

Universidade Federal de Juiz de Fora
Instituto de Ciências Exatas/Faculdade de Engenharia
Programa de Pós-Graduação em Modelagem Computacional

Tamara de Carvalho Freitas

**Desenvolvimento de metodologias para projeto de estruturas com camada
sanduíche amortecedoras**

Juiz de Fora

2018

Tamara de Carvalho Freitas

**Desenvolvimento de metodologias para projeto de estruturas com camada
sanduíche amortecedoras**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Modelagem Computacional da Universidade Federal de Juiz de Fora como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Modelagem Computacional.

Orientador: Prof. D.Sc. Flávio de Souza Barbosa

Coorientador: Prof. D.Sc. Waldir Neme Felipe Filho

Juiz de Fora

2018

Ficha catalográfica elaborada através do programa de geração automática da Biblioteca Universitária da UFJF, com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

Freitas, Tamara de Carvalho.

Desenvolvimento de metodologias para projeto de estruturas com camada sanduíche amortecedoras / Tamara de Carvalho Freitas. -- 2018.

95 f. : il.

Orientador: Flávio de Souza Barbosa

Coorientador: Waldir Neme Felipe Filho

Dissertação (mestrado acadêmico) - Universidade Federal de Juiz de Fora, ICE/Engenharia. Programa de Pós-Graduação em Modelagem Computacional, 2018.

1. Amortecimento. 2. Controle de vibração. 3. Materiais viscoelásticos. 4. Vigas sanduíche. I. Barbosa, Flávio de Souza, orient. II. Felipe Filho, Waldir Neme, coorient. III. Título.

Tamara de Carvalho Freitas

Desenvolvimento de metodologias para projeto de estruturas com camada sanduíche amortecedoras

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Modelagem Computacional da Universidade Federal de Juiz de Fora como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Modelagem Computacional.

Aprovada em: 05/09/2018

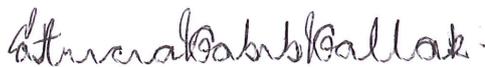
BANCA EXAMINADORA



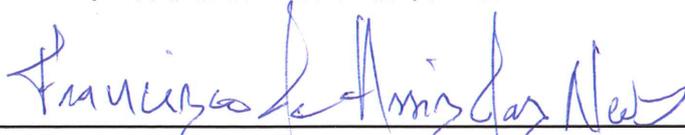
Prof. D.Sc. Flávio de Souza Barbosa - Orientador
Universidade Federal de Juiz de Fora



Prof. D.Sc. Waldir Neme Felipe Filho - Coorientador
Universidade de Barra Mansa



Professora D.Sc. Patrícia Habib Hallak
Universidade Federal de Juiz de Fora



Professor D.Sc. Francisco de Assis das Neves
Universidade Federal de Ouro Preto

À minha família.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus por me guiar, iluminar e me dar tranquilidade para seguir em frente com os meus objetivos e não desanimar com as dificuldades que a vida apresenta. Agradeço por poder chegar a esse momento de conquista, por ter me proporcionado essa oportunidade, através da qual, tenho certeza, consegui crescer e me tornar uma pessoa melhor, e pelas muitas outras que ainda estão por vir.

Aos meus pais, Gilberto e Maria, pelo apoio e motivação constante e incondicional. Por serem modelos de coragem e superação de todos os obstáculos que possam surgir ao longo do caminho. São exemplos de pessoas que procuro, a cada dia, chegar a ser. A eles, devo meu caráter e dedico esse trabalho.

À minha irmã, Tamiris, pelo companheirismo inabalável em todos os momentos. A compreensão demonstrada a cada falha que cometo me permite afirmar que nela tenho um esteio. Pelas horas de alegria desfrutadas ao seu lado, inclusive no momentos mais difíceis.

Ao meu marido, Elton, pelo amor e carinho dedicados a nós durante todos esses anos. Pela compreensão e por se fazer presente mesmo estando distante. Sem seu incentivo e apoio em cada decisão tomada, muitas conquistas alcançadas ao longo de nossa caminhada não seriam possíveis.

Ao meu orientador, Flávio, pela paciência inesgotável, ensinamentos, preciosos conselhos e inestimável confiança, essenciais para a conclusão desse ciclo.

Ao meu coorientador, Waldir, pela grande ajuda, disponibilidade e interesse empenhados nesse projeto, além das sugestões extremamente relevantes.

Aos amigos de jornada, inclusive aqueles que tive o prazer de conquistar ao longo desse período, sem os quais não teria conseguido.

Ao Programa de Pós-graduação em Modelagem Computacional, a todos os professores e funcionários.

À Universidade Federal de Juiz de Fora, onde passei anos maravilhosos.

A todos aqueles que torceram ou intercederam de alguma forma por mim, muito obrigada.

“O que prevemos raramente ocorre; o que menos esperamos geralmente acontece.”
(Benjamin Disraeli)

RESUMO

Sistemas passivos de controle para a atenuação de vibrações em estruturas apresentam grande diversidade de concepções, pois resultam de projetos criativos voltados para cada problema específico. Em geral, são mecanicamente robustos e se mostram como alternativas mais eficientes, sob o ponto de vista dinâmico estrutural, do que as técnicas usuais e conservadoras de enrijecimento da estrutura.

Dentre estes sistemas, podem-se destacar aqueles que utilizam materiais viscoelásticos (MVE) como núcleo amortecedor, como por exemplo os sistemas tipo sanduíche. Estes materiais têm propriedades mecânicas dependentes da temperatura e, principalmente, da frequência de vibração, trazendo dificuldades adicionais às já complexas formulações teóricas do problema.

Neste trabalho, as formulações usadas para modelar sistemas sanduíches viscoelásticos GHM (Golla-Hughes-MacTavish); ADF (Anelastic Displacement Field); e DF (Derivadas de Ordem Fracionária) são tomadas como base para as simulações computacionais analisadas. Partindo de experimentos de caracterização de materiais desenvolvidos, as formulações supracitadas foram adotadas para estimar o comportamento dinâmico de estruturas sanduíche.

Por fim, estratégias voltadas para o projeto de estruturas sanduíches com MVE são propostas, baseadas no desempenho de cada uma das formulações avaliadas no que se refere às suas respectivas capacidades de simular os experimentos realizados.

Palavras-chave: Amortecimento. Controle de vibração. Materiais viscoelásticos. Vigas sanduíche.

ABSTRACT

Passive control systems for vibration control in structures demonstrate a wide variety of conceptions, as they are results of creative projects focused on specific problems. Usually, they are robust mechanisms and are shown as more efficient alternatives than ordinary and conservative techniques of structural stiffening.

Among these systems, it is possible to highlight the ones that use viscoelastic materials (VEM) as damping core, such as sandwich systems. These materials have mechanical properties depending on temperature and, mainly, on the vibration frequency, introducing additional difficulties to the already complex theoretical formulations of the problem.

In this work, formulations used to model viscoelastic sandwich systems, such as GHM (Golla-Hughes-MacTavish); ADF (Anelastic Displacement Field); and DF (Fractional Order Derivatives) are taken as basis for the computational simulations considered. Based on the experimental characterization of the VEM's, the formulations previously mentioned were used to estimate the dynamic behavior of sandwich structures.

Finally, strategies aimed at design of sandwich VEM structures are indicated, based on the performance of each of the evaluated formulations, regarding to their ability to simulate the experiments performed.

Key-words: Damping. Vibration control. Viscoelastic materials. Sandwich beams.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Energia dissipada por ciclo de vibração sem (a) e com adição (b) da parcela elástica	23
Figura 2 – Diagramas deformação \times tempo para diferentes materiais submetidos a uma dada tensão ao longo do tempo: (a) tensão aplicada ao longo do tempo; (b) diagrama deformação \times tempo para um material elástico perfeito; (c) diagrama deformação \times tempo para um material viscoso perfeito; (d) diagrama deformação \times tempo para um MVE.	24
Figura 3 – Efeitos da variação de temperatura em G' e η	25
Figura 4 – Efeitos da variação de frequência em G' e η	26
Figura 5 – Modelo de Maxwell	27
Figura 6 – Modelo de Voigt	28
Figura 7 – Modelo Linear Padrão	29
Figura 8 – Testes de Fluência (a) e Relaxação (b) para os modelos apresentados, em comparação a materiais puramente elástico e viscoso	29
Figura 9 – Tipos de tratamentos sugeridos pelo método Padrão: (a) Viga uniforme; (b) Viga amortecida em um dos lados (Oberst); (c) Viga amortecida de ambos os lados (Oberst modificada); (d) Viga sanduíche	30
Figura 10 – Esquema de montagem do Método de Ensaio de Rigidez com Aplicação Indireta da Força	33
Figura 11 – Representação do modelo GHM para 1 grau de liberdade	39
Figura 12 – Representação do modelo ADF	42
Figura 13 – Etapas da aplicação da metodologia proposta	46
Figura 14 – Representação esquemática das vigas: (a) vigas base; (b) vigas sanduíche com núcleo amortecedor contínuo	47
Figura 15 – Vigas base	48
Figura 16 – Confecção de uma viga sanduíche	48
Figura 17 – Montagem da viga engastada	49
Figura 18 – Dispersão das frequências naturais para as vigas base em comparação aos valores teóricos	50
Figura 19 – Dispersão das frequências naturais para os três materiais	51
Figura 20 – Comparação entre vigas base e sanduíche (Tipo C, MVE 1)	52
Figura 21 – Representação esquemática das vigas sanduíche com núcleo amortecedor intercalado, (configuração 2 ou C2)	53
Figura 22 – Ajustes de curvas do modelo GHM para os três materiais	56
Figura 23 – Ajustes de curvas do modelo DF para os três materiais	57
Figura 24 – Elementos Finitos da camada viscoelástica: (a) Modelo GHM; (b) Modelo ADF; (c) Modelo DF	58

Figura 25 – Vigas sanduíche discretizadas: (a) núcleo amortecedor contínuo (adaptado de Felipe Filho, 2016 [34]); (b) núcleo amortecedor segmentado	59
Figura 26 – Esquema estrutural para a avaliação do comportamento de uma viga engastada-livre, semelhante às vigas ensaiadas	59
Figura 27 – Respostas dinâmicas para as diferentes malhas usando o modelo GHM para o MVE1	61
Figura 28 – Respostas dinâmicas para as diferentes malhas usando o modelo ADF para o MVE1	61
Figura 29 – Respostas dinâmicas para as diferentes malhas usando o modelo DF para o MVE1	62
Figura 30 – Respostas dinâmicas para as diferentes malhas usando o modelo GHM para as vigas MVE2-C2	63
Figura 31 – Comparação entre frequências (esquerda) e taxas de amortecimento (direita) experimentais e obtidas pelos modelos numéricos para o MVE1	74
Figura 32 – Comparação entre frequências (esquerda) e taxas de amortecimento (direita) experimentais e obtidas pelos modelos numéricos para o MVE2	75
Figura 33 – Comparação entre frequências (esquerda) e taxas de amortecimento (direita) experimentais e obtidas pelos modelos numéricos para o MVE3	76
Figura 34 – Comparação entre frequências (esquerda) e taxas de amortecimento (direita) experimentais e obtidas pelos modelos numéricos para o MVE2-C2	77
Figura 35 – Comparação entre os tempos de processamento médios para cada um dos modelos numéricos	79

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Funções de dissipação	35
Tabela 2 – Características técnicas do MVE1 (VHB 4970 - massa acrílica), MVE2 (FixaPro - massa acrílica) e MVE3 (FixaPro - espuma acrílica)	47
Tabela 3 – Descrição dos tipos	48
Tabela 4 – Resultados experimentais das vigas base e comparação com os resultados teóricos, onde f^t e f^e , denotam as frequências naturais teóricas e experimentais, respectivamente	50
Tabela 5 – Resultados experimentais das vigas sanduíche para os três MVE's	51
Tabela 6 – Verificação 5.4.1.3-ASTM	52
Tabela 7 – Valores médios para G_1 (em MPa) e η para as vigas dos tipos A, B e C	53
Tabela 8 – Resultados experimentais das vigas sanduíche para MVE2-C2	54
Tabela 9 – Verificação 5.4.1.3-ASTM	54
Tabela 10 – Convergência dos parâmetros modais f_n e ξ_n para os três modelos adotados	60
Tabela 11 – Convergência dos parâmetros modais f_n e ξ_n para as vigas MVE2-C2	63
Tabela 12 – Frequências (Hz) obtidas pelo GHM para os MVE's	65
Tabela 13 – Taxas de amortecimento (%) obtidas pelo GHM para os MVE's	66
Tabela 14 – Frequências (Hz) obtidas pelo ADF para os MVE's	67
Tabela 15 – Taxas de amortecimento (%) obtidas pelo ADF para os MVE's	68
Tabela 16 – Frequências (Hz) obtidas pelo DF para os MVE's	69
Tabela 17 – Taxas de amortecimento (%) obtidas pelo DF para os MVE's	70
Tabela 18 – Diferenças percentuais entre as frequências experimentais e as obtidos pelos modelos numéricos (frequências em Hz)	72
Tabela 19 – Diferenças percentuais entre as taxas de amortecimento experimentais e as obtidos pelos modelos numéricos (%)	73
Tabela 20 – Tempos de execução para os três modelos	78
Tabela 21 – Parâmetros usados para validação do modelo GHM para o MVE1	92
Tabela 22 – Parâmetros usados para validação do modelo GHM para o MVE2	92
Tabela 23 – Parâmetros usados para validação do modelo GHM para o MVE3	93
Tabela 24 – Parâmetros usados para validação do modelo ADF para o MVE1	93
Tabela 25 – Parâmetros usados para validação do modelo ADF para o MVE2	94
Tabela 26 – Parâmetros usados para validação do modelo ADF para o MVE3	94
Tabela 27 – Parâmetros usados para validação do modelo DF para o MVE1	95
Tabela 28 – Parâmetros usados para validação do modelo DF para o MVE2	95
Tabela 29 – Parâmetros usados para validação do modelo DF para o MVE3	95

LISTA DE SÍMBOLOS

c	Constante de viscosidade
C_n	(0,55959; 3,5069; 9,8194; ...)
D	Amortecimento
E	Módulo de Young ou Módulo de elasticidade
E_0	Módulo de elasticidade relaxado
E^∞	Módulo de elasticidade não relaxado
E_∞	Módulo de elasticidade não relaxado
F_c	Força de amortecimento de Coulomb
F_d	Força de amortecimento viscoso
f_n	Frequência natural do n -ésimo modo de vibração
$f(t)$	Forças externas
Δf_s	Largura de banda de meia potência do modo s da viga sanduíche
G	Módulo Complexo
G'	Módulo de Armazenamento
G''	Módulo de Perda
$G(\omega)$	Módulo Complexo
G_{ijkl}	Tensor de quarta ordem que representa as propriedades do material
G^0	Constante de equilíbrio elástico
$h(s)$	Função de dissipação
i	Unidade imaginária
I	Momento de Inércia da seção transversal
K	Rigidez
k	Constante de rigidez de uma mola ideal
$K(\omega)$	Rigidez Complexa
L	Comprimento das vigas

\tilde{m}	Massa por unidade de comprimento do material
M	Massa
N	Força normal
$q(t)$	Deslocamentos
r_n	(0,560; 3,507; 9,820;...)
T_g	Temperatura de transição
U	Energia armazenada
W_d	Energia dissipada
X	Amplitude do movimento
z_i	Variável de dissipação

Caracteres gregos

α	Parâmetro GHM (Pa) ou ordem fracionária da derivada para o modelos DF (adimensional)
β	Parâmetro GHM
Γ	Função Gama de Euler
δ	Parâmetro GHM
Δ	Força de relaxação
$\varepsilon(t)$	Deformação
ε_{kl}	Histórico de deformações
ε_i^a	Ponto de equilíbrio da deformação inelástica
η_s	Fator de perda da viga sanduíche
Λ	Matriz diagonal dos autovalores não nulos
μ	Coefficiente de atrito
ξ	Taxa de amortecimento
ρ	Densidade do material
$\sigma(t)$	Tensão

σ_{ij}	Tensor de tensões
τ	Parâmetro DF
ϕ	Ângulo de fase
ω	Frequência de vibração
Ω	Inverso do tempo de relaxação

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	16
1.1	Motivação e justificativa	17
1.2	Histórico	18
1.3	Objetivos	19
1.4	Organização do texto	20
2	CONCEITOS BÁSICOS	21
2.1	Amortecimento não-material	21
2.1.1	Amortecimento viscoso	21
2.1.2	Amortecimento de Coulomb	22
2.2	Amortecimento material	23
2.2.1	Ligas de alto amortecimento	23
2.2.2	Materiais compósitos	24
2.2.3	Materiais viscoelásticos (MVE's)	24
2.2.3.1	Propriedades dos materiais viscoelásticos	25
2.2.3.1.1	Dependência da temperatura	25
2.2.3.1.2	Dependência da frequência	26
2.2.3.1.3	Amplitude de deformação cíclica	26
2.3	Modelos constitutivos unidimensionais para MVE's	26
2.3.1	Modelo de Maxwell	27
2.3.2	Modelo de Voigt	28
2.3.3	Modelo Linear Padrão	28
2.3.4	Comportamento do MVE	29
3	METODOLOGIA PROPOSTA	30
3.1	Caracterização experimental	30
3.1.1	Método padrão ASTM -'Standard Test Method for Measuring Vibration Damping Properties'	30
3.1.2	Método de Ensaio de Rigidez com Aplicação de Força Indireta	32
3.2	Modelos teóricos para materiais viscoelásticos	34
3.2.1	Modelo Golla-Hughes-McTavish (GHM)	34
3.2.1.1	Viscoelasticidade linear	34
3.2.1.2	Análise do modelo	36
3.2.2	Modelo Anelastic Displacement Field (ADF)	39
3.2.3	Modelo baseado em derivadas de ordem fracionária (DF)	43

4	APLICAÇÕES PARA A METODOLOGIA PROPOSTA . . .	46
4.1	Caracterização do MVE	47
4.2	Avaliação de configuração alternativa para aplicação de MVE	53
4.3	Validação dos modelos e resultados	55
4.3.1	Análise de convergência	57
4.3.2	Avaliação dos modelos	64
4.3.2.1	Análise MVE1	74
4.3.2.2	Análise MVE2	75
4.3.2.3	Análise MVE3	76
4.3.2.4	Análise MVE2-C2	77
5	CONSIDERAÇÕES PARA PROJETO DE ESTRUTURAS TIPO VIGAS SANDUÍCHE	81
6	CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS	85
	REFERÊNCIAS	88
	ANEXO A – Parâmetros utilizados para execução dos mode- los numéricos	92

1 INTRODUÇÃO

Estruturas de engenharia estão constantemente submetidas a diversos tipos e combinações de carregamentos, que podem ser estáticos ou dinâmicos. Pode-se considerar que um carregamento é estático quando não há variação significativa de sua intensidade ao longo do tempo, sendo, dessa forma, mais facilmente estimado durante as etapas de projeto e dimensionamento das estruturas, como, por exemplo, seu peso próprio. Os carregamentos dinâmicos são aqueles que têm variação relevante no tempo, seja em relação à posição, à magnitude, ao sentido ou à direção, de forma que os efeitos (tensões e deformações) causados por eles também apresentam variação temporal.

Muitas vezes os carregamentos dinâmicos não podem ser previstos e seus efeitos, por vezes, acarretam danos à integridade das edificações ou inviabilizam seu uso adequado. Exemplos típicos dessas situações são a Ponte de Tacoma Narrows, onde a estrutura entrou em colapso devido a vibrações torcionais impostas por ventos de 19m/s ([1] e [2]), e a Ponte Rio-Niterói, que apresentava grandes amplitudes de oscilação devido a ventos transversais ([3]) até que, em 2005, um sistema de atenuadores sincronizados foi instalado no vão central da estrutura ([4]). Os efeitos dinâmicos desses carregamentos tornaram-se mais evidentes nas estruturas atuais, devido à evolução do conhecimento no campo da engenharia, o que tem permitido a construção de estruturas mais altas, com materiais leves e peças estruturais esbeltas.

Assim, torna-se necessário o estudo de estratégias que auxiliem na redução da influência das vibrações de forma satisfatória. Nesses casos, a adoção de um sistema de controle adequado pode ser uma das formas para viabilizar a utilização eficiente da estrutura, já que tem o objetivo de minimizar o desconforto dos usuários e garantir a segurança e durabilidade da estrutura.

Os possíveis sistemas para redução de vibrações mecânicas, podem ser divididos em ativos, passivos e híbrido, conforme descrito por Rao (2010) ([5]). Os sistemas de controle ativo são aqueles que empregam dispositivos que utilizam uma fonte de energia externa conectados à estrutura e exercem forças que mantêm a amplitude das vibrações dentro de valores admissíveis. Os sistemas passivos adotam mecanismos amortecedores, do tipo massa-mola, por exemplo, ou adicionam materiais dissipadores de energia, configurando o amortecimento estrutural. De acordo com Sun et al. (1995) ([6]), o amortecimento estrutural é determinado pela capacidade apresentada pela própria estrutura ou por seus componentes de dissipar energia ou remover parte da energia ligada à vibração estrutural. Por fim, os sistemas híbridos combinam as características dos sistemas anteriores.

Os sistemas passivos, que podem incluir sistemas de isolamento de base, amortecedores viscoelásticos e sistemas massa-mola, são bem comuns e vastamente aceitos como métodos de redução de efeitos dinâmicos nas estruturas, por se apresentarem confiáveis e

à prova de falhas ([7]). Dessa forma, a adoção de um sistema de controle passivo pode ser considerada uma solução simples e confiável, uma vez que não demanda muita manutenção, quando se compara, por exemplo, com dispositivos com controle ativo.

1.1 Motivação e justificativa

Nesse contexto, os sistemas de amortecimento passivo que empregam materiais viscoelásticos (MVE), como por exemplo vigas sanduíche, apresentam bons resultados, já que esse tipo de material apresenta boa capacidade de dissipação energia. Segundo Santos (2003) ([8]), sua performance está condicionada a parâmetros de amortecimento, à amplitude de deslocamento do atenuador e ao tipo de força excitadora da estrutura, que devem ser considerados.

Para que esse tipo de dispositivo seja adotado, é preciso conhecer as características mecânicas do MVE empregado, uma vez que essas são diretamente influenciadas por fatores como temperatura, frequência de vibração, tipo de deformação ou amplitude ([9]). De acordo com Lesieutre et al. (1996) ([10]), as técnicas de caracterização dos MVE evoluíram de forma significativa e essa evolução acarretou mais racionalidade e acurácia durante o processo, além de proporcionar o aumento da utilização dos mesmos.

Os MVE's são amplamente empregados em diversos segmentos, como indústria naval e construção civil. Além disso, são de baixo custo, leves, de fácil aplicação, tendo bom desempenho como amortecedor estrutural quando associados a estruturas flexíveis e leves ([11]).

Um MVE pode ser caracterizado através de seu módulo complexo (G):

$$G = G' + iG''$$

ou

$$G = G'(1 + i\eta)$$
(1.1)

onde: G' é o módulo de armazenamento, que representa a quantidade de energia cinética armazenada ou convertida para energia elástica; G'' é o módulo de perda, que representa a quantidade de energia convertida em calor; e η é o fator de perda ($\eta = \frac{G''}{G'}$); todos dependentes da frequência de vibração.

Entretanto, obter informações relevantes a respeito do comportamento mecânico de MVE's em estruturas reais de maneira experimental muitas vezes não representa uma prática viável, uma vez que pode levar a períodos de ensaios prolongados, custos onerosos na confecção dos cenários, além de não existir a garantia de resultados de qualidade, já que estes podem sofrer influência de outros fatores externos de difícil simulação em laboratório. Assim, modelos computacionais foram desenvolvidos com o objetivo de otimizar o processo,

pois possibilitam resultados a curto prazo, com menores custos e resultados de simulações semelhantes às respectivas situações reais.

É importante ressaltar que a utilização de tais ferramentas computacionais não elimina a necessidade de dados experimentais para a validação dos modelos propostos. Dessa forma, é recomendável combinar os processos experimentais às simulações computacionais para obter resultados com maior precisão.

1.2 Histórico

Dada a importância do comportamento dinâmico das estruturas, as técnicas empregadas para redução de vibrações se tornaram assunto amplamente discutido. Os primeiros trabalhos em relação ao tema são datados dos anos 1950, quando Oberst e Frankenfeld ([12]) exploraram testes de vibração com vigas, com MVE's em associação às vigas metálicas, permitindo a obtenção das propriedades dinâmicas através das equações desenvolvidas para as vigas homogêneas, que supõem que as seções transversais das vigas permanecem planas quando deformadas.

Em 1959, Kerwin ([13]) introduziu o conceito de viga sanduíche, demonstrando equações baseadas na perda de energia devido ao cisalhamento provocado pela camada de restrição adicionada. De acordo com tais equações, as seções transversais não permanecem planas durante a deformação.

As possíveis aplicações dos MVE's como núcleo amortecedor foram abordadas por Mead e Markus (1969) ([14]), num estudo referente às condições de contorno que podem ser adotadas no tratamento deste tipo de problema, através da equação diferencial de 6ª ordem que considera o deslocamento transversal das camadas.

Ressalta-se que toda base teórica desenvolvida ao longo dos anos a respeito deste tema possibilitou a elaboração de estudos experimentais relevantes, que são parte essencial da verificação das teorias propostas. Em 1969, Yin ([15]) avaliou a aplicação de MVE's para isolamento e absorção de vibrações e sons excessivos, técnica recente à época. No estudo, ele verificou a capacidade dissipativa através de diferentes configurações de aplicações de MVE.

A partir destes estudos, houve uma abundante e frequente investigação no desenvolvimento de tecnologias para adicionar amortecimento em estruturas, inclusive através de diferentes modelos matemáticos que descrevem o comportamento dos MVE's como o Golla-Huges-McTavish (GHM) ([16] a [18]), o Anelastic Displacement Fields (ADF), desenvolvido por Lesieutre et al. (1995) ([19]), e o modelo baseado em derivadas fracionárias (DF), demonstrado em Bagley et al. (1983) ([20]) e Bagley et al. (1985) ([21]).

Os MVE's se mostraram eficazes em diversos tipos de aplicações, como aeronáutica, indústria automotiva, ferrovias e engenharia, tornando-se tema recorrente em pesquisas

em todo mundo. Destacam-se estudos que analisam a capacidade dissipativa de materiais viscoelásticos, adotados para atenuação de vibrações e isolamento acústico ([22] a [25]). Nestes trabalhos os MVE's são utilizados como camada de amortecimento ou material de preenchimento, e as análises realizadas associam processos experimentais e simulações numéricas para verificação dos resultados encontrados.

Dentre as pesquisas desenvolvidas no Brasil destacam-se processos de caracterização experimental realizados por Faísca (1998) ([26]), Silva (2007) ([27]), Pacheco (2013) ([28]) e Souza (2015) ([29]) utilizando diferentes métodos de caracterização, com o objetivo de determinar as propriedades mecânicas de MVE's aplicados como amortecedores passivos, permitindo sua adoção. Em 2000, Barbosa ([30]) sugere a modelagem computacional de estruturas acopladas com camadas viscoelásticas com objetivo de proporcionar o acréscimo do amortecimento. Medeiros Júnior (2010) ([31]) compara o uso dos modelos GHM e DF na caracterização dinâmica integrada de um material viscoelástico, em uma faixa de frequências e temperaturas de interesse, analisando qual deles apresenta melhores resultados.

Estudos desenvolvidos no Programa de Pós Graduação em Modelagem Computacional (PGMC) da Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF) associam processos experimentais a simulações computacionais, reforçando a importância da etapa experimental. Na abordagem adotada por Felipe Filho ([32] a [36]), os modelos propostos para as simulações computacionais do comportamento mecânico de MVE's, utilizando as análises experimentais realizadas por Borges, em 2010 ([37]), são validados.

Assim, diante do panorama exposto sobre o presente tema, este trabalho apresenta o desenvolvimento de um programa experimental, que visa extrair as características mecânicas de MVEs através de resultados obtidos em testes de estruturas simples realizados em laboratório. A metodologia experimental apresentada neste trabalho consiste numa complementação dos trabalhos desenvolvidos por Felipe Filho (2016) [34], que focou na modelagem computacional de MVEs.

1.3 Objetivos

Assim sendo, o presente trabalho tem por objetivo avaliar o uso de diferentes materiais viscoelásticos, aplicados em diferentes configurações, como amortecedores passivos. Para tal, é necessário, a princípio, conhecer as características mecânicas de cada um deles, o que é possível através da caracterização experimental realizada utilizando informações extraídas diretamente de sinais coletados em laboratório, de corpos de prova que utilizam os materiais como núcleo amortecedor de vigas sanduíche. Os resultados encontrados também possibilitam a avaliação da influência de fatores externos no processo de caracterização experimental dos materiais empregados.

Os resultados experimentais são comparados a valores simulados computacionalmente, através de modelos baseados nos métodos numéricos GHM, DF e ADF, de forma a aferir qual a influência exercida pelo processo experimental no desempenho mecânico obtido computacionalmente. É importante destacar que existem diversos modelos que descrevem o comportamento dinâmico dos MVE's, como os modelos de Yiu [38] e Boltzmann ([39] a [41]), entretanto são menos usuais na literatura, dessa forma optou-se pela adoção dos modelos GHM, ADF e DF.

Finalmente, busca-se verificar qual material ou configuração é mais adequado, o que pode fornecer informações importantes para o projeto de estruturas com MVE's. Avalia-se também qual dos modelos computacionais é capaz de se aproximar mais do comportamento real das estruturas analisadas.

1.4 Organização do texto

O presente capítulo introduz o tema abordado, a motivação do estudo do problema e sua importância em problemas de engenharia. Além disso, apresenta brevemente os objetivos propostos.

No segundo capítulo, é realizada uma revisão dos conceitos básicos do problema, como a classificação dos tipos de amortecimento existentes e os modelos que descrevem o comportamento de MVE's. Tais conceitos são necessários para a melhor compreensão dos tópicos subsequentes.

As etapas da metodologia experimental adotada para a realização dos ensaios laboratoriais e os modelos computacionais aplicados para simulação do comportamento mecânico de MVE's que são utilizados nesse trabalho, assim como sua formulação, são apresentados no capítulo três.

O capítulo quatro expõe os resultados experimentais obtidos que, posteriormente, foram utilizados para a validação dos modelos computacionais.

O quinto capítulo apresenta as recomendações de projeto para o desenvolvimento de estruturas do tipo sanduíche, com núcleo amortecedor viscoelástico, considerando os resultados obtidos através da etapa experimental e das simulações computacionais.

Finalmente, o sexto capítulo contém as conclusões e considerações finais, assim como sugestões para trabalhos futuros.

Com objetivo complementar, no Anexo A podem ser encontrados os valores para os parâmetros constitutivos dos três modelos numéricos adotados.

2 CONCEITOS BÁSICOS

De maneira geral, os diversos tipos de amortecimento existentes pode ser classificados em duas categorias: amortecimento não-material e amortecimento material. O primeiro trata do amortecimento causado pelo meio em que as vibrações acontecem, enquanto o segundo, refere-se às propriedades do material ([6]).

2.1 Amortecimento não-material

Os principais tipos de amortecimento não-material são: amortecimento viscoso, o amortecimento de Coulomb, por radiação acústica, entre outros.

2.1.1 Amortecimento viscoso

Segundo Sun et al. (1995) ([6]), o amortecimento viscoso é um fenômeno de difícil compreensão, que pode ser simplificado através de um modelo de amortecedor, com resultados satisfatórios para problemas de engenharia. Esse tipo de amortecimento é fundamental para o entendimento do comportamento de materiais viscoelásticos, abordados posteriormente. Está ligado à velocidade de deslocamento da estrutura durante a vibração e a resistência imposta pelo fluido do meio em que ela se encontra através da Equação 2.1

$$F_d = c \frac{dx}{dt}, \quad (2.1)$$

onde F_d é a força de amortecimento, c a constante de viscosidade do fluido e $\frac{dx}{dt}$ a velocidade relativa entre as partículas do fluido e a estrutura.

Sabendo que o amortecimento consiste em dissipação de energia durante os ciclos de vibração, a energia dissipada pode ser denotada por W_d :

$$W_d = \oint F_d dx. \quad (2.2)$$

Para um sistema massa mola, excitado por um a força senoidal e com amortecimento viscoso, a equação do movimento ao longo do tempo é dada por:

$$x(t) = X \text{sen}(\omega t - \phi) \quad (2.3)$$

onde X é a amplitude do movimento, ω é a frequência de vibração e ϕ o ângulo de fase. Substituindo 2.1 e a derivada 2.3, em relação ao tempo, na Equação 2.2, tem-se:

$$\begin{aligned}
W_d &= \oint c \frac{dx}{dt} dx = c \oint \left(\frac{dx}{dt} \right)^2 dt; \\
W_d &= c X^2 \omega^2 \int_0^\tau \cos^2(\omega t - \phi) dt;
\end{aligned} \tag{2.4}$$

onde $\tau = 2\pi\omega$ é o período de oscilação durante vibração forçada, de forma que, por integração:

$$W_d = \pi c X^2 \omega^2. \tag{2.5}$$

Da Equação 2.3, através da relação trigonométrica $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$, tem-se:

$$\cos(\omega t - \phi) = \sqrt{1 - \left(\frac{x}{X} \right)^2} \tag{2.6}$$

Substituindo 2.6 em 2.1:

$$F_d = c \frac{dx}{dt} = c X \omega \cos(\omega t - \phi) = c \omega \sqrt{X^2 - x^2} \tag{2.7}$$

ou

$$\left(\frac{F_d}{c\omega X} \right)^2 + \left(\frac{x}{X} \right)^2 = 1 \tag{2.8}$$

A equação anterior descreve uma elipse F_d versus x , de área $\pi c\omega X^2$, que é a energia dissipada por ciclo de vibração (W_d). Entretanto, como foi considerado um sistema massa mola, é necessário considerar a força total atuante no sistema, assim, a parcela referente à perda de rigidez da mola kx deve ser adicionada à força do amortecimento viscoso F_d . Tal adição resulta numa elipse rotacionada ($F_d + x$) versus x , com área interna igual à anterior.

O amortecimento também pode ser descrito por:

$$\eta = \frac{W_d}{2\pi U} \tag{2.9}$$

A Equação 2.9 determina o fator de perda η , razão entre a energia dissipada por radiano e o pico da energia potencial U (energia armazenada).

2.1.2 Amortecimento de Coulomb

O amortecimento de Coulomb é causado pelo atrito entre duas superfícies [6], sendo conhecido como atrito seco, determinado pela relação:

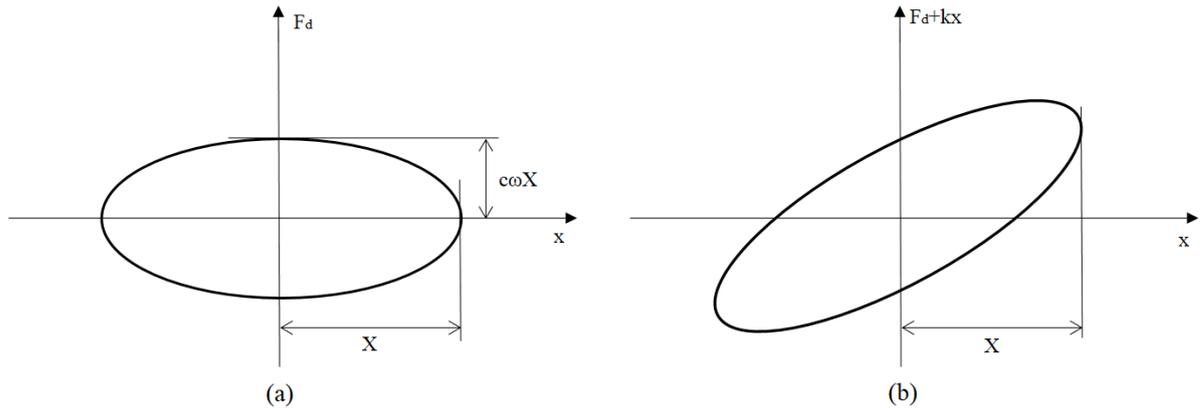


Figura 1 – Energia dissipada por ciclo de vibração sem (a) e com adição (b) da parcela elástica

Fonte: Adaptado de Sun et al. (1995) ([6])

$$F_c = \mu N \quad (2.10)$$

em que F_c é a força de amortecimento, μ é o coeficiente de atrito e N a força normal entre as duas superfícies. Esse tipo de amortecimento é independente da velocidade relativa entre as superfícies, sendo usualmente utilizado para descrever a interação entre juntas estruturais ou vigas de camadas duplas.

Existem ainda outros tipos de amortecimento não-material que não serão discutidos, por não serem relevantes a este trabalho.

2.2 Amortecimento material

De maneira geral, os materiais utilizados em engenharia dissipam energia de alguma forma, entretanto, alguns, como plásticos, borracha, ligas de alto amortecimento e materiais viscoelásticos, apresentam maior capacidade dissipativa que os materiais convencionais, aço e alumínio, por exemplo.

2.2.1 Ligas de alto amortecimento

As ligas de alto amortecimento não são os materiais estruturais mais indicados, devido a características inferiores às dos materiais convencionais (rigidez, resistência e desempenho térmico). Em virtude de seu comportamento não-linear, escassos são os dados experimentais disponíveis em relação a esses materiais, além disso, características relacionadas ao amortecimento (fator de perda) são fortemente dependentes de parâmetros como modo de vibração e amplitude de deformação, por exemplo. As ligas Níquel-Titânio (NiTi), exemplos típicos deste tipo de material, apresentam propriedades de amortecimento superiores quando comparadas aos materiais estruturais convencionais ([42] e [43]).

2.2.2 Materiais compósitos

Materiais compósitos consistem em materiais reforçados com fibras, que apresentam propriedades amortecedoras superiores aos materiais convencionais ([6]). Tais propriedades (rigidez e fator de perda) são influenciadas pela orientação das fibras, onde fibras curtas orientadas aleatoriamente tem maior amortecimento que fibras dispostas unidirecionalmente, sendo utilizadas como camada amortecedora. Quando comparadas a outros tipos de materiais amortecedores, como os viscoelásticos, sofrem menor influência de fatores como temperatura e amplitude de vibração.

2.2.3 Materiais viscoelásticos (MVE's)

Os materiais viscoelásticos são aqueles que apresentam uma parcela de comportamento perfeitamente elástico e outra de comportamento perfeitamente viscoso: o comportamento perfeitamente elástico se refere àqueles materiais em que toda energia armazenada durante a deformação é liberada assim que o carregamento é retirado, enquanto no perfeitamente viscoso toda a energia de deformação é dissipada. A Figura 2 ilustra o comportamento de MVE, em comparação a materiais puramente elásticos e viscosos, submetidos a uma mesma tensão num determinado intervalo de tempo.

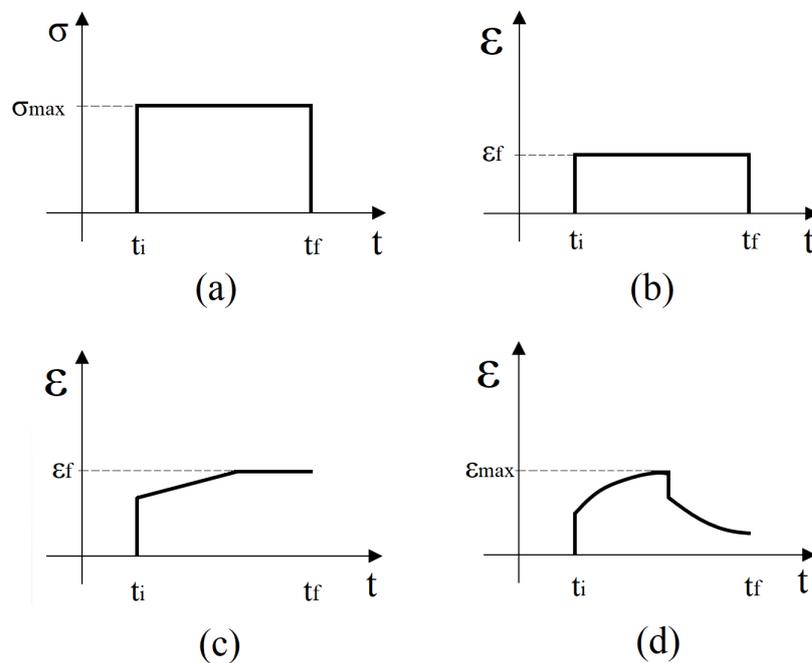


Figura 2 – Diagramas deformação \times tempo para diferentes materiais submetidos a uma dada tensão ao longo do tempo: (a) tensão aplicada ao longo do tempo; (b) diagrama deformação \times tempo para um material elástico perfeito; (c) diagrama deformação \times tempo para um material viscoso perfeito; (d) diagrama deformação \times tempo para um MVE.

2.2.3.1 Propriedades dos materiais viscoelásticos

Como já mencionado, as propriedades e o desempenho dos MVE's são fortemente influenciadas por fatores externos, variando de acordo com o meio e as condições em que eles se encontram, o que pode afetar de maneira direta o comportamento dinâmico das estruturas amortecidas ([6]).

2.2.3.1.1 Dependência da temperatura

A dependência da temperatura pode ser citada como o fator mais impactante no comportamento viscoelástico, que será diferente de acordo com cada intervalo, ou região, de temperatura: região vítrea, região de transição, região elástica e região de escoamento. Na região vítrea se refere à temperatura ambiente e, à medida que ocorre o aumento de temperatura, o módulo de armazenamento decresce suavemente e o fator de perda aumenta de forma acentuada. Esse comportamento se mantém na região de transição, até que a temperatura de transição T_g é alcançada, onde o decaimento do módulo de armazenamento é quase uma constante e fator de perda atinge seu valor máximo. Na terceira região G' e η se mantêm praticamente constantes. Na região de escoamento os valores de G' e η voltam a diminuir e aumentar, respectivamente. O comportamento descrito para cada região é ilustrado na Figura 3.

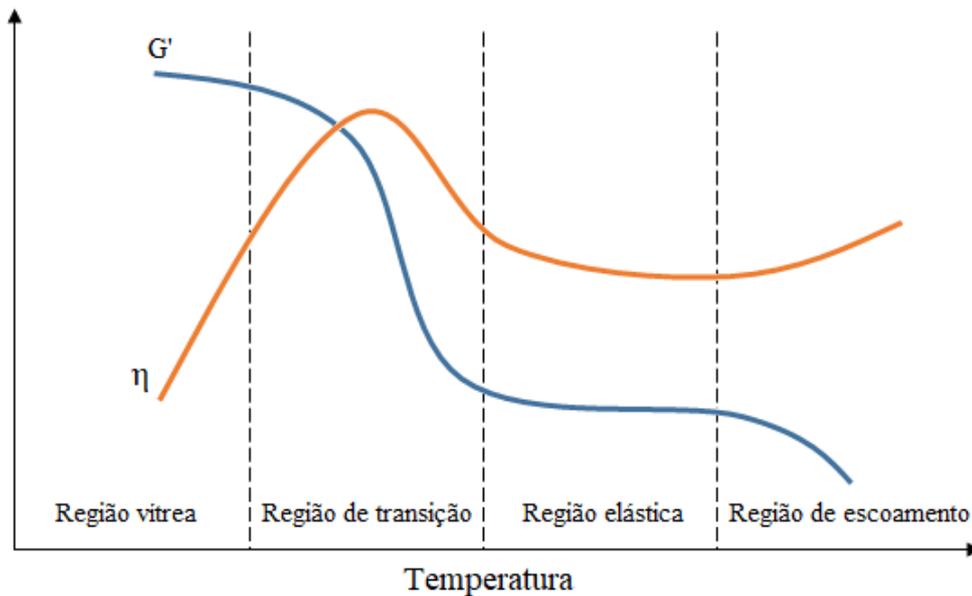


Figura 3 – Efeitos da variação de temperatura em G' e η

Fonte: Adaptado de Sun et al. (1995) ([6])

2.2.3.1.2 Dependência da frequência

Assim como para a temperatura, os efeitos da frequência podem ser divididos em quatro regiões: região vítrea, região de transição, região elástica e região de escoamento. Percebe-se que G' aumenta à medida que a frequência também aumenta, apresentando uma menor taxa de crescimento na primeira e terceira regiões, e maior taxa de crescimento na região de transição. O fator de perda alcança o valor máximo na região de transição, apresentando comportamento semelhante ao encontrado devido à temperatura, como pode ser visto na Figura 4.

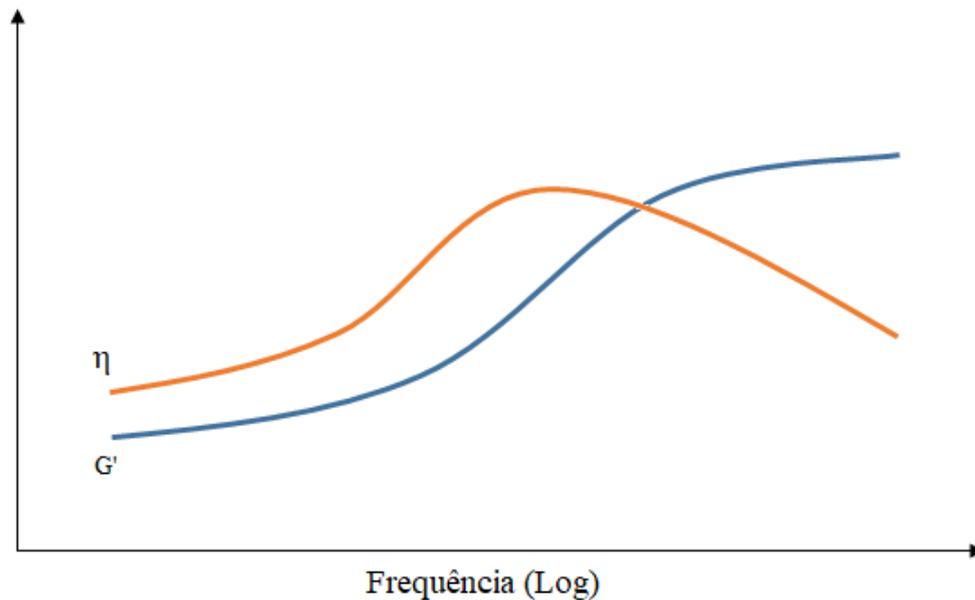


Figura 4 – Efeitos da variação de frequência em G' e η

Fonte: Adaptado de Souza (2015) ([29]) e Saldarriaga (2007) ([45])

2.2.3.1.3 Amplitude de deformação cíclica

Elevadas deformações resultam em alta dissipação de energia no material, o que, conseqüentemente, aumenta a temperatura. Dessa forma, os dois efeitos são combinados. Na região vítrea, a variação de G' e η devido à amplitude de deformação é pequena. Na região de transição G' decresce acentuadamente e η atinge seu valor máximo. Os efeitos de temperatura têm menor impacto nos parâmetros dentro da região elástica, entretanto o efeito da deformação cíclica é mais efetivo nessa região ([6]).

2.3 Modelos constitutivos unidimensionais para MVE's

Os modelos constitutivos são fundamentais para a compreensão das relações existentes entre tensões e deformações nos materiais. O comportamento dos MVE's pode

ser descrito por inúmeros modelos matemáticos, que podem incluir relações complexas entre temperatura, frequência, amplitude e tipo de excitação externa ([11]). Modelos que consideram a dependência da frequência são capazes de representar o desempenho mecânico de maneira eficaz.

Os modelos apresentados neste trabalho serão aqueles que consideram materiais cujo comportamento seja incompressível, isotrópico e viscoelástico. A incompressibilidade é referente a materiais que se deformam muito mais facilmente devido ao cisalhamento do que à compressão, ou seja, não há alteração volumétrica durante o processo de deformação. Esse tipo de material pode ser representado de maneira satisfatória através de diferentes modelos com associação de molas e amortecedores viscosos, que apresentam formulações matemáticas similares e relações bem definidas ([46]). Seu desempenho é fortemente influenciado por fatores externos e pela evolução do carregamento aplicado (reologia). O comportamento viscoelástico se refere a materiais onde a resposta à tensão obedece ao princípio da sobreposição de efeitos e pode ser representado pela associação de um elemento que obedece à lei de Hooke e outro elemento que obedece à lei de Newton de viscosidade ([46]).

2.3.1 Modelo de Maxwell

O modelo de Maxwell consiste em uma mola associada em série a um amortecedor viscoso (Figura 5), assumindo uma distribuição de tensão uniforme.

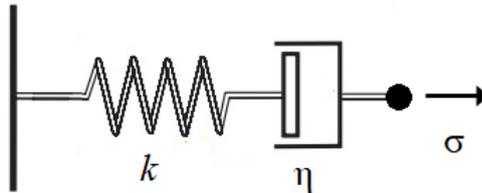


Figura 5 – Modelo de Maxwell

Fonte: Adaptado de Felipe Filho (2012) ([32])

Para este modelo, a tensão total é igual em cada um dos elementos, enquanto a deformação total sofrida é dada pela soma das deformações sofridas pela mola (ε_e) e pelo amortecedor (ε_v), de forma que a equação constitutiva do modelo é ([11] e [32]):

$$\begin{cases} \sigma = \sigma_e = \sigma_v \\ \varepsilon = \varepsilon_e + \varepsilon_v \end{cases} \Rightarrow \frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{dx_e}{dt} + \frac{dx_v}{dt} = \frac{1}{k} \frac{d\sigma(t)}{dt} + \frac{\sigma(t)}{\eta} \quad (2.11)$$

onde x_e e x_v são os deslocamentos sofridos pela mola e pelo amortecedor, respectivamente, k é a constante de rigidez da mola e η é o fator de perda do amortecedor.

Este modelo é muito utilizado, pois leva em consideração a dependência da frequência que o fator de perda e a rigidez apresentam, em particular para frequências mais elevadas.

2.3.2 Modelo de Voigt

O modelo de Voigt, ou Kelvin-Voigt, é representado pela associação em paralelo de um elemento de mola e um amortecedor, assumindo deformação uniforme (Figura 6).

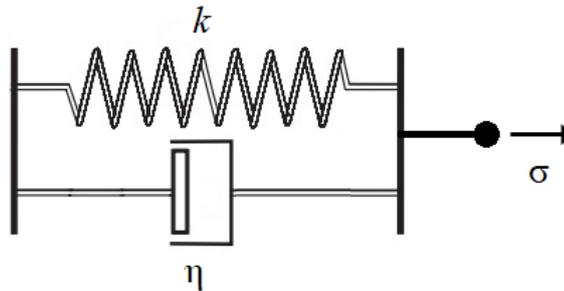


Figura 6 – Modelo de Voigt

Fonte: Adaptado de Felipe Filho (2012) ([32])

A tensão total do sistema é igual a soma da tensão que atua em cada um dos elementos, enquanto a deformação total sofrida é igual tanto para a mola (ε_e), quanto para o amortecedor (ε_v), a equação constitutiva do modelo é ([11] e [32]):

$$\begin{cases} \sigma = \sigma_e + \sigma_v \\ \varepsilon = \varepsilon_e = \varepsilon_v \end{cases} \Rightarrow \sigma(t) = kx + \eta \frac{dx}{dt} \quad (2.12)$$

É um modelo simples que expressa as características dinâmicas do MVE em termos da dependência da frequência e temperatura que o módulo cisalhante e do fator de perda apresentam.

2.3.3 Modelo Linear Padrão

O modelo Linear Padrão é uma combinação de um elemento de Maxwell, considerando as taxas de rigidez e amortecimento (Figura 7).

É um modelo que, diferentemente dos modelos de Maxwell e Voigt, considera a fluência e a relaxação, respectivamente. A equação diferencial constitutiva é:

$$\frac{dx(t)}{dt} = \frac{\frac{d\sigma(t)}{dt} + \frac{k_1}{\eta}\sigma(t) - \frac{k_1 k_2}{\eta}x(t)}{k_1 + k_2} \quad (2.13)$$

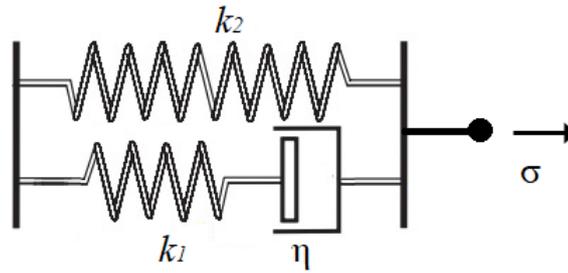


Figura 7 – Modelo Linear Padrão

Fonte: Adaptado de Felipe Filho (2012) ([32])

2.3.4 Comportamento do MVE

O comportamento do MVE segundo cada um dos modelos apresentados pode ser comparado através dos testes de Fluência (resposta do modelo submetido à aplicação de uma força constante) e Relaxação (resposta do modelo submetido à aplicação de um deslocamento constante), como ilustrado na Figura 8. Percebe-se que o modelo Linear Padrão é o que mais se aproxima do comportamento real de MVE.

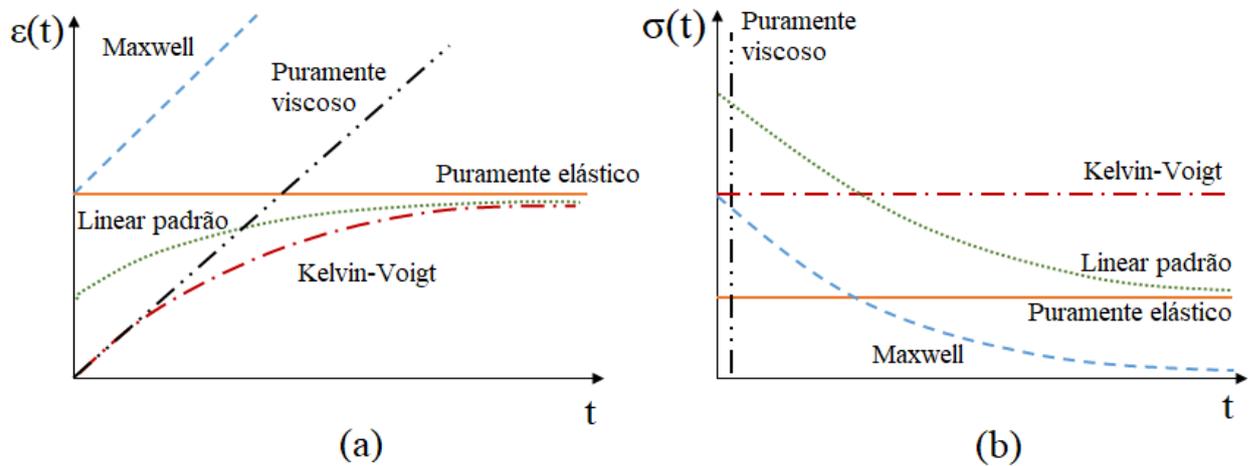


Figura 8 – Testes de Fluência (a) e Relaxação (b) para os modelos apresentados, em comparação a materiais puramente elástico e viscoso

Fonte: Adaptado de Felipe Filho (2012) ([34]) e Barbosa (2000) ([30])

3 METODOLOGIA PROPOSTA

O presente capítulo faz a descrição da metodologia empregada para realização deste trabalho, abordando de maneira detalhada o processo de caracterização experimental, além de descrever os modelos matemáticos adotados para os MVE's.

3.1 Caracterização experimental

3.1.1 Método padrão ASTM - 'Standard Test Method for Measuring Vibration Damping Properties'

O método Padrão de teste para determinação de propriedades de amortecimento de vibração ([47]) é proposto pela American Society for Testing and Materials (ASTM), órgão estadunidense responsável pela elaboração e publicação de normas técnicas, fornecendo informações necessárias para o desenvolvimento tecnológico em vários setores.

O método experimental aplicado afere as propriedades de amortecimento de materiais, como o fator de perda, η , módulo de elasticidade, E , e módulo cisalhante, G . É um método que se mostra útil para uma faixa de frequência entre 50 e 500 Hz, indicado para materiais usados em amortecimento estrutural e acústica, por exemplo, incluindo metais, cerâmicas, borrachas, plásticos ou madeiras, que possam ser testados através de corpos de prova em forma de vigas engastadas, com uma das extremidades livre [47].

Os possíveis tipos de tratamentos são mostrados na Figura 9.

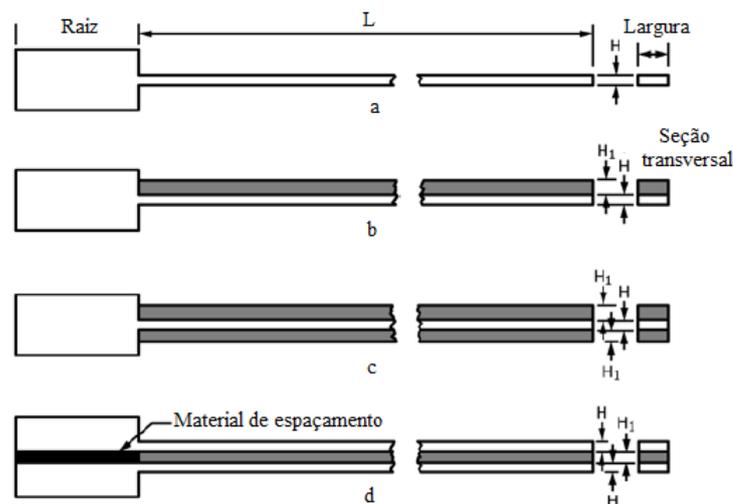


Figura 9 – Tipos de tratamentos sugeridos pelo método Padrão: (a) Viga uniforme; (b) Viga amortecida em um dos lados (Oberst); (c) Viga amortecida de ambos os lados (Oberst modificada); (d) Viga sanduíche

Fonte: Adaptado de [47]

A configuração adotada para os corpos de prova depende do tipo de MVE utilizado e das propriedades de interesse. As vigas podem ser ensaiadas buscando determinar o amortecimento material da viga base (a), o módulo de elasticidade longitudinal (camada de restrição + uma ou duas camadas viscoelásticas, tipos *b* e *c*, respectivamente) ou o cisalhante (camada viscoelástica entre duas camadas de restrição, tipo *d*), para os dois últimos tratamentos é possível determinar o fator de perda [47].

Este método encontra bons resultados quando usado para caracterizar materiais que consistem em uma camada homogênea. Podem existir casos mais complexos, em que a camada amortecedora consiste na combinação de duas ou mais camadas com diferentes características, por exemplo. Nessas situações, os materiais devem ser testados separadamente para obter maior precisão nos resultados.

Todas as medidas relativas ao amortecimento são feitas no regime linear, ou seja, assume-se que o material se comporta de acordo com a teoria da viscoelasticidade linear. Caso o nível de força aplicado para excitar a barra ultrapasse a região linear, os resultados devem ser desconsiderados.

Com exceção dos CP's tipo viga uniforme, o método é baseado nas diferenças encontradas entre as vigas compostas (com aplicação de material amortecedor) e das vigas base (simples). Essa formulação pode envolver erros, que ocorrem devido às diferenças de frequências de excitação e temperatura durante os ensaios. Para evitar essas situações é necessário verificar se existe compatibilidade entre os resultados experimentais das vigas base a sanduíche, em relação às condições de realização dos ensaios [47]. Para tal, deve-se satisfazer a verificação 5.4.1.3 da referida norma:

$$\left(\frac{f_s}{f_n}\right)^2 [2 + (DT)] \geq 2,01 \quad (3.1)$$

onde $D = \frac{\rho_2}{\rho_1}$ e $T = \frac{H_2}{H_1}$ em que f_s é a frequência natural amortecida da viga sanduíche, f_n é a frequência natural da viga base, ρ_1 é a densidade do material da viga base, ρ_2 é a densidade do MVE utilizado nas vigas sanduíches, H_1 é a espessura da viga base e H_2 é a espessura do MVE.

Devem-se conhecer as técnicas de aplicação do material amortecedor empregado e respeitar as recomendações do fabricante quanto ao tempo de cura. A espessura do adesivo viscoelástico e sua aplicação podem afetar o amortecimento da viga sanduíche e se tornar fonte de erros.

A viga deve ser montada com uma extremidade fixa e outra livre, de maneira a simular uma viga engastada, com comprimento e espessura da raiz suficientes para garantir o engastamento adequado. Após a montagem, devem-se determinar as frequências naturais e taxas de amortecimento para as vigas base e, posteriormente, das vigas sanduíche

montadas, através dos registros de corpos de provas instrumentados submetidos a um impacto em sua extremidade livre. Deve-se evitar que a força imposta não excite modos relacionados à torção, pois eles não são levados em conta nos cálculos das propriedades amortecedoras.

O comprimento das vigas confeccionadas deve ser selecionado de acordo com a faixa de frequência que deseja-se alcançar e as características do material amortecedor. A largura das vigas não é uma das variáveis consideradas nas equações para determinação da propriedades, mas deve-se evitar larguras que tornem a estrutura suscetível à torção.

Para todos os tipos de tratamento, o cálculo das propriedades do material exige a frequência natural de vibração, as propriedades geométricas da viga e as densidades dos materiais em questão. De acordo com a configuração adotada, o cálculo do módulo cisalhante e do fator de perda são obtidos através de diferentes equações. Para as vigas sanduíche, conforme utilizado neste trabalho, o módulo cisalhante (G_1) e do fator de perda (η_1) são dados por:

$$\begin{aligned}
 G_1 &= [A - B - 2(A - B)^2 - 2(A\eta_s)^2] \left[\frac{\left(\frac{2\pi C_n E H H_1}{l^2} \right)}{(1 - 2A + 2B)^2 + 4(A\eta_s)^2} \right] \\
 \eta_1 &= \frac{(A\eta_s)}{[A - B - 2(A - B)^2 - 2(A\eta_s)^2]} \\
 A &= \left(\frac{f_s}{f_n} \right)^2 [2 + (DT)] \left(\frac{B}{2} \right) \\
 B &= \frac{1}{[6(1 + T)^2]}
 \end{aligned} \tag{3.2}$$

onde $\eta_s = \frac{\Delta f_s}{f_s}$ é fator de perda da viga sanduíche, Δf_s é a largura de banda de meia potência do modo s da viga sanduíche, $C_n = (0,55959; 3,5069; 9,8194; \dots)$, E é o módulo de elasticidade da viga base, H é a espessura da viga base, H_1 é a espessura do MVE, l é o comprimento livre de cada uma das vigas.

O método apresenta a desvantagem de fornecer poucos pontos para as propriedades dos MVE's, uma vez que estima tais propriedades através das relações existentes entre as frequências das vigas base e das vigas sanduíche.

3.1.2 Método de Ensaio de Rigidez com Aplicação de Força Indireta

O método proposto por Masterson e Miles, em 1995 ([48]), permite a determinação do módulo complexo dos MVE's através de uma montagem que consiste de um bloco de alumínio fixado a duas cantoneiras de alumínio, através de adesivos viscoelásticos. As cantoneiras, por sua vez, são fixadas na base de um excitador. A configuração apresenta o

comportamento muito semelhante a uma massa em associação a uma mola, e sua montagem é apresentada na Figura 10.

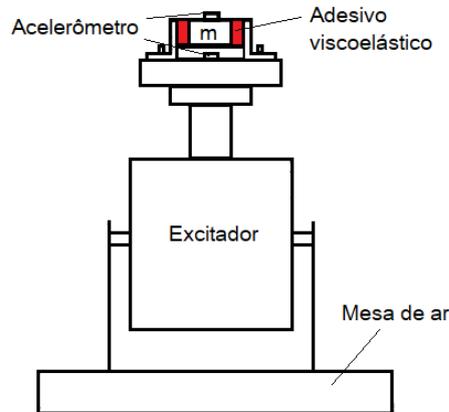


Figura 10 – Esquema de montagem do Método de Ensaio de Rigidez com Aplicação Indireta da Força

Fonte: Adaptado de Masterson e Miles (1995) ([48])

O excitador gera uma vibração na base do bloco e, conseqüentemente, um movimento relativo entre as cantoneiras e o bloco, induzindo esforço cortante nos materiais viscoelásticos existentes entre o bloco e as cantoneiras. A força dinâmica imposta ao sistema é medida indiretamente através de um acelerômetro fixado na base do excitador e a resposta do bloco também é medida através de um acelerômetro.

De acordo com o modelo, o módulo complexo é determinado pela equação:

$$G(\omega) = \frac{K(\omega)h}{2bl} \quad (3.3)$$

onde $G(\omega)$ é o módulo complexo, $K(\omega)$ é a rigidez complexa, h é a espessura do MVE aplicado em cada um dos lados do bloco, b e l são a largura e comprimento, respectivamente, da superfície de fixação. O coeficiente 2 leva em consideração que o MVE é aplicado nos dois lados do bloco ([48]).

Este método de caracterização foi utilizado em Faísca (1998) ([26]), onde seu desenvolvimento matemático foi demonstrado, e Silva (2007) [27], com bons resultados em ambos. Em comparação ao Método Padrão da ASTM, apresenta a vantagem de fornecer um curva contínua para uma ampla faixa de frequências

O método de caracterização escolhido foi o Padrão ASTM, por ser padronizado e adotado internacionalmente em diversas pesquisas, além de apresentar montagem simples para a execução dos ensaios.

3.2 Modelos teóricos para materiais viscoelásticos

Esta seção apresenta três modelos matemáticos que descrevem o comportamento mecânico de MVE's

3.2.1 Modelo Golla-Hughes-McTavish (GHM)

Inicialmente proposto Golla-Hughes-McTavish, é um modelo determinístico, que permite, associado ao Método dos Elementos Finitos (MEF), a avaliação das propriedades dinâmicas dos MVE's no domínio da frequência ([11]). Nele, o comportamento dinâmico da estrutura pode ser avaliado através do conceito de dissipação de energia ([9]).

3.2.1.1 Viscoelasticidade linear

O comportamento de MVE's pode ser descrito através do conceito de viscoelasticidade linear, que considera que as tensões às quais o material está submetido dependem do histórico de deformações já sofridas. Dessa forma o tensor de tensões pode ser escrito:

$$\sigma_{ij}(t) = \int_0^\infty \varepsilon_{kl}(t - \tau) dG_{jikl}(t) \quad (3.4)$$

onde $\sigma_{ij}(t)$ é o tensor de tensões, $\varepsilon_{kl}(t)$ é o histórico de deformações e $G_{jikl}(t)$ é um tensor de quarta ordem que representa as propriedades do MVE e satisfaz as relações de simetria:

$$\begin{aligned} G_{ijkl}(t) &= 0, \quad -\infty \leq t \leq 0; \\ G_{ijkl}(t) &= G_{jikl}(t) = G_{ijlk}(t); \\ G_{ijkl}(t) &= G_{klij}(t). \end{aligned} \quad (3.5)$$

É necessário assumir que o material está em equilíbrio estático no instante inicial, ou seja $\varepsilon_{kl}(t) = 0$ para $t \leq 0$, que $\varepsilon_{kl}(t)$ é uma função contínua e que $G_{jikl}(t)$ e sua derivada de primeira ordem são contínuas no intervalo $0 \leq t \leq \infty$, assim como a deformação sofrida pelo material após um determinado instante t não tem influência nas deformações desse instante ([34]). A equação 3.4 fica:

$$\sigma_{ij}(t) = G_{ijkl}(0)\varepsilon_{kl}(t) + \int_0^t \varepsilon_{kl}(t - \tau) \frac{dG_{jikl}(\tau)}{d\tau} d\tau \quad (3.6)$$

Assim como os modelos apresentados no capítulo anterior, a equação 3.6 também é uma possível equação constitutiva para MVE's. Pode ser reescrita, através de uma mudança de variáveis ($a = t - \tau$) e integração por partes, da seguinte maneira:

$$\sigma_{ij}(t) = \int_0^t G_{jikl}(t - a) \frac{d\varepsilon_{kl}(a)}{da} da \quad (3.7)$$

Considerando que $G_{jikl} = G^0 + H(t)$, onde G_{jikl}^0 é o módulo de elasticidade e $G^0 = \lim_{t \rightarrow \infty} G_{jikl}(t)$:

$$\begin{aligned}
 \sigma(t) &= \int_0^t [G^0 + H(t-a)] \frac{d\varepsilon(a)}{da} da; \\
 \sigma(t) &= \int_0^t G^0 \frac{d\varepsilon(a)}{da} da + \int_0^t H(t-a) \frac{d\varepsilon(a)}{da} da; \\
 \sigma(t) &= [G^0 \varepsilon(a)]_0^t + \int_0^t H(t-a) \frac{d\varepsilon(a)}{da} da; \\
 \sigma(t) &= G^0 [\varepsilon(t) - \varepsilon(0)] + \int_0^t H(t-a) \frac{d\varepsilon(a)}{da} da; \\
 \sigma(t) &= G^0 \varepsilon(t) + \int_0^t H(t-a) \frac{d\varepsilon(a)}{da} da;
 \end{aligned} \tag{3.8}$$

Aplicando a transformada de Laplace, a equação constitutiva no domínio de Laplace é:

$$\begin{aligned}
 \sigma(s) &= [G^0 + h(s)]\varepsilon(s) \\
 &\text{onde} \\
 h &= sH(s)
 \end{aligned} \tag{3.9}$$

A equação 3.9 permite representar as propriedades viscoelásticas do material em função da constante de equilíbrio elástico, G^0 , e da função de dissipação $h(s)$. Destaca-se que a dissipação de energia é a propriedade mais importante dos MVE's, uma vez que materiais reais sempre irão dissipar energia quando tensionados. A Tabela 1 apresenta algumas funções de dissipação comumente utilizadas.

Tabela 1 – Funções de dissipação

Função	Autor, ano
$h(s) = \sum_{i=1}^n \frac{a_i + s}{s + b_i}$	M.A. Biot, 1955
$h(s) = \frac{E_1 s^\alpha - E_0 b s^\beta}{1 + b s^\beta}$	R.L. Bagley, P.J. Torvik, 1981
$0 < \alpha < 1$ e $0 < \beta < 1$	
$h(s) = a s \int_0^\infty \frac{\gamma(p)}{s+p} dp$	K.J. Buhariwala, 1982
$\gamma(p) = \begin{cases} \frac{1}{\beta - \alpha}, & \alpha \leq p \leq \beta \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$	

Fonte: Adaptado de Golla et al. (1985) ([16])

3.2.1.2 Análise do modelo

Assim como outros modelos, o GHM utiliza de uma função de relaxação do material que associa os efeitos da dissipação de energia ao comportamento do MVE:

$$h(s) = \sum_{i=1}^n \alpha_i \frac{s^2 + \beta_i s}{s^2 + \beta_i s + \delta_i} \quad (3.10)$$

em que n é o número de termos da série, e os valor dos parâmetros α_i , β_i e δ_i variam de acordo com o MVE, sendo encontrados por meio de ajustes de curvas em relação a dados experimentais.

É necessário associar a equação constitutiva do material ao MEF, o que demanda que a equação de movimento (Equação 3.11) seja escrita no domínio de Laplace.

$$M\ddot{q}(t) + D\dot{q}(t) + Kq(t) = f(t) \quad (3.11)$$

onde M , D , K , $q(t)$ e $f(t)$ são, respectivamente, a massa, o amortecimento, a rigidez do sistema, os deslocamentos e as forças externas às quais o sistema está submetido. Após a aplicação da transformada de Laplace, a equação de movimento, para uma condição de repouso no instante inicial, pode ser escrita como:

$$\{Ms^2 + Ds + K\}q(s) = f(s) \quad (3.12)$$

A rigidez pode ser reescrita sendo decomposta em uma parcela elástica e outra viscoelástica, em função do comportamento viscoelástico:

$$K = K_e + \tilde{K}_v(s) \quad (3.13)$$

onde K_e é parte elástica e $\tilde{K}_v(s) = [G^0 + h(s)]K_v$ é a parte viscoelástica, e $K_v^0 = G^0 K_v$. Substituindo 3.13 em 3.12:

$$\begin{aligned} \{Ms^2 + Ds + K_e + (G^0 + h(s))K_v\}q(s) &= f(s) \\ \{Ms^2 + Ds + K_e + K_v^0\}q(s) + K_v h(s)q(s) &= f(s) \end{aligned} \quad (3.14)$$

Assim como há a função de dissipação $h(s)$, existe uma variável de dissipação $z_i(s)$, para cada termo i da série de $h(s)$, no domínio de Laplace, dada por:

$$z_i(s) = \frac{\delta_i}{s^2 + \beta_i s + \delta_i} q(s) \quad (3.15)$$

Fazendo algumas manipulações:

$$\begin{aligned} q(s) - z_i(s) &= q(s) - \frac{\delta_i}{s^2 + \beta_i s + \delta_i} q(s) \\ q(s) - z_i(s) &= \left(1 - \frac{\delta_i}{s^2 + \beta_i s + \delta_i}\right) q(s) \\ q(s) - z_i(s) &= \frac{s^2 + \beta_i s}{s^2 + \beta_i s + \delta_i} q(s) \end{aligned} \quad (3.16)$$

Multiplicando os dois lados por α_i e, posteriormente, somando todas as n equações:

$$\begin{aligned} (q(s) - z_i(s))\alpha_i &= \alpha_i \left(\frac{s^2 + \beta_i s}{s^2 + \beta_i s + \delta_i} \right) q(s) \\ q(s) \sum_{i=1}^n \alpha_i - \sum_{i=1}^n \alpha_i z_i(s) &= h(s)q(s) \end{aligned} \quad (3.17)$$

Substituindo 3.17 em 3.14:

$$\begin{aligned} \{Ms^2 + Ds + K_e + K_v^0\}q(s) + K_v \left(q(s) \sum_{i=1}^n \alpha_i - \sum_{i=1}^n \alpha_i z_i(s) \right) &= f(s) \\ \{Ms^2 + Ds + K_e + K_v \left(G^0 + \sum_{i=1}^n \alpha_i \right)\}q(s) + K_v \sum_{i=1}^n \alpha_i z_i(s) &= f(s) \end{aligned} \quad (3.18)$$

Pode-se montar, a partir das equações 3.15 e 3.18, o sistema:

$$\begin{cases} \{Ms^2 + Ds + K_e + K_v \left(G^0 + \sum_{i=1}^n \alpha_i \right)\}q(s) + K_v \sum_{i=1}^n \alpha_i z_i(s) = f(s) \\ \left(\frac{1}{\delta_i} s^2 + \frac{\beta_i}{\delta_i} s + 1 \right) z_i(s) - q(s) = 0, \text{ com } i=1, \dots, n \end{cases} \quad (3.19)$$

Pode-se reescrever o sistema multiplicando a segunda equação por $\alpha_i K_v$ e aplicando a transformada inversa de Laplace:

$$\begin{cases} \{M\ddot{q}(t) + D\dot{q} + [K_e + K_v \left(G^0 + \sum_{i=1}^n \alpha_i \right)]\}q(t) + K_v \sum_{i=1}^n \alpha_i z_i(t) = f(t) \\ \frac{\alpha_i}{\delta_i} K_v \ddot{z}(t) + \frac{\alpha_i \beta_i}{\delta_i} K_v \dot{z}(t) - \alpha_i K_v z_i(t) + \alpha_i K_v q(t) = 0, \text{ com } i=1, \dots, n \end{cases} \quad (3.20)$$

É possível simplificar o sistema mostrado em 3.20, escrevendo-o na forma matricial:

$$\begin{bmatrix} M & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \bar{\mathbf{M}}_{\mathbf{d}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{q}}(t) \\ \ddot{\mathbf{z}}(t) \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} D & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \bar{\mathbf{D}}_{\mathbf{d}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{q}}(t) \\ \dot{\mathbf{z}}(t) \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K^* & \bar{\mathbf{K}}_{\mathbf{q}} \\ \bar{\mathbf{K}}_{\mathbf{q}}^T & \bar{\mathbf{K}}_{\mathbf{d}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{q}(t) \\ \mathbf{z}(t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f(t) \\ \mathbf{0} \end{Bmatrix} \quad (3.21)$$

onde:

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{M}}_{\mathbf{d}} &= \text{diag} \left\{ \frac{\alpha_1}{\delta_1} K_v, \frac{\alpha_2}{\delta_2} K_v, \dots, \frac{\alpha_n}{\delta_n} K_v \right\}, \\ \bar{\mathbf{D}}_{\mathbf{d}} &= \text{diag} \left\{ \frac{\alpha_1}{\beta_1} K_v, \frac{\alpha_2}{\beta_2} K_v, \dots, \frac{\alpha_n}{\beta_n} K_v \right\}, \\ \bar{\mathbf{K}}_{\mathbf{q}} &= \text{diag} \{-\alpha_1 K_v, -\alpha_2 K_v, \dots, -\alpha_n K_v\}, \\ \bar{\mathbf{K}}_{\mathbf{d}} &= \text{diag} \{K_v, K_v, \dots, K_v\}, \\ K^* &= K_e + K_v \left(G^0 + \sum_{i=1}^n \alpha_i \right) \text{ e} \\ \mathbf{z}(t) &= \{z_1(t), z_2(t), \dots, z_n(t)\}^T \end{aligned} \quad (3.22)$$

Se o amortecimento viscoso for desprezado e considerando apenas a parcela viscoelástica da rigidez:

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} M & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \bar{\mathbf{M}}_d \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{q}(t) \\ \dot{\mathbf{z}}(t) \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \bar{\mathbf{D}}_d \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{q}(t) \\ \mathbf{z}(t) \end{Bmatrix} + \\ & \begin{bmatrix} K_v \left(G^0 + \sum_{i=1}^n \alpha_i \right) & \bar{\mathbf{K}}_q \\ \bar{\mathbf{K}}_q^T & \bar{\mathbf{K}}_d \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q(t) \\ \mathbf{z}(t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f(t) \\ \mathbf{0} \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (3.23)$$

Para n graus de liberdade, a matriz de rigidez pode ser simplificada, desassociando as forças dissipativas e movimentos de corpo rígido através de:

$$\mathbf{K}_v = \mathbf{T}^T \Lambda \mathbf{T} \quad (3.24)$$

onde \mathbf{T} é a matriz dos autovetores referentes aos autovalores não nulos e Λ é a matriz diagonal dos autovalores não nulos de \mathbf{K}_v . É possível reescrever 3.23 caso considere-se $\mathbf{R} = \mathbf{T}\Lambda^{1/2}$ e $\hat{\mathbf{z}}_i = \mathbf{R}\mathbf{z}_i$.

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} \mathbf{M} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{M}_d \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{q}}(t) \\ \dot{\hat{\mathbf{z}}}(t) \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{D}_d \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{q}}(t) \\ \hat{\mathbf{z}}(t) \end{Bmatrix} + \\ & \begin{bmatrix} \mathbf{K}_v \left(G^0 + \sum_{i=1}^n \alpha_i \right) & \mathbf{K}_q \\ \mathbf{K}_q^T & \mathbf{K}_d \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{q}(t) \\ \mathbf{z}(t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{f}(t) \\ \mathbf{0} \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (3.25)$$

onde

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_d &= \text{diag} \left\{ \frac{\alpha_1}{\delta_1} \mathbf{I}, \frac{\alpha_2}{\delta_2} \mathbf{I}, \dots, \frac{\alpha_n}{\delta_n} \mathbf{I} \right\}, \\ \mathbf{D}_d &= \text{diag} \left\{ \frac{\alpha_1}{\beta_1} \mathbf{I}, \frac{\alpha_2}{\beta_2} \mathbf{I}, \dots, \frac{\alpha_n}{\beta_n} \mathbf{I} \right\}, \\ \mathbf{K}_q &= \text{diag} \{ -\alpha_1 \mathbf{R}, -\alpha_2 \mathbf{R}, \dots, -\alpha_n \mathbf{R} \}, \\ \mathbf{K}_d &= \text{diag} \{ \alpha_1 \mathbf{I}, \alpha_2 \mathbf{I}, \dots, \alpha_n \mathbf{I} \} \text{ e} \\ & \hat{\mathbf{z}} = \{ \hat{\mathbf{z}}_1, \hat{\mathbf{z}}_2, \dots, \hat{\mathbf{z}}_n \} \end{aligned} \quad (3.26)$$

A variável $\hat{\mathbf{z}}$ é denominada variável de dissipação e pode ser interpretada como o deslocamento de um oscilador amortecido em paralelo com a mola principal do sistema [30].

É importante ressaltar que uma vez conhecida as matrizes de rigidez e massa para um elemento elástico, é possível encontrar as matrizes de rigidez, massa e amortecimento para um elemento viscoelástico diretamente se os parâmetros G^0 , α_i , β_i e δ_i forem conhecidos. A figura 11 mostra a representação esquemática do modelo GHM considerando um grau de liberdade, onde $k_1 = (E^0 + \alpha)K$, $k_2 = \alpha K$, $\eta_2 = \frac{\alpha\beta}{\delta}$, $g_1 = \frac{\alpha}{\delta}K$ e m é a massa do sistema.

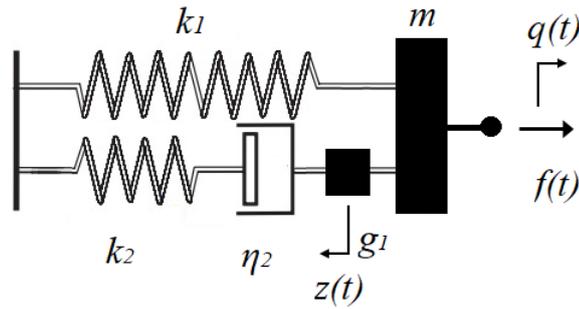


Figura 11 – Representação do modelo GHM para 1 grau de liberdade

Fonte: Adaptado de Felipe Filho (2016) ([34]) e Barbosa (2000) ([30])

As vantagens desse modelo em relação a outros são a possibilidade de combinar os dados experimentais e a compatibilidade com o Método dos Elementos Finitos. Entretanto, pode gerar matrizes de grandes dimensões, dependendo da discretização dos elementos [11].

3.2.2 Modelo Anelastic Displacement Field (ADF)

Lesieutre e Bianchini ([10] e [19]) elaboraram o modelo Anelastic Displacement Field. Nele, o campo de deslocamento total ($q(t)$) é dividido em duas partes, uma elástica ($q^e(t)$) e uma inelástica ($q^a(t)$):

$$q(t) = q^e(t) + q^a(t) \quad (3.27)$$

onde a parcela inelástica $q^a(t)$, depende dos n campos inelásticos considerados:

$$q^a(t) = \sum_{i=1}^n q_i^a(t) \quad (3.28)$$

Assim, as deformações sofridas são:

$$\begin{aligned} \varepsilon(t) &= \frac{\partial}{\partial x} q(t); \\ &= \frac{\partial}{\partial x} \left(q^e + \sum_{i=1}^n q_i^a(t) \right); \\ &= \varepsilon^e(t) + \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^a(t) \end{aligned} \quad (3.29)$$

e as tensões serão:

$$\sigma(t) = E^\infty \varepsilon^e(t) \quad (3.30)$$

onde E^∞ é o módulo de elasticidade não relaxado. Substituindo 3.29 em 3.30, obtém-se as tensões no material:

$$\begin{aligned}
\sigma(t) &= E\varepsilon^e(t); \\
&= E \left(\varepsilon(t) - \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^a(t) \right); \\
&= E^\infty \left(\varepsilon(t) - \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^a(t) \right)
\end{aligned} \tag{3.31}$$

As tensões inelásticas podem ser escritas como:

$$\sigma^a(t) = -\frac{\partial}{p\partial\varepsilon^a(t)} f_{el} \tag{3.32}$$

onde:

$$f_{el} = \frac{1}{2} \left(E^\infty \varepsilon^2(t) - 2E^\infty \varepsilon(t) \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^a + \sum_{i=1}^n E_i^a (\varepsilon_i^a(t))^2 \right) \tag{3.33}$$

Se 3.33 for substituída em 3.32 chega-se à equação constitutiva para o campo de deslocamentos inelásticos:

$$\sigma^a(t) = E^\infty \varepsilon(t) - \sum_{i=1}^n E_i^a \varepsilon_i^a(t) \tag{3.34}$$

O modelo considera que a variação da deformação inelástica atinge um ponto de equilíbrio (ε_i^a), dessa forma, a variação da deformação inelástica é proporcional à diferença da deformação num instante t e no ponto de equilíbrio:

$$\frac{\partial}{\partial t} \varepsilon_i^a(t) = -\Omega(\varepsilon_i^a(t) - \bar{\varepsilon}_i^a) \tag{3.35}$$

onde Ω é o inverso do tempo de relaxação sob deformação constante e $\bar{\varepsilon}_i^a$ é a deformação que torna a tensão inelástica nula ($\bar{\varepsilon}_i^a = (E_i^a)^{-1} E^\infty \varepsilon(t)$). A equação anterior fica:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial}{\partial t} \varepsilon_i^a(t) &= -\Omega(\varepsilon_i^a(t) - \bar{\varepsilon}_i^a); \\
E^a \frac{\partial}{\partial t} \varepsilon_i^a(t) &= -E^a \Omega_i (\varepsilon_i^a(t) - (E^a)^{-1} E^\infty \varepsilon(t)); \\
E^a \frac{\partial}{\partial t} \varepsilon_i^a(t) &= -\Omega_i (\varepsilon_i^a(t) - E^\infty \varepsilon(t)); \\
E^a \frac{1}{\Omega_i} \frac{\partial}{\partial t} \varepsilon_i^a(t) &= -(\varepsilon_i^a(t) - E^\infty \varepsilon(t)); \\
\frac{1}{\Omega_i} E_i^a \frac{\partial}{\partial t} \varepsilon_i^a(t) + E^a \varepsilon_i^a - E^\infty \varepsilon(t) &= 0
\end{aligned} \tag{3.36}$$

A equação pode ser reescrita como:

$$\frac{C_i}{\Omega_i} E^\infty \frac{\partial}{\partial t} \varepsilon_i^a(t) + C_i E^\infty \varepsilon_i^a(t) - E^\infty \varepsilon(t) = 0 \tag{3.37}$$

Se o Método dos Elementos Finitos for aplicado à equação que descreve as tensões normais no material, pode-se escrever a rigidez de uma parcela infinitesimal como:

$$\int_{\Omega} \mathbf{B}^T \sigma(t) d\Omega = \int_{\Omega} \mathbf{B}^T E^{\infty} \left(\varepsilon(t) - \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^a(t) \right) d\Omega; \quad (3.38)$$

$$\int_{\Omega} \mathbf{B}^T \sigma(t) d\Omega = \mathbf{K}^{\infty} \mathbf{q}(t) - \sum_{i=1}^n \mathbf{K}^{\infty} \mathbf{q}_i^a(t)$$

onde \mathbf{B} é o operador do Método dos Elementos Finitos que relaciona as deformações e os deslocamentos sofridos por um elemento infinitesimal e $\varepsilon = \mathbf{B}\mathbf{q}(t)$.

Substituindo a equação anterior na equação de movimento e desprezando o amortecimento viscoso, é possível escrever a equação que descreve o comportamento dinâmico do MVE para o modelo.

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{K}^{\infty} \mathbf{q}(t) - \sum_{i=1}^n \mathbf{K}^{\infty} \mathbf{q}_i^a(t) = \mathbf{f}(t) \quad (3.39)$$

O método dos Elementos Finitos pode ser aplicado também à Equação 3.37, resultando em:

$$\frac{C_i}{\Omega_i} \mathbf{K}^{\infty} \dot{\mathbf{q}}_i^a(t) + C_i \mathbf{K}^{\infty} \mathbf{q}_i^a(t) - \mathbf{K}^{\infty} \mathbf{q}(t) = 0 \quad (3.40)$$

As equações 3.37 e 3.40 compõem o sistema que descreve o comportamento do MVE:

$$\begin{cases} \mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}}(t) - \mathbf{K}^{\infty} \mathbf{q}(t) + \mathbf{K}^{\infty} \sum_{i=1}^n \mathbf{q}_i^a(t) = \mathbf{f}(t) \\ \frac{C_i}{\Omega_i} \mathbf{K}^{\infty} \dot{\mathbf{q}}_i^a(t) + C_i \mathbf{K}^{\infty} \mathbf{q}_i^a(t) - \mathbf{K}^{\infty} \mathbf{q}(t) = 0, \text{ com } i=1, \dots, n \end{cases} \quad (3.41)$$

ou escrevendo na forma matricial:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{q}}(t) \\ \ddot{\mathbf{q}}^a(t) \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \bar{\mathbf{D}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{q}}(t) \\ \dot{\mathbf{q}}^a(t) \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}^{\infty} & \bar{\mathbf{K}}_q \\ \bar{\mathbf{K}}_q^T & \bar{\mathbf{K}}_d \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{q}(t) \\ \mathbf{q}^a(t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{f}(t) \\ \mathbf{0} \end{Bmatrix} \quad (3.42)$$

onde:

$$\begin{aligned} \mathbf{K}^{\infty} &= E^{\infty} \mathbf{K}_v, \\ \bar{\mathbf{D}} &= \text{diag} \left\{ \frac{C_1}{\Omega_1} \mathbf{K}^{\infty}, \frac{C_2}{\Omega_2} \mathbf{K}^{\infty}, \dots, \frac{C_n}{\Omega_n} \mathbf{K}^{\infty} \right\}, \\ \bar{\mathbf{K}}_q &= \text{diag} \{ -\mathbf{K}^{\infty}, -\mathbf{K}^{\infty}, \dots, -\mathbf{K}^{\infty} \}, \\ \bar{\mathbf{K}}_d &= \text{diag} \{ C_1 \mathbf{K}^{\infty}, C_2 \mathbf{K}^{\infty}, \dots, C_n \mathbf{K}^{\infty} \}, \\ \mathbf{q}^a(t) &= \{ q_1^a(t), q_2^a(t), \dots, q_n^a(t) \}^T \end{aligned} \quad (3.43)$$

Como as matrizes anteriores são singulares, é necessário considerar:

$$\Lambda = \mathbf{T}^T \mathbf{K}_v \mathbf{T} \quad (3.44)$$

onde Λ é a matriz diagonal dos autovalores não nulos de \mathbf{K}_v , \mathbf{T} é a matriz dos respectivos autovetores e $\hat{\mathbf{q}}_i^a(t) = \mathbf{T}^T \mathbf{q}_i^a(t)$. Assim, a Equação 3.42 é reescrita como:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{q}}(t) \\ \ddot{\hat{\mathbf{q}}^a(t)} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \bar{\mathbf{D}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{q}}(t) \\ \dot{\hat{\mathbf{q}}^a(t)} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{K}}^\infty & \bar{\mathbf{K}}_q \\ \bar{\mathbf{K}}_q^T & \bar{\mathbf{K}}_d \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{q}(t) \\ \hat{\mathbf{q}}^a(t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{f}(t) \\ \mathbf{0} \end{Bmatrix} \quad (3.45)$$

onde:

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{D}} &= \text{diag} \left\{ \frac{C_1}{\Omega_1} E^\infty \Lambda, \frac{C_2}{\Omega_2} E^\infty \Lambda, \dots, \frac{C_n}{\Omega_n} E^\infty \Lambda \right\}, \\ \bar{\mathbf{K}}_q &= \text{diag} \{ -\mathbf{T} E^\infty \Lambda, -\mathbf{T} E^\infty \Lambda, \dots, -\mathbf{T} E^\infty \Lambda \}, \\ \bar{\mathbf{K}}_d &= \text{diag} \{ C_1 E^\infty \Lambda, C_2 E^\infty \Lambda, \dots, C_n E^\infty \Lambda \}, \\ \mathbf{q}^a(t) &= \{ \hat{\mathbf{q}}_1^a(t), \hat{\mathbf{q}}_2^a(t), \dots, \hat{\mathbf{q}}_n^a(t) \}^T \end{aligned} \quad (3.46)$$

Uma vez conhecidas as matrizes de rigidez e massa para um elemento elástico, é possível encontrar as matrizes de rigidez, massa e amortecimento para um elemento viscoelástico diretamente se os parâmetros E^∞ , Δ_i e Ω_i forem conhecidos.

De acordo com Souza (2015) ([29]) o modelo ADF pode ser descrito através de um modelo do tipo Kelvin-Voigt associado em série com uma mola, e o campo de deslocamento inelástico é referente à relaxação que ocorre no material viscoelástico. A figura 12 mostra a representação esquemática do modelo ADF considerando um grau de liberdade, onde $k_1 = E^\infty$, $k_2 = (1 - C)E^\infty$, $\eta_1 = \frac{C}{\Omega} E^\infty$ e m é a massa do sistema.

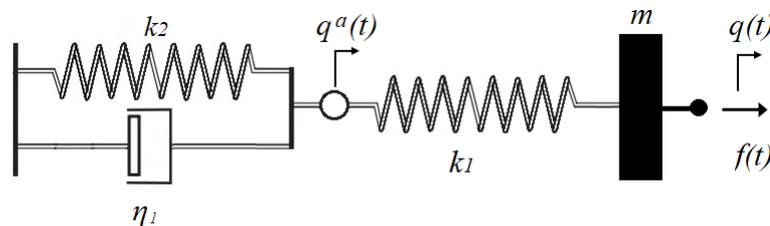


Figura 12 – Representação do modelo ADF

Fonte: Adaptado de Sousa (2015) ([29]) e Felipe Filho (2016) ([34])

Em relação aos outros modelos, devido à separação dos graus de liberdade nessas duas parcelas, o ADF tem como vantagens a possibilidade de obter soluções para o campo de deslocamento total e para o campo de deslocamento inelástico de maneira semelhante às encontradas por elementos finitos diretamente no domínio do tempo, o fato de não ser

necessário explicitar a dependência do tempo na equação constitutiva do material, além de considerar estados de tensão tridimensionais complexos ([11]).

3.2.3 Modelo baseado em derivadas de ordem fracionária (DF)

O modelo foi proposto por Bagley e Torvik ([20] e [21]) e utiliza derivadas fracionárias para reescrever as derivadas dos modelos para MVE's clássicos. A equação constitutiva adotada pelo modelo é:

$$\sigma(t) = pD^\alpha \varepsilon(t) \quad (3.47)$$

onde σ e ε são, respectivamente, a tensão a deformação sofrida pelo material, p é uma constante de proporcionalidade, D^α é um operador, tal que:

$$D^\alpha x(t) = \frac{d^\alpha}{dt^\alpha} x(t) = \frac{d}{\Gamma(1-\alpha)dt} \int_0^t \frac{x(s)}{(t-s)^\alpha} ds \quad (3.48)$$

e α é a ordem da derivada, sendo $\alpha \in [0,1]$. Se $\alpha = 0$ o modelo assume a representação de um material puramente elástico ($\sigma = p\varepsilon$), se $\alpha = 1$ tem-se o comportamento viscoso ($\sigma(t) = p\dot{\varepsilon}(t)$), dessa forma, se α assumir valores entre 0 e 1 ($\alpha \in (0,1)$) tem-se a representação de um MVE, que pode ser descrito de acordo com os modelos matemáticos apresentados no capítulo anterior.

Como já mencionado, o modelo Linear padrão é o que melhor representa o comportamento de um MVE. É possível reescrever sua equação constitutiva (Equação 2.13) de acordo com o modelo DF, substituindo as derivadas de ordem inteira por derivadas de ordem fracionária e rearranjando os termos:

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon}(t)(k_1 + k_2) &= \dot{\sigma}(t) + \frac{k_1}{\eta}\sigma - \frac{k_1 k_2}{\eta}\varepsilon(t); \\ D^\alpha \varepsilon(t)(k_1 + k_2) &= D^\alpha \sigma(t) + \frac{k_1}{\eta}\sigma - \frac{k_1 k_2}{\eta}\varepsilon(t); \\ \sigma(t) + \frac{\eta}{k_1} D^\alpha \sigma(t) &= k_2 \varepsilon(t) + \frac{\eta}{k_1} (k_1 + k_2) D^\alpha \varepsilon(t); \\ \sigma(t) + \tau^\alpha D^\alpha \sigma(t) &= E_0 \varepsilon(t) + \tau^\alpha E_\infty D^\alpha \varepsilon(t) \end{aligned} \quad (3.49)$$

onde α é a ordem fracionária das derivadas, $\tau = \frac{k_1}{\eta}$ é o tempo de relaxação, $E_0 = k_1$ é o módulo relaxado, $E_\infty = (k_1 + k_2)$ é o módulo não relaxado.

É possível simplificar a equação anterior considerando a variável interna $\bar{\varepsilon}$:

$$\begin{aligned} \bar{\varepsilon}(t) &= \varepsilon - \frac{\sigma(t)}{E_\infty}; \\ \sigma(t) &= E_\infty(\varepsilon(t) - \bar{\varepsilon}(t)) \end{aligned} \quad (3.50)$$

Substituindo 3.50 em 3.49:

$$\begin{aligned}
E_\infty(\varepsilon(t) - \bar{\varepsilon}(t)) + \tau^\alpha E_\infty D^\alpha(\varepsilon(t) - \bar{\varepsilon}(t)) &= E_0\varepsilon(t) + \tau^\alpha E_\infty D^\alpha\varepsilon(t); \\
\bar{\varepsilon}(t) + \tau^\alpha D^\alpha\bar{\varepsilon}(t) &= \frac{E_\infty - E_0}{E_\infty}\varepsilon(t); \\
\bar{\varepsilon}(t) &= \frac{E_\infty - E_0}{E_\infty}\varepsilon(t) - \tau^\alpha D^\alpha\bar{\varepsilon}(t)
\end{aligned} \tag{3.51}$$

A tensão a qual o MVE está submetido pode ser determinada se a equação anterior for substituída na Equação 3.50:

$$\begin{aligned}
\sigma(t) &= E_\infty(\varepsilon(t) - \bar{\varepsilon}(t)); \\
\sigma(t) &= E_\infty \left[\varepsilon(t) - \left(\frac{E_\infty - E_0}{E_\infty}\varepsilon(t) - \tau^\alpha D^\alpha\bar{\varepsilon}(t) \right) \right]; \\
\sigma(t) &= E_0\varepsilon(t) + \tau^\alpha E_\infty D^\alpha\bar{\varepsilon}(t)
\end{aligned} \tag{3.52}$$

O modelo pode ser escrito de acordo com o Método dos Elementos Finitos, assim como os anteriores, considerando que as deformações podem ser escritas como:

$$\varepsilon(t) = \mathbf{B}\mathbf{q}(t) \text{ e } \bar{\varepsilon}(t) = \mathbf{B}\bar{\mathbf{q}}(t) \tag{3.53}$$

onde \mathbf{B} é o operador do Método dos Elementos Finitos que relaciona as deformações e os deslocamentos sofridos por um elemento infinitesimal, $\mathbf{q}(t)$ e $\bar{\mathbf{q}}(t)$ são vetores dos deslocamentos reais e virtuais, respectivamente.

$$\sigma(t) = E_0\mathbf{B} \left[\mathbf{q}(t) + \tau^\alpha \frac{E_\infty}{E_0} D^\alpha\bar{\mathbf{q}}(t) \right] \tag{3.54}$$

Para o modelo, a matriz de rigidez é:

$$\begin{aligned}
\int_\Omega \mathbf{B}^T \sigma(t) d\Omega &= \int_\Omega \mathbf{B}^T E_0\mathbf{B} \left[\mathbf{q}(t) + \tau^\alpha \frac{E_\infty}{E_0} D^\alpha\bar{\mathbf{q}}(t) \right] d\Omega; \\
&= \mathbf{K}_v^0 \mathbf{q} + \tau^\alpha \frac{E_\infty}{E_0} \mathbf{K}_v^0 D^\alpha\bar{\mathbf{q}}(t)
\end{aligned} \tag{3.55}$$

Considerando a equação anterior, onde $\mathbf{K}_v^0 = E_0\mathbf{K}_v$, a equação de movimento é da seguinte forma:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{K}_v^0 \mathbf{q}(t) + \tau^\alpha \frac{E_\infty}{E_0} \mathbf{K}_v^0 D^\alpha\bar{\mathbf{q}}(t) = \mathbf{F}(t) \tag{3.56}$$

onde \mathbf{M} é a matriz de massa, $\mathbf{F}(t)$ é o vetor de forças no tempo e $D^\alpha\bar{\mathbf{q}}(t)$ pode ser escrito como:

$$D^\alpha \bar{\mathbf{q}}(t) = \frac{1}{\Delta t^\alpha} \sum_{i=0}^{n_t} A_{i+1} \bar{\mathbf{q}}(t + i\Delta t)$$

onde $A_{i+1} = \frac{i + \alpha - 1}{A_i}$, em que $A_1 = 1$ e $t = n + 1$, de forma que

$$D^\alpha \bar{\mathbf{q}}_{n+1} = \frac{1}{\Delta t^\alpha} \left[\bar{\mathbf{q}}_{n+1} \sum_{i=0}^{n_t} A_{i+1} \bar{\mathbf{q}}_{n+1-i} \right]$$

A equação do movimento toma a seguinte forma:

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{q}}_{n+1} + \mathbf{K}_v^0 \mathbf{q}_{n+1} + \frac{E_\infty}{E_0} \mathbf{K}_v^0 \frac{\tau^\alpha}{\Delta t^\alpha} \left[\bar{\mathbf{q}}_{n+1} \sum_{i=0}^{n_t} A_{i+1} \bar{\mathbf{q}}_{n+1-i} \right] = \mathbf{F}_{n+1}$$

É possível retirar termo $\bar{\mathbf{q}}_{n+1-i}$ da equação se 3.53 for substituídas em 3.51, fazendo a análise da equação no instante $t = n + 1$ e substituindo 3.57:

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{q}}(t) &= \frac{E_\infty - E_0}{E_\infty} \mathbf{q}(t) - \tau^\alpha D^\alpha \mathbf{q}(t); \\ \bar{\mathbf{q}}_{n+1} &= (1 - c) \frac{E_\infty - E_0}{E_\infty} \mathbf{q}_{n+1} - c \sum_{i=0}^{n_t} A_{i+1} \bar{\mathbf{q}}_{n+1-i} \end{aligned}$$

sendo $c = \frac{\tau^\alpha}{\tau^\alpha + \Delta t^\alpha}$. Se o resultado anterior for considerado, a Equação 3.58 fica:

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{q}}_{t+1} + \left(1 + c \frac{E_\infty - E_0}{E_\infty} \right) \mathbf{K}_v^0 \mathbf{q}_{t+1} + c \frac{E_\infty}{E_0} \mathbf{K}_v^0 \sum_{i=0}^{n_t} A_{i+1} \bar{\mathbf{q}}_{n+1-i} = \mathbf{F}_{t+1}$$

O modelo se mostra muito útil para representar as propriedades de MVE's no domínio da frequência e a equação do movimento pode ser escrita como:

$$[\mathbf{K}_e + \mathbf{K}_{ve}(i\omega) - \omega^2 \mathbf{M}] \mathbf{d}(i\omega) = \mathbf{F}(i\omega)$$

onde \mathbf{K}_e e $\mathbf{K}_{ve}(i\omega)$ são as partes elástica e viscoelástica da matriz de rigidez, respectivamente, \mathbf{M} é a matriz de massa, $\mathbf{d}(i\omega)$ o vetor de deslocamentos e $\mathbf{F}(i\omega)$ o vetor de forças.

Pode-se dizer que, em relação aos modelos apresentados anteriormente, o DF se mostra mais eficaz em descrever o comportamento dinâmico de MVE, demandando poucos parâmetros ([11]). Além disso, diferentemente do GHM e ADF, não acrescenta graus de liberdade à estrutura.

4 APLICAÇÕES PARA A METODOLOGIA PROPOSTA

O presente capítulo descreve as aplicações da metodologia proposta no capítulo anterior. A fase experimental é de fundamental importância para as simulações computacionais posteriores, uma vez que os dados resultantes dos ensaios executados permitem a determinação das propriedades mecânicas dos MVE's.

O programa experimental consiste na execução de ensaios laboratoriais cujo objetivo é determinar as frequências naturais e taxas de amortecimento dos três primeiros modos de vibração de vigas engastadas com uma das extremidades livre de alumínio e também das vigas sanduíche, confeccionadas posteriormente a partir delas. Os resultados obtidos nessa etapa são utilizados para a realização da caracterização das propriedades mecânicas dos MVE's aplicados como núcleo amortecedor, possibilitando a obtenção dos valores dos módulos de elasticidade, cisalhantes e fatores de perda, para cada MVE testado.

O procedimento adotado neste trabalho é semelhante ao realizado por Freitas et al. (2017) ([49]), onde foi realizada a caracterização experimental de um MVE e comparação de resultados obtidos por simulação computacional para a mesma estrutura, através do modelo GHM.

As próximas seções descrevem de maneira detalhada a aplicação da metodologia proposta, que são apresentadas de forma resumida na Figura 13.

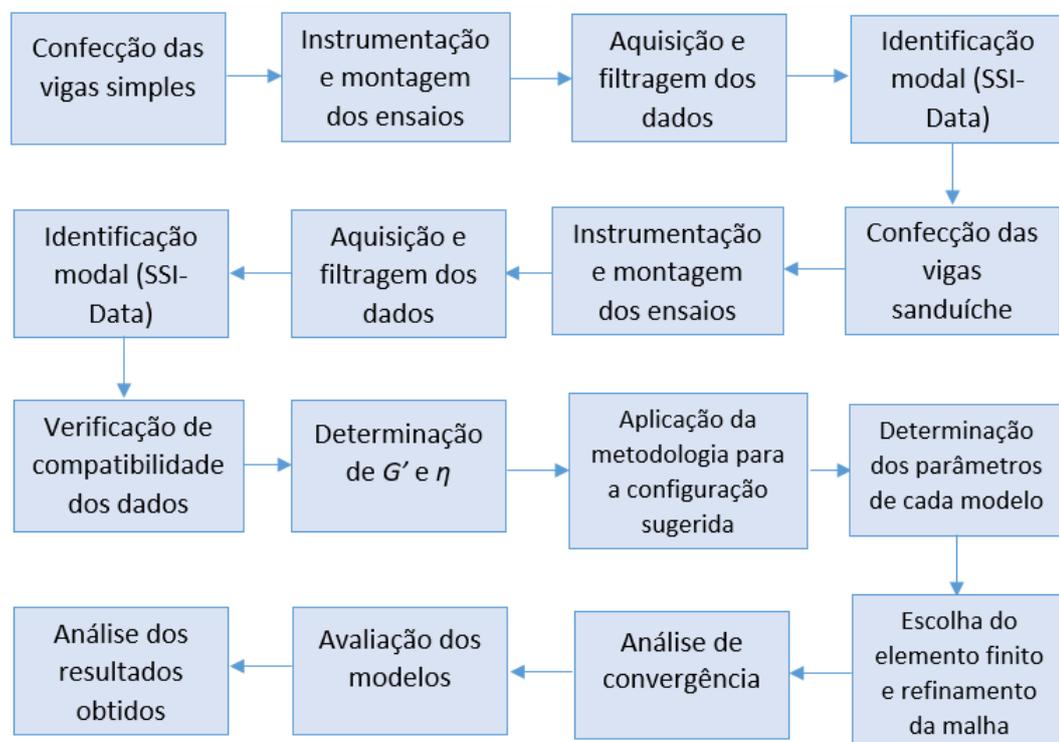


Figura 13 – Etapas da aplicação da metodologia proposta

4.1 Caracterização do MVE

Foram escolhidos três materiais, de dois diferentes fabricantes, para caracterização suas propriedades viscoelásticas. Algumas características técnicas estão descritas na Tabela 2 conforme informações fornecidas pelos fabricantes ([50] e [51]).

Tabela 2 – Características técnicas do MVE1 (VHB 4970 - massa acrílica), MVE2 (FixaPro - massa acrílica) e MVE3 (FixaPro - espuma acrílica)

Denominação	Largura (mm)	Espessura (mm)	Cap. suporte (kg/15cm)
MVE1	19,00	2,4	0,518
MVE2	19,00	2,4	0,500
MVE3	19,00	2,4	0,456

A caracterização foi realizada através do método Padrão ASTM ('Standard Test Method for Measuring Vibration Damping Properties', [47]). Tem-se como objetivo determinar o módulo de elasticidade cisalhante e o fator de perda, dessa forma a configuração utilizada será do tipo sanduíche, com uma camada contínua de MVE. As propriedades amortecedoras de cada material e configuração foram comparadas posteriormente. A Figura 14 apresenta os croquis das vigas ensaiadas.

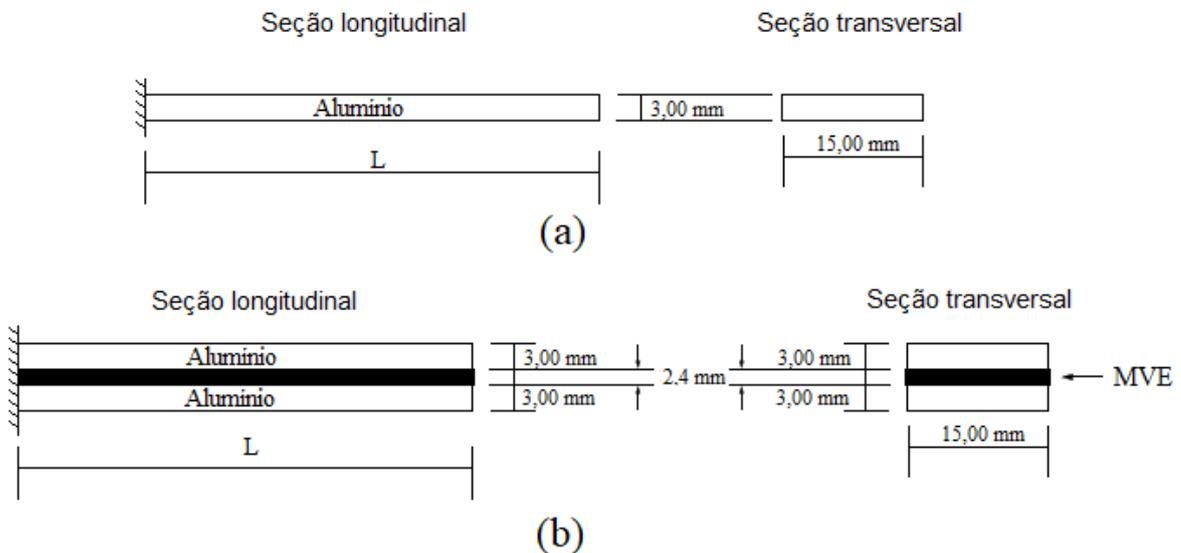


Figura 14 – Representação esquemática das vigas: (a) vigas base; (b) vigas sanduíche com núcleo amortecedor contínuo

De acordo com o método Padrão ASTM, para a realização dos ensaios foram confeccionadas vigas de alumínio em três comprimentos diferentes identificados como tipos A, B e C (Tabela 3), conforme dimensões propostas por Faísca ([26] e [52]); para cada um deles, seis corpos de prova, com a sub-denominação: 1 e 1', 2 e 2', 3 e 3' (Figura 15). Cada uma das seis vigas base foi ensaiada separadamente e, em etapa posterior, ligadas

aos pares através de uma camada de material viscoelástico, quando novos ensaios foram realizados. O procedimento foi realizado para os três tipos de MVE.



Figura 15 – Vigas base

Tabela 3 – Descrição dos tipos

Tipo	C. livre (cm)	C. raiz (cm)	L (cm)	Largura (mm)	Esp. (mm)
A	22,50	2,50	25,00	15,00	3,00
B	45,00	2,50	47,50	15,00	3,00
C	70,50	4,00	74,50	15,00	3,00

As vigas sanduíche foram confeccionadas conforme as recomendações dos fabricantes para a aplicação do adesivo viscoelástico, podendo destacar a limpeza das barras (de ambas as camadas elásticas) em que será fixado o MVE, de preferência com álcool isopropílico, para que sejam eliminadas impurezas que possam alterar a capacidade de aderência do material às barras. Após a colagem das vigas, aplica-se uma leve pressão, que pode contar com o auxílio de uma espátula, de maneira que os esforços sejam distribuídos de maneira uniforme, o que auxilia a fixação e evita a ocorrência de bolhas entre as barras e a camada viscoelástica.



Figura 16 – Confeção de uma viga sanduíche

Os ensaios foram realizados no Laboratório de Imagens e Sinais (LIS) da Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF), em diferentes seções, mas sob condições climáticas semelhantes, buscando minimizar possíveis alterações. Cada corpo de prova foi submetido a impactos com martelo na direção vertical, aplicados na extremidade livre, conforme

mostrado na Figura 17. As respostas dinâmicas para cada viga foram obtidas por meio de acelerômetro durante as vibrações livres após a imposição dos impactos.

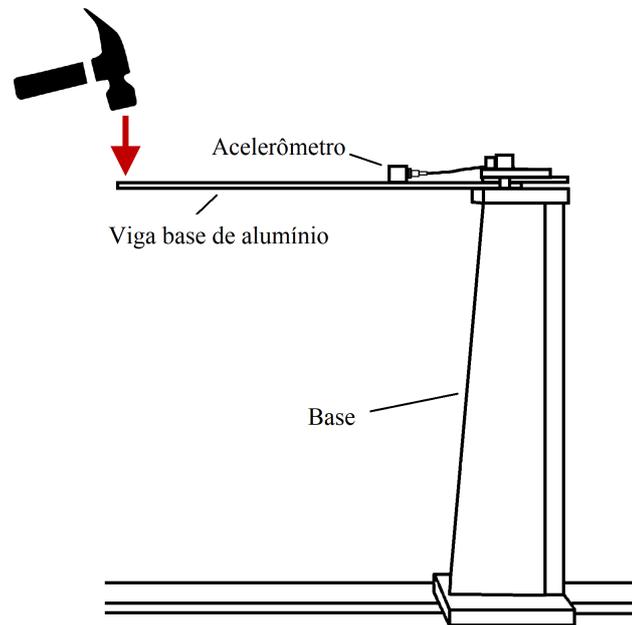


Figura 17 – Montagem da viga engastada

Para a aquisição dos dados foram utilizados: o dispositivo ADS-1800 LYNX, com frequência de aquisição de 1.000 Hz, conectado a um acelerômetro DeltaTron tipo 4507 B, da marca BRÜEL & KJÆR, com sensibilidade de 96,58 mV/g. O acelerômetro foi posicionado nos espécimes A, B e C a 5,0; 9,5 e 15,0 cm do engaste, respectivamente, tanto para as vigas simples, quanto para as vigas sanduíche, sendo fixado usando o adesivo viscoelástico. Os dados coletados experimentalmente foram tratados por meio de um filtro passa-baixa, com objetivo de eliminar frequências mais elevadas.

As três frequências naturais de vibração e as taxas de amortecimento para as vigas base e sanduíche foram obtidas através de um algoritmo de identificação modal baseado em Subespaços Estocásticos, SSI-Data UPC, método de identificação modal no domínio do tempo, com ajuste direto às séries de resposta de um sistema com variação de componentes principais não ponderados, desenvolvido por Cardoso et al. (2017) ([53]). Nele, o agrupamento hierárquico elimina frequências cujas taxas de amortecimento não estejam entre 0% e 15%.

Os valores apresentados na Tabela 4 foram obtidos através da média das leituras para cada uma das seis vigas base, onde f^t e f^e , denotam as frequências naturais teóricas e experimentais, respectivamente. É possível comparar esses valores, com os valores teóricos obtidos por:

$$f_n = r_n \sqrt{\frac{EI}{\tilde{m}L^4}} \quad (4.1)$$

onde f_n são as frequências naturais não amortecidas (para $n=1, 2, 3, \dots$); $E=68,7$ GPa é o módulo de Young do material das vigas base, nesse caso alumínio; $I=3,375 \times 10^{-11}$ m⁴ é o momento de inércia da seção transversal; $\tilde{m}=0,1937$ kg/m é a massa por unidade de comprimento de alumínio; e $r_n=(0,560, 3,507, 9,820)$ ([54]).

Tabela 4 – Resultados experimentais das vigas base e comparação com os resultados teóricos, onde f^t e f^e , denotam as frequências naturais teóricas e experimentais, respectivamente

Tipo	n	f_n^t (Hz)	f_n^e (Hz)	$\frac{f_n^t - f_n^e}{f_n^e}$	ξ_n (%)
A	1	38,27	45,30	-15,52%	0,54
	2	239,67	247,06	-2,99%	0,25
	3	671,11	456,50	47,01%	0,50
B	1	9,58	11,68	-17,98%	0,52
	2	59,92	69,24	-13,46%	1,84
	3	167,88	172,23	-2,53%	4,16
C	1	3,90	4,83	-19,25%	0,78
	2	24,41	29,83	-18,17%	0,45
	3	68,36	80,06	-14,61%	0,48

A Figura 18 ilustra a comparação entre os valores da Tabela 4. Percebe-se pouca dispersão dos dados experimentais e valores próximos aos teóricos, em sua maioria.

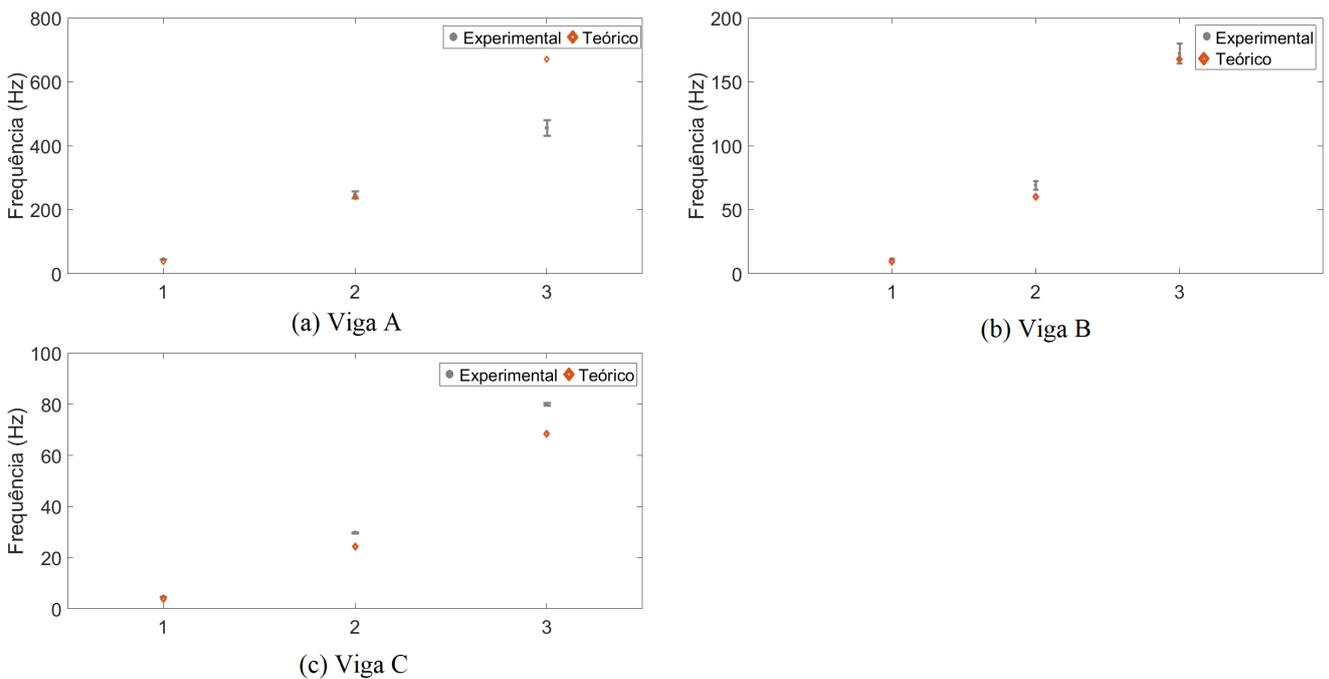


Figura 18 – Dispersão das frequências naturais para as vigas base em comparação aos valores teóricos

Na Tabela 5 são encontrados os valores para as frequências e taxas de amortecimento para os três primeiros modos de vibração das vigas sanduíche, obtidos através da média das leituras para cada uma das três vigas sanduíche, para os três materiais.

Tabela 5 – Resultados experimentais das vigas sanduíche para os três MVE's

Tipo	n	MVE1		MVE2		MVE3	
		f_n^e (Hz)	ξ_n (%)	f_n^e (Hz)	ξ_n (%)	f_n^e (Hz)	ξ_n (%)
A	1	50,90	3,07	50,18	2,90	52,82	6,40
	2	252,45	0,38	251,38	0,30	257,60	1,30
	3	349,71	0,30	348,41	0,70	304,48	1,60
B	1	14,94	12,66	16,98	13,40	16,01	11,80
	2	77,92	1,89	73,56	3,34	77,71	2,00
	3	180,90	2,30	180,06	1,34	176,93	3,10
C	1	6,42	13,05	6,88	13,87	7,57	7,00
	2	42,06	3,59	37,52	3,90	38,63	4,30
	3	81,90	2,16	78,01	1,30	81,33	2,00

Na Figura 19 são apresentados os valores médios para as frequências experimentais de cada um dos três materiais e sua variação. Percebe-se que há pouca dispersão nas frequências coletadas experimentalmente, exceto para o segundo e terceiro modos de vibração da viga tipo A do MVE3.

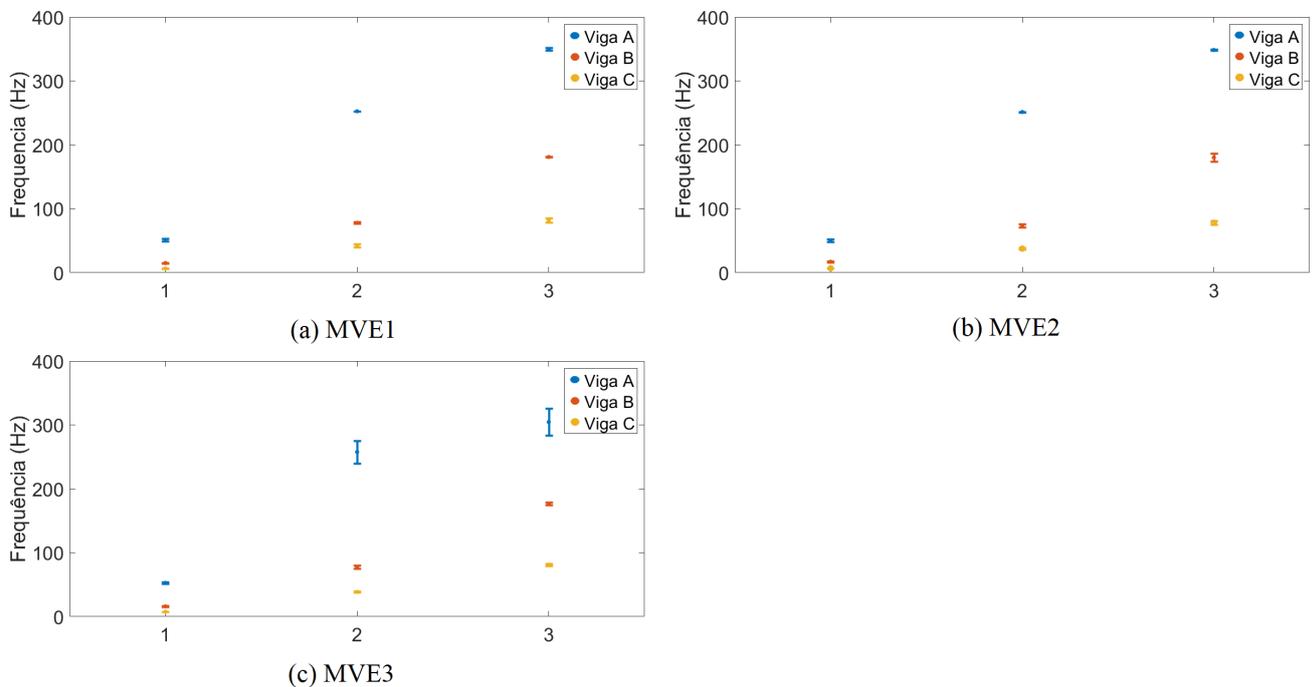


Figura 19 – Dispersão das frequências naturais para os três materiais

A Figura 20 mostra a resposta típica para uma excitação para uma amostra do tipo viga base e viga sanduíche. É perceptível a redução da amplitude das vibrações após a aplicação do MVE, reforçando sua indicação como núcleo amortecedor.

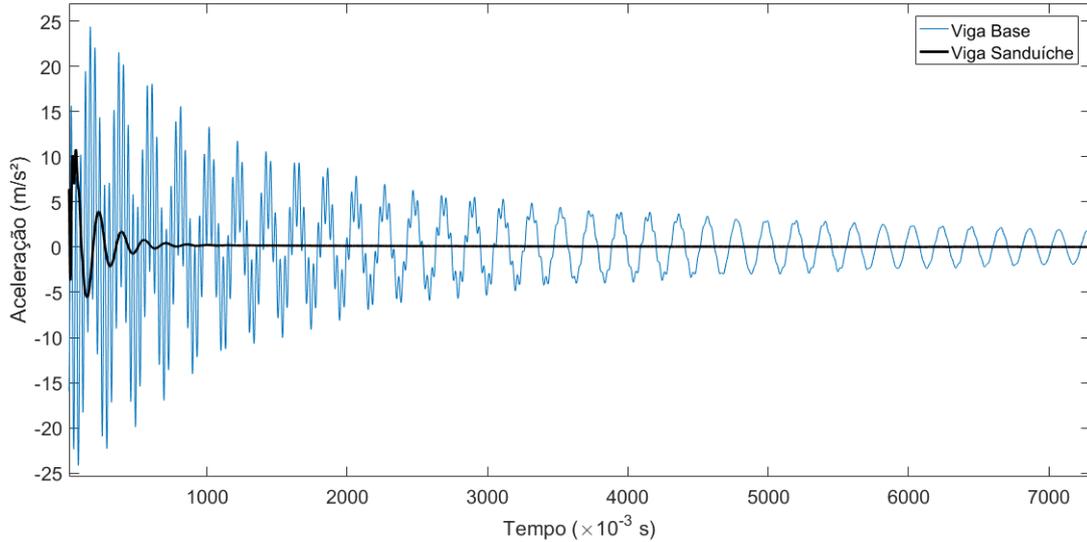


Figura 20 – Comparação entre vigas base e sanduíche (Tipo C, MVE 1)

Uma vez que os dados foram obtidos, é necessário verificar se existe compatibilidade entre eles e se os possíveis erros do processo experimental têm influência significativa, utilizando a Equação 3.1 apresentada no capítulo anterior. A Tabela 6 foi montada com os resultados obtidos na verificação.

Tabela 6 – Verificação 5.4.1.3-ASTM

Tipo	n	MVE1	MVE2	MVE3
A	1	2,7607	2,6832	2,9729
	2	2,2831	2,2728	2,3772
	3	1,2833	1,2737	0,9728
B	1	3,5777	4,6214	4,1085
	2	2,7693	2,4680	2,7544
	3	2,4124	2,390	2,3076
C	1	3,8633	4,4368	5,3713
	2	4,3472	3,4594	3,6671
	3	2,2883	2,0761	2,2566

Percebe-se que as terceiras frequências naturais das vigas A (22,5 cm de comprimento) para todos os tratamentos não satisfazem a inequação, sendo mostradas em destaque na Tabela 6. Dessa forma, essas frequências serão desprezadas, pois, segundo a verificação da ASTM, houve, nesse caso, possíveis erros no processo experimental. Tais erros podem ser devidos à maior dificuldade de excitar as frequências mais elevadas, como neste caso, a limitação do acelerômetro em registrar valores dessa magnitude ou a posição em que o acelerômetro foi fixado, por exemplo. A elevada diferença percentual encontrada entre o valor teórico e experimental para as vigas base, mostrada na Tabela 4, já poderia ser considerada como indicativo de erro.

A Tabela 7 indica os valores médios para G_1 e η para cada uma dos materiais

materiais, para as três primeiras frequências naturais de vibração das vigas engastadas dos tipos A, B e C, encontrados através das equações [47].

Tabela 7 – Valores médios para G_1 (em MPa) e η para as vigas dos tipos A, B e C

Tipo	n	MVE1		MVE2		MVE3	
		G_1	η	G_1	η	G_1	η
A	1	0,6981	0,2323	0,6244	0,2365	1,1700	0,3580
	2	1,2890	0,4526	1,4808	0,0522	1,6300	0,2089
	3	1*	1*	1*	1*	1*	1*
B	1	0,3673	0,6438	0,6425	0,5658	0,5070	0,5294
	2	1,1079	0,1418	0,6624	0,3032	1,0900	0,1521
	3	1,6304	0,2757	1,5426	0,0375	1,2100	0,4742
C	1	0,1791	0,6176	0,2390	0,6017	0,1790	0,2727
	2	0,1502	0,1517	0,8873	0,2005	1,0300	0,2071
	3	0,4614	0,3290	0,3475	0,3902	0,4614	0,3571

1*- valor desprezado.

De posse dos valores das propriedades mecânicas dos materiais, é possível avaliar o comportamento dos modelos computacionais analisados.

4.2 Avaliação de configuração alternativa para aplicação de MVE

Uma vez conhecidas as propriedades mecânicas dos três tipos de MVE's utilizados, propõe-se uma segunda configuração de aplicação do adesivo viscoelástico como núcleo amortecedor. O tratamento denominado C2 (configuração dois), consiste numa camada de MVE intercalada com espaços vazios. Sua eficiência será avaliada em comparação à configuração que adota o MVE em uma camada contínua, como possível alternativa para amortecimento de vibrações, assim como o comportamento dos modelos computacionais para simulação deste tipo de estrutura.

Para a confecção dos corpos de prova que utilizam essa configuração, adotou-se o MVE2. A Figura 21 apresenta o croqui das vigas que empregam a segunda configuração.

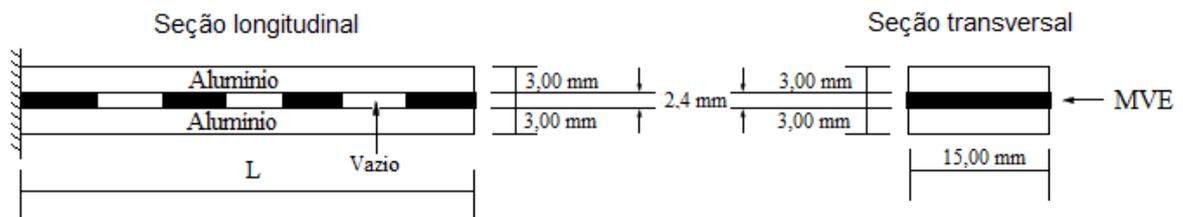


Figura 21 – Representação esquemática das vigas sanduíche com núcleo amortecedor intercalado, (configuração 2 ou C2)

O mesmo procedimento realizado para as vigas sanduíche com núcleo contínuo foi empregado nas vigas C2: cada uma das seis vigas base de cada comprimento (A, B e C)

foi ensaiada separadamente e, posteriormente, ligadas aos pares através de uma camada de material viscoelástico, e novamente ensaiadas. Foram utilizados os mesmos dispositivos de aquisição de dados e a mesma montagem da caracterização dos MVE's.

A colagem das vigas sanduíche também foi feita respeitando as recomendações do fabricante. Para essa configuração, a camada viscoelástica foi alternada com espaços vazios em intervalos de 7,5; 9,0 e 10,0 cm, para os tipos A, B e C, respectivamente.

Na Tabela 8 são encontrados os valores para as frequências e taxas de amortecimento para os três primeiros modos de vibração das vigas sanduíche, obtidos através da média das leituras para cada uma das três vigas sanduíche, para a configuração proposta.

Tabela 8 – Resultados experimentais das vigas sanduíche para MVE2-C2

Tipo	n	MVE2-C2	
		f_n^e (Hz)	ξ_n (%)
A	1	54,72	6,62
	2	250,81	0,17
	3	346,55	0,76
B	1	15,28	12,80
	2	76,08	1,38
	3	174,94	0,25
C	1	6,74	13,44
	2	35,94	6,63
	3	84,26	1,17

Para o MVE2-C2 a verificação através da Equação 3.1 foi realizada apenas com o objetivo de constatar a possível incompatibilidade entre os valores das vigas base e sanduíche, considerando que a caracterização já foi realizada pra o MVE2. Os resultados podem ser encontrados na Tabela 9.

Tabela 9 – Verificação 5.4.1.3-ASTM

Tipo	n	MVE2-C2
A	1	3,1895
	2	2,2536
	3	1,2602
B	1	3,7423
	2	2,6400
	3	2,2560
C	1	4,2580
	2	3,1742
	3	2,4221

O mesmo comportamento apresentado pelas vigas com o núcleo contínuo foi observado para a segunda configuração: a terceira frequência natural da viga A (22,5 cm

de comprimento) não satisfaz a inequação, devido a possível erro. Assim, essa frequência também será desprezada.

O comportamento dos modelos computacionais analisados também foi avaliado para essa configuração de montagem de viga.

4.3 Validação dos modelos e resultados

Conforme mencionado anteriormente, os parâmetros dos MVE's que são utilizados nas equações constitutivas de cada modelo são obtidos através de ajuste de curvas aos dados experimentais. Os resultados encontrados em cada modelo são fortemente influenciados por tais parâmetros. Nesta seção, são apresentados os valores utilizados para a simulação de cada modelo e os resultados encontrados através deles.

Para o GHM, α , β e δ foram encontrados através de um algoritmo de enxame de partículas, após 400 iterações, usando três termos na série. Para o ADF e para o DF, foram feitas pequenas alterações dos parâmetros encontrados para o GHM.

É importante mencionar que, para obtenção dos ajustes de curvas, nem todos os pontos experimentais foram utilizados, isso porque, omitindo-se alguns valores, é possível determinar parâmetros constitutivos que resultem em frequências e taxas de amortecimento simuladas de melhor qualidade. Para o MVE1 todos os valores de frequências e taxas de amortecimento foram consideradas durante o ajuste das curvas; para MVE2 as frequências e taxas de amortecimento do segundo e terceiro modos de vibração para as vigas A e B, respectivamente, foram desprezados; para o MVE3, o segundo modo de vibração da viga tipo A não foi utilizado para ajustar as curvas de G' e η . Apesar de obter curvas bem ajustadas a todos os pontos, ressalta-se que um bom ajuste de curvas aos dados experimentais não garante a qualidade dos resultados numéricos finais. Isso pode ser confirmado pelo fato de que, utilizando todos os pontos experimentais, os parâmetros encontrados dessa forma, não resultam em frequências e taxas de amortecimento próximas às encontradas nos ensaios. Dessa forma, desprezar os pontos citados possibilita maior proximidade entre os valores experimentais e simulados.

Para cada um dos 3 MVE's testados, foram obtidos 5 conjuntos de parâmetros através dos ajustes de curvas sugeridos por Felipe Filho (2016) [34], essa estratégia possibilita uma abordagem não-determinística das análises dos MVE's, o que reflete melhor os resultados de ensaios experimentais e as condições reais. Os conjuntos de parâmetros utilizados em cada um dos modelos, para os três tipos de MVE's, estão mostrados nas Tabelas 21-29, que podem ser encontradas no **Anexo A**. As Figuras 22 e 23 ilustram os ajustes encontrados para os valores encontrados nas Tabelas 21-29.

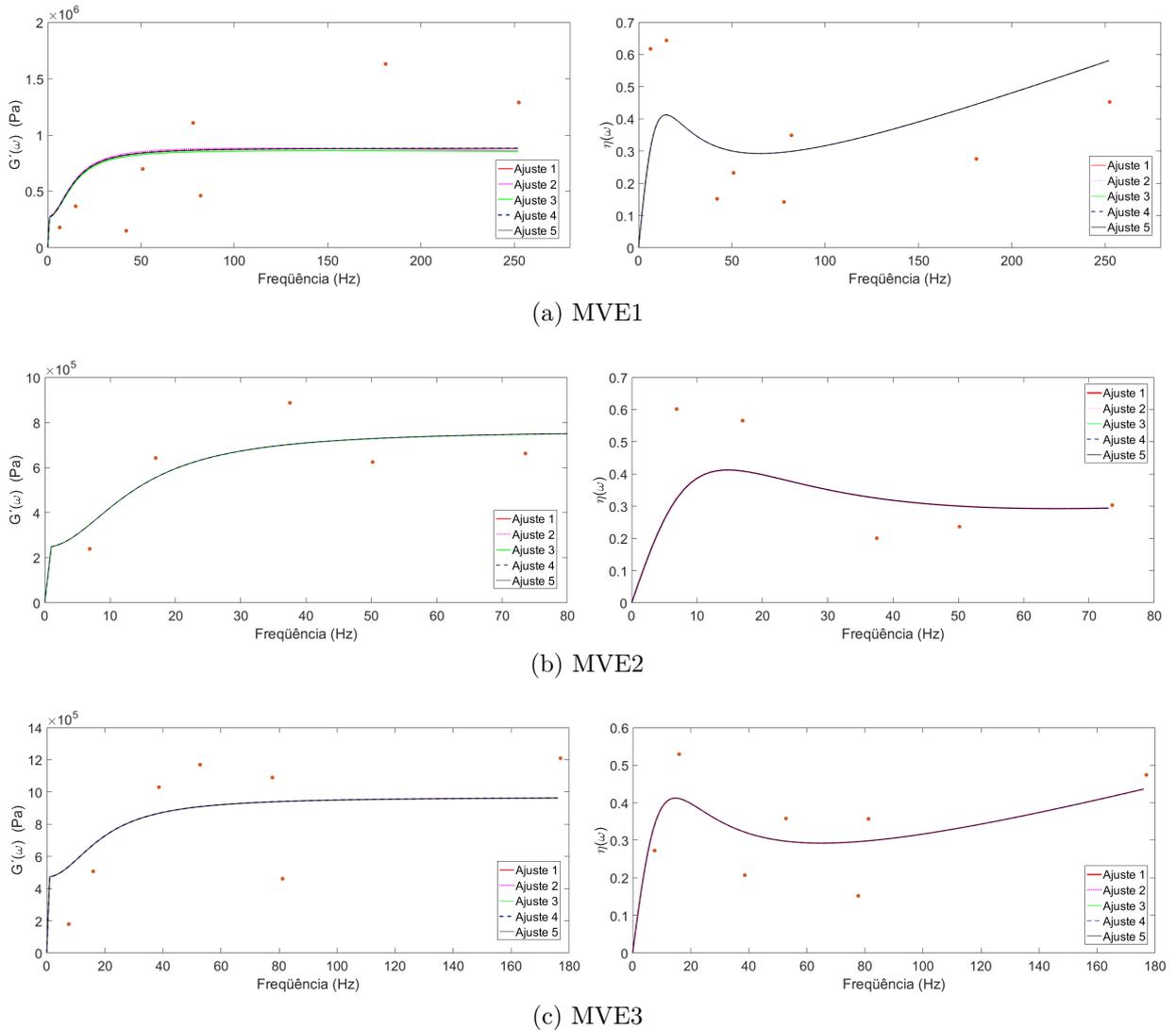


Figura 22 – Ajustes de curvas do modelo GHM para os três materiais

Para o GHM, as curvas ajustadas aos pontos experimentais, para cada material, se mostram bem próximas. Percebe-se que para o MVE1 há uma nítida diferença entre as curvas. As curvas ajustadas para o modelo DF não estão próximas aos pontos, isso se deve ao fato de que os parâmetros constitutivos para esse modelo foram determinados por tentativa, mas é possível notar que as curvas para o módulo cisalhante estão melhores que as para o fator de perda. O mesmo comportamento foi observado para o ADF, dessa forma essas curvas não serão mostradas. A adequação das curvas aos dados experimentais é fundamental para a obtenção dos dados simulados e pode exercer influência significativa nos resultados encontrados.

Além dos parâmetros constitutivos de cada modelo, são também necessários as densidades dos MVE's e seus coeficientes de Poisson. Na ausência de informações específicas a respeito de cada um dos MVE's utilizados, neste trabalho, foram adotados $\rho = 795,00 \text{ kg/m}^3$ e $\nu = 0,49$ para os três materiais utilizados, sugeridos por Felipe Filho (2016) ([34]).

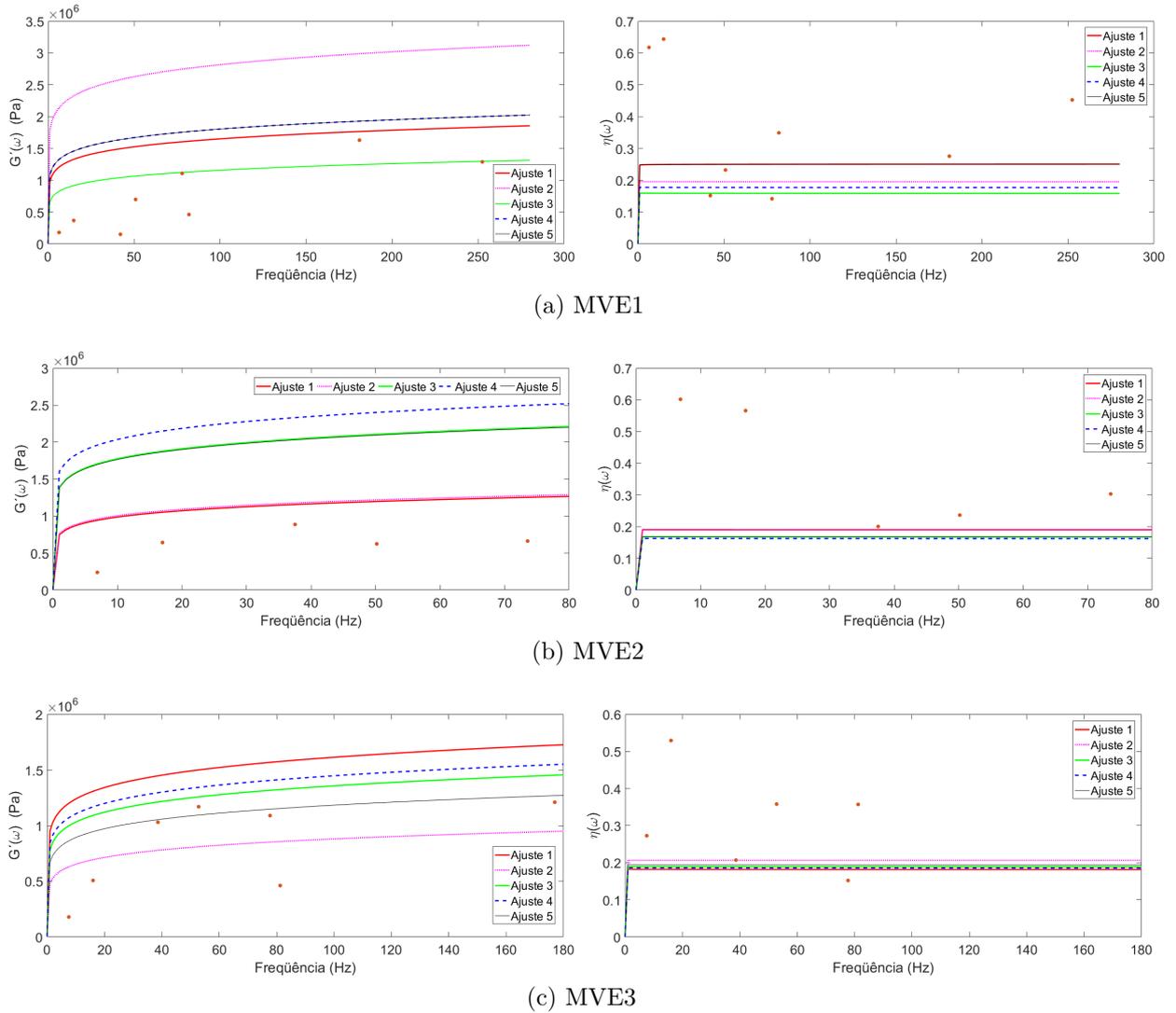


Figura 23 – Ajustes de curvas do modelo DF para os três materiais

Após a obtenção dos parâmetros de cada modelo, foi possível executar as simulações em cada um deles, sendo necessário, inicialmente, determinar o tipo de Elemento Finito considerado na discretização da viga e o grau de refinamento da malha adotada, o que foi realizado através da análise de convergência dos valores das frequências e taxas de amortecimento para cada discretização sugerida.

4.3.1 Análise de convergência

Assim como realizado nos ensaios, para cada modelo, foi simulada uma viga engastada, adotando o livre deslocamento das camadas elásticas. Cada viga foi modelada de acordo com a configuração adotada (núcleo amortecedor contínuo ou intercalado). Para ambas as configurações, as camadas elásticas foram discretizadas com elementos de pórtico plano e as camadas de MVE foram discretizados com elementos do tipo Triangular Quadrático (LST) (Figura 24), pois, de acordo com Felipe Filho (2016) ([34]), esse tipo

de elemento finito apresentou bons resultados quando comparado a outros.

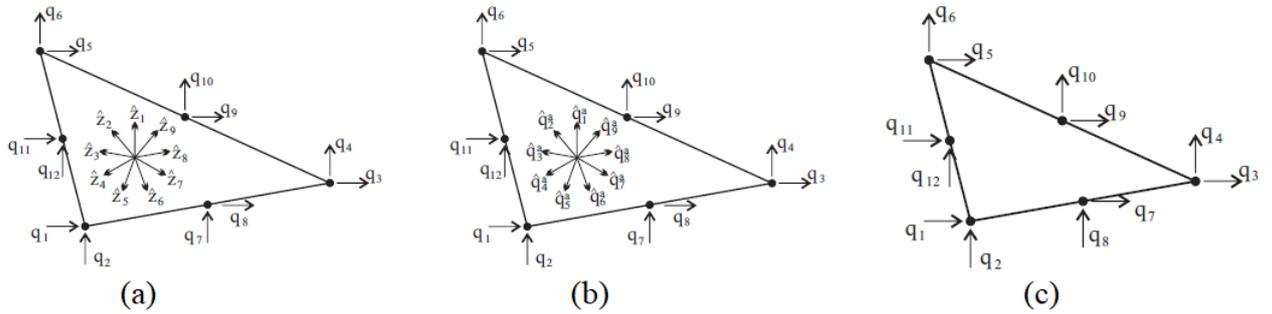


Figura 24 – Elementos Finitos da camada viscoelástica: (a) Modelo GHM; (b) Modelo ADF; (c) Modelo DF

Fonte: Adaptado de Felipe Filho (2016) [34]

Na Figura 24 são mostrados os elementos finitos utilizados para gerar a malha da camada viscoelástica para os três modelos adotados. Em (a) está apresentado o elemento finito utilizado no modelo GHM, sendo representados os deslocamentos físicos, q_i , e os deslocamentos de dissipação, \hat{z}_i , que não possuem sentido físico e estão apresentados no interior dos Elementos Finitos apenas para sua visualização. Em (b) é demonstrado o elemento finito usado no modelo ADF, sendo representado os deslocamentos físicos nodais, q_i , e os deslocamentos de dissipação, \hat{q}_i^a , que não possuem sentido físico. Finalmente, em (c) é apresentado o elemento finito utilizado no modelo DF, como já mencionado, o modelo DF não acrescenta graus de liberdade adicionais à formulação dos elementos, diferentemente do que ocorre nos modelos GHM e ADF.

Para a discretização da viga, as camadas de elementos planos e unifilares foram ligadas por ligações rígidas, utilizando elementos de pórtico plano com o Módulo de Elasticidade igual a 1000 vezes o Módulo de Elasticidade do material das camadas elásticas (alumínio) e massa desprezível ([34]). Exemplos de malhas de Elementos Finitos para as duas configurações de vigas sanduíche são apresentados na Figura 25. Nela, a divisão é feita em partes iguais ao longo de um comprimento arbitrário e uma divisão no sentido da altura da camada de MVE. São representados a espessura da viga base, H_{vb} , da camada de MVE, H_{mve} , e da camada de restrição, H_{cr} , e as excentricidades consideradas no modelo de Elementos Finitos, $e_1 = \frac{H_{vb}}{2}$ e $e_2 = \frac{H_{cr}}{2}$ [34].

Para análise de convergência, a integração no tempo foi feita segundo o algoritmo de Newmark por um período de tempo de 4s e com passo de tempo de $\Delta t = 1 \times 10^{-4}$ s. A viga foi excitada com uma carga do tipo impacto, definida pela função $P(t)$. A Figura 26 apresenta a função $P(t)$, assim como a posição do ponto de aplicação da excitação (extremidade livre da viga) e do ponto de observação dos deslocamentos (5,0; 9,5 e 15,0 cm do engaste (d), para as vigas A, B e C, respectivamente).

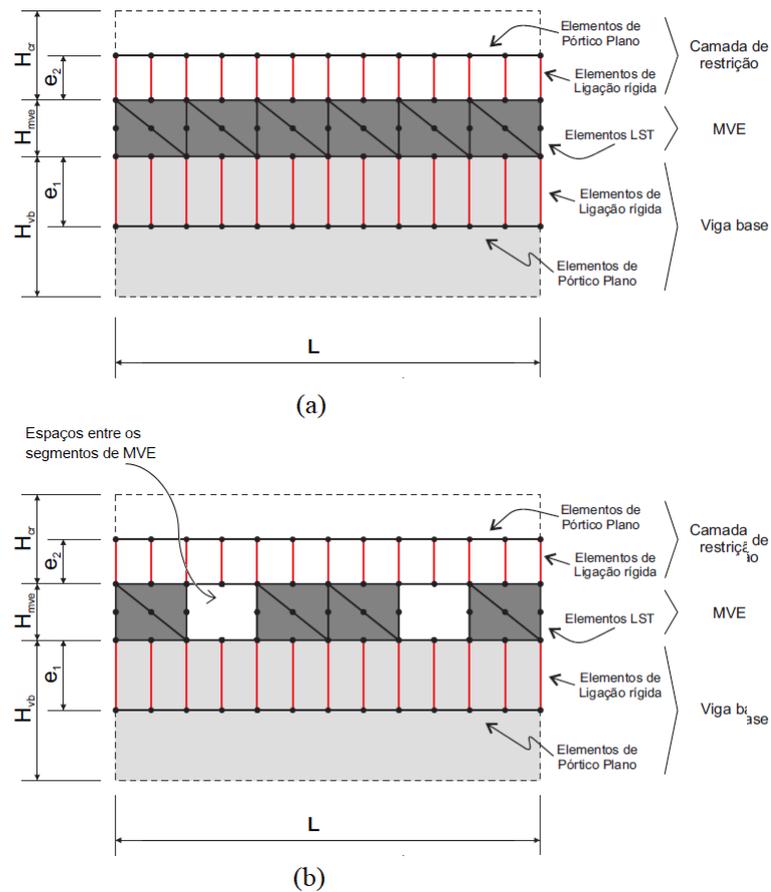


Figura 25 – Vigas sanduíche discretizadas: (a) núcleo amortecedor contínuo (adaptado de Felipe Filho, 2016 [34]); (b) núcleo amortecedor segmentado

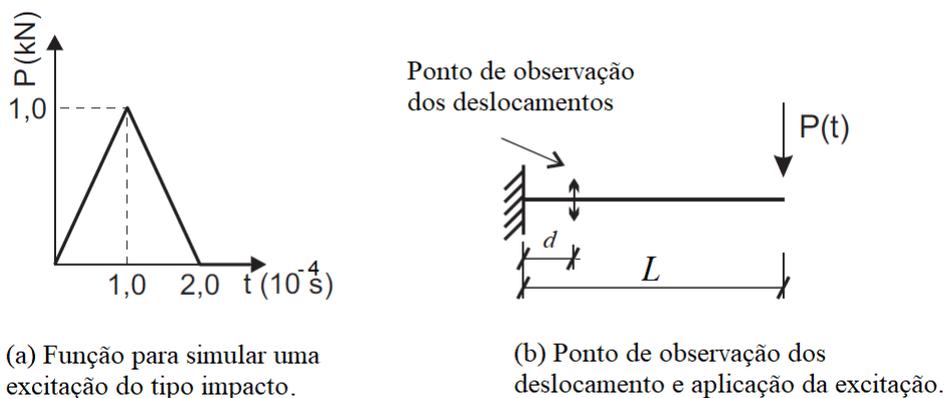


Figura 26 – Esquema estrutural para a avaliação do comportamento de uma viga engastada-livre, semelhante às vigas ensaiadas

Fonte: Adaptado de Felipe Filho (2016) [34]

A discretização do domínio das vigas com núcleo amortecedor contínuo foi feita em dois níveis de refinamento diferentes. Para cada um deles, a malha foi determinada ao dividir o comprimento e a altura da camada viscoelástica em partes iguais para cada tipo de viga, resultando em: para a viga A, malha 1×94 ou malha 2×188 , para a viga

B, malha 1×188 ou malha 2×376 , e para a viga C, malha 1×292 ou malha 2×583 . A Tabela 10 mostra os resultados encontrados para uma execução, através de um algoritmo de identificação modal baseado em Subespaços Estocásticos (SSI-Data), como feito em Felipe Filho (2016) ([34]), de cada modelo utilizando os dois tipos de malhas para cada comprimento de viga do material MVE1, uma vez que os demais materiais se comportam de maneira semelhante. As Figuras 27-29, que seguem, ilustram a comparação entre as respostas dinâmicas da diferentes malhas.

Tabela 10 – Convergência dos parâmetros modais f_n e ξ_n para os três modelos adotados

Modelo GHM								
Tipo	Malha	f_1 (Hz)	f_2 (Hz)	f_3 (Hz)	ξ_1 (%)	ξ_2 (%)	ξ_3 (%)	Tempo (s)
A	M1×94	44,70	256,87	698,61	4,0580	4,8515	4,4144	25,41
	M2×188	45,07	257,28	698,79	4,3684	5,2811	4,6857	183,37
B	M1×188	13,67	68,03	180,64	4,8066	4,3414	4,1132	74,92
	M2×376	13,94	68,45	180,96	4,9297	4,6693	4,6041	368,06
C	M1×292	6,78	30,18	76,22	6,8370	4,3199	3,8036	133,89
	M2×583	6,98	30,54	76,64	7,0580	4,4067	4,5108	654,59
Modelo ADF								
Tipo	Malha	f_1 (Hz)	f_2 (Hz)	f_3 (Hz)	ξ_1 (%)	ξ_2 (%)	ξ_3 (%)	Tempo (s)
A	M1×94	40,26	243,22	618,75	0,0672	0,7057	3,5847	50,39
	M2×188	40,30	244,78	631,61	0,0721	0,5514	3,5031	245,88
B	M1×188	10,46	62,74	172,45	0,0992	0,0829	0,3141	154,35
	M2×376	10,51	62,81	173,06	0,0897	0,0859	0,2516	565,82
C	M1×292	4,54	25,94	71,34	0,0526	0,1736	0,1057	216,98
	M2×583	4,59	25,99	71,43	0,0788	0,1369	0,0842	886,96
Modelo DF								
Tipo	Malha	f_1 (Hz)	f_2 (Hz)	f_3 (Hz)	ξ_1 (%)	ξ_2 (%)	ξ_3 (%)	Tempo (s)
A	M1×94	48,41	261,30	693,57	2,7459	0,8201	0,4000	640,93
	M2×188	49,08	262,47	695,89	2,8920	0,8731	0,3883	1477,96
B	M1×188	15,60	72,30	184,76	4,4066	2,1514	0,9672	1506,79
	M2×376	15,95	73,07	185,70	4,4807	2,2786	1,0412	3410,43
C	M1×292	7,80	33,07	80,20	4,1104	4,7431	1,7876	1762,46
	M2×583	7,99	33,69	81,03	3,8980	3,1475	1,8512	6230,28

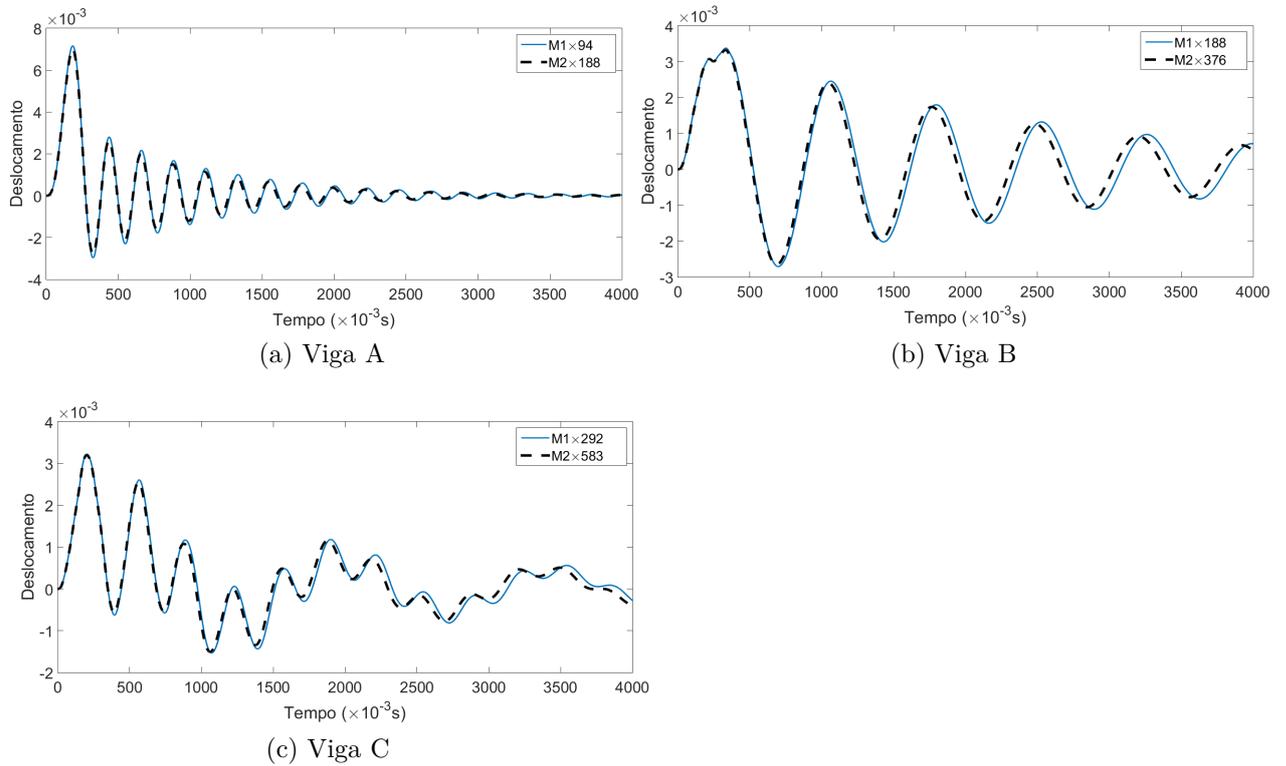


Figura 27 – Respostas dinâmicas para as diferentes malhas usando o modelo GHM para o MVE1

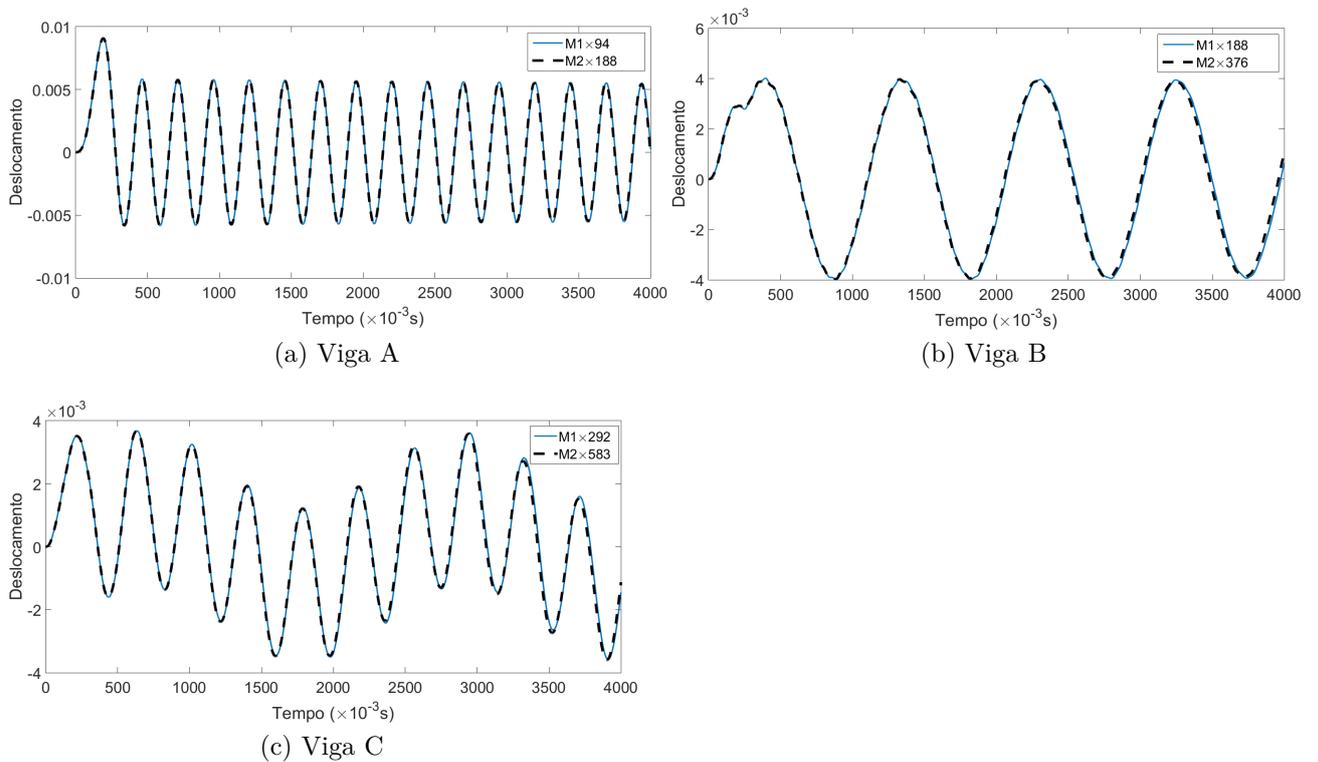


Figura 28 – Respostas dinâmicas para as diferentes malhas usando o modelo ADF para o MVE1

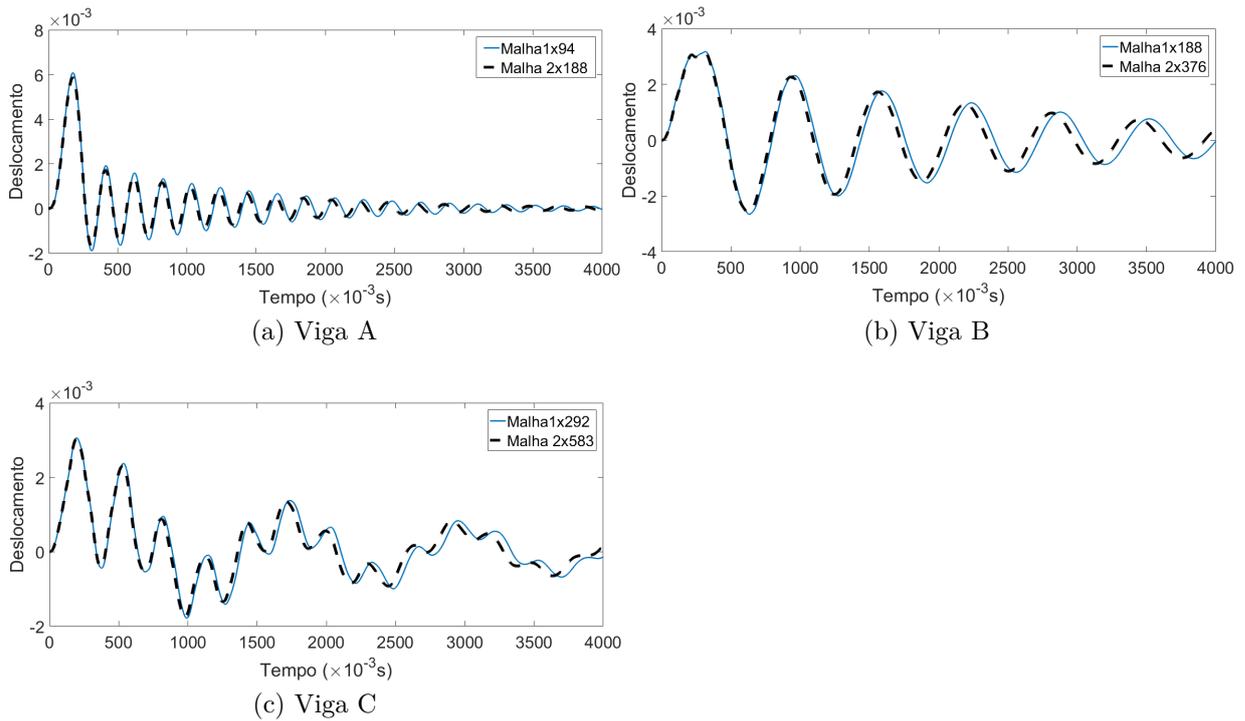


Figura 29 – Respostas dinâmicas para as diferentes malhas usando o modelo DF para o MVE1

Analisando a Tabela 10 e as Figuras 27-29, percebe-se que, em termos numéricos, os resultados encontrados para as duas malhas em cada modelo, tanto para as frequências, quanto para as taxas de amortecimento, são próximos, indicando a convergência para todos os casos e eficiência de ambas as malhas. Entretanto, é evidente que malhas mais refinadas demandam maior tempo de processamento, como também pode ser visto. Dessa maneira, optou-se por utilizar as malhas $M1 \times 94$, $M1 \times 188$ e $M1 \times 292$ para as vigas A, B e C, respectivamente, em todos os três modelos, uma vez que seus resultados não diferem de maneira significativa das malhas mais refinadas e são executados em menor tempo.

Para as vigas com a segunda configuração, a integração no tempo para a análise de convergência também foi feita segundo o algoritmo de Newmark por um período de tempo de 4s e com passo de tempo de $\Delta t = 1 \times 10^{-4}$ s, submetida à mesma carga do tipo impacto utilizada para as vigas com núcleo contínuo. Para estas vigas, também foram testadas duas malhas com graus de refinamento diferentes: a primeira adota as divisões com número igual de Elementos Finitos na camada amortecedora e nos espaços entre ela (12, 13 e 30 Elementos Finitos por trecho, para as vigas A, B e C, respectivamente), a segunda é uma menos refinada, dividindo os trechos de MVE e espaços vazios em dois ou três elementos, dependendo do comprimento da viga, e altura constante. Como para as vigas com camada de MVE contínua foram adotadas as mesmas malhas para todos os três modelos, o teste de convergência para as vigas com a camada intercalada foi realizado considerando apenas o modelo GHM, uma vez que todos os três modelos apresentam comportamento semelhante.

Tabela 11 – Convergência dos parâmetros modais f_n e ξ_n para as vigas MVE2-C2

Modelo GHM								
Tipo	Malha	f_1 (Hz)	f_2 (Hz)	f_3 (Hz)	ξ_1 (%)	ξ_2 (%)	ξ_3 (%)	Tempo (s)
A	M1×12	57,17	300,59	–	0,8847	0,6946	–	8,36
	M1×2	59,11	317,11	–	0,8514	0,5702	–	6,79
B	M1×13	20,03	86,91	228,68	2,3762	0,5424	0,5483	24,80
	M1×2	19,64	87,05	229,75	2,2465	0,9681	0,8095	4,70
C	M1×30	8,99	39,09	93,35	3,1527	1,5385	0,4607	64,96
	M1×3	9,66	40,66	96,31	3,2086	0,7945	0,4812	5,23

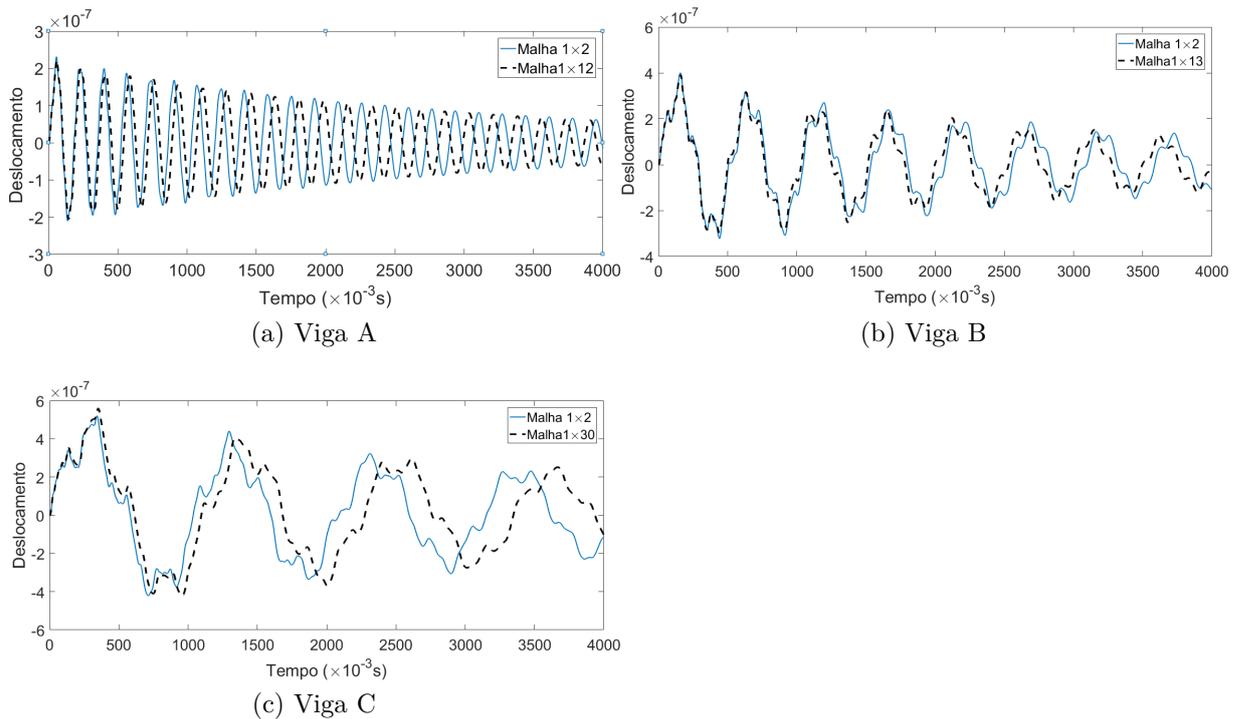


Figura 30 – Respostas dinâmicas para as diferentes malhas usando o modelo GHM para as vigas MVE2-C2

Como é possível notar através da Tabela 11 e da Figura 30, os valores de frequências e taxas de amortecimento muito similares, inclusive para a terceira frequência natural da viga tipo A, que não foi alcançada por nenhuma das duas malhas. Dessa forma, optou-se pela malha menos refinada, pois o tempo de processamento foi menor para essa configuração, apesar de bem próximo da malha com maior grau de refinamento. Malhas semelhantes às adotadas nas vigas com núcleo contínuo, com um grau de refinamento maior, também foram testadas, entretanto se mostraram ineficazes quanto a alcançar as frequências naturais, resultando em valores muito superiores aos experimentais, de maneira que as malhas menos refinadas foram adotadas para as simulações.

4.3.2 Avaliação dos modelos

Após a obtenção dos parâmetros, através dos ajustes mostrados nas Figuras 22 e 23, cada modelo foi executado para cada conjunto, considerando os valores das Tabelas 21-29 e os sinais obtidos foram comparados aos resultados experimentais. Todas as simulações foram executadas em um PC-Windows10 com processador Intel® Core i3, com clock de 2,00 GHz e 4,00 de memória RAM instalada, utilizando o software MATLAB 2016Ra.

Para reproduzir os ensaios realizados, os modelos numéricos foram simulados sob a ação de uma carga de impacto a na extremidade livre da viga, e os deslocamentos verticais ao longo do tempo foram observados a 5,0; 9,5 e 15,0 cm do engaste (d), para as vigas A, B e C, respectivamente, conforme mostrado já mostrado na Figura 26.

Nas Tabelas 12-17, encontram-se os valores das três primeiras frequências naturais e suas respectivas taxas de amortecimento, alcançados através de cada um dos modelos para os quatro modelos de vigas, em cada uma das cinco execuções.

Tabela 12 – Frequências (Hz) obtidas pelo GHM para os MVE's

Material	n	Ajuste 1	Ajuste 2	Ajuste 3	Ajuste 4	Ajuste 5
Tipo A (l=22,5 cm)						
MVE1	1	44,70	44,55	44,55	44,70	44,69
	2	256,87	248,03	253,50	256,74	256,71
	3	698,61	638,95	677,34	697,93	697,56
MVE2	1	44,11	44,14	44,11	44,13	44,14
	2	254,70	256,11	254,85	255,67	256,05
	3	689,29	697,86	690,21	695,27	697,72
MVE3	1	45,16	45,14	45,12	45,15	45,14
	2	258,88	258,21	257,18	258,55	258,23
	3	705,72	701,41	694,99	703,64	701,64
MVE2-C2	1	59,11	61,4	61,3	61,65	61,45
	2	317,11	296,39	297,16	302,59	299,5
	3	–	–	–	–	–
Tipo B (l=45,0 cm)						
MVE1	1	13,67	13,71	13,62	13,68	13,67
	2	68,03	67,62	67,75	68,02	68,01
	3	180,64	176,91	179,29	180,59	180,66
MVE2	1	13,29	13,29	13,29	13,29	13,29
	2	67,29	67,39	67,32	67,37	67,40
	3	179,42	179,90	179,45	179,85	179,99
MVE3	1	13,94	13,94	13,94	13,95	13,93
	2	68,66	68,63	68,55	68,64	68,62
	3	181,67	181,37	180,96	181,53	181,40
MVE2-C2	1	19,64	19,1	19,04	19,64	18,96
	2	87,05	86,80	86,51	86,92	87,10
	3	229,75	229,47	229,43	229,53	170,48
Tipo C (l=70,5 cm)						
MVE1	1	6,78	6,83	6,77	6,83	6,82
	2	30,18	30,14	30,12	30,18	30,16
	3	76,22	74,70	75,92	76,21	76,12
MVE2	1	6,57	6,57	6,58	6,57	6,56
	2	29,68	29,65	29,67	29,70	29,68
	3	75,63	75,64	75,67	75,65	75,62
MVE3	1	6,94	6,95	6,96	6,95	6,95
	2	30,58	30,59	30,58	30,59	30,61
	3	76,65	76,73	76,49	76,65	76,67
MVE2-C2	1	9,66	9,31	9,39	9,68	9,26
	2	40,66	40,48	40,53	40,83	40,43
	3	96,31	96,13	96,2	96,31	96,22

Tabela 13 – Taxas de amortecimento (%) obtidas pelo GHM para os MVE's

Material	n	Ajuste 1	Ajuste 2	Ajuste 3	Ajuste 4	Ajuste 5
Tipo A (l=22,5 cm)						
MVE1	1	4,0580	3,9791	3,9537	4,0650	4,0544
	2	4,8515	4,9235	4,7962	4,8670	4,8457
	3	4,4144	5,1640	4,6135	4,4354	4,4559
MVE2	1	3,8126	3,8348	3,8267	3,8417	3,8340
	2	4,5630	4,5563	4,5833	4,5695	4,5688
	3	4,3184	4,1633	4,3792	4,2539	4,1661
MVE3	1	6,3527	6,3418	6,3216	6,3460	6,3448
	2	7,7438	7,7546	7,7687	7,7457	7,7489
	3	6,7209	6,6258	6,7085	6,7735	6,8325
MVE2-C2	1	0,8514	2,1394	2,1815	1,2266	5,7969
	2	0,5702	4,2069	4,0469	4,2082	0,3483
	3	–	–	–	–	–
Tipo B (l=45,0 cm)						
MVE1	1	4,8066	4,7815	4,7581	4,8252	4,8095
	2	4,3414	4,163	4,2196	4,354	4,3328
	3	4,1132	4,1467	4,0955	4,1195	4,2076
MVE2	1	4,642	4,6474	4,6597	4,6492	4,6397
	2	4,143	4,1121	4,0949	4,1111	4,1058
	3	3,8503	3,8158	3,8581	3,8754	3,864
MVE3	1	6,2953	6,2545	6,3107	6,342	6,2866
	2	6,8933	6,8669	6,8625	6,8901	6,8871
	3	6,601	6,6033	6,5871	6,5979	6,5959
MVE2-C2	1	2,2465	4,1899	4,0371	2,459	5,5686
	2	0,9681	1,1904	1,3728	0,8300	4,2078
	3	0,8095	0,9816	0,9852	1,172	1,8147
Tipo C (l=70,5 cm)						
MVE1	1	6,837	7,8855	6,3231	5,7511	6,1798
	2	4,3199	4,195	4,1165	4,1772	4,2983
	3	3,8036	2,9636	3,9236	3,914	3,8722
MVE2	1	6,4056	6,4093	6,3665	6,1771	6,6308
	2	3,9662	3,9702	3,9276	4,0374	3,9599
	3	3,7214	3,7541	3,7582	3,686	3,6825
MVE3	1	7,8054	7,5846	7,4097	7,7584	7,6526
	2	6,1695	6,0629	6,0928	6,142	6,0548
	3	6,307	6,0674	6,6054	6,1388	6,0473
MVE2-C2	1	3,2086	3,3883	3,0196	3,1469	3,6609
	2	0,7945	2,3029	2,4380	1,258	4,6768
	3	0,4812	1,0556	1,1565	0,8482	4,3483

Tabela 14 – Frequências (Hz) obtidas pelo ADF para os MVE's

Material	n	Ajuste 1	Ajuste 2	Ajuste 3	Ajuste 4	Ajuste 5
Tipo A (l=22,5 cm)						
MVE1	1	40,27	40,35	40,27	40,26	40,26
	2	247,83	250,45	248,15	243,19	243,22
	3	670,46	676,31	671,25	617,87	618,75
MVE2	1	40,26	42,93	40,26	40,26	42,93
	2	246,09	251,21	245,18	243,77	251,21
	3	657,63	668,47	646,88	627,60	668,51
MVE3	1	43,25	40,26	40,26	42,81	42,81
	2	251,71	243,15	244,33	251,02	251,03
	3	670,57	617,86	636,19	668,39	667,63
MVE2-C2	1	48,04	47,12	48,66	48,52	47,14
	2	–	301,52	301,92	302,02	301,47
	3	–	824,39	825,02	823,67	824,86
Tipo B (l=45,0 cm)						
MVE1	1	10,46	10,47	10,46	10,46	10,46
	2	62,78	63,01	62,79	62,73	62,74
	3	173,94	175,3	174,12	172,44	172,45
MVE2	1	10,46	12,66	10,46	10,47	12,66
	2	62,75	65,78	62,74	62,74	65,78
	3	173,22	176,91	172,94	172,57	176,91
MVE3	1	12,89	10,46	10,46	12,58	12,57
	2	66,09	62,74	62,74	65,58	65,67
	3	177,28	172,43	172,7	176,77	176,78
MVE2-C2	1	11,07	11,05	11,19	11,43	11,10
	2	74,23	76,57	73,18	73,54	76,97
	3	213,54	211,88	212,95	212,57	211,66
Tipo C (l=70,5 cm)						
MVE1	1	4,55	4,55	4,55	4,54	4,54
	2	25,93	26,02	25,94	25,94	25,94
	3	71,41	71,48	71,46	71,35	71,34
MVE2	1	4,54	6,2	4,55	4,55	6,21
	2	25,95	28,66	25,96	25,93	28,64
	3	71,37	74,18	71,36	71,35	74,05
MVE3	1	6,36	4,54	4,55	6,14	6,15
	2	28,99	25,93	25,92	28,57	28,51
	3	74,41	71,39	71,35	73,98	73,95
MVE2-C2	1	–	–	–	–	–
	2	–	–	–	–	–
	3	–	–	–	–	–

Tabela 15 – Taxas de amortecimento (%) obtidas pelo ADF para os MVE's

Material	n	Ajuste 1	Ajuste 2	Ajuste 3	Ajuste 4	Ajuste 5
Tipo A (l=22,5 cm)						
MVE1	1	0,4692	1,4818	0,5476	0,0659	0,0672
	2	1,3391	1,3511	1,3012	0,6965	0,7057
	3	3,0123	1,0793	2,6578	3,5319	3,5847
MVE2	1	0,2472	0,1535	0,1817	0,1018	0,1228
	2	1,3737	0,0682	1,2681	0,9722	0,0749
	3	4,5997	0,331	4,7822	4,6658	0,3648
MVE3	1	0,0591	0,0611	0,1337	0,0445	0,0928
	2	0,0485	0,6486	1,1457	0,0327	0,0764
	3	0,2047	3,4308	5,1854	0,3429	0,374
MVE2-C2	1	2,8562	1,8748	1,4771	1,3429	1,5895
	2	–	0,0079	0,0192	0,0164	0,0038
	3	–	0,0683	0,0688	0,0816	0,0635
Tipo B (l=45,0 cm)						
MVE1	1	0,4135	1,3835	0,4889	0,0813	0,0992
	2	0,5602	1,632	0,6477	0,0812	0,0829
	3	0,9581	1,3362	0,9756	0,3089	0,3141
MVE2	1	0,2276	1,0855	0,1632	0,1328	0,7623
	2	0,3015	0,1168	0,2226	0,1254	0,1017
	3	0,8009	0,0541	0,6771	0,4524	0,0577
MVE3	1	0,2596	0,0774	0,1281	0,3386	0,4770
	2	0,0700	0,0754	0,1644	0,0312	0,0704
	3	0,0458	0,2872	0,5600	0,0241	0,0710
MVE2-C2	1	1,5232	1,2493	2,0796	2,9794	2,0171
	2	0,8967	1,2518	1,423	0,4011	0,8711
	3	0,1560	0,0639	0,2298	0,3798	0,0392
Tipo C (l=70,5 cm)						
MVE1	1	0,4841	5,0776	0,8233	0,0817	0,0526
	2	0,552	1,4708	0,6414	0,1052	0,1736
	3	1,1918	1,2186	0,5901	0,0808	0,1057
MVE2	1	0,2484	2,5109	0,213	0,0799	1,7613
	2	0,3895	1,0807	0,2865	0,2181	0,4309
	3	0,259	2,1597	0,2444	0,1172	0,0736
MVE3	1	1,0032	0,0476	0,208	0,4313	0,9513
	2	0,816	0,1167	0,1808	0,4352	0,4512
	3	0,0515	0,1214	0,238	0,0356	0,1708
MVE2-C2	1	–	–	–	–	–
	2	–	–	–	–	–
	3	–	–	–	–	–

Tabela 16 – Frequências (Hz) obtidas pelo DF para os MVE's

Material	n	Ajuste 1	Ajuste 2	Ajuste 3	Ajuste 4	Ajuste 5
Tipo A (l=22,5 cm)						
MVE1	1	48,41	53,07	46,14	49,08	45,28
	2	261,3	269,2	257,72	262,46	256,36
	3	693,57	703,09	688,3	695,03	685,93
MVE2	1	46,81	52,1	50,97	52,19	50,92
	2	258,78	267,52	265,6	267,69	265,52
	3	689,99	701,2	698,94	701,35	698,84
MVE3	1	48,25	44,76	47,08	47,5	46,26
	2	261,05	255,51	259,22	259,87	257,91
	3	693,21	684,29	690,21	691,37	688,62
MVE2-C2	1	46,78	46,84	45,49	38,99	43,25
	2	298,78	298,79	–	–	–
	3	812,31	812,32	–	–	–
Tipo B (l=45,0 cm)						
MVE1	1	15,6	17,87	14,33	15,95	13,82
	2	72,3	77,6	69,79	73,06	68,74
	3	184,76	191,09	181,76	185,66	180,68
MVE2	1	14,72	17,44	16,9	17,47	16,88
	2	70,49	76,48	75,22	76,57	75,16
	3	182,57	189,77	188,24	189,87	188,17
MVE3	1	15,51	13,49	14,87	15,1	14,4
	2	72,11	68,16	70,77	71,25	69,92
	3	184,54	180,01	183,01	183,55	181,91
MVE2-C2	1	11,37	11,27	11,46	11,33	11,46
	2	74,47	76,28	73,78	75,11	73,05
	3	212,48	210,86	211,17	211,47	210,93
Tipo C (l=70,5 cm)						
MVE1	1	7,80	8,96	7,12	8,00	6,79
	2	33,07	36,61	31,33	33,59	30,61
	3	80,2	85,46	77,79	80,88	76,78
MVE2	1	7,32	8,75	8,50	8,77	8,50
	2	31,80	35,94	35,11	35,97	35,08
	3	78,55	84,31	82,94	84,40	82,88
MVE3	1	7,76	6,57	7,48	7,50	7,23
	2	32,94	30,05	32,05	32,4	31,40
	3	80,01	76,13	78,53	79,08	77,56
MVE2-C2	1	–	–	–	–	–
	2	–	–	–	–	–
	3	–	–	–	–	–

Tabela 17 – Taxas de amortecimento (%) obtidas pelo DF para os MVE's

Material	n	Ajuste 1	Ajuste 2	Ajuste 3	Ajuste 4	Ajuste 5
Tipo A (l=22,5 cm)						
MVE1	1	2,7459	3,1122	2,3926	2,8284	2,2197
	2	0,8201	1,0554	0,6854	0,8556	0,6262
	3	0,4000	0,4348	0,3967	0,4030	0,4083
MVE2	1	2,5085	3,0586	2,9875	3,0639	2,9836
	2	0,7274	1,0093	0,9512	1,1017	0,9485
	3	0,3922	0,4224	0,4118	0,423	0,4114
MVE3	1	2,72620	2,0978	2,5616	2,6163	2,4173
	2	0,8113	0,5916	0,7425	0,7645	0,6935
	3	0,4001	0,4209	0,4162	0,403	0,3957
MVE2-C2	1	3,6176	3,6344	0,5487	3,2179	1,4924
	2	0,0434	0,044	–	–	–
	3	0,0505	0,0457	–	–	–
Tipo B (l=45,0 cm)						
MVE1	1	4,4066	4,0862	4,398	4,3862	4,3033
	2	2,1514	2,4423	1,7146	2,2262	1,6669
	3	0,9672	1,2477	0,8689	1,0167	0,7974
MVE2	1	4,4225	4,1561	4,2453	4,1484	4,2486
	2	1,8736	2,4023	2,3576	2,4049	2,3538
	3	0,9273	1,2009	1,1415	1,205	1,1379
MVE3	1	4,413	4,2261	4,4292	4,4141	4,4108
	2	2,1344	1,5715	2,0229	2,0626	1,748
	3	0,9553	0,7459	0,8682	0,8977	0,8803
MVE2-C2	1	3,4604	3,7172	4,2501	4,0205	4,1503
	2	6,5709	2,6087	2,5702	2,6545	2,564
	3	0,4077	0,0597	0,5905	0,3361	0,1487
Tipo C (l=70,5 cm)						
MVE1	1	4,1104	3,5828	5,214	4,4663	4,4239
	2	4,7431	3,127	3,8559	5,0849	3,468
	3	1,7876	2,1626	1,475	1,9068	1,418
MVE2	1	4,2677	3,8718	4,4344	3,8546	4,5499
	2	4,5833	3,1133	3,0907	3,1136	3,0721
	3	1,5495	2,1227	2,1117	2,1263	2,1053
MVE3	1	4,1084	4,1973	6,6513	3,5038	7,0128
	2	4,6480	3,7352	4,6606	4,4230	4,1670
	3	1,7342	1,3477	1,6907	1,7673	1,6161
MVE2-C2	1	–	–	–	–	–
	2	–	–	–	–	–
	3	–	–	–	–	–

Para as vigas MVE2-C2, os três modelos não foram capazes de alcançar algumas frequências naturais e taxas de amortecimento. Outras possibilidades de discretização das vigas simuladas foram testadas, buscando atingir as frequências e taxas de amortecimento faltantes, obtendo os mesmos resultados. Apesar da ausência de alguns valores, observando os resultados encontrados, pode-se afirmar que o modelo GHM se mostra mais indicado para simular esse tipo de estrutura, pois foi o que alcançou mais valores.

Através dos valores encontrados pelos modelos numéricos, obtém-se as médias para cada frequência de vibração e das respectivas taxas de amortecimento, sendo possível compará-las aos valores experimentais médios, encontrados na Tabela 5, e interpretar as divergências encontradas conforme valores mostrados nas Tabelas 18-19, onde f^t , f^e , ξ^t , ξ^e são as frequências encontradas pelos modelos numéricos, frequências experimentais, taxas de amortecimento encontradas pelos modelos numéricos e taxas de amortecimento experimentais, respectivamente.

Tabela 18 – Diferenças percentuais entre as frequências experimentais e as obtidos pelos modelos numéricos (frequências em Hz)

Material	Tipo	n	f_n^e	GHM		ADF		DF	
				f_n^t	$\frac{f_n^t - f_n^e}{f_n^e}$	f_n^t	$\frac{f_n^t - f_n^e}{f_n^e}$	f_n^t	$\frac{f_n^t - f_n^e}{f_n^e}$
MVE1	A	1	50,90	44,64	-12,30%	40,28	-20,86%	48,40	-4,91%
		2	252,45	254,37	0,76%	246,57	-2,33%	261,41	3,55%
		3	1*	682,078	1*	650,92	1*	693,18	1*
	B	1	14,94	13,67	-8,50%	10,46	-29,99%	15,51	3,82
		2	77,92	67,89	-12,87%	62,81	-19,39%	72,30	-7,21%
		3	180,98	179,62	-0,75%	173,65	-4,05%	184,79	2,11%
	C	1	6,42	6,81	6,07%	4,55	-29,13%	7,73	20,40%
		2	42,06	30,16	-28,29%	25,95	-38,30%	33,04	-21,45%
		3	81,90	75,83	-7,41%	71,41	-12,81%	80,22	-2,05%
MVE2	A	1	50,17	44,13	-12,04%	41,33	-17,62%	50,60	0,86%
		2	251,38	255,48	1,63%	247,49	-1,55%	265,02	5,43%
		3	1*	694,07	1*	653,82	1*	698,06	1*
	B	1	16,98	13,29	-21,73%	11,34	-33,22%	16,68	-1,77%
		2	73,56	67,35	-8,44%	63,96	-13,05%	74,78	1,66%
		3	180,06	179,72	-0,19%	174,51	-3,08%	187,72	4,26%
	C	1	6,87	6,57	-4,34%	5,21	-24,16%	8,37	21,83%
		2	37,52	29,69	-20,87%	27,03	-27,96%	34,78	-7,30%
		3	80,63	75,64	-6,19%	72,46	-10,13%	82,62	2,47%
MVE3	A	1	52,82	45,14	-14,54%	41,88	-20,71%	46,77	-11,45%
		2	257,60	258,21	0,24%	248,25	-3,63%	258,71	0,43%
		3	1*	701,48	1*	652,13	1*	689,54	1*
	B	1	16,01	13,94	-12,93%	11,79	-26,36%	14,67	-8,37%
		2	77,72	68,62	-11,71%	64,56	-16,93%	70,44	-9,36%
		3	176,93	181,39	2,52%	175,19	-0,98%	182,60	3,20%
	C	1	7,57	6,95	-8,19%	5,55	-26,68%	7,31	-3,43%
		2	38,63	30,59	-20,81%	27,58	-28,60%	31,77	-17,76%
		3	81,23	76,64	-5,65%	73,02	-10,11%	78,26	-3,66%
MVE2-C2	A	1	54,72	60,98	-10,27%	47,90	14,24%	44,27	23,61%
		2	250,81	302,55	-17,10%	301,73	-16,88%	298,79	-16,06%
		3	1*	1*	1*	719,28	1*	812,38	1*
	B	1	15,28	19,28	-20,75%	11,17	36,79%	11,38	34,27%
		2	76,08	86,88	-12,43%	74,90	1,57%	74,54	2,07%
		3	174,94	217,73	-19,65%	212,52	-17,68%	211,38	-17,24%
	C	1	6,74	9,46	-28,75%	1*	1*	1*	1*
		2	35,94	40,59	-11,46%	1*	1*	1*	1*
		3	84,26	96,23	-12,44%	1*	1*	1*	1*

1*- valor desprezado.

Apesar das diferenças percentuais apresentadas na Tabela 18, percebe-se que, em muitos casos, os valores experimentais estão relativamente próximos aos obtidos pelos modelos.

Tabela 19 – Diferenças percentuais entre as taxas de amortecimento experimentais e as obtidos pelos modelos numéricos (%)

Material	Tipo	n	ξ_n^e	GHM		ADF		DF	
				ξ_n^t	$\frac{\xi_n^t - \xi_n^e}{\xi_n^e}$	ξ_n^t	$\frac{\xi_n^t - \xi_n^e}{\xi_n^e}$	ξ_n^t	$\frac{\xi_n^t - \xi_n^e}{\xi_n^e}$
MVE1	A	1	3,07	4,0220	31,01%	0,5263	-82,86%	2,6598	-13,36%
		2	0,38	4,8568	1178,10%	1,0787	183,86%	0,8085	112,76%
		3	1*	4,6166	1*	2,7732	1*	0,4086	1*
	B	1	12,66	4,7962	-62,11%	0,4933	-96,10%	4,3161	-65,91%
		2	1,89	4,2822	126,57%	0,6008	-68,21%	2,0403	7,95%
		3	2,30	4,1365	79,84%	0,7786	-66,14%	0,9796	-57,41%
	C	1	13,05	6,5953	-49,48%	1,3039	-90,00%	4,3595	-66,59%
		2	3,59	4,2214	17,59%	0,5886	-83,60%	4,0558	12,97
		3	2,16	3,6954	71,08%	0,6374	-70,49%	1,7500	-18,98%
MVE2	A	1	2,89	3,8300	32,53%	0,1614	-94,42%	2,9204	1,05%
		2	0,33	4,5682	1284,30%	0,7514	127,70%	0,9476	187,15%
		3	1*	4,2562	1*	2,9487	1*	0,4122	1*
	B	1	13,35	4,6476	-65,19%	0,4743	-96,45%	4,2442	-68,21%
		2	3,34	4,1134	23,16%	0,1763	-94,72%	2,2784	31,78%
		3	1,35	3,8527	185,39%	0,4084	-69,75%	1,1225	-40,61%
	C	1	13,95	6,3979	-54,14%	0,9627	-93,10%	4,1957	-69,92%
		2	3,92	3,9723	1,33%	0,4811	-87,73%	3,3946	-13,40%
		3	1,89	3,7204	96,85%	0,5708	-69,80%	2,0031	5,98%
MVE3	A	1	6,44	6,3414	-1,53%	0,0782	-98,79%	2,4838	-61,43%
		2	1,28	7,7523	505,65%	0,3904	-69,50%	0,7207	-43,70%
		3	1*	6,7322	1*	1,9076	1*	0,4072	1*
	B	1	11,84	6,2978	-46,81%	0,2561	-97,84%	4,3786	-63,02%
		2	2,02	6,8800	240,59%	0,0823	-95,93%	1,9079	-5,55%
		3	3,06	6,5970	115,59%	0,1976	-93,56%	0,8695	-71,58%
	C	1	7,00	7,6421	9,17%	0,5283	-92,45%	5,0947	-27,22%
		2	4,30	6,1044	41,96%	0,4000	-90,70%	4,3268	0,62%
		3	1,97	6,2332	216,41%	0,1235	-93,73%	1,6312	-17,20%
MVE2-C2	A	1	6,62	2,4392	171,40%	1,8281	262,12%	2,5022	1,64,57%
		2	0,17	2,6761	-93,65%	0,0118	1340,67%	0,0437	289,02%
		3	1*	1*	1*	0,0706	1*	0,0481	1*
	B	1	12,80	3,7002	245,93%	1,9687	550,18%	3,9197	226,56%
		2	1,38	1,7138	-19,48%	0,9687	42,46%	3,3937	-59,34%
		3	0,25	1,1526	-78,30%	0,1737	43,93%	0,3085	-19,34%
	C	1	13,44	3,2849	309,14%	1*	1*	1*	1*
		2	6,63	2,2940	189,01%	1*	1*	1*	1*
		3	1,17	1,5780	-25,86%	1*	1*	1*	1*

1*- valor desprezado.

As diferenças percentuais encontradas entre os valores experimentais e aqueles obtidos pelos modelos, mostradas na Tabela 19, em sua grande maioria, superam 60%, o que é um forte indicativo de que os modelos não são eficazes para obtenção das taxas de amortecimento. Trabalhos como de Barbosa et al. (2008) [54] e Felipe Filho (2016) [34]

evidenciam a dificuldade de se encontrar esses valores e reforçam a maior complexidade dessa tarefa.

A interpretação de tais resultados pode ser simplificada analisando as seções seguintes, através das Figuras 31-34, que comparam os valores médios obtidos experimentalmente aos resultados encontrados através dos três modelos para os quatro tipos de corpos de prova, também apresentados em função do valor médio. As linhas verticais representam o dobro do desvio padrão de cada conjunto de valores, para mais ou para menos.

4.3.2.1 Análise MVE1

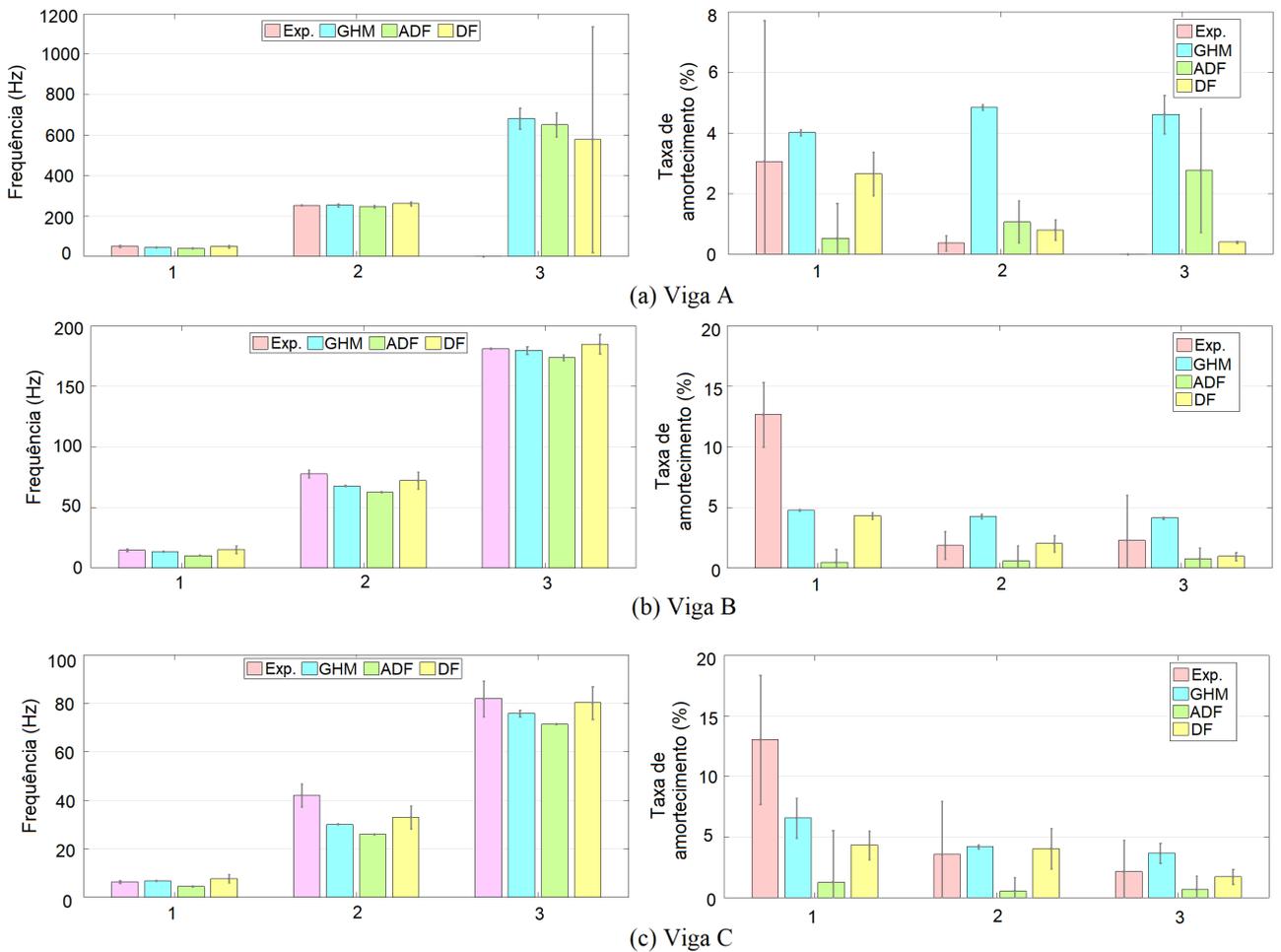


Figura 31 – Comparação entre frequências (esquerda) e taxas de amortecimento (direita) experimentais e obtidas pelos modelos numéricos para o MVE1

Para o MVE1 (Figura 31), em termos de frequência, em todos os comprimentos testados, todos os modelos apresentaram valores satisfatoriamente próximos aos experimentais. Nota-se, através das barras de erro, que há pequena dispersão dos resultados, o que indica eficiência das simulações. Pode-se destacar que o modelo DF proporcionou resultados com maior semelhança aos coletados durante os ensaios. Quanto às taxas de amortecimento, os modelos GHM e DF resultaram em valores superiores aos experimen-

tais, com grande dispersão de resultados, enquanto o ADF, na maior parte dos casos, subestimou as taxas de amortecimento. Para o terceiro modo de vibração das vigas tipo A, apesar de não ter sido possível obter os parâmetro modais experimentalmente, todos modelos encontraram valores de frequência relativamente próximos, enquanto as taxas de amortecimento resultaram em valores dispersos.

4.3.2.2 Análise MVE2

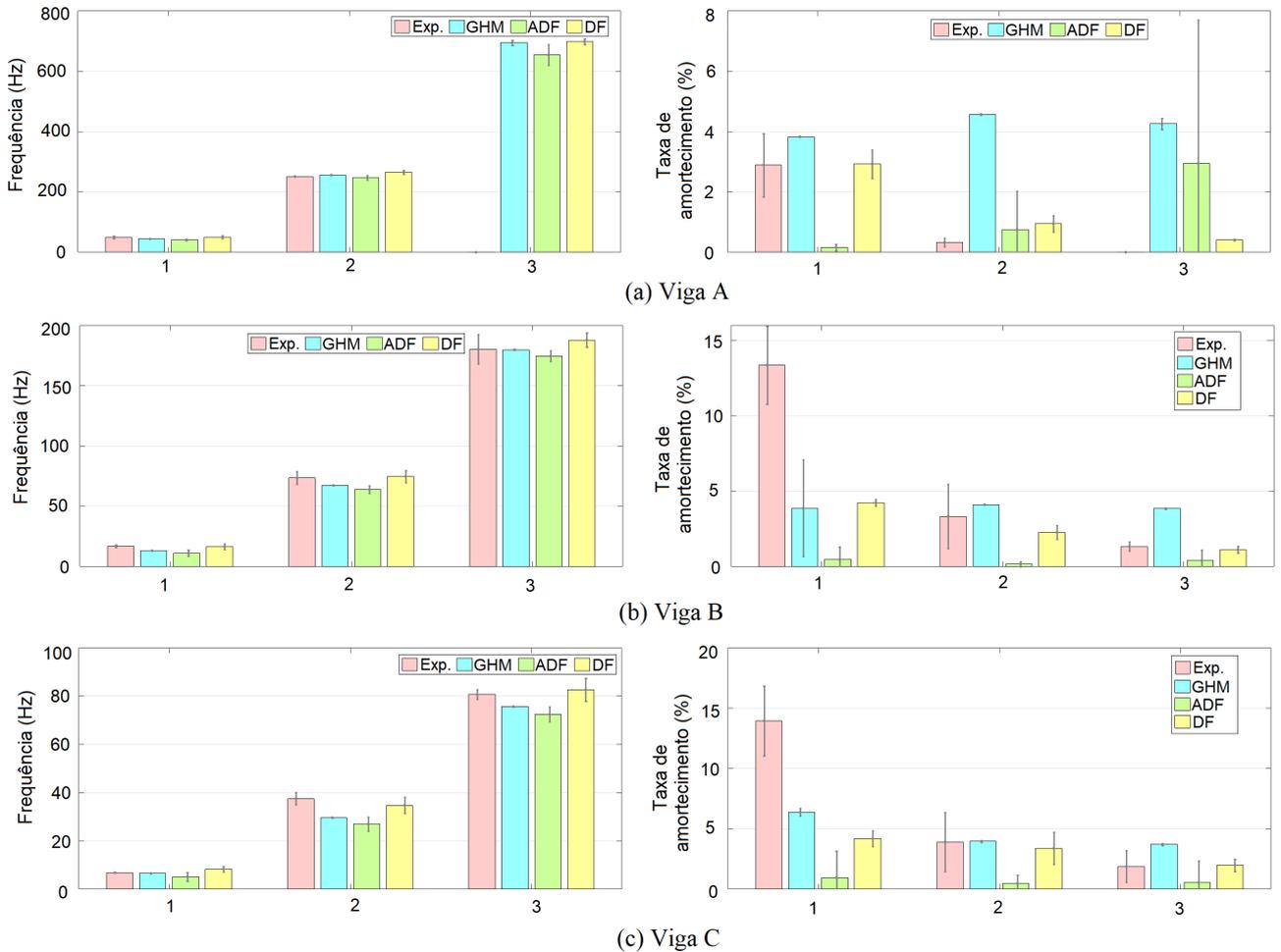


Figura 32 – Comparação entre frequências (esquerda) e taxas de amortecimento (direita) experimentais e obtidas pelos modelos numéricos para o MVE2

Assim como acontece par o MVE1, para o MVE2 (Figura 32), as frequência encontradas pelos três modelos simulados são bastante semelhantes, enquanto as taxas de amortecimento apresentam valores divergentes, com grande dispersão. Para as frequências naturais, o modelo DF também foi mais preciso. Já para as taxas de amortecimento, os modelos GHM e DF ofereceram resultados semelhantes entre si, além disso, o ADF resultou em valores inferiores aos experimentais. Também para o terceiro modo de vibração das vigas tipo A, todos os modelos encontraram valores de frequência semelhantes, e taxas de amortecimento divergentes.

4.3.2.3 Análise MVE3

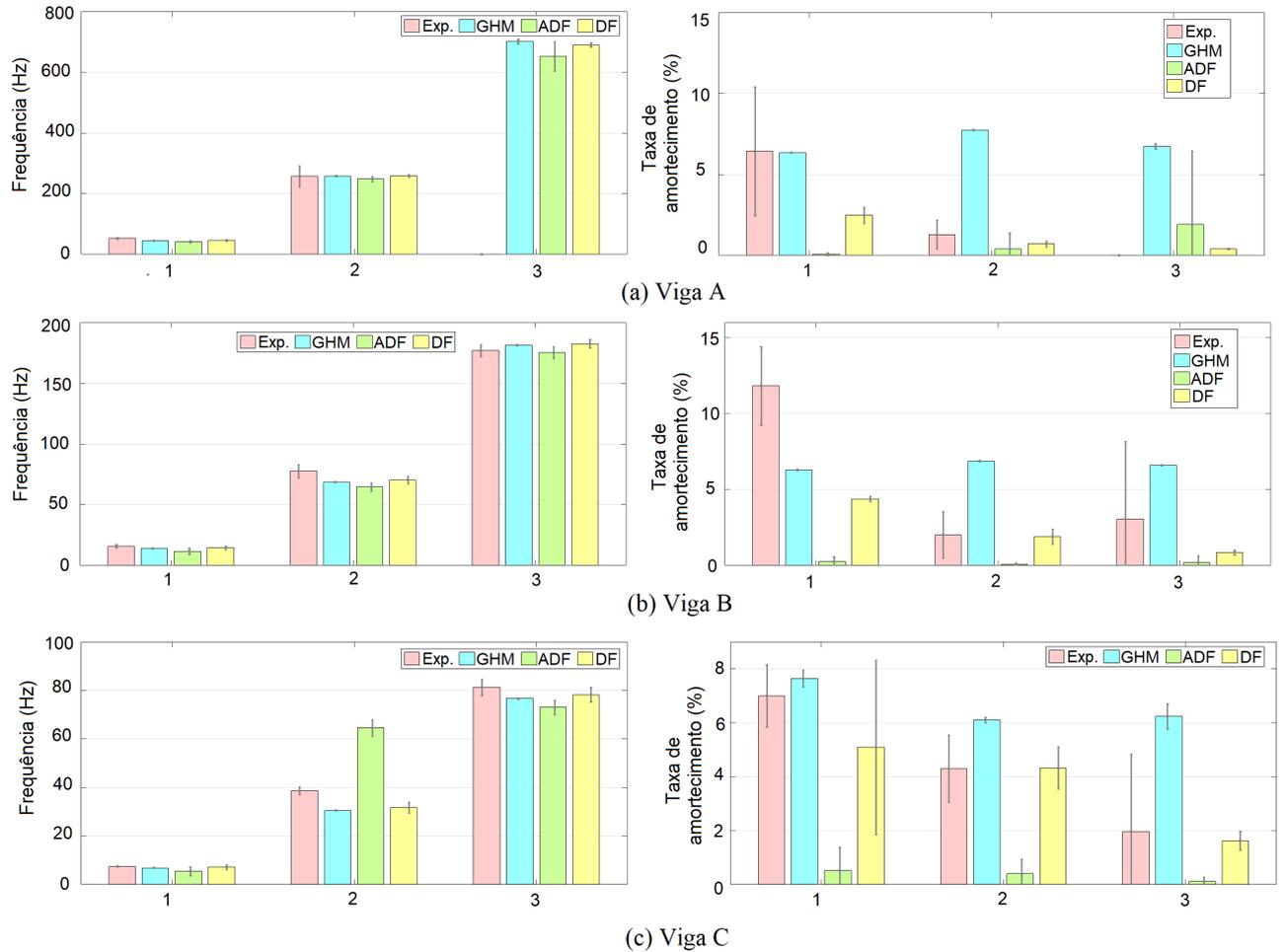


Figura 33 – Comparação entre frequências (esquerda) e taxas de amortecimento (direita) experimentais e obtidas pelos modelos numéricos para o MVE3

O mesmo comportamento visto nos dois MVE's anteriores, para todos os tipos de viga, pode ser notado no MVE3 (Figura 33), tanto em relação às frequências quanto para as taxas de amortecimento. Para as vigas tipo C, as taxas de amortecimento resultantes do DF são as mais próximas dos valores experimentais, o ADF subestimou seus valores e o GHM as sobrestimou, em sua maioria.

4.3.2.4 Análise MVE2-C2

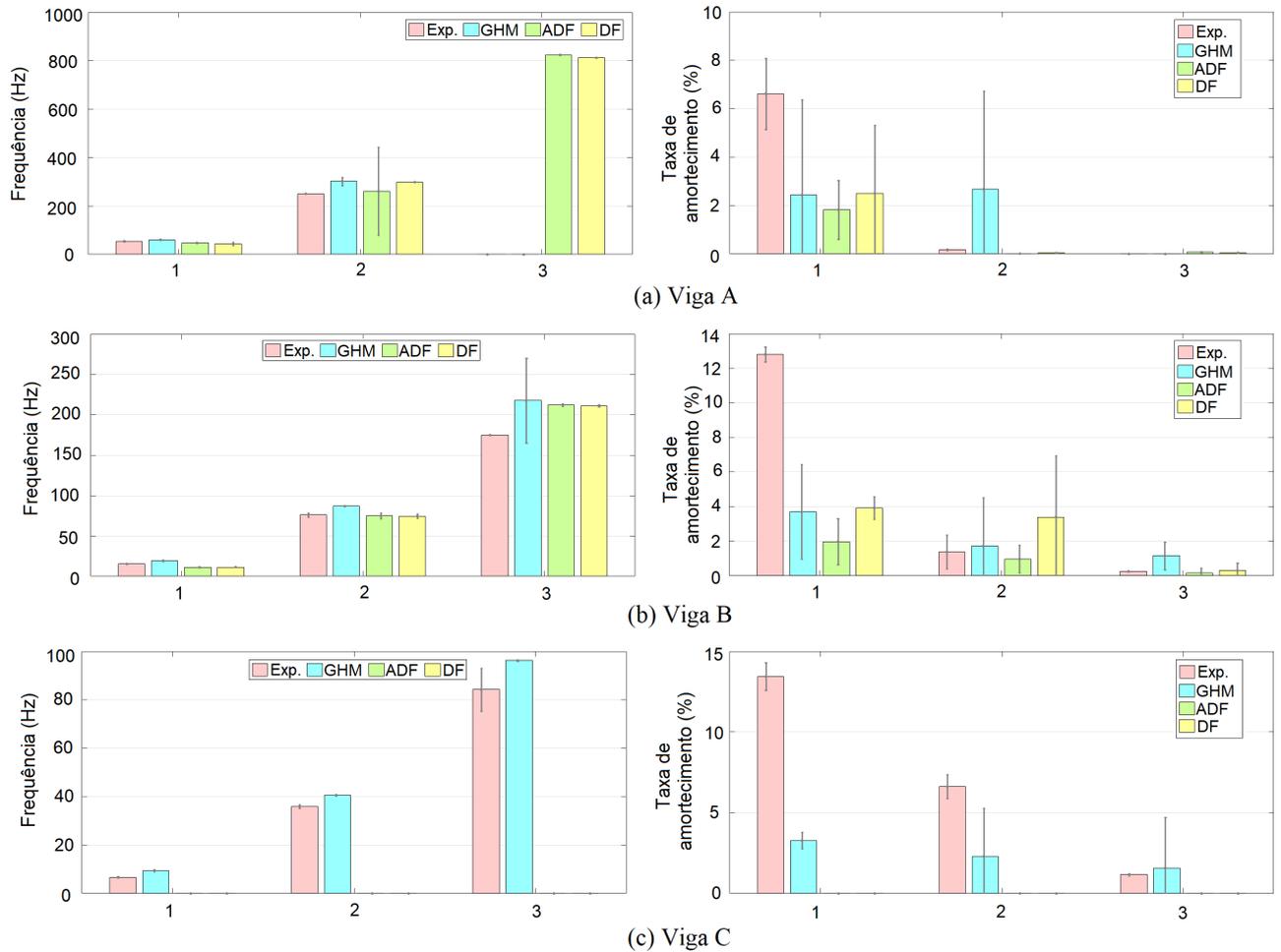


Figura 34 – Comparação entre frequências (esquerda) e taxas de amortecimento (direita) experimentais e obtidas pelos modelos numéricos para o MVE2-C2

Para as vigas com a segunda configuração, todos os modelos apresentam valores de frequência consideravelmente próximos aos experimentais, entretanto alguns não foram capazes de fornecer certos modos de vibração. As taxas de amortecimento não apresentaram resultados que podem ser considerados compatíveis com os experimentais, sendo, na sua maioria, subestimados pelos modelos. Além disso, como mencionado anteriormente, os modelos ADF e DF não foram capazes de obter as frequências naturais e taxas de amortecimento para as vigas tipo C, independentemente da discretização adotada, dessa forma, não é aconselhável utilizá-los para simular estruturas que adotem essa configuração. O modelo GHM foi o mais eficaz para essa estrutura, apesar das diferenças encontradas.

Os modelos também foram comparados levando em consideração os tempos de execução demandados em cada uma das execuções, que encontram-se indicados na Tabela 20. A comparação entre os tempos médios apresentados por cada um dos modelos é ilustrada pela Figura 35.

Tabela 20 – Tempos de execução para os três modelos

Modelo	Tipo	T_1 (s)	T_2 (s)	T_3 (s)	T_4 (s)	T_5 (s)	T_m (s)
MVE1							
GHM	A	25,41	23,95	26,49	26,66	30,31	26,56
	B	74,92	75,61	74,52	87,11	92,32	80,90
	C	133,89	135,83	133,37	140,83	139,85	136,75
ADF	A	51,08	42,14	41,70	41,22	50,39	45,31
	B	139,40	144,62	111,56	110,61	154,35	132,11
	C	219,72	218,44	184,01	183,08	216,98	204,45
DF	A	640,93	875,23	607,63	638,94	786,34	709,81
	B	1506,79	1197,75	1065,51	1059,73	1638,33	1293,62
	C	1762,46	2037,88	1733,89	2329,45	1576,35	1888,01
MVE2							
GHM	A	28,05	24,35	30,22	25,57	31,64	27,97
	B	78,05	77,46	74,42	80,12	87,39	79,49
	C	138,13	123,56	125,13	134,75	139,17	132,15
ADF	A	54,45	35,81	58,92	66,34	41,94	51,49
	B	112,75	111,55	131,35	168,87	131,74	131,25
	C	177,28	186,33	206,81	233,35	242,84	209,32
DF	A	612,28	798,25	988,54	954,70	611,77	793,11
	B	1151,52	1757,68	1596,05	1618,78	1068,42	1438,49
	C	2296,43	2512,99	2702,17	1876,35	1515,72	2168,93
MVE3							
GHM	A	32,75	32,01	38,20	31,80	31,78	33,31
	B	88,48	82,17	78,42	87,93	100,34	87,47
	C	121,94	143,18	135,96	152,94	152,19	141,24
ADF	A	51,52	45,16	76,18	41,93	39,45	50,85
	B	137,88	142,87	204,23	110,41	118,93	142,86
	C	206,52	203,74	217,38	187,22	171,38	197,25
DF	A	791,02	777,60	799,17	1702,97	1708,66	1155,88
	B	1706,01	1839,96	1779,17	2834,66	2789,92	2189,95
	C	2557,54	2701,03	2737,20	6841,50	4150,69	3797,59
MVE2-C2							
GHM	A	6,79	2,85	2,73	3,10	2,83	3,66
	B	4,70	3,88	3,71	4,00	4,64	4,19
	C	5,23	5,64	6,24	5,25	4,76	5,42
ADF	A	3,42	1,75	2,45	2,59	1,41	2,32
	B	3,84	2,05	3,83	4,31	2,15	3,24
	C	5,37	3,24	5,70	4,41	3,00	4,34
DF	A	4,12	4,79	5,70	3,80	4,25	4,53
	B	5,33	6,75	8,68	6,94	6,78	6,90
	C	8,35	8,31	7,59	6,82	5,58	7,33

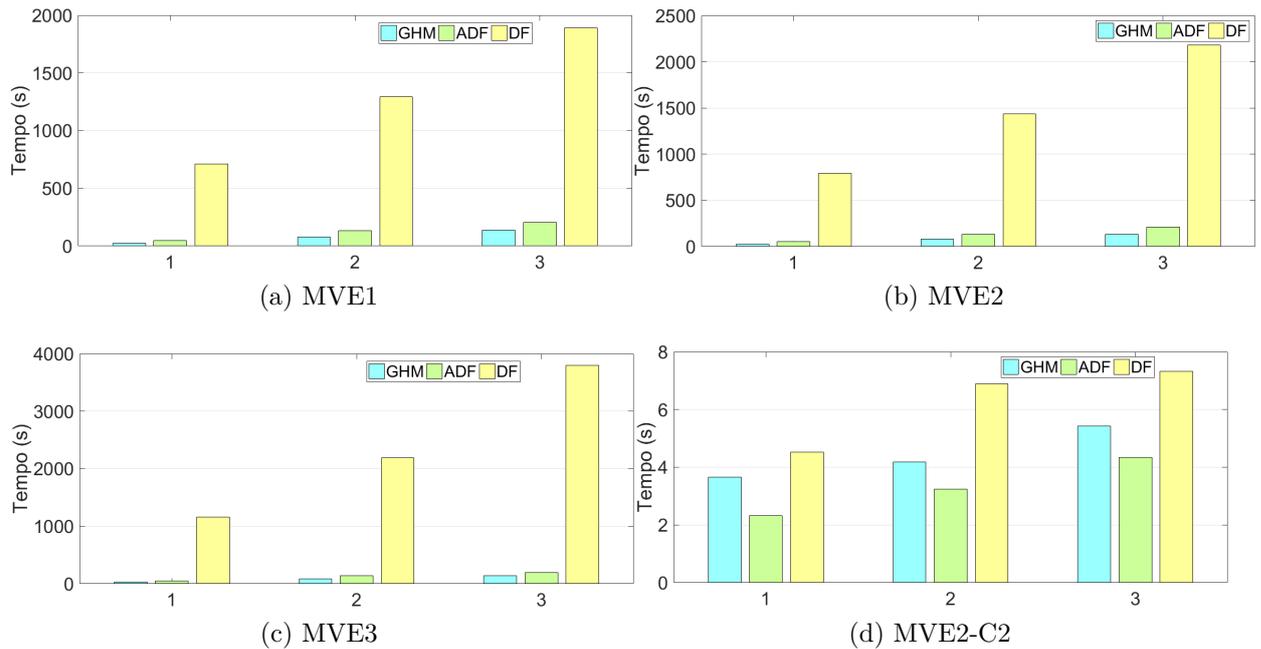


Figura 35 – Comparação entre os tempos de processamento médios para cada um dos modelos numéricos

Pela Tabela 20 e pela Figura 35, nota-se que os tempos de execução para as vigas com o núcleo amortecedor contínuo são semelhantes, o que se deve à mesma discretização adotada para a execução dos algoritmos. Para as vigas que adotam segunda configuração, os tempos de execução são muito inferiores aos dos outros três tipos de corpos de prova, isso já era esperado, pois o grau de discretização das vigas MVE2-C2 também é menor, demandando menor custo de processamento.

De forma geral, todos os modelos representam de maneira satisfatória o comportamento dinâmico dos MVE's, em termos de frequências, encontrando valores semelhantes aos experimentais, apesar das falhas em alguns modos de vibração. Entretanto, para todas as simulações, os valores obtidos para as taxas de amortecimento divergiam dos reais. Dessa forma, pode-se dizer que os modelos são mais eficientes quando o objetivo é encontrar as frequências naturais de vibração, pois as taxas de amortecimento sofrem maior influência dos parâmetros constitutivos de cada modelo. Isso deve-se ao fato de que as frequências naturais de vibração para as vigas sanduíche são mais sujeitas à influência das camadas elásticas de restrição, enquanto as taxas de amortecimento estão mais relacionadas ao material amortecedor viscoelástico.

Para as vigas com núcleo amortecedor contínuo, em relação à frequência, o modelo que encontrou valores com maior proximidade aos experimentais foi o DF, sendo mais indicado para simular as vigas sanduíche. Porém apresenta significativa desvantagem em relação aos outros dois, para um mesmo grau de discretização, quando o tempo de processamento é levado em consideração, sendo significativamente mais elevado. É importante mencionar que os modelos GHM e ADF também geram valores semelhantes

aos experimentais, apresentando um pouco mais de divergência que o DF, com tempo de processamento inferior. Quanto às taxas de amortecimento, os modelos, de maneira geral, resultam em valores subestimados.

Para as vigas que adotam a segunda configuração, as frequências foram encontradas pelos modelos com considerável precisão, enquanto as taxas de amortecimento não foram satisfatórias. Nesse caso, o modelo GHM é o mais indicado, por conseguir obter mais valores.

5 CONSIDERAÇÕES PARA PROJETO DE ESTRUTURAS TIPO VIGAS SANDUÍCHE

Tendo em vista os resultados alcançados através do processo experimental e as considerações apresentadas a seu respeito, pode-se desenvolver uma série de recomendações que servirão como um breve roteiro de apoio ao projeto de estruturas tipo vigas sanduíche de maneira eficaz, econômica e racional.

As observações realizadas neste capítulo são uma síntese da discussão desenvolvida no capítulo anterior e são apresentadas seguindo os seguintes itens: vantagens da adoção do MVE, tipo de material, taxa de amortecimento, configuração de aplicação do MVE, preço do adesivo viscoelástico, acurácia do modelo computacional, fatores de influência dos resultados simulados, modelo mais eficiente em termos de tempo de processamento.

- Vantagens da adoção do MVE: a utilização de fitas adesivas viscoelásticas é uma solução viável e simples para redução de vibrações, e suas possíveis patologias, devido às boas características apresentadas. Fornecem fixação mecânica adequada às camadas elásticas das vigas sanduíche, semelhante à fornecida por parafusos, sem adicionar peso excessivo à estrutura. Além disso, podem ser aplicadas em ambientes externos e internos. Apresentam aderência em uma grande variedade de superfícies, incluindo vidros, metais, materiais compostos e plásticos. O corte é de fácil execução, podendo ser feito com tesoura. Dessa forma, a montagem das estruturas tipo sanduíche é feita de maneira rápida e fácil.

As fitas podem ser encontradas no mercado em embalagens individuais, com diversos tamanhos e propriedades específicas. As fitas apresentam boa resistência a temperaturas elevadas por períodos curtos, as fitas VHB, por exemplo, podem suportar a picos de até 150°C ([50]). A aplicação é recomendável em temperatura ambiente, evitando temperaturas abaixo dos 20°C, para que a capacidade de adesão não seja prejudicada. Em todos os casos, a adesão inicial é considerada satisfatória. Ressalta-se que, devido à alta adesão, a remoção do material das camadas elásticas não é feita de forma simples.

- Tipo de material:
 - MVE1 e MVE2 - apresentam características de composição de massa acrílica e capacidade de suporte bastante semelhantes, podendo ser aplicados em ambientes internos e externos;
 - MVE3 - é composto de espuma acrílica com indicação para uso interno e menor capacidade de suporte.

Deve-se atentar ao resultado desejado e condições de cada situação durante o processo de escolha do MVE, para resultados satisfatórios. Pode-se indicar o uso do MVE1 ou

do MVE2, uma vez que estes apresentam maior capacidade de suporte e versatilidade em relação ao ambiente de aplicação.

- Taxas de amortecimento:
 - MVE3 - apresentou valores de taxas de amortecimento maiores para uma faixa de frequência entre 50 e 260 Hz, sendo mais recomendável para estruturas que se encontrem dentro deste limite;
 - MVE1 e MVE2 - tiveram valores próximos de taxas de amortecimento, em sua maioria. Para estruturas cujos parâmetros modais se encontrem entre 15 e 180 Hz e 5 e 85 Hz, recomenda-se a adoção do MVE2, para estas faixas de frequências;
 - MVE2-C2 - desempenho inferior aos demais, com taxas de amortecimento mais elevadas em poucas situações, não sendo muito indicado.

Em síntese, o MVE2 é o mais indicado, por apresentar valores superiores de taxas de amortecimento para uma faixa de frequência maior, pode-se confirmar esta recomendação observando a Tabela 7, onde este material apresenta valores de módulo cisalhante e fator de perda maior que os demais materiais, na maior parte dos casos.

- Configuração adotada: de acordo com as observações anteriores, as vigas com a aplicação do MVE em uma camada contínua demonstram maior capacidade dissipativa que a configuração segmentada, sendo, dessa forma, recomendada. Apesar disso, a segunda configuração pode ser utilizada sem prejuízo em casos onde haja limitação da quantidade de material amortecedor, por exemplo, pois, mesmo com resultados inferiores, ainda assim apresenta boa capacidade dissipativa.
- Preço do adesivo viscoelástico: são acessíveis, podendo ser encontrados em papelarias, lojas de materiais de construção, ou mesmo pela Internet.

Para este estudo foram comprados por:

- MVE1: R\$5,18/m
- MVE2: R\$6,90/m
- MVE3: R\$1,94/m

O preço pode ser considerado uma vantagem da adoção de adesivos viscoelásticos, em relação a outros tratamentos de amortecimento passivo. Apesar do preço ligeiramente mais elevado, considerando o custo-benefício do adesivo viscoelástico, o MVE2 é o mais indicado.

- Acurácia dos modelos computacionais:

- Frequências - as frequências naturais de vibração são replicadas de maneira satisfatória pelos três modelos, podendo-se destacar que DF foi o com maior fidelidade aos valores experimentais;
 - Taxas de amortecimento - apesar de valores bem discrepantes dos reais, para o MVE3 o modelo DF também apresentou valores próximos. Dessa forma, o modelo DF é o mais indicado para simulação computacional de vigas sanduíche com camada amortecedora contínua;
 - Segunda configuração - não foi bem representado pelos modelos numéricos, exceto por alguns valores para o GHM, assim não recomenda-se simular este tipo de estrutura através dos modelos apresentados neste trabalho.
- Fatores de influência dos resultados simulados:
 - Processo experimental - erros ou perturbações externas inerentes ao processo experimental podem comprometer a qualidade dos dados e devem ser minimizados. Como medidas mitigadoras tem-se: buscar homogeneidade dimensional durante a confecção das amostras, garantir que todos os ensaios sejam realizados sob as mesmas condições, aferir a calibração dos dispositivos medidores e coletores dos dados, evitar possíveis excitações externas;
 - Simulações computacionais - a metodologia empregada para a obtenção dos parâmetros constitutivos, através dos ajustes de curvas, pode ser fonte de erros. É importante mencionar que um bom ajuste de curvas aos dados experimentais não garante a qualidade dos resultados numéricos finais. Além disso, os ajustes são feitos com base nos dados experimentais fornecidos, de modo que tais dados influenciam de maneira indireta os parâmetros fornecidos e, conseqüentemente, as frequências e taxas de amortecimento calculadas pelos modelos.
 - Modelo mais eficiente em termos de tempo de processamento: indica-se a adoção dos modelos GHM e ADF para a simulação das vigas. Isso ocorre devido ao fato de que, apesar da maior precisão do DF para determinação das frequências naturais, ele demanda tempo de execução consideravelmente superior aos demais. Não há prejuízo nessa indicação em relação às taxas de amortecimento, pois para os três modelos, não foi possível aproximá-las de forma satisfatória. A dificuldade em atingir as taxas de amortecimento já foi observada em outros trabalhos, conforme pode ser verificado em Felipe Filho (2016) ([34]) e Barbosa et al. (2008) ([54]).

É importante mencionar que a escolha dos adesivos viscoelásticos se mostra uma alternativa válida para a metodologia proposta. São materiais de fácil aquisição e simples aplicação. Deve-se atentar, durante o processo de confecção das vigas sanduíche, às instruções de aplicação fornecidas pelo fabricante, de maneira mais específica, à limpeza

adequada das barras que receberão a camada amortecedora, à eliminação de possíveis bolhas formadas durante o processo de colagem e respeitar ao tempo de cura para adesão.

Em síntese, de forma geral, os MVE1 e MVE2 são mais indicados, por terem maior força de adesão e versatilidade de uso. Em situações específicas, pode-se indicar a aplicação do MVE3 para faixa de frequência entre 50 e 260 Hz, e do MVE2 para faixas de frequências entre 15 e 180 Hz e 5 e 85 Hz. Todos os materiais devem ser aplicados de forma contínua ao longo das vigas. A segunda configuração só deve ser indicada em situações muito particulares, pois ela se mostrou inferior à primeira. Os preços dos MVE's não são fator determinante no processo de escolha, pois todos encontram-se em valores inferiores a R\$30,00. O modelo computacional mais indicado para auxiliar o processo de projeto das vigas com camada viscoelástica contínua é o DF, para casos onde não haja limitação de tempo, caso contrário, pode-se adotar tanto o GHM quanto o ADF. Para as vigas com núcleo amortecedor segmentado, o GHM é o melhor modelo para estimar seu comportamento mecânico.

Considerando as observações expostas neste capítulo, para adoção em projeto de estruturas tipo vigas sanduíche, recomenda-se a utilização do MVE2 em uma camada contínua, pois este apresenta capacidade de suporte e taxa de amortecimento satisfatórias, preço relativamente baixo e taxas de amortecimento superiores para uma ampla faixa de frequências, além de poder ser empregado interna e externamente. Para simulação computacional, o modelo DF é o mais indicado, por resultar em valores mais próximos dos reais, apesar do tempo de processamento maior, quando comparado aos outros modelos.

Destaca-se que a configuração que adota o núcleo amortecedor segmentado não se mostra eficaz para a redução de vibrações, não sendo a opção mais indicada para o objetivo proposto. Pode-se recomendar esse tipo de aplicação em situações muito particulares, quando houver limitação de material, por exemplo, entretanto devem ser realizados estudos cuidadosos a respeito de sua viabilidade e desempenho. Nos casos onde essa solução é adotada, deve-se simular a estrutura através do modelo GHM.

6 CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

O comportamento dinâmico das estruturas é de fundamental importância para a durabilidade das mesmas. Como, muitas vezes, esse tipo de comportamento é de difícil previsão, seus efeitos indesejados devem ser evitados ou, ao menos, minimizados para que a segurança seja garantida. Dentre as possíveis medidas de redução de vibração estrutural, destacam-se as vigas com núcleo amortecedor viscoelástico.

O presente trabalho apresentou a caracterização de diferentes MVE's, aplicados em duas configurações, através de procedimento experimental realizado em conformidade com as recomendações da ASTM, método padronizado e utilizado mundialmente. O método de caracterização escolhido apresenta como vantagens a simplificação da montagem experimental e a padronização dos procedimentos, que permitem minimizar erros associados, entretanto, resulta em apenas alguns pontos referentes às informações coletadas das vigas base, sendo recomendado a realização de um grande número de ensaios para melhores resultados.

Conforme foi perceptível através dos resultados obtidos para as terceiras frequências naturais do tipo A de todos corpos de prova testados, o processo pode sofrer interferências na qualidade do resultado final quando altas frequências são envolvidas, uma vez que se torna difícil alcançá-las. Em termos reais, as estruturas dificilmente estarão sujeitas a excitações que atinjam esse nível de grandeza, dessa forma não há prejuízo em desprezar essas informações nas etapas seguintes do processo.

Evidenciou-se que o processo experimental de caracterização de materiais é fortemente influenciado por fatores externos, como as condições de realização dos ensaios, confecção e instrumentação das amostras, ou procedimentos realizados pelo operador, por exemplo.

De posse dos dados de caracterização, os modelos numéricos GHM, ADF e DF permitiram simular as frequências naturais e taxas de amortecimento das vigas sanduíche que, posteriormente, foram avaliados e comparadas às experimentais. O processo de determinação dos parâmetros constitutivos de cada material é fundamental para a precisão dos resultados. Para o GHM, tais parâmetros foram determinados por algoritmo de enxame de partículas, enquanto para os demais, foram encontrados por ajustes manuais. Esses procedimentos levam a maior ou menor adequação dos resultados simulados aos experimentais.

A adoção de malhas mais refinadas para a execução das simulações computacionais mostrou-se mais eficaz quanto à proximidade dos resultados obtidos em relação aos valores experimentais, para as vigas com camada de MVE contínua, apesar de demandarem tempo de processamento superior.

Para as vigas com a primeira configuração, dentre as simulações realizadas, o modelo DF apresentou melhores resultados para a determinação das frequências naturais dos três primeiros modos de vibração das vigas testadas. Os resultados encontrados com o GHM e o ADF podem ser considerados satisfatórios, por também serem próximos aos experimentais. Esses modelos podem ser indicados quando houver limitação em relação ao tempo de processamento, consideravelmente inferior para ambos quando comparados ao DF. Para as taxas de amortecimento, os modelos obtiveram valores bastante dispersos, como pode-se notar pelas diferenças evidentes entre os valores experimentais e os simulados.

Para as vigas com o núcleo amortecedor segmentado os três modelos não conseguiram atingir todos os valores modais. Entretanto, em algumas situações, resultaram em valores de frequência próximos aos experimentais, podendo ser considerados satisfatórios. Essa afirmação não pode ser estendida às taxas de amortecimento. Assim, os resultados não foram considerados satisfatórios, representando um problema de maior complexidade de tratamento.

Pode-se afirmar que os parâmetros constitutivos de cada modelo exercem maior influência no fator de perda que nas frequências naturais. Considera-se que os resultados obtidos experimentalmente e via simulação numérica, para as vigas com núcleo contínuo, apesar de algumas diferenças mais significativas para os fatores de perda, podem ser considerados satisfatórios, uma vez que em todas as frequências naturais e boa parte dos fatores de perda obtidos nos experimentos e nas simulações são razoavelmente próximos. Conclui-se que os modelos numéricos foram eficientes para a reprodução do comportamento de um corpo de prova real.

É evidente que o processo de simulação numérica é um artifício adequado para determinar as propriedades mecânicas dos MVE's, pois resulta em valores próximos dos reais. Pode ser aplicado auxiliando a escolha do material empregado e configuração adotada de maneira eficaz, uma vez que proporciona economia em relação a ensaios realizados e tempo de execução. Entretanto é importante ressaltar que tais ensaios representam parte significativa do processo de validação dos resultados obtidos.

No que diz respeito ao projeto de estruturas do tipo viga sanduíche as conclusões foram apresentadas de forma detalhada no capítulo anterior, mas pode-se destacar que todos os materiais podem ser considerados baratos e de fácil aquisição. Para bons resultados de amortecimento, os adesivos devem ser aplicados de forma contínua. Para estruturas cujo comportamento mecânico esteja numa faixa de frequência entre 50 e 260 Hz recomenda-se o MVE3, para faixas de frequências entre 15 e 180 Hz e 5 e 85 Hz, o MVE2 é mais indicado. Dentre todos os corpos de prova ensaiados, o MVE2-C2 se mostrou inferior, não sendo funcional para essa finalidade. Para as vigas com a primeira configuração, todos os modelos computacionais podem ser indicados para a simulação da estrutura testada, pois foram considerados eficazes, enquanto para as vigas com núcleo segmentado, o GHM

obtem valores satisfatórios.

Em síntese, recomenda-se a utilização do MVE2 em uma camada contínua, e simulação através do modelo DF. A segunda configuração não é a mais indicada, mas pode ser utilizada e simulada através do GHM.

Através dos resultados encontrados, pode-se considerar em trabalhos posteriores:

- Verificar o desempenho dos modelos para outras configurações, como por exemplo a adoção de dois MVE's diferentes, sobrepostos ou intercalados, como núcleo amortecedor;
- Verificar a real interferência das condições climáticas nos resultados encontrados experimentalmente, através da realização de ensaios em ambiente controlado;
- Utilizar os cinco primeiros modos de vibração, avaliando os resultados encontrados;
- Acrescentar novos comprimentos de corpos de prova, proporcionando novos valores para caracterização experimental através do Método Padrão ASTM;
- Verificar o desempenho de novos modelos numéricos que simulem o comportamento de MVE's;
- Considerar a adoção de diferentes métodos de caracterização experimental e avaliar os resultados em comparação aos encontrados pelo Método Padrão ASTM;
- Desenvolver estratégias para obtenção dos parâmetros constitutivos dos modelos ADF e DF de forma eficiente, eliminando a necessidade do ajuste manual.

REFERÊNCIAS

- [1] BILLAH, K. Y.; SCANLAN, R. H.. *Resonance, Tacoma Narrows bridge failure, and undergraduate physics textbooks*, American Journal of Physics, v.59, p.118-124, 1991.
- [2] MATSUMOTO, M.; SHIRATO, H.; YAGI, T.; SHIJO, R.; EGUCHI, A.; TAMAKI, H.. *Effects of aerodynamic interferences between heaving and torsional vibration of bridge decks: the case of Tacoma Narrows Bridge*, Journal of wind Engineering and Industrial Aerodynamics, v.91, p.1547-1557, 2003.
- [3] BATTISTA, R. C.; PFEIL, M. S.. *Control of wind oscillations of Rio-Niterói bridge, Brazil*, Structures and Buildings, v.163, p.87-96, 2010.
- [4] HALLAK, P. H.; PFEIL, M. S.; OLIVEIRA, S. R. C.; BATTISTA, R. C.; SAMPAIO, P. A. B.; BEZERRA, C. M. N.. *Aerodynamic behavior analysis of Rio-Niterói bridge by means of computational fluid dynamics*, Engineering Structures, v.56, p.935-944, 2013.
- [5] RAO, S. S.. *Mechanical vibrations*, Pearson, 5 ed, 2010.
- [6] SUN, C. T.; LU, Y. P.. *Vibration damping of structural elements*, Prentice Hall PTR, 1 ed, 1995.
- [7] SPENCER Jr.; B. F.; NAGARAJAIAH, S.. *State of the Art of Structural Control*, Journal of Structural Engineering, v.129, p.845-856, 2003.
- [8] SANTOS, E. F.. *Atenuadores Viscoelásticos para Redução de Oscilações Aeroelásticas de Edifícios Altos*, Dissertação de mestrado, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, Brasil, 2003.
- [9] GIBSON, W.; MCTAVISH, D. J.. “A finite element model for sandwich viscoelastic beams: Experimental and numerical Implementation of the ghm method for viscoelastic materials using MATLAB and NASTRAN”. *Smart Structures and Materials*, proceedings SPIE 2445, p. 312–323, 1995.
- [10] LESIEUTRE, G. A.; LEE, U.. “A finite element for beams having segmented active constrained layers with frequency-dependent viscoelastics”. *Smart Structures and Materials*, v. 5, p. 615-627, 1996.
- [11] ZHOU, X.Q.; YU, D.Y.; SHAO, X.Y.; ZHANG, S.Q.; WANG, S.. “Research and applications of viscoelastic vibration damping materials: A review”. *Composite Structures*, v. 136, p. 460-480, 2016.
- [12] OBERST, H.; FRANKENFELD, K.. *Über die Dämpfung der Biegeschwingungen dünner Bleche durch fest haftende Beläge*, Acustica, V. 2, p. 181-194, 1952.
- [13] KERWIN, E.. *Damping of Flexural Waves by a Constrained Viscoelastic Layer*, The Journal of the Acoustical Society of America, v.31, p.952-962, 1959.
- [14] MEAD, D. J.; MARKUS, S.. *The forced vibration of a three-layer, damped sandwich beam with arbitrary boundary conditions*, Journal of sound and vibration, v. 10, p. 163-175, 1969.

- [15] YIN, T. P.. *The Control of Vibration and Noise*, Scientific American, V. 220, P. 98-106, 1969.
- [16] GOLLA, D.; HUGHES, P.. “Dynamics of viscoelastic structures - a time-domain, finite element formulation”. *Journal of Applied Mechanics*, v. 52, p. 897-906, 1985.
- [17] MCTAVISH, D.; HUGHES, P.. “Modeling of linear viscoelastic space structures”. *Journal of Vibration and Acoustics*, v. 115, p. 103-110, 1993.
- [18] MCTAVISH, D.; HUGHES, P.. “Finite element modeling of linear viscolastic structures: the GHM method”. 33rd Structures, Structural Dynamics and Materials Conference, Structures, Structural Dynamics, and Materials and Co-located Conferences, Dallas, TX, U.S.A. 1992.
- [19] LESIEUTRE, G.; BIANCHINI, E.. “Time domain modeling of linear viscoelasticity using anelastic displacement fields”. *Journal of Vibration and Acoustics*, v. 117, p. 424-430, 1995.
- [20] BAGLEY, R.; TROVIK, P.. “Fractional calculus - a different approach to analysis of viscoelastically damped structures”. *AIAA Journal*, v. 21, p. 741-748, 1983.
- [21] BAGLEY, R.; TROVIK, P.. “Fractional calculus in the transient analysis of viscoelastically damped structures”. *AIAA Journal*, v. 23, p. 981-925, 1985.
- [22] FAN, R.; MENG, G.; YANG, J.; HE, C.. “Experimental study of the effect of Viscoelastic damping materials on noise and vibration reduction within railway vehicles”. *Journal of Sound and Vibration*, v. 319, p. 58-76, 2009.
- [23] HUANG, Z.; QIN, Z.; CHU, F.. “Damping mechanism of elastic–viscoelastic–elastic sandwich structures”. *Composite Structures*, v. 153, p. 96-107, 2016.
- [24] UNWIN, A. P.; HINE, P. J., WARD, I. M.; FUJITA, M.; TANAKA, E.; GUSEV, A. A.. “Escaping the Ashby limit for mechanical damping/stiffness trade-off using a constrained high internal friction interfacial layer”. *Scientific Report*, 8:2454, 2018.
- [25] WANG, R.; SHANG, J.; LI, X.; LUO, Z.; WU, W.. “Vibration and damping characteristics of 3D printed Kagome lattice with viscoelastic material filling”. *Scientific Report*, 8:9604, 2018.
- [26] FAISCA, R.. *Caracterização de Materiais Viscoelásticos como Amortecedores Estruturais*, Dissertação de mestrado, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, Brasil, 1998.
- [27] SILVA, R. P.. *Desenvolvimento de metodologias para caracterização de materiais viscoelásticos em baixas frequências*. Dissertação de mestrado, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, Brasil, 2007.
- [28] PACHECO, J. E. L.. *Caracterização de materiais viscoelásticos com aplicação de Séries de Prony e análise por elementos finitos*. Dissertação de mestrado, Universidade Federal do Paraná, Setor de Tecnologia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Brasil, 2013.
- [29] SOUZA, J. C. S.. *Caracterização Experimental e Modelagem de Estruturas usando Materiais Viscoelásticos para o Controle Passivo de Vibrações*, Tese de doutorado, Universidade Federal de Itajubá, Itajubá, Brasil, 2015.

- [30] BARBOSA, F. S.. *Modelagem Computacional de Estruturas com camadas Viscoelásticas amortecedoras*, Tese de doutorado, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, Brasil, 2000.
- [31] MEDEIROS JÚNIOR, W. B.. *Caracterização dinâmica integrada de elastômeros via Derivadas Fracionárias e Método GHM*, Dissertação de mestrado, Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica, Setor de Tecnologia, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, Brasil, 2010.
- [32] FELIPPE FILHO, W. N.. *Aplicação de Modelos Teórico-Computacionais para Simulação do Comportamento Dinâmico de Estruturas Amortecidas Através de Materiais Viscoelásticos*, Dissertação de mestrado, PGMC/UFJF, Juiz de Fora, Brasil, 2012.
- [33] FELIPPE FILHO, W. N.; BARBOSA, F. S.. *Dynamic properties comparisons between experimental measurements and nondeterministic numerical models of viscoelastic sandwich beams*, MATEC Web of Conferences, v. 24, p. 06003, 2015.
- [34] FELIPPE FILHO, W. N.. *Desenvolvimento de um modelo computacional para simulação do comportamento dinâmico de vigas sanduíche com camada viscoelástica amortecedora*, Tese de doutorado, PGMC/UFJF, Juiz de Fora, Brasil, 2016.
- [35] FELIPPE FILHO, W. N.; BARBOSA, F. S.. *A nondeterministic GHM based model applied to sandwich beams*, Procedia Engineering, v.199, p.1098-1103, 2017.
- [36] FELIPPE FILHO, W. N.; BARBOSA, F. S.; ROITMAN, N.; MAGLUTA, C.; BORGES, F. C. L.. *Experimental and numerical evaluation of viscoelastic sandwich beams*. REM - International Engineering Journal, v. 70, p. 281-287, 2017.
- [37] BORGES, F. C. L.. *Análise do Comportamento Dinâmico de Vigas Sanduíche com Múltiplas Camadas*. Dissertação de mestrado, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, Brasil, 2010.
- [38] YIU, Y.. ‘Substructure and finite element formulation for linear viscoelastic materials’. In: Proceedings of the 35th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference; p. 1585–94, 1994.
- [39] MESQUITA, A. D.; CODA, H. B.. ‘A boundary element methodology for viscoelastic analysis: part I with cells’, *Appl. Math Model.*; 31:1149–70, 2007.
- [40] MESQUITA, A. D.; CODA, H. B.. ‘A simple Kelvin and Boltzmann viscoelastic analysis of three-dimensional solids by the boundary element method’. *Eng. Anal. Boundary Elem.*; 27:885–95, 2003.
- [41] ALONSO, R.; LODS, B.. ‘Boltzmann model for viscoelastic particles: asymptotic behavior, pointwise lower bounds and regularity’. *Commun Math Phys.*; 331:545–91, 2014.
- [42] SILVA, N. J.; ARAÚJO, C. J.; GONZALEZ, C. H.; GRASSI, E. N. D.; OLIVEIRA, C. A. N.. ‘Estudo comparativo das propriedades dinâmicas de uma liga NiTi com memória de forma e materiais estruturais clássicos’. *Revista Matéria*; v. 16, n. 4, p. 830–835, 2011.
- [43] CAI, W.; LU, X.L.; ZHAO, L.C.. ‘Damping behavior of TiNi-based shape memory alloys’. *Materials Science and Engineering A*; v. 394, p. 78–82, 2005.

- [44] CHUNG, D. D. L.. *Composite Materials, Science and Applications*. Springer, 2ed, 2009.
- [45] SALDARRIAGA, M. R. V.. *Atenuação de vibrações em máquinas rotativas flexíveis usando materiais viscoelásticos nos suportes*, Tese de doutorado, Universidade Federal Uberlândia, Uberlândia, Brasil, 2007.
- [46] ALFREY, T.; DOTY, P.. “The Methods of Specifying the Properties of Viscoelastic Materials”. *Journal of Applied Physics*, v. 16, p. 700-713, 1945.
- [47] ASTM E756-05 (2010). *Standard Test Method for Measuring Vibration-Damping Properties of Materials*. ASTM International, West Conshohocken, PA, 2010. Disponível em : <www.astm.org>. Acesso em 18 abr. 2017.
- [48] MASTERSON, P. A.; MILES, R. N.. *Method for the determination of complex shear modulus of viscoelastic adhesives*, SPIE, New York, USA, v. 2445, p. 276-281.
- [49] FREITAS, T. C.; SILVA, C. F.; FELIPPE FILHO, W. N.; BARBOSA, F. S.. “Avaliação da influência da caracterização experimental de materiais viscoelásticos no comportamento dinâmico e modelos computacionais de vigas sanduíche”. *XXXVIII International Sodebras Congress*, v. 13, n. 147, p. 151-156, 2017.
- [50] 3M. “Boletim técnico: Fitas VHB MR dupla-face de espuma acrílica e de adesivo transferível”. Disponível em: <<http://multimedia.3m.com/mws/media/10311360/boletim-tecnico-vhb-5796.pdf>>. Acesso em 12 nov. 2017.
- [51] ADELBRAS. “Catálogo de produtos”. Disponível em: <http://www.adelbras.com/catalogo_produtos_adelbras.pdf>. Acesso em 23 jan. 2018.
- [52] FAISCA, R.; ROITMAN, N.; MAGLUTA, C.. “Experimental characterization of viscoelastic materials”. *Mechanical Systems and Signal Processing*, v. 95, p. 24–41, 2001.
- [53] CARDOSO, R.; CURY, A.; BARBOSA, F.. “A robust methodology for modal parameters estimation applied to SHM”. *Mechanical Systems and Signal Processing*, v. 95, p. 24–41, 2017.
- [54] BARBOSA, F.; FARAGE, M.. “A finite element model for sandwich viscoelastic beams: Experimental and numerical assessment”. *Journal of sound and Vibration*, v. 317, p. 91–111, 2008.

ANEXO A – Parâmetros utilizados para execução dos modelos numéricos

As tabelas 21-29 apresentam os parâmetros utilizados para a validação dos três modelos empregados no trabalho.

Tabela 21 – Parâmetros usados para validação do modelo GHM para o MVE1

Ajuste	α (Pa)	β (s^{-1})	δ (s^{-2})
$G_0=1.000$ Pa			
1	$8,6968 \times 10^7$	$6,5339 \times 10^4$	$4,4491 \times 10^9$
	$2,6720 \times 10^5$	$5,0368 \times 10^8$	$5,5184 \times 10^3$
	$6,1560 \times 10^5$	$3,1737 \times 10^8$	$4,4527 \times 10^9$
2	$8,8107 \times 10^7$	$2,0197 \times 10^3$	$1,4222 \times 10^8$
	$6,2507 \times 10^5$	$3,2314 \times 10^8$	$4,5773 \times 10^9$
	$2,7384 \times 10^5$	$8,9215 \times 10^8$	$2,6551 \times 10^6$
3	$2,6329 \times 10^5$	$4,2393 \times 10^8$	$2,2750 \times 10^4$
	$8,1382 \times 10^7$	$5,2250 \times 10^3$	$3,4333 \times 10^8$
	$6,0592 \times 10^5$	$3,9548 \times 10^8$	$5,5752 \times 10^9$
4	$2,6757 \times 10^5$	$7,6782 \times 10^8$	$1,1245 \times 10^3$
	$8,8197 \times 10^7$	$4,7560 \times 10^4$	$3,2796 \times 10^9$
	$6,1614 \times 10^5$	$1,1299 \times 10^8$	$1,5866 \times 10^9$
5	$6,1520 \times 10^5$	$6,1871 \times 10^8$	$8,6704 \times 10^9$
	$2,6718 \times 10^5$	$7,9321 \times 10^8$	$5,0179 \times 10^3$
	$6,7806 \times 10^7$	$3,5800 \times 10^4$	$1,9029 \times 10^9$

Tabela 22 – Parâmetros usados para validação do modelo GHM para o MVE2

Ajuste	α (Pa)	β (s^{-1})	δ (s^{-2})
$G_0=1.000$ Pa			
1	$7,1967 \times 10^7$	$1,0315 \times 10^4$	$6,2927 \times 10^8$
	$2,4461 \times 10^5$	$8,2979 \times 10^8$	$8,7606 \times 10^3$
	$5,2085 \times 10^5$	$4,4170 \times 10^8$	$6,1831 \times 10^9$
2	$7,2547 \times 10^7$	$5,5241 \times 10^4$	$3,3749 \times 10^9$
	$5,2025 \times 10^5$	$5,2287 \times 10^8$	$7,3011 \times 10^9$
	$2,4476 \times 10^5$	$8,8577 \times 10^8$	$9,8802 \times 10^2$
3	$2,4475 \times 10^5$	$7,0884 \times 10^7$	$4,5189 \times 10^3$
	$5,2016 \times 10^5$	$5,2085 \times 10^8$	$7,2803 \times 10^9$
	$5,4889 \times 10^7$	$1,0711 \times 10^4$	$4,9684 \times 10^8$
4	$5,2030 \times 10^5$	$1,6390 \times 10^8$	$2,2917 \times 10^9$
	$6,4797 \times 10^7$	$2,2594 \times 10^4$	$1,2317 \times 10^9$
	$2,4484 \times 10^5$	$4,7784 \times 10^8$	$6,0519 \times 10^3$
5	$5,2031 \times 10^5$	$3,5639 \times 10^8$	$4,9774 \times 10^9$
	$8,5400 \times 10^7$	$5,7255 \times 10^4$	$4,1196 \times 10^9$
	$2,4476 \times 10^5$	$5,4989 \times 10^8$	$3,5567 \times 10^1$

Tabela 23 – Parâmetros usados para validação do modelo GHM para o MVE3

Ajuste	α (Pa)	β (s^{-1})	δ (s^{-2})
$G_0=1.000$ Pa			
1	$4,7087 \times 10^5$	$4,4868 \times 10^8$	$6,2020 \times 10^2$
	$5,8716 \times 10^7$	$1,1580 \times 10^5$	$3,2653 \times 10^9$
	$4,9582 \times 10^5$	$1,4089 \times 10^8$	$2,7326 \times 10^9$
2	$6,2166 \times 10^7$	$3,6124 \times 10^4$	$1,0806 \times 10^9$
	$4,7069 \times 10^5$	$6,8206 \times 10^8$	$1,4203 \times 10^1$
	$4,9637 \times 10^5$	$3,3076 \times 10^8$	$6,4191 \times 10^9$
3	$6,4808 \times 10^7$	$4,7014 \times 10^5$	$4,9742 \times 10^5$
	$1,7202 \times 10^4$	$8,9283 \times 10^8$	$4,6138 \times 10^8$
	$5,3871 \times 10^8$	$1,7192 \times 10^4$	$8,9894 \times 10^9$
4	$8,7405 \times 10^7$	$1,3577 \times 10^5$	$5,7043 \times 10^9$
	$4,9626 \times 10^5$	$1,1829 \times 10^8$	$2,2939 \times 10^9$
	$4,7077 \times 10^5$	$6,4498 \times 10^8$	$1,5385 \times 10^1$
5	$8,7594 \times 10^7$	$5,8208 \times 10^4$	$2,4529 \times 10^9$
	$4,9660 \times 10^5$	$2,2348 \times 10^8$	$6,3940 \times 10^7$
	$2,4529 \times 10^9$	$4,3551 \times 10^9$	$1,8060 \times 10^4$

Tabela 24 – Parâmetros usados para validação do modelo ADF para o MVE1

Ajuste	Δ (-)	Ω (s^{-1})
$G_0=100.000$ Pa		
1	6,1520	$6,1871 \times 10^8$
	2,6718	$7,9321 \times 10^8$
	6,7806	$3,5800 \times 10^4$
2	8,6968	$6,5339 \times 10^3$
	2,6720	$,0368 \times 10^8$
	6,1560	$3,1737 \times 10^8$
3	8,8107	$4,2393 \times 10^8$
	6,2507	$5,2250 \times 10^3$
	2,7384	$3,9548 \times 10^8$
4	2,6329	$4,2393 \times 10^8$
	8,1382	$5,2250 \times 10^3$
	6,0592	$3,9548 \times 10^8$
5	2,6757	$7,6782 \times 10^8$
	8,8197	$4,7560 \times 10^4$
	6,1614	$1,1299 \times 10^8$

Tabela 25 – Parâmetros usados para validação do modelo ADF para o MVE2

Ajuste	Δ (-)	Ω (s^{-1})
$G_0=100.000$ Pa		
1	7,1967	$1,0315 \times 10^4$
	2,4461	$8,2979 \times 10^8$
	5,2085	$4,4170 \times 10^8$
2	7,2547	$5,5241 \times 10^4$
	5,2025	5,2287
	2,4476	$8,8577 \times 10^8$
3	2,4475	$7,0884 \times 10^7$
	5,2016	$5,2085 \times 10^8$
	5,4889	$1,0711 \times 10^4$
4	5,2030	$1,6390 \times 10^8$
	6,4797	$2,2594 \times 10^4$
	2,4484	$4,7784 \times 10^8$
5	5,2031	3,5639
	8,5400	$5,7255 \times 10^4$
	2,4476	$5,4989 \times 10^8$

Tabela 26 – Parâmetros usados para validação do modelo ADF para o MVE3

Ajuste	Δ (-)	Ω (s^{-1})
$G_0=100.000$ Pa		
1	4,7087	$4,4868 \times 10^4$
	5,8716	1,1580
	4,9582	$1,4089 \times 10^8$
2	6,2166	$3,6124 \times 10^4$
	4,7069	$6,8206 \times 10^8$
	4,9637	$3,3076 \times 10^8$
3	6,4808	$1,7202 \times 10^4$
	4,7014	$8,9283 \times 10^8$
	4,9742	$4,6138 \times 10^8$
4	8,7405	$1,3577 \times 10^5$
	4,9626	1,1829
	4,7077	$6,4498 \times 10^8$
5	8,7594	$5,8208 \times 10^4$
	4,9660	2,2348
	4,7039	$6,3940 \times 10^7$

Tabela 27 – Parâmetros usados para validação do modelo DF para o MVE1

Ajuste	τ (s)	α (-)
$G_0=1.000$ Pa		
$G_\infty=60.000.000$ Pa		
1	$2,6718 \times 10^{-20}$	$1,1520 \times 10^{-1}$
2	$2,7384 \times 10^{-20}$	$1,0197 \times 10^{-1}$
3	$2,6329 \times 10^{-20}$	$1,2393 \times 10^{-1}$
4	$2,6757 \times 10^{-20}$	$1,1299 \times 10^{-1}$
5	$2,6718 \times 10^{-20}$	$1,5800 \times 10^{-1}$

Tabela 28 – Parâmetros usados para validação do modelo DF para o MVE2

Ajuste	τ (s)	α (-)
$G_0=1.000$ Pa		
$G_\infty=60.000.000$ Pa		
1	$2,446 \times 10^{-20}$	$1,2085 \times 10^{-1}$
2	$2,4476 \times 10^{-20}$	$1,2041 \times 10^{-1}$
3	$2,4475 \times 10^{-20}$	$1,0711 \times 10^{-1}$
4	$2,4484 \times 10^{-20}$	$1,039 \times 10^{-1}$
5	$2,4476 \times 10^{-20}$	$1,07255 \times 10^{-1}$

Tabela 29 – Parâmetros usados para validação do modelo DF para o MVE3

Ajuste	τ (s)	α (-)
$G_0=1.000$ Pa		
$G_\infty=60.000.000$ Pa		
1	$2,7087 \times 10^{-20}$	$1,1580 \times 10^{-1}$
2	$2,6637 \times 10^{-20}$	$1,3076 \times 10^{-1}$
3	$2,808 \times 10^{-20}$	$1,202 \times 10^{-1}$
4	$2,4498 \times 10^{-20}$	$1,182 \times 10^{-1}$
5	$2,7039 \times 10^{-20}$	$1,2348 \times 10^{-1}$