 0 & a_3 & 0 & -a_1 \\ 0 & 0 & 0 & -a_2 & a_1 & 0 \\ 0 & -a_3 & -a_2 & 0 & -b_3 & b_2 \\ a_3 & 0 & -a_1 & b_3 & 0 & -b_1 \\ -a_2 & a_1 & 0 & -b_2 & b_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

onde

$$\begin{aligned} a_1 &= \cancel{X_{\dot{u}}u} + \cancel{X_{\dot{v}}v} + \cancel{X_{\dot{w}}w} + \cancel{X_{\dot{p}}p} + X_{\dot{q}}q + \cancel{X_{\dot{r}}r} \\ &= X_{\dot{u}}u + X_{\dot{q}}q \end{aligned} \quad (4.10)$$

$$\begin{aligned} a_2 &= \cancel{X_{\dot{v}}u} + Y_{\dot{v}}v + \cancel{Y_{\dot{w}}w} + Y_{\dot{p}}p + \cancel{Y_{\dot{q}}q} + Y_{\dot{r}}r \\ &= Y_{\dot{v}}v + Y_{\dot{p}}p + Y_{\dot{r}}r \end{aligned} \quad (4.11)$$

$$\begin{aligned} a_3 &= \cancel{X_{\dot{w}}u} + \cancel{Y_{\dot{w}}v} + Z_{\dot{w}}w + \cancel{Z_{\dot{p}}p} + Z_{\dot{q}}q + \cancel{Z_{\dot{r}}r} \\ &= Z_{\dot{w}}w + Z_{\dot{q}}q \end{aligned} \quad (4.12)$$

$$\begin{aligned} b_1 &= \cancel{X_{\dot{p}}u} + Y_{\dot{p}}v + \cancel{Z_{\dot{p}}w} + K_{\dot{p}}p + \cancel{K_{\dot{q}}q} + \cancel{K_{\dot{r}}r} \\ &= Y_{\dot{p}}v + K_{\dot{p}}p \end{aligned} \quad (4.13)$$

$$\begin{aligned} b_2 &= X_{\dot{q}}u + \cancel{Y_{\dot{q}}v} + Z_{\dot{q}}w + \cancel{K_{\dot{q}}p} + M_{\dot{q}}q + \cancel{M_{\dot{r}}r} \\ &= X_{\dot{q}}u + Z_{\dot{q}}w + M_{\dot{q}}q \end{aligned} \quad (4.14)$$

$$\begin{aligned} b_3 &= \cancel{X_{\dot{r}}u} + Y_{\dot{r}}v + \cancel{Z_{\dot{r}}w} + \cancel{K_{\dot{r}}p} + \cancel{M_{\dot{r}}q} + N_{\dot{r}}r \\ &= Y_{\dot{r}}v + N_{\dot{r}}r \end{aligned} \quad (4.15)$$

Frequentemente, os parâmetros de  $\mathbf{M}_A$  são obtidos baseados em aproximações e métodos semi-empíricos (IMLAY, 1961; WHITE, 2009; PRESTERO, 2001), como a aproximação de corpos delgados (*slender body approximation*), ou a teoria as tiras (*strip theory*) (FOSSEN, 1994). Considerando o caso de AUV, que é um veículo concebido para operar totalmente submerso, é possível afirmar que  $\mathbf{M}_A$  é uma matriz simétrica e positiva definida, isto é  $\mathbf{M}_A = \mathbf{M}_A^T > \mathbf{0}_{6 \times 6}$ , o que é uma consideração importante para a prova de estabilidade do veículo (o que está fora do escopo deste trabalho, mas pode ser verificado em (FOSSEN, 1994)). Mesmo lidando com fluidos não-ideais, a precisão parâmetros semi-empíricos é bastante razoável (FOSSEN, 1994). Devido a este fato, é possível dizer que os parâmetros de  $\mathbf{M}_A$  (e portanto de  $\mathbf{C}_A(\boldsymbol{\nu})$ ) são precisos e bem conhecidos.

### 4.1.3 Forças de Restabelecimento

Considerando a escolha do sistema de coordenadas na origem,  $\mathbf{r}_G = [0, 0, 0]^T$ , e  $x_B = 0$ , e  $y_B = 0$  como a posição do centro de flutuação, é possível fazer algumas aproximações nos efeitos de restabelecimento. O ângulo pode ser aproximado para  $\phi \approx 0$ , devido à estabilidade metacêntrica, de modo que  $s_\phi \approx 0^1$  e  $c_\phi \approx 1$  (FERREIRA, 2009). Deste modo:

$$\begin{aligned} \mathbf{g}(\boldsymbol{\eta}) &= \boldsymbol{\tau}_R = - \begin{bmatrix} \mathbf{f}_G(\boldsymbol{\eta}) + \mathbf{f}_B(\boldsymbol{\eta}) \\ \mathbf{r}_g \times \mathbf{f}_G(\boldsymbol{\eta}) + \mathbf{r}_B \times \mathbf{f}_B(\boldsymbol{\eta}) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} (W - B)s_\theta \\ -(W - B)c_\theta s_\phi \\ -(W - B)c_\theta c_\phi \\ -(y_G W - y_B B)c_\theta c_\phi + (z_G W - z_B B)c_\theta s_\phi \\ -(z_G W - z_B B)s_\theta + (x_G W - x_B B)c_\theta c_\phi \\ -(x_G W - x_B B)c_\theta s_\phi + (y_G W - y_B B)s_\theta \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.16)$$

$$\approx \begin{bmatrix} (W - B)s_\theta \\ 0 \\ -(W - B)c_\theta \\ 0 \\ -z_B B s_\theta \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.17)$$

onde  $W$  é a força peso,  $B$  é a força de flutuabilidade, e  $z_B$  é a componente  $z$  da posição do centro de flutuação do AUV, em relação ao referencial do veículo.

As forças de restabelecimento dependem do peso  $W$  e da flutuação  $B$  do veículo, além do bom conhecimento das posições  $\mathbf{r}_G$  e  $\mathbf{r}_B = [x_B, y_B, z_B]^T$ . O conhecimento do peso do veículo, bem como de sua flutuabilidade não são difíceis de se obter. A

<sup>1</sup> a definição  $s_\phi \triangleq \sin(\phi)$  e  $c_\phi \triangleq \cos(\phi)$  são apresentadas no Apêndice A

posição do centro de flutuação é calibrável com adição de pesos e flutuadores na estrutura do veículo, para se obter equilíbrio em  $\theta = \phi = 0$ , de modo que a afirmação  $x_B = 0$  e  $y_B = 0$  é bastante coerente. A determinação de  $z_b$  pode ser feita através da posição dos 3 torpedos do veículo em relação a origem, considerando que possuem mesmo volume, e portanto geram a mesma força de flutuação.

As aproximações  $s_\phi = 0$  e  $c_\phi = 1$  são devido aos pequenos valores de rolagem do veículo, alcançados através da estabilidade metacêntrica. A diferença de posição entre o centro de gravidade e flutuação no TriMARES é especialmente grande, o que permite uma estabilidade metacêntrica muito boa, de modo que  $\phi \approx 0$ . Contudo, esse fato é complicador para o controle de  $\theta$ , o que será visto mais adiante. É possível concluir que os parâmetros que influenciam as forças de estabelecimento são precisos, e facilmente obtidos.

#### 4.1.3.1 Matriz de Configuração de Propulsão

A posição de cada um dos sete propulsores do TriMARES, em relação a  $X_0Y_0Z_0$  está descrita na Tabela 20. A Figura 28 apresenta a posição de cada um dos propulsores  $P1, \dots, P7$ .

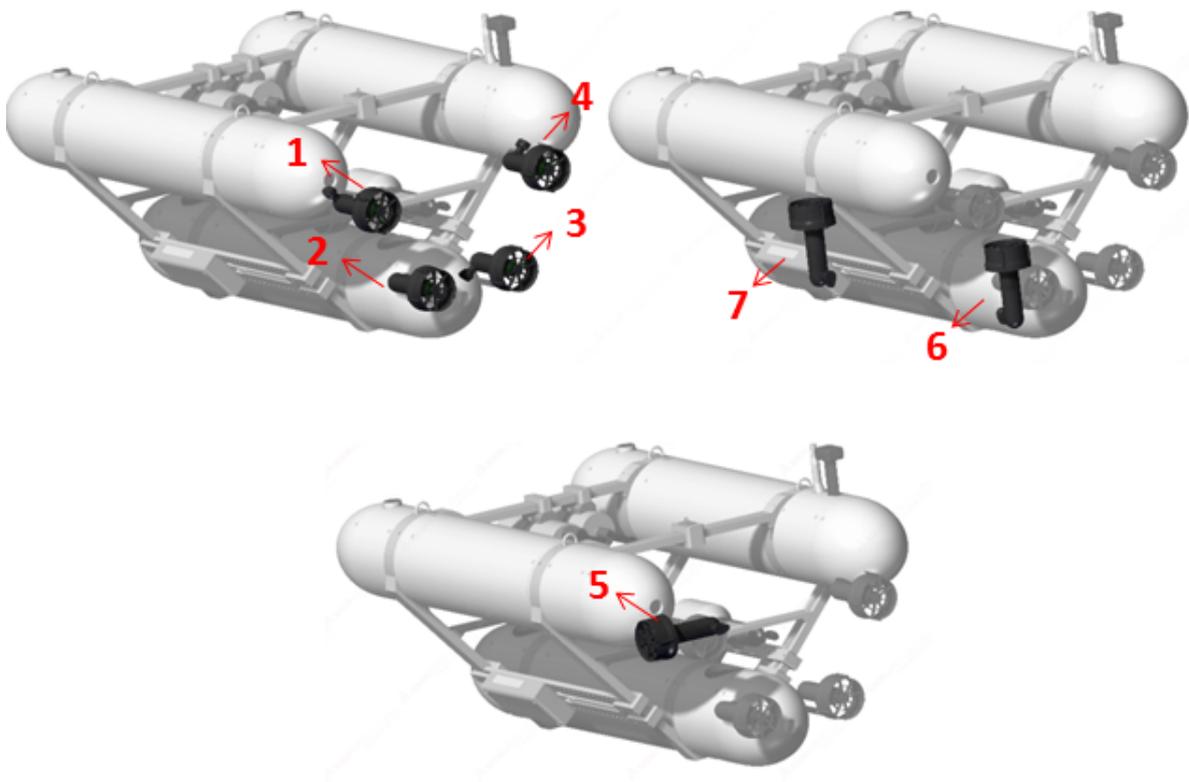


Figura 28 – TriMARES, evidenciando a posição dos sete propulsores

A matriz  $\mathbf{P}$  é a matriz de configuração de propulsão do AUV o TriMARES, definida

por:

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ z_1 & z_2 & z_3 & z_4 & 0 & -x_6 & -x_7 \\ -y_1 & -y_2 & -y_3 & -y_4 & x_5 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.18)$$

Todos os parâmetros de  $\mathbf{P}$  são medidas feitas em relação ao centro de gravidade, que como já discutido, é bem conhecido. Deste modo, a matriz  $\mathbf{P}$  não apresenta parâmetros com grande imprecisão, visto que as medidas de distância entre os propulsores é de simples execução. Em essência, o problema maior é devido à Equação A.47, mais especificamente em  $\mathbf{f}_P$ , vetor composto pela força de cada um dos sete motores do AUV. A Sub-subseção A.3.2.5 apresenta as simplificações utilizadas no modelo dos propulsores, e um mapeamento utilizado para determinar a força de cada propulsor aproximadamente. Esta determinação não é muito precisa, visto que i) ignora a variação com a velocidade do AUV e ii) não leva em conta a dinâmica do motor. Como esta modelagem é muito complexa, a velocidade máxima do veículo é relativamente baixa, e a dinâmica do motor é muito mais veloz que a do veículo (FERNANDES, 2015), os parâmetros relativos à propulsão também serão considerados precisos.

#### 4.1.3.2 Matriz de Amortecimento Hidrodinâmico

A simplificação de  $\mathbf{D}(\boldsymbol{\nu})$  proposta em (FOSSEN, 1994) sugere que

$$\text{diag}(X_{u|u}|u|, Y_{v|v}|v|, |Z_{w|w}|w|, K_{p|p}|p|, M_{q|q}|q|, N_{r|r}|r|), \quad (4.19)$$

No caso do AUV TriMARES, tem-se que  $Y_{r|r}$ ,  $Z_{q|q}$ ,  $M_{w|w}$  são diferentes de zero devido à assimetria no plano  $\{Y_0Z_0\}$ ; e  $M_{u|u}$ ,  $X_{q|q}$ ,  $Y_{p|p}$  e  $K_{v|v}$  não nulos devido à assimetria  $\{X_0Y_0\}$  (FERREIRA; MATOS; CRUZ, 2012):

$$\mathbf{D}(\boldsymbol{\nu}) = \begin{bmatrix} X_{u|u}|u| & 0 & 0 & 0 & X_{q|q}|q| & 0 \\ 0 & Y_{v|v}|v| & 0 & Y_{p|p}|p| & 0 & Y_{r|r}|r| \\ 0 & 0 & |Z_{w|w}|w| & 0 & Z_{q|q}|q| & 0 \\ 0 & K_{v|v}|v| & 0 & K_{p|p}|p| & 0 & 0 \\ M_{u|u}|u| & 0 & M_{w|w}|w| & 0 & M_{q|q}|q| & 0 \\ 0 & N_{v|v}|v| & 0 & 0 & 0 & N_{r|r}|r| \end{bmatrix} \quad (4.20)$$

Os efeitos do amortecimento hidrodinâmico  $\mathbf{D}(\boldsymbol{\nu})$ , como pode ser visto em A.3.2.2, são os que mais sofrem aproximações para simplificar sua modelagem. Neste trabalho,

apenas os termos quadráticos são utilizados na modelagem, porque são considerados dominantes aos lineares (FERREIRA; MATOS; CRUZ, 2012). Há um grande número de fatores que contribuem para a imprecisão dos coeficiente de  $\mathbf{D}(\boldsymbol{\nu})$ , como por exemplo o arrasto devido as barras que interconectam os torpedos do veículos, cabos e equipamentos embarcados. Para simplificar o problema de estimação paramétrica, será considerado que **toda a imprecisão no modelo é relativa aos coeficientes de  $\mathbf{D}(\boldsymbol{\nu})$** . Então, o problema de estimação paramétrica estará restrito à estimação de  $r = 14$  parâmetros:

$$\boldsymbol{\Gamma} = \left[ \begin{array}{cccccccc} X_{u|u|}, & Y_{v|v|}, & Z_{w|w|}, & K_{p|p|}, & M_{q|q|}, & N_{r|r|}, & Y_{r|r|}, \\ & Z_{q|q|}, & M_{w|w|}, & N_{v|v|}, & M_{u|u|}, & X_{q|q|}, & Y_{p|p|}, & K_{v|v|} \end{array} \right]^T \quad (4.21)$$

Todos os parâmetros necessários para a construção do modelo do TriMARES podem ser encontrados em (FERREIRA; MATOS; CRUZ, 2012). A Tabela 20 apresenta todos os parâmetros do modelo do veículo. Para se obter uma simulação fiel, um modelo completo do TriMARES em MATLAB<sup>®</sup> foi utilizado, usando o paradigma de orientação a objetos para construção do modelo computacional.

Uma vez construído o modelo do submarino, descrito pela Equação 4.3, é possível se iniciar os estudos sobre a estimação paramétrica do veículo.

Tabela 20 – TriMARES – Parâmetros

Parâmetro	Valor	Unidade	Parâmetro	Valor	Unidade
$m$	110	kg	$B$	788	N
$I_x$	5.68	kg·m <sup>2</sup>	$I_y$	10.31	kg·m <sup>2</sup>
$I_z$	12.26	kg·m <sup>2</sup>	$z_B$	$-3.50 \cdot 10^2$	m
$x_B, y_B$	0	m	$z_1, z_2$	$-4.69 \cdot 10^{-2}$	m
$z_3, z_4$	$9.97 \cdot 10^{-2}$	m	$y_1, -y_2$	$-2.29 \cdot 10^{-1}$	m
$y_3, -y_4$	$-7.67 \cdot 10^{-2}$	m	$x_5$	$-1.59 \cdot 10^{-1}$	m
$x_6$	$-3.31 \cdot 10^{-1}$	m	$x_7$	$4.38 \cdot 10^{-1}$	m
$X_{\dot{u}}$	$-5.87 \cdot 10^0$	kg	$Y_{\dot{v}}, Z_{\dot{w}}$	$-1.11 \cdot 10^2$	kg
$K_{\dot{p}}$	$-1.90 \cdot 10^2$	kg·m <sup>2</sup> /rad	$M_{\dot{q}}, N_{\dot{r}}$	$-1.26 \cdot 10^1$	kg·m <sup>2</sup> /rad
$Y_{\dot{p}}$	$-1.26 \cdot 10^1$	kg·m <sup>2</sup> /rad	$K_{\dot{v}}$	$-1.26 \cdot 10^1$	kg·m
$Y_{\dot{r}}, -Z_{\dot{q}}$	$-5.00 \cdot 10^0$	kg·m <sup>2</sup> /rad	$N_{\dot{v}}, -M_{\dot{w}}$	$-5.00 \cdot 10^0$	kg·m
$X_{\dot{q}}$	$-1.35 \cdot 10^{-1}$	kg·m <sup>2</sup> /rad	$M_{\dot{u}}$	$-1.35 \cdot 10^{-1}$	kg·m
$Y_{\dot{p}}$	$-5.59 \cdot 10^1$	kg·m <sup>2</sup> /rad	$K_{\dot{v}}$	$-5.59 \cdot 10^1$	kg·m
$X_{u u }$	$-3.24 \cdot 10^1$	kg·m	$Y_{v v }$	$-3.03 \cdot 10^2$	kg·m
$Z_{w w }$	$-3.26 \cdot 10^2$	kg·m	$K_{p p }$	$-1.21 \cdot 10^0$	kg·m <sup>2</sup> /rad <sup>2</sup>
$M_{q q }$	$-2.00 \cdot 10^1$	kg·m <sup>2</sup> /rad <sup>2</sup>	$N_{r r }$	$-1.64 \cdot 10^1$	kg·m <sup>2</sup> /rad <sup>2</sup>
$X_{q q }$	$9.52 \cdot 10^{-2}$	kg·m/rad	$Y_{p p }$	$1.92 \cdot 10^{-1}$	kg·m/rad
$Y_{r r }$	$5.867 \cdot 10^0$	kg·m/rad	$Z_{q q }$	$7.22 \cdot 10^0$	kg·m/rad
$K_{v v }$	$-6.32 \cdot 10^0$	kg	$M_{u u }$	$7.27 \cdot 10^0$	kg
$M_{w w }$	$1.31 \cdot 10^1$	kg	$N_{v v }$	$-1.08 \cdot 10^1$	kg

## 4.2 Definição do Modelo Dinâmico – TriMARES

Nos casos apresentados no Capítulo 3, o sinal de excitação  $\mathbf{u}^\oplus$  obtido foi usado em malha aberta, o que foi considerado seguro para aqueles casos. Os efeitos hidrodinâmicos e outras características não modeladas, contudo, podem causar distorções ao experimento, e levar o AUV a condições perigosas, caso não haja uma lei de controle. Por essa razão, será proposta uma variação para o uso da metodologia SOESGOPE para uso em malha-fechada: os sinais  $\mathbf{u}^\oplus$  serão usados como referências para controladores simples do AUV.

O modelo utilizado para o AUV é baseado na Equação 4.3, e é definido por:

$$\mathcal{M}(\Gamma) = \begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{6 \times 6} & \mathbf{J}(\boldsymbol{\eta}) \\ \mathbf{0}_{6 \times 6} & -\mathbf{M}^{-1}((\mathbf{C}(\boldsymbol{\nu}) + \mathbf{D}(\boldsymbol{\nu}))\boldsymbol{\nu}) \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{6 \times 1} \\ \mathbf{M}^{-1}(\mathbf{u} - \mathbf{g}(\boldsymbol{\eta})) \end{bmatrix} \\ \mathbf{y} = [u, v, z, \theta, \psi]^T \end{cases} \quad (4.22)$$

onde  $\mathbf{x} = [\boldsymbol{\eta}^T, \boldsymbol{\nu}^T]^T = [x, y, z, \phi, \theta, \psi, u, v, w, p, q, r]^T$ , i. e. todos os estados do AUV. A saída  $\mathbf{y}$  do modelo foi definida convenientemente como os estados que se deseja controlar.

A Figura 29 esboça como a metodologia proposta pode ser utilizada em malha fechada:

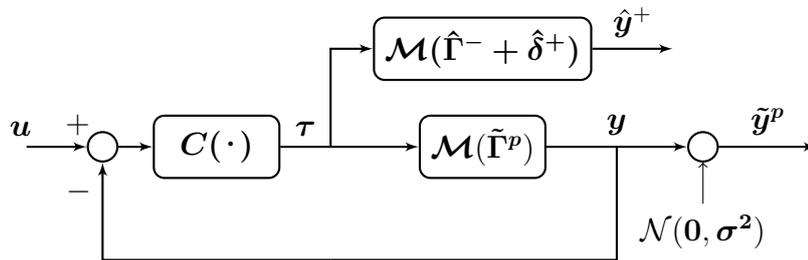


Figura 29 – Diagrama de blocos do uso em malha fechada da metodologia SOESGOPE

Na Figura 29  $\mathbf{C}(\cdot)$  é uma lei de controle simples,  $\boldsymbol{\tau}$  é efetivamente o sinal de entrada do sistema, e  $\mathbf{u}$  passa a ser um conjunto de sinais referências, com a mesma dimensão de  $\mathbf{y}$ .  $\mathcal{N}(\mathbf{0}, \boldsymbol{\sigma}^2)$  é ruído simulado de medição e de processo, aplicado a todos os estados. Neste estudo de caso foram utilizados  $\boldsymbol{\sigma}^2 = [5 \cdot 10^{-3}, 5 \cdot 10^{-3}, 5 \cdot 1, 5^{-4}, 1,5 \cdot 10^{-4}, 1,5 \cdot 10^{-4}, 5 \cdot 10^{-4}, 5 \cdot 10^{-3}, 5 \cdot 10^{-3}, 5 \cdot 10^{-3}]$ .

A estimação de parâmetros em malha fechada apresenta diversas dificuldades adicionais, como pode ser visto em [Åström e Wittenmark \(2013\)](#). O que é proposto na abordagem da Figura 29 é ligeiramente diferente: os sinais de excitação  $\boldsymbol{\tau}$  são gerados através de uma lei de controle para  $\mathcal{M}(\tilde{\Gamma}^p)$ , e aplicados em malha aberta para a estimação de  $\hat{\Gamma}^+$ . Isso implica que a saída do sistema estimado não estão correlacionadas com suas entradas, e o sistema se comporta como em uma estimação paramétrica em malha aberta convencional, reconhecidamente mais trivial.

O bloco de controle  $\mathbf{C}(\cdot)$  atua como um filtro para os sinais de referência  $\mathbf{u}$ , o que acarreta perda de informação do sinal. Contudo, o controlador deve ser calibrado de

acordo com as características do sistema real, permitindo a passagem de frequência que sensibilizem adequadamente o sistema. Isso quer dizer que, no caso de um controlador bem ajustado, a perda de informação não acarretará em problemas de identificação consideráveis, a depender da qualidade do sinal  $\mathbf{u}$ . A obtenção de  $\mathbf{u}^\oplus$  leva em consideração os efeitos de  $\mathbf{C}(\cdot)$ , portanto gera um sinal de estimação compatível com este controlador.

Para o caso em estudo, serão utilizados os controladores mais simples que garantam estabilidade do veículo, como os descritos em Fossen (1994). Existem controladores mais robustos e eficientes, como apresentados em Fernandes (2015), Ferreira (2009), contudo serão usados controladores Proporcional-Integral (PI) para as velocidades  $u$  e  $v$ , e Proporcional-Derivativo (PD) com compensação de  $\mathbf{g}(\boldsymbol{\eta})$  para  $z$ ,  $\theta$  e  $\psi$ . O intuito dessa estratégia é garantir estabilidade sem mascarar qualquer comportamento não linear do sistema, para que os parâmetros sejam detectados mais facilmente pelo Algoritmo 3. Os controladores utilizados são apresentados nas Equações 4.23 a 4.29:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\tau}_P &= \mathbf{J}(\boldsymbol{\eta}) [\mathbf{K}_P^\eta \mathbf{e}_\eta - \mathbf{K}_D^\eta \dot{\boldsymbol{\eta}}_c] \\ &\quad + \mathbf{K}_P^\nu \mathbf{e}_\nu + \mathbf{K}_I^\nu \int_0^t \mathbf{e}_\nu(\xi) d\xi + \hat{\mathbf{g}}(\boldsymbol{\eta}) \end{aligned} \quad (4.23)$$

$$\mathbf{e}_\eta = [0, 0, z^r - z, 0, \theta^r - \theta, \psi^r - \psi]^T \quad (4.24)$$

$$\mathbf{e}_\nu = [u^r - u, v^r - v, 0, 0, 0, 0]^T \quad (4.25)$$

$$\mathbf{K}_P^\eta = \text{diag}(0, 0, K_P^z, 0, K_P^\theta, K_P^\psi) \quad (4.26)$$

$$\mathbf{K}_D^\eta = \text{diag}(0, 0, K_D^z, 0, K_D^\theta, K_D^\psi) \quad (4.27)$$

$$\mathbf{K}_P^\nu = \text{diag}(K_P^u, K_P^v, 0, 0, 0, 0) \quad (4.28)$$

$$\mathbf{K}_I^\nu = \text{diag}(K_I^u, K_I^v, 0, 0, 0, 0) \quad (4.29)$$

onde  $\mathbf{K}_P^\eta$  e  $\mathbf{K}_P^\nu$  são as matrizes dos ganhos proporcionais,  $\mathbf{K}_D^\eta$  é matriz dos ganhos derivativos, e  $\mathbf{K}_I^\nu$  a matriz dos ganhos integrais. Os sinais  $\mathbf{e}_\eta$  e  $\mathbf{e}_\nu$  são os sinais de erro do sistema em malha fechada.

Foram utilizados para sintonia dos controladores PD a técnica de pólos de Bessel (VACCARO, 1995), e *Internal Mode Control* (IMC) (RIVERA; MORARI; SKOGESTAD, 1986) para sintonia dos controladores PI. Nas duas técnicas, é necessário uma linearização de primeira ordem em uma região de operação, para obtenção dos valores característicos de cada grau de liberdade. A linearização foi feita aplicando degraus à entrada  $\boldsymbol{\tau}_P$  do modelo do veículo. Tipicamente, estes valores de entrada são por volta de 20% a 40% do máximo permitido. Esses valores podem ser ajustados para a faixa de entradas típicas que o controlador solicita à planta.

Foram realizados ensaios em simulação, onde o modelo do AUV recebe entradas em degrau em  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$ ,  $M$  e  $N^2$ . Para cada grau de liberdade, apenas seu degrau

<sup>2</sup> note que devido  $\phi$  não ser controlável, não há como gerar um torque de entrada  $K$

correspondente é aplicado. Para todos os cinco casos, houve compensação das forças de restabelecimento  $\mathbf{g}(\boldsymbol{\eta})$ , e o veículo se encontrava a uma profundidade de segurança inicial  $z = 2\text{m}$ . Para cada grau de liberdade foi detectado o ganho e a constante de tempo, para aproximar seu comportamento a um sistema de primeira ordem. A Tabela 21 apresenta as amplitudes do degrau aplicado, os ganhos e as constantes de tempo obtidas para cada grau de liberdade.

Tabela 21 – Parâmetros de Linearização

Grau de Liberdade	Ganho	Constante de Tempo	Degrau
$u$	0.409	5.70	6[N]
$v$	0.143	3.70	6[N]
$w$	0.216	2.30	15[N]
$q$	0.453	1.45	4.8[N·m]
$r$	0.370	2.90	2.3[N·m]

A Figura 30 apresenta a resposta ao degrau de cada experimento em malha aberta, explicitando o valor máximo e a constante de tempo do sistema. Juntamente com a resposta do veículo, são mostradas funções de transferências de primeira ordem, aproximadas com os ganhos e constantes de tempo encontrados. Pode-se perceber que o comportamento da linearização é bastante similar ao comportamento do grau de liberdade, exceto na velocidade de arfagem  $q$ , devido à forte influência das forças de restabelecimento em sua dinâmica. Contudo, até aproximadamente 4s, a aproximação da dinâmica é razoável.

É importante notar que esta linearização apenas compreende uma região de operação muito restrita, com as faixas de entrada próximas aos valores da Tabela 21, isto é, outra linearização teria melhor ajuste em outras regiões de operação. Isso quer dizer que as linearizações propostas não conseguem representar o sistema como um todo, e a modelagem da Equação 4.22 não deve ser simplificada através delas.

A Figura 31 apresenta os sistemas controlados, com referências típicas em degrau. Todos os graus de liberdade controlados obtiveram estabilidade e convergiram para a referência desejada. A referência de velocidade  $v^r$  aplicada é de pequena intensidade, visto que apenas um dos motores é responsável pela atuação neste grau de liberdade, que é oposta a um grande arrasto hidrodinâmico gerado no movimento de *sway*<sup>3</sup>. O controlador de posição angular  $\theta$  foi sintonizado através da constante de tempo e ganho obtidos no experimento em malha aberta, apresentado na Figura 30. É possível notar que a linearização de  $v$  levou a um controlador eficaz, mesmo que o comportamento em regime permanente seja diverso do comportamento do AUV em malha aberta. Os valores dos ganhos obtidos para os controladores são apresentados na Tabela 22.

<sup>3</sup> velocidade lateral do veículo, ver Apêndice A

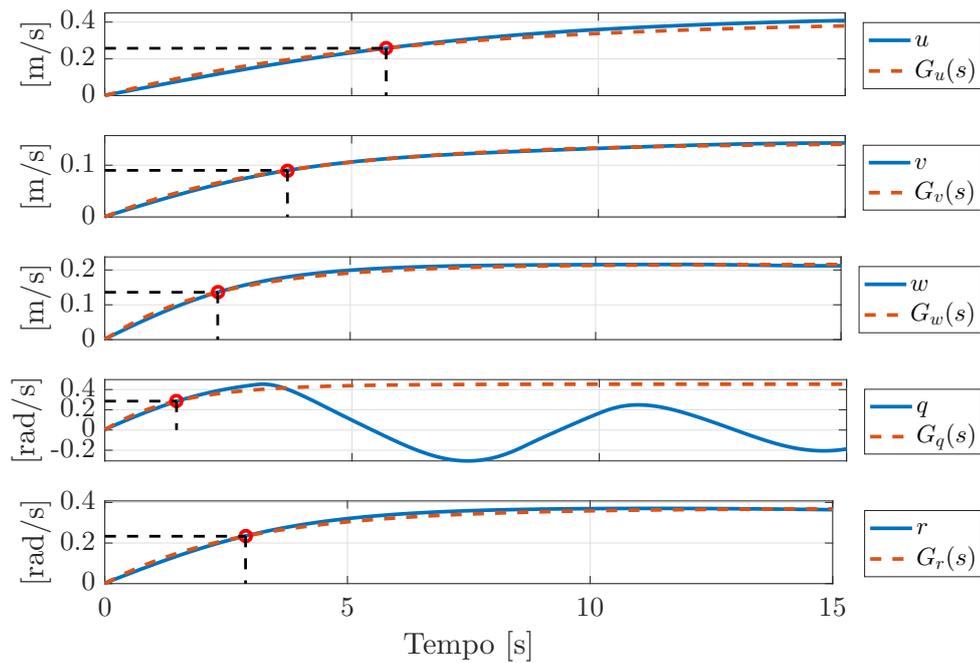


Figura 30 – Resposta ao degrau para  $u$ ,  $v$ ,  $w$ ,  $q$  e  $r$ , com a respostas linearizadas  $G_u(s)$ ,  $G_v(s)$ ,  $G_w(s)$ ,  $G_q(s)$  e  $G_r(s)$

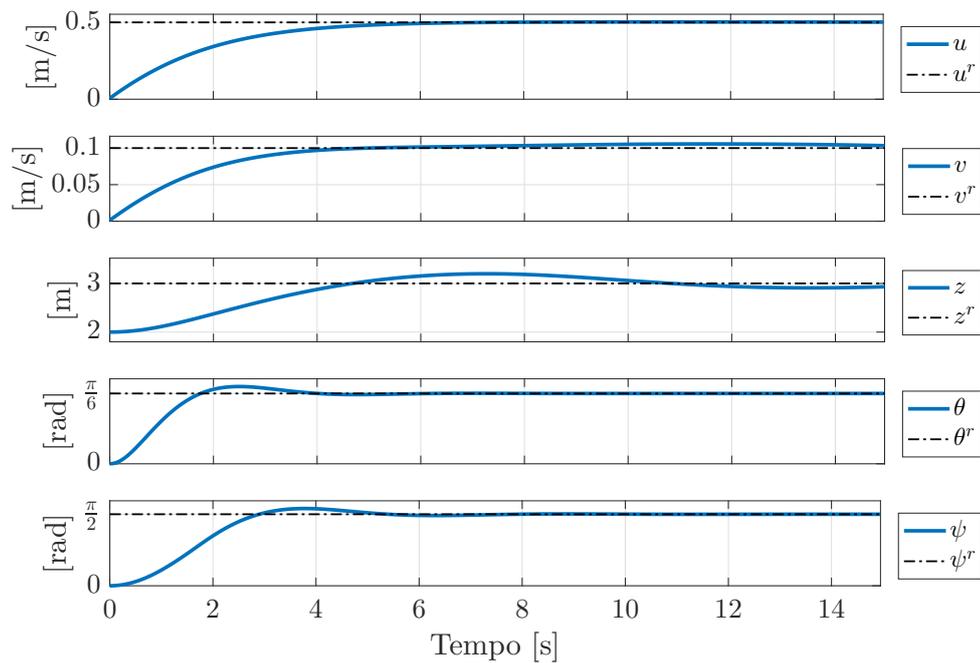


Figura 31 – Resposta ao degraus de referência para  $u$ ,  $v$ ,  $z$ ,  $\theta$  e  $\psi$  em malha fechada

#### 4.2.1 Estimativa a priori

Para este estudo, será avaliada a capacidade de recuperação do conjunto de parâmetros da modelagem inicial do AUV, do mesmo modo que na Seção 3.1. Portanto, os parâmetros da Tabela 20 serão considerados os valores “reais” do modelo – os valores que se deseja estimar:

Tabela 22 – Ganhos dos Controladores

Ganho	Valor	Ganho	Valor
$K_P^u$	55.94	$K_I^u$	9.70
$K_P^v$	103.57	$K_I^v$	27.99
$K_P^z$	59.37	$K_D^z$	36.07
$K_P^\theta$	51.75	$K_D^\theta$	36.07
$K_P^\psi$	43.05	$K_I^\psi$	29.15

$$\mathbf{\Gamma} = \begin{bmatrix} -32.42, & -302.90, & -326.70, & -1.217, & -20.00, & -17.53, & -16.30, \\ -5.867, & 7.205, & 13.14, & 0.7271, & 0.0952, & 0.1916, & -6.323 \end{bmatrix}^T \quad (4.30)$$

Conforme descrito no Capítulo 2, é necessário se obter uma estimativa “*a priori*” dos parâmetros, e uma perturbação da estimativa. Os valores de  $\hat{\mathbf{\Gamma}}^-$  e  $\tilde{\mathbf{\Gamma}}^p$  foram escolhidos aos moldes das Equações 3.5 e 3.6, com variação percentual de 20%. Os valores definidos aleatoriamente são apresentados nas Equações 4.31 e 4.32:

$$\hat{\mathbf{\Gamma}}^- = \begin{bmatrix} -37.855, & -353.679, & -381.469, & -1.421, & -23.353, & -20.469, & -19.126, \\ -6.851, & 8.413, & 15.343, & 0.849, & 0.111, & 0.224, & -7.383 \end{bmatrix} \quad (4.31)$$

$$\tilde{\mathbf{\Gamma}}^p = \begin{bmatrix} -44.271, & -314.079, & -390.867, & -1.294, & -18.888, & -20.154, & -19.117, \\ -8.023, & 9.192, & 15.344, & 0.788, & 0.098, & 0.234, & -8.665 \end{bmatrix} \quad (4.32)$$

Estes valores serão utilizados para a construção de um sinal de excitação sub-ótimo  $\mathbf{u}^\oplus$  através do Algoritmo 2, que deve ser capaz de reconstruir  $\tilde{\mathbf{\Gamma}}^p$  a partir de  $\hat{\mathbf{\Gamma}}^-$ , e então ser usado em  $\mathcal{R}(\mathbf{\Gamma})$  para se obter uma estimativa  $\hat{\mathbf{\Gamma}}^+ \approx \mathbf{\Gamma}$ , usando o Algoritmo 3.

#### 4.2.2 Penalidades do Espaço de Estados

Para a segurança do experimento, deve-se delimitar a região admissível de ensaio. No caso de estudo da Seção 3.1, as definições da região do espaço de estados foram escolhidos para serem desafiadoras ao método:  $1\text{m}^2$  é um espaço muito limitado para um robô diferencial terrestre. Nesta subseção serão escolhidos os limites da região de segurança de acordo com as condições reais de testes para o AUV TriMARES.

Para preparar o sinal para aplicação no AUV, será considerado um tanque de dimensões  $6\text{m} \times 6\text{m} \times 5\text{m}$ . A origem do experimento será a uma profundidade  $z = 2\text{m}$  de profundidade, com no centro do plano  $\{X_0Y_0\}$ , local definido como  $x = 0$  e  $y = 0$ . A Tabela 23 apresenta as restrições no espaço de estados do ensaio de estimação paramétrica. Os estados  $x, y, z$  tem restrições muito simples de serem compreendidas, visto a limitação espacial do tanque. A profundidade  $z$  não deve ser menor que  $0.5\text{m}$ , ou maior que  $5\text{m}$ , para evitar colisões com o fundo do tanque de testes, e também os efeitos da superfície da

água, aonde a modelagem proposta não se comporta adequadamente. Os ângulos  $\phi$  e  $\theta$  também são limitados, por aspectos práticos do experimento. Para uma futura aplicação em um AUV real, se sugere a utilização de visão computacional. Neste caso, marcadores podem ser afixados à parte superior do veículo. Dependendo dos ângulos  $\phi$  e  $\theta$ , o marcador poderia ser obstruído, corrompendo medidas do experimento.

Tabela 23 – Restrições no Espaço de Estados – TriMARES

Grau de Liberdade	Limite Inferior	Valor	Limite Superior	Valor
$x$	$\mathcal{O}x_{1,\min}$	$-3$	$\mathcal{O}x_{1,\max}$	$3$
$y$	$\mathcal{O}x_{2,\min}$	$-3$	$\mathcal{O}x_{2,\max}$	$3$
$z$	$\mathcal{O}x_{3,\min}$	$0.5$	$\mathcal{O}x_{3,\max}$	$5$
$\phi$	$\mathcal{O}x_{4,\min}$	$-\pi/6$	$\mathcal{O}x_{4,\max}$	$\pi/6$
$\theta$	$\mathcal{O}x_{5,\min}$	$-\pi/3$	$\mathcal{O}x_{5,\max}$	$\pi/3$

Para os demais graus de liberdade, não foram impostas restrições, por se considerar que sua estabilidade, garantida pelos controladores, já é capaz de garantir a segurança do experimento. Para fins de implementação, os limites  $\mathcal{O}x_{i,\min}$  e  $\mathcal{O}x_{i,\max}$  dos demais estados são ajustados com valores inatingíveis pelo modelo (valores pequenos ou grandes demais, respectivamente), de modo que são ignorados pelo otimizador no cálculo de  $\Psi(\cdot)$ .

### 4.3 Parametrização do Sinal de Excitação

Após as definições de modelagem do AUV, algumas considerações devem ser feitas para a determinação do sinal ótimo, como o número de estágios  $k$ , os limites superiores e inferiores de atuação para cada uma das  $m = 5$  entradas controladas, e os limites superiores e inferiores do tempo de cada estágio. Como o sinal  $\mathbf{u}$  é um sinal de referência  $\mathbf{u} = [u^r, v^r, z^r, \theta^r, \psi^r]^T$ , os valores estipulados como mínimos e máximos de cada sinal de controle individual podem ser obtidos através dos limites do veículo.

O tempo de duração de cada estágio, por sua vez, pode ser escolhido se analisadas as constantes de tempo de cada um dos estados controlados, apresentados na Tabela 21. Partindo da linearização proposta, é razoável afirmar que o veículo não consegue reagir a estágios 10 vezes mais rápidos que a constante de tempo. Do mesmo modo, pode se considerar que o veículo se encontrará em estágio permanente após 4 constantes de tempo. Como há a desconhecimento parcial dos parâmetros, pode haver uma diferença nesta constante. Portanto, o tempo máximo de cada sinal foi definido como 5 vezes a constante de tempo. A Tabela 24 apresenta as amplitude e tempos máximos e mínimos permitidos para cada estágio no vetor de parametrização de sinal  $\Xi$ :

Os valores de velocidade de referência  $v^r$  têm uma faixa restrita, visto que os limites de atuação do torque  $Y$  são restritos a um atuador. Os valores de referência  $\theta^r$

Tabela 24 – Limites superiores e inferiores de  $\Xi$  – TriMARES

Grau de Liberdade	Limite Inferior	Valor	Limite Superior	Valor	Limite Inferior	Valor	Limite Superior	Valor
$u^r$	$(t_{\min})_i^{u_1}$	0.570	$(t_{\max})_i^{u_1}$	28.50	$(a_{\min})_i^{u_1}$	-1.5	$(a_{\max})_i^{u_1}$	1.5
$v^r$	$(t_{\min})_i^{u_2}$	0.370	$(t_{\max})_i^{u_2}$	18.50	$(a_{\min})_i^{u_2}$	-0.5	$(a_{\max})_i^{u_2}$	0.5
$z^r$	$(t_{\min})_i^{u_3}$	0.230	$(t_{\max})_i^{u_3}$	11.50	$(a_{\min})_i^{u_3}$	1	$(a_{\max})_i^{u_3}$	4
$\theta^r$	$(t_{\min})_i^{u_4}$	0.145	$(t_{\max})_i^{u_4}$	7.25	$(a_{\min})_i^{u_4}$	$-\pi/4$	$(a_{\max})_i^{u_4}$	$\pi/4$
$\psi^r$	$(t_{\min})_i^{u_5}$	0.290	$(t_{\max})_i^{u_5}$	14.50	$(a_{\min})_i^{u_5}$	$-2\pi/3$	$(a_{\max})_i^{u_5}$	$2\pi/3$

so tambm bastante conservadores, para evitar os efeitos severos causados pelas forças de restabelecimento. A aplicao de limites nas referências  $\psi^r$  não  necessária, apenas simplifica a elaborao da lei de controle de  $\psi$ , visto que não  necessário se tratar a descontinuidade que ocorre em  $-\pi$  e  $\pi$ .

O número de estágios  $k$  também deve ser escolhido, para que seja possível a construo dos indivíduos  $\Xi$ . Para determinar essa escolha, se sugere o uso de um sinal PRBS de varredura de frequência, que será detalhado a seguir. Este sinal alterna binariamente entre um nível alto e um baixo de cada grau de liberdade (apresentados na Tabela 24). Este nível alto foi arbitrado como a metade da referência máxima, em cada sinal. O tempo de comutao entre os estados alto e baixo começa durao do tempo máximo  $(t_{\max})_i^{u_j}$ , e cai a dois terços do valor anterior, até que esse tempo se torne o tempo mínimo  $(t_{\min})_i^{u_j}$ , como na Equao 4.33:

$$\mathbf{t}^{u_j} = (t_{\max})^{u_j} \left[ 1, \frac{2}{3}, \frac{2^2}{3^2}, \dots, \frac{2^{k-1}}{3^{k-1}} \right]^T \quad (4.33)$$

Quando o último termo do vetor  $\mathbf{t}^{u_j}$  se torna menor que  $(t_{\min})^{u_j}$ , se considera que o sistema perde sensibilidade  entrada, e a varredura de frequência cessa. Considerando que para este sinal  $t_{\min}^{u_j} \leq t_{\max}^{u_j}/10$ :

$$\begin{aligned} t_{\max}^{u_j} \left(\frac{2}{3}\right)^{k-1} &\leq \frac{t_{\max}^{u_j}}{10} \\ (k-1) \log\left(\frac{2}{3}\right) &\leq \log\left(\frac{1}{10}\right) \\ k-1 &\geq 6.67 \therefore k = 7 \end{aligned} \quad (4.34)$$

Deste modo, para este experimento foram utilizados  $k = 7$  estágios para os sinais. Nos demais sinais de excitao em  $\mathbf{u}$ , os instantes de comutao seguem a mesma lógica da Equao 4.33, mas são aleatoriamente embaralhados, como apresentado na Figura 32. Este sinal, pela sua riqueza de frequências  inserido como uma das partículas iniciais na busca do sinal (sub)timo  $\mathbf{u}^\oplus$ .

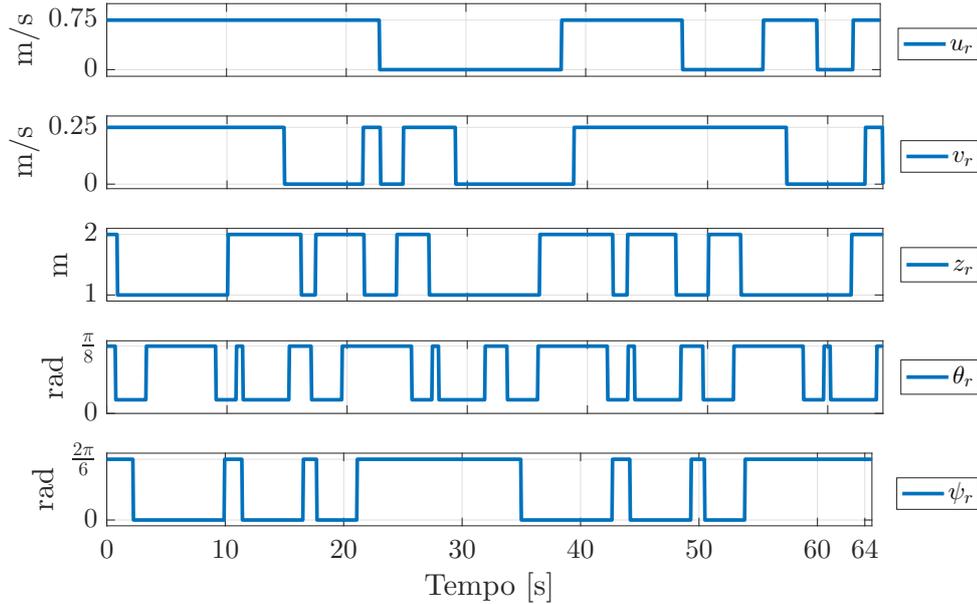


Figura 32 – Sinal de varredura de frequência

## 4.4 Resultados

Com os resultados obtidos nas seções anteriores, é possível se aplicar a metodologia SOESGOPE para se obter um sinal de excitação sub-ótimo  $\mathbf{u}^\oplus$ . Para este experimento, foram utilizados 25 partículas, com o limite de 100 iterações. No conjunto inicial de partículas, uniformemente distribuídas entre os máximos e mínimos, foi incluído o sinal e varredura de frequência, devido a suas características de excitação.

A Figura 33 apresenta um gráfico logarítmico do histórico da avaliação de  $f_{\Xi}(\cdot)$  durante a obtenção de  $\mathbf{u}^\oplus$ . O grande número de parâmetros tornou o algoritmo de OPE bastante lento, devido ao algoritmo de pontos interiores. O aumento do número de parâmetros acarretou um tempo de convergência do algoritmo alto, de mais de 36 horas (vide Tabela 25). A Figura 34 permite explicar o motivo deste alto valor. A curva logarítmica representa a duração de cada iteração do algoritmo. Na iteração 43 é onde há pela primeira vez a anulação das penalidades  $\Psi(\cdot)$ , e portanto a utilização dos pontos interiores, pela ordem de prioridade lexicográfica de  $\Theta(\cdot)$ , apresentada na Equação 2.12. Devido à evolução das partículas, durante algumas iterações houve novamente uma queda acentuada da duração das iterações (Figura 34). A partir da 53ª iteração, o número de partículas dentro da região de factibilidade (onde  $\Psi(\cdot) = 0$ ) é grande, fazendo com que a duração das iterações aumente consideravelmente. Esse comportamento coincide com o aumento de desempenho da métrica  $f_{\delta}(\cdot)$ , que a partir da 55ª iteração sofre melhora contínua.

O sinal de excitação sub-ótimo  $\mathbf{u}^\oplus$  obtido é apresentado na Figura 35, onde é possível perceber a baixa amplitude de  $v^r$ , já discutida anteriormente, e a periodicidade dos graus de liberdade, ao acompanhar a duração de  $\psi^r$ . Todos os sinais respeitaram os limites

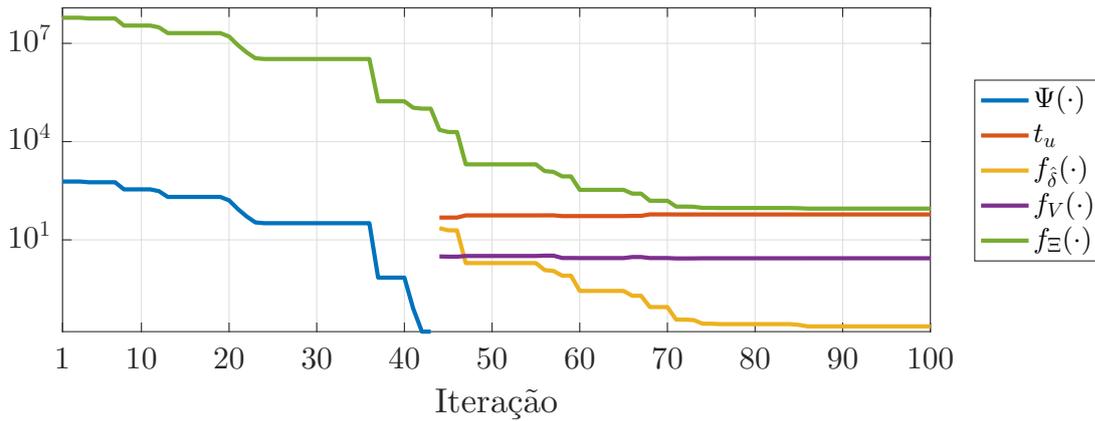


Figura 33 – Gráfico semi-logarítmico do histórico de Convergência da minimização de  $f_{\Xi}(\cdot)$

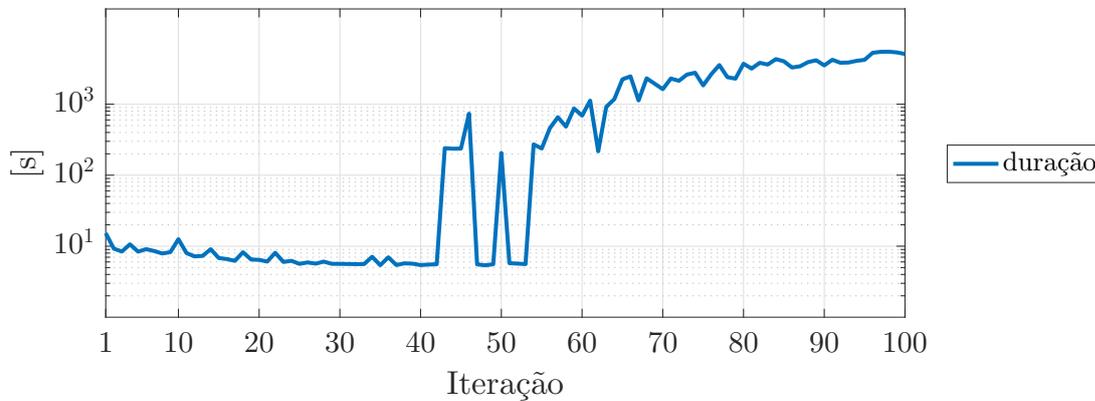
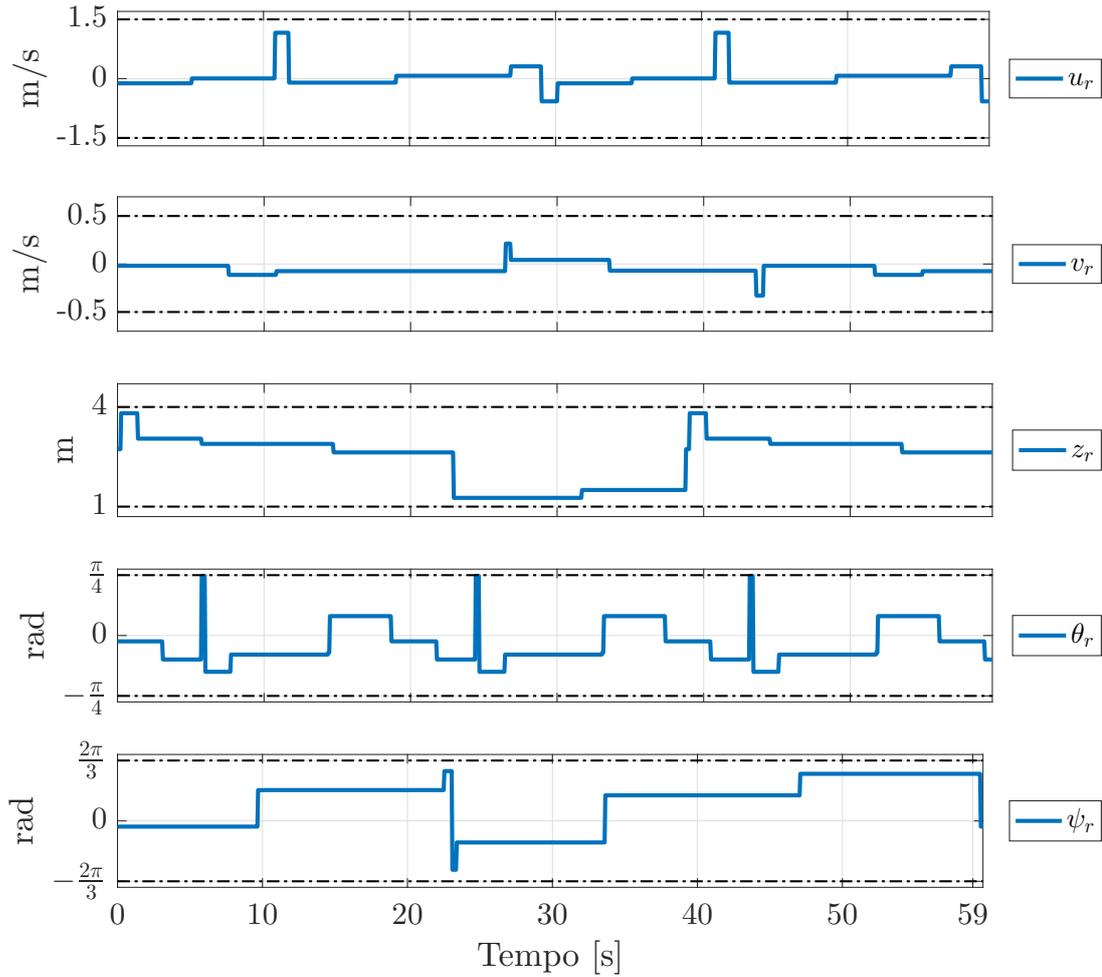


Figura 34 – Gráfico semi-logarítmico do tempo de cada iteração da otimização de  $\Xi^{\oplus}$

de atuação presentes na Tabela 24. É possível destacar a relativa baixa amplitude da referência de velocidade  $u^r$ , o que corrobora com a diminuição de  $f_V(\cdot)$ , uma importante métrica para a redução de energia despendida durante o processo de estimação.

O sinal de excitação  $\mathbf{u}^{\oplus}$  é aplicado ao modelo  $\mathcal{M}(\Gamma)$ , e todas as entradas  $\tau$  geradas pela lei de controle armazenada, para seu uso subsequente na estimação de  $\hat{\Gamma}^+$ , através do Algoritmo 3. A Tabela 25 apresenta o resultado do Algoritmo 2, para obtenção de  $\Xi^{\oplus}$ . Além do tempo de convergência, são notáveis os baixos valores de  $f_{\delta}(\cdot)$  e  $\Sigma_{\hat{\Gamma}^+}$ , que é calculado comparando  $\Gamma$  e  $\hat{\Gamma}^+$ . Isso corrobora com a Hipótese 1, já que a estimação de  $\tilde{\Gamma}^p$  gera um sinal adequado para a estimação adequada de  $\Gamma$ . A Tabela 26 apresenta os valores individualizados de  $\Gamma$  e  $\hat{\Gamma}^+$ , onde se pode atestar a qualidade da estimação. O Parâmetro que houve o maior desvio do valor original foi  $Y_{p|p}$ , que representa a força na direção de *sway* gerada pela velocidade  $p$ . Esta velocidade é a velocidade ao redor do eixo transversal do robô, induzida pelos outros graus de liberdade (visto que não há atuação em  $\phi$ ), e (auto)estabilizada pelas forças de restabelecimento. É possível ver que na Figura 37 que a velocidade  $p \approx 0$ , e os efeitos quadráticos contabilizados em  $\mathbf{D}(\nu)$  são muito pequenos.

As Figuras 36 e 37 mostram as curvas dos estados de  $\mathcal{M}(\Gamma)$  e  $\mathcal{M}(\hat{\Gamma}^+)$ , onde

Figura 35 – Sinal de excitação  $\mathbf{u}^\oplus$  – TriMARESTabela 25 – Resultado da Otimização do Sinal  $\mathbf{u}^\oplus$  – TriMARES

$\Theta(\cdot)$	$f_o(\cdot)$	$f_\delta(\cdot)$	$\Sigma_{\hat{\Gamma}^+}$	$t_u$	$f_V(\tilde{\mathbf{x}}^p)$	Tempo de Convergência [s]
$6.43 \cdot 10^{-4}$	0.0290	$2.28 \cdot 10^{-2}$	$1.26 \cdot 10^{-1}$	59.70	2.74	$1.31 \cdot 10^5$

Tabela 26 – Parâmetros “reais”  $\times$  estimados – TriMARES

Parâmetro	$X_{u u}$	$Y_{v v}$	$Z_{w w}$	$K_{p p}$	$M_{q q}$	$N_{r r}$	$Y_{r r}$
$\hat{\Gamma}^-$	-32.42	-302.90	-326.70	-1.22	-20.00	-17.53	-16.38
$\hat{\Gamma}^+$	-32.34	-301.58	-326.63	-1.25	-19.93	-17.53	-16.42
Parâmetro	$Z_{q q}$	$M_{w w}$	$N_{v v}$	$M_{u u}$	$X_{q q}$	$Y_{p p}$	$K_{v v}$
$\hat{\Gamma}^-$	-5.87	7.21	13.14	0.727	0.095	0.192	-6.323
$\hat{\Gamma}^+$	-5.96	7.24	13.00	0.758	0.0654	0.344	-6.149

é possível notar que a estimativa “*a posteriori*” foi capaz de ajustar os dois modelos adequadamente, o que pode ser quantificado com o baixo valor de  $f_o(\cdot)$  (Tabela 25). O nível de ruído escolhido afeta muito pouco a percepção dos estados  $\boldsymbol{\eta}$ , sendo mais apreciáveis em  $\boldsymbol{\nu}$ . Todos os estados do sistema  $\mathcal{M}(\boldsymbol{\Gamma})$  (e portanto  $\hat{\Gamma}^+$ ) se mantiveram

dentro dos limites estipulados na Tabela 23, demonstrados pelas linhas pretas descontinuas, atestando a segurança do experimento. A Figura 38 apresenta o movimento executado pelo veículo em um ambiente tridimensional, conjuntamente com sua orientação. É possível perceber a complexidade do movimento induzido por  $\mathbf{u}^\oplus$ , e também que em nenhum momento foi as restrições espaciais foram excedidas, o que atesta a segurança da aplicação da metodologia. Os limites do tanque de testes (virtual) foram respeitados com relativa folga, exceto pela proximidade da  $z$  do limite de 0.5m, que não compromete a segurança da operação. Como o veículo, nesta situação se mantém totalmente submerso durante todo o processo, o comportamento do modelo se mantém adequado, e o processo de estimação, confiável.

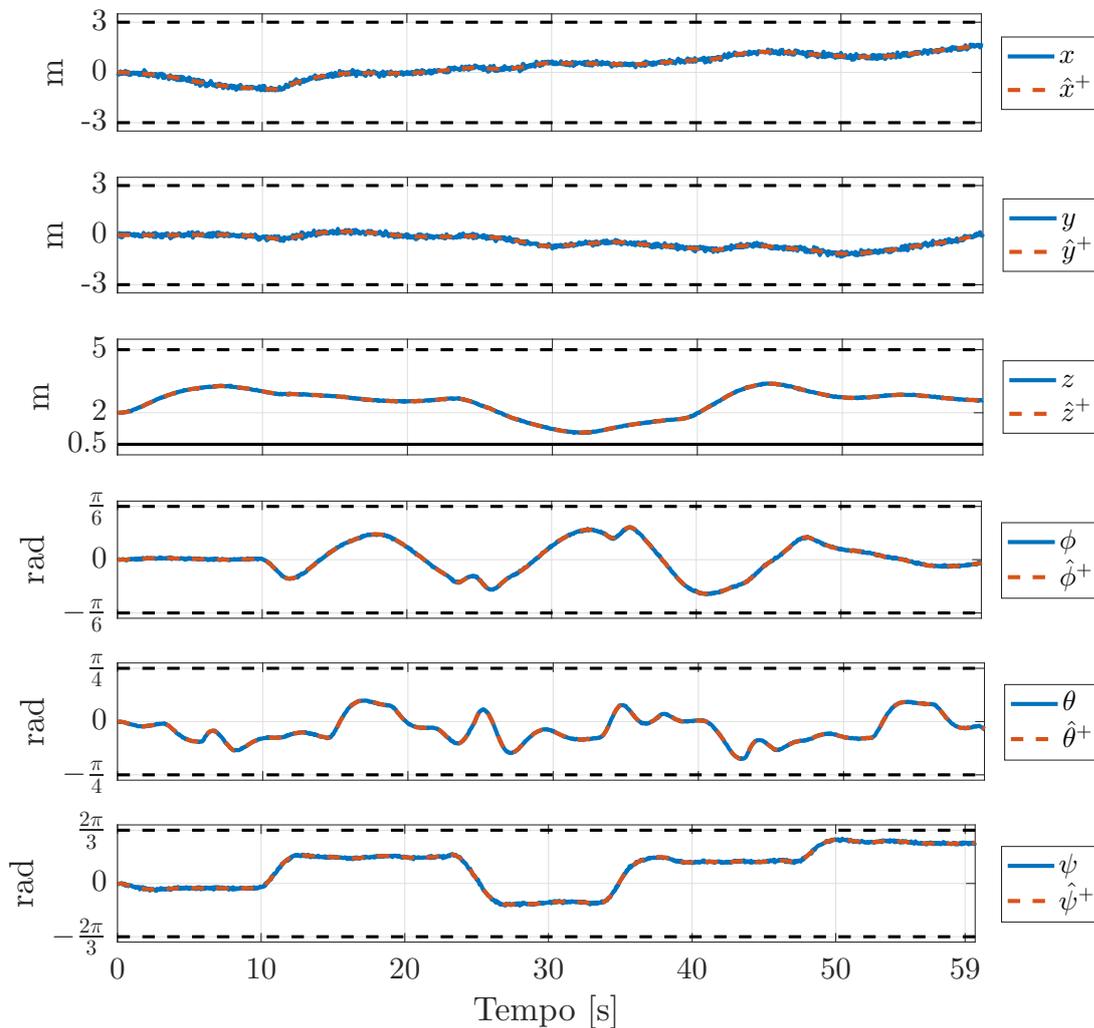


Figura 36 – Ajuste dos estados  $\boldsymbol{\eta}$  de  $\mathcal{M}(\boldsymbol{\Gamma})$  e  $\mathcal{M}(\hat{\boldsymbol{\Gamma}}^+)$  – TriMARES

A Figura 38 demonstra o espaço utilizado para estimação, no *workspace* do veículo. É possível notar a região utilizada é bastante centralizada, o que favorece um mecanismo de localização baseado em visão, caso venha ser utilizado em um experimento real. Também é possível notar uma série de movimentações para excitar os graus de liberdade como um todo: enquanto desce, e sobe, no início do movimento, excita também o graus de

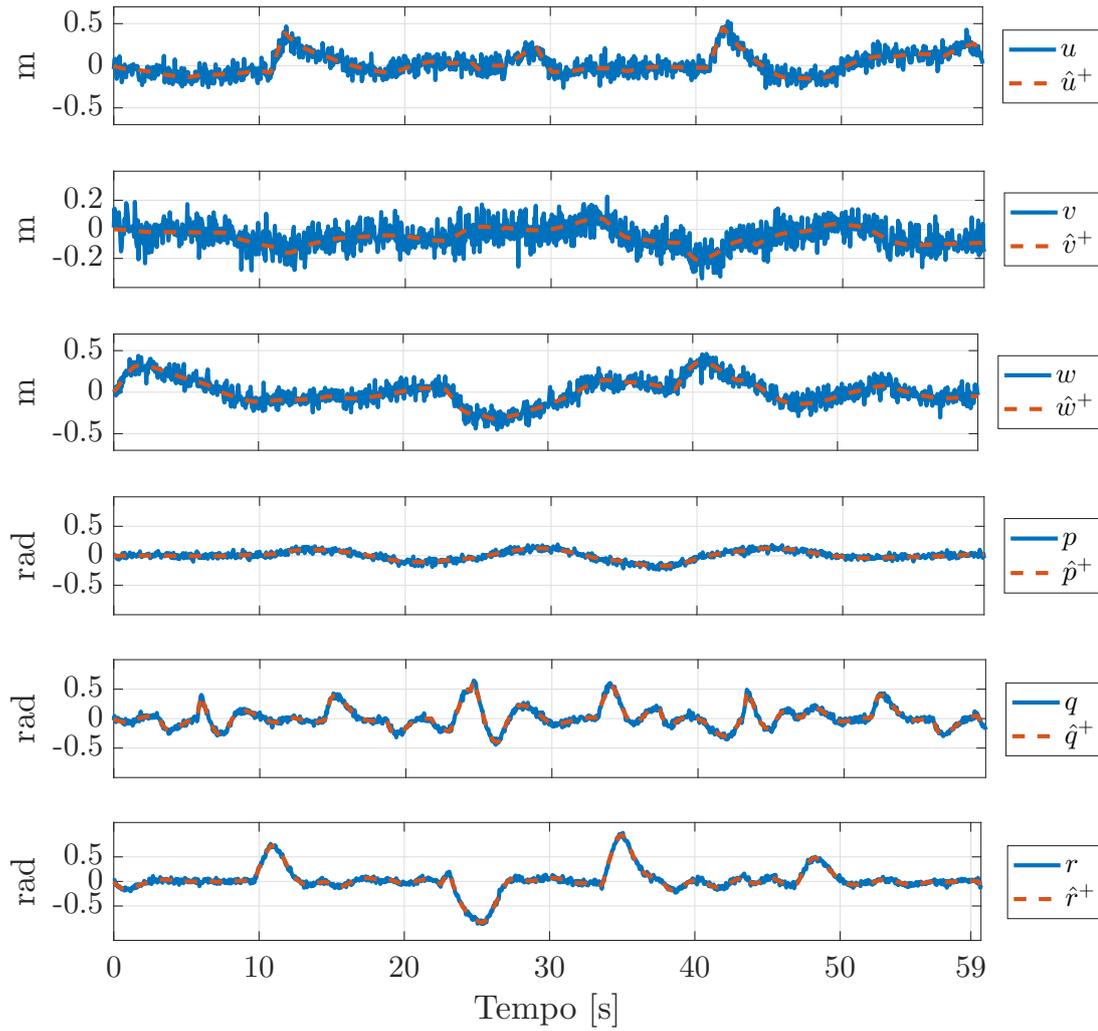


Figura 37 – Ajuste dos estados  $\nu$  de  $\mathcal{M}(\Gamma)$  e  $\mathcal{M}(\hat{\Gamma}^+)$  – TriMARES

liberdade angulares. Esse tipo de movimento facilita para o problema de otimização interno detectar variações nos elementos fora da diagonal principal, de interferência cruzada entre os componentes de  $\nu$  (e portando também de  $\eta$ ).

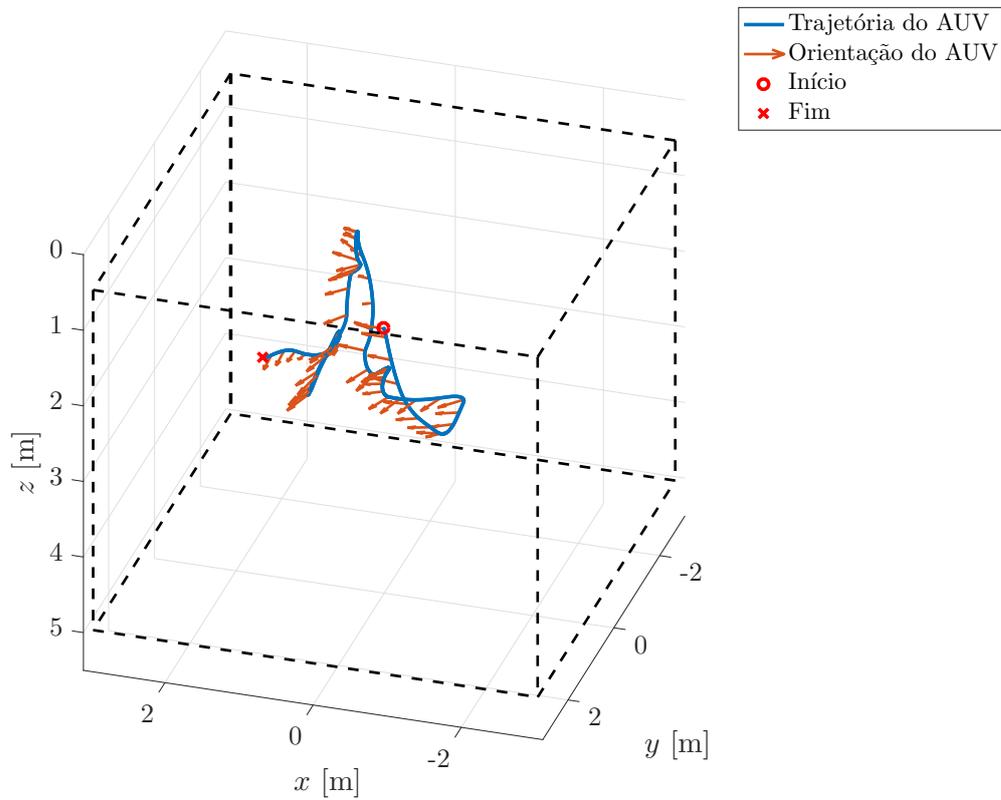


Figura 38 – Trajetória tridimensional e orientação do AUV no tanque simulação

A inclinação das setas da Figura 38 indica o posicionamento em  $\theta$  e  $\psi$  do veículo. Não se faz necessário esboçar qualquer comportamento de  $\phi$  na Figura, visto que foi praticamente nulo durante todo o experimento, o que já era previsto, e inclusive influenciou nos resultados da estimação. Contudo, pelo ajuste das curvas das Figuras 36 e 37 pode-se concluir que o conjunto de parâmetros  $\hat{\Gamma}^+$  gerou um modelo  $\mathcal{M}(\hat{\Gamma}^+)$  muito representativo.

## 5 Conclusão e Trabalhos Futuros

Este trabalho apresentou uma nova metodologia de Geração de Sinal Sub-Ótimo de Excitação e Estimção Ótima de Parâmetros – SOESGOPE. O mecanismo de Estimção Ótima de Parâmetros – OPE é baseado na minimização da diferença entre os históricos de saídas e dos estados do modelo e do sistema real. Neste caso foi utilizado o Método de Pontos Interiores com Barreira de Segurança – SBIP. A utilização do SBIP trouxe vantagens ao processo de otimização, com aumento da velocidade de convergência. Para o problema de otimização do sinal (OID) foi proposto um algoritmo similar ao PSO, conjuntamente com 4 operadores evolutivos, para tornar o algoritmo PSO menos suscetível a mínimos locais.

Uma parametrização para sinais similares ao APRBS foi proposta, juntamente com operadores básicos. A função objetivo proposta para otimização do sinal é multi-objetivo, com o intuito de mensurar a qualidade do sinal de excitação de acordo com vários aspectos. Estes aspectos vão desde a sua persistência de excitação, passando pela precisão do ajuste do modelo e também aspectos relativos ao tempo e ao (hiper)espaço.

Diversas análises foram realizadas no Capítulo 3 não sendo possível fazer uma análise generalista, visto a grande variedade de sistemas não lineares. Contudo os testes realizados com a modelagem de um robô diferencial, de sistemas bomba-tanque, de um sistema similar a uma bifurcação imperfeita e do próprio AUV, corroboram com a Hipótese 1 considerada no trabalho. A metodologia foi aplicada a um robô diferencial real, e os parâmetros para um modelo simplificado e para o completo puderam ser estimados. Os dois modelos foram capazes de se ajustar bem aos dados reais do experimento de excitação e de validação, demonstrando o bom desempenho dos modelos. Como esperado, o modelo completo é capaz de representar o comportamento do robô real de modo mais eficiente que o modelo simplificado, tendo em vista a grande diminuição das métricas de desvio de ajuste para os experimentos de estimção (35.2%) e de validação (47.5%).

No caso do robô diferencial, mesmo com uma restrição espacial muito severa, o conjunto de parâmetros foi estimado com precisão na maior parte dos casos, sendo mais pobres quando a estimativa “*a priori*” foi de 90% dos valores reais. Durante o estudo de confiabilidade do método, mais de 90% dos casos de aplicação da metodologia obtiveram êxito.

Nos casos onde o método não obteve convergência satisfatória, o baixo número de partículas ou a baixa representatividade foram apontadas como as prováveis causas. O aumento do número de partículas resultou em um aumento de desempenho da minimização seguido de um aumento do tempo de convergência do Algoritmo. No entanto, a melhoria

obtida com o aumento do número de partículas, em relação ao aumento do tempo de convergência pode ser desprezível, de modo que há um limite prático para esta escolha. O aumento do número de parâmetros estimados também tem um grande efeito no tempo de convergência do Algoritmo 2, devido ao mecanismo de funcionamento do Algoritmo de SBIP. Ao contrário do número de partículas, o aumento de parâmetros diminui o desempenho do método, como esperado. Portanto o número de parâmetros deve ser cuidadosamente escolhido.

Os exemplos dos sistemas bomba-tanque simples e duplo foram explorados em comparação com a literatura. A determinação dos parâmetros foi eficaz em todas as análises propostas, mesmo quando os parâmetros perturbados eram muito distantes dos valores reais. Os estudos de casos baseados em uma bifurcação imperfeita impuseram maiores dificuldades às tarefas de OID e OPE, devido ao número de parâmetros e não-linearidade cúbica, aliada à uma maior faixa de busca dos parâmetros (50%). Estes sistemas são muito sensíveis a variações paramétricas, o que pôde ser visto através da curva de catástrofe cúspide. Contudo, novamente se verificou a eficácia na utilização da metodologia proposta, com todos os cenários apresentando convergência de estimação, e sem penalidades. Destaca-se que o maior desvio dos parâmetros, no pior cenário, não excedeu 2% do valor dos parâmetros.

Na ampla maioria dos casos estudados, a metodologia proposta obteve resultados contundentes, mesmo na presença de ruído, considerando uma grande variação paramétrica e alto desconhecimento dos parâmetros. A grande variedade de situações as quais a metodologia foi utilizada permitiu a criação de métodos auxiliares, como a análise dos coeficientes de Lagrange, a utilização recursiva da metodologia pelo Algoritmo 4 e a utilização em malha fechada proposta no Capítulo 4.

O processo proposto em malha fechada utiliza de controladores simples, que estabilizam o sistema sem mascarar as não linearidades do processo. O aumento de segurança da estimação com o sistema não linear real não interfere significativamente na qualidade da estimação, uma vez que a entrada e a saída do sistema estimado não são correlacionadas.

A aplicação no AUV TriMARES, em um estudo preliminar, demonstrou grande capacidade de estimação paramétrica do algoritmo proposto. Estes resultados foram promissores, contudo demandaram bastante conhecimento dos estados do veículo, que não são facilmente obtidos.

## 5.1 Trabalhos Futuros

Como trabalhos futuros podem ser destacados as seguintes investigações:

- A aplicação prática da metodologia proposta em um AUV, resolvendo os desafios técnicos de implementação, destacando-se a localização e o controle;
- Para o controlador, técnicas de sintonia mais sofisticadas podem ser propostas, como a apresentada em [Oliveira et al. \(2015\)](#), modificada às necessidades de sistema não lineares;
- O problema de localização do AUV pode ser investigado através de uma linha tradicional, exteroceptiva, onde visão computacional estacionária seria utilizada. Esta linha de pesquisa tem a facilidade de ser estacionária e similar a diversos métodos comuns de visão computacional (como o futebol de robôs). No entanto, a visão computacional subaquática é mais complexa que no ar, devido aos fenômenos de comportamento da luz no ambiente aquático. O fato da localização ser externa ao robô aumenta as dificuldades de comunicação entre o sistema de localização e o veículo, principalmente no ambiente subaquático.
- Outra opção para localização do AUV é baseada na proprioceptiva, onde sensores embarcados no robô determinam as variáveis de estado do robô. Esta opção é mais desafiadora devido às restrições computacionais do veículo e da complexidade de elaboração. Por outro lado, ela é mais aplicável a situações mais realistas e dá mais autonomia ao veículo.



## Referências

- AGUIRRE, L. A. *Introdução à identificação de sistemas—Técnicas lineares e não-lineares aplicadas a sistemas reais*. [S.l.]: Editora UFMG, 2004. Citado 2 vezes nas páginas 23 e 24.
- ÅSTRÖM, K. J.; WITTENMARK, B. *Adaptive control*. 2nd. ed. Mineola: Dover Publications, Inc., 2013. Citado 4 vezes nas páginas 24, 28, 40 e 92.
- BEARD, R. W.; MCLAIN, T. W. *Small unmanned aircraft: Theory and practice*. [S.l.]: Princeton University Press, 2012. Citado na página 67.
- BOMBOIS, X. et al. Least costly identification experiment for control. *Automatica*, Elsevier, v. 42, n. 10, p. 1651–1662, 2006. Citado na página 25.
- CENTENO, M. L. et al. Controle em profundidade de um veículo subaquático do tipo rov. 2008. Citado na página 126.
- CHIANEH, H. A.; STIGTER, J.; KEESMAN, K. J. Optimal input design for parameter estimation in a single and double tank system through direct control of parametric output sensitivities. *Journal of Process Control*, Elsevier, v. 21, n. 1, p. 111–118, 2011. Citado 5 vezes nas páginas 27, 29, 47, 76 e 77.
- CHOSSET, H. et al. Principles of robot motion: theory. *Algorithms, and Implementations*, 2005. Citado 2 vezes nas páginas 116 e 119.
- CORKE, P. *Robotics, vision and control: fundamental algorithms in MATLAB*. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2011. v. 73. Citado na página 67.
- COSTA, E. B. *Algoritmos de Controle Aplicados à Estabilização do Vôo de um Quadrotor*. Dissertação (Mestrado) — Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Juiz de Fora, 2012. Citado 2 vezes nas páginas 24 e 121.
- CRUZ, N. A. et al. TriMARES — a hybrid AUV/ROV for dam inspection. In: *MTS/IEEE OCEANS*. USA: [s.n.], 2011. p. 1–7. Citado 2 vezes nas páginas 83 e 126.
- CRUZ, N. A.; MATOS, A. C.; FERREIRA, B. M. Modular building blocks for the development of AUVs—from mares to trimares. In: IEEE. *Underwater Technology Symposium (UT), 2013 IEEE International*. [S.l.], 2013. p. 1–8. Citado na página 83.
- DEFLORIAN, M.; ZAGLAUER, S. Design of experiments for nonlinear dynamic system identification. *IFAC Proceedings Volumes*, v. 44, n. 1, p. 13179 – 13184, 2011. ISSN 1474-6670. 18th IFAC World Congress. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1474667016457381>>. Citado 2 vezes nas páginas 25 e 28.
- DHAOUADI, R.; HATAB, A. A. Dynamic modelling of differential-drive mobile robots using lagrange and newton-euler methodologies: A unified framework. *Advances in Robotics & Automation*, v. 2, n. 2, p. 1–7, 2013. Citado 2 vezes nas páginas 47 e 48.

- DIAS, J. E. A.; PEREIRA, G. A. S.; PALHARES, R. M. Longitudinal model identification and velocity control of an autonomous car. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, v. 16, n. 2, p. 776–786, April 2015. ISSN 1524-9050. Citado 2 vezes nas páginas 25 e 28.
- DING, F. Coupled-least-squares identification for multivariable systems. *IET Control Theory & Applications*, IET, v. 7, n. 1, p. 68–79, 2013. Citado na página 26.
- DUKAN, F.; LUDVIGSEN, M.; SORENSEN, A. Dynamic positioning system for a small size rov with experimental results. In: *OCEANS, 2011 IEEE - Spain*. [S.l.: s.n.], 2011. p. 1–10. Citado na página 126.
- FERNANDES, D. A. *An output feedback motion control system for ROVs: guidance, navigation, and control*. Tese (PhD thesis) — Norwegian University of Science and Technology, Faculty of Engineering Science and Technology, Department of Marine Technology, June 2015. Citado 7 vezes nas páginas 84, 90, 93, 115, 125, 128 e 129.
- FERNANDES, D. de A. et al. Output feedback motion control system for observation class ROVs based on a high-gain state observer: theoretical and experimental results. *IFAC Control Engineering Practice*, v. 39, p. 90–102, June 2015. Citado na página 84.
- FERREIRA, B. et al. Hydrodynamic modeling and motion limits of AUV mares. In: *Proceeding of 35th Annual Conference of IEEE*. [S.l.: s.n.], 2009. p. 2241–2246. Citado 2 vezes nas páginas 84 e 123.
- FERREIRA, B. M.; MATOS, A. C.; CRUZ, N. A. Modeling and control of trimares AUV. *Robotica*, p. 57–62, 2012. Citado 4 vezes nas páginas 86, 90, 91 e 123.
- FERREIRA, B. M. M. *Modelação e Controlo de Veículo Submarino com quatro Graus de Liberdade*. Dissertação (Mestrado) — Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, 2009. Citado 8 vezes nas páginas 24, 87, 88, 93, 122, 123, 129 e 131.
- FERREIRA, B. M. M. et al. Modelação e controlo de veículo submarino com quatro graus de liberdade. 2012. Citado 2 vezes nas páginas 124 e 125.
- FORSYTH, D. A.; PONCE, J. *Computer vision: a modern approach*. [S.l.]: Prentice-Hall Englewood Cliffs, 2002. Citado na página 84.
- FOSSEN, T.; JOHANSEN, T. et al. A survey of control allocation methods for ships and underwater vehicles. In: IEEE. *Control and Automation, 2006. MED'06. 14th Mediterranean Conference on*. [S.l.], 2006. p. 1–6. Citado na página 129.
- FOSSEN, T. I. *Guidance and control of ocean vehicles*. [S.l.]: John Wiley & Sons Inc, 1994. Citado 20 vezes nas páginas 83, 85, 86, 88, 90, 93, 115, 116, 117, 118, 119, 120, 121, 122, 123, 124, 125, 128, 129 e 131.
- FRANKLIN, G. F.; POWELL, J. D.; EMAMI-NAEINI, A. *Feedback control of dynamic systems*. 6th. ed. Upper Saddle River: Prentice Hall, Inc., 2009. Citado na página 24.
- GOODWIN, G. C. Optimal input signals for nonlinear-system identification. In: *Proc. of the Institution of Electrical Engineers*. [S.l.: s.n.], 1971. p. 922–926. Citado 2 vezes nas páginas 25 e 28.

- HONORIO, L. et al. Solving optimal power flow problems using a probabilistic  $\alpha$ -constrained evolutionary approach. *IET generation, transmission & distribution*, IET, v. 4, n. 6, p. 674–682, 2010. Citado na página 38.
- HONÓRIO, L. M. et al. Persistently-exciting signal generation for optimal parameter estimation of constrained nonlinear dynamical systems: Part 1. 2017. Citado na página 59.
- HU, H.; DING, F. An iterative least squares estimation algorithm for controlled moving average systems based on matrix decomposition. *Applied Mathematics Letters*, Elsevier, v. 25, n. 12, p. 2332–2338, 2012. Citado na página 26.
- HÄGG, P.; WAHLBERG, B. On optimal input design for networked systems. *Automatica*, v. 53, p. 275 – 281, 2015. ISSN 0005-1098. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0005109814005913>>. Citado na página 29.
- IMLAY, F. H. *The complete expressions for added mass of a rigid body moving in an ideal fluid*. [S.l.], 1961. Citado 3 vezes nas páginas 88, 122 e 123.
- INNOCENTI, B. et al. Dynamical model parameters identification of a wheeled mobile robot. *IFAC Proceedings Volumes*, v. 37, n. 8, p. 263 – 268, 2004. ISSN 1474-6670. IFAC/EURON Symposium on Intelligent Autonomous Vehicles, Lisbon, Portugal, 5-7 July 2004. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1474667017319869>>. Citado na página 30.
- ISERMANN, R. *Mechatronic systems: fundamentals*. London, UK: Springer-Verlag, 2005. Citado 4 vezes nas páginas 23, 24, 25 e 28.
- ISERMANN, R.; MÜNCHHOF, M. Identification of dynamic systems: An introduction with applications. In: \_\_\_\_\_. [S.l.]: Springer Berlin Heidelberg, 2011. cap. Practical Aspects of Parameter Estimation, p. 565–602. Citado na página 25.
- ISERMANN, R.; MÜNCHHOF, M. Neural networks and lookup tables for identification. *Identification of Dynamic Systems*, Springer, p. 501–537, 2011. Citado na página 25.
- JAUBERTHIE, C. et al. Optimal input design for aircraft parameter estimation. *Aerospace Science and Technology*, v. 10, n. 4, p. 331–337, May 2006. Citado na página 29.
- KHALIL, H. K. *Nonlinear systems*. 3rd. ed. Upper Saddle River: Prentice Hall, Inc., 2002. Citado na página 24.
- KIM, J. et al. Estimation of hydrodynamic coefficients for an auv using nonlinear observers. *IEEE journal of oceanic engineering*, IEEE, v. 27, n. 4, p. 830–840, 2002. Citado na página 31.
- KIRK, D. E. *Optimal control theory: an introduction*. [S.l.]: Courier Corporation, 2012. Citado na página 33.
- KLOSOWSKI, J. T. et al. Efficient collision detection using bounding volume hierarchies of k-dops. *IEEE transactions on Visualization and Computer Graphics*, IEEE, v. 4, n. 1, p. 21–36, 1998. Citado na página 39.

- KOU, P. et al. Parameters identification of nonlinear state space model of synchronous generator. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, Elsevier, v. 24, n. 7, p. 1227–1237, 2011. Citado na página 27.
- LIANG, X. et al. *Dynamic Modelling and Motion Control for Underwater Vehicles with Fins*. [S.l.]: INTECH Open Access Publisher, 2009. Citado na página 128.
- LIU, M.; TSO, S.; CHENG, Y. An extended nonlinear primal-dual interior-point algorithm for reactive-power optimization of large-scale power systems with discrete control variables. *IEEE Transactions on Power Systems*, IEEE, v. 17, n. 4, p. 982–991, 2002. Citado na página 36.
- LJUNG, L. System identification. In: PROCHÁZKA, A. et al. (Ed.). *Signal analysis and prediction*. New York: Birkhäuser Boston – Springer, 1998. II, cap. 11, p. 163–173. Citado 2 vezes nas páginas 24 e 28.
- LUDVIGSEN, M.; ØDEGÅRD, Ø. *Fullskala Thrust-test av Minerva*. [S.l.], 2004. Citado na página 128.
- MARQUARDT, D. W. An algorithm for least-squares estimation of nonlinear parameters. *Journal of the society for Industrial and Applied Mathematics*, SIAM, v. 11, n. 2, p. 431–441, 1963. Citado na página 25.
- MEHRA, R. Optimal input signals for parameter estimation in dynamic systems—survey and new results. *IEEE Transactions on Automatic Control*, v. 19, n. 6, p. 753–768, December 1974. Citado na página 28.
- MOHAN, S.; IM, M.; BHIKKAJI, B. Optimal input design for system identification using spectral decomposition. *arXiv preprint arXiv:1706.03982*, 2017. Citado 2 vezes nas páginas 28 e 29.
- MOUNI, E.; TNANI, S.; CHAMPENOIS, G. Synchronous generator modelling and parameters estimation using least squares method. *Simulation Modelling Practice and Theory*, Elsevier, v. 16, n. 6, p. 678–689, 2008. Citado na página 26.
- MUKKULA, A. R. G.; PAULEN, R. Model-based design of optimal experiments for nonlinear systems in the context of guaranteed parameter estimation. *Computers & Chemical Engineering*, v. 99, p. 198 – 213, 2017. ISSN 0098-1354. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0098135417300285>>. Citado na página 30.
- NELDER, J. A.; MEAD, R. A simplex method for function minimization. *The computer journal*, Oxford University Press, v. 7, n. 4, p. 308–313, 1965. Citado na página 31.
- OLIVEIRA, E. J. et al. An optimal power flow based on safety barrier interior point method. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, v. 64, p. 977–985, January 2015. Citado 4 vezes nas páginas 26, 39, 40 e 107.
- PERRAULT, G. L.; ROESS, T. L.; POWELL, F. D. *Submarine Parameter Identification*. [S.l.], 1972. Citado 2 vezes nas páginas 25 e 30.
- PRESTERO, T. T. J. *Verification of a six-degree of freedom simulation model for the REMUS autonomous underwater vehicle*. Tese (Doutorado) — Massachusetts institute of technology, 2001. Citado 2 vezes nas páginas 88 e 123.

- RENTSCHLER, M. E.; HOVER, F. S.; CHRYSOSTOMIDIS, C. System identification of open-loop maneuvers leads to improved auv flight performance. *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, IEEE, v. 31, n. 1, p. 200–208, 2006. Citado na página 31.
- RHEE, K. P. et al. An experimental study on hydrodynamic coefficients of submerged body using planar motion mechanism and coning motion device. In: *International Workshop on Ship Maneuverability*. [S.l.: s.n.], 2000. p. 1–20. Citado na página 30.
- RIVERA, D. E.; MORARI, M.; SKOGESTAD, S. Internal model control: Pid controller design. *Industrial & engineering chemistry process design and development*, ACS Publications, v. 25, n. 1, p. 252–265, 1986. Citado na página 93.
- ROY, T.; BARAI, R. K.; DEY, R. Identification of differentially driven wheeled mobile robot using neural networks. *International Journal of Electrical, Electronics and Computer Engineering*, v. 6, p. 8, 2013. Citado na página 30.
- SANTOS, M. et al. Simulation and comparison between a linear and nonlinear technique applied to altitude control in quadcopters. In: IEEE. *Carpathian Control Conference (ICCC), 2017 18th International*. [S.l.], 2017. p. 234–239. Citado na página 24.
- SEABOTIX, T. *A Teledyne SeaBotix BTD150 Datasheet*. [S.l.]: Teledyne Seabotix, 2015. <[http://www.seabotix.com/products/pdf\\_files/BTD150\\_Data\\_Sheet.pdf](http://www.seabotix.com/products/pdf_files/BTD150_Data_Sheet.pdf)>. Datasheet dos propulsores BTD150. Citado 3 vezes nas páginas 16, 128 e 129.
- SHI, Y. et al. Particle swarm optimization: developments, applications and resources. In: IEEE. *evolutionary computation, 2001. Proceedings of the 2001 Congress on*. [S.l.], 2001. v. 1, p. 81–86. Citado na página 42.
- SICILIANO, B. et al. *Robotics: modelling, planning and control*. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2009. Citado 3 vezes nas páginas 115, 118 e 119.
- SILVA, A. M. L. da; FREIRE, M. R.; HONÓRIO, L. M. Transmission expansion planning optimization by adaptive multi-operator evolutionary algorithms. *Electric Power Systems Research*, Elsevier, v. 133, p. 173–181, 2016. Citado 3 vezes nas páginas 27, 42 e 43.
- SILVA, M. et al. Design of angular pid controllers for quadcopters built with low cost equipment. In: IEEE. *System Theory, Control and Computing (ICSTCC), 2016 20th International Conference on*. [S.l.], 2016. p. 216–221. Citado na página 24.
- SNAME. The society of naval architects and marine engineers. nomenclature for treating the motion of submerged body through a fluid. *Technical and Research Bulletin No. 1-5*, 1950. Citado 2 vezes nas páginas 115 e 120.
- SPONG, M. W.; HUTCHINSON, S.; VIDYASAGAR, M. *Robot modeling and control*. [S.l.]: Wiley New York, 2006. v. 3. Citado 3 vezes nas páginas 83, 118 e 119.
- STROGATZ, S. H. *Nonlinear dynamics and chaos: with applications to physics, biology, chemistry, and engineering*. [S.l.]: Westview press, 2014. Citado 5 vezes nas páginas 15, 47, 78, 79 e 80.
- TAKAHAMA, T.; SAKAI, S. Constrained optimization by the  $\varepsilon$  constrained differential evolution with an archive and gradient-based mutation. In: IEEE. *Evolutionary Computation (CEC), 2010 IEEE Congress on*. [S.l.], 2010. p. 1–9. Citado na página 38.

- UNBEHAUEN, H.; RAO, G. Continuous-time approaches to system identification—a survey. *Automatica*, Elsevier, v. 26, n. 1, p. 23–35, 1990. Citado na página 24.
- VACCARO, R. J. *Digital control: a state-space approach*. [S.l.]: McGraw-Hill New York, 1995. v. 196. Citado na página 93.
- VILAS BOAS, E. R. et al. Desenvolvimento de um veículo subaquático autônomo para supervisão inteligente de reservatórios. *Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics*, v. 1, n. 1, 2013. Citado na página 24.
- WAN, E. A.; MERWE, R. V. D. The unscented kalman filter for nonlinear estimation. In: IEEE. *Adaptive Systems for Signal Processing, Communications, and Control Symposium 2000. AS-SPCC. The IEEE 2000*. [S.l.], 2000. p. 153–158. Citado na página 25.
- WANG, C.; TANG, T. Recursive least squares estimation algorithm applied to a class of linear-in-parameters output error moving average systems. *Applied Mathematics Letters*, Elsevier, v. 29, p. 36–41, 2014. Citado na página 26.
- WHITE, F. *Fluid mechanics*. [S.l.]: McGraw-Hill Higher Education, 2009. Citado 4 vezes nas páginas 88, 123, 124 e 127.
- YANG, R. et al. Modeling of a complex-shaped underwater vehicle. In: IEEE. *Autonomous Robot Systems and Competitions (ICARSC), 2014 IEEE International Conference on*. [S.l.], 2014. p. 36–41. Citado na página 84.
- YOERGER, D. R.; BRADLEY, A. M.; WALDEN, B. B. The autonomous benthic explorer (abe): A deep ocean auv for scientific seafloor survey. *Oceanogr. aphic*, p. 79, 1991. Citado na página 83.
- YOUNG, P. Parameter estimation for continuous-time models—a survey. *Automatica*, Elsevier, v. 17, n. 1, p. 23–39, 1981. Citado na página 24.
- YUH, J. A neural net controller for underwater robotic vehicles. *Oceanic Engineering, IEEE Journal of*, v. 15, n. 3, p. 161–166, Jul 1990. ISSN 0364-9059. Citado na página 84.
- YUH, J. Underwater robotics. In: *Robotics and Automation, 2000. Proceedings. ICRA '00. IEEE International Conference on*. [S.l.: s.n.], 2000. v. 1, p. 932–937 vol.1. ISSN 1050-4729. Citado na página 122.

# APÊNDICE A – Modelagem de Veículos Subaquáticos

O objetivo deste Apêndice é apresentar a modelagem de veículos subaquáticos de pequeno porte. A modelagem é complexa e não linear, baseada na dinâmica dos corpos rígidos e nos efeitos hidrostáticos e hidrodinâmicos que atuam no veículo.

Este Apêndice está organizado do seguinte modo: na Seção [A.1](#) serão apresentadas todas variáveis importantes para a modelagem de um veículo subaquáticos, seguindo a convenção padronizada internacionalmente, descrita em ([SNAME, 1950](#)). Posteriormente, a cinemática e dinâmica do veículo será elaborada detalhadamente nas Seções [A.2](#) e [A.3](#), apresentando as ferramentas matemáticas utilizadas. Finalmente, o modelo do veículo submarino será completado pela exposição dos efeitos hidrostáticos e hidrodinâmicos que o corpo é sujeito.

## A.1 Nomenclatura Náutica

Nesta Seção são apresentadas todas as grandezas envolvidas na modelagem e controle de veículos subaquáticos, seguindo a notação internacional apresentada em ([SNAME, 1950](#)), comum a veículos subaquáticos e de superfície. As Figuras [39](#) e [40](#) esboçam as variáveis que permitem descrever a cinemática e a dinâmica do veículo.

Na Figura [39](#) estão esboçados a posição e orientação do veículo, as velocidades lineares e angulares, e as forças e torques aos quais estrutura está submetida. Essas grandezas são referentes a dois sistemas de coordenadas diferentes, denominados de *frames* ([SICILIANO et al., 2009](#)). O *frame*  $XYZ$  corresponde a um sistema de coordenadas inercial ortogonal espacial, fixo à Terra<sup>1</sup>. A origem e orientação dos três eixos de  $XYZ$  são fixas e arbitrárias, porém uma escolha comum para as orientações é a chamada **NED** (*North-East-Down*): o eixo  $x$  aponta para o Norte,  $y$  para o Leste, e  $z$  em direção ao centro da Terra ([FERNANDES, 2015](#); [FOSSSEN, 1994](#)).

O outro *frame* necessário para modelagem,  $X_0Y_0Z_0$  é fixo ao corpo do veículo. A posição da origem é arbitrária, muito embora a escolha apropriada do Centro de Gravidade (CG) do veículo possa trazer algumas vantagens. Os eixos de  $X_0Y_0Z_0$  coincidem com os eixos principais de inércia ([FOSSSEN, 1994](#)):  $X_0$  no eixo longitudinal (de trás para frente),  $Y_0$  da direção transversal (de bombordo para estibordo), e  $Z_0$  no eixo normal (de

<sup>1</sup> são desprezadas as acelerações do ponto fixo à Terra, considerando-a inercial. Há outros sistemas de referências utilizados na literatura náutica, por exemplo considerando a posição de uma estrela como referencial inercial (*star-fixed reference frame*) ([FOSSSEN, 1994](#))

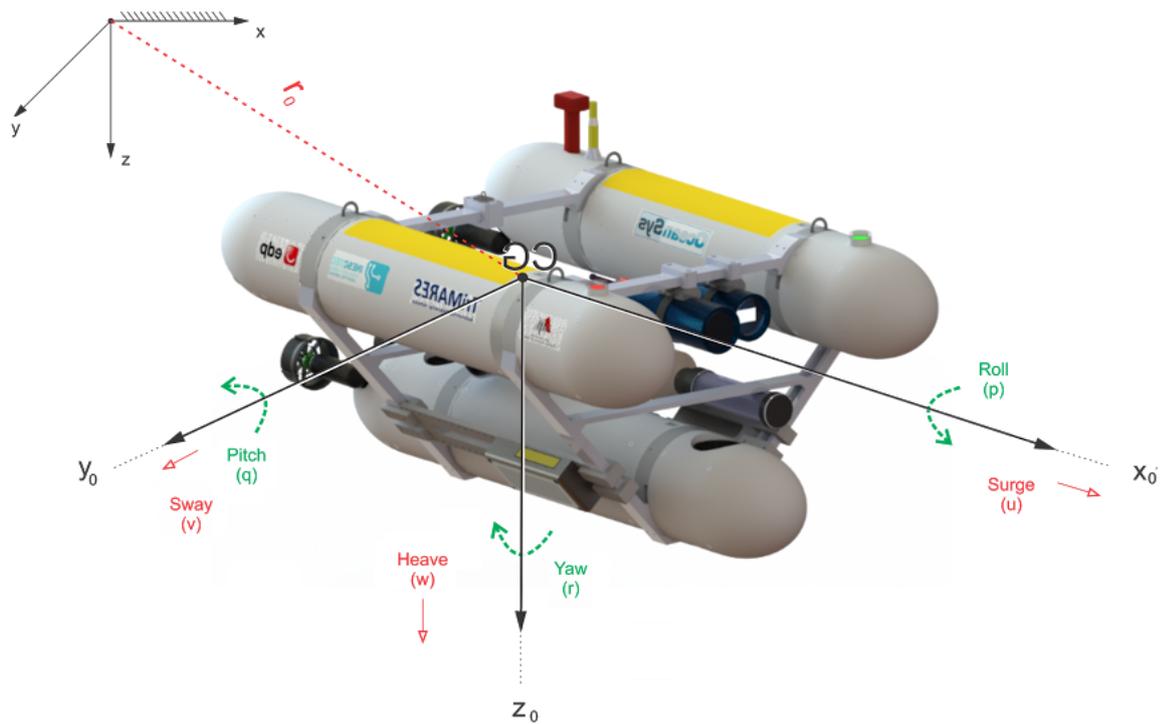


Figura 39 – Variáveis de importância para veículos subaquáticos.

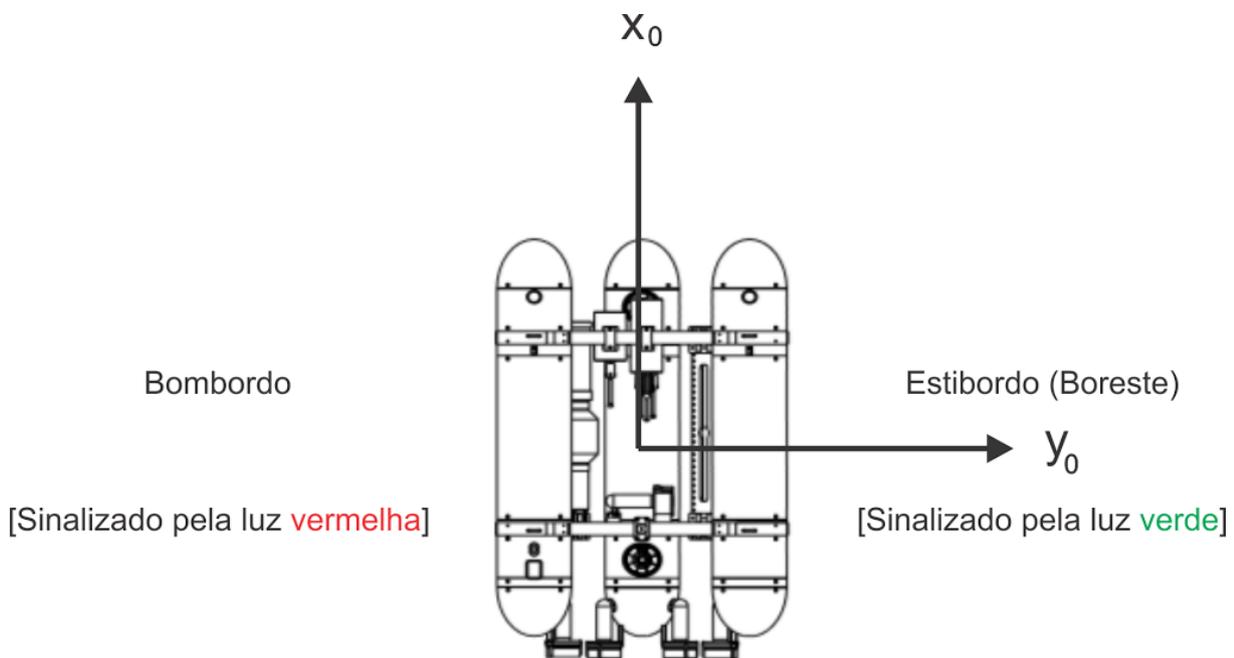


Figura 40 – Variáveis de importância para veículos subaquáticos (vista superior)

cima para baixo na embarcação). O vetor  $\mathbf{r}_0$  da Figura 39 representa a translação entre as origens dos sistema de referencia inercial e do corpo, é representado pelas coordenadas  $\boldsymbol{\eta}_1 = [x, y, z]^T$ , enquanto as posições angulares  $\boldsymbol{\eta}_2 = [\phi, \theta, \psi]^T$  representam a orientação (atitude) do sistema de coordenadas do corpo em relação o referencial inercial, também chamados de Ângulos de Euler (CHOSSET et al., 2005; FOSSEN, 1994). Essas variáveis

são medidas em relação ao *frame*  $XYZ$ , e podem ser concatenadas em um único vetor  $\boldsymbol{\eta} = [\boldsymbol{\eta}_1^T, \boldsymbol{\eta}_2^T]^T = [x, y, z, \phi, \theta, \psi]^T$ .

Para veículos subaquáticos, são definidos seis componentes de movimento: *surge*, *sway*, *heave*, *roll*, *pitch* e *yaw* (FOSSSEN, 1994). *Surge*, *sway* e *heave* são movimentos de translação e *roll*, *pitch* e *yaw* movimentos de rotações em relação a  $X_0$ ,  $Y_0$  e  $Z_0$ , respectivamente. As velocidades de translação em relação ao *frame* do corpo são denominadas  $\boldsymbol{\nu}_1 = [u, v, w]^T$ , e as de rotação  $\boldsymbol{\nu}_2 = [p, q, r]^T$ . Os vetores de velocidade linear e angular podem ser concatenados em um único vetor de velocidades  $\boldsymbol{\nu} = [\boldsymbol{\nu}_1^T, \boldsymbol{\nu}_2^T]^T = [u, v, w, p, q, r]^T$ .

Para causar esses movimentos, o corpo é submetido a forças e torques, representados pelas forças  $\boldsymbol{\tau}_1 = [X, Y, Z]^T$  e torques  $\boldsymbol{\tau}_2 = [K, M, N]^T$ . As forças e torques atuam sobre o corpo, portanto são grandezas relativas ao *frame*  $X_0Y_0Z_0$ . Esses vetores podem ser concatenados em um único vetor  $\boldsymbol{\tau} = [\boldsymbol{\tau}_1^T, \boldsymbol{\tau}_2^T]^T = [X, Y, Z, K, M, N]^T$ .

Em resumo, as grandezas que serão utilizadas para definir o modelo são apresentadas nas Equações A.1, A.2 e A.3:

$$\boldsymbol{\eta} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\eta}_1 \\ \boldsymbol{\eta}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ \cdots \\ z \\ \phi \\ \theta \\ \psi \end{bmatrix} \begin{array}{l} \rightarrow \text{posição linear em } XYZ \\ \rightarrow \text{ângulo de } roll \\ \rightarrow \text{ângulo de } pitch \\ \rightarrow \text{ângulo de } yaw \end{array} \quad (\text{A.1})$$

$$\boldsymbol{\nu} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\nu}_1 \\ \boldsymbol{\nu}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u \\ v \\ \cdots \\ w \\ p \\ q \\ r \end{bmatrix} \begin{array}{l} \rightarrow \text{velocidade linear em } surge \\ \rightarrow \text{velocidade linear em } sway \\ \rightarrow \text{velocidade linear em } heave \\ \rightarrow \text{velocidade angular em } roll \\ \rightarrow \text{velocidade angular em } pitch \\ \rightarrow \text{velocidade angular em } yaw \end{array} \quad (\text{A.2})$$

$$\boldsymbol{\tau} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\tau}_1 \\ \boldsymbol{\tau}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ \cdots \\ Z \\ K \\ M \\ N \end{bmatrix} \begin{array}{l} \rightarrow \text{forças aplicadas ao corpo} \\ \rightarrow \text{torques aplicados ao corpo} \end{array} \quad (\text{A.3})$$

Nas seções seguintes serão elaboradas as relações cinemáticas e dinâmicas do corpo rígido, e então os efeitos hidrostáticos e hidrodinâmicos que serão importantes para esta aplicação.

## A.2 Cinemática do Corpo Rígido

O veículo submarino pode ser representado como um corpo rígido, que é um sistema caracterizado pela distância constante entre quaisquer dois pontos da estrutura (SICILIANO et al., 2009). Para descrever totalmente esse corpo no espaço é suficiente, deste modo, que dois destes pontos sejam definidos em relação a um referencial. Como cada ponto no espaço necessita de 3 variáveis para ser definido unicamente, o corpo rígido necessita de seis variáveis para definir a sua configuração. A configuração de um robô é definida como conjunto de variáveis necessário para descrevê-lo completamente (SPONG; HUTCHINSON; VIDYASAGAR, 2006).

O objetivo desta seção é elaborar uma relação entre as velocidades e posições do corpo rígido. Os vetores  $\boldsymbol{\eta}$  e  $\boldsymbol{\nu}$  não são definidos nos mesmos referenciais, portanto  $\dot{\boldsymbol{\eta}} \neq \boldsymbol{\nu}$ . A obtenção de uma relação entre  $\dot{\boldsymbol{\eta}}_1$  e  $\boldsymbol{\nu}_1$  é bastante simples de se obter, apenas com a projeção do *frame* do corpo sobre o inercial, o que pode ser feito através de uma matriz de rotação. A obtenção da relação entre  $\dot{\boldsymbol{\eta}}_2$  e  $\boldsymbol{\nu}_2$  é um pouco mais complexa, e será abordada nas próximas subseções.

### A.2.1 Transformação de Velocidade Linear

Os Ângulos de Euler são usados para parametrizar a orientação do *frame*  $X_0Y_0Z_0$  em relação a  $XYZ$ . Nesta parametrização convencionado que o *frame* sofre uma rotação simples em  $z$  de um ângulo  $\psi$ , uma rotação simples em  $y$  de um ângulo  $\theta$ , e por fim uma rotação em  $x$  de um ângulo  $\phi$  (FOSSÉN, 1994), todas elas em relação ao *frame* corrente. As transformações de cada rotação simples de  $\phi$ ,  $\theta$  e  $\psi$  graus, ao redor dos eixos  $x$ ,  $y$  e  $z$  respectivamente, são individualmente representadas na Equação A.4 (SPONG; HUTCHINSON; VIDYASAGAR, 2006):

$$\mathbf{R}_{x,\phi} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_\phi & -s_\phi \\ 0 & s_\phi & c_\phi \end{bmatrix}, \mathbf{R}_{y,\theta} = \begin{bmatrix} c_\theta & 0 & s_\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -s_\theta & 0 & c_\theta \end{bmatrix}, \text{ e } \mathbf{R}_{z,\psi} = \begin{bmatrix} c_\psi & -s_\psi & 0 \\ s_\psi & c_\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (\text{A.4})$$

onde  $c_* = \cos(*)$  e  $s_* = \text{sen}(*)$ . A composição destas transformações, obtida pelo produto delas, descreve a função de transformação entre o *frame* do corpo e o *frame* inercial. A ordem que este produto é realizado determina se a transformação é feita em relação ao referencial global ou corrente (SPONG; HUTCHINSON; VIDYASAGAR, 2006): como as transformações são relativas ao *frame* corrente, a sequência é  $\mathbf{R}_{z,\psi} \rightarrow \mathbf{R}_{y,\theta} \rightarrow \mathbf{R}_{x,\phi}$ , como na Equação A.5.

$$\mathbf{J}_1(\boldsymbol{\eta}) = \mathbf{R}_{z,\psi} \mathbf{R}_{y,\theta} \mathbf{R}_{x,\phi} = \begin{bmatrix} c_\psi c_\theta & -s_\psi c_\phi + c_\psi s_\theta s_\phi & s_\psi s_\phi + c_\psi s_\theta c_\phi \\ s_\psi c_\theta & c_\psi c_\phi + s_\psi s_\theta s_\phi & -c_\psi s_\phi + s_\psi s_\theta c_\phi \\ -s_\theta & c_\theta s_\phi & c_\theta c_\phi \end{bmatrix} \quad (\text{A.5})$$

Assim sendo, é possível correlacionar as velocidades no *frame* inercial  $\dot{\boldsymbol{\eta}}_1$  com as do *frame* do corpo  $\boldsymbol{\nu}_1$ , projetando-as sobre os eixos  $XYZ$ , de modo que:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_\psi c_\theta & -s_\psi c_\phi + c_\psi s_\theta s_\phi & s_\psi s_\phi + c_\psi s_\theta c_\phi \\ s_\psi c_\theta & c_\psi c_\phi + s_\psi s_\theta s_\phi & -c_\psi s_\phi + s_\psi s_\theta c_\phi \\ -s_\theta & c_\theta s_\phi & c_\theta c_\phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \\ \dot{w} \end{bmatrix}$$

$$\dot{\boldsymbol{\eta}}_1 = \mathbf{J}_1(\boldsymbol{\eta})\boldsymbol{\nu}_1 \quad (\text{A.6})$$

## A.2.2 Transformação de Velocidade Angular

A transformação  $\mathbf{J}_2(\boldsymbol{\eta})$  entre velocidades  $\dot{\boldsymbol{\eta}}_2$  e  $\boldsymbol{\nu}_2$  não é tão trivialmente deduzida quanto a transformação  $\mathbf{J}_1(\boldsymbol{\eta})$ . Não se pode integrar diretamente  $\boldsymbol{\nu}_2$  para se encontrar  $\boldsymbol{\eta}_2$ , pois  $\int_0^t \boldsymbol{\nu}_2(\delta)d\delta$  não possui interpretação física de importância (FOSSSEN, 1994). A transformação não é uma projeção, e portanto não se trata de uma matriz de rotação (também não é ortogonal).

A transformação entre  $\dot{\boldsymbol{\eta}}$  e  $\boldsymbol{\nu}_2$  é representada por:

$$\dot{\boldsymbol{\eta}}_2 = \mathbf{J}_2(\boldsymbol{\eta})\boldsymbol{\nu}_2 \quad (\text{A.7})$$

$$\mathbf{J}_2(\boldsymbol{\eta}) = \begin{bmatrix} 1 & s_\phi t_\theta & c_\phi t_\theta \\ 0 & c_\phi & -s_\phi \\ 0 & s_\phi/c_\theta & c_\phi/c_\theta \end{bmatrix}. \quad (\text{A.8})$$

A transformação apresentada na Equação A.8 claramente não é ortogonal, e possui descontinuidade em  $\theta = \pm\pi/2$ , que felizmente não é uma condição de operação que será empregada neste trabalho. Caso fosse necessário abranger esse região angular, outra representação angular poderia ser utilizada, os **Quaternions Unitários**, que podem ser encontrados em (SICILIANO et al., 2009; FOSSSEN, 1994; CHOSET et al., 2005; SPONG; HUTCHINSON; VIDYASAGAR, 2006) e diversas outras bibliografias.

Uma vez definidas as relações entre as velocidades lineares e angulares (nas Equações A.6 e A.7), é possível se estabelecer o modelo cinemático do veículo submarino:

$$\dot{\boldsymbol{\eta}}_1 = \mathbf{J}_1(\boldsymbol{\eta})\boldsymbol{\nu}_1 \quad (\text{A.9})$$

$$\dot{\boldsymbol{\eta}}_2 = \mathbf{J}_2(\boldsymbol{\eta})\boldsymbol{\nu}_2 \quad (\text{A.10})$$

e pode ser reescrito de modo compacto:

$$\dot{\boldsymbol{\eta}} = \mathbf{J}(\boldsymbol{\eta})\boldsymbol{\nu} \quad (\text{A.11})$$

$$\mathbf{J}(\boldsymbol{\eta}) = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_1(\boldsymbol{\eta}) & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{J}_2(\boldsymbol{\eta}) \end{bmatrix}, \quad (\text{A.12})$$

onde  $\mathbf{0}_{3 \times 3}$  é uma matriz nula  $3 \times 3$ .

## A.3 Dinâmica

Nesta seção serão derivada as expressões matemáticas do modelo dinâmico para um veículo submarino. Inicialmente, será elaborado o modelo dinâmico de um corpo rígido no espaço tridimensional, para depois aperfeiçoar o modelo com os efeitos característicos da locomoção subaquática. As equações de Newton se aplicam a referenciais inerciais, mas as forças e torques se aplicam no *frame* do corpo. Para derivar o comportamento dinâmico é usada a formulação de Newton-Euler, que utilizam o conceito de conservação de momento linear e angular (FOSSSEN, 1994).

### A.3.1 Dinâmica do Corpo Rígido

A dinâmica do corpo rígido é amplamente difundida para estudos de cinemática e dinâmica em veículos subaquáticos e aeronáuticos. A normatização apresentada em (SNAME, 1950) apresenta o modelo com seis graus de liberdade para veículos subaquáticos:

$$m[\dot{u} - vr + wq - x_G(q^2 + r^2) + y_G(pq - \dot{r}) + z_G(pr + \dot{q})] = X \quad (\text{A.13})$$

$$m[\dot{v} - wp + ur - y_G(r^2 + p^2) + z_G(qr - z\dot{p}) + x_G(qp + \dot{r})] = Y \quad (\text{A.14})$$

$$m[\dot{w} - uq + vp - z_G(p^2 + q^2) + x_G(rp - z\dot{q}) + y_G(rq + \dot{p})] = Z \quad (\text{A.15})$$

$$\begin{aligned} I_x \dot{p} + (I_z - I_y)qr - (\dot{r} + pq)I_{xz} + (r^2 - q^2)I_{yz} + (pr - \dot{q})I_{xy} \\ + m[y_G(\dot{w} - uq + vp) - z_G(\dot{v} - wp + ur)] = K \end{aligned} \quad (\text{A.16})$$

$$\begin{aligned} I_y \dot{q} + (I_x - I_z)rp - (\dot{p} + qr)I_{xy} + (p^2 - r^2)I_{zx} + (qp - \dot{r})I_{yz} \\ + m[z_G(\dot{u} - vr + wq) - x_G(\dot{w} - uq + vp)] = M \end{aligned} \quad (\text{A.17})$$

$$\begin{aligned} I_z \dot{r} + (I_y - I_x)pq - (\dot{q} + rp)I_{yz} + (q^2 - p^2)I_{xy} + (rq - \dot{p})I_{zx} \\ + m[x_G(\dot{v} - wp + ur) - y_G(\dot{u} - vr + wq)] = N \end{aligned} \quad (\text{A.18})$$

onde  $r_g = [x_G, y_G, z_G]^T$  é a posição do centro de gravidade, em relação ao *frame*  $X_0Y_0Z_0$

É mais conveniente a representação matricial das Equações A.13 a A.18:

$$\mathbf{M}_{RB}\dot{\boldsymbol{\nu}} + \mathbf{C}_{RB}(\boldsymbol{\nu})\boldsymbol{\nu} = \boldsymbol{\tau}_{RB} \quad (\text{A.19})$$

onde  $\boldsymbol{\tau}_{RB} = [X, Y, Z, K, M, N]^T$  é o vetor generalizado das as forças e torques externos. A matriz  $\mathbf{M}_{RB}$  na Equação A.19 é definida em (FOSSSEN, 1994) como **Matriz de Inércia do Corpo Rígido**, uma matriz única, constante, simétrica e positiva definida ( $\mathbf{M}_{RB} = \mathbf{M}_{RB}^T > 0$ ;  $\dot{\mathbf{M}}_{RB} = \mathbf{0}_{6 \times 6}$ ):

$$\mathbf{M}_{RB} = \begin{bmatrix} m\mathbf{I}_{3 \times 3} & -m\mathbf{S}(\mathbf{r}_G) \\ m\mathbf{S}(\mathbf{r}_G) & \mathbf{I}_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 & mz_G & -my_G \\ 0 & m & 0 & -mz_G & 0 & mx_G \\ 0 & 0 & m & my_G & -my_G & 0 \\ 0 & -mz_G & my_G & I_x & -I_{xy} & -I_{xz} \\ mz_G & 0 & -mx_G & -I_{yx} & I_y & -I_{yz} \\ -my_G & mx_G & 0 & -I_{zx} & -I_{zy} & I_z \end{bmatrix} \quad (\text{A.20})$$

onde  $\mathbf{I}_0$  é o Tensor de Inércia do Corpo Rígido, e a **Matriz dos Termos Coriolis e Centrífetos do Corpo Rígido**, uma matriz que pode possuir várias representações (FOSSSEN, 1994), comumente uma matriz anti-simétrica ( $\mathbf{C}_{RB} = -\mathbf{C}_{RB}^T$ ):

$$\mathbf{C}_{RB}(\boldsymbol{\nu}) = \begin{bmatrix} m\mathbf{S}(\boldsymbol{\nu}_2) & -m\mathbf{S}(\mathbf{r}_G)\mathbf{S}(\boldsymbol{\nu}_2) \\ m\mathbf{S}(\mathbf{r}_G)\mathbf{S}(\boldsymbol{\nu}_2) & -\mathbf{S}(\mathbf{I}_0\boldsymbol{\eta}_2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -mr & mq \\ mr & 0 & -mp \\ -mq & mp & 0 \\ -m(y_Gq + z_gr) & my_Gp & mz_Gp \\ mx_Gq & -m(z_Gr + x_gp) & mz_Gq \\ mx_Gr & my_Gr & -m(x_gp + y_gq) \\ m(y_Gq + z_Gr) & -mx_Gq & -mx_Gr \\ -my_Gp & m(z_Gr + x_gp) & -my_Gr \\ -mz_Gp & -mz_Gq & m(x_gp + y_gq) \\ 0 & -I_{yz}q - I_{xz}p - I_zr & I_{yz} + I_{xy} - I_yq \\ I_{yz}q + I_{xz}p - I_zr & 0 & -I_{xz}r - I_{xy}p - I_yq \\ -I_{yz} - I_{xy}p + I_yq & I_{xz}r + I_{xy}q - I_xp & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A.21})$$

As expressões das Equações A.20 e A.21 podem ser muito simplificadas com a escolha adequada do centro de gravidade  $r_G$ , o que será feito mais adiante. A Equação A.19 apresenta a dinâmica de um corpo rígido qualquer, poderia se aplicar tanto a um submarino, veículo de superfície, e até mesmo veículos aéreos (COSTA, 2012). Na Seção A.3.2 serão modelados os efeitos hidrodinâmicos mais importantes para a proposta de aplicação deste documento.

### A.3.2 Forças e Momentos Hidrodinâmicos e Hidrostáticos

A modelagem das forças hidrodinâmicas e hidrostáticas permitirá uma análise dinâmica do veículo mais fiel, bem como compreender características de construção e controle dessas estruturas. As forças e momentos aplicados ao veículo podem ser divididas em três componente:

$$\tau_{RB} = \tau_H + \tau_E + \tau_P \quad (\text{A.22})$$

onde  $\tau_H$  são as forças e torques hidrostáticos e hidrodinâmicos,  $\tau_E$  são as forças e torques ambientais (corrente, vento, ondas) e  $\tau_P$  é o conjunto de forças e torques dos propulsores, responsável pela controlabilidade. As forças e torques ambientais, na análise de controle, serão tratados como distúrbios externos. Os componentes principais das forças hidrodinâmicas e hidrostáticas são os efeitos de massa acrescentada, amortecimento viscoso e a ação da gravidade e contra a flutuabilidade, as chamadas forças de restabelecimento (FERREIRA, 2009), que serão abordados nas seções a seguir.

#### A.3.2.1 Massa Acrescentada

Enquanto o robô se move, coeficientes adicionais de forças e momentos são adicionados para se contabilizar o efeito do fluido ao redor do veículo, que necessita ser acelerado pela passagem do corpo. Esses componentes são chamados de massa acrescentada, ou massa virtual, e incluem os efeitos dos momentos e produtos de inércia, devido a acelerações lineares ou angulares (YUH, 2000).

O conceito de massa acrescentada é comumente mal interpretado como se uma quantidade finita do fluido estivesse conectada ao veículo, formando um novo sistema, com uma nova massa, porém isso é falso (FOSSEN, 1994; IMLAY, 1961). A massa acrescentada virtual deve ser entendida como o conjunto de momentos e forças induzidos por pressão devido ao movimento harmônico forçado, proporcionais à aceleração (FOSSEN, 1994; FERREIRA, 2009).

Um corpo que se move inserido em um fluido estacionário gera movimento das partículas que o envolvem, para os lados e para atrás do veículo, para permitir sua passagem (IMLAY, 1961). As partículas adquirem energia cinética do veículo, o que induz forças e momentos  $\tau_A$  contrários ao movimento do corpo.

$$\tau_A = -M_A \dot{\nu} - C_A(\nu)\nu \quad (\text{A.23})$$

onde  $M_A$  é a **Matriz de Inércia devido à Massa Acrescentada** e  $C_A(\nu)$  é a **Matriz**

de Termos Coriolis e Centrífetos devido à Massa Acrescentada (FOSSSEN, 1994).

$$\mathbf{M}_A = \left[ \begin{array}{c|c} \mathbf{A}_{11} & \mathbf{A}_{12} \\ \hline \mathbf{A}_{21} & \mathbf{A}_{22} \end{array} \right] \triangleq - \left[ \begin{array}{ccc|ccc} X_{\dot{u}} & X_{\dot{v}} & X_{\dot{w}} & X_{\dot{p}} & X_{\dot{q}} & X_{\dot{r}} \\ Y_{\dot{u}} & Y_{\dot{v}} & Y_{\dot{w}} & Y_{\dot{p}} & Y_{\dot{q}} & Y_{\dot{r}} \\ Z_{\dot{u}} & Z_{\dot{v}} & Z_{\dot{w}} & Z_{\dot{p}} & Z_{\dot{q}} & Z_{\dot{r}} \\ \hline K_{\dot{u}} & K_{\dot{v}} & K_{\dot{w}} & K_{\dot{p}} & K_{\dot{q}} & K_{\dot{r}} \\ M_{\dot{u}} & M_{\dot{v}} & M_{\dot{w}} & M_{\dot{p}} & M_{\dot{q}} & M_{\dot{r}} \\ N_{\dot{u}} & N_{\dot{v}} & N_{\dot{w}} & N_{\dot{p}} & N_{\dot{q}} & N_{\dot{r}} \end{array} \right] \quad (\text{A.24})$$

Os termos de da matriz presente na Equação A.24 são definidos por:

$$X_{\dot{u}} = \frac{\partial X}{\partial \dot{u}}; \quad Y_{\dot{p}} = \frac{\partial Y}{\partial \dot{p}}; \quad Z_{\dot{r}} = \frac{\partial Z}{\partial \dot{r}}; \dots \quad (\text{A.25})$$

Existem diversos trabalhos que apresentam cálculos aproximados dos parâmetros de  $M_A$ , como (IMLAY, 1961; WHITE, 2009; PRESTERO, 2001), baseados em métodos como o dos Corpos Delgados (*Slender Bodies*) e Teoria das Tiras (*Strip Theory*) (FOSSSEN, 1994). Este documento não apresentará a obtenção destes parâmetros, pois está já foi elaborada para o submarino MARES em (FERREIRA, 2009; FERREIRA et al., 2009) e para o TriMARES em (FERREIRA; MATOS; CRUZ, 2012). Para veículos totalmente submersos,  $M_A$  é considerada sempre positiva definida e simétrica ( $M_A = M_A^T > \mathbf{0}_{6 \times 6}$ ). Em (FOSSSEN, 1994) são apresentadas garantias que esses parâmetros teóricos e reais (com fluido não-ideal) são bastante próximos, de modo que essas considerações são suposições razoáveis.

A matriz  $C_A(\boldsymbol{\nu})$  sempre pode ser parametrizada como uma matriz anti-simétrica ( $C_A = -C_A^T \quad \forall \boldsymbol{\nu} \in \mathbb{R}^6$ ):

$$\begin{aligned} C_A(\boldsymbol{\nu}) &= \left[ \begin{array}{ccc|ccc} \mathbf{0}_{3 \times 3} & & & -\mathbf{S}(\mathbf{A}_{11}\boldsymbol{\nu}_1 + \mathbf{A}_{12}\boldsymbol{\nu}_2) & & \\ & -\mathbf{S}(\mathbf{A}_{11}\boldsymbol{\nu}_1 + \mathbf{A}_{12}\boldsymbol{\nu}_2) & & \mathbf{S}(\mathbf{A}_{21}\boldsymbol{\nu}_1 + \mathbf{A}_{22}\boldsymbol{\nu}_2) & & \end{array} \right] \\ &= \left[ \begin{array}{cccccc} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_2 \\ 0 & 0 & 0 & a_3 & 0 & -a_1 \\ 0 & 0 & 0 & -a_2 & a_1 & 0 \\ 0 & -a_3 & -a_2 & 0 & -b_3 & b_2 \\ a_3 & 0 & -a_1 & b_3 & 0 & -b_1 \\ -a_2 & a_1 & 0 & -b_2 & b_1 & 0 \end{array} \right] \quad (\text{A.26}) \end{aligned}$$

onde

$$a_1 = X_{\dot{u}}u + X_{\dot{v}}v + X_{\dot{w}}w + X_{\dot{p}}p + X_{\dot{q}}q + X_{\dot{r}}r \quad (\text{A.27})$$

$$a_2 = X_{\dot{v}}u + Y_{\dot{v}}v + Y_{\dot{w}}w + Y_{\dot{p}}p + Y_{\dot{q}}q + Y_{\dot{r}}r \quad (\text{A.28})$$

$$a_3 = X_{\dot{w}}u + Y_{\dot{w}}v + Z_{\dot{w}}w + Z_{\dot{p}}p + Z_{\dot{q}}q + Z_{\dot{r}}r \quad (\text{A.29})$$

$$b_1 = X_{\dot{p}}u + Y_{\dot{p}}v + Z_{\dot{p}}w + K_{\dot{p}}p + K_{\dot{q}}q + K_{\dot{r}}r \quad (\text{A.30})$$

$$b_2 = X_{\dot{q}}u + Y_{\dot{q}}v + Z_{\dot{q}}w + K_{\dot{q}}p + M_{\dot{q}}q + M_{\dot{r}}r \quad (\text{A.31})$$

$$b_3 = X_{\dot{r}}u + Y_{\dot{r}}v + Z_{\dot{r}}w + K_{\dot{r}}p + M_{\dot{r}}q + N_{\dot{r}}r \quad (\text{A.32})$$

### A.3.2.2 Amortecimento Hidrodinâmico

O amortecimento hidrodinâmico para veículos subaquáticos pode ser dividido em quatro contribuições: os amortecimentos potencial, de arrasto devido às ondas, superficial, e devido ao arrasto de vórtices. Os dois primeiros não serão considerados neste trabalho. O amortecimento potencial é causado pelas forças induzidas devido à frequências das ondas, que fazem o veículo oscilar. Contudo, para veículos subaquáticos a grande profundidades, esses efeitos são desprezíveis (FOSSÉN, 1994). O amortecimento devido às ondas não será avaliado neste documento, onde o fluido será considerado estacionário.

O amortecimento superficial representa o atrito do fluido com a superfície do veículo, podendo possuir um regime linear (laminar), bem como um regime turbulento (quadrático, também chamado não linear) (FERREIRA et al., 2012). Por vezes, o fluido não apresenta um fluxo estável, permanente, o que culmina em amortecimento devido ao arrasto dos vórtices formados. Os vórtices possuem padrões oscilatórios, que dependem do número de Reynolds (WHITE, 2009):

$$Rn = \frac{\rho U D}{\mu} \quad (\text{A.33})$$

onde  $\rho$  é a densidade do fluido,  $U$  é a velocidade do veículo,  $\mu$  é a viscosidade dinâmica do veículo,  $D$  é o comprimento característico do corpo.

A força de amortecimento viscoso devido ao arrasto de vórtices é:

$$f(U) = -\frac{1}{2}\rho C_D(Rn)A|U|U \quad (\text{A.34})$$

onde  $C_D(Re)$  é o coeficiente de arrasto, função do número de Reynolds, e  $A$  é a área da seção transversal do corpo. Um detalhe importante é o comportamento quadrático em função da velocidade  $U|U|$ , para preservar a direção da velocidade, de modo que essa força é sempre contrária ao movimento.

Para veículos submarinos, é comum representar os efeitos do amortecimento hidrodinâmico com duas parcelas: uma linear e outra quadrática. Contudo, neste trabalho,

a exemplo de (FERREIRA et al., 2012), o termo linear será desprezado, uma vez que os efeitos quadráticos são dominantes. O vetor que representa as forças e momentos de amortecimento hidrodinâmico é apresentado na Equação A.35:

$$\boldsymbol{\tau}_D = \mathbf{D}(\boldsymbol{\nu})\boldsymbol{\nu} \quad (\text{A.35})$$

onde  $\mathbf{D}(\boldsymbol{\nu})$  é a **Matriz de Amortecimento Hidrodinâmico**, definida por:

$$\mathbf{D}(\boldsymbol{\nu}) = \begin{bmatrix} X_{u|u}|u| & 0 & 0 & 0 & X_{q|q}|q| & 0 \\ 0 & Y_{v|v}|v| & 0 & Y_{p|p}|p| & 0 & Y_{r|r}|r| \\ 0 & 0 & |Z_{w|w}|w| & 0 & Z_{q|q}|q| & 0 \\ 0 & K_{v|v}|v| & 0 & K_{p|p}|p| & 0 & 0 \\ M_{u|u}|u| & 0 & M_{w|w}|w| & 0 & M_{q|q}|q| & 0 \\ 0 & N_{v|v}|v| & 0 & 0 & 0 & N_{r|r}|r| \end{bmatrix} \quad (\text{A.36})$$

A forma que Equação A.36 é definida é apresentada em (FERREIRA et al., 2012), diferentemente da aproximação  $\mathbf{D}(\boldsymbol{\nu}) = \text{diag}(X_{u|u}|u|, Y_{v|v}|v|, Z_{w|w}|w|, K_{p|p}|p|, M_{q|q}|q|, N_{r|r}|r|)$  de (FOSSEN, 1994). A Equação A.36 define melhor o veículo a ser controlado neste trabalho, visto que modela melhor sistema com suas assimetrias. Os termos  $Y_{r|r}$ ,  $Z_{q|q}$ ,  $M_{w|w}$  e  $N_{u|u}$  não são nulos devido assimetria em relação ao plano formado pelos eixos  $y_0$  e  $z_0$ , enquanto  $X_{q|q}$ ,  $Y_{p|p}$ ,  $K_{v|v}$  e  $M_{u|u}$  não são nulos devido à assimetria em relação ao plano formado pelos eixos  $x_0$  e  $y_0$ .

### A.3.2.3 Forças e Momentos de Restabelecimento

As forças e momentos de restabelecimento, como são chamadas no estudo dos veículos subaquáticos, são resultado da compensação entre a força peso  $W$  e a flutuabilidade  $B$ , que atuam respectivamente nos centros de gravidade e de flutuação:

$$\mathbf{r}_G = [x_G, y_G, z_G]^T \rightarrow \text{centro de gravidade} \quad (\text{A.37})$$

$$\mathbf{r}_B = [x_B, y_B, z_B]^T \rightarrow \text{centro de flutuação} \quad (\text{A.38})$$

A força gravitacional é definida como  $W = mg$ , e a flutuabilidade é definida por  $B = \rho gV$ , onde  $\rho$  é a densidade do fluido deslocado e  $V$  o volume do corpo submerso, afinal esta força é resultado de empuxo, que é igual ao peso do fluido deslocado. Uma característica construtiva comum em veículos subaquáticos é a posição do centro de flutuação acima do centro de gravidade, o que confere ao veículo estabilidade metacêntrica (FOSSEN, 1994; FERNANDES, 2015), ou seja, auto estabilização de  $\phi$  e  $\theta$ . A Figura 41 exemplifica os efeitos da estabilidade metacêntrica. Esta característica construtiva é

o motivo para que um grande número de veículos subaquáticos não possua atuação em  $\phi$  e  $\theta$ , como em (CENTENO et al., 2008; DUKAN; LUDVIGSEN; SORENSEN, 2011), diferentemente do AUV em estudo, TriMARES (CRUZ et al., 2011), que tem controle sobre o ângulo  $\theta$ .

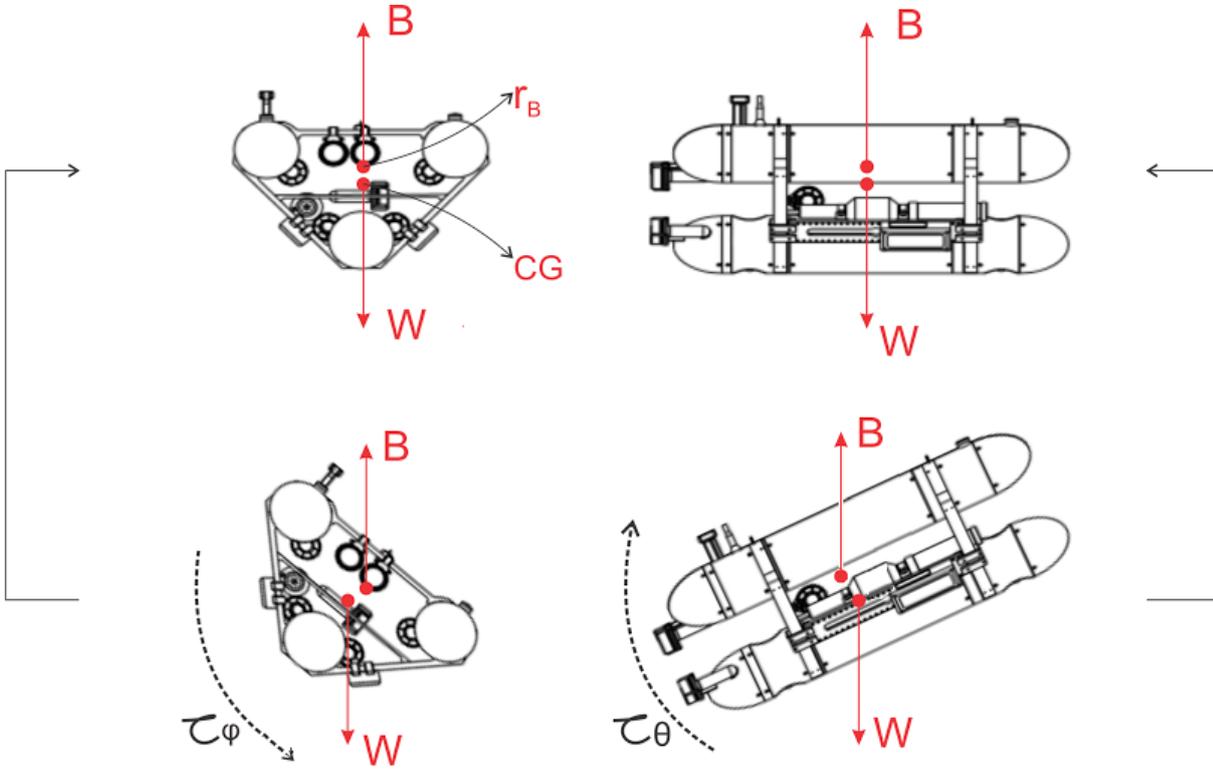


Figura 41 – Efeitos da estabilidade metacêntrica

As forças  $W$  e  $B$  são antagonistas, contrárias na direção  $z$  do *frame* global. Para serem incluídas no modelo precisam ser transformadas, através de  $\mathbf{J}_1(\boldsymbol{\eta})$ , para o referencial do corpo:

$$\mathbf{f}_G(\boldsymbol{\eta}) = \mathbf{J}_1(\boldsymbol{\eta})^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ W \end{bmatrix} \quad (\text{A.39})$$

$$\mathbf{f}_B(\boldsymbol{\eta}) = -\mathbf{J}_1(\boldsymbol{\eta})^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ B \end{bmatrix} \quad (\text{A.40})$$

Assim, as Forças e Momentos de Restabelecimento  $\mathbf{g}(\boldsymbol{\eta})$  são definidas por

$$\begin{aligned}
\mathbf{g}(\boldsymbol{\eta}) &= \boldsymbol{\tau}_R = - \begin{bmatrix} \mathbf{f}_G(\boldsymbol{\eta}) + \mathbf{f}_B(\boldsymbol{\eta}) \\ \mathbf{r}_g \times \mathbf{f}_G(\boldsymbol{\eta}) + \mathbf{r}_B \times \mathbf{f}_B(\boldsymbol{\eta}) \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} (W - B)s_\theta \\ -(W - B)c_\theta s_\phi \\ -(W - B)c_\theta c_\phi \\ -(y_G W - y_B B)c_\theta c_\phi + (z_G W - z_B B)c_\theta s_\phi \\ -(z_G W - z_B B)s_\theta + (x_G W - x_B B)c_\theta c_\phi \\ -(x_G W - x_B B)c_\theta s_\phi + (y_G W - y_B B)s_\theta \end{bmatrix} \quad (\text{A.41})
\end{aligned}$$

#### A.3.2.4 Forças e Momentos de Froude-Kriloff

As forças e momentos de Froude-Kriloff são devido ao fluido em deslocamento, na presença de um corpo, e assim denominadas em homenagem ao engenheiros navais William Froude (1810–1879) e Aleksey Kriloff (1864-1945) (WHITE, 2009). Sejam a massa e o momento de inércia do fluido deslocado:

$$\begin{aligned}
\bar{m} &= \int_V \rho_V dV; \quad \bar{I}_x = \int_V (y^2 + z^2) dV; \quad \bar{I}_{xy} = \int_V xy dV; \\
\bar{I}_y &= \int_V (x^2 + z^2) dV; \quad \bar{I}_{xz} = \int_V xz dV; \\
\bar{I}_z &= \int_V (x^2 + y^2) dV; \quad \bar{I}_{yz} = \int_V yz dV;
\end{aligned} \quad (\text{A.42})$$

Se  $\dot{\mathbf{v}}_f = [\dot{u}_f, \dot{v}_f, \dot{w}_f, 0, 0, 0]^T$  é a aceleração de um fluido irrotacional, as **Forças e Momentos de Froude-Kriloff**  $\boldsymbol{\tau}_{FK}$  são definidas por:

$$\boldsymbol{\tau}_{FK} = \mathbf{M}_{FK} \dot{\mathbf{v}}_f = \begin{bmatrix} \bar{m} & 0 & 0 & 0 & \bar{m}z_B & -\bar{m}y_B \\ 0 & \bar{m} & 0 & -\bar{m}z_B & 0 & \bar{m}x_B \\ 0 & 0 & \bar{m} & \bar{m}y_B & -\bar{m}x_B & 0 \\ 0 & -\bar{m}z_B & \bar{m}y_B & \bar{I}_x & -\bar{I}_{xy} & -\bar{I}_{xz} \\ \bar{m}z_B & 0 & -\bar{m}x_B & -\bar{I}_{xy} & \bar{I}_y & -\bar{I}_{yz} \\ -\bar{m}y_B & \bar{m}x_B & 0 & -\bar{I}_{xz} & -\bar{I}_{yz} & \bar{I}_z \end{bmatrix} \cdot \dot{\mathbf{v}}_f \quad (\text{A.43})$$

onde  $\mathbf{M}_{FK}$  é denominada **Matriz de Inércia de Froude-Kriloff**. Como neste estudo a velocidade do fluido  $\mathbf{v}_f$  é considerada invariável,  $\dot{\mathbf{v}}_f = \mathbf{0}$ , e portanto as forças e momentos de Froude-Kriloff serão desconsiderados.

#### A.3.2.5 Forças de Propulsão

O comportamento de um propulsor é, de modo geral, complexo e não linear, função da velocidade do veículo  $\boldsymbol{\eta}$  e da velocidade do propulsor  $\omega_P$ .

$$f = b(\boldsymbol{\nu}, \omega_P) \quad (\text{A.44})$$

A força que um propulsor desenvolve pode ser aproximada, em primeira ordem, por:

$$f = \rho D^4 K_T(J_0) |\omega_P| \omega_P \quad (\text{A.45})$$

onde  $\rho$  é a densidade da água,  $D$  é o diâmetro do propulsor,  $\omega_P$  é a velocidade do propulsor em RPM, e  $J_0 = V_a/(\omega_P D)$  é o coeficiente de avanço, função da velocidade de avanço  $V_a$ . O coeficiente de propulsão  $K_T$  é uma função de  $J_0$ , aproximadamente linear para  $J_0$  positivos (LIANG et al., 2009). A força de propulsão em geral não é simétrica, embora muitos propulsores para ROV e AUV sejam projetados para que o comportamento de propulsão para a frente e para atrás tenham simetria.

O modelo genérico dos propulsores pode ser representado por:

$$f = B(\nu_r, \omega_P) \omega_P |\omega_P| \quad (\text{A.46})$$

onde  $\nu_r$  é a velocidade relativa entre o veículo e o fluido. Uma curva apresentada na Figura 42 mostra o efeito da velocidade do propulsor sobre o a força de propulsão, comportamento linear com a tensão. Curvas similares a estas foram obtida em testes práticos em (LUDVIGSEN; ØDEGÅRD, 2004) para o veículo Minerva, usado em (FERNANDES, 2015). Essa curva característica é usada como mapeamento entre  $f \times \omega_P$ : a força de propulsão necessária é obtida pelo controlador, e é mapeada a velocidade do propulsor.

O modelo de propulsor utilizado é um SEABOTIX BTD150, que possui um motor DC com escovas (SEABOTIX, 2015), controlável através da tensão. A Figura 42 mostra que a força de propulsão é aproximadamente linear ao sinal de tensão, e que o comportamento é bastante similar em ambas direções. Outro fato relevante apresentado em (SEABOTIX, 2015) são os limites de força que o propulsor pode exercer, cerca de 30N em pico, e 22N continuamente. Acima de 19V, o motor começa a operar em uma faixa acima dos 4A contínuos, o que pode ser usado em curtos períodos de tempo. Devido ao aquecimento excessivo, correntes acima deste valor degradam a vida útil do propulsor, motivo pelo qual é importante respeitar o limite de 22N.

Existe um modelo do comportamento dinâmico dos propulsores em (FOSSEN, 1994), baseado na resposta de um motor de corrente contínua. Contudo, a resposta do motor será considerada instantânea, visto que a dinâmica dos propulsores é muito mais rápida que a do corpo rígido (FERNANDES, 2015).

Cada propulsor irá contribuir com forças e torques, de acordo com a posição que se encontre na estrutura. A correlação entre as forças dos  $r_P$  atuadores e os  $n$  graus de liberdade é apresentada na Equação abaixo:

$$\tau_P = P f_p \quad (\text{A.47})$$

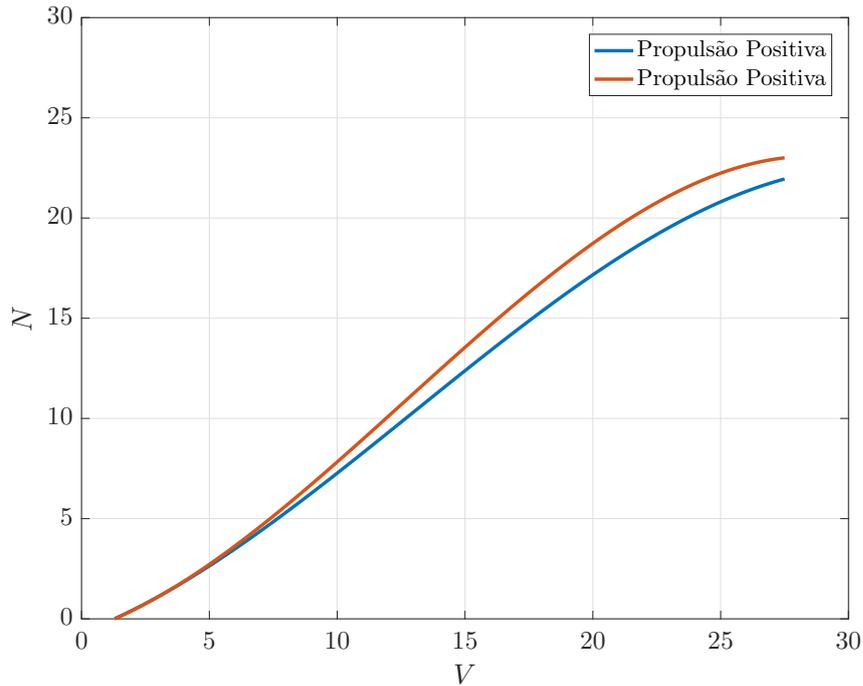


Figura 42 – Característica Tensão × propulsão - BTD150 (SEABOTIX, 2015)

onde  $\tau_P$  são as forças e torques de propulsão aplicados ao submarino,  $f_p$  é um vetor que contém as forças de propulsão  $f$  de todos os  $r_P$  motores, e  $P$  é uma matriz de controle, que pode ser denominada Matriz de Propulsão (FERREIRA, 2009), ou Matriz de Configuração de Propulsão (FERNANDES, 2015). Essa matriz leva em conta as propriedades geométricas do veículo, ou seja, a posição de cada motor, e como as forças de cada motor atua no veículo.

Através da força exercida de cada um dos motores, é possível se determinar, com a Equação A.47, qual as forças e momentos estão sendo aplicadas ao corpo rígido. A linha  $n$  de  $P$  descreve a contribuição dos  $r_P$  motores naquele grau de liberdade. Contudo, o valor  $\tau_P$  é na realidade uma solicitação do controlador, de modo que se deseja determinar é qual força será solicitada de cada um dos propulsores, dado um vetor  $\tau_P$ .

Em sistemas submarinos é importante minimizar o consumo de energia, e tirar vantagem de forças de controle adicionais, em sistemas sobre-atuados ( $r_P > n$ ). Do ponto de vista da segurança, é importante levar em consideração os limites de atuação como saturação, desgaste, configurações proibidas e sobrecarga do sistema, o que configura um problema de otimização com restrições (FOSSEN; JOHANSEN et al., 2006). Para se encontrar a distribuição ótima de alocação por propulsor pode-se minimizar uma função custo de energia (FOSSEN, 1994):

$$\begin{aligned} \min \quad & Te_P = \frac{1}{2} f_P^T W_P f_P \\ \text{sujeito a:} \quad & \tau_P - P f_p = \mathbf{0} \end{aligned} \tag{A.48}$$

onde  $\mathbf{W}_P$  é uma matriz de peso, normalmente diagonal, que implementa o custo de utilização de cada motor: um custo maior pode significar um consumo maior de energia, por exemplo. O Lagrangiano da função custo da Equação A.48 é:

$$L(\mathbf{f}_P, \boldsymbol{\lambda}) = \frac{1}{2} \mathbf{f}_P^T \mathbf{W}_P \mathbf{f}_P + \boldsymbol{\lambda}^T (\boldsymbol{\tau}_P - \mathbf{P} \mathbf{f}_P) \quad (\text{A.49})$$

então:

$$\frac{dL(\mathbf{f}_P, \boldsymbol{\lambda})}{d\mathbf{f}_P} = \mathbf{W}_P \mathbf{f}_P - \mathbf{P}^T \boldsymbol{\lambda} = 0 \quad (\text{A.50})$$

$$\therefore \mathbf{f}_P = \mathbf{W}_P^{-1} \mathbf{P}^T \boldsymbol{\lambda} \quad (\text{A.51})$$

como:

$$\boldsymbol{\tau}_p = \mathbf{P} \mathbf{f}_P \quad (\text{A.52})$$

$$\boldsymbol{\lambda} = (\mathbf{P} \mathbf{W}_P^{-1} \mathbf{P}^T)^{-1} \boldsymbol{\tau}_P \quad (\text{A.53})$$

Combinando as Equações A.51 e A.53:

$$\mathbf{f}_P = \mathbf{W}_P^{-1} \mathbf{P}^T (\mathbf{P} \mathbf{W}_P^{-1} \mathbf{P}^T)^{-1} \boldsymbol{\tau}_P = \mathbf{P}_W^\dagger \boldsymbol{\tau}_P \quad (\text{A.54})$$

$$\mathbf{P}_W^\dagger = \mathbf{W}_P^{-1} \mathbf{P}^T (\mathbf{P} \mathbf{W}_P^{-1} \mathbf{P}^T)^{-1} \quad (\text{A.55})$$

onde  $\mathbf{P}_W^\dagger$  é a **Inversa Generalizada** de  $\mathbf{P}$ . É importante salientar que essa matriz só pode ser calculada se  $r_P \geq n$ , ou seja, o número de propulsores for igual ou maior do que o de graus de liberdade. Muitas vezes não é necessário usar um peso diferente para a utilização de cada propulsor, de modo que  $\mathbf{W}_P = \mathbf{I}$ . Isso simplifica a Equação A.54 para a **Pseudo-inversa de Moore-Penrose**:

$$\mathbf{P}^\dagger = \mathbf{P}^T (\mathbf{P} \mathbf{P}^T)^{-1} \quad (\text{A.56})$$

e no caso de  $r_P = n$ ,  $\mathbf{P}$  será quadrada, e  $\mathbf{P}^\dagger = \mathbf{P}^{-1}$ , simplesmente.

## A.4 Modelo Completo – Forma Matricial

Levando em consideração os efeitos hidrostáticos e hidrodinâmicos, e a força de propulsão, as equações dinâmicas de um veículo submarino podem ser escritas a partir da Equação A.19:

$$\boldsymbol{\tau}_{RB} = \boldsymbol{\tau}_A(\dot{\boldsymbol{\nu}}, \boldsymbol{\nu}) + \boldsymbol{\tau}_{FK} + \boldsymbol{\tau}_D(\boldsymbol{\nu}) + \boldsymbol{\tau}_R(\boldsymbol{\eta}) + \boldsymbol{\tau}_P \quad (\text{A.57})$$

Através das Equações A.19, A.23, A.35, A.41 e 4.1 (FOSSSEN, 1994):

$$(\mathbf{M}_{RB} + \mathbf{M}_A)\dot{\boldsymbol{\nu}} + (\mathbf{C}_{RB}(\boldsymbol{\nu}) + \mathbf{C}_A(\boldsymbol{\nu}))\boldsymbol{\nu} + \mathbf{D}(\boldsymbol{\nu})\boldsymbol{\nu} + \mathbf{g}(\boldsymbol{\eta}) = \boldsymbol{\tau}_P \quad (\text{A.58})$$

A Equação A.58 ainda pode ser reescrita:

$$\boldsymbol{\tau}_P = \mathbf{M}\dot{\boldsymbol{\nu}} + [\mathbf{C}(\boldsymbol{\nu}) + \mathbf{D}(\boldsymbol{\nu})]\boldsymbol{\nu} + \mathbf{g}(\boldsymbol{\eta}) \quad (\text{A.59})$$

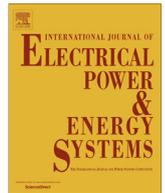
$$\mathbf{M} = \mathbf{M}_{RB} + \mathbf{M}_A \quad (\text{A.60})$$

$$\mathbf{C}(\boldsymbol{\nu}) = \mathbf{C}_{RB}(\boldsymbol{\nu}) + \mathbf{C}_A(\boldsymbol{\nu}) \quad (\text{A.61})$$

Que é a forma mais usual de apresentação do modelo de um AUV (FOSSSEN, 1994; FERREIRA, 2009).



## ANEXO A – Artigos Publicados



## Optimal transient droop compensator and PID tuning for load frequency control in hydro power systems



Edimar J. Oliveira\*, Leonardo M. Honório, Alexandre H. Anzai, Leonardo W. Oliveira, Exuperry B. Costa

Department of Electrical Energy, Federal University of Juiz de Fora, Brazil

### ARTICLE INFO

#### Article history:

Received 22 November 2013  
Received in revised form 8 December 2014  
Accepted 24 December 2014  
Available online 14 January 2015

#### Keywords:

Time response specification  
Linear and non linear programming  
Parameters tuning  
Load frequency control

### ABSTRACT

This paper presents an optimal method to tune the Proportional, Integral and Derivative (*PID*) controller for a hydraulic turbine coupled with the corresponding Transient Droop Compensator (*TDC*). The proposed methodology is based on the Desired Time Response Specification (*DTRS*) of the input guide vane servomotor that includes typical rate limiters and gain saturation in power plants. Therefore, the problem consists of adjusting both the parameters of the controller and compensator such as the time response remains close to the specified one. To avoid suboptimal solutions at local minimum points, it is necessary to solve the resulting non linear problem in two steps: (i) firstly, solve a linear programming (*LP*) to determine the values of *PID&TDC* block using state space representation to match the input and output time responses specifications and (ii) determine the final values of the *PID* and *TDC* parameters using the previous results in a new non linear programming. The proposed methodology has presented the advantage of tuning the *PID* coordinated with the *TDC* spending low computational time. The results show that the performance of the method covers a wide range of operating conditions of the system. Comparisons were also made with existing methods in the literature to show the effectiveness of the proposed methodology.

© 2014 Elsevier Ltd. All rights reserved.

### Introduction

One of the most important roles in power system operation is to maintain a continuous energy power supply to the consumers considering quality and security requirements. This objective is achieved by matching the total generation with the total load by using the well known Load Frequency Control (*LFC*) [1], which is responsible to eliminate the frequency deviation and to maintain the active power flow in tie lines in specified values. As the power demanded by the loads change, the system can have several equilibrium points to operate in steady state. The *LFC* has to assure that the system dynamical behaviour, in the transition between the reachable equilibrium points, respect some requirements such as minimum oscillations. To achieve these tasks the Proportional and Integral (*PI*) controller has been widely used and recently the Proportional, Integral and Derivative (*PID*) controller has been studied to improve the results of the *LFC* design [2].

In terms of control techniques for the *LFC* design, the modern optimal control theory allows the calculation of the control system parameters with respect to a given performance criterion as

described in [3]. However, its feasibility requires the availability of all the state variables to generate the feedback signal, which is possible if the system state vector is observable from the area measurements [4,5].

The adaptive method is characterized by designing the controllers in order to make them less sensitive to changes in plant parameters and to non-modelled dynamics. The self-tuning controllers are designed to track the operating point of the system updating the controller parameters to achieve an optimum performance [6,7]. Despite the promising results achieved by adaptive controllers, the control algorithms are complicated and require on line system model identification. These efforts seem unrealistic, since it is difficult to achieve them [4].

The Robust control design approaches [8,9] have been tested in the *LFC* design and they allow utilization of physical understanding of power systems and to consider some uncertainties for the synthesis procedure. However, large model size and the elaborate organizational structure of power systems make their direct utilization on these systems too difficult.

Another class of methods for the *LFC* problem is the intelligent approaches using soft computing techniques as well as artificial neural network (*ANN*) [10], fuzzy logic [11–13], genetic algorithm (*GA*) [14,15], particle swarm optimization (*PSO*) [16,17] and bacteria foraging optimization [18].

\* Corresponding author. Tel.: +55 32 2102 3440; fax: +55 32 2102 3442.

E-mail address: [edimar.oliveira@ufjf.edu.br](mailto:edimar.oliveira@ufjf.edu.br) (E.J. Oliveira).

## ANEXO B – Artigos Submetidos

# Persistently-Exciting Signal Generation for Optimal Parameter Estimation of Constrained Nonlinear Dynamical Systems

Leonardo M. Honorio<sup>a,\*</sup>, Exuperry Barros Costa<sup>a</sup>, Edimar J. Oliveira<sup>a</sup>, Daniel  
de Almeida Fernandes<sup>a</sup>, Antonio Paulo G. M. Moreira<sup>b</sup>

<sup>a</sup>*Department of Energy, Federal University of Juiz de Fora, Brazil*

<sup>b</sup>*Faculty of Engineering, University of Porto, Porto, Portugal*

---

## Abstract

This work presents a novel methodology for Sub-Optimal Excitation Signal Generation and Optimal Parameter Estimation of nonlinear systems. It is proposed that the evaluation of each signal must also accounting the difference between real and estimated system parameters. However, this metric is not directly obtained once the real parameters values are not known. The alternative presented here is to adopt the hypothesis that, if the system can be approximated by a white box model, it can be used as a benchmark to indicate the impact of a signal over the parametric estimation. In this way, the proposed method uses a dual layer optimization methodology: (i) Inner Level; For a given excitation signal a nonlinear optimization method searches for the optimal set of parameters that minimizes the error between the output signals of the optimized and the benchmark models. (ii) At the outer level, another optimization method based on metaheuristics is responsible for constructing the best excitation signal, considering the fitness coming from the inner level, the quadratic difference between its parameters, and the cost related to the time and space required to execute the experiment.

*Keywords:* Signal Generation, Optimal Parameter Estimation, Estimation of NonLinear Systems, Optimization in Parameter Estimation

---

\*Corresponding author

*Email address:* leonardo.honorio@ufjf.edu.br (Leonardo M. Honorio)