

Universidade Federal de Juiz de Fora
Faculdade de Engenharia
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

Alam Silva Menezes

**UMA CONTRIBUIÇÃO À ANÁLISE ESPECTRAL DE SINAIS
ESTACIONÁRIOS E NÃO ESTACIONÁRIOS**

Tese de Doutorado

Juiz de Fora
2014

Alam Silva Menezes

**UMA CONTRIBUIÇÃO À ANÁLISE ESPECTRAL DE SINAIS
ESTACIONÁRIOS E NÃO ESTACIONÁRIOS**

Tese de Doutorado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, área de concentração: Sistemas Eletrônicos, da Universidade Federal de Juiz de Fora, como requisito parcial para obtenção do título de Doutor em Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. Dr. Moisés Vidal Ribeiro

Juiz de Fora

2014

Ficha catalográfica elaborada através do Programa de geração automática da Biblioteca Universitária da UFJF, com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

Menezes, Alam Silva.

Uma contribuição à análise espectral de sinais estacionários e não estacionários / Alam Silva Menezes. -- 2014. 232 p. : il.

Orientador: Moisés Vidal Ribeiro

Tese (doutorado) - Universidade Federal de Juiz de Fora, Faculdade de Engenharia. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, 2014.

1. Processamento de Sinais. 2. Análise Tempo-Frequência. 3. Transformada Warped. 4. Monitoramento Espectral. 5. Power Line Communication. I. Ribeiro, Moisés Vidal, orient. II. Título.

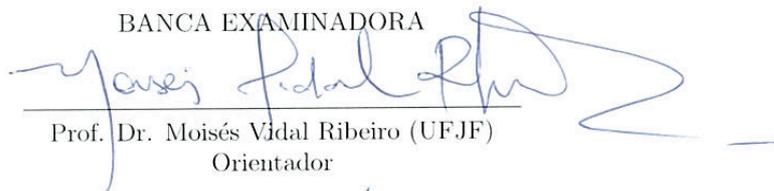
Alam Silva Menezes

**UMA CONTRIBUIÇÃO À ANÁLISE ESPECTRAL DE SINAIS
ESTACIONÁRIOS E NÃO ESTACIONÁRIOS**

Tese de Doutorado apresentada ao Programa de Pós Graduação em Engenharia Elétrica, área de concentração: Sistemas Eletrônicos, da Universidade Federal de Juiz de Fora, como requisito parcial para obtenção do título de Doutor em Engenharia Elétrica.

Aprovada em 01 de Setembro de 2014.

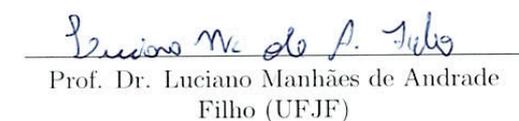
BANCA EXAMINADORA


Prof. Dr. Moisés Vidal Ribeiro (UFJF)
Orientador


Prof. Ph.D. Sergio Lima Netto (UFRJ)


Prof. Dr. Ricardo Suyama (UFABC)


Prof. Dr. Augusto Santiago Cerqueira
(UFJF)


Prof. Dr. Luciano Manhães de Andrade
Filho (UFJF)

À Ana Lucia

Agradecimentos

Gostaria de registrar minha gratidão:

A Deus, pela dádiva da vida.

Ao Prof. Dr. Moisés Vidal Ribeiro, pela dedicação e zelo na orientação, por confiar na minha capacidade, sobretudo nos momentos mais difíceis.

À minha Mãe, Ana Lucia, pelo amor e dedicação.

Aos saudosos Avós, Geraldo e Felicidade Ribeiro, *in memoriam*.

Aos Tios, Sebastião, Teresa e Isabel, pelo incentivo.

Aos Primos, pela amizade e companheirismo.

Aos amigos do LAPTEL, em especial ao Dr. Cristiano Marques, Eduarda Losqui e Felipe Augusto, pelo apoio.

Ao PPEE, pelo voto de confiança.

À UFJF, pela oportunidade.

À Petrobras Transporte, pelas condições oferecidas para realização do trabalho.

“Nunca deixe que alguém te diga que não pode fazer algo. Nem mesmo eu. Se você tem um sonho, tem que protegê-lo. As pessoas que não podem fazer por si mesmas, dirão que você não consegue. Se quer alguma coisa, vá e lute por ela. Ponto final.”

Trecho do filme: "À Procura da Felicidade".

Resumo

A presente tese propõe soluções ao problema da explicitação do conteúdo espectral de processos estacionários e não estacionários, com aplicações na estimação de frequência, estimação da densidade espectral de potência e no monitoramento do espectro. A técnica de estimação de frequência proposta nesta tese, baseada na *warped discrete Fourier transform*, apresenta, de acordo com as simulações computacionais, o melhor desempenho frente às demais técnicas comparadas, atingindo o *Cramer-Rao bound* para uma ampla faixa de relação sinal ruído. Em relação a estimação da densidade espectral de potência, a *Hartley Multitaper method*, proposta nesta tese, apresenta desempenho similar à *multitaper method*, em termos da variância de estimação e da polarização do espectro, mas simplificação de implementação. Uma técnica para monitoramento do espectro para sistemas *power line communication* é proposta, levando em consideração o conceito de *quanta* e a diversidade observada quando os sinais são aquisitados a partir da rede de energia elétrica e do ar. Baseando-se em sinais sintéticos, gerados em computador, assim como dados de medição do espectro, obtidos utilizando uma antena e o cabo de energia elétrica como elementos sensores, verifica-se que o desempenho da técnica proposta supera a monitoração padrão, sobretudo quando a diversidade gerada pelo cabo e pela antena sobre o sinal monitorado é explorada na detecção.

Palavras-chave: Análise Espectral, Análise Tempo-Frequência, Estimação de Frequência, Monitoramento Espectral, PLC Cognitivo, Transformadas *Warpeds*.

Abstract

This dissertation aims at discussing solutions to deal with spectral analysis of stationary and non-stationary processes for frequency estimation, power spectral density estimation and spectral monitoring applications. The frequency estimation techniques are assessed through computer simulations. The proposed technique for frequency estimation is based on warped discrete Fourier transform outperforms other techniques, achieving the Cramer-Rao Bound for a wide range of signal to noise ratio. Regarding the power spectral density estimation, the proposed Hartley Multitaper Method shows similar performance, in terms of variance of estimates and polarization spectrum; however, it can simplify the implementation complexity. The introduced spectrum sensing technique is based on *quanta* definition and the diversity offered by the signals acquired from the electric power grids and the air. Based on computer-generation data and those one obtained during a measurement campaign, which one in this thesis is evaluated using synthetic signals, generated by computer, as well as measurement data of the spectrum. The numerical results show that the proposed technique outperforms a previous technique and can attain the very detection ratio and the very low false alarm when the diversity yielded by electric power grid and air is exploited.

Keywords: Spectral Analysis, Time-Frequency Analysis, Frequency Estimation, Spectrum Sensing, Warped Transforms, Cognitive Power Line Communication.

Lista de Figuras

1	Mapeamento entre as frequências ω e ϖ	56
2	DFT ou WDFT com $a = 0$	56
3	W-DFT com $a = 0, 5e^{i\frac{\pi}{4}}$	56
4	W-DFT com $a = 0, 7e^{i\frac{\pi}{4}}$	57
5	W-DFT com $a = 0, 9e^{i\frac{\pi}{4}}$	57
6	Fluxograma do procedimento para a estimação de frequência utilizando interpolador e transformadas <i>warped</i> . $T\{\cdot\}$ representa uma técnica genérica para mapeamento do sinal no domínio da tempo para o domínio da frequência, enquanto $T_W^a\{\cdot\}$ representa a técnica <i>warped</i> correspondente a $T\{\cdot\}$	66
7	Estrutura de filtragem e demodulação digital.	80
8	Número de operações de multiplicação real das técnicas estudadas.	83
9	Número de operações de adição real das técnicas estudadas.	83
10	Estimação de frequência usando Warped DFT com $\omega_1 = 0, 5\pi$ e parâmetro $a = 0, 5e^{i0,5\pi}$ e SNR = 20 dB.	85
11	Estimação de frequência usando Warped DHT com $\omega_1 = 0, 5\pi$ e parâmetro $a = 0, 5e^{i0,5\pi}$ e SNR = 10 dB.	86
12	Estimação de frequência usando Warped MCLT com $\omega_1 = 0, 5\pi$ e parâmetro $a = 0, 5e^{i0,5\pi}$ e SNR = 10 dB.	86
13	Desempenho dos estimadores para $\omega_1 = 0, 2\pi$ e $N = 16$	89

14	Desempenho dos estimadores para $\omega_1 = 0,5\pi$ e $N = 16$	89
15	Desempenho dos estimadores para $\omega_1 = 0,8\pi$ e $N = 16$	90
16	Desempenho dos estimadores para $\omega_1 = 0,2\pi$ e $N = 32$	90
17	Desempenho dos estimadores para $\omega_1 = 0,5\pi$ e $N = 32$	91
18	Desempenho dos estimadores para $\omega_1 = 0,8\pi$ e $N = 32$	91
19	Desempenho dos estimadores para $\omega_1 = 0,2\pi$ e $N = 64$	92
20	Desempenho dos estimadores para $\omega_1 = 0,5\pi$ e $N = 64$	92
21	Desempenho dos estimadores para $\omega_1 = 0,8\pi$ e $N = 64$	93
22	Desempenho dos estimadores para $\omega_1 = 0,2\pi$ e $N = 128$	93
23	Desempenho dos estimadores para $\omega_1 = 0,5\pi$ e $N = 128$	94
24	Desempenho dos estimadores para $\omega_1 = 0,8\pi$ e $N = 128$	94
25	Desempenho dos estimadores para $\omega_1 = 0,8\pi$, $\phi = 0$ e $N = 32$	95
26	Desempenho dos estimadores para $\omega_1 = 0,8\pi$, $\phi = 0$ e $N = 64$	95
27	Diagrama de blocos do sistema empregado para gerar o sinal $\{y[n]\}$ com uma PSD determinada pelo resposta em frequência do filtro $\{h[n]\}$	96
28	Resposta em frequência do filtro $h[n]$ ($H(e^{i\omega})$).	97
29	PSD estimada com 1000 realizações do sinal $\{y[n]\}$ com SNR = 30 dB, em que os parâmetros dos algoritmos baseados no método das múltiplas janelas foram ajustados em $N = 256$, $C_0 = 2$ e $J = 4$	98
30	PSD estimada com 1000 realizações do sinal $\{y[n]\}$ com SNR = 30 dB, em que os parâmetros dos algoritmos baseados no método das múltiplas janelas foram ajustados em $N = 256$, $C_0 = 4$ e $J = 4$	98
31	PSD estimada com 1000 realizações do sinal $\{y[n]\}$ com SNR = 30 dB, em que os parâmetros dos algoritmos baseados no método das múltiplas janelas foram ajustados em $N = 512$, $C_0 = 1$ e $J = 4$	99
32	PSD estimada com 1000 realizações do sinal $\{y[n]\}$ com SNR = 30dB, em que os parâmetros dos algoritmos baseados no método das múltiplas janelas foram ajustados em $N = 512$, $C_0 = 3$ e $J = 4$	99

33	PSD estimada com 1000 realizações Monte Carlo do sinal $\{y[n]\}$ gerado pelo sistema da Fig. 27 com SNR = 30 dB e parâmetros do filtro $h[n]$ especificado na Tab. 3. Os parâmetros dos algoritmos baseados no método das múltiplas janelas foram ajustados em $N = 256$, $C_0 = 0,5$ e $J = 4$. Os algoritmos baseados no mapeamento <i>warped</i> tiveram seu parâmetro a ajustados em $0,8e^{i0,8\pi}$	101
34	Princípio da incerteza da Heisenberg-Gabor para resolução $\Delta t \Delta \Omega$	104
35	WVD do sinal $x[n]$ (Fig. 46) utilizando janela retangular de 64 amostras. . .	112
36	TFDS ($D = 0$) do sinal $x[n]$ (Fig. 46) utilizando janela retangular de 64 amostras.	113
37	Espectrograma da função Gaussiana obtida com a STFT e $\sigma = 1$	120
38	Espectrograma da função Gaussiana obtida com a WVD e $\sigma = 1$	120
39	Análise TF do sinal $x[n]$ (Fig. 46) utilizando STDFT e janela retangular de 64 amostras.	123
40	Análise TF do sinal $x[n]$ (Fig. 46) utilizando STDHT e janela retangular de 64 amostras.	123
41	Análise TF do sinal $x[n]$ (Fig. 46) utilizando STMCLT e janela retangular de 64 amostras.	124
42	Análise TF do sinal $x[n]$ (Fig. 46) utilizando STMTM e janela retangular de 64 amostras.	125
43	Análise TF do sinal $x[n]$ (Fig. 46) utilizando STHMTM e janela retangular de 64 amostras.	126
44	Multirresolução das funções de bases da CTW (CHEN; LING, 2002).	127
45	Análise TF do sinal $x[n]$ (Fig. 46) utilizando DST e janela retangular de 64 amostras.	128
46	Sinal $x[n]$ no domínio do tempo discreto.	133
47	Sinal $x[n]$ no domínio da frequência utilizando DFT com 512 pontos.	133
48	Análise TF do sinal $x[n]$ (Fig. 46) utilizando STDFT e janela retangular de 32 amostras.	135

49	Análise TF do sinal $x[n]$ (Fig. 46) utilizando STDFT e janela retangular de 64 amostras.	135
50	Análise TF do sinal $x[n]$ (Fig. 46) utilizando STDHT e janela retangular de 32 amostras.	136
51	Análise TF do sinal $x[n]$ (Fig. 46) utilizando STDHT e janela retangular de 64 amostras.	136
52	Análise TF do sinal $x[n]$ (Fig. 46) utilizando STMCLT e janela retangular de 32 amostras.	137
53	Análise TF do sinal $x[n]$ (Fig. 46) utilizando STMCLT e janela retangular de 64 amostras.	137
54	Análise TF do sinal $x[n]$ (Fig. 46) utilizando DST e janela retangular de 32 amostras.	138
55	Análise TF do sinal $x[n]$ (Fig. 46) utilizando DST e janela retangular de 64 amostras.	138
56	Análise TF do sinal $x[n]$ (Fig. 46) utilizando STMTM e janela retangular de 32 amostras.	139
57	Análise TF do sinal $x[n]$ (Fig. 46) utilizando STMTM e janela retangular de 64 amostras.	139
58	Análise TF do sinal $x[n]$ (Fig. 46) utilizando STHMTM e janela retangular de 32 amostras.	140
59	Análise TF do sinal $x[n]$ (Fig. 46) utilizando STHMTM e janela retangular de 64 amostras.	140
60	Distribuição TF do sinal $x[n]$ (Fig. 46) utilizando WVD e janela retangular de 32 amostras.	141
61	Distribuição TF do sinal $x[n]$ (Fig. 46) utilizando WVD e janela retangular de 64 amostras.	141
62	Distribuição TF do sinal $x[n]$ (Fig. 46) utilizando TFDS ($D = 0$) e janela retangular de 32 amostras.	142
63	Distribuição TF do sinal $x[n]$ (Fig. 46) utilizando TFDS ($D = 0$) e janela retangular de 64 amostras.	142

64	Sinal não estacionário no domínio do tempo introduzido em (STOCKWELL; MANSINHA; LOWE, 1996).	143
65	Mapeamento da frequência linear ω e a <i>warped</i> ϖ para $a = 0,7e^{i2 \times 0,2734\pi}$. . .	144
66	Mapeamento TF do sinal $x[n]$ (Fig. 64) utilizando a <i>DST</i>	144
67	Mapeamento TF do sinal $x[n]$ (Fig. 64) utilizando a <i>WDST</i>	145
68	Mapeamento TF do sinal $x[n]$ utilizando a <i>TFDS</i> para $D = 0$	145
69	Mapeamento TF do sinal $x[n]$ utilizando a <i>WTFDS</i> para $D = 0$	146
70	Comparação entre a geração centralizada radial com a proposta de geração distribuída em <i>smart grid</i> (SANTACANA, 2010).	149
71	Topologia do sistema CPLC (DO; LEHNERT, 2009).	169
72	Espectrograma do sinal obtido em ambiente <i>indoor</i> usando o cabo.	172
73	Espectrograma do sinal obtido em ambiente <i>indoor</i> usando a antena.	172
74	Espectrograma do sinal obtido em ambiente <i>outdoor</i> usando o cabo.	173
75	Espectrograma do sinal obtido em ambiente <i>outdoor</i> usando o antena.	173
76	Espectrograma indicando as porções do espectro denominadas <i>quanta</i>	177
77	Diagrama de blocos para monitoramento do espectro em sistemas CPLC. . .	179
78	Exemplo de classificação usando Bayes para considerando-se uma única característica ($\mathbf{f}_d = [f]$) e duas classes equiprováveis, (THEODORIDIS; KOUTROUMBAS, 2009).	186
79	Espectrograma do sinal obtido com a DFT de 512 amostras.	189
80	Energia dos <i>quanta</i> (4×4) utilizando a DFT e $SNR = 20$ dB.	190
81	P_D e P_F utilizando Bayes e <i>quanta</i> de ordem 1×4	192
82	P_D e P_F utilizando rede neural e <i>quanta</i> de ordem 1×4	192
83	P_D e P_F utilizando Bayes e <i>quanta</i> de ordem 4×4	193
84	P_D e P_F utilizando rede neural e <i>quanta</i> de ordem 4×4	193
85	P_D e P_F utilizando Bayes e <i>quanta</i> de ordem 8×4	194
86	P_D e P_F utilizando rede neural e <i>quanta</i> de ordem 8×4	194

87	Comparação dos <i>quanta</i> em função de P_D e P_F para DFT.	195
88	Comparação dos <i>quanta</i> em função de P_D e P_F para DFT.	195
89	Comparação dos <i>quanta</i> em função de P_D e P_F para DHT.	196
90	Comparação dos <i>quanta</i> em função de P_D e P_F para DHT.	196
91	Comparação dos <i>quanta</i> em função de P_D e P_F para MCLT.	197
92	Comparação dos <i>quanta</i> em função de P_D e P_F para MCLT.	197
93	Comparação dos <i>quanta</i> em função de P_D e P_F para MTM.	198
94	Comparação dos <i>quanta</i> em função de P_D e P_F para MTM.	198
95	Comparação dos <i>quanta</i> em função de P_D e P_F para HMTM.	199
96	Comparação dos <i>quanta</i> em função de P_D e P_F para HMTM.	199
97	Espectrograma do sinal capitado pela antena na localidade A	201
98	Espectrograma do sinal capitado pela antena na localidade B	201
99	Espectrograma do sinal capitado pelo cabo na localidade A	202
100	Espectrograma do sinal capitado pelo cabo na localidade B	202
101	Desempenho do CPLC para monitoramento na localidade A com $\Psi_{1 \times 4}$	204
102	Desempenho do CPLC para monitoramento na localidade A com $\Psi_{1 \times 8}$	204
103	Desempenho do CPLC para monitoramento na localidade A com $\Psi_{4 \times 4}$	205
104	Desempenho do CPLC para monitoramento na localidade A com $\Psi_{4 \times 8}$	205
105	Desempenho do CPLC para monitoramento na localidade A com $\Psi_{8 \times 4}$	206
106	Desempenho do CPLC para monitoramento na localidade A com $\Psi_{8 \times 8}$	206
107	Desempenho do CPLC para monitoramento na localidade B com $\Psi_{1 \times 4}$	207
108	Desempenho do CPLC para monitoramento na localidade B com $\Psi_{1 \times 8}$	207
109	Desempenho do CPLC para monitoramento na localidade B com $\Psi_{4 \times 4}$	208
110	Desempenho do CPLC para monitoramento na localidade B com $\Psi_{4 \times 8}$	208
111	Desempenho do CPLC para monitoramento na localidade B com $\Psi_{8 \times 4}$	209
112	Desempenho do CPLC para monitoramento na localidade B com $\Psi_{8 \times 8}$	209

113	Cooperação para monitoramento na localidade B com $\Psi_{1 \times 4}$	210
114	Cooperação para monitoramento na localidade B com $\Psi_{1 \times 8}$	210
115	Cooperação para monitoramento na localidade B com $\Psi_{4 \times 4}$	211
116	Cooperação para monitoramento na localidade B com $\Psi_{4 \times 8}$	211
117	Cooperação para monitoramento na localidade B com $\Psi_{8 \times 4}$	212
118	Cooperação para monitoramento na localidade B com $\Psi_{8 \times 8}$	212
119	Comparação dos <i>quanta</i> usando detector de Bayes para sinal captado na localidade A usando antena.	213
120	Comparação dos <i>quanta</i> usando detector de Bayes para sinal captado na localidade A usando cabo.	213
121	Comparação dos <i>quanta</i> usando detector RNA para sinal captado na localidade A usando antena.	214
122	Comparação dos <i>quanta</i> usando detector RNA para sinal captado na localidade A usando cabo.	214

Lista de Tabelas

1	Custo computacional.	82
2	Frequências de corte normalizadas das subfaixas filtradas por $h[n]$	97
3	Frequências de corte normalizadas das subfaixas filtradas por $h[n]$	100

Abreviaturas

ADC:	<i>Analog to Digital Converter</i>
AHMTM:	<i>Adaptive Hartley Multitaper Method</i>
AMTM:	<i>Adaptive Multitaper Method</i>
AI-WDHT	<i>Abatzoglou Interpolator - Warped Discrete Hartley Transform</i>
AI-WMCLT	<i>Abatzoglou Interpolator - Warped Modulated Complex Lapped Transform</i>
AM:	<i>Amplitude Modulation</i>
AMI:	<i>Advanced Metering Infrastructure</i>
AMR:	<i>Automatic Meter Reading</i>
ANATEL:	Agência Nacional de Telecomunicações
ANEEL:	Agência Nacional de Energia Elétrica
ANSI:	<i>American National Standards Institute</i>
AR:	<i>Autoregressive Model</i>
ARIB:	Association of Radio Industry and Business
ARMA:	<i>Autoregressive Moving Average Model</i>
AWGN:	<i>Additive White Gaussian Noise</i>
AWHMTM:	<i>Adaptive Warped Hartley Multitaper Method</i>
AWMTM:	<i>Adaptive Warped Multitaper Method</i>
ASK:	<i>Amplitude Shift-Keying</i>
AT:	Alta Tensão
BB:	<i>Broad Band</i>
BT:	Baixa Tensão
CENELEC:	<i>Comité Européen de Normalisation Electrotechnique</i>
CDF:	<i>Cumulative Density Function</i>

CL: Cramer-Loève
CPLC: *Cognitive Power Line Communication*
CR: *Cognitive Radio*
CRLB: *Cramer-Rao Lower Bound*
CWT: *Continuous Wavelet Transform*
DAC: *Digital to Analog Converter*
DCT: *Discrete Cosine Transform*
DFT: *Discrete Fourier Transform*
DHT: *Discrete Hartley Transform*
DPSS: *Discrete Prolate Spheroidal Sequences*
DSL: *Digital Subscriber Line*
DSM: *Demand Side Management*
DSP: *Digital Signal Processor*
DST: *Discrete S Transform*
DTFT: *Discrete-Time Fourier Transform*
DTWST: *Discrete-Time Warped S Transform*
DWVD: *Discrete Wigner-Ville Distribution*
ESD: *Energy Spectral Density*
ETSI: *European Telecommunications Standards Institute*
FDR: *Fisher Determinant Ratio*
HF: *High Frequency*
HMTM: *Hartley Multitaper Method*
HOS: *High Order Statistics*
WDST: *Warped Discrete S Transform*
EO2: *Estatística de Segunda Ordem*
EQM: *Erro Quadrático Médio*
FCC: *Federal Communications Commission*
FFT: *Fast Fourier Transform*
FIR: *Finite Impulse Response*
FM: *Frequency Modulation*
GPS: *Global Position System*
HAN: *Home Area Network*

IEC: *International Electrotechnical Commission*
IEEE: *Institute of Electrical and Electronics Engineers*
IID: Independente e Identicamente Distribuído
ITU - R: *International Telecommunications Union - Radio Standardization Sector*
ITU: *International Telecommunications Union*
KL: Karhunen-Loève
KLT: *Karhunen-Loève Transform*
LF: *Low Frequency*
MA: *Moving Average Model*
MCLT: *Modulated Complex Lapped Transform*
MI-WDFT *Macleod Interpolator - Warped Discrete Fourier Transform*
MLP: *Multi Layer Perceptron*
MLT: *Modulated Lapped Transform*
MSE: *Mean Square Error*
MT: Média Tensão
MTM: *Multitaper Method*
NB: *Narrow Band*
OFCOM: *Office of Communications*
OFDM: *Orthogonal Frequency Division Multiplexing*
PCA: *Principal Component Analysis*
PDF: *Probability Density Function*
PLC: *Power Line Communication*
PSD: *Power Spectral Density*
QAM: Quadrature Amplitude Modulation
REI: Rede Elétrica Inteligente
RF: Rádio Frequência
RNA: Rede Neural Artificial
RKRL: *Radio Knowledge Representation Language*
SDR: *Software-Defined Radio*
SEP: Sistema Elétrico de Potência
SNR: *Signal-to-Noise Ratio*
SSS: *Strict-Sense Stationary*

STDFT: *Short-Time Discrete Fourier Transform*
STDHT: *Short-Time Discrete Hartley Transform*
STFT: *Short-Time Fourier Transform*
STHMTM: *Short-Time Hartley Multitaper Method*
STMCLT: *Short-Time Modulated Complex Lapped Transform*
STMTM: *Short-Time Multitaper Method*
TF: *Time-Frequency*
TFDS: *Time-Frequency Distribution Series*
TVWS: *TV White Space*
UHF: *Ultra High Frequency*
UNB: *Ultra Narrow Band*
UP: *Usuário Primário*
UPA: *Universal Powerline Association*
US: *Usuário Secundário*
VDLS: *Very-high-bit-rate Digital Subscriber Line*
VHF: *Very High Frequency*
WDFT: *Warped Discrete Fourier Transform*
WDHT: *Warped Discrete Hartley Transform*
WHMTM: *Warped Hartley Multitaper Method*
WMCLT: *Warped Modulated Complex Lapped Transform*
WMTM: *Warped Multitaper Method*
WSS: *Wide-Sense Stationary*
WTFDS: *Warped Time-Frequency Distribution Series*
WVD: *Wigner-Ville Distribution*
W-WVD: *Warped Wigner-Ville Distribution*
ZF: *Zero Forcing*

Símbolos

$x(t)$	Sinal de tempo contínuo
\mathbb{R}	Conjunto dos números reais
t	Variável tempo contínuo
E_x	Energia do sinal x
i	Constante complexa $i \triangleq \sqrt{-1}$
Ω	Frequência em radianos por segundo
$X(i\Omega)$	Transformada de Fourier do sinal $x(t)$
T_0	Período da componente fundamental
P_x	Potência do sinal x
k	Índice da frequência discreta
\mathbb{Z}	Conjunto dos números inteiros
C_k	Amplitude da k -ésima componente harmônica
$\delta(t)$	Função delta de Dirac
$X(e^{i\omega})$	Transformada de Fourier de tempo discreto do sinal $x(t)$
ω	Frequência normalizada em radianos por amostra
n	Índice do tempo discreto
$x[n]$	Sinal no domínio do tempo discreto
f	Frequência em Hertz
f_s	Frequência de amostragem em Hertz
$x_s(t)$	Sinal no tempo contínuo formado por uma sequência de impulsos
T_s	Período de amostragem
$X_s(i\Omega)$	Transformada de Fourier do sinal $x_s(t)$
$x_p(t)$	Sinal periódico de tempo contínuo

$x_{ps}(t)$	Sinal periódico amostrado por uma sequência de impulsos
N	Número de pontos da transformada
\mathbb{N}	Conjunto dos números naturais
$x_p[n]$	Sinal periódico de tempo discreto
$y[n]$	Sinal de tempo discreto corrompido por ruído aditivo
$x[n]$	Sinal de tempo discreto sem ruído aditivo
$w[n]$	Ruído aditivo de tempo discreto
A	Amplitude do sinal monocomponente
ϕ	Fase em radianos do sinal monocomponente
f_0	Frequência fundamental em Hertz
$X[\xi, n]$	Processo estocástico no tempo discreto
X_0	Variável aleatória
$F_{X_0, \dots, X_k}(\cdot, \dots, \cdot)$	Função de distribuição cumulativa conjunta
$f_{X_0, \dots, X_k}(\cdot, \dots, \cdot)$	Função densidade de probabilidade conjunta
$f_X(x)$	PDF da variável aleatória X
m_X	Média estatística da variável aleatória X
$R(\tau)$	Função de autocorrelação
$S_x(f)$	Densidade espectral de potência do processo x
$X_{DFT}[k]$	k -ésima amostra da DFT do sinal $x[n]$
$X_{DHT}[k]$	k -ésima amostra da DHT do sinal $x[n]$
$X_{MCLT}[k]$	k -ésima amostra da MCLT do sinal $x[n]$
$cas(\cdot)$	Função definida por $cas(\cdot) \triangleq \cos(\cdot) + \sin(\cdot)$
$\text{Re}\{\cdot\}$	Operador que extrai a parte real do argumento complexo
$\text{Im}\{\cdot\}$	Operador que extrai a parte imaginária do argumento complexo
$\{x[n]\}_{n=0}^{N-1}$	Sequência finita de N amostras
$h[n]$	Resposta ao impulso do filtro passa-baixa
$X(z)$	Transformada z da sequência $\{x[n]\}_{n=0}^{N-1}$
z	Variável complexa da transformada z
ω_k	Frequência normalizada em radianos por amostra ($\omega_k \triangleq 2\pi k/N$)
\mathbf{T}_V	Matriz de Vandermonde
\mathbf{x}	Vetor de amostras no domínio do tempo
$\bar{\mathbf{x}}$	Vetor de amostras no domínio da frequência

$\bar{X}(z)$	Transformada z modificada da sequência $\{x[n]\}_{n=0}^{N-1}$
$B(z)$	Filtro passa-tudo de primeira ordem
a	Parâmetro <i>warped</i> ($a \triangleq \alpha e^{i\varphi}$)
α	Nível de concentração dos tons
φ	Frequência de concentração dos tons
ϖ	Frequência <i>warped</i> normalizada
$F_k(z)$	k -ésima função de transferência
θ	Ângulo em radianos
ϖ_k	Frequência <i>warped</i> normalizada em radianos por amostra ($\varpi_k \triangleq 2\pi k/N$)
$X_{WDFT}[k]$	k -ésima amostra da WDFT do sinal $x[n]$
$X_{WDHT}[k]$	k -ésima amostra da WDHT do sinal $x[n]$
$X_{WMCLT}[k]$	k -ésima amostra da WMCLT do sinal $x[n]$
σ_w^2	Variância do ruído $w[n]$
$T\{\cdot\}$	Transformada tempo em frequência genérica
Δ	Desvio da frequência devido à discretização
$\hat{\Delta}$	Estimativa do desvio da frequência Δ
r_e	Referência do método de interpolação MI
$C_m[n]$	Sequência utilizada pelo interpolador MI
ω_1	Frequência em radianos do sinal monocomponente
$\hat{\omega}_1$	Estimativa da frequência ω_1
m	Índice da frequência discreta associado ao valor de pico
$\arg \max_p \{\cdot\}$	Retorna o índice p que maximiza o argumento
\mathbb{C}	Conjunto dos números complexos
$Y_T[k]$	k -ésima amostra da transformada $T\{y[n]\}$
$\hat{\Delta}_c$	Estimativa empírica do desvio de frequência
$Y_{DFT}[k]$	k -ésima amostra da DFT do sinal $y[n]$
$T_W^a\{\cdot\}$	Transformada <i>warped</i> genérica
$Y_{WT}[k]$	k -ésima amostra da transformada <i>warped</i> $T_W^a\{y[n]\}$
s	Índice de iteração de algoritmo
$\tilde{\omega}_1$	Estimativa final da frequência ω_1
$\bar{\Upsilon}$	Conjunto dos intervalos de frequências
ξ_j	j -ésimo par frequências discretas

$\bar{\Gamma}$	Conjunto de índices de frequências
$\bar{\Omega}$	Conjunto das frequências estimadas
\bar{k}_j	Índice do pico associado à $T\{\cdot\}$ no intervalo ξ_j
$\bar{\bar{k}}_j$	Índice do pico associado à $T_W^a\{\cdot\}$ no intervalo ξ_j
$\hat{S}(e^{i\omega})$	Estimativa da PSD utilizando a DTFT
$X_q(e^{i\omega})$	DTFT da q -ésima amostra do sinal $x[n]$
W_x	Largura de banda em radianos do sinal $x[n]$
$\hat{S}_j(e^{i\omega})$	j -ésimo autoespectro
$U_j(e^{i\omega})$	DTFT da janela de Slepian $\{u_j[n]\}_{n=0}^{N-1}$
\mathbf{u}_j	Vetor formado pelas amostras da sequência $\{u_j[n]\}_{n=0}^{N-1}$
\mathbf{a}	Vetor com as componentes senoidais complexas
\mathbf{A}	Matriz quadrada
J	Número de sequências de Slepian
C_0	Parâmetro da relação variância e polarização
$d_j(e^{i\omega})$	j -ésimo peso do estimados adaptativo
$\bar{S}(e^{i\omega})$	Estimativa da PSD usando MTM
λ_j	j -ésimo autovalor associado ao autoespectro $\hat{S}_j(e^{i\omega})$
Ω_s	Frequência de amostragem em radianos por segundo
$H_j(z)$	j -ésima função de transferência do filtro
$H_{BP}^j(e^{i\omega})$	resposta em frequência do j -ésimo filtro
M	Fator de dizimação inteiro
ς	Variável aleatória uniforme no intervalo $-0,5 < \varsigma < 0,5$
ν	Variável aleatória uniforme no intervalo $-0,5 < \nu < 0,5$
$\bar{\omega}$	Frequência em radianos por amostra normalizada por π ($\bar{\omega} \triangleq \omega/\pi$)
$\bar{\omega}_{ci}$	Frequência de corte inferior
$\bar{\omega}_{cs}$	Frequência de corte superior
Δt	Resolução no tempo
$\Delta\Omega$	Resolução em frequência
μ_t	Tempo médio do sinal
μ_Ω	Frequência média do sinal
X_k	k -ésimo coeficiente da expansão KL
$\phi_k(t)$	k -ésima função de base da expansão KL

\mathbf{P}	Matriz de transformação KL
Φ_x	Matriz de covariância do processo \mathbf{x}
Λ	Matriz diagonal com autovalores de Φ_x
$\xi(f)$	Processo espectral
$S_{xx}(f_1, f_2)$	Espectro de Loève
$r_{xx}(t_1, t_2)$	Autocorrelação em instantes distintos
$r_{xx}(t, \tau)$	Autocorrelação em função do atraso
$P_x(t, \Omega)$	Distribuição conjunta de energia do sinal $x(t)$
$T_{t,\Omega}\{\cdot\}$	Transformada tempo-frequência
$G_{n,k}$	Coefficiente de Gabor
$\phi(\theta, \tau)$	<i>Kernel</i> da distribuição de Cohen
$CD_x(t, \Omega)$	Distribuição de Cohen do sinal $x(t)$
$WVD_x(t, \Omega)$	Distribuição de Wigner-Ville do sinal $x(t)$
$TFDS_x^D(t, \Omega)$	Distribuição de Chen-Qian do sinal $x(t)$
D	Número de elementos cruzados presentes na distribuição TFDS
$WV_x(n, \omega)$	Distribuição de WV de tempo discreto
$K_e[\cdot]$	<i>Kernel</i> da distribuição WV
$H\{\cdot\}$	Transformada de Hilbert
$DWV_x[n, \omega]$	Distribuição WV discreta
$K_m[\cdot]$	Extensão periódica do <i>kernel</i> de WV
$WDWV_x[0, \varpi_k]$	Distribuição WV <i>warped</i> do sinal $x[n]$
$G_x[n, k]$	Aproximação dos coeficientes de Gabor
$G_x^a[n, k]$	Aproximação dos coeficientes de Gabor usando WDFT
$WTFDS_x^0[\cdot, \cdot]$	TFDS <i>warped</i> de ordem $D = 0$
$h_g(t)$	Janela Gaussiana de tempo contínuo
$H_g(i\Omega)$	Transformada de Fourier da janela Gaussiana
Δt_g	Resolução no tempo da janela Gaussian
$\Delta \Omega_g$	Resolução na frequência da janela Gaussian
$GS_x(t, \Omega)$	Espectrograma de Gabor do sinal $x(t)$
$\Delta t_{WVD_{h_g}}$	Resolução no tempo da WVD da janela Gaussiana
$\Delta \Omega_{WVD_{h_g}}$	Resolução na frequência da WVD da janela Gaussiana
\mathbf{Y}	Matriz dos sinal com ruído

\mathbf{X}	Matriz do sinal sem ruído
\mathbf{W}	Matriz do ruído aditivo
y_d	d -ésima realização do sinal $y[n]$
x_d	d -ésima realização do sinal $x[n]$
w_d	d -ésima realização do ruído $w[n]$
$\bar{\mathbf{Y}}$	Matriz do sinal $y[n]$ no domínio TF
$\bar{\mathbf{X}}$	Matriz do sinal $x[n]$ no domínio TF
$\bar{\mathbf{W}}$	Matriz do ruído $w[n]$ no domínio TF
\odot	Operador de Hadamard
\mathbf{S}_y^T	Espectrograma do sinal $y[n]$ obtido com a transformada $T\{\cdot\}$
$\mathbf{A}_{N \times N}^T$	Matriz da transformada $T\{\cdot\}$ de ordem N
$a_T[k, n]$	Elemento da matriz $\mathbf{A}_{N \times N}^T$
$\mathbf{ABS}(\cdot)$	Retorna a matriz de entrada com os valores absolutos
$\Lambda_{N \times N}^{\mathbf{u}_k}$	Matriz diagonal com o vetos \mathbf{u}_k
$CWT(t, f)$	Transforma de <i>wavelet</i> contínua
$\psi(t)$	<i>Wavelet</i> mãe
$g(t, f)$	Função Gaussiana da transformada S
$S(t, f)$	Espectrograma obtido com a transformada S
$W(t, f)$	Transforma wavelet do $\psi(t)$
β	Distorção <i>warped</i> não linear
β_d	Distorção <i>warped</i> não linear discreta
\mathcal{H}_0	Hipótese de faixa livre
\mathcal{H}_1	Hipótese de faixa ocupada
$\hat{\theta}$	Estado da faixa do espectro
γ	Relação sinal ruído
$f_{E_y}(\cdot)$	PDF da energia do sinal $y[n]$
$\Gamma(\cdot)$	Função gama
$\Gamma(\cdot, \cdot)$	Função gama incompleta
λ	Limiar de detecção
P_F	Probabilidade de falso alarme
P_D	Probabilidade de detecção
$Q_M(\cdot)$	Função Q de Marcun

$R_y^\alpha(\tau)$	α -ésimo coeficiente da série de Fourier de $R_y(\tau)$
α_0	Frequência cíclica fundamental
$p[n]$	Sequência piloto
α_d	Desvanecimento
σ_p^2	Variância do sinal piloto
$\widehat{\mathbf{R}}_y$	Estimativa estocástica da matriz covariância de \mathbf{y}
\mathbf{R}_s	Matriz de autocovariância de \mathbf{s}
\mathbf{I}_M	Matriz identidade de ordem N
μ_{\max}	Maior autovalor da matriz $\widehat{\mathbf{R}}_y$
μ_{\min}	Menor autovalor da matriz $\widehat{\mathbf{R}}_y$
$\phi_s(\cdot)$	<i>Wavelet</i> mãe parametrizada por s
$\widehat{W}_y(\cdot, \cdot)$	Convolução de $\phi_s(\cdot)$ e $\widehat{S}_y(e^{i\omega})$
$\widehat{\gamma}_k$	Estimativa da SNR na k -ésima subfaixa do espectro
$y_a(t)$	Sinal na saída da antena
$y_c(t)$	Sinal na saída do acoplador do cabo de energia
$w_a(t)$	Ruído aditivo proveniente da antena
$w_c(t)$	Ruído aditivo proveniente do cabo
K_a	Números de UPs no espectro monitorado pela antena
K_c	Números de UPs no espectro monitorado pelo cabo
$s_k(t)$	Sinal do k -ésimo UP
$\Psi_{\mathbf{Y}}$	Espectrograma do sinal $y[n]$
$\Psi_{\mathbf{Y}}^q$	q -ésimo <i>quantum</i> do espectrograma $\Psi_{\mathbf{Y}}$
\mathcal{T}	Conjunto dos elementos sensores do espectro
\mathcal{R}	Cardinalidade do conjunto \mathcal{T}
\mathcal{T}_r	r -ésimo elemento do conjunto \mathcal{T}
\mathcal{A}	Conjunto das matrizes de transformação tempo em frequência
\mathcal{V}	Cardinalidade do conjunto \mathcal{A}
\mathcal{A}_v	v -ésimo elemento do conjunto \mathcal{A}
\mathcal{Q}	Conjunto das dimensões dos <i>quanta</i>
\mathcal{G}	Cardinalidade do conjunto \mathcal{Q}
\mathcal{Q}_g	g -ésimo elemento do conjunto \mathcal{Q}
Υ	Conjunto das técnicas de extração e seleção de características

\mathcal{Z}	Cardinalidade do conjunto Υ
Υ_z	z -ésimo elemento do conjunto Υ
\mathcal{D}	Conjunto dos detectores
\mathcal{B}	Cardinalidade do conjunto \mathcal{D}
\mathcal{D}_b	b -ésimo elemento do conjunto \mathcal{D}
\mathcal{O}	Conjunto das complexidades computacionais de cada técnica CPLC
Ξ	Cardinalidade do conjunto \mathcal{O}
\mathcal{O}_ξ	ξ -ésimo elemento do conjunto \mathcal{O}
\mathbf{r}_q	Vetor de características do q -ésimo <i>quanta</i>
$c_{2,\mathbf{r}_q}[\cdot]$	Cumulantes de segunda ordem do vetor \mathbf{r}_q
$c_{3,\mathbf{r}_q}[\cdot]$	Cumulantes de terceira ordem do vetor \mathbf{r}_q
$c_{4,\mathbf{r}_q}[\cdot]$	Cumulantes de quarta ordem do vetor \mathbf{r}_q
$\widehat{c}_{2,\mathbf{r}_q}[\cdot]$	Estimativa estocástica de $c_{2,\mathbf{r}_q}[\cdot]$ de ordem $N/2$
$\widehat{c}_{3,\mathbf{r}_q}[\cdot]$	Estimativa estocástica de $c_{3,\mathbf{r}_q}[\cdot]$ de ordem $N/2$
$\widehat{c}_{4,\mathbf{r}_q}[\cdot]$	Estimativa estocástica de $c_{4,\mathbf{r}_q}[\cdot]$ de ordem $N/2$
$\widetilde{c}_{2,\mathbf{r}_q}[\cdot]$	Estimativa estocástica de $c_{2,\mathbf{r}_q}[\cdot]$ de ordem N
$\widetilde{c}_{3,\mathbf{r}_q}[\cdot]$	Estimativa estocástica de $c_{3,\mathbf{r}_q}[\cdot]$ de ordem N
$\widetilde{c}_{4,\mathbf{r}_q}[\cdot]$	Estimativa estocástica de $c_{4,\mathbf{r}_q}[\cdot]$ de ordem N
\mathbf{y}_q	Vetor formado pelas colunas concatenadas de $\Psi_{\mathbf{Y}}^q$
$\text{mod}(\cdot)$	Função <i>modulus</i>
μ_y	Valor médio da sequência $\{y[n]\}$
$\gamma_{3,y}$	<i>Skewness</i> da sequência $\{y[n]\}$
$\kappa_{4,y}$	<i>Kurtoses</i> da sequência $\{y[n]\}$
$E_{\Psi_{\mathbf{Y}}^q}$	Energia do quantum $\Psi_{\mathbf{Y}}^q$
\mathbf{r}_q	Vetor de características extraídas do q -ésimo <i>quantum</i>
\mathbf{j}_c	Vetor razão discriminante de Fisher
L_f	Número de características extraídas do <i>quantum</i>
$\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$	Distribuição normal de média μ e variância σ^2
$\mathbf{K}_{\mathbf{r}_q}$	Matriz de covariância do vetor \mathbf{r}_q
$f_{\mathbf{r}_q \mathcal{H}_0}(\boldsymbol{\alpha})$	PDF conjunta de \mathbf{r}_q para hipótese \mathcal{H}_0
$f_{\mathbf{r}_q \mathcal{H}_1}(\boldsymbol{\alpha})$	PDF conjunta de \mathbf{r}_q para hipótese \mathcal{H}_1
Θ	Número de <i>quanta</i> analisados na estimação

\mathbf{g}_q	Vetor de característica com dimensionalidade reduzida
$S_{\max \mathbf{j}_c}^\rho \{\cdot\}$	Retorna os ρ maiores valores de \mathbf{j}_c
\mathbf{f}_a	Vetor de características selecionadas obtidas pela antena
\mathbf{f}_c	Vetor de características selecionadas obtidas pelo cabo
\mathbf{f}_{ca}	Concatenação dos vetores \mathbf{f}_c e \mathbf{f}_a
\mathbf{f}_q	Vetor de características selecionadas do $\Psi_{\mathbf{Y}}^q$
$P(\mathcal{H}_0)$	Probabilidade a <i>priori</i> da hipótese \mathcal{H}_0
$P(\mathcal{H}_1)$	Probabilidade a <i>priori</i> da hipótese \mathcal{H}_1
$P(\mathcal{H}_0 \mathbf{f}_q)$	Probabilidade condicional a posteriori de \mathcal{H}_0
$P(\mathcal{H}_1 \mathbf{f}_q)$	Probabilidade condicional a posteriori de \mathcal{H}_1
$p(\mathbf{f}_q)$	PDF conjunta de \mathbf{f}_q
$\Phi_{\mathbf{f}_q}$	Matriz de autocovariância de \mathbf{f}_q
$\mathbf{u}_{\mathcal{H}_j}$	Vetor média de \mathbf{f}_q associados a \mathcal{H}_j
ρ	Número de amostras do vetor usado na detecção
$f_a(\cdot)$	Função de ativação da RNA
$\mathbf{z}(q)$	Domínio da função de ativação para o q -ésimo <i>quantum</i>
$\mathbf{A}_{in}(q)$	Matriz de pesos sinápticos de entrada da RNA
$\mathbf{B}_{out}(q)$	Matriz de pesos sinápticos de saída da RNA
L_N	Número de neurônios da RNA
$[\cdot]^T$	Operador transposto
$\{\cdot\}^*$	Operador conjugado do argumento
$[\cdot]^\dagger$	Operador Hermitiano
$E\{\cdot\}$	Operador esperança
$\arg\{\cdot\}$	Operador que retorna o ângulo do argumento

Sumário

1	Introdução	34
1.1	Objetivos	36
1.2	Estrutura da Tese	37
2	Mapeamento Tempo em Frequência: Sinais Estacionários	40
2.1	Introdução	40
2.2	Análise Espectral de Sinais Determinísticos	42
2.2.1	<i>Transformada de Fourier</i>	43
2.2.2	<i>Série de Fourier</i>	43
2.2.3	<i>Transformada de Fourier no Tempo Discreto</i>	44
2.2.4	<i>Transformada Discreta de Fourier</i>	46
2.3	Análise Espectral de Processos Estocásticos	48
2.3.1	<i>Processo Estocástico</i>	48
2.3.2	<i>Processo Independente e Identicamente Distribuído</i>	49
2.3.3	<i>Processo Estocástico Estacionário</i>	50
2.3.4	<i>Processo Ergódico</i>	50
2.3.5	<i>Densidade Espectral de Potência</i>	51
2.4	Outras Transformadas	51
2.4.1	<i>Transformada Discreta de Hartley</i>	51

2.4.2	<i>Transformada Discreta Lapped Complexa Modulada</i>	53
2.5	Transformadas Discretas Baseadas no Mapeamento Warped	53
2.5.1	<i>Transformada Warped Discreta de Fourier</i>	54
2.5.2	<i>Proposição de Transformada Warped Discreta de Hartley</i>	57
2.5.3	<i>Proposição da Transformada Warped Lapped Complexa Modulada</i>	60
2.6	Técnicas para Estimção de Frequência em Sinais Monocomponentes	61
2.6.1	<i>Estimção de Frequência Usando DFT e Interpolação</i>	63
2.6.2	<i>Estimção de Frequência Usando WDFT</i>	64
2.6.3	<i>Proposição de Novas Técnicas para Estimção de Frequência</i>	65
2.6.4	<i>Procedimento para Estimção de Frequências em Sinais Multicomponentes</i> ...	67
2.7	Técnicas de Estimção da PSD	69
2.7.1	<i>Periodograma</i>	69
2.7.2	<i>Multitaper Method</i>	71
2.7.3	<i>Proposição do Hartley Multitaper Method</i>	75
2.8	Técnicas de Estimção da PSD Baseadas em Transformadas Warped	76
2.8.1	<i>Warped MTM</i>	77
2.8.2	<i>Warped Hartley MTM</i>	78
2.9	Proposição de Estrutura em Banco de Filtros para Estimção da PSD	79
2.10	Avaliação do Custo Computacional das Técnicas Propostas.....	81
2.11	Resultados Numéricos	84
2.11.1	<i>Avaliação Qualitativa das Técnicas de Estimção de Frequência</i>	84
2.11.2	<i>Avaliação Quantitativa das Técnicas de Estimção de Frequência</i>	87
2.11.3	<i>Estimção de PSD em Sinais Multicomponentes</i>	96
2.11.4	<i>Estimção de PSD em Sinais Multicomponentes Utilizando Transformadas warped</i>	100
2.12	Sumário	101

3	Análise Tempo-Frequência: Sinais Não Estacionários	102
3.1	Introdução	102
3.2	Princípio da Incerteza de Heisenberg-Gabor	103
3.3	Análise Espectral de Processos Não Estacionários	105
3.4	Análise TF: Distribuição de Energia	108
3.4.1	<i>Expansão em Série de Gabor</i>	109
3.4.2	<i>Distribuição de Cohen</i>	110
3.4.3	<i>Distribuição Wigner-Ville</i>	111
3.4.4	<i>Distribuição TFDS</i>	112
3.4.5	<i>Proposição de Transformada Warped-WVD</i>	114
3.4.6	<i>Proposição de Transformada Warped-TFDS</i>	116
3.5	Análise TF: Transformadas Lineares	117
3.5.1	<i>Transformada Gabor</i>	117
3.5.2	<i>Formulação Matricial do Mapeamento TF</i>	121
3.6	Transformada S (ST)	126
3.6.1	<i>Proposição de Transformada S Discreta</i>	129
3.7	Proposição de Transformada <i>Warped S</i> Discreta	130
3.8	Resultados Numéricos: Análise Qualitativa TF	132
3.8.1	<i>Mapeamento TF</i>	132
3.8.2	<i>Mapeamento TF utilizando as técnicas Warped</i>	143
3.9	Sumário	146
4	<i>Cognitive Power Line Communication</i>	148
4.1	Introdução aos <i>Smart Grid</i>	148
4.2	<i>Power Line Communications</i> em <i>Smart Grid</i>	151
4.3	Rádios Cognitivos: Fundamentos e Tendências	154
4.4	Revisão das Técnicas de Monitoramento Utilizadas em CR	158

4.4.1	<i>Energia</i>	158
4.4.2	<i>Cicloestacionaridade</i>	160
4.4.3	<i>Filtro Casado</i>	161
4.4.4	<i>Covariância</i>	163
4.4.5	Wavelets	164
4.5	O que é o CPLC?	166
4.6	Monitoramento Espectral para CPLC: Formulação do Problema	174
4.6.1	<i>Extração de Características</i>	179
4.6.1.1	Estatística de Ordem Superior - EOS	180
4.6.1.2	<i>Skewness</i>	181
4.6.1.3	<i>Kurtosis</i>	181
4.6.1.4	Energia	182
4.6.2	<i>Seleção de Características</i>	182
4.6.3	<i>Cooperação Cabo e Antena</i>	183
4.6.4	<i>Detecção</i>	184
4.6.4.1	Detector de Bayes.....	185
4.6.4.2	Rede Neural <i>Multi-Layer Perceptron</i> (MLPNN)	186
4.7	Resultados	187
4.7.1	<i>Dados Sintéticos</i>	189
4.7.2	<i>Dados de Medição</i>	200
4.8	Sumário	215
5	Conclusões	216
5.1	Trabalhos Futuros.....	218
	Referências	220

Introdução

As técnicas de processamento de sinais, em geral, são aplicadas para extrair informações dos sinais que muitas vezes estão ocultas a uma simples avaliação visual no domínio do tempo. De fato, a partir do trabalho seminal de Joseph Fourier sobre a teoria de propagação de calor, demonstrou-se que os sinais periódicos no domínio do tempo poderiam ser representados por um somatório de funções senoidais de amplitudes distintas e frequências inteiras, múltiplas da frequência fundamental do sinal original. Nascia ali os fundamentos do mapeamento de domínios entre o tempo e a frequência. Sabe-se que para um amplo conjunto de aplicações em que técnicas de processamento de sinais são empregadas na extração de informações, o sinal mapeado no domínio da frequência explicita de forma mais evidente as informações que se deseja.

A técnica clássica para mapeamento entre os domínios do tempo e da frequência é a transformada de Fourier, a qual se aplica a sinais determinísticos no domínio do tempo contínuo e energia limitada. Contudo, sabe-se que uma ampla gama de sinais são gerados por processos estocásticos, cuja forma de onda apresenta valores distintos para cada realização, o que inviabiliza a aplicação direta da transformada de Fourier para o mapeamento em frequência. Nestes casos, uma das possíveis abordagens utiliza ferramentas estatísticas, em que a transformada de Fourier é aplicada à função de autocorrelação do sinal, possibilitando o mapeamento do processo estocástico no domínio da frequência. Esta estratégia é eficaz para sinais cujas estatísticas são invariantes com o tempo, denominados sinais estacionários.

As técnicas de mapeamento entre os domínios tempo e frequência baseadas na transformada discreta de Fourier utilizam exponenciais complexas, cujas frequências inteiras são igualmente espaçadas sobre o círculo de raio unitário. Desta forma, para aumentar a

resolução no domínio da frequência, deve-se incrementar o número de amostras sobre o círculo de raio unitário. Isto pode ser obtido aumentando o número de amostras do sinal no tempo. Para tal, completa-se com zeros a sequência de amostras do sinal no domínio do tempo até obter o número desejado de amostras na frequência. Esse processo é conhecido como *zero padding*, cuja principal desvantagem é a elevada complexidade computacional em função do aumento no número de pontos computados pela transformada.

Para algumas aplicações, o conteúdo espectral de interesse encontra-se numa região de faixa estreita do espectro. Nestes casos, o mapeamento não linear das frequências discretas sobre o círculo de raio unitário é desejado, aumentando a resolução na faixa de interesse e diminuindo a resolução nas demais áreas do espectro. A contribuição seminal no sentido de mapear as amostras sobre o círculo de raio unitário de uma forma não uniforme foi apresentada em (OPPENHEIM; JOHNSON; STEIGLITZ, 1971).

O problema de estimação de frequência de sinais monocomponentes é um exemplo em que a resolução elevada numa faixa específica do espectro pode contribuir para reduzir a variância de estimação. A técnica de estimação de frequência proposta em (FRANZ; MITRA; DOBLINGER, 2003) é baseada no mapeamento não linear da frequência normalizada na frequência *warped*. Neste trabalho, a transformada *Warped-DFT* é a base do procedimento proposto para estimação de frequência com elevada precisão em condições de baixa relação sinal ruído, com reduzida complexidade computacional. Neste sentido, o presente trabalho propõe uma série de transformadas inéditas na literatura baseadas no mapeamento *warped* que, associadas a procedimentos de interpolação em frequência, deram origem a uma série de técnicas para estimação de frequência com reduzida complexidade computacional.

Por outro lado, a maioria dos sinais de interesse em Engenharia são não estacionários, ou seja, o conteúdo espectral dos sinais determinísticos e as estatísticas dos processos estocásticos são variantes no tempo. Portanto, a premissa da estacionaridade requerida na abordagem clássica que emprega a transformada de Fourier ou a autocorrelação não se aplica. Nestes casos, para explicitar o conteúdo espectral de sinais não estacionários utiliza-se a análise tempo-frequência (COHEN, 1989), em que o conteúdo espectral do sinal é representado no plano tempo-frequência. Por outro lado, uma abordagem estatística para explicitação espectral de processos aleatórios não estacionários é obtida utilizando a correlação em frequência do processo não estacionário, obtida a partir da representação espectral de Cràmer.

A fim de contornar a limitação do mapeamento em frequência de sinais não estacionários empregando a transformada de Fourier, utiliza-se a técnica de análise denominada

transformada de Fourier de tempo curto (*Short-Time Fourier Transform* - STFT). A STFT pode ser definida como a transformada de Fourier aplicada em janelas sobrepostas do sinal no domínio do tempo. Para cada janela, tem-se o mapeamento em frequência que representa o conteúdo espectral do sinal no intervalo de tempo das janelas utilizadas, formando assim o plano tempo-frequência. Para que se tenha um boa resolução no domínio do tempo, ou seja, sinais de energia de tempo limitado sejam detectados no domínio da frequência, uma pequena janela deverá ser empregada. Por outro lado, para janelas de tempo curto, obtém-se baixa resolução em frequência. Esse limitante da resolução tempo-frequência obedece ao princípio da incerteza de Heisenberg-Gabor (COHEN, 1994).

Uma das inúmeras aplicações das técnicas de mapeamento tempo-frequência sendo amplamente pesquisada nos últimos dez anos é o monitoramento do espectro para sistemas de comunicação cognitivo. Neste contexto, as técnicas de mapeamento tempo-frequência vêm sendo utilizadas em conjunto com técnicas de detecção para identificação dos buracos no espectro, termo empregado para classificar as faixas do espectro nas quais não se detecta a presença de sinais de comunicação. O processo de detecção das faixas livres de usuários do espectro e o acesso a essas faixas para transmissão de dados é denominado ciclo cognitivo. As primeiras propostas de comunicação cognitiva surgiram na área de comunicação sem fio, denominado rádio cognitivo (HAYKIN, 2005).

1.1 *Objetivos*

Os objetivos da presente tese são:

- i*) Derivar transformadas inéditas baseadas no mapeamento *warped* para explicitação do conteúdo espectral de sinais estacionário;
- ii*) Propor e avaliar quantitativamente novas técnicas de estimação de frequência em sinais monocomponentes, tendo como base as transformadas *warped*s propostas e as técnicas de interpolação em frequência revisadas na literatura;
- iii*) Propor e avaliar qualitativamente técnicas inéditas para estimação da densidade espectral de potência de sinais estacionários;
- iv*) Propor e avaliar qualitativamente técnicas inovadoras baseadas no mapeamento *warped* para explicitação no plano tempo-frequência do conteúdo espectral de sinais não estacionários;

- v) Propor e avaliar um amplo conjunto de técnicas de mapeamento tempo-frequência derivadas da STFT, buscando explicitar quais as técnicas são mais apropriadas ao contexto de sinais não estacionários, proporcionando melhor resolução tempo-frequência.
- vi) Propor, formular e avaliar o sistema de comunicação cognitiva utilizando a rede de energia elétrica como canal de comunicação, o chamando (*Cognitive Power Line Communication* - CPLC), composto por três blocos fundamentais: *i*) aquisição e mapeamento do sinal no domínio tempo-frequência; *ii*) seleção das regiões do espectro a serem monitoradas e a extração de características relevantes para classificação; *iii*) classificação das regiões como sendo ocupadas ou livres de sinais de comunicação, utilizando redes neurais artificiais e Bayes.

1.2 Estrutura da Tese

A tese está organizada em cinco capítulos, nos quais os tópicos relacionados à análise espectral de sinais estacionários e não estacionários com aplicações na estimação de frequência, estimação da densidade espectral de potência (PSD da sigla em Inglês) e no monitoramento do espectro do PLC cognitivo são apresentados, avaliados e discutidos. Uma breve descrição dos assuntos abordados em cada capítulo é apresentada na sequência:

- *Capítulo 1 Introdução:* neste capítulo é apresentado uma breve introdução aos temas estudados nessa tese. Sendo o escopo central as técnicas de processamento de sinais para análise espectral de sinais estacionários e não estacionários, assim como as aplicações das técnicas desenvolvidas na estimação de frequência, estimação da PSD e no monitoramento espectral no contexto CPLC. Ainda nesse capítulo são apresentados os objetivos do trabalho e um panorama da estrutura da tese;
- *Capítulo 2 Mapeamento Tempo em Frequência: Sinais Estacionários:* este capítulo aborda o problema da explicitação do conteúdo espectral de sinais estacionários. Inicialmente é apresentado uma revisão da literatura sobre as técnicas clássicas para explicitação do conteúdo espectral de sinais determinísticos e aleatórios. Na sequência são propostas técnicas inéditas baseadas no mapeamento *warped*. Balizado nas transformadas *warped* desenvolvidas, assim como no procedimento de estimação em frequência proposto em (FRANZ; MITRA; DOBLINGER, 2003) e nas técnicas de interpolação em frequência revisadas da literatura, são desenvolvidas novos procedimentos para estimação de frequência em sinais monocomponentes. Posteriormente,

baseados nas transformadas *warped*s propostas associadas a uma estrutura em banco de filtros, são apresentados procedimentos para estimação da PSD de sinais multicomponentes. Na sequência, uma avaliação da complexidade computacional das técnicas propostas é apresentada. Por fim, uma avaliação qualitativa das técnicas de estimação da PSD e uma avaliação quantitativa dos procedimentos para estimação de frequência são apresentadas;

- *Capítulo 3 Mapeamento Tempo-Frequência: Sinais Não Estacionários*: este capítulo aborda o problema da explicitação do conteúdo espectral de sinais não estacionários através do mapeamento tempo-frequência. O capítulo faz uma breve introdução ao princípio de incerteza de Heisenberg-Gabor que trata da relação entre a resolução no tempo e na frequência. Na sequência, são revisadas as principais técnicas de mapeamento tempo-frequência baseadas em distribuição bilinear. Neste contexto, são propostas duas técnicas inéditas baseadas no mapeamento *warped* e nas distribuições Wigner-Ville e *Time-Frequency Distribution Series* (TFDS). Na sequência são revisadas as técnicas de mapeamento tempo-frequência lineares, sendo formulada uma abordagem matricial para análise tempo-frequência empregando transformadas lineares. Posteriormente, é introduzido um caso particular das transformadas *wavelets*, denominada transformada *S*. Uma versão discretizada da transformada *S* é proposta, assim como uma versão da transformada *S* baseada no mapeamento *warped* da frequências. Por fim, as técnicas de mapeamento tempo-frequência bilineares, lineares e baseadas no mapeamento *warped* são avaliadas qualitativamente no que se refere à explicitação do conteúdo espectral de sinais sintéticos não estacionários;
- *Capítulo 4 Cognitive Power Line Communications*: neste capítulo o conceito de comunicação cognitiva através da rede de energia elétrica é proposto, formulado e avaliado. Uma breve revisão sobre *smart grid* e o papel do PLC cognitivo neste contexto são apresentados. Na sequência são estudadas as principais técnicas de monitoramento do espectro no contexto dos rádios cognitivos, além de uma análise crítica da aplicabilidade dessas técnicas para CPLC. Uma seção do capítulo é dedicada a conceituar o CPLC e a revisar os trabalhos existentes em que técnicas cognitivas para monitoramento do espectro são aplicadas no contexto PLC. Na sequência, o problema de monitoramento do espectro para CPLC é formulado. Simulações computacionais são realizadas utilizando dados de medição real e dados sintéticos para avaliar as taxas de detecção das técnicas propostas e estudadas;
- *Capítulo 5 Conclusões*: nesse capítulo são apresentadas as conclusões do trabalho

frente aos objetivos delineados, assim como apresentados alguns tópicos de pesquisas que poderão ser futuramente explorados, servindo como ponto de partida para pesquisadores interessados nesse nessa área.

Capítulo 2

Mapeamento Tempo em Frequência: Sinais Estacionários

2.1 Introdução

O objetivo de processar sinais digitais é extrair deles informações úteis. Entretanto, há uma série de etapas que devem ser executadas para que o sinal possa ser processado. Dentre essas etapas, as mais fundamentais são: *i*) sensoriamento através dos elementos transdutores; *ii*) condicionamento do sinal através dos filtros e amplificadores; *iii*) amostragem e quantização através dos conversores analógico-digital. Após essas três etapas, tem-se o sinal no domínio do tempo discreto, apropriado para ser processado. Contudo, na maioria das vezes, a informação que se busca não está explicitada no domínio do tempo e, portanto, obtê-la não é das tarefas mais simples. Na maioria dos casos, a informação que se busca é evidenciada no domínio da frequência. Há uma infinidade de aplicações em que o artifício matemático de mapear o sinal do domínio do tempo para o domínio da frequência é aplicado, dentre os quais destacam-se:

Comunicação : sistemas de comunicação utilizam mapeamento entre os domínios tempo e frequência e vice-versa para modulação (HWANG, 2009), equalização (HIROSAKI, 1980), sincronização (MORELLI; KUO; PUN, 2007), etc;

Manutenção Preditiva : mapeamento no domínio da frequência é empregado em manutenção preditiva através da identificação e acompanhamento de tendências de algumas componentes espectrais (BENBOUZID, 2000). O nível de potência dessas componentes espectrais estão correlacionados com o processo de desgastes e falhas específicas dos equipamentos eletrodinâmicos. Dentre as aplicações que utilizam o

mapeamento em frequência, destaca-se o monitoramento da corrente elétrica e de vibração, análise acústica e termográfica de grandes motores de indução;

Geofísica : extrair informação de sinais geofísicos é uma tarefa árdua, dado que os sinais capturados pelos elementos sensores são réplicas ruidosas do sinal transmitido, oriundas de reflexões em camadas estratificadas do subsolo há quilômetros de profundidade. Nesse contexto, técnicas de mapeamento entre os domínios tempo e frequência são empregadas para a deconvolução desses sinais e supressão do ruído, a fim de facilitar o trabalho de identificação e reconhecimento de regiões com reservas de hidrocarbonetos (TAKAHATA, 2012);

Astronomia : mapear sinais de luz no domínio da frequência é uma técnica largamente empregada pelos astrofísicos para identificar os elementos químicos presentes em planetas e estrelas, localizadas à longas distâncias do nosso sistema solar (DAVES; ABRAMS; BRAULT, 2001);

Biomédica : mapeamento entre os domínios tempo e frequência são empregados em sinais biomédicos para supressão de ruído, análise de eventos não estacionários, diagnóstico via análise de imagens, dentre outras aplicações (FONSECA PINTO, 2009).

A ferramenta clássica para evidenciar o conteúdo espectral de um sinal é a transformada de Fourier, desenvolvida a partir do trabalho seminal *Théorie Analytique de la Chaleur* publicado em 1822 por Joseph Fourier, no qual, para solucionar o problema de aproximação de funções na solução de equações diferenciais obtidas para o modelamento do fenômeno de condução de calor, foi proposta a aproximação de funções através do somatório de funções trigonométricas ortogonais, denominada, posteriormente, de série de Fourier.

Estimar com precisão a frequência de sinais senoidais monocomponentes, tais como sinais de tensão e corrente em sistemas de potência, é uma das diversas aplicações da análise espectral de sinais estacionário, com diversas técnicas documentadas na literatura (REZA; CIOBOTARU; AGELIDIS, 2014). Em geral, para atingir elevada resolução em frequência e, conseqüentemente, alta precisão, os estimadores de frequência empregam transformadas com grande número de pontos para mapear o sinal no domínio da frequência, o que implica em alto custo computacional. Desta forma, um dos objetivos desse capítulo é obter estimadores de frequência com elevada precisão, utilizando transformadas com reduzido número de pontos e, conseqüentemente, baixo custo computacional. Por outro lado, estimar o conteúdo espectral de sinais aleatórios, tais como os sinais gerados por sistemas de

comunicação, com baixa variância de estimação e reduzida perdas nos lóbulos laterais do espectro vem sendo investigado há anos (WELCH, 1967). Neste contexto, numa segunda etapa, o presente capítulo apresenta técnicas de estimação do conteúdo espectral de sinais aleatórios com reduzido número de amostras no tempo e na frequência, com baixa variância de estimação e reduzida polarização espectral.

O presente capítulo faz uma breve introdução ao problema de análise espectral aplicado a sinais estacionários. Três técnicas de mapeamento entre os domínios tempo e frequência são estudadas: *i*) a transformada de Fourier; *ii*) a transformada Hartley; *iii*) *Modulated Complex Lapped Transform* (MCLT). O problema de estimação de frequência é formulado. Uma revisão das principais técnicas de estimação de frequência baseadas em interpolação em frequência e transformadas *warped*s é apresentada. Uma nova solução baseada na fusão entre as técnicas de interpolação em frequência e transformadas *warped*s é proposta para estimação de frequência. Duas novas transformadas *warped*s baseadas nas transformadas Hartley e MCLT são apresentadas. Ademais, o problema de estimação do conteúdo espectral ou da densidade espectral de potência (PSD da sigla em Inglês¹) de sinais aleatórios é introduzido, sendo que para tal são estudadas soluções baseadas na abordagem não paramétrica. Uma solução inédita baseada na transformada Hartley e na técnica de múltiplo janelamento é apresentada para estimação da PSD. Assim como novas soluções para estimação da PSD de elevada resolução baseadas em transformadas *warped*s e em múltiplo janelamento são apresentadas. Por fim, uma análise do custo computacional das técnicas estudadas é apresentada, bem como uma avaliação de todas as proposta formuladas.

2.2 *Análise Espectral de Sinais Determinísticos*

Os sinais determinísticos podem ser classificados em quatro classes, conforme sua representação no domínio do tempo:

- Sinais de potência e tempo contínuo: caracterizados pela periodicidade no domínio do tempo contínuo;
- Sinais de potência e tempo discreto: caracterizados pela periodicidade no domínio do tempo discreto;
- Sinais de energia e tempo contínuo: caracterizados pela duração limitada no domínio do tempo contínuo;

¹*Power Spectral Density.*

- Sinais de energia e tempo discreto: caracterizados pela duração limitada no domínio do tempo discreto.

Para cada uma das quatro classes de sinais apresentadas anteriormente, tem-se uma abordagem específica para representação do conteúdo espectral, derivada a partir da transformada de Fourier.

2.2.1 Transformada de Fourier

A energia do sinal de tempo contínuo $x(t) \in \mathbb{R}$ é definida por:

$$E_x = \int_{t_b}^{t_a} x^2(t) dt, \quad (2.1)$$

em que t_a e $t_b \in \mathbb{R}$. O sinal $x(t)$ é classificado como de energia quando $E_x < \infty$.

O conteúdo espectral de sinais de energia e tempo contínuo é obtido aplicando a transformada de Fourier definida por:

$$X(i\Omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-i\Omega t} dt, \quad (2.2)$$

em que $\Omega = 2\pi f$ é a frequência angular em radianos por segundo e f é a frequência contínua em Hertz.

Para a classe de sinal de energia ou tempo limitado, verifica-se que o conteúdo espectral se espalha por todo o espectro de frequência.

2.2.2 Série de Fourier

O sinal de tempo contínuo $x(t) \in \mathbb{R}$ é periódico de período T_0 quando satisfaz a equação $x(t) = x(t + T_0)$.

A potência de um sinal periódico de tempo contínuo é definida por:

$$P_x = \frac{1}{T_0} \int_t^{t+T_0} x^2(t) dt. \quad (2.3)$$

O sinal $x(t)$ é denominado sinal de potência, posto que $P_x < \infty$.

Essa classe de sinais no tempo contínuo e periódicos pode ser descrita pela soma de exponenciais complexas, obtidas pela série de Fourier, ou seja,

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} C_k e^{i\frac{2\pi}{T_0}kt}, \quad (2.4)$$

em que $k \in \mathbb{Z}$ são os componentes harmônicos do sinal $x(t)$ e

$$C_k = \frac{1}{T_0} \int_t^{t+T_0} x(t) e^{i\frac{2\pi}{T_0}kt} dt. \quad (2.5)$$

A fim de explicitar o conteúdo espectral da classe de sinais de potência, aplica-se a transformada de Fourier definida em (2.2) à série de Fourier do sinal $x(t)$ obtida em (2.4), ou seja,

$$\begin{aligned} X(i\Omega) &= \int_t^{t+T_0} x(t) e^{-i\Omega t} dt \\ &= \int_t^{t+T_0} \sum_{k=-\infty}^{\infty} C_k e^{i\frac{2\pi}{T_0}kt} e^{-i2\pi f t} dt \\ &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} C_k \int_t^{t+T_0} e^{-i2\pi(f-k/T_0)t} dt \\ &= \frac{1}{T_0} \sum_{k=-\infty}^{\infty} C_k \delta(f - kf_0), \end{aligned} \quad (2.6)$$

em que $f_0 = 1/T_0$ é a componente de frequência fundamental e $\delta(t)$ é a função delta de Dirac.

Verifica-se pela equação (2.6) que o conteúdo espectral dos sinais de potência em tempo contínuo é formado por raias localizadas em frequências discretas, múltiplas da componente fundamental, espalhadas por todo espectro de frequência.

2.2.3 Transformada de Fourier no Tempo Discreto

A transformada de Fourier de tempo discreto é definida por

$$X(e^{i\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] e^{-i\omega n}, \quad (2.7)$$

em que $\omega = 2\pi f/f_s$ é a frequência normalizada em radianos e $X(e^{i\omega})$ é notação adotada para diferenciar a transformada de Fourier de tempo discreto (DTFT da sigla em Inglês) da transformada de Fourier de tempo contínuo, equação (2.2).

Para demonstrar o efeito da amostragem do sinal no domínio do tempo no domínio da frequência deve-se primeiro amostrar o sinal de energia e tempo contínuo $x(t)$ a uma taxa $f_s = 1/T_s$, obtendo o sinal $x_s(t)$ expresso por

$$x_s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(t) \delta(t - nT_s), \quad (2.8)$$

em que T_s é o intervalo de tempo regular entre as amostras.

Para explicitar o conteúdo espectral do sinal de energia no tempo discreto, aplica-se a transformada de Fourier (2.2) ao sinal (2.8), tal como apresentado na sequência.

$$\begin{aligned} X_s(i\Omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} x_s(t) e^{-i\Omega t} dt \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(t) \delta(t - nT_s) e^{-i\Omega t} dt \\ &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \delta(t - nT_s) e^{-i\Omega t} dt, \end{aligned} \quad (2.9)$$

em que $\Omega = 2\pi f$ é a frequência em radianos por segundo.

Um das propriedades fundamentais da transformada de Fourier é o teorema da convolução (OPPENHEIM; SCHAFER, 2010), que estabelece que o produto de dois sinais no domínio do tempo corresponde à convolução dos sinais no domínio da frequência. Desta forma, analisando a equação (2.9), verifica-se que a transformada de Fourier do sinal de energia amostrado equivale à transformada do produto do sinal de energia no tempo contínuo e o trem de impulsos. Portanto, o conteúdo espectral do sinal de energia no tempo discreto é obtido da convolução entre a transformada de Fourier do sinal contínuo $x(t)$ e do trem de impulsos, tal como formulado na sequência:

$$X_s(i\Omega) = \frac{1}{T_s} \sum_{k=-\infty}^{\infty} X(i\Omega) \delta(\Omega - k\Omega_s), \quad (2.10)$$

em que $\Omega_s = 2\pi f_s$.

Verifica-se que o conteúdo espectral da classe de sinais de energia no tempo discreto é

formado por componentes espectrais contínuas e periódicas de período Ω_s na frequência. Nota-se para o caso da frequência normalizada, ou seja, $T_s = 1/f_s = 1$, a transformada de Fourier do sinal de tempo discreto é periódica com período 2π .

2.2.4 Transformada Discreta de Fourier

O processamento digital dos sinais em computadores requer que os dados sejam discretizados e quantizados para que possam ser manipulados. Neste sentido, a última classe de sinais caracterizados pela periodicidade no tempo discreto são de fundamental importância para a explicitação espectral de sinais utilizando computadores digitais.

Amostrando a série de Fourier do sinal periódico no tempo contínuo $x_p(t)$, equação (2.4), a uma taxa f_s , obtém-se o sinal $x_{ps}(t)$ expresso por:

$$\begin{aligned} x_{ps}(t) &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} x_p(t) \delta(t - nT_s) \\ &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{k=-\infty}^{\infty} C_k e^{i\frac{2\pi}{T_0} kt} \delta(t - nT_s) \\ &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} C_k e^{i\frac{2\pi}{T_0} knT_s}. \end{aligned} \quad (2.11)$$

Nota-se que o sinal $x_{ps}(t)$ é discreto no tempo. Portando, pode ser reescrito segundo a notação $x_{ps}[nT_s]$. Verifica-se ainda que o sinal $x_{ps}[nT_s]$ também torna-se periódico de período N , desde que satisfaça à condição:

$$N = \{N \in \mathbb{N} \mid N = rT_0/T_s\}, \quad (2.12)$$

em que $r \in \mathbb{N}$.

Considerando que o sinal (2.11) satisfaça a condição de periodicidade no domínio do tempo discreto (2.12), verifica-se pela equação (2.11) que além da periodicidade no tempo, há também uma periodicidade na frequência de período N , conforme demonstrado a seguir

$$\begin{aligned} e^{i2\pi kn\frac{T_s}{T_0}} &= e^{i2\pi(k+r\frac{T_0}{T_s})n\frac{T_s}{T_0}} \\ &= e^{i2\pi(k+rN)n\frac{T_s}{T_0}} \\ &= e^{i\frac{2\pi}{N}(k+rN)n} \\ &= e^{i\frac{2\pi}{N}kn} e^{i2\pi rn}, \end{aligned} \quad (2.13)$$

em que $e^{i2\pi rn} = 1 \quad \forall n \in \mathbb{N}$ e $N = T_0/T_s$.

Reescrevendo a série de Fourier do sinal de tempo discreto e periódico (2.11), tem-se:

$$x_{ps}[n] = \sum_{k=0}^{N-1} C_k e^{i\frac{2\pi}{N}kn}. \quad (2.14)$$

Nota-se que o conteúdo espectral do sinal (2.11) é periódico em $f_s(N)$ e formado por raias do espectro (C_k).

Para obter os componentes C_k , utiliza-se o princípio da ortogonalidade das exponenciais complexas no intervalo de periodicidade N . Para tal, multiplica-se ambos os lados da equação (2.14) por $e^{-i\frac{2\pi}{N}kn}$ e soma-se em todo intervalo $n = 0, 1, \dots, N-1$, obtendo

$$\begin{aligned} \sum_{n=0}^{N-1} x_{ps}[n] e^{-i\frac{2\pi}{N}rn} &= \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{k=0}^{N-1} C_k e^{i\frac{2\pi}{N}kn} e^{-i\frac{2\pi}{N}rn} \\ &= \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{k=0}^{N-1} C_k e^{i\frac{2\pi}{N}(k-r)n} \\ &= \sum_{k=0}^{N-1} C_k \sum_{n=0}^{N-1} e^{i\frac{2\pi}{N}(k-r)n}, \end{aligned} \quad (2.15)$$

aplicando-se o princípio da ortogonalidade, tem-se:

$$\sum_{n=0}^{N-1} e^{i\frac{2\pi}{N}(k-r)n} = \begin{cases} N, & k = r \\ 0, & \text{cc.} \end{cases} \quad (2.16)$$

Desta forma, os coeficientes da série de Fourier (2.14) são obtidos da seguintes forma:

$$C_k = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x_{ps}[n] e^{-i\frac{2\pi}{N}kn}, \quad (2.17)$$

para $k = 0, 1, \dots, N-1$.

Substituindo o coeficiente C_k pela série $X[k]$, $k = 0, 1, \dots, N-1$, define-se a transformada discreta de Fourier (DFT) para a sequência de tempo limitado $x[n]$, $n = 0, 1, \dots, N-1$, como sendo:

$$X[k] = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-i\frac{2\pi}{N}kn}, \quad (2.18)$$

em que $k = 0, 1, \dots, N-1$.

2.3 Análise Espectral de Processos Estocásticos

Os sinais de interesse nos mais variados campos da Engenharia apresentam algum grau de incerteza. Esta incerteza pode ser inerente à fonte geradora do sinal, tal como os sinais gerados pelos sistemas de comunicação, ou pode ser agregada ao sinal pelo sistema de transmissão, aquisição e condicionamento que adiciona ruído ao sinal a ser processado, tal como expresso por

$$y[n] = x[n] + w[n], \quad (2.19)$$

em que $w[n]$ é o ruído inerente ao processo de transmissão e aquisição do sinal de interesse. Por outro lado, o próprio sinal $x[n]$ apresenta algum grau de incerteza, do contrário não haveria informação a ser extraída do mesmo. Um exemplo é o sinal de tensão da rede elétrica, adquirido em determinado ponto da rede e condicionado para processamento, tal como apresentado abaixo:

$$x[n] = A \sin [2\pi f_0 n T_s + \phi], \quad (2.20)$$

em que A , f_0 e ϕ são variáveis aleatórias cujos valores variam ao longo do tempo, dependendo do arranjo da rede elétrica, da geração de energia e da dinâmica de consumo de energia. Em geral, nota-se que os valores médios dessas variáveis não se alteram quando estimadas dentro de reduzido intervalo de tempo.

Diante do exposto, uma questão fundamental surge: como explicitar o conteúdo espectral de um sinal aleatório (2.19), cuja forma de onda varia para cada amostra de uma realização, ou seja, para cada janela de tempo analisada? Para responder a essa questão, necessita-se dos conceitos básicos da disciplina de Processo Estocástico a serem apresentados de forma resumida na sequência.

2.3.1 Processo Estocástico

Define-se processo estocástico no tempo discreto o conjunto de formas de ondas aleatórias

$$X[\xi, n], \quad (2.21)$$

em que ξ representa um resultado do espaço amostral S . Para cada resultado ξ do experimento, associa-se uma forma de onda $X[\xi, n]$ denominada realização do processo estocástico. Por outro lado, fixando a variável tempo ($n = n_0$), tem-se uma variável aleatória $X_0 \triangleq X[\xi, n_0]$.

O processo estocástico no tempo discreto (2.21) é especificado por sua função de distribuição cumulativa (CDF sigla da expressão em Inglês²) de probabilidade conjunta de $k + 1$ -ésima ordem, tal qual apresentado por:

$$F_{X_0, \dots, X_k}(x_0, \dots, x_k) = P[X[\xi, 0] \leq x_0, \dots, X[\xi, k] \leq x_k], \quad (2.22)$$

para qualquer valor de $k \in \mathbb{Z}$ e $x_k \in \mathbb{R}$. O processo estocástico no tempo discreto pode ser caracterizado ainda pela função densidade de probabilidade conjunta (PDF da sigla em Inglês³), tal como explicitada por

$$\begin{aligned} f_{X_0, \dots, X_k}(x_0, \dots, x_k) dx_1 \dots dx_k = \\ P[x_0 < X[\xi, 0] < x_0 + dx_0, \dots, x_k < X[\xi, k] < x_k + dx_k]. \end{aligned} \quad (2.23)$$

Analisando o sinal (2.19), verifica-se que a sequência $\{y[n]\}_0^{N-1}$ é uma amostra de uma realização do processo estocástico $Y[\xi, n]$ de comprimento N .

2.3.2 Processo Independente e Identicamente Distribuído

Considerando X_n um processo estocástico de tempo discreto, sendo os elementos da sequência X_0, X_1, X_2, \dots variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas (iid), caracteriza o processo X_n como iid. Uma implicação direta dessa propriedade se reflete na PDF conjunta característica do processo estocástico iid,

$$f_{X_0, \dots, X_k}(x_0, \dots, x_k) = f_{X_0}(x_0) f_{X_1}(x_1) \dots f_{X_k}(x_k), \quad (2.24)$$

em que a PDF conjunta é igual ao produto das PDFs marginais.

²Cumulative Density Function.

³Probability Density Function.

2.3.3 Processo Estocástico Estacionário

As características estatísticas de um processo estocástico estacionário no sentido restrito (SSS da sigla em Inglês⁴) não variam ao longo do tempo. Uma amostragem da realização do processo no intervalo $[0, 1, \dots, k]$ apresenta a mesma característica estatística da amostragem no intervalo $[\tau, 1 + \tau, \dots, k + \tau]$, ou seja, as CDFs do conjunto de amostras obtidos em instantes deslocados no tempo de τ amostras é a mesma, ou seja,

$$F_{X_0, \dots, X_k}(x_0, \dots, x_k) = F_{X_\tau, \dots, X_{k+\tau}}(x_\tau, \dots, x_{k+\tau}). \quad (2.25)$$

Isto implica em dizer que as probabilidades das amostras do processo não dependem do instante de tempo em que se iniciaram as aquisição das amostras.

Na prática, a condição (2.25) é muito forte e trabalhosa de ser verificada experimentalmente. Por outro lado, a subclasse de processo denominada processo estocástico estacionário no sentido amplo (WSS da sigla em Inglês⁵) apresenta condições menos restritivas e, portanto, mais simples para verificação. O processo é classificado como WSS, quando a média estatística é constante e independente do tempo e a autocorrelação depende apenas do atraso entre as amostras consideradas. Neste sentido, considerando a PDF de primeira ordem do processo WSS, $f_{X_{k+\tau}}(x_{k+\tau}) = f_{X_k}(x_k) = f_X(x)$ para todo k e τ , a média estatística é calculada por:

$$m_X = E\{X\} = \int_{-\infty}^{\infty} x f_X(x) dx \quad (2.26)$$

Por outro lado, considerando que a PDF conjunta de segunda ordem do processo WSS atende à condição $f_{X_{k+\tau}, X_k}(x_{k+\tau}, x_k) = f_{X_\tau, X_0}(x_\tau, x_0)$ para todo k e τ , a autocorrelação do processo passa ser função do atraso τ entre as amostras, ou seja,

$$R(x_{k+\tau}, x_k) = E\{X_{k+\tau}X_k\} = R(\tau). \quad (2.27)$$

2.3.4 Processo Ergódico

Um processo $x(t)$ é ergódico quando a média e a autocorrelação temporal de uma amostra do processo tende à média e à autocorrelação estatística para todas as realizações

⁴ *Strict-Sense Stationary.*

⁵ *Wide-Sense Stationary.*

do processo, ou seja,

$$E \{X_k\} \triangleq \int_{-\infty}^{\infty} X_k f(X_k) dX_k = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) dt \quad (2.28)$$

e

$$E \{X_{k+\tau} X_k\} \triangleq \int_{-\infty}^{\infty} X_{k+\tau} X_k f(X_k, X_{k+\tau}) dX_k dX_{k+\tau} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t+\tau) x(t) dt, \quad (2.29)$$

em que $X_k \triangleq x[k]$.

2.3.5 Densidade Espectral de Potência

O conteúdo espectral de uma única realização do processo estocástico utilizando a transformada de Fourier não explicita adequadamente o conteúdo espectral do processo, dado que para cada realização, o conteúdo se altera em função das variações nas formas de onda. Neste sentido, o conteúdo espectral médio de um processo estocástico WSS é denominado densidade espectral de potência (PSD da sigla em Inglês) e definida por:

$$S_X(f) = \int_{-\infty}^{\infty} R(\tau) e^{-i2\pi f\tau} d\tau, \quad (2.30)$$

em que $R(\tau)$ é a função de autocorrelação do processo $x(t)$.

2.4 Outras Transformadas

As transformadas Hartley e a *Lapped Complexa modulada* (MCLT) serão introduzidas na presente seção como uma alternativa para o mapeamento tempo-frequência. Ambas as transformadas são baseadas na decomposição do sinal em funções trigonométricas ortogonais, com algumas nuances diferentes da abordagem proposta por Fourier.

2.4.1 Transformada Discreta de Hartley

A transformada Hartley (HARTLEY, 1942) também pode ser utilizada para explicitação de conteúdo espectral de sinais. A versão discreta da transformada Hartley (DHT) aplicada à sequência $\{x[n]\}_{n=0}^{N-1}$ é definida por:

$$X_{DHT}[k] = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x[n] \operatorname{cas} \left(\frac{2\pi}{N} kn \right), \quad (2.31)$$

para $k = 0, 1, \dots, N-1$, em que $\operatorname{cas}(x) = \cos(x) + \sin(x)$.

Conforme discutido em (BRACEWELL, 1994) e (MILLANE, 1994), toda informação obtida do sinal $x[n]$ através da DFT também pode ser obtida aplicando a DHT. A fim de demonstrar essa relação próxima entre a DHT e a DFT, pode-se reescrever a equação (2.31) usando a identidade de Euler

$$\operatorname{cas}(x) = \frac{1+i}{2} e^{-ix} + \frac{1-i}{2} e^{ix}, \quad (2.32)$$

empregando (2.32) em (2.31), tem-se

$$X_{DHT}[k] = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x[n] \left[\frac{1+i}{2} e^{-i\frac{2\pi}{N}kn} + \frac{1-i}{2} e^{i\frac{2\pi}{N}kn} \right]. \quad (2.33)$$

A partir de (2.33), chega-se às relações entre a DHT e DFT e vice-versa, tal como apresentado na sequência.

$$X_{DHT}[k] = \frac{1+i}{2} X_{DFT}[k] + \frac{1-i}{2} X_{DFT}[-k], \quad (2.34)$$

$$X_{DFT}[k] = \frac{1-i}{2} X_{DHT}[k] + \frac{1+i}{2} X_{DHT}[-k]. \quad (2.35)$$

Para sinais $x[n] \in \mathbb{R}$ tem-se

$$X_{DHT}[k] = \operatorname{Re} \{X_{DFT}[k]\} - \operatorname{Im} \{X_{DFT}[k]\}, \quad (2.36)$$

em que $\operatorname{Re} \{\cdot\}$ e $\operatorname{Im} \{\cdot\}$ são operadores que extraem a parte real e imaginária do argumento, respectivamente.

Uma das vantagens da DHT em relação à DFT é a simplificação de implementação em hardware, dado que para sinais reais no domínio do tempo, a DHT realiza somente operações reais (BRACEWELL, 1984). Ademais, as transformações entre os domínios tempo e frequência e vice-versa apresentam a mesma formulação, o que também simplifica a implementação.

2.4.2 Transformada Discreta Lapped Complexa Modulada

A MCLT é uma extensão da transformada *Lapped* modulada (MLT em Inglês), sendo ambas largamente utilizadas na compressão de sinais de áudio, tais como MPEG 1/2 e Dolby AC3 (SHLIEN, 1997). Conforme apresentado em (MALVAR, 1999), a expressão analítica da versão discreta da *Modulated Complex Lapped Transform* (MCLT) aplicada à sequência $\{x[n]\}_{n=0}^{N-1}$ é definida por:

$$X_{MCLT}[k] = \sqrt{\frac{4}{N}} \sum_{n=0}^{N-1} h[n] x[n] e^{-i\frac{2\pi}{N}[(k+\frac{1}{2})(n+\frac{N/2+1}{2})]}, \quad (2.37)$$

em que $k = 0, 1, \dots, N/2 - 1$ e $h[n]$ é uma janela definida por

$$h[n] = -\sin \left[\left(n + \frac{1}{2} \right) \frac{\pi}{2N} \right], \quad (2.38)$$

para $n = 0, 1, \dots, N - 1$.

Utilizou-se a MCLT na presente tese em função da sua característica generalista, ou seja, a transformada MLT pode ser obtida a partir da MCLT. Ademais, conforme apresentado em (MALVAR, 1999), uma versão rápida da MCLT pode ser obtida utilizando as transformadas discretas senos e cossenos (DCT e DST tipo *IV*), o que demonstra uma forte relação entre as transformadas DCT, DST e MCLT, reforçando a característica generalista desta última. Por outro lado, a MCLT se destaca em relação a MLT, posto que a mesma fornece informação de fase, além da informação de amplitude. Possibilitando assim o uso da MCLT para subtração de ruído no espectro e o cancelamento de eco, (MALVAR, 1999).

2.5 Transformadas Discretas Baseadas no Mapeamento Warped

A transformada z de uma sequência $\{x[n]\}_{n=0}^{N-1}$ é definida por

$$X(z) = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] z^{-n}. \quad (2.39)$$

A transformada discreta de Fourier é um caso particular da transformada z , quando as amostras na frequência, obtidas da DFT do sinal $x[n]$, definida como $X[k] = X(e^{i2\pi k/N})$, podem ser obtidas amostrando $X(z)$ em N pontos igualmente espaçados sobre o círculo de raio unitário, conforme formulado na sequência

$$\begin{aligned} X[k] &= X(z)|_{z=e^{i2\pi k/N}} \\ &= \sum_{n=0}^{N-1} x[n]e^{-i(2\pi/N)kn}, \quad 0 \leq n \leq N-1. \end{aligned} \quad (2.40)$$

Para o mapeamento entre os domínios tempo e frequência, a DFT disponibiliza resolução espectral constante dada por $2\pi/N$, em que a faixa de frequência normalizada a ser monitorada compreende o intervalo $[0, \pi)$ se $x[n] \in \mathbb{R}$.

Conforme proposto em (MITRA, 2011), uma possível generalização da DFT é obtida tomando N pontos não uniformemente espaçados sobre o círculo de raio unitário, ou seja,

$$\begin{aligned} X_{DFT}[k] &= \sum_{n=0}^{N-1} x[n] z_k^{-1} \\ &= \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-in\omega_k} \end{aligned} \quad (2.41)$$

em que $0 \leq k \leq N-1$ são N pontos distintos no plano z , mais especificamente sobre o círculo de raio unitário, e $\omega_k \triangleq (2\pi/N)k$ é a k -ésima frequência normalizada em radianos por amostra. Uma representação da DFT pode ser expressada por

$$\bar{\mathbf{x}} = \mathbf{T}_V \mathbf{x}, \quad (2.42)$$

na qual $\mathbf{x} = [x[n] \ x[n-1] \ x[n-N+1]]^T$ e $\bar{\mathbf{x}} = [X_{DFT}[k] \ \dots \ X_{DFT}[k-N+1]]^T$ e \mathbf{T}_V é a matriz de Vandermonde de ordem $N \times N$ dada por

$$\mathbf{T}_{NDFT} = \begin{pmatrix} 1 & e^{-i\omega_0} & e^{-i2\omega_0} & \dots & e^{-i(N-1)\omega_0} \\ 1 & e^{-i\omega_1} & e^{-i2\omega_1} & \dots & e^{-i(N-1)\omega_1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & e^{-i\omega_{N-1}} & e^{-i2\omega_{N-1}} & \dots & e^{-i(N-1)\omega_{N-1}} \end{pmatrix}. \quad (2.43)$$

2.5.1 Transformada Warped Discreta de Fourier

Um caso particular da transformada (2.42), denominada transformada discreta deformada de Fourier (*Warped-DFT* ou *WDFT* da sigla em Inglês), é proposto em (OPPE- NHEIM; JOHNSON; STEIGLITZ, 1971) e (MANKUR; MITRA, 2001). Para esta transformada, amostras em frequência são obtidas amostrando o círculo de raio unitário em N pontos igualmente espaçado através da transformada z modificada e expressa por

$$\overline{\overline{X}}(z) = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] B(z)^n, \quad (2.44)$$

em que, na equação (2.39), z^{-1} é substituído pelo filtro passa-tudo $B(z)$. Com a introdução do filtro passa-tudo, a escala em frequência é deformada, conseqüentemente as amostras uniformemente obtidas no círculo de raio unitário de $X(z)$ são mapeadas em amostras não uniformemente espaçadas, ou seja, as amostras são concentradas ao redor de uma frequência específica. Para a WDFT,

$$B(z) = \frac{a^* + z^{-1}}{1 + az^{-1}}, \quad (2.45)$$

em que $a \in \mathbb{C} / a = \alpha e^{i\varphi}$ é o parâmetro do filtro passa-tudo $B(z)$ de primeira ordem, conforme proposto em (MANKUR; MITRA, 2001). Sendo o nível de concentração das amostras, isto é, a resolução em frequência e a frequência onde deseja-se concentrar as amostras determinados pelos parâmetros α e φ , respectivamente.

Assumindo $\omega = \arg \{e^{i\omega}\}$, implica em $\varpi = \arg \{B(z)^{-1}\}$, sendo ϖ a frequência *warped* em radianos por amostra. Desta forma, o mapeamento entre as frequências normalizada ω e a frequência *warped* pode ser obtido tomando o $\arg \{\cdot\}$ em ambos os lados da equação (2.45), tal como apresentado na sequência.

$$\begin{aligned} \varpi &= \arg \left\{ \frac{1 + az^{-1}}{a^* + z^{-1}} \right\} \\ &= \arg \left\{ \frac{1 + ae^{-i\omega}}{a^* + e^{-i\omega}} \right\} \\ &= \arg \left\{ \frac{1 + ae^{-i\omega}}{e^{-i\omega} (1 + a^* e^{i\omega})} \right\} \\ &= \arg \{e^{i\omega}\} + \arg \left\{ \frac{1 + ae^{-i\omega}}{(1 + a^* e^{i\omega})} \right\} \\ &= \omega + \arg \left\{ \underbrace{\frac{(1 + ae^{-i\omega})(1 + ae^{-i\omega})}{(1 + a^* e^{i\omega})(1 + ae^{-i\omega})}}_{real} \right\} \\ &= \omega + \arg \left\{ (1 + ae^{-i\omega})^2 \right\} \\ &= \omega + 2 \arg \left\{ (1 + \alpha e^{i\varphi} e^{-i\omega}) \right\} \\ &= \omega + 2 \arg \left\{ 1 + \cos(\varphi - \omega) + j \sin(\varphi - \omega) \right\} \\ &= \omega + 2 \tan^{-1} \left(\frac{\alpha \sin(\varphi - \omega)}{1 + \alpha \cos(\varphi - \omega)} \right). \end{aligned} \quad (2.46)$$

A Fig. 1 apresenta alguns exemplos do mapeamento entre as frequências ω e ϖ . Conforme se verifica, para valores elevados de α , mais tons são concentrados no entorno da fase φ . As duas frequências (ω e ϖ) se igualam no ponto definido para concentração dos tons, determinado pelo parâmetro φ .

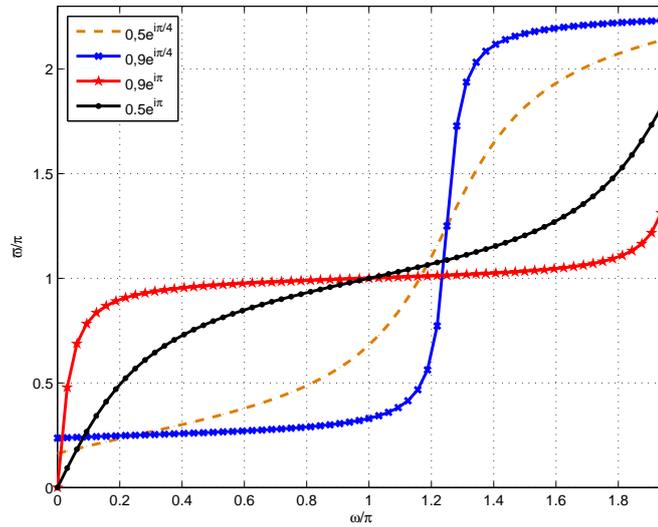


Figura 1: Mapeamento entre as frequências ω e ϖ .

A Fig. 2 representa o caso particular em que para o parâmetro $a = 0$ da transformada *warped*, deriva-se a DFT com o mapeamento das frequências discretas igualmente espaçadas sobre o círculo de raio unitário. Por outro lado, as Figs. 3, 4 e 5 mostram como o módulo do parâmetro a determina a concentração das amostras em frequência no entorno da fase do parâmetro a ($\varphi = \pi/4$).

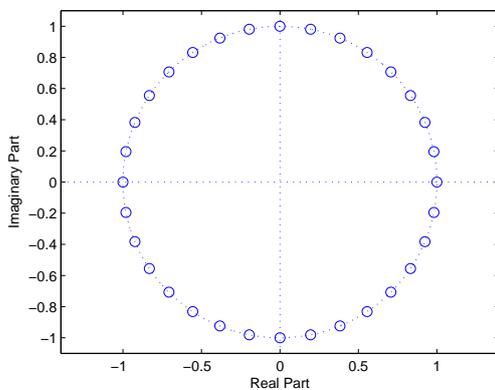


Figura 2: DFT ou WDFT com $a = 0$.

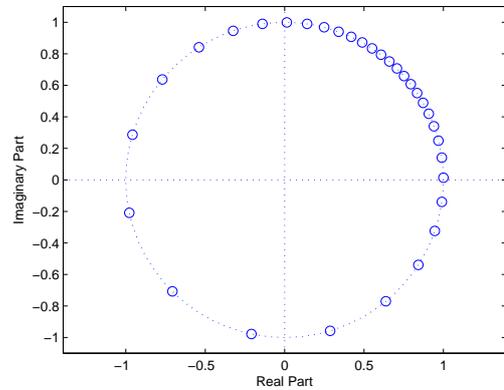
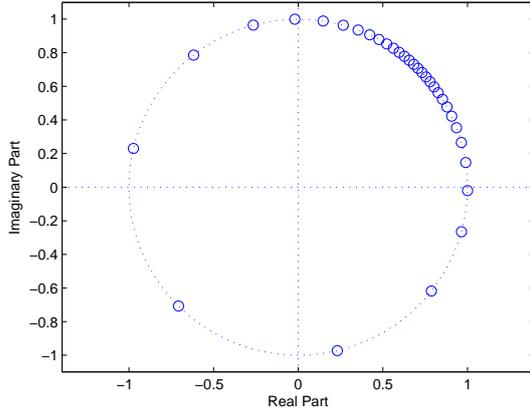
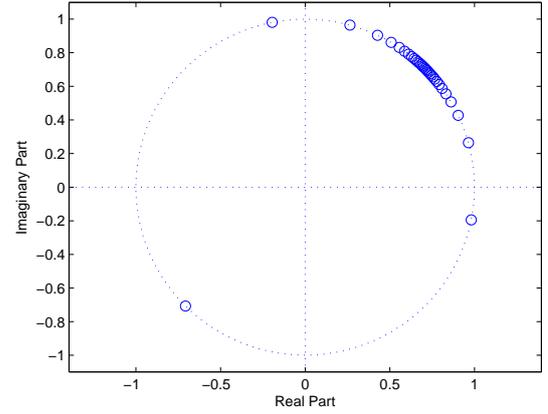


Figura 3: W-DFT com $a = 0,5e^{i\pi/4}$.

Figura 4: W-DFT com $a = 0, 7e^{i\frac{\pi}{4}}$.Figura 5: W-DFT com $a = 0, 9e^{i\frac{\pi}{4}}$.

2.5.2 Proposição de Transformada Warped Discreta de Hartley

Conforme apresentado na seção (2.4.2), a DHT de uma sequência $\{x[n]\}_{n=0}^{N-1}$ é definida por:

$$X_{DHT}[k] = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x[n] \operatorname{cas} \left(\frac{2\pi}{N} kn \right), \quad (2.47)$$

em que $\{x[n]\}_{n=0}^{N-1}$ é a sequência no domínio do tempo discreto e $\{X_{DHT}[k]\}_{k=0}^{N-1}$ são as amostras reais no domínio da frequência discreta.

Em (MURALISHANKAR; SANGWAN, 2006), é proposta uma estrutura em banco de filtros baseada na transformada *warped* discreta Hartley (WDHT) para cálculo do *cepstrum*, definido em (OPPENHEIM; SCHAFER, 2010) como sendo

$$C_x(e^{i\omega}) \triangleq \log |X(e^{i\omega})|. \quad (2.48)$$

Para derivar a WDHT, (MURALISHANKAR; SANGWAN, 2006) baseou-se na formulação da DHT em banco de filtros, cuja a função de transferência da k -ésima linha é expressa por

$$F_k(z^{-1}) = \sum_{n=0}^{N-1} \sqrt{2} \cos \left(\frac{2\pi}{N} kn - \frac{\pi}{4} \right) z^{-n}. \quad (2.49)$$

Substituindo z^{-1} por $B(z)$ na equação (2.49), (MURALISHANKAR; SANGWAN, 2006) derivou a WDHT expressa por:

$$F_k(B(z)) = \frac{\prod_{m=0}^{N-1} (1 - e^{i2\pi \frac{m}{N}} B(z)) (1 - \sqrt{2} \cos(2\pi k/N + \pi/4) B(z))}{\left(1 - e^{i2\pi \frac{k}{N}} B(z)\right) \left(1 - e^{-i2\pi \frac{k}{N}} B(z)\right)}. \quad (2.50)$$

Nota-se que a estrutura proposta por (MURALISHANKAR; SANGWAN, 2006), equação (2.50), é complexa e demanda grande esforço computacional. Em contrapartida, a presente tese deriva duas versões inéditas da WDHT com estruturas mais simplificadas e reduzido custo computacional. Para tal, utilizando a identidade de Euler $e^{i\theta} = \cos(\theta) + i \sin(\theta)$, pode-se expressar a transformada definida em (2.47) em termos do parâmetro z^{-1} da transformada Z equivalente, conforme apresentado na sequência

$$\begin{aligned} X_{DHT}[k] &= \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{n=0}^{N-1} x[n] \left[\frac{e^{-i\frac{2\pi}{N}kn} + e^{i\frac{2\pi}{N}kn}}{2} + \frac{e^{i\frac{2\pi}{N}kn} - e^{-i\frac{2\pi}{N}kn}}{2i} \right] \\ &= \frac{1}{i2\sqrt{N}} \sum_{n=0}^{N-1} x[n] \left[(i+1) e^{i\frac{2\pi}{N}kn} + (i-1) e^{-i\frac{2\pi}{N}kn} \right] \\ &= \frac{1}{i2\sqrt{N}} \sum_{n=0}^{N-1} x[n] \left[(i+1) \left(\underbrace{e^{-i\frac{2\pi}{N}k}}_{z^{-1}} \right)^{-n} + (i-1) \left(\underbrace{e^{-i\frac{2\pi}{N}k}}_{z^{-1}} \right)^n \right]. \end{aligned} \quad (2.51)$$

Expressando a equação (2.51) em termos do parâmetro z^{-1} da transformada z , chega-se ao seguinte resultado:

$$X_{DHT} \left[\frac{N}{2\pi} \arg \{z\} \right] = \frac{1}{i2\sqrt{N}} \sum_{n=0}^{N-1} x[n] \left[(i+1) (z^{-1})^{-n} + (i-1) (z^{-1})^n \right]. \quad (2.52)$$

Substituindo o parâmetro z^{-1} na equação (2.52) pelo filtro passa-tudo $B(z)$, equação (2.45), obtém-se a primeira versão da WDHT (2.53).

$$\begin{aligned} X_{WDHT} \left(\frac{N}{2\pi} \varpi \right) &= \frac{1}{i2\sqrt{N}} \sum_{n=0}^{N-1} x[n] \left[(i+1) \left(\frac{a^* + e^{-i2\pi k/N}}{1 + a e^{-i2\pi k/N}} \right)^{-n} \right. \\ &\quad \left. + (i-1) \left(\frac{a^* + e^{-i2\pi k/N}}{1 + a e^{-i2\pi k/N}} \right)^n \right], \end{aligned} \quad (2.53)$$

em que $\varpi = \arg \{B(z)^{-1}\}$.

Considerando que os tons estão sobre o círculo de raio unitário, tem-se que $z = \exp(i2\pi k/N)$ e $\arg \{z\} = 2\pi k/N$. Desta forma, a equação (2.47) pode ser reescrita da seguinte forma:

$$X_{DHT} \left[\frac{N}{2\pi} \arg \{z\} \right] = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x[n] \operatorname{cas}(\arg \{z\} n). \quad (2.54)$$

Substituindo o parâmetro z por $B(z)^{-1}$, tem-se

$$X_{WDHT} \left[\frac{N}{2\pi} \arg \{B(z)^{-1}\} \right] = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x[n] \operatorname{cas}(\arg \{B(z)^{-1}\} n). \quad (2.55)$$

Empregando o mapeamento obtido em (2.46), deriva-se a segunda versão da WDHT:

$$X_{WDHT} \left(\frac{N}{2\pi} \varpi_k \right) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x[n] \operatorname{cas} \left[\left(\frac{2\pi}{N} k + 2 \tan^{-1} \left(\frac{\varphi \sin \left(\varphi - \frac{2\pi}{N} k \right)}{1 + \alpha \cos \left(\varphi - \frac{2\pi}{N} k \right)} \right) \right) n \right], \quad (2.56)$$

em que a frequência *warped* é expressa por

$$\varpi_k = \frac{2\pi}{N} k + 2 \tan^{-1} \left(\frac{\alpha \sin(\varphi - 2\pi k/N)}{1 + \alpha \cos(\varphi - 2\pi k/N)} \right), \quad (2.57)$$

para $k = 0, 1, \dots, N-1$.

Note que a segunda versão (2.56) requer apenas operações reais, ao passo que a versão proposta em (MURALISHANKAR; SANGWAN, 2006) necessita de operações complexas para o cálculo da transformada. O que representa uma vantagem da versão proposta nesta tese, posto que as operações complexas demandam maior custo computacional e complexidade de implementação em hardware.

Para $x[n] \in \mathbb{R}$ e utilizando (2.33), verifica-se que a relação entre as transformadas DHT e DFT (2.36) também vale para as transformadas da WDHT e WDFT, ou seja,

$$X_{WDHT}[k] = \operatorname{Re} \{X_{WDFT}[k]\} - \operatorname{Im} \{X_{WDFT}[k]\}. \quad (2.58)$$

Este resultado pode ser demonstrado derivando uma nova versão da WDFT. Para tal, reescrevendo a DFT, equação (2.18), em função do parâmetro $\arg \{z\} = 2\pi k/N$, ou seja,

$$X_{DHT} \left[\frac{N}{2\pi} \arg \{z\} \right] = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x[n] [\cos(\arg \{z\} n) - i \sin(\arg \{z\} n)]. \quad (2.59)$$

Substituindo z por $B(z)^{-1}$ na equação (2.59), tem-se uma segunda versão da WDFT

expressa por:

$$X_{WDHT} \left[\frac{N}{2\pi} \arg \{B(z)^{-1}\} \right] = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x[n] \left[\cos(\arg \{B(z)^{-1}\} n) - i \sin(\arg \{B(z)^{-1}\} n) \right], \quad (2.60)$$

subtraindo da parte real da equação (2.60) a parte imaginária da mesma equação, tem-se a WDHT expressa na equação (2.54).

2.5.3 Proposição da Transformada Warped Lapped Complexa Modulada

Conforme apresentado na seção (2.4.2), a transformada MCLT de uma sequência $\{x[n]\}_{n=0}^{N-1}$ é definida por:

$$X_{MCLT}[k] = \sqrt{\frac{4}{N}} \sum_{n=0}^{N-1} h[n] x[n] e^{-i\frac{2\pi}{N}[(k+\frac{1}{2})(n+\frac{N/2+1}{2})]}. \quad (2.61)$$

Rearranjando a equação (2.61) em termos do parâmetro $e^{-i\frac{2\pi}{N}k}$, chega-se ao seguinte resultado

$$X_{MCLT}[k] = \sqrt{\frac{4}{N}} \sum_{n=0}^{N-1} h[n] x[n] \left(e^{-i\frac{2\pi}{N}k} \right)^{\left(n + \frac{N/2+1}{2} \right)} e^{-i\frac{\pi}{N} \left(n + \frac{N/2+1}{2} \right)}. \quad (2.62)$$

Expressando a equação (2.62) em termos do parâmetro z^{-1} tem-se

$$X_{MCLT} \left[\frac{N}{2\pi} \arg \{z\} \right] = \sqrt{\frac{4}{N}} \sum_{n=0}^{N-1} h[n] x[n] (z^{-1})^{\left(n + \frac{N/2+1}{2} \right)} e^{-i\frac{\pi}{N} \left(n + \frac{N/2+1}{2} \right)}. \quad (2.63)$$

Substituindo o parâmetro z^{-1} pelo filtro passa-tudo $B(z)$, equação (2.45), tem-se a *warped*-MCLT:

$$X_{WMCLT} \left(\frac{N}{2\pi} \varpi \right) = \sqrt{\frac{4}{N}} \sum_{n=0}^{N-1} h[n] x[n] \left(\frac{a^* + e^{-i\frac{2\pi}{M}k}}{1 + ae^{-i\frac{2\pi}{M}k}} \right)^{\left(n + \frac{N/2+1}{2} \right)} e^{-i\frac{\pi}{N} \left(n + \frac{N/2+1}{2} \right)}, \quad (2.64)$$

em que $\varpi = \arg \{B(z)^{-1}\}$, para $k = 0, 1, \dots, N/2 - 1$.

Uma nova versão da WMCLT pode ser obtida, considerando $\arg \{z\} = 2\pi k/N$ e $\varpi = \arg \{B(z)^{-1}\}$. Assim sendo, a equação (2.61) pode ser reescrita da seguinte forma

$$X_{MCLT} \left[\frac{N}{2\pi} \arg \{z\} \right] = \sqrt{\frac{4}{N}} \sum_{n=0}^{N-1} h[n] x[n] e^{-i(\arg\{z\} + \frac{\pi}{N})(n + \frac{N/2+1}{2})}. \quad (2.65)$$

Substituindo em (2.65) o parâmetro z por $B(z)^{-1}$, tem-se

$$X \left[\frac{N}{2\pi} \arg \{B(z)^{-1}\} \right] = \sqrt{\frac{4}{N}} \sum_{n=0}^{N-1} h[n] x[n] e^{-i(\arg\{B(z)^{-1}\} + \frac{\pi}{N})(n + \frac{N/2+1}{2})}. \quad (2.66)$$

Dado o mapeamento apresentado em (2.46), deriva-se uma nova versão para a WM-CLT dada por:

$$X_{WMCLT} \left(\frac{N}{2\pi} \varpi_k \right) = \sqrt{\frac{4}{N}} \sum_{n=0}^{N-1} h[n] x[n] e^{-i \left(\frac{2\pi}{N/2} k + 2 \tan^{-1} \left(\frac{\alpha \sin(\varphi - \frac{2\pi}{N/2} k)}{1 + \alpha \cos(\varphi - \frac{2\pi}{N/2} k)} \right) + \frac{\pi}{N} \right) \left(n + \frac{N/2+1}{2} \right)}, \quad (2.67)$$

em que ϖ_k é expressa por

$$\varpi_k = \frac{2\pi}{N/2} k + 2 \tan^{-1} \left(\frac{\alpha \sin(\varphi - \frac{2\pi}{N/2} k)}{1 + \alpha \cos(\varphi - \frac{2\pi}{N/2} k)} \right). \quad (2.68)$$

para $k = 0, 1, \dots, N/2 - 1$.

2.6 Técnicas para Estimação de Frequência em Sinais Monocomponentes

Estimar com precisão a frequência de um sinal senoidal monocomponente corrompido por ruído é um problema largamente estudado, com diversas aplicações em Engenharia (MACLEOD, 1998). A técnica mais simples e direta para estimar a frequência de um sinal monocomponente consiste basicamente em três passos. A primeira etapa é tomar um conjunto de amostras do sinal no domínio do tempo

$$y[n] = A e^{i(\omega_1 n + \phi)} + w[n], \quad n = 0, 1, \dots, N-1, \quad (2.69)$$

em que $A \in \mathbb{R}$ é a amplitude do sinal monocomponente, $\omega_1 \in \mathbb{R}$ é a frequência em radianos por amostra que se deseja estimar, $\phi \in \mathbb{R}$ é a fase do sinal em radianos ($-\pi < \phi \leq \pi$) e $w[n] \in \mathbb{C}$ é o ruído aditivo gaussiano e branco de variância σ_w^2 . A segunda etapa consiste em levar o sinal para o domínio da frequência, aplicando uma transformada genérica

mapeando o sinal no tempo para o domínio da frequência denominada $T\{\cdot\}$ e, portanto,

$$Y[k] = T\{y[n]\}, \quad (2.70)$$

em que $Y[k] \in \mathbb{C}$ é o sinal no domínio da frequência, com $k = 0, 1, \dots, N-1$, sendo k o ndice associado à k -ésima frequência discreta normalizada, $\omega_k = 2\pi k/N$.

Na sequência, assumindo

$$m = \arg \max_k |Y_T[k]|, \quad (2.71)$$

em que m é o ndice da frequência discreta associado ao maior valor de $\{|Y[k]|\}_0^{N-1}$, pode-se obter uma estimativa inicial da frequência ω_1 dada por

$$\hat{\omega}_1 = \frac{2\pi}{N}m. \quad (2.72)$$

A frequência ω_1 pode ser parametrizada em funo do ndice m e $\Delta \in \mathbb{R}$ tal como apresentado na sequência

$$\omega_1 = (m + \Delta)\frac{2\pi}{N}, \quad (2.73)$$

em que $|\Delta| < 0,5$.

Analisando as equaes (2.72) e (2.73), verifica-se que o erro de estimacão pode se aproximar assintoticamente de zero à medida que N tende ao infinito, o que significa aumentar a resoluo em frequência ($2\pi/N$) da transformada discreta $T\{\cdot\}$. Por outro lado, sabe-se que aumentar o valor N , implica em aumento do custo computacional, sobretudo para as transformadas que não dispõem de versão rápidas. Neste sentido, o principal desafio dos algoritmos para estimacão de frequência é obter uma estimativa precisa da frequência com baixa variância do erro de estimacão, sem aumentar o número de pontos das transformadas entre os domínios do tempo e da frequência.

Grande parte das técnicas de estimacão de frequência utilizam o procedimento apresentado anteriormente como passo inicial e aplicam técnicas não lineares e interpolao para refinar a estimacão.

2.6.1 Estimação de Frequência Usando DFT e Interpolação

Utilizando as amostras em frequência no entorno do índice m definido em (2.71), é possível empregar técnicas de interpolação para estimar o parâmetro Δ e refinar o estimador. Neste sentido, (ABATZOGLOU, 1985) propôs a técnica baseada no valores absolutos da DFT no entorno do índice m ($|Y_{DFT}[m-1]|$ e $|Y_{DFT}[m+1]|$) para estimar o parâmetro Δ , tal como apresentado na sequência

$$\hat{\Delta} = \begin{cases} \frac{|Y_{DFT}[m+1]|}{|Y_{DFT}[m+1]| + |Y_{DFT}[m]|} & , \quad |Y_{DFT}[m+1]| > |Y_{DFT}[m-1]| \\ -\frac{|Y_{DFT}[m-1]|}{|Y_{DFT}[m-1]| + |Y_{DFT}[m]|} & , \quad |Y_{DFT}[m+1]| < |Y_{DFT}[m-1]| \end{cases} \quad (2.74)$$

Obtendo assim o estimador dado por

$$\hat{\omega}_1 = \left(m + \hat{\Delta}\right) \frac{2\pi}{N}. \quad (2.75)$$

Verifica-se que o estimador (2.75) não explora a informação de fase das amostras do sinal em frequência, obtidas a partir da DFT. Em (MACLEOD, 1998), é apresentado um estimador que utiliza a informação de fase do sinal em frequência, empregando cinco amostras do sinal centradas no índice m . O estimador proposto em (MACLEOD, 1998) utiliza $r_e = Y_{DFT}[m]$, o valor de pico da DFT, como referência tal como apresentado na sequência

$$C_m[n] = \text{Re} \{Y_{DFT}[n+m] r_e^*\}, \quad (2.76)$$

em que $n = \{-2, -1, 0, +1, +2\}$.

A partir da série (2.76), (MACLEOD, 1998) propõe o seguinte estimador para Δ

$$\hat{\Delta} = \hat{\Delta}_c + \frac{\left(2, 5\hat{\Delta}_c + 0, 15 \sin\left(2\pi\hat{\Delta}_c\right)\right)}{N^2}, \quad (2.77)$$

em que $\hat{\Delta}_c$ é definido como sendo

$$\hat{\Delta}_c = 0, 4041 \arctan(2, 93\gamma), \quad (2.78)$$

sendo γ definido como

$$\gamma = \frac{4(C_m[-1] - C_m[1]) + 2(C_m[-2] - C_m[2])}{12C_m[0] + C_m[-2] + C_m[2] + 8(C_m[-1] + C_m[1])}. \quad (2.79)$$

A partir de $\hat{\Delta}$, equação (2.77), deriva-se o estimador proposto em (MACLEOD, 1998) como sendo

$$\hat{\omega}_1 = \left(m + \hat{\Delta}\right) \frac{2\pi}{N}. \quad (2.80)$$

2.6.2 Estimação de Frequência Usando WDFT

O desempenho dos estimadores de frequência baseados na interpolação das amostras em frequência aumenta consideravelmente para valores elevados de N , o que impacta o custo computacional das transformadas. Por outro lado, reduzir o número de amostras N , aumenta a variância de estimação em frequência. Desta forma, o desenvolvimento de técnicas de estimação de frequência com elevado desempenho e reduzido custo computacional são de suma importância. Neste sentido, (FRANZ; MITRA; DOBLINGER, 2003) propõe um estimador de frequência baseado na transformada WDFT que oferece elevado desempenho e baixo custo computacional. A técnica para estimação de frequência proposta em (FRANZ; MITRA; DOBLINGER, 2003) consiste nos seguintes passos:

1. Obtém-se uma estimativa grosseira da frequência identificando o maior valor absoluto da DFT do sinal, expresso por

$$\hat{\omega}_1 = \frac{2\pi}{N}m. \quad (2.81)$$

2. Aplica-se a transformada *warped* com o parâmetro $a = \alpha e^{i\hat{\omega}_1}$ centrado exatamente na frequência estimada no passo anterior. Em (FRANZ; MITRA; DOBLINGER, 2003) é apresentado uma fórmula empírica para determinar o valor de α em função de N e do percentual de concentração dos tons no entorno da frequência $\hat{\omega}_1$. Com os valores do sinal em frequência *warped* concentrados próximos ao lóbulo principal, obtém-se uma estimativa mais refinada ao identificar a frequência com maior valor absoluto, a qual é dada por

$$\tilde{\omega}_1 = \frac{2\pi}{N}p, \quad (2.82)$$

em que $p = \arg \max_k |Y_{WT}[k]|$.

3. repete-se o passo anterior com o parâmetro a centrado no valor máximo identificado no passo 2, caso a diferença entre a estimativa do passo 2 e a estimativa do passo 1 seja maior que um determinado limiar.

2.6.3 Proposição de Novas Técnicas para Estimação de Frequência

A técnica proposta em (FRANZ; MITRA; DOBLINGER, 2003) e analisada na seção (2.6.2) utiliza uma estimativa grosseira para ajustar o parâmetro a da transformada WDFT. A fim de melhorar essa estimativa inicial, a presente tese propõe aplicar a técnica de interpolação proposta em (MACLEOD, 1998) para obter uma estimativa inicial mais apurada. Com o valor de $\hat{\omega}_1$ obtido pelo processo de interpolação (2.80), obtém-se uma estimativa mais refinada, centrando os tons da WDFT mais próximos da frequência a ser estimada, ω_1 . Utilizou-se esse procedimento para as transformadas WDHT e WMCLT, gerando novas técnicas para estimação de frequência. Contudo, dado que o interpolador proposto em (MACLEOD, 1998) necessita de uma referência de fase (2.76), verifica-se experimentalmente que o mesmo não apresenta bons resultados quando utilizado com as transformadas DHT e MCLT. Assim sendo, empregou-se o interpolador proposto em (ABATZOGLOU, 1985), equação (2.74), para refinar a estimativa inicial e na sequência aplicar a transformada *warped* equivalente.

A Fig. 6 apresenta o fluxograma geral das técnicas de estimação de frequência propostas na presente tese. Analisando a Fig. 6, o termo $T\{\cdot\}$ representa uma das transformadas tempo-frequência DFT, DHT ou MCLT. Ao passo que o termo $T_W^a\{\cdot\}$ representa uma das transformadas WDFT, WDHT ou WMCLT, ajustadas com o parâmetro a .

Neste sentido, a presente tese propõe as seguintes técnicas de estimação de frequência:

- MI-WDFT: estimador baseado no interpolador Macleod (2.80) e nas transformadas DFT e WDFT;
- AI-WDHT: estimador baseado no interpolador Abatzoglou (2.74) e nas transformadas DHT e WDHT;
- AI-WMCLT: estimador baseado no interpolador Abatzoglou (2.74) e nas transformadas MCLT e WMCLT.

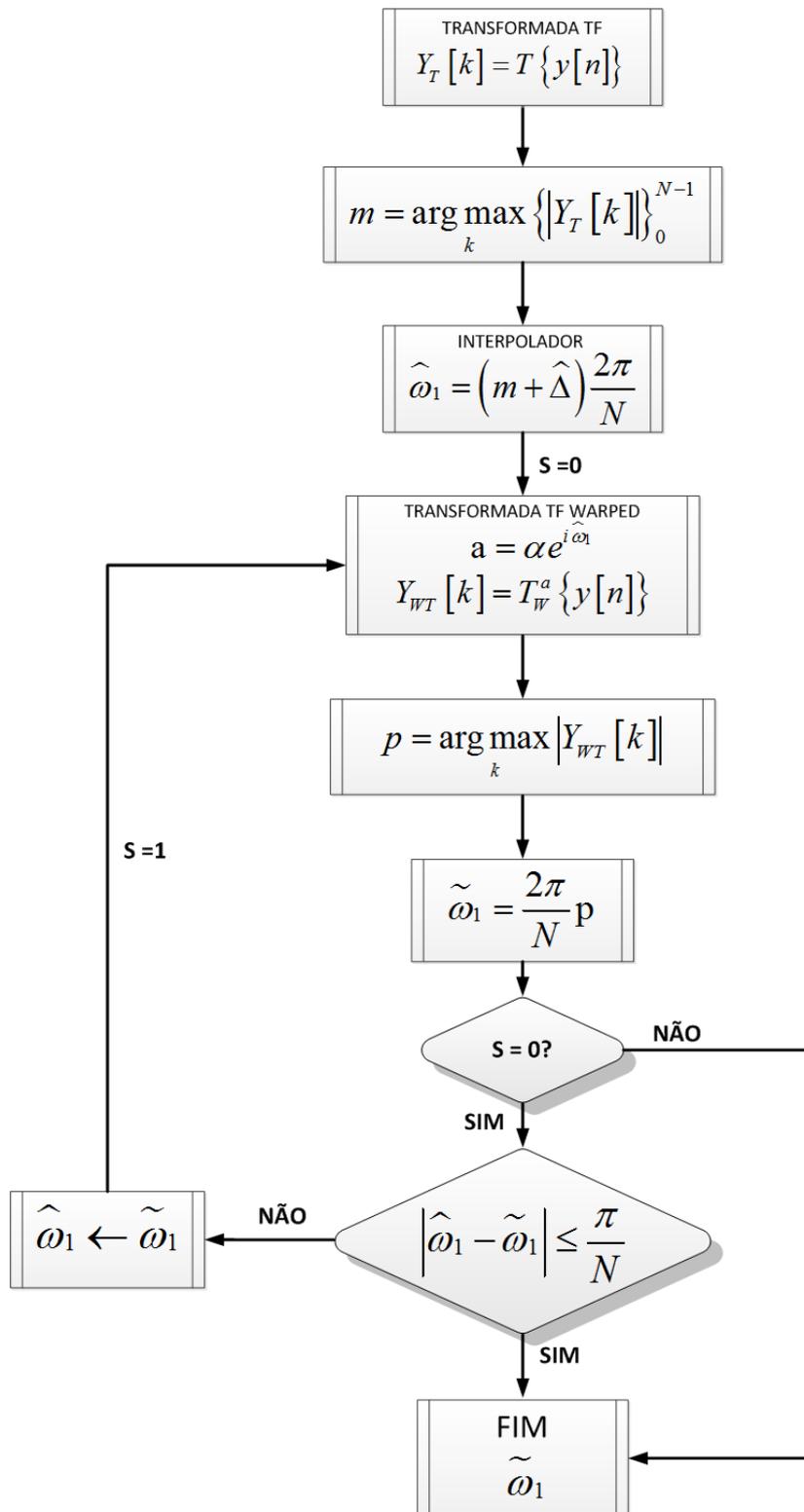


Figura 6: Fluxograma do procedimento para a estimação de frequência utilizando interpolador e transformadas *warped*. $T\{\cdot\}$ representa uma técnica genérica para mapeamento do sinal no domínio da tempo para o domínio da frequência, enquanto $T_w^a\{\cdot\}$ representa a técnica *warped* correspondente a $T\{\cdot\}$.

2.6.4 Procedimento para Estimacão de Frequências em Sinais Multicomponentes

Em grande parte das aplicaes, deseja-se estimar quais as componentes espectrais senoidais estão presentes num dado sinal monitorado no domínio do tempo. Estas componentes espectrais podem representar as componentes fundamentais e suas harmnicas e/ou componentes que não estão harmonicamente relacionadas (inter-harmnicas). Independente da aplicao, o que se busca é uma estimacão precisa das componentes espectrais senoidais dos sinais monitorados, empregando para tal algoritmos de baixa complexidade computacional.

Conforme relatado nas sees anteriores, para a precisão dos estimadores de frequências utilizando interpoladores, necessita-se do mapeamento do sinal do domínio do tempo para a frequência empregando transformadas com elevado número de pontos, o que por sua vez torna a estimacão altamente custosa do ponto de vista computacional.

Em contrapartida, elevar a precisão da estimacão das múltiplas frequências utilizando reduzido número de pontos na frequência  possível através da utilizao das transformadas *warped*s. Isto se verifica dado que as transformadas *warped*s elevam a resoluo em frequência numa faixa específica do espectro, concentrando as frequências discretizadas nesta região. O que possibilita aumentar a resoluo com reduzido número de pontos no domínio transformado.

Neste sentido, a fim de estimar as frequências das componentes espectrais de um dado sinal, a presente tese propõe o procedimento apresentado na seqncia:

1. Mapeamento dos domínios tempo na frequência

$$Y_T [k] = T \{y [n]\}, \quad (2.83)$$

em que $T \{\cdot\}$ é uma transformada genérica utilizada para mapear a seqncia $\{y [n]\}_{n=0}^{N-1}$ no domínio do tempo discreto para a seqncia $\{Y_T [k]\}_{k=0}^{N-1}$ no domínio da frequência discreta.

2. Cálculo do limiar de comparao

$$\mu = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} |Y_T [k]|. \quad (2.84)$$

3. Determinar o conjunto $\bar{\Upsilon}$, formado pelos intervalos consecutivos, cujo valor absoluto do sinal no domínio da frequência é superior ao limiar calculado na etapa anterior,

conforme formulado na sequência:

$$\bar{\Upsilon} \triangleq \{\xi_0, \xi_1, \dots, \xi_{J-1}\}, \quad (2.85)$$

em que $\xi_j \triangleq (d_j, q_j)$ tal que $|Y_T[k]| > \mu$ e $d_j < q_j$, para $j = 0, 1, \dots, J-1$, sendo $d_j, q_j \in \{0, 1, \dots, N-1\}$ os índices associados às amostras em frequência.

4. Determinar o conjunto $\bar{\Gamma}$, formado pelos índices de frequência cujo valor absoluto da resposta em frequência $Y_T[k]$ é o maior dentro de cada intervalo ξ_j , obtido na etapa anterior, ou seja,

$$\bar{\Gamma} \triangleq \{\bar{k}_0, \bar{k}_1, \dots, \bar{k}_J\}, \quad (2.86)$$

em que

$$\bar{k}_j = \arg \max_k \{|Y_T[k]|\} \mid k \in \xi_j \quad (2.87)$$

5. Mapear a sequência $\{y[n]\}_{n=0}^{N-1}$ no domínio do tempo para o domínio da frequência usando transformada *warped* para cada intervalo obtido no passo 3 (2.85). Sendo a fase do parâmetro a (2.45) da transformada *warped* ajustada nas frequências do conjunto $\bar{\Gamma}$, obtida na etapa 4 (2.86).

$$Y_{WT}[k] = T_W^a \{y[n]\} \quad (2.88)$$

6. Estimar a frequência associada ao maior valor absoluto da sequência $\{Y_{WT}[k]\}_{k=0}^{N-1}$ para cada intervalo (2.85). As estimativas de frequência formam o conjunto $\bar{\Omega}$, o qual é definido por

$$\bar{\Omega} \triangleq \{\hat{\omega}_0, \hat{\omega}_1, \dots, \hat{\omega}_{J-1}\}, \quad (2.89)$$

em que $\hat{\omega}_j = 2\pi\bar{k}_j/N$ e

$$\bar{\bar{k}}_j = \arg \max_k \{|Y_{WT}[k]|\} \mid k \in \xi_j. \quad (2.90)$$

O valor absoluto do parâmetro a empregado nas transformadas *warped*s foi omitido. O procedimento se aplica para as três transformadas estudadas na presente tese (DFT, DHT e MCLT) e as respectivas versões *warped*s (WDFT, WDHT e WMCLT).

2.7 Técnicas de Estimação da PSD

Estimar o conteúdo espectral ou a PSD de um processo WSS é uma tarefa com inúmeras aplicações em Engenharia. Uma das aplicações que vem ganhando destaque nos últimos dez anos é o monitoramento espectral utilizado pelos sistemas de comunicação cognitivo (HAYKIN; THOMSON; REED, 2009). Verifica-se na literatura que há inúmeras técnicas de estimação da PSD, cada uma ótima em relação a um determinado parâmetro. Em geral, as técnicas de estimação da PSD se dividem em duas classes, a saber: técnicas de estimação paramétrica e não paramétrica.

As técnicas paramétricas de estimação espectral se baseiam na premissa de que o processo WSS é gerado por um sistema linear excitado por um processo estocásticos WSS, iid com estatísticas bem definidas, tal como um ruído branco e Gaussiano. Neste caso, estimar a PSD do processo passa por identificar o modelo linear gerador do processo e determinar sua resposta em frequência. Em geral, os modelos empregados para estimação paramétrica da PSD são: AR (*autoregressive model*), MA (*Moving Average model*) e ARMA (*autoregressive move average model*), (HAYKIN, 2001a). Existem outras abordagens, como o método das respostas sem distorção com mínima variância e os métodos baseados na decomposição em autovalores e autovetores da matriz de covariância estimada do processo.

Por outro lado, as técnicas não paramétricas exploram diretamente as amostras de uma realização do processo, aplicando transformadas para levar as amostras do processo ao domínio da frequência. A partir das amostras de uma realização do processo no domínio da frequência, médias estocástica são aplicadas para estimar a PSD.

Na sequência serão apresentados as duas principais abordagens de estimação espectral não paramétrica. A primeira abordagem se baseia no periodograma e a segunda abordagem na aplicação de múltiplas janelas nas amostras do processo no domínio do tempo. Sendo que para esta última abordagem, a presente tese propõe uma técnica inédita baseada em múltiplas janelas e na transformada Hartley.

2.7.1 Periodograma

O conteúdo espectral da sequência aleatória $\{x[n]\}_{n=0}^{N-1}$ é caracterizado pela PSD quando o processo estocástico gerador da amostra é WSS e se conhece a função de autocorrelação do processo, tal como apresentado na seção 2.3.5. Para o caso de uma amostra reduzida de pontos de uma realização do processo, pode-se obter uma estimativa estocás-

tica da PSD denominada periodograma utilizando uma média de múltiplas amostras do processo no domínio da frequência. Na sequência, será apresentada a relação entre a PSD e o peridograma obtido de uma realização do processo, tal como formulado em (HAYKIN, 2001a).

Aplicando a DTFT (2.7) à sequência $\{x[n]\}_{n=0}^{N-1}$, tem-se

$$X(e^{i\omega}) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-i\omega n}. \quad (2.91)$$

O conjugado da resposta em frequência é dado por

$$X^*(e^{i\omega}) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x^*[n] e^{i\omega n}. \quad (2.92)$$

Multiplicando as equações (2.91) e (2.92) tem-se

$$|X(e^{i\omega})|^2 = \frac{1}{N^2} \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{k=0}^{N-1} x[n] x^*[k] e^{-i\omega(n-k)}. \quad (2.93)$$

Aplicando o operador esperança estatística, $E\{\cdot\}$, em ambos os lados da equação (2.93) tem-se

$$E\{|X(e^{i\omega})|^2\} = \frac{1}{N^2} \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{k=0}^{N-1} E\{x[n] x^*[k]\} e^{-i\omega(n-k)}, \quad (2.94)$$

em que $R[n-k] = E\{x[n] x^*[k]\}$ é a autocorrelação do sinal $x[n]$ para um atraso $n-k$.

Reescrevendo (2.94) em termos da autocorrelação de $x[n]$, tem-se

$$E\{|X(e^{i\omega})|^2\} = \frac{1}{N^2} \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{k=0}^{N-1} R[n-k] e^{-i\omega(n-k)}. \quad (2.95)$$

A fim de evidenciar a relação entre o periodograma e a PSD do processo estacionários, a equação (2.95) pode ser reescrita, tal como apresentado em (HAYKIN, 2001a) e reproduzido na sequência

$$E\{|X(e^{i\omega})|^2\} = \frac{1}{N^2} \sum_{l=-N+1}^{N-1} \left(1 - \frac{|l|}{N}\right) R[l] e^{-i\omega l}. \quad (2.96)$$

Aplicando o limite em ambos os lados da equação (2.96) tem-se

$$\lim_{N \rightarrow \infty} E \left\{ |X(e^{i\omega})|^2 \right\} = \frac{1}{N^2} \sum_{l=-\infty}^{\infty} R[l] e^{-i\omega l}. \quad (2.97)$$

Pela definição da PSD apresentada anteriormente em (2.30), chega-se à seguinte relação entre a DTFT de uma amostra do processo e a PSD

$$\begin{aligned} S(e^{i\omega}) &= \frac{1}{N} \sum_{l=-\infty}^{\infty} R[l] e^{-i\omega l} \\ &= \frac{\lim_{N \rightarrow \infty} E \left\{ |X(e^{i\omega})|^2 \right\}}{N} \\ &= \lim_{N \rightarrow \infty} E \left\{ \frac{|X(e^{i\omega})|^2}{N} \right\}, \end{aligned} \quad (2.98)$$

em que o termo $\frac{|X(e^{i\omega})|^2}{N}$ é definido como periodograma (OPPENHEIM; SCHAFER, 2010). Verifica-se que a média obtida pelo periodograma tende à PSD do processo na medida em que N tende ao infinito.

Desta forma, uma estimativa estocástica da PSD do sinal $x[n]$ pode ser obtida da média estocástica do periodograma de algumas realizações do processo, a qual é expressa por

$$\widehat{S}(e^{i\omega}) = \frac{1}{Q} \sum_{q=0}^{Q-1} \frac{|X_q(e^{i\omega})|^2}{N}, \quad (2.99)$$

em que $X_q(e^{i\omega})$ é a DTFT de tamanho N da q -ésima amostra da realização do processo $\{x[n]\}_{n=qN}^{N-1+qN}$.

2.7.2 Multitaper Method

Usualmente, as técnicas de estimação espectral empregam janelas temporais a fim de evitar discontinuidades nas extremidades das sequências do sinal no tempo, buscando desta forma minimizar a polarização da estimação no domínio da frequência provocada pelas perdas de energia nos lóbulos laterais. Por outro lado, a aplicação das janelas no domínio do tempo reduz a quantidade de informação do sinal, elevando, por sua vez, a variância do estimador. O compromisso entre reduzir as perdas nos lóbulos laterais sem aumentar a variância do estimador espectral foi tratado no trabalho (THOMSON, 1982), no qual é desenvolvida a técnica de estimação do espectro por múltiplo janelamento (*multitaper method* MTM) que apresenta as seguintes características:

- O MTM emprega todo o sinal para estimar a PSD, enquanto grande parte das demais técnicas (OPPENHEIM; SCHAFER, 2010) empregam segmentos sobreposto do sinal para obterem várias realizações do espectro e, com isso, obter uma estimativa média da PSD.
- A resolução do estimador é definida pelo usuário em função da largura de banda pré-definida, a qual é definida por $2W_x$ (rad);
- MTM oferece mecanismos para reduzir conjuntamente a polarização e a variância do estimador da PSD;
- O MTM pode estimar a PSD com mais de dois graus de liberdade, além do número de amostras no tempo e o tipo de janela, o MTM permite variar o número de janelas e a largura de banda monitorada, $2W_x$. Note que a maioria dos estimadores contam com dois graus de liberdade (número de amostras no tempo e o tipo de janela).

Diante das características apresentadas, a utilização do MTM vem sendo apontada como a principal ferramenta para o monitoramento do espectro em sistemas de comunicação cognitivo (HAYKIN; THOMSON; REED, 2009). Basicamente, o MTM estima a PSD do sinal recebido através de uma média de múltiplas PSDs estocásticas do sinal monitorado, conforme é expresso por

$$\hat{S}(e^{i\omega}) = \frac{1}{J} \sum_{j=0}^{J-1} \hat{S}_j(e^{i\omega}), \quad (2.100)$$

em que cada $\hat{S}_j(e^{i\omega})$, denominado de auto-espectro, é uma estimativa estocástica da PSD do sinal monitorado obtida da seguinte forma

$$\hat{S}_j(e^{i\omega}) = \left| \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} u_j[n] x[n] e^{-i\omega n} \right|^2. \quad (2.101)$$

em que $u_j[n]$ é uma janela aplicada ao sinal $x[n]$.

A ideia por trás do MTM é concentrar toda a energia da PSD estimada dentro da banda monitorada, $2W_x$ (radianos)⁶, isto é,

$$\int_{-W_x}^{W_x} |U_k(e^{i\omega})|^2 d\omega \approx \int_{-\pi}^{\pi} |U_k(e^{i\omega})|^2 d\omega, \quad (2.102)$$

⁶Para simplificação, considerou-se a frequência normalizada $f_s = 1$ Hz nesta seção.

em que $U_j(e^{i\omega})$ é a DTFT da janela aplicada ao sinal monitorado. Note que

$$\begin{aligned} U_j(e^{i\omega}) &= \sum_{n=0}^{N-1} u_j[n] e^{-i\omega n}, \\ &= \mathbf{u}_j^T \mathbf{a} \end{aligned} \quad (2.103)$$

em que $\mathbf{u}_j = [u_j[0] \ u_j[1] \ \dots \ u_j[N-1]]^T$, $\mathbf{a} = [1 \ e^{-i\omega} \ e^{-i2\omega} \ \dots \ e^{-i(N-1)\omega}]^T$ e T é o operador de transposição.

Conforme formulado em (BAIER, 2000), a fim de manter os auto-espectros descorrelacionados, a premissa básica é garantir a ortogonalidade das múltiplas janelas, ou seja,

$$\sum_{n=0}^{N-1} u_q[n] u_p[n] = 0, \quad \forall q \neq p. \quad (2.104)$$

Supondo que o sinal monitorado é um ruído branco de variância unitária, a energia na saída do estimador para toda faixa é dada por

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} |U_j(\omega)|^2 d\omega = \mathbf{u}_j^\dagger \mathbf{u}_j, \quad (2.105)$$

em que \dagger é o operador Hermitiano. Ao passo que para a faixa de frequência $2W_x$, a energia do sinal será

$$\begin{aligned} \frac{1}{2\pi} \int_{-W_x}^{W_x} |U_j(e^{i\omega})|^2 d\omega &= \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{N-1} u_j[n] u_j^\dagger[m] \left[\int_{-W_x}^{W_x} e^{i\omega(m-n)} d\omega \right] \\ &= \mathbf{u}_k^\dagger \left[\int_{-W_x}^{W_x} e^{i\omega(m-n)} d\omega \right] \mathbf{u}_k \\ &= \mathbf{u}_j^\dagger \mathbf{A} \mathbf{u}_j, \end{aligned} \quad (2.106)$$

em que \mathbf{A} é uma matriz de ordem N , e o elemento localizado na n -ésima linha e m -ésima coluna é expresso por

$$A_{n,m} = \int_{-W_x}^{W_x} e^{i\omega(m-n)} d\omega = \frac{\sin(W_x(m-n))}{\pi(m-n)}. \quad (2.107)$$

Finalmente, chega-se a relação entre a energia do sinal dentro da faixa de interesse, $-W_x < \omega < W_x$, e a energia em todo espectro, a qual é expressa por

$$\lambda_k = \frac{\int_{-W_x}^{W_x} |U_k(e^{i\omega})|^2 d\omega}{\int_{-\pi}^{\pi} |U_k(e^{i\omega})|^2 d\omega} = \frac{\mathbf{u}_k^* \mathbf{A} \mathbf{u}_k}{\mathbf{u}_k^* \mathbf{u}_k}. \quad (2.108)$$

Espera-se que λ_k se aproxime ao máximo de um, o que significa menor polarização do estimador ocasionada pelas perdas nos lóbulos laterais. Neste caso, os autovetores associados aos maiores autovalores da matriz \mathbf{A} são denominados sequência discreta difundida esferoidal (*discrete prolate spheroidal sequences*- DPSS). As DPSS associadas aos maiores autovalores maximizam a relação expressa por (2.108).

Conforme apresentado em (HAYKIN; THOMSON; REED, 2009), uma forma de implementar o estimador espectral é dado pela média dos autoespectros ponderados pelos maiores autovalores, conforme expresso por

$$\hat{S}(e^{i\omega}) = \frac{\sum_{j=0}^{J-1} \lambda_j \left| \hat{S}_j(e^{i\omega}) \right|^2}{\sum_{j=0}^{J-1} \lambda_j}, \quad (2.109)$$

em que J é o número de sequências DPSS. Enquanto os autoespectros associados aos maiores autovalores apresentam excelentes propriedades no que se refere à polarização do espectro, as perdas nos lóbulos laterais aumentam à medida que a ordem dos autovalores se aproxima do limite $C_0 \triangleq NW_x/\pi$, ou seja, o número de janelas deve ser limitado por $J \leq \lfloor 2NT_s W_x f_s / \pi \rfloor$, em que $\lfloor x \rfloor \triangleq \max \{m \in \mathbb{Z} \mid m \leq x\}$. Em (HAYKIN; THOMSON; REED, 2009), é proposta uma versão adaptativa do MTM (AMTM da sigla em Inglês⁷). Nesta versão adaptativa, a estimativa da PSD é obtida pela média ponderada pelos pesos $d_j(e^{i\omega})$, cujos valores dependem da frequência, conforme formulado na sequência.

$$\hat{S}(e^{i\omega}) = \frac{\sum_{j=0}^{J-1} d_j(e^{i\omega}) \left| \hat{S}_j(e^{i\omega}) \right|^2}{\sum_{j=0}^{J-1} d_j(e^{i\omega})}, \quad (2.110)$$

em que $d_j(e^{i\omega})$ é obtido pelo uso da seguinte expressão

⁷ Adaptive MTM.

$$d_j(e^{i\omega}) = \frac{\sqrt{\lambda_j} \bar{S}(e^{i\omega})}{\lambda_j \bar{S}(e^{i\omega}) + (1 - \lambda_j) \sigma^2}, \quad (2.111)$$

em que $\sigma^2 = 1/N \sum_{n=0}^{N-1} |x[n]|^2$ e $\bar{S}(e^{i\omega})$ é uma estimativa da PSD do sinal $x[n]$ obtida iterativamente da seguinte forma:

$$\bar{S}^{(l+1)}(e^{i\omega}) = \frac{\sum_{j=0}^{K-1} \frac{\lambda_j \bar{S}^{(l)}(e^{i\omega})}{(\lambda_j \bar{S}^{(l)}(e^{i\omega}) + (1 - \lambda_j) \sigma^2)^2}}{\sum_{j=0}^{K-1} \frac{\lambda_j}{(\lambda_j \bar{S}^{(l)}(e^{i\omega}) + (1 - \lambda_j) \sigma^2)^2}}, \quad (2.112)$$

na qual l denota a l -ésima iteração. A estimativa inicial da PSD ($\bar{S}^{(0)}(e^{i\omega})$) é obtida da média dos dois primeiros autoespectros correspondentes aos dois maiores autovalores. O critério utilizado para verificar a convergência é dado por:

$$\sum_{j=0}^{K-1} \frac{\lambda_j [\bar{S}(e^{i\omega}) - \hat{S}_j(e^{i\omega})]}{\lambda_j [\lambda_j \bar{S}(e^{i\omega}) - (1 - \lambda_j) \sigma^2]^2} \simeq 0. \quad (2.113)$$

2.7.3 Proposição do Hartley Multitaper Method

Em grande parte das aplicações de monitoramento espectral, o interesse está em valores absolutos do conteúdo espectral do sinal monitorado. Portanto, espera-se que a informação contida na fase, obtida através das transformadas com *kernel* complexo, do sinal monitorado não proporcione ganhos extras quando comparada às transformadas cujos *kernels* são funções reais e, portanto, não proporcionam informação de fase no domínio da frequência. Neste sentido, a presente contribuição deriva uma nova técnica de estimação da PSD do sinal, a qual é baseada na fusão entre a transformada Hartley discreta e o método MTM, dada por:

$$\hat{S}(e^{i\omega}) = \frac{\sum_{j=0}^{J-1} \lambda_j \left| \hat{S}_j(e^{i\omega}) \right|^2}{\sum_{j=0}^{J-1} \lambda_j}, \quad (2.114)$$

em que o número J de sequências DPSS é limitado por $J \leq \lfloor 2NT_s W_x f_s / \pi \rfloor$. Note que cada $\hat{S}_j(e^{i\omega})$, denominado de auto-espectro, é uma estimativa estocástica da PSD do sinal

monitorado. Essa estimativa é obtida aplicando uma janela, $u_j[n]$, ao sinal $x[n]$, ou seja,

$$\widehat{S}_j(e^{i\omega}) = \left| \sum_{n=0}^{N-1} u_j[n] x[n] \text{cas}(\omega n) \right|^2. \quad (2.115)$$

Tal como formulado para o MTM, uma versão adaptativa e inédita para HMTM, denominada *adaptive Hartley Multitaper Method* (AHMTM) é proposta, na qual a PSD estimada é obtida pela média dos autoespectros ponderados pelo ganhos $d_j(e^{i\omega})$ obtidos via processo iterativo, conforme apresentado nas equações (2.110), (2.111) e (2.112).

2.8 Técnicas de Estimação da PSD Baseadas em Transformadas Warped

A estimação da densidade espectral de potência (PSD) de um sinal monitorado numa faixa ampla de frequência permite identificar uma série de características do meio no qual o sinal foi adquirido. Dentre as informações que podem ser extraídas da PSD, destacam-se: *i*) as sub-faixas ocupadas pelos sinais presentes no ambiente; *ii*) relação sinal ruído nas faixas ocupadas, *iii*) nível de potência do ruído de fundo, dentre outras informações.

A questão central no que se refere à estimação da PSD é o compromisso entre polarização e variância de estimação. De um lado, a polarização de estimação ocorre devido às perdas nos lóbulos laterais, provocada pelo truncamento do sinal no domínio do tempo que se agrava à medida que a janela do sinal utilizado para estimação é reduzida. Por outro lado, uma forma de contornar o problema das perdas de energia nos lóbulos laterais do espectro é a utilização de janelas no domínio do tempo aplicada ao sinal. Contudo, esta solução pode aumentar a variância da estimação devido às perdas de informação causada pela redução da energia do sinal. Uma forma de contornar essa dificuldade é a utilização do método de múltiplas janelas, conforme apresentado na seção 2.7.2, em que o compromisso entre polarização e variância de estimação é balizado pelo número de janelas e o tamanho de cada uma através da equação $J \leq \lfloor 2NT_s W_x f_s / \pi \rfloor$.

Uma vez que a resolução em frequência do MTM está relacionada à largura de banda $2W_x$ (HAYKIN; THOMSON; REED, 2009), verifica-se pela equação $J \leq \lfloor 2NT_s W_x f_s / \pi \rfloor$ que, para J fixo, o tamanho da janela (NT_s) no domínio do tempo tende ao infinito à medida em que a largura $2W_x$ de banda tende a zero. Desta forma, embora o MTM seja uma técnica apropriada e largamente empregada para estimação espectral, o MTM não é apropriado para estimação da PSD de sinais de banda estreita. Neste sentido, a utilização de transformada com mapeamento não uniforme sobre o círculo de raio unitário, em conjunto com as múltiplas janelas ortogonais, contorna essa limitação do MTM, tal como

é proposto nas seções 2.8.1 e 2.8.2.

2.8.1 Warped MTM

Reescrevendo o método de estimação da PSD baseado na aplicação de múltiplas janelas (MTM) em termos da DFT, tem-se

$$\widehat{S}[k] = \frac{\sum_{q=0}^{Q-1} \lambda_q \left| \widehat{S}_q[k] \right|^2}{\sum_{q=0}^{Q-1} \lambda_q}, \quad (2.116)$$

em que k é o índice da k -ésima frequência variando de 0 até $N - 1$, linearmente espaçadas sobre o círculo de raio unitário. Q é o número de autoespectros $\widehat{S}_q[\cdot]$, associados aos autovalores λ_q . Sendo os autoespectros obtidos da transformada discreta de Fourier aplicada ao sinal janelado pela q -ésima sequência de Slepian, $\{u_q[n]\}_{n=0}^{N-1}$, tal como representado na sequência

$$\widehat{S}_q[k] = \left| \sum_{n=0}^{N-1} u_q[n] y[n] e^{-i\frac{2\pi}{N}kn} \right|^2. \quad (2.117)$$

Rearranjando a equação (2.117), isolando o parâmetro $e^{-i\frac{2\pi}{N}k}$, tem-se

$$\widehat{S}[k] = \frac{\sum_{q=0}^{Q-1} \lambda_q \left| \sum_{n=0}^{N-1} u_q[n] y[n] \left(\underbrace{e^{-i\frac{2\pi}{N}k}}_{z^{-1}} \right)^n \right|^2}{\sum_{q=0}^{Q-1} \lambda_q}. \quad (2.118)$$

Reescrevendo a equação (2.118), em termos do parâmetro z da transformada z , obtém-se

$$\widehat{S}\left[\frac{N}{2\pi} \arg\{z\}\right] = \frac{\sum_{q=0}^{Q-1} \lambda_q \left| \sum_{n=0}^{N-1} u_q[n] y[n] (z^{-1})^n \right|^2}{\sum_{q=0}^{Q-1} \lambda_q}. \quad (2.119)$$

Na equação (2.119), substituindo o parâmetro z^{-1} pelo filtro passa-tudo de primeira ordem $B(z)$ (2.45), deriva-se o novo método de estimação da PSD com distribuição não uniforme das frequências discretizadas, denominado na presente tese de *Warped Multitaper*

Method (WMTM), tal como apresentado na sequência

$$\widehat{S}_W \left(\frac{N}{2\pi} \varpi_k \right) = \frac{\sum_{q=0}^{Q-1} \lambda_q \left| \sum_{n=0}^{N-1} u_q[n] x[n] \left(\frac{a^* + e^{-i\frac{2\pi}{N}k}}{1 + a e^{i\frac{2\pi}{N}k}} \right)^n \right|^2}{\sum_{q=0}^{Q-1} \lambda_q}, \quad (2.120)$$

em que a frequência *warped* ϖ_k é definido em (2.57).

A técnica proposta possibilita aumentar a resolução espectral dentro de uma sub-banda específica em função do parâmetro complexo $a = |\alpha| e^{i\varphi}$. Esta característica permite estimar sinais de banda estreita com maior precisão.

Tal como formulado para o MTM, uma versão adaptativa para WMTM, denominada *Adaptive Warped Multitaper Method* (AWMTM) é proposta, na qual a PSD estimada é obtida pela média dos autoespectros ponderados pelo ganhos $d_j[k]$ obtidos via processo iterativo, conforme apresentado nas equações (2.110), (2.111) e (2.112).

2.8.2 Warped Hartley MTM

O método de estimação de PSD baseado nas múltiplas janelas usando a transformada Hartley apresentado na seção (2.7.3), pode ser modificado aplicando-se a técnica de distribuição não uniforme dos tons sobre o círculo de raio unitário. Esta nova técnica, denominada *Warped Hartley MTM* (WHMTM), pode ser derivada reescrevendo o j -ésimo autoespectro (2.115) da HMTM da seguinte forma

$$\widehat{S}_j \left[\frac{N}{2\pi} \arg \{z\} \right] = \left| \sum_{n=0}^{N-1} u_j[n] y[n] \text{cas}(\arg \{z\} n) \right|^2, \quad (2.121)$$

na qual a transformada discreta de Hartley é aplicada ao sinal $\{y[n]\}_{n=0}^{N-1}$ janelado pela j -ésima sequência de Slepian, $\{u_j[n]\}_0^{N-1}$, sendo $\arg \{z\} = 2\pi k/N$.

Substituindo o parâmetro z da equação (2.121) pelo filtro passa-tudo $B(z)^{-1}$ (2.45), obtém-se o novo autoespectro dado por

$$\widehat{S}_j \left[\frac{N}{2\pi} \arg \{B(z)^{-1}\} \right] = \left| \sum_{n=0}^{N-1} u_j[n] y[n] \text{cas}(\arg \{B(z)^{-1}\} n) \right|^2. \quad (2.122)$$

Substituindo o argumento de $B(z)^{-1}$ na equação (2.122), conforme mapeamento apresentado em (2.46), tem-se

$$\widehat{S}_j \left(\frac{N}{2\pi} \varpi_k \right) = \left| \sum_{n=0}^{N-1} u_j[n] y[n] \operatorname{cas} \left[\left(\frac{2\pi}{N} k + \arctan \left(\frac{\alpha \sin(\varphi - 2\pi k/N)}{1 + \alpha \cos(\varphi - 2\pi k/N)} \right) \right) n \right] \right|^2, \quad (2.123)$$

para $k = 0, 1, \dots, N - 1$. Em que o mapeamento na frequência *warped* ϖ_k é definido em (2.57), sendo α e φ os parâmetros da constante *warped* $a \in \mathbb{C}$.

A partir da média dos autoespectros (2.123) ponderados pelos autovalores associados (2.108), deriva-se o WHMTM

$$\widehat{S} \left(\frac{N}{2\pi} \varpi_k \right) = \frac{\sum_{q=0}^{Q-1} \lambda_q \left| \sum_{n=0}^{N-1} u_q[n] y[n] \operatorname{cas} \left(\frac{2\pi}{N} k + \arctan \left(\frac{\alpha \sin(\varphi - 2\pi k/N)}{1 + \alpha \cos(\varphi - 2\pi k/N)} \right) n \right) \right|^2}{\sum_{q=0}^{Q-1} \lambda_q}. \quad (2.124)$$

Assim como formulado para o MTM, uma versão adaptativa para WHMTM, denominada *Adaptive Warped Hartley Multitaper Method* (AWHMTM) é proposta, na qual a PSD estimada é obtida pela média dos autoespectros ponderados pelo ganhos $d_j[k]$ obtidos via processo iterativo, conforme apresentado nas equações (2.110), (2.111) e (2.112).

2.9 Proposição de Estrutura em Banco de Filtros para Estimação da PSD

Estimar a PSD de um sinal numa ampla faixa do espectro é um grande desafio, tendo em vista a necessidade da elevada resolução em frequência. Sobretudo para sinais multicomponentes com sinais senoidais de banda estreita com frequências muito próximas umas das outras. Conforme visto nas seções anteriores, elevar a resolução em frequência requer a utilização de transformadas discretas com elevado número de pontos, dado que a faixa de frequência $-\Omega_s/2 < \Omega < \Omega_s/2$ é dividida uniformemente em N pontos, formando $N - 1$ intervalos de frequência, em que Ω é a frequência em radianos por segundo e $\Omega_s = 2\pi f$ é a frequência de amostragem em radianos por segundo. Sendo cada intervalo com Ω_s/N de largura de banda, o que representa a resolução em frequência da transformada. Repare que independente da faixa ocupada pelo sinal analisado, toda a faixa de frequência normalizada $-\Omega_s/2 < \Omega < \Omega_s/2$ é considerada pela DFT, o que representa uma baixa eficiência, dado que nem sempre toda a faixa de frequência é ocupada pelo sinal. Em muitos casos, o sinal ocupa uma faixa estreita do espectro, porém, para que se tenha uma alta resolução em frequência, necessita-se um grande número de pontos da transformada,

acarretando em grande dispêndio computacional.

Uma forma de contornar esse problema é a utilização das transformadas *warped*, conforme apresentado na seção 2.8, em que as amostras em frequência são concentradas numa região do espectro pré-estabelecida. Entretanto, para que a transformada *warped* possa ser empregada, deve-se conhecer *a priori* em qual região do espectro o sinal encontra-se, para sintonizar a transformada. Uma forma mais eficiente para analisar o espectro numa ampla faixa de frequência, utilizando para tal as transformadas com reduzido número de pontos e ainda manter elevada a resolução em frequência é dividir o espectro em subfaixas e analisar cada faixa separadamente.

Considerando que o conteúdo espectral de interesse do sinal monitorado $y[n]$ se concentra no intervalo $(-W_x, W_x)$, em que W_x é a frequência máxima presente no sinal $y[n]$, a taxa de amostragem requerida será de no mínimo $\Omega_s \geq 2W_x$ para atender ao critério de Nyquist.

Dividindo o intervalo $(-\Omega_s/2, \Omega_s/2)$ em $2M$ sub-bandas de frequências, é possível obter a representação das M sub-bandas no intervalo $(0, \Omega_s/2)$ em banda base a partir do procedimento ilustrado na Fig. 7.

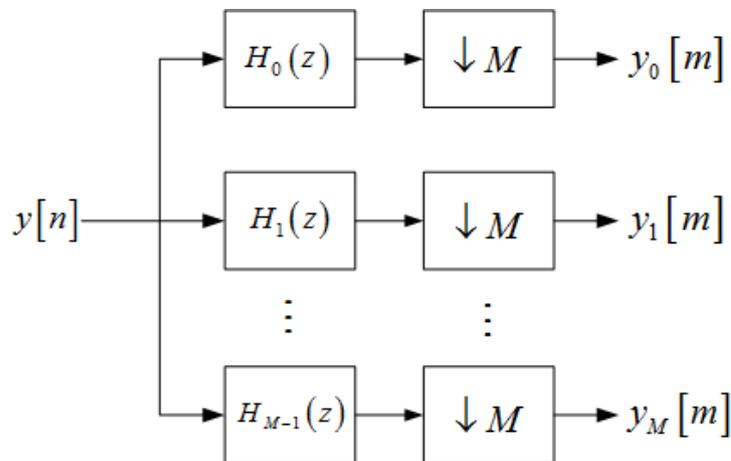


Figura 7: Estrutura de filtragem e demodulação digital.

Em que cada filtro $H_0(z)$, $H_1(z)$, ..., $H_{M-1}(z)$ possui largura de banda de W_x/M . A taxa de amostragem dos sinais nas saídas dos blocos decimadores será de Ω_s/M .

A estrutura apresentada na Fig. 7 divide o espectro monitorado em M sub-bandas, sendo cada sub-banda demodulada para a bandabase pelo processo de filtragem da sub-banda seguido por subamostragem. Desta forma, ao utilizar uma transformada tempo-frequência com N pontos, a resolução em frequência da faixa analisada passa a ser

$$\frac{\Omega_s}{NM}, \quad (2.125)$$

o que representa uma resolução em frequência M vezes maior, quando comparada a resolução obtida empregando o mapeamento para todo o espectro no intervalo $-\Omega_s/2 < \Omega < \Omega_s/2$. Para que se possa utilizar uma transformada de comprimento N , deve-se completar com zeros o sinal na saída do bloco dizimador.

A formulação da técnica de demodulação digital utilizando filtragem e subamostragem é apresentado em (CROCHIERE; RABINER, 1983) e reproduzido na sequência, sendo a i -ésima sub-banda obtida por:

$$Y_i(e^{i\omega}) = \frac{1}{M} \sum_{l=0}^{M-1} H_{BP}^i(e^{i(\omega-2\pi l)/M}) Y(e^{i(\omega-2\pi l)/M}) \quad (2.126)$$

em que $Y(e^{i\omega})$ é o sinal de entrada $y[n]$ no domínio da frequência e $H_{BP}^i(e^{i\omega})$ é o filtro em banda passante na i -ésima sub-banda para o qual as frequências de corte entre as sub-bandas deverão ser obtidas a fim de evitar o *aliasing* entre os múltiplos espectros periódicos.

$$H_{BP}^i(e^{i\omega}) = \begin{cases} 1, & i\frac{\pi}{M} < |\omega| < (i+1)\frac{\pi}{M} \\ 0, & c.c. \end{cases}, \quad (2.127)$$

em que $i = 0, 1, \dots, M-1$ e M o número de sub-bandas que define o fator de subamostragem a ser empregado.

2.10 Avaliação do Custo Computacional das Técnicas Propostas

Um parâmetro fundamental ao avaliar a viabilidade de implementação em hardware de uma técnica de processamento de sinais é o custo computacional requerido, que pode ser medida em função do número de operações de multiplicação e adição. Em última instância, quanto maior o custo computacional do algoritmo que implementa a técnica, maior a dissipação de potência no circuito integrado (CI) e maior a área ocupada pelo chip em cada *wafer*, (RABAEY; CHANDRAKASAN; NIKOLIC, 2003). A dissipação de potência se verifica em função da necessidade do incremento na frequência de operação, dado que em grande parte das aplicações, existem restrições de tempo de execução e recursos, ou seja, o sinal deve ser processado dentro de um intervalo limitado de tempo dado um recurso de hardware pré-definido. Nesse caso, quando se tem um grande número de operações de

multiplicação e adição para cada amostras do sinal e um tempo limitado para execução, deve-se elevar a frequência do relógio do hardware, o que por sua vez eleva a potência de dissipação no chip pelo quadrado da frequência, impactando diretamente no consumo de energia do dispositivo. Por outro lado, a síntese direta em hardware de algoritmos com elevada complexidade computacional requer chips com área maior, o que proporcionada uma redução do número de chips por *wafers* e consequentemente torna o projeto não atrativo do ponto de vista econômico.

A tabela 1 faz um comparativo das técnicas estudadas e propostas na presente tese. Os valores apresentados representam o número de operações de multiplicação e adição real para cada técnica em função no número de amostras na entrada do algoritmo, considerando o sinal de entrada real.

Tabela 1: Custo computacional.

Transformada	Multiplicações	Adições
DFT	$N \log_2(N)$	$N \log_2(N)$
W-DFT	$N(6N - 2)$	$2N(3N - 1)$
DHT	$N \log_2(N)$	$N \log_2(N)$
W-DHT	$N(5N - 1)$	$N(6N - 1)$
MCLT	$N[\log_2(N) + 1]$	$N[3\log_2(N) + 3] - 2$
W-MCLT	$6N^2 + 4$	$N(6N - 1) + 2$
MTM	$JN[\log_2(N) + 1]$	$JN \log_2(N)$
W-MTM	$5JN^2$	$2JN(3N - 1)$
HMTM	$JN[\log_2(N) + 1]$	$JN \log_2(N)$
W-HMTM	$5JN^2$	$JN(6N - 1)$

Para análise da complexidade computacional da DFT, foi considerado a FFT (*Fast Fourier Transform*), (OPPENHEIM; SCHAFER, 2010). Da mesma forma, uma versão rápida para a MCLT apresentada em (MALVAR, 2003) foi considerada na avaliação da complexidade computacional. Em (BRACEWELL, 1984) é proposto uma versão rápida do algoritmo para cálculo da transformada Hartley, com custo computacional idêntico à FFT, sendo este valor considerado na avaliação apresentada nesta seção. Por outro lado, a complexidade das transformadas MTM e HMTM são proporcionais à complexidade da FFT, porém multiplicadas pelo fator J que representa o número de janelas Slepian utilizadas para estimar a PSD do sinal. A cada janela Slepian, uma nova FFT deve ser aplicada ao sinal janelado no domínio do tempo e uma janela multiplica ao sinal de entrada. Conforme apresentado em (FRANZ; MITRA; DOBLINGER, 2003), não é possível utilizar a FFT para cálculo da transformada *warped*, o que se verifica no aumento da complexidade

computacional das técnicas *warped*s.

As Figs. 8 e 9 apresentam na forma de gráfico uma comparação do custo computacional das técnicas em função do número de amostras dos sinal de entrada.

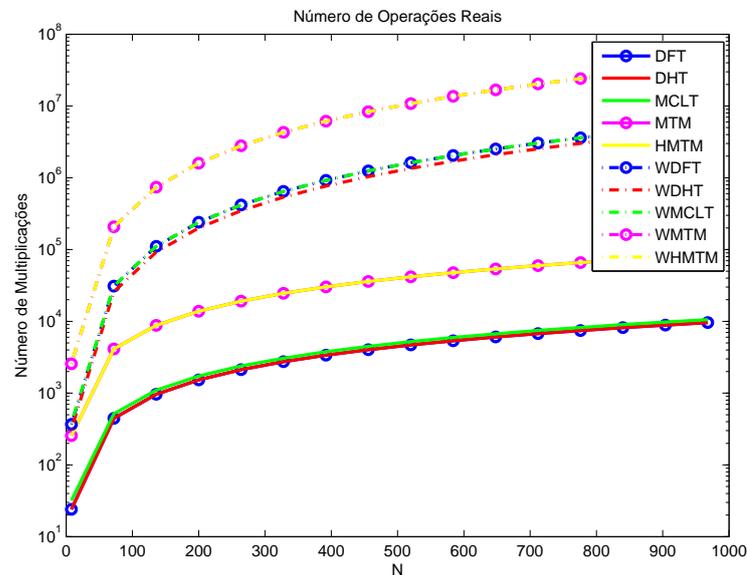


Figura 8: Número de operações de multiplicação real das técnicas estudadas.

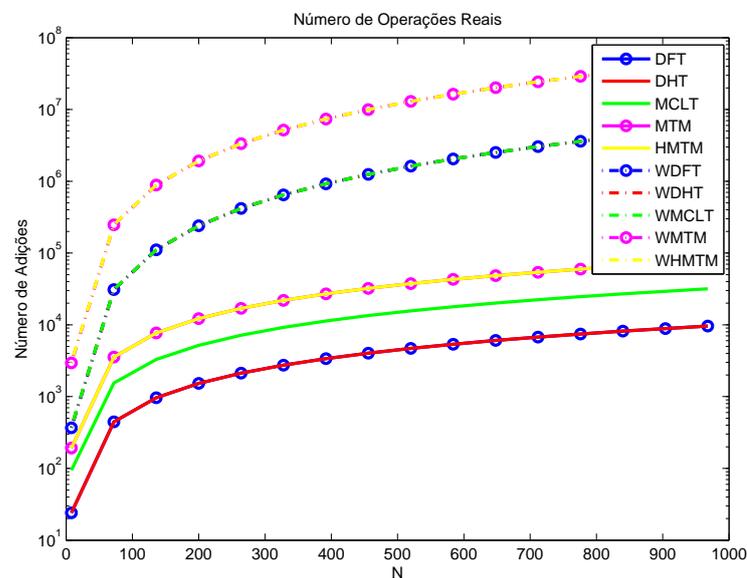


Figura 9: Número de operações de adição real das técnicas estudadas.

Pela análise apresentada, verifica-se que MCLT demanda a maior número de operações quando comparada à DFT e DHT. Embora as técnicas baseadas nas transformadas DFT e DHT apresentem o mesmo valor de custo computacional, sabe-se que a implementação em hardware da DHT é mais simplificada que a DFT, uma vez que essa última manipula

somente dados reais. Verifica-se ainda, analisando os gráficos (Figs. 8 e 9), que o custo computacional da WDHT é ligeiramente inferior ao custo computacional da WDFT e da WMCLT. Por outro lado, as técnicas empregando múltiplas janelas apresentam elevado custo computacional em função do número de janelas empregadas J , com a MTM demandando igual número de operações que a HMTM. Por outro lado, a técnica WMTM é apresenta custo computacional ligeiramente inferior à WHMTM.

2.11 Resultados Numéricos

Esta seção analisa qualitativamente e quantitativamente a eficácia das técnicas estudadas em aplicações envolvendo sinais estacionários. O objetivo é demonstrar a aplicabilidade das técnicas propostas ao problema de estimação de frequência e avaliar comparativamente as técnicas propostas em termos do *Cramer-Rao Lower Bound* (CRLB) (KAY, 1993). Assim como demonstrar qualitativamente a eficácia das técnicas de multijanelamento propostas nesta tese para lidar com o problema de estimação da PSD de sinais multicomponentes. Ainda no contexto de sinais estacionários multicomponentes, será mostrado que as técnicas propostas baseadas no mapeamento *warped* podem ser empregadas em conjunto com as técnicas de múltiplo janelamento para melhorar a resolução espectral numa região específica do espectro, sem que para isso seja necessário aumentar o número de amostras em frequência.

2.11.1 Avaliação Qualitativa das Técnicas de Estimação de Frequência

A fim de mostrar qualitativamente a aplicabilidade das técnicas baseadas no mapeamento *warped* das frequências para estimação de frequências, a presente seção utilizada o sinal complexo monocomponente dado por:

$$y[n] = e^{j\omega_1 n} + w[n], \quad (2.128)$$

em que $w[n]$ é o ruído branco Gaussiano, complexo e simetria circular, cuja variância em função da relação sinal ruído (SNR da sigla em Inglês⁸) em (dB) é dada por $\sigma_w^2 = 10^{-SNR/10}$. O número de pontos utilizado pelas transformadas foram de $N = 128$ amostras na frequência discreta.

Utilizou-se o sinal analítico proposto em (2.128) em função da assimetria em frequência obtida com as transformadas *warped*s, ou seja, para um dado parâmetro $a = \alpha e^{i\varphi}$, os

⁸ *Signal-to-Noise Ratio*.

tons das transformadas *warped*s são distribuído de forma assimétrica sobre o círculo de raio unitário. Desta forma, como o sinal (2.128) é analítico, os tons das transformadas serão concentrados no entorno da frequência ω_1 . Ao passo que ao utilizar um sinal senoidal real, duas frequências de amplitudes iguais no domínio da frequência, posicionadas simetricamente em torno da $\omega = 0$, estarão sobre o círculo de raio unitário, o que implica em uma dificuldade para o procedimento de estimação de frequência proposto, uma vez que o estimador de frequência utiliza o valor de maior amplitude em frequência para realizar uma estimativa grosseira e, posteriormente, ajustar a transformada *warped*. Por outro lado, essa dificuldade pode ser contornada, restringindo o intervalo de estimação da frequência inicial dentro da faixa $0 < \omega \leq \pi$.

A Fig. 10 mostra como a utilização da transformada WDFT pode aumentar a resolução em frequência sem que para isso seja necessário ampliar o número de pontos da transformada.

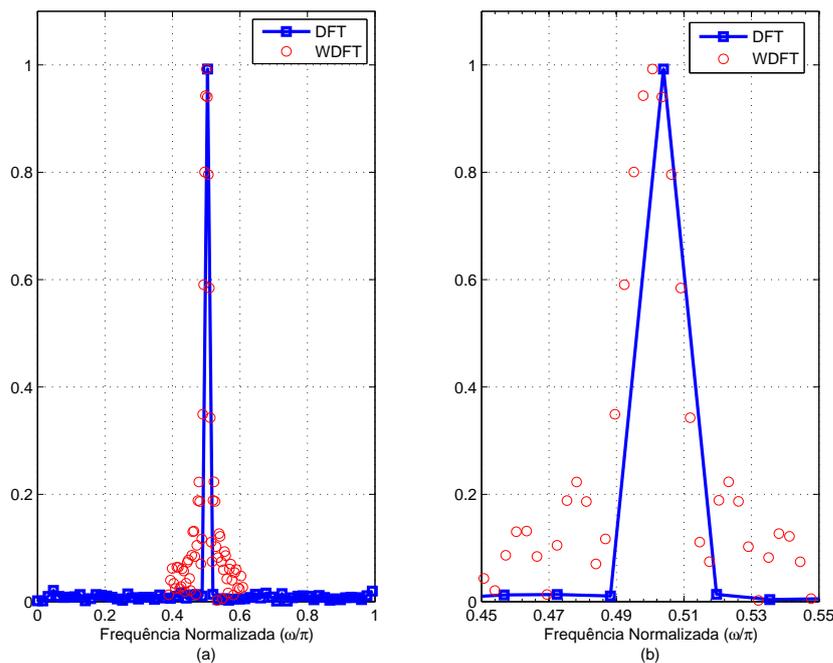


Figura 10: Estimação de frequência usando Warped DFT com $\omega_1 = 0,5\pi$ e parâmetro $a = 0,5e^{j0,5\pi}$ e SNR = 20 dB.

A transformada WDFT foi ajustada considerando-se o conhecimento *a priori* da frequência ω_1 do sinal analisado. O gráfico (b) da Fig. 10 é uma réplica ampliada no eixo da frequência do gráfico (a) apresentado à esquerda da Fig. 10. Conforme se verifica, o número de pontos no entorno da frequência do sinal, $\omega_1 = 0,5\pi$, é muito superior ao número de pontos oferecido pela DFT, o que confere à WDFT uma grande vantagem para fins de estimação de frequência em sinais monocomponentes.

As Figs. 11 e 12 mostram como as técnicas WDHT e WMCLT propostas na presente tese podem proporcionar elevada resolução espectral com reduzido número de pontos.

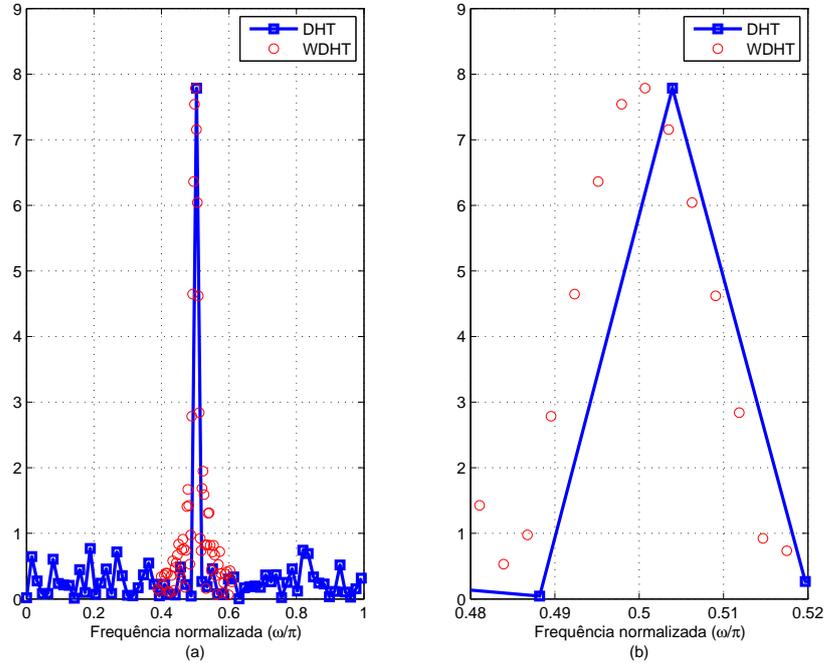


Figura 11: Estimação de frequência usando Warped DHT com $\omega_1 = 0,5\pi$ e parâmetro $a = 0,5e^{j0,5\pi}$ e SNR= 10 dB.

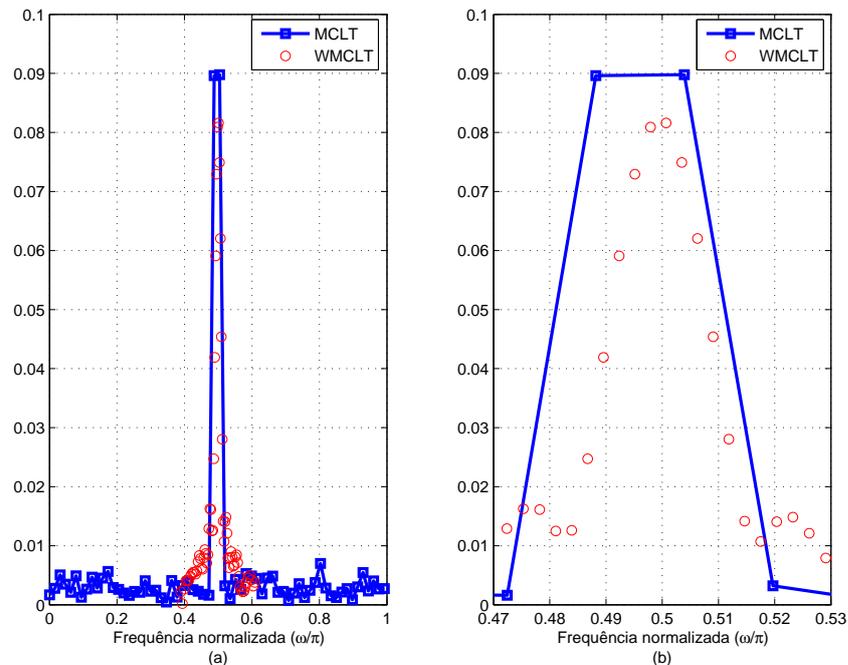


Figura 12: Estimação de frequência usando Warped MCLT com $\omega_1 = 0,5\pi$ e parâmetro $a = 0,5e^{j0,5\pi}$ e SNR = 10 dB.

2.11.2 Avaliação Quantitativa das Técnicas de Estimação de Frequência

Para avaliar quantitativamente as técnicas propostas para estimação de frequência utilizou-se o sinal complexo monocomponente expresso por:

$$y[n] = Ae^{i(\omega_1 n + \phi)} + w[n], \quad (2.129)$$

em que $A \in \mathbb{R}$ é a amplitude do sinal, $\phi \in \mathbb{R}$ é a fase em radianos e $w[n] \in \mathbb{C}$ é o ruído branco e Gaussiano, de variância σ_w^2 .

O inverso do CRLB foi utilizado como parâmetro de comparação de desempenho entre as técnicas. Para estimadores envolvendo processos com amostras complexas (KAY, 1993), tal qual formulado em (2.129), o CRLB para um estimador de frequência é dado por

$$CRLB = \frac{6}{(A/\sigma_w^2)(2\pi)^2 N(N^2 - 1)}. \quad (2.130)$$

As técnicas proposta e estudadas foram avaliadas para alguns valores de N e ω_1 . O desempenho dos algoritmos foram avaliados comparando o erro quadrático médio (*mean square error* - MSE) de estimação em função da SNR. Para cada SNR, foram executadas 10^5 simulações Monte Carlo. A fim de avaliar as técnicas de forma justa, foi considerado em cada rodada de simulação Monte Carlo, um valor aleatório da frequência ω_1 a ser estimada, conforme formulado na sequência

$$\omega_1 = \left(\frac{N}{\delta} + v \right) \frac{2\pi}{N}, \quad (2.131)$$

em que $v \in \mathbb{R}$ é uma variável aleatória com distribuição uniforme no intervalo $-0,5 < v < 0,5$ e $\delta \in \mathbb{N}$ é uma constante escolhida de tal sorte que a frequência ω_1 esteja dentro do intervalo $0 < \omega_1 < \pi$. Similarmente, para cada rodada de simulação Monte Carlo, foi empregado um valor aleatório da fase ϕ , tal como formulado na sequência

$$\phi = \varsigma\pi, \quad (2.132)$$

em que $\varsigma \in \mathbb{R}$ é uma variável aleatória com distribuição uniforme no intervalo $-0,5 < \varsigma < 0,5$.

Analisando os resultados apresentados verifica-se que a técnica proposta na presente tese (AI-WDFT) apresenta o melhor resultado para valores reduzidos de N , com desempenho ligeiramente superior à WDFT, proposta em (FRANZ; MITRA; DOBLINGER, 2003).

Embora as duas técnicas (AI-WDFT e WDFT) apresentem desempenho similar em valores baixos de SNR, a AI-WDFT proporciona um ganho aproximado de ~ 1 dB para SNR > 40 dB.

Analisando somente os estimadores baseados na DHT, verifica-se que aplicando o procedimento proposto em (FRANZ; MITRA; DOBLINGER, 2003), porém utilizando a WDHT, o desempenho melhora em relação ao procedimento padrão utilizando somente a DHT. Por outro lado, verifica-se que há ganhos utilizando o procedimento apresentado na presente tese em relação ao WDHT. No geral, o desempenho das técnicas baseadas na DHT são inferiores ao desempenho das técnicas de estimação baseadas na DFT. Verifica-se ainda que o desempenho da técnica MI-DHT é máximo na faixa de 0 a 10 dB, para qual o desempenho se aproxima do CRB.

Avaliando as técnicas baseadas na MCLT, verifica-se que há um ganho substancial ao utilizar o procedimento proposto em (FRANZ; MITRA; DOBLINGER, 2003), substituindo a WDFT pela WMCLT, quando comparado ao procedimento padrão aplicando a MCLT. Por outro lado, utilizando o procedimento proposto na presente tese (Fig. 6), estimador AI-WMCLT, verifica-se que não há ganho em relação a WMCLT no que se refere à aproximação do CRB para elevadas SNRs.

Na medida em que N aumenta, o desempenho das técnicas propostas melhora, pois o erro de estimação é inversamente proporcional a N , equação (2.73), ou seja, a resolução em frequência melhora para valores elevados N .

Verifica-se que o valor da frequência influencia o desempenho das técnicas de estimação de frequência, sobretudo para reduzidos números de pontos das transformadas, tal como $N = 16$. A única técnica que apresentou desempenho similar para todas as frequências analisadas, principalmente para $N = 16$, foi o interpolado AI, proposto em (ABATZOGLOU, 1985). Nota-se analisando as Figuras 13, 14 e 15 que o desempenho da técnica (MI-WDFT) é muito superior para frequência $\omega_1 = 0,8\pi$ quando comparado ao desempenho da mesma técnica ao estimar o sinal com frequência $\omega_1 = 0,2\pi$. Por outro lado, nota-se que para valores de $N = 32$, $N = 64$ e 128 o valor da frequência não interfere no desempenho geral das técnicas.

As Figs. 25 e 26 apresentam o desempenho das técnicas para o sinal monocomponente (2.129) com fase $\phi = 0$. Nota-se, comparando as Figs. 25 e 26 com as Figs. 18 e Fig. 21, respectivamente, que o valor da fase não influencia o desempenho das técnicas propostas.

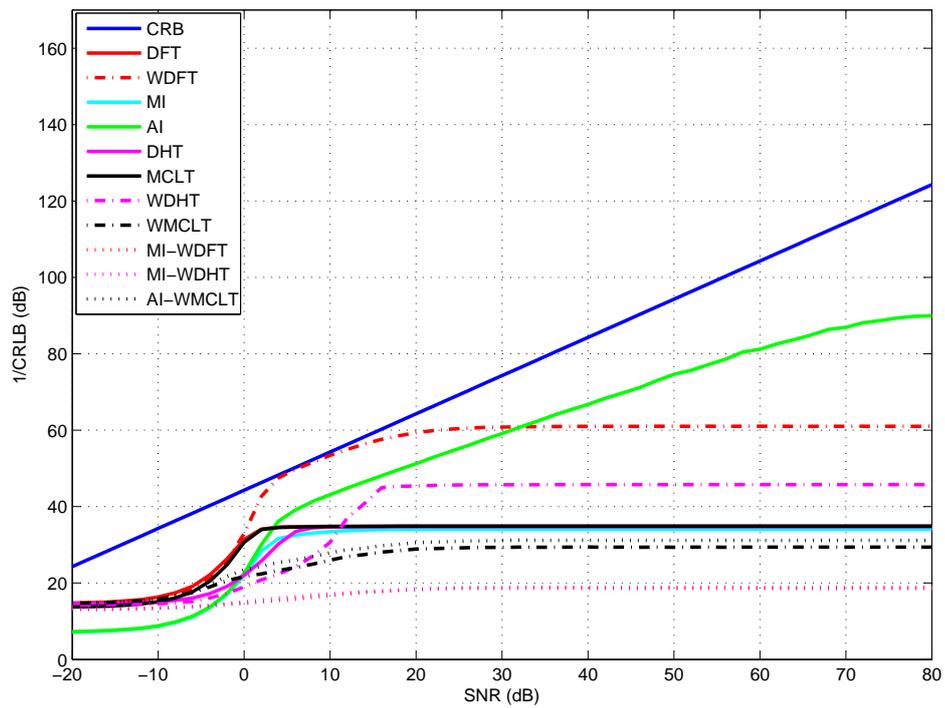


Figura 13: Desempenho dos estimadores para $\omega_1 = 0, 2\pi$ e $N = 16$.

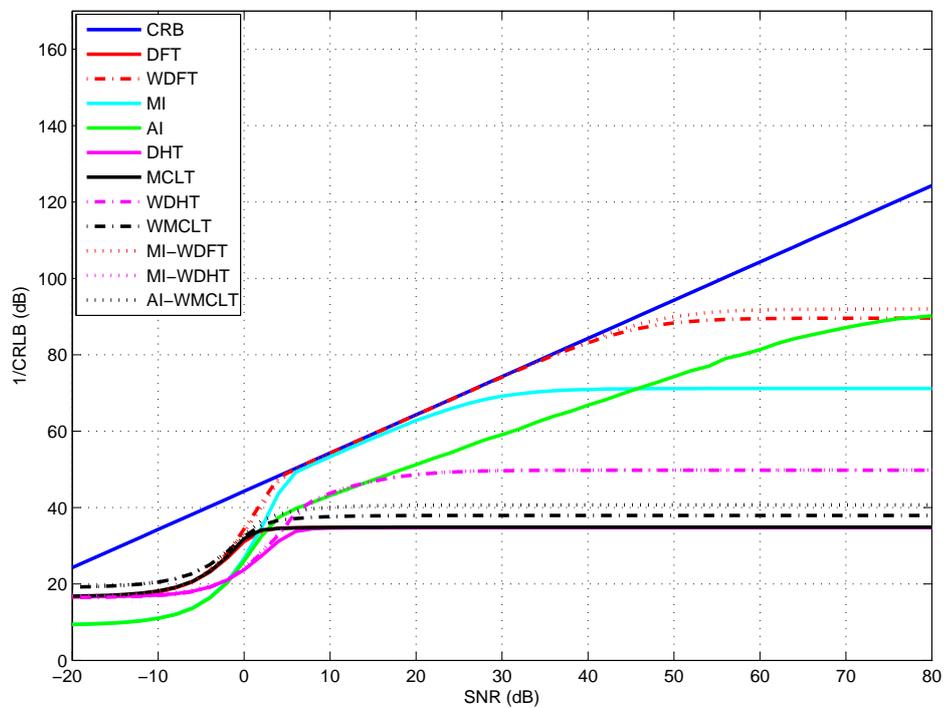


Figura 14: Desempenho dos estimadores para $\omega_1 = 0, 5\pi$ e $N = 16$.

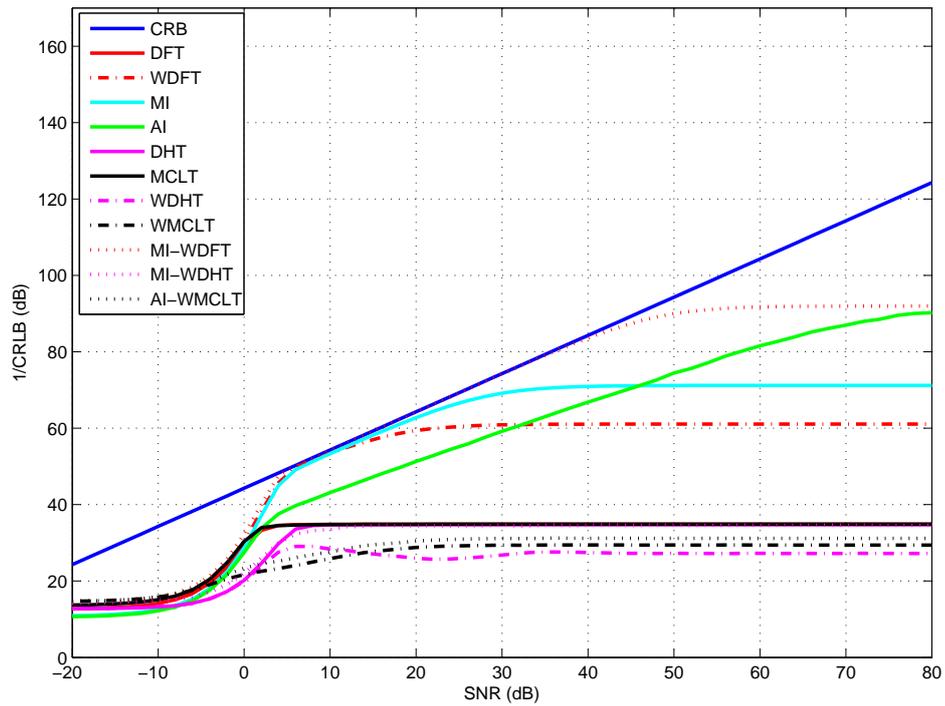


Figura 15: Desempenho dos estimadores para $\omega_1 = 0, 8\pi$ e $N = 16$.

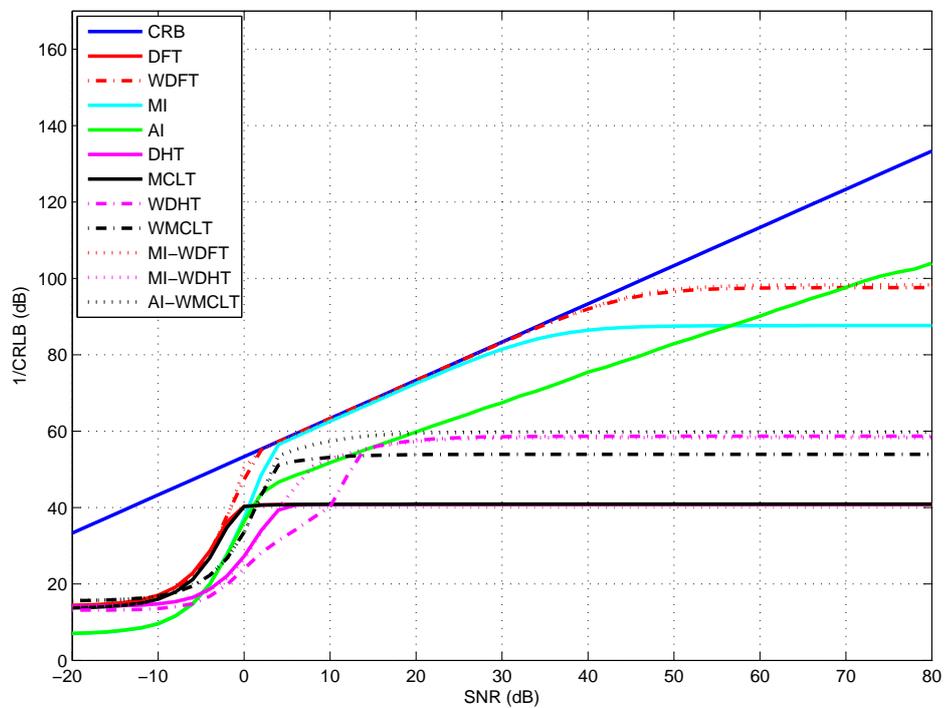


Figura 16: Desempenho dos estimadores para $\omega_1 = 0, 2\pi$ e $N = 32$.

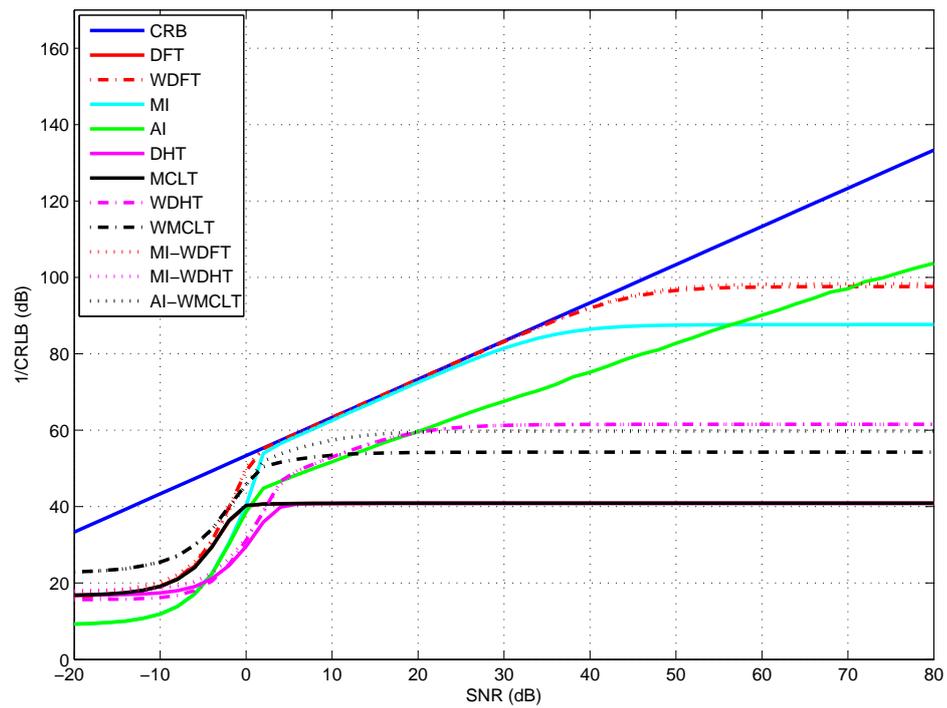


Figura 17: Desempenho dos estimadores para $\omega_1 = 0,5\pi$ e $N = 32$.

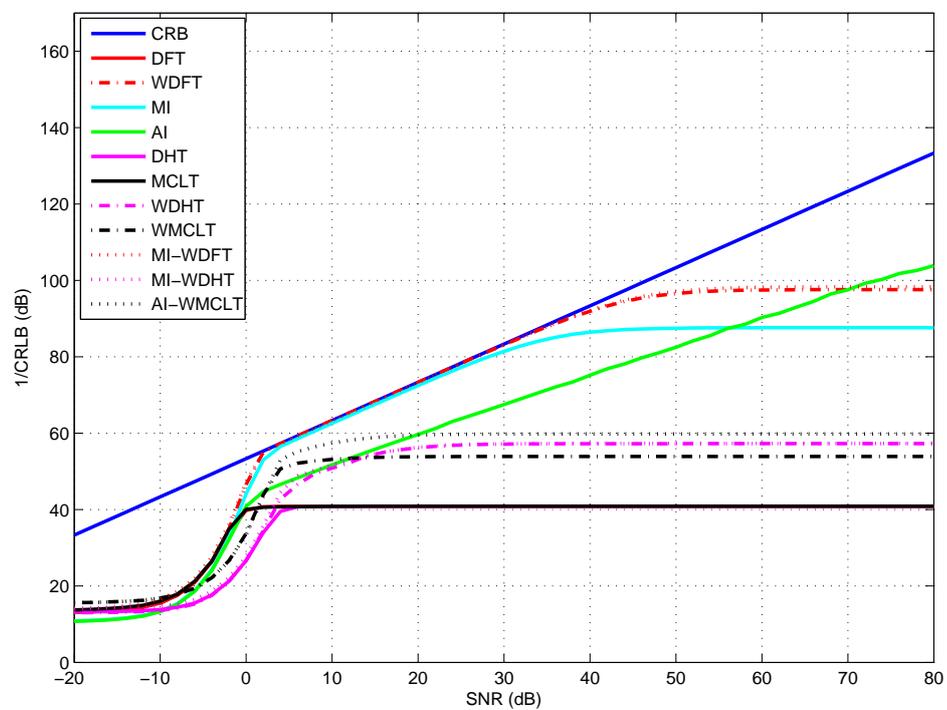


Figura 18: Desempenho dos estimadores para $\omega_1 = 0,8\pi$ e $N = 32$.

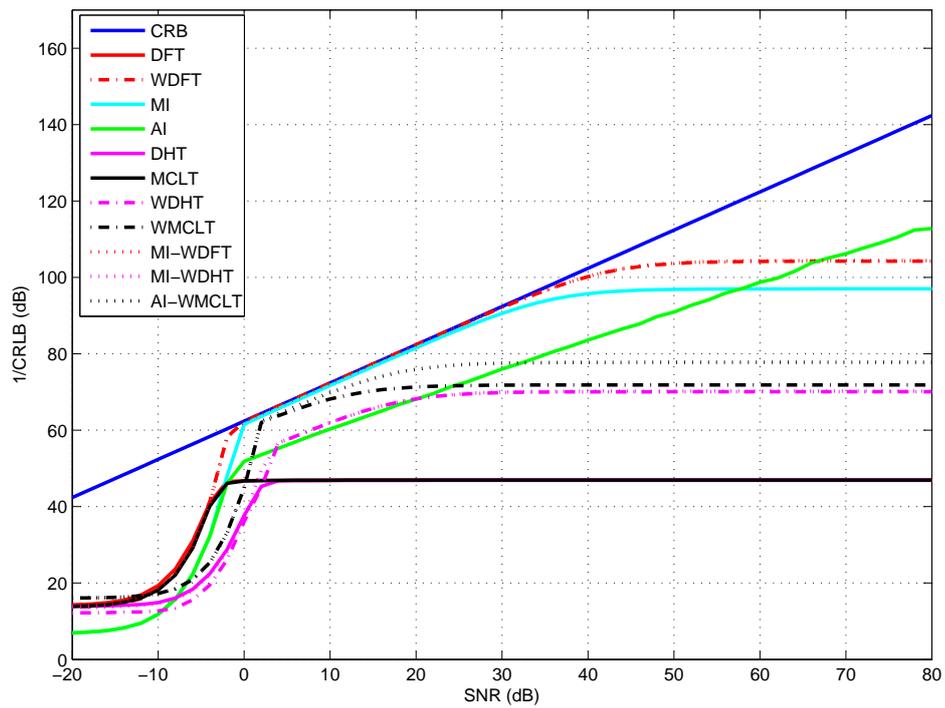


Figura 19: Desempenho dos estimadores para $\omega_1 = 0, 2\pi$ e $N = 64$.

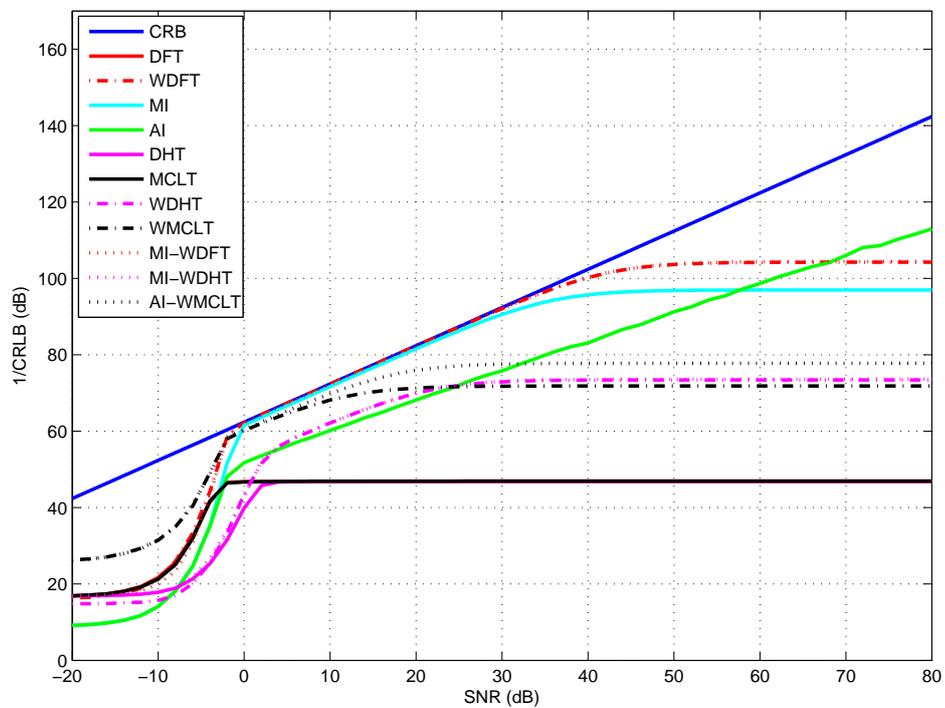


Figura 20: Desempenho dos estimadores para $\omega_1 = 0, 5\pi$ e $N = 64$.

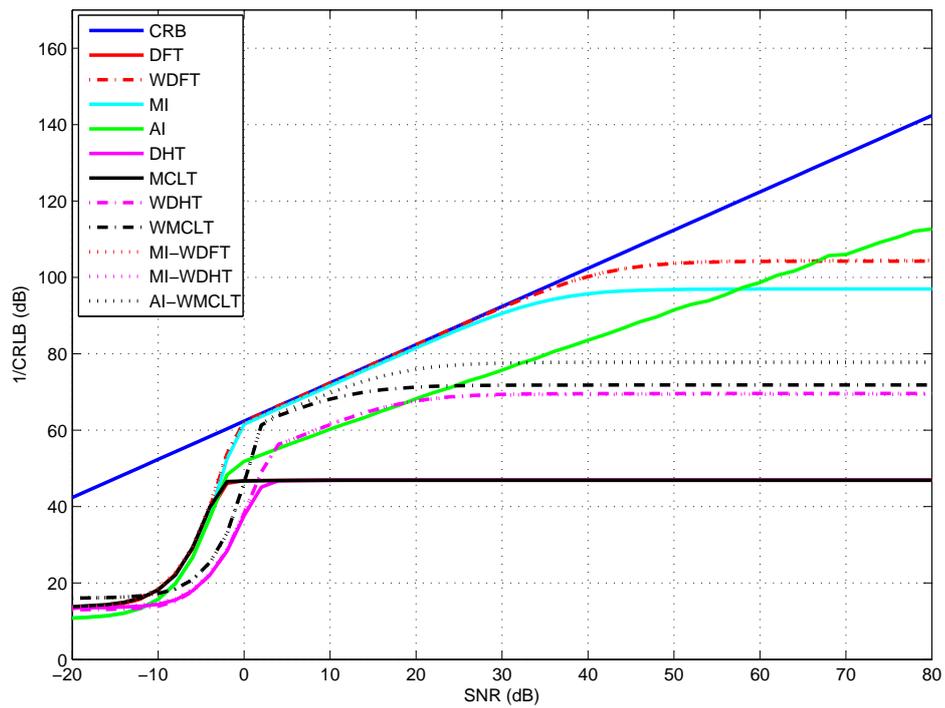


Figura 21: Desempenho dos estimadores para $\omega_1 = 0, 8\pi$ e $N = 64$.

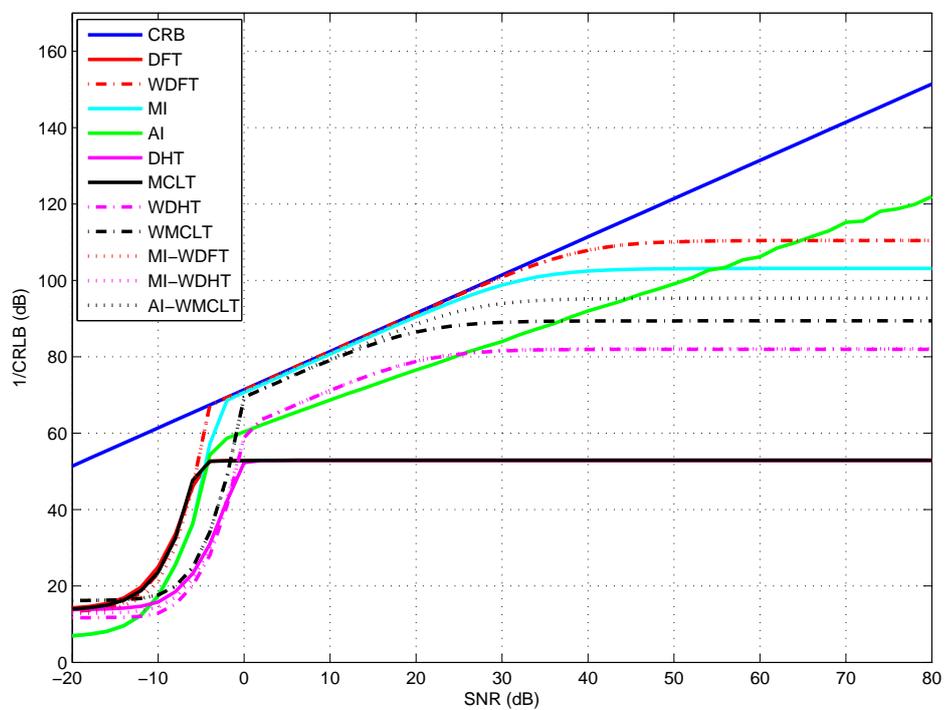


Figura 22: Desempenho dos estimadores para $\omega_1 = 0, 2\pi$ e $N = 128$.

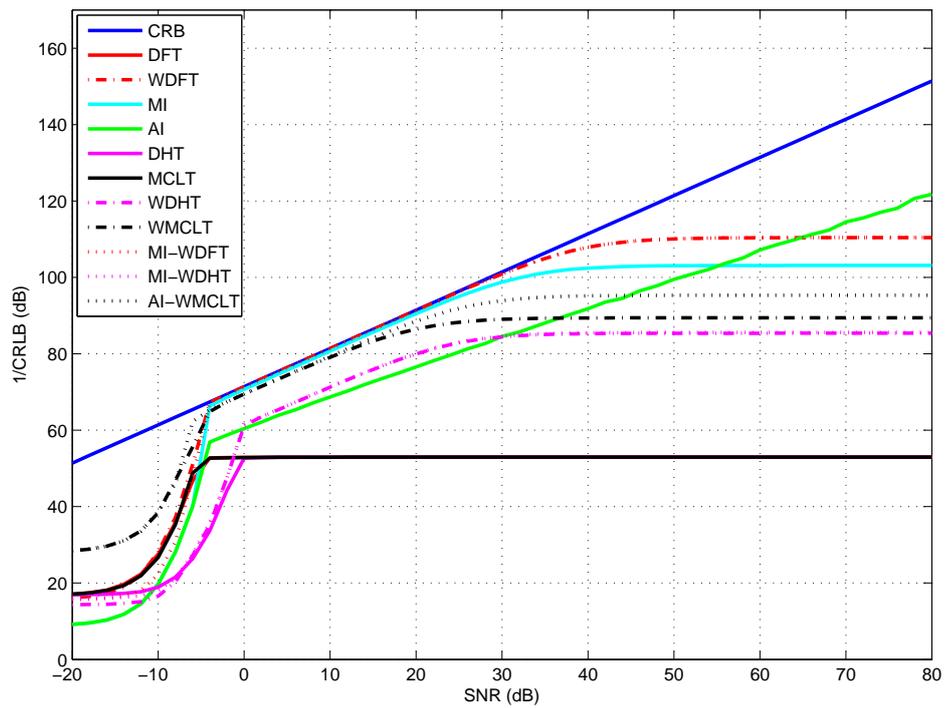


Figura 23: Desempenho dos estimadores para $\omega_1 = 0, 5\pi$ e $N = 128$.

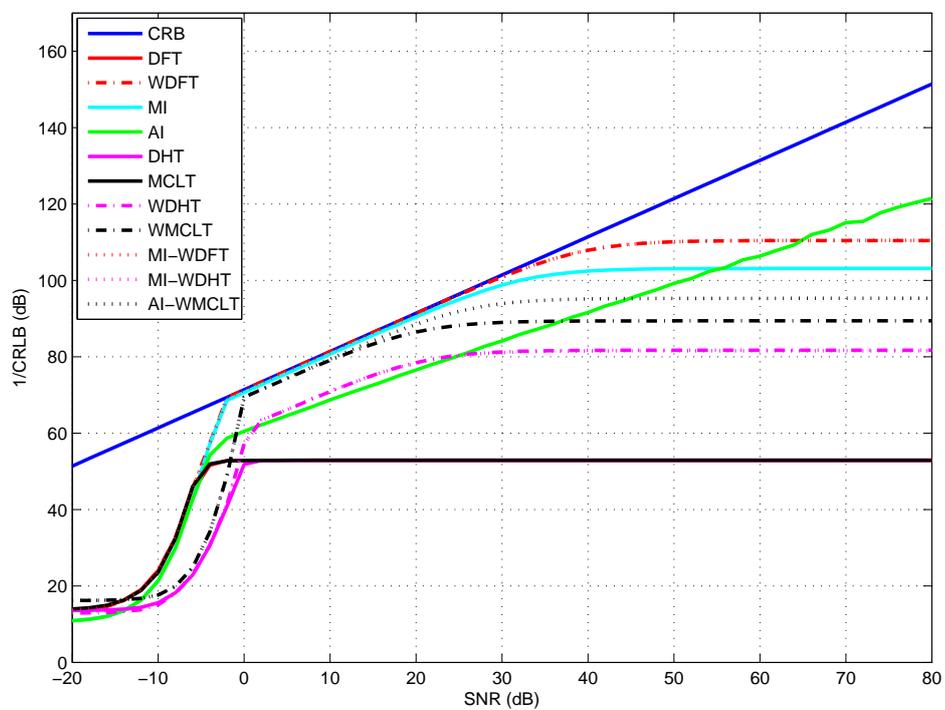


Figura 24: Desempenho dos estimadores para $\omega_1 = 0, 8\pi$ e $N = 128$.

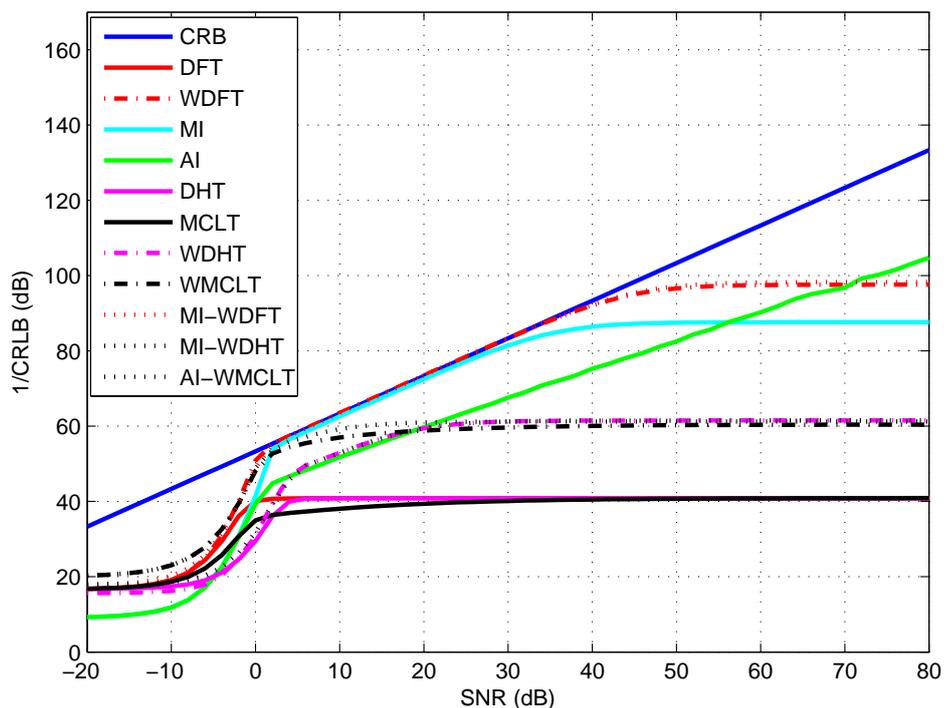


Figura 25: Desempenho dos estimadores para $\omega_1 = 0, 8\pi$, $\phi = 0$ e $N = 32$.

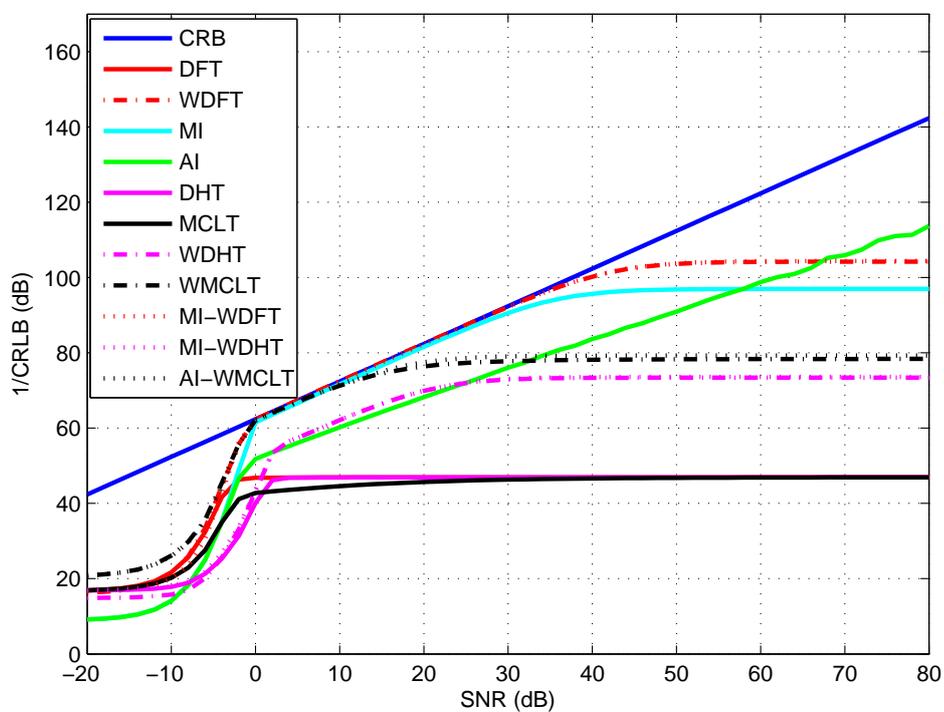


Figura 26: Desempenho dos estimadores para $\omega_1 = 0, 8\pi$, $\phi = 0$ e $N = 64$.

2.11.3 Estimação de PSD em Sinais Multicomponentes

As técnicas propostas na presente tese para estimação da PSD são comparadas nesta seção à luz da variância de estimação e da polarização do espectro através das perdas nos lóbulos laterais. Para tal, foi utilizado o sinal sintetizado $\{y[n]\} \in \mathbb{R}$ obtido através da filtragem de um ruído branco Gaussiano com variância unitária, $\{x[n]\} \in \mathbb{R}$, por um filtro multibanda, $\{h[n]\} \in \mathbb{R}$, tal como representado na Fig. 27.

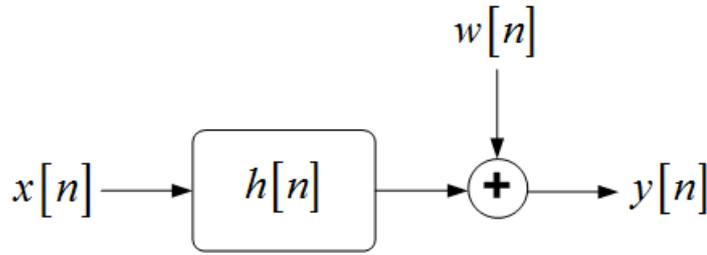


Figura 27: Diagrama de blocos do sistema empregado para gerar o sinal $\{y[n]\}$ com uma PSD determinada pelo resposta em frequência do filtro $\{h[n]\}$.

Neste caso, a resposta em frequência do filtro $\{h[n]\}$ pode ser utilizada como parâmetro de comparação para as estimativas da PSD do sinal $\{y[n]\}$, dado que

$$S_y(e^{i\omega}) = |H(e^{i\omega})|^2 S_x(e^{i\omega}), \quad (2.133)$$

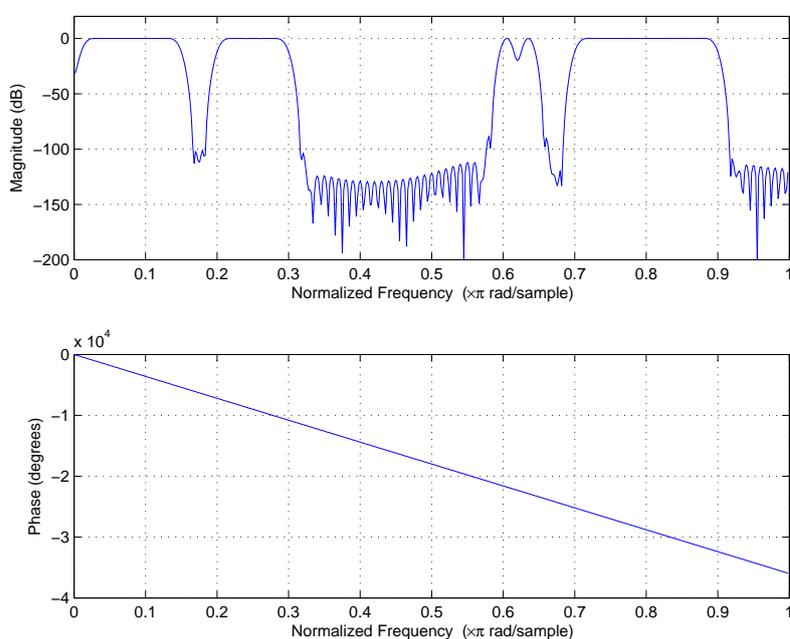
em que a PSD do sinal de entrada, modelado como sendo um ruído Gaussiano branco, quando ajustada em $S_x(e^{i\omega}) = N_0/2 = 1$, implica em $S_y(e^{i\omega}) = |H(e^{i\omega})|^2$. Desta forma, o quadrado do módulo da resposta em frequência do filtro, $|H(e^{i\omega})|^2$, será utilizada como parâmetro de comparação dos algoritmos de estimação.

Para avaliar as técnicas de estimação da PSD em termos da explicitação do espectro com subfaixas de banda estreita próximas uma da outra, localizadas nas regiões de baixa e alta frequência do espectro normalizado, assim como subfaixas banda larga, propomos as frequências de cortes do filtro multibanda $\{h[n]\}$ especificadas na Tabela 2, gerando cinco subfaixas do espectro normalizado. O filtro $\{h[n]\}$ foi implementado com 200 coeficientes, utilizando o método clássico de filtro FIR (*Finite Impulse Response*) por aproximação de janela de Hamming, (DINIZ; SILVA; NETTO, 2010). A Fig. 28 apresenta a resposta em frequência do filtro utilizado para avaliar as técnicas proposta na presente tese.

Conforme apresentado na seção 2.7.2, foram implementadas duas versões dos algoritmos baseados na técnica das múltiplas janelas. Uma das versões implementada é a baseada na média dos autoespectros ponderados pelos autovalores e uma segunda versão

Tabela 2: Frequências de corte normalizadas das subfaixas filtradas por $h[n]$.

Frequência de corte normalizada $\bar{\omega} \triangleq \omega/\pi$		
Ganho na subfaixa	$\bar{\omega}_{ci}$	$\bar{\omega}_{cs}$
$ H_1(e^{i\omega}) = 1$	0,01	0,15
$ H_2(e^{i\omega}) = 1$	0,2	0,3
$ H_3(e^{i\omega}) = 1$	0,6	0,61
$ H_4(e^{i\omega}) = 1$	0,63	0,64
$ H_5(e^{i\omega}) = 1$	0,7	0,9

Figura 28: Resposta em frequência do filtro $h[n]$ ($H(e^{i\omega})$).

adaptativa, proposta em (HAYKIN; THOMSON; REED, 2009).

A fim de comparar as técnicas estudadas para a estimação da PSD do processo $\{y[n]\}$, foram realizadas 1000 simulações de Monte Carlo. As técnicas avaliadas foram: *i*) Periodograma, *ii*) *Multitaper Method* (MTM), *iii*) *Hartley Multitaper Method* (HMTM), *vi*) *Adaptive Multitaper Method* (AMTM) e *v*) *Adaptive Hartley Multitaper Method* (AHMTM).

O primeiro estudo realizado avaliou o efeito da constante $C_0 = \lfloor NW_y \rfloor$ na resolução espectral e na polarização dos lóbulos laterais. Ao manter o número de amostras (N) fixo e aumentar C_0 , a variância de estimação da PSD diminui, assim como a polarização do espectro referente às perdas nos lóbulos laterais. Por outro lado, perde-se resolução em frequência, conforme se verifica comparando as as Figs. 29 e 30.

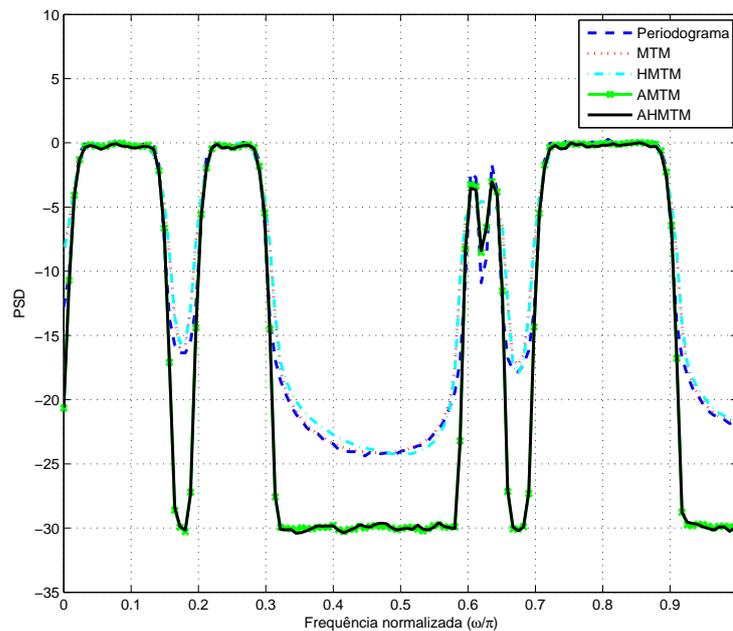


Figura 29: PSD estimada com 1000 realizações do sinal $\{y[n]\}$ com $\text{SNR} = 30$ dB, em que os parâmetros dos algoritmos baseados no método das múltiplas janelas foram ajustados em $N = 256$, $C_0 = 2$ e $J = 4$.

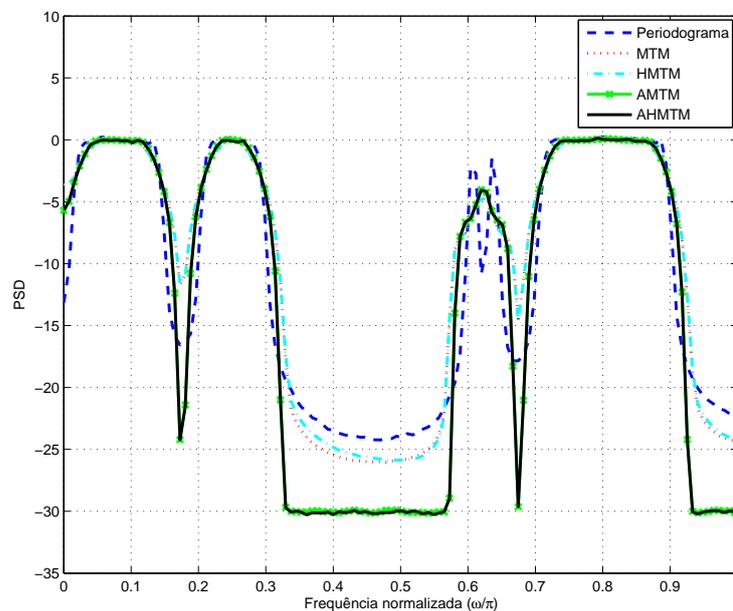


Figura 30: PSD estimada com 1000 realizações do sinal $\{y[n]\}$ com $\text{SNR} = 30$ dB, em que os parâmetros dos algoritmos baseados no método das múltiplas janelas foram ajustados em $N = 256$, $C_0 = 4$ e $J = 4$.

Analisando as Fig. 31 e 32, nota-se que aumentando N e diminuindo C_0 , a resolução em frequência melhora. Nota-se que a constante C_0 está intrinsecamente relacionado à

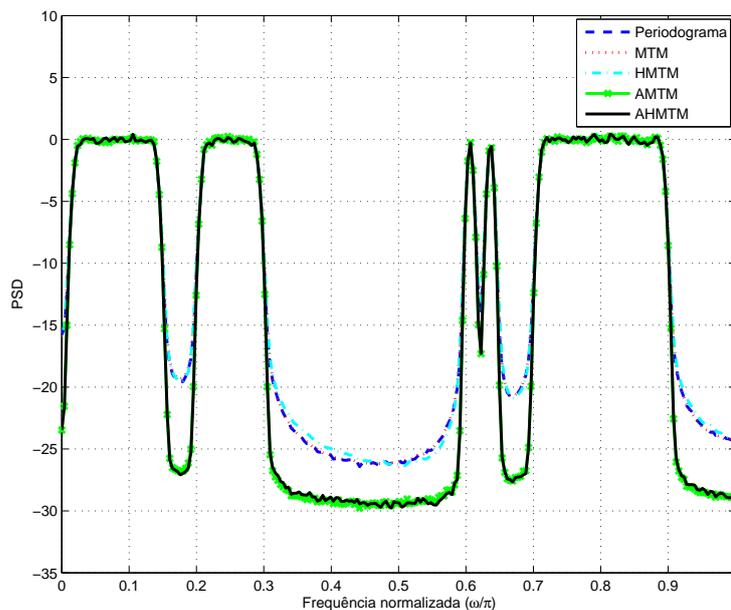


Figura 31: PSD estimada com 1000 realizações do sinal $\{y[n]\}$ com $\text{SNR} = 30$ dB, em que os parâmetros dos algoritmos baseados no método das múltiplas janelas foram ajustados em $N = 512$, $C_0 = 1$ e $J = 4$.

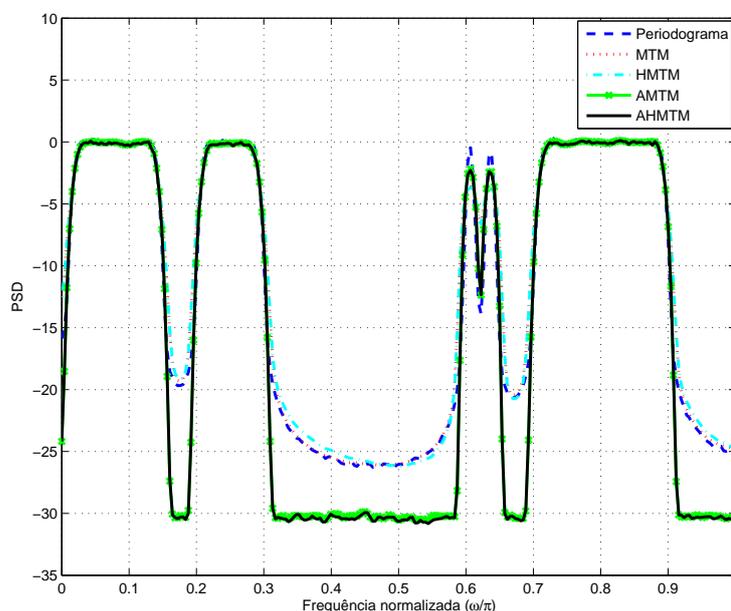


Figura 32: PSD estimada com 1000 realizações do sinal $\{y[n]\}$ com $\text{SNR} = 30$ dB, em que os parâmetros dos algoritmos baseados no método das múltiplas janelas foram ajustados em $N = 512$, $C_0 = 3$ e $J = 4$.

resolução espectral, à polarização dos lóbulos laterais e à variância de estimação.

Verifica-se que as técnicas de estimação HMTM e AHMTM propostas na presente

apresentam desempenho similar às técnicas MTM e AMTM no que se refere à polarização e espectral e à variância de estimação, respectivamente. Este resultado era esperado, tal como visto nas seções anteriores, as transformadas DFT e DHT veiculam a mesma informação do sinal, dado que uma transformada pode ser derivada a partir da outra. Por outro lado, as técnicas HMTM e AHMTM apresentam como principal vantagem a simplificação na implementação, dado que as mesmas manipulam somente dados reais.

2.11.4 Estimação de PSD em Sinais Multicomponentes Utilizando Transformadas warped

Para avaliar as técnicas proposta na presente tese para estimação da PSD empregando transformadas com mapeamento *warped*, utilizou-se o sistema apresentado na Fig. 27. Para esse experimento, o filtro FIR apresenta as frequências de corte na Tabela 3.

Tabela 3: Frequências de corte normalizadas das subfaixas filtradas por $h[n]$.

Frequência de corte normalizada $\bar{\omega} \triangleq \omega/\pi$		
Ganho na subfaixa	$\bar{\omega}_{ci}$	$\bar{\omega}_{cs}$
$ H_1(e^{i\omega}) = 1$	0,8	0,81
$ H_2(e^{i\omega}) = 1$	0,83	0,831

O filtro $\{h[n]\}$ foi implementado com 500 coeficientes, utilizando o método por aproximação de janela de Hamming. Utilizou-se essa configuração com duas subfaixas de banda estreita próximas uma da outra para evidenciar a ganho das técnicas baseadas no mapeamento *warped* em termos de resolução espectral, conforme apresentado na Fig. 33.

Conforme se verifica na Fig. 33, as técnicas propostas na presente tese proporcionam elevada resolução espectral com o mesmo número de pontos utilizados pelas demais técnicas. Em muitas aplicações, o interesse em analisar a PSD de um dado sinal está numa faixa específica do espectro, o que justifica a análise pormenorizada daquela região do espectro. Verifica-se analisando a Fig. 33 que as transformadas *warped* propostas na presente tese apresentam melhor resolução espectral, com o ponto máximo da PSD mais centrado na faixa de frequência $(0,8\pi, 0,81\pi)$.

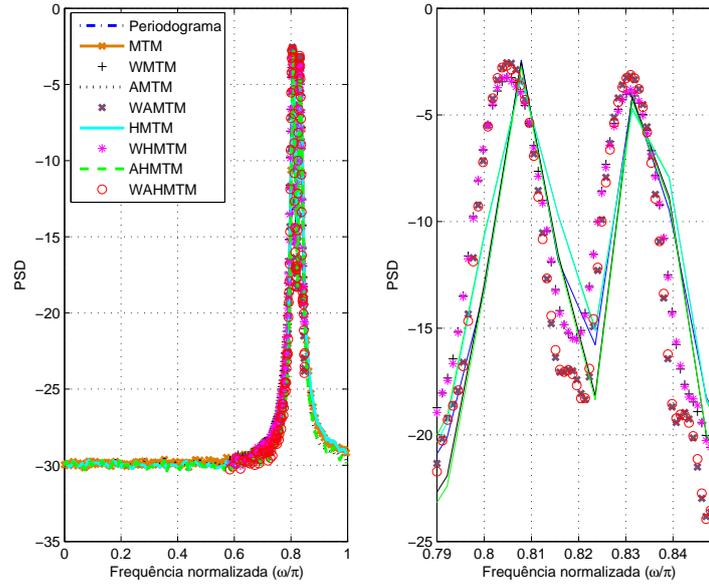


Figura 33: PSD estimada com 1000 realizações Monte Carlo do sinal $\{y[n]\}$ gerado pelo sistema da Fig. 27 com SNR = 30 dB e parâmetros do filtro $h[n]$ especificado na Tab. 3. Os parâmetros dos algoritmos baseados no método das múltiplas janelas foram ajustados em $N = 256$, $C_0 = 0,5$ e $J = 4$. Os algoritmos baseados no mapeamento *warped* tiveram seu parâmetro a ajustados em $0,8e^{i0,8\pi}$.

2.12 Sumário

O presente capítulo inicia com uma introdução ao mapeamento entre os domínios do tempo e da frequência e a sua importância em diversas áreas de interesse. Na sequência, as técnicas de mapeamento em frequência baseadas nas transformadas DFT, DHT, MCLT, MTM e HMTM são introduzidas, sendo a técnica HMTM inédita na literatura. Posteriormente, é apresentado o conceito de mapeamento não linear das frequências, obtido com a transformada WDFT. A partir desse mapeamento, são apresentadas as proposições de mapeamento WMCLT e WDHT também inéditas na literatura. Baseado nas técnicas de mapeamento *warped*s estudadas, é apresentado um algoritmo para estimação de frequência em sinais monocomponentes. Posteriormente, são apresentadas técnicas HMTM, AHMTM, WHMTM e WAHMTM propostas para estimação não paramétrica de sinais estacionários utilizando a técnica das múltiplas janelas. Por fim, uma análise da complexidade computacional das técnicas estudadas foi apresentada e na sequência alguns exemplos numéricos em que a eficácia das técnicas propostas puderam ser comprovadas.

Capítulo 3

Análise Tempo-Frequência: Sinais Não Estacionários

3.1 Introdução

Os sinais não estacionários apresentam conteúdo espectral variável com o tempo, alguns exemplos são os sinais de áudio, biomédicos, sísmicos e de comunicação digital. Nestes casos, as técnicas clássicas para análise de sinais não se aplicam, posto que são fundamentadas na premissa da estacionaridade, ou seja, a composição espectral constante no tempo. Desta forma, ao processar sinais não estacionários, o mapeamento do sinal no domínio do tempo para o domínio da frequência deverá explicitar qual é o conteúdo espectral do sinal, em que instante de tempo ele ocorre e por qual duração esse conteúdo está presente. Portanto, a explicitação do conteúdo espectral de sinais não estacionários deverá ocorrer no plano tempo-frequência.

A técnica clássica utilizada para explicitação de conteúdo espectral de sinais não estacionários tem origem no trabalho seminal (GABOR, 1946), sendo amplamente difundida como transformada de Fourier de tempo curto (STFT da sigla em Inglês¹). Basicamente, a STFT consiste em dividir o sinal no domínio do tempo em janelas de duração reduzida, tomadas sequencialmente e com algumas amostras sobrepostas, atrasadas umas das outras por um determinado intervalo de tempo. Para cada janela, aplica-se a transformada de Fourier, formando assim o mapeamento espectral no domínio tempo-frequência, em que o eixo da abcissa corresponde aos atrasos da janela no tempo e a ordenada o conteúdo espectral correspondente ao atraso. O principal desafio da STFT é estabelecer o tamanho

¹*Short-Time Fourier Transform.*

da janela aplicada ao sinal no tempo, a fim de manter a resolução no tempo e na frequência satisfatória. Sabe-se que para janelas de tempo curto, obtém-se uma boa resolução dos eventos no tempo. Por outro lado, janelas de tempo curto implicam em espalhamento do conteúdo espectral, o que diminui a resolução em frequência. Neste sentido, há inúmeras técnicas para mapeamento tempo-frequência (TF) desenvolvidas para oferecer o melhor compromisso entre as resoluções no tempo e na frequência, sendo algumas estudadas e propostas no presente capítulo.

Neste contexto, o presente capítulo apresenta uma breve introdução ao princípio da incerteza de Heisenberg-Gabor, proposto no contexto da Física Quântica que guarda uma forte relação matemática com o problema de resolução TF. A seguir, a abordagem estatística para explicitação de conteúdo espectral de sinais aleatórios não estacionários é revisada. Na sequência, uma revisão das principais distribuições bilineares de energia no plano TF é apresentada. Neste contexto, duas contribuições são apresentadas, a saber: a W-WVD ² e a WTFDS ³. Na sequência, as técnicas de análise tempo-frequência empregando transformadas lineares é revisada. Neste contexto, é proposta a formulação matricial para análise tempo-frequência baseado na STFT e estendido às demais técnicas lineares estudadas e propostas no capítulo anterior. Posteriormente, uma introdução às transformadas *Wavelet* e *S* aplicadas ao mapeamento *TF* de sinais não estacionários é apresentada, sendo proposta uma versão para discretização da transformada *S*. A partir da transformada *S*, é derivada uma transformada inédita na literatura, baseada no mapeamento *warped* para explicitação do conteúdo espectral de sinais não estacionários, com elevada resolução em determinadas faixas do espectro. Por fim, as técnicas são comparadas qualitativamente sob a luz da explicitação do conteúdo espectral de sinais não estacionários, gerados sinteticamente a partir do software Matlab.

3.2 *Princípio da Incerteza de Heisenberg-Gabor*

Ao utilizar STFT para extrair informação de sinais não estacionários depara-se com a seguinte limitação: ao diminuir a janela no domínio do tempo para melhorar a resolução temporal, a resolução em frequência fica comprometida, pois haverá um espalhamento em frequência. Por outro lado, aumentando a janela no domínio do tempo, ganha-se resolução em frequência, mas perde informação no tempo, reduzindo a resolução temporal. Neste caso, tem-se o princípio da incerteza de Heisenberg-Gabor (GABOR, 1946), estabelecido no contexto da Física Quântica para descrever a impossibilidade de se determinar

² *Warped-Wigner-Ville Distribution.*

³ *Warped Time-Frequency Decomposition Serie.*

com precisão e ao mesmo tempo a posição e o momento de uma partícula subatômica. O problema da resolução tempo-frequência guarda uma semelhança no que se refere à formulação matemática do princípio da incerteza estabelecido pela Física Quântica, mas a interpretação física dos fenômenos é completamente diferente. Na área de processamento de sinais, o compromisso da resolução tempo-frequência é denominado princípio da incerteza de Heisenberg-Gabor.

Para um determinado sinal não estacionário de tempo limitado $x(t)$ cuja transformada de Fourier é $X(i\Omega)$, o princípio da incerteza de Heisenberg-Gabor é caracterizado pela relação entre a janela temporal Δt aplicada pela STFT e a resolução correspondente em frequência, $\Delta\Omega$, tal como apresentado na sequência

$$\Delta t \Delta\Omega \geq \frac{1}{2}. \quad (3.1)$$

Analisando a equação (3.1), verifica-se que ao escolher uma janela temporal de tamanho Δt , fica determinada a resolução em frequência $\Delta\Omega$ máxima que se pode conseguir. A relação da incerteza $\Delta t \Delta\Omega$ estabelecida na equação (3.1) pode ser representada graficamente, tal como apresentado na Fig. 34.

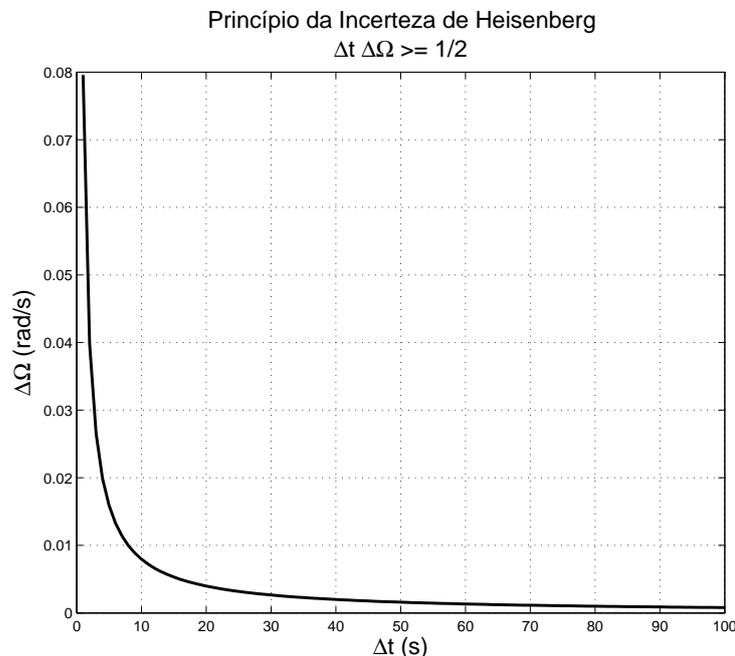


Figura 34: Princípio da incerteza da Heisenberg-Gabor para resolução $\Delta t \Delta\Omega$.

Os valores dos parâmetros Δt e $\Delta\Omega$ para o sinal $x(t) \in \mathbb{C}$ são expressos por

$$\Delta t = \left(\frac{\int_{-\infty}^{\infty} (t - \mu_t)^2 |x(t)|^2 dt}{\int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt} \right)^{1/2} \quad (3.2)$$

e

$$\Delta \Omega = \left(\frac{\int_{-\infty}^{\infty} (\Omega - \mu_\Omega)^2 |X(i\Omega)|^2 d\Omega}{\int_{-\infty}^{\infty} |X(i\Omega)|^2 d\Omega} \right)^{1/2} \quad (3.3)$$

em que

$$\mu_t = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} t |x(t)|^2 dt}{\int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt}, \quad (3.4)$$

e

$$\mu_\Omega = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \Omega |X(i\Omega)|^2 d\Omega}{\int_{-\infty}^{\infty} |X(i\Omega)|^2 d\Omega}, \quad (3.5)$$

sendo μ_t e μ_Ω denominados de tempo médio e frequência média do sinal.

3.3 Análise Espectral de Processos Não Estacionários

Processos estocásticos não estacionários são a ampla maioria nas aplicações envolvendo Engenharia. Contudo, verifica-se que o ferramental matemático disponível para explicitação do conteúdo espectral de processos estocásticos não estacionário é pouco difundido. Por outro lado, em se tratando de processos estocásticos estacionários, a formalização matemática para explicitação do conteúdo espectral do processo é bem conhecida, sendo amplamente pesquisada e desenvolvidas inúmeras técnicas nesse sentido. Os principais avanços no sentido de caracterizar processo estocásticos não estacionários, assim como explicitar os seus conteúdos espectrais ocorreram com a expansão Karhunen-Loève (KL) (LEON-GARCIA, 2008) e o espectro de Loève (HAYKIN; THOMSON, 1998), respectivamente.

Um processo de tempo contínuo não estacionário de tempo limitado $x(t)$ para $0 \leq t \leq T$ pode ser decomposto em uma série de funções ortogonais num processo denominada expansão Karhunen-Loève. Este processo é similar à série de Fourier, contudo as funções de base não são necessariamente exponenciais complexas e dependem do processo. Ademais, os coeficientes que ponderam as funções de base são variáveis aleatórias. Conforme

apresentado em (LEON-GARCIA, 2008), a expansão KL do processo $x(t)$ é expressa por

$$x(t) = \sum_{k=0}^{\infty} X_k \phi_k(t) \quad 0 \leq t \leq T, \quad (3.6)$$

em que os coeficientes X_k da expansão KL são obtidos pelo produto interno expresso por

$$X_k = \int_0^T x(t) \phi_k^*(t) dt \quad (3.7)$$

e as funções $\phi_k(t)$ formam um conjunto ortonormal, o que implica em

$$\int_0^T \phi_d(t) \phi_k(t) dt = \begin{cases} 1, & d = k. \\ 0, & \text{caso contrario.} \end{cases} \quad (3.8)$$

A expansão KL (3.6) converge no sentido de minimizar o erro quadrático médio (MSE da sigla em Inglês).

O processo de expansão de uma amostra do processo estocástico não estacionários de tempo contínuo e limitado pode ser estendido para o caso discreto. Neste caso, um conjunto de amostras de um processo não estacionário, modelada pelo vetor $\mathbf{x} = [x_0 \ x_1 \ \dots \ x_{N-1}]^T$ de média zero, tal que $\mathbf{x} \in \mathbb{C}^{N \times 1}$, pode ser expandido aplicando a transformada Karhunen-Loève (KLT da sigla em Inglês), tal como formulado na sequência

$$\mathbf{y} = \mathbf{P}^\dagger \mathbf{x}, \quad (3.9)$$

em que os elementos do vetor $\mathbf{y} \in \mathbb{C}^{N \times 1}$ são variáveis aleatórias ortogonais. Por outro lado, o vetor \mathbf{x} pode ser expandido na soma dos autovetores ponderados, expresso por

$$\begin{aligned} \mathbf{x} &= \mathbf{P} \mathbf{y} \\ &= \sum_{l=0}^{N-1} y_l \mathbf{e}_l, \end{aligned} \quad (3.10)$$

para $\mathbf{P} \mathbf{P}^\dagger = \mathbf{I}$, em que y_l é o l -ésimo elemento do vetor $\mathbf{y} = [y_0 \ y_1 \ \dots \ y_{N-1}]^T$ e $\mathbf{e}_l = [e_l^0 \ e_l^1 \ \dots \ e_l^{N-1}]^T$ é o l -ésimo autovetor da matriz de covariância do processo \mathbf{x} expressa por

$$\Phi_x \triangleq E \{ \mathbf{x} \mathbf{x}^T \}, \quad (3.11)$$

em que $E\{\cdot\}$ é o operador esperança.

A matriz quadrada \mathbf{P} é obtida através da decomposição da matriz de covariância do processo \mathbf{x} , equação (3.11), tal como apresentado na sequência

$$\begin{aligned}\Phi_x &= \mathbf{P}\Lambda\mathbf{P}^\dagger \\ &= [\mathbf{e}_0 \quad \mathbf{e}_1 \quad \dots \quad \mathbf{e}_{N-1}] \begin{bmatrix} \lambda_0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \lambda_{N-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{e}_0^\dagger \\ \mathbf{e}_1^\dagger \\ \vdots \\ \mathbf{e}_{N-1}^\dagger \end{bmatrix} \\ &= \sum_{l=0}^{N-1} \lambda_l \mathbf{e}_l \mathbf{e}_l^\dagger,\end{aligned}\tag{3.12}$$

em que λ_k e \mathbf{e}_k são o k -ésimo autovalor e k -ésimo autovetor, respectivamente, para $k = 0, 1, \dots, N-1$.

A matriz de covariância Φ_x é variante com tempo para processos não estacionários. Portanto, uma abordagem utilizando técnicas de estimação adaptativas podem ser empregadas para obter a matriz de autocorrelação.

A decomposição de amostras de processos não estacionários em série de funções ortogonais através da expansão KL não oferece uma interpretação do conteúdo espectral do processo.

Uma abordagem estatística para decomposição espectral utilizando as funções ortormais de Fourier foi desenvolvida por Cramer e Loève (SCHREIER; SCARF, 2010). A premissa central da representação espectral de Cramer-Loève (CL) é baseado no conceito de incremento spectral correlacionado (SCHREIER; SCARF, 2010). Sinais que admitem representação CL são denominados harmonizáveis (THOMSON, 1982).

Conforme apresentado em (SCHREIER; SCARF, 2010), um processo não estacionário de tempo contínuo e harmonizável pode ser representado por

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} d\xi(f) e^{i2\pi ft},\tag{3.13}$$

em que $\xi(f)$ é um processo espectral com incrementos correlacionados

$$E\{d\xi(f_1) d\xi^*(f_2)\} = S_{xx}(f_1, f_2) df_1 df_2,\tag{3.14}$$

se e somente se,

$$S_{xx}(f_1, f_2) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} r_{xx}(t_1, t_2) e^{i2\pi(f_1 t_1 - f_2 t_2)} dt_1 dt_2, \quad (3.15)$$

em que $S_{xx}(f_1, f_2)$ é correlação espectral, denominado espectro de Loève, obtido pela transformada de Fourier bidimensional da função de autocorrelação do processo, expressa por

$$r_{xx}(t_1, t_2) = E \{x(t_1) x^*(t_2)\}. \quad (3.16)$$

Uma interpretação mais amigável do conteúdo espectral de processos não estacionários pode ser obtida expressando a função de autocorrelação em função da variável tempo global $t = t_2$ e do tempo local (relativo) a $\tau = t_1 - t_2$, obtendo assim

$$r_{xx}(t, \tau) = E \{x(t + \tau) x^*(t)\}. \quad (3.17)$$

Desta forma, aplicando a transformada de Fourier na função de autocorrelação (3.17) em função da variável τ , obtém-se o espectro de Loève, tal como apresentado na sequência

$$P_{xx}(t, f) df = E \{x^*(t) d\xi(f) e^{i2\pi f t}\}. \quad (3.18)$$

Note que $P_{xx}(t, f)$ é denominada de distribuição de energia no plano tempo-frequência do processo estocástico, também conhecida como distribuição de Rihaczek (RIHACZEK, 1968).

3.4 Análise TF: Distribuição de Energia

Para evidenciar o conteúdo espectral de sinais determinísticos não estacionários, uma representação no plano TF se faz necessária, dado que a intensidade das componentes espectrais do sinal variam em função do tempo. Neste sentido, aplica-se uma transformada ao sinal $x(t) \in \mathbb{R}$ no domínio do tempo contínuo para mapeá-lo em uma distribuição conjunta (tempo e frequência), tal como formulado na sequência

$$P_x(t, \Omega) \triangleq T_{t, \Omega} \{x(t)\}, \quad (3.19)$$

em que $P_x(t, \Omega)$ é a distribuição conjunta da energia instantânea do sinal $x(t)$ por unidade de tempo e por unidade de frequência. Neste sentido, a energia total do sinal $x(t)$ é dada por

$$E_x = \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |X(i\Omega)|^2 d\Omega, \quad (3.20)$$

poderá ser obtida a partir da distribuição conjunta

$$E_x = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} P_x(t, \Omega) dt d\Omega, \quad (3.21)$$

desde que as integrais marginais sejam atendidas, ou seja,

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} P_x(t, \Omega) d\Omega = |x(t)|^2. \quad (3.22)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} P_x(t, \Omega) dt = |X(i\Omega)|^2. \quad (3.23)$$

Existem inúmeras propostas para mapeamento do sinal no domínio TF (COHEN, 1989). Em geral, as técnicas para mapeamento TF se dividem em dois grupos. O primeiro deles, denominado mapeamento TF linear, se baseia no mapeamento do sinal $x(t)$ utilizando o procedimento proposto por Gabor, tal como será apresentado na seção 3.4.1. O segundo grupo, denominado mapeamento TF bilinear ou quadrático, consiste em mapear a autocorrelação do sinal $x(t)$ no domínio tempo-frequência, conforme as técnicas estudadas nas seções 3.4.2, 3.4.3 e 3.4.4.

3.4.1 Expansão em Série de Gabor

Conforme apresentado no capítulo 2, a série de Fourier faz a decomposição de um sinal estacionário em um somatório de funções de base exponenciais complexas, cujas frequências são múltiplas da frequência fundamental do sinal. A premissa básica da série de Fourier é a periodicidade do sinal no domínio do tempo, o que implica postular que as funções de base da série se estendem por todo o eixo do tempo. Entretanto, essa premissa não se mantém para os sinais não estacionários, para os quais, o conteúdo espectral é variante no tempo, sendo que algumas componentes espectrais têm duração limitada no tempo.

A fim de contornar a limitação da série de Fourier na decomposição de sinais não estacionários, (GABOR, 1946) propôs a decomposição do sinal não estacionários em somatório de funções concentradas em pontos específicos do plano TF, mais tarde denominada expansão em série de Gabor (QIAN; CHEN, 1999).

Conforme apresentado em (QIAN; CHEN, 1999), a expansão em série de Gabor do sinal $x(t)$ é definida por

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{k=-\infty}^{\infty} G_{n,k} h(t - n\Delta t) e^{ik\Delta\Omega t}, \quad (3.24)$$

em que $h(t) \in \mathbb{R}$ é uma função de tempo limitado; $G_{n,k}$ são constantes denominadas coeficientes de Gabor; Δt e $\Delta\Omega$ definem os intervalos de amostragem no tempo e na frequência, cujo produto definem a resolução do plano $T \times F$.

Os coeficientes de Gabor podem ser obtidos pela projeção do sinal sobre as funções de base parametrizadas pelos diversos valores das coordenadas $(n\Delta t, k\Delta\Omega)$ no plano TF, tal como apresentado na sequência

$$G_{n,k} = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) h^*(t - n\Delta t) e^{-ik\Delta\Omega t} dt. \quad (3.25)$$

3.4.2 Distribuição de Cohen

Em geral, as transformadas tempo-frequência bilineares podem ser derivadas segundo uma formulação geral (COHEN, 1966). O conjunto de transformadas TF derivadas dessa formulação é denominado classe de Cohen. Segundo (COHEN, 1989), a equação geral para derivar novas transformadas TF é expressa por

$$CD_x(t, \Omega) = \frac{1}{4\pi^2} \iiint e^{i\theta t - i\tau\Omega + i\theta u} \phi(\theta, \tau) x\left(u + \frac{1}{2}\tau\right) x^*\left(u - \frac{1}{2}\tau\right) dud\tau d\theta, \quad (3.26)$$

em que $\phi(\theta, \tau)$ é uma função arbitrária chamada *kernel* e $CD_x(t, \Omega)$ é a distribuição TF de Cohen⁴. Em geral, o *kernel* pode ser explicitamente dependente do tempo e da frequência, assim como pode ser função do próprio sinal $x(t)$ (PEDERSEN, 1997). Para cada escolha de *kernel*, tem-se uma nova transformada TF com características distintas de distribuição de energia no plano TF.

⁴Cohen Distribution.

3.4.3 Distribuição Wigner-Ville

A transformada bilinear pioneira foi proposta no campo da mecânica quântica (WIGNER, 1932) e, posteriormente, aplicada ao contexto de processamento de sinais (VILLE, 1948). A transformada Wigner-Ville é obtida aplicando a transformada de Fourier à função de autocorrelação estocástica dependente do tempo do sinal, conforme apresentado na sequência

$$WVD_x(t, \Omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x\left(t + \frac{1}{2}\tau\right) x^*\left(t - \frac{1}{2}\tau\right) e^{-i\tau\Omega} d\tau. \quad (3.27)$$

A distribuição Wigner-Ville (WVD da sigla em Inglês) apresenta uma série de propriedades interessantes para o mapeamento TF (PEDERSEN, 1997), dentre as quais destacam-se: *i*) o mapeamento TF obtido com a WVD sempre será real, independente do sinal analisado; *ii*) a WVD atende aos critérios de marginalidade apresentado em (3.23) e (3.22); *iii*) tal como apresentado em (CHEN; LING, 2002), a WVD apresenta a propriedade de frequência instantânea, isto é, a frequência média obtida com a WVD é igual a derivada da fase do sinal no tempo; *iv*) a WVD atende à propriedade do atraso de grupo, ou seja, o tempo médio do sinal utilizando a WVD é igual à derivada da fase do sinal na frequência (CHEN; LING, 2002).

Por outro lado, a WVD apresenta algumas propriedade não desejadas para o mapeamento do conteúdo espectral. A principal delas é o produto cruzado das componentes espectral distintas. De fato, em função da não linearidade evidente da transformada WVD, verifica-se que o mapeamento TF apresenta alguns termos cruzados que acrescentam informação indesejada ao conteúdo espectral do sinal analisado. Isto se verifica aplicando a WVD ao sinal $s(t) = s_1(t) + s_2(t)$, tal como apresentado na sequência:

$$\begin{aligned} WVD_s(t, \Omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} s\left(t + \frac{1}{2}\tau\right) s^*\left(t - \frac{1}{2}\tau\right) e^{-i\tau\Omega} d\tau, \\ &= WVD_{s_1}(t, \Omega) + WVD_{s_2}(t, \Omega) + \\ &\quad \int_{-\infty}^{\infty} s_1\left(t + \frac{1}{2}\tau\right) s_2^*\left(t - \frac{1}{2}\tau\right) e^{-i\tau\Omega} d\tau + \\ &\quad \int_{-\infty}^{\infty} s_1^*\left(t + \frac{1}{2}\tau\right) s_2\left(t - \frac{1}{2}\tau\right) e^{-i\tau\Omega} d\tau. \end{aligned} \quad (3.28)$$

Analisando a equação (3.28), fica evidente a contaminação do conteúdo espectral dos sinais $s_1(t)$ e $s_2(t)$ pelos termos cruzados, em função da característica quadrática da WVD. A Fig. 35 apresenta um exemplo de distribuição WVD aplicada ao sinal não estacionário apresentado em 46 na qual fica evidenciado a presença dos elementos cruzados.

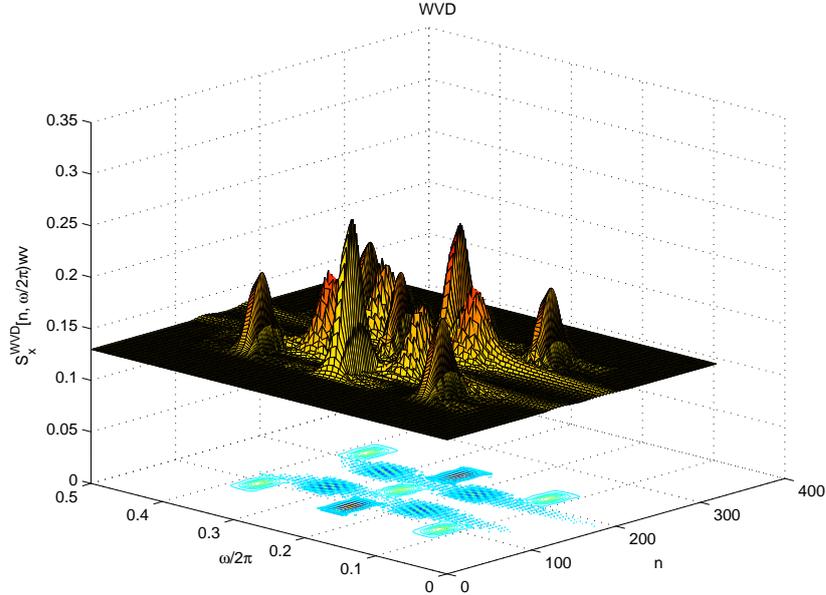


Figura 35: WVD do sinal $x[n]$ (Fig. 46) utilizando janela retangular de 64 amostras.

3.4.4 Distribuição TFDS

Uma nova abordagem foi apresentada em (QIAN; CHEN, 1994) para dissociar os efeitos dos elementos cruzados da WVD. Esta nova técnica, denominada distribuição TF em série (TFDS do termo em Inglês⁵), aplica a transformada WVD à decomposição do sinal $x(t)$ no plano tempo-frequência utilizando a série de Gabor. Desta forma, aplicando a WVD em ambos os lados da equação (3.24), tem-se

$$\begin{aligned} WVD_x(t, \Omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} x\left(t + \frac{1}{2}\tau\right) x^*\left(t - \frac{1}{2}\tau\right) e^{-i\tau\Omega} d\tau, \\ &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{\underline{n}=-\infty}^{\infty} \sum_{\underline{k}=-\infty}^{\infty} G_{n,k} G_{\underline{n},\underline{k}}^* WVD_h(t, \Omega), \end{aligned} \quad (3.29)$$

em que $G_{n,k}$ são os coeficientes de Gabor definidos em (3.25) e $WVD_h(t, \Omega)$ é a transformada WVD aplicada à função de base $h(t) e^{-i\Omega t}$, vide (3.24).

⁵ *Time-Frequency Distribution Series*

A fim de separar os elementos cruzados do somatório (3.29), (QIAN; CHEN, 1994) agrupou os elementos da equação (3.29) em função do parâmetro D da seguinte forma

$$\begin{aligned}
TFDS_x^D(t, \Omega) &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{k=-\infty}^{\infty} |G_{n,k}|^2 WV D_h(t - n\Delta t, k\Delta\Omega) & (D = 0) \\
&+ \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{\underline{n}=-\infty}^{\infty} \sum_{\underline{k}=-\infty}^{\infty} G_{n,k} G_{\underline{n},\underline{k}}^* WV D_h(t - [n - \underline{n}] \Delta t, [k - \underline{k}] \Delta\Omega) & (D = 1) \\
&+ \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{\underline{n}=-\infty}^{\infty} \sum_{\underline{k}=-\infty}^{\infty} G_{n,k} G_{\underline{n},\underline{k}}^* WV D_h(t - [n - \underline{n}] \Delta t, [k - \underline{k}] \Delta\Omega) & (D = 2) \\
&+ \dots & (3.30)
\end{aligned}$$

em que D , denominado distância de iteração, foi definido como sendo

$$D \triangleq |n - \underline{n}| + |k - \underline{k}|. \quad (3.31)$$

A Fig. 36 apresenta um exemplo de distribuição TFDS com $D = 0$ para o sinal não estacionário apresentado em 46.

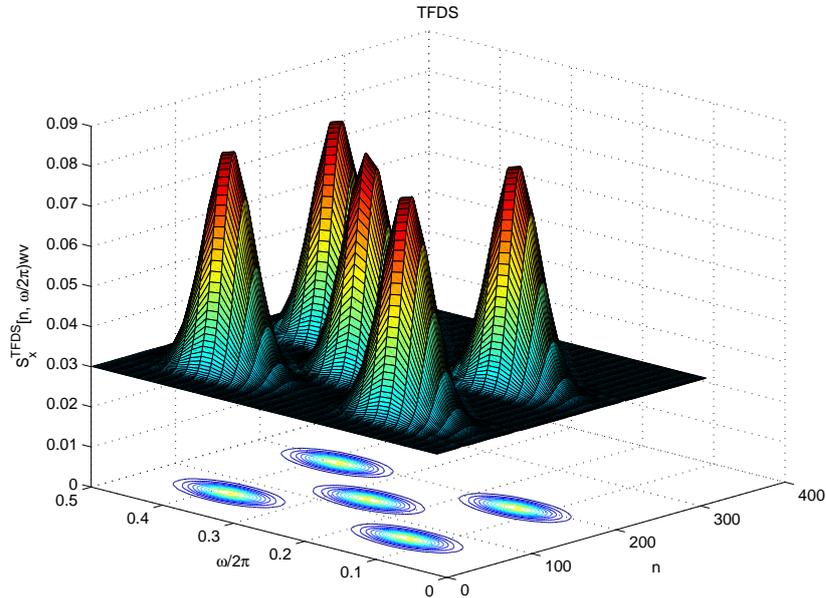


Figura 36: TFDS ($D = 0$) do sinal $x[n]$ (Fig. 46) utilizando janela retangular de 64 amostras.

Verifica-se que à medida em que $D \rightarrow \infty$, mais a TFDS se aproxima da WVD e, consequentemente, mais os efeitos dos elementos cruzados se fazem presentes. Conforme apresentado em (QIAN; CHEN, 1994), à medida que D diminui, perde-se resolução em frequência e ganha-se resolução temporal no plano TF. Por outro lado, à medida que D aumenta, ganha-se resolução em frequência e perde-se resolução temporal.

3.4.5 Proposição de Transformada Warped-WVD

Uma série de propostas para discretização da WVD (3.27) podem ser encontradas na literatura (COSTA; BARTELS, 1999). Em geral, as versões discretas da WVD buscam minimizar os efeitos dos termos cruzados, assim como mitigar o *aliasing*. Em (PEYRIN; PROST, 1986), é apresentado uma proposta para WVD janelada de tempo discreto denominada DTWVD (*Discrete-Time Wigner Ville Distribution*), tal como formulado na sequência

$$WV_x(n, \omega) = 2 \sum_{l=-L}^L x[n+l]x^*[n-l]h[l]h^*[-l]e^{-i2\omega l}, \quad (3.32)$$

em que $\omega = 2\pi f/f_s$ é a frequência normalizada em radianos, $x[l]$ é uma sequência não causal, com $l \in \mathbb{Z}$ e $h[l]$ é uma janela de tempo limitado, i.e. $h[l] = 0$ para $|l| > L$.

Conforme discutido em (PEYRIN; PROST, 1986), usando a propriedade de invariância ao deslocamento temporal, a WVD em qualquer instante n , pode ser obtida deslocando o sinal $x[l]$, tal que n seja mapeado na origem. Portanto, a equação (3.32) pode ser reescrita considerando $n = 0$, ou seja,

$$WV_x(0, \omega) = 2 \sum_{l=-L}^L K_e[l]e^{-i2\omega l}, \quad (3.33)$$

em que $K_e[l] = x[l]x^*[-l]h[l]h^*[-l]$ é denominado sequência *kernel* da DWVD.

Verifica-se pela equação (3.33) que o conteúdo espectral obtido com a DTWVD é periódico, repetindo-se a cada metade da taxa de amostragem, e, portanto,

$$WV_x(0, \omega) = WV_x(0, \omega + \pi). \quad (3.34)$$

Considerando a periodicidade em frequência em (3.34) e $x[l] \in \mathbb{R}$, a fim de evitar o *aliasing*, a taxa de amostragem requerida para obtenção do sinal $x[l]$ é $\Omega_s > 4W_x$, em que W_x é largura de banda do sinal $x[l]$ em radianos por segundo. Conforme apresentado em (PEYRIN; PROST, 1986), uma forma de trabalhar com a taxa de amostragem de Nyquist ($f_s > 2W_x$), é tornar o sinal $x[l]$ analítico, tal como formulado na sequência

$$z[l] = x[l] + jH\{x[l]\}, \quad (3.35)$$

em que $H\{\cdot\}$ é a transformada Hilbert.

Uma versão discreta no tempo e na frequência da WVD (DWVD) é derivada em (PEYRIN; PROST, 1986), a qual é expressa por

$$DWV_x [0, k] = 2 \sum_{n=0}^{N-1} K_m [n] e^{-i \frac{4\pi}{N} kn}, \quad (3.36)$$

em que $K_m [n]$ é uma extensão periódica do *kernel*, e é expressa por

$$K_m [l] = \begin{cases} K_e [l], & 0 \leq l \leq N/2 \\ K_e [l - N], & N/2 + 1 \leq l \leq N - 1 \\ 0, & l = N/2 \end{cases} \quad (3.37)$$

em que $N = 2L + 2$ é o tamanho na janela obtida da sequência *kernel*.

Expressando a equação (3.36) em termos do parâmetro $z \in \mathbb{C}$, tem-se

$$DWV_x \left[0, \frac{N}{2\pi} \arg \{z\} \right] = 2 \sum_{n=0}^{N-1} K_m [n] (z^{-1})^{2n}. \quad (3.38)$$

Substituindo o parâmetro z^{-1} na equação (3.38) pelo filtro passa-tudo $B(z)$, definido no capítulo 2, equação (1.44), obtém-se a *Warped-DWVD* (WDWVD), a qual é definida por

$$WDWV_x [0, \varpi_k] \triangleq 2 \sum_{n=0}^{N-1} K_m [n] \left(\frac{a^* + e^{-i2\pi k/N}}{1 + a e^{-i2\pi k/N}} \right)^{2n}, \quad (3.39)$$

em que ϖ_k é a frequência *warped*, cuja relação com a frequência linear ω foi demonstrada no capítulo 2, equação (1.45), como sendo expressa por

$$\varpi_k = \omega_k + 2 \arctan \left(\frac{\alpha \sin (\varphi - \omega_k)}{1 + \alpha \cos (\varphi - \omega_k)} \right), \quad (3.40)$$

na qual $\omega_k = 2\pi k/N$, $a = \alpha e^{i\varphi}$, $0 \leq \alpha \leq 1$ e $\varphi \in [0, 2\pi)$.

Em geral, não se aplica a WVD diretamente na explicitação do conteúdo espectral de sinais em função dos elementos cruzados, equação (3.28). Os termos cruzados podem gerar falsa interpretação do conteúdo espectral quando presentes no plano TF. Por outro lado, a WVD foi a distribuição seminal a partir da qual surgiram inúmeras derivações (COHEN, 1989), sobretudo distribuições visando eliminar os termos cruzados. Neste contexto, derivou-se a *Warped-WVD* com o objetivo de obter uma versão generalizada da WVD, o que pode ser verificado analisando a equação (3.39), ou seja, para $a = 0$, a W-WVD é a própria WVD.

3.4.6 Proposição de Transformada Warped-TFDS

Conforme discutido na seção 3.4.4, a TFDS apresenta baixa resolução em frequência para $D = 0$. Por outro lado, para $D = 0$, representa a melhor resolução temporal para a TFDS. A fim de melhorar a resolução em frequência numa região específica do espectro, mantendo elevada a resolução temporal para $D = 0$, propomos a *Warped-TFDS* (WTFDS). Aplicando a WTFDS, a resolução em frequência fica condicionada ao parâmetro $a = \alpha e^{i\varphi}$, ou seja, ajustando α e ϕ , pode-se determinar em qual frequência será dado o *zoom* (ϕ) e com que intensidade (α), respectivamente.

Reescrevendo a equação (3.30) considerando somente o termo $D = 0$, tem-se

$$TFDS_x^0(t, \Omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{k=-\infty}^{\infty} |G[n, k]|^2 WVD_h(t - n\Delta t, \Omega - k\Delta\Omega), \quad (3.41)$$

em que $G[n, k]$ são os coeficientes de Gabor, equação (3.25), e $WVD_h(t - n\Delta t, \omega - k\Delta\omega)$ é a função $WVD_h(t, \Omega)$ deslocada no tempo por $n\Delta t$ e na frequência por $k\Delta\Omega$.

Uma versão discreta⁶ para (3.41) é proposta em (PEDERSEN, 1997), e reproduzida na sequência

$$TFDS_x^0[n, k] = \sum_{\underline{n}=-N/2}^{N/2-1} \sum_{\underline{k}=-N/2}^{N/2-1} |G_x[n, k]|^2 WVD_h[\underline{n} - n, \underline{k} - k], \quad (3.42)$$

em que para $n, k = -N/2, -N/2 + 1, \dots, N/2 - 1$, $h[n]$ e $WVD_h[n, k]$ são as versões discretizadas de $h(t)$ e $WVD_h(t, \omega)$, respectivamente.

Conforme apresentado em (QIAN; CHEN, 1999), uma aproximação dos coeficientes de Gabor, equação (3.25), para a sequência $\{x[n]\}_{n=-N/2}^{N/2-1}$ é obtida por

$$G_x[n, k] \cong \frac{1}{N} \sum_{m=-N/2}^{N/2-1} x[m] h[m - n] e^{-i\frac{2\pi}{N}km}, \quad (3.43)$$

em que $G_x[n, k]$ são coeficientes de Gabor aproximados.

Aplicando a WDFT (Capítulo 2) para obter os coeficientes de Gabor, tem-se.

$$G_x^a\left[n, \frac{N}{2\pi}\varpi\right] = \frac{1}{N} \sum_{m=-N/2}^{N/2-1} x[m] h[m - n] \left(\frac{a^* + e^{-i2\pi k/N}}{1 + ae^{-i2\pi k/N}}\right)^m. \quad (3.44)$$

⁶Considerando nesta seção a simplificação $T_s = 1/f_s = 1$.

Substituindo (3.44) em (3.42), obtém-se a WDTFDS, expressa por

$$WDTFDS_x^0 \left[n, \frac{N}{2\pi} \varpi \right] = \sum_{\underline{n}=-N/2}^{N/2-1} \sum_{\underline{k}=-N/2}^{N/2-1} \left| G_x^a \left[n, \frac{N}{2\pi} \varpi \right] \right|^2 WVD_h \left[\underline{n} - n, \underline{k} - \frac{N}{2\pi} \varpi \right]. \quad (3.45)$$

3.5 Análise TF: Transformadas Lineares

Uma segunda forma de explicitação do conteúdo espectral se dá utilizando as transformadas lineares. Basicamente, essas transformadas dividem as amostras do processo no domínio do tempo em blocos sobrepostos, cada bloco é mapeamento no domínio da frequência utilizando a transformada de Fourier ou alguma outra transformada derivada dessa última. O conjunto das amostras do conteúdo espectral de cada janela no domínio do tempo forma o plano TF que explicita o conteúdo espectral do processo em função do tempo.

Conforme visto na seções anteriores, uma análise TF de um dado sinal resulta na explicitação do seu conteúdo espectral ao longo do tempo. Essa análise difere da análise espectral clássica que explicita o conteúdo espectral do sinal, sem evidenciar de forma clara a informação temporal de cada componente espectral. Por outro lado, a análise TF disponibiliza a informação temporal das componentes espectrais através da representação bidimensional do conteúdo espectral. Isto permite detectar sinais não estacionários, assim como identificar a dinâmica espectral das modulações dos sinais monitorados.

3.5.1 Transformada Gabor

A transformada de Fourier de um sinal $x(t)$ janelado por $h(t)$, cujo suporte é finito, é denominada *Short-Time Fourier Transform* (STFT). Para sinais de tempo contínuo a STFT é expressa por:

$$X(t, \Omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau) h(\tau - t) e^{i\Omega\tau} d\tau, \quad (3.46)$$

em que $X(t, \Omega)$ é o espectro de frequência do sinal $x(t)$ janelado pela função $h(t)$ deslocada de t segundos. Usualmente a janela $h(\cdot)$ é uma função de tempo limitado e apresenta decaimentos suaves nas bordas a fim minimizar a amplitude dos lóbulos laterais da trans-

formada de Fourier de $h(t)$, ou seja, $H(i\Omega)$, em que $\Omega = 2\pi f$. Na literatura encontram-se uma variedade de janelas com esses propósitos (MITRA, 2011).

A transformada de Gabor é um caso particular da STFT definida em (3.46), em que a janela $h(\cdot)$ é uma Gaussiana expressa por

$$h_g(t) = (\pi\sigma^2)^{-0,25} e^{-\frac{t^2}{2\sigma^2}}. \quad (3.47)$$

em que σ define o espalhamento da janela no domínio do tempo. Nota-se que para valores reduzidos de σ , maior é a resolução temporal, pois menor será o suporte da janela amostrada do processo no domínio do tempo.

A janela Gaussiana (3.47) apresenta uma peculiaridade interessante: ao aplicar a transformada de Fourier à janela (3.47), obtém-se uma Gaussiana no domínio da frequência, tal como apresentado na sequência

$$H_g(i\Omega) = (4\pi\sigma^2)^{0,25} e^{-\frac{\Omega^2\sigma^2}{2}}. \quad (3.48)$$

Nota-se que o efeito de σ na janela no domínio da frequência é o inverso do que ocorre no domínio do tempo, ou seja, para valores reduzidos de σ , maior espalhamento em frequência, portando menor a resolução em frequência.

Tal como apresentado em (3.2) e (3.3), a resolução do tempo e na frequência da janela Gaussiana podem ser determinada tal como apresentado na sequência.

$$\Delta t_g = \left(\frac{\int_{-\infty}^{\infty} t^2 |h_g(t)|^2 dt}{\int_{-\infty}^{\infty} |h_g(t)|^2 dt} \right)^{1/2} = \frac{\sigma}{\sqrt{2}}, \quad (3.49)$$

$$\Delta \Omega_g = \left(\frac{\int_{-\infty}^{\infty} \omega^2 |H_g(\omega)|^2 d\omega}{\int_{-\infty}^{\infty} |H_g(\omega)|^2 d\omega} \right)^{1/2} = \frac{1}{\sqrt{2}\sigma}. \quad (3.50)$$

Desta forma, a resolução TF para a janela Gaussiana (3.47) é obtida por

$$\Delta t_g \Delta \Omega_g = \frac{1}{2}. \quad (3.51)$$

Nota-se que a janela Gaussiana definida em (3.47) apresenta a melhor resolução TF,

dados que atingem a limitante inferior estabelecido pelo princípio da incerteza de Heisenberg-Gabor (3.1).

Ao aplicar o módulo e elevar ao quadrado a distribuição TF definida em (3.46), obtém-se o mapeamento TF denominado espectrograma de Gabor do sinal $x(t) \in \mathbb{R}$, tal como formulado na sequência.

$$GS_x(t, \Omega) = \left| \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau) h_g(\tau - t) e^{i\Omega\tau} d\tau \right|^2. \quad (3.52)$$

Em geral, o espectrograma é a forma mais utilizada para evidenciar o conteúdo espectral de sinais não estacionário (MITRA, 2011).

Embora a janela Gaussiana definida em (3.47) ofereça o melhor resolução TF quando mapeada na frequência, o mesmo não ocorre para o espectrograma. Conforme apresentado em (PEDERSEN, 1997), o espectrograma da janela Gaussiana (3.47) é dado por

$$GS_{h_g}(t, \Omega) = \exp\left(-\frac{t^2}{2\sigma^2} - \frac{\Omega^2\sigma^2}{2}\right), \quad (3.53)$$

para o qual obtém-se $\Delta t_{GS_{h_g}} = \sigma$ e $\Delta \Omega_{GS_{h_g}} = 1/\sigma$, levando ao produto da resolução no tempo e na frequência

$$\Delta t_{GS_{h_g}} \Delta \Omega_{GS_{h_g}} = 1, \quad (3.54)$$

duas vezes superior ao limite mínimo de Heisenberg-Gabor (3.1).

Por outro lado, aplicando a WVD à janela Gaussiana (3.47), tem-se a distribuição de energia

$$WVD_{h_g}(t, \Omega) = 2 \exp\left(-\frac{t^2}{2\sigma^2} - \frac{\Omega^2\sigma^2}{2}\right), \quad (3.55)$$

o que leva a $\Delta t_{WVD_{h_g}} = \sigma/\sqrt{2}$ e $\Delta \Omega_{WVD_{h_g}} = 1/\sigma\sqrt{2}$, resultando no produto da resolução no tempo e na frequência

$$\Delta t_{WVD_{h_g}} \Delta \Omega_{WVD_{h_g}} = \frac{1}{2}, \quad (3.56)$$

a qual é igual ao limite mínimo estabelecido por Heisenberg-Gabor (3.1). Conforme se verifica analisando as Fig. 3.53 e Fig. 3.55, a distribuição de energia obtida com a WVD é mais concentrada no plano TF que a STFT.

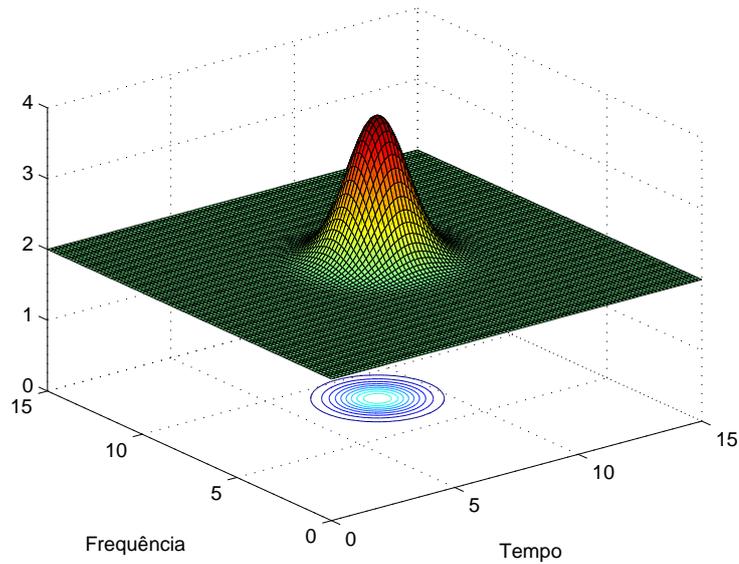


Figura 37: Espectrograma da função Gaussiana obtida com a STFT e $\sigma = 1$.

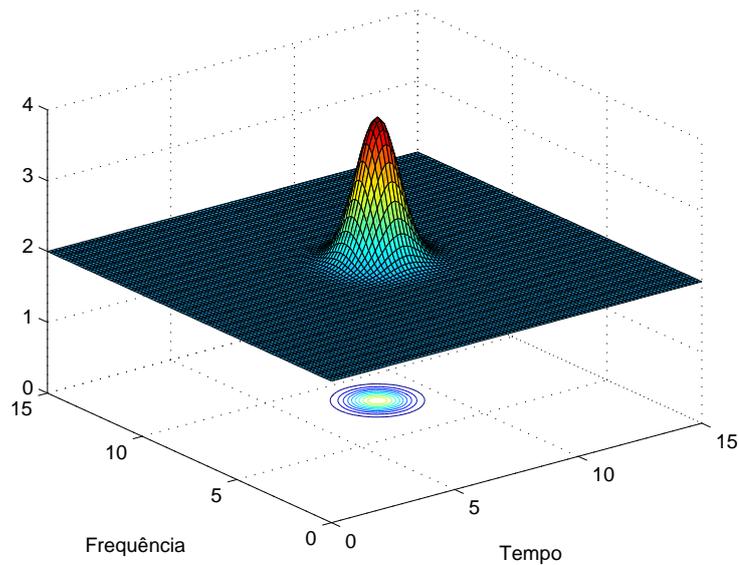


Figura 38: Espectrograma da função Gaussiana obtida com a WVD e $\sigma = 1$.

A fim de se utilizar a STFT para o monitoramento do espectro de sinais no tempo discreto, uma versão discretizada deve ser aplicada. Neste caso, considerando uma amostra do processo discreto $\{x[n]\}_0^{M-1}$, pode-se obter uma análise TF empregando janelas $\{h[n]\}_0^{N-1}$, ou seja,

$$STFT_x[d, k] = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x[n+d]h[n]e^{i\frac{2\pi}{N}kn}. \quad (3.57)$$

3.5.2 Formulação Matricial do Mapeamento TF

As técnicas de análise espectral estudadas no capítulo 2 (DFT, DHT, MCLT, MTM e HMTM), embora utilizadas no contexto de sinais estacionários naquele capítulo, podem ser aplicadas para explicitação do conteúdo espectral de sinais não estacionários, desde que uma abordagem similar à transformada Gabor (seção 3.5.1) seja utilizada. Para tal, apresenta-se nesta seção uma formulação matricial para obtenção dos espectrogramas de sinais não estacionários baseados nas transformadas lineares estudadas no capítulo 2. Neste sentido, o sinal não estacionário a ser analisado no plano TF pode ser modelado no domínio do tempo discreto da seguinte forma

$$y[n] = x[n] + w[n], \quad (3.58)$$

em que $x[n] \in \mathbb{R}$ é o sinal que veicula a informação de interesse e encontra-se no domínio do tempo discreto, com $n = 0, 1, \dots, M - 1$, em que M é o número de amostras da sequência. Ao passo que $y[n]$ é sinal monitorado no domínio do tempo discreto, o qual é corrompido pela presença do ruído aditivo $w[n]$. A série temporal (3.58) pode ser reescrita na forma vetorial dada por

$$\mathbf{Y} = \mathbf{X} + \mathbf{W}, \quad (3.59)$$

em que $\mathbf{Y} = [\mathbf{y}_0 \ \mathbf{y}_1 \ \dots \ \mathbf{y}_{M-N-1}]$, $\mathbf{X} = [\mathbf{x}_0 \ \mathbf{x}_1 \ \dots \ \mathbf{x}_{M-N-1}]$ e $\mathbf{W} = [\mathbf{w}_0 \ \mathbf{w}_1 \ \dots \ \mathbf{w}_{M-N-1}]$. Sendo que para $d = 0, 1, \dots, M - N - 1$, tem-se:

$$\mathbf{y}_d = [y[d] \ y[d+1] \ \dots \ y[d+N-1]]^T, \quad (3.60)$$

$$\mathbf{x}_d = [x[d] \ x[d+1] \ \dots \ x[d+N-1]]^T, \quad (3.61)$$

$$\mathbf{w}_d = [w[d] \ w[d+1] \ \dots \ w[d+N-1]]^T. \quad (3.62)$$

Note que cada coluna representa um segmento do sinal no domínio do tempo, empilhados lado a lado para formar as matrizes \mathbf{Y} , \mathbf{X} e \mathbf{W} de ordem $N \times M - N$.

Para realizar a análise tempo frequência, a primeira etapa consiste em levar a informação do sinal monitorado do domínio do tempo discreto para o domínio da frequência através de transformadas TF. Para tanto, uma transformada linear é aplicada à matriz \mathbf{Y} para levar o sinal do domínio do tempo para o domínio da frequência, ou seja,

$$\begin{aligned}
\bar{\mathbf{Y}} &= \mathbf{A}\mathbf{Y} \\
&= \mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{A}\mathbf{W} \\
&= \bar{\mathbf{X}} + \bar{\mathbf{W}},
\end{aligned} \tag{3.63}$$

em que \mathbf{A} é a matriz que opera a transformação linear TF e $\bar{\mathbf{Y}} \in \mathbb{C}^{N \times M-N}$, $\bar{\mathbf{X}} \in \mathbb{C}^{N \times M-N}$ e $\bar{\mathbf{W}} \in \mathbb{C}^{N \times M-N}$ são os sinais representados no domínio TF. O espectrograma referente ao sinal monitorado $y[n]$ pode ser obtido por

$$\mathbf{S}_y \triangleq \bar{\mathbf{Y}} \odot \bar{\mathbf{Y}}^*, \tag{3.64}$$

em que $*$ é o conjugado de cada elemento da matriz correspondente e \odot é o operador de Hadamard para multiplicação de matrizes ($\mathbf{a} \odot \mathbf{b} = [a_1b_1 \quad a_1b_1 \quad \dots \quad a_Lb_L]^T$).

A representação matricial das técnicas de mapeamento lineares estudadas na presente tese são apresentadas na sequência.

O espectrograma formado pela DFT é modelado por

$$\mathbf{S}_y^{STFT} \triangleq (\mathbf{A}_{N \times N}^{DFT} \mathbf{Y}) \odot (\mathbf{A}_{N \times N}^{DFT} \mathbf{Y})^*, \tag{3.65}$$

em que $\mathbf{A}_{N \times N}^{DFT}$ é a matriz de transformação de ordem N , cujos elementos são obtidos pela seguinte expressão

$$a_{DFT}[k, n] = \frac{1}{N} h[n] e^{-i \frac{2\pi}{N} kn}, \tag{3.66}$$

em que $h[n]$ é a janela Gaussiana discreta obtida a partir de (3.47), $n = 0, 1, \dots, N-1$ e $k = 0, 1, \dots, N-1$. A Fig. 39 apresenta um exemplo de distribuição TF usando a DFT para o sinal não estacionário apresentado em 46.

O espectrograma obtido com a DHT é formulado por

$$\mathbf{S}_y^{STHT} \triangleq (\mathbf{A}_{N \times N}^{DHT} \mathbf{Y}) \odot (\mathbf{A}_{N \times N}^{DHT} \mathbf{Y})^*, \tag{3.67}$$

em que $\mathbf{A}_{N \times N}^{DHT}$ é a matriz de transformação de ordem N , cujos elementos são obtidos pela expressão

$$a_{DHT}[k, n] = \frac{1}{N} h[n] \left[\cos\left(\frac{2\pi}{N} kn\right) + \sin\left(\frac{2\pi}{N} kn\right) \right], \tag{3.68}$$

em que $h[n]$ é a janela Gaussiana discreta obtida a partir de (3.47), $n = 0, 1, \dots, N-1$ e $k = 0, 1, \dots, N-1$. A Fig. 40 apresenta um exemplo de distribuição TF usando a

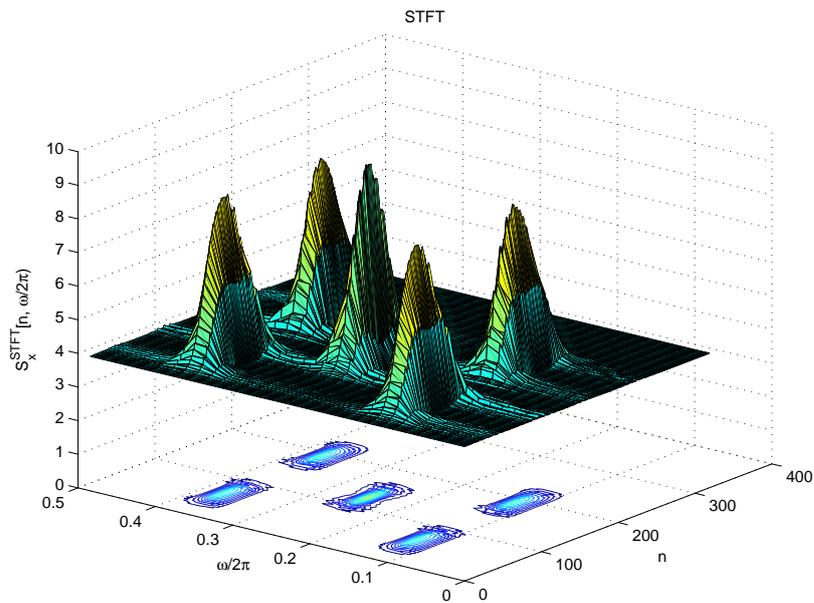


Figura 39: Análise TF do sinal $x[n]$ (Fig. 46) utilizando STDFT e janela retangular de 64 amostras.

DHT para o sinal não estacionário apresentado em 46.

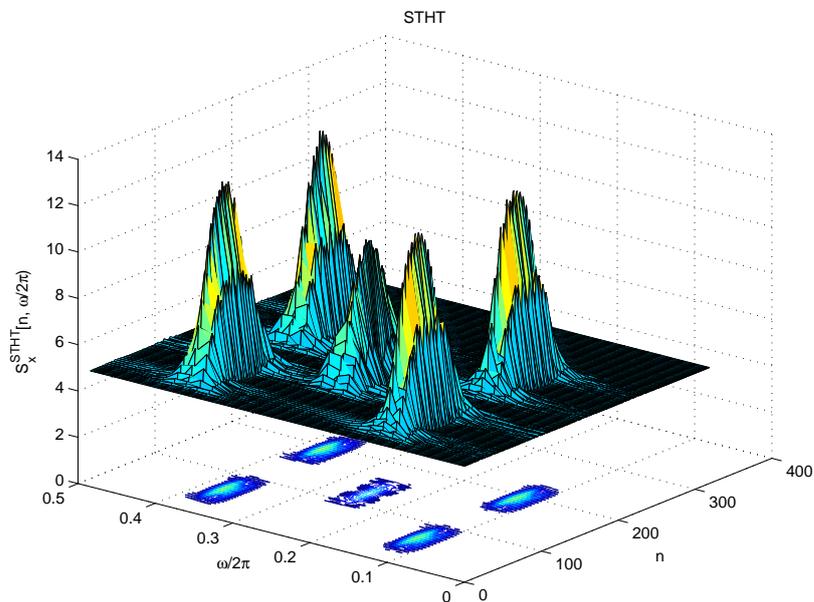


Figura 40: Análise TF do sinal $x[n]$ (Fig. 46) utilizando STDHT e janela retangular de 64 amostras.

O espectrograma obtido com a MCLT é formulado por

$$\mathbf{S}_y^{STMCLT} \triangleq (\mathbf{A}_{N/2 \times N}^{MCLT} \mathbf{Y}) \odot (\mathbf{A}_{N/2 \times N}^{MCLT} \mathbf{Y})^*, \quad (3.69)$$

em que $\mathbf{A}_{N/2 \times N}^{MCLT}$ é a matriz de transformação de ordem $N/2 \times N$, cujos elementos são obtidos pela expressão

$$a_{MCLT}[k, n] = -\sin \left[\frac{\pi}{N} \left(n + \frac{1}{2} \right) \right] e^{-i \left[\frac{2\pi}{N} \left(k + \frac{1}{2} \right) \left(n + \frac{N/2+1}{2} \right) \right]}, \quad (3.70)$$

em que $n = 0, 1, \dots, N-1$ e $k = 0, 1, \dots, N/2-1$. A Fig. 41 apresenta um exemplo de distribuição TF usando a MCLT para o sinal não estacionário apresentado em 46.

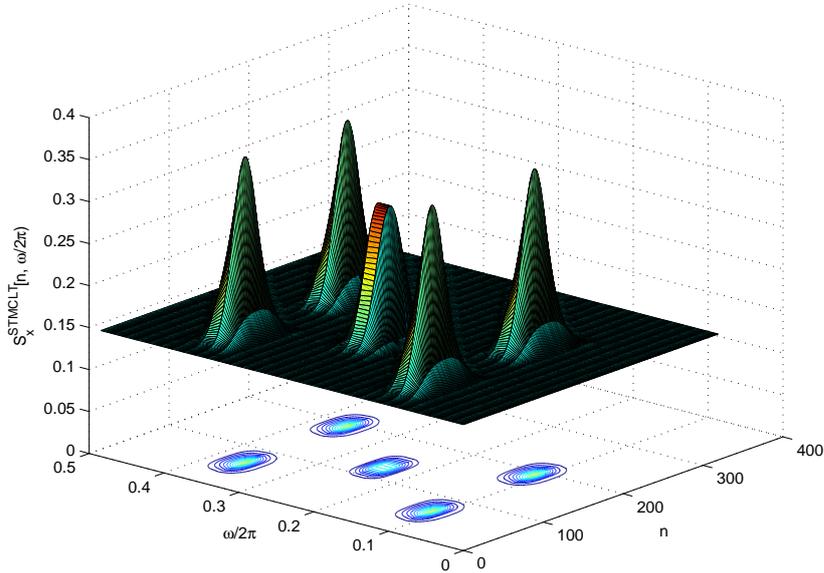


Figura 41: Análise TF do sinal $x[n]$ (Fig. 46) utilizando STMCLT e janela retangular de 64 amostras.

O espectrograma obtido com a MTM é formulado por

$$\mathbf{S}_y^{STMTM} \triangleq \frac{1}{\sum_{k=0}^{K-1} \lambda_k} \left[\lambda_0 \mathbf{ABS}(\mathbf{A}_{N \times N}^{DFT} \mathbf{\Lambda}_{N \times N}^{\mathbf{u}_0} \mathbf{Y})^2 + \dots + \lambda_{K-1} \mathbf{ABS}(\mathbf{A}_{N \times N}^{DFT} \mathbf{\Lambda}_{N \times N}^{\mathbf{u}_{K-1}} \mathbf{Y})^2 \right], \quad (3.71)$$

em que $\mathbf{\Lambda}_{N \times N}^{\mathbf{u}_k}$ é a k -ésima matriz diagonal, cuja diagonal principal é formada pelos elementos do vetor \mathbf{u}_k e λ_k é k -ésimo autovalor, tal qual definido no Capítulo 2, seção 1.7.2. $\mathbf{ABS}(\cdot)$ retorna o valor absoluto dos elementos da matriz. A Fig. 42 apresenta um exemplo de distribuição TF usando a MTM para o sinal não estacionário apresentado em 46.

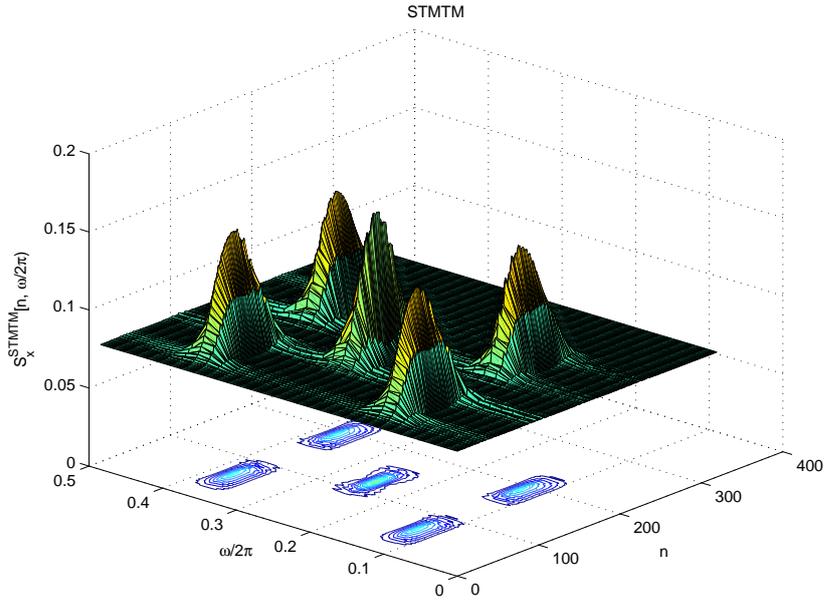


Figura 42: Análise TF do sinal $x[n]$ (Fig. 46) utilizando STMTM e janela retangular de 64 amostras.

Por fim, o espectrograma obtido com a HMTM é formulado por

$$\mathbf{S}_y^{STHMTM} \triangleq \frac{1}{\sum_{k=0}^{K-1} \lambda_k} \left[\lambda_0 \mathbf{ABS}(\mathbf{A}_{N \times N}^{DHT} \mathbf{\Lambda}_{N \times N}^{\mathbf{u}_0} \mathbf{Y})^2 + \dots + \lambda_{K-1} \mathbf{ABS}(\mathbf{A}_{N \times N}^{DHT} \mathbf{\Lambda}_{N \times N}^{\mathbf{u}_{K-1}} \mathbf{Y})^2 \right], \quad (3.72)$$

em que $\mathbf{\Lambda}_{N \times N}^{\mathbf{u}_k}$ é a k -ésima matriz diagonal, cuja diagonal principal é formada pelos elementos do vetor \mathbf{u}_k e λ_k é k -ésimo autovalor, tal qual definido no Capítulo 2, seção 1.7.3. A Fig. 43 apresenta um exemplo de distribuição TF usando a HMTM para o sinal não estacionário apresentado em 46.

Uma das principais aplicações da análise TF utilizando transformadas lineares é o monitoramento espectral de sistemas de comunicação cognitivo. Em (HAYKIN; THOMSON; REED, 2009), a técnica MTM é empregada no mapeamento TF para que se possa identificar as faixas livres de sinais numa faixa específica do espectro. Neste contexto de monitoramento espectral, as técnicas de mapeamento TF lineares (STDFT, STDHT, STMCLT, STMTM e STHMTM) são mais vantajosas em relação às técnicas bilineares, sobretudo nos ambientes nos quais os sinais permanecem no espectro por um longo período de tempo, tais como os sinais de rádio FM (*Frequency Modulation.*). Outro fator importante é o custo computacional, em geral as técnicas de mapeamento TF lineares

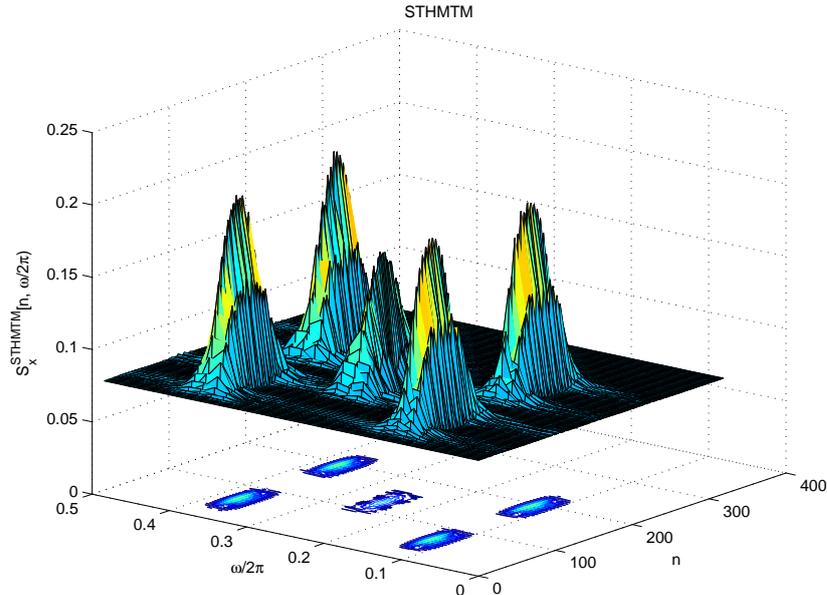


Figura 43: Análise TF do sinal $x[n]$ (Fig. 46) utilizando STHMTM e janela retangular de 64 amostras.

apresentam custo computacional menor que as técnicas bilineares.

3.6 Transformada S (ST)

A resolução no plano TF obtida com a STFT é fixa e determinada pelo comprimento da janela no domínio do tempo, assim como por sua forma. Para o caso de janela Gaussiana, a resolução da STFT é representada pela área do sinal projetado no plano TF, cuja forma é determinada pelo parâmetro σ . Uma abordagem mais flexível é obtida com a transformada *wavelet* contínua (CWT da sigla em Inglês). A CWT oferece uma resolução variável no tempo, ou seja, comprimentos variáveis da janela temporal, o que leva à multiresolução no plano TF (CHEN; LING, 2002). A CWT de um sinal $x(t)$ é definida por

$$CWT(t, f) = \sqrt{\left(\frac{f}{f_0}\right)} \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau) \psi^* \left(\frac{f}{f_0} (\tau - t) \right) d\tau, \quad (3.73)$$

em que $\psi(\cdot)$ é denominado *wavelet* mãe e f/f_0 é o fator de escala dependente da frequência.

A CWT pode ser visualizada como a decomposição do sinal $x(t)$ em uma família de *wavelets* $\psi\left(\frac{f}{f_0}(\tau - t)\right)$. Sendo cada *wavelet*, ou função de base, deslocada no tempo e dilatada conforme o valor do fator de escala f/f_0 . Nota-se que o espalhamento da *wavelet* no domínio do tempo aumenta na medida em que a relação f/f_0 diminui, ou

seja, para baixas frequências. Por outro lado, o espalhamento da *wavelet* no domínio do tempo diminui à medida em que a relação f/f_0 aumenta, ou seja, para valores elevados da frequência. O efeito do parâmetro f/f_0 no espalhamento da *wavelet* aplicada ao sinal no tempo pode ser verificado na Fig. 44.

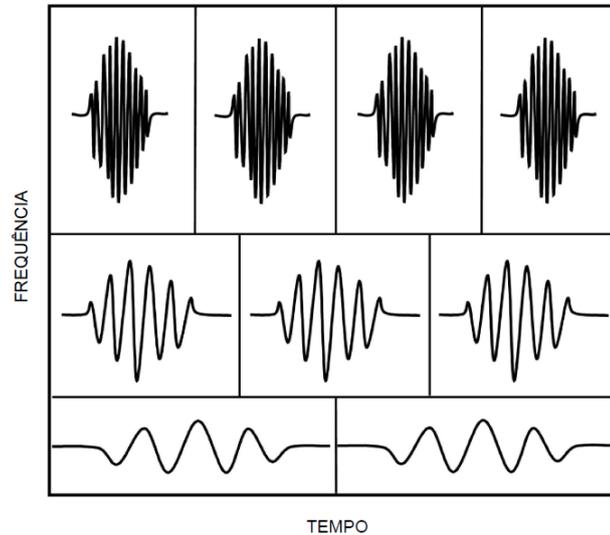


Figura 44: Multirresolução das funções de bases da CTW (CHEN; LING, 2002).

Um caso particular das transformadas *wavelets*, denominada transformada S , vem sendo empregada para análise de distúrbios em aplicações de monitoramento de qualidade de energia elétrica em sistemas de potência (LEE; DASH, 2003). Dado a característica não estacionária dos eventos envolvendo a análise de distúrbios em qualidade de energia e o monitoramento espectral em sistemas de comunicação, vislumbra-se que a transformada S , proposta em (STOCKWELL; MANSINHA; LOWE, 1996), é uma técnica atrativa para realizar o mapeamento TF. Ademais, o que motivou investigar na presente tese a aplicação da transformada S no contexto de monitoração do plano TF são as seguintes propriedades: *i*) a transformada S gera padrões que remontam as características da forma de onda do sinal não estacionário, o que facilita o processo de classificação; *ii*) apresenta uma correção de fase na transformada *wavelet* da qual é derivada, o que viabiliza a detecção e localização temporal de distúrbios no plano TF com maior precisão.

A transformada S produz uma representação TF do sinal monitorado. Além disso, a transformada S proporciona resolução dependente da frequência e mantém uma relação direta com a transformada de Fourier (LEE; DASH, 2003). As funções bases da transformada S são Gaussianas moduladas por cossenos. Uma formulação generalizada da transformada S aplicada ao sinal $x(t) \in \mathbb{R}$ é dada por

$$S(t, f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) g(\tau - t, f) e^{-i2\pi f t} dt, \quad (3.74)$$

em que a função Gaussiana $g(t, f)$ é expressa por

$$g(t, f) = \frac{|f|}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}[(\tau-t)^2 f^2]}. \quad (3.75)$$

Substituindo (3.75) em (3.74), obtém-se a transformada S de tempo contínuo

$$S(t, f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \frac{|f|}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}[(\tau-t)^2 f^2]} e^{-i2\pi f t} dt, \quad (3.76)$$

para a qual a variância é o inverso do quadrado da frequência, ou seja, $\sigma^2 = 1/f^2$.

A Fig. 45 apresenta um exemplo de distribuição TF usando a transformada S para o sinal não estacionário apresentado em 46.

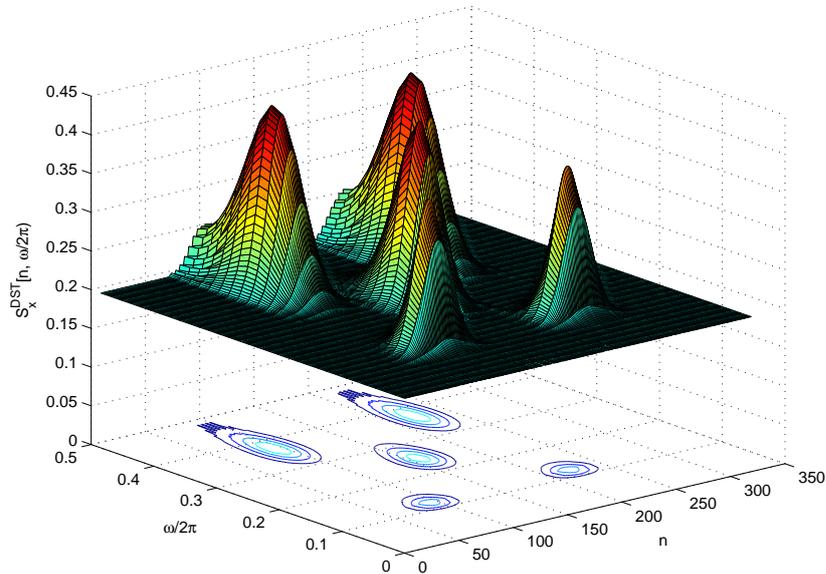


Figura 45: Análise TF do sinal $x[n]$ (Fig. 46) utilizando DST e janela retangular de 64 amostras.

Conforme apresentado em (VENTOSA; AL, 2008), a transformada S é uma transformada *wavelet* específica com uma correção de fase, conforme expresso por

$$S(t, f) = e^{i2\pi f \tau} W(t, f), \quad (3.77)$$

em que $W(t, f)$ é a transformada de Fourier da *wavelet* mãe $\psi(t, f)$ definida por

$$\psi(t, f) = \frac{|f|}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}[(\tau-t)^2 f^2]} e^{-i2\pi ft}, \quad (3.78)$$

na qual o fator de dilatação da *wavelet* é o inverso da frequência.

3.6.1 Proposição de Transformada S Discreta

A discretização da transformada S pode ser obtido diretamente da equação (3.76). Para tal, substitui-se $f \rightarrow f_s k/N$, $t \rightarrow dT_s$ e $\tau \rightarrow nT_s$. Encontram-se inúmeras versões discretas da transformada S na literatura (VENTOSA; AL, 2008) e (PEI; AL, 2011). Em geral, as propostas de discretização da transformada S visam minimizar as distorções provocadas pela *aliasing* e *artifacts*, assim como possibilitar a utilização dos algoritmos rápidos para cálculo da DFT. Neste sentido, uma versão discreta da transformada S (DST da sigla em Inglês) aplicada a uma sequência $\{x[n]\}_{n=0}^{M-1}$ é proposta em (SIMON; AL, 2007) e reproduzida na sequência⁷

$$S[d, k] = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \sum_{n=0}^{M-1} x[n] \frac{|k|}{N} e^{-\frac{1}{2}[\frac{k}{N}(d-n)]^2} e^{-i\frac{2\pi}{N}kn}, \quad (3.79)$$

em que $d = 0, 1, \dots, M-1$ e $k = -N/2, \dots, N/2-1$. Nota-se que a DST (3.79) utiliza todas as M amostras da sequência $\{y[n]\}_{n=0}^{M-1}$ para o mapeamento TF

Na presente tese, propõe-se uma nova versão discreta da transformada S tal como formulado na sequência

$$S[d, k] \triangleq \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \sum_{n=0}^{N-1} x[n+d] \frac{k}{N} e^{-\frac{1}{2}[\frac{k}{N}(d-n)]^2} e^{-i\frac{2\pi}{N}kn}, \quad (3.80)$$

em que $d = 0, 1, \dots, M-N+1$ e $k = 0, 1, \dots, N-1$.

A DST proposta na presente tese, (3.80), possibilita alterar o número de amostras do sinal no domínio do tempo, conferindo um grau a mais no controle da resolução TF, conforme é verificado na seção de resultados.

⁷Por questões de simplificação, considera-se $f_s = 1/T_s = 1$ na presente seção.

3.7 Proposição de Transformada Warped S Discreta

Conforme discutido em (STOCKWELL; MANSINHA; LOWE, 1996), a transformada S discreta não apresenta uma boa resolução para componentes espectrais elevadas. A fim de contornar essa desvantagem da transformada S , propomos nessa seção as transformadas *warped S* de tempo discreto (DTWST da sigla em Inglês) e a *warped* discreta S (WDST). Desta forma, para que as transformadas *warped S* possam explicitar com maior resolução as componentes espectrais de ordem elevada, basta ajustar o parâmetro a na frequência desejada.

A DTWST pode ser derivada a partir da DST, definida em (3.79). Para tal, reescrevendo (3.79) da seguinte forma

$$S[d, k] = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \sum_{n=0}^{N-1} x[n] \frac{2\pi k}{2\pi N} e^{-\frac{1}{2}[(d-n)\frac{2\pi k}{2\pi N}]^2} e^{-i\frac{2\pi}{N}kn}. \quad (3.81)$$

Assumindo $z = e^{i\omega_k}$ em que $\omega_k = \frac{2\pi}{N}k$ e $\arg\{z\} = \frac{2\pi}{N}k$, uma vez que a análise em frequência encontra-se sobre o círculo de raio unitário, tem-se

$$S\left[d, \frac{N}{2\pi} \arg\{z\}\right] = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \sum_{n=0}^{N-1} x[n] \frac{\arg\{z\}}{2\pi} e^{-\frac{1}{2}[(d-n)\frac{\arg\{z\}}{2\pi}]^2} z^{-n}. \quad (3.82)$$

Substituindo z^{-1} por $B(z)$, obtém-se

$$S\left[d, \frac{N}{2\pi} \arg\{B(z)^{-1}\}\right] = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \sum_{n=0}^{N-1} x[n] \frac{\arg\{B(z)^{-1}\}}{2\pi} e^{-\frac{1}{2}[(d-n)\frac{\arg\{B(z)^{-1}\}}{2\pi}]^2} B(z)^n, \quad (3.83)$$

em que $B(z)$ é o polinômio de primeira ordem, definido no Capítulo 2, e expresso por

$$B(z) = \frac{a^* + z^{-1}}{1 + az^{-1}}, \quad (3.84)$$

em que $a = \alpha e^{i\varphi} \in \mathbb{C}$ e $z = e^{i\omega}$ para todo ω no intervalo $\omega \in [0, 2\pi)$. Assim sendo, deriva-se a WDTST como

$$S\left[d, \frac{N}{2\pi} \varpi\right] \triangleq \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \sum_{n=0}^{N-1} x[n] \frac{\varpi}{2\pi} e^{-\frac{1}{2}[(d-n)\frac{\varpi}{2\pi}]^2} B(e^{i\omega})^n. \quad (3.85)$$

Conforme demonstrado no capítulo 2, o mapeamento entre as frequência linear (ω) e a

warped (ϖ) é expresso por

$$\begin{aligned}\varpi &= \arg \left\{ B(e^{i\omega})^{-1} \right\} \\ &= \omega + 2 \arctan(\beta),\end{aligned}\tag{3.86}$$

em que $\beta = \frac{|a| \sin(\varphi - \omega)}{1 + |a| \cos(\varphi - \omega)}$.

Aplicando (3.86) em (3.85), tem-se a WDTST na sua forma expandida

$$\begin{aligned}S \left[d, \frac{N}{2\pi} [\omega + 2 \arctan(\beta)] \right] &= \frac{1}{2\pi\sqrt{2\pi}} \sum_{n=0}^{N-1} x[n] \times \\ &[\omega + 2 \arctan(\beta)] e^{-\frac{1}{2}[(d-n)\frac{[\omega + 2 \arctan(\beta)]}{2\pi}]^2} B(e^{i\omega})^n.\end{aligned}\tag{3.87}$$

A versão discreta da transformada *S warped* (DWST), pode ser derivada amostrando a frequência linear $\omega_k = 2\pi k/N$ da equação (3.87), obtendo

$$\begin{aligned}S \left[d, k + \frac{N}{\pi} \arctan(\beta_d) \right] &\triangleq \frac{1}{\sqrt{2\pi}N} \sum_{n=0}^{N-1} x[n] \times \\ &\left[k + \frac{N}{\pi} \arctan(\beta_d) \right] e^{-\frac{1}{2}[(d-n)(k + \frac{N}{\pi} \arctan(\beta_d))]^2} B\left(e^{i\frac{2\pi}{N}k}\right)^n.\end{aligned}\tag{3.88}$$

em que $\beta_d = \frac{|a| \sin(\varphi - \frac{2\pi}{N}k)}{1 + |a| \cos(\varphi - \frac{2\pi}{N}k)}$.

A fim de melhor visualizar as componentes da DWST, a equação (3.88) pode ser expandida da seguinte forma

$$\begin{aligned}S \left[d, k + \frac{N}{\pi} \arctan(\beta_d) \right] &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}N} \left\{ \right. \\ &\sum_{n=0}^{N-1} x[n] k e^{-\frac{1}{2}[(d-n)(k + \frac{N}{\pi} \arctan(\beta_d))]^2} B\left(e^{i\frac{2\pi}{N}k}\right)^n + \\ &\left. \sum_{n=0}^{N-1} x[n] \left(\frac{N}{\pi} \arctan(\beta_d) \right) e^{-\frac{1}{2}[(d-n)(k + \frac{N}{\pi} \arctan(\beta_d))]^2} B\left(e^{i\frac{2\pi}{N}k}\right)^n \right\}\end{aligned}\tag{3.89}$$

Verifica-se que para $\alpha = 0$, tem-se $\beta_d = 0$ e $B\left(e^{-i\frac{2\pi}{N}kn}\right) = e^{-i\frac{2\pi}{N}kn}$. Portanto, a equação (3.89) se reduz a equação (3.79).

Analisando a equação (3.89), nota-se dois termos distintos. O primeiro termo está

relacionado ao índice k referente à discretização da frequência linear (ω). O segundo termo da equação está relacionado à discretização da frequência *warped* (ϖ).

3.8 Resultados Numéricos: Análise Qualitativa TF

Nesta seção são apresentados exemplos empregando as técnicas de mapeamento TF encontradas na literatura e propostas na presente tese para a explicitação do conteúdo espectral de processos não estacionários.

3.8.1 Mapeamento TF

Para avaliar qualitativamente as técnicas de análise tempo-frequência, propõe-se na presente tese o sinal sintético não estacionário, cujo a expressão analítica é expressa por:

$$\begin{aligned} x[64 : 127] &= h_g[n] [\cos(0, 24\pi n) + \cos(0, 74\pi n)], \\ x[128 : 191] &= h_g[n] \cos(0, 5\pi n), \\ x[192 : 255] &= h_g[n] [\cos(0, 24\pi n) + \cos(0, 74\pi n)], \end{aligned} \quad (3.90)$$

em que $n = -31, -30, \dots, 30, 31$ e $h_g[n]$ é a janela Gaussiana (3.47) discreta, para $\sigma = 3, 4$. Verifica-se que o sinal é formado por cinco componentes senoidais, sendo duas componentes de frequências distintas ($\omega_1 = 0, 24\pi$ e $\omega_2 = 0, 74\pi$) sobrepostas no tempo, que ocorrem nos intervalos $64 : 127$ e $192 : 255$, mais uma componente com frequência $\omega_3 = 0, 50\pi$ localizada no intervalo $128 : 191$. A forma de onda no domínio do tempo é apresentada na Fig. 46.

O objetivo ao propor o sinal apresentado em (3.90), é gerar componentes espectrais de tempo limitado localizadas em baixas, médias e altas frequências. Sendo as componentes bem definidas no tempo e na frequência, de forma que as técnicas de mapeamento tempo-frequência possam ser avaliadas comparativamente em termos de explicitação dessas componentes espectrais no plano tempo-frequência.

Analisando a forma de onda do sinal no domínio do tempo (Fig. 46) não é possível extrair informações precisas sobre as componentes de frequências. Ao empregar a análise clássica utilizando a transformada de Fourier para a explicitação das componentes de frequência, verifica-se que a informação do intervalo de tempo de ocorrência de cada uma das componentes senoidais do sinal se perde, tal como verifica-se na Fig. 47. Contudo, nota-se claramente (Fig. 47) que as componentes de frequência encontram-se nas frequências $\omega_1 = 0, 24\pi$, $\omega_2 = 0, 74\pi$ e $\omega_3 = 0, 50\pi$ em radianos por amostra.

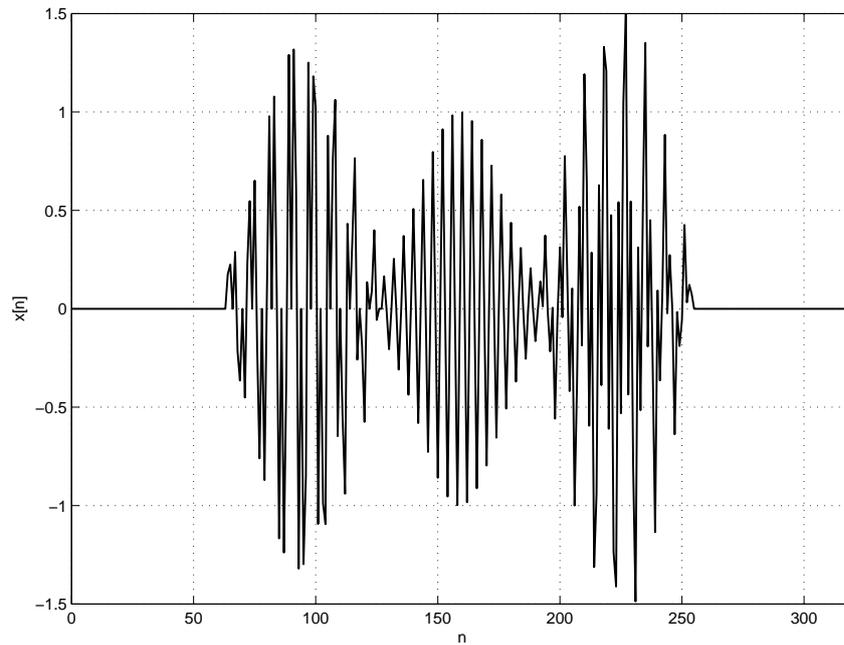


Figura 46: Sinal $x[n]$ no domínio do tempo discreto.

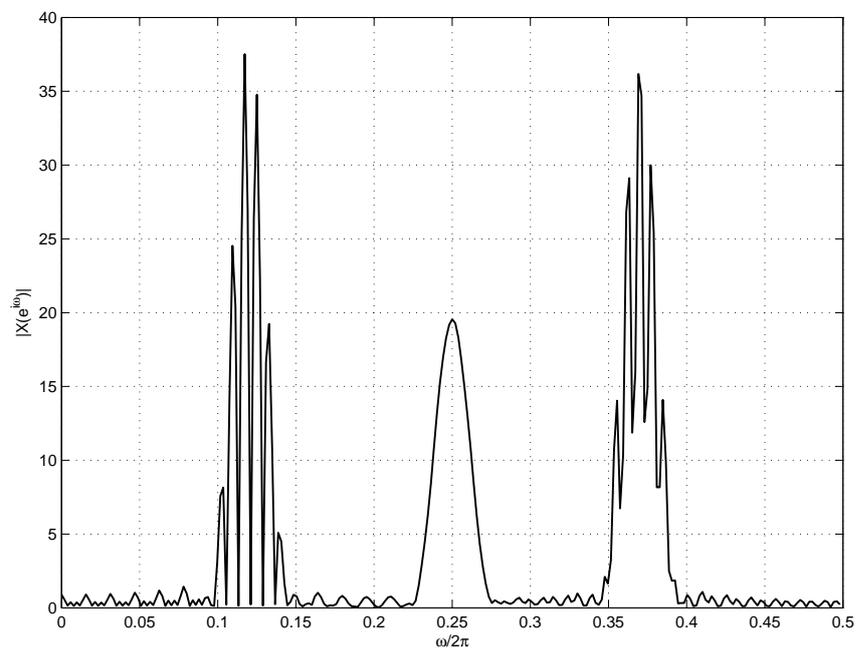


Figura 47: Sinal $x[n]$ no domínio da frequência utilizando DFT com 512 pontos.

Conforme discutido na seção 3.2, a resolução no plano TF é definida pelo produto entre a duração do sinal no tempo Δt e o espalhamento do sinal no domínio da frequência $\Delta\Omega$, sendo limitada pelo princípio da incerteza de Heisenberg-Gabor equação (3.1). Portanto, as técnicas de mapeamento TF buscam concentrar a energia das componentes do sinal na

menor área do plano TF, o que caracteriza o melhor compromisso de resolução no tempo e na frequência concomitantemente.

As técnicas estudadas e propostas na presente tese para mapeamento no domínio TF foram avaliadas qualitativamente para explicitação do conteúdo espectral do sinal apresentado na Fig. 46 utilizando duas janelas retangulares de 32 e 64 amostras para evidenciar os efeitos da multiresolução temporal na resolução no plano TF. As Figs. 48, 50, 52, 54, 56, 58, 60 e 62 apresentam o conteúdo espectral do sinal (Fig. 46) para uma janela retangular de 32 amostras do sinal no domínio do tempo, empregando para tal as técnicas STDFT, STDHT, STMCLT, DST, STMTM, STHMTM, WVD e TFDS para $D = 0$, respectivamente. Enquanto as Figs. 49, 51, 53, 55, 57, 59, 61 e 63 apresentam o conteúdo espectral do sinal (Fig. 46) para uma janela retangular de 64 amostras.

Nota-se que, para as condições apresentadas, dentre as técnicas estudadas, a DWV é aquela que apresenta a maior concentração de energia das componentes do sinal (Fig. 46) no plano TF. Contudo, analisando as Figs. 60 e 61 verifica-se que a WVD insere distorções na representação TF através dos elementos cruzados, inviabilizando a identificação das componentes espectrais do sinal não estacionário. Por outro lado, tal como pode-se verificar nas Fig. 58 e Fig. 59, a técnica STHMTM proposta na presente tese apresenta a melhor resolução no plano TF, sem apresentar distorção de elementos cruzados inseridos pela WVD, evidenciando de forma mais clara as componentes do sinal (Fig. 46).

O efeito do comprimento da janela no domínio do tempo na explicitação do conteúdo espectral utilizando a transformada S é pouco expressivo, tal como verifica-se comparando as Figs. 54 e 55. Por outro lado, nota-se o espalhamento espectral nas componentes de frequências mais elevadas, reduzindo assim a resolução em frequência para o conteúdo espectral localizado nas frequências normalizadas próximas a π .

A técnica TFDS para $D = 0$ apresentou o pior resultado em termos de resolução em frequência, produzindo o maior espalhamento das componentes do sinal (Fig. 46) no eixo da frequência, conforme se verifica nas Fig. 62 e 63. Por outro lado, verifica-se que a resolução no tempo se mantém elevada, com a energia das componentes do sinal (Fig. 46) concentradas em uma região mais estreita. Isto se verifica pois, conforme apresentado na seção 3.4.4, para $D \rightarrow \infty$, a TFDS tende à distribuição WVD, cuja distribuição no plano TF apresenta a maior concentração de energia (Figs. 60 e 61). Neste caso, pode-se dizer que a TFDS para $D = 0$ elimina os elementos cruzados introduzidos pela WVD, mantendo a resolução temporal da WVD, em contrapartida perdendo a resolução em frequência no plano TF.

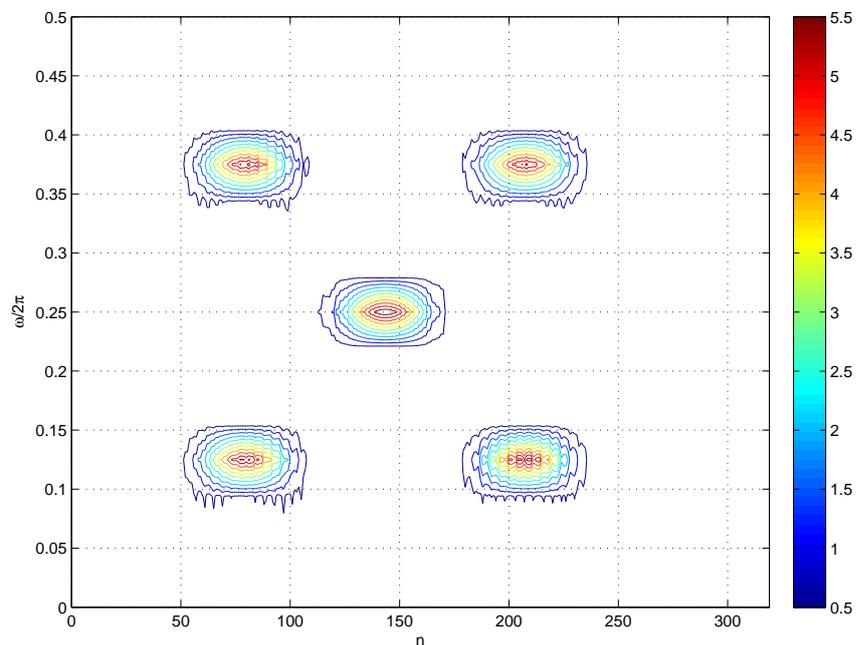


Figura 48: Análise TF do sinal $x[n]$ (Fig. 46) utilizando STDFT e janela retangular de 32 amostras.

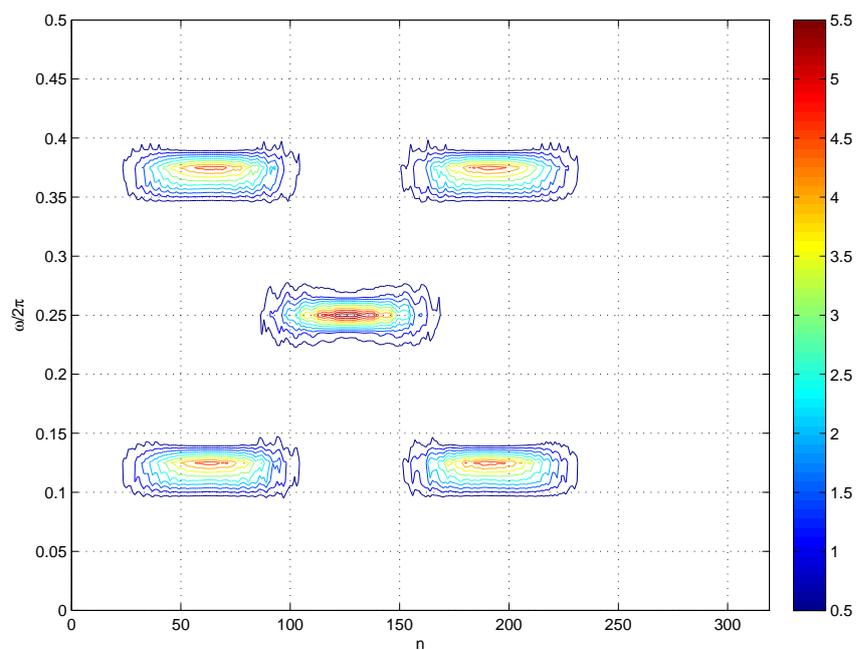


Figura 49: Análise TF do sinal $x[n]$ (Fig. 46) utilizando STDFT e janela retangular de 64 amostras.

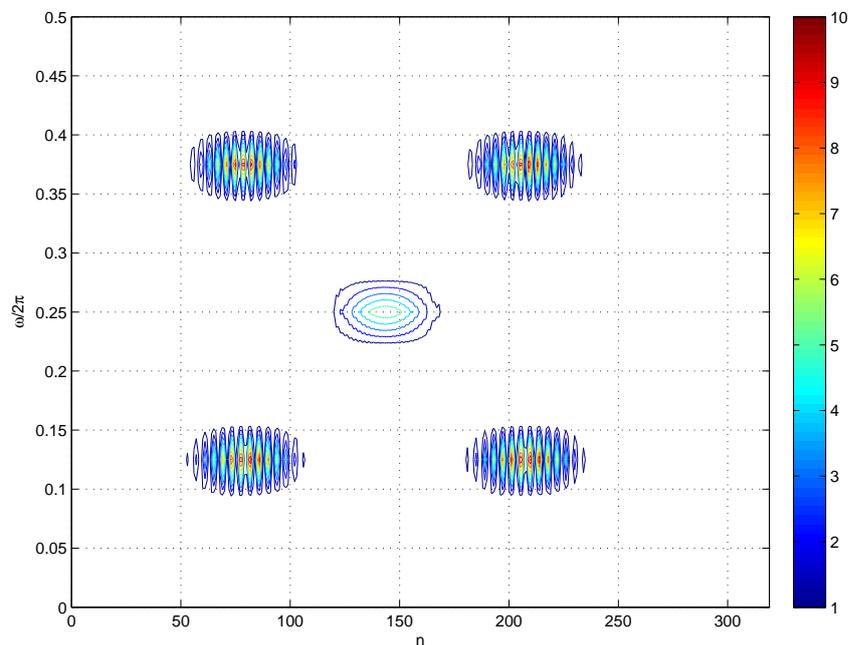


Figura 50: Análise TF do sinal $x[n]$ (Fig. 46) utilizando STDHT e janela retangular de 32 amostras.

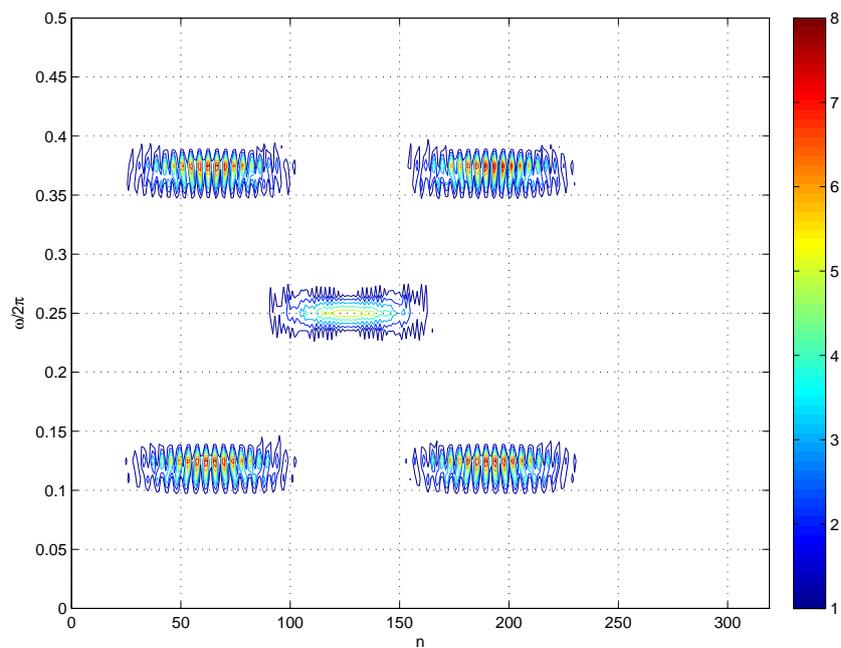


Figura 51: Análise TF do sinal $x[n]$ (Fig. 46) utilizando STDHT e janela retangular de 64 amostras.

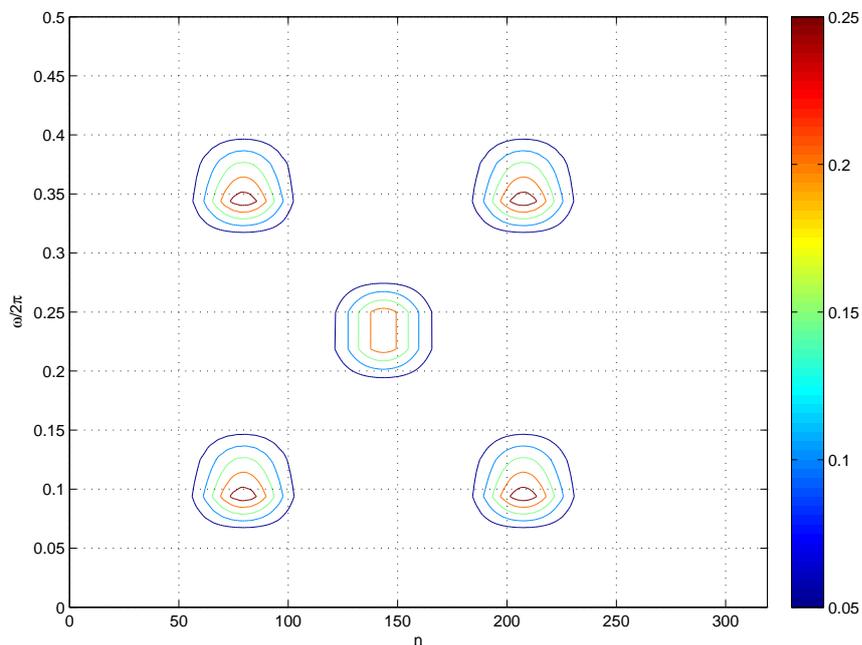


Figura 52: Análise TF do sinal $x[n]$ (Fig. 46) utilizando STMCLT e janela retangular de 32 amostras.

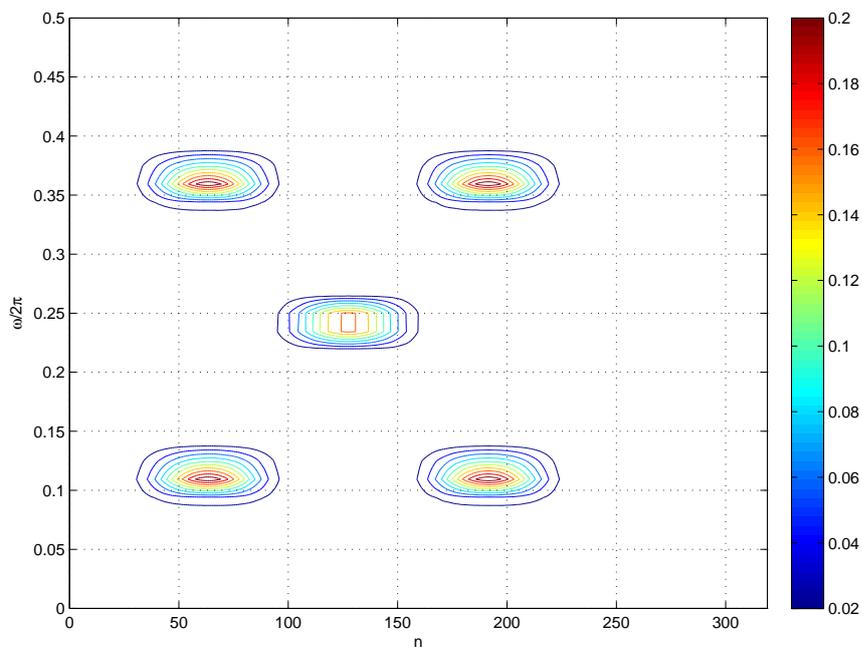


Figura 53: Análise TF do sinal $x[n]$ (Fig. 46) utilizando STMCLT e janela retangular de 64 amostras.

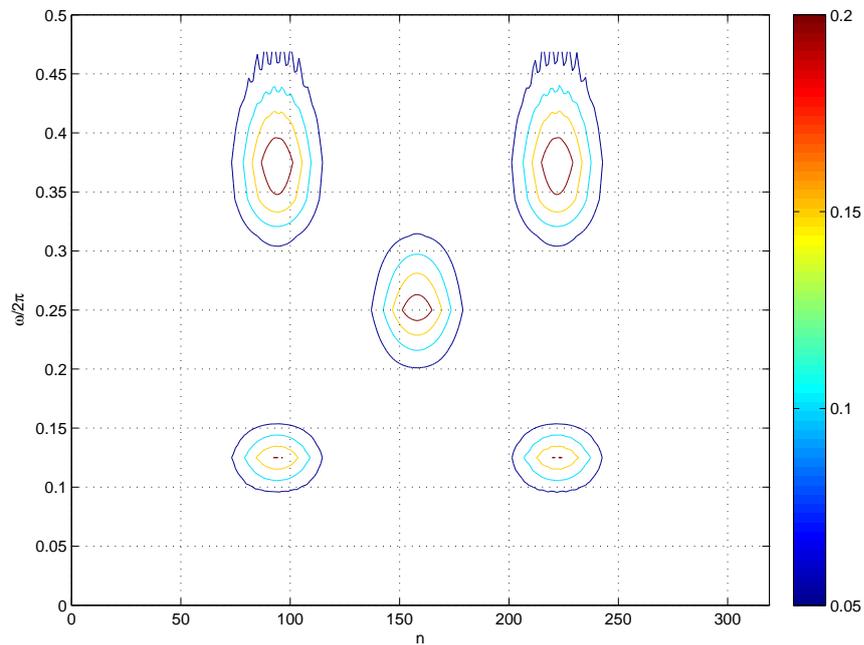


Figura 54: Análise TF do sinal $x[n]$ (Fig. 46) utilizando DST e janela retangular de 32 amostras.

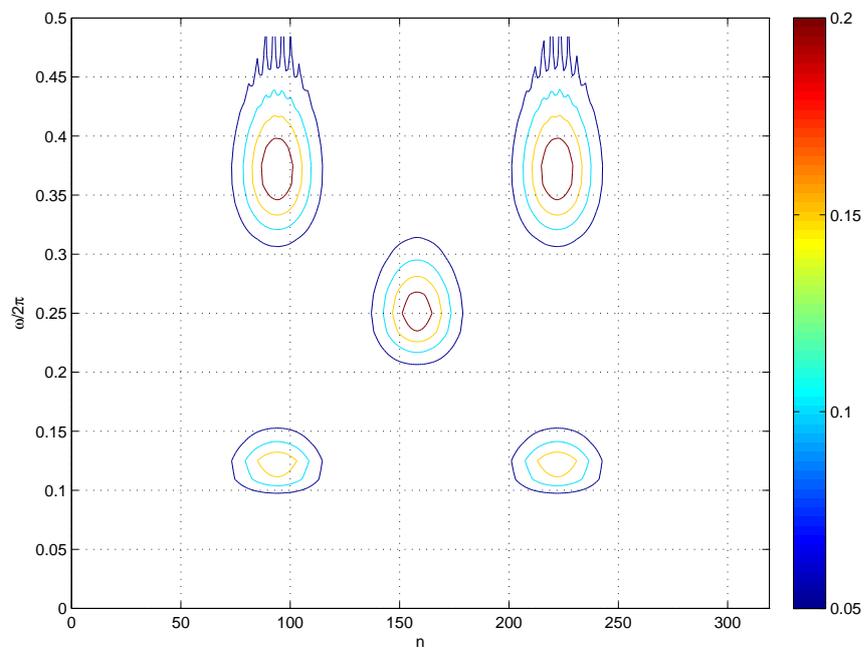


Figura 55: Análise TF do sinal $x[n]$ (Fig. 46) utilizando DST e janela retangular de 64 amostras.

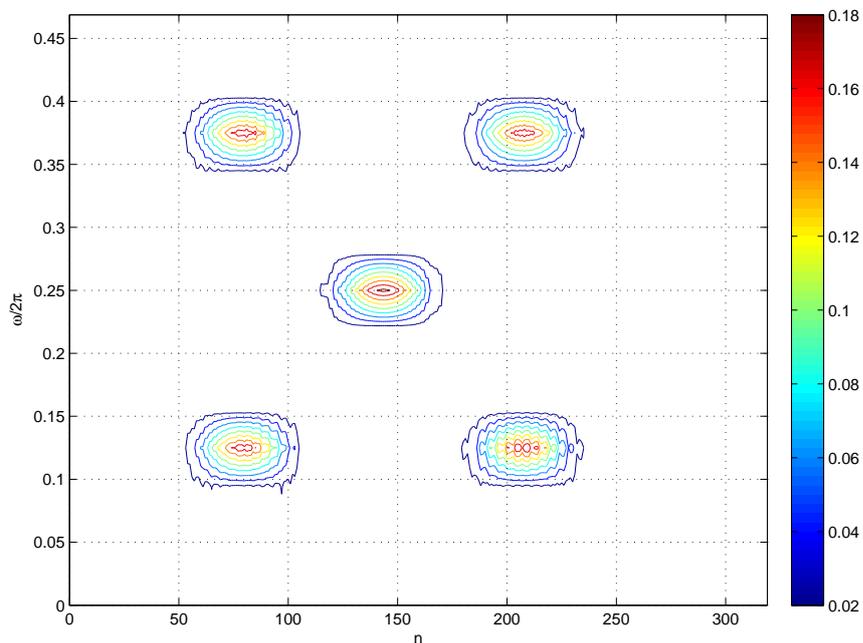


Figura 56: Análise TF do sinal $x[n]$ (Fig. 46) utilizando STMTM e janela retangular de 32 amostras.

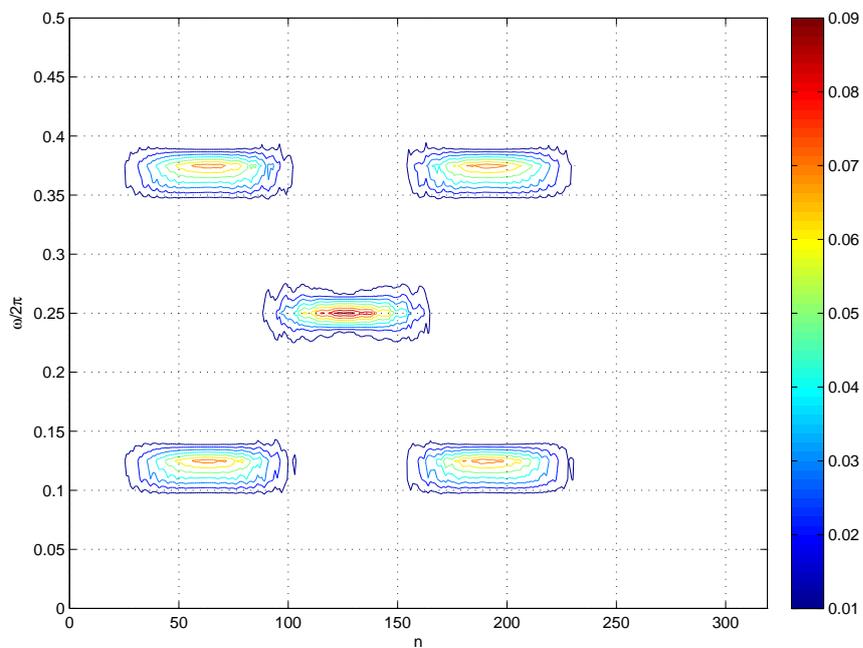


Figura 57: Análise TF do sinal $x[n]$ (Fig. 46) utilizando STMTM e janela retangular de 64 amostras.

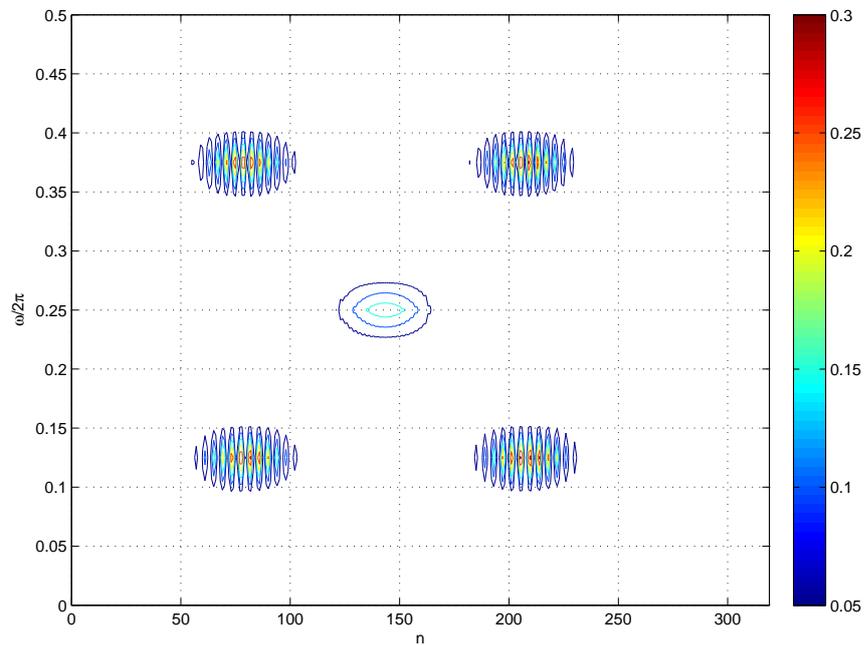


Figura 58: Análise TF do sinal $x[n]$ (Fig. 46) utilizando STHMTM e janela retangular de 32 amostras.

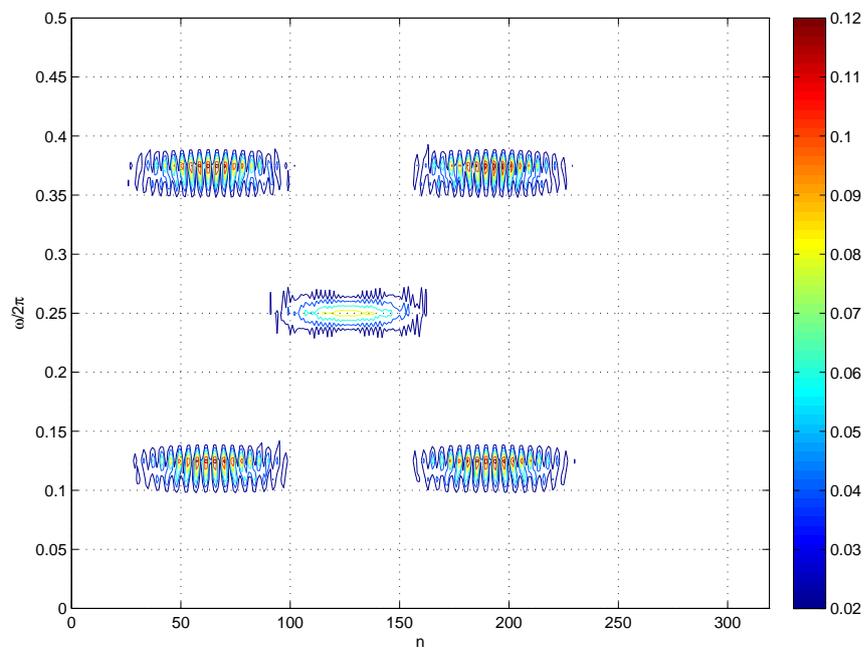


Figura 59: Análise TF do sinal $x[n]$ (Fig. 46) utilizando STHMTM e janela retangular de 64 amostras.

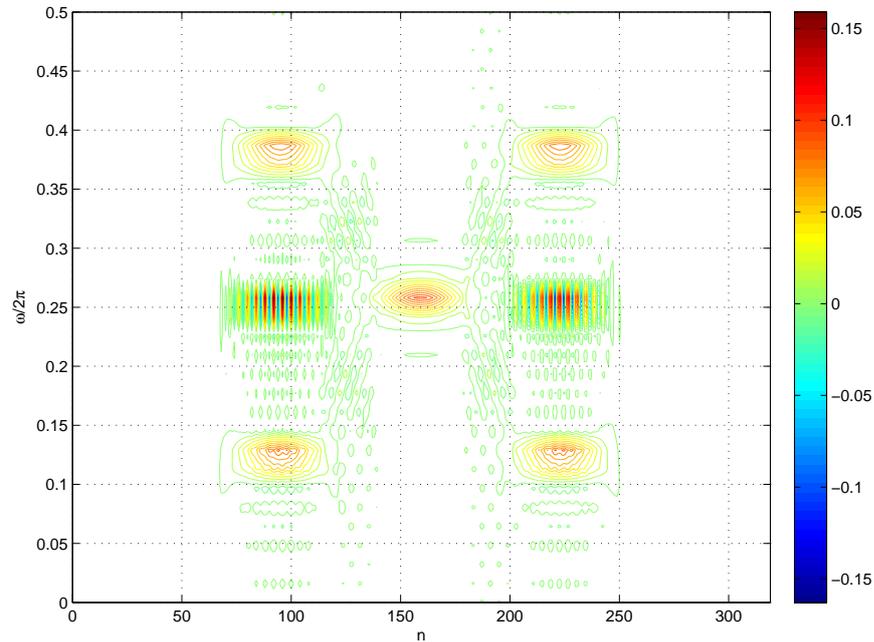


Figura 60: Distribuição TF do sinal $x[n]$ (Fig. 46) utilizando WVD e janela retangular de 32 amostras.

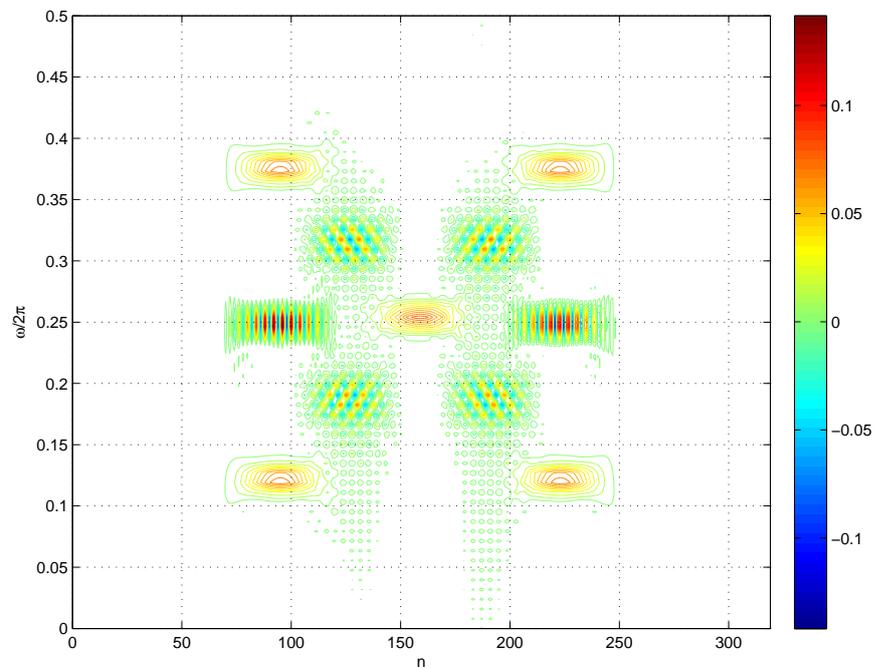


Figura 61: Distribuição TF do sinal $x[n]$ (Fig. 46) utilizando WVD e janela retangular de 64 amostras.

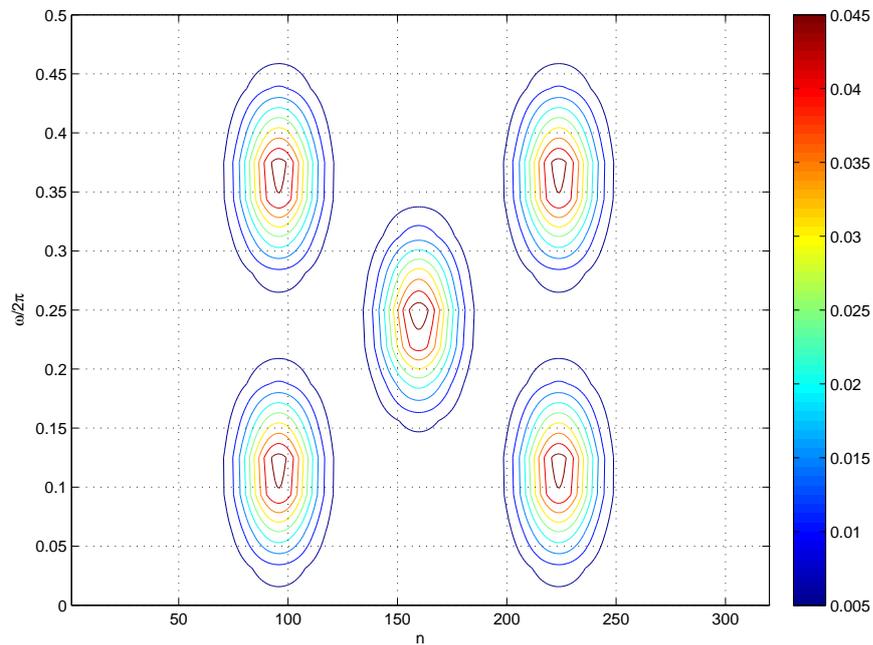


Figura 62: Distribuição TF do sinal $x[n]$ (Fig. 46) utilizando TFDS ($D = 0$) e janela retangular de 32 amostras.

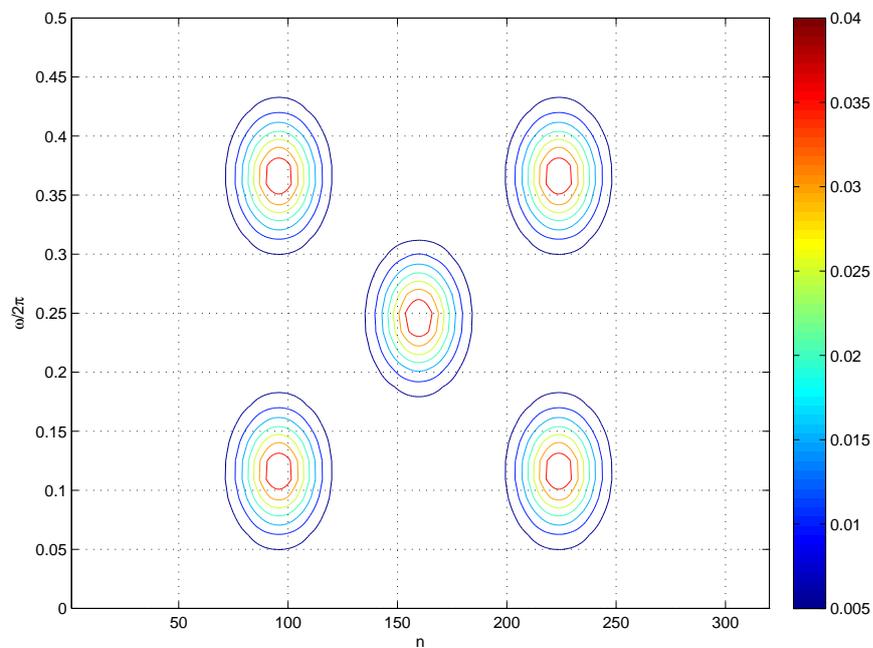


Figura 63: Distribuição TF do sinal $x[n]$ (Fig. 46) utilizando TFDS ($D = 0$) e janela retangular de 64 amostras.

3.8.2 Mapeamento TF utilizando as técnicas Warped

Para avaliar qualitativamente as técnicas de mapeamento TF *warped* propostas na presente tese, utilizou-se o sinal sintético não estacionário proposto em (STOCKWELL; MANSINHA; LOWE, 1996), cuja expressão analítica é expressa por

$$\begin{aligned} x[0 : 19] &= \cos(12\pi n/128), \\ x[20 : 30] &= \cos(12\pi n/128) + 0,5 \cos(104\pi n/128), \\ x[31 : 63] &= \cos(12\pi n/128), \\ x[64 : 127] &= \cos(50\pi n/128), \end{aligned} \quad (3.91)$$

e forma de onda correspondente gerada em Matlab é reproduzida na Fig. 64

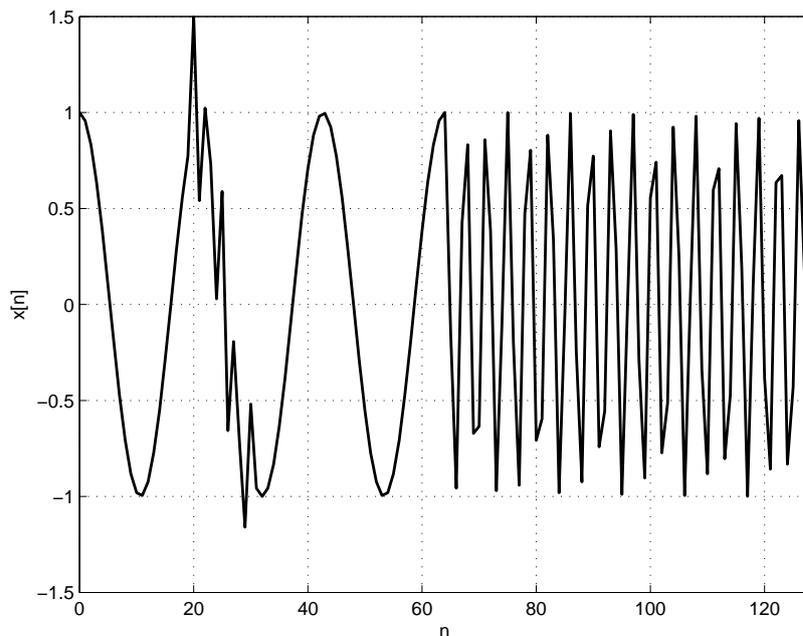


Figura 64: Sinal não estacionário no domínio do tempo introduzido em (STOCKWELL; MANSINHA; LOWE, 1996).

A fim de avaliar as técnicas de mapeamento *warped* propostas na presente tese (WDST e WTFDS) para explicitar o conteúdo espectral do sinal (Fig. 64), foi empregado o parâmetro $a = 0,7e^{i2 \times 0,2734\pi}$, resultando no mapeamento entre a frequência linear (ω) e a frequência *warped* (ϖ) normalizadas, tal como apresentado na Fig. 65.

A Fig. 66 apresenta o mapeamento do sinal (Fig. 64) no plano TF utilizando a transformada S . Comparando as Fig. 66 e Fig. 64, nota-se que a transformada S proporcionada elevada resolução temporal no plano TF, explicitando com elevada acurácia os instantes de tempo em que ocorrem os transitórios de elevada frequência, tal como apre-

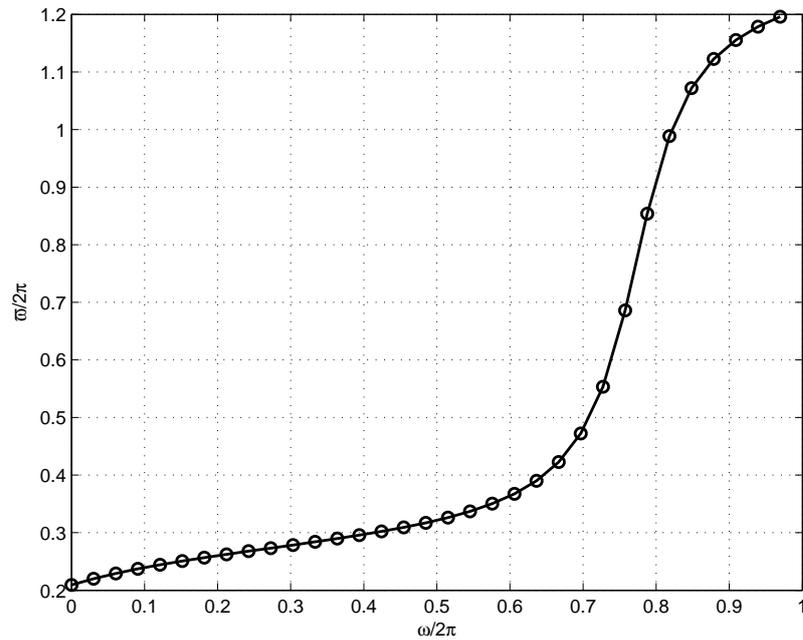


Figura 65: Mapeamento da frequência linear ω e a *warped* ϖ para $a = 0,7e^{i2 \times 0,2734\pi}$.

sentado entre as amostras 20 e 30. Por outro lado, nota-se que a resolução em frequência diminui para componentes espectrais de alta frequências, isto é, ocorre o espalhamento espectral das componentes do sinal para frequência normalizadas próximas a π .

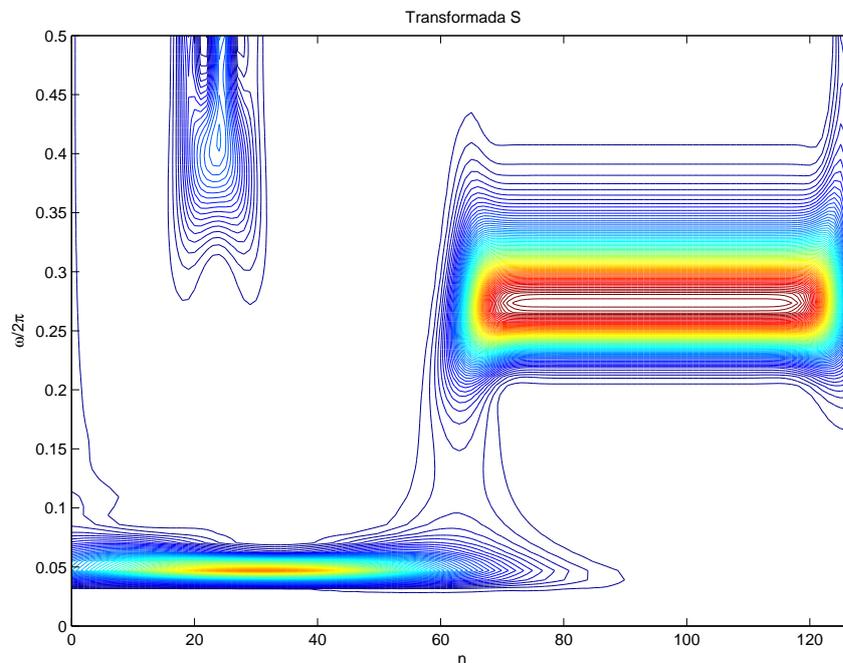


Figura 66: Mapeamento TF do sinal $x[n]$ (Fig. 64) utilizando a *DST*.

A Fig. 67 apresenta o mapeamento TF utilizando a *WDST* proposta na presente tese para o parâmetro $a = 0,7e^{i2 \times 0,2734\pi}$. Nota-se que, quando comparada ao mapeamento

obtido com a DST, a WDS melhora a resolução no entorno da frequência normalizada $\omega/2\pi = 0,2734$, explicitando com maior resolução no plano TF o conteúdo espectral do sinal (Fig. 64) no intervalo entre as amostras 64 e 128.

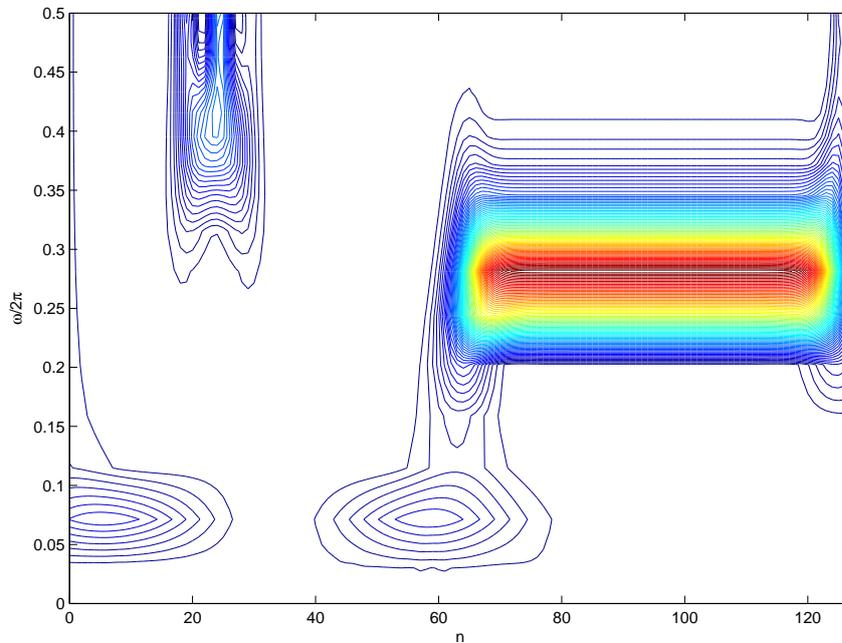


Figura 67: Mapeamento TF do sinal $x[n]$ (Fig. 64) utilizando a *WDST*.

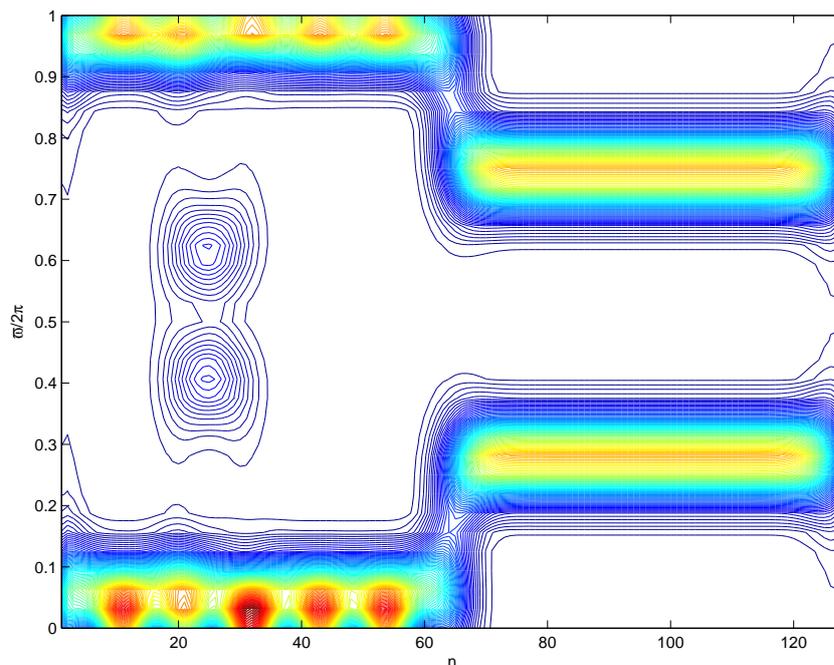


Figura 68: Mapeamento TF do sinal $x[n]$ utilizando a *TFDS* para $D = 0$.

A Fig. 68 apresenta o mapeamento TF do sinal (Fig. 64) utilizando a *TFDS* para

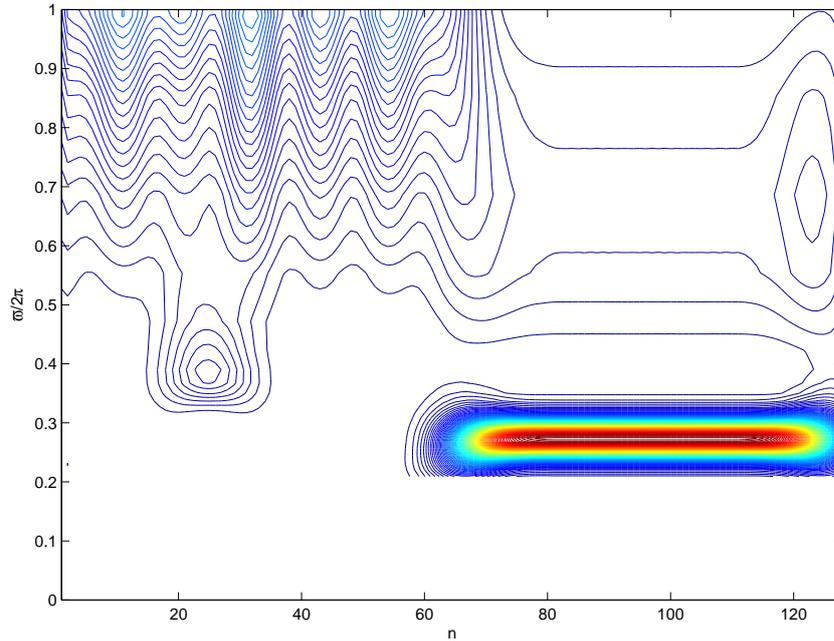


Figura 69: Mapeamento TF do sinal $x[n]$ utilizando a *WTFDS* para $D = 0$.

$D = 0$. Posto que o sinal é real, verifica-se a simetria par entorno da frequência normalizada $\omega/2\pi = 0,5$. Conforme discutido na seção 3.8.1, o mapeamento obtido com a TFDS proporciona uma elevada resolução temporal, em contrapartida perde resolução em frequência, com o espalhamento do sinal no eixo da frequência.

A fim de superar a perda de resolução em frequência, a técnica WTFDS (para $D = 0$) proposta na presente pode aumentar a resolução em frequência numa faixa específica, mantendo a resolução temporal elevada. Neste sentido, a Fig. 69 apresenta o mapeamento TF obtido com a técnica WTFDS para o parâmetro $a = 0,7e^{i0,2734 \times 2\pi}$. Nota-se a elevada resolução no entorno da frequência *warped* normalizada $\varpi/2\pi = 0,2734$. Verifica-se pelo mapeamento apresentado na Fig. 65 que o intervalo de frequência linear normalizada $0 \leq \omega < 2\pi$ é mapeamento no intervalo de frequência *warped* $0,2 \leq \varpi < 2,4\pi$, o que explica não haver componentes espectrais na faixa $\varpi/2\pi < 0,2$, conforme ilustrado na Fig. 69.

3.9 Sumário

O presente capítulo iniciou com uma introdução ao mapeamento TF e a sua importância em diversas áreas de interesse. Na sequência, seção 3.2, foi apresentado o princípio da incerteza de Heisenberg-Gabor e suas implicações no mapeamento TF. A seção 3.3 fez uma breve introdução às ferramentas estatísticas para caracterização e análise de processos

não estacionárias. Na seção 3.4 foram revisadas as principais técnicas de mapeamento TF bilineares, sendo propostas duas técnicas inéditas baseadas no conceito do mapeamento *warped* para análise TF. Na sequência, a seção 3.5 revisou as técnicas de mapeamento TF lineares. A seção 3.6 fez uma revisão da transformada *wavelet* contínua e da transformada S , respectivamente. A seção 3.7 apresentou uma técnica inédita para mapeamento TF denominada *Warped S transform*. Por fim, a seção 3.8 apresentou os resultados numéricos, em que as técnicas estudadas e propostas na presente tese são avaliadas.

Cognitive Power Line Communication

4.1 Introdução aos Smart Grid

O sistema elétrico de potência (SEP) está passando por uma mudança considerável na sua filosofia de concepção (IPAKCHI; ALBUYEH, 2009). Impulsionados pela demanda crescente de energia elétrica com qualidade, confiabilidade e sustentabilidade, as entidades envolvidas com a gestão, regulação, padronização, pesquisa & desenvolvimento (P&D) e a operação & manutenção (O&M) dos SEPs estão introduzindo o conceito de rede elétrica inteligente (REI) ou *smart grid* (ARNOLD, 2011). Ainda não há uma definição única do que exatamente é a rede elétrica inteligente (SANTACANA, 2010), posto que isso depende do local em que este conceito está sendo implementado. Contudo, há um consenso de que o *smart grid* deverá oferecer as condições necessárias para implementação da geração distribuída, tal como ilustrado na Fig. 70.

Geração distribuída, no contexto de *smart grid*, significa a pulverização da geração agregada de fontes renováveis, ou seja, a interligação ao longo do SEP dos pequenos geradores, incluindo aí as fontes de energia renováveis dos grandes parques eólicos conectados ao sistema de transmissão em alta tensão (AT) até as placas solares e pequenos bancos de baterias dos consumidores conectados à distribuição secundária em baixa tensão (BT). Esta pulverização da geração com fontes renováveis sazonalmente complementares ao sistema de geração em escala viabilizará o atendimento da demanda crescente por energia elétrica com menor investimento (FAN; BORLASE, 2010). Contudo, o que efetivamente torna o SEP inteligente no sentido de operar com confiabilidade, baixas perdas e, conseqüentemente, de forma sustentável é a cooperação entre todos os elementos. Isto é, a troca de informação entre os sistema de controle da geração, transmissão, distribuição e dos equipamentos dos consumidores finais através da infraestrutura telecomunicações.

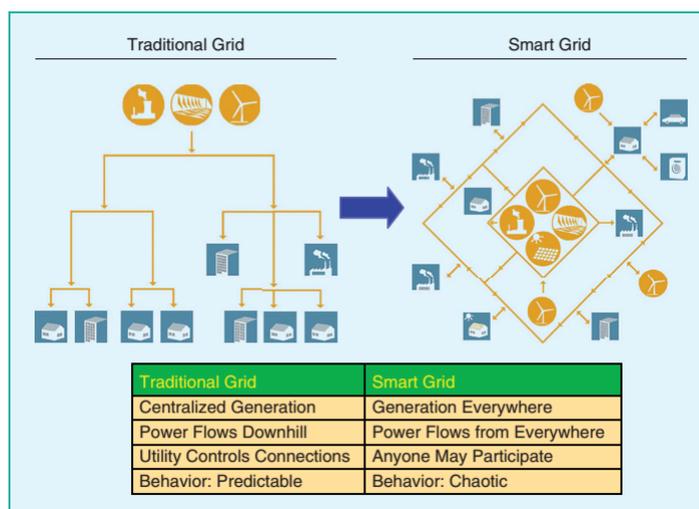


Figura 70: Comparação entre a geração centralizada radial com a proposta de geração distribuída em *smart grid* (SANTACANA, 2010).

Antes mesmo da concepção do termo *smart grid* aparecer, já estava em andamento a evolução natural do SEP no que tange a automatização através de sofisticadas técnicas de proteção baseados no protocolo da série IEC 61850 (IEC, 2003) e (KEZUNOVIC; MCCALLEY; OVERBYE, 2012). Entretanto, o conceito de *smart grids* avançou no sentido de incluir os consumidores finais como potenciais geradores do sistema e propor a integração através da comunicação bidirecional de todos os elementos da rede de energia elétrica, incluindo geração, transmissão, distribuição e os consumidores. Para garantir essa integração entre todos elementos do SEP e viabilizar o *smart grid*, uma série de desafios e tecnologias deverão ser superados e desenvolvidas, respectivamente, dentre as quais destacam-se: i) equipamentos inteligentes; ii) métodos sofisticados de supervisão e controle; iii) monitoramento e medição inteligentes; iv) comunicação e interoperabilidade.

Os equipamentos inteligentes são dispositivos sofisticados que irão desempenhar papel fundamental no comportamento do SEP (AMIN; WOLLENBERG, 2005). Esses componentes irão aplicar o que há de mais novo em material para condução e isolamento de eletricidade, armazenamento de energia, eletrônica de potência e microeletrônica. Além disso, eles proporcionarão maior densidade de potência para o SEP, melhores índices de confiabilidade e qualidade de energia. Dispositivos inteligentes podem disponibilizar diagnósticos em tempo real tanto da rede quando dos próprios equipamentos. Todas essas características reunidas, aumentarão a eficiência e a confiabilidade do SEP, o que se desdobrará em ganhos ambientais.

Métodos sofisticados de supervisão e controle serão empregados para monitorar componentes essenciais do SEP, habilitando diagnósticos rápidos e precisos. O que possibi-

litará respostas rápidas e eficientes aos eventos do SEP, melhorando a estabilidade e a gestão dos ativos (AMIN; WOLLENBERG, 2005).

O monitoramento inteligente dos principais equipamentos do SEP é a tecnologia que propiciará a análise de parâmetros, tais como temperatura, vibração, composição espectral da corrente e tensão dos equipamentos, além das variáveis dinâmicas do SEP, como corrente, tensão e potência, etc. Técnicas sofisticadas de processamento de sinais serão empregadas nas grandezas básicas de medição para extrair informações dos equipamentos do SEP, além de possibilitar a compactação da massa de dados a fim de viabilizar a transmissão das informações. Esse monitoramento avaliará continuamente a integridade dos equipamentos, possibilitando a manutenção preditiva e, conseqüentemente, contribuindo para a integridade do SEP. As medições em tempo real do consumo de energia elétrica possibilitará a resposta rápida da geração, conseqüentemente, a prevenção do déficit de energia e o colapso do SEP.

Sistemas para a transmissão de dados e controle do SEP são fundamentais para viabilizar o conceito *smart grid*. Uma variedade de tecnologias de comunicação de dados deverão ser empregadas para integrar a cadeia formada pelos equipamentos de geração, transmissão, distribuição e de consumo de energia elétrica. Essa grande integração de equipamentos no *smart grid* implica a troca de grandes volumes de informações de forma confiável, segura e eficiente entre sistemas distintos, o que acarretará a necessidade de desenvolvimento e utilização de sistemas de comunicação de dados sofisticados para atender tais demandas. Atualmente, existem uma grande variedade de sistemas de comunicação de dados consolidadas através de padronização que podem ser utilizados pelo *smart grid*. Conforme apresentado em (GAO, 2012), as tecnologias de comunicação de dados se dividem em três canais de acordo com o meio. As características mais importantes de cada tecnologia no que concerne as aplicações em *smart grid* são listadas na sequência:

- **Redes ópticas:** oferece elevada taxa de transmissão e baixa latência na comunicação de dados. Em função dessas características, vislumbra-se em (GAO, 2012) que os sistemas de distribuição *smart grid* com infraestrutura avançada de medição (AMI da sigla em Inglês¹) utilizando comunicação sobre o protocolo IP (*Internet Protocol*) poderão disponibilizar informações de demanda em tempo real para concessionária. O que poderá auxiliar a operação e a gestão do SEP;
- **Redes sem fio:** dentre outros fatores, em função da praticidade na eliminação de cabos condutores, facilidade na implementação e grande número de tecnologia de

¹ *Advanced Metering Infrastructure*.

comunicação sem fio padronizadas e consolidadas no mercado, a aplicação de comunicação sem fio em *smart grid* é quase que natural. Algumas propostas baseadas neste tipo de tecnologia estão sendo apresentadas (CLARK; PAVLOVSKI, 2010), tais como redes de celular, redes de sensores para subestações e geradores, ZigBee e rádios cognitivos;

- **Redes cabeadas:** a utilização do cabo para transmissão de energia em corrente alternada (AC) e de dados simultaneamente proporcionado pela tecnologia de transmissão de dados pela rede de energia elétrica (*power line communication* - PLC) é um forte argumento para sua utilização em *smart grid*. Embora, os percalços a serem superados pela tecnologia sejam grandes, PLC vem sendo considerado como uma tecnologia chave para compor o conjunto de sistemas de comunicação de dados para o *smart grid* (BERGER; SCHWAGER; GARZÁS, 2013). Entre as alternativas de comunicação via cabo, PLC é a única tecnologia com custo de implantação comparáveis aos de comunicação sem fio, uma vez que os cabos já estão disponíveis.

4.2 Power Line Communications em Smart Grid

A utilização da rede de energia elétrica para a transmissão de dados, concomitantemente com o transporte de energia elétrica, é um conceito que vem sendo empregado há quase um século (SCHWARTZ, 2009). No início, PLC era utilizado quase que exclusivamente pelas concessionárias de energia elétrica para monitoração e controle de algumas cargas, teleproteção e até mesmo para transmissão de voz entre os operadores localizados em subestações afastadas à centenas de quilômetros². A comunicação se dava em baixas frequências (LF), utilizando sinalização *single carrier* de banda estreita e as taxas obtidas eram de alguns bps (bits per second) a kbps (DOSTERT, 2001). A tecnologia evoluiu ao longo do tempo e, conseqüentemente, o número de aplicações aumentou consideravelmente. Sistemas PLC operando na faixa de frequências entre 2 – 30 MHz, atingem taxas³ de até 200 Mb/s e estão disponíveis no mercado (FERREIRA; LAMPE; NEWBURY, 2010). Uma evidência de que a tecnologia PLC superou a fase experimental e já é considerada madura e apta para implantação em *smart grid* é o extensivo uso de PLC pelas concessionárias de energia na transmissão e distribuição fazendo a leitura automática de medição (AMR da sigla em Inglês⁴) (GALLI; SCAGLIONE; WANG, 2011).

²No início do século XX, a rede telefônica não tinha a permeabilidade atual.

³Existem sistemas que atingem 1 Gb/s.

⁴*Automatic Meter Reading*.

De acordo com (GALLI; SCAGLIONE; WANG, 2011), as tecnologias PLC disponíveis no mercado podem ser agrupadas em três categorias, conforme apresentado na sequência:

- **Ultra Narrow Band (UNB-PLC):** tecnologia PLC que opera na faixa 0,3 – 3 kHz. Este tipo de comunicação PLC disponibiliza baixas taxas de dados (100 bps) e são aplicadas quase que exclusivamente para AMR. Para este tipo de tecnologia PLC ainda não há uma padronização. Contudo, existem várias soluções proprietárias, como *Ripple Carrier Signaling* operando de 125 – 2000 Hz usando ASK (CARCELLE, 2008), AMR Turtle System (0,001 bps) (HM, 2013) e Two-Way Automatic Communication System (120 bps) (ACLARA, 2013).
- **Narrowband (NB-PLC):** em geral, sistemas NB-PLC operam em faixas regulamentadas VLF/LF/MF (3 – 500 kHz) (FERREIRA; LAMPE; NEWBURY, 2010), tais como a faixa (3 – 148,5 kHz) regulamentada pelo CENELEC (*Comité Européen de Normalisation Électrotechnique*), a faixa (10 – 490 kHz) regulamentada pela FCC (*Federal Communication Commission*) e a faixa (3 – 450 kHz) regulamentada pela ARIB (*Association of Radio Industries and Business*). Dentro da categoria NB-PLC, há uma série de tecnologias padronizadas baseadas em portadora única que operam em baixa taxas de dados, tais como LonWorks (LONWORKS, 2013), KNX (KNX, 2013) e CEBus (EVANS, 2001). Existem ainda os sistemas NB-PLC de baixas taxas que utilizam monoportadora e não são padronizados por consórcios de empresas privadas, tais como Insteon (INSTEON, 2013), X10 (X10..., 2013), HomePlug C&C (HOMEPLUG, 2013) etc. Ainda no contexto NB-PLC, existem as tecnologias banda estreitas que disponibilizam elevadas taxas de dados utilizando modulação multiportadora. Neste contexto, vale destacar os padrões em elaboração, como ITU-T G.hnem e o padrão homologado recentemente IEEE 1901.02 (OKSMAN; ZHANG, 2011). Para sistemas multiportadoras padronizados por consórcio de empresas, tem-se PRIME e G3-PLC (HOCH, 2011).
- **Broadband (BB-PLC):** podem operar na faixa HF/VHF (1,705 – 500 MHz), disponibilizando elevadas taxas de dados chegando a centenas de mega-bits por segundo. No Brasil, a faixa (1,75 – 50 MHz) foi regulamentada pela Agência Nacional de Telecomunicações (ANATEL) através da resolução número 527, de 8 de abril de 2009. As principais aplicações das tecnologias disponíveis nessa faixa de frequência são para ambientes *indoor* e rede de acesso na última milha. Há padrões disponíveis com fortes restrições de potência para evitar problemas de interferência eletromagnética com os sistemas de comunicação de dados operando na faixa

de frequência. Neste segmento, as principais tecnologias disponíveis e padronizadas pelas instituições de padronização são ANSI TIA-1113 (TIA, 2008), IEEE 1901 (GOLDFISHER; TANABE, 2010), ITU-T G.hn (OKSMAN; GALLI, 2009). Os principais sistemas BB-PLC, disponíveis no mercado e adotados pela indústria, são HomePlug Av/Extended, HomePlug Green PHY, HD-PLC, UPA Powermax e Gige MediaX-treme (FERREIRA; LAMPE; NEWBURY, 2010).

A infraestrutura disponibilizada pela rede de energia elétrica ao longo da cadeia desde a geração, passando pela transmissão até a distribuição é consideravelmente superior em termos de cobertura e penetração que qualquer outra rede de dados existente, tais como sistemas de comunicação sem fio, telefônico ou baseado em fibra óptica. Esses, aliás, talvez sejam o principais argumentos a favor da tecnologia PLC. Estima-se que os custos de implantação da infraestrutura de uma rede de comunicação cabeada responde por ceca de 40% a 60% do investimento total do empreendimento (HRASNICA; HAIDINE; LEHNERT, 2004).

A tecnologia PLC para comunicação *smart grid* pode ser aplicada na AT, média tensão (MT) e BT. Embora o conceito *smart grid* esteja focado mais na distribuição, a comunicação PLC em AT para o segmento da transmissão é crucial para algumas aplicações fundamentais em *smart grid*, como estimação de estados, relés de proteção, detecção remota de faltas, e expansão do sistema SCADA (*Supervisory Control and Data Acquisition*) para estações remotas das concessionárias de energia elétrica. Há uma série de aplicações PLC para a rede de AT até 1100 kV na faixa de frequência 40-500 kHz, em operação na atualidade (REMSEIER; SPIESS, 2006). Contudo, ainda não há um padrão estabelecido para comunicação digital de dados em AT (GALLI; SCAGLIONE; WANG, 2011). Para redes de MT, os principais requisitos do *smart grid* é a transferência de informação entre subestações sobre fluxo de potência, estado dos principais equipamentos da rede, monitoramento da qualidade de energia, localização da falta e a seletividade da proteção, etc. Nesse sentido, a utilização da rede de energia elétrica para a transmissão de dados entre os IEDs (*Intelligent Electronic Device*) das subestações de distribuição se torna atraente. Dado que a taxa de dados requerida para este tipo de comunicação é baixa, a tecnologia PLC mais apropriada é UNB-PLC. No contexto das redes BT, as aplicações *smart grid* usando PLC estão relacionados à AMR/AMI, comunicação veicular e gerenciamento pelo lado da demanda (DSM)(BENATO; CALDON, 2007). Segundo (GALLI; SCAGLIONE; WANG, 2011), para as aplicações AMR/AMI, a tecnologia mais apropriada é a NB-PLC pela facilidade de atualizações em função de grande parte das soluções serem implementadas em software. Em função dessas características e das condições de propagação do sinal em

baixas frequências nas redes de energia elétrica, enlaces de comunicação usando sistemas UNB-PLC podem atingir até 150 km distância. Contudo, um grande esforço vem sendo feito para aumentar a taxa de dados para aplicações em banda estreita, tais como os recentes projetos de padronização (IEEE 1901.2 e ITU-T G.hnem).

Conforme apontado em (GALLI; SCAGLIONE; WANG, 2011), há dois aspectos que podem dificultar a utilização e a consolidação da tecnologia PLC para comunicação de dados *smart grid*. O primeiro está relacionado com a escolha errada de uma tecnologia PLC. A escolha da tecnologia pode ser feita por conta da pressão do mercado para que uma dada tecnologia disponível seja empregada, o que na prática pode não ser a mais apropriada. Por exemplo, a utilização em *smart grid* de modems BB-PLC projetados para aplicações *indoor*, como HAN (*Home Area Network*) para acesso à Internet, como tecnologia de comunicação de dados para AMI. Outro aspecto que pode dificultar a escolha da tecnologia PLC para comunicação em *smart grid* está relacionado à diversidade de padronização. Neste aspecto, o que se nota nos últimos anos é o surgimento de inúmeros padrões incompatíveis entre si, lançados por diversas organizações tais como ANSI TIA-1113, ITU-T G.hn, IEEE 1905 FFT-OFDM e IEEE 1905 Wavelet-OFDM (FERREIRA; LAMPE; NEWBURY, 2010). Esta diversidade de padrões incompatíveis pode provocar a fragmentação da indústria e inviabilizar a utilização de tecnologias PLC em *smart grid*.

4.3 Rádios Cognitivos: Fundamentos e Tendências

Cognição é uma palavra derivada do Latin *cognitione* e significa aquisição de conhecimento através da percepção. O uso do conhecimento para adaptar e tomar ações para atingir metas é o princípio básico do processo cognitivo ou dos sistemas cognitivos. O processo cognitivo é baseado em duas habilidades fundamentais: percepção e memória. Percepção é o processo de detectar mudanças no meio ao redor através do monitoramento ou sensoriamento de variáveis denominadas de entradas do sistema. Memória é usada para armazenar e, posteriormente, recuperar informações. Portanto, cognição é a capacidade de associar ou comparar informações obtidas pela percepção com informações memorizadas e com isso tomar decisões no sentido de atingir objetivos.

O termo *cognitive radio* (CR) foi introduzido pela primeira vez na tese de doutorado de Joseph Mitola (MITOLA, 2000), na qual, CR foi definido como uma evolução do *software-defined radio* (SDR). Basicamente, SDRs são sistemas de comunicação digitais de dados formados por circuito de rádio frequência, conversores analógico-digital (ADC) e digital-analógico (DAC) e softwares para modulação e demodulação digital (MITOLA, 1993).

SDRs são flexíveis e, em função da modularidade proporcionada pelos softwares, são capazes de operar numa variedade de meios de comunicação utilizando diferentes sistemas de comunicação de dados e faixas de frequência. A comutação entre os variados padrões de comunicação digital é feito em função da demanda do próprio usuário. Neste sentido, segundo Joseph Mitola, CRs são dispositivos baseados em SDR dotados da capacidade de se auto-configurar para buscar a melhor solução de comunicação sem a atuação direta do usuário. Isto significa que o CR é capaz de operar em múltiplas faixas de frequências, utilizar diferentes larguras de banda e empregar uma variedade de padrões de comunicação digital de dados. A escolha dos parâmetros de transmissão é realizada pelo próprio rádio, tendo como critério a configuração mais apropriado aos requisitos do usuário, embora o processo de escolha dos parâmetros de operação seja transparente ao usuário. A fim de atender a esses requisitos e melhorar a flexibilidade dos dispositivos de comunicação sem fio, Mitola propôs a *Radio Knowledge Representation Language* (RKRL) e introduziu o conceito de ciclo cognitivo (MITOLA; JR, 1999).

Conforme discutido em (HAYKIN, 2005), o ciclo cognitivo é o cerne dos sistemas cognitivos e pode ser representado como três processos interconectados: i) análise do cenário do rádio; ii) estimação do estado do canal de comunicação de dados; e iii) gerenciamento do espectro e controle da potência de transmissão. O primeiro processo compreende a estimativa do nível de interferência em uma dada faixa de frequência e a identificação de faixas livres de usuários para comunicação, os chamados buracos do espectro. O segundo processo é a estimação do canal em termos da relação sinal ruído e das condições de atenuação na faixa de frequência de interesse. Com essas informações do canal, é possível verificar a capacidade do canal em bits por segundo e avaliar se atende aos requisitos de comunicação de dados dos usuários dos sistemas cognitivos. Por fim, o último processo que compõe o ciclo cognitivo é o mecanismo utilizado para controlar ou gerenciar a interferência provocada pelos CRs nos demais sistemas de comunicação.

As operadoras que utilizam sistemas de comunicação sem fio e detém concessão do governo para operar em uma dada faixa de frequência do espectro eletromagnético são denominadas usuários primários (UP). Os demais usuários, os quais utilizam faixas livres de concessão, e os próprios CRs poderão utilizar de forma oportunista faixas licenciadas ou não-licenciadas, desde que assegurados níveis aceitáveis de interferência, são denominados usuários secundários (US). Desta forma, pode-se definir CR como o sistema de comunicação sem fio capaz de identificar dentro de uma dada região geográfica, num determinado período de tempo, faixas do espectro subutilizadas, denominadas de buracos no espectro (TANDRA; MISHR; SAHA, 2009), e de forma oportunista operar nessas faixas sem causar

interferências danosas aos demais sistemas de comunicação licenciados ou não que operam nessas faixas.

Na última década, verificou-se o crescimento exponencial do número de artigos publicados tratando de sistemas de comunicação sem fio cognitiva (HAYKIN, 2009). A fim de aumentar a eficiência na utilização do espectro, as agências reguladoras dos países desenvolvidos, tal como FCC e OFCOM⁵ (*Office of Communications*), vêm adotando políticas (NEKOVEE; IRNICH; KARLSSON, 2012) para viabilizar o livre acesso de rádios cognitivos a determinadas porções do espectro, tais como as faixas VHF (*Very High Frequency*, 30 – 300 MHz) e UHF (*Ultra High Frequency*, 0,3 – 3 GHz), denominadas faixas brancas dos canais de TV (TVWS da sigla em Inglês⁶) (NEKOVEE, 2010). As faixas de frequência destinadas aos canais de TV, vem sendo consideradas para aplicações dos CRs devido à atualização dos sistemas de TV analógico para digital em países desenvolvidos, uma vez que grande porção do espectro destinado aos canais de TV digital serão sub-utilizadas em função da maior eficiência espectral dos sistemas digitais e a menor cobertura do sinal.

As medidas regulatórias com intuito de aumentar a eficiência na utilização do espectro via CR, motivou o setor acadêmico em buscar soluções eficientes para viabilizar a tecnologia CR (HAYKIN, 2009) e (LIANG, 2008). Assim como incentivou a indústria e os organismos de padronização a formarem grupos de trabalho para elaboração do padrão IEEE 802.22 (IEEE..., 2013). As questões centrais atacadas por diversos grupos de pesquisa ao redor do mundo e tratadas pelos organismos de regulamentação de acesso ao espectro e de padronização de sistemas de comunicação de dados, estão relacionadas com a detecção da faixas livres do espectro pelos USs, assim como os mecanismos de acesso dos USs a essa porção livre do espectro, sem causar interferência em UP. Nota-se que as soluções propostas pelas agências reguladoras, academia e indústria, associadas às questões centrais da tecnologia CR, convergem para as três propostas apresentadas a seguir:

- **Geolocalização combinado a banco de dados:** O US conecta a uma central munida de um banco de dados, informa suas coordenadas geográficas e a unidade central por sua vez retorna ao US quais as faixas estão disponíveis para aquela dada região. Três questões fundamentais são levantadas: i) Quem manterá esse banco atualizado e em operação? ii) Como serão obtidas informações atualizadas da utilização do espectro por região? iii) Para aplicações *indoor*, GPS (*Global Position System*) não apresenta resultados satisfatórios, como viabilizar geolocalização em

⁵Agência de regulação dos serviços de telecomunicações da Inglaterra.

⁶TV White Space.

ambientes internos? iv) Haverá necessidade de uma conexão independente entre os US e a unidade central, como será implementada essa comunicação? Embora seja uma solução viável para implementação da tecnologia CR, ainda há uma série de questões em aberto a serem solucionadas.

- **Sinalização via radiodifusão:** Os USs somente utilizarão uma dada faixa do espectro se receberem um sinal de radiodifusão indicando que aquela porção do espectro está livre. Sem a recepção deste sinal de controle, o US não poderá utilizar aquela dada região do espectro. Conforme se verifica, há necessidade de manter e operar uma estrutura que fará a transmissão do sinal de controle para cada faixa do espectro. Neste contexto, para essa solução, verifica-se que o espectro utilizado pelo sistemas cognitivos deverá ser fragmentado em canais. Neste contexto, o estado de cada canal, ocupado ou livre, será informado aos USs, através de um sinal de controle enviado via radiodifusão. O mecanismo de sinalização por radiodifusão é similar ao utilizado por algumas tecnologias de comunicação sem fio, tais como *WiFi* e *Bluetooth* (YUCEK; ARSLAN, 2009). A exemplo da solução baseada na geolocalização, uma série de questões permanecem em aberto, tais como: i) Como a entidade que enviará o sinal de controle saberá quais as faixas estão disponíveis? ii) Qual a taxa de atualização dessas informações? iii) O sinal de controle pode sofrer forte atenuação na propagação até os USs. Neste caso, como solucionar o problema a fim de evitar interferência aos UPs?
- **Monitoramento contínuo do espectro:** Para esta solução, cada US monitora uma dada faixa do espectro eletromagnético autonomamente e utiliza somente as sub-faixas disponíveis, ou seja, aquelas em que não há UP comunicando naquele local e naquele dado instante. Da mesma forma, há algumas questões fundamentais relacionadas a essa solução: i) Como os US monitorarão o espectro, quais as técnicas empregadas? ii) Como solucionar os problemas do nó oculto, ou seja, detectar a transmissão em baixa potência de UPs entre USs (YUCEK; ARSLAN, 2009); iii) Como diferenciar um UP de US quando é monitorado o espectro? Para primeira questão, uma série de soluções vem sendo apresentada pela comunidade científica, as mais proeminentes serão revisadas nas seção 4.4. Da mesma forma, para segunda questão, uma série de propostas estão sendo apresentadas (YUCEK; ARSLAN, 2009). Porém, a terceira questão é um problema em aberto, e as soluções apresentadas são baseadas em hipóteses.

4.4 Revisão das Técnicas de Monitoramento Utilizadas em CR

A tarefa de monitorar o espectro eletromagnético consiste em atribuir para uma subfaixa num dado intervalo de tempo um dos estados, ocupado ou desocupado, conforme formulado na sequência através da duas hipóteses:

$$y[n] = \begin{cases} x[n] + w[n] & \mathcal{H}_0 \\ s[n] + x[n] + w[n] & \mathcal{H}_1 \end{cases}, \quad (4.1)$$

em que $y[n]$ é o sinal monitorado pelo CR numa dada faixa do espectro durante um intervalo de tempo, $s[n]$ é o sinal transmitido pelo UP, $w[n]$ é o ruído aditivo e $x[n]$ é um sinal de interferência. As hipóteses sobre o estado das subfaixas do espectro monitoradas são \mathcal{H}_0 para desocupada e \mathcal{H}_1 para ocupada.

No contexto de rádios cognitivos, verifica-se na literatura uma série de proposições para o monitoramento do espectro baseadas em técnicas de processamentos de sinais (YUCEK; ARSLAN, 2009), (MA; LI; JUANG, 2009) e (AXELL, 2012). Uma breve revisão das principais técnicas utilizadas para monitoramento do espectro para comunicação sem fio com potencial para aplicação em sistemas PLC são apresentadas na sequência.

4.4.1 Energia

Em função da sua baixa complexidade computacional, se tornou a técnica mais investigada no contexto dos rádios cognitivos para o monitoramento do espectro. Adicionalmente, não requer nenhuma informação sobre as características dos sinais dos UPs. Em geral, o processo de detecção baseado na energia do sinal monitorado é composto de três etapas: *i*) filtragem do sinal através de um filtro passa faixa numa determinada faixa de interesse do espectro; *ii*) aquisição do sinal durante um determinado intervalo de tempo; *iii*) cálculo da energia, E_y , conforme apresentado na sequência:

$$E_y = \sum_{n=0}^{M-1} |y[n]|^2, \quad (4.2)$$

em que M é o número de amostras do sinal monitorado.

O detector baseado na energia trata o UP como ruído e decide pela presença ou ausência de UP comparando a energia do sinal recebido com um limiar, λ , conforme formulado na sequência:

$$\hat{\theta} = \begin{cases} \mathcal{H}_0, & \text{se } E_y \leq \lambda \\ \mathcal{H}_1, & \text{se } E_y > \lambda \end{cases}. \quad (4.3)$$

Sem perda de generalidade, assumindo o ruído, $w[n]$, como Gaussiano complexo de média zero e variância dois ($\mathcal{N}(0, 2)$), o sinal de interferência, $x[n] = 0$, nulo. Define-se, γ , como a relação sinal ruído (SNR) instantânea do sinal monitorado constituído por M amostras, conforme apresentado na sequência:

$$\gamma = \frac{1}{2M} \sum_{n=0}^{M-1} |s[n]|^2. \quad (4.4)$$

Conforme apresentado em (MA; LI; JUANG, 2009), a estatística da variável aleatória energia E_y para o caso da hipótese \mathcal{H}_0 pode ser modelada como uma distribuição central chi-quadrada com $2M$ graus de liberdade. Ao passo que a estatística para hipótese \mathcal{H}_1 pode ser modelada como uma distribuição não-central chi-quadrada com $2M$ graus de liberdade, cujo parâmetro central é dado por $\mu = \sum_{n=0}^{M-1} |s[n]|^2 = 2M\gamma$. Essa modelagem estatística do parâmetro energia é formulada por:

$$f_{E_y}(E_y) \sim \begin{cases} \chi_{2M}^2, & \mathcal{H}_0 \\ \chi_{2M}^2(\mu), & \mathcal{H}_1 \end{cases}, \quad (4.5)$$

em que f_E é a função densidade probabilidade (PDF) da E_y e χ_{2M}^2 e $\chi_{2M}^2(\mu)$ denotam a distribuição chi-quadrada central e não central, respectivamente. Desta forma, conforme apresentado em (DIGHAM; ALOUINI; SIMON, 2003), a probabilidade de falso alarme, $P_F = P(E_y > \lambda | \mathcal{H}_0)$ pode ser expressada por

$$P_F = \frac{\Gamma(M, \lambda/2)}{\Gamma(M)}, \quad (4.6)$$

na qual $\Gamma(\cdot)$ e $\Gamma(\cdot, \cdot)$ são a função gama e a função gama incompleta superior, respectivamente. Assim sendo, estabelecida uma probabilidade de falso alarme requerida, o limiar de comparação da decisão baseado no parâmetro energia pode ser calculado utilizando a equação (4.6). Uma vez calculado o limiar λ , a probabilidade de detecção $P_D = P(E_y > \lambda | \mathcal{H}_1)$ pode ser obtida por:

$$\begin{aligned}
P_D &= \int_0^{+\infty} P(J > \lambda | \mathcal{H}_1, \mu) f_\mu(\mu) d\mu \\
&= \int_0^{+\infty} Q_M(\sqrt{\mu}, \sqrt{\lambda}) f_\mu(\mu) d\mu,
\end{aligned} \tag{4.7}$$

em que $Q_M(\cdot, \cdot)$ é a função Q de Marcum e $f_\mu(\mu)$ é a PDF do parâmetro μ .

Toda formulação apresentada baseou-se na premissa de que o ruído é um processo estacionário e sua estatística é conhecida *a priori*, o que nem sempre ocorre na prática. Verifica-se que a atenuação do sinal transmitido pelo UP interfere diretamente no desempenho do detector. Conforme apontado em (TANDRA; SAHAI, 2008), existe uma SNR mínima, denominada parede de SNR, abaixo da qual o UP não poderá ser detectado. Nota-se ainda, pela formulação apresentada que a determinação do limiar de comparação pode se tornar uma tarefa extremamente complicada para os ambientes em que o ruído não é Gaussiano, como aqueles encontrados em sistemas PLC.

4.4.2 Cicloestacionaridade

Uma série de trabalhos explorando a cicloestacionaridade dos sinais dos UPs para o monitoramento do espectro pode ser encontrada na literatura (NOGUET; BIARD; LAUGEOIS, 2010) e (SUTTON; NOLAN; DOYLE, 2008). Basicamente, esta técnica de monitoramento explora a periodicidade presente nos sinais de sistemas de comunicação digital de dados. Por definição (LEON-GARCIA, 2008), um processo é cicloestacionário quando a CDF de qualquer conjunto de amostras é invariante com o deslocamento temporal das amostras. Por outro lado, a cicloestacionaridade de um sinal implica na periodicidade da autocorrelação e ocorre em função de mecanismos de redundância inseridos nos sinais transmitidos para o controle de erros e sincronização, tais como preâmbulos, prefixo cíclico, etc.

A autocorrelação é formalmente definida como

$$R_y(t, \tau) \triangleq E \{y(t) y^*(t - \tau)\}, \tag{4.8}$$

em que $E \{\cdot\}$ é operador esperança estatística.

Conforme apresentado em (SUTTON; NOLAN; DOYLE, 2008), para sinais cicloestacionários no sentido amplo, a autocorrelação $R_y(t, \tau)$ é periódica e, portanto, tem série de

Fourier, a qual é dada por

$$R_y(t, \tau) = \sum_{\alpha=-\infty}^{\infty} R_y^\alpha(\tau) e^{-i2\pi\alpha\tau}, \quad (4.9)$$

em que os coeficientes da série de Fourier são obtidos por

$$R_y^\alpha(\tau) = \int_{-T_0/2}^{T_0/2} R_y(t, \tau) e^{-i2\pi\alpha t} dt, \quad (4.10)$$

em que $\alpha_0 = 1/T_0$ é a frequência cíclica fundamental.

Para ambientes onde há UPs transmitindo sinais cicloestacionários, os coeficientes (4.10) da série de Fourier não são nulos, o que possibilita a detecção de faixa ocupada e a distinção dos UPs do ruído e dos sinais de interferência. A técnica de monitoramento baseado na cicloestacionaridade de sinais digitais, permite a detecção de ocupação de faixa sem qualquer informação sobre os sinais dos UPs. Ademais, podem operar próximo ao limite de mínima SNR para detecção, a chamada parede de SNR (TANDRA; SAHAI, 2008). Contudo, caso os sinais dos UPs não sejam cicloestacionários, tais como sinais AM e FM analógicos, a detecção não será bem sucedida. Ainda assim, embora não investigada, a cicloestacionaridade pode ser explorada em sistema PLC para detecção de sistemas de comunicação digital de dados operando em cabos telefônicos próximos à rede de energia elétrica, tais como xDSL (ETSI, 2010).

4.4.3 Filtro Casado

Em sistemas de comunicação digital, sinais pilotos são largamente empregados para viabilizar a sincronização, além de possibilitar a estimação dos parâmetros do canal. Os sinais pilotos, uma vez conhecidos *a priori* pelos rádios cognitivos, podem ser empregados para detecção coerente de UPs através da técnica do filtro casado. Similar à técnica baseada na cicloestacionaridade, a detecção baseada nos sinais pilotos possibilita a distinção dos UPs do ruído e dos demais sinais de interferência.

Sem perda de generalidade, considerando a interferência como sendo nula ($x[n] = 0$), o sinal piloto recebido pelo CR será dado por

$$y[n] = \begin{cases} \alpha_y p[n] + w[n], & 0 \leq n \leq M-1, \\ w[n] \end{cases}, \quad (4.11)$$

em que $p[n]$ é a sequência piloto e $w[n]$ o ruído branco, Gaussiano e de potência σ_w^2 . O desvanecimento, representado pela constante $\alpha_y \in \mathbb{R}$, é considerado constante dentro do bloco de M amostras analisadas. Conseqüentemente, define-se a potência (σ_p^2) e a SNR (γ) do sinal piloto como sendo

$$\sigma_p^2 = \frac{1}{M} \sum_{n=0}^{M-1} |p[n]|^2, \quad (4.12)$$

$$\gamma = \frac{|\alpha_y|^2 \sigma_p^2}{\sigma_w^2}, \quad (4.13)$$

respectivamente. Desta forma, a saída do filtro casado é dada por

$$r = \left| \sqrt{\frac{2}{M\sigma_p^2\sigma_w^2}} \sum_{n=0}^{M-1} y[n] \alpha_y^* p^*(n) \right|^2, \quad (4.14)$$

em que $*$ é o operador conjugado e admitindo a estimação perfeita dos desvanecimento h . A equação (4.14) pode ser empregada como critério de decisão para determinação do estado da faixa monitorada, tal como formulado na sequência (MA; LI; JUANG, 2009).

$$\hat{\theta} = \begin{cases} \mathcal{H}_0, & \text{se } \left| \sqrt{\frac{2}{M\sigma_p^2\sigma_w^2}} \sum_{n=0}^{M-1} w[n] \alpha_y^* p^*[n] \right|^2 < \lambda \\ \mathcal{H}_1, & \text{se } \left| \sqrt{2M\gamma h} + \sqrt{\frac{2}{M\sigma_p^2\sigma_w^2}} \sum_{n=0}^{M-1} w[n] \alpha_y^* p^*[n] \right|^2 > \lambda \end{cases}, \quad (4.15)$$

na qual o limiar de decisão λ pode ser determinado em função da probabilidade de falso alarme, tal como discutido na seção (4.4.1).

O filtro casado é a técnica de detecção ótima (no sentido de maximizar a SNR) utilizada em sistemas de comunicações digital de dados. Analisando a equação (4.15), verifica-se que o contraste entre as duas hipóteses e, conseqüentemente, o desempenho na detecção é proporcional à raiz quadrada da SNR e do número de amostras, M . Por outro lado, o desvio no sincronismo afeta consideravelmente o desempenho de detecção, tal como discutido em (MA; LI; JUANG, 2009).

Embora o filtro casado também opere em baixas SNRs e tenha complexidade computacional inferior à cicloestacionaridade, a premissa da existência de sinais pilotos associados aos UPs não se aplica em sistemas de comunicação analógicas, tais como as rádios FM.

4.4.4 Covariância

Usualmente, os sinais monitorados pelo rádio cognitivo provenientes dos UPs apresentam uma correlação temporal. Isso se verifica em função da dispersão dos canais provocada pelo multipercurso, assim como a utilização de múltiplas antenas e sobre-amostragem do sinal na recepção (MA; LI; JUANG, 2009). Assim sendo, a correlação intrínseca dos UPs pode ser explorada pelos rádios cognitivos para monitoramento do espectro e, consequentemente, detecção dos UPs. Tal como assumido em (4.11), considerando a presença do UP e ruído sem interferência, durante o intervalo de M amostras, a matriz de covariância do sinal recebido, $y[n]$, pode ser estimada por

$$\widehat{\mathbf{R}}_y = \frac{1}{M} \sum_{n=0}^{M-1} \mathbf{y}[n] \mathbf{y}^\dagger[n], \quad (4.16)$$

em que $\mathbf{y}[n] = [y[n] \ y[n-1] \ \dots \ y[n-M+1]]^T$ e \dagger é o operador que significa o transposto e conjugado do vetor ou matriz.

Conforme apresentado em (ZENG; LIANG, 2008), a matriz de correlação $\widehat{\mathbf{R}}_y$ converge em probabilidade para

$$\mathbf{R}_y = E \{ \mathbf{y}[n] \mathbf{y}^\dagger[n] \} = \mathbf{R}_s + \sigma_w^2 \mathbf{I}_M, \quad (4.17)$$

na qual $\mathbf{R}_s = E \{ \mathbf{s}[n] \mathbf{s}^\dagger[n] \}$ é a matriz de covariância de ordem M , σ_w^2 é a potência do ruído, \mathbf{I}_M é uma matriz identidade de ordem M e

$$\mathbf{s}[n] = [s[n] \ s[n-1] \ \dots \ s[n-M+1]]^T \quad (4.18)$$

é o vetor do sinal proveniente do UP.

Baseando-se nas informações contidas na matriz de correlação estimada, \mathbf{R}_y , uma série de testes estatísticos vem sendo propostos (ZENG; LIANG, 2007a) e (MA; LI; JUANG, 2009). Dentre os quais, destaca-se o teste baseado na relação entre o maior e o menor autovalor da matriz \mathbf{R}_y . Conforme apresentado em (ZENG; LIANG, 2007b), definindo μ_{\max} e μ_{\min} como o maior e o menor autovalor da matriz \mathbf{R}_y , respectivamente, chega-se à seguinte relação

$$\frac{\mu_{\max}}{\mu_{\min}} = \begin{cases} 1, & \text{se } y[n] = w[n] \\ \frac{\rho_{\max} + \sigma_w^2}{\rho_{\min} + \sigma_w^2}, & \text{se } y[n] = s[n] + w[n] \end{cases}, \quad (4.19)$$

em que ρ_{\max} e ρ_{\min} são autovalores máximo e mínimo da matriz \mathbf{R}_s , respectivamente. Uma

formulação estatística para o critério de decisão é proposta em (ZENG; LIANG, 2007b) e reproduzida na sequência

$$\hat{\theta} = \begin{cases} \mathcal{H}_0, & \text{se } \frac{\mu_{\max}}{\mu_{\min}} > \lambda \\ \mathcal{H}_1, & \text{se } \frac{\mu_{\max}}{\mu_{\min}} < \lambda \end{cases}, \quad (4.20)$$

na qual λ é o limiar de decisão obtido em função de uma probabilidade de falso alarme pré-determinada.

Verifica-se que o desempenho da técnica de monitoramento, baseando-se na covariância, depende de uma boa estimativa da estatística do sinal, o que representa mais tempo dedicado à monitoração do espectro, em detrimento da utilização da faixa de frequência. Em cenários em que as amostras do sinal monitorado são descorrelacionadas e o canal de comunicação é não dispersivo, o critério baseado na covariância pode não ser o mais apropriado para detecção.

Para sistemas PLC cognitivos, o monitoramento baseado na covariância é uma técnica promissora, dada as características de propagação dos sinais provenientes de UPs na faixa monitorada (de 1,7 MHz até 100 MHz). Assim como a modulação empregada por esses sinais (AM e FM) apresentam forte correlação temporal.

4.4.5 Wavelets

Ao monitorar uma ampla faixa contínua do espectro, o rádio cognitivo poderá encontrar uma diversidade de sistemas de comunicação. Considerando que, para uma dada largura de banda monitorada (de B Hz), o rádio cognitivo conhece *a priori* o número K de possíveis UPs licenciados que, eventualmente, estão transmitindo simultaneamente, tem-se que o sinal monitorado pelo rádio cognitivo pode ser modelado como

$$y[n] = \sum_{k=1}^K s_k[n] + w[n], \quad (4.21)$$

em que $s_k[n]$ é o sinal do k -ésimo UP e $w[n]$ é o ruído aditivo.

A faixa monitorada do espectro eletromagnético no domínio da frequência normalizada é mapeada no intervalo $0 < \omega < \pi$ e pode ser dividida em sub-bandas licenciadas aos UPs, sendo as sub-bandas delimitadas pelas bordas na densidade espectral de potência (*power spectral density* - PSD) determinadas pelas frequências $\omega_0, \omega_1, \dots, \omega_K$, para $0 < \omega_i < \pi$ e $i = 0, 1, \dots, K$. Desta forma, a PSD do sinal monitorado pode ser modelada por

$$S_y(e^{i\omega}) = \sum_{k=1}^K \alpha_k [u(\omega - \omega_k) - u(\omega - \omega_{k-1})] + S_w(e^{i\omega}), \quad (4.22)$$

em que $u(\omega)$ é a função degrau unitário e $S_w(\omega)$ é a PSD em W/rad do ruído aditivo. A PSD do sinal monitorado apresentará regiões de transição entre faixas ocupadas e faixas não ocupadas (os buracos no espectro (TANDRA; MISHR; SAHA, 2009)). Baseando-se nessa característica de ocupação do espectro, (TIAN; GIANNAKIS, 2006) propôs a utilização da transformada *wavelet* aplicada à PSD do sinal monitorado para identificar as bordas entre faixas ocupadas pelos UPs e os buracos no espectro. A técnica de monitoramento formulada em (TIAN; GIANNAKIS, 2006) é baseada nas seguintes premissas:

- A faixa monitorada, i.e., o intervalo $\omega_{\min} < \omega < \omega_{\max}$ em radianos por amostra é conhecido pelo rádio cognitivo;
- O número de UPs (K) dentro da faixa monitorada é desconhecido pelo rádio cognitivo.
- A PSD do sinal de cada UP é praticamente plana, i.e., $S_k(e^{i\omega}) = \alpha_k$, $\omega_k \leq \omega \leq \omega_{k-1}$;
- A PSD do ruído aditivo é plana dentro de toda faixa monitorada, i.e., $S_w(e^{i\omega}) = N_0$.

Na prática, a PSD do sinal recebido pelo CR precisa ser estimada. Uma das possíveis técnicas é o periodograma, apresentado no capítulo 2 e reproduzido na sequência

$$\widehat{S}_y(e^{i\omega}) = \frac{1}{N} \left| \sum_{n=0}^{N-1} y[n] e^{-i\omega n} \right|^2. \quad (4.23)$$

Conforme desenvolvido em (TIAN; GIANNAKIS, 2006), uma função *wavelet* $\phi_s(\omega)$ apropriada é escolhida para extrair características da PSD estimada, $\widehat{S}_y(e^{i\omega})$. Em seguida, a transformada *wavelet* de tempo contínua (*continuous time wavelet* - CTW) é convoluída com a PSD do sinal recebido, tal como apresentado na sequência

$$\widehat{W}_y(s; e^{i\omega}) = \widehat{S}_y(e^{i\omega}) * \phi_s(e^{i\omega}), \quad (4.24)$$

em que $*$ é a operação de convolução e $\phi_s(\omega) = (1/s) \phi(\omega/s)$ é a versão dilatada de $\phi(\omega)$ pelo fator de escala, $s = 2^j$, $1 \leq j \leq J$.

Conforme proposto em (TIAN; GIANNAKIS, 2006), uma estimativa das frequências localizadas nas bordas de transição entre os UPs e os buracos no espectro, representadas

pelas frequências $\widehat{\omega}_k$, $1 \leq k \leq K$, pode ser obtida encontrando-se os máximos locais do modulo da derivada da transformada *wavelet* para cada valor de s , tal como formulado na sequência.

$$\{\widehat{\omega}_k, 1 \leq k \leq K\} = \arg \max_{\omega_{\min} \leq \omega \leq \omega_{\max}} \left| \prod_{j=1}^J \frac{d\widehat{W}_y(2^j; \omega)}{d\omega} \right|. \quad (4.25)$$

Uma vez estimadas as frequências que delimitam as fronteiras dos buracos no espectro dentro da faixa monitorada, a SNR na k -ésima sub-banda pode ser estimada por

$$\widehat{\gamma}_k = \frac{\int_{\widehat{\omega}_{k-1}}^{\widehat{\omega}_k} \widehat{S}_y(e^{i\omega}) d\omega}{\int_{\widehat{\omega}_{k-1}}^{\widehat{\omega}_k} S_w(e^{i\omega}) d\omega}, \quad 1 \leq k \leq K. \quad (4.26)$$

Para valores de $\widehat{\gamma}_k \approx 1$, considera-se que a k -ésima sub-banda está desocupada.

Nota-se que a técnica apresentada não se aplica ao contexto PLC, posto que em geral, a PSD do ruído presente no cabo de energia não apresenta uma distribuição plana.

4.5 O que é o CPLC?

Sistema de comunicação de dados via cabo, tais como ADSL, VDSL2 e BB-PLC são regulamentados para operarem em faixas pré-estabelecidas de frequência. Ademais, são sujeitos a rigorosas restrições na potência de transmissão e não podem transmitir em determinadas faixas para evitar interferências em sistemas de comunicação, tais como receptores de rádio AM e FM, rádios amadores, serviços militares, comunicação naval, etc. (PAGANI, 2010). Neste contexto, a presente tese define o sistema cognitivo de comunicação via rede de energia elétrica, CPLC (*Cognitive Power Line Communication*).

O CPLC monitora o espectro de frequência do cabo para identificar regiões do espectros disponíveis, ou seja, onde se verifica somente a presença de ruído. Na presente tese, considera-se a faixa de frequência de 1,705 a 100 MHz como sendo a faixa monitorada pelo CPLC, dado que essa faixa está sendo considerada para aplicações PLC (OMEGA, 2009). Por outro lado, a faixa de frequência pode ser estendida até 500 MHz, tal como em aplicações recentes (MESCCO, 2010). As faixas livres de usuários são denominadas buracos no espectro ou faixas brancas. Para identificar os buracos no espectro, o CPLC periodicamente avalia toda a banda de frequência destinada ao PLC, através de técnicas processamento digital de sinais. Em alguns casos, a forte atenuação do sinal dos UPs, de-

vido às características específicas de propagação até o sensor de monitoramento do CPLC, podem resultar em falhas na classificação de faixas, gerando problemas de interferência nos UPs.

O CPLC é capaz de empregar a rede de energia elétrica para transmissão de dados de comunicação e ao mesmo tempo monitorar o espectro para identificar a presença de UPs. Com o mapeamento da faixa, o CPLC pode aplicar restrições na transmissão (largura de banda e potência) de forma mais eficiente, para evitar interferências prejudiciais nos demais usuários do espectro, tais como receptores de rádios e demais sistemas de comunicação via cabo. Sobretudo, em sistemas VDSL2, que compartilham a mesma faixa de frequência para transmissão de dados. Em (ETSI, 2008), são apresentados resultados de testes de medição em que se evidencia a possibilidade de coexistência entre PLC e sistemas de radiodifusão de ondas curtas, atestando a aplicação de técnicas cognitivas no contexto PLC.

As primeiras tentativas de aplicar o conceito de cognição aos sistemas PLC são discutidas em (RAO, 2007), (ZENG; OH; MO, 2009), (OH, 2009), (DONG; OUZZIF; SAOUDI, 2010), (PRAHO, 2010), (MUSTAFA, 2010), (PRAHO, 2011), (ARENI; TSUZUKI; YAMADA, 2011), (WELING, 2011), (TSUZUKI, 2011), (ARENI; TSUZUKI; YAMADA, 2012), (BIAGI; RINAURO; CUSANI, 2012), (WELING, 2012), (FINAMORE; RIBEIRO; LAMPE, 2012), (KASTNER; MCCLELLAN; STAPLETON, 2012), (AMADO, 2012), (ZHAO, 2012) e (LU; LIU, 2013).

A tecnologia POWERNET (RAO, 2007) propõe a utilização de modulação em múltiplas portadoras baseada em transformadas *lapped*s para acessar e compartilhar o espectro eletromagnético. Uma segunda abordagem para sistema PLC cognitivo é proposta em (ZENG; OH; MO, 2009), na qual o sistema PLC cognitivo emprega a técnica de múltiplo acesso por divisão em frequências ortogonais (*orthogonal frequency division multiplexing access* - OFDMA) para o compartilhamento do espectro entre os usuários PLCs e o valor da SNR em cada subportadora para o monitoramento espectral. Um sistema PLC cognitivo baseado na combinação das técnicas OFDMA e CSMA foi proposto em (OH, 2009). O qual, possibilita múltiplos usuários acessarem simultaneamente o espectro sem produzir interferências. A característica cognitiva desse sistema está no mapeamento automático dos múltiplos canais e na exploração da diversidade proporcionada no domínio da frequência. Recentemente, algumas técnicas baseadas no conceito de cognição vem sendo proposta para acesso oportunista ao espectro de sistemas PLC *indoor* (PRAHO, 2010), (PRAHO, 2011), (ARENI; TSUZUKI; YAMADA, 2011), (WELING, 2011), (BIAGI; RINAURO; CUSANI, 2012). A premissa básica desses sistemas é a mitigação da interferência

nos demais sistemas que compartilham as mesmas faixas de frequência, tais como VDSL2, AM, FM etc. Uma proposta de sistema PLC cognitivo com a distribuição justa dos recursos de canal entre modems PLCs com tecnologias incompatíveis é apresentada em (DONG; OUZZIF; SAOUDI, 2010). Neste trabalho, o PLC cognitivo detecta a interferência de outros sistemas PLC não compatíveis comparando a densidade espectral do sinal com o ruído de fundo. As faixas de frequências com elevadas SNR são resguardadas, enquanto que as faixas com baixas SNR são disponibilizadas para os demais sistemas PLCs.

O cenário para o qual o sistema CPLC foi proposto na presente tese é ilustrado na Fig.71. Conforme indicado, as células PLC são definidas conforme a topologia da rede elétrica de distribuição já instalada (DO; LEHNERT, 2009). Grande parte das redes de distribuição empregam a topologia radial. Na qual, transformadores alimentam blocos de cargas contendo até centenas de clientes. Desta forma, cada transformador de potencial MT/BT define uma célula PLC, tal como as células definidas em comunicações móveis. Entretanto, as células PLC apresentam formas geométricas distintas. Sobretudo em função da distribuição em BT nas mais variadas áreas urbanas. As células PLC podem ser delimitadas em ambientes interno ou externo, cobrindo áreas residenciais com baixa densidade de clientes até centros urbanos com elevada densidade de usuários conectados às redes BT. A proximidade entre os usuários da rede, muitas vezes conectados em transformadores distintos, pode gerar interferência entre os vizinhos (EGAN, 2012) e portanto, esse tipo de interferência é o típico problema que o CPLC proposto na presente tese pode tratar eficientemente. Nesse contexto, as células PLC demandam dispositivos inteligentes para gerenciar a comunicação dentro de cada célula, assim como coordenar a comunicação com as demais células vizinhas e possibilitar a coexistência com os usuários primários presentes na faixa de espectro compartilhadas pelas células PLC.

Os usuários PLC de células vizinhas podem competir ou cooperar entre si para utilizar a limitada faixa de frequência regulamentada para comunicação PLC. Além da cooperação dos usuários PLC, em células distintas, haverá a necessidade de cooperação ou coexistência entre uma variedade de usuários primários, tais como móvel aeronáutico, polícia, estações de rádio difusão e assim por diante. Portanto, o sucesso do sistema CPLC, nesse tipo de cenário, depende fundamentalmente de técnicas eficazes para monitoramento e compartilhamento de recursos disponíveis entre os usuários que utilizam a mesma faixa do espectro. Sobretudo, os mais diversos sistemas PLC, interno e externo, e os usuários de comunicação sem fio ou com fio regulamentados para utilizar a faixa de frequência.

No Brasil, a faixa de frequência regulamentada pela ANATEL através da Resolução

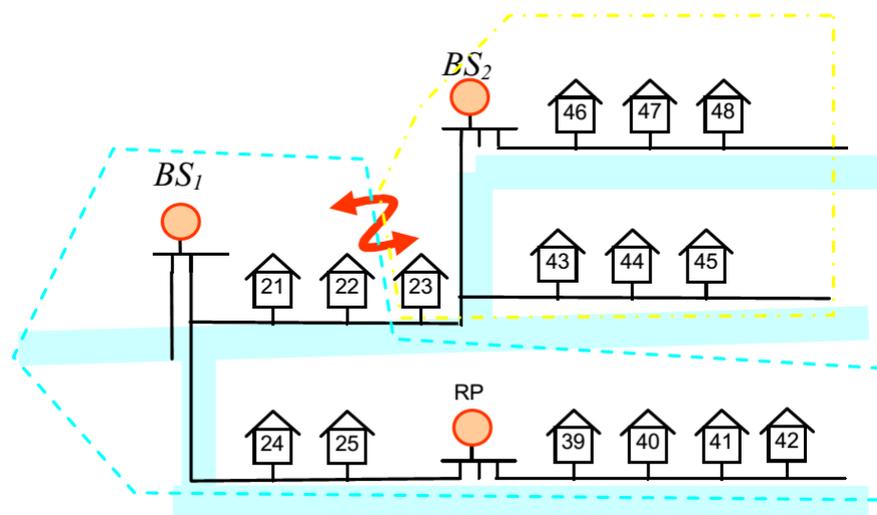


Figura 71: Topologia do sistema CPLC (DO; LEHNERT, 2009).

número 527, de 8 de abril de 2009 compreende o intervalo 1,7 MHz até 50 MHz. Contudo, vislumbra-se que no futuro próximo essa faixa de frequência poderá ser estendida até 100 MHz. Em geral, nos países desenvolvidos, as autoridades de regulamentação do espectro e os organismos de padronização de comunicação adotam a faixa de 1,705 MHz até 30 MHz para tecnologia BB-PLC. Todavia, uma exceção é o padrão IEEE 1901, cuja especificação para faixa de frequência destinada à comunicação PLC se estende de 1,7 MHz até 100 MHz. O que implica a necessidade de compartilhamento de toda a banda HF (*High Frequency*) e parte da banda VHF (*Very High Frequency*) (IEEE, 2010). Algumas contribuições prevêem que no futuro a faixa de frequência até 1 GHz será utilizada por sistemas PLC (CHEN, 2009). Embora a faixa de frequência regulamentada para sistemas PLC tenha crescido nas últimas duas décadas, as restrições impostas pelos organismos de regulamentação de acesso ao espectro para evitar a interferência dos sistemas PLC em usuários primários também estão sendo cada vez mais rigorosas. Algumas restrições de potência e faixas proibidas resultam numa disponibilidade menor que 40% da banda regulamentada (ACHAICHIA; BOT; SIOHAN, 2013). Neste caso, assumindo uma eficiência espectral média de 10 bits/s/Hz, e se apenas 40% da banda entre 1,7 MHz até 30 MHz poderá ser efetivamente utilizada, a taxa máxima de transmissão de dados no nível da camada física (PHY) do sistema PLC será de 113 Mbps. Muito inferior aos 283 Mbps que a banda poderia oferecer no caso limite em que não há restrições. Isto indica que conceitos cognitivos devem ser introduzidos para possibilitarem os sistemas PLC atingirem todo seu potencial em termos de uso eficiente dos recursos disponíveis.

O cabo utilizado para a distribuição de energia elétrica não foi projetado para operar com sinais em altas frequências, tal como a faixa regulamentada pela ANATEL. Em

altas frequências, o cabo de energia funciona como uma antena, irradiando ondas eletromagnéticas e gerando interferência nos demais sistemas a sua volta (HENRY, 2005). A fim de evitar, ou minimizar, a interferência provocada pelos sistemas PLC, as agências reguladoras de telecomunicações utilizam máscaras onde a transmissão em um conjunto específico de frequência é proibida e estabelece limites do campo elétrico produzido por sinais gerados pelos sistemas PLC. Este conjunto de frequências proibidas aos sistemas PLC são utilizadas por alguns usuários, conhecidos no contexto dos rádios cognitivo como usuários primários. Estas máscaras de transmissão com algumas frequências seletivas são aplicadas todo o tempo, independente dos usuários primários estarem ou não utilizando o espectro. Conforme avaliado anteriormente, essa estratégia reduz a taxa de transmissão de dados dos sistemas PLC.

A fim de contornar esse problema, uma forma de flexibilizar esse mecanismo de seletividade, no qual o conjunto de frequências é estático, é a utilização na transmissão de um conjunto de frequências dinâmicas. Este conjunto de frequência dinâmicas seria atualizado em função da efetiva utilização das mesmas pelos UPs e estaria acessível aos sistemas PLC. Neste caso, a eficiência em termos de taxa de transmissão de dados dos sistemas PLC seria superior ao mecanismo de seletividade estática, uma vez que o conjunto de frequência seria reduzido em função da regionalidade dos usuários. Contudo, algumas questões fundamentais carecem de respostas: *i)* Com que frequência o banco de dados com as faixas desocupadas serão atualizadas? *ii)* Quem e como seria realizado o mapeamento das faixas de frequências utilizadas por região? *iii)* Como os sistemas PLC se comunicariam com essas centrais de dados? Conforme pode-se verificar, esse é um problema complexo que demanda uma grande quantidade de recursos.

No contexto de sistema PLC *indoor*, o conjunto de faixas de frequências dinâmicas e o controle de potência na transmissão vem sendo regulamentado pelo ETSI (ETSI, 2008). Para esse sistema, o conjunto de frequências proibidas é estabelecido pelos dispositivos PLC, através do monitoramento do espectro e a identificação dos usuários primários. O controle de potência é aplicado para reduzir a potência de transmissão e minimizar os efeitos das interferências. A coordenação do controle de potência entre as células PLC e a garantia de que não haverá interferência nos usuários primários são os grandes desafios. Isto se deve a necessidade do compartilhamento e troca de um grande volume de dados entre as células PLC. Por outro lado, a utilização de uma máscara de transmissão dinâmica, cada célula PLC é responsável por mapear as portadoras onde há a transmissão de dados pelos usuários, é uma tarefa razoável. Contudo, monitorar o espectro e detectar as portadoras onde há usuários transmitindo é extremamente complicado, sendo pesquisado

por diversos grupos ao redor do mundo e o objetivo principal da presente tese.

Em (PRAHO, 2010) é apresentada uma abordagem para o monitoramento do espectro na faixa de 88 a 108 MHz (FM) aplicada a sistema PLC em ambiente interno (*indoor*). Neste trabalho, (PRAHO, 2010) demonstra através de medições que o cabo de energia elétrica pode ser empregado como uma antena no monitoramento do espectro. Ainda em (PRAHO, 2010), a diversidade dos sinais medidos em múltiplas tomadas no ambiente interno de uma instalação é explorada para detecção dos sinais FM. Para detecção, (PRAHO, 2010) utiliza limiares de comparação cujo valor está acima da PSD do ruído, ou seja, para valores da PSD estimada do sinal acima desse limiar, considera-se que existe um sinal FM naquela frequência específica. Por outro lado, a técnica proposta em (PRAHO, 2010) não explora a diversidade dos sinais adquiridos pela antena em conjunto com os sinais adquiridos pelo cabo de energia elétrica. Ademais, em (PRAHO, 2010) não é apresentado uma formulação matemática do problema de detecção baseado no mapeamento tempo-frequência, sendo necessário um período sem transmissão para monitoramento de toda a faixa.

O sistema CPLC proposto, formulado e avaliado na presente tese monitora o espectro utilizando dois sensores distintos, o acoplador PLC e uma antena omnidirecional, e explora a diversidade desses dois meios na detecção das faixas desocupadas. Embora em (AMADO, 2012), tenha-se explorado a utilização da antena e do cabo como elementos sensores para monitorar o espectro em ambientes PLC *indoor* e *outdoor*, a diversidade obtida com esses dois elementos sensores não foi explorada para melhorar a detecção de UPs.

As Figuras 72, 73, 74, 75 apresentam o espectrograma da densidade espectral de energia (*energy spectral density* - ESD) de sinais reais monitorados em ambientes *indoor* e *outdoor*. Os dados foram obtidos no ar e na rede de energia elétrica da BT, na cidade de Juiz de Fora, MG. O sistema de aquisição empregado foi composto por um computador industrial, um cartão PCI (*Peripheral Component Interconnect*) com um conversor analógico-digital (*Analog to Digital Converter* - ADC) de 14 Bits a uma taxa de aquisição de 200 Mega amostras por segundo, um acoplador PLC e uma antena omnidirecional. Os sinais oriundos da antena e do cabo foram obtidos no mesmo intervalo de tempo para explicitar a diversidade proporcionada por ambos. Nota-se em toda faixa analisada a presença de sinais de banda estreita, sobretudo na faixa de 88 a 100 MHz destinadas às rádios FM.

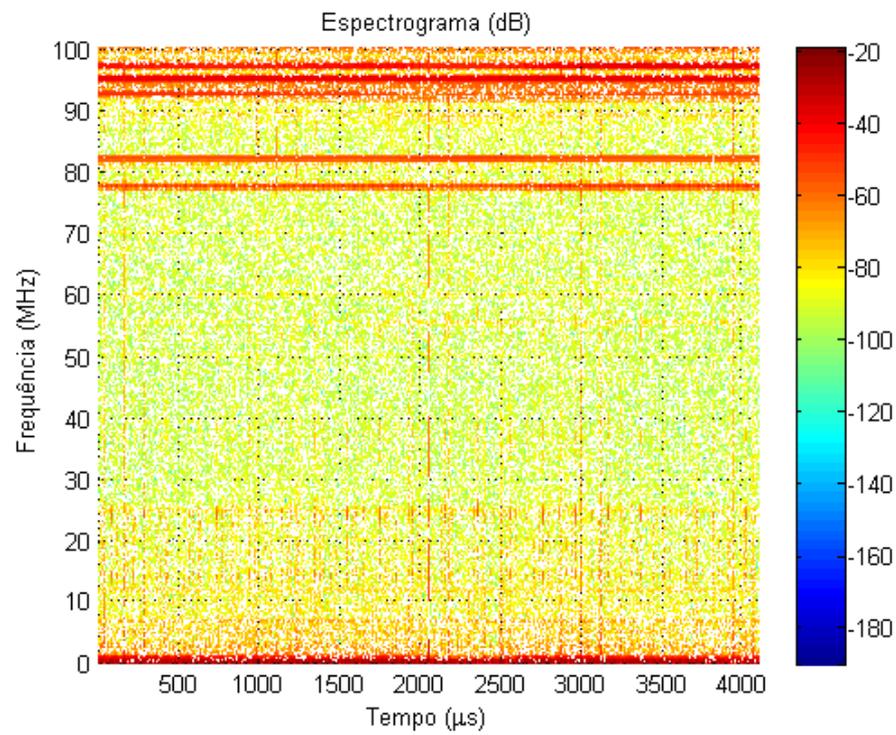


Figura 72: Espectrograma do sinal obtido em ambiente *indoor* usando o cabo.

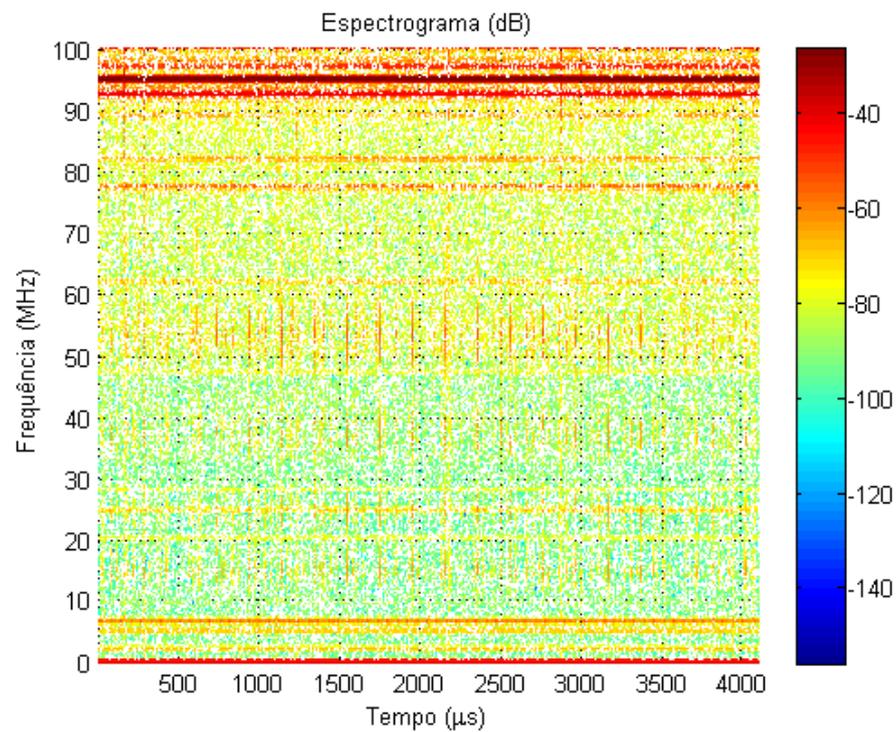


Figura 73: Espectrograma do sinal obtido em ambiente *indoor* usando a antena.

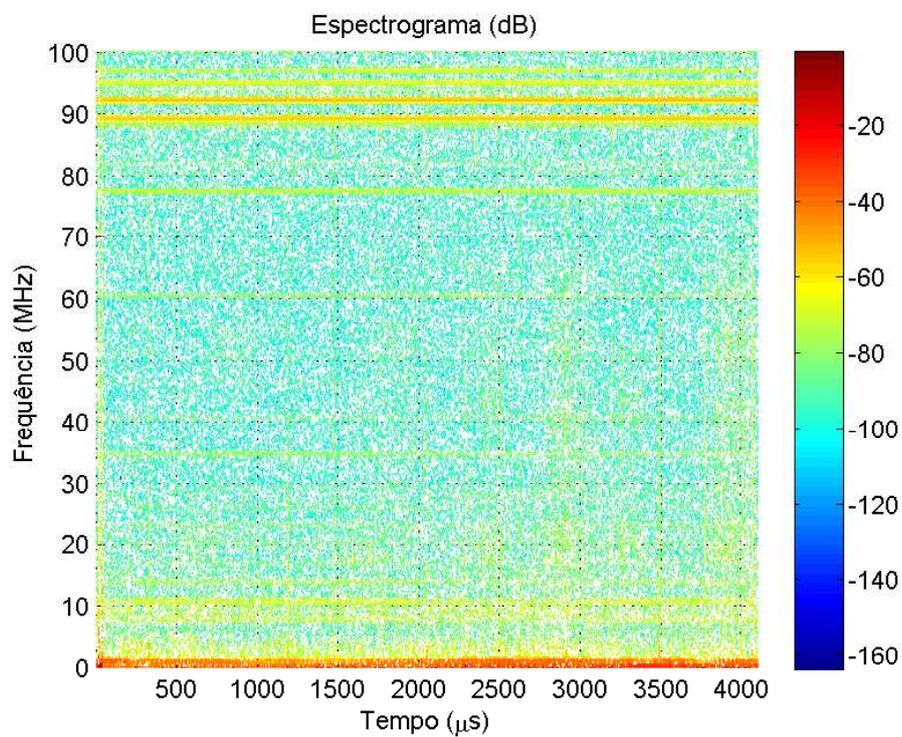


Figura 74: Espectrograma do sinal obtido em ambiente *outdoor* usando o cabo.

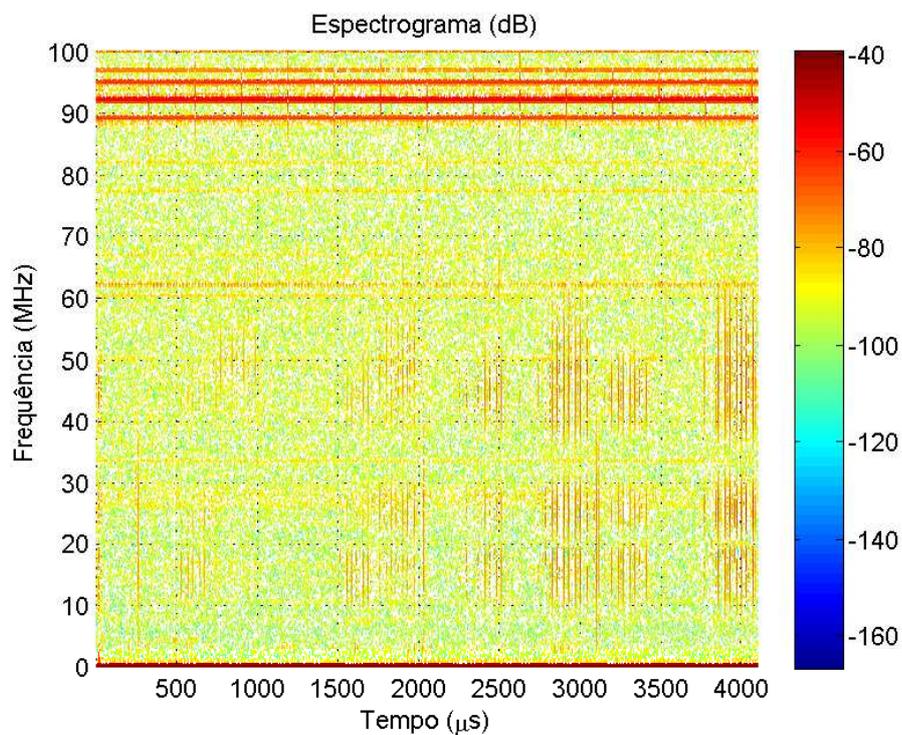


Figura 75: Espectrograma do sinal obtido em ambiente *outdoor* usando o antena.

Posto o conceito CPLC, verifica-se que o que de fato torna o sistema PLC inteligente ou cognitivo é a capacidade do modem PLC, por si só, estar a par do meio a sua volta, ou seja, conhecer quais as faixas estão livres para serem utilizadas e, naquelas faixas ocupadas, saber qual o nível de potência pode ser utilizada sem gerar interferência. Desta forma, o mecanismo chave da cognição em sistemas PLC é o monitoramento e a classificação das faixas do espectro em livres ou ocupadas por UP.

4.6 Monitoramento Espectral para CPLC: Formulação do Problema

Para mapear as faixas de frequências utilizadas pelos UPs e acompanhar a dinâmica de acesso ao espectro, o sistema CPLC deve ser capaz de realizar uma análise tempo-frequência do sinal monitorado. Para tanto, os sinais nas entradas dos sensores antena e acoplador PLC são modelados por:

$$y_a(t) = \sum_{k_a=0}^{K_a-1} s_{k_a}(t) + w_a(t), \quad (4.27)$$

em que $s_{k_a}(t)$ é o k_a -ésimo sinal proveniente de um UP ou interferência e K_a é o número de usuários ocupando a faixa monitorada pelo CPLC. Ao passo que $y_a(t)$ é sinal no domínio do tempo na entrada da antena corrompido pelo ruído aditivo $w_a(t)$.

$$y_c(t) = \sum_{k_c=0}^{K_c-1} s_{k_c}(t) + w_c(t), \quad (4.28)$$

em que $s_{k_c}(t)$ é o k_c -ésimo sinal proveniente de um UP ou interferência e K_c é o número de usuários ocupando a faixa monitorada pelo CPLC. Ao passo que $y_c(t)$ é sinal no domínio do tempo na entrada do acoplador PLC corrompido pelo ruído aditivo $w_c(t)$.

Ao utilizar a antena e o acoplador como elementos sensores para monitoramento do espectro, numa mesma localidade e no mesmo intervalo de tempo, tem-se que os UPs presentes no espectro é o mesmo para ambos os sensores, ou seja, $K_a = K_c$. Sendo as faixas de frequências ocupadas pelos K_a UPs detectados pela antena correspondentes às faixas ocupadas pelos K_c UPs detectados pelo cabo de energia elétrica. Por outro lado, devido a diversidade dos dois meios, verifica-se que a atenuação de cada UP e o nível de ruído aditivo são distintas para cada sensor empregado, antena ou acoplador.

Considerando que a formulação do problema de monitoramento espectral é a mesma tanto para antena quanto para o acoplador, sem perda de generalidade, pode-se considerar

o sinal na entrada de apenas um elemento sensor, ou seja,

$$y(t) = \sum_{k=0}^{K-1} s_k(t) + w(t), \quad (4.29)$$

em que $s_k(t) \in \mathbb{R}$ é o k -ésimo sinal proveniente de um UP ou interferência e K é o número de usuários ocupando a faixa monitorada pelo CPLC. Ao passo que $y(t)$ é sinal no domínio do tempo corrompido pelo ruído aditivo $w(t)$, na entrada do elemento sensor, antena ou acoplador, do sistema CPLC. O processo de aquisição do sinal $y(t)$ pode ser realizado por \mathcal{R} diferentes dispositivos⁷, associado a um dado sensor, antena ou cabo de energia elétrica. Neste sentido, o processo de aquisição pode ser modelado conforme representado na sequência

$$\begin{aligned} \mathbf{y} &= \mathcal{T}_r \{y(t)\} \\ &= \mathcal{T}_r \left\{ \sum_{k=1}^K s_k(t) \right\} + \mathcal{T}_r \{w(t)\} \\ &= \mathbf{s} + \mathbf{w}, \end{aligned} \quad (4.30)$$

em que $\mathcal{T} = \{\mathcal{T}_1, \mathcal{T}_2, \dots, \mathcal{T}_R\}$ é definido como o conjunto de \mathcal{R} sensores e $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^{M \times 1}$, $\mathbf{s} \in \mathbb{R}^{M \times 1}$ e $\mathbf{w} \in \mathbb{R}^{M \times 1}$ são vetores de M amostras no domínio do tempo discreto, obtidos após a discretização dos sinais $y(t)$, $s_k(t)$ e $w(t)$, respectivamente. A taxa de amostragem requerida para aquisição é de $2B$ Hz, considerando a faixa monitorada de 0 até B Hz, i.e., $f \in [0, B)$. Portanto, o tempo de monitoramento é de $T_{ss} = M/2B$.

A equação (4.30) pode ser reescrita na forma matricial dada por:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{S} + \mathbf{W}, \quad (4.31)$$

em que $\mathbf{Y} = [\mathbf{y}_0 \ \mathbf{y}_1 \ \dots \ \mathbf{y}_{M-N+1}]$, $\mathbf{S} = [\mathbf{s}_0 \ \mathbf{s}_1 \ \dots \ \mathbf{s}_{M-N+1}]$ e $\mathbf{W} = [\mathbf{w}_0 \ \mathbf{w}_1 \ \dots \ \mathbf{w}_{M-N+1}]$. Em que para $n = 0, 1, \dots, M - N + 1$, defini-se:

$$\mathbf{y}_n = [y[n] \quad y[n+1] \quad \dots \quad y[n+N-1]]^T, \quad (4.32)$$

$$\mathbf{s}_n = [s[n] \quad s[n+1] \quad \dots \quad s[n+N-1]]^T, \quad (4.33)$$

$$\mathbf{w}_n = [w[n] \quad w[n+1] \quad \dots \quad w[n+N-1]]^T. \quad (4.34)$$

Note que cada coluna representa um segmento do sinal no domínio do tempo, empilhados lado a lado para formar as matrizes \mathbf{Y} , \mathbf{S} e \mathbf{W} de ordem $N \times M - N$.

⁷Transdutor operando com uma placa de aquisição e conversão analógico-digital de dados.

Para realizar a análise tempo-frequência, a primeira etapa consiste em levar a informação do sinal monitorado do domínio do tempo discreto para o domínio da frequência através de transformadas tempo-frequência. Desta forma, uma transformada linear é aplicada à matriz \mathbf{Y} para levar o sinal do domínio do tempo para o domínio da frequência

$$\begin{aligned}\bar{\mathbf{Y}} &= \mathbf{A}_v \mathbf{Y} \\ &= \mathbf{A}_v \mathbf{S} + \mathbf{A}_v \mathbf{W} \\ &= \bar{\mathbf{S}} + \bar{\mathbf{W}},\end{aligned}\tag{4.35}$$

considerando $\mathcal{A} = \{\mathbf{A}_1, \mathbf{A}_2, \dots, \mathbf{A}_V\}$ como o conjunto de V transformadas tempo-frequência e $\bar{\mathbf{Y}} \in \mathbb{C}^{N \times M-N}$, $\bar{\mathbf{S}} \in \mathbb{C}^{N \times M-N}$ e $\bar{\mathbf{W}} \in \mathbb{C}^{N \times M-N}$ são os sinais monitorados representados no domínio tempo-frequência, respectivamente. Note que cada coluna da matriz $\bar{\mathbf{Y}}$ representa uma janela temporal do sinal monitorado e cada linha representa uma componente espectral.

A explicitação do conteúdo espectral do sinal monitorado pode ser realizada através de uma estimativa estocástica da densidade espectral de energia (ESD) ou da densidade espectral de potência (PSD). A ESD estocástica pode ser obtida a cada segmento monitorado no domínio do tempo. Ao passo que a PSD requer um conjunto de vários segmentos para obtenção de uma média estatística, tal como realizado com o periodograma (PAPOULIS; PILLAI, 2002). Considerando que parte dos sinais presentes na faixa monitorada são não estacionários, ou seja, acessam o espectro de forma aleatória, permanecendo na faixa por intervalos de tempo indeterminados, a redução do tempo de monitoração associado a um rápido processo de detecção torna-se essencial para identificação dos usuários associados a esses sinais. Nesse sentido, a densidade de energia estocástica do sinal monitorado representada no plano tempo-frequência, pode ser obtida por

$$\begin{aligned}\Psi_{\mathbf{Y}} &= \bar{\mathbf{Y}}^* \odot \bar{\mathbf{Y}} \\ &= (\bar{\mathbf{S}} + \bar{\mathbf{W}})^* \odot (\bar{\mathbf{S}} + \bar{\mathbf{W}}) \\ &= \bar{\mathbf{S}}^* \odot \bar{\mathbf{S}} + \bar{\mathbf{S}}^* \bar{\mathbf{W}} + \bar{\mathbf{W}}^* \odot \bar{\mathbf{S}} + \bar{\mathbf{W}}^* \odot \bar{\mathbf{W}} \\ &= \Psi_{\mathbf{S}} + \Psi_{\mathbf{C}} + \Psi_{\mathbf{W}},\end{aligned}\tag{4.36}$$

em que \odot é o operador de Hadamard ($\mathbf{a} \odot \mathbf{b} = [a_1 b_1 \ a_2 b_2 \ \dots \ a_L b_L]^T$), $\Psi_{\mathbf{Y}}$ é definido como espectrograma estocástico do sinal monitorado $y[n]$, $\Psi_{\mathbf{S}} \triangleq \bar{\mathbf{S}}^* \odot \bar{\mathbf{S}}$ é o espectrograma do sinal $s[n]$, $\Psi_{\mathbf{W}} \triangleq \bar{\mathbf{W}}^* \odot \bar{\mathbf{W}}$ é o espectrograma do ruído $w[n]$ e $\Psi_{\mathbf{C}} \triangleq \bar{\mathbf{S}}^* \bar{\mathbf{W}} + \bar{\mathbf{W}}^* \odot \bar{\mathbf{S}}$ é o espectrograma dos termos cruzados.

A fim de detectar os UPs, dividi-se o espectrograma $\Psi_{\mathbf{Y}}$ em pequenas porções $\Psi_{\mathbf{Y}}^q \subset$

$\Psi_{\mathbf{Y}}$ formando um mosaico, em que $\Psi_{\mathbf{Y}}^q$ é uma figura geométrica bidimensional, conforme apresentado na Fig. (76).

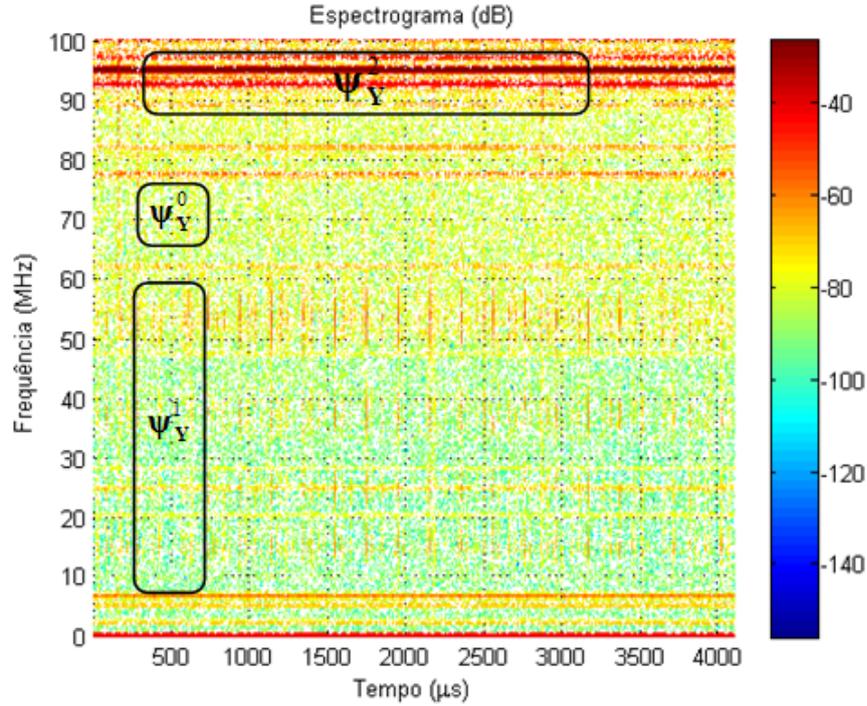


Figura 76: Espectrograma indicando as porções do espectro denominadas *quanta*.

Neste mosaico, cada porção é denominada, na presente tese, de *quantum* de detecção $\Psi_{\mathbf{Y}}^q \subset \Psi_{\mathbf{Y}}$. Cada *quantum* é uma matriz de ordem $\zeta \times \vartheta$ representando uma pequena área do espectrograma tempo-frequência a ser analisada. A escolha da ordem do *quantum* está diretamente relacionada à estacionaridade do sinal e à largura de banda do mesmo. Desta forma, define-se $\mathcal{Q} = \{\mathcal{Q}_1, \mathcal{Q}_2, \dots, \mathcal{Q}_{\mathcal{G}}\}$ como o conjunto de \mathcal{G} dimensões para os *quantum* de monitoração.

Após a fragmentação do espectrograma do sinal monitorado em um mosaico de *quanta*, o problema de detecção dos UPs para o *q-quantum* pode ser formulado em duas hipóteses, conforme arrolado na sequência

$$\hat{\theta} = \begin{cases} \mathcal{H}_0, & \text{se } \Psi_{\mathbf{Y}}^q = \Psi_{\mathbf{W}}^q \\ \mathcal{H}_1, & \text{se } \Psi_{\mathbf{Y}}^q = \Psi_{\mathbf{S}}^q + \Psi_{\mathbf{C}}^q + \Psi_{\mathbf{W}}^q \end{cases}, \quad (4.37)$$

em que \mathcal{H}_0 e \mathcal{H}_1 representam as hipóteses da ausência de UPs e a presença de UPs dentro do *quantum* analisado, respectivamente. Pode-se verificar que a dimensão ϑ do *quantum* representa a resolução em frequência da banda monitorada. Dado que uma vez identificado o UP, a faixa correspondente ao *quantum* avaliado é definida como ocupada.

A fim de extrair mais informações do sinal analisado no domínio da frequência e melhorar a detecção, pode-se a partir do *quantum* do sinal monitorado extrair um vetor de características tal como representado por

$$\mathbf{r}_q = \Upsilon_z \{ \Psi_{\mathbf{Y}}^q \}, \quad (4.38)$$

no qual $\mathbf{r}_q \in \mathbb{R}^{\rho \times 1}$ é o vetor real com ρ características e $\Upsilon_z \{ \cdot \}$ uma das \mathcal{Z} técnicas de extração e seleção de características representadas pelo conjunto de $\Upsilon = \{ \Upsilon_1, \Upsilon_2, \dots, \Upsilon_{\mathcal{Z}} \}$ que poderão ser aplicados aos *quanta*.

Assumindo que P_D é a probabilidade de acerto na detecção e P_F é a probabilidade de falso alarme, tem-se

$$P_D = P_r(H_1 | \mathbf{r}_q) |_{\Psi_{\mathbf{Y}}^q = \Psi_{\mathbf{S}}^q + \Psi_{\mathbf{C}}^q + \Psi_{\mathbf{W}}^q} + P_r(H_0 | \mathbf{r}_q) |_{\Psi_{\mathbf{Y}}^q = \Psi_{\mathbf{W}}^q}, \quad (4.39)$$

e

$$P_F = P_r(H_0 | \mathbf{r}_q) |_{\Psi_{\mathbf{Y}}^q = \Psi_{\mathbf{S}}^q + \Psi_{\mathbf{C}}^q + \Psi_{\mathbf{W}}^q} + P_r(H_1 | \mathbf{r}_q) |_{\Psi_{\mathbf{Y}}^q = \Psi_{\mathbf{W}}^q}, \quad (4.40)$$

em que P_r é a probabilidade que depende das estatísticas dos *quanta* e do ruído.

As probabilidades P_D e P_F podem ser obtidas empregando um conjunto de \mathcal{B} detectores, $\mathcal{D} = \{ \mathcal{D}_1, \mathcal{D}_2, \dots, \mathcal{D}_{\mathcal{B}} \}$. Cada solução oriunda da combinando dos conjuntos de transdutores \mathcal{T} , das transformações tempo-frequência \mathcal{A} , das dimensões do *quantum* \mathcal{Q} , das técnicas de extração de características Υ e das técnicas de detecção \mathcal{D} resultam em um conjunto de $\mathcal{O} = \{ \mathcal{O}_1, \mathcal{O}_2, \dots, \mathcal{O}_{\Xi} \}$ das respectivas complexidade computacional inerente a cada combinação do conjunto de técnicas, em que a cardinalidade do conjunto de soluções é dada por $\Xi = \mathcal{R} \times \mathcal{V} \times \mathcal{G} \times \mathcal{Z} \times \mathcal{B}$.

Desta forma, considerando todas as combinações de técnicas, o problema de monitoramento do espectro para sistemas CPLC pode ser formulado como um problema de otimização dado por

$$(\mathcal{T}_{r^*}, \mathcal{A}_{v^*}, \mathcal{Q}_{g^*}, \Upsilon_{z^*}, \mathcal{D}_{b^*}) = \arg \max_{\mathcal{T}_r, \mathcal{A}_v, \mathcal{Q}_g, \Upsilon_z, \mathcal{D}_b} \{ P_D \}, \quad (4.41)$$

em que $(\mathcal{T}_{r^*}, \mathcal{A}_{v^*}, \mathcal{Q}_{g^*}, \Upsilon_{z^*}, \mathcal{D}_{b^*})$ é a combinação de soluções que maximizam P_D sujeito às seguintes restrições

$$\mathcal{T}_{r^*} \leq \mathcal{T}_{\max}, \quad (4.42)$$

$$\mathcal{O}_{\xi^*} \leq \mathcal{O}_{\max}, \quad (4.43)$$

em que \mathcal{O}_{ξ^*} é a complexidade da solução (4.41).

Uma solução analítica do problema proposto em (4.41) é extremamente complexa. Contudo, uma solução baseada nas técnicas de reconhecimento de padrão podem ser empregadas para contornar essa dificuldade analítica e levar a soluções subótimas do problema de otimização através de simulações computacionais. Neste sentido, o diagrama de blocos da estrutura empregada na presente tese para avaliação das técnicas de monitoramento é apresentada na Fig. 77.

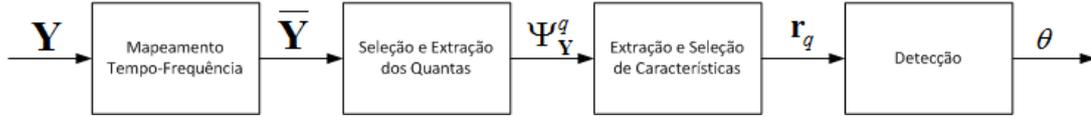


Figura 77: Diagrama de blocos para monitoramento do espectro em sistemas CPLC.

Conforme se verifica, a técnica proposta para monitoramento do espectro no contexto CPLC pode ser subdividida em quatro blocos principais, mapeamento tempo-frequência, seleção e extração dos *quanta*, extração e seleção de características e por fim detecção.

4.6.1 Extração de Características

Uma vez realizado o mapeamento tempo-frequência através das transformadas estudadas anteriormente, o espectrograma da faixa do espectro monitorada é obtido, conforme definido em (4.36). Na sequência, pequenas porções do espectro no plano bidimensional tempo-frequência definidas na presente tese como *quanta* serão avaliados para detectar a presença de UPs. Esta avaliação depende de um amplo conjunto de características estatísticas extraídas dos *quanta* analisados. O objetivo é estratificar o *quantum* do espectro e identificar quais os parâmetros ou características são os mais relevantes para detecção UPs dentro do *quantum*. Dado que o evento de ocupação das faixas bem como o ruído nas amostras coletadas do espectrograma são processos aleatórios, os parâmetros mais relevantes para detecção são as estatísticas dos sinais monitorados. Para ambientes em que o ruído presente nas amostras é Gaussiano, as estatísticas de segunda ordem são as características a serem monitoradas. Por outro, para o caso de ruído não Gaussiano, estatísticas de ordem superior (*higher order statistics* - HOS) são as mais apropriadas (MENDEL, 1991). Considerando que o monitoramento no contexto CPLC pode ser realizado via antena assim como pelo próprio cabo, o que em geral implica na presença de ruído Gaussiano e não Gaussiano, respectivamente. A presente tese investiga técnicas baseadas em estatísticas de segunda ordem, assim como estatísticas de ordem superior. Cada *quantum* será convertido em um vetor \mathbf{y}_q , formado pela concatenação das colunas do q -ésimo *quantum*. De cada vetor \mathbf{y}_q , as seguintes características serão extraídas.

4.6.1.1 Estatística de Ordem Superior - EOS

Estatísticas de ordem superior são parâmetros importantes para detecção e classificação em sistemas não lineares de fase não mínima para os quais o ruído é não Gaussiano (MENDEL, 1991). Neste contexto, as estatísticas de ordem superior vem sendo largamente empregada com sucesso para detecção e classificação de distúrbios em sistemas elétricos de potência (RIBEIRO, 2007). Em função da similaridade entre o problema de detecção de UPs no contexto CPLC e a detecção de distúrbios nas redes elétricas, vislumbra-se que HOS seja uma técnica promissora para extração de características dos *quanta* do espectro.

Para uma sequência real $\{y[n]\}$ com $E\{y[n]\} = 0$, as estatísticas de ordem 2, 3 e 4, também chamados de cumulantes de segunda, terceira e quarta ordem são obtidos da seguinte forma (MENDEL, 1991)

$$c_{2,y}[j] = E\{y[n]y[n+j]\}, \quad (4.44)$$

$$c_{3,y}[j] = E\{y[n]y^2[n+j]\}, \quad (4.45)$$

$$c_{4,y}(j) = E\{y[n]y^3[n+j]\} - 3c_{2,y}[j]c_{2,y}[0], \quad (4.46)$$

respectivamente, em que j corresponde ao j -ésimo atraso na sequência de dados avaliada.

Considerando $y[n]$ como o elemento da n -ésima linha do vetor \mathbf{y}_q formado pela concatenação das colunas do *quantum* $\Psi_{\mathbf{Y}}^q$, pode-se obter uma estimativa estocástica dos cumulantes da seguinte forma

$$\hat{c}_{2,\Psi_{\mathbf{Y}}^q}[j] \cong \frac{2}{N} \sum_{n=0}^{N/2-1} y[n]y[n+j], \quad (4.47)$$

$$\hat{c}_{3,\Psi_{\mathbf{Y}}^q}[j] \cong \frac{2}{N} \sum_{n=0}^{N/2-1} y[n]y^2[n+j], \quad (4.48)$$

$$\hat{c}_{4,\Psi_{\mathbf{Y}}^q}[j] \cong \frac{2}{N} \sum_{n=0}^{N/2-1} y[n]y^3[n+j] - \frac{12}{N^2} \sum_{n=0}^{N/2-1} y[n]y[n+j] \sum_{n=0}^{N/2-1} y^2[n], \quad (4.49)$$

em que $j = 0, 1, \dots, N/2 - 1$, e $\hat{c}_{2,\Psi_{\mathbf{Y}}^q}[j]$, $\hat{c}_{3,\Psi_{\mathbf{Y}}^q}[j]$ e $\hat{c}_{4,\Psi_{\mathbf{Y}}^q}[j]$ são as aproximações

estocástica dos cumulantes de segunda, terceira e quarta ordens, respectivamente. Para cada vetor \mathbf{y}_q de N amostras, $N/2$ características são extraídas para cumulante. Em (RIBEIRO, 2007) é proposto uma nova formulação para estimativa dos cumulantes de ordem superior em que, para cada vetor com N amostras, N características são obtidas, conforme apresentado na sequência

$$\tilde{c}_{2, \Psi_{\mathbf{Y}}^q}[j] \cong \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N/2-1} y[n] y[\text{mod}(n+1, N)], \quad (4.50)$$

$$\tilde{c}_{3, \Psi_{\mathbf{Y}}^q}[j] \cong \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N/2-1} y[n] y^2[\text{mod}(n+1, N)], \quad (4.51)$$

$$\tilde{c}_{4, \Psi_{\mathbf{Y}}^q}[j] \cong \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} y[n] y^3[\text{mod}(n+1, N)] - \frac{3}{N^2} \sum_{n=0}^{N-1} y[n] y[\text{mod}(n+1, N)] \sum_{n=0}^{N-1} y^2[n], \quad (4.52)$$

em que a função *modulus* é definida por $\text{mod}(n+1, N) = (n+j) - \rho N, \forall n+j > N-1$.

4.6.1.2 Skewness

Skewness é uma estatística de ordem superior que mede a simetria da PDF do sinal monitorado. A *skewness* de uma série $\{y[n]\} \in \mathbb{R}$ é dada por

$$\gamma_{3, y} = \frac{E \{(y[n] - \mu_y)^3\}}{[E \{(y[n] - \mu_y)^2\}]^{3/2}}, \quad (4.53)$$

em que $E \{y[n]\} = \mu_y$.

Para $\gamma_{3, y} = 0$ a PDF do sinal monitorado é simétrica em relação à média μ_y . Para $\gamma_{3, y} < 0$ o lado esquerdo é mais alongado que o direito. Ao passo que para $\gamma_{3, y} > 0$ o lado direito é mais alongado. Essas propriedades da *skewness* podem ser exploradas para identificar mudanças de estados de ocupação de faixas do espectro.

4.6.1.3 Kurtosis

Kurtosis é uma estatística de ordem superior que compara a PDF do sinal monitorado em relação a uma gaussiana. A *kurtosis* de uma série $\{y[n]\} \in \mathbb{R}$ é dada pela seguinte

fórmula

$$k_{4,y} = \frac{E \{ (y[n] - \mu_y)^4 \}}{[E \{ (y[n] - \mu_y)^2 \}]^{1/2}}, \quad (4.54)$$

em que $E \{ y[n] \} = \mu_y$.

Para valores de $k_{4,y} = 0$, a PDF do sinal monitorado é a própria Gaussiana. Para valores de *kurtosis* $k_{4,y} < 0$, a PDF é subgaussiana ao passo que para $k_{4,y} > 0$ a distribuição é supergaussiana. Quanto menor o valor da *kurtosis* mais próximo da distribuição uniforme está o sinal o monitorado. Estas características da *kurtosis* podem ser utilizadas para classificação das faixas do espectro monitorado.

4.6.1.4 Energia

A energia do *quantum* é definida por

$$E_{\psi_{\mathbf{Y}}^q} = \sum_{n=0}^{N-1} |y[n]|^2, \quad (4.55)$$

em que $y[n]$ é o elemento da n -ésima linha do vetor \mathbf{y}_q formado pela concatenação das colunas do *quantum* $\Psi_{\mathbf{Y}}^q$. A energia será a principal característica a ser utilizada para detecção dos UPs no contexto CPLC.

4.6.2 Seleção de Características

Seleção de característica é o processo de escolha dentro do conjunto de característica extraídas do quantum do espectro aquelas mais relevantes para o processo de detecção. Contribuindo desta forma para redução da dimensionalidade do vetor de característica dado por

$$\mathbf{r}_q = \left[\tilde{c}_{2,\psi_{\mathbf{Y}}^q} \tilde{c}_{3,\psi_{\mathbf{Y}}^q} \tilde{c}_{4,\psi_{\mathbf{Y}}^q} \gamma_{3,y} k_{4,y} E_{\psi_{\mathbf{Y}}^q} \right]^T. \quad (4.56)$$

Assumindo que cada características de um *quantum* é obtida de um somatório de variáveis aleatórias, pode-se modelar \mathbf{r}_q como um vetor de variáveis aleatórias independentes, com distribuição Gaussiana. Desta forma, para os dois estados do *quantum*, as seguintes PDFs podem ser modeladas

$$f_{\mathbf{r}_q|\mathcal{H}_0}(\boldsymbol{\alpha}) = \mathcal{N}(E\{\mathbf{r}_q | \mathcal{H}_0\}, \mathbf{K}_{\mathbf{r}_q}), \quad (4.57)$$

$$f_{\mathbf{r}_q|\mathcal{H}_1}(\boldsymbol{\alpha}) = \mathcal{N}(E\{\mathbf{r}_q | \mathcal{H}_1\}, \mathbf{K}_{\mathbf{r}_q}), \quad (4.58)$$

em que $\mathbf{K}_{\mathbf{r}_q}$ é a matriz de autocovariância de \mathbf{r}_q , cuja diagonal é formada pelo vetor $[\sigma_1^2, \dots, \sigma_{L_f}^2]$.

Baseado nesta hipótese, um dos métodos mais empregados para seleção de características é a razão discriminante de Fisher (*Fisher Determinant Ratio* - FDR) (THEODORIDIS; KOUTROUMBAS, 2009) dada por

$$\mathbf{j}_c = (E\{\mathbf{r}_q | \mathcal{H}_0\} - E\{\mathbf{r}_q | \mathcal{H}_1\}) \odot \left[\frac{1}{2\sigma_1^2}, \dots, \frac{1}{2\sigma_{L_f}^2} \right], \quad (4.59)$$

na qual $\mathbf{j}_c = [J_1 \ J_2 \ \dots \ J_{L_f}]^T$ e L_f é o número total de características.

Assim sendo, os elementos do vetor \mathbf{j}_c com maiores valores indicam as características que formarão o vetor \mathbf{g}_q de característica com dimensionalidade reduzida, conforme formulado abaixo:

$$\mathbf{g}_q = S_{\max_{\mathbf{j}_c}}^\rho \{\mathbf{r}_q\}, \quad (4.60)$$

em que $S_{\max_{\mathbf{j}_c}}^\rho \{\cdot\}$ representa a operação de seleção das $\rho < L_f$ características associadas aos ρ maiores valores do vetor \mathbf{j}_c (FDR).

4.6.3 Cooperação Cabo e Antena

Para explorar a diversidade dos meios de propagação dos sinais, ar e cabo de energia elétrica, deve-se empregar concomitantemente na mesma localidade os sensores antena e acoplador PLC, respectivamente. Desta forma, utilizando a formulação para monitoramento do espectro apresentada anteriormente, defini-se o vetor de características $\mathbf{f}_a \triangleq \mathbf{g}_q$, quando o sensor empregado é a antena. Paralelamente, defini-se o vetor de características $\mathbf{f}_c \triangleq \mathbf{g}_q$, quando o sensor utilizado é o acoplador PLC. Desta forma, para explorar a diversidade dos dois meios, ar e cabo de energia elétrica, os dois vetores de características podem ser combinados da seguinte forma:

$$\mathbf{f}_{ca} \triangleq \begin{bmatrix} \mathbf{f}_a \\ \mathbf{f}_c \end{bmatrix}, \quad (4.61)$$

em que \mathbf{f}_{ca} é vetor de características extraídas dos *quanta* obtidos do monitoramento pela antena e pelo acoplador PLC, concomitantemente.

Desta forma, o vetor de características selecionadas, \mathbf{f}_q , utilizadas na classificação do q -ésimo *quantum* em ocupado ou desocupado por UPs, é modelado da seguinte forma:

$$\mathbf{f}_q = \begin{cases} \mathbf{f}_a, & \text{antena,} \\ \mathbf{f}_c, & \text{acoplador,} \\ \mathbf{f}_{ca}, & \text{antena e acoplador,} \end{cases} \quad (4.62)$$

em que $\mathbf{f}_q = \mathbf{f}_a$ quando utiliza-se somente a antena como elemento sensor, $\mathbf{f}_q = \mathbf{f}_c$ quando o monitoramento é realizado empregando somente o acoplador PLC como elemento sensor e, por fim, $\mathbf{f}_q = \mathbf{f}_{ca}$ quando é explorado a diversidade dos dois meios de propagação, ar e cabo de energia elétrica, utilizando as características extraídas dos *quanta* de monitoramento obtidos pelos sensores antena e acoplador PLC.

4.6.4 Detecção

A detecção ou classificação dos *quanta* é a última etapa do ciclo cognitivo do sistema CPLC. Para cada conjunto de características extraídas do *quantum*, representada pelo vetor \mathbf{f}_q com dimensionalidade reduzida, utiliza-se uma técnica de classificação para determinar se o *quantum* analisado está ocupado ou não, sendo estes dois estados representados por \mathcal{H}_1 e \mathcal{H}_0 , respectivamente.

Na presente tese utilizou-se duas técnicas estatísticas para classificação dos *quanta*. A primeira técnica investigada foi o detector de Bayes, largamente utilizada em reconhecimento de padrão, sendo a solução ótima no sentido de minimizar a probabilidade de erro de detecção quando se conhece a distribuição de probabilidade dos dados analisados (THEODORIDIS; KOUTROUMBAS, 2009).

Uma segunda técnica para detecção do estado dos *quanta*, estudada na presente tese, foi a rede neural *perceptron* multicamadas (MLP em Inglês) (HAYKIN, 2001b). Esta classe de rede neural foi escolhida dada sua capacidade em separar regiões com delimitação complexa, pode ser aplicada sem o conhecimento da estatística dos dados analisados e apresenta bom desempenho, mesmo para distribuição não Gaussiana.

4.6.4.1 Detector de Bayes

Esta técnica de detecção utiliza o teorema de Bayes e a PDF dos dados para obter uma expressão analítica com a qual se determina com a máxima verossimilhança a qual estado, \mathcal{H}_1 ou \mathcal{H}_0 , o vetor \mathbf{f}_q , com dimensionalidade reduzida a ρ amostras, mais se aproxima.

Para explicitar a probabilidade condicional a *posteriori*, $P(\mathcal{H}_i | \mathbf{f}_q)$ do vetor \mathbf{f}_q , em função das probabilidades a *priori* dos estados, $P(\mathcal{H}_0)$ e $P(\mathcal{H}_1)$, utiliza-se do teorema de Bayes, dado por:

$$P(\mathcal{H}_j | \mathbf{f}_q) = \frac{p(\mathbf{f}_q | \mathcal{H}_j) P(\mathcal{H}_j)}{p(\mathbf{f}_q)}, \quad (4.63)$$

em que $p(\mathbf{f}_q)$ é a PDF conjunta do vetor de características \mathbf{f}_q , obtida pela marginal dada por:

$$p(\mathbf{f}_q) = \sum_{j=0}^1 p(\mathbf{f}_q | \mathcal{H}_j) P(\mathcal{H}_j). \quad (4.64)$$

Desta forma, a regra para classificação dos *quanta* nos estados \mathcal{H}_1 ou \mathcal{H}_0 é formulada da seguinte forma:

$$\begin{aligned} p(\mathbf{f}_q | \mathcal{H}_0) P(\mathcal{H}_0) &> p(\mathbf{f}_q | \mathcal{H}_1) P(\mathcal{H}_1), \quad \mathbf{f}_q \rightarrow \mathcal{H}_0 \\ p(\mathbf{f}_q | \mathcal{H}_1) P(\mathcal{H}_1) &> p(\mathbf{f}_q | \mathcal{H}_0) P(\mathcal{H}_0), \quad \mathbf{f}_q \rightarrow \mathcal{H}_1 \end{aligned} \quad (4.65)$$

Para o caso em que as ocorrências das classes \mathcal{H}_1 ou \mathcal{H}_0 são equiprováveis, a regra de decisão pode ser reescrita da seguinte forma:

$$p(\mathbf{f}_q | \mathcal{H}_0) \leq p(\mathbf{f}_q | \mathcal{H}_1). \quad (4.66)$$

Conforme formulado em (THEODORIDIS; KOUTROUMBAS, 2009), considerando a PDF conjunta do vetor \mathbf{f}_q como Gaussiana, a PDF condicional é dada pela seguinte expressão:

$$p(\mathbf{f}_d | \mathcal{H}_j) = \frac{1}{(2\pi)^{\rho/2} |\Phi_{\mathcal{H}_j}|^{1/2}} e^{-\frac{1}{2}(\mathbf{f}_d - \mathbf{u}_{\mathcal{H}_j})^T \Phi_{\mathcal{H}_j}^{-1} (\mathbf{f}_d - \mathbf{u}_{\mathcal{H}_j})}, \quad (4.67)$$

em que $|\Phi_{\mathcal{H}_j}|$ é o determinante da matriz de autocovariância, expressa por

$$\Phi_{\mathcal{H}_j} = E \left\{ (\mathbf{f}_d - E\{\mathbf{f}_d | \mathcal{H}_j\}) (\mathbf{f}_d - E\{\mathbf{f}_d | \mathcal{H}_j\})^\dagger \right\}. \quad (4.68)$$

Sem perda de generalidade, considerando uma única característica para classificação,

i.e. $\mathbf{f}_q = [f]$, cuja estatística é Gaussiana, verifica-se que as PDFs condicionais em função dos estados \mathcal{H}_1 ou \mathcal{H}_0 são representadas graficamente conforme a Fig. 78.

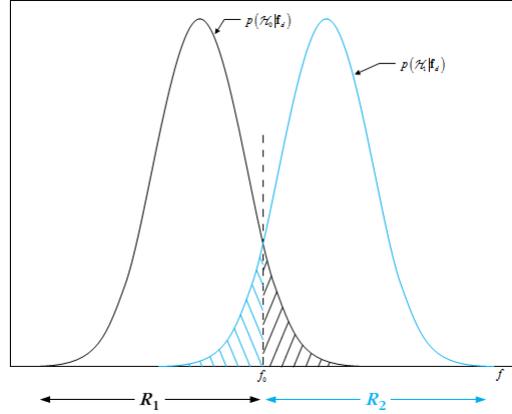


Figura 78: Exemplo de classificação usando Bayes para considerando-se uma única característica ($\mathbf{f}_d = [f]$) e duas classes equiprováveis, (THEODORIDIS; KOUTROUMBAS, 2009).

Dada as duas regiões, R_1 e R_2 , representadas na Fig. 78, pode-se calcular a probabilidade de erro na detecção, conforme formulado na sequência:

$$P_F = \int_{f_0}^{\infty} p(\mathbf{f}_q | \mathcal{H}_0) df + \int_{-\infty}^{f_0} p(\mathbf{f}_q | \mathcal{H}_1) df. \quad (4.69)$$

4.6.4.2 Rede Neural Multi-Layer Perceptron (MLPNN)

Uma rede neural multicamadas baseada no algoritmo *perceptron* (MLPNN em Inglês) foi empregada na presente tese para detecção dos UPs. Conforme apresentado em (RIBEIRO, 2005), a formulação em espaço de estados da rede neural com uma camada oculta é dada por

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_q &= \mathbf{A}_{in}^T \begin{bmatrix} \mathbf{f}_q \\ 1 \end{bmatrix}, \\ \mathbf{y} &= \mathbf{B}_{out}^T \begin{bmatrix} \tanh(\mathbf{u}_q) \\ 1 \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (4.70)$$

em que \mathbf{f}_q é o vetor de características associadas ao q -ésimo *quantum*, obtido do procedimento apresentado na equação (4.62); $\mathbf{u}_q = [u_0 \ u_1 \ \cdots \ u_{L_N-1}]$ é o domínio da função de ativação; L_N é o número de neurônios na camada oculta da rede; $\mathbf{A}_{in} \in \mathbb{R}^{\rho+1 \times L_N}$ é a

matriz de pesos sinápticos entre a entrada da rede e a camada oculta; e $\mathbf{B}_{out} \in \mathbb{R}^{L_N+1 \times 1}$ é a matriz de pesos sinápticos entre a camada oculta e a saída da rede neural. Os valores ótimos no sentido de minimizar o erro quadrático médio na detecção para obtenção das matrizes de pesos sinápticos são baseados no algoritmo perceptron. Neste sentido, o procedimento proposto em (RIBEIRO, 2005) foi utilizado para treinamento da rede neural.

4.7 Resultados

O sistema CPLC proposto na presente tese foi avaliado em termos das taxas de detecção (P_D) dos *quanta* desocupados, ou seja, dos buracos no espectro, assim como das taxas de falso alarme (P_F). Utilizando para tal sinais sintéticos e sinais reais, sendo os dados reais obtidos por medição em campo utilizando uma antena e um acoplador PLC como elementos sensores.

Embora o sistema CPLC proposto na presente tese seja baseado no trabalho desenvolvido em (AMADO, 2012), a técnica de monitoramento proposta na presente tese apresenta uma série de inovações que a torna diferente daquela apresentada em (AMADO, 2012), sendo as principais diferenças arroladas na sequência:

- Utilização da análise TF para monitoramento espectral, ao passo que a técnica apresentada em (AMADO, 2012) aplica a detecção numa única realização do processo, ou seja, uma única janela do sinal no tempo é mapeada na frequência para detecção dos sinais primários;
- Monitoração de uma região no plano tempo-frequência, ao passo que em (AMADO, 2012) são monitorados apenas um conjunto de amostras sobre a eixo da frequência;
- Para análise TF foram propostas técnicas inéditas tal como a HMTM;
- Os sinais obtidos utilizando os sensores antena e acoplador PLC foram empregados conjuntamente para detecção de UPs, explorando a diversidade dos dois meios de propagação, ar e antena, para detecção dos sinais presentes no ambiente.

A faixa de frequência considerada no monitoramento do CPLC está entre 1,7 a 100 MHz. Observa-se que os UPs nessa faixa de frequência são sinais estacionários, sobretudo os sinais na faixa de frequência entre 88 e 100 MHz, onde se concentram os sinais de radiodifusão com modulação FM, gerados pelas emissoras de rádios. Em função da

estacionaridade dos sinais nas faixas monitoradas, utilizou-se somente as técnicas de mapeamento TF lineares, baseadas nas transformadas DFT, DHT, MCLT, MTM e HMTM discutidas no capítulo 2.

As técnicas de monitoramento avaliadas são formadas pela associação dos detectores baseados em Bayes e na rede neural perceptron com múltiplas camadas, apresentados na seção 4.6.4, com as técnicas de mapeamento TF lineares apresentadas na seção 3.5, do capítulo 3, gerando o seguinte conjunto de técnicas de monitoramento:

- BAYES-DFT: refere-se ao uso do detector de Bayes, discutido na seção 4.6.4.1, associado ao mapeamento TF baseado na DFT, formulado na seção 3.5.2, equação (3.65);
- BAYES-DHT: refere-se ao uso do detector de Bayes, discutido na seção 4.6.4.1, associado ao mapeamento TF baseado na DHT, formulado na seção 3.5.2, equação (3.67);
- BAYES-MCLT: refere-se ao uso do detector de Bayes, discutido na seção 4.6.4.1, associado ao mapeamento TF baseado na MCLT, formulado na seção 3.5.2, equação (3.69);
- BAYES-MTM: refere-se ao uso do detector de Bayes, discutido na seção 4.6.4.1, associado ao mapeamento TF baseado no MTM, formulado na seção 3.5.2, equação (3.71);
- BAYES-HMTM: refere-se ao uso do detector de Bayes, discutido na seção 4.6.4.1, associado ao mapeamento TF baseado no HMTM, formulado na seção 3.5.2, equação (3.72);
- RNA-DFT: refere-se ao uso do detector baseado na rede neural artificial, discutida na seção 4.6.4.2, associada ao mapeamento TF baseado na DFT, formulado na seção 3.5.2, equação (3.65);
- RNA-DHT: refere-se ao uso do detector baseado na rede neural artificial, discutida na seção 4.6.4.2, associada ao mapeamento TF baseado na DHT, formulado na seção 3.5.2, equação (3.67);
- RNA-MCLT: refere-se ao uso do detector baseado na rede neural artificial, discutida na seção 4.6.4.2, associada ao mapeamento TF baseado na MCLT, formulado na seção 3.5.2, equação (3.69);

- RNA-MTM: refere-se ao uso do detector baseado na rede neural artificial, discutida na seção 4.6.4.2, associada ao mapeamento TF baseado no MTM, formulado na seção 3.5.2, equação (3.71);
- RNA-HMTM: refere-se ao uso do detector baseado na rede neural artificial, discutida na seção 4.6.4.2, associada ao mapeamento TF baseado no HMTM, formulado na seção 3.5.2, equação (3.72).

4.7.1 Dados Sintéticos

Os sinais sintéticos foram gerados em Matlab, simulando a transmissão de sinais modulados em FM e OFDM (*Orthogonal Frequency Division Multiplexing*) através de canais com ruído aditivo branco e Gaussiano (AWGN da sigla em Inglês⁸), operando na faixa de 1,7 até 100 MHz com taxa de amostragem $f_s = 200$ MHz. O espectrograma do sinal sintético gerado para uma SNR de 15 dB é apresentado na Fig. 79.

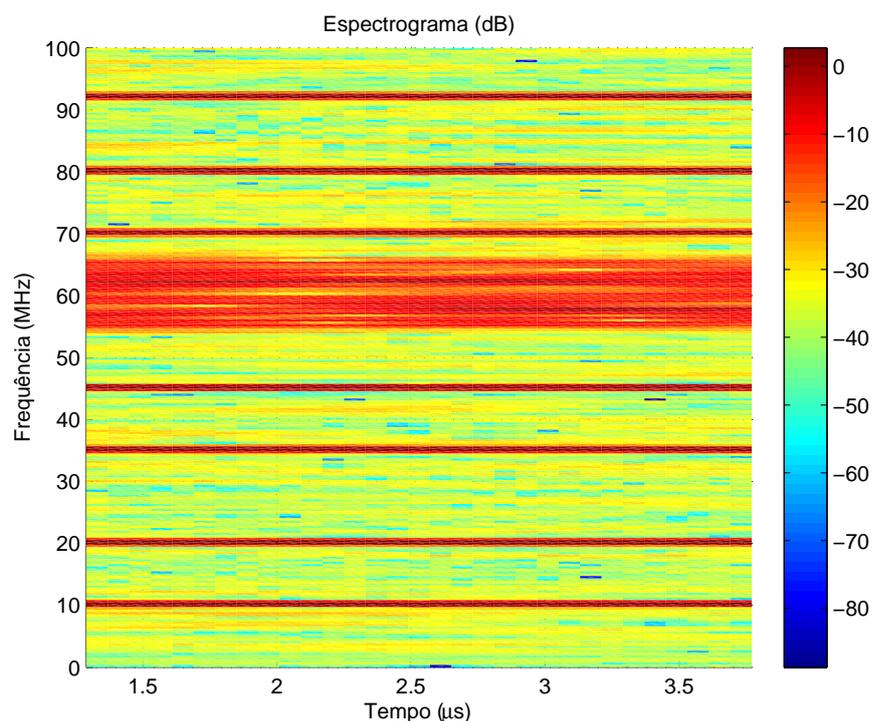


Figura 79: Espectrograma do sinal obtido com a DFT de 512 amostras.

Analisando o espectrograma apresentado na Fig. 79, verifica-se na frequência de 60 MHz o sinal OFDM, cujo as especificações são: largura de banda de 10 MHz, modulação em banda base 16–QAM, símbolo OFDM com 1024 amostras e o prefixo cíclico com 128

⁸Additive White Gaussian Noise.

amostras. Ao passo que nas portadoras 10, 20, 35, 45, 70, 80 e 92 MHz, encontram-se os sinais modulados em FM, com faixa de frequência de 10 kHz, 15 kHz, 50 kHz, 10 kHz, 20 kHz, 30 kHz e 40 kHz, respectivamente.

Variando a SNR do sinal sintético apresentado na Fig. 79, o CPLC proposto na presente tese foi avaliada para os seguintes formatos dos *quanta*:

$$N_T \times N_F \in \{1 \times 4; 4 \times 4; 8 \times 4\}. \quad (4.71)$$

O desempenho do CPLC foi avaliado em termos da taxa de detecção P_D e pela taxa de falso alarme P_F , sendo os resultados apresentados nas Figs. de 81 a 86. Para a fase de treinamento e avaliação dos detectores, foram empregados vetores de características com 2000 amostras, sendo 1000 amostras utilizadas para treinamento dos detectores e outras 1000 amostras utilizadas para testes de desempenho.

Posto que os sinais gerados sinteticamente são modelados como processos Gaussianos, verificou-se que as estatísticas de ordem elevada não são significativas para classificação dos *quanta*. Desta forma, utilizou-se somente a energia dos *quanta* como características para detecção, dado que dentre todas as características, a energia foi aquela que demonstrou a melhor separabilidade entre as os *quanta* com e sem sinal primário, tal como verifica-se na Fig. 80.

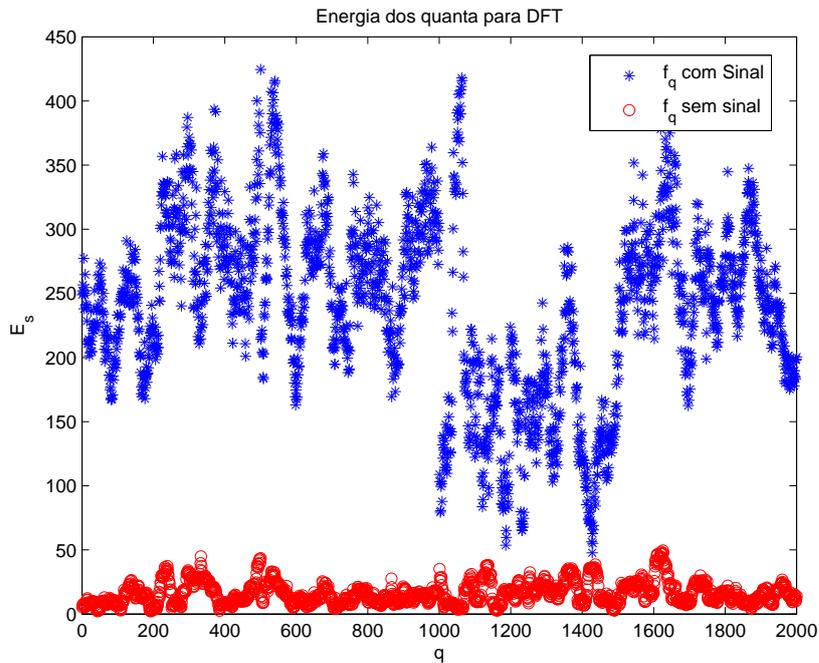


Figura 80: Energia dos *quanta* (4×4) utilizando a DFT e $SNR = 20$ dB.

As Figs. de 81 a 86 apresentam uma comparação de desempenho das técnicas de monitoramento em termos de P_D e P_F para todas as combinações de *quanta* analisados, equação (4.71), e os dois detectores, Bayes e RNA.

Para os *quanta* de ordem 4×4 e 4×8 , o desempenho de todas as técnicas avaliadas atinge 100% de taxa de detecção (P_D) e 0% de taxa de falso alarme (P_F) para as SNRs acima de 0 dB, o que não ocorre para os cenários em que o *quantum* é de ordem 1×4 .

Nota-se ainda que, à medida que a ordem dos *quanta* aumenta, as curvas de desempenho das diversas técnicas de mapeamento TF analisadas convergem para valores muito próximos na faixa de SNR avaliada.

Para o cenário considerado, a combinação de técnicas para monitoramento com melhor resultado é formada pelo detector baseado em rede neural, *quanta* de ordem 8×4 e mapeamento TF baseado na técnica HMTM, tal como apresentado na Fig. 86.

Analisando comparativamente os pares de figuras 81 e 82, 83 e 84, 85 e 86, pode-se fazer uma avaliação dos detectores, Bayes e rede neural. Verifica-se que, no geral, o detector baseado na rede neural apresenta resultado superior ao detector de Bayes, sobretudo em termos da P_D para SNRs abaixo de 0 dB. Por outro lado, em termos de P_F , o detector de Bayes apresenta desempenho superior à rede neural para SNRs abaixo de 0 dB.

As Figs. 87 a 96 apresentam uma comparação dos *quanta* de monitoração em termos das taxas de detecção (P_D) e taxa de falso alarme (P_F) para classificação dos buracos do espectro, considerando para tal a combinação de cada uma das cinco técnicas de mapeamento TF (DFT, DHT, MCLT, MTM e HMTM) com os dois detectores (Bayes e rede neural). Para as técnicas de mapeamento TF baseadas nas transformadas DFT, MCLT e MTM, a ordem do *quantum* não influencia consideravelmente a taxa de detecção e falso alarme, conforme verifica-se nas Figs. 87, 88, 91, 92, 93 e 94. Por outro lado, analisando as técnicas de mapeamento TF baseadas nas transformadas DHT e HMTM, sendo esta última propostas na presente tese, nota-se que o *quantum* de ordem 8×4 apresenta desempenho superior aos demais, tal qual apresentado nas Figs. 89, 90, 95 e 96.

Comparando o formato dos *quanta* para os dois detectores, rede neural e Bayes, verifica-se que a taxa de detecção (P_D) é superior para a rede neural. Em contrapartida, a taxa de falso alarme (P_F) é mais baixa para o detector de Bayes, principalmente para SNRs abaixo de 0 dB.

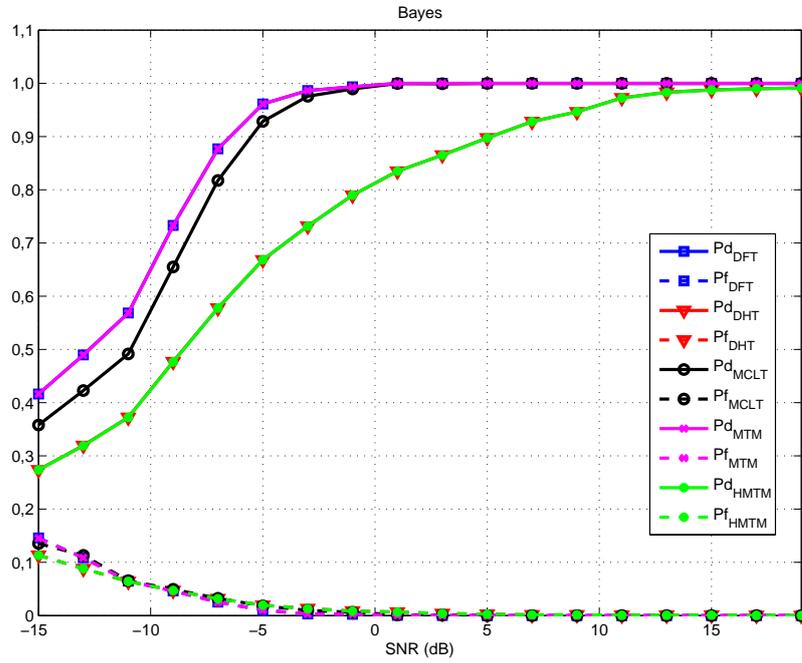


Figura 81: P_D e P_F utilizando Bayes e *quanta* de ordem 1×4 .

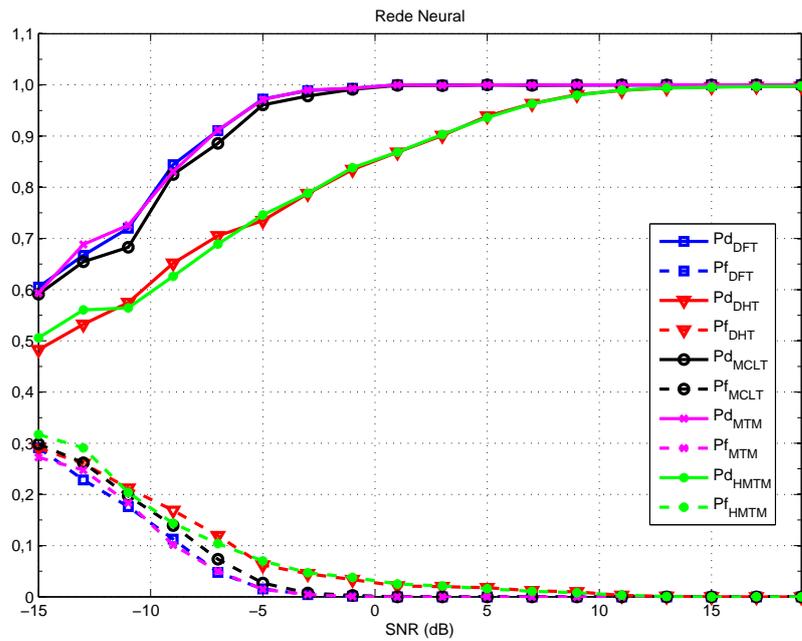


Figura 82: P_D e P_F utilizando rede neural e *quanta* de ordem 1×4 .

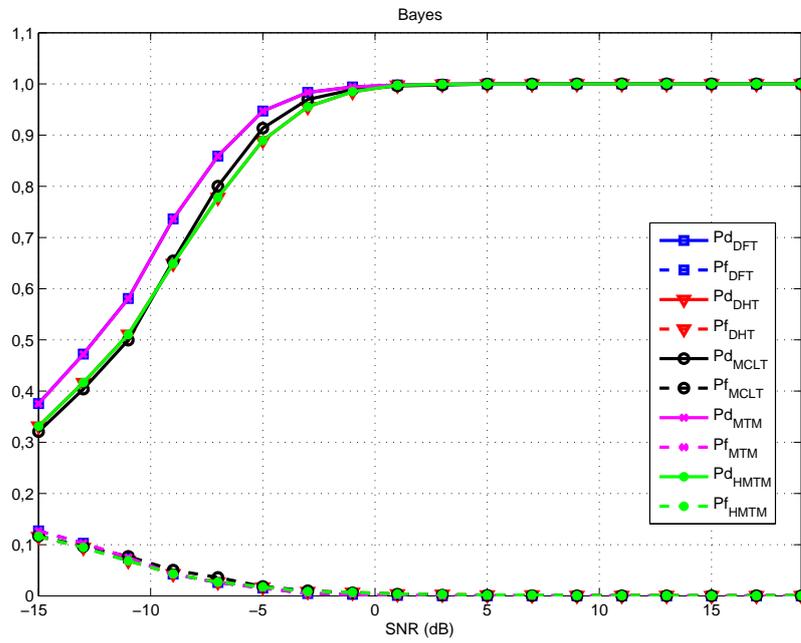


Figura 83: P_D e P_F utilizando Bayes e *quanta* de ordem 4×4 .

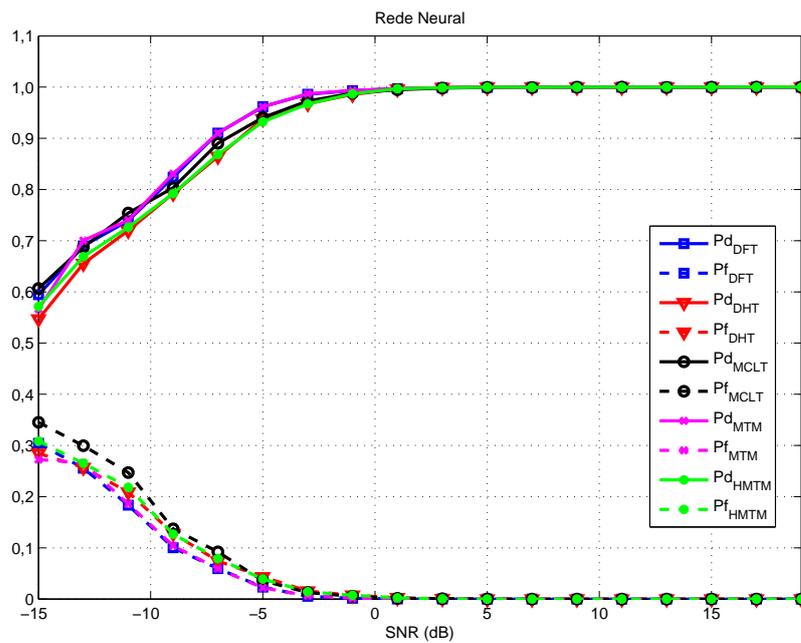


Figura 84: P_D e P_F utilizando rede neural e *quanta* de ordem 4×4 .

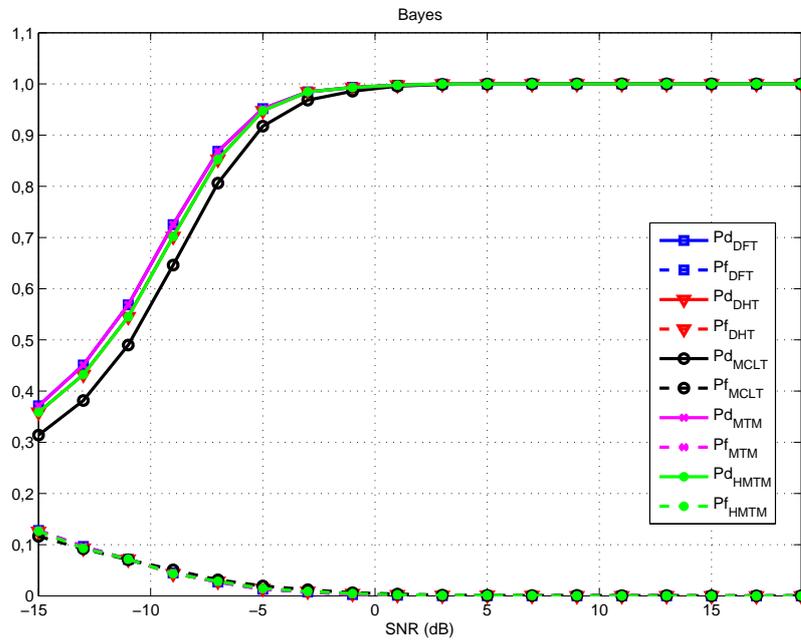


Figura 85: P_D e P_F utilizando Bayes e *quanta* de ordem 8×4 .

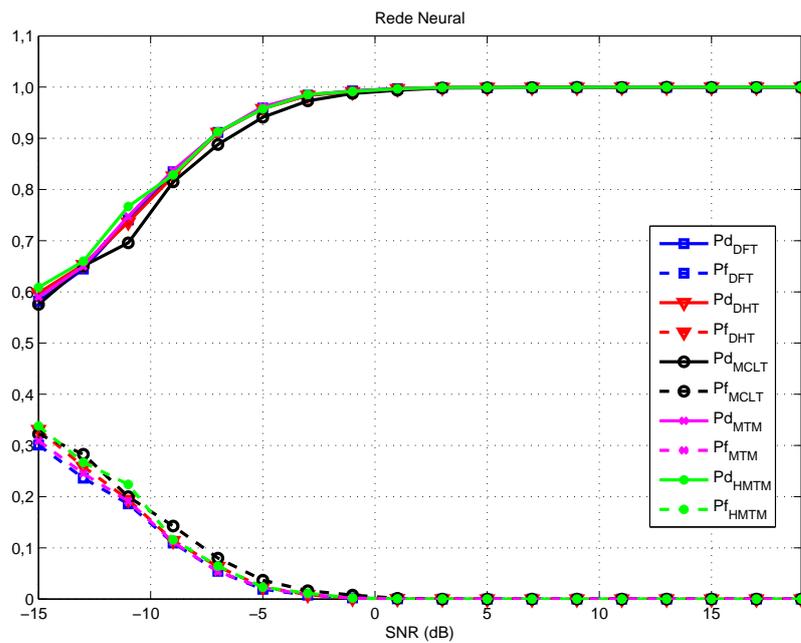


Figura 86: P_D e P_F utilizando rede neural e *quanta* de ordem 8×4 .

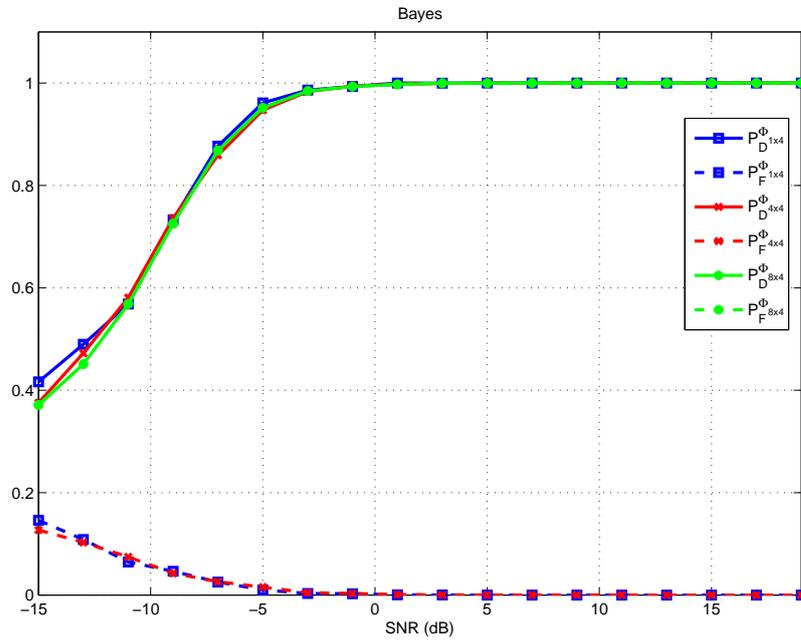


Figura 87: Comparação dos *quanta* em função de P_D e P_F para DFT.

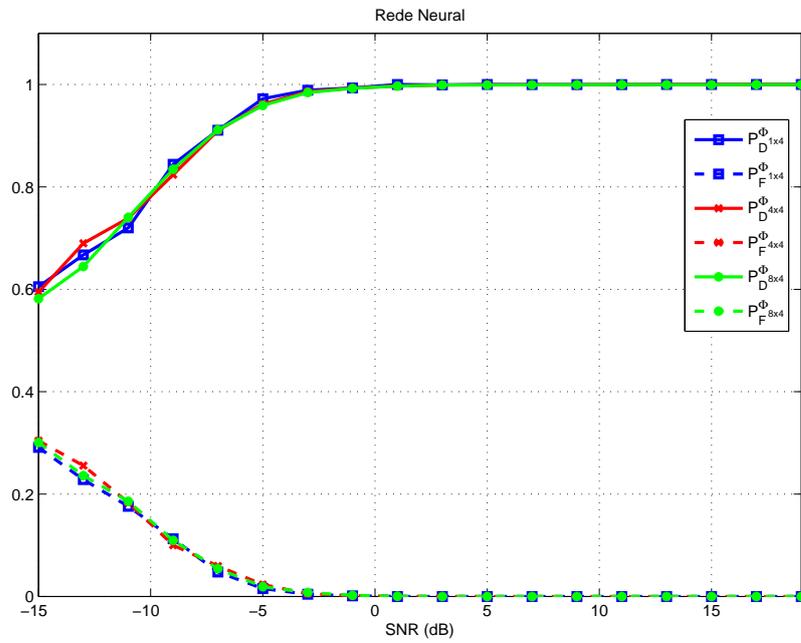


Figura 88: Comparação dos *quanta* em função de P_D e P_F para DFT.

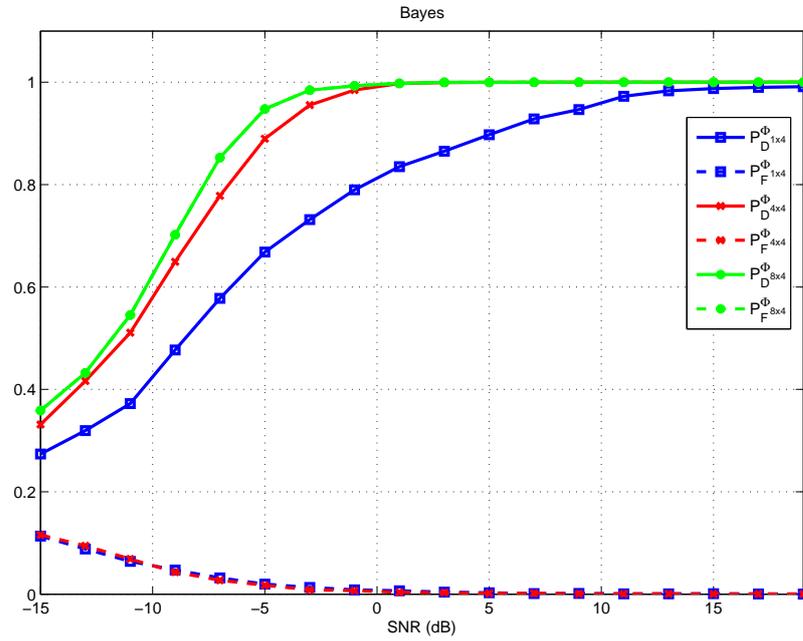


Figura 89: Comparação dos *quanta* em função de P_D e P_F para DHT.

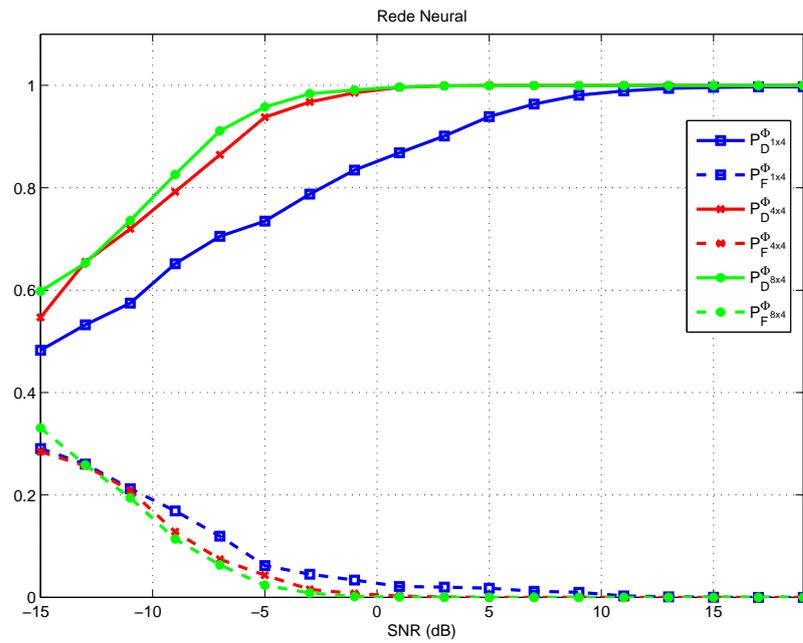


Figura 90: Comparação dos *quanta* em função de P_D e P_F para DHT.

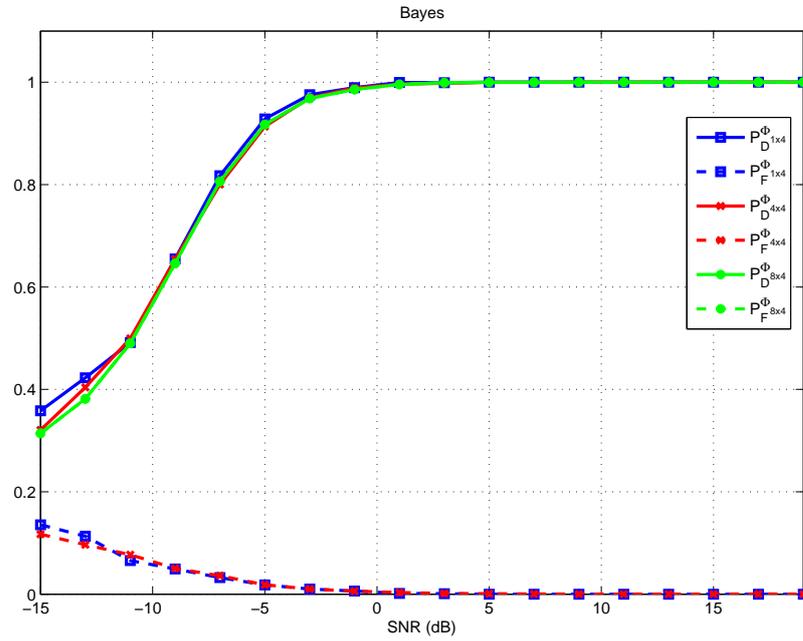


Figura 91: Comparação dos *quanta* em função de P_D e P_F para MCLT.

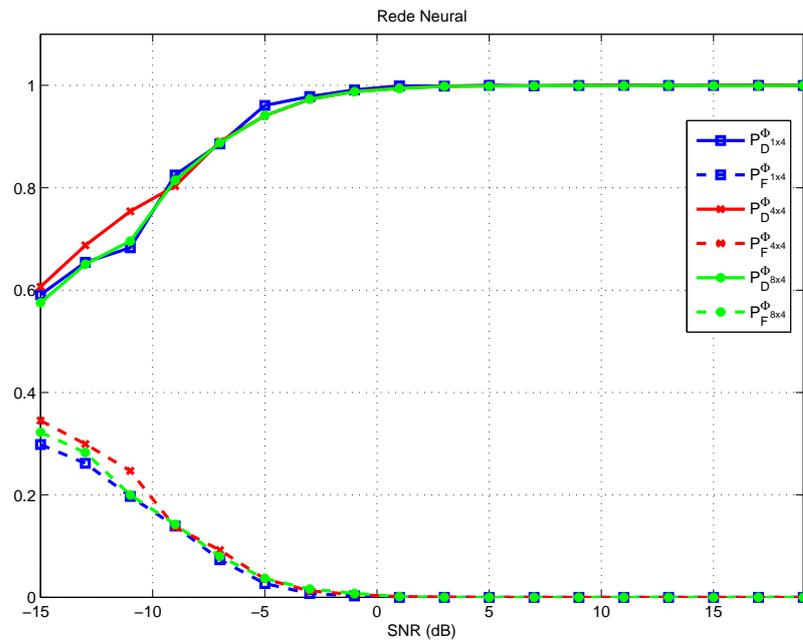


Figura 92: Comparação dos *quanta* em função de P_D e P_F para MCLT.

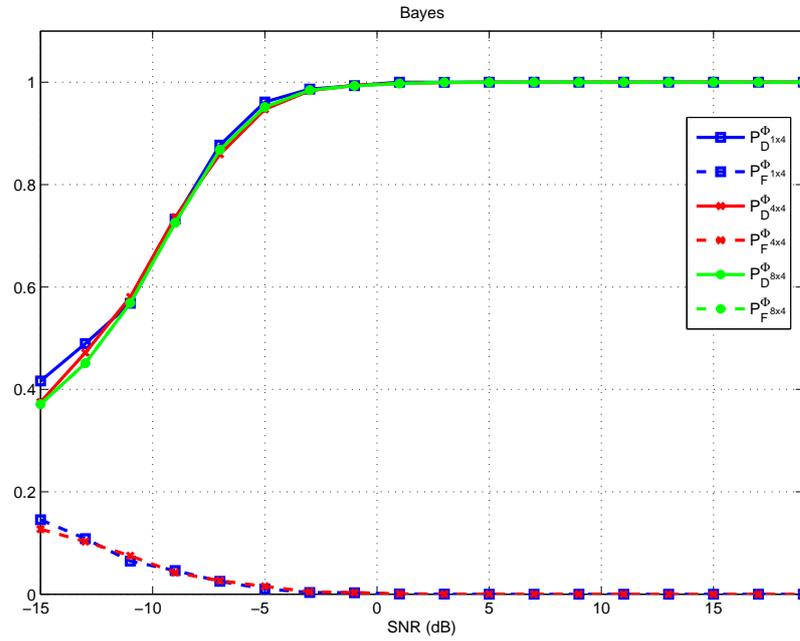


Figura 93: Comparação dos *quanta* em função de P_D e P_F para MTM.

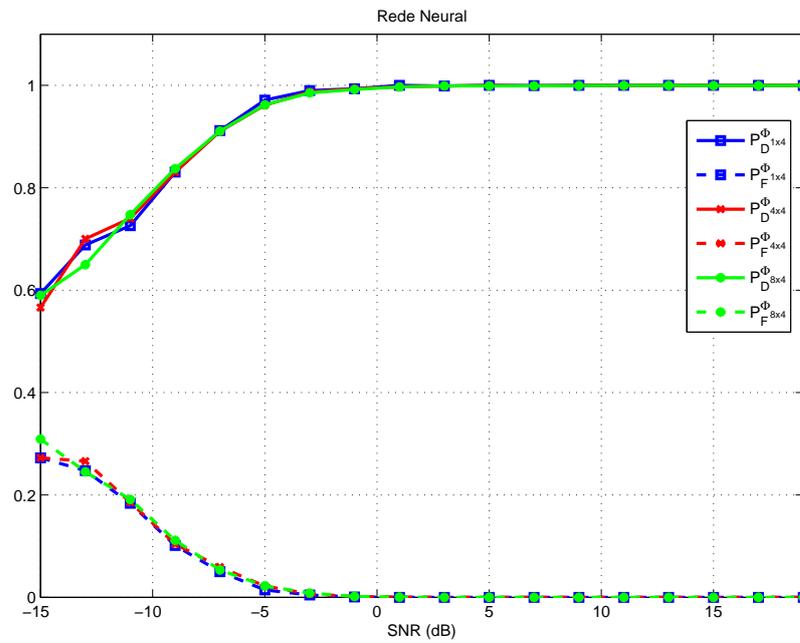


Figura 94: Comparação dos *quanta* em função de P_D e P_F para MTM.

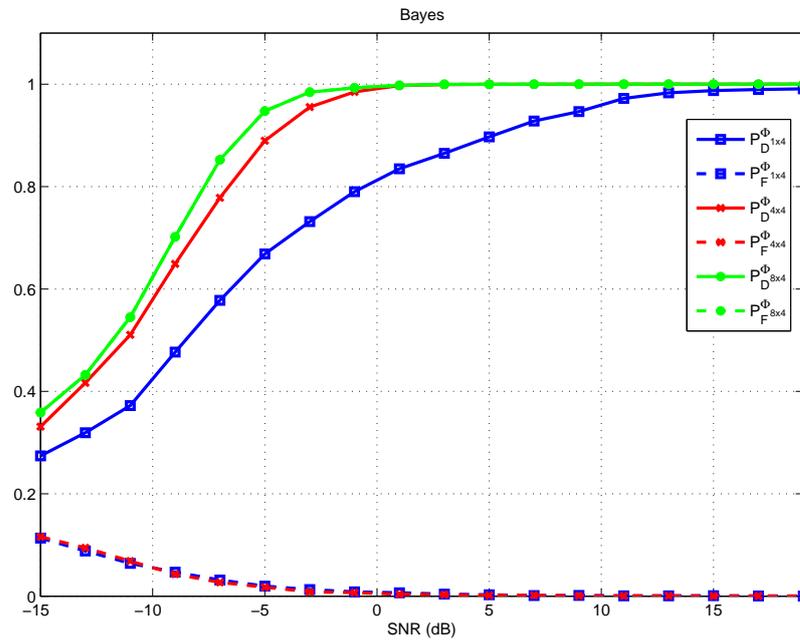


Figura 95: Comparação dos *quanta* em função de P_D e P_F para HMTM.

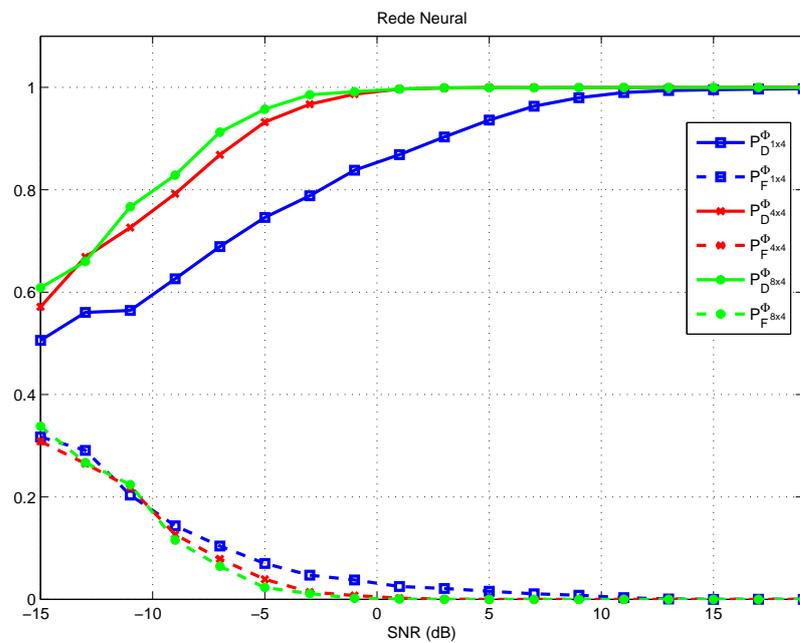


Figura 96: Comparação dos *quanta* em função de P_D e P_F para HMTM.

4.7.2 Dados de Medição

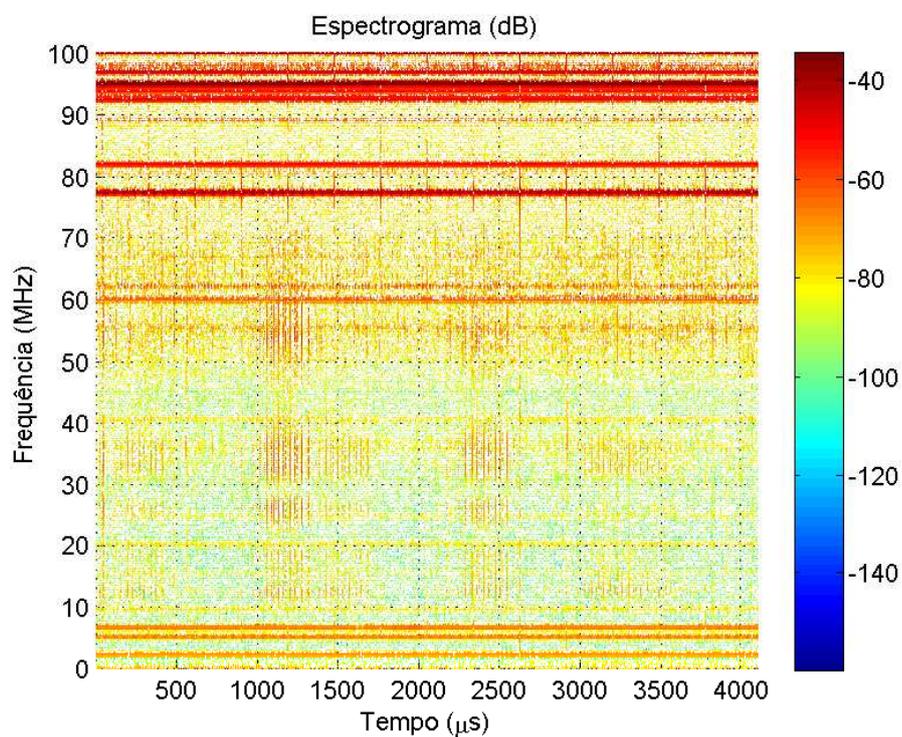
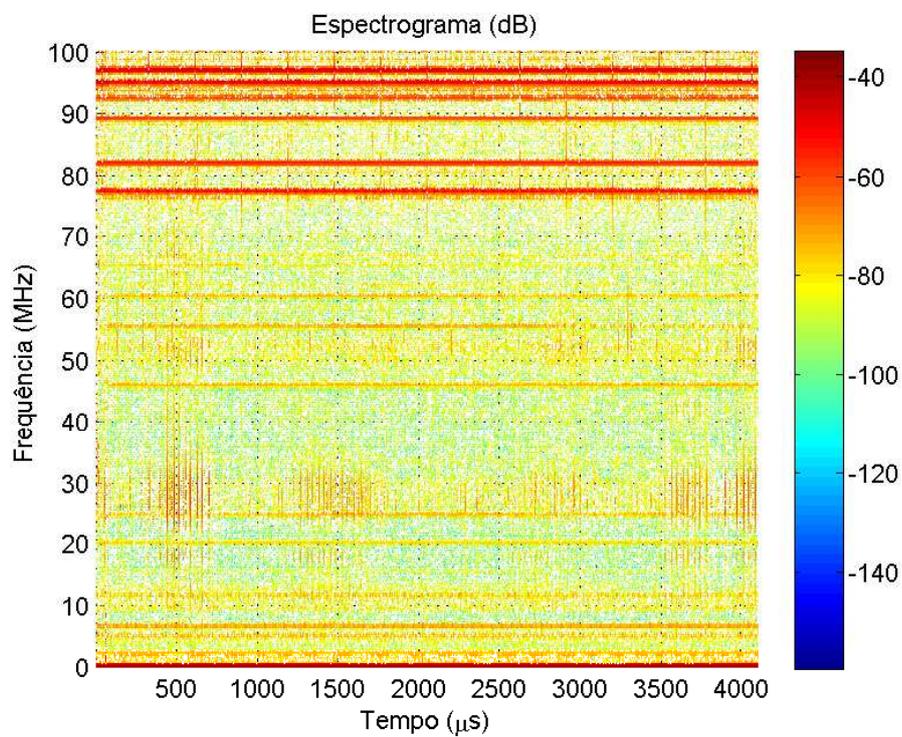
As técnicas de monitoramento espectral proposta na presente tese foram avaliadas com sinais reais, obtidos através de medições do espectro na faixa entre 1,7 e 100 MHz, efetuadas na cidade de Juiz de Fora como parte da dissertação de mestrado (AMADO, 2011). As Figs. 97 e 98 representam o espectrograma dos sinais captados utilizando uma antena omnidirecional nas localidades A e B da cidade de Juiz de Fora, respectivamente. Ao passo que as Fig. 99 e 100 representam o espectrograma dos sinais captados pelo cabo de energia elétrica nas localidades A e B , no mesmo instante de tempo em que os sinais foram aquisitados pela antena. Os sinais foram digitalizados a uma taxa de amostragem de 200 MHz utilizando o computador industrial *Gager Razor CompuScope* com conversores analógico-digital de 14bits. Utilizou-se os dados medidos em duas localidades distintas para demonstrar que, para uma mesma cidade, onde em geral os transmissores FMs estão localizados próximos uns aos outros, o conteúdo espectral dos sinais captados tanto pela antena quanto pelo cabo de energia elétrica, podem ser diferentes de um bairro para outro em função dos obstáculos e desvanecimento introduzidos pelo meio no qual o sinal de rádio frequência propaga.

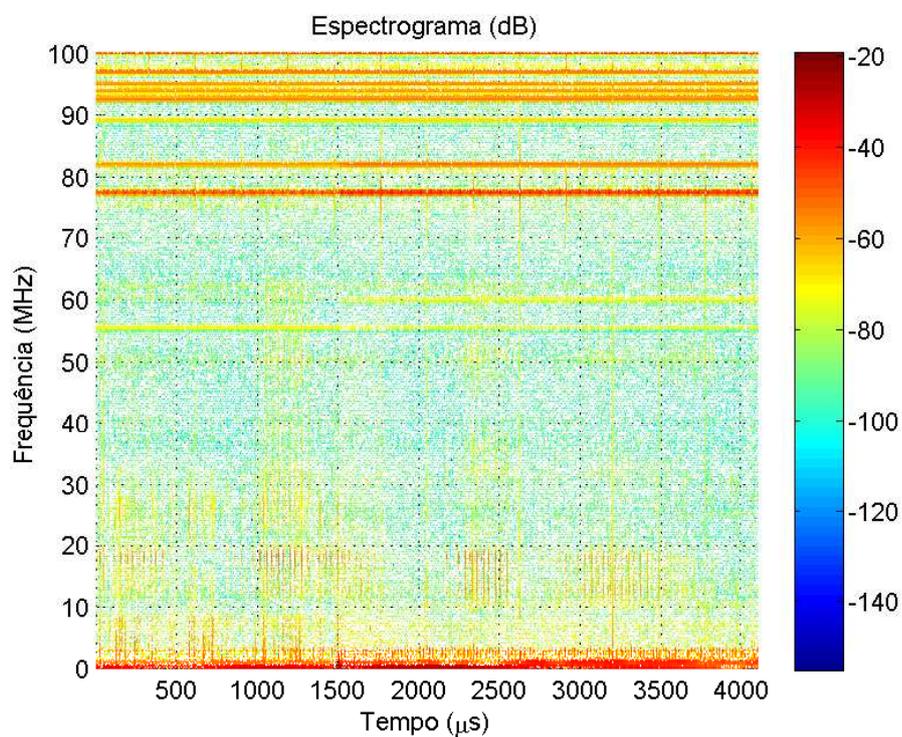
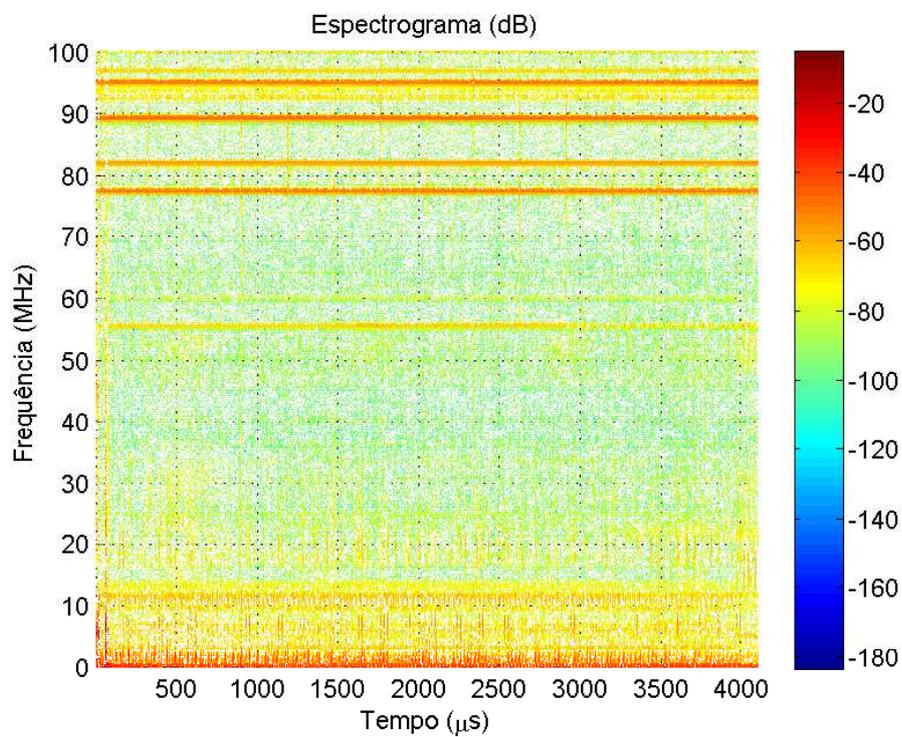
Para avaliar CPLC utilizando dados de medição, foram utilizadas as mesmas técnicas de mapeamento TF e detecção utilizadas na simulação em que sinais sintéticos foram empregados (seção 4.7.1). Para as técnicas de mapeamento TF foram empregadas transformadas com $N = 128$ amostras no tempo e na frequência, com as seguintes dimensões dos *quanta*: $N_T \times N_F \in \{1 \times 4; 4 \times 4; 8 \times 4; 1 \times 8; 4 \times 8; 8 \times 8\}$.

Assim como realizado no contexto dos sinais sintéticos, foi utilizado somente a energia de cada *quantum* como características para detecção, posto que as demais características estudadas, quando comparadas à energia, não apresentaram valores significativos de FDR (4.59).

Conforme se verifica analisando os espectrogramas (Fig. 97 e Fig. 98), grande parte dos sinais estão na faixa destinadas às rádios FM.

Para cada localidade, A e B , e cada elemento sensor, antena e cabo de energia, foram utilizados os bancos de dados com 2000 vetores de *quanta*, a partir dos quais foram extraídos a energia e posteriormente empregados na detecção, sendo que 1000 amostras utilizadas no treinamentos dos detectores RNA e Bayes e as outras 1000 amostras utilizadas para avaliação do desempenho em termos de taxa de detecção dos buracos no espectro (P_D) e falso alarme (P_F).

Figura 97: Espectrograma do sinal captado pela antena na localidade *A*.Figura 98: Espectrograma do sinal captado pela antena na localidade *B*.

Figura 99: Espectrograma do sinal captado pelo cabo na localidade *A*.Figura 100: Espectrograma do sinal captado pelo cabo na localidade *B*.

As Figs. 101 a 106 apresentam o desempenho das técnicas de monitoramento para o sinal captado na localidade A , empregando diversas ordens de *quanta* de monitoração. Nota-se que o desempenho dos detectores baseados na rede neural apresentam desempenho superior ao detector de Bayes para todos os *quanta* analisados, tanto para taxa de detecção dos buracos no espectro (P_D), quanto para a taxa de falso alarme (P_F). Ainda considerando o sinal captado na localidade A , nota-se que o desempenho das técnicas de monitoração do espectro para os *quanta* de ordem 1×4 e 1×8 é inferior aos demais *quanta*, sobretudo quando se compara as técnicas tendo como parâmetro a taxa de falso alarme.

As Figs. 107 a 112 apresentam o desempenho das técnicas de monitoramento utilizando o sinal captado na localidade B com as diversas ordens dos *quanta*. Nota-se que há uma piora no desempenho das técnicas, principalmente nas taxas de falso alarme para o sinal captado pelo cabo de energia, conforme verifica-se nas Figs. 109, 110, 111 e 112.

As Figs. 113 a 118 demonstram os ganhos de desempenho obtidos no monitoramento do espectro ao utilizar a cooperação na detecção, explorando a diversidade dos sinais captados pela antena e pelo cabo de energia, tal qual proposto na presente tese. Nota-se que as elevadas taxas de falso alarme, apresentadas nas Figs. 109, 110, 111 e 112, para o monitoramento utilizando somente o sinal captado pelo cabo de energia, são consideravelmente reduzidas ao utilizar a cooperação na detecção empregando os dois elementos sensores, cabo e antena, conforme apresentado nas Figs. 115, 116, 117 e 118, respectivamente. O ganho de desempenho empregando a cooperação é obtido para todas as configurações de *quanta*, bem como a maior parte das técnicas de mapeamento TF, excetuado-se a HMTM combinado ao *quanta* de ordem 4×4 e ao detector de Bayes, conforme apresentado na Fig. 115.

Uma comparação dos *quanta* de monitoramento em relação à taxa de detecção e taxa de falso alarme para o sinal captado pela antena na localidade A é apresentada nas Figs. 119 a 122. Nota-se que a taxa de detecção P_D aumenta à medida em que a ordem do *quantum* de monitoração também aumenta. Por outro lado, verifica-se que a taxa de falso alarme P_F diminui com o aumento da ordem do *quantum*. Nota-se ainda que as técnicas de mapeamento TF baseadas nas transformadas DHT e HMTM são as mais afetadas com a redução da ordem do *quantum* de monitoração.

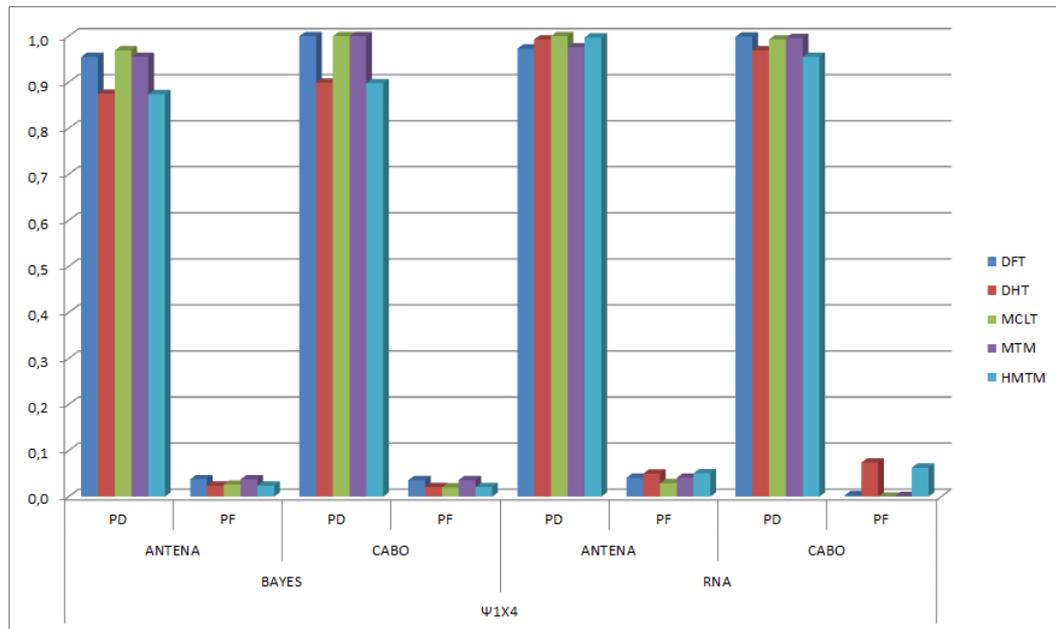


Figura 101: Desempenho do CPLC para monitoramento na localidade A com $\Psi_{1 \times 4}$.

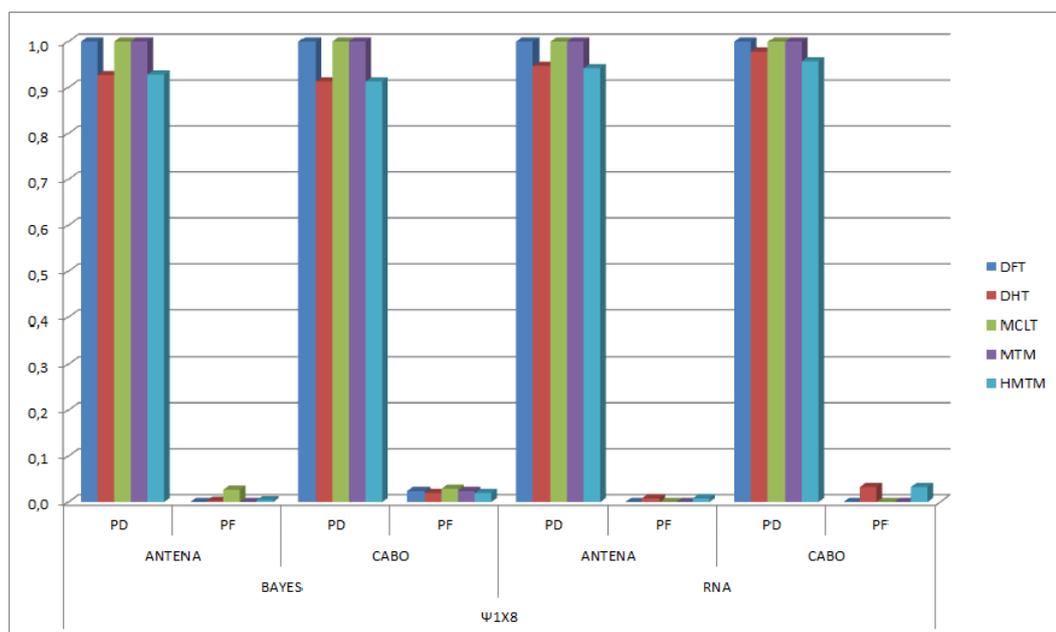


Figura 102: Desempenho do CPLC para monitoramento na localidade A com $\Psi_{1 \times 8}$.

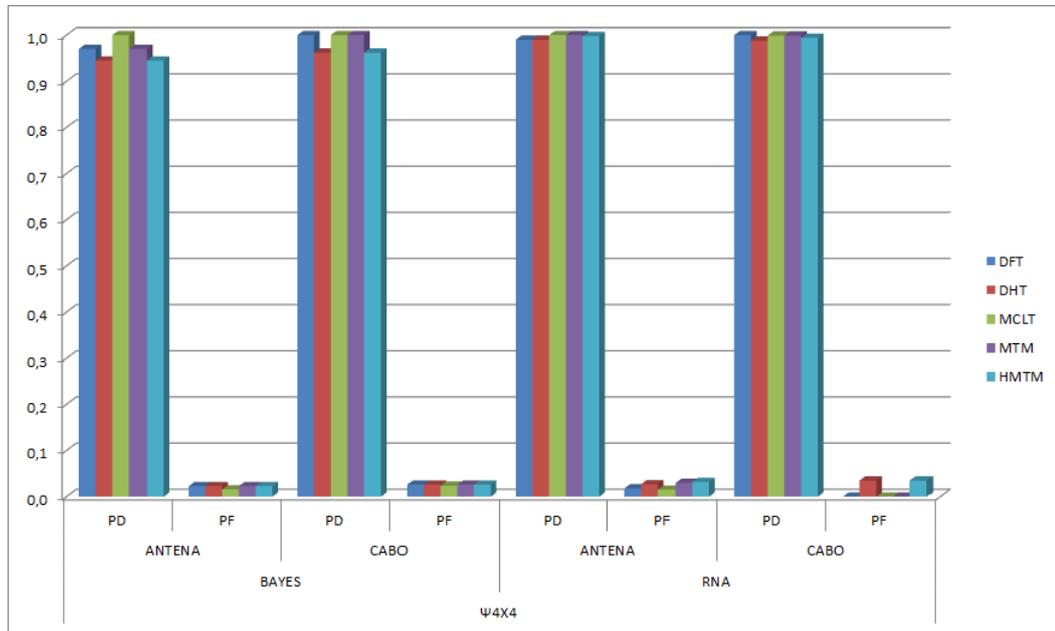


Figura 103: Desempenho do CPLC para monitoramento na localidade A com $\Psi_{4 \times 4}$.

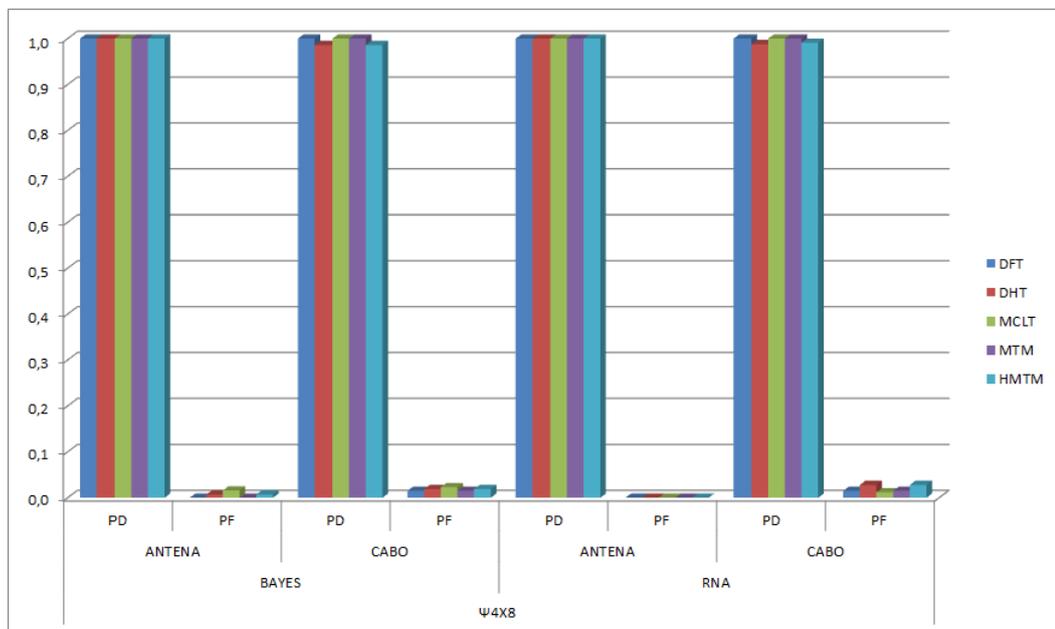


Figura 104: Desempenho do CPLC para monitoramento na localidade A com $\Psi_{4 \times 8}$.

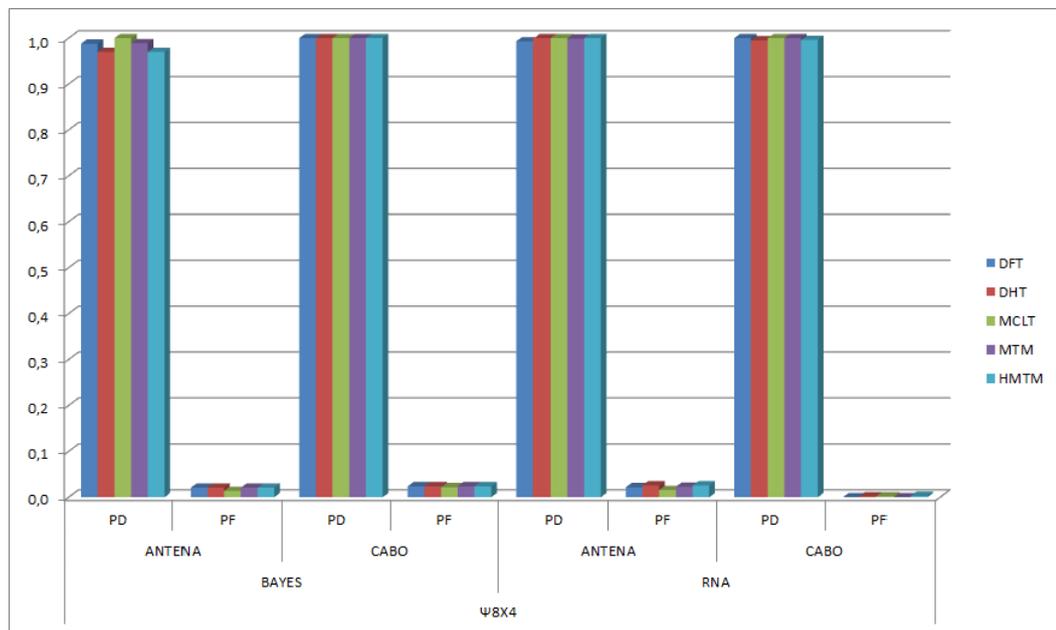


Figura 105: Desempenho do CPLC para monitoramento na localidade A com $\Psi_{8 \times 4}$.

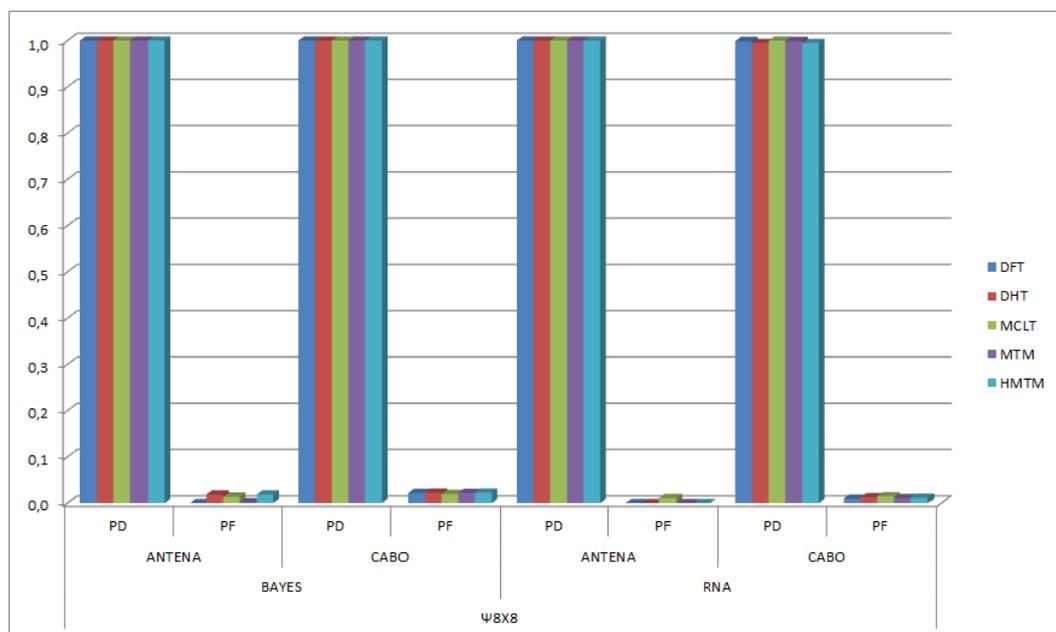


Figura 106: Desempenho do CPLC para monitoramento na localidade A com $\Psi_{8 \times 8}$.

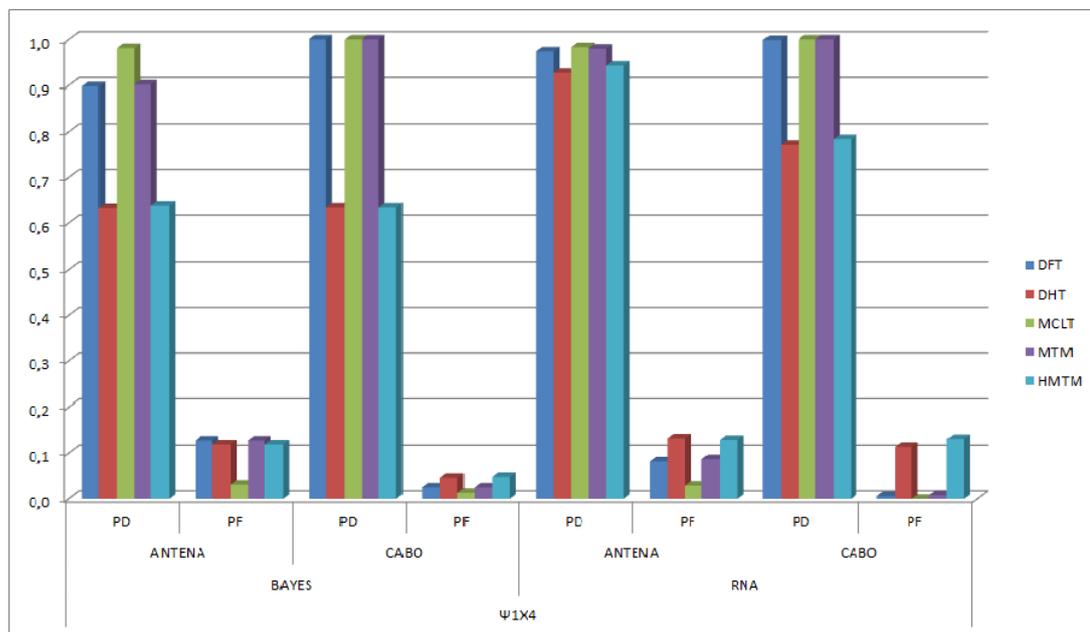


Figura 107: Desempenho do CPLC para monitoramento na localidade B com $\Psi_{1 \times 4}$.

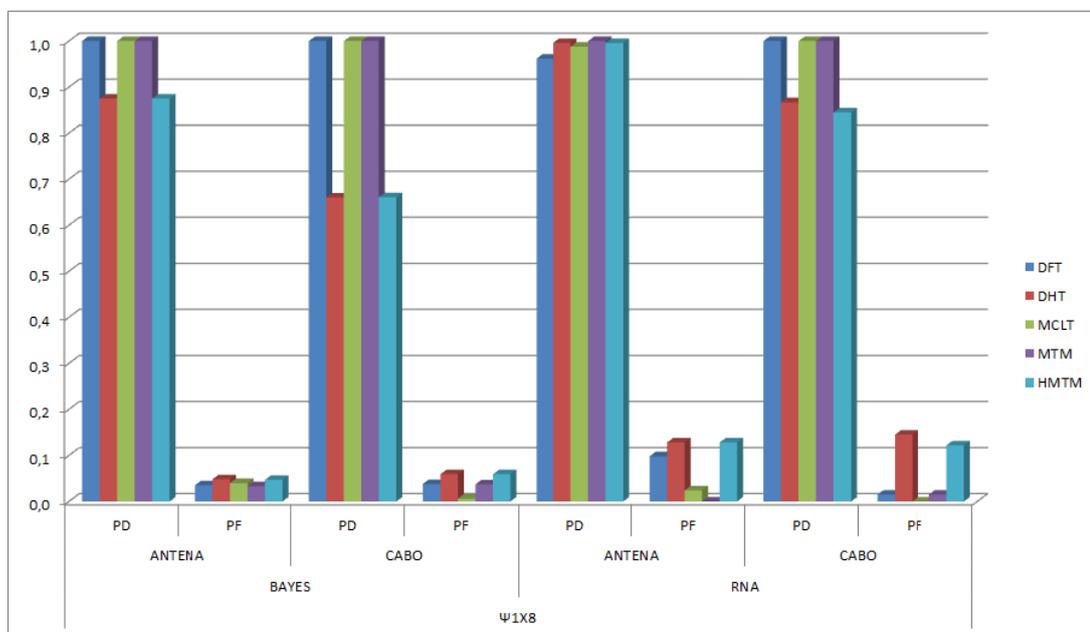


Figura 108: Desempenho do CPLC para monitoramento na localidade B com $\Psi_{1 \times 8}$.

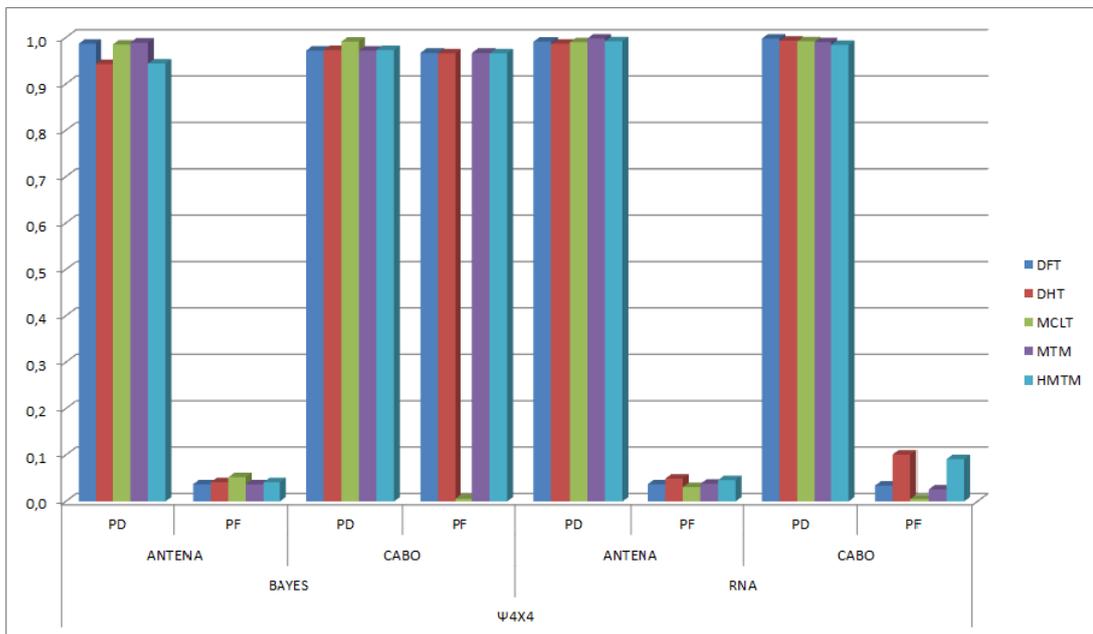


Figura 109: Desempenho do CPLC para monitoramento na localidade B com $\Psi_{4 \times 4}$.

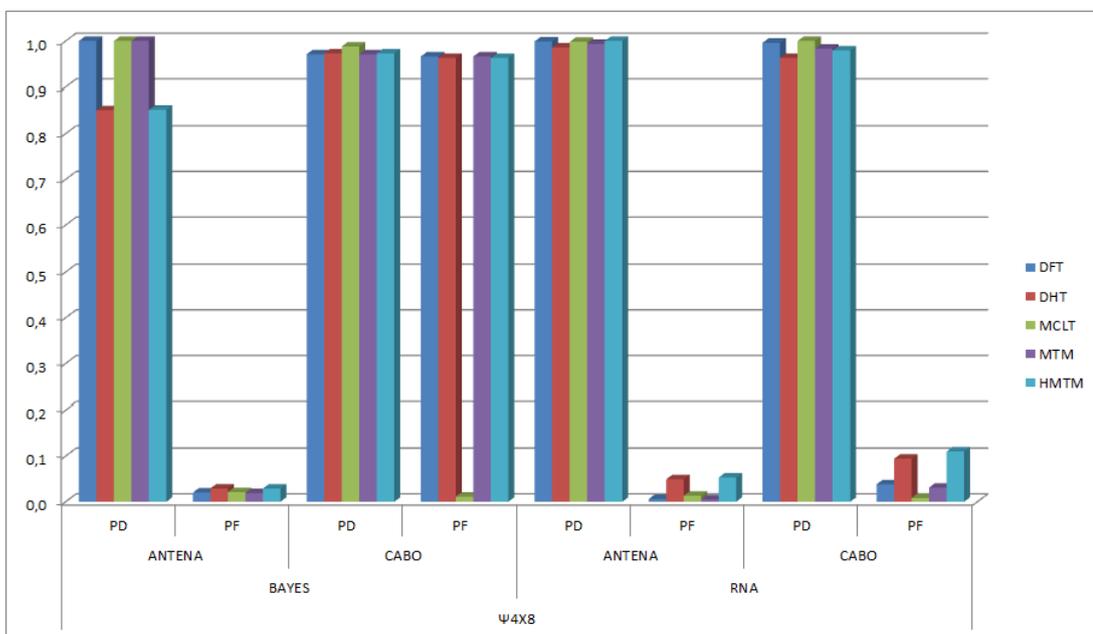


Figura 110: Desempenho do CPLC para monitoramento na localidade B com $\Psi_{4 \times 8}$.

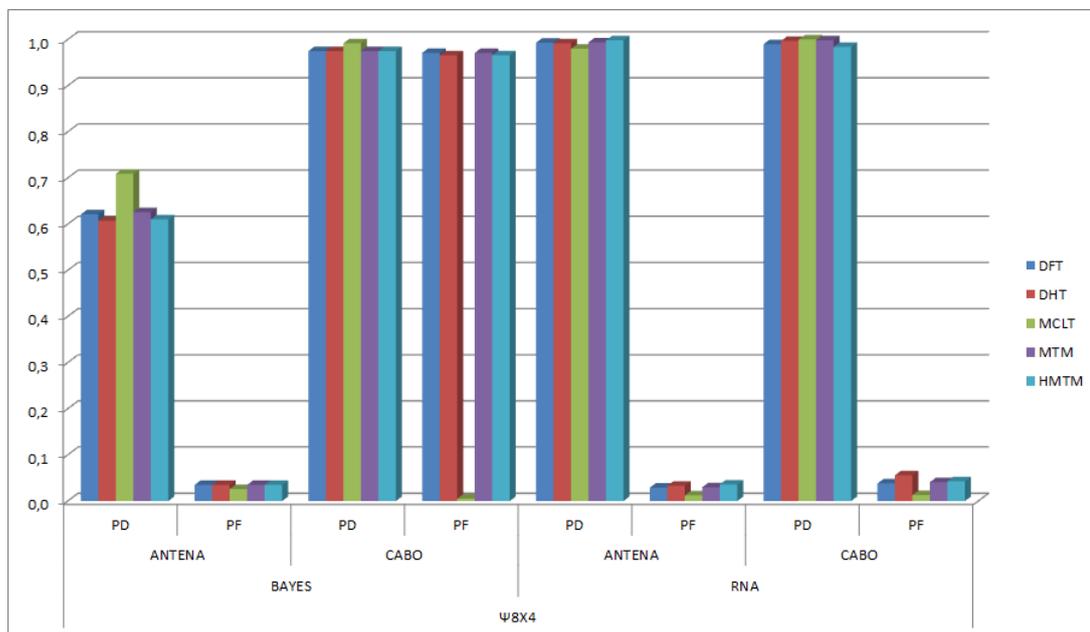


Figura 111: Desempenho do CPLC para monitoramento na localidade B com $\Psi_{8 \times 4}$.

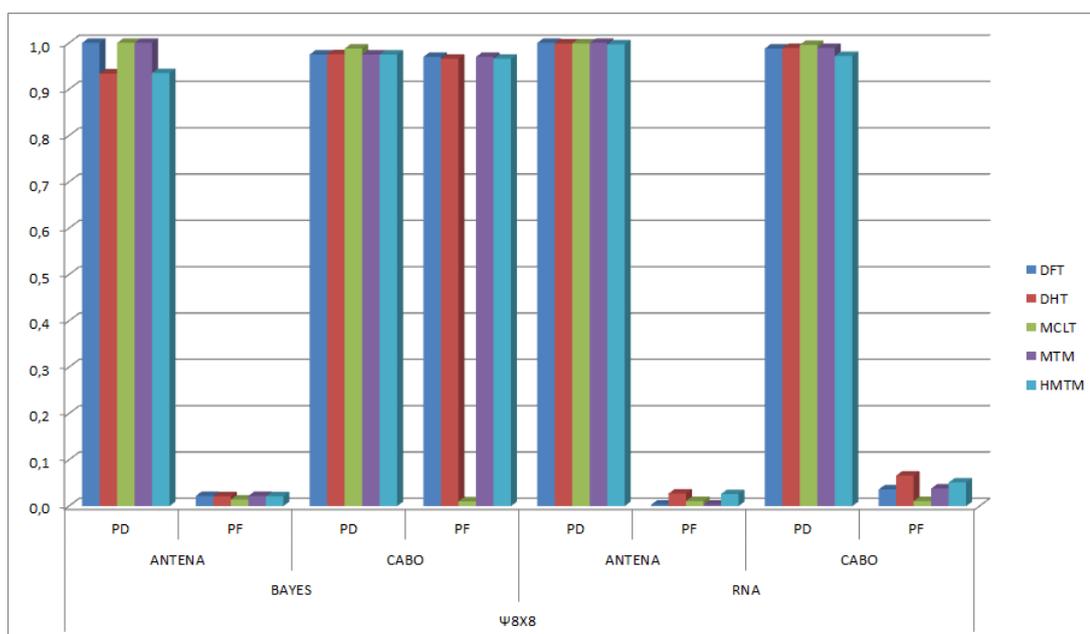


Figura 112: Desempenho do CPLC para monitoramento na localidade B com $\Psi_{8 \times 8}$.

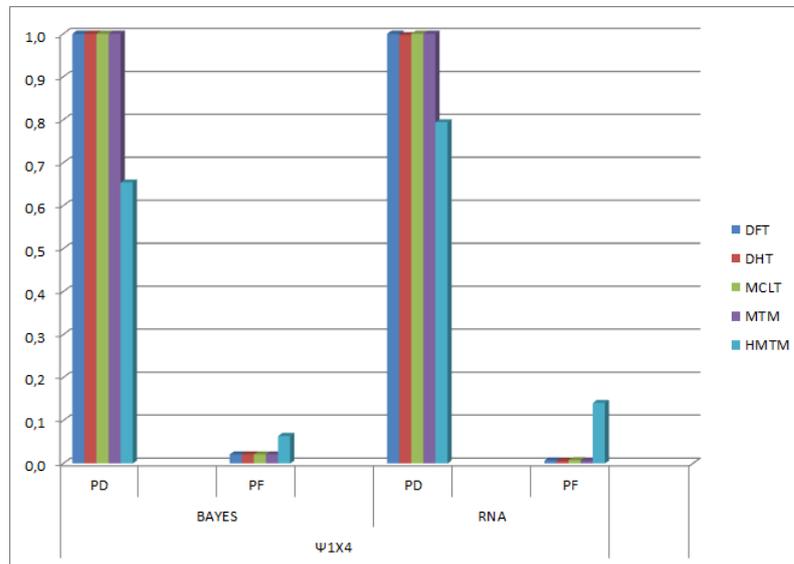


Figura 113: Cooperação para monitoramento na localidade B com $\Psi_{1 \times 4}$.

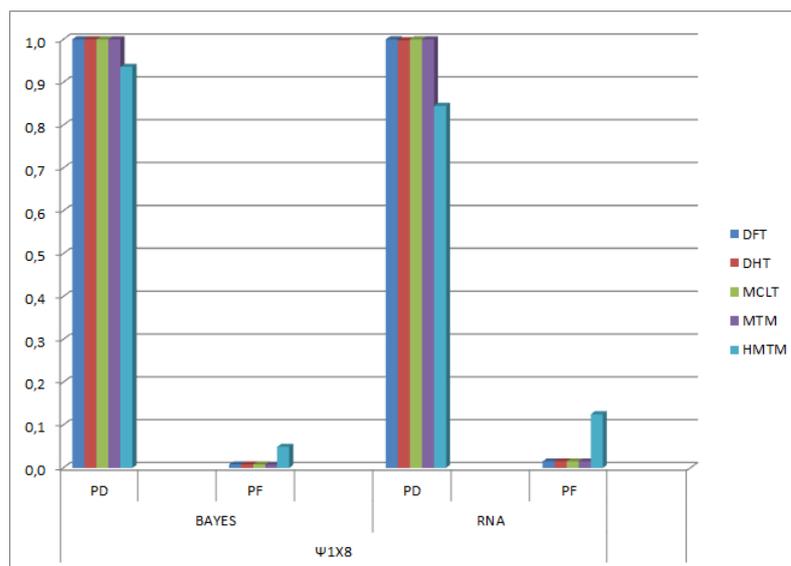


Figura 114: Cooperação para monitoramento na localidade B com $\Psi_{1 \times 8}$.

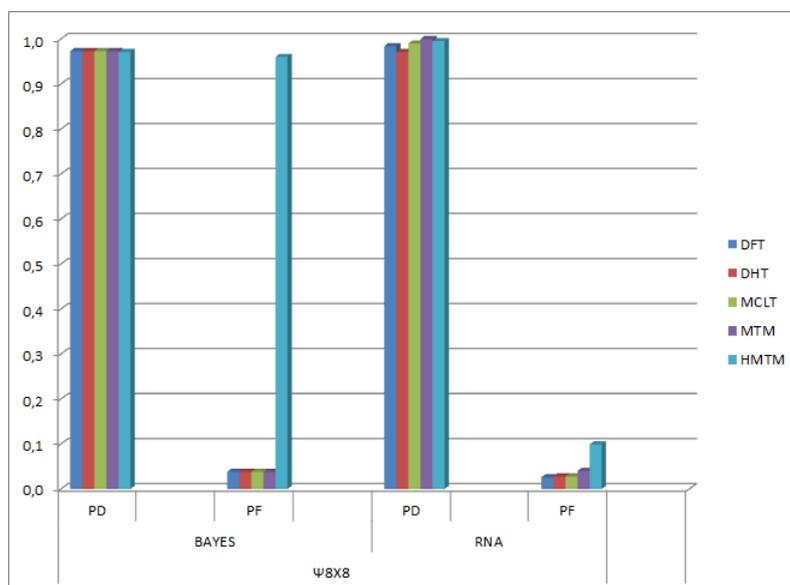


Figura 115: Cooperação para monitoramento na localidade B com $\Psi_{4 \times 4}$.

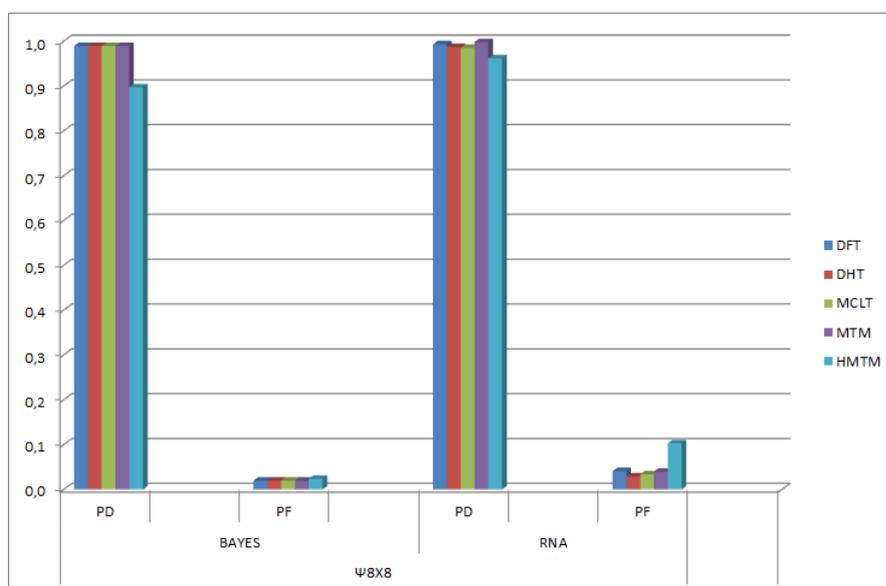


Figura 116: Cooperação para monitoramento na localidade B com $\Psi_{4 \times 8}$.

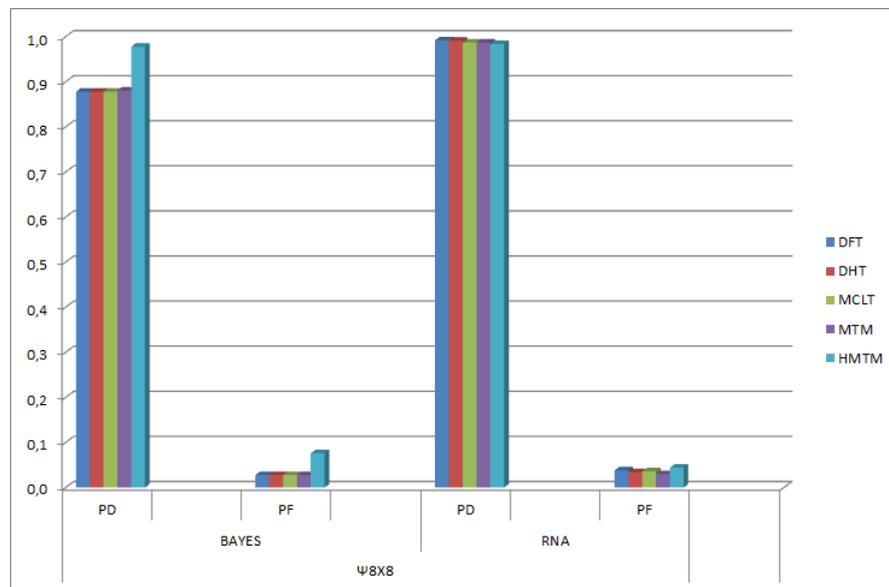


Figura 117: Cooperação para monitoramento na localidade B com $\Psi_{8 \times 4}$.

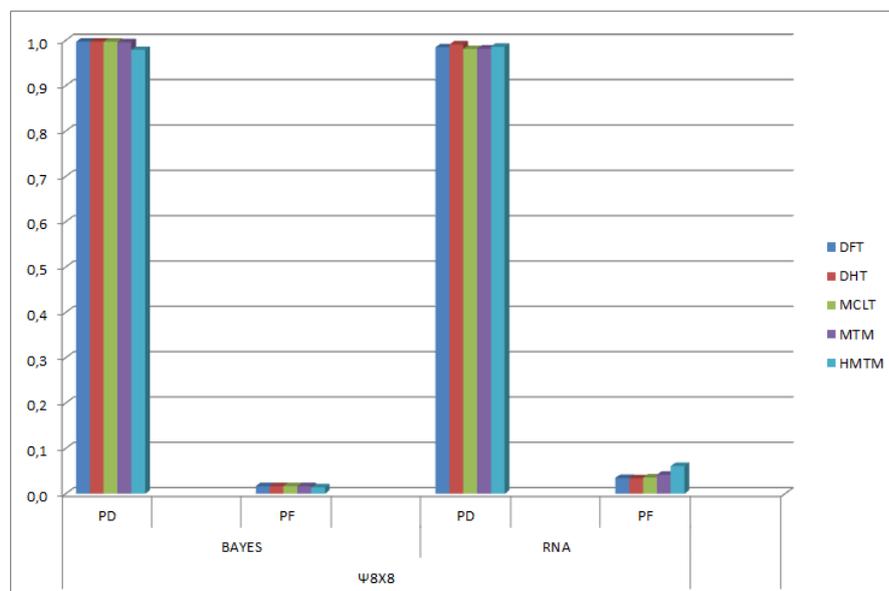


Figura 118: Cooperação para monitoramento na localidade B com $\Psi_{8 \times 8}$.

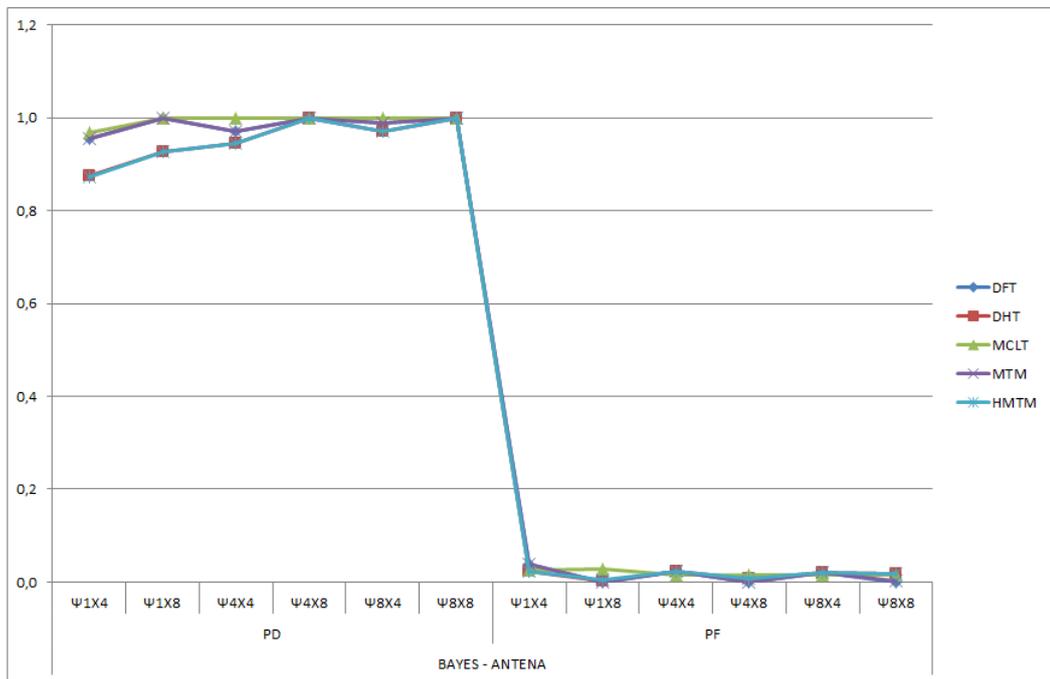


Figura 119: Comparação dos *quanta* usando detector de Bayes para sinal captado na localidade A usando antena.

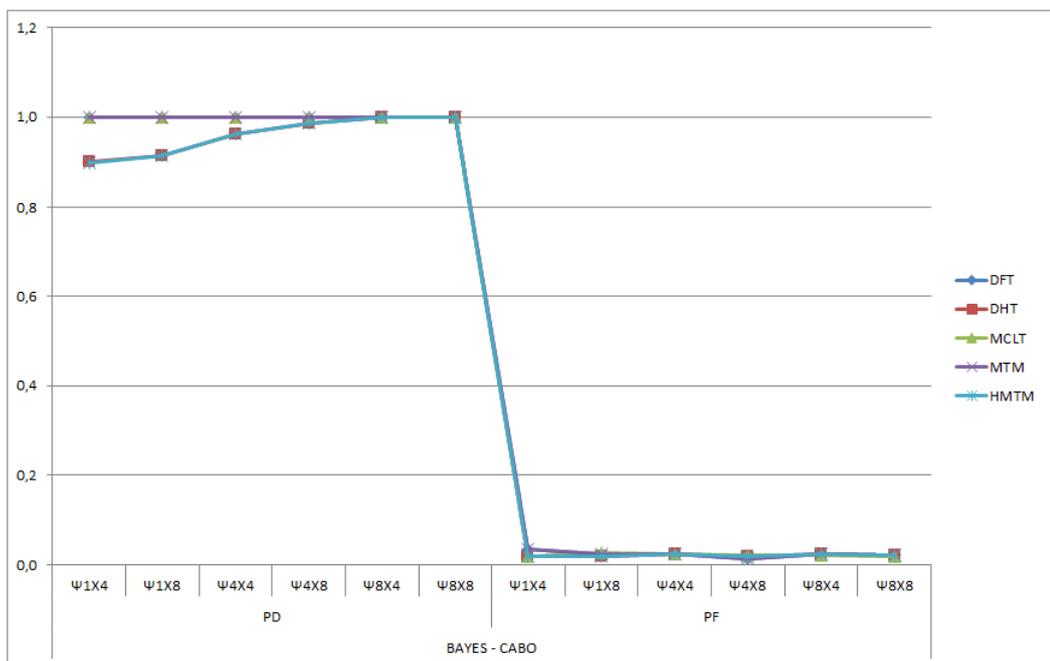


Figura 120: Comparação dos *quanta* usando detector de Bayes para sinal captado na localidade A usando cabo.

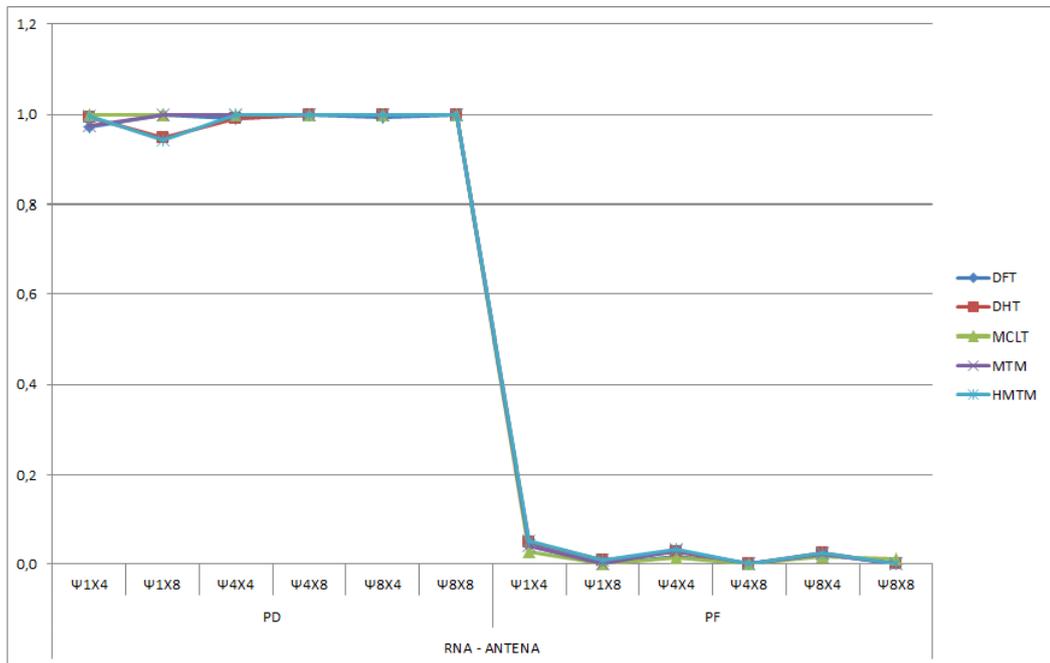


Figura 121: Comparação dos *quanta* usando detector RNA para sinal captado na localidade A usando antena.

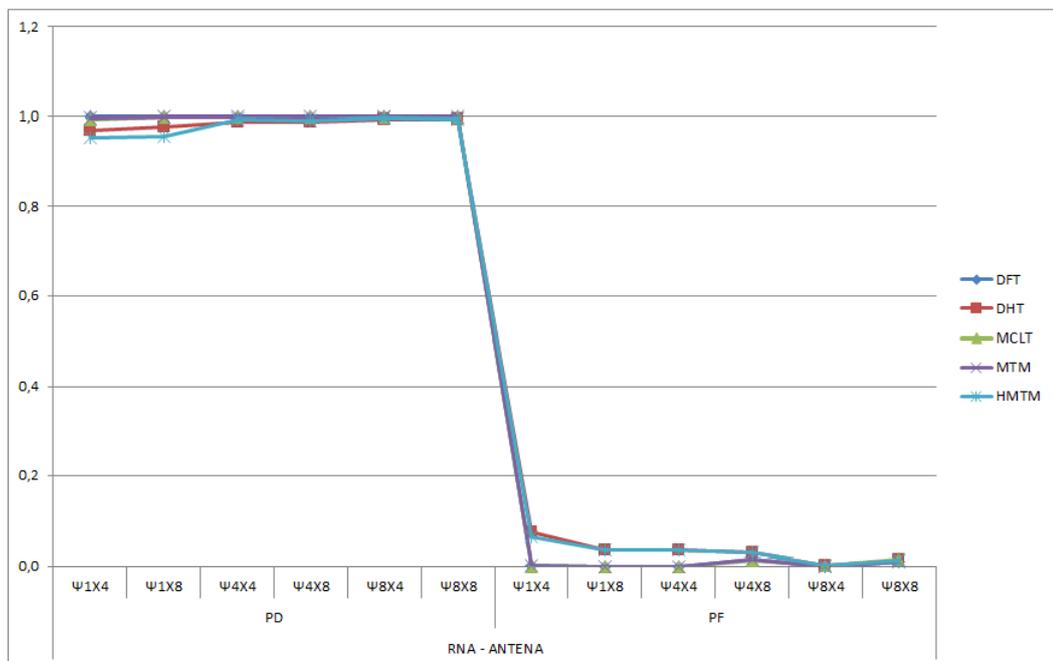


Figura 122: Comparação dos *quanta* usando detector RNA para sinal captado na localidade A usando cabo.

4.8 Sumário

A seção 4.1 abre o capítulo com uma breve introdução ao *smart grid*, realçando sua importância para a modernização do SEP. Na sequência, na seção 4.2 é apresentado o papel da tecnologia PLC para viabilizar os SGs. Na seção 4.3 é feita uma breve revisão sobre o CR, apresentando o conceito de cognição aplicado aos sistemas de comunicação em geral. O conceito de CPLC é discutido na seção 4.5 e a formulação do problema apresenta na seção 4.6. Por fim, na seção 4.7, as técnicas apresentadas na presente tese são avaliadas utilizando dados sintéticos e de medição.

Capítulo 5

Conclusões

A presente tese visou estudar e propor soluções para a análise espectral de sinais estacionários e não estacionários. As principais aplicações se deram no campo da estimação de frequência em sinais monocomponentes e o monitoramento do espectro para sistemas de comunicação cognitivos. No que se refere à estimação de frequência, foram propostas técnicas inéditas baseadas no mapeamento *warped* de sinais estacionários. Por outro lado, para a aplicação no monitoramento do espectro, propomos o sistema de comunicação cognitiva pela rede energia elétrica, em que as técnicas de análise espectral de sinais não estacionários foram empregadas, assim como a abordagem da divisão do espectro em *quanta* de monitoração e a exploração da diversidade do acoplador PLC e da antena como elementos sensores do espectro.

No capítulo 2, estudamos o problema da explicitação do conteúdo espectral de sinais estacionários, tendo como principal aplicação a estimação de frequência em sinais monocomponentes. Neste contexto, os resultados apresentados demonstram o potencial das transformadas *warped* em estimar frequência de sinais monocomponentes quando o parâmetro a é devidamente sintonizado. Baseado no procedimento proposto em (FRANZ; MITRA; DOBLINGER, 2003), derivamos duas técnicas baseadas nas transformadas WDHT e WMCLT para estimação de frequência. Exploramos o potencial das transformadas baseadas no mapeamento *warped* em estimar frequências com precisão e reduzido número de pontos. Para tal, utilizamos duas técnicas de interpolação em frequência para melhorar o ajuste inicial do procedimento proposto em (FRANZ; MITRA; DOBLINGER, 2003), resultando na proposição das técnicas MI-WDFT (estimador baseado no interpolador Macleod (MACLEOD, 1998) e nas transformadas DFT e WDFT), MI-WDHT (AI-WDHT: estimador baseado no interpolador Abatzoglou (ABATZOGLOU, 1985) e nas transformadas DHT

e WDHT) e AI-MCLT (estimador baseado no interpolador Abatzoglou (ABATZOGLOU, 1985) e nas transformadas MCLT e WMCLT) para estimação de frequência. As transformadas WDHT e WMCLT foram propostas na presente tese, sendo a WMCLT e as duas derivações propostas para WDHT inéditas na literatura. Conforme verifica-se nos resultados de simulação, a técnica MI-WDFT proposta na presente tese apresenta o melhor resultado em relação a variância de estimação.

Ainda no capítulo 2, apresentamos uma revisão sobre as abordagens não paramétricas utilizadas para estimação do conteúdo espectral de processos estocásticos estacionários, destacando sobretudo o método baseado nas múltiplas janelas (MTM). A partir da junção entre o MTM e a transformada Hartley, foi proposto na presente tese o novo método HMTM para estimação não paramétrica da PSD. Conforme apresentado no capítulo 2, as técnicas de estimação da PSD foram avaliadas em termos da variância de estimação e da polarização do espectro, sendo esta última caracterizada pelas perdas de energia nos lóbulos laterais. Note-se pelos resultados apresentados a aplicabilidade da técnica HMTM proposta, cujo desempenho é similar ao MTM, tendo como principal vantagem a simplificação de implementação em hardware, uma vez que opera somente com dados reais. Baseado no mapeamento *warped*, foram derivados também as técnicas WMTM e WHMTM para estimação da PSD com elevada resolução numa faixa específica do espectro. Conforme ficou demonstrado pelas simulações apresentadas, a PSD de sinais com conteúdo espectral formado por tons de frequências muito próximas, fica melhor caracterizado quando utilizado as técnicas baseadas nas transformadas *warped*.

O capítulo 3 abordou a análise espectral de sinais não estacionários, no qual apresentamos uma breve revisão sobre o princípio da incerteza de Heisenberg-Gabor, cujo enunciado estabelece a relação entre a resolução no tempo e na frequência, deixando explícito a impossibilidade de obter uma elevada resolução no tempo e na frequência concomitantemente. Na sequência, apresentamos as principais técnicas de análise ou distribuição tempo-frequência bilineares, baseadas nas distribuição de energia do sinal no plano tempo-frequência. Nesse contexto, apresentamos a decomposição do sinal em série de Gabor, as distribuições classe de Cohen, Wigner-Ville e TFDS. Conforme ficou evidenciado, a TFDS apresenta elevada resolução temporal no plano tempo-frequência. Contudo, para valores reduzidos do parâmetro D , a TFDS apresenta baixa resolução em frequência. Neste sentido, procuramos explorar essa debilidade e propor a técnica *warped*-TFDS (WTFDS) que possibilita ajustar a intensidade de resolução em frequência numa região especificada do espectro em função do parâmetro a . No que se refere às técnicas de distribuição lineares, apresentamos uma formulação matricial para obtenção do

espectrograma em função das transformadas lineares estudadas no capítulo 2. Na sequência, as técnicas de análise tempo-frequência baseadas em *wavelets* foram apresentados, dando destaque à transformada S , para qual foi proposta na presente tese uma versão digitalizada. Conforme ficou evidenciado, a transformada S apresenta baixa resolução em frequência para componentes espectrais próximas de taxa de amostragem. Neste sentido, propomos a transformada *warped* S que possibilita controlar a resolução em frequência em função do parâmetro a , mesmo para as componentes espectrais de mais alta ordem. Por fim, as técnicas de análise tempo-frequência propostas e estudadas foram avaliadas qualitativamente, demonstrando a aplicabilidade das técnicas em evidenciar as componentes espectrais de um sinal não estacionário gerado sinteticamente.

No capítulo 4 foi proposto, formulado e avaliado o sistemas de comunicação cognitivo CPLC. Inicialmente, apresentamos uma revisão sobre os *smart grid* e o papel do CPLC nesse cenário de evolução dos sistemas elétricos de potência. Assim como foi apresentado uma revisão sobre os rádios cognitivos e as principais técnicas de monitoramento espectral aplicadas por esta tecnologia. Revisamos as técnicas cognitivas propostas para sistemas de comunicação digital pela rede de energia elétrica e conceituamos nossa proposta de sistema cognitivo para PLC. Para avaliar nossa proposta, utilizamos dados sintéticos gerados em computador e dados reais obtidos por medições do espectro. Ao monitorar o espectro utilizando o cabo de energia e a antena, buscamos explorar a diversidade desse dois meios para melhorar o desempenho de detecção dos sinais primários. Conforme ficou evidenciado pelos resultados, nossa propostas apresentou elevado desempenho, sobretudo para o caso em que exploramos a diversidade do sinal aqusitado pelo cabo de energia e pela antena.

5.1 *Trabalhos Futuros*

Durante os trabalhos da tese, nos deparamos com as seguintes questões que não puderam ser respondidas no prazo de doutoramento, mas poderão servir de ponto de partida para futuras investigações.

1. Filtros passa-tudo de ordem maior que um oferecem maior controle no mapeamento *warped*?
2. Existem outras estruturas de filtros para mapeamento não uniforme sobre o círculo de raio unitário?
3. É possível aplicar o mapeamento *warped* para equalização?

4. É possível aplicar o mapeamento tempo-frequência linear em modulação multipor-tadora de sistemas de comunicação digital?
5. Qual o desempenho de novas características extraídas dos *quanta*, tais como análise de componentes principais (PCA em Inglês), cicloestacionaridade, covariância, etc?
6. Como equacionar os ganhos de taxa na transmissão de dados obtidos com o mo-nitoramento do espectro utilizando a abordagem de divisão do espectrograma em *quanta*?

Referências

- ABATZOGLOU, T. J. A Fast Maximum Likelihood Algorithm for Frequency Estimation of a Sinusoid Based on Newton's Method. *IEEE Transactions On Acoustic, Speech, and Signal Processing*, ASSP-33, n. 1, p. 77–89, 1985.
- ACHAICHIA, P.; BOT, M. L.; SIOHAN, P. Potential impact of the CENELEC spectral mask on broadband PLC networks. In: *Proceedings of IEEE International Symposium on Power Line Communications and Its Applications (ISPLC) 2013*. Johannesburg, South Africa: [s.n.], 2013. p. 7–12.
- ACLARA. *TWACS Datasheet*. 2013. [Http://www.aclaratech.com/](http://www.aclaratech.com/). Acessado em 20/07/2013.
- AMADO, L. R. *Uma contribuição à Análise de Técnicas de Monitoramento de Espectro para Sistemas PLC*. Tese (Dissertação de Mestrado) — Univerdidade Federal de Juiz de Fora, 2011.
- AMADO, L. R. et al. Spectrum Sensing for Powering Power Line Communications. In: *Proceedings of XXX SIMPOSIO BRASILEIRO DE TELECOMUNICAÇÕES - SBrT12*. Brasília, Brasil: [s.n.], 2012.
- AMIN, S. M.; WOLLENBERG, B. F. Toward a Smart Grid. *IEEE Power and Energy Magazine*, v. 3, n. 5, p. 34–41, September-October 2005.
- ARENI, I. S.; TSUZUKI, S.; YAMADA, Y. A study of radiation detection methods for cognitive PLC system. In: *Proceedings of IEEE International Symposium on Power Line Communications and Its Applications (ISPLC) 2011*. Udine, Italy: [s.n.], 2011. p. 430–433.
- ARENI, I. S.; TSUZUKI, S.; YAMADA, Y. Packet size optimization of PPS based radiation detection for AEE-PLC. In: *Proceedings of IEEE International Symposium on Power Line Communications and Its Applications (ISPLC) 2012*. Beijing, China: [s.n.], 2012. p. 47–51.
- ARNOLD, G. W. Challenges and Opportunities in Smart Grid: A Position Article. *Proceedings of the IEEE*, v. 99, n. 6, p. 922–927, June 2011.
- AXELL, E. et al. Spectrum Sensing for Cognitive Radio : State-of-the-Art and Recent Advances. *IEEE Signal Processing Magazine*, v. 29, n. 3, p. 101–116, May 2012.

- BAIER, G. N. *Implementing Thomson's Multitaper Method in GNU Radio*. Tese (Bacharel Thesis) — Karlsruhe Institute of Technology (Alemanha), Abril 2000.
- BENATO, R.; CALDON, R. Application of PLC for the Control and the Protection of Future Distribution Network. In: *Proceedings of IEEE International Symposium on Power Line Communications and Its Applications*. [S.l.: s.n.], 2007.
- BENBOUZID, M. R. A review of induction motors signature analysis as a medium for faults detection. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, v. 47, n. 5, p. 984–993, October 2000.
- BERGER, L. T.; SCHWAGER, A.; GARZÁS, J. J. E. Power Line Communications for Smart Grid Applications. *Journal of Electrical and Computer Engineering*, v. 2013, p. 16 pages, January 2013.
- BIAGI, M.; RINAURO, S.; CUSANI, R. Cognitive spectrum shaping for InHome Power Line Communications. In: *Proceedings of IEEE International Symposium on Power Line Communications and Its Applications (ISPLC) 2012*. Beijing, China: [s.n.], 2012. p. 35–40.
- BRACEWELL, R. N. The Fast Hartley Transform. *Proceedings of the IEEE*, v. 72, n. 8, p. 1010–1018, August 1984.
- BRACEWELL, R. N. Aspects of the Hartley Transform. *Proceedings of the IEEE*, v. 82, n. 3, p. 381–387, March 1994.
- CARCELLE, X. (Ed.). *Power Line Communications in Practice*. [S.l.]: Artech House, 2008.
- CHEN, S. et al. Ultra wideband powerline communication (PLC) above 30 MHz. *IET Communications*, v. 3, n. 10, p. 1587–1596, October 2009.
- CHEN, V. C.; LING, H. *Time-Frequency Transform for Radar Imaging and Signals Analysis*. First. [S.l.]: Artech House, 2002.
- CLARK, A.; PAVLOVSKI, C. Wireless networks for the smart energy grid: application aware networks. In: *Proceedings of the International MultiConference of Engineers and Computer Scientists*. [S.l.: s.n.], 2010. v. 2.
- COHEN, L. Generalized Phase-Space Distribution Function. *Journal on Maths and Physics*, v. 7, p. 781–786, 1966.
- COHEN, L. Time-Frequency Distribution - A Review. *Proceedings of the IEEE*, v. 77, n. 7, p. 941–981, July 1989.
- COHEN, L. The Uncertainty Principle in Signal Analysis. In: *Proceedings of the IEEE-SP International Symposium on Time-Frequency and Time-Scale Analysis*. Philadelphia, PA: [s.n.], 1994. p. 182–185.
- COSTA, A. H.; BARTELS, G. F. An Overview of Aliasing Errors in Discrete-Time Formulations of Time-Frequency Representations. *IEEE Transactions on Signal Processing*, v. 47, n. 5, p. 1463–1474, May 1999.

- CROCHIERE, R. E.; RABINER, L. R. *Multirate Digital Signal Processing*. [S.l.]: Prentice Hall, 1983.
- DAVES, S.; ABRAMS, M. C.; BRAULT, J. W. *Fourier Transform Spectrometry*. 4 ed. [S.l.]: Academic Press, 2001.
- DIGHAM, F. F.; ALOUINI, M. S.; SIMON, M. K. On the energy detection of unknown signals over fading channels. In: *Proceedings of IEEE ICC*. [S.l.: s.n.], 2003.
- DINIZ, P. S. R.; SILVA, E. A. B.; NETTO, S. L. *Digital Signal Processing: System Analysis and Design*. Second. [S.l.]: Cambridge, 2010.
- DO, L. P.; LEHNERT, R. Distributed dynamic resource allocation for multi-cell PLC networks. In: *Proceedings of IEEE International Symposium on Power Line Communications and Its Applications (ISPLC) 2009*. Dresden, Germany: [s.n.], 2009. p. 95–100.
- DONG, R.; OUZZIF, M.; SAOUDI, S. A Cognitive Cross-Layer Resource Allocation Scheme for In-Home Power Line Communications. In: *IEEE International Conference on Communications (ICC) 2010*. Cape Town, South Africa: [s.n.], 2010. p. 1–5.
- DOSTERT, K. *Power Line Communications*. 1st ed. ed. New Jersey: Prentice Hall, 2001.
- EGAN, J. *PLC Neighboring Networks*. [S.l.], 2012.
- ETSI. *PowerLine Telecommunications (PLT): Coexistence between PLT Modems and Short Wave Radio broadcasting services*. [S.l.], 2008.
- ETSI. *ETSI TR 102 930 PowerLine Telecommunications (PLT): Study on signal processing improving the coexistence of VDSL2 and PLT*. [S.l.], 2010.
- EVANS, G. (Ed.). *CEBus Demystified: The ANSI/EIA 600 Users Guide*. [S.l.]: McGraw-Hill, 2001.
- FAN, J.; BORLASE, S. The evolution of Distribution. *IEEE Power and Energy Magazine*, v. 7, p. 63–68, February 2010.
- FERREIRA, H.; LAMPE, L.; NEWBURY, J. (Ed.). *Power Line Communications: Theory and Applications for Narrowband and Broadband Communications over Power Lines*. 1st ed. ed. New York: Wiley, 2010.
- FINAMORE, W. A.; RIBEIRO, M. V.; LAMPE, L. Advancing Power Line Communication: Cognitive, Cooperative, and MIMO Communication. In: *Proceedings of XXX SIMPOSIO BRASILEIRO DE TELECOMUNICAÇÕES - SBrT12*. Brasília, Brasil: [s.n.], 2012.
- FONSECA PINTO, R. M. da. *Novas Abordagens ao Estudo de Sinais Biomédicos: Análise em Tempo-Frequência e Transformada de Hilbert-Huang*. Tese (Tese do Doutorado) — Universidade de Lisboa, 2009.
- FRANZ, S.; MITRA, S. K.; DOBLINGER, G. Frequency Estimation Using Warped Discrete Fourier Transform. *EURASIP Journal on Signal Processing*, v. 83, p. 1661–1671, 2003.

- GABOR, D. Theory of Communication. *Jornal IEE (London)*, v. 93, n. 4, p. 426–457, November 1946.
- GALLI, S.; SCAGLIONE, A.; WANG, Z. For the Grid and Through the Grid: The Role of Power Line Communications in the Smart Grid. *Proceedings of the IEEE*, v. 99, n. 6, p. 998–1027, June 2011.
- GAO, J. et al. A survey of communication/networking in Smart Grids. *Future Generation Computer Systems*, v. 28, p. 391–404, 2012.
- GOLDFISHER, S.; TANABE, S. IEEE 1901 Access System: An Overview of Its Uniqueness and Motivation. *IEEE Communications Magazine*, v. 48, n. 10, p. 150–157, October 2010.
- HARTLEY, R. V. L. A More Symmetrical Fourier Analysis Applied to Transmission Problems. *Proceedings of the IRE*, v. 30, p. 144–150, March 1942.
- HAYKIN, S. Cognitive radio: brain-empowered wireless communications. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, v. 23, n. 2, p. 201–220, Fevereiro 2005.
- HAYKIN, S. Scanning the Issue. *Proceedings of the IEEE*, v. 97, n. 4, p. 608–611, April 2009.
- HAYKIN, S.; THOMSON, D. Signal Detection in a Nonstationary Environment Reformulated as an Adaptive Pattern Classification Problem. *Proceedings of the IEEE*, v. 86, n. 11, p. 2325–2344, November 1998.
- HAYKIN, S.; THOMSON, D.; REED, J. H. Spectrum Sensing for Cognitive Radio. *Proceedings of the IEEE*, v. 97, n. 4, p. 849–877, May 2009.
- HAYKIN, S. O. *Adaptive Filter Theory*. Fourth. [S.l.]: Pearson, 2001.
- HAYKIN, S. O. *Redes Neurais - Princípios e Prática*. Segunda. [S.l.]: Bookman, 2001.
- HENRY, P. S. Interference Characteristics of Broadband Power Line Communication Systems Using Aerial Medium Voltage Wires. *IEEE Communications Magazine*, v. 43, n. 4, p. 92–98, April 2005.
- HIROSAKI, B. An analysis of automatic equalizers for orthogonally multiplexed QAM systems. *IEEE Transactions on Communications*, COM-28, n. 1, p. 73–83, January 1980.
- HM. *AMR Turtle System*. 2013. [Http://www.hmpower.se/](http://www.hmpower.se/). Acessado em 20/07/2013.
- HOCH, M. Comparison of PLC G3 and PRIME. In: *Proceedings of IEEE International Symposium on Power Line Communications and Its Applications*. [S.l.: s.n.], 2011.
- HOMEPLUG. 2013. [Http://www.ieee802.org/22/](http://www.ieee802.org/22/). Acessado em 20/07/2013.
- HRASNICA, H.; HAIDINE, A.; LEHNERT, R. (Ed.). *Broadband Powerline Communications*. [S.l.]: Wiley, 2004.
- HWANG, T. et al. OFDM and its wireless applications: a survey. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, v. 58, n. 4, p. 1673–1694, May 2009.

- IEC. *IEC 61850 Communication Networks and Systems In Substations*. [S.l.]: Technical Committee 57, 2003.
- IEEE. *IEEE Standard for Broadband over Power Line Networks: Medium Access Control and Physical Layer Specifications*. [S.l.]: IEEE Std 1901-2010, 2010.
- IEEE 802.22. 2013. [Www.homeplug.org](http://www.homeplug.org). Acessado em 22/07/2013.
- INSTEON. 2013. [Http://www.insteon.com/](http://www.insteon.com/). Acessado em 20/07/2013.
- IPAKCHI, A.; ALBUYEH, F. Grid of the future. *IEEE Power and Energy Magazine*, v. 7, p. 52–62, Março 2009.
- KASTNER, K.; MCCLELLAN, S.; STAPLETON, W. Dynamic Spectrum Allocation in Low-Bandwidth Power Line Communications. In: *COCORA 2012 : The Second International Conference on Advances in Cognitive Radio*. Chamonix, France: [s.n.], 2012. p. 28–33.
- KAY, S. *Fundamentals of Statistical Signal Processing, Volume I: Estimation Theory*. First. [S.l.]: Prentice Hall, 1993.
- KEZUNOVIC, M.; MCCALLEY, J. D.; OVERBYE, T. J. Smart Grids and Beyond: Achieving the Full Potential of Electricity Systems. *Proceedings of the IEEE*, v. 100, p. 1329–1341, May 2012.
- KNX. 2013. [Http://www.knx.org/](http://www.knx.org/). Acessado em 20/07/2013.
- LEE, I. W. C.; DASH, P. K. S-Transform-Based Intelligent System for Classification of Power Quality Disturbance Signals. *IEEE Transactions On Industrial Electronics*, v. 50, n. 4, p. 800–805, August 2003.
- LEON-GARCIA, A. *Probability, Statistics, and Random Processes for Electrical Engineering*. Third. [S.l.]: Pearson, 2008.
- LIANG, Y. et al. Guest Editorial Cognitive Radio: Theory and Application. *IEEE Journal On Selected Areas In Communications*, v. 26, n. 1, p. 1–4, January 2008.
- LONWORKS. 2013. [Http://www.echelon.com/technology/lonworks/](http://www.echelon.com/technology/lonworks/). Acessado em 20/07/2013.
- LU, Y.; LIU, W. Spectrum Analyzer Based Measurement and Detection of MW/SW Broadcast Radios on Power Lines for Cognitive PLC. In: *Proceedings of IEEE International Symposium on Power Line Communications and Its Applications (ISPLC) 2013*. Johannesburg, South Africa: [s.n.], 2013. p. 103–108.
- MA, J.; LI, G. Y.; JUANG, B. H. Signal Processing in Cognitive Radio. *Proceedings of the IEEE*, v. 97, n. 4, p. 805–823, May 2009.
- MACLEOD, M. D. Fast Nearly ML Estimation of the Parameters of Real or Complex Single Tones or Resolved Multiple Tones. *IEEE Transactions On Signal Processing*, v. 46, n. 1, p. 141–148, January 1998.

- MALVAR, H. S. A Modulated Complex Lapped Transform And It Sapplications To Audio Processing. In: *Proceedings of IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing*. Phoenix, Arizona: [s.n.], 1999. p. 1421–1424.
- MALVAR, H. S. Fast Algorithm for the Modulated Complex Lapped Transform. *IEEE Signal Processes Letters*, v. 10, n. 1, p. 8–10, January 2003.
- MANKUR, A.; MITRA, S. K. Warped Discrete-Fourier Transform: Theory and Applications. *IEEE Transaction on Circuits and Systems: Fundamental Theory and Applications*, v. 48, n. 9, p. 1086–1093, September 2001.
- MENDEL, J. M. Tutorial on Higher-Order Statistics (Spectra) in Signal Processing and System Theory: Theoretical Results and Some Applications. *Porceedings of the IEEE*, v. 79, n. 3, p. 278–305, March 1991.
- MESCCO, A. et al. Two Models for the Stationary Noise Measured on Indoor PLC Lines up to 500 MHz. In: *Proceedings of Forth Workshop on Power Line Communications*. Boppard, Germany: [s.n.], 2010. p. 22–24.
- MILLANE, R. P. Analytic Properties of the Hartley Transform and Their Implications. *Porceedings of the IEEE*, v. 82, n. 3, p. 413–428, March 1994.
- MITOLA, J. Software radios: Survey, critical evaluation and future directions. *IEEE Aerospace and Electronic Systems Magazine*, v. 8, n. 4, p. 25–36, Abril 1993.
- MITOLA, J. *Cognitive Radio An Integrated Agent Architecture for Software Define Radio*. Tese (Doctor of Technology Dissertation) — Royal Institute of Technology (Sweden), May 2000.
- MITOLA, J.; JR, G. Q. Cognitive radio: making software radios more personal. *IEEE Personal Communications*, v. 6, n. 4, p. 13–18, Agosto 1999.
- MITRA, S. K. *Digital Signal Processsing: A Computer-Based Approach*. Fourth. [S.l.]: McGraw-Hill, 2011.
- MORELLI, M.; KUO, C. J.; PUN, M. Synchronization techniques for orthogonal frequency division multiple access (OFDMA): a tutorial review. *Porceedings of the IEEE*, v. 95, n. 7, p. 1394–1497, July 2007.
- MURALISHANKAR, R.; SANGWAN, A. Complex Cepstrum of Discrete Hartley Andwarped Discrete Hartley Filters. In: *12th Digital Signal Processing Workshop - 4th Signal Processing Education Workshop*. Teton National Park, WY: [s.n.], 2006. p. 392–397.
- MUSTAFA, H. et al. A novel algorithm for multiple signal classification with Optimized Coulomb Energy Neural Networks for Power line communications. In: *Proceedings of IEEE International Symposium on Power Line Communications and Its Applications (ISPLC) 2010*. Rio de Janeiro, Brasil: [s.n.], 2010. p. 90–95.
- NEKOVEE, M. A Survey of Cognitive Radio Access to TV White Spaces. *Journal of Electrical and Computer Engineering*, v. 2010, p. 11 pages, April 2010.

- NEKOVÉE, M.; IRNICH, T.; KARLSSON, J. Worldwidetrends Inregulation Of Secondaryaccess To Whitespacesusing Cognitiveradio. *IEEE Wireless Communications*, v. 19, n. 4, p. 32–40, August 2012.
- NOGUET, D.; BIARD, L.; LAUGEOIS, M. Cyclostationarity Detectors for Cognitive Radio: Architectural Tradeoffs. *EURASIP Journal on Wireless Communications and Networking*, v. 2010, p. 8 pages, 2010.
- OH, S. W. et al. Cognitive power line communication system for multiple channel access. In: *Proceedings of IEEE International Symposium on Power Line Communications and Its Applications (ISPLC) 2009*. Dresden, Germany: [s.n.], 2009. p. 47–52.
- OKSMAN, V.; GALLI, S. G.hn: The New ITU-T Home Networking Standard. *IEEE Communications Magazine*, v. 47, n. 10, p. 138–145, October 2009.
- OKSMAN, V.; ZHANG, J. G.HNEM: The New ITU-T Standard on Narrowband PLC Technology. *IEEE Communications Magazine*, v. 49, n. 12, p. 36–44, December 2011.
- OMEGA. *PLC Channel Characterization and Modelling*. [S.l.], 2009.
- OPPENHEIM, A.; JOHNSON, D.; STEIGLITZ, K. Computation of Spectra with Unequal Resolution Using the Fast Fourier Transform. *Proceedings of the IEEE*, v. 59, p. 299–301, February 1971.
- OPPENHEIM, A. V.; SCHAFER, R. W. *Discrete-Time Signal Processing*. Third. [S.l.]: Prentice Hall, 2010.
- PAGANI, P. Electro magnetic compatibility for power line communications regulatory issues and countermeasures. In: *Proceedings of IEEE 21st International Symposium on Personal Indoor and Mobile Radio Communications*. Istanbul, Turkey: [s.n.], 2010. p. 2799–2804.
- PAPOULIS, A.; PILLAI, S. U. *Probability, Randon Variables, and Stochastic Processes*. 4 ed. [S.l.]: Mac Graw-Hill, 2002.
- PEDERSEN, F. *Joint Time Frequency Analysis in Digital Signal Processing*. Tese (Ph.D. Dissertation) — Aalborg University (Denmark), 1997.
- PEI, S. C.; AL et. Elimination of Discretization Side-Effect in The S Transform Using Folded Wndows. *Signal Processing*, v. 91, p. 1466–1475, 2011.
- PEYRIN, F.; PROST, R. A Unified Definition for the Discrete Time, Discrete Frequency and Discrete Time-Frequency Wigner Distributions. *IEEE Transactions on Acoustic, Speech, and Signal Processing*, v. 34, n. 4, p. 858–867, August 1986.
- PRAHO, B. et al. Cognitive detection method of radio frequencies on power line networks. In: *Proceedings of IEEE International Symposium on Power Line Communications and Its Applications (ISPLC) 2010*. Rio de Janeiro, Brasil: [s.n.], 2010. p. 225–230.
- PRAHO, B. et al. A cognitive method for ensuring the coexistence between PLC and VDSL2 technologies in home network. In: *Proceedings of International IEEE Conference on Microwaves, Communications, Antennas and Electronic Systems*. Tel Aviv: [s.n.], 2011. p. 1–4.

- QIAN, S.; CHEN, D. Decomposition of the Wigner-Ville Distribution and Time-Frequency Distribution Serie. *IEEE Transactions On Signal Processing*, v. 42, n. 10, p. 2836–2842, October 1994.
- QIAN, S.; CHEN, D. Understanding the Nature of Signals Whose Power Spectral Change with Time. *IEEE Signal Processing Magazine*, v. 16, n. 2, p. 52–67, March 1999.
- RABAEY, J. M.; CHANDRAKASAN, A.; NIKOLIC, B. *Digital Integrated Circuits*. Second. [S.l.]: Prentice Hall, 2003.
- RAO, S. et al. Powerline communication system with alternative technology based on new modulation schemes. In: *Proceedings of Broadband Europe*. Antwerp, Belgium: [s.n.], 2007. p. 1–4.
- REMSEIER, S.; SPIESS, H. *Making power lines sing*. [S.l.], 2006.
- REZA, S.; CIOBOTARU, M.; AGELIDIS, V. G. Accurate Estimation of Single-Phase Grid Voltage Parameters Under Distorted Conditions. *IEEE Transactions On Power Delivery*, v. 29, n. 3, p. 1138–1146, June 2014.
- RIBEIRO, M. V. et al. Fourier-lapped Multilayer Perceptron Method for Speech Quality Assessment. *EURASIP Journal on Applied Signal Processing*, v. 9, p. 1425–1434, June 2005.
- RIBEIRO, M. V. et al. Detection of Disturbances in Voltage Signals for Power Quality Analysis Using HOS. *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing*, v. 2007, p. 13 pages, 2007.
- RIHACZEK, A. W. Signal Energy Distribution in Time and Frequency. *IEEE Transactions On Information Theory*, v. 14, n. 3, p. 369–374, May 1968.
- SANTACANA, E. et al. Getting Smart. *IEEE Power and Energy Magazine*, v. 6, p. 38–45, March-April 2010.
- SCHREIER, P. J.; SCARF, L. L. *Statistical Signal Processing of Complex-Valued Data*. First. [S.l.]: Cambridge, 2010.
- SCHWARTZ, M. Carrier-wave telephony over power lines: early history. *IEEE Communications Magazine*, v. 47, p. 14–18, 2009.
- SHLIEN, S. The Modulated Lapped Transform, Its Time-Varying Forms, and Its Applications to Audio Coding Standards. *IEEE Transactions On Speech And Audio Processing*, v. 5, n. 4, p. 359–366, July 1997.
- SIMON, C.; AL et. The S-Transform and Its Inverse: Sides Effects of Discretizing and Filtering. *IEEE Transactions On Signal Processing*, v. 55, n. 10, p. 4928–4937, October 2007.
- STOCKWELL, R. G.; MANSINHA, L.; LOWE, R. P. Localization of the Complex Spectrum: The S Transform. *IEEE Transactions On Signal Processing*, v. 44, n. 4, p. 998–1001, April 1996.

- SUTTON, P. D.; NOLAN, K. E.; DOYLE, L. E. Cyclostationary Signatures in Practical Cognitive Radio Applications. *IEEE Journal On Selected Areas In Communications*, v. 26, n. 1, p. 13–24, January 2008.
- TAKAHATA, A. K. Unsupervised processing of geophysical signals. *IEEE Signal Processing Magazine*, v. 29, n. 4, p. 27–35, July 2012.
- TANDRA, R.; MISHR, S. M.; SAHA, A. What is a Spectrum Hole and What Does it Take to Recognize One? *Proceedings of the IEEE*, v. 97, n. 5, p. 824–848, May 2009.
- TANDRA, R.; SAHAI, A. SNR Walls for Signal Detection. *IEEE Journal Of Selected Topics In Signal Processing*, v. 2, n. 1, p. 4–17, February 2008.
- THEODORIDIS, S.; KOUTROUMBAS, K. *Pattern Recognition*. Fourth. [S.l.]: Elsevier, 2009.
- THOMSON, D. Spectrum estimation and harmonic analysis. *Proceedings of the IEEE*, v. 70, n. 9, p. 1055–1096, September 1982.
- TIA. *Medium-Speed (Up to 14 Mbps) Power Line Communications (PLC) Modems Using Windowed OFDM*. [S.l.]: TIA Std. 1113, 2008.
- TIAN, Z.; GIANNAKIS, G. B. A wavelet approach to wideband spectrum sensing for cognitive radios. In: *Proceedings of IEEE CROWNCOM*. Mykonos Island, Greece: [s.n.], 2006.
- TSUZUKI, S. et al. Radiation detection and mode selection for a cognitive PLC system. In: *Proceedings of IEEE International Symposium on Power Line Communications and Its Applications (ISPLC) 2011*. Udine, Italy: [s.n.], 2011. p. 323–328.
- VENTOSA, S.; AL et. The S-Transform From a Wavelet Point of View. *IEEE Transactions On Signal Processing*, v. 56, n. 7, p. 2771–2780, July 2008.
- VILLE, J. Theorie et Applications de la Notion de Signal Analytique. *Cables et Transmission*, v. 2, p. 61–74, 1948.
- WELCH, P. D. The use of fast Fourier transform for the estimation of power spectra: A method based on time averaging over short, modified periodograms. *IEEE Transactions On Audio and Electroacoustics*, v. 16, n. 2, p. 70–73, June 1967.
- WELING, N. Feasibility study on detecting short wave radio stations on the powerlines for dynamic PSD reduction as method for cognitive PLC. In: *Proceedings of IEEE International Symposium on Power Line Communications and Its Applications (ISPLC) 2011*. Udine, Italy: [s.n.], 2011. p. 311–316.
- WELING, N. SNR-based Detection of Broadcast Radio Stations on Powerlines as Mitigation Method Toward a Cognitive PLC Solution. In: *Proceedings of IEEE International Symposium on Power Line Communications and Its Applications (ISPLC) 2012*. Beijing, China: [s.n.], 2012. p. 52–59.
- WIGNER, E. P. On the Quantum Correction for Thermodynamic Equilibrium. *Physical Review*, v. 40, p. 749–759, 1932.

X10 Powerline Carrier Technology. 2013.

[Http://www.x10.com/support/technology1.htm](http://www.x10.com/support/technology1.htm). Acessado em 20/07/2013.

YUCEK, T.; ARSLAN, H. A Survey of Spectrum Sensing Algorithms for Cognitive Radio Applications. *IEEE Communications Surveys & Tutorials*, v. 11, n. 1, p. 116–130, First Quarter 2009.

ZENG, Y.; LIANG, Y. C. Covariance based signal detections for cognitive radio. In: *Proceedings of IEEE DYSPAN*. Dublin, Ireland: [s.n.], 2007. p. 202–207.

ZENG, Y.; LIANG, Y. C. Maximum-Minimum Eigenvalue Detection for Cognitive Radio. In: *Proceedings of IEEE PIMRC*. Athens, Greece: [s.n.], 2007. p. 1–5.

ZENG, Y.; LIANG, Y. C. Maximum eigenvalue detection: Theory and application. In: *Proceedings of IEEE ICC*. Beijing, China: [s.n.], 2008.

ZENG, Y.; OH, S.; MO, R. Subcarrier sensing for distributed OFDMA in powerline communication. In: *Proceedings IEEE International Conference on Communications*. Dresden, Germany: [s.n.], 2009. p. 1–5.

ZHAO, Y. et al. A Smart Platform with Cognitive techniques for Narrowband Power Line Communication. In: *2012 International SoC Design Conference (ISOCC)*. Jeju Island: [s.n.], 2012. p. 301–304.