

UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA  
CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

EDUARDO FURTADO ALVES DE PAULA

**PROGRAMAÇÃO DE TRENS EM LINHAS SINGELAS**

JUIZ DE FORA

2017

EDUARDO FURTADO ALVES DE PAULA

**PROGRAMAÇÃO DE TRENS EM LINHAS SINGELAS**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado a Faculdade de Engenharia da Universidade Federal de Juiz de Fora, como requisito parcial para a obtenção do título de Engenheiro de Produção.

Orientador: D. Sc., Prof. Fernando Marques de Almeida Nogueira

JUIZ DE FORA

2017

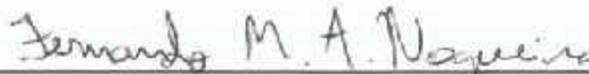
EDUARDO FURTADO ALVES DE PAULA

**PROGRAMAÇÃO DE TRENS EM LINHAS SINGELAS**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado a Faculdade de Engenharia da Universidade Federal de Juiz de Fora, como requisito parcial para a obtenção do título de Engenheiro de Produção.

Aprovada em 29 de junho de 2017.

**BANCA EXAMINADORA**



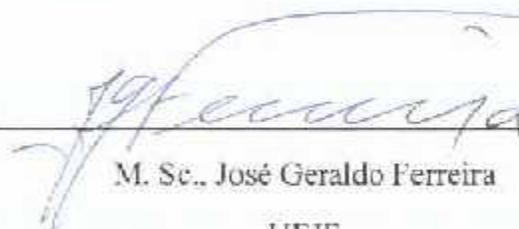
\_\_\_\_\_  
D. Sc., Fernando Marques de Almeida Nogueira (Orientador)

UFJF



\_\_\_\_\_  
D. Sc., Roberto Malheiros Moreira Filho

UFJF



\_\_\_\_\_  
M. Sc., José Geraldo Ferreira

UFJF

Ficha catalográfica elaborada através do programa de geração automática da Biblioteca Universitária da UFJF, com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

de Paula, Eduardo Furtado Alves.

Programação de trens em linhas singelas / Eduardo Furtado Alves de Paula. -- 2017.

35 p. : il.

Orientador: Fernando Marques de Almeida Nogueira

Trabalho de Conclusão de Curso (graduação) - Universidade Federal de Juiz de Fora, Faculdade de Engenharia, 2017.

1. programação linear. 2. ferrovias. I. Nogueira, Fernando Marques de Almeida, orient. II. Título.

EDUARDO FURTADO ALVES DE PAULA

**PROGRAMAÇÃO DE TRENS EM LINHAS SINGELAS**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado a Faculdade de Engenharia da Universidade Federal de Juiz de Fora, como requisito parcial para a obtenção do título de Engenheiro de Produção.

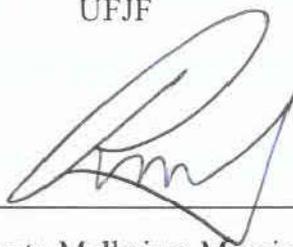
Aprovada em 29 de junho de 2017.

**BANCA EXAMINADORA**



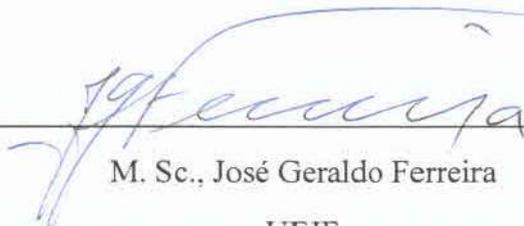
\_\_\_\_\_  
D. Sc., Fernando Marques de Almeida Nogueira (Orientador)

UFJF



\_\_\_\_\_  
D. Sc., Roberto Malheiros Moreira Filho

UFJF



\_\_\_\_\_  
M. Sc., José Geraldo Ferreira

UFJF

## AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar, agradeço à toda minha família, pelo apoio integral desde que decidi cursar Engenharia até o final do curso. Agradecimento especial aos meus pais e minha avó pela cobrança, fundamental para que eu concluísse este trabalho. Ao meu avô, agradeço imensamente por ter me ensinado a gostar de trens.

Aos meus grandes amigos que fiz durante a faculdade, em especial ao grupo do Wololo: vocês foram especiais e são algumas das minhas maiores conquistas na faculdade. Obrigado pelos bons momentos, pelo apoio e pelos conselhos.

Aos meus colegas de SEEPRO: minha formação profissional seria irrelevante não fosse a convivência com vocês. Ao longo de dois anos, quatro gestões, fizemos um bom trabalho e deixamos um legado que dura até hoje. Muito obrigado por me proporcionar essa experiência.

Agradeço a todos os professores que tive durante o curso, principalmente ao meu orientador, professor, Fernando; à professora Roberta, que tantas oportunidades me ofereceu na organização do EMEPRO; e ao professor Vanderli, de quem orgulhosamente fui bolsista por longos anos.

## **RESUMO**

O planejamento da circulação de trens em uma ferrovia é necessário para reduzir o tempo que as composições ficam paradas e também para que cheguem o mais rápido possível em seu destino. As ferramentas computacionais existentes para solucionar este problema, entretanto, exigem um grande esforço de processamento, o que inviabiliza a geração de soluções rapidamente. Este trabalho modelou o problema de circulação de trens através da programação linear inteira e propôs um algoritmo heurístico para resolvê-lo, baseado no relaxamento de alguns conflitos que podem ocorrer após um determinado tempo. Através da resolução de vários cenários diferentes, o método se mostrou capaz de gerar a solução ótima em alguns segundos.

Palavras chave: programação linear, ferrovias.

## **ABSTRACT**

The good planning of the train timetable in a railroad is needed to reduce the wasted time of the trains, and also to make them arrive as soon as possible at their destinies. However, the computer tools existing to solve this problem requires a great amount of processing time, making the fast solution generation infeasible. This paper modeled the problem using integer linear program and proposed an algorithm to solve it using an heuristic, which is based on the relaxation of some constraints that could happen after a certain time horizon. After testing different scenarios, the proposed method revealed capable of generate the optimal solution in a few seconds.

Key words: linear program, railroads.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Extensão da malha ferroviária nacional (1854 – 2012) .....	10
Figura 2 – Evolução da produção das concessões ferroviárias. ....	11
Figura 3 – Evolução dos investimentos em ferrovias. ....	11
Figura 4 – Pátios de cruzamento e seções de bloqueio. ....	15
Figura 5 – Gráficos de Trens para cruzamento. ....	16
Figura 6 – Gráfico de Trens para ultrapassagem.....	17
Figura 7 – Segmento de ferrovia usado para validar o modelo.....	20
Figura 8 – Gráfico de trens para o cenário de teste do modelo.....	21
Figura 9 – Solução ótima do maior cenário calculado pelo modelo. ....	21
Figura 10 – Gráfico de trens com horizonte de tempo de 20 minutos. ....	23
Figura 11 – Fluxograma do algoritmo de resolução do problema de circulação de trens.....	24
Figura 12 – Gráfico de trens do primeiro cenário de teste. Solução ótima.....	25
Figura 13 – Gráfico de trens do primeiro teste, horizonte de tempo 60 min. ....	26
Figura 14 – Gráfico de trens do primeiro teste, horizonte de tempo 120 min. ....	26
Figura 15 - Gráfico de trens do primeiro teste, resultado final. ....	27
Figura 16 – Gráfico de trens do segundo teste, solução ótima.....	27
Figura 17 – Gráfico de trens do segundo teste, resultado final da heurística.....	28
Figura 18 – Gráfico de trens do terceiro teste, solução ótima.....	28
Figura 19 - Gráfico de trens do terceiro teste, resultado da heurística. ....	29
Figura 20 – Gráfico de trens para o quarto teste, solução ótima.....	29
Figura 21 – Gráfico de trens pra o quarto teste, solução final da heurística. ....	30
Figura 22 - Gráfico de trens pra o quinto teste, solução ótima. ....	30
Figura 23 - Gráfico de trens pra o quinto teste, solução final da heurística.....	31
Figura 24 - Gráfico de trens pra o sexto teste, solução ótima. ....	31
Figura 25 - Gráfico de trens pra o sexto teste, solução final da heurística.....	32

## SUMÁRIO

<b>1. INTRODUÇÃO</b> .....	10
1.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS .....	10
1.2 JUSTIFICATIVA .....	12
1.3 ESCOPO DO TRABALHO .....	12
1.4 ELABORAÇÃO DOS OBJETIVOS .....	13
1.5 CLASSIFICAÇÃO DA METODOLOGIA .....	13
1.6 DEFINIÇÃO DA METODOLOGIA .....	13
1.7 ESTRUTURA DO TRABALHO .....	14
<b>2. REVISÃO DA LITERATURA</b> .....	15
2.1 PLANEJAMENTO NO TRANSPORTE FERROVIÁRIO .....	15
2.2 CIRCULAÇÃO DE TRENS EM LINHAS SINGELAS .....	15
2.3 O PROBLEMA DO PLANEJAMENTO DA CIRCULAÇÃO DE TRENS .....	17
<b>3. MODELO PROPOSTO DE PROGRAMAÇÃO LINEAR</b> .....	19
3.1 CENÁRIO DE VALIDAÇÃO DO MODELO .....	20
<b>4. ALGORITMO DE RESOLUÇÃO DO PROBLEMA DE CIRCULAÇÃO</b> .....	22
4.1 HORIZONTE DE TEMPO .....	22
4.2 DESCRIÇÃO DO ALGORITMO .....	23
<b>5. RESULTADOS</b> .....	25
5.1 CENÁRIO 1 .....	25
5.2 CENÁRIO 2 .....	27
5.3 CENÁRIO 3 .....	28
5.4 CENÁRIO 4 .....	29
5.5 CENÁRIO 5 .....	30
5.6 CENÁRIO 6 .....	31
5.7 RESUMO DOS TESTES .....	32
<b>6. CONCLUSÕES</b> .....	33
<b>7. REFERÊNCIAS</b> .....	34

## 1. INTRODUÇÃO

### 1.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

O crescimento econômico de um país exige, necessariamente, uma rede de transporte eficiente para a logística da riqueza produzida. No caso do Brasil, cujos principais itens de exportação são *commodities*, o transporte eficiente é um fator chave para a competitividade de seus produtos, pois traz uma redução significativa dos custos agregados (PEREIRA, 2015).

O modal ferroviário pode desempenhar um papel importante na formação de uma matriz de transporte eficiente. Segundo um estudo da Confederação Nacional dos Transportes (CNT, 2013), as ferrovias apresentam vantagens sobre o modal rodoviário no deslocamento de grandes quantidades e em longas distâncias. Ou seja, os trens são ideais para escoar, por exemplo, a produção de soja do Centro-Oeste e o minério de ferro do interior de Minas Gerais até os portos. O aumento da eficiência no transporte ferroviário pode contribuir, portanto, para o crescimento econômico do país.

Ainda de acordo com o estudo da CNT, as ferrovias brasileiras apresentaram ganhos de produtividade após as privatizações dos anos 1990. A extensão da malha avançou cerca de 1,3% desde 1996, totalizando 30.129 km em 2012. Apesar de inferior ao pico de 38.287 km no início dos anos 60 (antes da expansão das rodovias e erradicação de ramais deficitários por parte do Governo Federal), a extensão atual é maior do que a observada nos anos 1980, 28.942 km. Esta trajetória da extensão das ferrovias está detalhada na Figura 1. Graças aos investimentos privados das concessionárias, mostrados na Figura 3, o ganho de eficiência foi notável. O número de acidentes caiu 87% e a produção ferroviária aumentou 133% desde 1997, como mostra a Figura 2.



Figura 1 – Extensão da malha ferroviária nacional (1854 – 2012)

Fonte: CNT, 2013.



Figura 2 – Evolução da produção das concessões ferroviárias.  
Fonte: CNT, 2013.

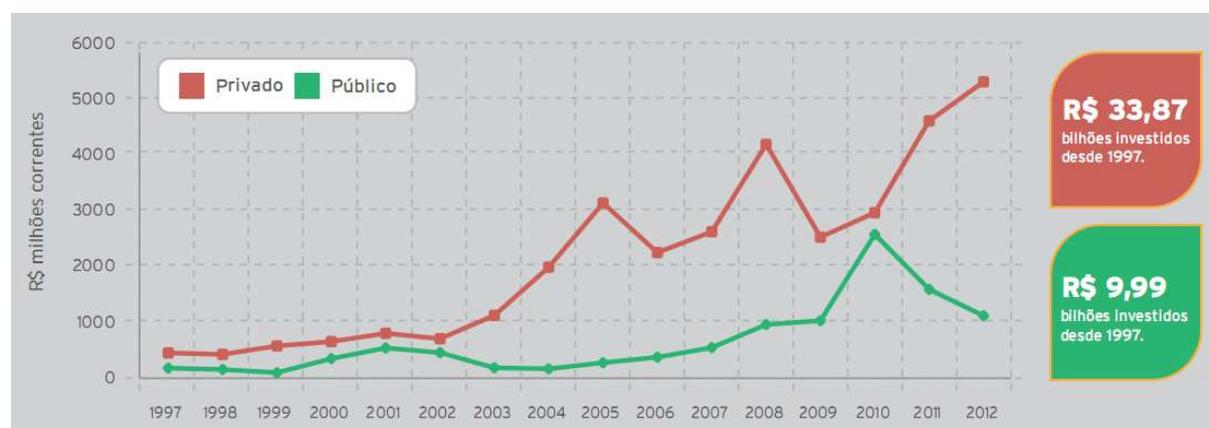


Figura 3 – Evolução dos investimentos em ferrovias.  
Fonte: CNT, 2013.

Apesar desta evolução, o setor ferroviário está aquém do desejado para uma matriz de transporte eficiente. A malha é consideravelmente extensa, mas está concentrada na região Sul e Sudeste, deixando de atender, por exemplo, à produção de soja no Centro-Oeste. Além disso, há gargalos físicos como invasões de faixas de domínio e passagens de nível que forçam as composições a reduzirem sua velocidade de 40 km/h para apenas 5 km/h, elevando os custos operacionais e reduzindo a eficácia (CNT, 2013).

A solução óbvia para atingir a desejada eficiência ferroviária seria a expansão da infraestrutura com a construção de novas linhas e ramais entre zonas produtoras e os portos, a eliminação de interferências como passagens de níveis em centros urbanos, adequação do traçado de linhas férreas antigas, entre outras. Porém, esta solução exige um alto investimento tanto por parte das concessionárias quanto do poder público, e os sucessivos planos de expansão ferroviária lançados pelo Governo Federal não conseguiram cumprir seus objetivos.

Dada a dificuldade em investir na expansão da infraestrutura, o uso otimizado das linhas para aumentar a produtividade, que já é uma busca constante das concessionárias, passa a ter uma importância ainda maior. É neste aspecto que a Pesquisa Operacional se mostra relevante, pois o uso de modelos matemáticos na otimização da operação ferroviária torna possível aumentar a capacidade de transporte sem a ampliação das instalações físicas ou compra de material rodante.

Uma das maneiras mais importantes de realizar tal otimização é através da resolução do problema de circulação de trens, isto é, definir a ordem em que as composições férreas ocupam os vários trechos da linha. Além de reduzir os atrasos e o tempo total de viagem, a solução deste problema se torna uma importante fonte de informações para os gestores planejarem outros aspectos operacionais e estratégicos da ferrovia, como alocação de material rodante, instalação de terminais e oficinas, janela de tempo para efetuar manutenções, entre outros. A circulação otimizada de trens é, portanto, um fator chave de sucesso para uma ferrovia (PEREIRA, 2015).

## 1.2 JUSTIFICATIVA

Uma maneira de obter ganhos na produtividade ferroviária sem necessariamente expandir a infraestrutura é desenvolver e aplicar modelos matemáticos que otimizem a operação dos trens. No Brasil há uma carência no que concerne à pesquisa e desenvolvimento de metodologias adequadas à realidade nacional para o planejamento da circulação de trens. Até recentemente, na maioria das ferrovias brasileiras tal planejamento era feito apenas baseado na experiência profissional dos controladores de tráfego, o que não garante que o resultado seja o ótimo. As ferramentas computacionais começaram a serem implantadas apenas na década de 1990 (TAZONIERO, 2007; LEAL *et al.*, 2004), porém elas tem como base a Programação Linear Inteira, um método de modelagem que exige um grande tempo de processamento. Logo, mesmo os recursos disponíveis hoje apresentam restrições para sua implementação devido ao alto esforço computacional.

Assim sendo, pesquisas acadêmicas na área, como este trabalho, pode contribuir com novas metodologias para resolver o problema de circulação de trens, visto que as soluções existentes ainda não são definitivas.

## 1.3 ESCOPO DO TRABALHO

Esta pesquisa abordará o problema de circulação de trens em ferrovias de vias singelas. O propósito é obter um modelo matemático determinístico de programação linear,

construído após uma revisão bibliográfica dos modelos existentes, que faça o despacho de várias composições (com horários de partida aleatórios) em uma ferrovia fictícia de forma que o tempo de circulação total na via seja o menor possível. As velocidades dos trens serão constantes em todos os trechos de um determinado cenário. Não serão consideradas restrições de horários de circulação dos trens em qualquer trecho (como, por exemplo, janela para manutenção).

É esperado que cenários com vários trens tenha um alto tempo de processamento, e para contornar isso será proposto e testado um algoritmo para executar a programação de forma ágil. O método consiste em relaxar as restrições relativas a conflitos de trens que podem ocorrer após um determinado horizonte de tempo pré-determinado, reduzindo assim o número de cálculos a serem feitos e conseqüentemente o tempo. A solução gerada, apesar de viável, não é ótima. Trata-se, portanto, de um método heurístico.

#### 1.4 ELABORAÇÃO DOS OBJETIVOS

Este trabalho tem como objetivos:

- Detalhar o problema da circulação de trens;
- Propor um modelo de otimização de circulação de trens com base na literatura estudada;
- Desenvolver uma heurística que resolva o modelo proposto com baixo custo computacional.

#### 1.5 CLASSIFICAÇÃO DA METODOLOGIA

Esta pesquisa pode ser classificada, quanto aos fins e aos meios conforme Menezes e Silva (2005): quanto a sua natureza, se classifica como aplicada; quanto à sua abordagem, é dita quantitativa; quanto a seus objetivos, é considerada exploratória; seus procedimentos técnicos são bibliográficos e experimentais.

#### 1.6 DEFINIÇÃO DA METODOLOGIA

Inicialmente foi realizada a revisão bibliográfica do tema para conhecer o estado da arte atual das pesquisas. Isso incluiu descrever e analisar os modelos já propostos para o problema de circulação de trens. Foram levantadas as variáveis e os parâmetros pertinentes ao modelo que foi elaborado, além de descrever alguns conceitos das operações ferroviárias.

Com base nos modelos estudados na revisão bibliográfica, foi então desenvolvida uma modelagem própria para resolver o problema através de Programação Linear Inteira, utilizando a linguagem do *software* LINGO.

O modelo desenvolvido foi testado para uma ferrovia fictícia simples, com dois pátios de cruzamentos e várias composições a atravessando em ambos os sentidos. Foi esperado que, a partir de um determinado número de trens programados para percorrer o trecho, o tempo de cálculo se tornasse impraticável.

A seguir foi estruturado o algoritmo proposto para resolver o problema de forma rápida utilizando o relaxamento das restrições que ocorrem após um horizonte de tempo. Para testar se o método é funcional, foram criados cenários aleatórios de trens que percorreram um trecho de uma ferrovia genérica. Cada cenário foi primeiramente resolvido utilizando apenas o modelo de programação linear inteira a fim de determinar o resultado ótimo, isto é, o menor tempo possível que todos os trens levaram para percorrer o trecho. Depois, os mesmos cenários foram resolvidos através do algoritmo proposto. As soluções apresentadas por este foram comparadas com as soluções ótimas obtidas anteriormente.

## 1.7 ESTRUTURA DO TRABALHO

Este trabalho está estruturado da seguinte forma: o presente Capítulo 1 é uma introdução ao tema e a proposta da pesquisa. O Capítulo 2 define o problema que foi estudado e é apresentada uma revisão dos trabalhos já publicados sobre o mesmo, constituindo assim o referencial teórico. O Capítulo 3 descreve o modelo de programação linear desenvolvido para calcular a solução ótima do problema. No Capítulo 4 foi explicado um algoritmo que objetiva solucionar o modelo descrito no capítulo anterior de maneira rápida. Os resultados deste algoritmo foram exibidos no Capítulo 5, e as conclusões acerca de sua eficiência são apresentadas no Capítulo 6.

## 2. REVISÃO DA LITERATURA

### 2.1 PLANEJAMENTO NO TRANSPORTE FERROVIÁRIO

Segundo ASSAD (1980 *apud* PEREIRA, 2015), o planejamento do transporte ferroviário pode ser classificado em três níveis: estratégico, tático e operacional. No nível estratégico se situam as decisões de grandes investimentos e de longo prazo, normalmente tomadas pela alta gerência. São exemplos de decisões estratégicas a construção de novas linhas, pátios ou duplicações; a localização dos pátios e terminais e a política tarifária. No nível tático, de médio prazo, estão às decisões de alocação dos recursos disponíveis, como definição de rotas e formação de composições. Por fim, no nível operacional é decidido o dia a dia da ferrovia, abrangendo tabelas de horários e políticas de despacho.

O presente trabalho está inserido no nível operacional por ser um estudo de modelos que auxiliam o despacho de trens. Porém, algumas consequências de uma eventual implementação do modelo podem afetar os demais níveis. O ganho de produtividade, por exemplo, pode influenciar decisões de investimentos estratégicos.

### 2.2 CIRCULAÇÃO DE TRENS EM LINHAS SINGELAS

Os conceitos a seguir estão baseados em PEREIRA (2015) e em PACHL (2009). Uma ferrovia de linha singela possui uma única linha ligando os pátios de cruzamento e nela os trens circulam nos dois sentidos. Já o pátio de cruzamento possui uma linha adicional paralela à linha principal para que dois trens possam se cruzar. Entre os pátios de cruzamento existem as seções de bloqueio (SB), as menores divisões da linha que devem ser ocupadas por apenas um trem. Para uma composição entrar em uma seção de bloqueio, esta não poderá estar sendo ocupada por outro trem. O trecho inter-pátios é o segmento de ferrovia que liga um pátio de cruzamento a outro, composto por uma ou mais seções de bloqueio. Nele, apenas trens de mesmo sentido são permitidos. Tais conceitos estão ilustrados na Figura 4.

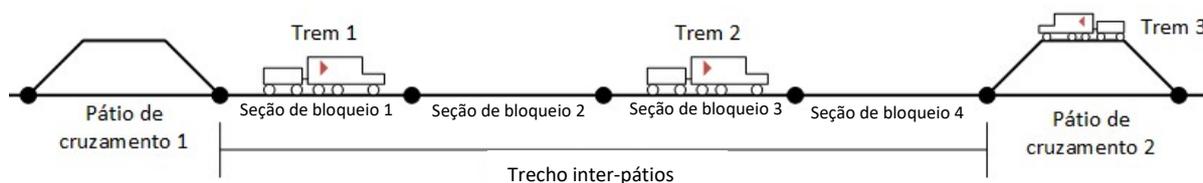


Figura 4 – Pátios de cruzamento e seções de bloqueio.

Fonte: o Autor.

A rota de um trem é o conjunto ordenado de trechos que o trem deve percorrer entre seu ponto de partida e seu ponto de chegada.

Um conflito a passagem da outra composição. Somente depois que esta libera o segmento concorrido ocorre quando dois trens competem pela ocupação de um segmento da ferrovia. Pode ocorrer a necessidade de cruzamento de trens em sentidos opostos ou então a ultrapassagem de uma composição mais prioritária de mesmo sentido. A solução consiste em ordenar que um destes trens pare em um pátio de cruzamento e aguarde o trem parado é autorizado a seguir viagem. O tempo que o trem aguarda no pátio pode ser classificado como Trem Hora Parado (THP), um importante indicador para a operação ferroviária. No modelo proposto por este trabalho, o objetivo é reduzir o THP total da ferrovia.

Os principais parâmetros para o planejamento da circulação de trens constam na Grade de Trens, isto é, o detalhamento de cada trem que deve circular na ferrovia em um período de tempo, o ponto de partida e de chegada, o tempo médio de circulação de cada trecho, entre outras informações.

Uma ferramenta importante para o planejamento de circulação de trens é o Gráfico Horário de Trens (HRT). O eixo vertical representa a posição dos pátios de cruzamentos e o eixo horizontal a escala de tempo para movimentação dos trens. Cada linha do gráfico está relacionada a um trem, e a inclinação desta reta representa sua velocidade. Logo, quando a linha estiver paralela ao eixo do tempo, significa que o trem parou em um pátio de cruzamento.

Com este gráfico é possível visualizar quais trens deverão parar nos pátios de cruzamento, e em quais deles, para que outros sigam viagem. Com ele também podemos visualizar os dois tipos de conflitos: o cruzamento e a ultrapassagem entre trens. Na Figura 5, que mostra um cruzamento, o trem 1 estacionou no pátio de cruzamento 2 para que o trem 2 pudesse prosseguir. Já na Figura 6, o trem 1 parou no pátio 1 e foi ultrapassado pelo trem 2, que tinha maior prioridade.

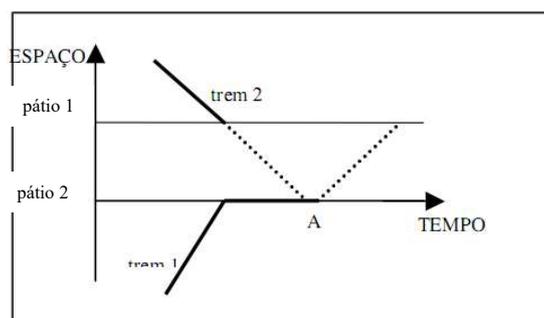


Figura 5 – Gráficos Horário de Trens para cruzamento.  
Fonte: LEAL *et al.*, 2004.

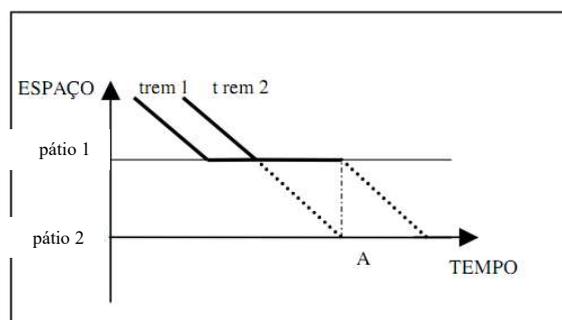


Figura 6 – Gráfico Horário de Trens para ultrapassagem.  
Fonte: LEAL *et al.*, 2004.

### 2.3 O PROBLEMA DO PLANEJAMENTO DA CIRCULAÇÃO DE TRENS

Um dos primeiros trabalhos publicados a respeito da otimização do planejamento da circulação de trens foi o de Szpigel (1972, *apud* PEREIRA, 2015), que é citado em vários trabalhos posteriores. Ele aborda o problema como um modelo de *Job-Shop Scheduling*, onde tarefas constituídas de operações devem ser executadas em um conjunto de máquinas. Cada trem é uma “tarefa” e cada trecho é uma “máquina”. São necessárias restrições temporais e espaciais. As restrições temporais garantem que um trem não atravesse um determinado trecho sem antes passar pelo anterior. As restrições espaciais fazem com que nenhum trecho seja ocupado por mais de um trem ao mesmo tempo. Os conflitos que o modelo busca resolver ocorrem quando uma composição entra em um setor da linha antes que ele seja desocupado por outro trem. Para isso são utilizadas variáveis binárias que indicam a precedência de cada par de trens em cada trecho. A função objetivo do problema é minimizar a média ponderada dos tempos de viagens. Por utilizar variáveis binárias, este é um problema de programação linear inteira e pode ser resolvido com o algoritmo *Branch-and-Bound*, por exemplo.

Segundo Sahin (1998, *apud* LEAL *et al.*, 2004), essa abordagem faz com que a resolução de problemas seja um problema combinatório NP-completo com complexidade computacional  $O(2^n)$ , onde  $n$  é o número de conflitos. Ou seja, o tempo computacional e a memória requerida para resolução crescem exponencialmente com a quantidade de conflitos, tamanho da linha e horizonte de planejamento. Logo, apenas pequenas instâncias podem ser resolvidas otimamente, o que levou alguns trabalhos posteriores a proporem métodos heurísticos como solução.

Higgins *et al.* (1996) utilizou uma abordagem semelhante ao modelo de Szpigel, adicionando elementos como a velocidade máxima e mínima em cada trecho, distância

desejada entre trens (*headway*) e a prioridade das composições. A resolução também é feita com o algoritmo *Branch-and-Bound* e obteve resultados satisfatórios.

Leal *et al.* (2004) descreveram um modelo baseado em Szpigel (1972) e em Higgins (1996) porém utilizando uma heurística. O algoritmo da resolução resolve os conflitos em ordem cronológica através de uma varredura temporal, isto é, os conflitos mais recentes são solucionados primeiro. Para cada conflito é escolhido um trem de referência e seu respectivo trem em conflito, e a seguir é calculado o atraso de cada um caso fosse parado no pátio. A composição que deverá ser parada é aquela com menor atraso. Tal procedimento é repetido para todos os conflitos. Este algoritmo pode ser solucionado tanto pelo método *Branch-and-Bound* quanto pelo de descida em vários níveis. Os autores demonstraram que ambas as técnicas apresentaram uma programação de trens com menos atrasos do que a solução adotada em uma ferrovia real.

Liu e Kozan (2009) fizeram uma analogia com o processo de manufatura para modelar o problema de circulação de trens. Cada composição é uma atividade, seções em linha singela são máquinas individuais e seções com linhas duplas são máquinas paralelas. O objetivo é reduzir o *makespan*, isto é, o tempo total de processamento das atividades nas máquinas. Trata-se de um modelo *Blocking Parallel-Machine Job-Shop-Scheduling* (BPMJSS). Como este é um problema que exige alto esforço computacional, os autores desenvolveram um algoritmo heurístico que soluciona o problema através de uma variação do método do Grafo Disjuntivo. O modelo foi validado utilizando dados reais de uma ferrovia e apresentou resultados satisfatórios de viabilidade.

Pereira (2015) também propôs um modelo de *Job Shop Scheduling* e o validou utilizando cenários com situações comuns nas ferrovias brasileiras, como as janelas de tempo, períodos específicos do dia em que os trens podem circular em um determinado trecho, ou então quando a circulação precisa ser interrompida para a manutenção da via permanente. O modelo apresentou ganhos de tempo de viagem de 3,6% a 22,9% em comparação com os dados reais fornecidos por uma ferrovia. Os cenários testados, porém, envolviam poucos trechos e no máximo quatro trens, isto é, o resultado é ótimo apenas localmente. O autor sugere o estudo de heurísticas para ferrovias de maior movimento.

Esta revisão bibliográfica mostrou que é consenso modelar o problema de planejamento de circulação de trens como um *job shop scheduling*, estando indefinido, entretanto, o método que o resolva rapidamente. Este trabalho seguirá a formulação comum, porém propondo um algoritmo heurístico baseado no relaxamento de algumas restrições, para solucionar o problema.

### 3. MODELO PROPOSTO DE PROGRAMAÇÃO LINEAR

O modelo matemático proposto após a revisão bibliográfica é baseado na programação *Job shop*, onde cada seção de bloqueio é análoga a uma máquina, cada trem é uma tarefa e o tempo de circulação das composições em cada trecho é o tempo de processamento. O objetivo é reduzir a soma dos tempos de chegada de todos os trens. É similar ao proposto por Szpigel (1972).

A formulação do modelo matemático é apresentada em cinco partes: conjuntos, parâmetros, variáveis de decisão, função objetivo e restrições.

#### - Conjuntos:

- N - conjunto de trens que circularão na ferrovia;
- T - conjunto de trechos da ferrovia;
- K - conjunto de estações da ferrovia.

#### - Parâmetros:

- $t_{i,t}$  - tempo de circulação do trem  $i \in N$  no trecho  $t \in T$ ;
- $Y_{partida_i}$  - horário de partida do trem  $i \in N$ ;

#### - Variáveis:

- $Y_{i,t}$  - horário em que o trem  $i \in N$  entra no trecho  $t \in T$ ;
- $X_{i,j,t}$  - assume o valor 1 se o trem  $i \in N$  preceder o trem  $j \in T$  no trecho  $t \in T$ , e assume valor zero se não preceder;
- $c_i$  - horário em que o trem  $i \in N$  chega ao seu destino, isto é, a estação  $k \in K$ .

#### - Função objetivo:

$$\min Z = \sum_{i=1}^n c_i \quad (1)$$

#### - Restrições:

$$Y_{i,k} + t_k \leq Y_{j,k} + M \times (X_{j,i,k}), \forall i, j \in n, i \neq j \quad (2)$$

$$Y_{j,k} + t_k \leq Y_{i,k} + M \times (1 - X_{j,i,k}), \forall i, j \in n, i \neq j \quad (3)$$

$$Y_{i,k} + T_k \leq Y_{i,k+1}, \forall i \in n, i \neq j \quad (4)$$

$$c_i = Y_{i,k} + t_k \quad (5)$$

A função objetivo (1) minimiza a soma dos tempos de chegada de todos os trens em suas respectivas estações de destino.

As restrições (2) e (3) garantem precedência de um trem em relação a outro.  $M$  é um número constante muito alto, e  $X_{i,j,k}$  é uma variável binária. Assim, para cada par  $i, j$  de trens, apenas uma das duas restrições será relevante para o modelo, já que são opostas. São as chamadas **restrições disjuntivas**.

A restrição (4) calcula a movimentação de cada trem. O instante em que o trem  $i$  entra no trecho  $k$ , somado com o tempo de percurso do mesmo, deverá ser menor ou igual ao instante em que o trem  $i$  entra no trecho seguinte de sua rota. Por fim, a restrição (5) indica que o horário de chegada do trem  $i$  é quando ele termina de percorrer o último trecho de seu percurso.

### 3.1 CENÁRIO DE VALIDAÇÃO DO MODELO

O seguinte segmento de ferrovia foi criado para que o modelo determine a grade ótima de trens para ele: um trajeto com seis seções de bloqueio e dois pátios de cruzamento, conforme mostrado na Figura 7. Não foi estabelecido um número máximo de trens que podem permanecer no pátio simultaneamente. O tempo de percurso em cada seção é de dez minutos.

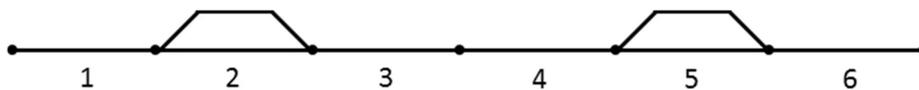


Figura 7 – Segmento de ferrovia usado para validar o modelo.  
Fonte: o Autor

No primeiro cenário foram inseridos dois trens partindo ao mesmo tempo em direções opostas. O resultado é o gráfico mostrado na Figura 8: a composição T2 seguiu viagem diretamente enquanto que a composição T1 parou no pátio 2 por 30 minutos. O valor da função objetivo desse cenário é de 110 minutos.

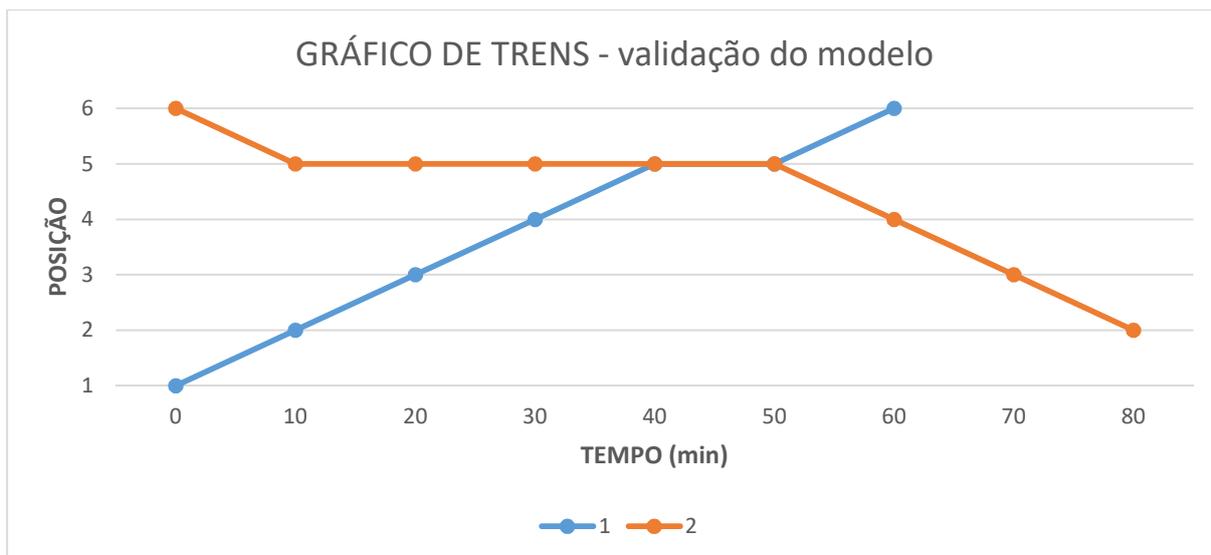


Figura 8 – Gráfico horário de trens para o cenário de teste do modelo.  
Fonte: o Autor.

A seguir foram sendo inseridos mais trens, partindo em sentidos opostos a cada dez ou trinta minutos. O maior problema que o modelo calculou em um tempo razoável, isto é, de 660 segundos (onze minutos), envolveu onze trens. Com doze composições, o programa não foi capaz de gerar uma solução com menos de uma hora de processamento.

A solução ótima deste cenário é apresentada na Figura 9. O valor da função objetivo é de 1440 minutos.

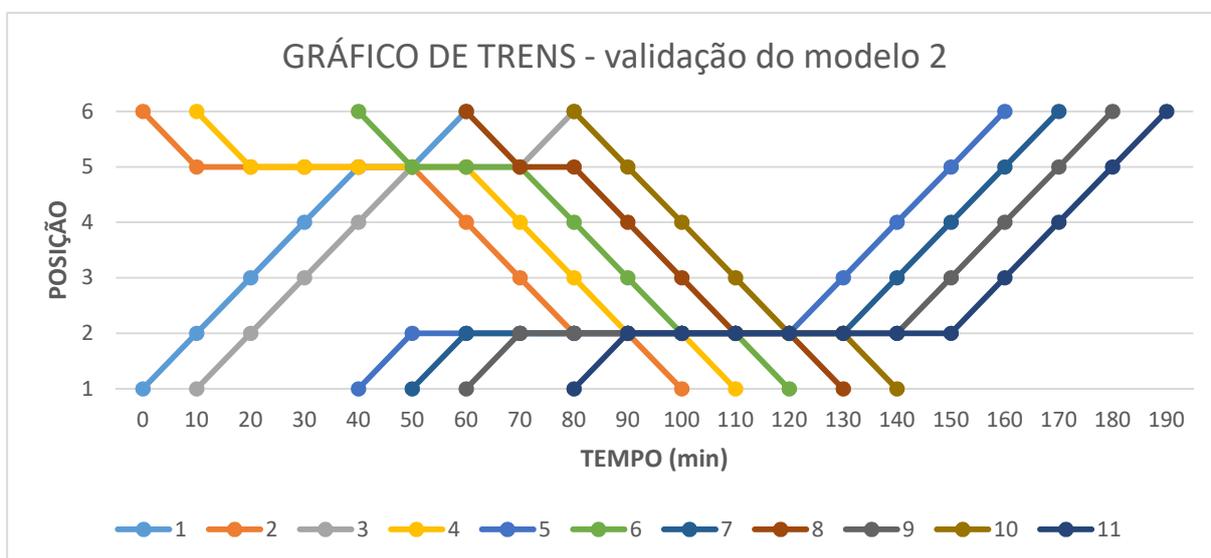


Figura 9 – Solução ótima do maior cenário calculado pelo modelo.  
Fonte: o Autor.

#### 4. ALGORITMO DE RESOLUÇÃO DO PROBLEMA DE CIRCULAÇÃO

Considerando que o modelo proposto exige um alto esforço computacional, o que impossibilita o cálculo de uma grade complexa de trens em tempo hábil, foi proposto um algoritmo que executa uma heurística para gerar uma solução boa (não necessariamente ótima) em menos tempo. O algoritmo foi testado em diferentes cenários e comparado com o resultado ótimo para verificar sua eficiência.

O algoritmo se baseia no conceito do horizonte de tempo, que será introduzido a seguir.

##### 4.1 HORIZONTE DE TEMPO

O principal artifício desta heurística é a implementação de um horizonte de tempo no cálculo do problema que desliga quase todos os conflitos de trens que aconteçam após esse horizonte. Desta maneira, o computador terá menos variáveis binárias para calcular e o tempo de processamento será reduzido drasticamente.

A implementação do horizonte de tempo é feita substituindo as equações (2) e (3) do modelo descrito no item 3 pelas que se seguem:

$$Y_{i,k} + t_k \leq Y_{j,k} + M \times (X_{j,i,k}), \forall i, j \in n, i \neq j, Y_{partida_i} + \sum_{r=1}^k t_r \leq h \quad (6)$$

$$Y_{j,k} + t_k \leq Y_{i,k} + M \times (1 - X_{j,i,k}), \forall i, j \in n, i \neq j, Y_{partida_j} + \sum_{r=1}^k t_r \leq h \quad (7)$$

A soma  $Y_{partida_i} + \sum_{r=1}^k t_r$  é o tempo mínimo que o trem  $i$  leva para chegar no trecho  $k$ , e  $h$  é o valor do horizonte de tempo. Assim, as condições das equações (6) e (7) fazem com que sejam geradas apenas restrições de conflito em trechos que os trens  $i$  e  $j$  podem percorrer antes do tempo  $h$ .

Por exemplo: considere o modelo sendo executado com um horizonte de tempo de 20 minutos. Para todos os trens que percorrerão a ferrovia, só haverá restrições de conflito relativas a trechos que o trem conseguiria entrar em até 20 minutos. Naturalmente nos trechos seguintes ocorrerão soluções inviáveis, com mais de um trem ocupando o mesmo segmento de ferrovia. Porém, esse cenário após o horizonte de tempo é desconsiderado.

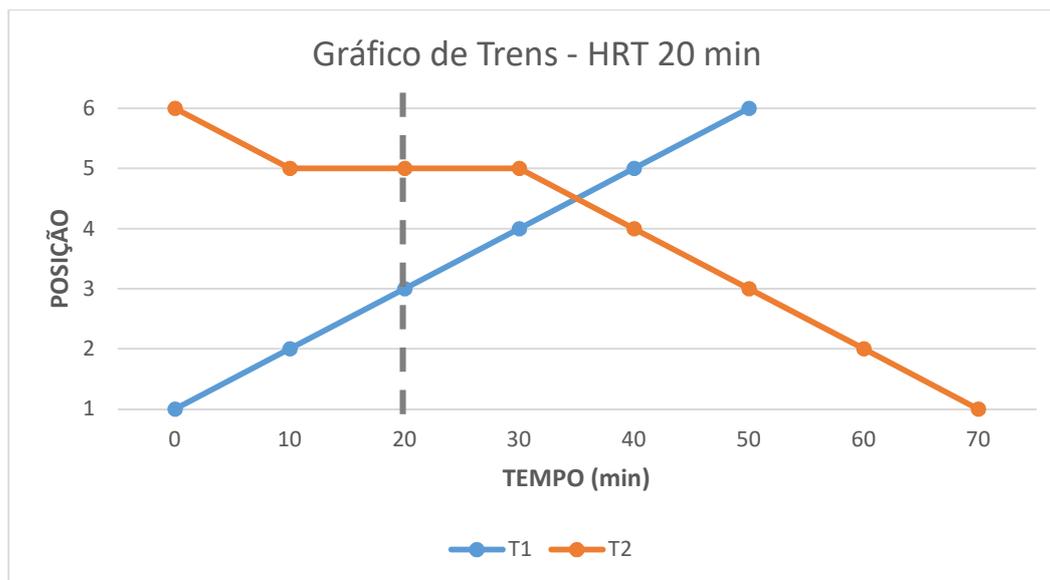


Figura 10 – Gráfico horário de trens com horizonte de tempo de 20 minutos.  
Fonte: o Autor.

No exemplo da Figura 10, não foram geradas as restrições de conflitos para os trechos 4 e 5 entre os dois trens, pois eles concorreriam por esses trechos após 20 minutos. Consequentemente, ambos ocupam o segmento 4 ao mesmo tempo, algo impossível. Porém, o algoritmo que foi explicado a seguir ignora a grade de trens inviável após o horizonte de tempo e realiza um novo cálculo considerando o horizonte como ponto de partida.

#### 4.2 DESCRIÇÃO DO ALGORITMO

A entrada de dados é feita com a grade de horários de trens que percorrerão a ferrovia, isto é, o modelo recebe o horário e a estação de partida de cada composição. A programação linear inteira é então feita utilizando um horizonte de tempo pequeno o suficiente para que o tempo de cálculo seja aceitável (nos testes de validação, utilizou-se um horizonte de uma hora). Caso o resultado gerado já tenha sido viável, o algoritmo é finalizado. Se ainda houverem conflitos a serem resolvidos, considera-se a grade calculada antes do horizonte como “passado”, e a posição inicial de cada trem que já tenha partido será o trecho em que ele estaria naquele momento. Executa-se a programação linear inteira com o mesmo tempo de horizonte à frente, e novamente é verificada a viabilidade do modelo. Esse procedimento é repetido até que toda a programação gerada seja viável. Unindo as programações geradas em cada iteração, tem-se uma solução completa para a circulação de trens.

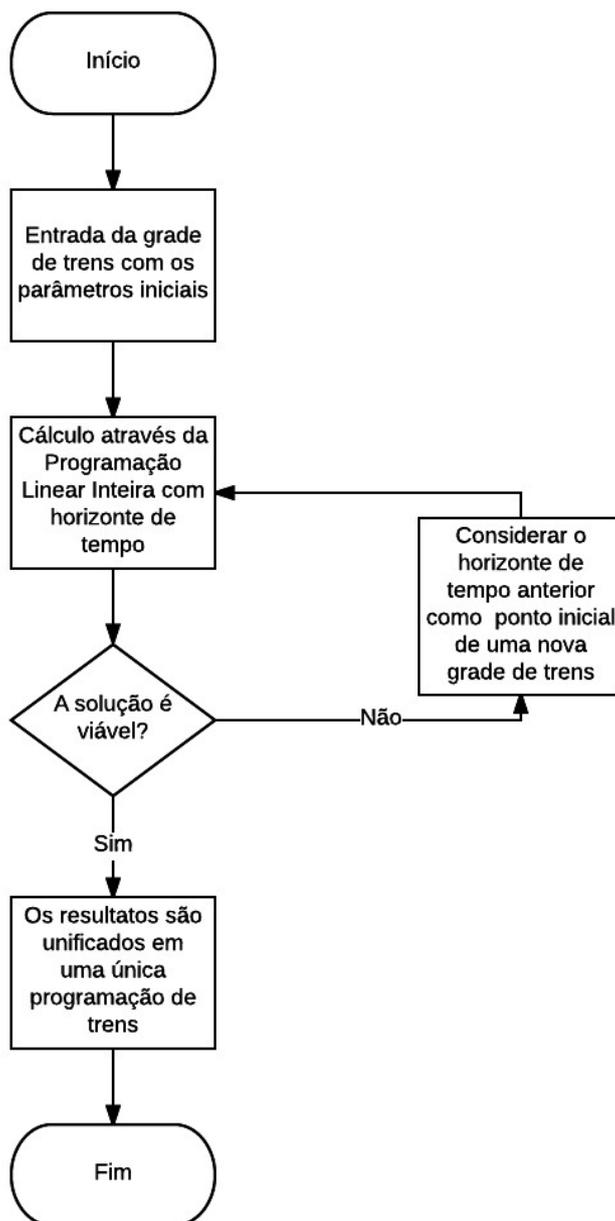


Figura 11 – Fluxograma do algoritmo de resolução do problema de circulação de trens.

Fonte: o Autor.

## 5. RESULTADOS

### 5.1 CENÁRIO 1

O resultado a seguir (Figura 12) foi gerado pelo modelo a partir de uma grade de trens com horários de partida aleatórios, porém sem implementar o algoritmo descrito no item anterior. O tempo de processamento foi de 2.174 segundos (aproximadamente 36 minutos).

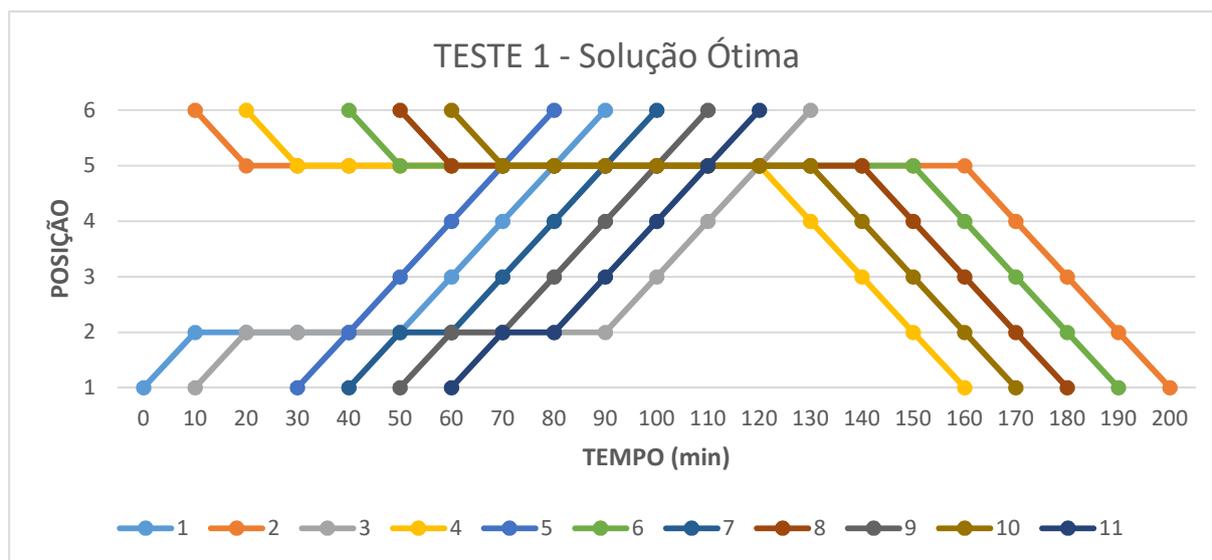


Figura 12 – Gráfico horário de trens do primeiro cenário de teste. Solução ótima.  
Fonte: o Autor

A soma dos tempos de chegada de todos os trens, isto é, o valor da função objetivo, é de 1.530 minutos.

O mesmo cenário foi calculado utilizando o algoritmo descrito no item 4.2. Utilizou-se um horizonte de tempo de 60 minutos, que se mostrou suficiente para gerar alguma solução (em um cenário mais complexo, seria necessário um valor menor para reduzir os cálculos). O resultado é o gráfico horário de trens (Figura 13), onde a linha pontilhada indica o horizonte de tempo:

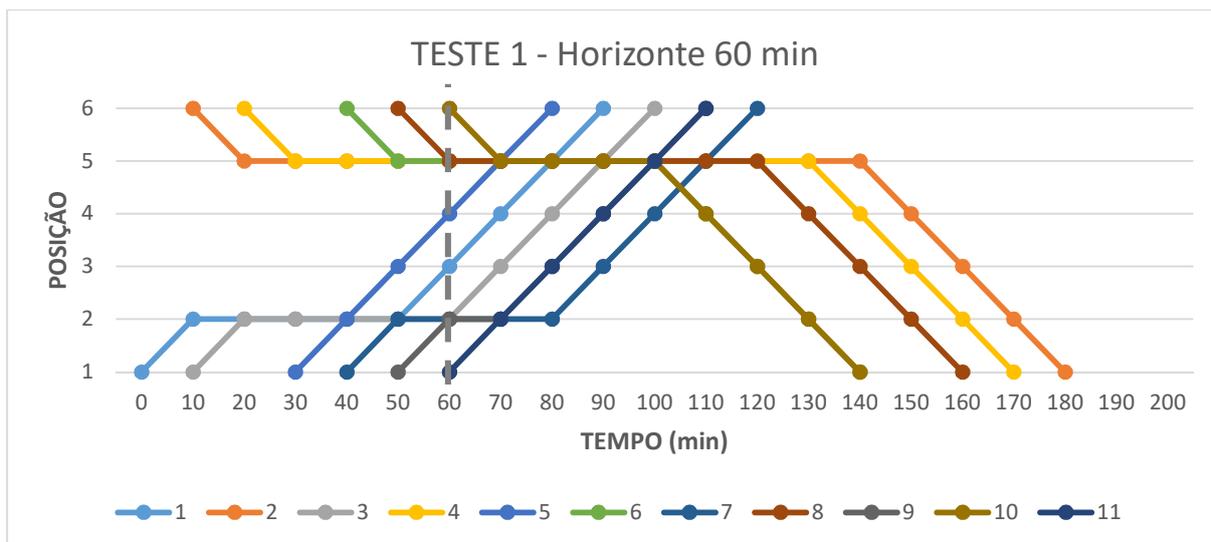


Figura 13 – Gráfico horário de trens do primeiro teste, horizonte de tempo 60 min.  
Fonte: o Autor.

São observados conflitos ocorrendo após o horizonte de tempo. Portanto, inicia-se uma nova iteração do algoritmo, utilizando a posição de cada trem no instante 60 minutos como ponto de partida, e o novo horizonte de tempo passam a ser 120 minutos. O resultado é apresentado na Figura 14:

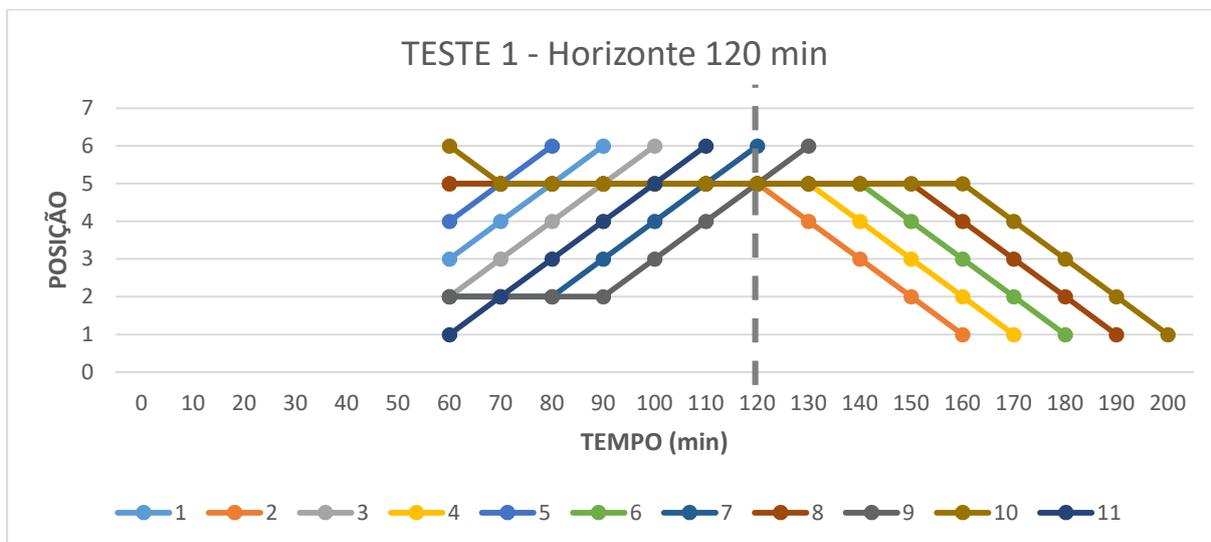


Figura 14 – Gráfico horário de trens do primeiro teste, horizonte de tempo 120 min.  
Fonte: o Autor.

Não foram verificados conflitos neste resultado, mesmo após o horizonte de tempo (algo esperado para este caso, pois há apenas trens no mesmo sentido). O critério que o algoritmo usa para sair da repetição foi satisfeito e pode-se prosseguir para o próximo passo, que é unir as saídas produzidas em um único gráfico (Figura 15):

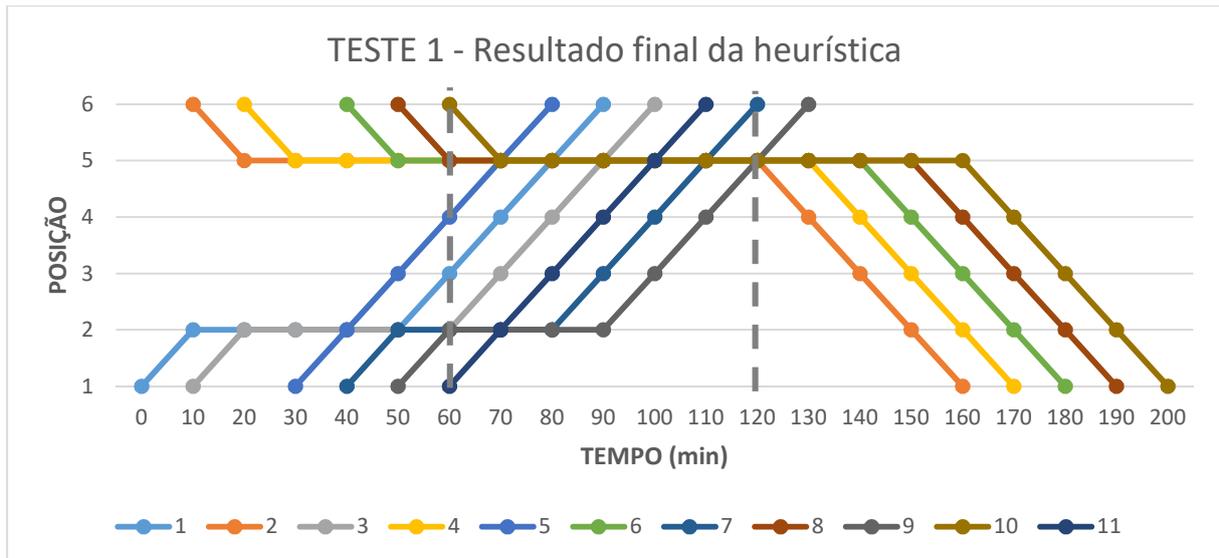


Figura 15 – Gráfico horário de trens do primeiro teste, resultado final.  
Fonte: o Autor.

A soma dos tempos de chegadas de todos os trens no resultado final da heurística foi de 1.530 minutos, que é exatamente o valor obtido na solução ótima. Porém, o tempo de processamento foi de apenas 14 segundos.

## 5.2 CENÁRIO 2

Outra grade de trens aleatória foi gerada e resolvida através do Simplex. O resultado, calculado em 287 segundos, está descrito no gráfico da Figura 16. A soma dos tempos de chegada é de 1.560 minutos.

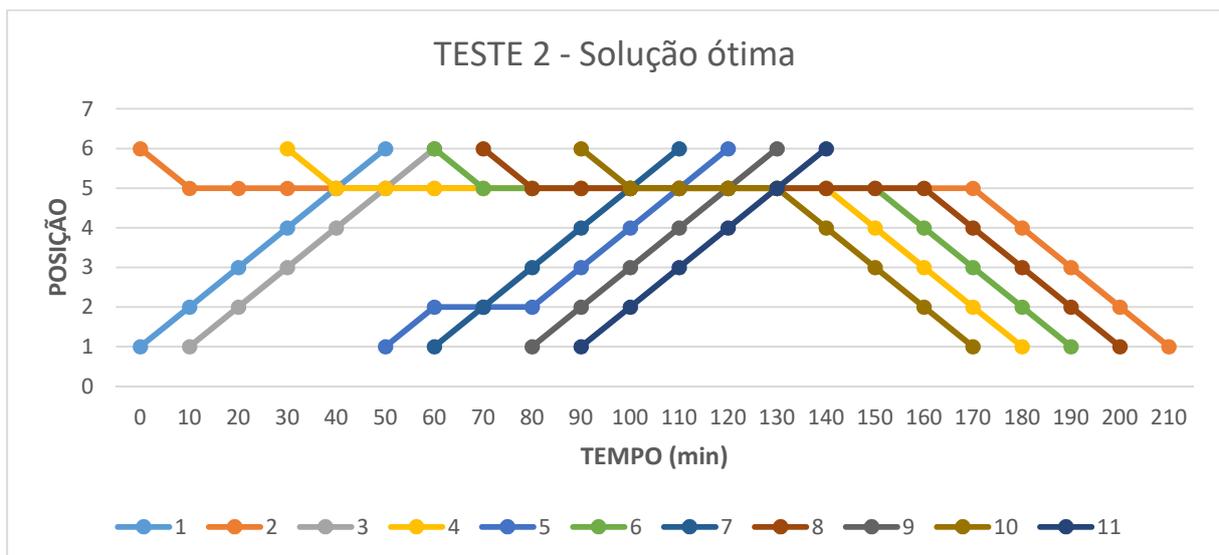


Figura 16 – Gráfico horário de trens do segundo teste, solução ótima.  
Fonte: o Autor

O algoritmo proposto calculou, para a mesma grade de trens, uma programação (Figura 17) em 3 segundos, e cuja soma dos tempos de chegada tem o mesmo valor da solução ótima, 1.560 minutos. O horizonte de tempo usado também é de 60 minutos.

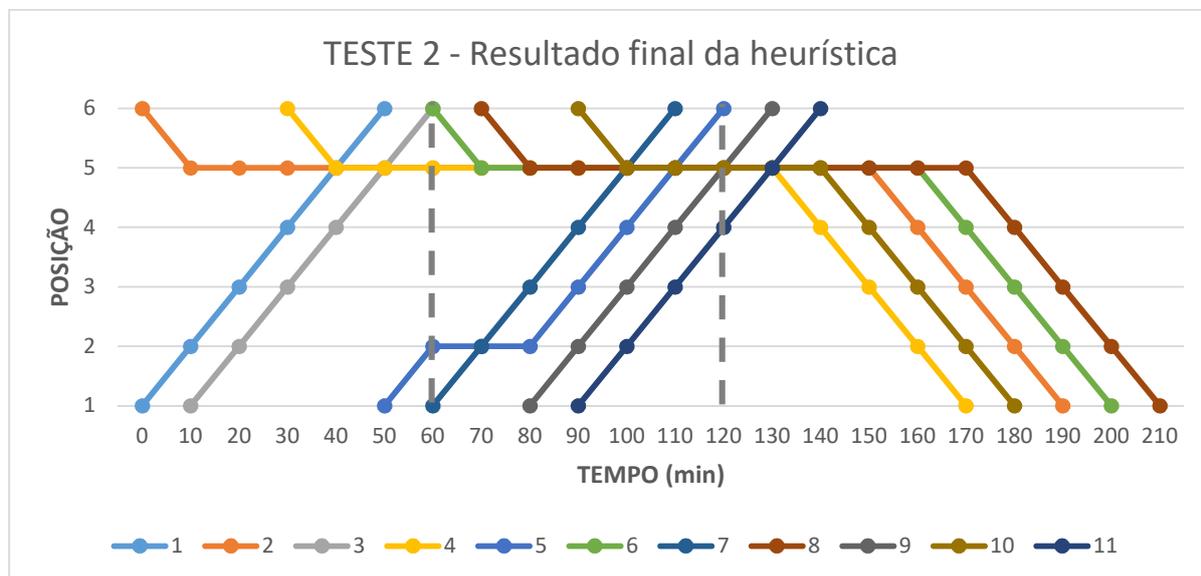


Figura 17 – Gráfico horário de trens do segundo teste, resultado final da heurística.  
Fonte: o Autor.

### 5.3 CENÁRIO 3

Este teste foi feito aumentando o número de trens a serem despachados para 13 trens. A solução ótima (Figura 18) foi calculada em 822 segundos e obteve um valor da função objetivo em 2.020 minutos.

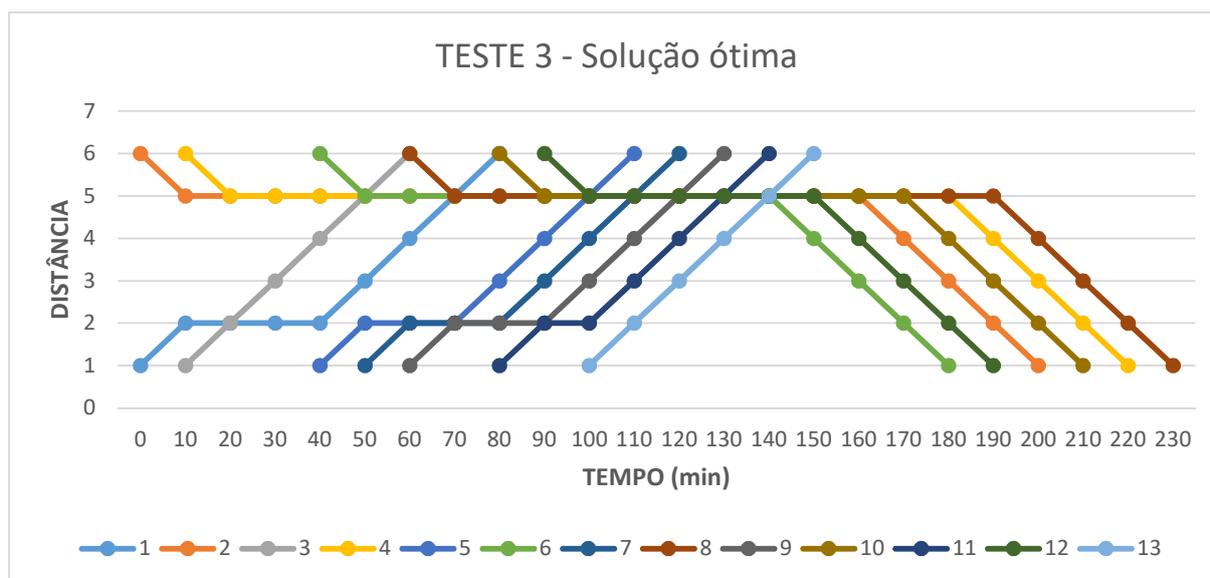


Figura 18 – Gráfico horário de trens do terceiro teste, solução ótima.  
Fonte: o Autor

O algoritmo, entretanto, obteve o mesmo resultado (2.020 minutos) em 124 segundos, com horizonte de 60 minutos:

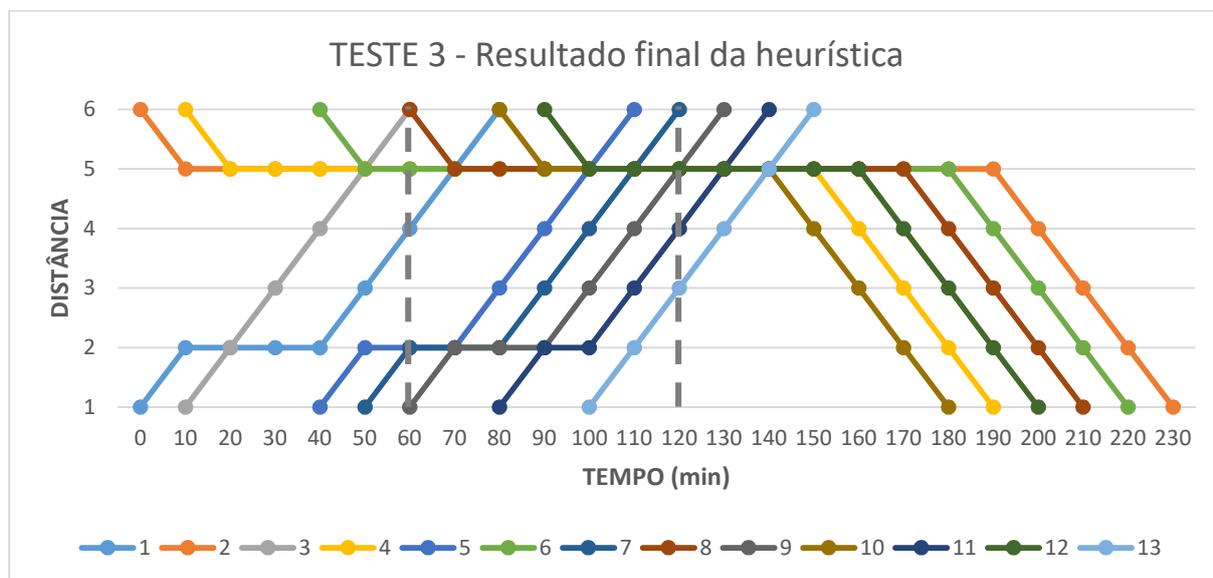


Figura 19 - Gráfico de trens do terceiro teste, resultado da heurística.  
Fonte: o Autor

#### 5.4 CENÁRIO 4

O teste a seguir foi feito alterando o tempo médio que um trem leva para percorrer cada trecho de 10 para 15 minutos. A solução ótima (Figura 20) foi calculada em 774 segundos e obteve uma função objetivo de 2.835 minutos.

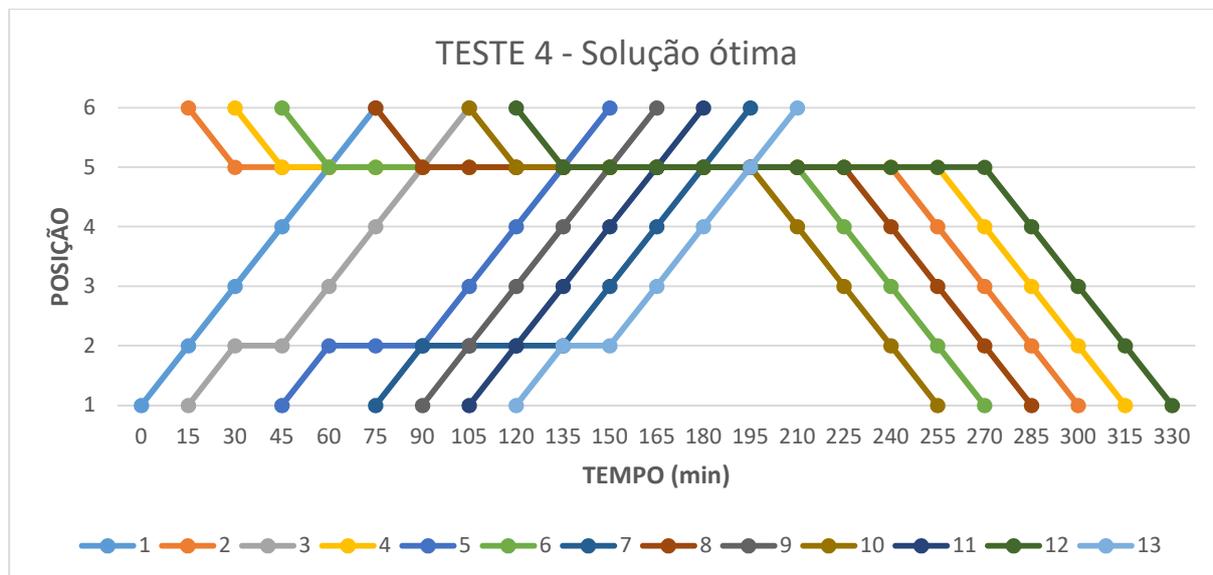


Figura 20 – Gráfico horário de trens para o quarto teste, solução ótima.  
Fonte: o Autor

A heurística obteve a programação da Figura 21 em 16 segundos, também com valor da função objetivo de 2.835 minutos. Neste caso, foi necessário efetuar três iterações do algoritmo (com horizontes de tempo de 60, 120 e 180 minutos).

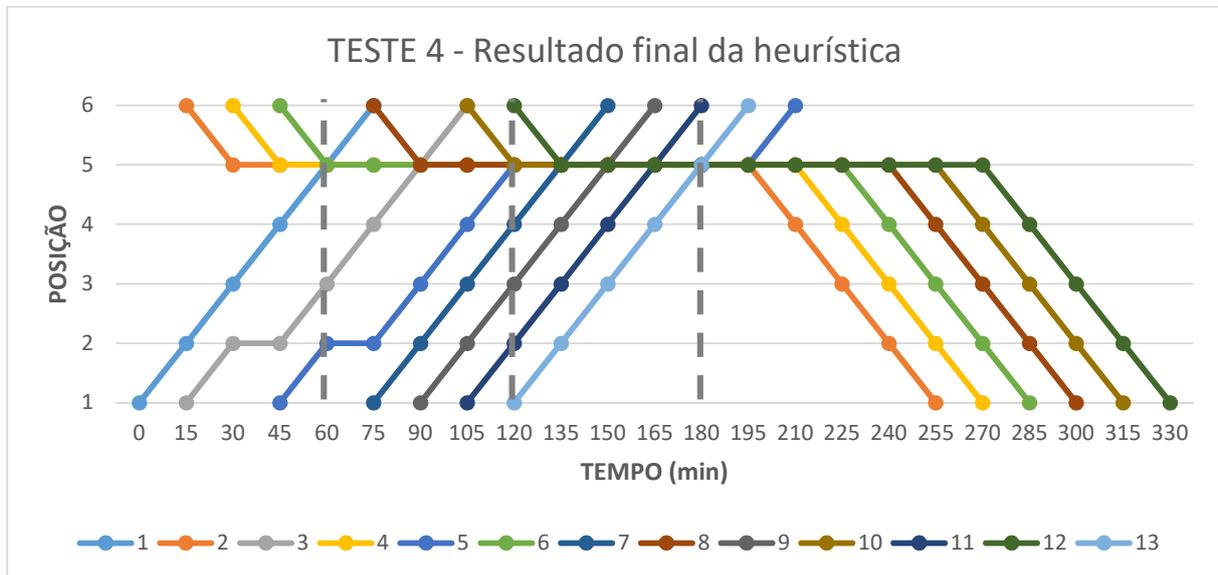


Figura 21 – Gráfico horário de trens pra o quarto teste, solução final da heurística.  
Fonte: o Autor

### 5.5 CENÁRIO 5

Assim como no teste anterior, o tempo de atravessamento de cada trecho é de 15 minutos. A solução ótima (Figura 22) foi calculada em 56 segundos e obteve uma função objetivo de 2.115 minutos.

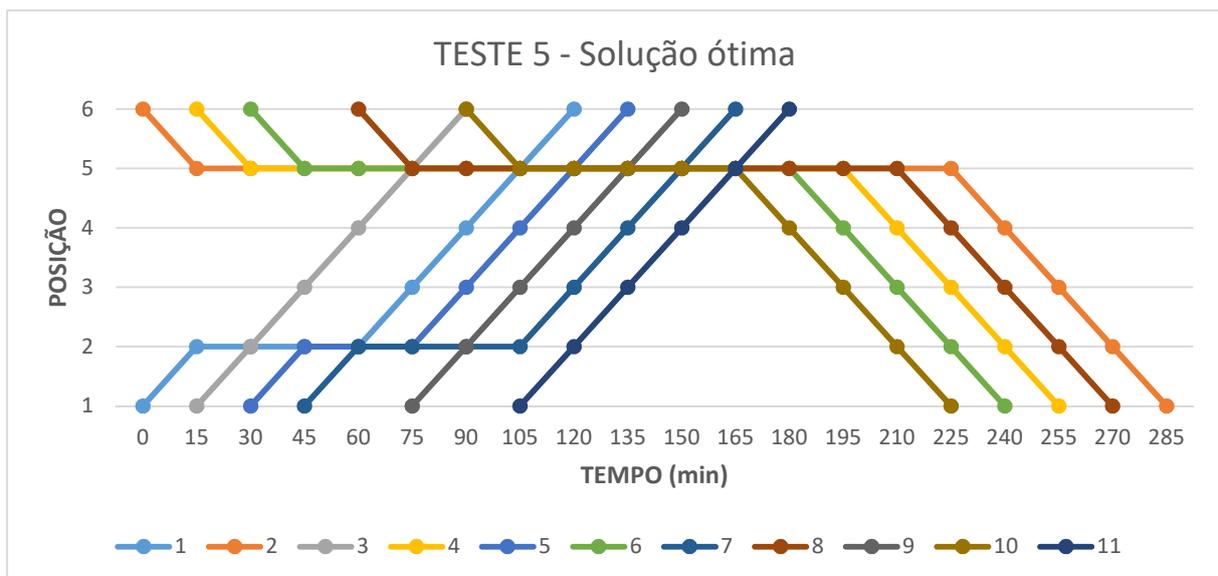


Figura 22 - Gráfico horário de trens pra o quinto teste, solução ótima.  
Fonte: o Autor

O algoritmo proposto chegou a um resultado igual (2.115 minutos), descrito na Figura 23, em 7 segundos. O horizonte de tempo é de 60 minutos.

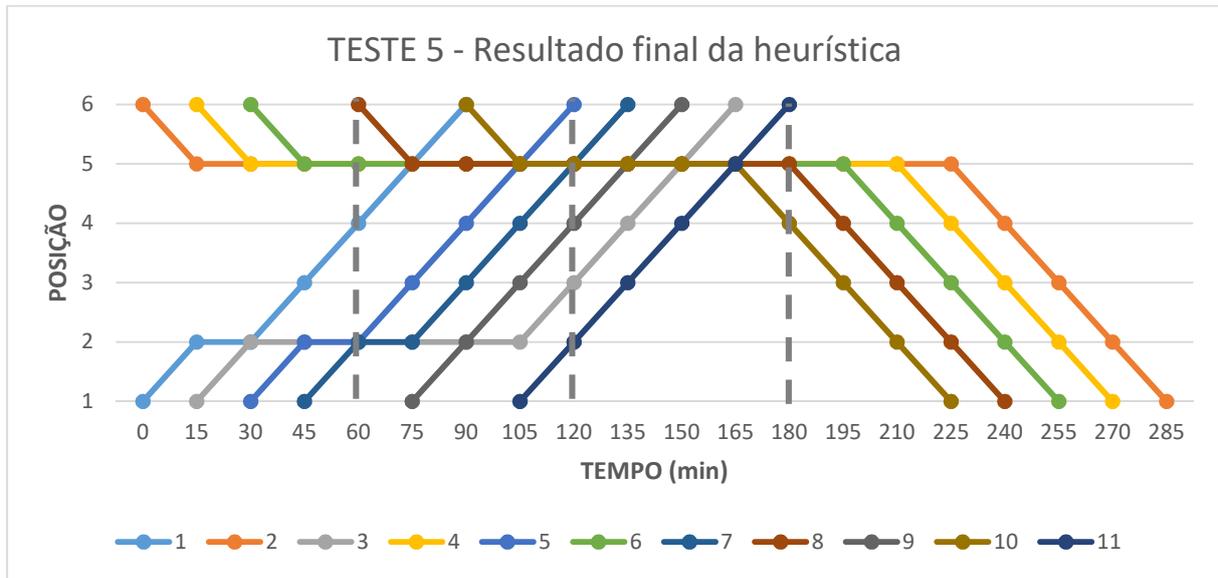


Figura 23 - Gráfico horário de trens pra o quinto teste, solução final da heurística.  
Fonte: o Autor

## 5.6 CENÁRIO 6

Para este teste, o trecho 3 da ferrovia tem um tempo de atravessamento de 20 minutos, enquanto os demais são de 10 minutos. A solução ótima (Figura 24) foi calculada em 1.170 segundos e tem uma função objetivo de 2.110 minutos.

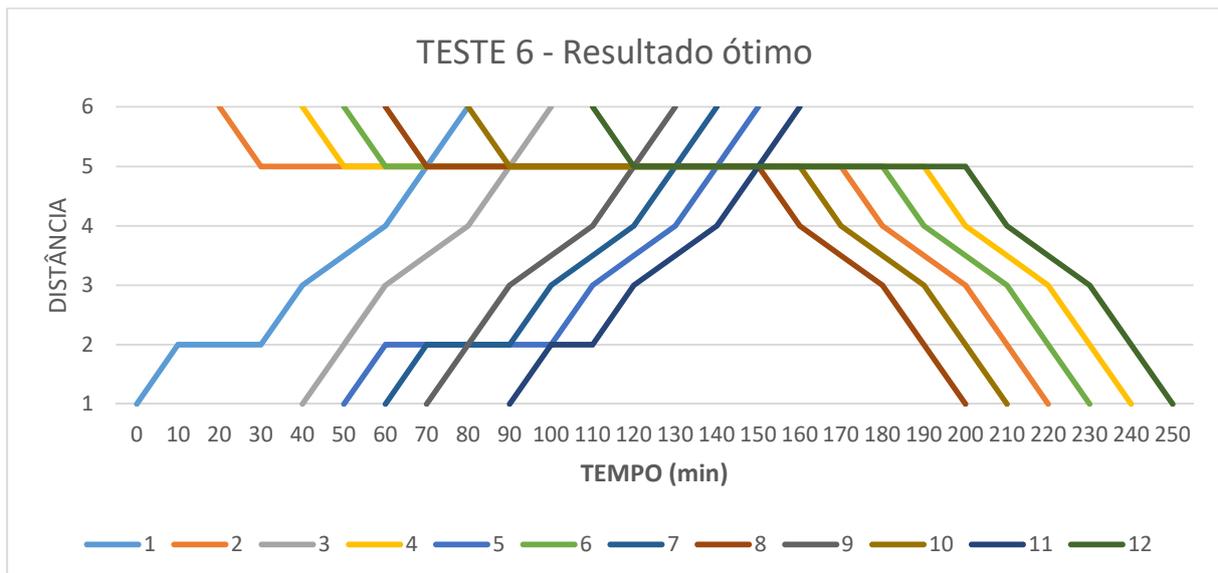


Figura 24 - Gráfico horário de trens pra o sexto teste, solução ótima.  
Fonte: o Autor

A heurística chegou a um resultado igual (2.110 minutos) em 29 segundos, com um horizonte de 60 minutos.

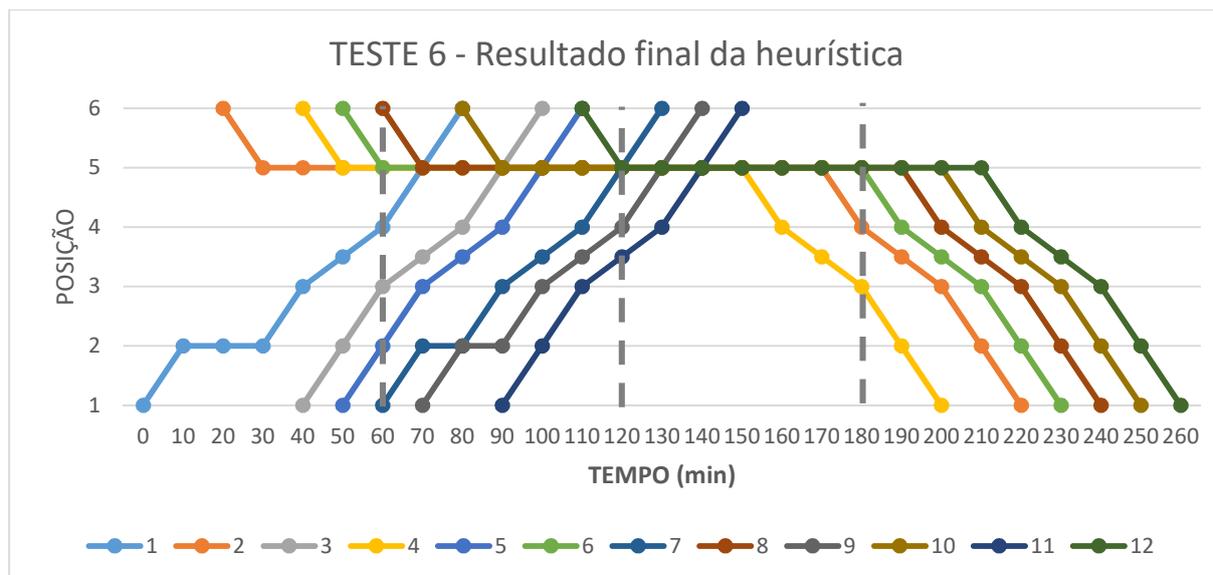


Figura 25 - Gráfico horário de trens pra o sexto teste, solução final da heurística.  
Fonte: o Autor

### 5.7 RESUMO DOS TESTES

Os seis cenários de testes do algoritmo estão resumidos no quadro a seguir.

	SOLUÇÃO ÓTIMA		HEURÍSTICA	
	Tempo de cálculo	Função objetivo	Tempo de cálculo	Função objetivo
<b>Cenário 1</b>	2174 s	1530 min	14 s	1530 min
<b>Cenário 2</b>	287 s	1560 min	3 s	1560 min
<b>Cenário 3</b>	822 s	2020 min	124 s	2020 min
<b>Cenário 4</b>	774 s	2835 min	16 s	2835 min
<b>Cenário 5</b>	56 s	2115 min	7 s	2115 min
<b>Cenário 6</b>	1170 s	2110 min	29 s	2110 min

## 6. CONCLUSÕES

O algoritmo proposto cumpriu seu objetivo de calcular uma boa solução para o problema da circulação de trens em um tempo aceitável. A modelagem pela programação linear inteira convencional é garantida de gerar uma solução ótima, porém ao custo de um tempo de processamento impraticável. Já a heurística desenvolvida neste trabalho chegou a uma solução numericamente idêntica à solução ótima nos cenários testados e executada com muito mais rapidez. Não é garantido que isso se repetirá em cenários mais complexos, mas certamente a solução gerada de forma ágil será ao menos próxima da ótima.

A revisão bibliográfica feita no Capítulo 2 mostrou que há diversas tentativas de se propor um meio eficiente para a resolução do problema de circulação de trens, as mais antigas datando de quatro décadas atrás; e ainda assim é uma questão sem solução definitiva. Este trabalho apresentou uma metodologia eficiente para o planejamento de uma ferrovia real.

Como recomendações para futuros trabalhos sugerem-se incluir a restrição do número máximo de trens em cada pátio e testar cenários em que um determinado trecho esteja impossibilitado de ser percorrido devido à sua manutenção. Os tempos de travessia de cada trecho podem passar a serem probabilísticos. Caso seja mais uma vez demonstrada a eficiência do algoritmo, pode-se então testá-lo em uma malha existente e utilizando uma grade de trens cotidiana. Aqui pode-se implementar variações da demanda afetando o resultado. O estágio final do desenvolvimento consiste em integrar todas as etapas do algoritmo em uma única interface possível de ser usada pelos despachadores.

## 7. REFERÊNCIAS

- AMATO, F.; MATOSO, F. **Governo anuncia novas concessões e prevê investimentos de R\$ 198,4 bi**. G1, Brasília, jun. 2015. Disponível em: <<http://g1.globo.com/economia/noticia/2015/06/nova-fase-de-programa-preve-r-1984-bilhoes-para-infraestrutura.html>>. Acesso em 23 jan. 2016.
- CONFEDERAÇÃO NACIONAL DO TRANSPORTE (CNT). **Transporte e Economia – O Sistema Ferroviário Brasileiro**. Brasília: CNT, 2013.
- HIGGINS, A., KOZAN, E., FERREIRA, L., **Optimal Scheduling of Trains on a Single Line Track**, Transportation Research Part E, v.30, n.2 p.147-161, Elsevier, 1996.
- LEAL, J. E., SOARES, A. C., NUNES, L. S. N., **Uma Abordagem Heurística para o Problema de Programação de Trens em Linhas Singelas**.In.:XVIII ANPET – Congresso de Pesquisa e Ensino em Transportes, Florianópolis - SC, 2004.
- LIU, S. Q.; Kozan, E. **Scheduling trains as a blocking parallel-machine job-shop scheduling problem**. ComputersandOperationsResearch Vol. 36(10): 2840-2852, 2009.
- PACHL, J., **Railway operation and control**. 2 ed. Mountlake Terrace: VTD Rail Publishing, 2009.
- PEREIRA, E. P. **Modelo matemático para planejamento da circulação de trens em uma ferrovia de linha singela**. Dissertação (Mestrado em Transportes) – Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 2015.
- SAHIN, I. **Railway traffic control and train scheduling based on inter-train conflict management**. TransportationResearchPartB, v.33, p.511-534, Elsevier, 1998.
- SILVA, E. L.; MENEZES, E. M. (org). **Metodologia da Pesquisa e Elaboração de Dissertação**. 4ªedição. Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2005.

## ANEXO A – TERMO DE AUTENTICIDADE



UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA  
FACULDADE DE ENGENHARIA

### Termo de Declaração de Autenticidade de Autoria

Declaro, sob as penas da lei e para os devidos fins, junto à Universidade Federal de Juiz de Fora, que meu Trabalho de Conclusão de Curso do Curso de Graduação em Engenharia de Produção é original, de minha única e exclusiva autoria. E não se trata de cópia integral ou parcial de textos e trabalhos de autoria de outrem, seja em formato de papel, eletrônico, digital, áudio-visual ou qualquer outro meio.

Declaro ainda ter total conhecimento e compreensão do que é considerado plágio, não apenas a cópia integral do trabalho, mas também de parte dele, inclusive de artigos e/ou parágrafos, sem citação do autor ou de sua fonte.

Declaro, por fim, ter total conhecimento e compreensão das punições decorrentes da prática de plágio, através das sanções civis previstas na lei do direito autoral<sup>1</sup> e criminais previstas no Código Penal<sup>2</sup>, além das cominações administrativas e acadêmicas que poderão resultar em reprovação no Trabalho de Conclusão de Curso.

Juiz de Fora, \_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ de 20\_\_\_\_.

\_\_\_\_\_  
NOME LEGÍVEL DO ALUNO (A)

\_\_\_\_\_  
Matrícula

\_\_\_\_\_  
ASSINATURA

\_\_\_\_\_  
CPF

<sup>1</sup> LEI N° 9.610, DE 19 DE FEVEREIRO DE 1998. Altera, atualiza e consolida a legislação sobre direitos autorais e dá outras providências.

<sup>2</sup> Art. 184. Violar direitos de autor e os que lhe são conexos: Pena - detenção, de 3 (três) meses a 1 (um) ano, ou multa.