



UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO
MATEMÁTICA
MESTRADO PROFISSIONAL EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

ENSINO DE PERSPECTIVA A PARTIR DO OLHAR MATEMÁTICO: um estudo de caso baseado na Igreja de São Francisco em Ouro Preto

EDSON JÚNIO DOS SANTOS

Juiz de Fora (MG)

2018

EDSON JÚNIO DOS SANTOS

**ENSINO DE PERSPECTIVA A PARTIR DO OLHAR MATEMÁTICO: um estudo de
caso baseado na Igreja de São Francisco em Ouro Preto**

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Educação Matemática, da Universidade Federal de Juiz de Fora, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Educação Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Eduardo Barrére

UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS
Pós-Graduação em Educação Matemática
Mestrado Profissional em Educação Matemática
Juiz de Fora (MG) - 2018.

Ficha catalográfica elaborada através do programa de geração automática da Biblioteca Universitária da UFJF, com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

Santos, Edson Júnio.

ENSINO DE PERSPECTIVA A PARTIR DO OLHAR
MATEMÁTICO : um estudo de caso baseado na Igreja de São Francisco em Ouro Preto / Edson Júnio Santos. -- 2018.
152 p.

Orientador: Eduardo Barrére
Dissertação (mestrado acadêmico) - Universidade Federal de Juiz de Fora, Instituto de Ciências Exatas. Programa de Pós Graduação em Educação Matemática, 2018.

1. Educação Matemática. 2. Tecnologia. 3. Ensino de Perspectiva. 4. Artes. 5. Aplicativo. I. Barrére, Eduardo, orient. II. Título.

EDSON JÚNIO DOS SANTOS

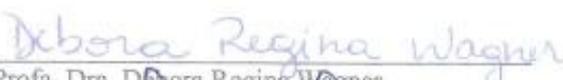
ENSINO DE PERSPECTIVA A PARTIR DO OLHAR MATEMÁTICO: um estudo de caso baseado na Igreja de São Francisco em Ouro Preto

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Educação Matemática, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Educação Matemática.

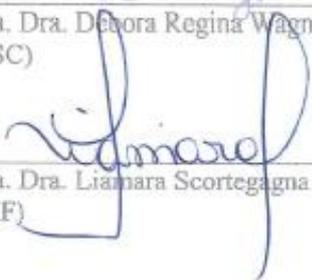
Comissão Examinadora



Prof. Dr. Eduardo Barrére
(UFJF)



Profa. Dra. Debora Regina Wagner
(UFSC)



Profa. Dra. Lianara Scortegagna
(UFJF)

Juiz de Fora (MG), 2018.

DEDICATÓRIA

**"Não são as respostas que movem o mundo, são as perguntas".
(Albert Einstein)**

Aos meus pais pelo apoio incondicional.

Aos Profs. Drs. José Maurício da Silva, Milton Rosa, Daniel Orey Clark e Magno Moraes Mello pela generosidade e gratuidade em colaborar com a pesquisa.

Aos professores deste país que desejam "pensar fora da caixa."

AGRADECIMENTOS

“Aqueles que passam por nós não vão sós, não nos deixam sós. Deixam um pouco de si, levam um pouco de nós.” (S. Exupéry)

Devo agradecimentos imensos e verdadeiros a muitas pessoas que direta ou indiretamente contribuíram para realização deste trabalho:

Ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Federal de Juiz de Fora pelo apoio à publicação desta dissertação.

Ao meu orientador Prof. Dr. Eduardo Barrére que com suas importantes contribuições e confiança, conduziu esta pesquisa.

À banca examinadora, Prof. Dr.^a Liamara Scortegagna, Prof. Dr.^a Débora Regina Wagner e Prof. Dr.^a Cláudia Regina Flores, agradeço a disponibilidade, atenção e carinho com que acolheram o convite para fazer uma experiência junto ao meu trabalho.

Ao Prof. Dr. José Maurício, agradeço pelos estímulos constantes, leituras criteriosas e amizade valiosa que a vida concedeu. “Só se vê bem com o coração. O essencial é invisível aos olhos”... (S. Exupéry).

Aos professores da Pós-graduação em Educação Matemática Profs.: Dr. Marco Antonio Escher, Dra. Maria Cristina Araújo de Oliveira, Dr. Reginaldo e Dr. Adlai Ralph Detoni pelos ensinamentos. Especialmente ao Dr. Amarildo Melchiades da Silva por sua receptividade aos mestrandos e confiança em receber vários docentes na residência de sua mãe (Dona Dagmar) que muito bem nos acolheu.

Aos amigos e Profs. Dr. Milton Rosa e Dr. Daniel Orey Clark, cujo convívio, interlocução e colaboração permanentes fizeram prosseguir na pesquisa e amar a Etnomatemática de Ouro Preto.

Aos amigos da Pós-Graduação, Adrielle, Alex, Amanda, Camila, Débora, Fausto, Edjane-@JanLanches, Tamara, Cristina Dacol, Cristiane, Lilian, Nicolly, Orlando e Roberta, minha gratidão pela receptividade e o prazer de conhecê-los nessa árdua caminhada que se tornou mais leve nas aulas, nos cafés, nas saídas e orientações para transitar em Juiz de Fora.

Às amigas Nicolly, Lilian, Cristina, Edjane, Cristiane por fazer das noites em Juiz de Fora e nas reuniões na casa da Edjane um espaço que deixa saudades.

Ao Prof. Dr. Magno Moraes Mello, pela oportunidade e generosidade de participar de disciplinas, na Faculdade de Filosofia e Ciências Humanas da Universidade Federal de Minas Gerais e com sua vasta literatura em tetos em perspectiva.

Aos amigos da disciplina do professor que me receberam tão bem na FAFICH e nas visitas guiadas às cidades mineiras.

Ao Prof. Dr. Maurício José Laguardia Campomori, Diretor da Escola de Arquitetura da UFMG, por apontar os caminhos e a possibilidades técnicas a este estudo.

À Maria Inêz Machado por seu profissionalismo em revisar este trabalho com total dedicação e importantes modificações estruturais.

Ao Guilherme Barbosa, acadêmico em Ciência da Computação da Universidade Federal de Juiz de Fora que junto ao meu orientador elaboraram toda a dinâmica do aplicativo descrito neste trabalho.

Ao designer gráfico Leopoldo Bueno pelo talento e sensibilidade em projetar telas que enriqueceram este aplicativo.

Às Escolas de Juiz de Fora e Contagem que me acolheram para a experiência e aos alunos que participaram das atividades.

Ao professor coordenador do museu Aleijadinho, Prof. Herinaldo Oliveira Alves.

RESUMO

A comunidade científica tem ampliado consideravelmente pesquisas em que se discute a importância da tecnologia no ensino da matemática, algo visível em práticas inovadoras na contemporaneidade conhecidas como *móBILE learning*. Neste sentido, a presente dissertação intitulada, Ensino de perspectiva a partir do olhar matemático, por meio de estudo de caso, se propôs pensar a relação arte e matemática. Tomando como campo de estudo, a Igreja de São Francisco em Ouro Preto, Minas Gerais, fez-se um recorte conceitual, elegendo conteúdos relacionados à perspectiva focando o teto da igreja. Instigados pela beleza pensou-se em possibilidades pedagógicas que auxiliassem os estudantes para que, ao olharem para uma obra de arte, não vissem apenas pintura, mas detectassem a matemática nas formas e lessem a pintura matematicamente. Como educador matemático, desafiado pela demanda em sala de aula, propomos pensar alternativas em que se pudessem conjugar, ensino da matemática e artes, mediado pela tecnologia, visando transformar a escola em espaço prazeroso de aprendizado. Neste sentido, traçou como objetivo combinar as Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC) visando despertar o interesse dos estudantes para as obras de arte sob o viés matemático. O intuito é problematizar o olhar conjugando com elementos da geometria plana e espacial. Como proposta do estudo, desenvolveu-se um aplicativo com a colaboração do (pesquisador, orientador e um programador) cujo objetivo foi pensar o ensino da matemática de forma prazerosa e auxiliar os professores oferecendo-lhes recursos pedagógicos que ajudem os estudantes a lerem as obras de arte sob o olhar da matemática. Como resultado, foram apresentados dois produtos pedagógicos: o aplicativo propriamente dito e as atividades de campos desenvolvidas com estudantes. Testado e avaliado o aplicativo com docentes, verificou-se quais são as contribuições e a potencialidade do aplicativo mARTEmática ao apresentar atividades de geometria em um ambiente em que a tecnologia é grande aliada que possibilita recriar possibilidades pedagógicas no ensino da matemática de forma criativa, inovadora, evitando, portanto, a fragmentação da construção do saber. A avaliação da ferramenta feita pelos professores foi fundamental para o aperfeiçoamento e conhecer as demandas deste público ao trabalhar com uma solução que envolve arte, matemática e tecnologia.

Palavras-chave: Matemática. Tecnologia. Perspectiva. Artes. Aplicativo.

ABSTRACT

The scientific community has considerably expanded research revolving around the importance of technology in mathematics teaching, something highly visible in today's innovative practices known as mobile learning. Therefore, this dissertation, titled Teaching perspective from a mathematical view, by means of a case study, intends to think the relationship between art and mathematics. Taking as its object of study the São Francisco de Assis Church in Ouro Preto, Minas Gerais, a conceptual framework was created by choosing perspective-related contents which were studied while focusing on the roof of the church. Instigated by its beauty, we have considered pedagogical possibilities which can help students to develop the way they look at a work of art, so they will see beyond the paints, detecting math in the forms and reading the picture mathematically. As a mathematics educator, challenged by classroom demands, we have proposed to think alternatives that could conjugate mathematics teaching and arts, mediated by technology, aiming at transforming the school into a pleasurable space for learning. Thus, he targeted towards combining Information and Communication Technologies (ICT) aiming to awaken the student's interest to see the works of art under the mathematical bias. The idea is to problematize the way they look, conjugating elements of plane and spatial geometry. As a study proposal, an application was developed by researcher, supervisor, and a programmer whose aim of which was to reflect on mathematics teaching in a pleasurable way and help teachers offering them pedagogical resources that help students in order to read the work of arts under look mathematical. As a result, we present two pedagogical products: the application itself and activities of field that were developed with students. The application was tested and evaluated by mathematics teachers, and it is possible to verify the possibility of the mARTmatica app to present activities of geometry in environment in which the technology is a great ally that allows to recreate pedagogical possibilities while teaching mathematics creatively, innovatively and, therefore, avoiding fragmentation of the construction of knowledge. The evaluation of the tool made by the teachers was fundamental for improvement and to know the demands came from this public when they work to solve questions involving art, mathematics and technology.

Keywords: Mathematics. Technology. Perspective. Arts. Application.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1	Exemplo de ilusão de óptica.....	31
Figura 2	Paleta do Rei egípcio Narmer.....	34
Figura 3	Versão da portinhola de Salvador Munóz, 1642.....	36
Figura 4	Vista geral do objeto no perspectógrafo didático.....	37
Figura 5	Construção da primeira quadrícula.....	38
Figura 6	Experimento geométrico de Brunelleschi.....	38
Figura 7	Processo elementar de localização das diagonais de uma quadrícula.....	39
Figura 8	Observador e a superfície transparente.....	40
Figura 9	Albrescht Durer – representação de um instrumento musical em Perspectiva.....	40
Figura 10	Diferença entre perspectivas central e cônica.....	42
Figura 11	Família das perspectivas - os oito tipos de perspectiva.....	43
Figura 12	Ponto de fuga e linha do horizonte.....	44
Figura 13	Linha do horizonte.....	45
Figura 14	Plano geometral.....	46
Figura 15	Exemplo de representação do plano geometral.....	46
Figura 16	Representação do processo de observação.....	48
Figura 17	Perspectiva com dois pontos de fuga: perspectiva oblíqua.....	49
Figura 18	Perspectiva vista de cima ou de baixo.....	50
Figura 19	Perspectivas: vista de cima, paralela e oblíqua.....	50
Figura 20	Determinação técnica dos pontos(s) de fuga respectivamente nas perspectivas oblíqua e paralela.....	51
Figura 21	Perspectiva paralela de um cubo.....	52
Figura 22	Representação perspectiva cavaleira.....	54
Figura 23	Composição do interior de uma casa e os vários pontos de fuga.....	54
Figura 24	Representação da geometria cavaleira.....	55
Figura 25	A Ceia de Athaide - Colégio do Caraça.....	59
Figura 26	Planta e elevações da Capela de São Francisco de Assis.....	66
Figura 27	Posição estabelecida pelos arquitetos ao observarem as torres.....	66

Figura 28	Andrea Pozzo, Roma Convento da casa professa de Gesù, corredor de Santo Inácio	69
Figura 29	Pintura no forro da nave	70
Figura 30	Efeitos da anamorfose nos olhos dos anjos na Igreja de São Francisco	71
Figura 31	Desenho de António Oriol Trindade assistido por computador utilizando o software Autosketch9	72
Figura 32	Representação dos quatro pontos de observação	73
Figura 33	Quatro pontos de fuga	74
Figura 34	Manoel da Costa Athaíde: estudo identificando apenas a quadratura	76
Figura 35	Estudo perspético da pintura do teto da Sala Clementina no Vaticano.....	76
Figura 36	<i>Tecniche di trasposizione del disegno nei dipinti mutali</i> (Técnicas de transposição do desenho nas pinturas mutais)	78
Figura 37	Máquina de desenho de Dürer	84
Figura 38	Aplicação de elementos geométricos em superfícies curvas	85
Figura 39	Reconstituição da possível aplicação do método dos fios esticados ou <i>fili tesi</i>	86
Figura 40	Projeção da grelha na superfície curva	87
Figura 41	Transposição e a projeção da mesma na superfície curva.....	89
Figura 42	Proporcionalidade da pintura em relação ao ângulo visual	90
Figura 43	Simulação das sancas.....	91
Figura 44	Representação axonométrica.....	92
Figura 45	Pontos de fuga	94
Figura 46	Representação axonométrica isométrica - Igreja do Menino Deus	94
Figura 47	Desenho exemplificativo de uma corda, colocada sobre a sanca.....	95
Figura 48	Esquema para a medição das alturas de colunas que se pretendem desenhar.....	96
Figura 49	Cálculo para a marcação do eixo de uma pilastra na superfície curva do teto.....	97

Figura 50	Tela dos eixos temáticos	101
Figura 51	Exemplo do bloco de atividades percepção	105
Figura 52	Exemplo do bloco de atividades simetria.....	107
Figura 53	Exemplo do bloco de atividades perspectiva	108
Figura 54	Exemplo do bloco de atividades geometria plana e espacial	109
Figura 55	Exemplo do bloco de atividades Igreja de São Francisco de Assis	110
Figura 56	A perspectiva na internet	124
Figura 57	Apresentação da perspectiva nos colégios	125
Figura 58	Produção dos alunos nos colégios	126

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1	Uso do aplicativo pelos professores	113
Gráfico 2	Utilização de instrumento tecnológico em aulas teóricas	114
Gráfico 3	Importância do bloco de tarefas no ensino da geometria plana e espacial.....	118

LISTA DE QUADROS

Quadro 1	Habilidades operatórias nas atividades para o aplicativo	104
----------	--	-----

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	15
2	REVISÃO DA LITERATURA.....	21
2.1	Perspectiva: contexto histórico	21
2.2	Igreja de São Francisco: um olhar matemático.....	24
2.3	A importância da história da matemática em sala de aula.....	28
2.4	Um diálogo entre a matemática e artes	30
2.5	A representação técnica da perspectiva no mundo das artes: um recorte das técnicas.....	32
2.6	A perspectiva no universo dos artistas	33
2.7	Noções básicas de perspectiva: considerações históricas	35
2.8	Classificações das perspectivas	42
2.9	Plano geometral ou plano da terra.....	46
2.10	Pontos de observação ou ponto de vista	47
2.11	A perspectiva paralela x perspectiva oblíqua.....	48
2.12	Perspectiva vista de cima ou de baixo.....	49
2.13	Conclusões parciais.....	56
2.14	Manoel da Costa Athaíde	56
2.14.1	Influências na formação de Mestre Athaíde.....	59
2.15	Igreja de São Francisco de Assis: um caminhar pela arquitetura religiosa do engano	65
2.16	Interfaces entre Matemática e artes: lendo matematicamente a igreja de São Francisco	67
2.17	Influência de Andrea Pozzo na obra athaidiana	78
2.18	Conclusões parciais.....	80
2.19	Matemática e arte: uma conexão possível.....	80
2.20	Técnicas matemáticas em função da construção da arte	83
2.20.1	A grelha	84
2.20.2	Fios esticados.....	86
2.20.3	O recurso da lanterna mágica.....	87
2.20.4	O sistema polifical: paridades entre Brasil e Portugal.....	92
2.20.5	Método do cálculo com cordas (cérceas)	95

2.21	Conclusões parciais.....	98
3	METODOLOGIA: PERCURSOS DE CONSTRUÇÃO	100
3.1	O protótipo gamificado – mARTEmática.....	101
3.2	Sobre a estrutura hierárquica das atividades.....	102
3.3	Apresentação do desenvolvimento atividades.....	105
3.3.1	Percepção.....	105
3.3.2	Simetria.....	106
3.3.3	Perspectiva	107
3.4	Geometria plana e espacial	108
3.5	Igreja de São Francisco de Assis	109
3.6	Pesquisa propriamente dita: prova de conceitos	110
3.7	Procedimentos para a coleta de dados.....	111
3.8	Aspectos éticos.....	112
4	ANÁLISE DOS DADOS	113
5	ATIVIDADES NAS ESCOLAS: O PERCURSO TRILHADO PARA O DESENVOLVIMENTO DO APLICATIVO “MARTEMÁTICA” E A METODOLOGIA DESTE ESTUDO	121
5.1	Procedimentos da atividade de campo	122
5.2	Atividade de campo em Juiz de Fora – MG	123
5.3	Atividade de campo em Contagem – MG	124
6	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	128
	REFERÊNCIAS	134
	APÊNDICE A - QUESTIONÁRIO SOBRE O APLICATIVO APLICADO AOS PROFESSORES.....	141
	APÊNDICE B - QUESTIONÁRIO SOBRE CONTEÚDO MATEMÁTICO APLICADO AOS PROFESSORES	142
	APÊNDICE C - TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO PARA OS ESTUDANTES	143
	APÊNDICE D - ATIVIDADES DO REGISTRO DOCUMENTAL COM OS ALUNOS	145

APÊNDICE E - ATIVIDADES DO REGISTRO DOCUMENTAL.....	146
APÊNDICE F - TERMO DE AUTORIZAÇÃO DE USO DE IMAGEM E DEPOIMENTOS	147
APÊNDICE G - QUESTIONÁRIO	148
ANEXO A - TERMO DE AUTORIZAÇÃO DAS ESCOLAS.....	149

1 INTRODUÇÃO

O ensino da perspectiva a partir do olhar matemático: estudo de caso, título desta dissertação, é resultante de inquietações do pesquisador em entender como um determinado conceito pode estar vinculado a diferentes áreas do saber. Tocado por experiências pessoais busca-se entender a relação do olhar e do objeto olhado. Essa experiência é significativa para o pesquisador, pois fala de cenas infantis vivenciadas quando de suas visitas a museus e exposições.

A temática proposta põe o educador em contato com diversas áreas do conhecimento: história, matemática, ciências, história da arte, arquitetura e filosofia. Recorro ao livro “As Crônicas de Nárnia: O Leão, a Feiticeira e o Guarda-roupa”, mais especificamente à cena da personagem Lúcia diante do guarda roupa (LEWIS, 2009, p.105), para expressar minha angústia. Ao abrir a porta me deparei com um mundo desconhecido. Em um território recheado de novidades, a princípio assustador e incompreensível, encontrei uma luz no fim do túnel. E na penumbra, visualizei homens e mulheres os quais me apresentaram este universo. Propusemos entrar neste universo da arte a partir da matemática. E faremos com o auxílio de saberes de diferentes áreas do conhecimento, tais como: tecnológicos, históricos, arquitetônicos, filosóficos e artísticos. Efetuaremos um recorte conceitual visando um diálogo possível acerca do objeto de pesquisa.

Questionando a transferência do pesquisador acerca do tema deparei-me com a memória de visitas aos monumentos históricos de Ouro Preto, desde a infância. A mais remota emoção ou sentimento ao ver as obras de Aleijadinho e Athaíde foi de medo! Medo ao perceber que as imagens acompanham-me com o seu olhar dependendo da posição em que eu estivesse. Isto porque as obras utilizam a técnica de ilusão de ótica que fascina seus visitantes. Imagens estáticas que pareciam seguir com o olhar o observador. Obras e pinturas executadas com tamanha maestria que pareciam reais.

O Barroco vislumbra e desperta sensações, emoções no observador atento. Imagens e esculturas com seus olhares vigilantes eram apreciadas e sentidas como assustadoras aos meus olhos. Um fenômeno cercado de ilusão e mágica. Por qual motivo os anjos mexem os olhos? Foi de uma vivência e uma

pergunta infantil que nasceu o projeto desta pesquisa seguindo a máxima Freudiana de que as crianças são verdadeiras pesquisadoras.

A inspiração para a escrita deste estudo nasceu de leituras e curiosidades e, sobretudo, do texto de Milton Rosa e Daniel Clark Orey (2014) intitulado *The Streets of Ouro Preto* em que discutem sobre a importância do resgate dos conhecimentos matemáticos utilizados pelos membros de grupos culturais distintos da cidade de Ouro Preto, no Estado de Minas Gerais. No texto os autores discutem acerca da informalidade na utilização da matemática na vida diária. Dessa maneira, descobri que apesar de não haver originalidade em minha observação, esse era um caminho de pesquisa a ser seguido em minhas inquirições. Apropriei-me da ideia defendida por esses autores no intuito de ler os monumentos históricos sob o olhar matemático.

O principal objetivo do trabalho é combinar as tecnologias de informação e comunicação (TIC) com a experiência vivenciada com alunos pós-graduação ao utilizarem o aplicativo mARTEmática e como a matemática está presente no universo das obras de arte. Propõe-se um estudo que busca ampliar o olhar dos estudantes e professores para oferecer-lhes elementos que os auxiliem em suas visitas a essas cidades históricas, tendo como estudo de caso a igreja de São Francisco de Assis na cidade histórica de Ouro Preto em Minas Gerais.

Para realizar este propósito a pesquisa foi dividida em quatro capítulos. No capítulo 1, introdução, foi abordada a motivação para a pesquisa e a perspectiva como tema central do estudo. No capítulo 2, revisão da literatura, foram estudados alguns elementos históricos que auxiliou na compreensão do estudo da perspectiva proposto nesta pesquisa. Pontua-se como significativo neste contexto histórico a compreensão de ciência que se desenvolveu de forma não fragmentada, ou seja, construindo conceitos em conexão com várias áreas do saber. No presente caso, conjugando artes, geometria, história e arquitetura.

A discussão do tema da perspectiva foi estudada sob o ponto de vista conceitual, histórico e classificatório. Definiu-se perspectiva como a representação de figuras tridimensionais no plano do quadro e no ponto de vista histórico foram apresentados alguns dados que permitiram entender o desenvolvimento do conceito de perspectiva desde a Grécia antiga passando pelo Renascimento até se chegar à

Igreja de São Francisco no século XIX. Em relação à classificação foram estudadas as principais nomenclaturas analisadas em recortes de diferentes obras de artes desde o Renascimento. Do ponto de vista didático julgou-se necessário este procedimento metodológico, pois vai introduzindo ao leitor leigo conceitos técnicos do mundo da matemática.

No decorrer da pesquisa o Mestre Athaíde¹ conduziu o estudo, na compreensão e na discussão da perspectiva a partir da análise do teto da Igreja de São Francisco de Assis em Ouro Preto. Esta escolha se deu pela ligação deste pintor mineiro com o mundo das artes, sendo o responsável por quebrar paradigmas combinando conhecimentos relacionados à matemática, arquitetura, pintura, cartografia e religião. Matematicamente falando, acreditou-se ser um procedimento didático que facilita a leitura e o aprendizado do conceito de perspectiva aplicado à matemática. E finalmente, foram discutidos técnicas e métodos, em que o conceito de perspectiva é aplicado na confecção dos tetos das igrejas na Europa e provavelmente no Brasil.

O terceiro capítulo descreve a questão metodológica. Nesta pesquisa optou-se pela abordagem qualitativa. A pesquisa qualitativa, segundo Bogdan e Biklen (1994), descreve o contato direto do pesquisador com o fenômeno investigado, dando ênfase ao processo e não ao resultado do produto investigado. Apresentamos aos professores pesquisados da pós-graduação em Educação Matemática o aplicativo “mARTEmática” onde se problematizou a questão do olhar para a arte e geometria.

A escolha destes instrumentos de coleta de dados buscou auxiliar o pesquisador na obtenção da resposta que norteou este estudo: **“Quais recursos pedagógicos podemos oferecer aos professores e alunos para que leiam as obras de artes sob o olhar da matemática?”**.

Analisando as respostas dos questionários dos professores pesquisados percebeu-se a relevância do aplicativo no estudo de geometria espacial e plana, bem como a receptividade do aplicativo. Ao mesmo tempo foram acatadas sugestões que visavam melhorias ao aplicativo “mARTEmática”.

¹ Foi um importante artista do Barroco-Rococó mineiro e teve uma grande influência sobre os pintores da sua região através de numerosos alunos e seguidores, os quais, até a metade do século XIX, continuaram a fazer uso de seu método de composição, particularmente em trabalhos de perspectiva no teto de igrejas mineiras.

Além do produto educacional, o aplicativo mARTEmática, que é um produto educativo, foi elaborado a experiência com os estudantes utilizando o telefone celular nas escolas e o de fotos em perspectiva.

No quarto capítulo são apresentadas duas experiências, “casos”, em que foi possível aplicar o conceito de perspectiva a partir da arte de fotografar. Após aula expositiva trabalhando conceitualmente perspectiva, ponto de fuga, linha do horizonte, representação da ilusão e engano nas fotografias, os estudantes foram convidados a aplicar os conteúdos apreendidos no espaço extraclasse, fotografando espontaneamente com seus celulares, eventos que foram analisados pelo pesquisador e estudantes.

Em considerações finais apresenta-se o aprendizado proveniente do presente estudo, bem como os desafios que foram apresentados no decorrer da pesquisa. E com certeza as questões suscitadas que moverão estudos futuros.

Além do que já foi apresentado é importante pontuar a particularidade do presente estudo ao se fazer uma interlocução entre matemática e informática. Desta forma, procurou-se responder aos desafios da educação na contemporaneidade ao trazer para a sala de aula o uso das TIC utilizando os meios tecnológicos altamente conhecidos pela geração digital. Acredita-se que esta metodologia possa despertar nos estudantes o gosto pelo estudo da matemática via TIC e ao mesmo tempo exorcizar a assombração que a mesma representa na cultura brasileira.

A leitura do acervo histórico em Ouro Preto foi a partir das pinturas em perspectiva² dos tetos projetados em quadratura³ do renomado Mestre Athaide, especificamente a Igreja da São Francisco de Assis que possibilita estudantes e professores a conhecerem como os mestres das artes no século XIX aplicaram as técnicas da perspectiva em solo mineiro.

O desafio consiste em apresentar um possível instrumento de leitura aos estudantes, ou seja, uma lente capaz de oferecer a quem interessar não apenas

² A perspectiva, enquanto técnica da representação do espaço tridimensional no plano dimensional é o suporte tanto da representação quanto da epistemologia de um modo específico do olhar (FLORES, 2003, p.25).

³ Quadratura é o tipo de decoração ilusionista em que elementos arquitetônicos são pintados sobre paredes e/ou forros, dando a impressão de prolongar a arquitetura efetiva de uma sala em direção a um espaço imaginário. Apesar de usualmente chamada de *trompe-l'oeil*, suas características são diferentes. *Trompe-l'oeil* (literalmente “engana o olho”) é o termo aplicado a uma pintura (ou detalhe de uma imagem) feita com o intuito de levar o observador a pensar que está diante de um objeto real, e não de uma representação bidimensional deste (CHILVERS, 2001).

vislumbrar-se, mas ter noções interpretativas do que se vê com olhar da matemática. Este estudo busca utilizar o conhecimento da matemática para que possa interagir e compreender algumas técnicas utilizadas nestes cenários.

As inquietações conduziram o pesquisador a buscar novas práticas como educador. Entretanto, a visualização é algo complexo e por vezes a ingenuidade não permitia enxergar a complexidade de querer melhorias na forma de enxergar de cada estudante, pois “todo ponto de vista é vista de um ponto. [...] A cabeça pensa a partir de onde os pés pisam” (BOFF, 2017, p.2).

O fio condutor desta dissertação será o conceito de perspectiva. A História da Matemática serve como apoio elucidativo na explicação de conceitos matemáticos. Para tanto, buscou-se fontes que formalizam a teoria sob o viés principalmente matemático, bem como aplicações no campo artístico. Dois campos do saber que entrelaçam para criar ilusões e enganos tridimensionais.

Escolheu-se o percurso histórico para chegar à cidade de Ouro Preto e apresentar as obras de Athaíde. Iniciou-se o percurso com a história da perspectiva que tem como cenário a Europa até alcançar terras brasileiras. Para esta narrativa foi utilizada a igreja São Francisco de Assis de Ouro Preto. A igreja de São Francisco quanto à sua disposição arquitetônica e histórica, serve como ponto de partida para o estudo do percurso da perspectiva e bem como entender como a técnica alcança diversos saberes.

Mestre Athaíde ao lado de Aleijadinho foi um artista mineiro responsável da construção do teto da Igreja de São Francisco de Assis. Seu trabalho possibilita não só apresentar a arte, mas o saber matemático aplicado no século XIX em terras brasileiras. Descrever este universo da perspectiva e de seus artistas é revelar ao leitor o caráter prático da matemática e quais foram desafios encontrados pelos artistas até na busca da perfeição, persistência e talento.

Na presente pesquisa são apresentadas sugestões de algumas atividades do universo da perspectiva. Em tempos de grandes apelos visuais, a imagem é um recurso amplamente utilizado por nossos estudantes e que podemos direcionar a produção destes trabalhos aplicando o conhecimento da perspectiva em suas produções.

O aplicativo mARTEmática foi elaborado pelo departamento de computação da Universidade Federal de Juiz de Fora. O aplicativo foi desenvolvido pelo acadêmico Guilherme Barbosa e supervisionado pelo orientador Dr. Eduardo Barrére. As atividades foram desenvolvidas pelo pesquisador sob a supervisão do orientador desta pesquisa. O aplicativo pode ser utilizado em telefones celulares e computadores. O objetivo deste recurso é apresentar conceitos básicos da perspectiva aos estudantes. Tal produção possibilita reflexões quanto aos conceitos e troca de conhecimento quanto ao uso das técnicas.

As atividades realizadas com estudantes podem ser adaptadas para outros cenários quanto ao uso dos conceitos de: ponto de fuga, linha do horizonte e tipos de perspectiva existentes. Transformar o que é grande em pequeno e vice-versa é o percurso quase natural nas fotos que se tira em telefones, mas que no campo da pintura foi objeto de estudo e grande entrave nos primórdios de sua elaboração.

Provocar os sentidos seja por fotografias ou pinturas, é possível que o estudante dimensione de forma prática, como a Matemática é vivenciada no cotidiano e como as artes tiram proveito desta técnica.

2 REVISÃO DA LITERATURA

2.1 Perspectiva: contexto histórico

Neste capítulo apresentamos alguns elementos históricos e conceituais para que possamos entender como o conceito de perspectiva foi desenvolvido dentro de uma concepção de conhecimento em que dialogam várias áreas do saber, ou seja, arte, matemática e arquitetura.

Ao visitar monumentos históricos de Ouro Preto a primeira coisa que temos em mente são as obras de artes. O visitante se depara com situações que envolvem a literatura, a história e a geografia local. Se perguntarmos ao turista algo acerca da matemática nestes acervos, provavelmente nos olhará estranhamente, pois não foi educado para ler uma obra de arte sob esta perspectiva. Tal concepção é restrita a um público especializado e capacitado para tal leitura. Neste sentido, esta pesquisa pretende estabelecer um diálogo entre Artes, História e Matemática a partir de estudos dos monumentos históricos de Ouro Preto.

Em primeiro lugar não temos a pretensão de analisar as obras de arte como um crítico, até mesmo porque minha formação caminha em outra direção. Meu olhar será de um educador matemático. Ciente da vasta literatura presente na área foi dialogado com referenciais teóricos tais como Barrére (2014), Mello (2013), D'Ambrósio (1996), Catalano (2004), Saito (2013) e Flores (2003).

Baseando-se em algumas proposições de Flores (2010, p. 291-292) penso que é possível “formar um público capaz de ir além do que se vê”; e não meros apreciadores. Neste sentido, me sensibilizo com Papa Gregório Magno (Epístola. 109. Livro 07 quando diz: "As imagens são os livros dos iletrados". É uma frase de impacto e ao mesmo tempo provocadora que acompanhou o pesquisador durante as leituras dos referenciais acerca da problematização do olhar matemático mediado pela apreciação dos monumentos históricos.

Segundo, Bosi (1990) há uma diferença entre o “ver-por-ver” e o “ver-depois-de-olhar” e descrito por Flores (2003).

No primeiro caso, o olho simplesmente vê, recebe aquilo que lhe é dado a ver, o que sugere certa discrição, passividade, docilidade, daquele que vê.

Já, no segundo caso, há um ver que é o resultado de um olhar que, por sua vez, é ativo, investigador, indagador, transformador. Neste caso, olhar significa ver mais do que o que lhe é dado a ver. Olhar remete, de imediato, à atividade por parte do sujeito que perscruta, pensa, analisa aquilo que é visto. É, portanto, mediante esta concepção de um ver e de um modo de ver que é ativo - um olhar construído, elaborado, formado, enfim, um modo de olhar [...] (FLORES, 2003, p.33).

Ao falar do observador, busca-se maior autonomia em interpretações geométricas e matemáticas dos interessados por obras de artes. A ideia é possibilitar uma liberdade e capacidade de sair do lugar do mero espectador e passar a ser um fruidor⁴ e ter a oportunidade de conhecer, apreciar e fazer, segundo Barbosa (1994).

Nosso estudo discute, dentre outras questões, a representação das figuras do espaço representadas na superfície (o plano), o espaço da tela, do papel, dos tetos das igrejas em Ouro Preto, ou qualquer outro espaço pensado em perspectiva. Portanto, como estes espaços históricos podem servir de ferramentas para conhecer e aprimorar a visualização na educação matemática no ensino e aprendizagem⁵. Visualizar figuras em perspectiva não é uma tarefa fácil para a maioria dos estudantes como apontam os estudos desenvolvidos por Rommevaux (1997), Pais (1994) como Kaleff (1996), Passos (2000) que constatam que uma das grandes dificuldades dos estudantes em “lidar com as figuras do espaço está na associação da leitura do desenho em perspectiva com o objeto físico, bem como a produção do desenho” (FLORES, 2003, p. 26).

Essa nova postura de quem está presente nos museus ou nos acervos a céu aberto permite uma leitura do saber formal, informal, escrito e verbal. Logo, a célebre frase de Padre Antônio Vieira “A nossa alma rende-se muito mais pelos olhos, do que pelos ouvidos” será também instigar o olhar para uma compreensão matemática do que também se vê.

Iniciamos a pesquisa tentando compreender como a matemática é mediada no campo das artes. Percebi que livros e textos apresentavam este

⁴ [...] não se prestam apenas à contemplação passiva do espectador, como acontece com um quadro pendurado em uma parede. Pelo contrário, foram criadas para serem completadas e estão subordinadas a ideais como os de “informalidade, desordem, casualidade, indeterminação dos resultados”. Neste momento, o papel do público passa a ser muito mais ativo e o espectador passa a ser participante ou fruidor. É ela que, a partir de suas próprias vivências, vai dialogar com obra e tirar dessa relação sua própria experiência (CATALANO, 2005, p. 77).

⁵ Professora Cláudia Regina Flores retrata no seu artigo intitulado Cultura visual, visualidade, visualização matemática: balanço provisório, propostas cautelares, os desdobramentos das pesquisas acerca da visualização no ensino e na aprendizagem (FLORES, 2010, p. 273).

conteúdo de forma fragmentada. Descobrimos neste percurso que o caminho a ser percorrido não seria apenas matemático e que seria necessário ampliar a lente a partir de outros referenciais, ou seja, fomos convocados a fazer conexões com outros saberes como, por exemplo, história, arquitetura, física e religião. Como professores de matemática, ao lecionar as disciplinas de geometria plana e espacial percebem-se as dificuldades dos estudantes em visualizar figuras tridimensionais. Estudantes com desenvoltura para as artes plásticas, mas que algumas vezes apresentaram dificuldades na visualização e desenho de figuras tridimensionais no plano. A leitura do material disponível foi oportuna para esclarecer e se apropriar das dificuldades vivenciadas em sala de aula. Percebeu-se que a dimensão do problema era maior do que a sala de aula.

Nesse contexto, a tese de doutoramento de Flores (2003) foi determinante para a compreensão de um ponto de partida para se pensar, discutir e refletir acerca da problematização do olhar que é peculiar a cada sujeito.

Talvez esta complexidade envolva muitos outros elementos que não estejam, unicamente, ligados às figuras em si, nem à capacidade visual de cada um de nós. Talvez fosse o caso de, antes de tudo, analisarmos o fato de que uma imagem é a representação de um modo de olhar (FLORES, 2003, p. 24).

Abordar conhecimentos embutidos nos monumentos históricos é também nortear a leitura com noções de geometria aos interessados em compreender melhor o que se vê. Pensamos na possibilidade de apresentar, além da historicidade, a técnica da perspectiva propostas nos trabalhos de Flores (2003) e Meneguzzi (2009) que apontam algumas especificidades desta técnica na cidade de Ouro Preto.

Refletir acerca do olhar é uma possibilidade de conhecer como os saberes foram construídos nestes espaços e como foram adaptados no Brasil Colônia e no mundo como afirma Flores (2002):

Tudo nos parece tão natural, que até esquecemos de que o fato de representar no plano os objetos do espaço envolve uma construção do próprio olhar para ver o mundo em sua tridimensionalidade. Assim, tomar a problemática da representação dos objetos do espaço para entender como foi possível o surgimento da técnica da perspectiva significa pensar as dificuldades da visualização e da representação das figuras tridimensionais no próprio contexto histórico, ou seja, em torno do próprio saber, o da técnica da perspectiva. (FLORES, 2003, p. 82).

Tem-se então a singularidade de obras retratadas por seus artistas e múltiplos pontos de vistas dos contempladores das artes. Desta maneira, nos permite conhecer a representação das figuras tridimensionais e como este olhar foi desenvolvido e moldado pela humanidade. Conhecer representações em perspectiva contribui para a prática docente ao reportar estes saberes à sua realidade, sendo possível mesclar artes, história, cultura e porque não matemática! Aprender matemática nestes espaços significa compreender como os artistas interpretaram o conceito de perspectiva e ao mesmo tempo aplicá-la em suas obras, condensando conceitos científicos, artísticos, religiosos e culturais.

Segundo Mello (2014, p. 309), “Somos frutos de uma cultura a qual buscava reproduzir ao máximo a forma de vida portuguesa em todos os aspectos, inclusive da cultura pictórica portuguesa”. Conhecer algumas práticas e técnicas em perspectiva e quais representantes mineiros lançaram mão deste saber será parte do nosso estudo; importante para o leitor leigo acompanhar a apresentação do conceito de perspectiva.

2.2 Igreja de São Francisco: um olhar matemático

As visitas à cidade de Ouro Preto, podemos dizer, de maneira geral, são comumente realizadas em uma perspectiva histórica. Considerada como um importante monumento por historiadores brasileiros, “os estudos são encontrados em um quadro difuso de publicações” (PROENÇA-JUNQUEIRA, 2006, p.2). Dentre estes, merecem destaque, os do campo da perspectiva, bem como os artigos⁶ do Dr. Magno de Moraes Mello, publicados colóquios de História da Arte (MELLO, 2013).

Nesta Dissertação de Mestrado, como já mencionado, foi proposto visitar a Igreja de São Francisco de Assis em Ouro Preto/MG, matematicamente falando, apresentando a matemática pensada e aplicada por artistas e arquitetos. Por décadas a igreja foi considerada espaço sagrado e expressão do sagrado. Suas construções e pinturas são pensadas com o objetivo cativar o fiel.

⁶ <http://somos.ufmg.br/professor/magno-moraes-mello>

Neste sentido, recorreu-se às regras da perspectiva relacionadas com a geometria plana e espacial que são utilizadas por pintores do Renascimento. Tal conhecimento pode ser apresentado no Ensino Fundamental (8º e 9º anos) com excelentes resultados para entender a geometria espacial e plana que são conteúdos ministrados no ensino médio. Em sala de aula uma figura geométrica “escondida” numa pintura famosa revela arranjo visual de números e fórmulas que, associados ao conhecimento histórico da pintura, se desdobra em novas formas de olhar o mundo.

Tais recursos matemáticos também se encontram disponíveis em quadros que utilizam a técnica da perspectiva como uma poderosa fonte de descobertas que auxiliam no desenvolvimento das competências em Matemática. Destaca-se a utilização de números, proporções, simetria, ilusão de óptica, geometria projetiva, perspectiva linear e razão áurea em expressões artísticas de diferentes linguagens. Encontram-se aí um vasto campo de saber e que pode ser utilizado nas aulas de Matemática com o propósito de conectar teoria e aplicação direta da lógica aplicada na tela pelo artista.

A título de exemplo, ao chegar à entrada da igreja já é possível visualizar a simetria⁷ do monumento. Ao se mencionar este conceito, nota-se que este é tratado no campo estético como a harmonia da figura, ou seja, quando dividida em duas partes, possui os dois lados exatamente iguais. O prédio apresenta formas simétricas também nas colunas e janelas. Durante o deslocamento entre o portão de entrada até um ponto específico é projetado intencionalmente um ponto de fuga para que as colunas da igreja desapareçam. Nesta primeira ilusão de ótica apresenta a matemática na arquitetura do espaço que poucos conhecem.

Ao entrar na igreja visualiza-se a pintura do teto da igreja e nota-se que Atháide projeta uma Santa que parece estar sentada, porém sua ligeira distorção rapidamente se recompõe. Atháide se preocupa em projetar imagens que não distorcem facilmente segundo o professor Magno Mello (2013). Por se tratar de um teto abobadado, ou seja, curvo, o artista projeta quatro pontos de fuga, os quais reconfiguram o teto das distorções e tal técnica é conhecida como anamorfismo.

⁷ A simetria é definida como tudo aquilo que pode ser dividido em partes, sendo que ambas as partes devem coincidir perfeitamente quando sobrepostas. A simetria está presente em toda a parte, seja na natureza, nas artes ou na matemática.

Tem-se então, quatro possibilidades de apreciar simultaneamente a figura de Nossa Senhora sem grandes distorções. Efeito de ilusão de ótica que é alcançado com maestria e conhecimento matemático do artista. Anjos que parecem nos seguir em qualquer ponto da igreja, cores vibrantes, janelas simétricas no intuito de projetar naturalmente toda a iluminação do espaço.

Tais elementos matemáticos pensados por Athaíde faz do teto da Igreja de São Francisco, uma atração à parte, tornando a pintura a principal apreciação de ilusão e engano em um teto gigantesco e de difícil implementação. O simples fato de olhar para o céu e apreciar o arrombamento perspéctico demonstra todo o domínio da técnica de tridimensionalidade proposta por Athaíde.

A matemática implementada no espaço é uma jornada que não se esgotará neste trabalho, mas é objeto de desejo na aventura de conhecer como um artista brasileiro absorveu conhecimentos desta técnica em solo mineiro e traduziu em suas pinturas arte e perspectiva. Então se busca, em síntese, reproduzir a trajetória que a arte fez para o desenvolvimento da perspectiva utilizando artistas, arquitetos, matemáticos e um padrão utilizado amplamente no universo de pinturas tridimensionais que nos rodeia.

Nesses espaços em que se é possível dialogar com a história e arte, pontua-se a necessidade de se formar um público que aprenda a matemática de uma forma diferente da organização escolar de currículos e atividades avaliativas. Tem-se então um espaço apropriado de atividades didáticas com interatividade. Aprender matemática nestes espaços possibilita discutir lacunas de conteúdos fragmentados. De forma interativa é possível ampliar o conhecimento matemático e sua área de atuação em outros terrenos da ciência.

Vivendo em um mundo marcadamente tecnológico, em que a maioria dos estudantes tem acesso à tecnologia, percebe-se a importância de traduzir o ensino da matemática utilizando os benefícios trazidos pelas diferentes técnicas como jogos, informações históricas e relacionar as atividades de matemática ao uso da pintura. A presente pesquisa se insere neste contexto. Pretende-se fazer uso de um aplicativo oferecendo jogos que nutrem o desejo em aprender matemática.

Ao pensarmos em discutir história da perspectiva utilizando uma ferramenta tecnológica voltamos nosso olhar para as pinturas e igrejas de Ouro

Preto e suas vastas possibilidades. Entende-se que “frequentadores de museus buscam conhecimento seja nas artes, na História, ciências e tecnologia, portanto o museu é um espaço educativo para visitantes, estudantes e professores” (CARDOSO, 2015, p.2). Como interpretar no mesmo cenário tantas informações culturais à disposição? Mas será de fato, interpretada pelo visitante?

Ouro Preto é o berço do Barroco Mineiro e mundialmente conhecida como patrimônio histórico da humanidade desde 1980. Neste cenário tem-se um acervo a céu aberto das obras de grandes artistas, dentre eles, as do mestre Athaíde e Aleijadinho.

As obras apresentadas nestes espaços passam despercebidas aos olhos de um leigo, ou seja, que desconhece determinados assuntos⁸. A matemática local guarda elementos de uma época de ouro e que envolve o precioso conhecimento dos “negros escravos aliado à diferença cultural europeia a qual se misturou ao cadinho das paixões para produzir mulatos geniais” (MENEZES, 2014: p.24), mas silenciados pelo sistema colonial. Athaíde e Aleijadinho se tornaram expoentes por sua condição favorável neste contexto.

Mestres talentosos e singulares trabalharam juntos no período em que Athaíde elaborava o teto em perspectiva da igreja de São Francisco de Assis em Ouro Preto. O que torna uma obra rara e considerada patrimônio histórico da humanidade desde 1980. Tais artistas são responsáveis por quebrar paradigmas e principalmente por ser um marco no Barroco nacional. As obras de Athaíde são capazes de surpreender na criatividade e beleza do que produziram.

Entre os grandes mestres da tela que floresceram no final do século XVIII em Minas Gerais, legando-nos muitos dos primorosos painéis dos tetos, pinturas murais, retábulos e altares que hoje admiramos em velhas igrejas coloniais mineiras, justo é que se destaque em lugar preferente, pelo talento criador, como pela delicadeza e perfeição dos seus trabalhos, o tão modesto quão esquecido alferes da Milícia de então, Manoel da Costa Athaíde (VASCONCELLOS, 1941, p. 20).

Inspirados pelo saber da Itália, pintores brasileiros e artistas oriundos da Europa elaboram suas atividades artísticas a partir do conceito de perspectiva promovendo inovação nas obras brasileiras com peculiaridades únicas no mundo e

⁸ Disponível: <http://www.laicidade.org/topicos/archives/> e <https://www.meusdicionarios.com.br/leigo>
Acesso em: 02 de novembro 2016.

período colonial, segundo Silva (2012). Athaíde se inspirou nas obras de Andrea Pozzo⁹ e deixa sua marca e nome na história. Um legado assinado nas obras que produziu a serem apreciadas nas cidades de Minas Gerais, tais como: Ouro Preto, Mariana, Ouro Branco, Serra do Caraça e outras. As figuras de Antônio Francisco Lisboa e Manoel da Costa Athaíde, mesmo sem frequentar nenhum círculo acadêmico, filosófico ou europeu, mantêm uma tradição dos mais antigos costumes¹⁰.

2.3 A importância da história da matemática em sala de aula

Propõe-se nesta dissertação, algumas possibilidades de ensinar matemática sob uma visão holística, ou seja, a visão que envolve vários conhecimentos, com o objetivo de apresentarmos Matemática fugindo do ensino mecânico apresentado nas escolas. De acordo com D'Ambrósio (1991, p. 1): “[...] há algo errado com a Matemática que estamos ensinando”. A matemática ainda é um conteúdo estereotipado e eleito como terrível disciplina entre estudantes do ensino básico. Tal mito demonstra seu distanciamento das aplicações na vida real gerando desinteresse e perda de muitos talentos.

Encorajar estudantes a refletir matemática fora do padrão abstrato nas resoluções de problemas do cotidiano pode envolver diferentes áreas do conhecimento. É um estímulo para articular realidade externa e vida dos estudantes nas salas aulas

O que autoriza a discutir o tema inserido num ambiente de várias áreas do conhecimento é a preocupação de vários grupos de estudos em Educação Matemática no Brasil que desde a década de 1990 influenciam melhorias do ensino da Matemática (D'AMBROSIO, 1991). Discursos que ora se divergem e confluenciam, mas se encontram no que tange a preocupação do ensino de Matemática em nosso país.

⁹ Andrea Pozzo era um religioso jesuíta italiano o qual fez grandes pinturas nos tetos das igrejas barrocas, causando a ilusão, para quem olhava de que as paredes e as colunas da igreja continuam no teto, que se abre para o céu, de onde santos e anjos convidam-nos para a santidade. “Sua obra-prima, as perspectivas quiméricas em afrescos da cúpula, a abside e o teto da Igreja Jesuíta de Santo Inácio, em Roma, é uma das mais notáveis criações da Roma Barroca, e guiou por várias gerações o estilo de decoração interna do Barroco em afrescos de tetos por toda a parte da Europa Católica” (SILVA, 2012, p. 21).

¹⁰ TV SESC. Arquiteturas: Igreja de São Francisco de Assis. Disponível em: <<https://www.youtube.com/watch?v=ijP0AQ9O-m8&t=1181s>>. Acesso em: 05 jan. 2017.

Dentre os pontos abordados na dissertação, articula-se a visualidade¹¹ em fontes matemáticas, históricas e arquitetônicas. A visualização¹² de figuras tridimensionais é algo que fascina o homem desde a Antiguidade, mas que a formalização da técnica se deu com maior propriedade no período Renascentista. Elaborar quadros com profundidade tornou-se objeto de desejo e disputas intelectuais entre os artistas.

Neste cenário, inúmeras indagações são feitas, e na busca de respostas, apropriamos da História da Matemática com o objetivo de apresentar mais do que fórmulas e conceitos. Utilizar a História nas aulas de Matemática possibilita ao professor demonstrar que exemplos históricos podem facilitar a compreensão do mundo real e que “a historicidade serve para construir representações que passaram a ter um significado nas práticas pedagógicas dos professores em seus mais diversos contextos e épocas (VALENTE, 2013, p.26)”.

Para que serve buscar elementos históricos da História para falar de Matemática? Serve como um pilar para se criar novas representações e significados para os estudantes e como este saber é exercido na prática do artista, dos arquitetos, dos matemáticos e engenheiros. Dominar a técnica da perspectiva no século XIX está intrinsecamente associado a múltiplos saberes e constantes desafios que eram solicitados pelas igrejas. Tetos planos ou abobadados, eis desafios que nem todos os artistas conseguiam cumprir. A figura de Mestre Athaide torna-se uma unanimidade em solo mineiro.

Recorre-se aos escritos de Valente (2013) para que os professores em Educação Matemática possam construir suas próprias ações didático-pedagógicas em sala de aula no ensino da perspectiva e sua historicidade. O que traz significado para vida dos nossos estudantes não são as fórmulas inseridas na lousa, mas os significados que conseguimos apresentar. Portanto, a perspectiva significa trazer interrogações acerca do que é produzir matemática e arte em dois rios que se unem em um mesmo percurso. É possibilitar ver além do que se vê em números, é criar interesses que extrapolam conteúdos em um quadro negro.

¹¹ A visualidade é “a soma de discursos que informam como nós vemos” (FLORES, 2010, p. 290), as pesquisas passam a entender que nosso olhar não é apenas físico, mas histórico e cultural.

¹² Visualização neste trabalho se refere à “habilidade de representar, transformar, gerar, comunicar, documentar e refletir acerca da informação visual”, (MENEGUZZI, 2009, pág. 18).

2.4 Um diálogo entre a matemática e artes

Muitos artistas e matemáticos buscaram estudar e representar o olhar em perspectiva. Diversos estudiosos e pesquisadores fundamentaram o uso da tridimensionalidade no plano, o que desencadeou “uma série de tratados e maquinários estabelecendo assim uma formatação no modo de olhar na contemporaneidade” (MENEGUZZI, 2009, p. 117).

Na busca pela representação do olhar, erros, acertos e descaminhos marcam essa trajetória. Cientes de que a história é comumente contada na versão de quem detém o poder político e social da época Flores (2003) e Mello (2013) apresentam pontos de vistas dos que foram capazes de dominar a forma de pensar da época.

Desenvolver o olhar passa pelo conhecimento deste percurso, o que sugere encontrar outros caminhos que auxiliem os estudantes a visualizar figuras geométricas por outros meios didáticos. Em seu prefácio do livro *Arquitetura do engano* (2013) afirma que “estudar construções perspécticas é investigar o modo como cada cultura concebeu o desenho, a pintura, a escultura, a cenografia e a arquitetura aplicada às construções ilusionistas” (MELLO, 2013, p.14). Segundo Bkouche (1997) a perspectiva não nasce de um dom divino ou talento próprio, ela acontece em meios às lutas já que poder é saber e a luta está posta.

Pensando que as imagens das artes podem ser “lugares de exercício para o pensamento matemático e que a cultura cria modos específicos do olhar”, Flores (2010, p.291) traz questões importantes acerca da cultura visual e das possibilidades de pensar e articular matemática. Em seu texto a autora apresenta proposições as quais incrementam a pesquisa em educação matemática e que destacamos alguns destes aspectos:

- Relacionar pintura, visualização e matemática, considerando o entendimento de cultura e de história. Isso pode se constituir como um aspecto interessante para criar atividades tanto em sala de aula quanto em formação de professores;
- Compreender as diversas formas de olhar, de praticar a vista, considerando a cultura visual de diversas épocas e grupos sociais. Isso pode conduzir a uma nova compreensão teórica acerca da percepção visual, da representação da imagem e da elaboração e representação de conceitos matemáticos;
- Ler imagens criticamente, percebendo aí formas de dominação, de passividade, rotina, vigilância, relacionando saberes matemáticos na constituição dos sujeitos. Isso pode ajudar a perceber formas de

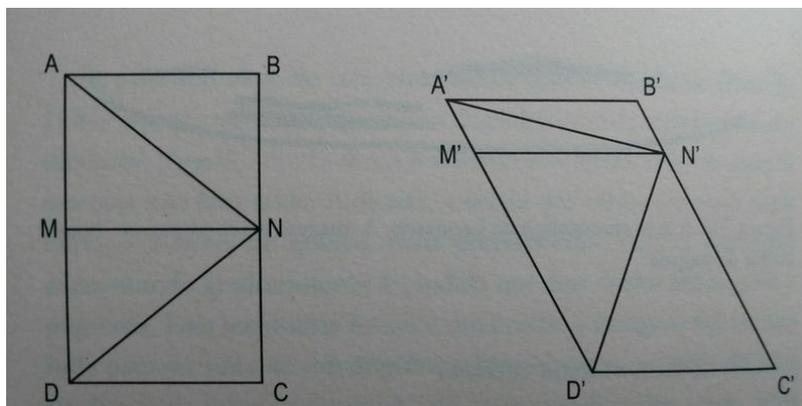
subjetivação, de racionalização, de controle, de estética que induzem formas específicas de olhar.

- Analisar formas de representação do espaço da cidade, da escola, das fortificações militares. Isso permite ver não só os modos diferentes de ver, com suas técnicas de olhar, mas também concepções de espaço e de geometria;
- Analisar o emprego de figuras geométricas na prática do professor, no livro de matemática para o ensino de geometria. Isso possibilita ver a prática e a manutenção de uma forma específica de ver, que tem seu início na invenção da técnica da perspectiva (FLORES, 2010, p. 291-292).

Se o olhar está intrinsecamente ligado à subjetividade humana, pode-se efetivamente dizer que propiciam-se aos estudantes ferramentas adequadas para a problematização do olhar? Como utilizar estes recursos em uma prática pedagógica? Condiciona-se a leitura dos estudantes para uma interpretação que livros didáticos e o saber acadêmico pré-determinam. Sendo assim, Flores (2010, p.279) apresenta os desafios do campo complexo em “ler, analisar, compreender, relacionar já que são experiências individuais dos sujeitos”, e como se relacionam com o seu ambiente, sua interpretação visual e transmissão do saber.

Uma solução para estas indagações é o conhecimento mesmo que intuitivo dos gregos acerca da perspectiva já que “conheciam sobre ilusões de óticas e como evitá-las na elaboração de suas construções”, (ATALAY, 2007, p.176). Na Figura 1 o plano faz parecer que o segmento $A'N'$ é menor que $N'D'$, entretanto são iguais. “É uma ilusão de ótica em que o efeito de retas confunde a nossa perspectiva”. O segmento $A'N'$ parece menor que o segmento $N'D'$, mas ambos têm exatamente o mesmo comprimento, apresentado por Atalay (2007, p.176).

Figura 1 - Exemplo de ilusão de óptica



Fonte: Atalay, 2007, p.176.

Trata-se de questionamentos da sala de aula que nos coloca diante de nossas práticas de ensino acerca do treino visual. Parafraseando Padre Antônio de Vieira (1985), primeiramente somos vislumbrados pelo olhar. Será que, de fato, os estudantes estão vislumbrados com o que olham? Ou simplesmente não conseguem compreender o que veem?

Em seus estudos Flores (2010) apresenta mecanismos que auxiliam professores a apresentarem em sala de aula uma matemática mediada pelo mundo das artes.

2.5 A representação técnica da perspectiva no mundo das artes: um recorte das técnicas

No item anterior foram apresentados, de forma sucinta, alguns dados que situaram o pesquisador no contexto do estudo. Neste item será aprofundada a concepção do conceito de perspectiva, bem como a aplicação das técnicas no mundo das artes, um breve histórico acerca da teoria da perspectiva e o caminho trilhado por seus idealizadores; bem como um panorama da técnica da perspectiva nos campos da história, arte e matemática. Sob a luz de algumas ideias apresenta-se como o olhar do homem foi formatado para a apreciação das obras de artes no mundo e nas Minas Gerais.

Existem diversas formas de representar o mesmo objeto matemático, sendo necessário ter conhecimento do saber (Flores, 2003). Exercitar o olhar é um caminho importante para conhecer as técnicas que envolvem a perspectiva. Será realizado um recorte teórico e histórico acerca da técnica em razão da vasta bibliografia, e apresentadas algumas teorias utilizadas nas pinturas do período colonial brasileiro. Trata-se de uma metodologia determinante que impulsionou o desenvolvimento da perspectiva no mundo renascentista e que foi adaptado sob o olhar dos mestres portugueses e mineiros para desenvolver tetos em perspectiva nas Minas Gerais.

2.6 A perspectiva no universo dos artistas

O objetivo dos artistas no renascimento era trazer para os ateliês mais que talento e capacidade de observação direta para reproduzir telas. Criaram metodologias capazes de criar desenhos precisos, aperfeiçoamento da representação do real com fidelidade do mundo real. Desta forma, criou-se um “olhar formatado, uma só leitura, um só pensamento, uma só mira, uma só representação”, (FLORES, 2003, p.40).

A título de exemplo, as formas de representação em perspectiva no antigo Egito (Figura 2) não apresentam características da arte renascentista, como afirma Canotilho (2005, p.19), “Tais representações encontram-se estáticas e assumem sempre uma pose lateral e bidimensional. Daí que, somos geralmente levados a concluir a perspectiva como uma técnica desconhecida por artistas desse período”, e que temos outras representações da realidade. Logo, ela se dá em cada cultura de forma distinta e singular.

Temos nosso “olhar colonizado e pré-determinado e pautado nas técnicas renascentistas que dominam o mundo” (FLORES, 2003, p.40). Entretanto, sua importância para a história é fundamental para o bom entendimento deste trabalho, mas que deve-se estar cientes que as mãos que tocam o pincel e a tela possuem uma grande carga social, política e religiosa.

A arte egípcia era profundamente figurativa e caracterizava-se pela sua lateralidade e estaticidade. As personagens adquirem diferentes dimensões, dependentes sempre do seu grau de importância e distância em relação ao horizonte (Figura 2).

Figura 2 - Paleta do Rei egípcio Narmer



Realizada em ardósia com 64 cm de altura. Museu do Cairo. 3.000 a.C.
Fonte: Canotilho, 2005, p.18.

Pensando na importância das representações egípcias e Barroca como forma de expressão do homem em diferentes épocas retoma-se agora a apresentação do uso da perspectiva no período colonial, recorte da pesquisa. O professor e mestre Manuel da Costa Athaíde era filho de militar e, por conseguinte, teve acesso à prática ou teoria da perspectiva em tratados e diretamente com seu genitor. No ambiente abundante em ouro e talentos, propicia o desenvolvimento único das técnicas científicas europeias. Essa rede de difusão das técnicas permite o nascimento de “soluções locais que mesclam diversos modelos dentre eles o *pozziano*¹³ da perspectiva em território mineiro”, segundo Mello (2014, p.312). Silva (2012) ao analisar a influência das técnicas de Andrea Pozzo em território mineiro afirma:

Em Diamantina, Ouro Preto ou ainda no distrito de São Miguel do Cajuru, o saber teórico apresentado pelo tratado *Perspectiva Pictorum et Architectorum* se fez presente e representado através das mãos de artistas variados que apresentam leituras próprias dos ensinamentos ali expressos. Aproximando essa ideia às escassas referências da circulação física dos volumes, podemos conjecturar que esse conhecimento não necessariamente exigia a posse ou o contato direto com o tratado em sua totalidade, mas que poderia estar disseminado nas oficinas e no trato entre mestres e discípulos da arte de pintar (SILVA, 2012, p.126).

¹³ Para uma visão específica deste modelo, conferir: MELLO, Magno Moraes. *Perspectiva Pictorum: as arquiteturas ilusórias nos tetos pintados em Portugal no século XVIII*. 2002. 620f. Tese (Doutoramento) – Departamento de História da Arte - Universidade Nova de Lisboa.

Segundo Silva (2012) as chegadas de técnicas em território mineiro acontecem de forma diluída nas representações de tetos em perspectivas. Embora as empregadas não sejam de exclusividade Pozziana, pois envolve um emaranhado de conhecimento, nota-se que nos ateliês, a ciência era parte da inspiração do artista. O conhecimento circulava de forma entrelaçada, ou seja, geometria, cartografia, ótica, pintura. “Verdadeiras aulas práticas do saber em um só lugar” (MELLO, 2013, p. 231).

A perspectiva no período Renascentista impulsiona a descoberta e formalização no campo teórico e prático na representação de um objeto de forma objetiva e ilusionista. Tal técnica é um modo específico de olhar um objeto que está no “plano tridimensional e pode ser representado sob a perspectiva do artista no plano bidimensional” (FLORES, 2003, p.24-25).

2.7 Noções básicas de perspectiva: considerações históricas

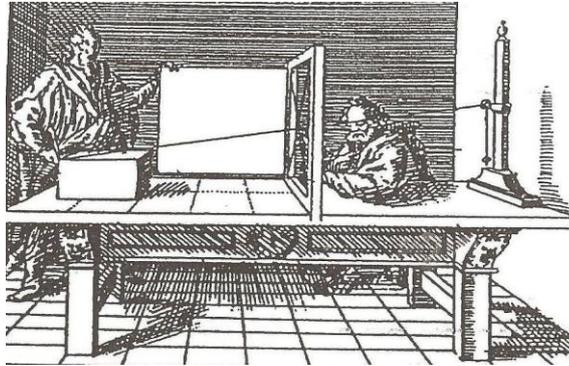
O desenvolvimento e classificação das perspectivas entrelaçam teoria e história. É um desafio que passa por erros e acertos ao retratar o universo tridimensional no plano.

Diversos artesãos da temática foram responsáveis por criar a base teórica da perspectiva. São eles: Filippo Brunelleschi (1377-1446) responsável por formalizar a perspectiva no mundo teórico, “seus estudos serviram para a inspiração da construção legítima de Alberti” (FLORES, 2003, p.67). Leon Battista Alberti (1404-1472) autor que escreveu seu célebre tratado *De re a edificatoria* tomando como base de referência a arte da Antiguidade e seus ensinamentos influenciaram Leonardo da Vinci, Albertch Dürer e Piero della Francesca. Piero della Francesca (1418-1492) e sua grande influência no uso de projeções ortogonais, permitindo a construção da perspectiva sem a malha quadriculada de Alberti (CANOTILHO, 2005, p.30).

Temos também recursos, tais como a elaboração de máquinas de desenhar em perspectiva cujo objetivo era favorecer a percepção dos primeiros

elementos elaborados pelos perspectógrafos de Albrecht Dürer¹⁴, instrumentos estes de cunho pedagógico (Figura 3).

Figura 3 - Versão da portinhola de Salvador Munóz, 1642



Fonte: Meneguzzi, 2009, p.60.

Canotilho (2005) e Meneguzzi (2009) nos situam acerca do processo de representação utilizando os perspectógrafos de Albrecht Dürer aplicando a metodologia de representação do desenho no plano (Figura 4).

O artista se colocava entre si e a composição a representar, um vidro transparente, dividido em quadrados. Em seguida, o artista desenhava igual quadricula no seu papel de desenho. Para não alterar a posição de observação o artista observava a composição a partir de um ponto de apoio fixo (CANOTILHO, 2005, p.34).

¹⁴ De origem alemã Albrecht Dürer tem contato com a teoria da perspectiva e responsável por divulgá-la na Alemanha. Referimos-nos ao fato de ter acesso aos escritos como os de Leon Batista Alberti, Pietro Della Francesca, Leonardo da Vinci e Luca Pacioli seu provável professor na Itália. Editou livros didáticos que favoreciam o aprendizado da perspectiva. As máquinas surgem num cenário em que a representação era complexa. Tais máquinas permitiam desenhar um objeto em perspectiva corretamente, mesmo não conhecendo a técnica e alguns dos princípios da perspectiva central. Os modelos de Dürer consistem em situar pontos de vistas em diferentes posições. Tal mecanismo imobilizava o olho do desenhista, sendo este materializado por uma janela de vidro (figura 3 e 6). A reprodução da máquina de Dürer (Figura 3) o visualizar visualiza por meio do anel metálica figura e a projeta em uma superfície plana. Desta forma, o artista consegue reproduzir no plano o objeto visualizado sem grandes informações teóricas acerca da perspectiva (MENEQUZZI, 2009, p.58-65).

Figura 4 - Vista geral do objeto no perspectógrafo didático



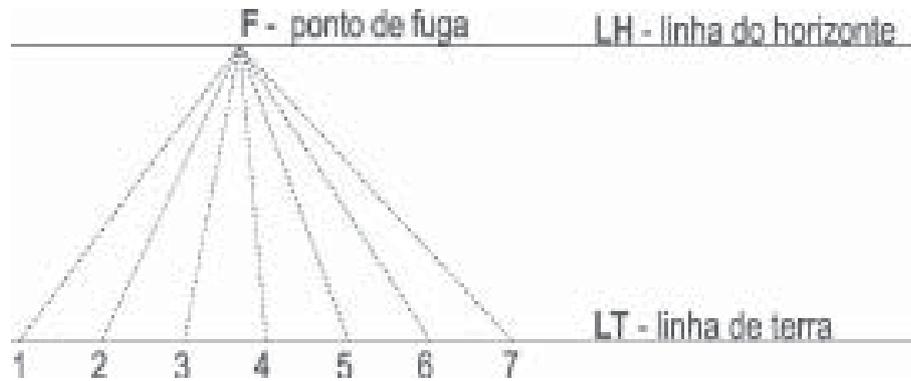
Fonte: Meneguzzi, 2009, p.88.

Estes artistas e tantos outros são responsáveis por inaugurar e estabelecer um novo formato de olhar as imagens. Visualizar um cenário a partir deste marco ganha outros significados. Tem-se então, a possibilidade de conhecer como a matemática é uma ciência elaborada ao longo de processos culturais e científicos.

O alemão Albrecht Dürer é o criador de diversos instrumentos que auxiliaram novos artistas ao ofício da pintura. Na figura 4 apresentamos perspectógrafo de Durer que é composto de uma madeira na horizontal a qual pode ser posicionada para as demarcações desejadas no intuito de projetar a imagem em diferentes pontos de vista antes de ser reproduzida.

O florentino Filippo Brunelleschi (1377-1446) é considerado o responsável por traduzir o campo teórico para o prático ao definir o que seria uma linha do horizonte, ponto de fuga e linha terra (Figura 5, 6). Ou seja, elabora simbolicamente a descoberta do infinito (FLORES, 2003, p. 63).

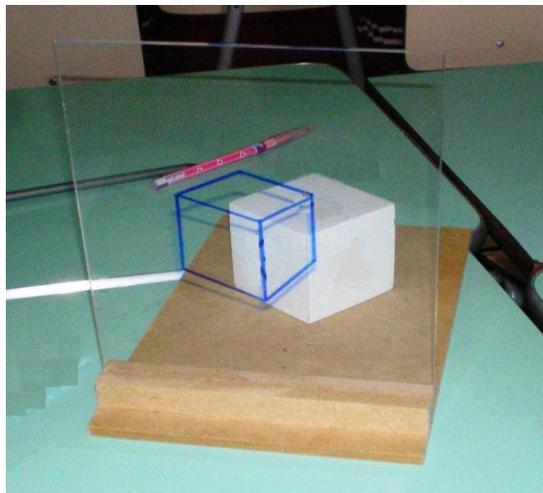
Figura 5 - Construção da primeira quadrícula



O rigor o Ponto de fuga (F), a Linha do Horizonte (LH) e a Linha de Terra (LT), segundo Brunelleschi (1377-1446).

Fonte: Canotilho, 2005, p. 24.

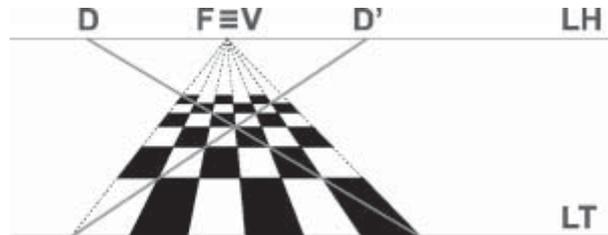
Figura 6 - Experimento geométrico de Brunelleschi



Fonte: Rodrigues, 2011, p.100.

Leon Battista Alberti (1404-1472) é um arquiteto que escreveu em 1436 o *“Trattato della Pittura”*. Esta publicação referencia Brunelleschi, como o descobridor dos pontos de distância (D) e (D’). Brunelleschi é considerado pelos seus biógrafos, como o unificador dos conhecimentos científicos constituídos, a saber: Linha do horizonte (LH); Pontos de distância (D) e (D’); Ponto de fuga (F) (Figura 7).

Figura 7 - Processo elementar de localização das diagonais de uma quadrícula



Através da determinação dos pontos de distância (D) e (D'). Alberti quase que chegaria a descobri-los.

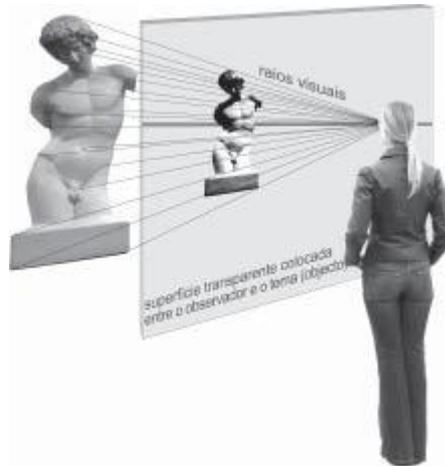
Fonte: Canotilho, 2005, p. 28.

É atribuída a Brunelleschi a descoberta da perspectiva paralela (perspectiva a partir de um ponto de fuga) com os seguintes elementos: Linha do Horizonte (LH); Ponto de Vista (V); Ponto de fuga (F), sendo estes dois últimos coincidentes.

Alberti referia-se à necessidade da existência de uma superfície transparente (quadro), entre o tema e o observador. Verificou que a forma de representar, enviaria uma espécie de raios invisíveis dirigidos aos nossos olhos. Estes “raios visuais, ao intersectarem a superfície transparente, faziam com que a forma a representar diminuísse seu tamanho” (CANOTILHO, 2005, p.27).

Segundo a concepção de Leon Battista Alberti desenhar, em perspectiva, era como observar através de uma superfície transparente colocada entre o observador e o tema. Cada ponto das formas do tema a representar enviaria um raio dirigido aos nossos olhos. Naturalmente que este raio intersectaria a superfície transparente, representando aí, as formas da composição em perspectiva (Figura 8).

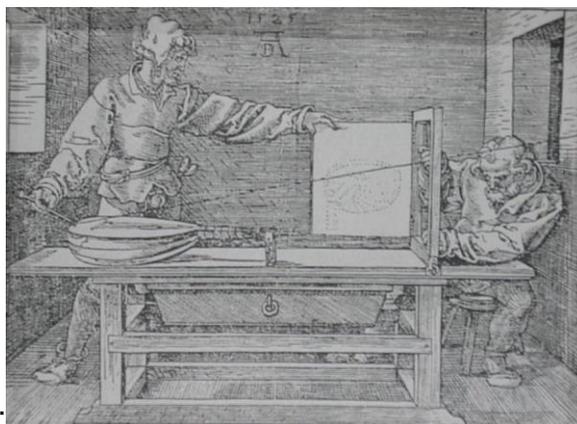
Figura 8 - Observador e a superfície transparente



Fonte: Canotilho, 2005, p.26.

Leonardo da Vinci¹⁵ e Albrecht Dürer e tantos outros contribuíram para elucidar os princípios da perspectiva linear considerando um plano vertical em que utilizando uma malha sobre o vidro, tinha a perspectiva de todos os pontos dos objetos para representá-lo. “A perspectiva linear, as condições de observação deixaram de ser espontâneas, já que o cone visual passava a requisitar um único olho, imóvel e a uma distância fixa do observador” (SAITO, 2008, p. 400), como se vê na Figura 9.

Figura 9 - Albrecht Dürer – Representação de um instrumento musical em perspectiva



Fonte: Meneguzzi, 2008, p.58.

¹⁵ Leonardo da Vinci foi um pintor, escultor, arquiteto, engenheiro, químico, botânico, geólogo, cartógrafo, físico, mecânico, escritor, poeta e músico do Renascimento italiano. É considerado um dos maiores gênios da história da humanidade (ATALAY, 2007, p. 17).

O Renascimento como período propulsor do conhecimento nos diferentes saberes não dividia arte e ciência. Logo a perspectiva torna-se uma importante técnica de pintura na Europa e que desencadeia poderosa movimentação artística.

A título de exemplo, apresenta-se um trecho de notas de um estudante (1604-1606) apresentadas no texto de Raynaud (2013) como testemunha deste saber:

O professor de matemática também está contribuindo a esta ciência, que só tem crescido entre nós. Ele parte da aritmética e geometria e continua, examinando os meandros da mecânica e da estática, as leis do movimento e as fórmulas para argumentar as potências. Em seguida, ele aborda a *perspectiva* e óptica e, após de ter dado na introdução o conhecimento das duas esferas, chega à consideração dos vários movimentos e fases do céu e das estrelas. Ele explica as hipóteses dos eclipses e cometas (RAYNAUD, 2013, p.79).

A Europa durante os séculos XV e XVI passa por uma efervescência relativa à formalização da perspectiva. Não existia exclusiva separação entre as ciências e profissões. Ser artista neste contexto era um status alcançado por poucos e dominar estes métodos tratava-se de prestígio, ascensão social e econômico para muitos artistas. Em contrapartida havia uma grande demanda social para registrar um fiel retrato do momento, um espelho estático da imagem. Diversas fontes históricas representam este marco na história da humanidade.

É difícil situar no tempo o nascimento de cada um destes sistemas, “já que sua estruturação de leis geométricas é longa e muitas vezes descontínua”, (TERENO, 2011, p.112). O que sabemos é que Alberti inaugura um novo modo de olhar e de representar os objetos no mundo e de determinar a posição e olhar do apreciador. Como afirma Flores (2003, p.138) “por mais simples que a imagem se apresente sempre existe um código, uma técnica e há, sobretudo, um sistema de representação”.

Em especial nossa atenção se volta para a (re)interpretação em solo brasileiro das técnicas de perspectivas empregadas em terras mineiras no período de grande insurgência do ouro com o Barroco (brasileiro) e na Europa (Renascimento).

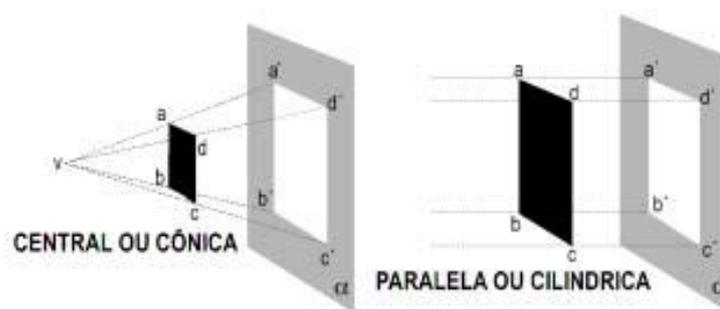
2.8 Classificações das perspectivas

No compêndio intitulado *Noções Básicas de Perspectiva*, Canotilho (2005) traz não só uma visão técnica (matemática) da representação perspéctica, como também, o contexto histórico da representação pictural na história da humanidade. Segundo o autor, uma primeira definição da perspectiva refere-se à projeção dos raios visuais no olho humano.

Exemplificando: as projeções da perspectiva central no plano α partem do único ponto de vista V . Do quadrado $[a, b, c, d]$ estabelecem a projeção de através de $[a', b', c', d']$ no plano α . Esta técnica é empregada no campo artístico (Figura 10).

Em relação às projeções paralelas, os raios visuais encontram-se no infinito e permite uma leitura rigorosa e fiel no quadro da figura desenhada, já que suas formas não diminuem proporcionalmente, segundo Canotilho (2005). Esta diferença amplia para um grupo maior de perspectivas que subdividem e que veremos logo a seguir.

Figura 10 - Diferença entre perspectivas central e cônica



Fonte: Canotilho, 2005, p.50.

A família das perspectivas na Figura 11 traz uma visão geral, e são elas que se pretende descrever. As perspectivas centrais ou cônicas são comumente utilizadas em trabalhos artísticos e na arquitetura.

Canotilho (2005) apresenta de forma didática como estão organizadas as famílias das perspectivas: a perspectiva rigorosa geralmente é determinada por um ou dois pontos de fuga. A impossibilidade prática de sua representação faz com que

artistas optem por adaptarem a técnica segundo a elaboração de cada um; as perspectivas curvas possuem visualização de cima e são amplamente utilizadas nas obras do artista Maurício Cornélio Escher; as perspectivas paralela ou cilíndrica possuem aplicação mais técnica. A dificuldade de reconhecer todas as faces faz com que seja pouco empregada. O “método de Monge” presente nesta classe de perspectiva é a mais conhecida desta família de perspectiva; a perspectiva dimétrica é a que mais se assemelha visualmente à perspectiva rigorosa cônica. Dentro das ortogonais trata-se de uma técnica considerada muito representativa.

Figura 11- Família das perspectivas - os oito tipos de perspectiva



Fonte: Canotilho, 2005, p.51.

A representação visual possibilita perceber as diferenças e similaridades das representações artísticas nas culturas da perspectiva. Cada artista buscou representar no seu contexto sociocultural utilizando técnicas específicas. Para tanto cada artista fez suas escolhas, quer seja por domínio do método, necessidade espacial ou desejos dos solicitantes.

A perspectiva como um meio de transmissão de ideias é oriunda do termo latino medieval que significa ótica e, por isso o uso constante de termos relacionados à visão e campo visual (SAITO, 2008). Este pensamento faz refletir como outras formas de representações perspécticas e métodos são utilizados nas diversas áreas do conhecimento na contemporaneidade. Tais técnicas merecem maiores estudos.

Foi definida anteriormente a perspectiva e ampliando um pouco mais, segundo Tereno (2011), Gino Loria em sua obra “Storia della Geometria Descritiva” afirma que esta é:

[...] Arte de representar os objetos sobre um quadro de forma a conservarem o aspecto exterior, e é costume dividi-la em duas partes: a perspectiva linear – a qual ensina a determinar racionalmente os raios visuais; e a perspectiva aérea que dá a cada ponto da representação a cor que lhe compete (TERENO, 2011, p.33).

Afinal, como as perspectivas são elaboradas na história? Seguindo ainda o raciocínio de Gino Loria (1862 – 1954) um objeto em perspectiva linear prova que “o segundo objeto é menor que o primeiro, o terceiro do que o segundo, e assim sucessivamente, de grau em grau até o limite das coisas que se veem” (TERENO, 2011, p.33).

Tem-se então a simplificação do método em representar a perspectiva e o posicionamento fixo do observador para uma apreciação do mundo que o cerca. Pode-se então concluir que a posição do observador é determinante na leitura das perspectivas, já que a mudança de sua posição altera a forma da perspectiva.

Outro item a ser observado refere-se à linha do horizonte. Trata-se de uma linha imaginária a qual parece acompanhar nossos olhos, quanto mais alta se encontrar, maior será o espaço de visão (CANOTILHO, 2005, p.56) (Figura 12).

Figura 12 - Ponto de fuga e linha do horizonte

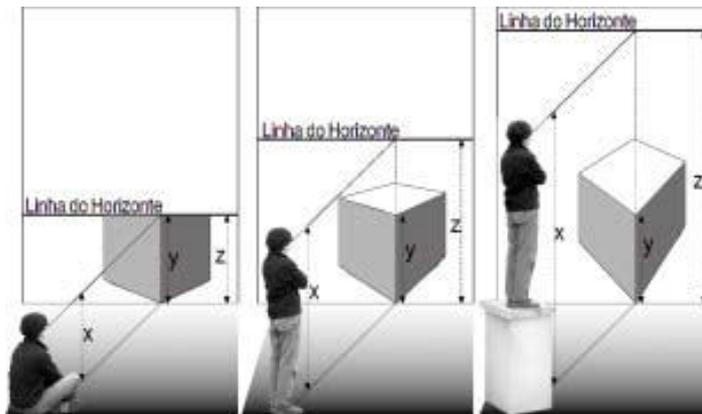


Fonte: Canotilho, 2005, p.56.

Pode-se definir empiricamente que a linha do horizonte é uma reta horizontal que passa por nossos olhos e delimita o espaço da visão sendo esta o primeiro elemento da linguagem projetiva. “Lembre-se que um rapaz pequeno,

possui uma linha do Horizonte bastante mais baixa que um jogador de basquetebol” (CANOTILHO, 2005, p.57), conforme mostra a Figura 13.

Figura 13 - Linha do horizonte



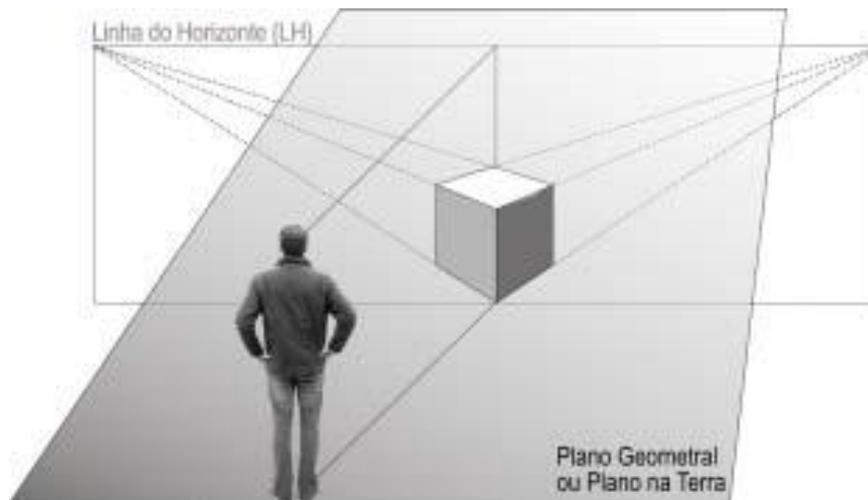
Fonte: Canotilho, 2005, p.57.

Em qualquer uma das três imagens, verifica-se que a altura da linha do horizonte corresponde sempre à altura em que se encontram os olhos do observador, sendo $X = Y$. Em todas as imagens, o ângulo de visão do observador, a posição do cubo e a distância do observador ao objeto, não foram alteradas. A altura $[Y]$ permanece igual nos três exemplos. Apenas a posição em altura do observador foi modificada. O observador começa por estar sentado a uma altura inferior a do cubo, pelo que não pode observar a sua face superior. Ao mesmo tempo, o seu campo de visão do horizonte (distância Z), é muito reduzido. Aumentando a altura do ponto de vista do observador (distância X), o horizonte torna-se mais vasto em profundidade, ao mesmo tempo em que o observador, por estar situado a uma altura maior já consegue observar a face superior do cubo. No último caso, a profundidade do horizonte $[Y]$, consequência da altura a que se encontra o observador, é bem evidente.

2.9 Plano geometral ou plano da terra

Nada mais é do que o local onde todos os elementos encontram-se representados em perspectiva e o local que está situado o observador, segundo as figuras 14 e 15.

Figura 14 - Plano geometral



Também designado de plano da terra é a superfície onde estão colocados todos os intervenientes da perspectiva.

Fonte: Canotilho, 2005, p.57.

Figura 15 - Exemplo de representação do plano geometral



Mosaicos de Paolo Uccello – Milagre da Hóstia – Perspectiva centralizada de um dos grandes cultores do gênero, na época do Renascimento.

Fonte: Canotilho, 2005, p.34.

A dimensão do plano geométral é infinita, embora quando da representação no papel, seja limitada pelos seus lados. A distância que vai do plano geométral à linha do horizonte é designada de altura do observador (CANOTILHO, 2005, p.58).

2.10 Pontos de observação ou ponto de vista

Os processos de observação apoiam-se nos raios visuais invisíveis e cônicos que tem como centro o olho do observador. Dentro do contexto explorado por artistas da antiguidade esse pensamento ainda existe.

Segundo Canotilho (2005), Albrecht Dürer explorou bem este conceito ao trazer didaticamente os conceitos de perspectiva para leigos na representação formal de um desenho. Seus perspectógrafos utilizam um único ponto de observação no intuito de não acontecer deformações na representação do artista (ver Figura 9).

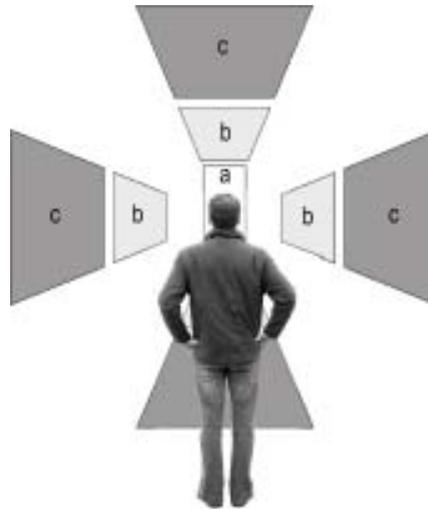
Essa delimitação do olhar executada nos perspectógrafos de Durer possui grande relevância para a história da perspectiva. Canotilho (2005, p. 59) descreve o processo para elaboração da perspectiva estabelecendo uma analogia com um desenho executado por uma criança. Em um desenho infantil geralmente é representado por “vários pontos de observação em razão do cansaço”, o que provoca constantes alterações de posição de quem desenha.

Uma das funcionalidades criadas por Dürer foi exatamente dirimir este problema para quem não tinha conhecimento teórico. As deformações nas figuras geram o que se conhece como *anamorfose*, ou engana olho, efeito que provoca a sensação vigilante das pinturas em relação ao observador.

Conforme se verifica, a alteração do ponto de observação provoca, pela rotação no sentido vertical ou horizontal da cabeça, a mudança de direção do cone visual, dando ao observador, uma perspectiva diferente (Figura 16). O retângulo central [A] é igual ao [B] e ao [C]. No entanto parecem diferentes dada à posição que ocupam em relação ao observador. O cone óptico varia de animal para animal, sendo o do peixe, aquele que maior ângulo possui, podendo observar a sua cauda. O cone óptico do homem está calculado em aproximadamente 60º graus, embora o

nosso ângulo de visão seja de 180°. Contudo, apenas consegue-se focar com rigor, as formas existentes num ângulo de 60°. Na representação das formas, quando se emprega um ângulo maior de 60°, a imagem fica com um aspecto distorcido. Este aspecto pode ser perfeitamente realçado e explorado, no campo artístico. No campo da fotografia conseguem-se facilmente imagens distorcidas, através do emprego de objetiva “grande angular” e “olho de peixe” (CANOTILHO, 2005, p.59).

Figura 16 - Representação do processo de observação



Fonte: Canotilho, 2005, p.58.

2.11 A perspectiva paralela x perspectiva oblíqua

Uma boa forma de exemplificar perspectiva paralela é sua representação visual já que o ponto de fuga fica no infinito, indeterminado (vide Figura 9).

Já a Figura 18 apresenta um modelo com edifícios em posição ortogonal em relação ao observador. Portanto, só pode existir um ponto de fuga já que as retas e os planos dirigem-se unicamente para um ponto existente no horizonte.

Já a perspectiva oblíqua está em posição oblíqua tendo dois pontos de fuga, como se vê na Figura 17. No campo da fotografia estas possuem uma determinada perspectiva definida pelo homem, conforme o ângulo escolhido para o seu registro. Vale ressaltar que todas as representações elaboradas no Renascimento eram feitas em pintura. Ou seja, estava impregnado ali não apenas a

técnica, mas conhecimentos científicos os quais são frutos de um grande esforço artístico para atender anseios diversos na representação do real.

O poder da perspectiva desestabilizou olhares, encantou continentes e hipnotiza até hoje os que contemplam, pois sua representação aproxima-se do espaço real.

Figura 17 - Perspectiva com dois pontos de fuga: perspectiva oblíqua

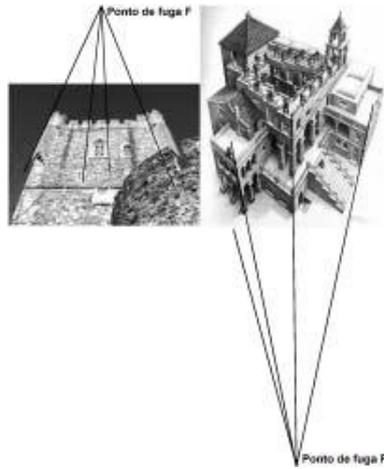


Fonte: Canotilho, 2005, p.63.

2.12 Perspectiva vista de cima ou de baixo

Possui geralmente três pontos de fuga, sendo o terceiro colocado abaixo ou acima e fora da linha do horizonte. Caso particular de perspectiva pouco utilizado e caso sua representação fosse com apenas dois pontos de fuga seria associado com a perspectiva paralela (Figura 18). Vale lembrar que as representações de Athaíde possuíam até quatro pontos de fuga.

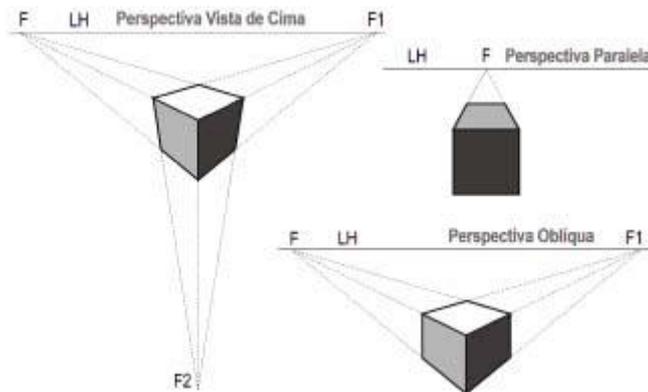
Figura 18 - Perspectiva vista de cima ou de baixo



Fonte: Canotilho, 2005, p.64.

Canotilho (2005) é quem apresenta as diferenças existentes na formalização das perspectivas paralelas e oblíquas (Figura 19).

Figura 19 - Perspectivas: vista de cima, paralela e oblíqua



Fonte: Canotilho, 2005, p.65.

Uma diferença básica entre as perspectivas paralela e oblíqua incide na posição do observador e são exploradas com frequência por artistas. Na perspectiva paralela tem-se um objeto posicionado num ângulo 0° em relação ao observador, portanto tem-se apenas um ponto de fuga. “A colocação deste objeto em um ângulo diferente resultará em dois pontos de fuga, formando então a perspectiva oblíqua” (CANOTILHO, 2005, p.65).

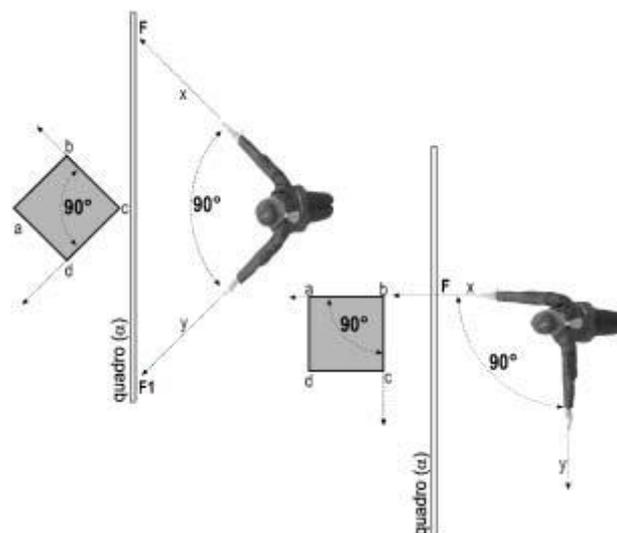
Na Figura 20 é possível notar que os braços do observador estão em paralelo às faces (BC e CD). A perspectiva oblíqua BC é paralelo em direção a X, e

CD paralelo a Y. A abertura dos braços do observador forma-se um ângulo de 90° graus e dois pontos de fuga (F e F_1).

Já no quadro da direita o posicionamento do observador muda em relação ao objeto tornando BC paralelo a Y e por mais que se prolongue, nunca interceptará o quadro. Já o prolongamento dos braços em X é paralelo a segmento AB interceptando o quadro e formando um ponto de fuga.

Resumindo têm-se duas formas a nossa frente: ou ela será paralela ou oblíqua.

Figura 20 - Determinação técnica dos ponto(s) de fuga respectivamente nas perspectivas oblíqua e paralela

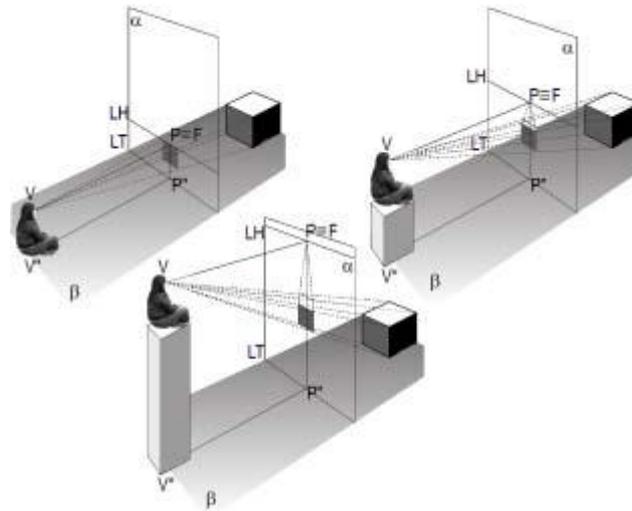


Fonte: Canotilho, 2005, p.67.

Canotilho (2005) também recorre à ótica para alertar que o campo máximo de visão humana se estende a um ângulo em aproximadamente 60° graus de tal forma que a imagem permaneça nítida. O ser humano consegue enxergar como abertura de visão máxima o ângulo de 90° graus. Detalhe essencial nas construções em perspectiva.

Se o posicionamento do observador interfere na forma da perspectiva, como exemplifica Canotilho (2005), em dados apresentados na posição vertical do observador, o posicionamento do observador na vertical também muda a forma de representação da perspectiva, como se vê na Figura 21.

Figura 21- Perspectiva paralela de um cubo



Fonte: Canotilho, 2005, p.70.

Perspectiva paralela de um cubo. Em qualquer das figuras apenas é alterada a altura do observador. No primeiro caso, o observador está colocado à altura da face superior do cubo, podendo apenas observar a face vertical de frente. O segundo caso com o observador colocado ao dobro da altura da forma, já permite a observação da face superior. O terceiro, o aumento da altura do observador permite observar melhor a face superior. O mesmo sucederia se o exemplo fosse a perspectiva oblíqua.

A visualização das figuras perspéticas tanto na vertical quando na horizontal será alterada conforme o deslocamento do observador. Logo a observação na vertical também interfere na apreciação de pinturas ao “visualizar e caminhar” ao transitarmos por monumentos históricos.

O estudo de Meneguzzi (2009, p. 33-34) aborda como os livros didáticos apresentam figuras em representações tridimensionais de tal forma que não possibilitam a interpretação correta das figuras. Segundo o estudo de Parzys (1989), que descreve tal contradição, os livros didáticos “utilizam a representação em perspectiva, mas a representação que melhor descreve tais figuras seria a perspectiva cavaleira” (ou projeção cilíndrica oblíqua¹⁶).

¹⁶ A perspectiva cavaleira é um caso particular da perspectiva paralela. Projeção cilíndrica oblíqua: A projeção cilíndrica, também chamada de projeção paralela, é o tipo de projeção, cujos raios projetantes que incidem no objeto e no plano de projeção são todos paralelos entre si, como as geratrizes do cilindro. Recebe este nome em razão os desenhos das praças militares eram, geralmente, executados neste estilo e dava a impressão de que o desenho havia sido colhido da

Basicamente a diferença entre elas refere-se ao ponto de fuga, (convergência das retas projetantes) na paralela as retas encontram-se no infinito já a cavaleira as retas permanecem paralelas onde os objetos projetados não sofrem variação de suas medidas (Figura 22).

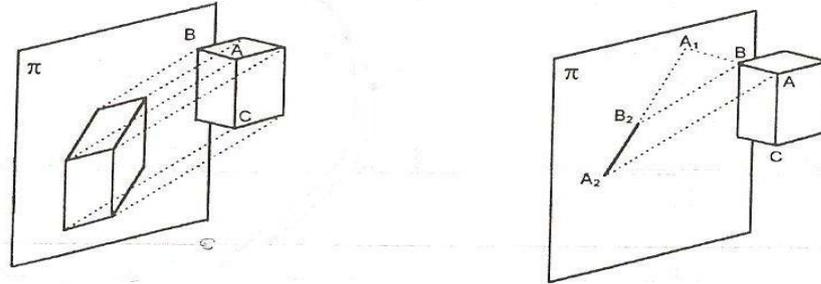
Na perspectiva Cavaleira usamos a projeção cilíndrica oblíqua. Ela recebe este nome porque os desenhos das praças militares eram, geralmente, executados em projeção cilíndrica e o aspecto obtido dava a impressão de que o desenho havia sido colhido da cavaleira, obra alta de fortificação sobre a qual assentam baterias. É também conhecida como axonometria oblíqua, pois é uma projeção que pressupõe o observador no infinito e, em consequência, utiliza os raios paralelos e oblíquos ao plano do quadro. Esta perspectiva toma uma das três faces do triedro como plano do quadro. Na perspectiva Cavaleira a face da frente conserva a sua forma e as suas dimensões, a face de fuga é a única a ser reduzida (MENEGUZZI 2009, p.34)

Embora Meneguzzi (2009) não trace o contexto histórico dos autores ao optarem por representar em livros didáticos a forma paralela e não cavaleira a obra de Canotilho (2005) possibilita uma breve reflexão acerca desta dificuldade e a Figura 23 demonstra esta impossibilidade de representação fazendo com que os estudantes compreendam de fato figuras tridimensionais especificamente nas disciplinas de geometria espacial.

A título de exemplo, não podemos conceber na prática, uma sala com todas as formas paralelas entre si, para que o Observador execute a perspectiva Oblíqua ou Paralela. A realidade demonstra a existência das duas perspectivas simultaneamente em coexistência, no mesmo espaço (Figura 22). E se utilizando as duas perspectivas podem existir apenas um ponto de fuga para a perspectiva paralela, o mesmo não acontece com a perspectiva oblíqua. Na mesma composição podem existir inúmeras perspectivas oblíquas. Para tal, basta que os objetos colocados obliquamente em relação ao Observador, não se posicionem no mesmo ângulo. Tudo isto irá com certeza, provocar a existência de inúmeros pontos de fuga na Linha do Horizonte. A Figura 22 estabelece uma composição simples, de um interior com diversos Pontos de Fuga, situados sobre a Linha do Horizonte, consequência da posição angular das formas em relação ao Observador (CANOTILHO, 2005, p.66).

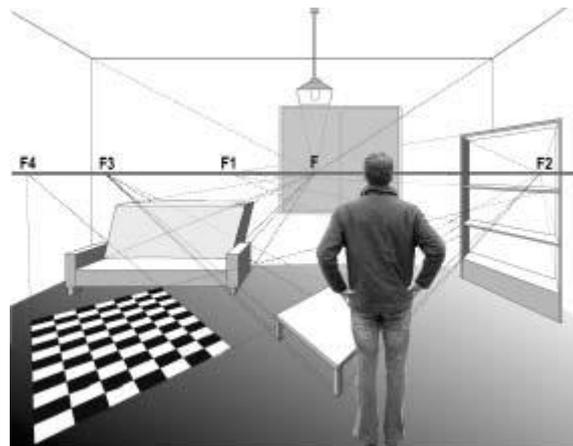
cavaleira, obra alta de fortificação sobre a qual assentam baterias. A projeção cilíndrica pode ser ortogonal ou oblíqua. Nas projeções cilíndricas oblíquas as retas projetantes partem do infinito e têm direção oblíqua em relação ao plano de projeção, isto é, formam ângulos diferentes de 90° , (MENEGUZZI 2009, p.34).

Figura 22 - Representação perspectiva cavaleira



Fonte: Meneguzzi, 2009, p.74.

Figura 23 - Composição do interior de uma casa e os vários pontos de fuga

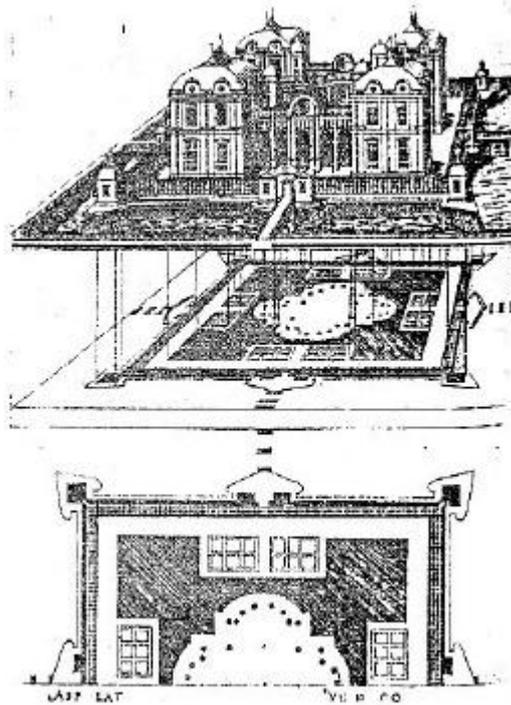


Fonte: Canotilho, 2005, p.62.

Já numa concepção epistemológica Flores (2003) fornece uma curiosa interpretação da perspectiva cavaleira e descreve este recurso como um poder disciplinar, terreno fértil para a racionalidade das coisas e do rigor.

O controle na representação do espaço de forma visível e geométrico é algo presente na perspectiva cavaleira a qual dá a ideia de mapas estratégicos de guerra e pensamento militar (Figura 24).

Figura 24 - Representação da geometria cavaleira



Points de Vue, n. 3. IREM de Basse-Normandie, mars de 1987. Androuet Du Cerceau. Plano e elevação de um edifício, 1576. Fonte: Les Cahiers de la Perspective.
Fonte: Flores, 2003, p.159.

Logo, compreender algumas destas técnicas de perspectiva favorece a melhor compreensão de uma leitura matemática destas figuras de acordo com Meneguzzi (2009).

O interesse aqui era formalizado na efervescência do Renascimento e investigar quais técnicas porventura eram acessíveis aos artistas mineiros. Diversas técnicas empregadas no período da construção destes monumentos foram pensadas e postas em prática nos tetos das igrejas no Brasil. O olhar sendo um produto cultural de caráter único e exclusivo de cada ser humano busca-se elementos científicos e históricos que possam promover a interpretação destas artes mediadas pelo conhecimento matemático.

Tal tarefa nos coloca diante do desafio proposto por Flores (2010) que nos convida a compreender a elaboração e representação de conceitos matemáticos que contribuíram para a representação da perspectiva na história.

Há outros tipos de perspectivas que tratam da representação pictural dentre elas: perspectiva cilíndrica, perspectiva esférica, anamorfoses, *trompe l'oeil*,

perspectiva de conveniência, perspectiva de observação, perspectiva estratégica e perspectiva cenográfica.

2.13 Conclusões parciais

Até o presente momento foram abordados momentos históricos que marcam a história do olhar e da perspectiva. Ciente que a narrativa desta história não se encontra de forma retilínea, mas privilegia alguns marcos históricos presente no Renascimento os quais foram responsáveis por formalizar e difundir a perspectiva.

Também foram apresentadas algumas classificações que formalizam a perspectiva na cultura renascentista e barroca inseridas no cenário mineiro. A composição do teto em perspectiva elaborado por mestre Athaíde possibilita compreender como a perspectiva se apresenta no século XVIII sob o olhar em terras brasileiras e analisar como este importante artista (re) interpretou a técnica de Andrea Pozzo em nosso país, o que será discutido no item subsequente.

Em um breve levantamento histórico é impossível esgotar a temática, mas trata-se de porções de ideias norteadoras para compor e compreender como a cultura da perspectiva inseriu entre brancos e negros, ateliês com verdadeiras aulas de ciência.

Assim nesse item, procurou-se apontar quais são as relações entre matemática e perspectiva apresentando um breve panorama para que estudantes e visitantes possam iniciar o processo de interpretação das obras de arte presentes nos monumentos históricos.

2.14 Manoel da Costa Athaíde

Neste item será apresentado Mestre Athaíde com alguns dados biográficos e, sobretudo, ressaltando sua genialidade ao conjugar conhecimentos de diferentes áreas do saber. E ao mesmo tempo é o próprio Athaíde quem nos conduzirá em sua obra para detectar elementos matemáticos nela presentes.

O acervo dos artistas geram possibilidades de pesquisa e aplicações que vão além do ponto de vista religioso, social ou político. As obras de arte dentro do seu propósito bruto cria uma realidade visível, admirável aos olhos humanos capaz de conduzir ao estudo das suas formas, proporções, equações, simetrias e perspectiva e aplicar o conhecimento.

Athaíde é um ícone do século XIX responsável por abordar a perspectiva além da pintura. Suas obras estão ancoradas em técnicas capazes de superar obstáculos matemáticos, leis da física e arquitetura.

Propõem-se algumas conexões entre o mundo matemático e artístico evidenciando a singularidade do mineiro Athaíde ao compor a ilusão no teto da igreja de São Francisco, mas convida a conhecer a genialidade de outros artistas que agregam a mesma potencialidade intelectual.

As obras de artes em perspectiva permite a quem observa uma leitura matemática que extrapola a observação. Possibilita ao fruidor estabelecer analogias com outros artistas e que o saber nunca está dissociado de outras ciências. Esta apreciação não é uma tarefa simplória e requer múltiplos saberes interagindo no mesmo contexto com poderosas ferramentas na formação de novos admiradores da arte e vastos argumentos para desmistificar a fragmentação do saber.

A pintura do teto da igreja de São Francisco apresentada convida a uma análise específica no campo da geometria e sua cenografia é mais que mera apreciação.

Neste item serão descritas algumas evidências que permitem aferir que o Mestre Athaíde não só dominava a técnica da pintura como tinha vasto conhecimento em geometria. A ciência e o empirismo do mestre mineiro trouxeram “notoriedade reconhecida por seus pares em solo brasileiro” (MELLO, 2013, p.238).

Há evidências de que tratados italianos estão presentes na obra Athaidiana, mas alimenta-se um mistério da utilização de “outros recursos ainda pouco estudados” como afirma Silva (2012, p.126-27). Apesar dos fortes indícios de utilização dos tratados de Andrea Pozzo nas obras, nota-se a originalidade do artista mineiro em compor tetos que se tornaram conhecidos em todo o mundo.

A igreja em estudo guarda diversos mistérios estéticos e arquitetônicos. Os saberes utilizados na construção deste monumento demandam estudos

aprofundados quanto à experiência e a elaboração de suas pinturas. Não se questiona o amplo conhecimento teórico do artista, mas revelar quais os conhecimentos e mecanismos utilizados para a confecção de sua obra é uma questão em aberto.

O Barroco empregado no contexto de contrarreforma na Europa desembarca no país com a intenção de seduzir o fiel. Nestes espaços o diálogo com o visitante tem forte apelo no intuito de impressioná-lo e atingi-lo em suas emoções. Trata-se de espaços que simulam o céu, e exercem forte influência para despertar novas adesões dos que tocados pela arte, se convertessem em novos integrantes das comunidades religiosas. Neste contexto é possível notar como Aleijadinho e o Marianense Manoel da Costa Athaíde, notáveis artistas, são incumbidos em desenvolver um cenário empregando técnicas de perspectiva nas obras que produziram.

O que a história deixou como registro no acervo pessoal de Manoel da Costa Athaíde foi o tratado de Andrea Pozzo, amplamente estudado e difundido em Portugal, e que em finais do século XVIII início do século XIX, encontram-se características na elaboração de seus trabalhos, desta maneira, comprovando seu acesso aos tratados do Padre Jesuíta (SILVA, 2012).

Como Manoel da Costa Athaíde adquiriu tais acervos? Seu genitor militar? (MELLO, 2013). A proximidade com Padres rendeu ao Colégio do Caraça uma importante obra do mestre. Infelizmente, em virtude do incêndio que acometeu a biblioteca do Santuário do Caraça em Minas Gerais no final do século XX e possíveis perdas e extravios, nenhum dos volumes descritos foi de fato localizado.

Os superiores do Caraça, no século passado, foram quase todos construtores: Padre Sipolis, Boavida, Clavelin. Por isso estudava arquitetura como o prova a grande coleção de livros que deixaram sobre a arte de construir e ornar (BIBLIOTECA..., s.d, p.76-79).

Desse modo, fica em aberto algumas lacunas deste período histórico e que se tornam impossíveis de serem respondidas, mas que nos remete a conjecturas já que o Athaíde transitava de forma articulada e respeitosa neste ambiente de religiosidade. Neste Santuário localizado nas proximidades de Mariana em que o artista viveu encontra-se um quadro de sua autoria (Figura 25).

Figura 25 - A Ceia de Athaíde - Colégio do Caraça



Fonte: <http://www.santuariodocaraca.com.br/o-interior-da-igreja/>

2.14.1 Influências na formação de Mestre Athaíde¹⁷

Manoel da Costa Athaíde, nascido em 1762, era filho do capitão português Luís da Costa Athaíde, oriundo de Santa Cruz de Alvia, e de Maria Barbosa de Abreu, de naturalidade possivelmente também portuguesa. Artista com múltiplas competências e habilidades para o seu tempo, Athaíde, particularmente é conhecido por seus trabalhos de perspectiva no teto de igrejas mineiras.

A obra Athaidiana é vasta e diversificada. Distribuídos em quinze diferentes instituições, estão vários forros, telas, painéis, retábulos, encarnações e altares, geralmente encontrados em igrejas, que compõem o catálogo de obras comprovadamente de Athayde (THIMOTHÉO, 2012, p.18).

Athaíde, um artista do ilusionismo arquitetônico à frente do seu tempo, foi responsável por conduzir obras as quais se tornaram conhecidas por seu talento. Seus trabalhos surpreendem não só por sua genialidade, mas por permitir uma análise histórica a qual favoreceu sua ascensão como artista. Cravou seu nome na

¹⁷ Ivo Porto de Menezes antes de nos guiar à introdução do seu biografado, adverte sobre a grafia do nome de Athaíde. Mesmo utilizando várias grafias nas assinaturas das obras com variações (Athaíde, Atayde, Athayde, Athaíde) deve-se manter a grafia escrita localizada no livro de registro de batismo (Athaíde). Este documento encontra-se transcrito em: MENEZES, Ivo Porto de. Anexo I: pesquisa documental.

história das pinturas em perspectiva no Brasil e deixou no museu aberto de Ouro Preto e cidades adjacentes, segundo Silva (2012).

[...] é considerado um dos expoentes na pintura de arquitetura em Minas Gerais, o Marianense Manoel da Costa Athaíde (1762-1830). Em virtude de suas obras, o pintor é a grande referência para as pinturas realizadas a partir dos primeiros anos do século XIX, renovando o panorama pictórico em solo mineiro. Sua atuação em Ouro Preto, Ouro Branco, Santa Bárbara, Mariana e Itaverava são referenciais para obras posteriores e pode ser também conjecturado que, por seu extenso marco temporal, encerra o desenvolvimento da pintura de perspectiva em Minas Gerais (SILVA, 2012, p.83).

A leitura dos textos de Valente (1999) e o contexto social que Athaíde vive possibilita conjecturar que provavelmente os ensinamentos artes militares de seu genitor proporcionou acesso ao conteúdo da “arte militar” e dentre eles conteúdos de geometria, aritmética, cartografia e matemática à época dos fatos como chama atenção Valente no seu texto.

O ensino nas Academias Militares, baseado na filosofia racionalista de Descartes, pretendia formar engenheiros militares, cartógrafos e matemáticos, capazes de levar a cabo o levantamento de mapas com latitudes determinadas pelos novos métodos [...] (VALENTE, 1999, p.46).

A questão que desperta interesse, no entanto, é que o ensino da matemática tinha objetivos claros de atender a formação de militares em territórios brasileiros. Neste período desenvolveu a “matemática prática”, o ensino da geometria para artilheiros que necessitavam apropriar-se de conhecimentos segundo Valente (1999).

Athaíde destaca-se em como um artista completo por compreender e demonstrar em suas obras avançados conhecimentos científicos e por estar no lugar e na época certa para o desenvolvimento de seus trabalhos (SILVA, 2012). A presença do conhecimento nas cidades mineiras se deve principalmente à busca pela riqueza do ouro e aventureiros de toda a Europa com descoberta do ouro das Minas Gerais (MENEZES, 2014).

É esta mesma atração que trouxe para Minas Gerais inúmeros outros arquitetos, mestres canteiros, pedreiros e carpinteiros, que seria longo enumerar. Até mesmo engenheiros militares para aqui mandados, sem ordens severas do Rei, não teriam voltado (MENEZES, 2014, p.39).

Em um ambiente com ambição aurífera, houve também grande produção cultural e artística na cidade capaz de produzir intensos fluxos de conhecimento e troca de saberes. Na Vila Rica das Minas Gerais tem encravado o talento de Athaíde reconhecido não somente por suas habilidades pictóricas ou arquitetônicas, mas também pelo seu amplo conhecimento teórico (MELLO, 2013) e que Del Negro (1955, p.33) descreve na seguinte passagem:

O saber ministrar desenho com caráter universal (artes de arquitetura e pintura, cartas geográficas), aproximava-o das ideias de Leonardo da Vinci que não queria limitações para o pintor e leva-nos a crer que se iniciara primeiramente em desenho topográfico, de cartas geográficas, arquitetônico, a isso talvez conduzido por seu pai militar.

Dentre os conhecimentos teóricos a que o artista teve acesso, destaca-se “o inventário *pos mortem* o tratado em dois volumes *in folio* do trentino Andrea Pozzo encontrados no acervo pessoal de Athaíde” (MELLO, 2013, p.234). Literatura que possivelmente serviu de inspiração na criação dos efeitos ilusórios presentes em suas obras. O estudo “O tratado de Andrea Pozzo e a pintura de perspectiva em Minas Gerais” (SILVA, 2012) são responsáveis por descrever em detalhes a relação do artista com a teoria perspectiva da Itália e no texto de Leal (2013, p.49) que afirma:

Até o momento não é possível delinear com exatidão quais eram os tratados que efetivamente chegaram a terras mineiras. Não se pode afirmar que as técnicas ou as formas, utilizadas nas fábricas de espécies canteiros ou na produção arquitetônica em pedra setecentista, seguissem exatamente um determinado modelo difundido em um tratado específico.

Athaíde é um artista que dialoga com seus pares artísticos, dentre eles, seu contemporâneo Antônio Francisco Lisboa, o Aleijadinho. Este ambiente “favoreceu o desenvolvimento de seu talento nato debruçando em leituras e interpretações que fez destas obras, e do saber construído tradicionalmente nesta cidade” (SILVA, 2012, p.110). Era professor de lições de desenho e pintura. Tinha como proposta criar uma escola de aula pública: o ensino na capitania funcionava de modo informal, como afirma Mello (2014, p.312).

Destaca-se em suas obras, construções em quadros planos e tetos abobadados, ou seja, curvados. Este grau de dificuldade nos remete à potencialidade intelectual do artista em visualizar mentalmente todo o cenário e projetar em madeira ou tecido, seus desenhos perspectivados. Em sua biografia

encontram-se documentos que descrevem seus conhecimentos de volume, cor, espaço, pintura e até mesmo cartografia para o deslocamento de seus desenhos. Torna-se notável por sua capacidade não apenas de desenhar, mas sua capacidade de projetar obras que perduram até nossos dias.

Naquele contexto o pensar artístico e as discussões acerca da perspectiva, a cenografia e o engano visual eram assuntos recorrentes no povoado. “O aparato necessário para a elaboração de tetos ilusionistas contavam com pelos menos sete ou oito ajudantes membros de uma mesma equipe. Tratava-se então de um trabalho ou podemos dizer que era uma aula?” (MELLO, 2014, p.310).

Pode-se deduzir que trabalhar com Athaíde, mestre da obra, era mais que cumprir ordens e entregar pinturas. Tratava-se de estar ao lado de quem tinha a visão da obra como um todo. Este mestre também foi capaz de apresentar seus conhecimentos nos espaços em que desenvolvia suas obras. Tais locais funcionavam como verdadeiras aulas de tratados de ótica, matemática, técnicas inovadoras em obras de artes. Cabe aqui salientar que muitos destes ajudantes os quais trabalharam na confecção dos tetos em perspectiva eram escravos. Tal fato também aconteceu com Aleijadinho que tinha discípulos mulatos conhecidos como Agostinho e Maurício (MENEZES, 2014).

Percebe-se que a rede de difusão das técnicas ilusionistas não estava mais concentrada exclusivamente nas mãos de um grupo de homens livres e brancos, mas seu aprendizado transitava nas mãos de quem não detinha o poder e fazia deste ofício a propagação deste conhecimento no século XVIII.

Valente (1999) interessado em discutir questões curriculares da difusão da matemática neste período informa-nos que:

[...] não podemos afirmar até o presente momento quais contribuições do ensino da matemática nos colégios jesuítas no Brasil e conseqüentemente influência direta na educação na cidade dos artistas mineiros (VALENTE, 1999, p.29-30).

Tais fatos merecem uma pesquisa mais detalhada e que não contemplaremos neste estudo. Entretanto, indícios apontam que a expulsão dos padres do território brasileiro ordenada por Marquês de Pombal confiscou mais de quatro mil volumes de livros o que nos permite questionar qual destino o governo da época deu aos importantes tratados de matemática como “Clavi Mathematica”,

conteúdos que tratam de geometria prática, trigonometria, aritmética e outros temas (VALENTE, 1999, p.30) em território brasileiro.

O que se sabe, segundo a literatura específica, é que os pintores da época também tiveram acesso a manuais, tratados e pequenos dicionários. Sua difusão deu-se pela própria circulação desses materiais, pela prática dos ateliês e pela oralidade (MORESI, 2005 apud ROSSI, 2016).

Não é possível afirmar o que estava à disposição deste artista referente à matemática dos jesuítas, embora considerada uma das mais ativas nas ciências matemáticas na Europa especificamente nas projeções geométricas.

Por outro lado, o ponto de partida da investigação tentou demonstrar que não houve legado da escola jesuíta para a matemática escolar, que não tenha sido deixado e aproveitado pelas escolas militares na organização de seu ensino. Essas últimas, como se procurou mostrar, foram consideradas como berço da matemática escolar no Brasil (VALENTE, 1999, p.193).

A Companhia dos Jesuítas não obteve o mesmo sucesso em território brasileiro neste período da vida e obra do artista mineiro. Em Mariana, terra natal do artista, “a capitania não tinha um colégio de artes (apenas um seminário em Mariana) e conseqüentemente, sem matemática”, (RAYNAUD, 2013, p.7-14).

Os conhecimentos circulantes nas cidades de Mariana e Ouro Preto referem-se aos intelectuais que buscaram ouro na localidade. Athaíde provavelmente teve contato com este conhecimento na sua formação. Livros, tratados dos artistas e pintores europeus, experiências diretas nos canteiros de obras, ateliês, práticas de geometria e ensinamentos de uma matemática militar são referências que nos possibilitam deduzir como aconteceu sua formação artística.

O conhecimento matemático na vida do artista se deve possivelmente a seu pai, o militar Luís da Costa Athaíde. A título de curiosidade o artista não foi apenas um quadraturista. Seu conhecimento teórico era reconhecido por outros pintores e sua capacidade de produção comprovada por testemunhas após atrito com a igreja Rosário de Mariana por um trabalho não pago (MELLO, 2014).

Curiosamente Athaíde também é ordenado sargento em 1797, em 1799 alferes e, em 1818, professor da Arte de Pintura e Arquitetura (MELLO et al., 2013).

A contribuição de Athaíde nos monumentos históricos de Ouro Preto e cidades afluentes é fato. Seu talento é atestado desde seus contemporâneos e

esbanja conhecimento de perspectiva e técnica singular. Dentre as medidas estava à “reformulação do culto aos espaços religiosos católicos” e que indiretamente beneficiou Athaíde para revelar seu talento (BONAZZI DA COSTA, 2012, p.252).

O mestre foi capaz de (re) elaborar conhecimentos de perspectiva em território brasileiro de forma singular (MELLO, 2014) e cravar nos tetos das cidades seu ponto de vista da realidade que o cercava. Suas obras merecem estudos complementares os quais possam embasar novas pesquisas. Propõe-se exemplificar algumas técnicas matemáticas as quais possivelmente utilizou em suas obras neste presente estudo.

Nesta seara artística Athaíde convive com o notório Antônio Francisco Lisboa entre 1730-1814. Aleijadinho era “de origem humilde, pardo, não seria levado a sério, mas sim, marginalizado, se não fosse o pai um mestre de obras sensível aos bons trabalhos, reconhecendo no filho uma mão de obra aproveitável querendo dar-lhe por certo uma profissão” (MENEZES, 2014, p.37).

A cidade de Ouro Preto recebeu no século XVII a prosperidade aurífera de vários mestres canteiros, pedreiros e carpinteiros que abriram mão do seu conforto nas cidades litorâneas ou no seu país. Na busca de riqueza repentina e o desejo de um dia retornar às suas casas, vários destes homens e mulheres viram o sonho de findar no caminho ou permaneceram nas Minas Gerais sem alcançar o que almejavam. Até mesmo militares e padres como Frei Ricardo do Pilar e Agostinho da Piedade que não teriam voltado aos mandos da coroa ou das suas congregações religiosas “estavam ofuscados pela prosperidade local e enriquecimento rápido”, (MENEZES, 2014, p.25 e 38).

O mestre de grandes obras em Ouro Preto estava nesse cenário de ascensão financeira, artística e criativa. Entretanto, a produção artística do mestre entalhador só foi possível por existir este talento nato, a habilidade do artesão foi decisiva para um trabalho de qualidade. Entretanto diversos talentos não tiveram a mesma sorte que Aleijadinho. Escravos também eram entalhadores como Agostinho e Maurício, mas não lograram o seu devido reconhecimento. Ambos entalhadores eram assistentes pessoais de Aleijadinho nas construções de capelas e matrizes do estado.

2.15 Igreja de São Francisco de Assis: um caminhar pela arquitetura religiosa do engano¹⁸

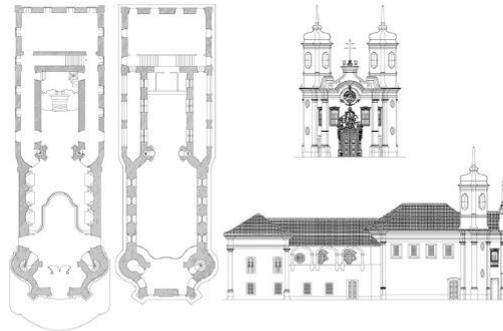
Ao se analisar a arquitetura da Igreja de São Francisco em Ouro Preto a planta baixa na Figura 26 explora todas as possibilidades formais do barroco, com as paredes dinâmicas e movimentadas, porém o desenho geral mantém as paredes principais da nave do altar planos, simétricos e paralelos.

Ao se chegar à Igreja de São Francisco em Ouro Preto depara-se com a visualização das torres superiores laterais, as quais, à medida que se avança para adentrar no templo estes referenciais tornam-se invisíveis e a entrada da igreja vem para o primeiro plano. Demonstra-se que este ambiente foi milimetricamente pensado, calculado e desenhado para projetar tal ilusão de ótica na arquitetura e que por vezes passa despercebido aos que não conhecem tal representação.

O projeto da igreja indica intencionalmente qual o local exato que o observador deve se posicionar no intuito de visualizar o desaparecimento das torres. Segundo Bastos (2009) “o posicionamento é fundamental para apreciação desta ilusão”. Para o mesmo autor “o recuo das torres cilíndricas se tornou quase um mito, como outros problemas da arte no país no século XVIII” (p. 360). De forma genérica, a técnica da perspectiva resulta no posicionamento correto do observador. A originalidade é reconhecida no universo da arquitetura como a movimentação barroca dos planos e volumes como intenção de projeto (Figura 27).

¹⁸ A arquitetura do engano é uma publicação do grupo de pesquisa PERSPECTIVA PICTORIUM, criado em 2007 e certificado pela Universidade Federal de Minas Gerais e organizado pelo professor Magno Moraes Mello.

Figura 26 - Planta e elevações da Capela de São Francisco de Assis



A cultura arquitetônica em Minas Gerais.

Fonte: Bastos, 2014, p.303.

Figura 27 - Posição estabelecida pelos arquitetos ao observarem as torres



a) Igreja de São Francisco vista de frente
Fonte: Mello, 2014, p.335.



b) Igreja de São Francisco e o recuo das torres
Fonte: Acervo do autor.

Como descreve Bertorcci (2013) o contexto religioso centrado em Deus demonstra quem estava no comando e como as obras seriam conduzidas para atenderem o interesse dos contratantes destes artistas. Utilizar as técnicas em

perspectiva estava indiretamente relacionado aos passos do servo. O caminhar era vigiado e a permanente vigilância correspondia o não perder de vista o que se pode ver.

Temos a representação da perspectiva à intenção de retratar a realidade no plano seguindo rígidas normas de geometria e matemática no intuito de que essa imagem no plano seja a fiel representação do espaço real ou vice-versa (BERTORCCI, 2013, p.220).

O observador para visualizar a representação deve “obedecer” ao rigor imposto pelos artistas para que visualize na pintura ou arquitetura a intenção do seu idealizador, qualquer afastamento percebe-se que se trata somente de uma ilusão.

2.16 Interfaces entre matemática e artes: lendo matematicamente a igreja de São Francisco

A igreja de São Francisco de Assis representa a singularidade visual de uma completa ilusão projetada. A cobertura da igreja elaborada em formato “octogonal (ou seja, em oito lados ou arestas) é conhecida abóbada mista” (MELLO et al., 2013, p. 205). Neste projeto existe uma clara intenção de projeto deste artista em despertar sensorialmente seus observadores. Arquitetura, luminosidade, pontos de fuga e distância da pintura dos seus observadores compõe a ilusão que desperta interpretações e emoções, numa clara intenção barroca de colocar o humano diante de suas fragilidades e o sagrado no centro da devoção.

O teto em perspectiva, confeccionado por Atháide e seus colaboradores, nesta pesquisa pode ser considerado como “um ponto de partida para exercitar o pensamento matemático” (FLORES, 2010, p.292). Neste sentido, a leitura do ensino da matemática a partir das obras de artes coloca o leitor diante de um grande desafio. Conhecer e observar a arte sob o olhar matemático implica em entrar em contato com as técnicas de perspectiva. Em um território com poucos recursos e com necessidades de adaptações de técnicas o artista inova em suas criações. Atháide não só atendeu uma sociedade encantada como a nova forma de olhar, mas apresenta o empirismo e a ciência europeia como marca de suas obras de artes em Ouro Preto.

A impressionante visão celestial do teto da igreja de São Francisco leva a apreciar esta imponente construção em perspectiva. Possivelmente Athaíde utiliza “quatro pontos de fuga para a elaboração do teto” (MELLO, 2013, p.242). O artista busca propiciar ao maior número de pessoas a apreciação de sua obra. Tal pintura não “apresenta grandes deformações anamórficas que podem ser planas (não necessitam de objeto de apoio para serem visualizadas) ou curvas que necessitam de um espelho para que seja possível reconstruir a imagem”, (BONAZZI DA COSTA, 2012, p.252-254). Este processo máximo da perspectiva denominado anamorfose é “desenvolvida pelas regras da geometria” (MELLO, 1998, p.75).

A técnica do anamorfismo, amplamente utilizada no Barroco Mineiro, se instaura em ambientes políticos e economicamente privilegiados como a colônia de Ouro Preto. Esta técnica tem impressionantes reflexos quanto à utilização dos espaços religiosos em Minas Gerais e provoca medo, devoção e admiração dos fiéis que penetram os templos.

A anamorfose trata-se de imagens que apresentam distorções ou mesmo dilatadas ao olhar do observador, mas através de um ponto de vista específico se restabelecem à medida que o observador se movimenta¹⁹. É neste universo complexo de visualizar as pinturas que encontra-se o Barroco (MELLO, 1998).

A empregabilidade da técnica do anamorfismo possibilita que os que deslocam fisicamente de um determinado ponto de observação a outro seja possível que a imagem pareça regular (Figura 28).

¹⁹ “A concepção de uma Anamorfose, do séc. XVI ao séc. XX. Requisitos, técnicas e uma demonstração prática”, Atas do Congresso, As idades do desenho, coordenação do Prof. António Pedro Ferreira Marques, Lisboa (TRINDADE, 2013, p.85).

Figura 28 - Andrea Pozzo, Roma Convento da casa professa de Gesù, corredor de Santo Inácio



Fonte: Mazzoni, 2000, p.229.

Ao utilizar às potencialidades da anamorfose que “tornam diformes as figuras naturais ou parecem reais os objetos distorcidos a pintura sofre distorções” (MELLO, 2013, p.242). Esta característica ilusória conhecida como anamorfismo pode ser apreciada no teto da igreja de São Francisco em Ouro Preto. Em entrevista²⁰ concedida pelo Professor Magno Mello em 23 de maio de 2017 ele esclarece que ao se entrar na nave de São Francisco, a Virgem apresenta-se sentada e tão logo o ponto de observação é alterado é possível notar sutilmente mudanças quanto ao posicionamento da Assunção da Virgem. Athaíde apresenta a técnica denominada anamorfismo em tetos curvos e com alto grau de dificuldades na sua elaboração. Técnica amplamente utilizada em talhas religiosas como afirma Bonazzi Da Costa (2012).

Possibilidades como estas levaram à aplicação de princípios anamórficos à construção da talha religiosa, provavelmente com o objetivo de criar ou ampliar a impressão de monumentalidade dos conjuntos escultóricos por meio de deformações perspécticas ou, de corrigir falhas surgidas de medidas desproporcionais presentes nos ambientes construídos, que pudessem comprometer a composição de retábulos segundo as proporções clássicas embasadas na razão áurea (BONAZZI DA COSTA, 2012, p.252).

Segundo Mello (2013), a têmpera sobre madeira da Igreja de São Francisco de Assis [1801-1812] tem a posição vertical do observador ao apreciar os

²⁰ Entrevista disponível em <https://drive.google.com/open?id=0ByNAidIzYnfWYWNMYmo1VzNlbXM>

quatro pontos de fuga e a sutil deformação da imagem da Virgem ao se transitar na nave (Figura 29).

Figura 29 - Pintura no forro da nave

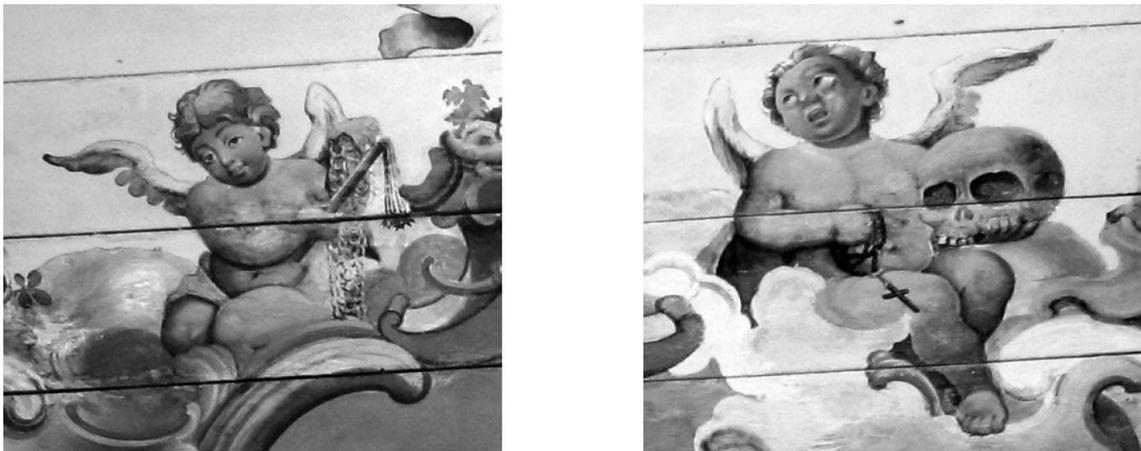


Pixiz

Fonte: Montagem fotográfica do autor.

Segundo Anjos (2002), os efeitos da anamorfose nos olhos dos anjos na Igreja de São Francisco tinham também um sentido religioso. O anjo da esquerda traz nas mãos um cilício e uma corrente, instrumentos de disciplina, penitência e mortificação, o da direita apresenta o rosário e o crânio. Paulo Versiani dos Anjos chamou a atenção para o fato de que o anjo que segura instrumentos de mortificação olha para baixo, enquanto o anjo da direita, que porta o crânio e o rosário, instrumentos de meditação e oração, olha para cima, adequadamente (Figura 30) (ANJOS, 2002, p.41).

Figura 30 - Efeitos da anamorfose nos olhos dos anjos na Igreja de São Francisco



Fonte: Campos, 2007, p.370.

As anamorfoses surgem como dispositivos ópticos que promovem a composição das imagens e servem para corrigir imperfeições desproporcionais dos tetos já construídos. Outra possibilidade é a utilização para criar ou ampliar a tridimensionalidade dos tetos. O desenvolvimento desta técnica exige que seus observadores se posicionem em um determinado ponto pensado e desenhado pelo artista já que qualquer mudança acarreta em uma diferente perspectiva. Tal técnica era apreciada e servia para medir o conhecimento que artista utilizava em tetos abobadados como afirma Pedro Miguel Filipe dos Santos, geômetra da universidade de Portugal:

Na pintura de tectos e abóbadas, assistimos com alguma frequência ao recurso a sistemas policêntricos ou polifocais, principalmente no período Barroco. O método consiste no uso de dois, três ou quatro pontos de fuga correspondentes a vários pontos de vista, onde cada um está relacionado com o seu sector ou porção cilíndrica da abóbada, criando assim um efeito de observador em movimento. Este método determina a construção da perspectiva por sectores ou feixes excêntricos. Aliás, a utilização de vários pontos de fuga na representação de perspectivas em superfícies curvas foi uma prática muito utilizada na pintura de tectos (SANTOS, 2014, p.68-69).

Na Figura 31 é possível visualizar a representação computadorizada da técnica anamorfismo (TRINDADE, 2013) e na pintura de Andrea Pozzo²¹ (Figura 28) permite visualizar como as distorções acontecem em razão do ponto de observação.

²¹ Em uma breve síntese Andrea Pozzo era um religioso jesuíta italiano o qual fez grandes pinturas nos tetos das igrejas barrocas, causando a ilusão, para quem olhava de que as paredes e as colunas da igreja continuam no teto,

presente na representação das colunas ilusórias das colunas da igreja. Convince-nos de que o falso seja verdadeiro, segundo Mello (1998). No segundo momento de observação tem-se a abertura do céu demonstrando uma segunda profundidade ilusória apresentando Nossa Senhora e a devoção de todos, presentes na sua imagem.

Figura 32 - Representação dos quatro pontos de observação

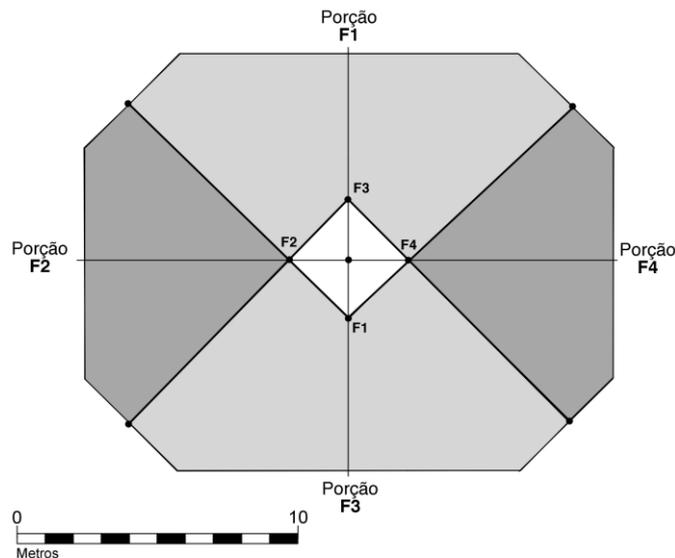


Ilusão e engano na decoração do teto da nave da Capela de Ordem Terceira de São Francisco em Ouro Preto (1801).
Fonte: Lima, 2011, p.249.

O teto da igreja de São Francisco é pensado cuidadosamente por seu idealizador apresentando quatro pontos de observação, de acordo com a Figura 33

F_1 , F_2 , F_3 , F_4 . Para efeitos didáticos apresenta-se abaixo os quatro pontos propostos pelo artista.

Figura 33 - Quatro pontos de fuga



Fonte: Santos, 2014, p.105.

1. A igreja de São Francisco apresenta um sistema polifocal e ao se adentrar no templo visualiza-se o primeiro ponto de fuga situado no rosto de Nossa Senhora. Intuitivamente este é primeiro ponto de observação ao fruidor. No levantamento fotográfico realizado por Renata Lima²² (Figura 32) as interseções dos vértices resultam no ponto de encontro das diagonais do losango assim que se chega ao centro da figura de Nossa Senhora. Neste ponto central “temos a existência de dois espaços celestiais elaborados por Athaíde dando a sensação ser verdadeiro o que é falso”, segundo Mello (2013, p. 244). Desta forma, a superfície curva da igreja é dividida em oito porções simétricas (Figura 33). O observador nesta posição está diante da representação simbólica e geométrica de Nossa Senhora, ou seja, o centro geométrico do losango é também o centro da contemplação, Nossa Senhora é o centro da devoção do céu de Athaíde. “Este recurso é amplamente utilizado no Renascimento que busca ampliar os espaços representados” (MELLO, 1998, p.88).
2. O segundo ponto de observação é simétrico ao ponto primeiro. Este foi elaborado cuidadosamente por Athaíde. Neste ponto o segundo observador

²² LIMA, Renata (Org.). Tetos do Brasil. São Paulo: Babel, 2011. (foto de Bruno Veiga).

pode apreciar a imagem como acontece em outros pontos de fuga. Esta técnica é amplamente utilizada nos tratados de perspectiva de Antônio Palomino²³.

3. Os pontos três e quatro são simultaneamente simétricos e paralelos às quadraturas. Os observadores nestes pontos de fuga visualizam o prolongamento das pilastras criando visualmente um senso de verticalidade no edifício. Aos olhos do público parece que o teto da igreja de fato se abre. Serão apresentadas ainda neste item técnicas utilizadas para as construções dos templos (Figura 34).
4. Os sistemas com quatro pontos de fuga não evitam por completo a distorção da composição, embora reduza este efeito. Ressalta-se o alto grau de complexidade relacionada ao *trompe l'oeil*, dada a grande distância entre o ponto de vista e a superfície pintada. Athaíde provavelmente recorreu a métodos complexos, criativos e empíricos para a criação deste legado inspirado nos primórdios das técnicas de Piero della Francesca, Alberti e Andrea Pozzo. De qualquer forma o teto da igreja demonstra a fantástica capacidade de criação de um artista mineiro que soube reinterpretar tratados de perspectiva em Ouro Preto.

Como e quando as publicações de Antônio Palomino em 1724 chegaram ao conhecimento de Athaíde? Uma técnica de perspectiva espanhola em pleno céu de Ouro Preto com quatro pontos de fuga (ou sistemas polifocais) é desenhada no céu do templo. Em plenas terras mineiras um artista dotado de grande talento encontra-se em consonância até mesmo com as obras da pintura do teto da Sala Clementina no Vaticano (Figura 35).

²³ Nos tratados de Antônio Palomino encontramos a utilização de diferentes pontos de vista para cada setor da pintura. Assistimos à divisão da pintura em setores que, adicionados entre si, unificam e totalizam a obra. O Prof. Antônio Trindade na sua tese de doutoramento designa de *feixes excêntricos* o método e acrescenta que na realidade esta técnica consiste na aplicação de várias perspectivas monofocais conjugadas na mesma obra (SANTOS, 2014, p. 75).

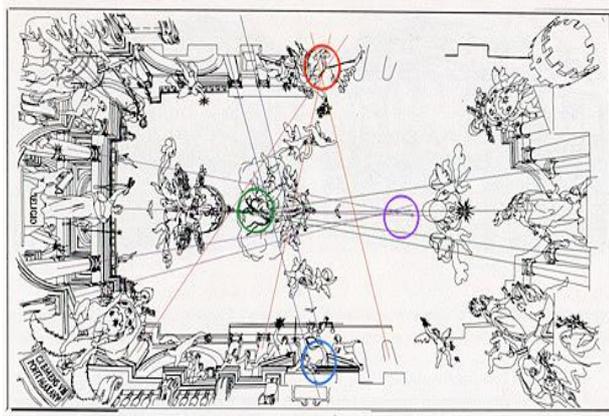
Figura 34 - Manoel da Costa Athaíde: estudo identificando apenas a quadratura



Fonte: Mello, 2014, p.321.

No estudo perspético da pintura do teto da Sala Clementina no Vaticano pode-se observar, a partir das circunferências de diferentes cores, quais as zonas de convergência que correspondem os raios visuais, e as quatro porções em que a pintura está dividida. Imagem incluída na obra de: MARZIO, Daniele Di, “La Sala Clementina in Vaticano”²⁴.

Figura 35 - Estudo perspético da pintura do teto da Sala Clementina no Vaticano



Fonte: Santos, 2014, p.70.

²⁴ *La costruzione dell'architettura illusoria*. Roma: Gangemi Editore, 1999, p.163.

A evidente proporcionalidade e simetria da imagem pensada pelo artista partindo dos pontos de fuga demonstram plenos conhecimentos matemáticos propiciando leveza e movimentos às figuras da Sala Clementina no Vaticano, segundo afirmação do especialista em geometria da Escola de Belas Artes em Portugal, Pedro Miguel Filipe dos Santos quando afirma:

[...] apesar das lições do padre Pozzo sustentarem a teoria de um único ponto de fuga na construção da perspectiva. Os sistemas polifocais na pintura de tetos em abóbadas têm como propósito impedir distorções de natureza óptica e em simultâneo, podem criar uma dinâmica mais acentuada na composição, provocando no observador uma sensação de movimento (SANTOS, 2014, p.70).

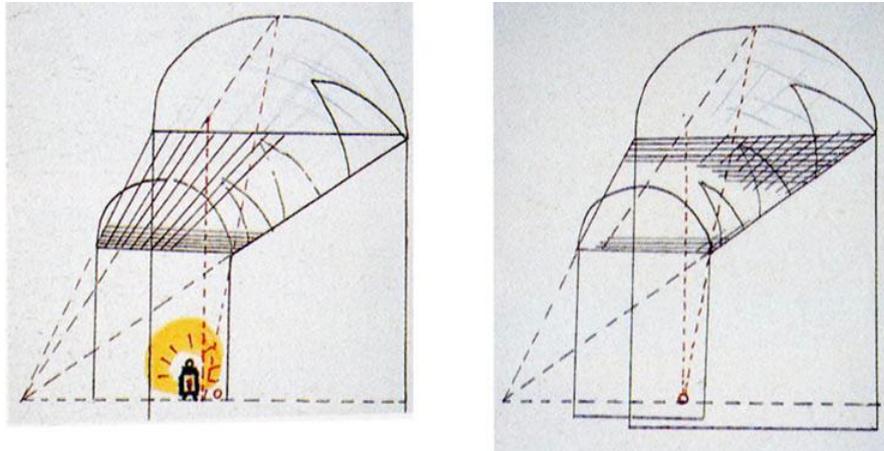
O fenômeno das pinturas nas arquiteturas curvas é a compilação de conhecimentos científicos e empíricos. A existência de técnicas empíricas, votos de segredos²⁵ e trocas de informações entre profissionais em território brasileiro proporcionaram o desenvolvimento da geometria e recursos particulares entre os artistas mineiros. Tintas venenosas, grelhas, lanternas mágicas²⁶ e cordas são alguns dos recursos que possivelmente foram utilizados em solo mineiro, mas que requer estudos comprobatórios (Figura 36).

A mudança de pinturas na horizontal para os tetos das igrejas já era apreciada na Europa. O quadro vertical se desloca para o quadro horizontal e oblíquo, proporcionando um novo modo de apreciar as artes. O olhar agora se desloca para teto com múltiplos pontos de vista e percursos os quais sofrem poucas distorções. Este recurso passa a ser ovacionado na cultura europeia e posteriormente em solo brasileiro. “O fascínio por tetos ilusórios impulsiona a vida artística em Ouro Preto” diz Santos (2014, p.44).

²⁵ O conhecimento era disputado e visto como ascensão social. A crença na existência de votos de segredo e exclusivismo parece ter se desenvolvido no século XVII com filósofos da natureza admirados pelas provas empíricas do mundo dos técnicos (MELLO, 2013, p. 53).

²⁶ O método consiste na colocação de uma vela ou lanterna no centro de projeção, (Figura 39) que projeta a sombra da malha de quadrados sobre a superfície abobadada ou curva. A sombra provocada pelo foco luminoso revela o traçado das linhas da malha, que resultam em segmentos de reta curvos. O pintor ou desenhista só tem que seguir essas linhas, conseguindo transpor a malha na sua totalidade. Mais detalhes sobre o assunto ver tese de doutorado “O Trompe L’oil Barroco na Igreja do Menino Deus em Lisboa: métodos e técnicas” (SANTOS, 2014).

Figura 36 - Tecniche di trasposizione del disegno nei dipinti mutali (Técnicas de transposição do desenho nas pinturas mutais)



Fonte: Luca, 1999, p.52.

2.17 Influência de Andrea Pozzo na obra athaidiana

Não se sabe exatamente quais as técnicas utilizadas no teto da Igreja de São Francisco, mas apresentam-se os principais recursos disponíveis em literaturas portuguesas presentes na tese de Santos (2014) e outros autores brasileiros como exemplo Mello (2013). Tais estudos apontam indícios de possíveis técnicas utilizadas em terras mineiras.

Os trabalhos de Silva (2012), Santos (2014) e Mello (2013) apontam indícios de fontes de inspiração que foram disponibilizadas à Atháide para a confecção do teto. É comprovada em documentos a propriedade do tratado de Andrea Pozzo, informação pacificada conforme seu testamento e sua proximidade com Francisco Xavier Carneiro²⁷. Tal acervo indica que estava à disposição nesta e outras possíveis literaturas o conhecimento de Pozzo na elaboração dos tetos abobadados, dentre eles a técnica da lanterna mágica.

Diante do elevado grau de complexidade dos tetos curvos tem-se a denominação de duas carreiras quando se cita falsas arquiteturas (MELLO, 2008). O riscador (desenhista) da composição tem como função preparar o teto com riscos

²⁷ Em sua descrição o professor Magno Mello afirma que não podemos assegurar que o livro seja esse, mas, conforme a cronologia é bem possível, para além de o conteúdo deste impresso atender muito bem a Francisco Xavier Carneiro em relação, seja às tintas, seja às preparações de cenas ou de imagens perspectivadas. Acreditamos que Atháide e Xavier Carneiro possuíam a mesma obra de Montón. (MELLO, 2013).

das projeções e o pintor tem como atributos projetar as perspectivas, ou seja, o desenho propriamente dito. Não se pode afirmar se Athaíde exercia as duas atividades ou dividia tal função com outras pessoas. No entanto, sua notoriedade como quadraturista especializado em perspectiva era reconhecido por seus pares em Mariana. Para se estabelecer socialmente com uma função de tamanha responsabilidade somente um quadraturista talentoso, exercendo “o rigor das artes poderia compreender os tratados elaborados por geômetras e matemáticos da época”, conforme Santos (2014, p.58).

A intenção dos artistas em utilizar quatro pontos de fuga se dá por limitados espaços físicos dos locais ou ao desenho, ou então, porque “desejavam propiciar novos pontos de observação aos que apreciassem o teto perspectivado”, (SANTOS, 2014, p. 75). Na condição de sábio pintor de sua época Athaíde oferece novas possibilidades de observação. Se para a grande maioria dos pintores era praxe criar obras controladoras do efeito da perspectiva, impedindo que o observador fosse impedido de visualizar grandes deformações nas criações ilusórias.

A geometria garantiu o desenvolvimento da técnica em superfícies planas e curvas permitindo que as teorias da construção legítima e dos pontos de distância desenvolvesse cada vez mais estudo do *trompe l'oeil*, sobretudo nas representações anamórficas onde a posição do observador é de particular importância.

A obra do mestre Athaíde guarda muitos segredos matemáticos e históricos ainda não revelados. Seus métodos utilizados na pintura e o teto da igreja de São Francisco “envolvem teorias matemáticas e instrumentos específicos”, segundo Mello (2014, p. 310). No acervo deste artista tem-se a existência de pormenores reverenciados e que necessitam maiores estudos. A genialidade de um quadraturista capaz de criar soluções e atender inúmeros desejos dos financiadores das obras nas igrejas, segundo Mello (2013). Athaíde é um grande representante da quadratura em território brasileiro²⁸.

As pinturas de Athaíde ainda hoje despertam os sentidos e são notórias durante a visita à igreja de São Francisco. Somos levados à apreciação de *Le*

²⁸ Introduzida por Baccarelli, a quadratura tornou-se uma verdadeira moda que se estendeu por toda a Portugal e pelo Brasil. (PEREIRA, 1989, p.361).

trompe l'oeil ²⁹ desenvolvido por este artista que desperta apreciação das mais diversificadas áreas do conhecimento e estudos que auxiliam a recontar esta trajetória. O *trompe l'oeil* é uma técnica ilusionista que busca reforçar o infinito, levando o observador para pensar que está dentro da pintura.

2.18 Conclusões parciais

Foram apresentadas possíveis técnicas da perspectiva utilizadas nos tetos das igrejas brasileiras. Pontos de observação, anamorfose e ilusão de ótica que compõem o cenário da nave na Igreja de São Francisco. Um espaço que supera expectativas do observador nos quesitos ilusórios e técnicos. Athaíde conseguiu ser um artista diferenciado ao dominar conhecimentos relacionados à ótica, matemática, arquitetura, cartografia, pintura. A hipnotizante cena teatral da nave de São Francisco é um convite ao universo da perspectiva em infinitas dimensões por seu legado histórico, arquitetônico, religioso e fascina do ponto de vista matemático.

A surpreendente teia dos conhecimentos empregados nestas obras é uma importante característica deixada por este artista. Trata-se de inesgotáveis fontes científicas que, na tentativa de conhecer a constituição do saber no período colonial, só confirma novas possibilidades e descobertas.

2.19 Matemática e arte: uma conexão possível

Este item abordará rapidamente a influência da arte europeia na confecção dos tetos em perspectiva no Brasil, bem como diferentes métodos que provavelmente foram utilizados na obra de Athaíde.

A ideia de que é possível exercitar o olhar matemático em ambientes que tratam do universo da perspectiva é um amplo campo de pesquisa para a matemática. Explorar a percepção visual de professores e estudantes em

²⁹ A própria dúvida é parte do jogo do *trompe l'oeil*, que apenas seduz o olho do espectador e o leva a acreditar que o falso se transforma em verdadeiro. É a perspectiva que restitui a deformação óptica sofrida pela imagem a partir do momento em que um objeto é projetado no espaço. Este efeito ilusório, entre o real e o falso, deve ser considerado como um extremo, ou como o próprio limite do *trompe l'oeil*, onde os *preceitos técnicos são fundamentais* (MELLO, 2008, p.206).

monumentos históricos torna-se um desafio interdisciplinar, o que possibilita criar novas compreensões acerca da visualização matemática, segundo Flores (2010). Ao visitar estes monumentos históricos somos seduzidos a conhecer a matemática presente nestes acervos.

Portanto, as imagens são os lugares onde se põe em prática modos de pensar, onde se exercitam visualidades. Isso pode ser uma das possíveis intervenções da Arte com a Educação Matemática. De um lado, a Arte como lugar de análise das práticas visuais, demarcando as técnicas, as estratégias de pensamento, imprimindo modos de olhar e de representar, onde a Matemática se faz, ao mesmo tempo, efeito de um olhar e agente de produção de um modo de pensar. De outro, pode ser o lugar por onde se põe em prática, onde se exercitam pensamentos matemáticos num processo de criação, de invenção, de sensação (FLORES, 2016, p.507).

A problematização do olhar é algo desafiador no ambiente escolar e temos uma poderosa ferramenta denominada imagem que são lugares de exercício para o pensamento matemático. Ambientes ricos em elementos históricos e visuais e que se busca introduzir neste estudo.

Ao ser tocado por aquele que vê a imagem afeta o corpo de maneira intensa, levando-o a problematizar, questionar, enfim, a falar sobre verdades marcadas em formas de pensamento e, no caso que aqui discutimos formas de pensar matematicamente (FLORES, 2016, p.507).

O desenvolvimento das técnicas da perspectiva convida a reflexões dos novos e diversos olhares. Segundo Sicard (1998) apresentar e aprender nos colocam diante de situações de um olhar construído, criado, fabricado. É possível amenizar dificuldades para a visualização do olhar geométrico dos nossos estudantes e encontrar mecanismos didáticos que desenvolvam o “aprender a ver?” (FLORES, 2003, p.32).

A busca em representar o mundo real permeia os anseios humanos. Registrar acontecimentos é algo inerente dos homens. Representações estas que foram feitas em pedras, madeiras e telas. Desta forma, a história da perspectiva nos convida a conhecer o desenvolvimento do olhar humano e sua carga social, política e econômica. Estamos diante também de um tema importante das novas tendências em educação matemática, dentre elas a Etnomatemática que discute os múltiplos olhares da matemática segundo suas culturas locais, segundo D'Ambrosio (1991).

Para conhecer ou visualizar um objeto no espaço é preciso abordar o contexto histórico, técnicas matemáticas e artísticas. Os trabalhos de Meneguzzi (2009) mencionam a preocupação em deslocar a mera transmissão oral do conhecimento, passando por mecanismos didáticos que propiciem o ensino e difusão da temática e Flores (2003) destaca os avançados estudos científicos da representação visual. Serão abordados a seguir os conceitos básicos relacionados aos desafios artísticos, matemáticos e culturais da expressão tridimensional do plano.

A história do olhar passa por respostas ou soluções encontradas por artistas ou decoradores. O desafio de formalizar o conceito de perspectiva cientificamente encontra-se nos diversos tratados que a humanidade elaborou para inicialmente capacitar o olhar didaticamente e sua posterior dedicação para que se tornasse um método amplamente utilizado e difundido no período Renascentista.

Destacam-se alguns autores como Belting (2011) e Erwin Panofsky que foram responsáveis em delimitar a importância da perspectiva sob o ponto de vista histórico, segundo Mello (2014). Este modelo amplamente difundido nos quatro cantos do mundo ganha força e amplitude com sua difusão no período da Renascença como afirma Canotilho (2005).

A perspectiva, acima de tudo é profundidade do conhecimento, visão, abertura do espaço infinito, ausência de limites e limitações culturais. Este é que é o verdadeiro simbolismo da perspectiva. Daí que, a explosão técnica da perspectiva, coincide com o período mais fecundo da nossa civilização ocidental, designado de Renascimento (CANOTILHO, 2005, p.22).

O Renascimento traz nas obras de arte um modelo de figuras tridimensionais que condiciona e orienta o observador. Este novo olhar cartesiano é geométrico e científico pautado na ciência e não somente na intuição do artista.

A técnica da perspectiva impulsionada pelos avanços na matemática contribuiu e impulsionou a representação tridimensional com suas técnicas e que podem esclarecer algumas dificuldades dos estudantes em visualizar figuras no ensino geométrico, segundo Flores (2003).

Ao se conhecer como desencadeou o estudo do olhar, pode-se ampliar os conhecimentos e compreensão dos métodos em que a ciência criou para formatar o nosso olhar. Tais estudos se devem a inúmeras tentativas e erros de seus

colaboradores até que as técnicas ganhassem *status* de um método artístico e matemático.

2.20 Técnicas matemáticas em função da construção da arte

Um mestre com um compasso nos olhos capaz de idealizar mentalmente a sua intenção da pintura nos tetos das igrejas de Minas Gerais, assim pode-se definir Mestre Athaíde para a elaboração do teto da igreja.

A cobertura abobadada construída em oito porções cilíndricas com uma singular ilusão e múltiplas possibilidades de análise dos possíveis métodos científicos e empíricos está conjugada na obra artística.

Os métodos e técnicas são apresentados em tratados e textos da época, segundo Santos (2014, p.93). É possível, por exemplo, “identificar as principais difusões técnicas entre os artistas em Portugal” e que possivelmente aportaram em território brasileiro. Nas publicações dos mestres das artes em criar a ilusão encontra-se a disseminação oral do conhecimento e votos de segredos entre os artífices em Minas Gerais.

Não se pode deixar de pensar na influência via Portugal, da cultura artística. Mesmo que não se verifique, em Minas Gerais, a presença concreta de tratados de perspectiva mesmo que o quadraturismo não se tenha estabelecido aqui diretamente, a partir dos modelos italianos reinterpretados em Portugal, nesta capitania é forte a influência da Europa [...] (MELLO, 2013, p.243).

Aguardam-se estudos mais consistentes para que as documentações de Mestre Athaíde possam dar voz ao seu legado, já que seus métodos ainda carecem de aprofundados estudos. A iniciativa do grupo de pesquisa Perspectiva Pictorum³⁰ possibilita compreender a importância da história dos tetos e acervos históricos em Minas Gerais. É importante lembrar que a descrição tem caráter didático para se conhecer quais caminhos os mestres da pintura percorreram no período colonial.

³⁰ Atualmente o grupo de pesquisa, Perspectiva Pictorum, está inventariando toda a pintura em Minas Gerais num trabalho de investigação iniciado em 2007 e que neste momento conta com a catalogação de mais de cem nomes de pintores e cerca de quinhentas obras já inventariadas. Este grupo realiza bianualmente um congresso internacional de história da arte e é coordenado pelo Dr. Magno de Moraes Mello, UFMG.

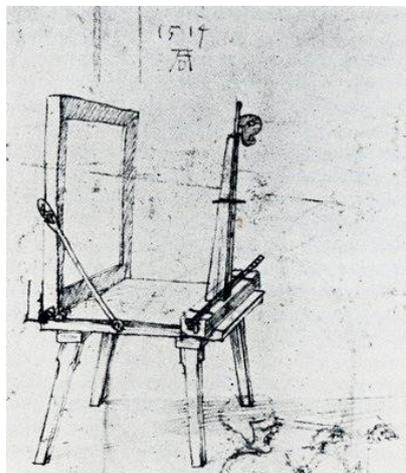
Serão apresentadas a seguir algumas técnicas na elaboração dos tetos abobadados no período Renascentista e que foram reinterpretados em Portugal e, posteriormente, no território brasileiro.

2.20.1 A grelha

A divisão do desenho em quadrados permite que o artista não crie deformações. A reprodução acontecia inicialmente em papéis e posteriormente era reproduzido em telas de pintura e tetos abobadados. “Este método é considerado pelos artistas da época como rápido e eficaz ao transpor o desenho para outra superfície já que possibilita trabalhar com escalas de desenho amplamente utilizado em nossos tempos” (SANTOS, 2014, p.89).

A Figura 37 é uma máquina de desenho de Dürer³¹. O método consiste em observar o tema a desenhar através da moldura ou janela com malha de linhas ortogonais no seu interior.

Figura 37 - Máquina de desenho de Dürer



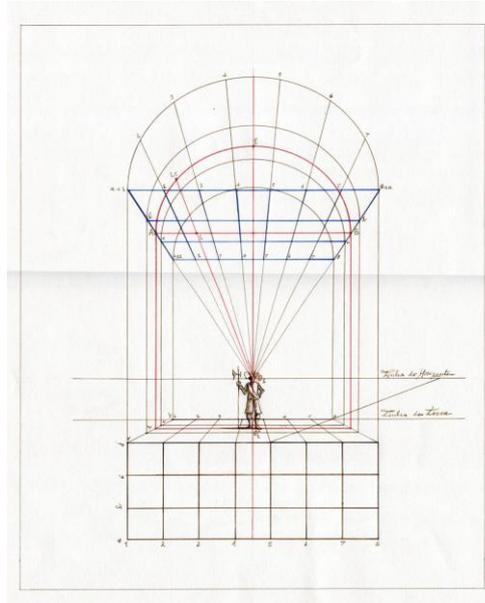
Fonte: Santos, 2014, p.98.

Utilizado no período Renascentista a grelha é um método que “consiste em traçar uma malha de quadrados sobre o desenho e posteriormente é ampliada, ou não no suporte no qual o desenho será executado”, (SANTOS, 2014, p. 98). Esta

³¹ Imagem retirada do site Educational Alliance Portrait and Figure Drawing, Jim Cooper, 2006, em: eapd.blogspot.pt/.

prática é descrita em tratados de perspectiva de Jean Le Dubreuil ou Andrea Pozzo (Figura 38).

Figura 38 - Aplicação de elementos geométricos em superfícies curvas



Fonte: Santos, 2014, p.47.

Na ilustração, realizada a partir da figura incluída na obra de Du Breuil, pode-se assistir à aplicação de elementos geométricos em superfícies curvas. Desenho do autor em aquarela, tira-linhas e grafite graficamente inspirado nas ilustrações publicadas na época de Du Breuil. Aqui se assiste à “projeção do segmento de reta AB, bem como o ponto L na superfície curva”, (SANTOS, 2014, p.47).

As grelhas ou também chamadas de tramas são de grande importância para o aperfeiçoamento das técnicas em perspectivas. Nas igrejas este método foi amplamente utilizado para transportar os desenhos preparatórios para as superfícies horizontais curva como afirma Santos (2014):

[...] como é que se transportava um desenho para o tecto abobadado de uma igreja? Maurizio De Luca, responsável pelo Museu do Vaticano, cita o padre Andrea Pozzo que diz: “[...] costruisce una rete di spaghetti in cielo [...]” ascendemos uma lanterna e: “[...] andrai di notte percorrendo con il pennello [...]”. Segundo Maurizio De Luca, Andrea Pozzo sugere a utilização de uma fonte de luz durante a noite, colocada ao centro do pavimento no lugar do observador (SANTOS, 2014, p.101).

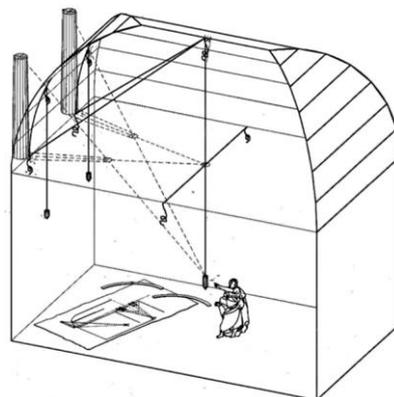
A complexidade e escassos recursos colocam os artistas diante de suas engenhosas soluções para contornar obstáculos. Um recurso recorrente para realizar os riscos em papel na fase inicial são grafites, carvão, ou aparos de metal e tinta. O interesse era aproveitar o máximo os recursos disponíveis à época (tintas, madeiras e ferramentas). Não esquecendo que até “o relevo dos riscos previamente eram utilizados para garantir o efeito da tridimensionalidade” (SANTOS, 2014, p.94).

2.20.2 Fios esticados

É um método em que os artistas mediam a curvatura da abóboda com uma corda. Em seguida realizam um desenho no chão como o desenho da pilastra ou demais elementos de representação. Após marcar na abóbada a posição do centro da projeção e da altura, fixavam outro fio que ia do centro da projeção até a superfície curva, onde se colocava outro fio com peso na extremidade inferior. “A partir do ponto de observação, é registrada a marcação da linha na abóboda conforme o alinhamento com o fio de prumo ou com uma fonte luminosa no centro da projeção para o registro das sombras”, como afirma Santos (2014, p.125). A técnica dos fios esticados ou *dei fili tesi*, acompanha o trabalho de Vignola-Enatio Danti (Figura 39).

O objetivo dos artistas era combinar técnicas simples e eficientes. Santos (2014) acredita que o uso destas combinações envolvia não só tratados para a construção de espaços, mas uma forma de herança simbólica de pai para filho em buscar êxitos e glória na elaboração da pintura com menor esforço e tempo possível.

Figura 39 - Reconstituição da possível aplicação do método dos fios esticados ou *fili tesi*



Daniele Di Marzio. Reconstituição da possível aplicação do método dos fios esticados ou *fili tesi*, para a realização do desenho na cobertura da Sala Clementina no Vaticano. Imagem retirada da obra *La Costruzione dell'architettura Illusoria*, Roma, Gangemi Editore, 1999, p.166.

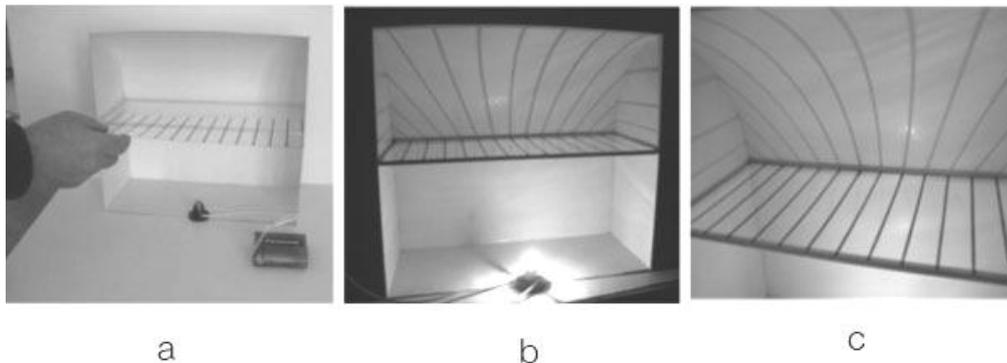
Fonte: Santos, 2014, p.126.

2.20.3 O recurso da lanterna mágica

Uma estratégia utilizada por artistas era a iluminação dos espaços. O recurso lanterna mágica tem importantes contribuições para a confecção do espaço perspético. Na Figura 40 é apresentado um experimento da tese de doutorado do professor Pedro Miguel, geômetra responsável por projetar em uma maquete com iluminação artificial as sombras que seriam posteriormente riscadas. Nesta reprodução é possível notar como uma grelha projeta linhas em um plano curvo.

As linhas projetam-se segundo arcos de curvatura variada, conforme se “afastam do centro de projeção e as linhas paralelas permanecem retas e paralelas entre si”, segundo Santos (2014, p.103-104).

Figura 40 - Projeção da grelha na superfície curva



Fonte: Santos, 2014, p.103.

Segundo Santos (2014), a posição da superfície curva processa-se da seguinte maneira: a) coloca-se uma lâmpada de 4V alimentada por pilha de 4.5V no centro de projeção de forma a projetar a sombra da grelha na superfície curva, conforme as descrições de Pozzo; b) projeção das linhas na superfície curva; as sombras degeneram em curvas; c) ainda a projeção das linhas, vistas de outro ponto de observação.

Desta forma, os desenhos reproduzidos em papel poderiam ser transportados para os tetos curvos por partes com redução de desvios e poucas

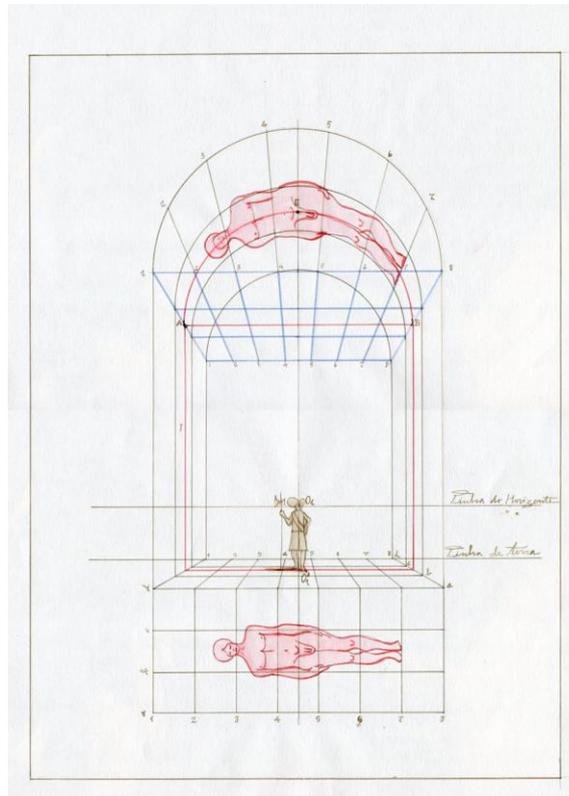
deformações na sua composição final. Os riscos das linhas possivelmente eram utilizados com andaimes, tendo em vista a inviabilidade de riscar tetos com varas. As alturas das igrejas mediam aproximadamente 14,6 metros. Existe um propósito ao estabelecer essa distância entre o fruidor e a pintura já que a nossa visão não consegue captar a distância além de seis metros.

Segundo Mello (1998, p.206) “durante a observação dos espaços perspéticos deve ser visto apenas um olho (representação de Burnelleschi em tabuletas onde se visualizava a cena por um orifício). O efeito de profundidade restitui-se com a visão dos dois olhos sempre que existir um ponto de fuga”. No caso do *Trompe l'oeil* tem por objetivo seduzir o observador. O artista busca convencer que o espaço é mais infinito e divino do que parece o que leva a acreditar que o falso se transforma em verdadeiro, porém o olho humano nunca é completamente enganado. A própria dúvida faz parte do jogo.

A elaboração exigia quadricular o modelo no chão, transferindo-o depois para a parede rebocada com o mesmo número de quadrados idênticos aos realizados no papel aumentando de acordo com a necessidade, conforme sugeridas no tratado de Andrea Pozzo, descrito por Mello (1998) (Figura 41):

Este processo é aplicável a toda a pintura de perspectiva, seja numa superfície plana ou num tecto rectilíneo. No caso de se tratar de um espaço abobadado, o tratadista faz as seguintes recomendações: suspender toda a abóbada uma grade construída com cordel, reproduzindo à escala os quadriculados existentes no esboço; em seguida, e para projectar o esquema da pintura, deve-se colocar à noite uma luz no ponto de vista obrigatório em que o espectador se deverá situar e então riscar no suporte aquilo que se deseja representar (MELLO, 1998, p. 195-196).

Figura 41 - Transposição e a projeção da mesma na superfície curva

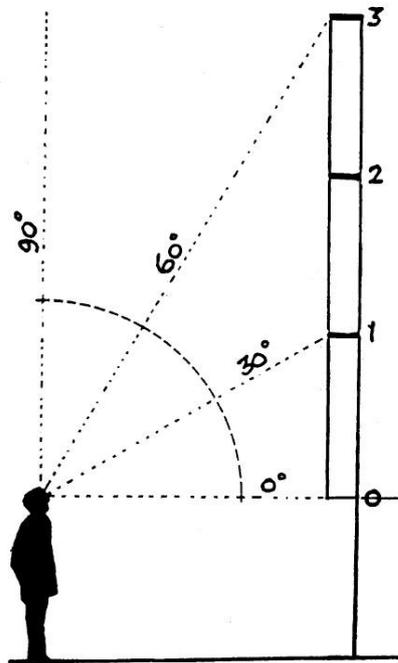


Em baixo, pode-se observar a figura em verdadeira grandeza incluída na grelha de transposição e a projeção da mesma na superfície curva. Desenho do autor. Aquarela, tira-linhas e grafite graficamente inspirado nas ilustrações publicadas na época de Du Breuil.

Fonte: Santos, 2014, p.48.

O método revela como os quadraturistas representavam os elementos em cenários de ilusão em cenários de tetos e quadros, destacando elementos como proporcionalidade, projeções paralelas e ortogonais (Figura 42).

Figura 42 - Proporcionalidade da pintura em relação ao ângulo visual



Vista de baixo para cima: duplicar o ângulo de visão significa triplicar a área pintada. Nota-se que a última é vista quase como a metade da primeira.

Fonte: Mello, 1998, p.93.

Na Figura 42 quanto maior o ângulo de observação do observador, maior será o tamanho da pintura. Os artistas dominavam além das técnicas de pintura conceitos geométricos como a proporcionalidade e ângulos. A imagem também contempla conhecimentos que abordam o estudo da ótica e focos luminosos para se projetar os pontos de fuga. Para o estudo da ótica sugerimos maiores informações no acervo do pesquisador Fumikazu Saito³².

Dentre os diversos mecanismos estruturais para desenvolvimento do desenho perspéctico, ou seja, da *perspectiva artificialis*, citamos a figura do artista conhecido como “riscadores”. Estes artistas tinham a missão de projetar os “rascunhos nos tetos curvos utilizando andaimes”, segundo Santos (2014, p.115).

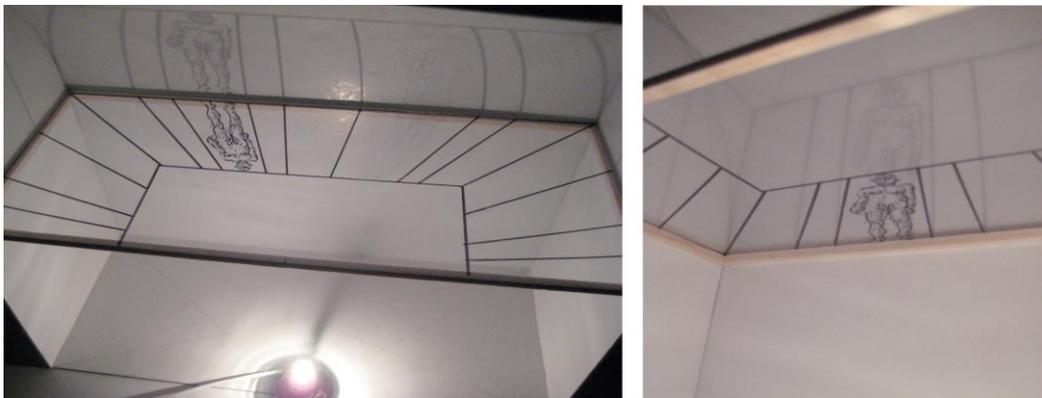
A confecção das pilastras (quadraturas) laterais ilusórias estabelecem também de modo científico e empírico os processos utilizados e desenvolvido o prolongamento entre a arquitetura real das pilastras na parede vertical. As aplicações das deformidades estão presentes nas perspectivas laterais.

³² Disponível em <https://fumikazusaito.com/chapters-in-books/>

A arquitetura ilusória nas pilastras surge a partir da linha da sanca (local em que o homem encontra-se posicionado para riscar o teto, conforme Figura 43).

O profissional conhecido como “riscador” era o responsável pelos riscos do teto e este se posicionava nas sancas criando as primeiras cenas teatrais da perspectiva. A execução era feita com maior eficiência já que sua proximidade com o teto possibilitava traços mais firmes nas sombras feitas pela grelha iluminada. Desta forma, a reprodução do desenho era executada com maior precisão até a composição total da figura.

Figura 43 - Simulação das sancas



Fonte: Santos, 2014, p.104.

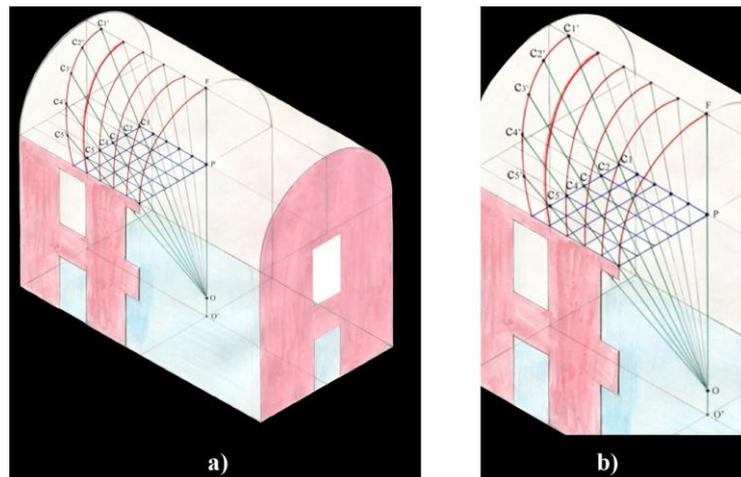
Lendo da esquerda para a direita: a experiência simula metade de um espaço interior cujas linhas traçadas no plano horizontal na zona da sanca, convergem para um ponto no centro, concordante com o foco luminoso. As projeções das sombras resultam em linhas curvas que vistas do ponto de observação se apresentam como verticais e em perspectiva. Na figura da direita, as linhas observadas do ponto correto de observação apresentam-se como retas. Não resistimos e incluímos uma figura humana na composição, como se ela estivesse no intervalo de duas pilastras. Verifica-se que “a figura está em continuidade com a perspectiva”, quando presenciada do ponto de observação correto, segundo Santos (2014, p.104).

A utilização do foco luminoso é uma das estratégias utilizadas para projetar as linhas retas nas superfícies curvas. A técnica da grelha é composta de retas paralelas que ao serem iluminadas, são projetadas no plano curvo. Uma

simbiose de geometria euclidiana e não euclidiana no mesmo espaço. A Figura 44 apresenta o desenho representativo do método de focos luminosos, como descreve Santos (2014, p.121):

Uma fonte luminosa **O**, colocada no centro de projeto, coincidente com o raio principal que intersecta a abóbada no ponto de fuga **F**. O ponto **P** é coincidente com a altura da sanca da nave, e corresponde ao ponto de fuga das ortogonais relativamente ao quadro horizontal onde a perspectiva nos surge ilusoriamente plana. O segmento **O'O**, correspondente à altura de um homem e representa a altura de visão; o segmento **OP** representa a distância de visão, que parte da fonte luminosa e termina no plano horizontal da sanca; e o segmento **OF** que representa a distância de visão relativamente à abóbada. A malha assente na sanca representa um quarto da quadratura central. Os pontos **C1**, **C2**, **C3**, **C4** e **C5** estão projetados na superfície curva através dos pontos **C1'**, **C2'**, **C3'**, **C4'** e **C5'**

Figura 44 - Representação axonométrica



Da esquerda para a direita: representação axonométrica onde podemos observar o método do foco luminoso descrito por Pozzo. À direita: imagem ampliada do desenho anterior, inspirado nas figuras 819 e 820 da autoria do Professor António Trindade e publicadas na sua tese de doutoramento

Fonte: Santos (2014, p.120).

2.20.4 O sistema polifocal: paridades entre Brasil e Portugal

A Igreja do Menino Deus em Portugal é uma possível referência já que apresenta similaridades em sua estrutura geométrica com obras de Athaide na Igreja de São Francisco de Assis em Ouro Preto. A análise feita pelo geômetra português Pedro Miguel Filipe dos Santos descreve o método de quatro pontos de fuga na Igreja do Menino Deus. Dentre as possíveis paridades verificamos o uso do sistema

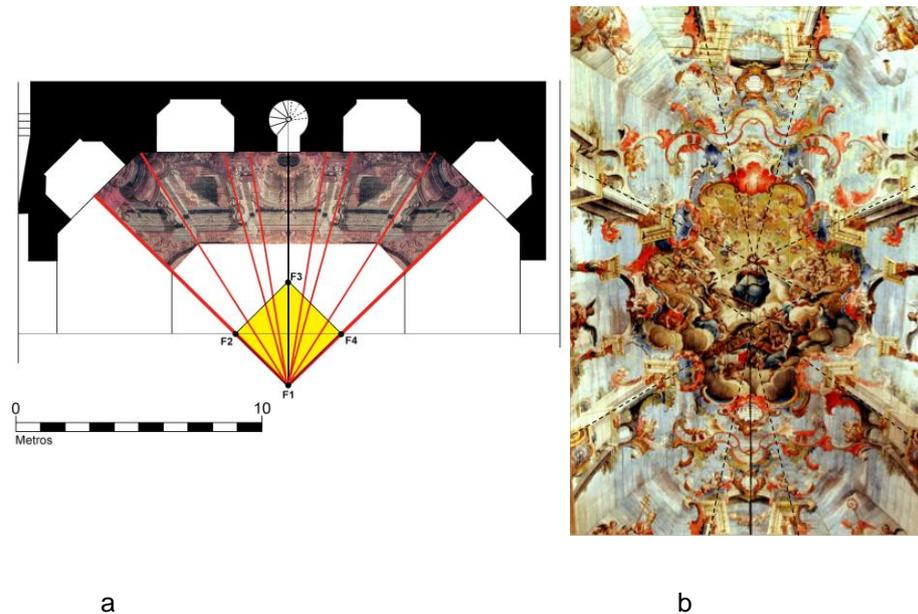
polifical. A obra portuguesa e brasileira possuem intenções similares ao garantir total tridimensionalidade nas suas representações. Tanto Antônio Palomino e Athaide garantem nas suas obras a ilusão mediada por esta técnica em seus respectivos tetos em perspectiva.

O sistema polifical encontra-se disposto num quadrado onde o ponto resultante da intersecção das diagonais do quadrado será o centro da nave, e os prolongamentos de seus lados delimitam a área da superfície curva a que cada ponto corresponde. Os quatro vértices do quadrado correspondem aos pontos de fuga, F1, F2, F3 e F4. Cada ponto equivale a uma parte da superfície curva. Tal teoria do quadrado revela-se a eficiência e simplicidade dos traçados para a construção do desenho em perspectiva (Figura 45) (SANTOS, 2014, p.105-106).

Na representação do sistema polifical, descrita por Santos (2014) na Figura 45, encontra-se um quadrado onde o ponto resultante da intersecção das diagonais do quadrado será o centro da nave e os prolongamentos de seus lados delimitam a área da superfície curva a que cada ponto correspondente. “Os quatro vértices do quadrado correspondem aos pontos de fuga, **F₁**, **F₂**, **F₃** e **F₄**. Cada ponto equivale a uma parte da superfície curva. Tal teoria evidencia sua eficiência e simplicidade dos traçados para a construção do desenho em perspectiva” (SANTOS, 2014, p.105).

Especificamente a “simetria da construção ilusória na Igreja do Menino Deus e suas observações demonstram que os recursos das malhas convergentes possam ser o método possível na transposição dos desenhos para a superfície do teto abobadado” (SANTOS, 2014, p.109-114). No teto de São Francisco notam-se conexões técnicas, mas somente estudos específicos podem confirmar se de fato Athaide utilizou na íntegra, ou parcialmente, a mesma técnica. Trata-se de uma solução simples e eficiente para elaborar o cenário em perspectiva com auxílio da malha dos quadrados para quatro pontos de fuga. No céu de Athaide também se visualizam elementos de simetrias, como se vê na Figura 45b e a visão axonométrica isométrica da nave principal da igreja do Menino Deus revela esta similaridade matemática com a Igreja em São Francisco (Figura 46).

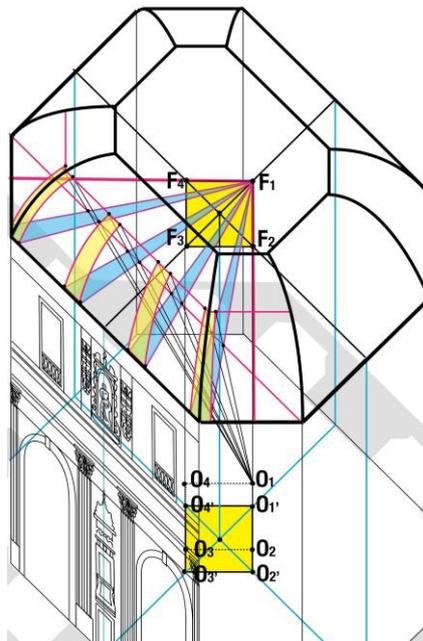
Figura 45 - Pontos de fuga



Na figura "a" observam-se os quatro pontos de fuga F_1 , F_2 , F_3 e F_4 , que se inscrevem num quadrado e que o prolongamento dos seus lados delimita a zona que confina todos os raios visuais de cada ponto de fuga na Igreja do Menino Deus em Portugal. (SANTOS, 2014, p. 106). A figura "b" mostra os pontos de fuga da Igreja São Francisco de Assis.

Fonte: Lima, 2011, p.249.

Figura 46 - Representação axonométrica isométrica - Igreja do Menino Deus



Nota-se similaridades entre a Igreja do Menino Deus e a Igreja de São Francisco de Assis em Ouro Preto. Ao centro o quadrado, com quatro centros de observação O_1 , O_2 , O_3 e O_4 que correspondem aos quatro pontos de fuga F_1 , F_2 , F_3 e F_4 . Projeção de linhas ou cordas na superfície curva da nave com recurso a um foco luminoso. O foco luminoso encontra-se no ponto O_1 , à altura de um homem.

Fonte: Santos, 2014, p.124.

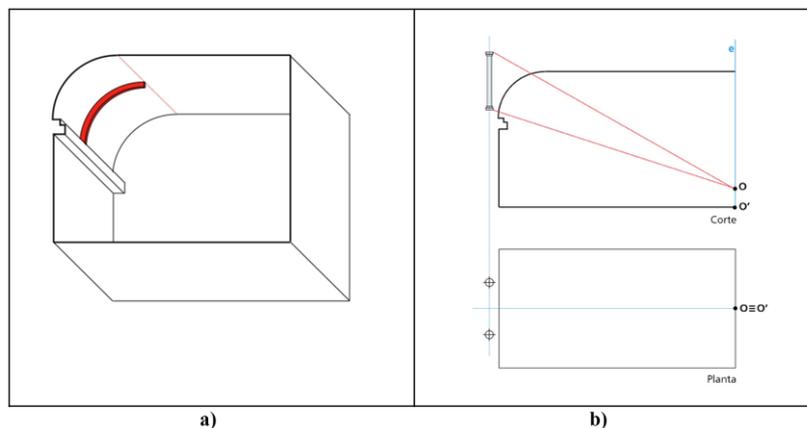
2.20.5 Método do cálculo com cordas (cérceas)

Os artistas não se preocupavam se os métodos eram empíricos ou científicos, o que de fato buscavam eram soluções para a superfície dos tetos. Era importante para o artista neste competitivo cenário combinar técnicas e atender aos pedidos dos que pagavam pelo serviço.

Vários artistas descreveram em seus tratados boas práticas para a utilização das cordas. Otaviano Mascherino, por exemplo, descreve como medir a curvatura da abóbada com o auxílio de cordas. Outros autores utilizam cálculos de escalas curvilíneas, como Ferdinando Galli Bibiena ou Ludovico Cigoli na sua *Prospettiva Pratica* nos finais do século XVI.

A prática de escalas curvilíneas era dominada por quadraturistas da época. As práticas da perspectiva linear em superfícies curvas já eram citadas por Leonardo da Vinci e possibilitavam pintar arquiteturas ilusórias em perspectiva. Tal prática demonstra a utilização destas escalas com auxílio de cordas (Figura 47).

Figura 47 - Desenho exemplificativo de uma corda, colocada sobre a sanca



a) Desenho exemplificativo de uma corda, colocada sobre a sanca, de forma a acompanhar a curvatura do teto. Representação da planta e do alçado de duas colunas posicionada acima da sanca. b) São lançados raios visuais do ponto de observação **O** (altura de um homem) em direção ao topo das colunas que se pretendem representar em perspectiva, cujas linhas ao cruzarem a corda, originam pontos que correspondem às alturas dos elementos arquitetônicos que se desejem representar.

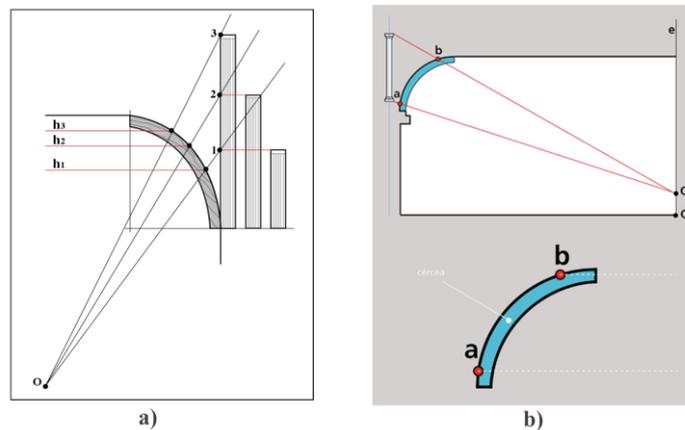
Fonte: Santos, 2014, p.137.

A junção das técnicas (cordas e focos luminosos) é utilizada para projetar sombras nas superfícies curvas. Santos (2014) descreve que tal empenho é uma

tentativa clara dos artistas para driblarem dificuldades na pintura em tetos abobadados.

O método consiste em copiar a curvatura da superfície do teto para um molde de cartão ou madeira, que vai servir de *bitola*. Seguidamente no chão, é colocada a corda com a curvatura da superfície e a partir do centro de observação, à altura de um homem, que pode ser coincidente com o eixo do espaço, são lançados raios visuais em direção ao topo das colunas que se pretendem representar em perspectiva, cujas linhas ao cruzarem a corda, determinam pontos que correspondem às alturas dos elementos arquitetônicos que se desejam representar (SANTOS, 2014, p.137) (Figura 48).

Figura 48 - Esquema para a medição das alturas de colunas que se pretendem desenhar

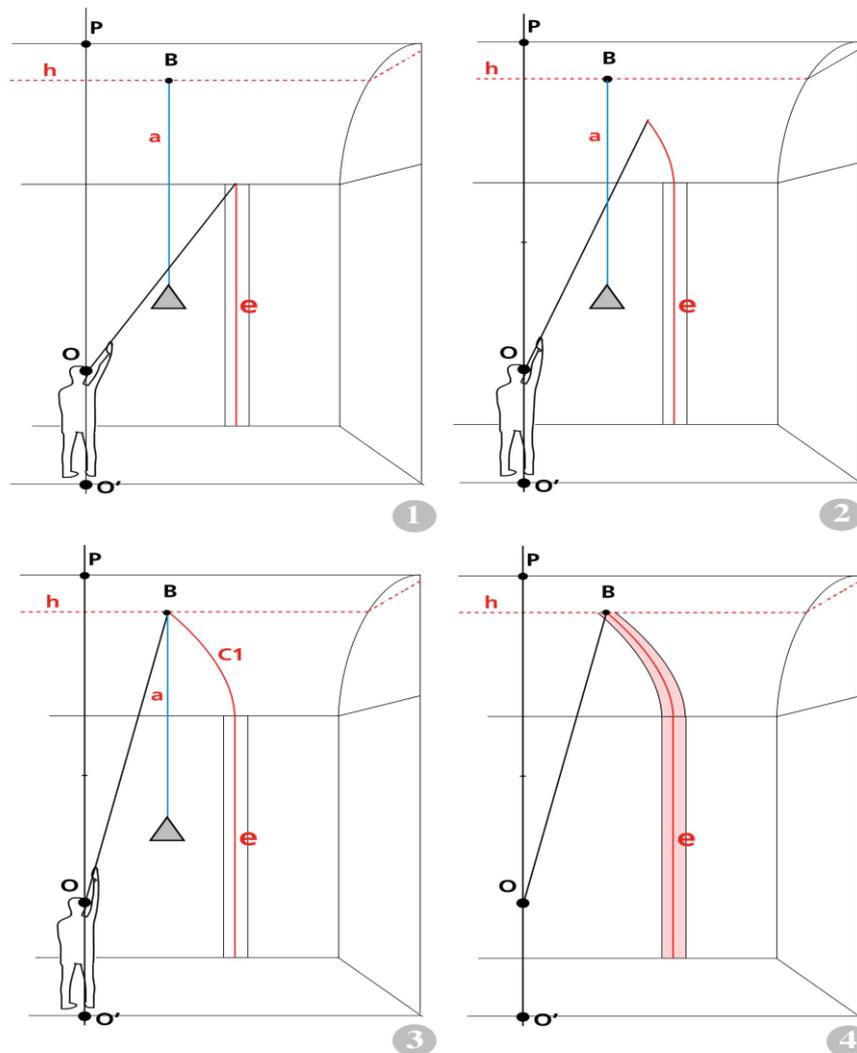


a) Esquema explicativo da corda para a medição das alturas de colunas que se pretendem desenhar em perspectiva na superfície curva. O raio visual que parte do ponto de observação **O**, ao cruzar a corda origina um ponto que vai corresponder à linha **h3**, obtendo-se a representação do topo da coluna na curvatura do teto. O método repete-se para encontrar a altura das colunas **2** e **1**. b) Os pontos **a** e **b** correspondem à base e topo da coluna representada em perfil na posição onde se pretende representar em perspectiva.

Fonte: Santos, 2014, p.138.

Na busca em resolver as dificuldades da pintura os artistas usavam ora o método das varas para tetos baixos, ora o método dos focos luminosos para grandes tetos abobadados. Este método da marca de eixos, por exemplo, consiste em marcar as pilastras em perspectiva utilizando prumos. Em seu relato Santos (2014, p.138) afirma que o “artista ao colocar uma vara que tem início no ponto de observação **O** e ao deslizar mantendo a corrente no ponto **a** risca a superfície um arco **C1** que corresponde ao eixo da pilastra, que vista do ponto de observação se apresenta como reta” (Figura 49-3).

Figura 49 - Cálculo para a marcação do eixo de uma pilastra na superfície curva do teto



Cálculo para a marcação do eixo de uma pilastra na superfície curva do teto. A vara que tem origem em O , desliza de forma concorrente com o prumo a , originando a curvatura C_1 que corresponde ao eixo da coluna que se apresenta reta, quando vista do ponto de observação O . A vara ao seguir a verticalidade da corda esticada a , traça na superfície a curvatura que corresponde à pilastra em perspectiva C_1 .

Fonte: Santos, 2014, p.139.

Em um breve comparativo das técnicas Santos (2014) considera o método do foco luminoso mais simples. O método não utiliza a preparação do ambiente com cordas, já que é um método penoso e demorado. Andrea Pozzo e Du Breuil recorrem com frequência ao uso das grelhas e faz deste método um recorrente padrão. “A transposição das formas planas para as superfícies curvas auxiliadas pelos focos luminosos no centro da projeção são estratégias ágeis na projeção da perspectiva. O que fatalmente acarreta menor esforço do artista” (SANTOS, 2014, p.141).

Embora Pozzo conheça as escalas curvilíneas ele não fez uso desta técnica com muita frequência já que necessitava elaborar tetos sofisticados no menor tempo que os recursos permitiam.

As engenhosidades dos mestres estão presentes em algumas técnicas geométricas citadas. Para criar e inovar os espaços arquitetônicos artistas não só respeitaram as regras da perspectiva linear de Alberti como venceram dificuldades à sua maneira em tetos abobadados. “Descrevemos as vitórias, mas sabemos que para alcançar o sucesso das técnicas em ambientes de grandes dimensões artistas e auxiliares venceram as vertigens, umidade ou falta de segurança em andaimes” (SANTOS, 2014, p.143).

2.21 Conclusões parciais

Abordamos neste item prováveis métodos e técnicas utilizados na Igreja São Francisco de Assis em Ouro Preto. Pautados na literatura portuguesa do professor Santos (2014) e dos textos científicos de Mello (1998) foram comentadas importantes contribuições da pintura de igrejas do período Barroco. Seja por meio de documentos gráficos ou textos é possível descrever quais as técnicas e métodos predominantes na realização da pintura dos tetos das igrejas.

Foram descritas quatro técnicas as quais Atháide possivelmente teve acesso. Embora não se possa afirmar qual o modelo empregado, nota-se que as grandes circulações de artistas portugueses na colônia indicam que seguiram o modelo italiano. Tais técnicas foram reinterpretadas em Portugal e Brasil para a conclusão dos tetos em perspectiva.

A Igreja de São Francisco de Assis desenvolve suas representações de imagens em superfícies curvas ou não planas empregando possíveis técnicas de Andrea Pozzo e Antônio Palomino que defendem uma visão do espaço com base num sistema monofocal e polifocal, respectivamente.

O conhecimento do artista prova que não só utilizou o que já está posto como padrão, mas também, teve acesso a outras literaturas que até o presente momento se desconhece.

Estudar o teto da igreja é enveredar por conhecimentos matemáticos e históricos. Possibilita conjecturar como esses mestres trabalharam e executaram as obras dos tetos e perspectiva com o seu olhar matemático. Tratam-se de conhecimentos empírico e científico refinados. A proposta de investigar como acontece perspectiva nestes acervos históricos surpreende com a riqueza destes monumentos nos planos arquitetônicos, históricos e matemático. Este conhecimento não divulgado ao grande público em geral encontra-se apenas na apresentação sensorial dos que ali visitam.

O contexto destas edificações e pinturas nos possibilita refletir como a visualidade e as espacialidades acontecem no século XVIII. É possível refletir acerca dos desafios matemáticos que estes artífices encontraram para solucionarem seus obstáculos lançando mão da matemática, física e arquitetura, ou seja, em um emaranhado de saberes.

Por se tratar de um tema com inúmeras versões do seu desenvolvimento, é geralmente contado por quem tinha domínio social e cultural na época. Este universo não é somente artístico ou matemático. A história de acertos e desacertos possibilita compreender a formação do olhar e como este foi moldado e culturalmente constituído em suas épocas.

Esta análise nos possibilita observar como o contexto histórico influencia e traz para Minas Gerais as técnicas em perspectiva. A riqueza trouxe ouro, ciência e matemática que estão presente nos monumentos históricos.

3 METODOLOGIA: PERCURSOS DE CONSTRUÇÃO

A pesquisa tem como objetivo analisar qualitativamente o aplicativo mARTEmática com os professores da educação básica. De acordo com Minayo (2000 p.22) [...] “a abordagem qualitativa aprofunda-se no mundo dos significados das ações e relações humanas, um lado não perceptível e não captável em equações, médias e estatísticas” e não impede o autor de quantificar dados na perspectiva de ampliar o entendimento e a completude (MINAYO, 1994).

Bogdan e Biklen (1994, p.16) consideram o termo investigação qualitativa genérico, uma vez que “[...] agrupa diversas estratégias de investigação que partilham de determinadas características”. Para os autores, quando os dados coletados em uma pesquisa são considerados qualitativos, significa dizer que são “[...] ricos em pormenores descritivos relativamente a pessoas, locais e conversas e de complexo tratamento estatístico” (BOGDAN; BIKLEN, 1994, p.16).

Desta forma, o presente estudo tem por objetivo pensar o ensino e aprendizagens da Matemática em consonância com as TIC´s visando problematizar o olhar conjugando a teoria da geometria plana e espacial. Aposta-se que os meios tecnológicos podem facilitar e contribuir para que os alunos façam do estudo uma experiência prazerosa. Visando corresponder a esta meta, será apresentado um aplicativo digital, como caminho possível de nossa pesquisa, para estudar o conceito de perspectiva.

Por aplicativo³³ digital, entende-se, um ambiente de ensino e aprendizagem inovador, com conteúdos, recursos, ferramentas interativas e soluções que possibilitam a alunos e professores uma aprendizagem significativa, com a “construção colaborativa do conhecimento agrupado em torno de um propósito comum” (BURD, 1999, p.93).

O objetivo do aplicativo mARTEmática é conquistar o usuário com provocações sensoriais percorrendo este universo tridimensional na história para a

³³ Disponível em: <http://www.rce.com.br/tecnologia-educacional/plataforma-digital-de-aprendizagem>, acesso em 02/04/2018.

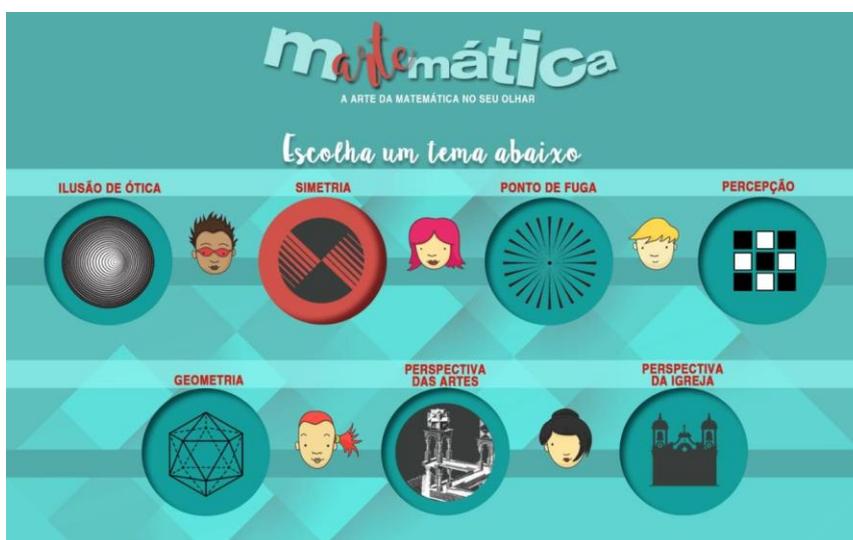
inserção de conteúdos matemáticos e de perspectiva ao longo do percurso realizado pelos estudantes nas representações de pinturas e arquiteturas.

Os recursos serão desenvolvidos em HTML responsivo, o que permite acesso via *browser* ou dispositivos móveis. As pesquisas de Rocha Reis (2015), Galeale (2014), Almeida (2016) e Ogawa et al. (2015) discutem a gamificação em cenários de aprendizagem e fundamentaram suas pesquisas com enfoque computacional e centrado no estudante. A avaliação dos recursos no aplicativo mARTEmática junto aos professores possibilita aperfeiçoar a ferramenta para o seu uso em sala de aula quanto a praticidade da geometria no cotidiano dos alunos.

3.1 O protótipo gamificado – mARTEmática

O aplicativo digital desenvolvido pelo orientador Eduardo Barrére e o acadêmico Guilherme Barbosa, estudante de computação, tem como temática central a matemática e a história da perspectiva. Os principais conceitos serão desenvolvidos de forma visual demonstrando sua intrínseca ligação com a geometria (plana e espacial), e as pinturas tridimensionais. A experiência cria um cenário propício para incrementar as aulas de geometria no intuito de consolidar as percepções e conceitos geométricos (Figura 50).

Figura 50 - Tela dos eixos temáticos



Fonte: Dados da pesquisa.

3.2 Sobre a estrutura hierárquica das atividades

A escolha por um aplicativo o qual se identifica com as técnicas existentes em jogos, para motivar pessoas com objetivos da vida real no processo de ensino e aprendizagem, Ogawa (2015) nos coloca diante dos desafios que estão além do entretenimento em sala. Embora o senso comum estabeleça o *game* como um entretenimento, às aplicações gamificadas focam em regras e “objetivos específicos que buscam mudar o comportamento e desenvolvimento de uma habilidade” (WERBACH; HUNTER, 2012, p.28).

Por este motivo a idealização dos blocos de atividades tem como objetivo apresentar modalidades de tarefas que possibilitam os estudantes compreenderem de forma lúdica a utilização da técnica da perspectiva e não mera diversão. Optou-se por definir a proposta pedagógica com atividades que possuem características globais, ou seja, características comuns a todas as tarefas e características locais que são as descrições específicas dos blocos de atividades, inspirado no modelo de especificações funcionais dos trabalhos de Comassetto (2006).

Buscou-se na *PlayStore Android* aplicativos que abordam a temática, como exemplo, o Duolingo³⁴ que objetiva o ensino de idiomas por dispositivos móveis. Os recursos disponíveis no aplicativo Duolingo permitem o exercício da leitura, escrita e dicção relacionada ao idioma que se deseja aprender (SOAD, 2017). Tal aplicação permitiu acrescentar funcionalidades ao aplicativo desta pesquisa e definir objetivos mais claros da perspectiva e geometria espacial para a gamificação.

Para utilizar o aplicativo não é necessário *download* de arquivos ou instalação. O link disponibilizado concede acesso ao recurso e necessita do uso da rede móvel ou Wi-Fi para acesso. Neste ambiente de aprendizagem o objetivo é apresentar a matemática presente nos espaços e amplamente utilizada por artistas e a sociedade contemporânea. A versão desta aplicação encontra-se em português e funciona como um recurso de teoria, exercícios e desafios.

As atividades têm pontuação automática e algumas temporalizadas, ou seja, o usuário terá um determinado tempo e chances para solucionar cada questão.

³⁴ Duolingo: <https://www.duolingo.com>

É reservado para cada categoria de atividades um número de questões. Temas relacionados à visualidade estão presentes nas atividades de perspectiva, geometria plana/espacial e no último nível as atividades da Igreja de São Francisco de Assis em Ouro Preto. A pontuação possibilita progredir e dar *feedback* da conclusão de cada bloco de atividades gerando no sistema um *ranking* para que todos visualizem qual a sua pontuação individual e geral.

Dividiu-se por áreas temáticas obedecendo aos seguintes conteúdos: percepção, simetria, perspectiva, geometria espacial e conceitos baseados no teto de São Francisco em Ouro Preto descrevendo alguns tópicos da ilusão de ótica, embora nesta pesquisa escrita será apresentado um nível. Não será ofertado um grande volume de teoria já que não é o propósito do aplicativo. Os conteúdos de geometria espacial e atividades da Igreja requer apresentação prévia de alguns conceitos de geometria plana e espacial quando aplicado com estudantes do ensino básico.

O Quadro 1 apresenta os objetivos das atividades e algumas características de cada modalidade de tarefas.

As atividades iniciais, exceto da igreja de São Francisco não exigem dos usuários cálculos complexos. Cada bloco de tarefas apresenta uma breve definição ou um exemplo para iniciar a execução do desafio. Os acertos permitem a cada usuário avançar para questões mais complexas do bloco de atividades. Para avançar nas atividades é necessário acertar a tarefa com no mínimo de 60% e completar todas as atividades de um determinado bloco. As tarefas não se encontram randomizadas, logo obedecem à sequência de atividades para os alunos: percepção, simetria, perspectiva, geometria e Igreja de São Francisco. Na base de avaliação dos professores todas as atividades encontram-se desbloqueadas. Para minimizar as dificuldades de manuseio embora seja impossível eliminar virtualmente todas as conceitualizações foram utilizadas mensagens ou indicadores para orientar os usuários em como proceder para prosseguir na execução das atividades.

Quadro 1 - Habilidades operatórias nas atividades para o aplicativo

	Características gerais	Objetivos específicos das atividades	Tipo de atividades
Percepção	Trata-se de um processo que permite construir uma representação interna dos objetos e superfícies a partir da capacidade do sistema visual para determinar a direção e composição da luz que os objetos no ambiente emitem refletem ou transmitem (SANTILLAN, 2010).	Reconhecer, relacionar e classificar figuras planas e espaciais presentes no cotidiano.	Teóricas e desafios
Simetria	A simetria é definida como tudo aquilo que pode ser dividido em partes, sendo que ambas as partes devem coincidir perfeitamente quando sobrepostas.	Compreender as figuras geométricas e suas propriedades, ampliando a percepção geométrica do aluno. Observar as relações do desenho geométrico, com a geometria plana e espacial.	Teóricas
Perspectiva	São as representações de figuras tridimensionais elaboradas no plano bidimensional	Observar no meio ambiente os efeitos da perspectiva. Identificar os elementos da representação nas telas mais conhecidas do mundo. Conceituar diferenças entre geometria plana e espacial. Conceituar a teoria nos espaços e pinturas apresentadas no aplicativo.	Teóricas e desafios. Temporalizadas e com número de chances
plana e espacial	Segmento da Matemática que aborda a construção de figuras bidimensionais e tridimensionais.	Compreender as diferenças entre figuras planas e espaciais. Caracterizar a quantidade de dimensões que são necessárias para construí-las.	Teóricas e desafios. Temporalizadas
Igreja de São Francisco de Assis	Noções preliminares da geometria espacial desenvolvida por Mestre Athaide no teto da Igreja em Ouro Preto	Comparar elementos da geometria espacial com a obra de Athaide. Analisar elementos básicos de perspectiva na obra. Levantar hipóteses da obra com o conhecimento abordado em sala de aula.	Teóricas e desafios

Fonte: Adaptado de Ronca e Terzi (2005)

3.3 Apresentação do desenvolvimento atividades

3.3.1 Percepção

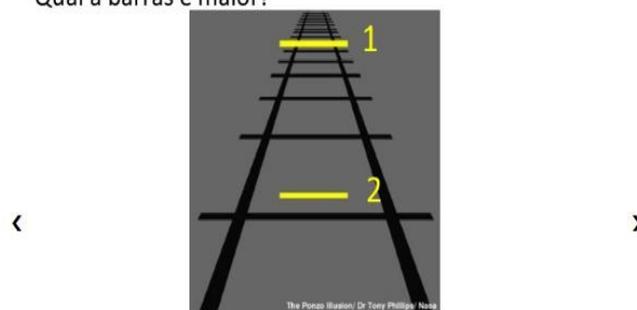
A percepção visual na educação matemática possibilita aos docentes explicar e conhecer como um mesmo objeto é descrito por cada aluno. Aponta-se, desse modo para as questões de natureza ligadas à representação dos objetos e sua relação dos objetos com investigação da matemática e, assim, contribuir para a reflexão individual e coletiva da sala de aula acerca das questões entre a geometria espacial e teoria da perspectiva (SAITO, 2008).

Este bloco de atividades lança um olhar inicial do docente para que ele faça uma avaliação prévia não só de conhecimentos abordados na tridimensionalidade como possibilita identificar dificuldades iniciais dos alunos ao se tratar a geometria espacial.

Embora a matemática fizesse parte do cotidiano das pessoas não conseguem interpretar fenômenos ópticos que acompanham a humanidade desde a Antiguidade. O objetivo é provocar sensorialmente apresentando ilusões de ótica em atividades que despertem o interesse dos usuários (Figura 51).

Figura 51 - Exemplo do bloco de atividades percepção

Teste sua percepção visual com a Ilusão de Ponzo
Qual a barras é maior?



- A) $1 > 2$
- B) $2 > 1$
- C) $1 = 2$
- D) 2 menor

Fonte: Dados da pesquisa.

As atividades de percepção são importantes ao se iniciar o estudo da geometria plana e espacial. Ela serve com um bom exemplo o qual demonstra a singularidade do olhar como um produto cultural de caráter único e exclusivo de cada ser humano. É possível neste momento abordar as múltiplas interpretações e o respeito ao tempo que cada um necessita para executar as atividades.

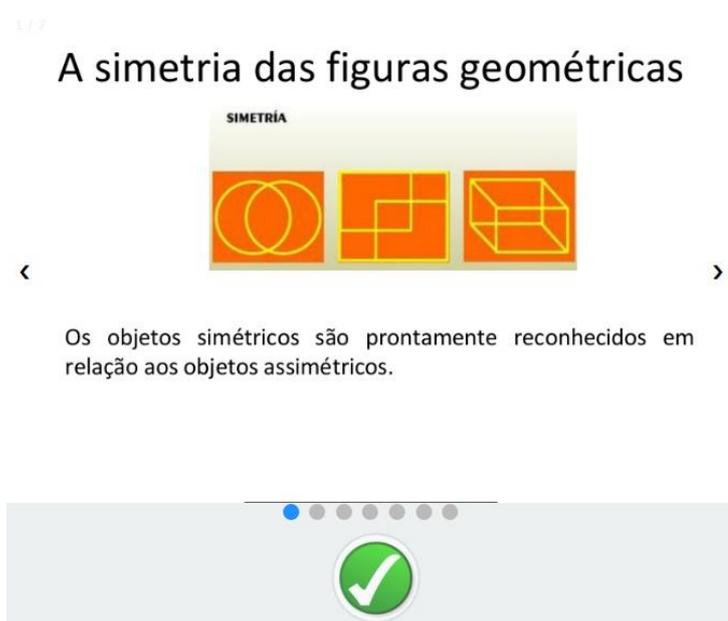
3.3.2 Simetria

Um bloco de atividades que envolvem a temática simetria e busca despertar a importância do assunto para a matemática e suas relações com outras disciplinas.

Destacam-se as tarefas que desperta as infindáveis possibilidades de aplicações práticas que constituem o campo da simetria. A história da perspectiva possibilita identificar a presença constante de simetrias em ornamentos, objetos de decoração, construções e esculturas das mais remotas e diversas civilizações. Em um mundo mergulhado em formas simétricas tem-se a tendência em visualizar as formas mais agradáveis em razão de sua familiaridade e quando somos postos em situações assimétricas não as percebemos como belas.

O objetivo é apresentar a simetria presente nas fotografias e obras de arte (Figura 52).

Apresentam-se alguns estímulos neste bloco de atividades que podem ser incrementadas por diversos trabalhos envolvendo simetria como nas construções de cidades, escolas e pinturas. O professor deve aprofundar a discussão da simetria e produzir novas atividades instigadoras deste conteúdo.

Figura 52 - Exemplo do bloco de atividades simetria

Fonte: Dados da pesquisa.

3.3.3 Perspectiva

A designação de perspectiva neste bloco de tarefas descreve e apresenta o percurso da teoria da perspectiva na criação de imagens tridimensionais realistas que possibilitam “enganar os olhos”. A teoria da perspectiva serve de pano de fundo para exemplificar matematicamente como os conceitos de ponto de fuga, linha do horizonte e plano geometral são aplicados nas pinturas em perspectiva desde o século XV. O objetivo de apresentar as técnicas em obras de artes tem o caráter de inserir os estudantes no universo das famosas pinturas e fotografias em diversas épocas.

As atividades têm um grau gradativo de dificuldades contendo um número limitado de tentativas para localizar os conceitos da perspectiva nas imagens (Figura 53).

Figura 53 - Exemplo do bloco de atividades perspectiva



Fonte: Dados da pesquisa.

O bloco com a temática perspectiva pode ser amplamente utilizado nas aulas inaugurais de geometria e outras disciplinas. O desafio em localizar o ponto de fuga nas pinturas nas produções artísticas é na verdade a porta de entrada para conhecer obras, arquiteturas e aprofundar a análise. Quem são os responsáveis, motivos que o levaram a utilizar uma determinada técnica de perspectiva, a história e época da pintura são alguns pontos que professores podem abordar com outras disciplinas a geometria e perspectiva presente nestes espaços.

3.4 Geometria plana e espacial

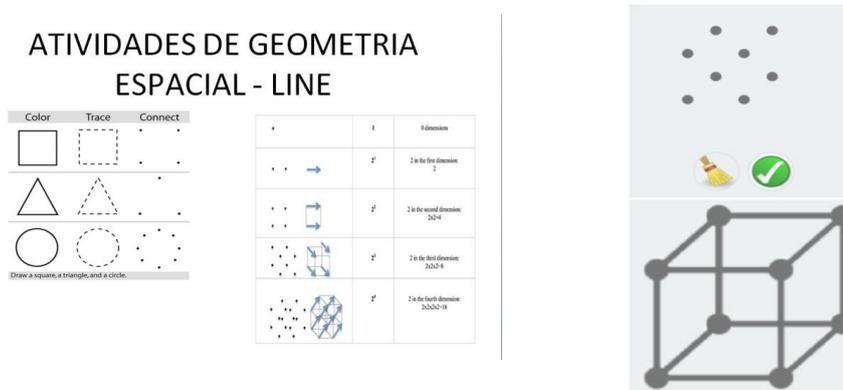
É recorrente encontrar-se dificuldades relacionadas à geometria espacial dos sujeitos acerca das propriedades destes objetos. Apresentar o desafio da construção de imagens tridimensionais no plano e questões com abordagem teórica desafia os alunos a solucionar questões de caráter lúdico e do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM). Estas atividades foram inspiradas no aplicativo Line³⁵,

³⁵

Disponível em: https://play.google.com/store/apps/details?id=com.gamestart.online&hl=pt_BR

aplicativos do Enem e na plataforma Mangahigh³⁶ disponíveis na plataforma Play Store (Figura 54).

Figura 54 - Exemplo do bloco de atividades geometria plana e espacial



Fonte: Dados da pesquisa.

O bloco de atividades envolvendo geometria possui um objetivo específico em demonstrar que a espacialidade está presente na teoria em sala de aula como em diversos momentos do cotidiano. O que se propõe neste bloco é apresentar a planificação e espacialização das figuras geométricas com mais interatividade. Os percursos destas atividades associam a percepção visual do aluno e não exclusivamente em conceitos. Portanto, é possível apresentar a aplicação e os aplicativos que inspiraram antes, durante e depois da teoria em sala de aula.

3.5 Igreja de São Francisco de Assis

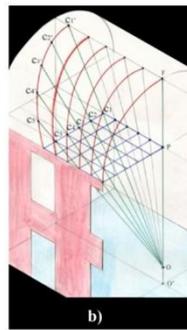
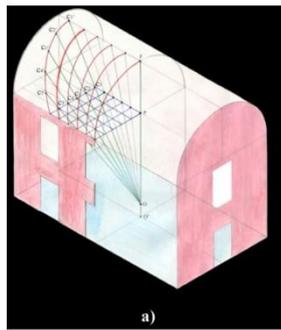
As atividades deste bloco permitem apresentar a perspectiva em terras brasileiras, ou seja, o teto da Igreja em Ouro Preto elaborado por Mestre Athaide no século XIX. Inspirado na teoria da perspectiva apresentada nos capítulos iniciais desta pesquisa reuniu-se conceitos básicos que podem ser abordados com os alunos e servem como porta de entrada para a presença da matemática e suas relações com diversas áreas do conhecimento como a história, física e arquitetura. As igrejas barrocas presentes em Minas Gerais e no Brasil é um mundo de possibilidades que podem auxiliar professores na abordagem dos conceitos de simetria, perspectiva, ilusão de ótica, percepção e geometria plana e espacial. Este

³⁶ Disponível em <https://www.mangahigh.com/pt-br/>

compilado de atividades serve como iniciativa para a criação de múltiplas possibilidades que podem inspirar atividades ainda mais criativas e contextualizadas em sala de aula (Figura 55).

Figura 55 - Exemplo do bloco de atividades Igreja de São Francisco de Assis

Como os artistas elaboravam a ilusão...



A utilização do foco luminoso é uma das estratégias utilizadas para projetar as linhas retas nas superfícies curvas. A técnica da grelha (malha de quadriculada feita em madeira ou ferro) era composta de retas paralelas que ao serem iluminadas, são projetadas no plano curvo. Uma simbiose de geometria euclidiana e não euclidiana no mesmo espaço.

Fonte: Dados da pesquisa.

3.6 Pesquisa propriamente dita: prova de conceitos

Os participantes desta pesquisa foram mestrados do curso de pós-graduação em Educação Matemática. A escolha destes está relacionada ao conhecimento da temática que apresentada em seminários no decorrer do mestrado.

Foi apresentado aos mestrados da pós-graduação da Universidade Federal de Juiz de Fora o aplicativo enviando por *e-mail* no *link* <http://mARTEmática.eduardobarrere.com/> para acesso. Foram enviados para 14 professores os *links* dos questionários e aplicação com o objetivo de avaliarem o recurso no período de 23 de junho a 6 de julho de 2018. O parecer dos docentes acerca do trabalho proposto refere-se aos conteúdos e atividades lúdicas que abordam a perspectiva em cinco eixos temáticos: percepção, simetria, perspectiva, geometria espacial e atividades da Igreja de São Francisco de Assis. Desta maneira, sem se aprofundar a temática perspectiva é possível exemplificar o que cada

temática tem como objetivo e qual direcionamento que cada docente pode dar às suas aulas utilizando o recurso. Exercitar o olhar nas obras de artes é um ponto inicial para reconhecer ponto de fuga, linha do horizonte, figuras geométricas e simetrias.

3.7 Procedimentos para a coleta de dados

O material coletado com os professores que realizaram a análise do aplicativo e conteúdos matemáticos possibilitou uma rica análise de termos descritivos, ilustrativos e analíticos (APÊNDICE A, B). Tal técnica segundo Lima (2004) é um recurso comumente utilizado em pesquisas qualitativas.

Para a condução desse estudo foram utilizados os instrumentos de coleta de dados com a realização com questionários previamente estruturados e não estruturado o que possibilitou não impor barreiras entre a comunicação do pesquisador e o entrevistado.

A escolha destes instrumentos de coleta de dados buscou auxiliar o pesquisador na obtenção da resposta que norteou este estudo: **“Quais recursos pedagógicos podemos oferecer aos professores e alunos para que leiam as obras de artes sob o olhar da matemática?”**.

Em um primeiro momento os docentes avaliaram a ferramenta utilizando seus equipamentos pessoais (telefones pessoais, *tablets*, computadores ou *notebooks*). O segundo momento constou em levantar questões da educação matemática abordada no aplicativo quanto às suas possibilidades e melhorias a serem realizadas. Este levantamento de informações possibilitou analisar e relacionar como o recurso pode colaborar na formação dos estudantes quando se trata a problematização do olhar.

O propósito é entender como os professores da educação básica avaliam a ferramenta educacional e suas limitações. Nesta fase da pesquisa buscou-se entender, na concepção dos docentes, como a capacitação do olhar pode ser mediada via *software* e atividades complementares que auxiliam na compreensão do universo tridimensional dentro e nas situações do dia a dia do estudante.

Já as provas de conceito³⁷ utilizadas para testar o aplicativo serviram para conhecer como os professores aderem às novas tecnologias, motivação natural de aprender e exercitar o treino do olhar.

3.8 Aspectos éticos

Todos os participantes assinaram o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido de acordo com a determinação da Resolução CNS 466/12 (APÊNDICE C).

Os colégios participaram do experimento envolvendo a produção fotográfica e concordaram em participar do estudo assinando o termo de consentimento conforme Anexo A.

³⁷ Provas de conceito podem ser utilizadas como ferramenta para gestão da aprendizagem. Define-se prova de conceito como uma técnica que permite demonstrar que uma determinada ideia é tecnicamente possível (ANDRADE; ARAKAKI; BECERRA, 2004, p.291).

4 ANÁLISE DOS DADOS

Para análise dos dados, trabalhou-se com respostas escritas enviadas por 10 professores dos 14 solicitados. Os professores foram identificados como professor 1, professor 2, e assim por diante para destacar as falas mais relevantes.

Em relação ao instrumento de acesso ao aplicativo, cerca de 40% dos professores responderam que o acesso se deu via *notebook* e 60% em *smartphones*. Estas informações nos permitiram aferir que o uso de tecnologias móbile por docentes encontra-se em franca expansão na sala de aula (Gráfico 1).

Gráfico 1 - Uso do aplicativo pelos professores

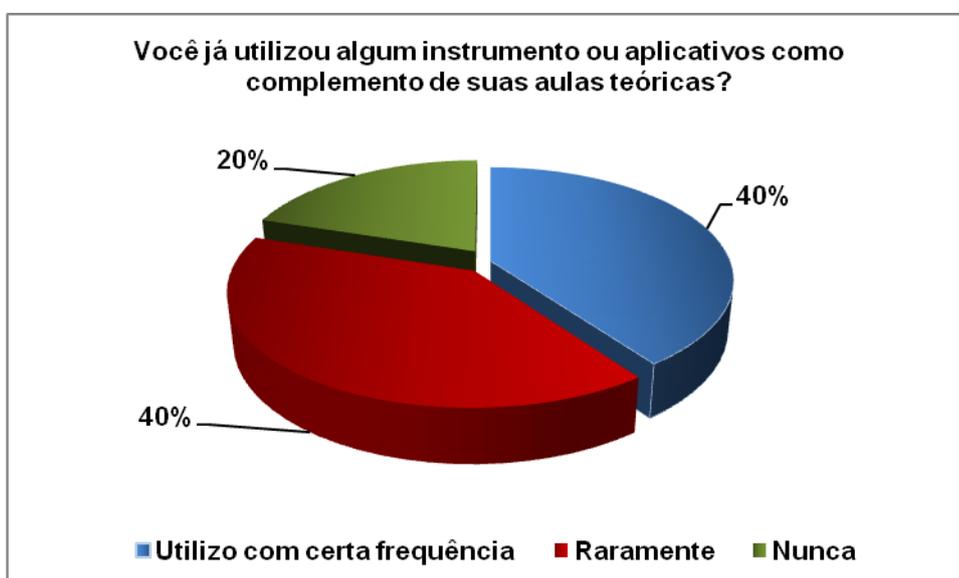


Fonte: Dados da pesquisa.

Estes dados são confirmados na pesquisa nacional do Cetic.br (2016) na qual é avaliado o fator mobilidade entre professores e alunos. Trata-se de uma importante constatação já que tanto escolas públicas como particulares possuem adesão a equipamentos que permitem o acesso à informação em qualquer lugar e tempo. Dificuldades apontadas nos textos de Borba e Penteado (2010), quanto à utilização do computador nas práticas educativas, gradativamente cedem lugar às tecnologias *mobile learning* e rompem a barreira da necessidade de um espaço físico para a interação do aluno com a tecnologia, ou seja, o acesso aos conteúdos que interessam a sociedade e escola encontra-se na palma das mãos.

Embora o universo da pesquisa não busque avaliar especificamente se a tecnologia é empregada pelos docentes em sala de aula ao se indagar os professores quanto ao uso de instrumentos tecnológicos em suas aulas, cerca de 40% responderam nunca utilizaram tais ferramentas, 40% raramente utilizam tecnologias em aulas de matemática e apenas 20% utilizam com certa frequência. Os dados do Gráfico 2 são preocupantes, pois a soma dos que nunca usam ou que raramente usam totaliza 80%. Acredita-se que estes dados são relevantes se quiser implementar a tecnologia em sala de aula.

Gráfico 2 - Utilização de instrumento tecnológico em aulas teóricas



Fonte: Dados da pesquisa.

Diante das facilidades e disponibilidade quanto ao uso da tecnologia ainda é um desafio nos espaços escolares. O telefone é um recurso que pode facilitar o aprendizado dos estudantes, mas visto ainda como um instrumento de entretenimento e não de aprendizagem em sala de aula.

Outro elemento avaliado refere-se ao aplicativo e seu caráter funcional em aulas complementares de geometria espacial. Realizou-se o levantamento do que seria positivo no aplicativo “mARTEmática”. Professores consideraram que o simples fato de ser uma aplicação para telefone celular já desperta o interesse dos estudantes. O professor 2 destaca a visualização de conteúdos matemáticos por temas em um telefone celular já possibilita complementar as aulas e particularmente

despertou o seu interesse pessoal para avaliar o aplicativo. O professor 4 avaliou como positiva as temáticas do aplicativo e sinalizou o *quiz* como um tema interessante para consolidar a percepção dos estudantes quanto à visualização de figuras geométricas. Outra característica apontada pelos docentes no aplicativo diz respeito à forma lúdica em como os conhecimentos são relacionados à geometria. O professor 2 aponta que a ludicidade do aplicativo na abordagem de conteúdos de geometria plana espacial é um diferencial a ser testado em sala de aula. Na visão do professor 1 os conteúdos se relacionam com a teoria de geometria, seja plana ou espacial, permitem estudantes desenvolverem habilidades de forma concreta. A categorização de assuntos por temas contribui para que os alunos realizem as atividades conforme interesses individuais ou o tema abordado em sala na visão geral dos professores.

Foram solicitadas sugestões acerca dos conteúdos. Foi perguntado se algo deveria ser retirado. Os professores responderam que não é necessário retirar temas ou conteúdos, mas deve-se aprimorar a apresentação de alguns tópicos, como atividades de perspectiva, artes e igreja, por conter pouco *feedback* ao usuário.

Questionados os professores, se os recursos no aplicativo contribuem como suporte às aulas teóricas de geometria plana e espacial, afirmaram ser um importante recurso pedagógico estimulando o estudante para que seja mais proativo no processo de aprendizagem. Segundo a fala do professor 3, “A tecnologia torna as aulas mais interessantes auxiliando o interesse dos alunos pelos conteúdos”, já o professor 4 afirma que “embora possa ter problemas como a conexão e a disponibilidade do recurso, utilizaria sem sombra de dúvidas”.

Este questionamento faz recordar as dificuldades que se vivencia nas atividades em um dos colégios da pesquisa com a produção de fotografias que apresentamos logo a seguir. Dificuldades com a rede *wi-fi* foi um dos entraves para avaliar com os alunos as atividades propostas. Apesar da expansão da tecnologia e até a existência de rede *wi-fi* nas escolas a qualidade da conexão na internet pode ser um entrave para desenvolver todo o ciclo na escola.

Referindo-se à facilidade do aplicativo para alcançar os objetivos teóricos das aulas de geometria, o professor 4 afirmou que “a aplicação desenvolve

conteúdos geométricos e trata-se de uma ferramenta motivadora e estimulante para abordar um assunto pouco apreciado por nossos estudantes”.

A geometria plana e espacial presente nos conteúdos curriculares no Exame Nacional do Ensino Básico demonstra a importância da temática para os alunos e exigem dos professores novas competências na apresentação dos conteúdos. Apresentar novas metodologias é um desafio permanente ao professor e proporciona confiança dos estudantes diante dos novos conteúdos a serem aprendidos.

A segunda parte do questionário tinha por objetivo avaliar as possibilidades dos *smartphones* em sala de aula e suas possibilidades nas aulas de matemática como uma ferramenta de inovação motivadora ao ensino. Ao se questionar a importância do telefone celular para a realização de atividades matemáticas, seguem algumas respostas que chamaram atenção. O professor 1 respondeu que:

O *smartphone* está presente na vida de nossos alunos e ele possui uma tecnologia boa para desenvolver atividades, dessa forma, unir atividades matemáticas a *smarthpones* é de grande relevância e pode ser uma forma de envolver mais os nossos alunos.

Para o professor 7 a importância da orientação pedagógica para utilização da tecnologia, “Na minha opinião, o celular tem muita importância, com o uso devido, pois aliar tecnologia à motivação, pois os alunos utilizam o celular com frequência e se bem orientados, utilizar o celular pedagogicamente.”

Se num passado recente a garantia de acesso à informação digital se dava apenas por computadores domésticos e laboratórios físicos, vê-se na atualidade a massiva utilização destas tecnologias nos telefones. A informação disponível sem restrições é uma garantia a todos os estudantes.

Como se trata de uma poderosa ferramenta de auxílio ao docente, acessível aos professores e indispensável aos alunos, quais seriam os motivos de sua pouca utilização? Quais seriam as restrições para se utilizar os telefones em espaços escolares? Pouco conhecimento de ferramentas ou dificuldades de acesso? Apesar de não ser o propósito da pesquisa, são dados para uma análise

mais específica, e que se encontram também implícitas nas provocações realizadas aos docentes.

Foi avaliada com os professores a facilidade de uso do aplicativo mARTEmática via *smartphones* e *notebooks*, recurso mais utilizado pelos professores, conforme as respostas no questionário anterior. As respostas obtidas pelos professores 1 a 6 é que se trata de uma ferramenta acessível, de fácil manuseio nos telefones e *notebooks*. A navegação é intuitiva, com cores e tamanho de fontes adequadas. Dentre as críticas ao item funcionalidade destaca-se na fala do professor 7 que aponta necessidade de melhorias no menu. “Apenas tive um pequeno problema ao acessar algumas instruções no menu do app”. Algumas instruções serão implementadas após avaliação do aplicativo, tais como botões que indicam retorno à tela principal e mensagens no cabeçalho para a execução das atividades.

Estes apontamentos se restringem às atividades de perspectiva da Igreja e Artes que não tinham instruções específicas ou exemplos para execução. Foram apresentadas as imagens sem um exemplo para o participante executar a tarefa, também não foi adicionada uma mensagem para explicar como localizar o ponto de fuga nas imagens. Acreditou-se que professores entenderiam de forma intuitiva a instrução inicial, porém não despertou interesse imediato dos participantes. A atividade necessita ser clara e com mensagens diretas, pois nem todos usuários sabem o que é ponto de fuga das imagens em perspectiva. Os efeitos foram contrários e revela a importância das provas de conceito nesta pesquisa. Os envolvidos na elaboração do aplicativo ou quem tem um maior domínio da tecnologia conseguiria de fato compreender a execução das atividades facilmente, mas o retorno dos professores ressalta a importância dos testes com usuários externos para avaliação de qualquer produto de *softwares*. Buscou-se em reuniões posteriores a avaliação dos professores a criação de enunciados que facilite a compreensão das atividades de perspectiva igreja e artes, tais como “Encontre o ponto de fuga” ou apresentar uma imagem já com o ponto de fuga e solicitar que ele encontre nas figuras subsequentes pontos de fuga com as coordenadas cartesianas presentes na atividade.

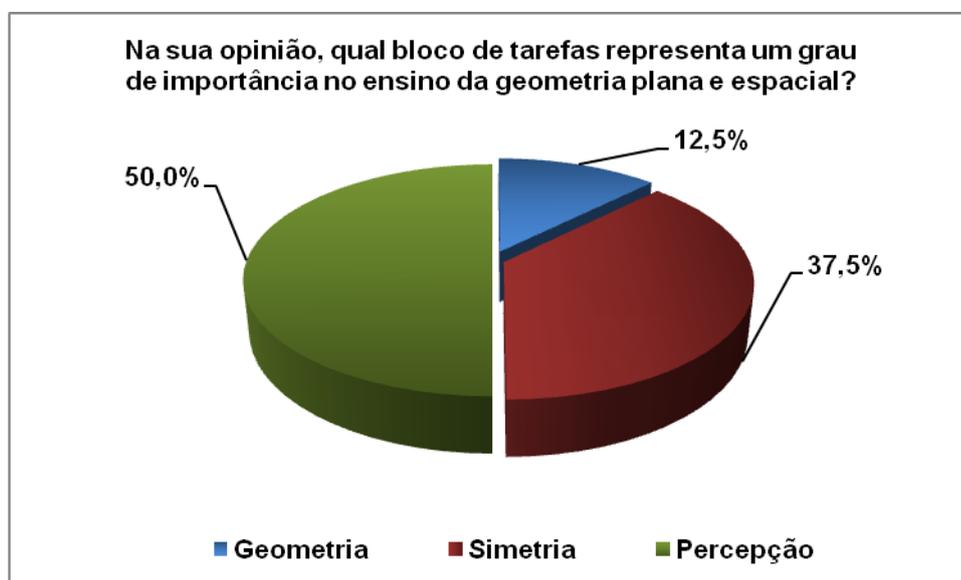
Os conteúdos de matemática associados às obras de arte foram valorados pelos professores na tentativa de apresentar a matemática além do campo

teórico, demonstrando uma possibilidade de amenizar dificuldades e aprender de forma prática os conceitos matemáticos. Destaca-se a fala do professor 3 que traz a seguinte contribuição: “Sim. Geometria já tem se tornado um conteúdo terceirizado pelo professor quando possível. O aplicativo auxilia no ensino de geometria e ajuda a ficar mais interessante o conteúdo.”

Embora as atividades de perspectiva das Artes e Igreja fossem elogiadas por sua relevância na contextualização do universo artístico e matemática, faltou neste primeiro momento instruções mais claras que orientem os professores a executarem as atividades. O destaque apontado pelos professores às atividades perspectiva das artes e igreja, por seu grau de contextualização a geometria, elegeram o bloco das tarefas percepção como o mais representativo para o ensino.

Aproximadamente 50% dos professores elegeram percepção como atividade representativa e com um grau de importância para o ensino da geometria, 37% escolheram simetria e 12,5% as atividades de geometria espacial (Gráfico 3).

Gráfico 3 - Importância do bloco de tarefas no ensino da geometria plana e espacial



Fonte: Dados da pesquisa.

Tais respostas reafirmam o interesse dos professores pela ludicidade, pois são as atividades mais práticas e que somos estimulados a pensar no dia a dia. As atividades que abordam figura e fundo, exemplos da psicologia da Gestalt

presente no aplicativo, têm como objetivo atrair a atenção dos alunos por situações do cotidiano e gradativamente instigá-lo para atividades que exigem cálculos matemáticos. Durante a elaboração das atividades acreditou-se que as de perspectiva Artes e Igreja chamariam mais atenção já que englobam tarefas de forma contextualizadas envolvendo a Igreja de São Francisco de Assis. Acreditou-se que tais fatos aconteceram já que nenhum professor relatou se conseguiu resolver todas as questões dos blocos. É necessário mais instruções e esclarecimentos nas atividades para que todos, após concluírem o bloco de tarefas, possam dar pareceres das atividades o que não foi alcançado durante a pesquisa com os professores.

Ao questionar se o aplicativo desperta o interesse dos estudantes, o professor 7 fez a seguinte afirmativa: “Acredito que sim, pois a visualização e a utilização de tecnologias despertam o interesse deles”, já o professor 1 disse: “Sim. Um exemplo seria uma maneira de responder às suas perguntas quanto ao uso dos conteúdos matemáticos na vida cotidiana.”

Para finalizar, foi indagado se o aplicativo proporcionou uma reflexão dos docentes para a criação de novas atividades para a sala de aula, aproximadamente 88% responderam que sim. Destaca-se na fala do professor 6 a seguinte frase: “sim. Pude verificar o quanto o ensino da geometria é complexo e que necessita de recursos”, já o professor 2 aponta que “Sim, a reflexão de que a geometria não pode ser apenas conceitos, a visualização é importante para desenvolver o conteúdo com nossos alunos.”

Um grupo de professores, cerca de 12%, afirma que a teoria ainda predomina e existe uma cobrança para que estes conteúdos sejam trabalhados de forma intensa e teórica para alcançar altos rendimentos nos exames nacionais, conforme a fala do professor 9: “Parcialmente. Precisa da teoria para complementar o raciocínio das atividades dos alunos”.

O ambiente informatizado como parte do processo de ensino acolhe estudantes que apresentam dificuldades e possibilita outras formas de ofertar o aprendizado. Considerando estes aspectos o formato do aplicativo mARTEmática proporciona a criação de diferentes conteúdos e aplicações para alcançar o maior

interesse, o ensino de geometria de forma lúdica e satisfatória. Aliar ludicidade, sem perder a teoria de vista e vice-versa.

Na observação e análise dos questionários torna-se evidente a apreciação pelo uso da tecnologia e aplicação dos celulares em sala de aula para o ensino da Matemática. Como professores de um vasto conteúdo e com o maior número de aulas nas escolas deste país, fica claro que no ensino da Matemática somente a teoria não capacita o sujeito para analisar de forma crítica o que nos rodeia. Segundo Maciel (2017), a alfabetização visual coloca sujeitos diante de imagens que os permitem analisar e criticar o que se vê, tornando hoje um dos elementos significativos no exercício da cidadania.

O objetivo da ferramenta demonstra que existem múltiplas formas do saber e que é possível aprender em múltiplas plataformas e aplicativos. Trata-se de uma ferramenta de fácil acesso e que não requer grande aparato tecnológico para ser utilizada. Além de facilitar a mobilidade de acesso tais aplicações buscam conhecer e respeitar o tempo e espaço que cada indivíduo tem para o desempenho das atividades.

O aplicativo mARTEmática é uma possibilidade para os professores complementarem as aulas de geometria com atividades práticas que despertam a curiosidade do que se visualiza no cotidiano. A coleta destas informações junto aos professores proporcionou compreender a importância estratégica do aplicativo para o ensino das novas gerações. Como docentes encaramos a ferramenta para uso em sala de aula como uma parceria que objetiva ampliar novas formas de aprendizado utilizando *smartphones* em sala de aula.

5 ATIVIDADES NAS ESCOLAS: O PERCURSO TRILHADO PARA O DESENVOLVIMENTO DO APLICATIVO “mARTEmática” E A METODOLOGIA DESTE ESTUDO

Esta atividade de campo surgiu em função das dificuldades metodológicas no decorrer da pesquisa. Optou-se por uma atividade em que conceitos matemáticos tais como linha do horizonte, ponto de fuga e plano geometral pudessem ser construídos pelos estudantes participantes do experimento utilizando seus próprios celulares. Partindo do resultado deste evento nasceu a ideia de construir o aplicativo descrito acima e que constituiu o ponto central da pesquisa.

Em caráter inicial neste procedimento metodológico foram abordados conceitos de perspectiva com problematizações visuais e a produção de fotografias que serão detalhados no produto educacional a seguir. Este procedimento possibilitou entender como acontece o ensino e aprendizagem de matemática por meio da visualização e investigação dinâmica de fatos matemáticos. Até o presente momento ainda não se sabia qual metodologia a ser utilizada e a oficina foi uma opção para entender e pensar em demandas para a sala de aula.

As atividades de campo podem ser aplicadas e adaptadas por professores para o cenário escolar em que nem todos os alunos possuem telefones celulares. Podem realizar as atividades em grupos ou utilizando pinturas em perspectiva para identificar conceitos da teoria da perspectiva (ponto de fuga, linha do horizonte e plano geometral, por exemplo). Será descrito a seguir o experimento como um projeto piloto na problematização do olhar, conforme Apêndices D e E. O experimento é a aplicação de atividades utilizando o telefone celular como recurso metodológico para o Ensino de Matemática de uma escola pública do Município de Juiz de Fora – MG e no segundo momento em uma escola particular da cidade de Contagem/MG. O público alvo do experimento foi composto de estudantes do 9º ano. Este estudo experimental testemunha a importância em focar a autonomia e senso crítico dos estudantes, a partir de situações-problema que podem ser feitos dentro e fora da sala de aula.

Para este experimento apresentam-se os conceitos matemáticos envolvidos na produção de fotografias que envolvam a ilusão de ótica. Como

instrumento, cada estudante usaria seu aparelho telefone celular já que era acessível aos estudantes.

O telefone celular é uma ferramenta incorporada no meio social como um entretenimento, mas pode desenvolver outras possibilidades de uso. Trata-se de uma ferramenta capaz de auxiliar no processo ensino-aprendizagem, possibilitando que estudantes gerenciem e organizem a construção do seu conhecimento.

Ao se propor a fotografia como objeto de estudo, nas atividades que serão detalhadas, a intenção era problematizar com os estudantes novas possibilidades para as aulas de geometria. A partir das provocações destas atividades nas escolas os estudantes poderiam compartilhar seus registros e aferir novas possibilidades em aula de perspectiva, geometria e outras áreas do conhecimento.

A produção das atividades com as câmeras fotográficas do celular permitiram desenvolver os conceitos de perspectiva (conceitos básicos de ponto de fuga, linha do horizonte, plano horizontal, conceitos de geometria plana e proporcionalidade), bem como promover a interação do estudante-estudante e estudante-professor. Foi observado como o recurso tecnológico facilita a compreensão do conteúdo matemático.

5.1 Procedimentos da atividade de campo

As atividades de campo foram desenvolvidas em três etapas.

Primeira etapa: aula teórica conceituando perspectiva. Nos primeiros cinquenta minutos buscou-se estabelecer relações entre matemática e artes na história do olhar. Foi apresentada uma aula teórica que possibilitou descrever conceitos de perspectiva nas obras de artes.

Segunda etapa: produção das fotografias individuais e coletivas que utilizam a perspectiva. Na segunda sequência didática os estudantes foram convidados à experiência de fotografar os espaços escolares. As produções individuais e coletivas serviram para que os estudantes produzissem fotografias com ilusões de óticas lançando mão dos conceitos de ponto de fuga, linha do horizonte e

proporcionalidade. Na terceira sequência didática aconteceu a análise das produções fotográficas que exploram técnicas da perspectiva (APÊNDICE F).

Terceira etapa: análise das produções fotográficas. Foi proposto aos estudantes as seguintes perguntas em um questionário: Como você pensou em fazer a sua fotografia; como o grupo se organizou para fazer a foto; como foi a vivência e o que contribuiu para o seu aprendizado? A intenção era despertar o olhar e estabelecer relações entre o artístico e o saber matemático.

5.2 Atividade de campo em Juiz de Fora – MG

As atividades foram testadas durante o estágio supervisionado do pesquisador na Universidade de Juiz de Fora em maio de 2017. Foi disponibilizado ao pesquisador três aulas para execução. Os encontros com os estudantes aconteceram em três momentos desenvolvidos linearmente, a saber: (a) planejamento individual e coletivo para a escolha das atividades; (b) escolha de atividades de fotografias e *selfies* a serem executadas no dia seguinte; (c) solicitação dos professores regentes da necessidade do uso do telefone celular na atividade; (d) apresentação, execução e discussão (em forma de debate e questionamento) das estratégias escolhidas pelos participantes na elaboração de suas fotografias individuais e coletivas, destacando os conhecimentos matemáticos envolvidos e aprendidos para a confecção da fotografia. Finalmente foram apresentadas as contribuições matemáticas na construção das fotografias.

As atividades foram estruturadas para que os estudantes tivessem a oportunidade de pensar, alterar, apagar e compartilhar com seus pares suas fotos, exercendo seu caráter potencialmente colaborativo no uso das tecnologias.

No colégio de Juiz de Fora não foi possível realizar o momento (d) da atividade em razão da perda de sinal *Wi-Fi*, ou seja, o compartilhamento nas redes sociais das fotos; apenas a discussão das fotografias. Recebeu-se posteriormente os registros das fotografias dos estudantes. Em função da negativa em compartilhar as fotos no *hashtag* #MatemáticaEmMonumentos no *Instagram*, foi sugerido o *WhatsApp*, o que foi acolhido.

5.3 Atividade de campo em Contagem – MG

As produções relatadas em fotos e questionários demonstraram que os estudantes se apropriaram dos conceitos e técnica. Decidiu-se repetir o experimento em outro cenário com outros estudantes para se avaliar todas as fases e ouvir os sujeitos da pesquisa na íntegra. Optou-se em repetir a experiência em um segundo momento em um colégio particular na cidade de Contagem-MG no dia 22 junho de 2017, em que foram propostas as mesmas atividades e suas descrições.

Visando criar empatia com os estudantes, foi ministrada uma aula teórica acerca dos conceitos de perspectiva, apresentando fotografias difundidas na internet que utilizam técnicas de ilusão de ótica (Figura 56). Dentre as imagens selecionadas, fotos de celebridades que postam nas suas redes sociais imagens que utilizam a técnica da perspectiva, porém a grande maioria desconhece a teoria matemática envolvida nestes registros.

Figura 56 - A perspectiva na internet



Fonte: Internet.

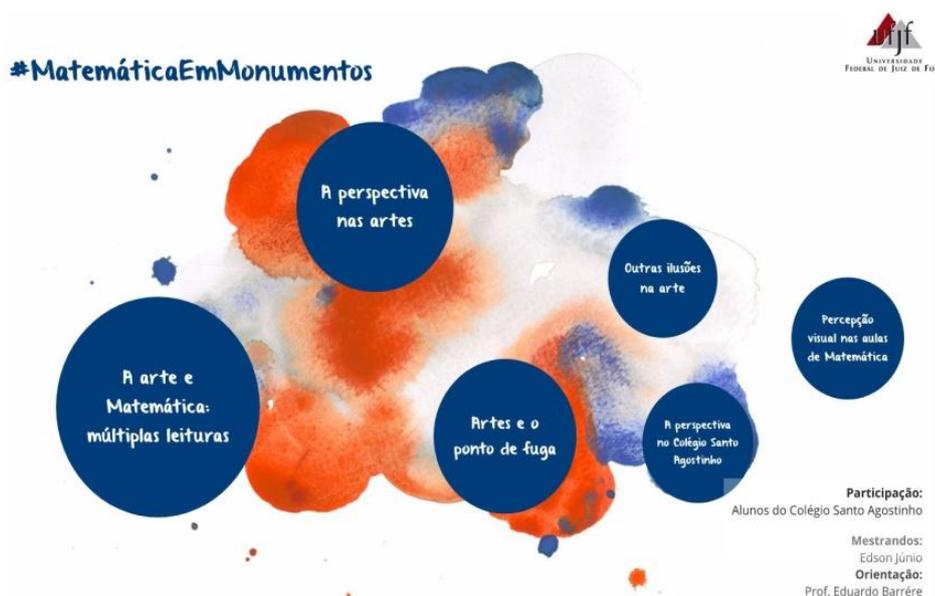
O “*rapport*”³⁸ consistiu em apresentar três conceitos fundamentais de perspectiva: ponto fuga, linhas do horizonte e plano horizontal utilizando a ferramenta Prezi³⁹ e que também é uma apresentação com efeitos ilusionistas.

38 Rapport é um conceito originário da psicologia que remete à técnica de criar uma ligação de empatia com outra pessoa. O termo vem do francês *rapporter*, cujo significado remete à sincronização que permite estabelecer uma relação harmônica.

39 O Prezi é um *software on-line* para a criação de apresentações não lineares, uma alternativa ao Power Point, mas possuem movimentações que utilizam ponto de fuga durante as transições de suas telas.

Buscou-se despertar o olhar dos estudantes ao estabelecer relações entre artes e matemática, bem como as estratégias que cada grupo utilizou para as produções fotográficas.

Figura 57 - Apresentação da perspectiva nos colégios

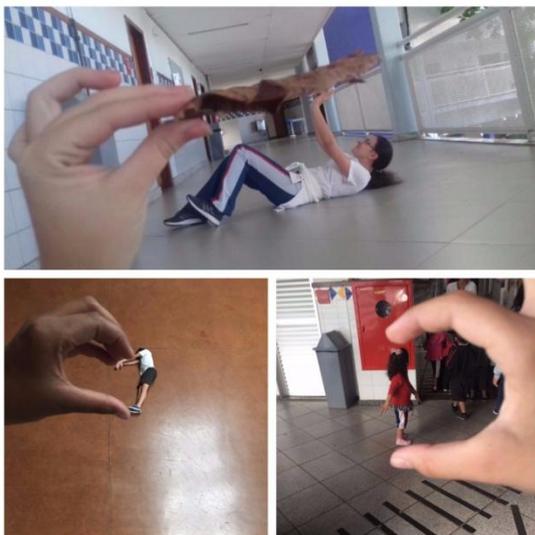


Fonte: Dados da pesquisa.

Após a apresentação teórica os estudantes foram encaminhados até o pátio escolar para a produção das fotografias. Os estudantes foram orientados para que no espaço escolar fossem produzidas fotografias utilizando os conceitos de ponto de fuga, linha do horizonte e pontos de observação. Concomitantemente foram utilizados outros conceitos como proporcionalidade, simetria e o grau de dificuldade na elaboração das fotografias; conceitos também trabalhados em sala de aula.

Optou-se por fazer poucas intervenções para não influenciar a originalidade das fotos. Em grupos ou individualmente produziram fotografias com os conceitos sugeridos. Notam-se pelas imagens que a grande maioria das fotos apresenta pontos de fuga, linhas do horizonte e planos horizontais.

Figura 58 - Produção dos alunos nos colégios



Fonte: Dados da pesquisa.

E finalmente a análise da atividade partindo das questões sugeridas: como você pensou em fazer a sua fotografia? Como o grupo se organizou para fazer a foto? Como foi à vivência e o que contribuiu para o seu aprendizado?

Após responder as questões, os estudantes verbalizaram espontaneamente e no questionário aplicado (APÊNDICE G) afirmando que a experiência contribuiu para um novo olhar, uma nova maneira de apreciar obras de artes, segundo testemunhos relatados abaixo.

Estudante A - "Foi uma experiência nova e muito boa de executar. Contribuiu para que eu tenha mais conhecimento na Geometria e Matemática";

Estudante B- "Aprendemos a fazer ilusão de ótica fazendo algo muito legal (usando o celular). A vivência ajudou muito para o aprendizado, pois tivemos a noção das dificuldades para realizar uma foto";

Estudante C - "A aplicação serviu para eu exercitar o meu olhar e tornar mais crítico";

Estudante D - "Hoje vou olhar para as obras de arte com outro olhar."

Pelos testemunhos acima percebeu-se que o conhecimento de perspectiva e matemática foram empregados aliados à criatividade de cada participante. Este compartilhamento e troca de informações para tirar não apenas

uma foto criativa, mas com técnicas de perspectiva desafiou os estudantes e sua percepção visual.

A experiência vivenciada provou que várias frentes do saber podem ser um caminho possível na apresentação da temática. Como se pôde perceber, em apenas três aulas, com o auxílio da tecnologia, estabeleceu – estudantes e pesquisador – um diálogo com diferentes áreas do saber, como exemplo, história, histórias das artes, matemática, arquitetura e tecnologia.

A compreensão em termos da construção de conhecimento matemático possibilitou uma reflexão acerca de que é possível apresentar conceitos da perspectiva na aula experimental. A viabilidade demonstrada com a aplicação do experimento possibilita apresentar conceitos da perspectiva e posteriormente aplicar este saber na tridimensionalidade de conteúdos de geometria espacial. Um conteúdo que pode ser pensado para um aplicativo e testado com os estudantes e professores.

Sequencialmente constatou-se que a experiência fez com que estudantes compreendessem que a percepção visual é única e cada integrante deve ter seu tempo em reconhecer a ilusão de ótica e demais conteúdos. A colaboração predominou entre os grupos para que cada integrante compreendesse a ilusão e engano presente nas fotografias, vídeos e figuras geométricas apresentadas durante a apresentação do pesquisador.

Da aplicação do experimento acima resultou a criação em mais dois produtos complementares correlacionados. Um destes produtos foi a elaboração do aplicativo para *smartphones*, que constitui o cerne da pesquisa. E o outro se refere aos exercícios que serão disponibilizados no aplicativo digital.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A presente pesquisa, como pode se perceber, está inserida em um contexto maior, pois há um crescente interesse entre os pesquisadores e professores em explorar recursos tecnológicos que possam contribuir na aprendizagem dos estudantes. Nos últimos anos, temas relacionados ao ensino e aprendizagem têm sido amplamente discutidos e estudados pela comunidade científica. No cenário brasileiro, por exemplo, de acordo com estimativas do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), o acesso às TIC desta grande população tem evoluído gradativamente e o uso da internet está disponível em 43% dos domicílios, sendo que 66% das conexões são feitas via banda larga fixa e 22% via internet móvel, 3G ou 4G. O uso da internet, independentemente do local de acesso, atinge mais da metade da população (51%), considerando ao menos um acesso nos últimos três meses (CETIC.br, 2016).

Como mencionado na introdução da pesquisa acerca da motivação do pesquisador e, sobretudo, de uma experiência infantil marcada pelo medo e curiosidade, o estudo aqui apresentado responde, com certeza, em um primeiro momento, a estas indagações. Mas como docente, e percebendo a realidade em sala de aula de todo processo ensino-aprendizagem da matemática e das dificuldades dos estudantes, a curiosidade infantil transformou-se em uma questão de pesquisa do mestrado indo a um “além mais”: Quais recursos pedagógicos pode-se oferecer aos professores e estudantes para que leiam as obras de artes sob o olhar da matemática? E para responder, recorre à tecnologia como mediação entre o estudante e conteúdo. A tecnologia como esta instância que estará “entre”, desempenhando um papel preponderante, o de estimular e suscitar meios ou maneiras diferentes em se ministrar uma aula ou um conteúdo matemático.

Neste sentido, foi-se construindo paulatinamente, capítulo a capítulo, um percurso, até que chegasse a uma proposta concreta em que a tecnologia propriamente dita iluminasse o pesquisar. Foi realizado o seguinte percurso: no capítulo acerca da revisão de literatura, discutindo um pouco do contexto histórico da teoria da perspectiva, foi falado o conceito de perspectiva e, sobretudo em como matemática e outros saberes dialogavam a técnica com as artes, geometria, história e arquitetura.

Posteriormente, foram discutidos conceitos técnicos do universo da matemática e da perspectiva conceitual, histórica e classificatória da perspectiva. Tais definições colaboraram para a leitura do leitor leigo dos capítulos subsequentes e apresentou aos professores de matemática a importância da História da Matemática e como o conhecimento matemático e o artístico aparecem juntos. Essa ampliação do discurso possibilitou apresentar a perspectiva aos estudantes de maneira conceitual, bem como as contribuições do campo matemático.

Foi eleita a figura de Athaíde, dada sua importância no campo da arte e apresentado ao leitor como o responsável por elaborar tetos em perspectiva em terras mineiras. Também foram pontuadas habilidades do artista que são desconhecidas pelo público, sobretudo, na área de matemática e como quadraturista. A importância deste artista instiga a novas pesquisas no campo histórico para se conhecer de fato quem é Athaíde, o artista-matemático.

Finalizando o capítulo de revisão foram apresentadas as técnicas e métodos matemáticos empregados por artistas nos canteiros de obras. O trabalho dos artistas impulsionado por investimentos da sociedade e da igreja fez com que os artistas buscassem cada vez mais, em fundamentos matemáticos, respostas para representação da ilusão e engano. As técnicas empíricas e científicas das cordas, fios esticados e lanterna mágica foram amplamente utilizados no período áureo da técnica em perspectiva.

No capítulo três foi construída a metodologia desta pesquisa, e para tal, elegeu-se o telefone celular no estudo do conceito de perspectiva. Impulsionados pelos resultados no experimento foi ampliada a discussão com o aplicativo desenvolvido. O experimento gerou dois produtos educacionais subsequentes que são o próprio aplicativo e uma sequência didática em que os professores podem adaptar e ampliar o ensino da perspectiva e da matemática em sala de aula. O aplicativo apresenta cinco eixos temáticos discutindo a perspectiva e sua relação com a matemática. Neste instrumento pedagógico também é possível ampliar o potencial comunicativo dos estudantes para se trabalhar conceitos mediados pela ludicidade. E por fim, foi avaliado o aplicativo com professores de matemática debatendo acerca dos desafios e possibilidades de se utilizar a ferramenta em salas de aula como problematizações dos estudantes.

Ao término desta pesquisa pontua-se a importância de contextualizar matemática utilizando a história e a tecnologia. A interpretação da matemática nas igrejas e em qualquer outro espaço que envolve a tridimensionalidade é um desafio ininterrupto e instigante para os docentes e estudantes. A busca por novos cenários que facilitem a compreensão da matemática no mundo real dos estudantes pode ser um caminho para se trabalhar a matemática de forma lúdica, contextualizada e prazerosa.

Foi apresentado um terreno fértil e com muitas possibilidades para a geometria plana e espacial em espaços que extrapolam a sala de aula. O grande desejo era fornecer instrumentos pedagógicos aos docentes para trabalhar conteúdos matemáticos. De forma lúdica e ao longo da pesquisa foi possível elaborar um aplicativo multiplataforma em que estudantes e professores pudessem utilizá-lo em complemento às aulas de geometria, temida e pouco admirada por estudantes. Mantendo a filosofia inicial em utilizar telefones como instrumento acessível e que desperta o interesse dos estudantes para o entretenimento fomos instigados a utilizá-lo também para as aulas.

O grande desafio neste percurso foi trabalhar a temática de apresentação deste aplicativo e quais os caminhos teóricos e metodológicos desencadeariam. Diante de uma vasta literatura foi providenciado imediatamente o recorte de apresentar a Igreja de São Francisco de Assis inserida no museu aberto em Ouro Preto. Feito isso, foi revelada a técnica na Europa Renascentista e a figura de Athaíde, como expoente mineiro, pouco reconhecido como matemático, mas com um vasto legado em representar a ilusão e o engano presentes nas igrejas barrocas. Diante deste levantamento concluiu-se a importância em apresentar a História da Matemática para os estudantes, utilizando uma igreja. A igreja de São Francisco de Assis eleita nesta pesquisa possibilita conduzir estudantes além de uma viagem histórica, mas a realizar análises matemáticas deste e outros espaços. Estes processos históricos criam novos interesses e caminhos para professores e estudantes para aprender matemática conjugando tecnologias *mobile learning* no dia a dia escolar.

Em sala de aula verificou-se que o recurso tecnológico abre portas para o discurso da geometria plana e espacial aos que não ainda não foram instigados a problematizar o olhar nestas imagens e espaços. A estratégia revela-se promissora,

porém exigem algumas cautelas, tais como: um planejamento cuidadoso e sistemático das tarefas para condução de atividades fora de sala e com o aplicativo. O docente deve analisar a condução das propostas para que não perca sua ludicidade, assim como, tenha cunho educacional, não se limitando somente ao lúdico e também foi apontado como relevante o conhecimento prévio dos professores quanto à teoria para que a apresentação da perspectiva não se torne um fardo teórico.

Ao se utilizar a teoria da perspectiva na complementação de aulas teóricas de geometria plana e espacial foi possível pensar como a mudança no processo de ensino-aprendizagem mediado por tecnologia móvel é capaz de mudar a reprodução dos padrões já existentes nas aulas de matemática.

Os entraves de que, por décadas, escolas e docentes dependiam de um computador físico e estático dos laboratórios hoje convergem gradativamente para o acesso *móvil*. Esta tendência possibilita a realização de diversas atividades escolares e sinaliza novas formas de aprendizado em sala de aula. Diante dos olhos está o desafio de romper as fronteiras para a utilização destes recursos, tais como o incentivo aos profissionais em utilizar a tecnologia e deixar que os estudantes não apenas apreciem a apresentação visual da tecnologia, mas que façam o manuseio. Ao se falar de incentivo, está-se falando da capacitação do profissional para tenha segurança e domínio da apresentação destes recursos sem intimidação ou receio, ou seja, de habilidades que o permita dialogar com os estudantes já inseridos no contexto das aplicações móveis. Apesar do domínio destes recursos, poucos utilizam como suporte aos seus estudos e raramente em sala. Portanto, a ferramenta serve como incentivo para complementar o conteúdo de geometria.

Ficou constada também a importância do docente avaliar o cenário da sua escola e com antecedência conhecer a infraestrutura tecnológica para aplicar atividades do aplicativo e fotografias. Dentre as principais dificuldades e limitações encontradas durante a realização deste trabalho, destacam-se: apesar do conhecimento prévio dos professores quanto à teoria, as avaliações remotas não acontecem de forma abrangente quando se trata de conhecer todas as habilidades de manuseio nos dispositivos dos participantes; algumas dificuldades como conexão com a internet, teclado pequeno, tela pequena, baixo poder de processamento, baixa autonomia da bateria foram alguns entraves identificados pelo pesquisador

para o início da avaliação feita pelos participantes ao indagar os pesquisados acerca do modelo de seus telefones e acesso a internet banda larga. Em alguns casos foi necessário mudar do dispositivo *smartphones* e utilizar o aplicativo em um *Tablet* ou *notebook* relatado pelos próprios professores.

A coleta de dados e análise do aplicativo foi importante para entender se o aplicativo atende o propósito de ser uma ferramenta complementar ao estudo da geometria plana e espacial. A interatividade dos conteúdos em sala de aula facilitou a receptividade do aplicativo pelos docentes. Engajar estudantes com o uso da tecnologia demonstra novos caminhos de ações pedagógicas que extrapolam os conteúdos inseridos no quadro e permite interrogar a produção matemática por meio de sua historicidade com os estudantes.

A importância de avaliar o aplicativo mARTEmática quanto à usabilidade e os conteúdos matemáticos é uma conquista, pois possibilita aperfeiçoar a ferramenta para que seja utilizada no ensino da geometria. Destaca-se a acessibilidade dos *smartphones* em sala de aula e sua baixa adesão quanto ao seu uso. O aplicativo, segundo os docentes, alcança objetivos importantes para o ensino da matemática e a importância de visualizar figuras geométricas associadas à teoria. A ludicidade apontada como o diferencial do aplicativo é uma estratégia atrativa para que estudantes associem teoria e prática do que é ensinado em sala. A geometria plana e espacial temida pelos estudantes ganha uma aliada para que com temas relacionados à visualização e problematização do olhar desloquem-se para uma gamificação, sem perder o seu cunho teórico ao longo do percurso.

A pesquisa exigia finalizações, mas ainda é possível explorar a avaliação dos aplicativos diretamente com estudantes em sala de aula; aperfeiçoamento do aplicativo desenvolvido quanto à inclusão de novas funcionalidades como, por exemplo, permitir a inserção de atividades, habilitar a função perfil do jogador e compartilhamento. Produção de novos materiais que atendam as demandas regionais e locais quanto ao estudo da perspectiva nas cidades que utilizam o aplicativo.

Dessa maneira, a ferramenta poderia atuar como um repositório de atividades que auxilia os desenvolvedores na evolução do aplicativo, além de ajudar

os professores na tomada de decisão dos conteúdos de acordo com as necessidades de cada estudante.

A interação do estudo com grupos de pesquisa PERSPECTIVA PICTORIUM da UFMG desperta o interesse para futuros trabalhos, em avaliar com estes profissionais o aplicativo, apresentar a metodologia com outras frentes do saber e aperfeiçoar as atividades, os recursos e a criação de novas atividades com o intuito de transformar o aplicativo como complemento das aulas de outras disciplinas escolares.

Nesta pesquisa foi possível conhecer diversos trabalhos acadêmicos que buscam trabalhar matemática com mais flexibilidade em qualquer tempo ou espaço além das tradicionais aulas expositivas. A concepção de uma metodologia contendo atividades educacionais para os telefones celulares pode não apenas complementar os conteúdos envolvendo geometria plana e espacial, mas aperfeiçoar tarefas e avaliações que colaboram no desenvolvimento do conteúdo em sala.

No decorrer da pesquisa, apareceram questões de cunho histórico, que despertaram o interesse em leituras e pesquisas futuras. Questões como: como as técnicas da perspectiva disseminaram entre os artistas em solo mineiro? Escravos neste período que não tiveram voz, mas presenciaram a consolidação da técnica e puderam aprender geometria e ciência nestes ateliês das classes dominantes? Como eles interpretaram a concepção da técnica em seus guetos e como os moradores locais interpretam matematicamente as obras e pinturas da ilusão e engano?

REFERÊNCIAS⁴⁰

- ALMEIDA, R. F. **Recomendação de recursos educacionais para grupos em redes sociais**. 107f. 2016. Dissertação (Mestrado em Ciência da Computação) - Universidade Federal de Juiz de Fora, UFJF, Juiz de Fora, 2016.
- ANDRADE, R. M.; ARAKAKI, R.; BECERRA, J. L. R. **O uso de provas de conceito como ferramenta para gestão de aprendizado de arquitetura de Software**. In: CONTECSI INTERNACIONAL CONFERENCE ON INFORMATION SYSTEMS AND TECHNOLOGY MANAGEMENT, 3rd, 2006, São Paulo. São Paulo: TECSI EAC FEA USP, 2006. Approaches. London: SAGE Publications.
- ANJOS, P. R. V. Metáfora de Pedra. **A retórica na representação plástica da Igreja de São Francisco de Assis de Ouro Preto**. 2002. Dissertação (Mestrado em Estudos Literários) - Universidade Federal de Minas Gerais.
- ATALAY, B. **A matemática e a Mona Lisa**. A confluência da arte com a ciência. São Paulo: Mercuryo, 2007.
- BARBOSA, A. M. **A imagem do ensino da arte: anos 80 e novos tempos**. São Paulo: Perspectiva, 1994.
- BARRÉRE, E. **Videoaulas: aspectos técnicos, pedagógicos, aplicações e bricolagem**. In: NETTO NUNES, M, A, S.; ROCHA, E. M. (Org.). Anais da Jornada de Atualização em Informática na Educação. Dourados: EaD-UFGD, 2014, v.1, p.70-105.
- BASTOS, Rodrigo Almeida. **A maravilhosa fábrica de virtudes: o decoro na arquitetura religiosa de Vila Rica, Minas Gerais (1711-1822)**. 438f. 2009. Tese (Doutorado em História e Fundamentos da Arquitetura e do Urbanismo) - Faculdade de Arquitetura e Urbanismo, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2009. Disponível em: <<http://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/16/16133/tde-08092010-160646/pt-br.php>>. Acesso em: 14. Mar. 2017.
- BELTING, H. **Florence and Baghdad: renaissance art and arab science**. Translated by Deborah Lucas Schneider. Cambridge, MA: Harvard University Press, 2011. 312p.
- BERTORCCI, S. Perspectiva e anamorfose nas construções arquitetônicas dos quadraturistas toscanos. In: MELLO, M. M. (Org.). **Perspectiva e percepção visual no tempo do barroco entre a Europa e o Brasil**. Belo Horizonte: Fino Traço, 2013. Cap. 13, p. 217-224.
- BIBLIOTECA do Caraça. **Cimélio** (papéis avulsos). folhas 285 e 287.
- BKOUICHE, R. Epistémologie, histoire et enseignement des mathématiques. **For The Learning of Mathematics**, v.17, n.1, p.34-42, Feb. 1997.

⁴⁰ Referências formatadas de acordo com a ABNT NBR 6023.

BOFF, L. A águia e a galinha convivem em nós. In: _____. **A águia e a galinha**. Belo Horizonte: Vozes, 2017. p.2. Disponível em <<http://www.bonsucessomt.com.br/imagens/AGUIAEAGALINHA.pdf>>. Acesso em: 09/12/2017.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. Investigação qualitativa em educação: fundamentos, métodos e técnicas. In: _____. **Investigação qualitativa em educação**. Portugal: Porto, 1994. p.15-80.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. **Investigação qualitativa em educação**: uma introdução à teoria e aos métodos. Porto: Porto Editora, 1994.

BONAZZI DA COSTA, M. A. **A talha barroca e rococó**: a aplicação da anamorfose na construção de ornamentos nas Minas Gerais. In: ENCONTRO INTERNACIONAL DE HISTÓRIA COLONIAL, IV. 2014, Belém do Pará. Anais... Arte e história no mundo ibero-americano (séculos XV-XIX). Belém do Pará: Açai, 2012. v.7. p. 243-261.

BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. **Informática e educação matemática**. 4. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2010. v. 1. 103p.

BOSI, A. Fenomenologia do olhar. In: _____. **O olhar**. São Paulo: Companhia das Letras, 1990. p.65-87.

BURD, L. **Desenvolvimento de software para atividades educacionais**. 1999. 225f. Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, Campinas, 1999. Disponível em: <<http://libdigi.unicamp.br/document/?code=vtls000199178>>. Acesso em: 22 mai. 2018.

CAMPOS, A. A. A. Aspectos da vida pessoal, familiar e artística de Manoel da Costa Athaíde. In: CAMPOS, A. A. (Org.). **Manoel da Costa Athaíde**: aspectos históricos, estilísticos, iconográficos e técnicos. Belo Horizonte: C/Arte, 2007.

CANOTILHO, L. M. L. **Perspectiva pictórica**. Bragança: Instituto Politécnico de Bragança, 2005. Disponível em: <[http://www.ipb.pt/~luiscano / Perspectivalinear/PerspectivaLinear.htm](http://www.ipb.pt/~luiscano/Perspectivalinear/PerspectivaLinear.htm)>. Acesso em 31 jan. 2017.

CARDOSO, V. C. **Explorando os museus de ciências para o ensino de matemática**. In: INTER-AMERICAN CONFERENCE ON MATHEMATICS EDUCATION, XIV. 2015. Tuxtla Gutierrez. Anais... XIV Ciaem. Tuxtla Gutierrez: lacme, 2015.

CATALANO, A. R. S. **O lugar do espectador-participante na obra de Lygia Clark e Hélio Oiticica**. 2004. 99f. Dissertação (Mestrado em História) – Departamento de História, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, 2004.

CAVALCA, A. P. V. **Espaço e representação gráfica: visualização e interpretação**. Série Hipótese. São Paulo: EDUC, 1998.

CETIC.BR. Centro de Estudos sobre Tecnologias da Informação e da Comunicação do Comitê Gestor da Internet Brasil. **TIC domicílios e usuários 2014, 2016**.

Pesquisa sobre o Uso das Tecnologias da Informação e da Comunicação no Brasil. São Paulo, 2016.

CHILVERS, I. **Dicionário Oxford de arte**. 2. ed. São Paulo: Martins Fontes, 2001.

COMASSETTO, L. S. **Novos espaços virtuais para o ensino e a aprendizagem a distância: Estudo da aplicabilidade dos desenhos pedagógicos**. 2006. 152f. Tese - (Doutorado em Engenharia de Produção – Mídia e Conhecimento) - Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2006.

D'AMBROSIO, U. Matemática, ensino e educação: uma proposta global. **Temas & Debates**, São Paulo, v. 4, n. 3, p. 1-15, 1996.

DEL NEGRO, C. **Teto da nave da igreja de S. Francisco de Assis de Ouro Preto**. Rio de Janeiro: Separatas de arquivos da Escola Nacional de Belas Artes, 1955.

FLORES, C. R. A problemática do desenho em perspectiva: uma questão de convenção. **Zetetike**, Campinas, v.11, n.19, p.81-99, 2003.

FLORES, C. R. Abordagem histórica no ensino de matemática: o caso da representação em perspectiva. **Contrapontos** (UNIVALI), Itajaí, v.1, n.1, p.377-388, 2002.

FLORES, C. R. Cultura visual, visualidade, visualização matemática: balanço provisório, propostas cautelares. **Revista ZETEKITÉ**, v.18, número temático. Campinas: Unicamp, 2010.

FLORES, C. R. Descaminhos: potencialidades da arte com a educação matemática. **BOLEMA: Boletim de Educação Matemática** (Online), v. 30, p. 502-514, 2016.

FLORES, C. R. **Olhar, saber, representar**: ensaios sobre a representação em perspectiva. 189f. 2003. Tese (Doutorado em Educação) – Centro de Ciências da Educação, Universidade Federal de Santa Catarina, UFSC, Florianópolis, 2003.

GALEALE, G. P. **A Utilização de gamification em um sistema de informação**. 110f. 2014. Dissertação (Mestrado em Administração) - Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade – USP.

GREGÓRIO MAGNO. **Epístola “Ad Serenum Massiliens”**. Epístola. 109. Livro 07.

JOHNSON, R. B.; ONWUEGBUZIE, A. J.; TURNER, L. A. Toward a definition of mixed method research. **Journal of Mixed Methods Research**, v.1, n.2, p.112-133, 2007.

KALEFF, A. M. M. R. et al. Como adultos interpretam desenhos e calculam volumes de sólidos construídos por pequenos cubos. **Zetetiké**, Campinas, v.4, n.6 p.135 – 152, julho/dezembro, 1996.

LEAL, V. D. Cantaria setecentista; entre a tradição oral e as inovações científicas. In: MELLO, M. M. (Org.). **A arquitetura do engano**: redes de difusão e o desafio da representação perspéctica no universo pictórico Barroco. In: COLÓQUIO INTERNACIONAL HISTÓRIA DA ARTE. Anais..., 2013. p.49-69.

LEWIS, C. S. **As crônicas de Nárnia**. Tradução de Paulo Mendes Campos e Silêda Steuernagel. São Paulo: Martins Fontes, 2009. p. 105.

LIMA, M C. **Monografia**: a engenharia da produção acadêmica. São Paulo: Saraiva, 2004.

LIMA, Renata (Org.). **Tetos do Brasil**. São Paulo: Babel, 2011. (foto de Bruno Veiga).

LUCA, M. Tecniche di trasposizione del disegno nei dipinti mutali. In: MIGLIARI, R. **La costruzione dell'architettura illusoria**. Roma: Gangemi, 1999. p.9-156.

MACIEL, A. M.; REGO, R. G.; CARLOS, E. J. Possibilidades pedagógicas do uso da imagem fotográfica no livro didático de matemática. **Bolema** [online], v.31, n.57, p.344-364, 2017.

MARZIO, Daniele Di, "La Sala Clementina in Vaticano. In: MIGLIARI, R. **La costruzione dell'architettura illusoria**. Roma: Gangemi, 1999, p.157-177 163.

MAZZONI, A. Quadraturismo: costruzione dello spazio prospettico. Analisi tipologica, geometrica, di relazione. In: DOCCI, di M. et al. **La costruzione dell'architettura illusoria**. Vol.II: A cura di Riccardo Migliari. Roma: Gangemi, 2000. p.189-271.

MELLO, M. M. **A arquitetura do engano**: redes de difusão e o desafio da representação perspéctica no universo pictórico barroco. In: COLÓQUIO INTERNACIONAL HISTÓRIA DA ARTE, 2013. 274p.

MELLO, M. M. **A pintura de tectos em perspectiva no Portugal de D. João V**. Lisboa: Estampa, 1998. 277p.

MELLO, M. M. **Formas imagens sons**: o universo cultural da obra de arte. Belo Horizonte: Clio Editorial, 2014. v. 1. 332p.

MELLO, M. M. O arrombamento arquitetônico e a busca pela ilusão: Manuel da Costa Athaide e o pensamento efêmero nas Minas Gerais. In: MELLO, M. M. **Formas imagens sons**: o universo cultural da obra de arte. Belo Horizonte: Clio Editorial, 2014. v. 1. p. 312-331.

MELLO, M. M. O teto da Igreja do Menino Deus: um processo operativo na construção do espaço perspético. **Revista de História da Arte**, n. 5, p. 252, 2008.

MELLO, M. M.; FERNANDES NETO, C. V.; FERREIRA-ALVES, N. M. Ilusão e engano na decoração do teto da Capela de Ordem Terceira de São Francisco em Ouro Preto (1801): Manuel da Costa Athaide. In: ALVES, N. M. F. (Org.). **Os franciscanos no mundo português II**; as veneráveis Ordens Terceiras de São Francisco. Porto: CEPSE, 2013, v. II, p. 229-252.

MENEGUZZI, T. **Os perspectógrafos de Dürer na educação matemática**: história, geometria e visualização. 2009. 202f. Dissertação (Mestrado em Educação Científica e Tecnológica) - Centro de Ciências da Educação, UFSC, Florianópolis, 2009.

MENEZES, I. P. **Antonio Francisco Lisboa**. Belo Horizonte: C/Arte, 2014. 208p.

MINAYO, M. C. de S. Ciência, técnica e arte: o desafio da pesquisa social. In: _____. (Org.). **Pesquisa social: teoria, método e criatividade**. Petrópolis: Vozes, 2000. p. 9-29.

MINAYO, M. C. S. **O desafio do conhecimento: pesquisa qualitativa em saúde**. São Paulo: Hucitec, 1994.

MORESI, C. D. Aspectos técnicos na pintura de Manoel da Costa Athaíde. In: CAMPOS, A. A. (Org.). **Manoel da Costa Athaíde: aspectos históricos, estilísticos, iconográficos e técnicos**. Belo Horizonte: C/Arte, 2005 apud ROSSI, E. A. **A apoteose da pintura colonial brasileira: o teto da igreja de São Francisco de Assis de Ouro Preto**. HACER - História da Arte e da Cultura: Estudos e reflexões, Porto Alegre, 2016. Disponível em: <<http://www.hacer.com.br/igreja-de-sao-francisco>>. Acesso em: 28 dez. 2016.

OGAWA, A. N.; MAGALHÃES, G. G.; KLOCK, A. C. T.; GASPARINI, I. Análise sobre a gamificação em Ambientes Educacionais. **RENOTE - Revista Novas Tecnologias na Educação**, v.13, p.1-10, 2015.

PAIS, L. C. A representação dos corpos redondos no ensino da geometria. **Zetetiké**. Campinas, v.2, n. 2, p.13-23, março, 1994.

PARZYSZ, M. B. **Représentations planes et enseignement de la géométrie de l'espace au lycée**. Contribution à l'étude de la relation voir/savoir. 1989. 490f. Diplôme de Doctorat (Didactique des mathématiques) – Université Paris VIII, Paris, 1989.

PASSOS, C. L. B. **Representações, interpretações e prática pedagógica: a geometria na sala de aula**. 2000. 349f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Faculdade de Educação, UNICAMP, Campinas, São Paulo 2000.

PEREIRA, J. F. **Pintura**. Dicionário de arte barroca em Portugal, Lisboa: Editorial Presença, 1989. p.361.

RAYNAUD, D. As redes universitárias de difusão das ciências matemáticas como fator de desenvolvimento da perspectiva. In: MELLO, M. M. (Org.). **A arquitetura do engano: redes de difusão e o desafio da representação perspéctica no universo pictórico Barroco**. In: COLÓQUIO INTERNACIONAL HISTÓRIA DA ARTE. Anais..., 2013. p.71-86.

ROCHA REIS, G. Henrique. **CA Learning**; recomendação híbrida de conteúdos educacionais. 63f. 2015. Dissertação (Mestrado em Ciências da Computação) - Instituto de Ciências Exatas, Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2015.

RODRIGUES, G. C. **Introdução ao estudo de geometria espacial pelos caminhos da arte e por meio de recursos computacionais**. 2011. 143f. Dissertação (Mestrado em Ciências Naturais e Matemática) - Centro de Ciências Exatas e Naturais da Universidade Regional de Blumenau, Blumenau, 2011.

ROMMEVAUX, M-P. **Le discernement des plans**: um seuil décisif dans l'apprentissage de la géométrie tridimensionnelle. 1997. 361p. Thèse (Doctorat en Didactique des Mathématiques) - Université Louis Pasteur, Strasbourg, 1997.

RONCA, A. C.; TERZI, C. A. **A prova operatória**: contribuições da psicologia do desenvolvimento. 12.ed. São Paulo: EDESPLAN, 2005. Disponível em: <<http://slideplayer.com.br/slide/10219786/>>. Acesso em: 07/05/2018.

ROSA, M.; OREY, D. C. Brazil: streets of Ouro Preto. In: BARTA, J.; EGLASH, R.; BARKLEY, C. (Orgs.). **Math is a verb**: activities and lessons from cultures around the world. Reston, VA: NCTM, 2014. p. 35-46.

ROSSI, E. A. A apoteose da pintura colonial brasileira: o teto da igreja de São Francisco de Assis de Ouro Preto. **HACER - História da Arte e da Cultura**: Estudos e reflexões, Porto Alegre, 2016. Disponível em: <<http://www.hacer.com.br/igreja-de-sao-francisco>>. Acesso em: 28 dez. 2016.

SAITO, F. **Entre o natural e o artificial**: visualização e representação no século XVI. In: COLÓQUIO INTERNACIONAL HISTÓRIA DA ARTE. A arquitetura do engano: redes de difusão e o desafio da representação perspéctica no universo pictórico Barroco. Belo Horizonte, 2013. Anais..., p.222-231.

SAITO, F. Geometria e óptica no século xvi: a percepção do espaço na perspectiva euclidiana. **Revista Educ. Mat. Pesqui.**, São Paulo, v.10, n.2, p.387-416, 2008.

SANTOS, P. M. F. **O trompe l'oeil barroco na Igreja do Menino Deus em Lisboa**: métodos e técnicas. 2014. 264f. Tese (Doutorado em Belas-Artes) - Universidade de Lisboa, Lisboa, Portugal, 2014.

SICARD, M. **La fabrique du regard**. Paris: Odile Jacob, 1998.

SILVA, A. M. **O tratado de Andrea Pozzo e a pintura de perspectiva em Minas Gerais**. 2012. 163f. Dissertação (Mestrado em História) – Faculdade de Filosofia e Ciências Humanas, Universidade Federal de Minas Gerais, Minas Gerais, 2012.

SOAD, G.; BARBOSA, E. F. **MoLEva**: Um método de avaliação de qualidade para aplicativos educacionais móveis. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE QUALIDADE DE SOFTWARE (SBQS), XVI. Rio de Janeiro, 2017.

TERENO, M. C. S. **Perspectiva linear**: gênese e evolução da perspectiva. Évora: Universidade de Évora, 2011. 89 p.

THIMOTHÉO, J. C. **Manuel da Costa Athaíde**: entre a retórica e a metódica, 2012. 183f. Dissertação (Mestrado em História) - Universidade Estadual de Campinas, UNICAMP, 2012.

TRINDADE, A. O. **A concepção de uma anamorfose, do séc.XVI ao séc.XX**. Requisitos, técnicas e uma demonstração prática. In: CONGRESSO AS IDADES DO DESENHO. Lisboa, FBAUL, 2013, p. 85-102.

TV SESC. **Arquiteturas**: Igreja de São Francisco de Assis. Disponível em: <<https://www.youtube.com/watch?v=ijP0AQ9O-m8&t=1181s>>. Acesso em: 05 jan. 2017.

VALENTE, W. R. Oito temas sobre história da educação matemática. **REMATEC. Revista de Matemática, Ensino e Cultura** (UFRN), v. 8, p. 22-50, 2013.

VALENTE, W. R. **Uma história da matemática escolar no Brasil (1730-1930)**. São Paulo: Annablume, FAPESP, 1999.

VASCONCELLOS, S. **Athaíde**: pintor mineiro do século XVIII. Belo Horizonte: Paulo Bluhm, 1941.

VIEIRA, A. **Sermão da Sexagésima**. Sermões. Rio de Janeiro: Agir, 1985.

WERBACH, K.; HUNTER, D. **For the win**: How game thinking can revolutionize your business. Philadelphia: Wharton Digital Press, 2012.

APÊNDICE A - QUESTIONÁRIO SOBRE O APLICATIVO APLICADO AOS PROFESSORES

1- O uso do aplicativo feito por você aconteceu via:

Smartphones *Notebook* *Tablet* Computador

2- Você, como docente, já trabalhou conceitos ou conteúdos em sala de aula de pinturas de ilusão de ótica aplicados à matemática?

Sim Não

3- Você já utilizou algum instrumento tecnológico ou aplicativos como complemento de suas aulas teóricas?

Nunca Raramente Utilizo com certa frequência

4- O que você considera como positivo no aplicativo?

5- O que pode ser retirado do aplicativo?

6- O aplicativo apresenta e desenvolve de maneira lúdica conhecimentos relacionados à geometria plana e espacial? Justifique sua resposta

7- Os recursos didáticos oferecidos podem contribuir como suporte as suas aulas teóricas? Justifique sua resposta

8- As atividades desenvolvidas no aplicativo contribuem para alcançar os objetivos teóricos da geometria?

Sim Não. Justifique

APÊNDICE B - QUESTIONÁRIO SOBRE CONTEÚDO MATEMÁTICO APLICADO AOS PROFESSORES

1- Em sua opinião, qual a importância dos *smartphones* para realizar atividades de matemática?

2- Como você analisa o aplicativo quanto a sua funcionalidade (tamanho das letras, facilidade de navegação e abordagem conteúdo)?

3- Você utilizaria aplicativo na íntegra como complemento pedagógico às aulas de geometria plana e espacial com suas turmas?

() Sim () Não () em partes Justifique sua resposta

4- Em sua opinião, qual bloco de tarefas representa um grau de importância no ensino da geometria plana e espacial?

() percepção

() Simetria

() Geometria Espacial

() Atividades da Igreja de São Francisco

5- Em sua opinião, o aplicativo desperta o interesse dos Estudantes para o ensino de Geometria?

() Sim () Não () em partes Justifique sua resposta

6- O aplicativo testado possibilitou reflexões quanto à adaptação e criação de atividades do conteúdo teórico em geometria plana e espacial para sua sala de aula?

() Sim () Não () em partes Justifique sua resposta

APÊNDICE C - TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO PARA OS ESTUDANTES



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E DO DESPORTO

Universidade Federal de Juiz de Fora



Departamento de Pós Graduação em Educação Matemática

Mestrado Profissional em Educação Matemática

Projeto de Pesquisa: “MATEMÁTICA EM MONUMENTOS HISTÓRICOS: uma investigação sobre a utilização dos *smartphones* no treino do olhar matemático com o uso de *selfies* e conceitos de perspectiva.”

Termo de Consentimento Livre e Esclarecido para os Pais ou Responsáveis

Prezados Pais ou Responsáveis,

Seu (sua) filho (a) está sendo convidada (a) para participar da pesquisa intitulada “**MATEMÁTICA EM MONUMENTOS HISTÓRICOS:** uma investigação sobre a utilização dos *smartphones* no treino do olhar matemático com o uso de *selfies* e conceitos de perspectiva.”.

Os objetivos desta pesquisa são:

1. Apresentar noções básicas do estudo da perspectiva com a utilização do *smartphone* como um instrumento mediático no processo de ensino e aprendizagem de conteúdos matemáticos e geométricos.
2. Criar práticas pedagógicas inovadoras mais dinâmicas e que se ambientalizem com o universo dos jovens no ensino fundamental, atendendo as expectativas dos parâmetros curriculares nacionais de matemática.

Informo que a participação nessa pesquisa ocorrerá por meio da realização das atividades relacionadas ao projeto e também por meio de respostas dadas a um questionário aplicados final da pesquisa e a participação em aulas diferenciadas utilizando o *smartphone* como ferramenta de aprendizagem em matemática. A colaboração para o desenvolvimento dessa pesquisa é totalmente voluntária, pois o (a) estudante (a) pode escolher não responder a qualquer uma ou todas as perguntas apresentadas no questionário, podendo a qualquer momento, desistir de participar desse estudo. O (a) estudante (a) terá o seu anonimato garantido, pois serão utilizados códigos no lugar de nomes e assim, as informações analisadas não serão associadas ao nome dos estudantes em nenhum documento, relatório e/ou artigo que seja resultante desta pesquisa. Informo que V.S.as terão em mãos uma cópia deste termo e poderão tirar dúvidas, quando necessário, juntamente ao pesquisador responsável e ao seu orientador.

Todo o material utilizado nessa pesquisa, exceto aqueles que forem incinerados durante a sua condução, ficarão sob a guarda da Coordenação do Mestrado Profissional em Educação Matemática, sob-responsabilidade do professor-orientador Dr. Eduardo Barrére, que será guardado em armários apropriados e inacessíveis aos demais professores e estudantes. Esse material ficará armazenado pelo prazo de cinco anos, quando será incinerado. Esses procedimentos garantem a confidencialidade dos dados coletados nesse material durante a condução desse estudo. Para esclarecimentos de dúvidas éticas, o endereço para contato com o Comitê de Ética em Pesquisa (CEP/UFJF) é Universidade Federal de Juiz de Fora -- Mestrado Educação Matemática mestrado.edumat@ufjf.edu.br – Telefone: (32) 2102-3342.

Prof. Dr. Eduardo Barrére – SIAP 1677789
Universidade Federal de Juiz de Fora – UFJF
Mestrado Educação Matemática - mestrado.edumat@ufjf.edu.br –
Telefone: (32) 2102-3342

Para ser preenchido pelos pais ou responsáveis

Eu, _____, autorizo o estudante,
_____ a participar da pesquisa.

_____, _____ de _____ de 2017.



APÊNDICE D - ATIVIDADES DO REGISTRO DOCUMENTAL COM OS ALUNOS

Professor: Edson Júnio dos Santos

I. Plano de Aula: Aula 01

II. Dados de Identificação:

Escola:

Professores: Edson Júnio dos Santos

Disciplina: Matemática

Série:

Turma:

Período:

III. Tema:

- Monumentos históricos: Um olhar matemático para o mundo das artes
- A perspectiva no renascimento e barroco

IV. Objetivos: A construção subjetiva do olhar e a relação com a sala aula

Objetivo geral:

Elaborar atividades que utilize as obras de artes como mediação do conhecimento matemático em monumentos históricos

Objetivos específicos:

- Relacionar pintura, visualização e matemática, considerando o entendimento de cultura e de história. Isso pode se constituir como um aspecto interessante para criar atividades tanto em sala de aula quanto em formação de professores;
- Compreender as diversas formas de olhar, de praticar a vista, considerando a cultura visual de diversas épocas e grupos sociais. Isso pode conduzir a uma nova compreensão teórica acerca da percepção visual, da representação da imagem e da elaboração e representação de conceitos matemáticos;

V. Conteúdo:

- Noções básicas de perspectiva;
- História da perspectiva;
- Apresentação do conhecimento matemático nas obras de artes



APÊNDICE E - ATIVIDADES DO REGISTRO DOCUMENTAL

Tema: Monumentos históricos: Um olhar matemático para o mundo das artes.

Conteúdo/Assunto: **Mostra de imagens de ilusão de ótica.**

Objetivos:

A construção subjetiva do olhar e a relação com a sala aula;

Apresentar a perspectiva espaços físicos do colégio como mediação do conhecimento matemático

1ª etapa:

- Analisar formas de representação do espaço da cidade, da escola. Isso permite ver não só os modos diferentes de ver, com suas técnicas de olhar, mas também concepções de espaço e de geometria. (FLORES, 2010, p. 291-292);
- Fazer analogia entre imagens de ilusão de ótica e cenas capturadas nas redes sociais que envolva a técnica de ilusão de ótica;
- Distinguir figura e fundo em imagens, em exercício de observação;

2ª etapa:

- Promover uma mostra de *selfies* que exploram técnicas da perspectiva

Público Alvo:

- Estudantes das séries finais do ensino básico/Ensino Médio.

Tempo estimado:

- O tempo será proporcional e relativo à quantidade e às propriedades das imagens pré-selecionadas.

Sugerimos uma aula de 50 minutos no espaço escolar.

Material necessário:

- *Smartphones* dos estudantes, imagens de ilusões de ótica com planos sobrepostos.

Desenvolvimento do tema:

A apresentação das ilusões de ótica para o treino do olhar é fundamental para que desperte o interesse e a discussão nas relações existentes entre os planos de cada imagem. Podemos ainda solicitar aos estudantes que pesquisem imagens virtuais na *internet*, e que as insiram numa explicação de figura-fundo fazendo analogia com imagens dos acervos arquitetônicos de suas localidades dentre elas as existentes nas “*Obras de Aleijadinho ou no acervo arquitetônico do Colégio Aplicação*”, exemplo figura 1 e 2.

Promover o debate das representações que se relaciona a mensagens subliminares, com propagandas, filmes e obras que contenham elementos da linguagem visual, como abstrato-figurativo, figura-fundo, planos, textura, estabelecimento de cores e padrões, além da simbologia de formas e cores.

Avaliação:

A atividade busca orientar os estudantes quanto à prática da perspectiva na contemporaneidade.

Promover diálogo entre a produção dos estudantes: solicitar dentro das possibilidades o compartilhamento das produções.

APÊNDICE F - TERMO DE AUTORIZAÇÃO DE USO DE IMAGEM E DEPOIMENTOS

Eu _____, CPF _____, RG _____,

depois de conhecer e entender os objetivos, procedimentos metodológicos, riscos e benefícios da pesquisa, bem como de estar ciente da necessidade do uso de minha imagem e/ou depoimento, especificados no Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE), AUTORIZO, através do presente termo, os pesquisadores (**Eduardo Barrére, SIAP 1677789 e Edson Júnio dos Santos, CPF 04231971692**) do projeto de pesquisa intitulado “**Matemática em monumentos históricos: a ilusão no teto em perspectiva da Igreja de São Francisco de Assis**” a realizar as fotos que se façam necessárias e/ou a colher meu depoimento sem quaisquer ônus financeiros a nenhuma das partes.

Ao mesmo tempo, libero a utilização destas fotos (seus respectivos negativos) e/ou depoimentos para fins científicos e de estudos (livros, artigos, slides e transparências), em favor dos pesquisadores da pesquisa, acima especificados, obedecendo ao que está previsto nas Leis que resguardam os direitos das crianças e adolescentes (Estatuto da Criança e do Adolescente – ECA, Lei N.º 8.069/ 1990), dos idosos (Estatuto do Idoso, Lei N.º 10.741/2003) e das pessoas com deficiência (Decreto N.º 3.298/1999, alterado pelo Decreto N.º 5.296/2004).

Belo Horizonte, 10 de Abril de 2017.

Eduardo Barrere

Universidade Federal de Juiz de Fora

APÊNDICE G - Questionário

1) Idade: _____ Gênero: () Feminino () Masculino

2) Quais redes sociais você mais acessa?



() WhatsApp

() Facebook

() Twitter

() Instagram

() Youtube

() Google+

() Outras: _____

3) Você possui acesso à internet do telefone celular em quais locais?

() Em casa () Na escola () Redes Públicas

() Tenho um pacote de dados () Meu aparelho não acessa à internet

4) Qual os conceitos foram trabalhados pelo professor?

5) Você se lembra de ter aprendido algum conteúdo que trate a perspectiva em outra disciplina?

Qual(is)?

6) Como a utilização do *smartphone* ou do celular auxiliou você na realização das atividades propostas? Como você pensou para fazer sua *selfie*? Dê alguns exemplos.

7) Você ou o seu grupo teve alguma dificuldade para realizar a *selfie* utilizando o telefone celular? Quais? Explique.

8) Como foi a vivência dessa atividade para você? No que você acha que contribuiu para sua aprendizagem? Dê alguns exemplos.

ANEXO A - TERMO DE AUTORIZAÇÃO DAS ESCOLAS

Autorizo os Professores Edson Júnio dos Santos (Orientando) e Prof. Dr. Eduardo Barrére (Orientador) do Mestrado Profissional em Educação Matemática da UFJF a realizarem a pesquisa intitulada “**MATEMÁTICA EM MONUMENTOS HISTÓRICOS**: uma investigação sobre a utilização dos *smartphones* no treino do olhar matemático com o uso de *selfies* e conceitos de perspectiva.”, com os estudantes do Ensino fundamental, de acordo com as tarefas previstas no projeto de pesquisa.

Belo Horizonte, Maio de 2017.

Assinatura da Supervisora Pedagógica

NOTA

A presente dissertação foi formatada e normalizada de acordo com a Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT) obedecendo as seguintes normas:

- a. NBR 6023 - Referências bibliográficas - procedimento;
- b. NBR 6024 - Numeração progressiva das seções de um documento - procedimento;
- c. NBR 6027 - Sumário - procedimento;
- d. NBR 6028 - Resumos - procedimento;
- e. NBR 10520 - Apresentação de citações em documentos - procedimento;
- f. NBR 14724 - Trabalhos acadêmicos - apresentação;
- g. NBR 6032 - Abreviação de títulos e publicações seriadas.