

Universidade Federal de Juiz de Fora  
Faculdade de Engenharia  
Programa de Pós Graduação em Engenharia Elétrica

**Saulo Custodio de Aquino Ferreira**

**Reconfiguração de Sistemas de Distribuição Através de Técnica de  
Decomposição e Otimização Robusta**

Juiz de Fora

2017

**Saulo Custodio de Aquino Ferreira**

**Reconfiguração de Sistemas de Distribuição Através de Técnica de  
Decomposição e Otimização Robusta**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Juiz de Fora, na área de concentração em Sistemas de Energia Elétrica, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Orientador: Leonardo Willer de Oliveira, D.Sc.

Coorientador: Edimar José de Oliveira, D.Sc.

Juiz de Fora

2017

Ficha catalográfica elaborada através do Modelo Latex do CDC da UFJF  
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

C. de A. Ferreira, Saulo.

Reconfiguração de Sistemas de Distribuição Através de Técnica de  
Decomposição e Otimização Robusta / Saulo Custodio de Aquino Ferreira.  
– 2017.

81 f. : il.

Orientador: Leonardo Willer de Oliveira, D.Sc.

Coorientador: Edimar José de Oliveira, D.Sc.

Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Juiz de Fora, Facul-  
dade de Engenharia. Programa de Pós Graduação em Engenharia Elétrica,  
2017.

1. Reconfiguração de Sistemas de Distribuição. 2. Técnica de Decompo-  
sição. 3. Otimização Robusta. I. Oliveira, Leonardo Willer de, orient. II.  
Oliveira, Edimar José de, coorient. III. Título.

Saulo Custodio de Aquino Ferreira

**Reconfiguração de Sistemas de Distribuição Através de Técnica de  
Decomposição e Otimização Robusta**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Juiz de Fora, na área de concentração em Sistemas de Energia Elétrica, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Aprovada em 4 de dezembro de 2017

BANCA EXAMINADORA

---

Prof. Leonardo Willer de Oliveira, D.Sc. - Orientador  
Universidade Federal de Juiz de Fora

---

Prof. Edimar José de Oliveira, D.Sc. - Coorientador  
Universidade Federal de Juiz de Fora

---

Prof. Vitor Hugo Ferreira, D.Sc.  
Universidade Federal Fluminense

---

Prof. Bruno Henriques Dias, D.Sc.  
Universidade Federal de Juiz de Fora

## AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus, por toda força e sabedoria que ele me concedeu e por me permitir alcançar mais essa conquista.

Aos meus pais, Sebastião e Sandra, por todo amor, ensinamento, compreensão e apoio a todo o momento. A minha irmã, Sandra Carolina, pelo incentivo, pelos momentos de descontração, pelo afeto mútuo e amor. Aos meus familiares, por acreditarem no meu potencial, por sempre apoiarem minhas escolhas e ser minha base nos momentos de dificuldade.

Aos Professores Leonardo Willer e Edimar José, pelos conhecimentos transmitidos, orientação, dedicação, incentivo, paciência e momentos de descontrações que foram de extrema importância para eu ter conseguido chegar até aqui, a vocês serei eternamente grato.

Aos amigos da vida, da pós-graduação, da graduação, dos grupos de pesquisa e alunos, que embora não seja de forma direta, cada um de vocês deram sua contribuição para que eu conseguisse chegar até aqui, portanto meu obrigado e gratidão.

“Quanto mais aumenta nosso conhecimento,  
mais evidente fica nossa ignorância”  
(John F. Kennedy, 1962)

## RESUMO

O presente trabalho apresenta uma nova metodologia para a reconfiguração de sistemas de distribuição de energia elétrica através da aplicação da técnica matemática de decomposição de Benders. Esta técnica possibilita dividir o problema global em dois subproblemas, mestre e escravo, que se comunicam através de restrições denominadas cortes, geradas a partir de informações do segundo subproblema e incluídas no primeiro de forma iterativa até que um critério de convergência seja alcançado. O objetivo do problema é a minimização de perdas técnicas na rede de distribuição através de redefinição de sua topologia, observando-se restrições operativas como níveis de tensão, conectividade e radialidade. A redução de perdas é atrativa por implicar em melhores níveis de tensão, menores esforços aos equipamentos do sistema e maior confiabilidade, proporcionando, portanto, benefícios para as concessionárias de distribuição e maior qualidade da energia aos consumidores. O problema de reconfiguração é de programação não linear inteira mista, de difícil tratamento. Na metodologia proposta, o primeiro subproblema determina as decisões de chaveamento considerando-se apenas restrições lineares associadas à topologia da rede, enquanto que o segundo avalia a operação mediante a decisão do primeiro considerando as não linearidades e as restrições de balanço de carga. A vantagem da aplicação da técnica de decomposição é que ela permite a inclusão de incertezas operativas no modelo, como a representação da aleatoriedade das cargas demandadas a rede conforme presente nesse trabalho. A representação destas incertezas é realizada no contexto de reconfiguração robusta, em que a tomada de decisões sobre topologia da rede deve otimizar a operação para o conjunto de cenários pré-definidos. Sistemas conhecidos da literatura especializada são utilizados para a avaliação da metodologia proposta.

Palavras-chave: Reconfiguração de Sistemas de Distribuição. Técnica de Decomposição. Otimização Robusta.

## ABSTRACT

This work shows a new methodology for the reconfiguration of electric energy distribution systems by the application of the mathematical technique named Benders decomposition. This technique makes it possible to divide the global problem into two subproblems, master and slave, which communicate with each other through constraints called slices, generated from information of the second subproblem and included in the first one iteratively until a convergence criterion is reached. The objective of the problem is to minimize technical losses in the distribution network by redefining its topology, observing operational constraints such as levels of voltage, connectivity and radiality. Loss reduction is attractive because it implies better voltage levels, less system equipment effort and greater reliability, thus providing benefits to distribution dealers and higher energy quality to consumers. The reconfiguration problem is non-linear mixed integer programming, difficult to process. In the proposed methodology, the first subproblem determines the switching decisions considering only linear constraints associated with the network topology, while the second one evaluates the operation by means of the decision of the first recital considering the nonlinearities and the load balance constraints. The advantage of the application of the proposed technique is that the decomposition model is potential for the representation of operational uncertainties, as well as the load demands according to the present work. The representation of these uncertainties is carried out in the context of robust reconfiguration, in which the decision making on network topology must optimize the operation under scenarios of a predefined set. Systems known in the literature are used for the evaluation of the proposed methodology.

Key-words: Reconfiguration of Distribution Systems. Decomposition Method. Robust Optimization.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1.1 – Percentual de Perdas em Relação a Energia Injetada no Sistema Global das 63 Distribuidoras. . . . .	13
Figura 1.2 – Percentual de Perdas do Sistema Global no Ano de 2016. . . . .	14
Figura 2.1 – Fluxograma da Técnica de Decomposição de Benders. . . . .	33
Figura 3.1 – Topologia original do sistema de 16 barras. . . . .	40
Figura 3.2 – Fluxograma da Metodologia Proposta. . . . .	47
Figura 3.3 – Fluxograma da Metodologia Robusta Proposta. . . . .	49
Figura 4.1 – Convergência do Algoritmo Proposto, Sistema de 16 Barras. . . . .	53
Figura 4.2 – Topologia Final do Sistema de 16 Barras. . . . .	55
Figura 4.3 – Convergência do Algoritmo Proposto no Sistema 16 Barras com Dois Cenários. . . . .	57
Figura 4.4 – Topologia Original do Sistema de 33 Barras. . . . .	58
Figura 4.5 – Convergência do Método Proposto Para o Sistema de 33 Barras. . . . .	59
Figura 4.6 – Convergência Para o Sistema de 33 Barras Com Três Cenários. . . . .	61
Figura 4.7 – Topologia Original do Sistema de 69 Barras. . . . .	62
Figura 4.8 – Convergência do Método Proposto Para o Sistema de 69 Barras. . . . .	63

## LISTA DE TABELAS

Tabela 4.1 – Evolução da Solução do Problema no Sistema de 16 Barras. . . . .	54
Tabela 4.2 – Resultado Alcançado para o Sistema de 16 Barras. . . . .	54
Tabela 4.3 – Parâmetros do Sistema para a Solução Final. . . . .	55
Tabela 4.4 – Análise da Reconfiguração Individual e Robusta para o Sistema de 16 Barras. . . . .	57
Tabela 4.5 – Resultado Alcançado para o Sistema de 33 Barras. . . . .	60
Tabela 4.6 – Tensão Mínima e Fluxo da Subestação para a Solução do Sistema de 33 Barras. . . . .	60
Tabela 4.7 – Soluções de Reconfiguração Para o Sistema de 33 Barras. . . . .	61
Tabela 4.8 – Resultado Alcançado para o Sistema de 69 Barras. . . . .	64
Tabela 4.9 – Tensão Mínima e Potência da Subsetação para o Sistema de 69 Barras. . . . .	64
Tabela A.1 – Dados Referentes do Sistema de 16 Barras. . . . .	74
Tabela A.2 – Dados Referentes as Cargas Aplicadas nas barras do Sistema de 16 Barras. . . . .	75
Tabela A.3 – Dados Referentes do Sistema de 33 Barras. . . . .	76
Tabela A.4 – Dados Referentes as Cargas Aplicadas nas barras do Sistema de 33 Barras. . . . .	77
Tabela A.5 – Dados Referentes do Sistema de 69 Barras. . . . .	78
Tabela A.6 – Dados Referentes as Cargas Aplicadas nas barras do Sistema de 69 Barras. . . . .	80

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABRADEE	Associação Brasileira de Distribuidores de Energia Elétrica
ANEEL	Agência Nacional de Energia Elétrica
C&CG	Geração de Colunas-&-Restrições
ONS	Operador Nacional do Sistema Elétrico
OR	Otimização Robusta
SDE	Sistema de Distribuição de Energia Elétrica
SEP	Sistemas Elétricos de Potência
UFJF	Universidade Federal de Juiz de Fora

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO . . . . .</b>	<b>12</b>
1.1	CONSIDERAÇÕES INICIAIS . . . . .	12
1.2	CARACTERÍSTICAS DO PROBLEMA DE RECONFIGURAÇÃO . . . . .	15
1.3	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA . . . . .	16
1.4	MOTIVAÇÃO DA DISSERTAÇÃO . . . . .	20
1.5	OBJETIVO DA DISSERTAÇÃO . . . . .	21
1.6	PUBLICAÇÕES DECORRENTES DA PESQUISA . . . . .	21
1.7	ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO . . . . .	23
<b>2</b>	<b>OTIMIZAÇÃO ROBUSTA . . . . .</b>	<b>24</b>
2.1	INTRODUÇÃO . . . . .	24
2.2	DEFINIÇÃO . . . . .	25
2.3	TÉCNICAS DE DECOMPOSIÇÃO . . . . .	26
2.3.1	<b>Algoritmo de Geração de Colunas-&amp;-Restrição . . . . .</b>	<b>26</b>
2.3.2	<b>Decomposição Matemática de Benders . . . . .</b>	<b>29</b>
2.3.3	<b>Decomposição Matemática de Benders-Dual . . . . .</b>	<b>34</b>
2.4	CONCLUSÕES PARCIAIS . . . . .	35
<b>3</b>	<b>METODOLOGIA PROPOSTA . . . . .</b>	<b>36</b>
3.1	INTRODUÇÃO . . . . .	36
3.2	MODELAGEM DO PROBLEMA . . . . .	36
3.3	APLICAÇÃO DA DECOMPOSIÇÃO DE BENDERS . . . . .	42
3.3.1	<b>Subproblema Mestre . . . . .</b>	<b>42</b>
3.3.2	<b>Subproblema Escravo . . . . .</b>	<b>42</b>
3.3.3	<b>Montagem do Corte de Benders . . . . .</b>	<b>43</b>
3.4	ALGORITMO PROPOSTO . . . . .	47
3.5	CONCLUSÕES PARCIAIS . . . . .	50
<b>4</b>	<b>ESTUDO DE CASOS . . . . .</b>	<b>52</b>
4.1	INTRODUÇÃO . . . . .	52
4.2	SISTEMA DE 16 BARRAS . . . . .	52
4.3	SISTEMA DE 33 BARRAS . . . . .	58
4.4	SISTEMA DE 69 BARRAS . . . . .	62
4.5	CONCLUSÕES PARCIAIS . . . . .	65
<b>5</b>	<b>CONCLUSÕES . . . . .</b>	<b>66</b>
5.1	CONSIDERAÇÕES FINAIS . . . . .	66

5.2	PROPOSTA PARA TRABALHOS FUTUROS . . . . .	68
	<b>REFERÊNCIAS . . . . .</b>	<b>69</b>
	<b>APÊNDICE A – DADOS COMPLEMENTARES DOS SISTE- MAS . . . . .</b>	<b>74</b>

# 1 INTRODUÇÃO

## 1.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Os sistemas elétricos de potência (SEP) são responsáveis por converter a energia proveniente de uma fonte primária em energia elétrica, transmiti-la por longas distâncias até os grandes centros de carga e, por fim, distribuí-la aos consumidores finais, que podem ser indústrias, comércios ou residências, podendo assim apresentar requisitos diversificados. A geração, transmissão e distribuição apresentam particularidades que devem ser tratadas em pesquisas e desenvolvimento tecnológico. Para isto, é necessário entender o processo e algumas características importantes dos elementos de rede envolvidos em cada etapa [1].

O presente trabalho tem como escopo o segmento de distribuição. Os sistemas de distribuição de energia (SDE) são responsáveis por levar a energia até os consumidores finais, sendo que a distribuição pode subdividir-se em primária e secundária. A distribuição primária envolve os alimentadores que saem da subestação de distribuição e vão até os transformadores de distribuição, localizados em estruturas no perímetro urbano. As tensões deste nível variam tipicamente de 13,8 kV a 34,5 kV. Não são raras as indústrias e grandes empreendimentos comerciais que se conectam diretamente na distribuição primária, devido a vantagens desta conexão associadas ao nível de demanda destas instalações. Já a distribuição secundária ocorre após a redução de nível em transformadores de distribuição localizados no perímetro urbano, até o ponto de entrega de unidades consumidoras. Neste nível, conecta-se a maioria dos consumidores e os valores de tensão são inferiores a 1 kV, como, por exemplo, 220/127 V [2].

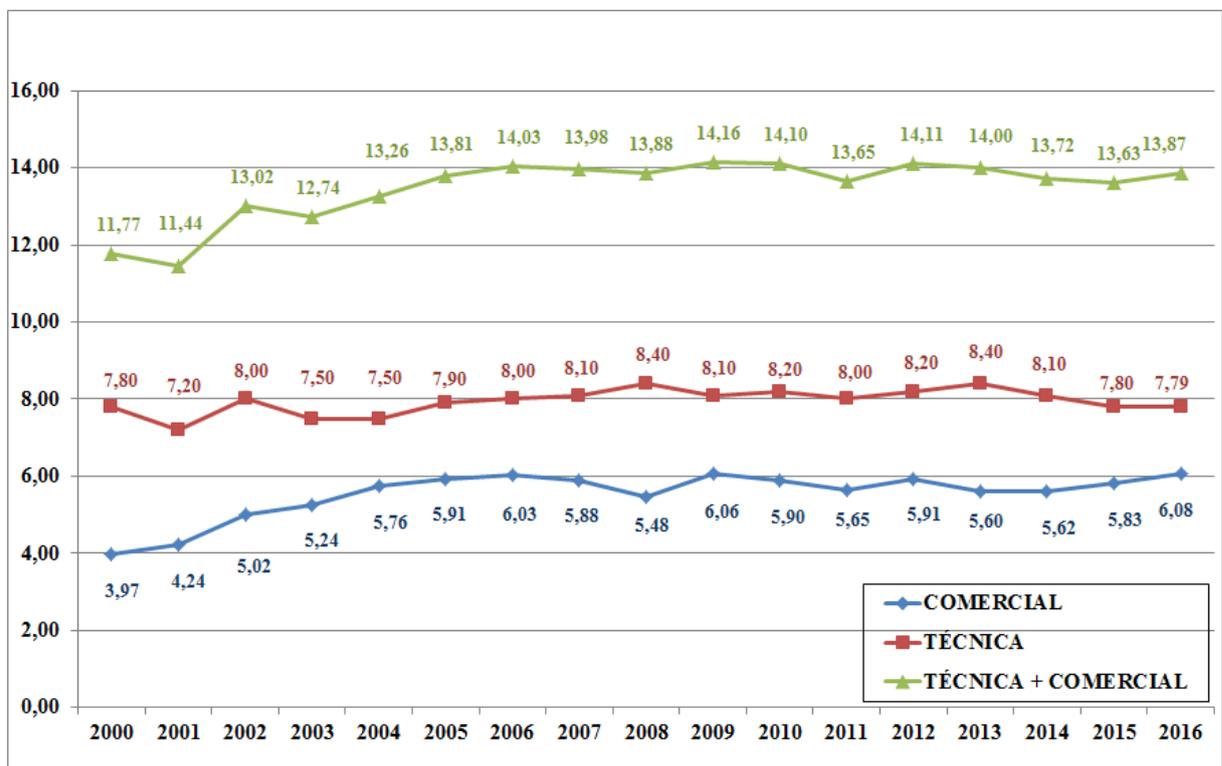
No Brasil, a distribuição é regulada pela Agência Nacional de Energia Elétrica (ANEEL), através dos Procedimentos de Distribuição de Energia Elétrica no Sistema Elétrico Nacional [2]. As concessionárias de distribuição têm evoluído no sentido de canalizar esforços para oferecer uma melhor qualidade de energia aos seus consumidores, sejam eles industriais, comerciais que utilizam do insumo "eletricidade" para fins lucrativos ou residenciais para fins de necessidade básica. Estes esforços devem-se a incentivos e à regulamentação do serviço de distribuição de energia por parte da ANEEL, além da constante exigência do mercado [3]. Outra motivação para as empresas de energia são os bilhões de reais que elas perdem com as perdas técnicas e não técnicas que afetam diretamente sua lucratividade e qualidade do fornecimento [2].

As perdas técnicas caracterizam-se pelas perdas no processo de distribuição em que parte da energia é dissipada na forma de calor em alimentadores e trechos da rede elétrica, devido ao efeito Joule, algo que é inevitável, mas que pode ser minimizado. Entretanto, as perdas não técnicas, também conhecidas como comerciais, são as relacionadas a furtos, fraudes, e problemas de medição e faturamento [4].

Visando um sistema de distribuição mais eficiente, as perdas devem ser objetivo de preocupação e ações, visto que a energia perdida representa um gasto sem finalidade para a distribuidora e para os consumidores. A Associação Brasileira de Distribuidores de Energia Elétrica (ABRADEE), que inclui distribuidoras responsáveis pelo atendimento de 99,6% dos consumidores brasileiros, fez um estudo mostrando a evolução das perdas ao longo dos anos desde ano 2000. As perdas técnicas não apresentaram variações consideráveis, no entanto, com as pesquisas na área de reconfiguração de sistemas de distribuição e outras formas de reduzir as perdas por efeito Joule, espera-se que estes valores sejam decrescidos nos próximos anos.

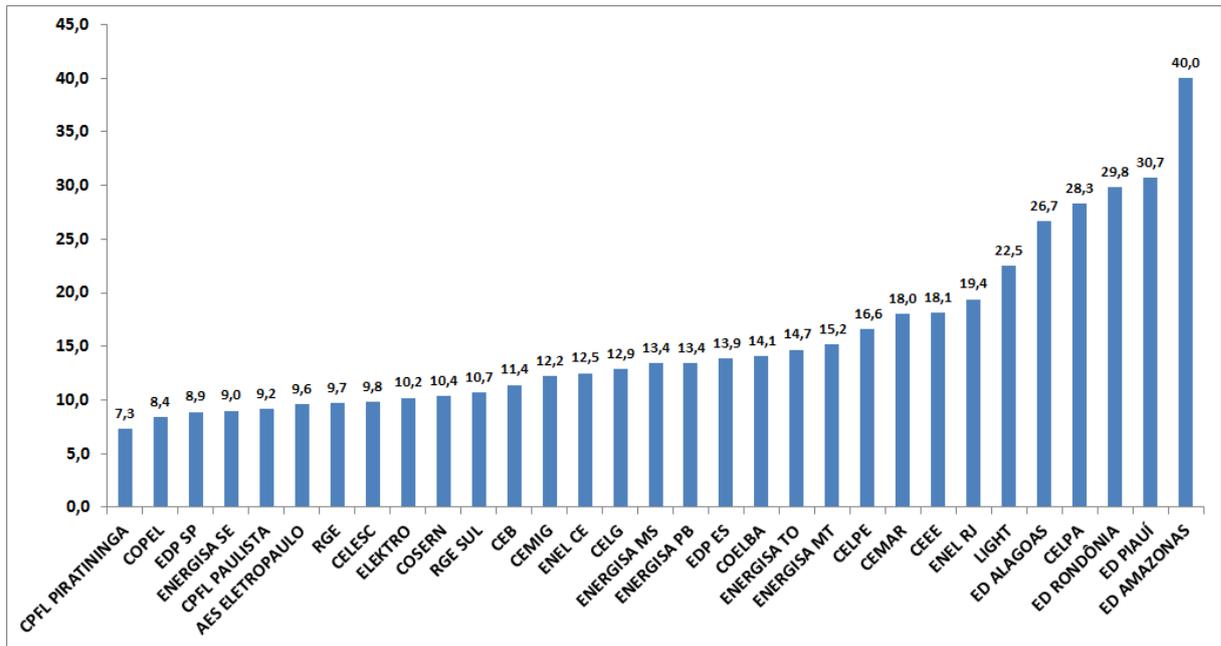
Já as perdas não técnicas aumentaram três pontos percentuais nos 16 anos de estudo. Desta forma, programas de conscientização devem ser incentivados, já que a principal parcela desse tipo de perdas corresponde a furtos de energia elétrica. Os estudos e ações devem considerar as especificidades de cada distribuidora. Segundo dados da ABRADEE, no ano de 2016, a distribuidora que liderava o ranking de perdas globais no Brasil era a Eletrobrás Distribuição Amazonas. Por outro lado, a CPFL Piratininga tinha o menor percentual de perdas globais no ano de 2016. As Figuras 1.1 e 1.2 exibem o estudo da ABRADEE [5].

Figura 1.1: Percentual de Perdas em Relação a Energia Injetada no Sistema Global das 63 Distribuidoras.



Fonte: Adaptado de [5]

Figura 1.2: Percentual de Perdas do Sistema Global no Ano de 2016.



Fonte: Adaptado de [5]

Uma das opções que as concessionárias de distribuição de energia têm disponível é investir em pesquisas sobre reconfiguração de suas redes elétricas, com o propósito de minimizar a parcela de perdas técnicas. Esta alternativa é muitas vezes atrativa para as empresas, por se tratar de um replanejamento da forma de operação com os seus próprios ativos, com potencial para reduzir desperdícios de energia [6]. A escolha pela minimização de perdas via reconfiguração é uma estratégia viável, tanto no âmbito do planejamento quanto no controle da operação, pois ao reconfigurar, busca-se uma topologia de rede que, diante das possibilidades de demandas diárias, a perda seja mínima. O controle é possível haja vista que em caso de algum incidente ou acréscimo inesperado de demanda na rede, esta pode ser reconfigurada buscando-se de modo flexível uma operação otimizada [7].

A reconfiguração de SDE é alcançada através da operação de chaves manobráveis acopladas a trechos de alimentadores de distribuição. Estes dispositivos podem ser normalmente abertos (NA), denominados chaves de interconexão, ou normalmente fechados, neste caso chaves de seccionamento. Vinculado a diferentes topologias geradas, tem-se um índice de desempenho que pode variar conforme interesse da concessionária. Alguns exemplos de índices são: melhoria de balanceamento de cargas entre os alimentadores, redução de perdas por efeito Joule, entre outros [8].

O objetivo de mínimas perdas técnicas na rede tende a ser alcançado quando se utilizam trechos que apresentam menor resistência elétrica, trechos que minimizam a distância entre a fonte geradora e os pontos de demanda de carga, além de trechos que

promovem balanceamento de carga entre alimentadores. Estes são fatores que correlacionados impactam em menor perda técnica ao SDE, melhoria de qualidade de energia aos clientes, melhores níveis de tensão e maior confiabilidade de fornecimento conforme características das unidades consumidoras. Já os benefícios à concessionária são uma maior lucratividade devido ao aumento de vida útil dos equipamentos, redução de reparos e substituições, maior eficiência operacional com redução de perdas com transporte e assim, por consequência, redução da necessidade de geração ou contratação de energia elétrica [9, 10].

## 1.2 CARACTERÍSTICAS DO PROBLEMA DE RECONFIGURAÇÃO

A reconfiguração de sistemas de distribuição visando à minimização de perdas técnicas da rede elétrica consiste em um problema de programação não linear inteira mista, que se caracteriza assim devido ao modelo apresentar restrições não lineares e variáveis inteiras e contínuas. As variáveis inteiras, mais especificamente binárias, correspondem aos estados das chaves acopladas a trechos de alimentadores de distribuição, representadas pelo valor unitário quando fechadas e pelo valor zero quando abertas, de forma que o modelo inclua fluxo no trecho fechado e anule o fluxo em trecho aberto. As variáveis contínuas são inerentes às variáveis de estado e de controle, como as tensões nas barras e as defasagens angulares. As restrições não lineares são os balanços de potência que apresentam multiplicações de variáveis, como do estado de uma chave pelo respectivo fluxo de potência no trecho. Adicionalmente, a função objetivo do problema correspondente ao cálculo de perdas técnicas da rede é proporcional ao quadrado das correntes nos trechos ou das tensões nodais [9].

A reconfiguração de SDE radiais é realizada através da operação de chaves manobráveis, de interconexão ou seccionadoras. Estes dispositivos podem ainda ser manuais ou automáticos. A estratégia e a periodicidade de operação dependem do plano da distribuidora [11]. A reconfiguração é uma opção dado ao fato de que a rede elétrica de distribuição é estruturada de forma malhada [12], devido à presença das chaves de interconexão, porém operada de forma radial, uma vez que estas chaves são NA.

A presença de chaves manobráveis de interconexão visa diminuir a desvantagem de uma configuração radial no que se refere à confiabilidade. No entanto, este modo de operação facilita o planejamento e operação do SDE [13], bem como a coordenação de sua proteção [14].

Conforme [9] e [15], problemas com as características semelhantes ao tratado no presente trabalho são complexos e de difícil resolução. Principalmente, a otimização de problemas não lineares inteiros mistos que envolvem espaços de soluções não convexos que podem levar a soluções de ótimos locais e não globais. Outro fator é que, de acordo com o tamanho da rede de distribuição, o número de chaves manobráveis e as possibilidades

de combinações aumentam exponencialmente, elevando, desta forma, a dificuldade de se encontrar uma boa solução [12].

Devido à difícil resolução do problema de reconfiguração de SDE, este problema necessita ser assistido por ferramentas computacionais para a busca de soluções viáveis ou ótimas, as quais podem ser alcançadas por métodos matemáticos exatos, heurísticos ou meta-heurísticas [16].

Os problemas de reconfiguração de sistemas de distribuição ainda constituem-se em tema de investigação em aberto, principalmente em se tratando da inclusão de incertezas no modelo de otimização, como se pode notar nos trabalhos [14], [17], e em destaque [11] que é um dos motivadores desta dissertação. A presença de incertezas sobre demanda de carga, devido a questões de medição e/ou previsão, bem como de geração distribuída com variabilidade (solar e eólica), é uma realidade operativa dos SDE, que deve, portanto, ser considerada em estudos sobre planejamento e operação, como a reconfiguração, mas que, porém, tem sido pouco tratada na literatura especializada.

### 1.3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Geralmente, os trabalhos sobre reconfiguração de sistemas de distribuição visam definir os estados das chaves manobráveis, de interconexão e seccionadoras, que minimizem perdas técnicas na rede elétrica, reduzam o desbalanceamento de cargas entre alimentadores, minimizem os tempos de restabelecimento e aumentem a confiabilidade do serviço de distribuição [9, 16]. Entre estes, o mais comumente encontrado é o considerado no presente trabalho, a minimização de perdas técnicas por efeito Joule decorrentes do transporte de energia pelos alimentadores e trechos da rede [18].

A redução de perdas é almejada por acarretar diversos benefícios ao sistema, como o aumento da receita da distribuidora devido a uma maior eficiência operacional, o aumento de vida útil dos equipamentos, a redução dos custos de manutenção e de substituição de elementos da rede, melhoria dos níveis de tensão nodal, aumento de qualidade da energia ao consumidor e de confiabilidade [9].

No trabalho [16], os métodos de resolução do problema de reconfiguração são organizados em três principais classes: métodos matemáticos exatos, heurísticos e meta-heurísticas. Os dois últimos são métodos aproximados, de modo que não se pode garantir uma solução ótima global para o problema de reconfiguração, porém, se eficientes, podem determinar boas soluções ótimas locais [9], com tempos viáveis para atender às necessidades dos sistemas gerenciadores de energia. A técnica aplicada na presente dissertação pode ser enquadrada na classe de métodos matemáticos exatos.

Os métodos heurísticos consistem em metodologias simplificadas de otimização que se baseiam na aplicação de um conjunto de regras, os quais foram criados baseados

nas características do problema [10]. Dentre as principais publicações que contribuíram para solução dos problemas de reconfiguração de SDE pode-se destacar Civanlar [19], que propõe uma lógica de troca de chaves de interconexão a partir de uma topologia radial, para formar outras topologias radiais na direção ao ponto de mínimas perdas. O trabalho de Civanlar também se destaca pelo desenvolvimento de uma formulação de cálculo aproximado da alteração da perda de potência devido a uma troca de chaves, do inglês *branch-exchange*.

Baran e Wu [20] continuaram o trabalho de Civanlar através da metodologia de troca de chaves de interconexão, só que seu objetivo não era apenas minimizar as perdas, mas também contribuir para o balanceamento da carga entre os alimentadores. Eles também se destacaram por produzir dois métodos baseados em equações recursivas que aproximam o cálculo de fluxo de potência para uma troca de chaves NA.

Uma metodologia então inovadora foi a gerada por Goswami e Basu [21], que consistia em, a partir de uma topologia radial, formar malhas, uma por vez, e analisar o nível das correntes nos trechos da malha formada, a fim de decidir qual trecho deve ser aberto. Trata-se, portanto, de uma análise de trechos associados a perdas mínimas pela análise de correntes nos trechos. Este processo de verificação termina quando todas as malhas são analisadas e a redução de perdas fica estagnada. Esta técnica destacou-se, principalmente, por oferecer soluções de boa qualidade e viáveis tendo em vista os tempos computacionais envolvidos.

O método proposto por Chin e Huang [22] também merece atenção. Apesar de utilizar a estratégia de troca de chaves NA, ele inova através do uso de um índice que determina a chave a ser aberta, pautando-se nas quedas de tensão e nos fluxos de potência através das chaves candidata.

Outra categoria de métodos aplicáveis à reconfiguração de SDE é as meta-heurísticas. Normalmente, elas apresentam melhores resultados para problemas mais complexos. Isto ocorre por serem baseadas em regras heurísticas e, por suas lógicas de funcionamento ser construídas de forma não focada no problema, mas em algum comportamento, presente na natureza, na ação humana ou em alguma lógica cotidiana. Estas técnicas, se bem implementadas, tendem a alcançar melhores soluções por percorrerem, de forma eficiente, o espaço de soluções do problema de otimização [10]. Nos parágrafos a seguir, são comentados alguns trabalhos enquadrados nesta categoria e que apresentam relevância para a resolução de problemas de reconfiguração.

Os autores Chiang e Jean-Jumeau [23] apresentam uma opção de reconfiguração de SDE através da técnica de recozimento simulado, a qual se pauta na lógica do processo de alteração de propriedades de materiais por aquecimento e resfriamento lento, para buscar a solução de problemas de otimização. O trabalho visa obter o ponto de perdas mínimas com eficiência computacional.

A busca tabu é outra meta-heurística que funciona a partir de uma solução inicial e da derivação desta em outras possibilidades no espaço de busca, sendo que este método utiliza uma lista de soluções candidatas "proibidas" para reavaliação, ou seja, "soluções tabu", durante um número de iterações pré-definido, visando evitar recálculos e ciclos. O trabalho de Mori e Ogita [24] utiliza esta técnica para reconfiguração de SDE buscando perdas mínimas.

O trabalho de Oliveira *et al.* [25] também faz uso de uma meta-heurística, denominada de sistema imunológico artificial, desenvolvida com inspiração no comportamento de defesa do sistema imunológico natural de animais vertebrados. Na obra, a técnica de otimização é aplicada a sistemas de distribuição com propósito de excursionar de modo eficiente o espaço de topologias radiais e conexas, objetivando encontrar a configuração de chaves com perda técnica mínima.

Alguns trabalhos utilizam algoritmo genético, que consiste em uma meta-heurística inspirada na lógica de replicação de DNA e de suas peculiaridades, como mutação, recombinação e evolução. O trabalho de Jardim [6] utiliza esta técnica com o propósito de reconfiguração multiobjetivo de SDE, para redução de custos de investimentos, manutenção e confiabilidade, perdas, além da minimização do número de manobras de chaves. Sua metodologia é testada em dois sistemas, de 21 e 110 barras. Duan [26] também utiliza algoritmo genético para a resolução do problema de reconfiguração de SDE, visando minimização de perdas com máxima confiabilidade possível.

Rao [27] utiliza uma meta-heurística conhecida como "busca harmônica", do inglês *harmony search algorithm*, derivada do comportamento observado na composição de melodias de instrumentos de forma harmônica entre as notas musicais. Com esta técnica, Rao reconfigura sistemas de distribuição com propósito de minimizar as perdas de potência ativa e melhorar o nível de tensão. Outro diferencial é que concomitante à reconfiguração de chaves, também se utiliza a alocação de geradores distribuídos em cooperação para o alcance dos objetivos do problema. A aplicação da técnica sugerida é feita em redes de 33 e 69 barras, também utilizadas no presente trabalho.

A meta-heurística colônia de formigas consiste em uma lógica de otimização inspirada no comportamento de busca de comida por formigas reais. Esta técnica é utilizada por Chang [28] e Khoa e Phan [29] para reconfiguração de SDE visando perdas mínimas. Porém, um diferencial do método adotado por Chang [28] é que também utiliza a alternativa de alocação de bancos de capacitores em conjunto com a reconfiguração a fim de se alcançar os benefícios pretendidos para a operação do SDE.

Por fim, a presente revisão contempla os métodos de programação matemáticos, os quais são ferramentas de otimização que podem ser aplicadas a problemas contínuos ou discretos. Como o presente trabalho propõe-se a tratar de um problema de otimização inteira mista, métodos para resolução de problemas de programação discreta são citados.

Para tanto, o método conhecido como "busque e ramifique", do inglês *branch and bound* emerge como uma alternativa. Esta técnica conduz à solução ótima, entretanto, demanda elevados tempos de processamento [10].

Merlin e Back [30] foram os primeiros a publicarem sobre reconfiguração de SDE com objetivo de minimizar as perdas de potência ativa. Para alcançar seu objetivo, utilizaram a técnica *branch and bound*, a qual se inicia de uma rede toda malhada e determina a abertura sequencial de chaves até se alcançar uma topologia radial. Através da permutação de chaves, todas as configurações radiais são analisadas através de um fluxo de potência convencional até a obtenção daquela com menor perda. A desvantagem constatada foi o grande número de análises necessário até se alcançar à solução ótima, principalmente em se tratando de sistemas reais.

Schmidt [31] aborda em seu trabalho a reconfiguração de SDE, a qual foi modelada como um problema de programação não linear inteira mista. O autor chama a atenção para sua modelagem que trata de forma quadrática o cálculo de perdas e inclui restrições da primeira lei de Kirchhoff e de carregamento máximo dos trechos. Para a resolução do modelo, utilizam-se duas técnicas: *branch and bound* e a busca por profundidade. A primeira apresenta resultados ótimos e com tempos viáveis para sistemas de médio porte e a segunda, tempos reduzidos, com soluções subótimas de boa qualidade.

No trabalho [32] de Oliveira *et al.*, utiliza-se um método de pontos interiores primal-dual para a reconfiguração e a alocação de banco de capacitores em redes radiais de distribuição, com o propósito de minimização de perdas técnicas. A metodologia é suportada por uma heurística baseada em informações provenientes de multiplicadores de Lagrange obtidas da solução do problema de fluxo de potência ótimo (FPO). Para verificar a aplicabilidade do método, foram testados os sistemas de distribuição de 16, 33 e 83 barras, sendo que as topologias de 16 e 33 barras são as mesmas utilizadas na presente dissertação.

Com o interesse de reduzir perdas técnicas em uma rede de distribuição e equilibrar cargas entre alimentares, Khodr [11] propõe uma metodologia para a reconfiguração de SDE. A técnica matemática utilizada para otimizar e resolver o problema é a decomposição de Benders, a qual é também utilizada na presente proposta. Na obra de Khodr, o problema é dividido em dois estágios, sendo que no primeiro se gera as topologias radiais da rede através das equações de fluxo de potência vinculadas a variáveis discretas e, no segundo estágio, verifica-se a operação através do fluxo de potência ótimo. A decomposição proposta no presente trabalho difere-se da de Khodr, conforme descrito nos capítulos 2 e 3.

No estudo feito por Jabr [33], propõe-se uma modelagem de programação cônica inteira mista para o problema de reconfiguração de SDE com objetivo de minimizar perdas. O diferencial deste método é que ele representa as equações de fluxo de potência ativa e reativa através de uma formulação cônica, garantindo assim um modelo convexo que

facilita a obtenção da solução ótima global do problema.

Utilizando também a modelagem de fluxo de potência cônico, Lee [14] propõe a reconfiguração de SDE com o objetivo de reduzir perdas técnicas. Entretanto, o diferencial deste estudo é que ele utiliza a abordagem de Otimização Robusta (OR), que inclui incertezas na modelagem do problema através de conjuntos de incertezas que representam as possibilidades de cenários. O problema é abordado como programação cônica inteira mista, resolvida através da técnica de Geração de Colunas-&-Restrições (C&CG), que também divide o problema em dois estágios com o propósito de auxiliar na resolução e na tomada de decisão sobre qual a topologia radial e conexa que gera menor perda para o conjunto de incerteza. Esta técnica é aplicada a alguns sistemas para verificar sua acurácia, sendo que no primeiro estágio, objetiva-se encontrar uma topologia radial e no segundo, os fluxos de potência pela rede para uma dada demanda.

Com relação a trabalhos e métodos que aplicam otimização robusta a problemas envolvendo sistemas de potência, uma técnica denominada C&CG é proposta em [34] para solucionar o problema de programação de geração termoelétrica em sistemas com penetração de geração eólica intermitente, a fim de se representar incertezas sobre velocidade de ventos. Esta técnica foi modificada em continuidade ao trabalho anterior em [35], também em uma aplicação para otimização robusta com energias renováveis.

Considerando a aplicabilidade de técnicas de decomposição a problemas de otimização robusta, a técnica de Benders também tem sido investigada. Em [36], a técnica de Benders é aplicada para considerar cenários de vento no problema de planejamento de suporte de potência reativa para a operação de parques eólicos em sistemas de transmissão. Neste trabalho, a premissa da decomposição é a viabilidade, ou seja, as decisões são tomadas para viabilizar a ocorrência de cada cenário de vento do conjunto considerado. A técnica de Benders também foi aplicada ao problema de planejamento energético hidrotérmico, em [37] e à otimização de sistemas de transmissão em [38].

Baseado na revisão apresentada e nas novas tendências do estudo de otimização, o presente trabalho almeja investigar a aplicação de técnica matemática de decomposição para a resolução do problema de reconfiguração de redes radiais de distribuição. O objetivo é minimizar as perdas de potência ativa do sistema, principalmente, sob o aspecto da otimização robusta, que leva em consideração a incerteza da carga demandada nas barras das redes de distribuição.

## 1.4 MOTIVAÇÃO DA DISSERTAÇÃO

A motivação desta dissertação ao estudo da temática de reconfiguração de sistemas de distribuição de energia elétrica dá-se pela importância de uma gestão eficiente da distribuição de energia e da complexidade de resolução deste problema. Reforça-se a este

aspecto o elevado espaço de busca perante diversas combinações de estados de chaves, principalmente à medida que o porte dos sistemas aumenta. O resultado é a demanda por desenvolvimento de métodos computacionais cada vez mais eficazes e que requeiram menores tempos de processamento, a fim de viabilizar sua aplicação em tempos adequados para análises de múltiplas opções para suporte à decisão, de forma complementar a ação oriunda de experiência de engenheiros de planejamento [39].

Conforme diretrizes do Operador Nacional do Sistema Elétrico (ONS), uma das necessidades para o processo de tomada de decisão sobre os sistemas elétricos, em todos os seus segmentos, é a abordagem de incertezas nos modelos computacionais [40]. No dia-a-dia, a incerteza está presente em diversas circunstâncias e ocasiões, de modo que para tornar as análises de opções mais realistas e condizentes com a prática, há a necessidade de incorporação de incertezas em modelos de otimização, como na reconfiguração de sistemas de distribuição [14].

Outro fator motivador para a escolha deste tema foi o interesse pela área de otimização, mais especificamente, pela otimização através da reconfiguração de sistemas de distribuição. Essa área já motivou diversos de meus estudos, os quais geraram algumas publicações, que são mencionadas adiante.

## 1.5 OBJETIVO DA DISSERTAÇÃO

Este trabalho tem o propósito de contribuir para o problema de reconfiguração de sistemas de distribuição de energia elétrica, de modo a proporcionar uma operação mais eficiente com menores perdas técnicas, maior vida útil de equipamentos da rede, confiabilidade e qualidade através de melhores níveis de tensão aos consumidores. Esta contribuição dá-se pela proposição de uma nova metodologia baseada em técnica de decomposição matemática potencial para a representação de incertezas na premissa de otimização robusta. Esta premissa busca uma otimização considerando-se cenários de carga com viabilidade operativa para os mesmos.

## 1.6 PUBLICAÇÕES DECORRENTES DA PESQUISA

No decorrer da realização da pesquisa desta dissertação, alguns resultados foram alcançados, os quais resultaram nas publicações, premiações e apresentações a seguir.

- a) “Reconfiguração de Sistemas de Distribuição via Técnica de Decomposição”. FERREIRA, S., OLIVEIRA, W., ARAUJO, T., CARVALHO, J., OLIVEIRA, E., *XLIX Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional, SBPO 2017*, Blumenau, Brasil, Agosto 2017.

- b) “Application of Robust Optimization Technique to the Energy Planning Problem”. FERREIRA, S., CARVALHO, J., OLIVEIRA, W., ARAUJO, T., OLIVEIRA, E., *18th EPIA Conference on Artificial Intelligence, EPIA 2017*, Porto, Portugal, Setembro 2017.
- c) Premiação de *Application Paper Honorable Mention* pelo trabalho “Application of Robust Optimization Technique to the Energy Planning Problem” apresentado no EPIA 2017.
- d) “Reconfiguração de Sistemas de Distribuição Visando Balanceamento entre Alimentadores Através de Técnica de Decomposição”. FERREIRA, S., ARAUJO, T., OLIVEIRA, W., CARVALHO, J., OLIVEIRA, E., *The 12th Latin-American Congress on Electricity Generation and Transmission, CLAGTEE 2017*, Mar del Plata, Argentina, Novembro 2017.
- e) “Técnica de Otimização Robusta Aplicada ao Problema de Planejamento Energético com Geração Solar”. FERREIRA, S., CARVALHO, J., OLIVEIRA, W., ARAUJO, T., OLIVEIRA, E., *The 12th Latin-American Congress on Electricity Generation and Transmission, CLAGTEE 2017*, Mar del Plata, Argentina, Novembro 2017.
- f) “Aplicação de Sistema Imunológico Artificial e Técnica de Decomposição Matemática a Problema de Otimização Robusta de Dois Estágios”. FERREIRA, S., OLIVEIRA, L., *XLVIII Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional, SBPO 2016*, Vitória, Brasil, Setembro 2016.
- g) “Otimização de Sistemas de Potência com Geração Renovável Considerando Cenários Operativos”. FERREIRA, S., OLIVEIRA, L., MAYRINK JUNIOR, S., OLIVEIRA, E., SOUZA, M., *XLVIII Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional, SBPO 2016*, Vitória, Brasil, Setembro 2016.
- h) “Reconfiguração de Sistemas de Distribuição de Energia Elétrica Através da Técnica Big Bang-Big Crunch”. ARAUJO, T., OLIVEIRA, L., FERREIRA, E., FERREIRA, S., *XLVIII Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional, SBPO 2016*, Vitória, Brasil, Setembro 2016.
- i) “Restabelecimento Multiobjetivo de Sistemas de Distribuição Considerando Consumidores Prioritários”. REIS, P., OLIVEIRA, L., PEREIRA, J., OLIVEIRA, E., FERREIRA, S., *XLVIII Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional, SBPO 2016*, Vitória, Brasil, Setembro 2016.
- j) Participação no SBPO 2016 e apresentação dos trabalhos descritos em [f], [g], [h] e [i].

## 1.7 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO

O presente trabalho é composto por cinco capítulos, sendo que o Capítulo 1 faz uma apresentação e contextualização sobre o tema tratado no trabalho, incluindo uma breve revisão do estado da arte com trabalhos mais relevantes sobre reconfiguração de sistemas de distribuição de energia elétrica, expondo os desafios e motivações que impulsionam esta dissertação, bem como os trabalhos e resultados já alcançados durante esta pesquisa.

O Capítulo 2 é destinado à temática de otimização robusta para tratamento de incertezas, com a conceituação desta modalidade de otimização, alguns trabalhos sobre o tema e técnicas aplicadas neste campo do conhecimento, além de apontar os principais trabalhos que motivaram a presente proposta.

O Capítulo 3 apresenta a metodologia proposta para a reconfiguração de sistemas de distribuição, com a descrição da modelagem do problema, da metodologia e do algoritmo proposto em seus subproblemas e passos.

No Capítulo 4, são apresentados os resultados das simulações do algoritmo proposto para sistemas conhecidos da literatura especializada.

O Capítulo 5 apresenta as principais conclusões e contribuições desta dissertação, bem como propostas de trabalhos futuros.

## 2 OTIMIZAÇÃO ROBUSTA

### 2.1 INTRODUÇÃO

No cotidiano, as incertezas estão presentes em diversos fenômenos, o que requer sua representação em estudos e simulações dos mesmos a fim de uma representação mais realista. No setor de energia elétrica, mais especificamente, em problemas de Sistemas Elétricos de Potência, incertezas são inerentes às fontes primárias associadas às unidades geradoras, principalmente renováveis, como a geração de parques eólicos e fotovoltaicos. Estas incertezas referem-se à disponibilidade do recurso energético, cuja aleatoriedade deve-se à intermitência de velocidade dos ventos e de incidência solar. Outra fonte de incertezas é em relação à demanda de carga de um sistema de potência, em que os cenários de carga previstos não necessariamente se concretizarão. Isso ocorre devido os valores de carga impostos ao sistema depender do consumo de energia pelos clientes da rede e do processo de medição desse consumo. Estas incertezas sobre demanda estão no contexto do presente trabalho [34].

No trabalho de Bertsimas e Sim [41], os autores afirmam que as principais formas de abordar incertezas em problemas de otimização são através de programação estocástica e de otimização robusta. O primeiro a abordar a programação estocástica foi Dantzig [42], em meados do século XX. Sua estratégia para lidar com incertezas consistia em criar diversos cenários que englobassem todas as situações que pudessem ocorrer com suas diferentes probabilidades.

Segundo Bertsimas e Sim [41], os dois maiores problemas enfrentados na abordagem da programação estocástica são a modelagem da função de distribuição de probabilidade e a modelagem extensa. A primeira é considerada uma dificuldade devido à complexidade de se gerar uma distribuição de probabilidades mais fidedigna possível aos dados do problema, pois na maioria dos casos, ou não se dispõe de dados suficientes ou é exaustiva a enumeração de diversos cenários que propicie uma distribuição satisfatória. Neste caso, a modelagem torna-se extensa devido aos diversos cenários representados, resultando em elevado esforço computacional.

Perante estas dificuldades da programação estocástica, outra abordagem imergiu para lidar com incertezas: a otimização robusta. Com um tratamento diferente da programação estocástica, inclui-se a incerteza no problema através da modelagem de um conjunto a partir de dados das variáveis aleatórias. Este conjunto pode ser discreto finito ou englobar uma região poliédrica e sua obtenção não requer o conhecimento da função de distribuição de probabilidades das variáveis aleatórias. Essa característica consiste em grande vantagem para as técnicas de otimização robusta em comparação com as estocásticas, visto que a OR permite reduzir consideravelmente o número de equações e inequações do modelo por não necessitar da listagem de cenários. Outra importante

vantagem é o fato de que na maior parte das situações do cotidiano, embora incertezas sejam evidentes, encontrar a função de distribuição de probabilidades para se aplicar os métodos estocásticos é algo complexo. Além disso, pode-se afirmar que as técnicas de otimização robusta são mais conservadoras, dado que a otimalidade é buscada visando obter soluções que atendam a qualquer cenário de perturbação do conjunto de incertezas, de modo que a aplicação desta técnica prepara o sistema para operar de forma ótima considerando a ocorrência dos piores casos do conjunto definido [43].

## 2.2 DEFINIÇÃO

A otimização robusta trata-se de uma abordagem mais recente que considera aspectos de incertezas através de uma modelagem não estocástica, porém determinística e inspirada em conjunto. O objetivo desse tipo de otimização é construir uma solução que seja viável para qualquer hipótese de incertezas dentro de determinado conjunto. Esta abordagem parte da premissa de que este conjunto é representativo e inclui os piores cenários resultantes da variação das variáveis aleatórias. Esta categoria de métodos é aplicável a uma ampla variedade de problemas com flexibilidade computacional, fatores responsáveis por seu sucesso crescente em áreas diversas [44].

De acordo com Zeng [43], a otimização robusta trata-se de uma classe de problemas de otimização que considera em sua formulação um conjunto de dados de incertezas, que pode ser definido por informações discretas ou por um poliedro. Os problemas de otimização robusta de dois estágios têm sido aplicados em processos de tomada de decisões, como em [44]. Entre as técnicas de decomposição em dois estágios, destaca-se o método de decomposição matemática de Benders [45], com aplicações em [34], [35], [46] e [47], pautados na teoria primal-dual.

Entretanto, a otimização robusta de duas fases não é aplicável apenas com decomposição de Benders, outros estudos têm sido realizados visando investigar formas alternativas de geração de restrições ou cortes, buscado reduzir o esforço computacional e o número de cortes necessários para a resolução do problema em questão, como em [34], [35] e [43]. Os trabalhos [35] e [43] propõem a aplicação de corte de Benders-dual e de um corte alternativo derivado da técnica conhecida como Geração de Colunas-&-Restrições, respectivamente. Em [35], aponta-se para uma maior eficiência do método C&CG. Em [34], o corte C&CG é utilizado para suporte às decisões de planejamento da operação de usinas termoeletricas em um sistema com incertezas dadas pela penetração de geração eólica.

Algumas das aplicações de otimização robusta são em problemas de planejamento de sistemas de energia, como em [34] e [47], problemas de fluxos de rede, como em [41], [48] e [49], problemas de transporte [35], [43], [46], [50], e problemas de reconfiguração de sistemas de distribuição, como em [14]. No entanto, a técnica de decomposição de Benders

ainda não foi aplicada a este problema, conforme proposta da presente dissertação.

A solução de um modelo OR de uma única fase tende a ser bastante conservadora. Para contornar essa questão, modelos com dois ou mais estágios, também conhecidos como otimização ajustável ou adaptáveis robustas, têm sido objeto de estudo de alguns trabalhos, como é o caso desta dissertação. Nestes modelos, as decisões são tomadas no primeiro estágio sem a representação explícita das incertezas, que são incluídas no segundo estágio. Após a resolução deste estágio, restrições contendo informações das incertezas são geradas e incluídas no primeiro para nova tomada de decisão, se necessária. A OR de dois estágios tem sido mais investigada para processos de tomada de decisões devido à sua boa capacidade de tratamento de incertezas [35].

## 2.3 TÉCNICAS DE DECOMPOSIÇÃO

### 2.3.1 Algoritmo de Geração de Colunas-&-Restrição

O algoritmo de geração de colunas-&-restrições consiste em uma ferramenta matemática que busca otimizar um sistema considerando os piores cenários de um conjunto de incertezas, no escopo de OR. Neste escopo, a resolução do problema de OR garante a operação otimizada do sistema em questão sob o ponto de vista de diferentes cenários, incluindo os mais severos, garantindo ainda uma operação viável nestes cenários [34].

Na metodologia C&CG, o problema original é dividido em dois subproblemas denominados mestre e escravo. Para garantir a comunicação entre os dois subproblemas, uma variável é inserida na função objetivo do primeiro para representar o impacto de sua decisão no segundo subproblema. Adicionalmente, para guiar a nova tomada de decisão, restrições também são inseridas no subproblema mestre, a partir de informações sobre a solução do escravo. Para alcançar a solução do problema global original, o algoritmo busca a cada iteração criar novas restrições em função das variáveis de decisão até que as condições de convergência sejam atendidas [34].

O procedimento descrito é similar ao adotado na técnica de decomposição de Benders, porém, com uma estratégia diferente de geração de cortes, que visa ampliar a região de incerteza a cada iteração até que os piores cenários sejam cobertos. Esta região pode ser dada por um conjunto de incertezas discreto ou poliédrico [43].

O algoritmo C&CG pode ser aplicado para problemas de programação linear e não linear. Para facilitar sua explicação, a formulação para um modelo linear é apresentada a seguir, em que a incerteza é definida como um conjunto poliédrico [35]. Nas equações de (2.1) a (2.4), é apresentada a formulação global do problema, em que  $y$  e  $x$  representam as variáveis do primeiro e segundo estágios, respectivamente, e  $u$  representa as variáveis do

conjunto de incerteza.

$$\text{Min}_y c^T y + \text{Max}_{u \in U} \text{Min}_{x \in F(y,u)} b^T x \quad (2.1)$$

Sujeito a:

$$Ay \geq d \quad \forall y \in S_y \quad (2.2)$$

$$F(y, u) = \{x \in S_x / Gx \geq h - Ey - Mu\} \quad (2.3)$$

$$u \in U, S_y \subseteq \mathbb{R}_+^n, S_x \subseteq \mathbb{R}_+^n \quad (2.4)$$

Em que:

- $y, x$  Variáveis de decisão dos subproblemas mestre e escravo respectivamente;
- $c, b$  custos associados às variáveis de controle  $y$  e  $x$ , respectivamente;
- $A, G, E, M$  matrizes de coeficientes das restrições lineares;
- $d, h$  vetores independentes referentes às restrições lineares; e
- $U$  conjunto que modela a região de incertezas do problema.

A princípio, a ideia de dividir um problema maior em dois menores adveio da necessidade de resolver problemas de grande porte, os quais, normalmente, apresentam um número elevado de restrições e variáveis. A partir dessa divisão, troca-se a resolução de um problema que é geralmente extremamente complexo e denso pela resolução de dois subproblemas menores e com formulações mais simples, podendo ainda, se utilizar técnicas de otimização diferentes e mais adequadas a cada subproblema [51].

Desta forma, o problema global (2.1) a (2.4) é dividido em subproblemas mestre (2.5) a (2.7) e escravo (2.8) a (2.10) [35].

$$\text{Min}_y c^T y + \alpha \quad (2.5)$$

Sujeito a:

$$Ay \geq d \quad \forall y \in S_y \quad (2.6)$$

$$\alpha \geq 0 \quad (2.7)$$

Na formulação (2.5) a (2.7),  $\alpha$  representa a perda prevista para o subproblema escravo, sendo, portanto, responsável pela comunicação entre os subproblemas. Observa-se também que no subproblema mestre, não há menção explícita às incertezas, conforme descrito anteriormente, sendo seu impacto na função objetivo dado por  $\alpha$ .

Considerando que neste exemplo o subproblema escravo é linear em função de  $x$  e que ele apresenta solução viável para qualquer  $y$  e  $u$ , formula-se o seu problema dual. A solução do problema dual equivale à do primal, que é o problema original em função de  $x$ . A vantagem de resolver o dual é que torna possível minimizar as variáveis de decisão do subproblema escravo original ao mesmo tempo em que maximiza as variáveis que representam a oscilação da incerteza do problema. Ao maximizar a variação da incerteza estamos buscando a solução de menor custo que atendendo a todas as possibilidades de variação da incerteza. Atenta-se que esta lógica só é possível caso, durante o processo de transformação do problema primal em dual, a variável pertencente ao conjunto de incerteza  $u$  seja considerada como parâmetro no primal ao invés de variável. Desta forma, no dual ela se torna variável, devido ao próprio processo de transformação. As equações (2.8) a (2.10) apresentam a formulação do subproblema escravo dual [35].

$$\text{Max}_{u,\pi}(h - Ey^* - Mu)^T \pi \quad (2.8)$$

Sujeito a:

$$G^T \pi \leq b \quad (2.9)$$

$$u \in U, \pi \geq 0 \quad (2.10)$$

Em que  $\pi$  são as variáveis duais e  $y^*$  é a solução do subproblema mestre para as variáveis de decisão  $y$ . Observa-se que a resolução do subproblema escravo requer a decisão  $y^*$  do subproblema mestre para se obter  $\pi^*$  e  $u^*$ .

De posse das soluções do primeiro subproblema,  $(y^*$  e  $\alpha^*)$ , e do segundo,  $(\pi^*$  e  $u^*)$ , são calculados os limites inferior -  $LI$  (2.11) e superior -  $LS$  (2.12) do problema global original. O algoritmo alcança a convergência quando a diferença entre estes limites é inferior a uma tolerância pré-definida -  $\xi$ , conforme (2.13).

$$LI = c^T y^* + \alpha^* \quad (2.11)$$

$$LS = c^T y^* + (h - Ey^* - Mu^*)^T \pi^* \quad (2.12)$$

$$LS - LI \leq \xi \quad (2.13)$$

Caso (2.13) seja satisfeita, considera-se que foi atingida a convergência do algoritmo. Caso contrário, geram-se os cortes conforme proposto na técnica C&CG, que são incluídos no subproblema mestre para nova decisão [35]. As expressões de (2.14) a (2.16) representam os cortes via C&CG.

$$b^T x^l - \alpha \leq 0 \quad \forall l \leq k \quad (2.14)$$

$$Ey + Gx^l \geq h - Mu_l^* \quad \forall l \leq k \quad (2.15)$$

$$x^l \in S_x \quad \forall l \leq k \quad (2.16)$$

Em que:

$k$  número total de cortes;

$l$  índice da iteração atual; e

$u_l^*$  valor da incerteza  $u$  obtido no subproblema escravo e iteração  $l$ .

Atenta-se que a cada iteração, os cortes requerem o valor de  $u_l^*$  obtido na solução do subproblema escravo da iteração  $l$ . Além disso, nota-se que a cada corte  $l$ , novas variáveis  $x^l$  são criadas, aumentando-se o número de variáveis do subproblema mestre. Em contrapartida, esse aumento tende a conduzir a um aumento de velocidade do processo de convergência, ou seja, a menor número de iterações entre os subproblemas [35, 43], podendo aumentar, nestes casos, sua eficiência em relação à técnica de decomposição de Benders.

### 2.3.2 Decomposição Matemática de Benders

A técnica de Benders é a estratégia de decomposição de problemas de programação matemática mais tradicionalmente utilizada. Sua aplicabilidade é em problemas de múltiplas variáveis e com dimensões elevadas, na tentativa de se reduzir os esforços computacionais para sua resolução em uma única etapa. O aumento de variáveis e dimensões de problemas de otimização deve-se à busca pelo desenvolvimento de modelos cada vez mais próximos da realidade, resultando em aumento exponencial de complexidade e limitações computacionais. Em 1962, esse problema já havia sido identificado por Benders, o que o motivou a desenvolver sua técnica matemática de decomposição [45].

Assim como descrito anteriormente, o problema global original é dividido nos subproblemas mestre e escravo, em que as decisões são tomadas no primeiro e avaliadas no segundo, sendo a comunicação entre os mesmos dada por restrições denominada cortes até que a condição de convergência, dada pela diferença entre os limites superior e inferior da função objetivo do problema global, seja atendida [36]. Este procedimento é o mesmo descrito para o algoritmo C&CG, sendo a diferença dada na estratégia de construção de cortes [43].

Assim como o método C&CG, a técnica de decomposição de Benders, além de alternativa para resolução de problemas de grande porte, também flexibiliza a modelagem de problemas envolvendo programação linear e não linear inteira mista, pois permite separar variáveis com características diferentes nos dois subproblemas diferentes, possibilitando assim a aplicação de técnicas diferentes conforme maior adequação a cada subproblema, como em [45], [52] e [53].

Com a finalidade de exemplificar a aplicação da decomposição de Benders será apresentada a seguir uma formulação matemática genérica do uso da técnica. O corte de Benders pode ser utilizado em problemas lineares ou não lineares. Nas equações de (2.17) a (2.19) é representado o problema global para um problema de otimização não linear.

$$\text{Min } f_1(y_1, z_s) + f_2(y_2) \quad (2.17)$$

Sujeito a:

$$g_1(y_1, z_s) \geq b_1 \quad (2.18)$$

$$g_2(y_2, z_s) \geq b_2 \quad (2.19)$$

De acordo com a metodologia proposta por Benders [45], o problema global deve ser dividido em subproblemas, o mestre e o escravo, os quais são resolvidos separadamente e de forma iterativa até se atingir a convergência do problema. O subproblema mestre é descrito pelas expressões (2.20) e (2.21).

$$\text{Min } f_1(y_1, z_s) + \alpha \quad (2.20)$$

Sujeito a:

$$g_1(y_1, z_s) \geq b_1 \quad (2.21)$$

Enquanto o subproblema escravo é formulado pelas expressões (2.22) e (2.23), sendo que elas fazem uso do parâmetro  $z_s^*$  que é passado do subproblema mestre para o escravo.

$$\text{Min } f_2(y_2) \quad (2.22)$$

Sujeito a:

$$g_2(y_2, z_s^*) \geq b_2 (\lambda_2) \quad (2.23)$$

Em que:

- $y_1, y_2$       variáveis que podem assumir valores distintos nos subproblemas mestre e escravo;
- $z_s$             variáveis de decisão, ajustadas no subproblema mestre;
- $z_s^*$             decisões  $z_s$  determinadas no subproblema mestre e mantidas como parâmetro no subproblema escravo;
- $f_1(y_1, z_s)$     parcela da função objetivo do problema global que irá compor a função objetivo do subproblema mestre;
- $f_2(y_2)$         parcela da função objetivo do problema global que será a função objetivo do subproblema escravo;
- $\alpha$             parcela que compõe a função objetivo do subproblema mestre e representa a projeção do custo do subproblema escravo;
- $\lambda_2$             valores dos coeficientes de Lagrange associados as restrições do subproblema escravo;
- $g_1(y_1, z_s) \geq b_1$     restrições do subproblema mestre; e
- $g_2(y_2, z_s) \geq b_2$     restrições do subproblema escravo.

Como se nota na expressão (2.23), cada restrição do subproblema escravo tem um coeficiente de Lagrange  $\lambda_2$  associado, o qual representa o quanto o custo da função objetivo  $f_2(y_2)$  alteraria com o acréscimo de uma unidade no valor do termo independente da restrição do subproblema escravo  $b_2$ . Desta forma, evidenciando o impacto que cada restrição causaria sobre a função objetivo do subproblema escravo.

Assim como feito para o método C&CG, após a resolução dos subproblemas é verificado o critério de convergência. Se a diferença entre o limite inferior -  $LI$  (2.24) e o

limite superior -  $LS$  (2.25) for menor que um tolerância pré-definida, o modelo atingiu a solução global e a técnica é dada como encerrada. Essa verificação de convergência consiste em analisar, se a estimativa adotada no subproblema mestre para o escravo é realmente concretizada quando o subproblema escravo for resolvido.

$$LI = f_1(y_1, z_s) + \alpha \quad (2.24)$$

$$LS = f_1(y_1, z_s) + f_2(y_2) \quad (2.25)$$

Porém, enquanto os subproblemas forem resolvidos e não houver a convergência do problema, o corte de Benders deve ser montado e incluso no subproblema mestre para auxiliar a convergência da técnica. O corte de Benders convencional é montado baseado nas informações da resolução dos subproblemas da última iteração, conforme pode ser notado na inequação (2.26) que caracteriza o corte de Benders.

$$\alpha + \lambda_2 \cdot Ez_s \cdot z_s \geq w_2 + \lambda_2 \cdot Ez_s \cdot z_s^* \quad (2.26)$$

Em que:

$Ez_s$  derivadas parciais das restrições  $g_2(y_2, z_s^*)$  em relação a  $z_s^*$ ; e

$w_2$  valor da função objetivo obtido do subproblema escravo.

Expandindo-se a restrição (2.26) em (2.27) considerando-se as múltiplas variáveis e restrições, tem-se:

$$\alpha + \sum_{s \in \Omega z_s} \left[ \sum_{r \in \Omega z_R} (\lambda_{2r} Ez_{sr}) z_s \right] \geq w_2 + \sum_{s \in \Omega z_s} \left[ \sum_{r \in \Omega z_R} (\lambda_{2r} Ez_{sr}) z_s^* \right] \quad (2.27)$$

Em que:

$\Omega z_s$  conjunto das variáveis controles  $z_s$  presentes no subproblema mestre;

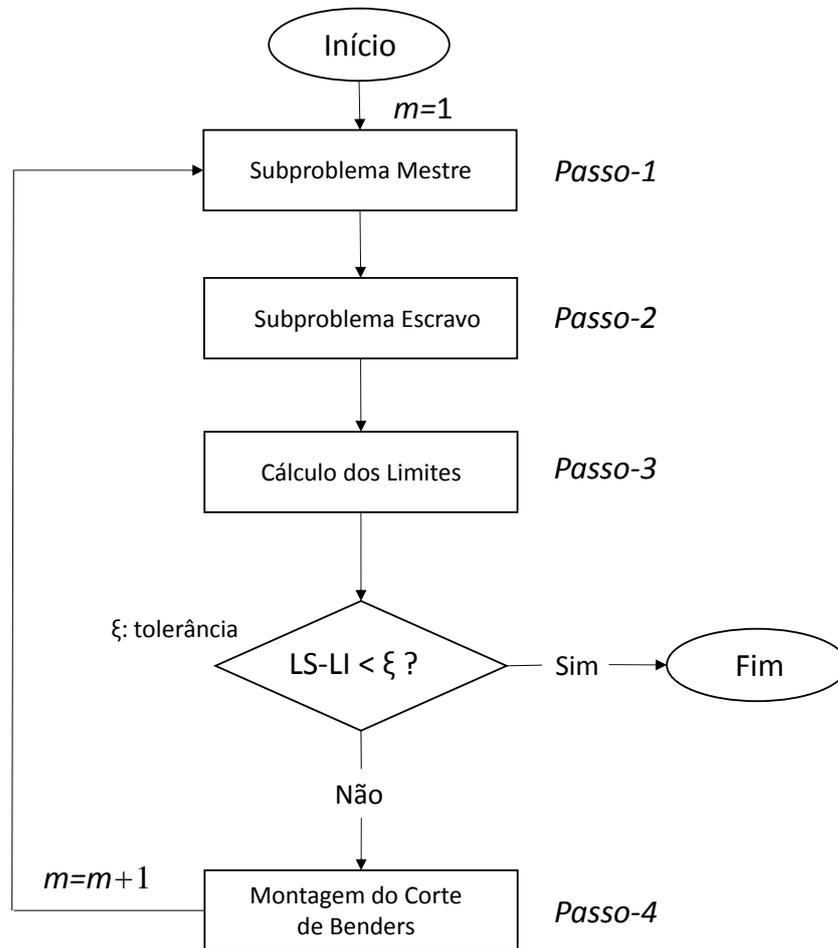
$\Omega z_R$  conjunto de restrições presentes no subproblema escravo que incluem o parâmetro  $z_s^*$ ;

$\lambda_{2r}$  valor do coeficiente de Lagrange obtido do subproblema escravo associado com a restrição  $r$ ; e

$Ez_{sr}$  derivada parcial da restrição  $r$  em relação a  $z_s$ .

O fluxograma que resume os passos da técnica de decomposição de Benders é mostrado na Figura 2.1, sendo estes passos descritos em seguida.

Figura 2.1: Fluxograma da Técnica de Decomposição de Benders.



Fonte: Elaborado pelo Autor

**Passo-1 - Subproblema Mestre:** A técnica se inicializa através da busca dos valores das variáveis de decisão  $z_s^*$  considerando uma previsão do custo do subproblema escravo,  $\alpha$ . Entretanto, na primeira iteração do algoritmo, ou seja,  $m = 1$ , não há restrições delimitadoras deste custo. Desta forma, a princípio, a solução encontrada atende apenas ao subproblema (2.20) a (2.21) e não contempla as restrições do subproblema (2.22) a (2.23).

**Passo-2 - Subproblema Escravo:** A fim de verificar a solução encontrada no subproblema mestre e conhecer seu impacto no subproblema escravo, a solução  $z_s^*$  é passada como um parâmetro para este subproblema, que é solucionado para determinação das variáveis  $\lambda_2$  e do custo  $w_2$ , necessários para a montagem do corte de Benders.

**Passo-3 - Cálculo dos Limites:** Calcula-se a diferença entre os limites superior (2.25) e inferior (2.24) a fim de verificar a condição de convergência conforme (2.13). Caso esta condição seja alcançada, a técnica é finalizada. Entretanto, se a convergência não for alcançada, uma nova restrição para a variável  $\alpha$  é montada.

**Passo-4 - Montagem do Corte de Benders:** O corte de Benders (2.27) é confeccionado e incluído no subproblema mestre, de modo que a cada iteração, o espaço de busca é restringido na busca pela solução  $z_s$  que otimize o problema global.

### 2.3.3 Decomposição Matemática de Benders-Dual

A técnica de decomposição de Benders também apresenta uma versão de corte matemático para resolver problemas da classe de otimização robusta, visando maximizar as incertezas do modelo através da resolução de um subproblema escravo no formato dual. Esse corte construído a partir da resolução de um subproblema dual recebe o nome de corte de Benders-Dual [43].

Este método de Benders-Dual apresenta a mesma estratégia de corte e de resolução do método C&CG, diferenciando-se apenas pela construção do corte que é inserido no subproblema mestre. Através da formulação de modelo matemático linear genérico para demonstração da aplicação da técnica de plano de corte de Benders-Dual, pode-se adotar o problema global (2.1) a (2.4), o subproblema mestre (2.5) a (2.7), o subproblema escravo (2.8) a (2.10) e a mesma estratégia de análise de convergência (2.11) a (2.13) do método de C&CG. A diferença do Benders-dual é a formulação do corte para o subproblema mestre, dada conforme (2.28).

$$\alpha \geq (h - E.y - M.u_l^*). \pi_l^* \quad (2.28)$$

Em que:

$y$  variáveis de decisão do subproblemas mestre;

$u_l^*$  valor da incerteza  $u$  obtido no subproblema escravo dual na iteração  $l$ ;

$\pi_l^*$  valor da variável dual  $\pi$  obtido no subproblema escravo dual na iteração  $l$ .

$E, M$  coeficientes das restrições lineares do subproblema escravo primal vinculados a  $y$  e  $u_l^*$ , respectivamente; e

$h$  vetor independente referente às restrições lineares do subproblema escravo primal.

Desta forma, observa-se que, independentemente do método escolhido, Benders-Dual ou C&CG, espera-se alcançar a mesma solução para o problema de otimização robusta do tipo Max-Min. A aplicação de um ou outro método pode se diferenciar apenas no tempo computacional e no número de iterações necessárias para determinar a solução ótima do problema. Esta comparação é objeto de estudo de alguns trabalhos, como [43].

## 2.4 CONCLUSÕES PARCIAIS

Neste capítulo, realizou-se uma revisão bibliográfica e uma contextualização sobre a temática de otimização robusta. Assim, definiu-se o conceito de OR, apresentaram-se alguns trabalhos que utilizaram esta premissa de otimização e, por fim, se expôs algumas técnicas matemáticas utilizadas para alcançá-la. As técnicas de decomposição matemática brevemente apresentadas e formuladas foram o método de geração de colunas-&-restrições, a técnica de Benders convencional e o Benders-Dual. Estes métodos baseiam-se na aplicação de cortes para a resolução de um modelo de otimização, com ou sem a presença de incertezas. Destaca-se que a aplicação de decomposição apresenta-se viável para a tomada de decisão em problemas com representação de incertezas, pela formulação em dois estágios, em que a incerteza pode ser incluída em um deles e a tomada de decisão no outro. Por fim, o capítulo comparou as abordagens das técnicas C&CG e Benders-Dual.

### 3 METODOLOGIA PROPOSTA

#### 3.1 INTRODUÇÃO

A metodologia proposta na presente dissertação consiste em uma nova aplicação da técnica de decomposição matemática de Benders ao problema de reconfiguração de SDE radiais, com o objetivo de redução de perdas técnicas. A metodologia é potencial para a representação de incertezas sobre a demanda de carga em redes de distribuição através de cenários, em que cada cenário pode ser representado como um subproblema escravo da técnica de Benders.

O subproblema mestre é modelado através de programação linear para a tomada de decisões sobre os estados das chaves manobráveis, seccionadoras e de interconexão, incluindo apenas as restrições topológicas da rede elétrica. O subproblema escravo, por sua vez, inclui as restrições de rede e de tensão nodal, sendo, portanto, não linear [9]. As decisões de chaveamento determinadas no subproblema mestre são consideradas fixas no escravo.

A modelagem do problema de reconfiguração de sistemas de distribuição, bem como a metodologia proposta e a aplicação da técnica matemática de decomposição de Benders são apresentadas nas seções subsequentes.

#### 3.2 MODELAGEM DO PROBLEMA

A modelagem do problema global de reconfiguração de SDE abordado nesta dissertação é apresentada através da formulação de sua função objetivo (3.1) e de suas restrições, (3.2) a (3.8), sendo as variáveis  $CH_{km}$  binárias e as demais contínuas. Pode-se notar ainda a presença de não linearidades nas restrições (3.2) a (3.8).

$$FOB = \text{Min } P_{perda} = \text{Min } \sum_{km=1}^{N_{tre}} L_{km} \quad (3.1)$$

Sujeito a:

$$Pg_k - Pl_k - \sum_{m \in \Omega_k} [CH_{km} \cdot P_{km}] = 0 \quad (3.2)$$

$$Qg_k - Ql_k - \sum_{m \in \Omega_k} [CH_{km} \cdot Q_{km}] = 0 \quad (3.3)$$

$$0 \leq Pg_k \leq Pg_{k,Máx} \quad (3.4)$$

$$Qg_{k,Mín} \leq Qg_k \leq Qg_{k,Máx} \quad (3.5)$$

$$CH_{km} = 0 \text{ ou } 1 \quad (3.6)$$

$$V_{min} \leq V_k, V_m \leq V_{máx} \quad (3.7)$$

$$\textit{Radialidade e Conectividade} \quad (3.8)$$

Em que:

- $P_{perda}$  perda técnica total na rede de distribuição;
- $L_{km}$  perdas técnica no trecho  $k-m$ ;
- $N_{tre}$  número de trechos de distribuição;
- $CH_{km}$  valor de posição da chave manobrável acoplada ao trecho  $k-m$  (0: aberta; 1: fechada);
- $Pg_k$  potência ativa gerada na barra  $k$ ;
- $Qg_k$  potência reativa gerada na barra  $k$ ;
- $Pl_k$  potência ativa demandada na barra  $k$ ;
- $Ql_k$  potência reativa demandada na barra  $k$ ;
- $P_{km}$  fluxo de potência ativa no trecho  $k-m$ ;
- $Q_{km}$  fluxo de potência reativa no trecho  $k-m$ ;
- $\Omega_k$  conjunto de barras que formam trecho de linha com a barra  $k$ ;
- $Pg_{k,Máx}$  geração máxima de potência na barra  $k$ ;
- $Qg_{k,Mín}$  limite de potência reativa indutiva na barra  $k$ ;
- $Qg_{k,Máx}$  limite de potência reativa capacitiva na barra  $k$ ;
- $V_{min}$  limite inferior de tensão da rede; e
- $V_{máx}$  limite superior de tensão da rede.

A função objetivo do modelo (3.1) consiste na minimização da perda técnica total na rede elétrica, dada pelo somatório de perdas por efeito Joule em todos os trechos de distribuição, funções não lineares das tensões nodais conforme (3.9).

$$L_{km} = g_{km} \cdot [V_k^2 + V_m^2 - 2V_k \cdot V_m \cdot \cos \theta_{km}] \cdot CH_{km} \quad (3.9)$$

Em que:

$g_{km}$  condutância do trecho  $k-m$ ;

$V_k, V_m$  módulos de tensão das barras  $k$  e  $m$ ; e

$\theta_{km}$  defasagem angular entre as barras terminais do trecho  $k-m$ .

As restrições (3.2) e (3.3) representam as equações de balanço de potência ativa e reativa [54], respectivamente, em cada barra da rede elétrica, que envolvem os respectivos fluxos de potência  $P_{km}$  e  $Q_{km}$  nos trechos de distribuição formulados em (3.10) e (3.11).

$$P_{km} = V_k^2 \cdot g_{km} - V_k \cdot V_m \cdot g_{km} \cdot \cos \theta_{km} - V_k \cdot V_m \cdot b_{km} \cdot \sin \theta_{km} \quad (3.10)$$

$$Q_{km} = -V_k^2 \cdot b_{km} + V_k \cdot V_m \cdot b_{km} \cdot \cos \theta_{km} - V_k \cdot V_m \cdot g_{km} \cdot \sin \theta_{km} \quad (3.11)$$

Em que:

$b_{km}$  susceptância do trecho  $k-m$ .

Destaca-se que só há geração,  $Pg_k$  e  $Qg_k$ , nas barras correspondentes às subestações de distribuição, uma vez que a presente proposta não contempla a presença de geração distribuída. Portanto, para as demais barras da rede elétrica, de carga ou de passagem,  $Pg_k = 0$  e  $Qg_k = 0$ .

As restrições (3.4) e (3.5) correspondem aos limites de geração de potência ativa e de perfis de potência reativa nas barras, respectivamente. Os limites inferiores e superiores de tensão nodal, associados ao requisito de qualidade de energia do sistema, são representados pela restrição (3.7).

A restrição (3.6), por sua vez, caracteriza a natureza discreta das variáveis de chaveamento  $CH_{km}$ , as quais só podem receber o valor zero, quando a chave está aberta, ou o valor unitário quando a mesma está fechada, tratando-se, portanto, de uma variável binária. Por fim, o problema é sujeito às restrições de radialidade e conectividade da rede

elétrica, representadas genericamente em (3.8), a fim de garantir que o sistema não opere malhado e que, ao mesmo tempo, todas as barras sejam alimentadas [14, 33].

A modelagem até este ponto descrita demonstra que o problema é de natureza não linear e inteira mista, confirmando sua complexidade e dificuldade para sua resolução. As variáveis discretas associadas às decisões de manobra fazem com que os fluxos e perdas em trechos abertos não sejam computados, ao contrário dos trechos fechados.

O atendimento às restrições de radialidade e conectividade é alcançado através da utilização de teoria de grafos [55, 56], incluída no modelo através de restrições de igualdade e desigualdade, sendo que o número de equações e inequações varia de acordo com as especificidades e o porte dos sistemas. Portanto, estas restrições são extremamente importantes na modelagem do problema de reconfiguração de redes de distribuição, e também atribuem complexidade ao problema [57].

No presente trabalho, as restrições de radialidade e conectividade são construídas em função das variáveis binárias  $CH_{km}$ . Estas restrições envolvem:

Tipo i) número máximo de '1' trecho aberto por possível malha na rede;

Tipo ii) número de chaves abertas na topologia reconfigurada deve ser igual ao número de chaves de interconexão na configuração original;

Tipo iii) trecho que energiza uma barra, sendo este o único conectado a esta barra, deve ser e permanecer fechado; e

Tipo iv) trechos iniciais de alimentador, que saem de subestação, devem ser e permanecer fechados.

Com a finalidade de exemplificar a estratégia de geração de restrições utilizada no presente trabalho, fundamentada em teoria de grafos, considera-se o sistema de 16 barras de [19], cuja topologia inicial é representada na Figura 3.1.

Conforme descrição anterior sobre a construção de restrições de radialidade e conectividade, e a topologia apresentada na Figura 3.1, a formulação para cada tipo é apresentada a seguir para este sistema.

Tipo 'i' (Radialidade):

$$\mathbf{Malha\ 1: } S_1 + S_2 + S_5 + S_6 + S_8 + S_{14} \leq 5;$$

$$\mathbf{Malha\ 2: } S_5 + S_7 + S_{10} + S_{11} + S_{15} \leq 4;$$

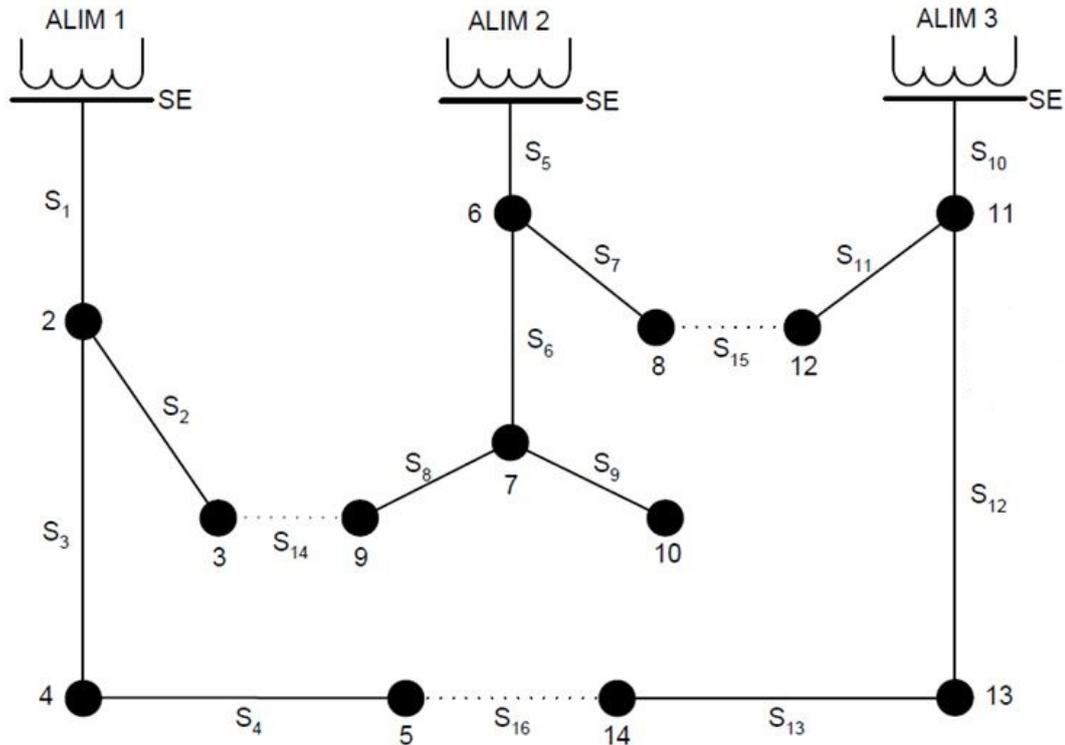
$$\mathbf{Malha\ 3: } S_1 + S_3 + S_4 + S_{10} + S_{12} + S_{13} + S_{16} \leq 6;$$

$$\mathbf{Malha\ 4: } S_2 + S_3 + S_4 + S_6 + S_7 + S_8 + S_{11} + S_{12} + S_{13} + S_{14} + S_{15} + S_{16} \leq 11;$$

$$\mathbf{Malha\ 5: } S_1 + S_3 + S_4 + S_5 + S_7 + S_{11} + S_{12} + S_{13} + S_{15} + S_{16} \leq 9;$$

**Malha 6:**  $S_2 + S_3 + S_4 + S_5 + S_6 + S_8 + S_{10} + S_{12} + S_{13} + S_{14} + S_{16} \leq 10$ .

Figura 3.1: Topologia original do sistema de 16 barras.



Fonte: [32]

Da Figura 3.1, pode-se observar que a formação das seis malhas formuladas anteriormente é possível nesta rede, e que esta formulação garante no máximo '1' chave aberta por malha. Este tipo de restrição está relacionado ao requisito de radialidade da rede elétrica.

Tipo 'ii' (Radialidade):

$$S_1 + S_2 + S_3 + S_4 + S_5 + S_6 + S_7 + S_8 + S_9 + S_{10} + S_{11} + S_{12} + S_{13} + S_{14} + S_{15} + S_{16} = 13.$$

Esta restrição mantém o número de chaves de interconexão da topologia inicial da Figura 3.1, que é igual a '3'. Portanto, como o número total de trechos é '16', mantendo-se um total de '13' fechados, conforme restrição anterior, assegura-se o número de chaves de interconexão igual a '3', conforme figura citada.

Tipo 'iii' (Conectividade):

$$S_9 = 1.$$

Esta restrição estabelece que a chave  $S_9$  deve permanecer fechada na topologia reconfigurada para não desenergizar a barra '10'.

Tipo 'iv' (Conectividade):

$$S1 = 1; S5 = 1; S10 = 1.$$

Por fim, as restrições do Tipo 'iv' definem estado 'fechado' para as chaves  $S_1$ ,  $S_5$  e  $S_{10}$ , para garantir a energização de todos os alimentadores da rede elétrica. Portanto, todas as restrições de radialidade e conectividade de (3.8) para a rede da Figura 3.1 são resumidas a seguir.

**Restrição 1:**  $S1 + S2 + S5 + S6 + S8 + S14 \leq 5;$

**Restrição 2:**  $S5 + S7 + S10 + S11 + S15 \leq 4;$

**Restrição 3:**  $S1 + S3 + S4 + S10 + S12 + S13 + S16 \leq 6;$

**Restrição 4:**  $S2 + S3 + S4 + S6 + S7 + S8 + S11 + S12 + S13 + S14 + S15 + S16 \leq 11;$

**Restrição 5:**  $S1 + S3 + S4 + S5 + S7 + S11 + S12 + S13 + S15 + S16 \leq 9;$

**Restrição 6:**  $S2 + S3 + S4 + S5 + S6 + S8 + S10 + S12 + S13 + S14 + S16 \leq 10;$

**Restrição 7:**  $S1 + S2 + S3 + S4 + S5 + S6 + S7 + S8 + S9 + S10 + S11 + S12 + S13 + S14 + S15 + S16 = 13;$

**Restrição 8:**  $S9 = 1;$

**Restrição 9:**  $S1 = 1;$

**Restrição 10:**  $S5 = 1;$

**Restrição 11:**  $S10 = 1.$

Observa-se na Figura 3.1 que todas as restrições anteriormente descritas e formuladas são atendidas, ou seja, que a topologia original é radial e conexa, como se pode comprovar na referida figura.

O presente trabalho propõe a decomposição do problema modelado em dois subproblemas, mestre e escravo, conforme técnica matemática de Benders. O primeiro subproblema é associado à característica inteira do modelo e inclui as restrições de radialidade e conectividade da rede elétrica. O segundo subproblema trata da parte contínua e não linearidades das demais restrições, pois as variáveis discretas  $CH_{km}$  são fixadas conforme decisão do subproblema mestre. O propósito desta aplicação é flexibilizar a resolução do problema de reconfiguração por diferentes técnicas e ferramentas, assim buscando

uma maior eficiência computacional potencial, principalmente, através da abordagem de otimização robusta, que é ainda pouco explorada para reconfiguração e inexplorada via técnica de Benders.

Na seção seguinte, são apresentados os subproblemas mestre e o escravo propostos, bem como o algoritmo de reconfiguração em dois estágios desta dissertação.

### 3.3 APLICAÇÃO DA DECOMPOSIÇÃO DE BENDERS

#### 3.3.1 Subproblema Mestre

O primeiro subproblema a ser resolvido, mestre, refere-se à natureza binária do problema de reconfiguração e tem como objetivo determinar uma configuração radial e conexa para a rede elétrica, sem observar suas demais restrições. Este estágio é modelado conforme as expressões de (3.12) a (3.14).

$$FOB = \text{Min } \alpha \quad (3.12)$$

Sujeito a:

$$CH_{km} = 0 \text{ ou } 1 \quad (3.13)$$

$$\text{Radialidade e Conectividade} \quad (3.14)$$

Em que:

$\alpha$  projeção do custo do segundo estágio.

A expressão (3.12) é a função objetivo do subproblema mestre, constituída apenas por  $\alpha$ , que representa uma previsão do custo da decisão de chaveamento tomada neste subproblema. Este custo estabelece, portanto, o elo entre os subproblemas mestre e escravo e o custo previsto corresponde às perdas técnicas da rede de distribuição, que são calculadas no subproblema escravo para a decisão do 'mestre'.

Já as restrições (3.13) e (3.14) correspondem à característica binária das chaves, representada pelas variáveis  $CH_{km}$ , e às equações e inequações que representam a radialidade e a conectividade da rede elétrica.

#### 3.3.2 Subproblema Escravo

O subproblema escravo corresponde ao segundo estágio do método proposto e inclui as restrições não lineares e de limites operativos do problema de reconfiguração, (3.15) a

(3.20). Destaca-se que neste subproblema, a topologia decidida no subproblema anterior através dos valores de  $CH_{km}$  é fixada, ou seja, as variáveis  $CH_{km}$  tornam-se os parâmetros  $CH_{km}^*$  no subproblema escravo, que avalia a viabilidade técnica da configuração de chaves definida por  $CH_{km}^*$ . Caso esta configuração seja eletricamente viável, no subproblema escravo calcula-se a perda técnica total do SDE,  $P_{perda}$ .

$$FOB = \text{Min } P_{perda} = \text{Min } \sum_{km=1}^{N_{tre}} L_{km} \quad (3.15)$$

Sujeito a:

$$Pg_k - Pl_k - \sum_{m \in \Omega_k} [CH_{km}^* \cdot P_{km}] = 0 \quad (3.16)$$

$$Qg_k - Ql_k - \sum_{m \in \Omega_k} [CH_{km}^* \cdot Q_{km}] = 0 \quad (3.17)$$

$$0 \leq Pg_k \leq Pg_{k,Máx} \quad (3.18)$$

$$Qg_{k,Mín} \leq Qg_k \leq Qg_{k,Máx} \quad (3.19)$$

$$V_{min} \leq V_k, V_m \leq V_{máx} \quad (3.20)$$

Em que:

$CH_{km}^*$  valor ótimo de  $CH_{km}$  obtido no primeiro estágio.

No presente trabalho, toda decisão para uma variável é representada pela mesma designação da variável aliada ao símbolo de asterisco, como  $CH_{km}^*$ . A função objetivo do subproblema escravo (3.15) é a mesma do problema global, correspondente à perda técnica da rede elétrica. As restrições (3.16) a (3.20) foram descritas anteriormente para o problema global.

### 3.3.3 Montagem do Corte de Benders

#### a) Reconfiguração com um cenário de carga

A restrição ou corte de Benders é gerada e incluída no subproblema mestre, dentro de um processo iterativo, até que o critério de convergência seja atendido, dado em função dos limites inferior (3.21) e superior (3.22), conforme (3.23).

$$LI = \alpha \text{ (FOB do Mestre)} \quad (3.21)$$

$$LS = P_{perda} \quad (FOB \text{ do Escravo}) \quad (3.22)$$

$$LS - LI \leq \xi \quad (3.23)$$

Em que:

$LI$  limite inferior;

$LS$  limite superior; e

$\xi$  tolerância pré-definida como aceitável para a diferença entre os valores dos limites.

Entretanto, caso a convergência não aconteça, faz-se necessário construir o corte de Benders (3.24) a partir das informações do subproblema escravo, para a retomada de decisão sobre a topologia da rede.

$$\alpha + \sum_{km=1}^{N_{lin}} \left[ \sum_{r \in \Omega_{ch_{km}}} (\lambda_{r(2)} \cdot E_{rch_{km}(M)}) \cdot CH_{km} \right] \geq W_2 + \sum_{km=1}^{N_{lin}} \left[ \sum_{r \in \Omega_{ch_{km}}} (\lambda_{r(2)} \cdot E_{rch_{km}(M)}) \cdot CH_{km}^* \right] \quad (3.24)$$

Em que:

$\Omega_{ch_{km}}$  conjunto de restrições presentes no subproblema escravo que incluem o parâmetro  $CH_{km}^*$ ;

$\lambda_{r(2)}$  valor do coeficiente de Lagrange obtido do subproblema escravo associado com a restrição  $r$ ;

$E_{rch_{km}(M)}$  derivada parcial da restrição  $r$  em relação a  $CH_{km}$  para a rede malhada; e

$W_2$  valor da função objetivo do subproblema escravo.

Conforme formulação, o corte de Benders em (3.24) requer os valores dos coeficientes de Lagrange  $\lambda_{r(2)}$  associados às restrições (3.16) e (3.17) do subproblema escravo, que incluem os parâmetros  $CH_{km}^*$ . Da modelagem, conclui-se ainda que as derivadas parciais  $E_{rch_{km}(M)}$  são os valores dos fluxos de potência ativa e reativa no trecho da chave  $S_{km}$ .

No subproblema escravo, os trechos abertos, cujo  $CH_{km}^* = 0$ , não têm fluxos de potência ativa e reativa. Nestas condições, a defasagem angular entre as barras terminais dos trechos abertos,  $\theta_{km}$ , pode ter valores muito elevados, o que pode sinalizar uma direção incorreta nos fatores  $E_{rch_{km}}$  dos coeficientes da restrição de Benders (3.24). No segundo

membro desta restrição, esta inconsistência seria neutralizada pela multiplicação por  $CH_{km}^* = 0$ . No primeiro membro, porém, estes coeficientes são multiplicados pela variável  $CH_{km}$  e, portanto,  $E_{rch_{km}}$  indicaria uma derivada incorreta devido aos valores elevados de  $\theta_{km}$ .

Para contornar a dificuldade anterior, as derivadas  $E_{rch_{km}}$  são obtidas para a rede configurada em malha,  $E_{rch_{km}(M)}$ , e, desta forma, sinalizam ao subproblema mestre, através do corte de Benders, a tendência de redução ou aumento nas perdas caso a chave  $S_{km}$  seja fechada, pois recebem como informação a perda marginal com todos os trechos em operação, ou seja, com a rede em malha.

Em outras palavras, o subproblema escravo é executado uma vez no início do algoritmo com a rede malhada, dada por  $CH_{km}^* = 1$  para todas as chaves, para a obtenção das derivadas  $E_{rch_{km}}$  do corte de Benders (3.24).

Durante o processo iterativo de Benders, o problema escravo é executado com a rede configurada conforme decisão do subproblema mestre, dada por  $CH_{km}^*$ , para obtenção da perda técnica, ou  $W_2$  do corte de Benders (3.24), bem como dos multiplicadores de Lagrange  $\lambda_{r(2)}$ .

Destaca-se que a restrição de Benders requer a resolução do subproblema escravo para as decisões  $CH_{km}^*$ . Isto é possível caso a topologia associada a  $CH_{km}^*$  seja eletricamente factível. Em caso contrário, ou seja, se a operação do sistema não for viável para  $CH_{km}^*$ , a informação do corte conforme proposto não é válida, podendo comprometer a convergência do processo iterativo.

Para solucionar a questão anterior, a estratégia adotada no presente trabalho é adotar a perda da configuração inicial no valor da função  $W_2$  para topologias eletricamente inviáveis. Esta estratégia parte da premissa de que a perda de qualquer topologia resultante do processo de reconfiguração é inferior à perda da configuração inicial, denominada topologia base. Desta forma, adotar a perda desta topologia em  $W_2$  para configurações eletricamente inviáveis significa penalizar tais soluções, sem afetar o desempenho numérico do método com a utilização de um valor muito elevado como penalização. Este procedimento mostrou-se eficiente, sem distorcer de forma brusca a trajetória do processo iterativo de Benders.

#### *b) Reconfiguração com mais de um cenário*

Na aplicação da metodologia de reconfiguração proposta no presente trabalho contemplando mais de um cenário de carga, utiliza-se a abordagem de otimização robusta, em que o modelo busca a configuração de chaves que minimiza a perda técnica para os cenários de demanda dentro de um conjunto de incerteza. A metodologia descrita anteriormente é aplicável com algumas adaptações para contemplar os diferentes cenários. As diferenças entre a metodologia para um cenário e para vários cenários residem na construção do limite superior do processo iterativo e do corte de Benders.

Para incluir cenários, a topologia sugerida pelo subproblema mestre deve ser viável tecnicamente para todos os perfis de demanda do conjunto considerado. Deste modo, deve-se resolver o subproblema escravo para cada cenário de demanda, considerando em todos a topologia decidida no subproblema mestre -  $CH_{km}^*$ . Daí, o limite superior é reformulado conforme equação (3.25). Já a expressão que modela o limite inferior (3.21), bem como o critério de convergência (3.23), continuam os mesmos descritos para um único cenário.

$$LS = \sum_{c=1}^{N_{cen}} P_{perda,c} \quad (\text{Soma das FOB dos Escravos}) \quad (3.25)$$

Em que:

$P_{perda,c}$  perda técnica na rede de distribuição para o cenário de carga  $c$ ; e

$N_{cen}$  número de cenários de carga.

Para mais de um cenário, a previsão de custo para o segundo subproblema,  $\alpha$ , inclui as previsões de perdas técnicas de todos os cenários para uma determinada topologia, que consiste no limite inferior. Já o limite superior é dado pelo somatório das perdas técnicas em todos os cenários para uma dada configuração. A diferença na construção do corte de Benders em relação a um cenário único é que no modelo de múltiplos cenários, cada um contribui no corte após a execução do respectivo subproblema escravo com parcelas nos dois membros, gerando assim um único corte final, conforme formulado em (3.26). Este corte visa restringir a resolução do subproblema mestre para a minimização de perdas tendo em vista todos os possíveis cenários de carga.

$$\begin{aligned} \alpha + \sum_{c=1}^{N_{cen}} \sum_{km=1}^{N_{lin}} \left[ \sum_{r \in \Omega_{c, ch_{km}}} (\lambda_{c,r(2)} \cdot E_{c,rch_{km}(M)}) \cdot CH_{km} \right] &\geq \sum_{c=1}^{N_{cen}} W_{c,2} + \dots \\ \dots + \sum_{c=1}^{N_{cen}} \sum_{km=1}^{N_{lin}} \left[ \sum_{r \in \Omega_{c, ch_{km}}} (\lambda_{c,r(2)} \cdot E_{c,rch_{km}(M)}) \cdot CH_{km}^* \right] & \end{aligned} \quad (3.26)$$

Em que:

$\Omega_{c, ch_{km}}$  conjunto de restrições presentes no subproblema escravo, para o cenário de carga  $c$ , com o parâmetro  $CH_{km}^*$ ;

$\lambda_{c,r(2)}$  valor do coeficiente de Lagrange obtido do subproblema escravo, para o cenário de carga  $c$ , associado com a restrição  $r$ ;

$E_{c,rch_{km}(M)}$  derivada parcial da restrição  $r$  no subproblema escravo, para a rede configurada em malha e cenário de carga  $c$ , em relação a  $CH_{km}$ ; e

$W_{c,2}$  valor da função objetivo do subproblema escravo para o cenário de carga  $c$ .

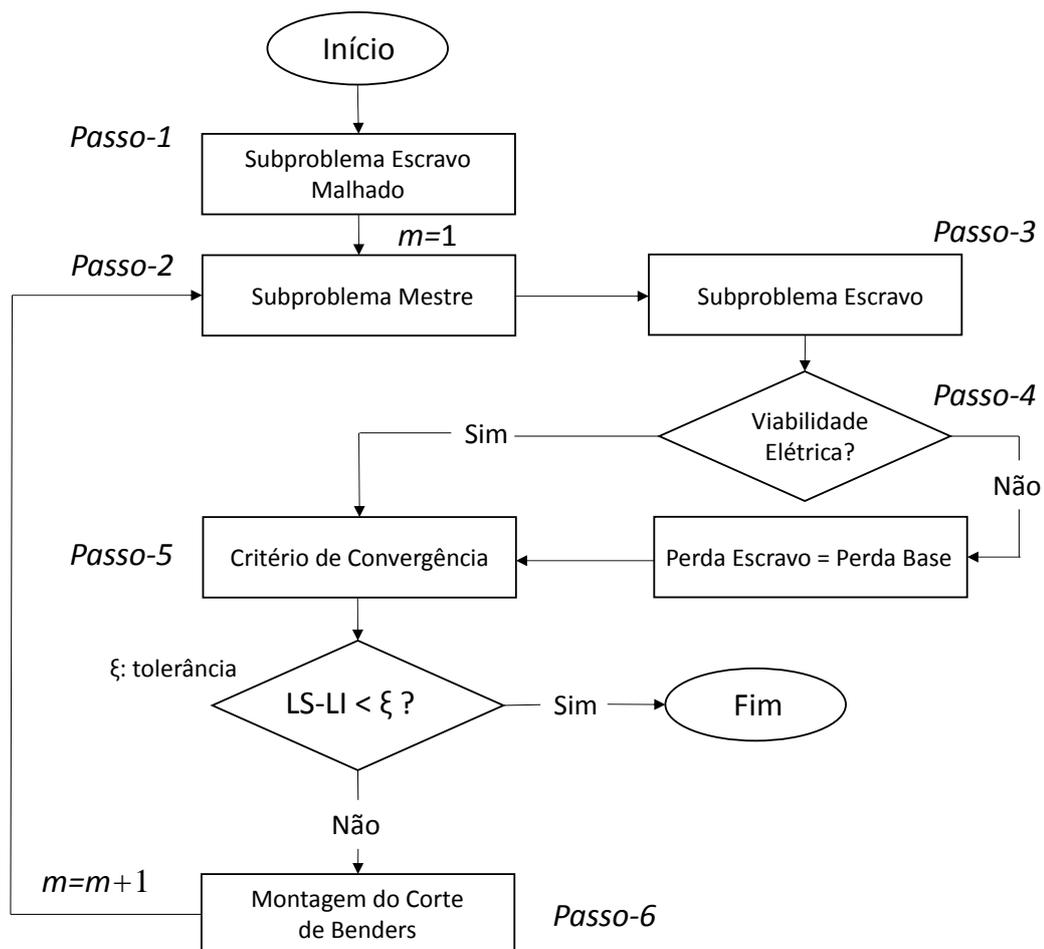
A partir das análises e adequações feitas sobre a técnica matemática de decomposição de Benders, a próxima seção dedica-se a relatar o passo a passo da metodologia proposta no presente trabalho.

### 3.4 ALGORITMO PROPOSTO

#### a) Reconfiguração com um cenário

O fluxograma da Figura 3.2 resume os passos da metodologia proposta para reconfiguração de SDE considerando apenas um cenário de carga.

Figura 3.2: Fluxograma da Metodologia Proposta.



Fonte: Elaborado pelo Autor

**Passo-1 - Subproblema Escravo Malhado:** A metodologia inicia-se com a resolução do problema de minimização de perdas (3.15) a (3.20), para o sistema malhado, ou seja, adotando todas as decisões de chaveamento  $CH_{km}^*$  iguais a '1' (todas as chaves fechadas). Este passo visa obter as derivadas parciais  $E_{rch_{km}(M)}$  das restrições de balanço de potência ativa (3.16) e reativa (3.17) em função das chaves  $CH_{km}$ , as quais são utilizadas na montagem dos cortes de Benders. Este passo fica fora do processo iterativo, pois independe das decisões  $CH_{km}$  do subproblema mestre, haja vista que todas as decisões  $CH_{km}^* = 1$ .

**Passo-2 - Subproblema Mestre:** Em seguida, inicializa-se o processo iterativo da técnica de decomposição de Benders com a resolução do subproblema mestre (3.12) a (3.14), cuja função é determinar os estados das chaves manobráveis representados por  $CH_{km}^*$  e referentes a uma topologia radial e conexa para a rede de distribuição. Esta decisão visa minimizar a variável  $\alpha$ , que prevê a perda técnica consequente da mesma. Porém, na primeira iteração da metodologia ( $m = 1$ ), nenhum corte de Benders (3.24) encontra-se inserido e, portanto, não há restrições que delimitem a perda projetada  $\alpha$ . Desta forma, a princípio, a solução encontrada atende apenas as restrições topológicas de rede, e não as elétricas sistêmicas (3.13) a (3.14).

**Passo-3 - Subproblema Escravo:** Resolve-se o subproblema escravo (3.15) a (3.20) com os parâmetros  $CH_{km}^*$  fixados conforme decisão do subproblema mestre, a fim de verificar se a topologia encontrada é eletricamente viável, e assim encontrar o módulo de tensão nas barras, a defasagem angular entre as barras, o fluxo de potência ativa e reativa nos trechos e o valor perda técnica associada a topologia.

**Passo-4 - Verificação de Viabilidade Elétrica:** Neste passo, verifica-se a viabilidade elétrica do subproblema escravo, ou seja, da rede elétrica considerando-se todas as suas restrições elétricas e de limites operativos, a partir da decisão do subproblema mestre. Caso seja inviável, adota-se a perda técnica da topologia base como forma de penalização, conforme descrito anteriormente.

**Passo-5 - Critério de Convergência:** Para verificar se a convergência foi alcançada, calcula-se a diferença entre os limites superior e inferior (3.21) a (3.23). A convergência significa que o valor atualizado da variável  $\alpha$ , incluída na função objetivo do subproblema mestre, é suficiente próximo do valor real de perdas calculadas no subproblema escravo, chegando-se assim ao equilíbrio entre as resoluções dos dois subproblemas. Caso a convergência não seja alcançada, monta-se a restrição de Benders no próximo passo.

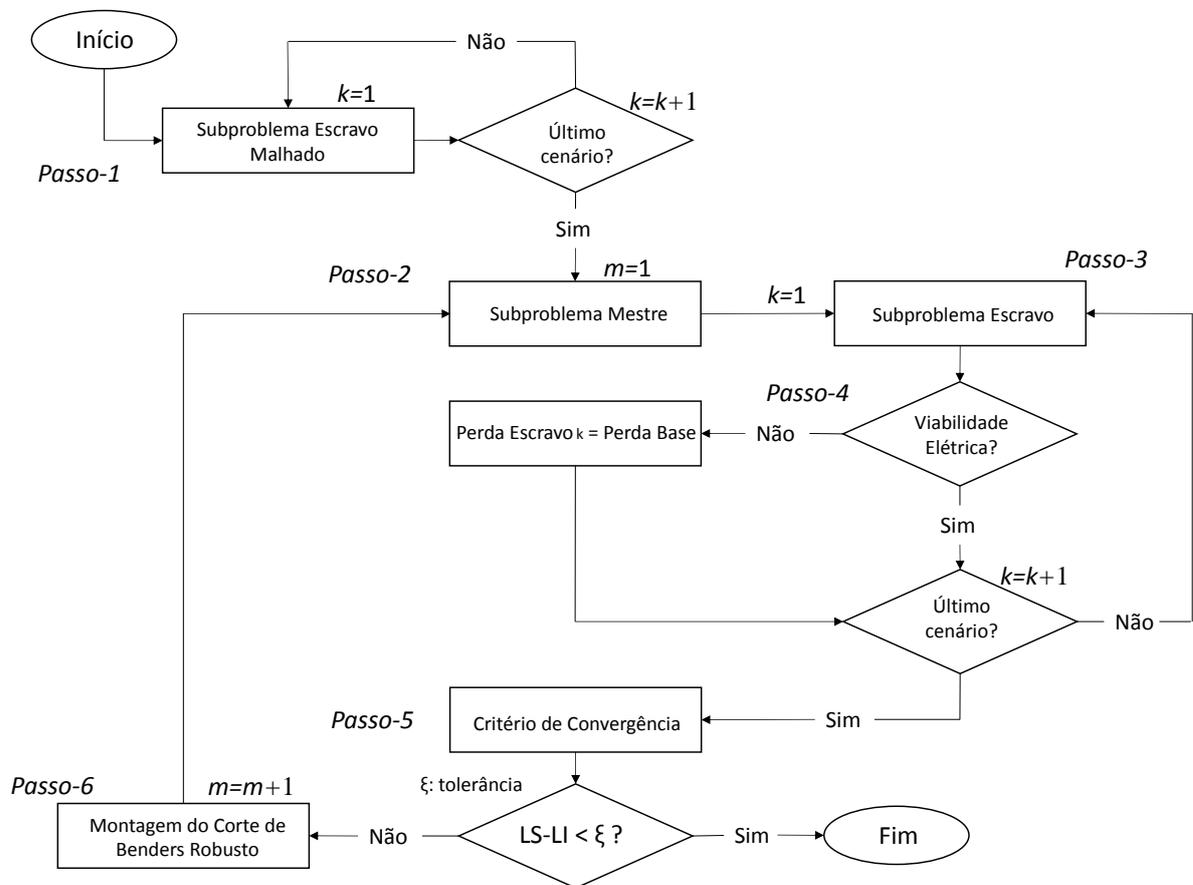
**Passo-6 - Montagem do Corte de Benders:** Caso não seja possível alcançar a convergência no Passo 5, deve-se elaborar o corte de Benders (3.24) e incluí-lo no

subproblema mestre, de modo que a cada iteração o espaço de busca seja mais restrungido para se encontrar a solução do problema global de reconfiguração.

*b) Reconfiguração com mais de um cenário*

Na Figura 3.3, apresenta-se o fluxograma com os passos do algoritmo proposto para reconfiguração de SDE, com a inclusão de diferentes cenários de carga no escopo de otimização robusta.

Figura 3.3: Fluxograma da Metodologia Robusta Proposta.



Fonte: Elaborado pelo Autor

**Passo-1 - Subproblemas Escravos Malhados:** A técnica robusta desenvolvida também se inicia com a resolução dos subproblemas malhados (3.15) a (3.20),  $CH_{km}^* = 1$  para todas as chaves, para cada cenário de demanda de carga considerado. Obtém-se, desta forma, as derivadas parciais  $E_{c,rch_{km}(M)}$  das restrições de balanço de potência ativa (3.16) e reativa (3.17) de cada cenário em função das chaves  $CH_{km}$ , para montagem do corte de Benders modificado ou robusto. Novamente, estas derivadas

são determinadas fora do processo iterativo por independem das decisões  $CH_{km}^*$  do subproblema mestre, mas apenas dos cenários de carga.

**Passo-2 - Subproblema Mestre:** Otimização das decisões de chaveamento  $CH_{km}$  através do subproblema (3.12) a (3.14), considerando apenas restrições topológicas de rede. Ressalta-se que na primeira iteração, nenhum corte de Benders robusto (3.26) está inserido, não permitindo, portanto, fazer projeção alguma de perda técnica através da variável  $\alpha$  nesta iteração.

**Passo-3 - Subproblemas Escravos:** O passo seguinte é a resolução dos  $k$  subproblemas escravos (3.15) a (3.20), sendo que cada cenário é contemplado com um subproblema escravo. Todos consideram as decisões  $CH_{km}^*$  do subproblema mestre da iteração corrente para avaliar sua viabilidade técnica sob os pontos de vista elétrico e de limites operativos.

**Passo-4 - Verificação de Viabilidade Elétrica:** Faz-se a análise de viabilidade elétrica e de limites operacionais para a topologia determinada no subproblema mestre e cada cenário  $k$ , através de  $k$  subproblemas escravos. Caso a decisão seja inviável para algum subproblema escravo, a perda técnica associada ao cenário correspondente é dada pelo valor do caso base.

**Passo-5 - Critério de Convergência:** Verifica-se o critério de convergência em função dos limites inferior e superior, conforme previamente descrito. Em caso de convergência, tem-se uma boa projeção na variável  $\alpha$  para o somatório de perdas técnicas em todos os cenários de carga contemplados. Caso contrário, monta-se o corte de Benders robusto.

**Passo-6 - Montagem do Corte de Benders Robusto:** Caso não se tenha alcançado a convergência no Passo 5, gera-se o corte de Benders robusto (3.26), incluindo-o no subproblema mestre. Destaca-se que o corte robusto é formado pelas contribuições de todos os  $k$  subproblemas escravos e, assim, não busca a minimização de perdas técnicas para um único cenário, mas para o conjunto de cenários considerados.

### 3.5 CONCLUSÕES PARCIAIS

Neste capítulo, apresentou-se a metodologia proposta na presente dissertação para a resolução do problema de reconfiguração de sistemas de distribuição de energia elétrica, que contempla a possibilidade de diferentes cenários de carga neste problema. Esta possibilidade permite representar incertezas sobre este parâmetro das redes de distribuição, no contexto de otimização robusta com a carga modelada como variável aleatória. Nesse tipo de modelagem, trata-se a incerteza de forma mais conservadora e busca-se a solução ótima para o conjunto de incertezas de forma determinística na forma de cenários. A

metodologia baseia-se na técnica de decomposição de Benders, que divide o problema global em dois subproblemas, mestre e o escravo, onde o primeiro tem foco nas características topológicas, através da definição dos estados de chaves para uma rede radial e conexa, enquanto que o segundo nas restrições elétricas. A modelagem de um corte de Benders modificado para incluir diferentes cenários compõe a metodologia de reconfiguração robusta proposta.

## 4 ESTUDO DE CASOS

### 4.1 INTRODUÇÃO

Com a finalidade de verificar a aplicabilidade da metodologia de reconfiguração de redes elétricas radiais de distribuição através de técnica de decomposição matemática, conforme proposta no presente trabalho, este capítulo dedica-se a apresentar os resultados alcançados mediante sua aplicação a sistemas teste conhecidos na literatura especializada. Para tanto, utilizam-se os sistemas de 16 barras [19], 33 barras [20] e 69 barras [58], amplamente usados na literatura em estudos sobre reconfiguração, conforme revisão bibliográfica previamente realizada.

A reconfiguração é modelada como um problema de programação não linear inteiro misto, dividido em dois subproblemas através da técnica de decomposição de Benders. Para sua resolução, utilizou-se um microcomputador Intel(R) Core (TM) i5-2450M, 2,50 GHz, 2,50 GHz, 4,00 GB de memória RAM e o ambiente de programação e simulação *software* MATLAB versão 2016. Mais especificamente, para a resolução de cada subproblema, uma *toolbox* do MATLAB foi utilizada.

O subproblema mestre, composto por variáveis binárias e pelas restrições de radialidade e conectividade, é resolvido através do uso da *toolbox* denominada *intlinprog*, apropriada para problemas de programação linear e inteira. O subproblema escravo, por sua vez, é solucionado via *toolbox* denominada *fmincon*, própria para problemas de programação contínua não linear, a fim de avaliar a viabilidade técnica/elétrica da topologia de rede gerada no subproblema anterior. Este procedimento demonstra uma das potencialidades da metodologia proposta: a possibilidade de aplicação de diferentes *solvers* e pacotes comerciais já consolidados a cada subproblema, de acordo com suas características.

### 4.2 SISTEMA DE 16 BARRAS

O sistema de 16 barras de [19] é usado para testar a metodologia proposta neste trabalho. Sua configuração original é apresentada na Figura 3.1. Este sistema é constituído de 13 barras de carga, 3 barras associadas à subestação, uma para cada alimentador, e 16 trechos, todos acoplados a chaves manobráveis, sendo 3 de interconexão e 13 seccionadoras. Conforme descrito no capítulo 3, para garantir a radialidade e a conectividade, é necessário incluir no modelo 11 restrições de rede, sendo seis inequações e cinco equações, com base em teoria de grafos. Duas análises são realizadas:

Análise-1 - Reconfiguração considerando apenas um cenário de demanda de carga, ou caso base, correspondente aos dados originais de demanda de [19]; e

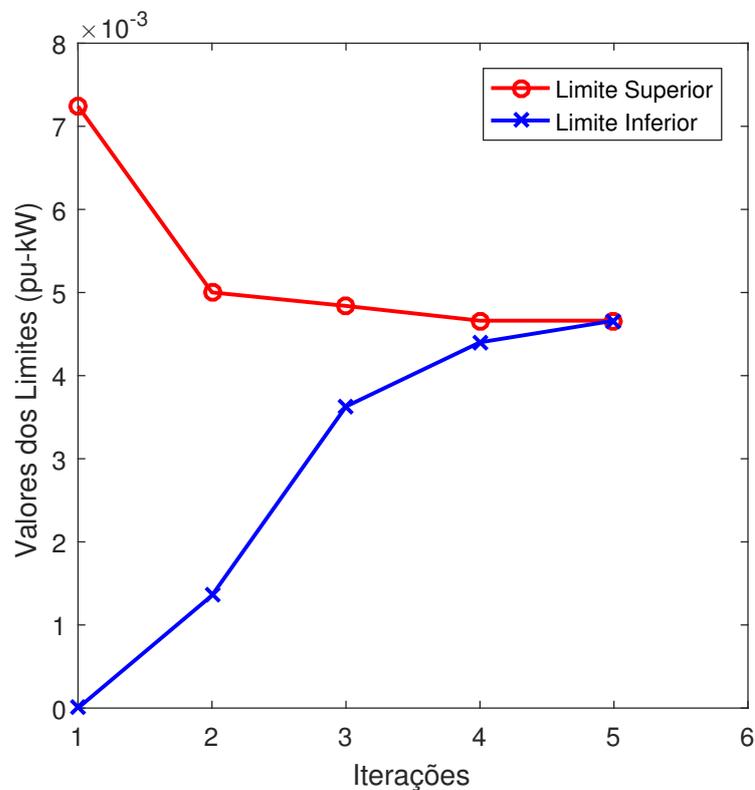
Análise-2 - Reconfiguração considerando dois cenários de demanda, envolvendo

dois cenários com diferentes variações percentuais de carga, entre os cenários e entre as barras da rede elétrica.

*Análise-1 - Reconfiguração com um cenário*

O processo da aplicação da técnica de decomposição de Benders despendeu cinco iterações até alcançar a condição de convergência, com a construção de quatro cortes, já que na primeira iteração, o subproblema mestre não inclui restrição de Benders. O tempo computacional demandado pela metodologia foi de 2,0 segundos. A Figura 4.1 apresenta a evolução dos limites inferior e superior durante o processo de convergência para este sistema.

Figura 4.1: Convergência do Algoritmo Proposto, Sistema de 16 Barras.



Fonte: Elaborado pelo Autor

Conforme Figura 4.1, o limite inferior na primeira iteração é igual a zero. Isto ocorre porque este limite corresponde ao valor de função objetivo do subproblema mestre e, na primeira iteração, não há informações sobre as perdas técnicas neste subproblema. Portanto, o valor previsto na função de custo futuro é nulo, conduzindo ao limite inferior nulo. Porém, como a decisão é tomada sem nenhuma informação elétrica/ técnica nesta iteração, mas apenas topológica, a perda associada, calculada no subproblema escravo, é a mais elevada do processo, resultado no maior limite superior da trajetória de convergência, como se pode observar na figura. Daí, à medida que as informações elétricas são incluídas no

subproblema mestre através de cortes de Benders, os dois limites aproximam-se, conforme esperado.

Na Tabela 4.1, são apresentadas as configurações de chaves encontradas pelo processo iterativo entre os subproblemas mestre e escravo, em conjunto com seus respectivos valores de perda técnica. Nota-se que a solução ótima é encontrada na 5ª iteração, associada às chaves  $S_7$ ,  $S_8$  e  $S_{16}$  abertas e à perda técnica de 466,13 kW. Nesta iteração, os limites inferior e superior do critério de convergência se igualam.

Tabela 4.1: Evolução da Solução do Problema no Sistema de 16 Barras.

Chaves Abertas	Perda (kW)
2, 3 e 7	724,25
4, 8 e 15	500,14
7, 14 e 16	483,87
7, 8 e 16	466,13

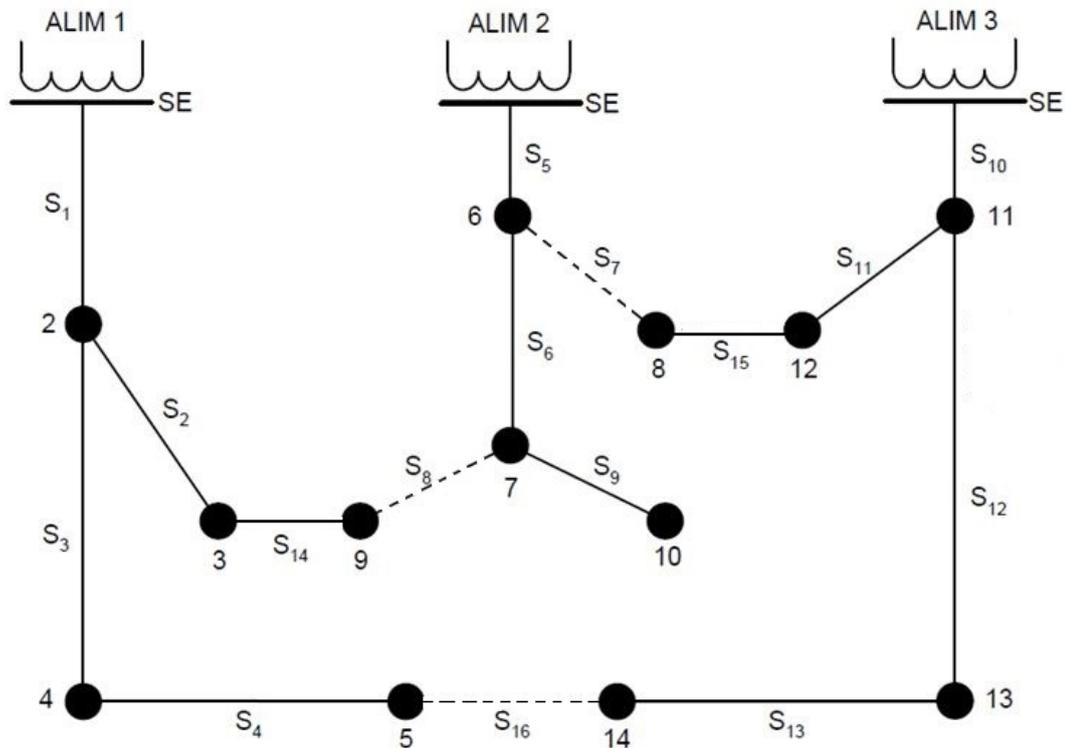
Na Figura 4.2, ilustra-se o sistema de 16 barras com a configuração ótima de chaves encontrada, chaves  $S_7$ ,  $S_8$  e  $S_{16}$  se encontram abertas, com a perda mínima de 466,13 kW, conforme também encontrado nas referências [59] e [32], o que permite verificar a aplicabilidade do método proposto. Este resultado também está na Tabela 4.2, juntamente com a configuração original, em que a perda é de 511,44 kW. Ou seja, a redução de perdas, neste caso, é de 45,31 kW ou 8,9 %.

Após a reconfiguração do sistema de distribuição de 16 barras, ele apresenta a tensão mínima e os fluxos de potência que saem da subestação para os alimentadores de distribuição registrados na Tabela 4.3. Observa-se que, na configuração ótima, tem-se uma rede de distribuição com nível de tensão adequada e relativamente balanceada, como se pode verificar pelos fluxos que saem da subestação, pelos alimentadores que se iniciam em  $S_1$ ,  $S_5$  e  $S_{10}$ .

Tabela 4.2: Resultado Alcançado para o Sistema de 16 Barras.

Topologia	Perda (kW)	Chaves Abertas
Inicial	511,44	$S_{14}$ , $S_{15}$ e $S_{16}$
Resultado Alcançado	466,13	$S_7$ , $S_8$ e $S_{16}$

Figura 4.2: Topologia Final do Sistema de 16 Barras.



Fonte: Adaptado de [32]

Tabela 4.3: Parâmetros do Sistema para a Solução Final.

Chaves Abertas	Tensão Mínima (pu)	Fluxos da Subestação (kW)
$S_7, S_8$ e $S_{16}$	0,97	9192,15 ( $S_1$ ) 13817,08 ( $S_5$ ) 6156,89 ( $S_{10}$ )

#### Análise-2 - Reconfiguração com dois cenários

Sob o aspecto da otimização robusta, a metodologia proposta é aplicada considerando-se dois cenários de demanda de carga, descritos a seguir:

**Cenário-1:** cenário gerado considerando uma variação -40 ou 40 % da demanda de carga do cenário base. Um valor aleatório é gerado, zero ou '1', para cada barra da rede elétrica. Se zero, a alteração é de -40 %, enquanto que '1' implica em +40 %. Destaca-se que esta variação é encontrada na prática em redes elétricas de distribuição. Porém, o excursionamento das variações pelos limites apenas, e não por valores intermediários entre os mesmos, não é prático, mas foi utilizado para

manifestar o impacto na solução para um sistema de pequeno porte, como o de 16 barras. No entanto, os impactos tendem a se manifestar para variações menores em redes de maior porte. O Apêndice A apresenta os valores sorteados para cada barra; e

**Cenário-2:** cenário gerado de forma similar ao anterior, porém considerando uma variação de -80 ou 80 % da demanda de carga do cenário base. Esta variação é demasiadamente elevada, mesmo para redes de distribuição, porém, tendo em vista o pequeno porte deste sistema, foi utilizada para que o impacto fosse manifestado nos resultados.

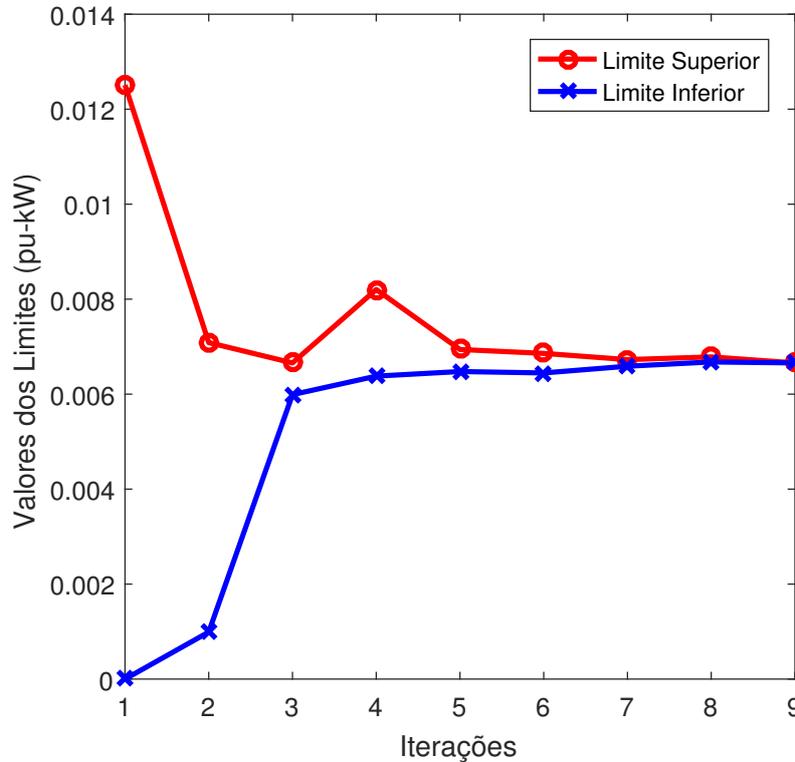
A aplicação da metodologia proposta ao sistema de 16 barras com dois cenários de demanda de cargas requisitou nove iterações entre os subproblemas mestre e escravos, lembrando que, nesta análise, dois subproblemas escravos são definidos, sendo um para cada cenário. Como na primeira iteração, o subproblema mestre é resolvido sem a restrição de Benders, foram necessários oito cortes de Benders robustos até a convergência do algoritmo.

A Figura 4.3 apresenta a evolução dos limites inferior e superior durante o processo iterativo, sendo que o tempo computacional total necessário foi de 5,0 segundos. Os dados do sistema de 16 barras, assim como as variações aplicadas às demandas de cargas nas barras podem ser encontrados nas Tabelas A.1 e A.2 do Apêndice A da presente dissertação.

Conforme se nota na Figura 4.3, a metodologia encontra a solução robusta na 9ª iteração, para as chaves  $S_7$ ,  $S_8$  e  $S_{16}$  abertas, associada às perdas técnicas de 274,44 kW e 391,31 kW para os Cenários-1 e 2, respectivamente, conforme Tabela 4.4, segunda linha. Portanto, o somatório para os dois cenários nesta solução é de 665,75 kW.

Quando cada cenário é considerado individualmente, conforme Análise-1, porém para as demandas dos Cenários-1 e 2, considerados de modo individual, a perda técnica é a mínima possível para o cenário em questão. Por exemplo, para o Cenário-1, a perda técnica é a mínima, 271,83 kW, quando o processo de reconfiguração o considera de forma individual, ou seja, de maneira focada no mesmo, conforme terceira linha da Tabela 4.4. No entanto, a solução então obtida sem considerar o Cenário-2, resulta em perda elevada neste cenário, 422,88 kW, implicando em maior somatório, 694,71 kW, em comparação à reconfiguração com consideração simultânea de ambos os cenários, 665,75 kW da segunda linha. Raciocínio análogo pode ser estendido para a análise considerando apenas o Cenário-2, quarta linha da Tabela 4.4, em comparação com a segunda.

Figura 4.3: Convergência do Algoritmo Proposto no Sistema 16 Barras com Dois Cenários.



Fonte: Elaborado pelo Autor

Tabela 4.4: Análise da Reconfiguração Individual e Robusta para o Sistema de 16 Barras.

Chaves Abetas	Reconfiguração	Perdas (kW)		
		Cenário-1	Cenário-2	Somatório
$S_7, S_8$ e $S_{16}$	Robusta	274,44	391,31	665,75
$S_4, S_7$ e $S_8$	Cenário-1	271,83	422,88	694,71
$S_7, S_{14}$ e $S_{16}$	Cenário-2	282,45	390,28	672,73

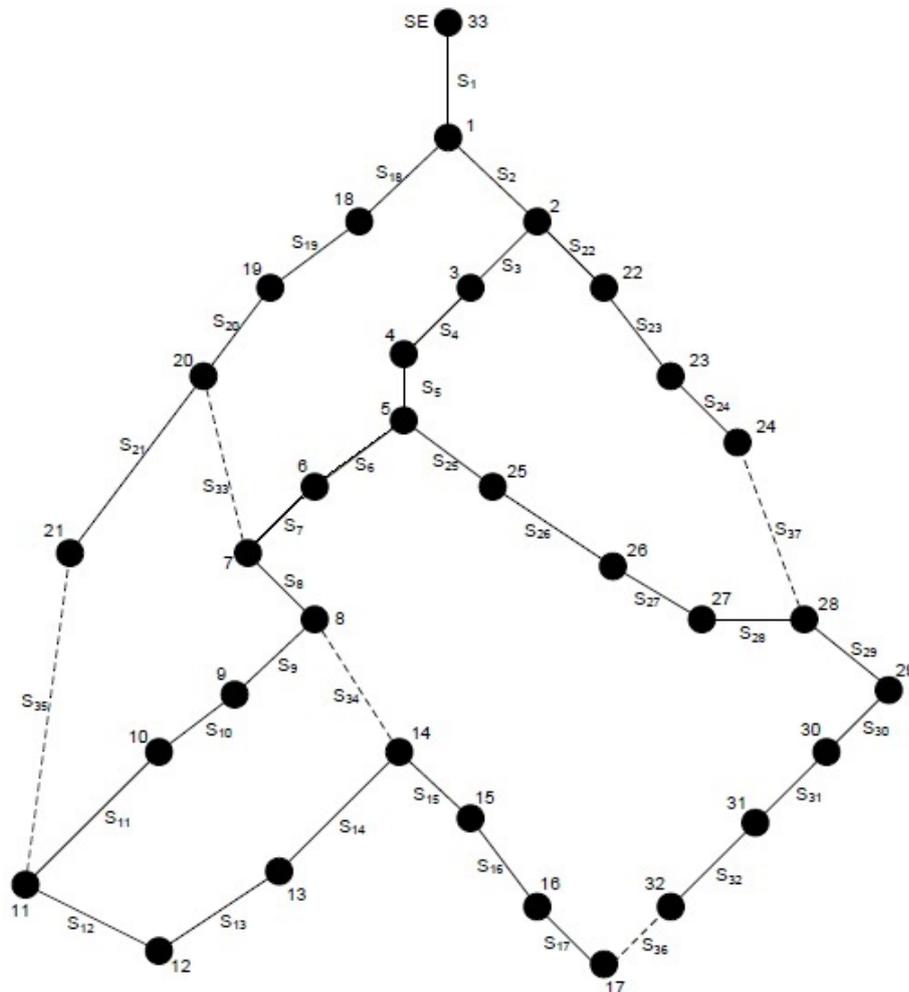
Ainda observando a Tabela 4.4, verifica-se que as configurações ótimas variam conforme se considera os Cenários-1 e 2 de forma individual, ou se considera ambos simultaneamente via reconfiguração robusta. A aplicabilidade é demonstrada pelo fato de que a reconfiguração robusta conduz ao menor somatório de perdas, por considerar os possíveis cenários de demanda de carga de forma simultânea, conforme esperado. Com isto, considerando que os Cenários-1 e 2 pudessem ocorrer durante o período de operação, a perda total neste período seria minimizada através da otimização robusta, garantindo-se ainda a viabilidade de ocorrência de cada cenário, o que dá o caráter de "robusto" à metodologia proposta.

### 4.3 SISTEMA DE 33 BARRAS

O segundo caso de estudo usado para verificar a aplicabilidade da técnica de decomposição de Benders ao problema de reconfiguração de redes radiais de distribuição refere-se ao sistema teste de 33 barras de [20], cuja configuração inicial é representada na Figura 4.4. Esse sistema tem 37 trechos de alimentadores de distribuição e 33 barras, sendo que a barra 33 é a subestação. Todos os 37 trechos apresentam chaves manobráveis, atentando-se que cinco delas são de interconexão.

Com o propósito de aplicação da teoria de grafos para garantir a radialidade e a conectividade desta rede nas topologias candidatas, são inseridas no modelo um total de 28 restrições no subproblema mestre, que trata da questão topológica, sendo 26 inequações e duas equações. As inequações asseguram a não formação de malhas na rede, enquanto que as equações garantem a permanência de cinco chaves normalmente abertas e o fechamento do trecho que sai da subestação.

Figura 4.4: Topologia Original do Sistema de 33 Barras.



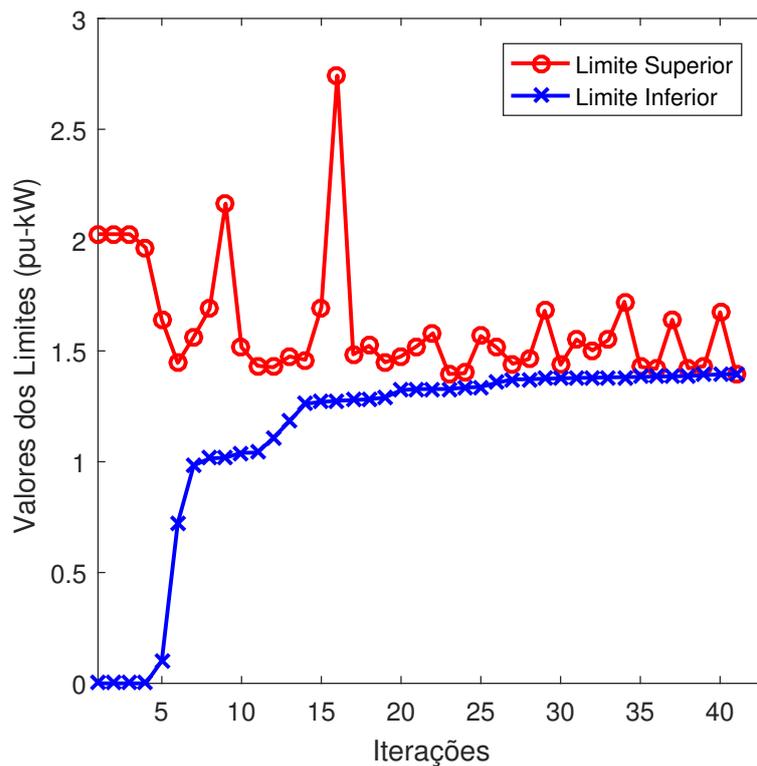
Fonte: [20]

Duas análises análogas às descritas para o estudo anterior são realizadas também para este sistema de 33 barras.

*Análise-1 - Reconfiguração com um cenário*

Na aplicação da metodologia de reconfiguração proposta ao sistema de 33 barras para um único cenário de carga, o processo iterativo envolvendo os subproblemas mestre e escravo requisitou um total de 41 iterações, com a geração de 40 cortes de Benders para a convergência. A Figura 4.5 apresenta a evolução dos limites inferior e superior durante o processo iterativo. Apesar do número relativamente elevado de restrições de Benders para a convergência, o tempo computacional requerido foi de 11 segundos, o que viabiliza a aplicação da técnica com esforços de processamento viáveis para as análises de planejamento da operação.

Figura 4.5: Convergência do Método Proposto Para o Sistema de 33 Barras.



Fonte: Elaborado pelo Autor

Com base na Figura 4.5, observa-se uma oscilação nos valores do limite superior, associado às perdas técnicas calculadas no subproblema escravo, devido à característica não linear inteira mista do problema de reconfiguração. Este comportamento evidencia que, embora o problema tratado tenha pontos de ótimo local, a técnica de decomposição de Benders consegue escapar destes pontos até encontrar o ponto ótimo global para este sistema.

Na Tabela 4.5, a solução ótima obtida na 41ª iteração é detalhada em termos de suas chaves abertas e perdas, juntamente com os dados para a configuração original, de onde se pode verificar uma redução obtida pela metodologia aplicada de 63,13 kW ou 31% na perda técnica.

Tabela 4.5: Resultado Alcançado para o Sistema de 33 Barras.

<b>Topologia</b>	<b>Perda (kW)</b>	<b>Chaves Abertas</b>
Inicial	202,68	$S_{33}, S_{34}, S_{35}, S_{36}$ e $S_{37}$
Reconfigurada	139,55	$S_7, S_9, S_{14}, S_{32}$ e $S_{37}$

A funcionalidade da técnica proposta nesta dissertação pode ser comprovada ao se comparar o resultado encontrado pela mesma com o resultado das referências [25], [60] e [10], que também alcançaram a mesma solução ótima global para a topologia reconfigurada da Tabela 4.5.

A Tabela 4.6 apresenta o valor de tensão mínima na rede elétrica do sistema de 33 barra e o fluxo de potência que sai da subestação para a topologia ótima encontrada pela metodologia de reconfiguração proposta 4.6.

Tabela 4.6: Tensão Mínima e Fluxo da Subestação para a Solução do Sistema de 33 Barras.

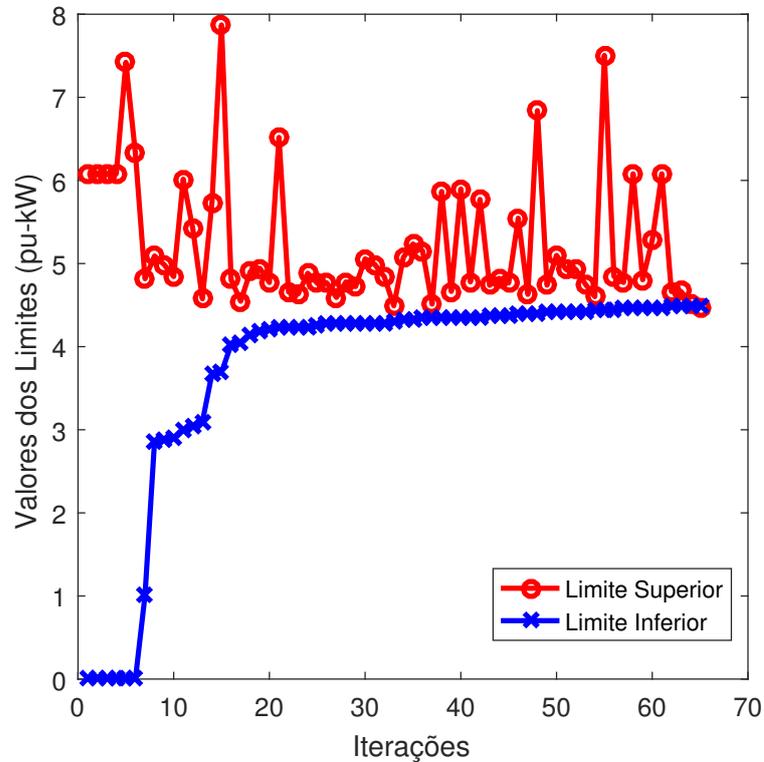
<b>Chaves Abertas</b>	<b>Tensão Mínima (pu)</b>	<b>Fluxos da Subestação (kW)</b>
$S_7, S_9, S_{14}, S_{32}$ e $S_{37}$	0,94	3854,55 ( $S_1$ )

#### *Análise-2 - Reconfiguração com três cenários*

Para o sistema de 33 barras, a metodologia proposta também foi aplicada no contexto de reconfiguração robusta, considerando-se para tanto diferentes cenários de demanda de carga. Neste estudo, três cenários são utilizados. O primeiro refere-se aos dados de carga do sistema original, de [20]. Os outros dois cenários foram gerados de forma aleatória através de aplicação de variações de carga nas barras para +40% ou -40% em relação à carga original. A aplicação de +40% ou -40% foram sorteadas para cada barra, obtendo-se, portanto, variações diferentes entre barras. O Apêndice A da presente dissertação, em suas Tabelas A.3 e A.4, traz as variações obtidas através deste sorteio aleatório, para +40% ou -40%.

Diante das condições anteriormente descritas, a metodologia de reconfiguração robusta é aplicada e alcança a convergência após um total de 65 iterações ou 64 cortes robustos. Na Figura 4.6, pode-se observar a evolução dos limites inferior e superior da técnica de Benders, cujo requisito computacional para a convergência foi de 1,35 minuto.

Figura 4.6: Convergência Para o Sistema de 33 Barras Com Três Cenários.



Fonte: Elaborado pelo Autor

A solução encontrada pela otimização robusta estabelece que as chaves  $S_7$ ,  $S_9$ ,  $S_{14}$ ,  $S_{28}$  e  $S_{32}$  devem estar abertas, resultado no somatório de perdas técnicas de 446,84 kW para o conjunto de cenários de cargas, conforme Tabela 4.7. Esta tabela também apresenta as soluções obtidas considerando-se cada um dos cenários de forma individualizada, ou seja, não robusta.

Tabela 4.7: Soluções de Reconfiguração Para o Sistema de 33 Barras.

Chaves Abetas	Caso Reconfigurado	Perdas (kW)			
		Base	Cenário-1	Cenário-2	Conjunto
$S_7, S_9, S_{14}, S_{28}, S_{32}$	Somatório	139,98	187,82	119,04	446,84
$S_7, S_9, S_{14}, S_{32}, S_{37}$	Base	139,55	179,75	133,06	452,36
$S_7, S_9, S_{14}, S_{31}, S_{37}$	Cenário-1	142,60	178,70	129,87	451,17
$S_7, S_9, S_{14}, S_{28}, S_{31}$	Cenário-2	144,18	185,98	118,64	448,80

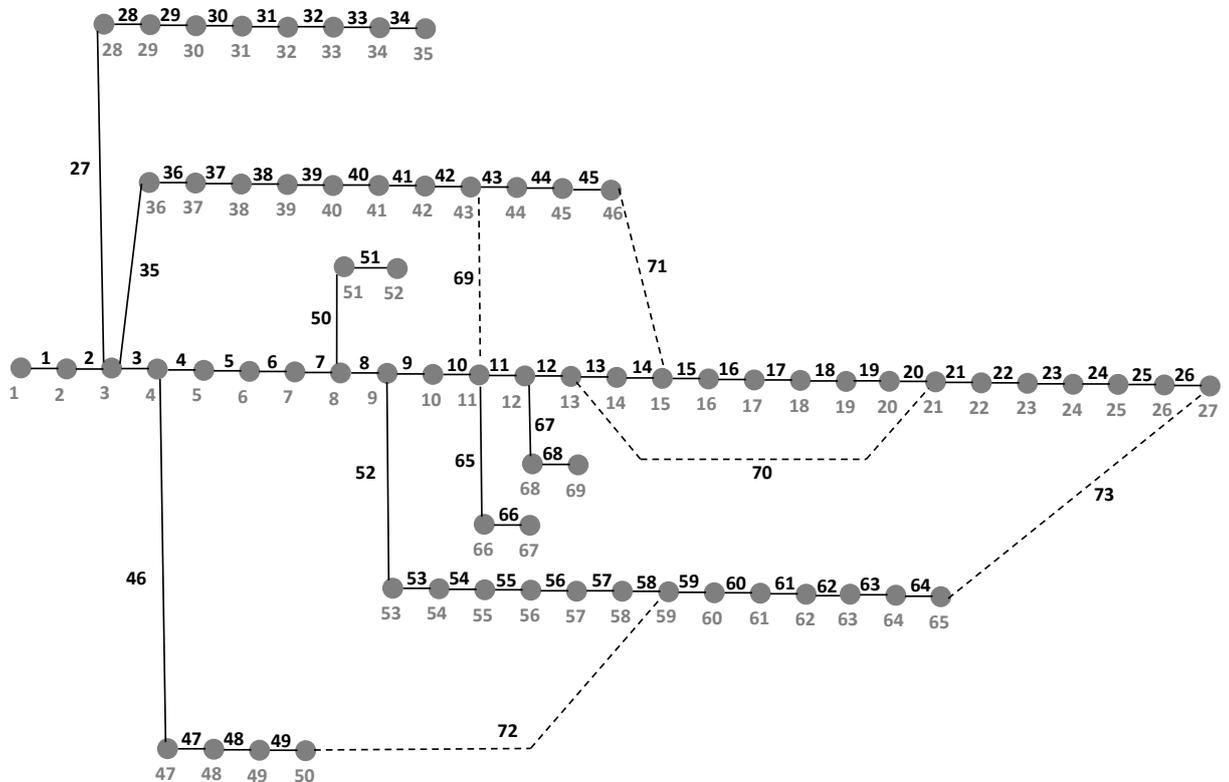
Assim como no estudo de caso anterior, observando-se a Tabela 4.7, constata-se que a solução de chaves abertas que fornece menor somatório de perdas técnicas para o conjunto de cenários, não consiste na mesma sequência de chaves encontrada se cada cenário for considerado de forma individualizada, como esperado. A solução considerando o caso base é a mesma da Análise-1, que também considera este cenário.

Quando um cenário é considerado no modelo de reconfiguração de forma individualizada, a perda para este cenário é a mínima encontrada, embora as perdas dos demais sejam elevadas a ponto de resultar em maior somatório, não correspondendo, portanto, ao ponto ótimo tendo em vista a possibilidade de ocorrência destes múltiplos cenários durante o horizonte de operação. Destaca-se ainda que a solução encontrada viabiliza a operação de todos os cenários considerados, caracterizando o problema robusto proposto.

#### 4.4 SISTEMA DE 69 BARRAS

O último sistema tratado neste trabalho é o de 69 barras [58], que dispõe de 73 trechos de distribuição e uma subestação localizada na barra '1'. Os 73 trechos apresentam chaves manobráveis para flexibilizar a reconfiguração desta rede. A Figura 4.7 representa a configuração original deste sistema, em que as cinco linhas tracejadas correspondem às chaves de interconexão.

Figura 4.7: Topologia Original do Sistema de 69 Barras.



Fonte: Adaptado de [58]

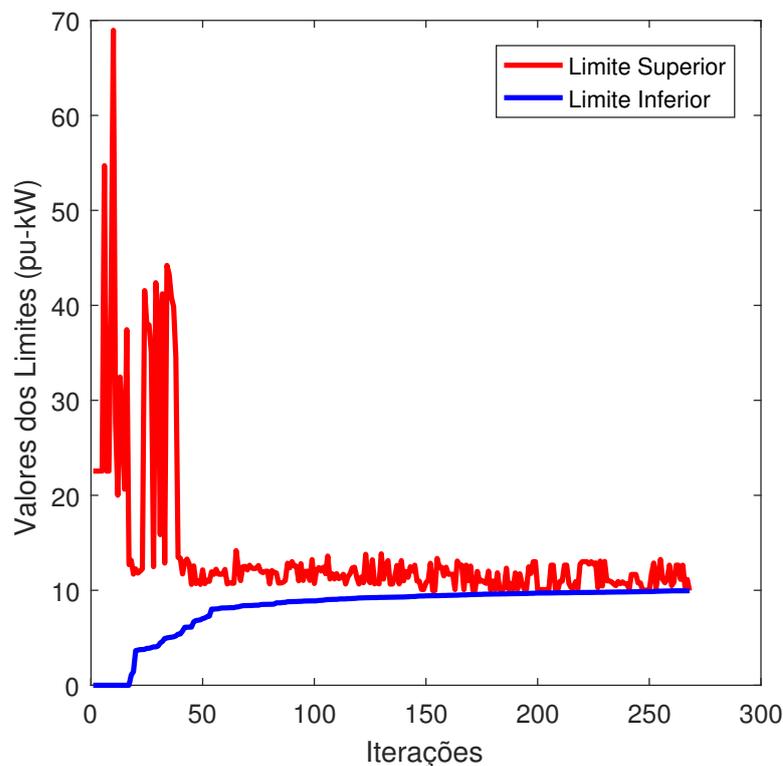
A aplicação de teoria de grafos a este sistema, no subproblema mestre da metodologia proposta, requisitou um total de 43 restrições, sendo 26 inequações para evitar a formação de malhas na rede e 17 equações para garantia de energização de todas as barras, garantia de que o trecho que sai da subestação permaneça fechado e garantia de cinco chaves abertas em todas as topologias candidatas.

O propósito deste estudo é demonstrar a aplicabilidade da técnica de reconfiguração proposta a uma rede de maior porte, envolvendo apenas o cenário de carga de referência de [58].

#### *Análise-1 - Reconfiguração com um cenário*

A técnica de decomposição de Benders, neste caso, requisitou 268 iterações, ou 267 cortes de Benders, para alcançar a solução ótima, com um tempo de 17 minutos. A evolução dos limites pode ser visto na Figura 4.8. A Tabela 4.8 apresenta as chaves abertas e as perdas correspondentes à topologia reconfigurada e à topologia original de [58]. A redução de perdas, neste estudo, é de 125 kW, ou 56,5%, ou seja, montante superior à metade da perda original, mesmo resultado obtido em [17] e [26], que também propõem métodos de reconfiguração visando mínimas perdas. Esta equiparação de resultados valida a aplicação da técnica de decomposição de Benders conforme proposta nesta dissertação.

Figura 4.8: Convergência do Método Proposto Para o Sistema de 69 Barras.



Fonte: Elaborado pelo Autor

Por fim, a Tabela 4.9 apresenta a tensão mínima e o fluxo de potência a partir da subestação para a configuração ótima obtida neste estudo.

Tabela 4.8: Resultado Alcançado para o Sistema de 69 Barras.

<b>Topologia</b>	<b>Perda (kW)</b>	<b>Chaves Abertas</b>
Inicial	225,00	$S_{69}, S_{70}, S_{71}, S_{72}$ e $S_{73}$
Resultado Alcançado	99,62	$S_{14}, S_{56}, S_{61}, S_{69}$ e $S_{70}$

Tabela 4.9: Tensão Mínima e Potência da Subsetação para o Sistema de 69 Barras.

<b>Chaves Abertas</b>	<b>Tensão Mínima (pu)</b>	<b>Fluxos da Subestação (kW)</b>
$S_{14}, S_{56}, S_{61}, S_{69}$ e $S_{70}$	0,94	3901,81 ( $S_1$ )

Destaca-se que apesar do número elevado de iterações entre os subproblemas mestre e escravo, a obtenção da solução ótima global, também para este estudo de caso, pelo método proposto sinaliza para a viabilidade de aplicação deste tipo de decomposição ao problema de reconfiguração, conforme expectativa inicial motivadora do presente trabalho. Ademais, o tempo de 17 minutos não inviabiliza análises de planejamento da operação de SDE, cujo requisito de processamento não é o de uma aplicação em tempo real, porém não pode requerer tempos excessivamente elevados para não comprometer as análises de planejamento da operação.

#### *Análise-2 - Reconfiguração com mais cenários*

A abordagem de otimização robusta também foi aplicada ao sistema de 69 barras, adotando-se diferentes cenários de demanda de carga. Entretanto, não se conseguiu alcançar nenhum resultado devido a limitações do *software* MATLAB utilizado para as simulações. O *software* só atingiu resultado quando se adotava apenas um cenário, a partir do momento que se incluía o segundo cenário, o mesmo realizava cálculos por algumas iterações até mostrar a mensagem que demonstrava que o mesmo tinha atingido seus limites. Assim, o estudo foi restringido por uma limitação do MATLAB.

Para continuação da pesquisa seria necessário a implementação da metodologia em outra plataforma, o que demandaria um tempo não disponível, de acordo com o prazo de finalização desta dissertação, assim ficando como uma proposta para estudos futuros.

## 4.5 CONCLUSÕES PARCIAIS

Este capítulo destinou-se a comprovar a eficácia da metodologia proposta para a resolução de problemas de reconfiguração de sistemas de distribuição através da técnica matemática de decomposição de Benders. Através da exposição dos resultados alcançados por esta metodologia, tanto para um cenário de carga, quanto para cenários múltiplos, pôde-se verificar que a técnica de decomposição de Benders é aplicável ao problema de natureza inteiro-misto em questão. Para tanto, foram utilizados três sistemas conhecidos da literatura especializada sobre o tema. Com o propósito de validar a metodologia, os resultados alcançados por ela foram comparados com resultados de outras obras e métodos que utilizam diferentes técnicas e modelagens, mas que atingiram o mesmo objetivo, ou seja, a minimização de perdas técnicas na distribuição.

A abordagem da otimização robusta nesse trabalho trás um caráter mais inovador para a obra e assim estimula uma nova linha de aplicação, que é a representação de incertezas de diversas fontes, muito demandada atualmente nas análises de planejamento e operação de SEP. A partir de uma representação adequada de cenários, as análises tornam-se mais realistas e aderentes às peculiaridades das redes elétricas em geral, como o comportamento de sua demanda de carga, e no caso particular do presente trabalho, das redes de distribuição de energia.

Os tempos de processamento alcançados são viáveis no contexto do planejamento da operação de SDE, ou seja, não excessivamente elevados, embora não se adequem a aplicações em tempo real, especialmente como mostrado para o sistema de 69 barras. Neste sistema em especial, o número de cortes de Benders necessário foi excessivo, implicando em elevação do tempo computacional, e sua redução deverá ser objeto de trabalhos que darão continuidade à linha de pesquisa tratada nesta dissertação, conforme proposto no próximo capítulo.

## 5 CONCLUSÕES

### 5.1 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta dissertação propôs uma metodologia para a resolução do problema de reconfiguração de redes radiais de distribuição de energia elétrica, baseada na técnica de decomposição matemática de Benders. Este problema de programação não linear inteira mista tem como objetivo a minimização de perdas técnicas de energia provenientes de seu transporte pela rede por efeito Joule. Através da aplicação da metodologia proposta, um algoritmo de dois estágios, denominados subproblemas mestre e escravo, é utilizado, com o intuito de demonstrar a aplicabilidade de decomposição ao problema de reconfiguração e criar um modelo potencial para a representação de incertezas.

A presença de incertezas é uma realidade cada vez mais impactante em sistemas de potência, em especial em redes de distribuição. Portanto, com a perspectiva de desenvolver um modelo de reconfiguração que possa representar de forma mais fidedigna o que acontece no dia-a-dia das distribuidoras, as incertezas sobre as demandas de carga nos pontos de consumo da rede são consideradas. A premissa para esta representação insere-se no escopo de otimização robusta, que consiste na síntese da operação sistêmica com viabilidade para todos os possíveis cenários de carga. Portanto, a inclusão de incertezas nesta modelagem foi dada através da abordagem de cenários de carga. A solução ótima considerando todos os cenários minimiza o somatório das perdas técnicas nos mesmos, contemplando a sua possibilidade de ocorrência durante o horizonte de operação, ou seja, com o intuito de minimizar as perdas neste horizonte, visto de forma abrangente, ao invés de uma "fotografia" da rede para um único ponto de operação.

O modelo desenvolvido considera importantes restrições para a operação de redes típicas de distribuição, como sua radialidade e a conectividade, restrições de fluxo de carga e limites de tensão nodal. A metodologia de dois estágios para a otimização robusta foi concebida de modo que o subproblema mestre considera explicitamente apenas as restrições topológicas mencionadas, com uma previsão do valor de perdas para a decisão tomada. Os subproblemas escravos, por sua vez, avaliam as decisões do subproblema mestre mediante as restrições técnicas/elétricas. Estes subproblemas são resolvidos de forma recursiva até se atingir a convergência do problema global de reconfiguração. Até esta convergência, restrições ou cortes de Benders são gerados após a execução dos subproblemas escravos, para sua inclusão no subproblema mestre visando reajuste das decisões em busca da convergência. Esta metodologia tem caráter inovador no que se refere à decomposição para tratamento de incertezas, no contexto de otimização robusta, em relação a abordagens determinísticas tradicionais que contemplam um único cenário de cargas.

Portanto, a principal contribuição deste trabalho é desenvolver uma metodologia de reconfiguração de SDE que utiliza uma abordagem da otimização robusta e contempla

a incerteza sobre demanda de carga nas barras, visando resultados mais próximos do que pode acontecer diariamente na operação de redes de distribuição. Adicionalmente, a metodologia consiste em alternativa ao problema de reconfiguração para um único cenário, haja vista a obtenção de resultados compatíveis aos da literatura especializada nestas condições, conforme estudos de casos realizados.

Portanto, estes estudos foram importantes para a validação da metodologia, destacando assim os benefícios que esta pode proporcionar e evidenciando uma nova linha de investigação, ainda pouco explorada na literatura, que é a otimização robusta. Os sistemas foram submetidos à otimização com um único cenário de carga e com cenários múltiplos e, em ambos os casos, os objetivos propostos de viabilidade operativa independente do cenário (otimização robusta) com perdas mínimas foram alcançados. Sistemas de pequeno e médio porte foram testados.

A aplicação apresentou como ponto negativo um número excessivo de restrições de Benders para a convergência, o que se explica pela região não convexa do espaço de soluções. Como os cortes de Benders consistem em hiperplanos delimitadores do espaço de busca, em se tratando de uma região não convexa, esta delimitação fica dificultada, conforme apontado por outros pesquisadores na literatura. No entanto, a pesquisa realizada nesta dissertação já identificou melhorias significativas quando informações no corte de Benders são convenientemente tratadas, tais como a condição em malha para a obtenção das derivadas parciais presentes no corte. Portanto, pode-se concluir que a pesquisa desta dissertação deixa alguns pontos em aberto, como a possibilidade de melhoria da informação dos cortes com alguma proposta de tratamento adicional, a fim de estender esta aplicação a sistemas de grande porte e com maior número de cenários, como ocorre na prática em sistemas de distribuição.

Outra vantagem da técnica de decomposição é viabilizar a aplicação de diferentes pacotes comerciais de otimização e programação linear disponíveis ao problema de reconfiguração. Este problema, como descrito no trabalho, é de natureza não linear inteira mista. No entanto, a decomposição resulta em um subproblema linear e inteiro, o mestre, e em subproblemas não lineares e totalmente contínuos, os escravos. Logo, pacotes comerciais de programação linear inteira e de programação não linear contínua passam a poder ser aplicados à reconfiguração de SDE, conforme sua disponibilidade, abrindo novas oportunidades de aplicação.

Face ao exposto, alguns dos principais objetivos da presente dissertação foram alcançados, como a obtenção de topologias radiais, conexas e viáveis tecnicamente para todos os cenários de demanda considerados, configurando otimização robusta. O estudo aponta para a potencialidade deste tipo de aplicação, a fim de flexibilizar a utilização de ferramentas computacionais comerciais e a representação de incertezas. Este tipo de abordagem é inovador no contexto do problema de reconfiguração robusta. Conforme

descrito, o número elevado de intervenções via cortes ainda consiste em um aspecto negativo, mas que, porém, não compromete a sinalização para a potencialidade deste tipo de abordagem, criando uma janela de oportunidades e questões em aberto para tratamento deste e de outros problemas de mesma natureza.

## 5.2 PROPOSTA PARA TRABALHOS FUTUROS

O presente trabalho foi desenvolvido versando sobre a aplicação da técnica matemática de decomposição de Benders para a otimização do problema de reconfiguração de sistemas de distribuição de energia, sendo que este pode ser aprimorado em alguns aspectos, conforme questões em aberto anteriormente mencionadas, servindo assim para a proposição de propostas de trabalhos futuros. Dentre as propostas pode-se citar:

- Aplicar outras técnicas de decomposição e cortes, como o C&CG, para comparar o desempenho computacional entre diferentes métodos para resolução do problema de reconfiguração de SDE;
- Outra hipótese seria a aplicação da metodologia sugerida para resolução de problemas de reconfiguração de SDE com alocação de capacitores e/ou de geração distribuída;
- Com base na proposta anterior, inclui-se a possibilidade de representação de outras fontes de incertezas, como aquelas associadas à presença de geração distribuída a partir de por fontes renováveis alternativas e intermitentes, como as baseadas em geração eólica e fotovoltaica;
- Outra proposta de otimização robusta trata-se da modelagem de incertezas através de um conjunto poliédrico, buscando-se preparar o sistema para o vértice mais severo e, conseqüentemente, para qualquer cenário definido no poliedro. Para tanto, é necessário construir o segundo estágio no formato dual para a aplicação da técnica C&CG. Nesta proposta, o subproblema escravo pode ser escrito no formato de equações cônicas para favorecer sua dualização;
- Melhoria das informações presentes nas restrições de Benders, através dos multiplicadores de Lagrange. Embora a presente dissertação tenha dado um passo neste sentido, acredita-se que um estudo matemático mais aprofundado possa contribuir para a delimitação mais eficiente da região de solução através de hiperplanos separadores.

## REFERÊNCIAS

- [1] KUNDUR, P., BALU, N. J., LAUBY, M. G., *Power system stability and control*. v. 7. McGraw-hill New York, 1994.
- [2] ANEEL, <http://www.aneel.gov.br>, Agosto 2017, Acesso em 14/08/2017.
- [3] EMPRESA DE PESQUISA ENERGÉTICA, E., “Resenha Mensal do Mercado de Energia Elétrica”, <http://www.epe.gov.br>, Ano X, n. 115, Abril de 2017, Acesso em 15/08/2017.
- [4] ECODEBATE, “Perdas na distribuição de energia elétrica no Brasil, artigo de Carol Salsa”, <http://www.ecodebate.com.br>, Março 2009, Acesso em 14/08/2017.
- [5] ABRADÉE, <http://www.abradee.com.br/setor-de-distribuicao/perdas/furto-e-fraude-de-energia>, Agosto 2017, Acesso em 17/08/2017.
- [6] JARDIM, M. A. S., *Reconfiguração de redes de distribuição de energia elétrica usando algoritmo genético multiobjetivo*, Master’s Thesis, Dissertação de M. Sc., UFMG, Belo Horizonte, MG, Brasil, 2011.
- [7] MANTOVANI, J. R., CASARI, F., ROMERO, R. A., “Reconfiguração de sistemas de distribuição radiais utilizando o critério de queda de tensão”, *Controle and Automacao*, pp. 150–159, 2000.
- [8] YUEHAO, Y., ZHONGQING, Z., WEI, B., JUN, X., LIMIN, Q., YAOHENG, D., “Optimal distribution network reconfiguration for load balancing”, *Electricity Distribution (CI-CED), 2016 China International Conference on, IEEE*, pp. 1–4, 2016.
- [9] JOSE, J., KOWLI, A., “Reliability constrained distribution feeder reconfiguration for power loss minimization”. In: *Power Systems Conference (NPSC), 2016 National*, pp. 1–6, 2016.
- [10] OLIVEIRA, L. W., *Reconfiguração e Alocação Ótima de Capacitores em Sistemas de Distribuição*, Ph.D. Thesis, Tese de D. Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 2009.
- [11] KHODR, H., MARTINEZ-CRESPO, J., MATOS, M., PEREIRA, J., “Distribution systems reconfiguration based on OPF using Benders decomposition”, *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 24, n. 4, pp. 2166–2176, 2009.
- [12] BATISTA, S., CANIZES, B., OLIVEIRA, A., NOGUEIRA, T., VALE, Z., “Optimal location of normally open switches in order to minimize power losses in distribution networks”. In: *Power and Energy Society General Meeting (PESGM), 2016*, pp. 1–5, 2016.
- [13] DAVOUDI, M., CECCHI, V., AGÜERO, J. R., “Network reconfiguration with relaxed radiality constraint for increased hosting capacity of distribution systems”. In: *Power and Energy Society General Meeting (PESGM), 2016*, pp. 1–5, 2016.
- [14] LEE, C., LIU, C., MEHROTRA, S., BIE, Z., “Robust distribution network reconfiguration”, *IEEE Transactions on Smart Grid*, v. 6, n. 2, pp. 836–842, 2015.

- [15] HOSSEINZADEH, F., ALINEJAD, B., PAKFAR, K., “A new technique in distribution network reconfiguration for loss reduction and optimum operation”. In: *Proc. Electricity Distribution Conf*, 2009.
- [16] KHORSHID-GHAZANI, B., SEYEDI, H., MOHAMMADI-IVATLOO, B., ZARE, K., SHARGH, S., “Reconfiguration of distribution networks considering coordination of the protective devices”, *IET Generation, Transmission & Distribution*, v. 11, n. 1, pp. 82–92, 2017.
- [17] KAVOUSHI-FARD, A., NIKNAM, T., FOTUHI-FIRUZABAD, M., “Stochastic reconfiguration and optimal coordination of V2G plug-in electric vehicles considering correlated wind power generation”, *IEEE Transactions on Sustainable Energy*, v. 6, n. 3, pp. 822–830, 2015.
- [18] DAS, S., DAS, D., PATRA, A., “Distribution network reconfiguration using distributed generation unit considering variations of load”. In: *Power Electronics, Intelligent Control and Energy Systems (ICPEICES), IEEE International Conference on*, pp. 1–5, 2016.
- [19] CIVANLAR, S., GRAINGER, J., YIN, H., LEE, S., “Distribution feeder reconfiguration for loss reduction”, *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 3, n. 3, pp. 1217–1223, 1988.
- [20] BARAN, M. E., WU, F. F., “Network reconfiguration in distribution systems for loss reduction and load balancing”, *IEEE Transactions on Power delivery*, v. 4, n. 2, pp. 1401–1407, 1989.
- [21] GOSWAMI, S. K., BASU, S. K., “A new algorithm for the reconfiguration of distribution feeders for loss minimization”, *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 7, n. 3, pp. 1484–1491, 1992.
- [22] CHIN, H.-C., HUANG, K.-Y., “A simple distribution reconfiguration algorithm for loss minimization”. In: *Power System Technology, 2000. Proceedings. PowerCon 2000. International Conference on*, v. 2, pp. 607–611, 2000.
- [23] CHIANG, H.-D., JEAN-JUMEAU, R., “Optimal network reconfigurations in distribution systems. I. A new formulation and a solution methodology”, *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 5, n. 4, pp. 1902–1909, 1990.
- [24] MORI, H., OGITA, Y., “A parallel tabu search based method for reconfigurations of distribution systems”. In: *Power Engineering Society Summer Meeting, 2000. IEEE*, v. 1, pp. 73–78, 2000.
- [25] DE OLIVEIRA, L. W., DE OLIVEIRA, E. J., GOMES, F. V., SILVA, I. C., MARCATO, A. L., RESENDE, P. V., “Artificial immune systems applied to the reconfiguration of electrical power distribution networks for energy loss minimization”, *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, v. 56, pp. 64–74, 2014.
- [26] DUAN, D.-L., LING, X.-D., WU, X.-Y., ZHONG, B., “Reconfiguration of distribution network for loss reduction and reliability improvement based on an enhanced genetic algorithm”, *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, v. 64, pp. 88–95, 2015.

- [27] RAO, R. S., RAVINDRA, K., SATISH, K., NARASIMHAM, S., “Power loss minimization in distribution system using network reconfiguration in the presence of distributed generation”, *IEEE transactions on power systems*, v. 28, n. 1, pp. 317–325, 2013.
- [28] CHANG, C.-F., “Reconfiguration and capacitor placement for loss reduction of distribution systems by ant colony search algorithm”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 23, n. 4, pp. 1747–1755, 2008.
- [29] KHOA, T., PHAN, B., “Ant colony search-based loss minimum for reconfiguration of distribution systems”. In: *Power India Conference, 2006 IEEE*, pp. 6–pp, 2006.
- [30] MERLIN, A., BACK, G., “Search For a Minimum Loss Operational Spanning Tree Configuration for an Urban Power Distribution System”. In: *Proc. of the Fifth Power System Conference (PSCC)*, pp. 1–18, Cambridge, 1975.
- [31] PRIETO SCHMIDT, H., *Reconfiguração de redes de distribuição através de programação não-linear inteira mista.*, Ph.D. Thesis, Universidade de São Paulo, 2005.
- [32] DE OLIVEIRA, L. W., CARNEIRO, S., DE OLIVEIRA, E. J., PEREIRA, J., SILVA, I. C., COSTA, J. S., “Optimal reconfiguration and capacitor allocation in radial distribution systems for energy losses minimization”, *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, v. 32, n. 8, pp. 840–848, 2010.
- [33] JABR, R. A., SINGH, R., PAL, B. C., “Minimum loss network reconfiguration using mixed-integer convex programming”, *IEEE Transactions on Power systems*, v. 27, n. 2, pp. 1106–1115, 2012.
- [34] ZHAO, L., ZENG, B., “Robust unit commitment problem with demand response and wind energy”. In: *Power and Energy Society General Meeting, 2012 IEEE*, pp. 1–8, 2012.
- [35] ZENG, B., ZHAO, L., “Solving two-stage robust optimization problems using a column-and-constraint generation method”, *Operations Research Letters*, v. 41, n. 5, pp. 457–461, 2013.
- [36] DE OLIVEIRA, L. W., *Ajuste Ótimo e Coordenado dos Parâmetros do Compensador Estático de Reativos*, Master’s Thesis, Dissertação de M. Sc., PPEE/UFJF, Juiz de Fora, MG, Brasil, 2005.
- [37] DOS SANTOS, T. N., DINIZ, A. L., “A new multiperiod stage definition for the multistage benders decomposition approach applied to hydrothermal scheduling”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 24, n. 3, pp. 1383–1392, 2009.
- [38] CHU, Y., YOU, F., “Integration of production scheduling and dynamic optimization for multi-product CSTRs: Generalized Benders decomposition coupled with global mixed-integer fractional programming”, *Computers & Chemical Engineering*, v. 58, pp. 315–333, 2013.
- [39] GOMEZ, J., KHODR, H., DE OLIVEIRA, P., OCQUE, L., YUSTA, J., VILLASANA, R., URDANETA, A., “Ant colony system algorithm for the planning of primary distribution circuits”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 19, n. 2, pp. 996–1004, 2004.

- [40] ONS, <http://www.ons.org.br>, Outubro 2017, Acesso em 22/10/2017.
- [41] BERTSIMAS, D., SIM, M., “Robust discrete optimization and network flows”, *Mathematical programming*, v. 98, n. 1, pp. 49–71, 2003.
- [42] DANTZIG, G. B., “Linear programming under uncertainty”, *Management science*, v. 1, n. 3-4, pp. 197–206, 1955.
- [43] ZENG, B., “Solving two-stage robust optimization problems by a constraint-and-column generation method”, *University of South Florida, FL, Tech. Rep*, 2011.
- [44] BERTSIMAS, D., BROWN, D. B., CARAMANIS, C., “Theory and applications of robust optimization”, *SIAM review*, v. 53, n. 3, pp. 464–501, 2011.
- [45] BENDERS, J. F., “Partitioning procedures for solving mixed-variables programming problems”, *Numerische mathematik*, v. 4, n. 1, pp. 238–252, 1962.
- [46] GABREL, V., LACROIX, M., MURAT, C., REMLI, N., “Robust location transportation problems under uncertain demands”, *Discrete Applied Mathematics*, v. 164, pp. 100–111, 2014.
- [47] JIANG, R., ZHANG, M., LI, G., GUAN, Y., “Benders’ Decomposition for the Two-Stage Security Constrained Robust Unit Commitment Problem”. In: *IIE Annual Conference. Proceedings*, p. 1, 2012.
- [48] ATAMTÜRK, A., ZHANG, M., “Two-stage robust network flow and design under demand uncertainty”, *Operations Research*, v. 55, n. 4, pp. 662–673, 2007.
- [49] ORDÓÑEZ, F., ZHAO, J., “Robust capacity expansion of network flows”, *Networks*, v. 50, n. 2, pp. 136–145, 2007.
- [50] YU, C.-S., LI, H.-L., “A robust optimization model for stochastic logistic problems”, *International journal of production economics*, v. 64, n. 1, pp. 385–397, 2000.
- [51] DINIZ, A., *Uma estratégia de decomposição por relaxação lagrangeana para a otimização da programação diária da operação de sistemas hidrotérmicos com modelagem detalhada da rede elétrica—aplicação ao sistema brasileiro*, Ph.D. Thesis, Tese de D. Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 2007.
- [52] MCDANIEL, D., DEVINE, M., “A modified Benders’ partitioning algorithm for mixed integer programming”, *Management Science*, v. 24, n. 3, pp. 312–319, 1977.
- [53] COSTA, A. M., “A survey on benders decomposition applied to fixed-charge network design problems”, *Computers & operations research*, v. 32, n. 6, pp. 1429–1450, 2005.
- [54] MONTICELLI, A. J., *Fluxo de carga em redes de energia elétrica*. E. Blucher, 1983.
- [55] AHUJA, R. K., MAGNANTI, T. L., ORLIN, J. B., “Network flows: theory, algorithms, and applications”, 1993.
- [56] BAZARAA, M. S., JARVIS, J. J., SHERALI, H. D., *Linear programming and network flows*. John Wiley & Sons, 2011.

- [57] DI, B., LI, L., YU, H., “Distribution Reconstruction Based on Bender’s Decomposition Including Distributed Generation”, *China International Conference on Electricity Distribution*, pp. 5–6, 2012.
- [58] BARAN, M. E., WU, F. F., “Optimal capacitor placement on radial distribution systems”, *IEEE Transactions on power Delivery*, v. 4, n. 1, pp. 725–734, 1989.
- [59] RUGTHAICHAROENCHEEP, N., SIRISUMRANNUKUL, S., “Feeder reconfiguration for loss reduction in distribution system with distributed generators by tabu search”, *GMSARN International Journal*, v. 3, pp. 47–54, 2009.
- [60] RAJU, G. V., BIJWE, P., “An efficient algorithm for minimum loss reconfiguration of distribution system based on sensitivity and heuristics”, *IEEE transactions on power systems*, v. 23, n. 3, pp. 1280–1287, 2008.

## APÊNDICE A – DADOS COMPLEMENTARES DOS SISTEMAS

Neste apêndice, são apresentados os dados complementares associados aos sistemas de 16 barras, 33 barras e 69 barras, utilizados para avaliação da metodologia proposta nesta dissertação, visando à reconfiguração de SDE através da técnica de decomposição de Benders.

As informações base dos sistemas de 16 barras, 33 barras e 69 barras foram obtidas das referências [19], [20] e [58], respectivamente. Entretanto, os cenários aleatórios de cargas nas barras foram gerados pelo autor, com auxílio de uma função de distribuição uniforme do Matlab, e também são apresentados nesta seção.

Esta dissertação faz a aplicação da metodologia de reconfiguração sobre os cenários de referência e sobre outros aleatórios. Os cenários aleatórios são construídos através de variações percentuais sobre as cargas dos cenários de referência, obtidos das obras citadas anteriormente. Toda esta caracterização dos sistemas e cenários é apresentada nas Tabelas de A.1 a A.6.

Tabela A.1: Dados Referentes do Sistema de 16 Barras.

Trecho	De	Para	$R(\Omega)$	$X(\Omega)$
1	1	2	0,0750	0,1000
2	2	3	0,0800	0,1100
3	2	4	0,0900	0,1800
4	4	5	0,0400	0,0400
5	1	6	0,1100	0,1100
6	6	7	0,0800	0,1100
7	6	8	0,1100	0,1100
8	7	9	0,1100	0,1100
9	7	10	0,0800	0,1100
10	1	11	0,1100	0,1100
11	11	12	0,0900	0,1200
12	11	13	0,0800	0,1100
13	13	14	0,0400	0,0400
14	3	9	0,0400	0,0400
15	8	12	0,0400	0,0400
16	5	14	0,0900	0,1200

Tabela A.2: Dados Referentes as Cargas Aplicadas nas barras do Sistema de 16 Barras.

Barra	Cenário Base		Cenário-1		Cenário-2	
	Potências Demandadas		Porcentagem Alterada da Potência em Relação ao Cenário Base			
	Ativa $P_l(kW)$	Reativa $Q_l(kVAr)$	$P_l(\%)$	$Q_l(\%)$	$P_l(\%)$	$Q_l(\%)$
1	0,0	0,0	0	0	0	0
2	2,0	1,6	+40	+40	-80	-80
3	3,0	0,4	+40	+40	+80	+80
4	2,0	-0,4	-40	-40	+80	+80
5	1,5	1,2	+40	+40	+80	+80
6	4,0	2,7	-40	-40	+80	+80
7	5,0	1,8	-40	-40	-80	-80
8	1,0	0,9	-40	-40	-80	-80
9	0,6	-0,5	+40	+40	-80	-80
10	4,5	-1,7	-40	-40	-80	-80
11	1,0	0,9	-40	-40	-80	-80
12	1,0	-1,1	-40	-40	-80	-80
13	1,0	0,9	-40	-40	+80	+80
14	2,1	-0,8	-40	-40	+80	+80

Tabela A.3: Dados Referentes do Sistema de 33 Barras.

Trecho	De	Para	$R(\Omega)$	$X(\Omega)$
1	33	1	0,0922	0,0470
2	1	2	0,4930	0,2511
3	2	3	0,3660	0,1864
4	3	4	0,3811	0,1941
5	4	5	0,8190	0,7070
6	5	6	0,1872	0,6188
7	6	7	0,7114	0,2351
8	7	8	1,0300	0,7400
9	8	9	1,0440	0,7400
10	9	10	0,1966	0,0650
11	10	11	0,3744	0,1238
12	11	12	1,4680	1,1550
13	12	13	0,5416	0,7129
14	13	14	0,5910	0,5260
15	14	15	0,7463	0,5450
16	15	16	1,2890	1,7210
17	16	17	0,7320	0,5740
18	1	18	0,1640	0,1565
19	18	19	1,5042	1,3554
20	19	20	0,4095	0,4784
21	20	21	0,7089	0,9373
22	2	22	0,4512	0,3083
23	22	23	0,8980	0,7091
24	23	24	0,8960	0,7011
25	5	25	0,2030	0,1034
26	25	26	0,2842	0,1447
27	26	27	1,0590	0,9337
28	27	28	0,8042	0,7006
29	28	29	0,5075	0,2585
30	29	30	0,9744	0,9630
31	30	31	0,3105	0,3619
32	31	32	0,3410	0,5302
33	7	20	2,0000	2,0000
34	8	14	2,0000	2,0000
35	11	21	2,0000	2,0000
36	17	32	0,5000	0,5000
37	24	28	0,5000	0,5000

Tabela A.4: Dados Referentes as Cargas Aplicadas nas barras do Sistema de 33 Barras.

Barra	Cenário Base		Cenário-1		Cenário-2	
	Potências Demandadas		Porcentagem Alterada da Potência em Relação ao Cenário Base			
	Ativa $P_l(kW)$	Reativa $Q_l(kVAr)$	$P_l(\%)$	$Q_l(\%)$	$P_l(\%)$	$Q_l(\%)$
1	100,0	60,0	-40	-40	-40	-40
2	90,0	40,0	-40	-40	-40	-40
3	120,0	80,0	+40	+40	+40	+40
4	60,0	30,0	+40	+40	-40	-40
5	60,0	20,0	+40	+40	+40	+40
6	200,0	100,0	-40	-40	+40	+40
7	200,0	100,0	-40	-40	-40	-40
8	60,0	20,0	+40	+40	+40	+40
9	60,0	20,0	+40	+40	+40	+40
10	45,0	30,0	+40	+40	-40	-40
11	60,0	35,0	-40	-40	+40	+40
12	60,0	35,0	-40	-40	-40	-40
13	120,0	80,0	-40	-40	+40	+40
14	60,0	10,0	+40	+40	-40	-40
15	60,0	20,0	+40	+40	-40	-40
16	60,0	20,0	+40	+40	+40	+40
17	90,0	40,0	-40	-40	-40	-40
18	90,0	40,0	-40	-40	+40	+40
19	90,0	40,0	-40	-40	-40	-40
20	90,0	40,0	-40	-40	-40	-40
21	90,0	40,0	+40	+40	-40	-40
22	90,0	50,0	+40	+40	+40	+40
23	420,0	200,0	+40	+40	-40	-40
24	420,0	200,0	+40	+40	-40	-40
25	60,0	25,0	+40	+40	+40	+40
26	60,0	25,0	+40	+40	-40	-40
27	60,0	20,0	+40	+40	-40	-40
28	120,0	70,0	-40	-40	+40	+40
29	200,0	600,0	+40	+40	+40	+40
30	150,0	70,0	-40	-40	-40	-40
31	210,0	100,0	+40	+40	-40	-40
32	60,0	40,0	-40	-40	-40	-40
33	0,0	0,0	0	0	0	0

Tabela A.5: Dados Referentes do Sistema de 69 Barras.

Trecho	De	Para	R( $\Omega$ )	X( $\Omega$ )
1	1	2	0,00050	0,00120
2	2	3	0,00050	0,00120
3	3	4	0,00150	0,00360
4	4	5	0,02510	0,02940
5	5	6	0,36600	0,18640
6	6	7	0,38110	0,19410
7	7	8	0,09220	0,04700
8	8	9	0,04930	0,02510
9	9	10	0,81900	0,27070
10	10	11	0,18720	0,06190
11	11	12	0,71140	0,23510
12	12	13	1,03000	0,34000
13	13	14	1,04400	0,34500
14	14	15	1,05800	0,34960
15	15	16	0,19660	0,06500
16	16	17	0,37440	0,12380
17	17	18	0,00470	0,00160
18	18	19	0,32760	0,10830
19	19	20	0,21060	0,06960
20	20	21	0,34160	0,11290
21	21	22	0,01400	0,00460
22	22	23	0,15910	0,05260
23	23	24	0,34630	0,11450
24	24	25	0,74880	0,24750
25	25	26	0,30890	0,10210
26	26	27	0,17320	0,05720
27	3	28	0,00440	0,01080
28	28	29	0,06400	0,15650
29	29	30	0,39780	0,13150
30	30	31	0,07020	0,02320
31	31	32	0,35100	0,11600
32	32	33	0,83900	0,28160
33	33	34	1,70800	0,56460
34	34	35	1,47400	0,48730
35	3	36	0,00440	0,01080
36	36	37	0,06400	0,15650
37	37	38	0,10530	0,12300
38	38	39	0,03040	0,03550
39	39	40	0,00180	0,00210
40	40	41	0,72830	0,85090
41	41	42	0,31000	0,36230
42	42	43	0,04100	0,04780
43	43	44	0,00920	0,01160
44	44	45	0,10890	0,13730
45	45	46	0,00090	0,00120

<b>Trecho</b>	<b>De</b>	<b>Para</b>	<b>R(<math>\Omega</math>)</b>	<b>X(<math>\Omega</math>)</b>
46	4	47	0,00340	0,00840
47	47	48	0,08510	0,20830
48	48	49	0,28980	0,70910
49	49	50	0,08220	0,20110
50	8	51	0,09280	0,04730
51	51	52	0,33190	0,11140
52	9	53	0,17400	0,08860
53	53	54	0,20300	0,10340
54	54	55	0,28420	0,14470
55	55	56	0,28130	0,14330
56	56	57	1,59000	0,53370
57	57	8	0,78370	0,26300
58	58	59	0,30420	0,10060
59	59	60	0,38610	0,11720
60	60	61	0,50750	0,25850
61	61	62	0,09740	0,04960
62	62	63	0,14500	0,07380
63	63	64	0,71050	0,36190
64	64	65	1,04100	0,53020
65	11	66	0,20120	0,06110
66	66	67	0,00470	0,00140
67	12	68	0,73940	0,24440
68	68	69	0,00470	0,00160
69	11	43	0,50000	0,50000
70	13	21	0,50000	0,50000
71	15	46	1,00000	1,00000
72	50	59	2,00000	2,00000
73	27	65	1,00000	1,00000

Tabela A.6: Dados Referentes as Cargas Aplicadas nas barras do Sistema de 69 Barras.

Barra	Cenário Base	
	Potências Demandadas	
	Ativa $P_l(kW)$	Reativa $Q_l(kVAr)$
1	0,0	0,0
2	0,0	0,0
3	0,0	0,0
4	0,0	0,0
5	0,0	0,0
6	2,6	2,2
7	40,4	30,0
8	75,0	54,0
9	30,0	22,0
10	28,0	19,0
11	145,0	104,0
12	145,0	104,0
13	8,0	5,5
14	8,0	5,5
15	0,0	0,0
16	45,5	30,0
17	60,0	35,0
18	60,0	35,0
19	0,0	0,0
20	1,0	0,6
21	114,0	81,0
22	5,3	3,5
23	0,0	0,0
24	28,0	20,0
25	0,0	0,0
26	14,0	10,0
27	14,0	10,0
28	26,0	18,6
29	26,0	18,6
30	0,0	0,0
31	0,0	0,0
32	0,0	0,0
33	14,0	10,0
34	19,5	14,0
35	6,0	4,0
36	26,0	18,55
37	26,0	18,55
38	0,0	0,0
39	24,0	17,0
40	24,0	17,0

Barra	Cenário Base	
	Potências Demandadas	
	Ativa $P_l(kW)$	Reativa $Q_l(kVAr)$
41	1,2	1,0
42	0,0	0,0
43	6,0	4,3
44	0,0	0,0
45	39,22	26,3
46	39,22	26,3
47	0,0	0,0
48	79,0	56,4
49	384,7	274,5
50	384,7	274,5
51	40,5	28,3
52	3,6	2,7
53	4,35	3,5
54	26,4	19,0
55	24,0	17,2
56	0,0	0,0
57	0,0	0,0
58	0,0	0,0
59	100,0	72,0
60	0,0	0,0
61	1244,0	888,0
62	32,0	23,0
63	0,0	0,0
64	227,0	162,0
65	59,0	42,0
66	18,0	13,0
67	18,0	13,0
68	28,0	20,0
69	28,0	20,0