
FLUXO DE POTÊNCIA CONTINUADO VIA EQUAÇÕES DE INJEÇÃO DE CORRENTE

Luciano Contin Gomes Leite*
lucontin@hotmail.com

Vander Menengoy da Costa*
vandermcosta@uol.com.br

*UFJF - Faculdade de Engenharia, Juiz de Fora, MG, Brasil

ABSTRACT

This paper proposes the continuation power flow using the current injection formulation in rectangular coordinates. The main advantages of this new approach, as compared with the polar conventional methodology, are mainly due to the Jacobian matrix structure, composed basically by the nodal admittance matrix elements. The simulations carried out using many different test systems, validate the proposed methodology.

KEYWORDS: Electrical Power Systems, Current Injection Equations, Continuation Power Flow.

RESUMO

Este trabalho propõe o estudo do fluxo de potência continuado utilizando a formulação de injeção de corrente em coordenadas retangulares. As principais vantagens desta formulação, frente à metodologia polar convencional, são decorrentes principalmente da estrutura e da montagem da matriz Jacobiana, a qual é formada basicamente pelos elementos da matriz admitância nodal. As simulações realizadas em diversos sistemas testes, de diferentes portes e características, validam a metodologia proposta.

PALAVRAS-CHAVE: Sistemas Elétricos de Potência, Equações de Injeção de Corrente, Fluxo de Potência Continuado.

Artigo submetido em 20/12/2001

1a. Revisão em 3/6/2002; 2a. Revisão 22/11/2002

Aceito sob recomendação do Ed. Assoc. Prof. Glauco N. Taranto

NOMENCLATURA

$V_r + jV_m$	coordenadas retangulares de tensão
$V\angle\theta$	coordenadas polares de tensão
γ	carregamento adicional do sistema (p.u.)
$\Delta I_r + j\Delta I_m$	coordenadas retangulares dos resíduos de corrente
P_k	potência ativa líquida calculada na barra k
Q_k	potência reativa líquida calculada na barra k
P_{D_k}	potência ativa demandada na barra k
Q_{D_k}	potência reativa demandada na barra k
P_{G_k}	potência ativa gerada na barra k
Q_{G_k}	potência reativa gerada na barra k
$\Delta V_r + j\Delta V_m$	coordenadas retangulares dos resíduos de tensão
Φ_K	conjunto de barras adjacentes à barra k , incluindo a própria barra k
$G + jB$	matriz admitância nodal

As variáveis sublinhadas representam vetores.

1 INTRODUÇÃO

A maioria dos estudos nas áreas de planejamento e operação de sistemas elétricos de potência, utiliza o cálculo do fluxo de potência visando, dentre outros objetivos, realizar a análise estática da estabilidade de tensão. Devido ao crescimento contínuo da demanda aliado à pro-

blemas ambientais e à falta de investimentos em geração e transmissão de energia elétrica, a estabilidade de tensão vem se tornando um ponto crítico para a operação dos sistemas de potência.

Uma das técnicas empregadas na análise da estabilidade de tensão é a obtenção do perfil das tensões nas barras, através de sucessivas soluções do fluxo de potência, obtidas aumentando-se o carregamento do sistema. O método convencional de solução do fluxo de potência é inadequado na obtenção do ponto de máximo carregamento, devido à singularidade da matriz Jacobiana neste ponto. Para contornar este problema, utiliza-se o método da continuação. A utilização deste método na formulação Newton completa (Cañizares, 1993) e na formulação desacoplada (Bijwe, 1997) tem sido estudada.

Em (Ajjarapu, 1992) é apresentado o modelo matemático do fluxo de potência continuado, utilizando como parâmetros de continuação o carregamento adicional do sistema, o módulo e o ângulo da tensão numa barra. No entanto, outras grandezas do sistema, tais como as perdas, os fluxos de potência em ramos e as gerações das máquinas tem sido utilizadas como parâmetros de continuação (Alves, 2000a e Alves, 2000b). Em (Flueck, 2000) utiliza-se o método da continuação parametrizado pela impedância/admitância de uma linha de transmissão.

Para a solução do fluxo de potência continuado são utilizadas as equações de potência injetada nas barras, expressas em termos das coordenadas polares da tensão. O objetivo principal deste trabalho é desenvolver formulações do mesmo problema utilizando as equações de injeção de corrente expressas em função das coordenadas retangulares da tensão.

2 FORMULAÇÃO DE INJEÇÃO DE CORRENTE

Em (Da Costa *et alli*, 1999) é apresentada uma formulação Newton-Raphson esparsa, na qual são utilizadas equações de injeção de corrente expressas em coordenadas retangulares. A matriz Jacobiana possui a mesma estrutura da matriz admitância nodal.

As componentes real e imaginária das correntes injetadas em uma barra genérica k são dadas por (Da Costa *et alli*, 1999):

$$\frac{V_{r_k} P_k + V_{m_k} Q_k}{V_{r_k}^2 + V_{m_k}^2} - \sum_{i \in \Phi_k} (G_{ki} V_{r_i} - B_{ki} V_{m_i}) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{V_{m_k} P_k - V_{r_k} Q_k}{V_{r_k}^2 + V_{m_k}^2} - \sum_{i \in \Phi_k} (G_{ki} V_{m_i} + B_{ki} V_{r_i}) = 0 \quad (2)$$

O processo iterativo de Newton-Raphson para solução do fluxo de potência via equações de injeção de corrente, considerando-se um sistema genérico de n barras, sendo a barra l do tipo PV, é dado por (3) (Da Costa *et alli*, 1999).

Na Equação (3), a matriz Jacobiana de injeção de corrente (J_I) é de ordem $(2n + m) \times (2n + m)$, onde m é o número de barras PV. Observa-se também que as componentes imaginária e real do resíduo de corrente de uma barra genérica k , denotados por ΔI_{m_k} e ΔI_{r_k} respectivamente, são calculados diferentemente para as barras PQ e PV. Para a barra PV, a potência reativa é tratada como uma variável de estado.

A característica mais importante desta matriz Jacobiana é o fato de que os blocos (2×2) fora da diagonal, são constituídos pelos elementos correspondentes da matriz admitância nodal, permanecendo constantes durante todo o processo iterativo. Por outro lado, os blocos (2×2) diagonais são atualizados a cada iteração, da seguinte forma:

$$B'_{kk} = B_{kk} - a_k \quad (4)$$

$$G'_{kk} = G_{kk} - b_k \quad (5)$$

$$G''_{kk} = G_{kk} - c_k \quad (6)$$

$$B''_{kk} = -B_{kk} - d_k \quad (7)$$

Para a carga do tipo potência constante, tem-se que:

$$a_k = d_k = \frac{Q_k (V_{r_k}^2 - V_{m_k}^2) - 2V_{r_k} V_{m_k} P_k}{V_k^4} \quad (8)$$

$$b_k = -c_k = \frac{P_k (V_{r_k}^2 - V_{m_k}^2) + 2V_{r_k} V_{m_k} Q_k}{V_k^4} \quad (9)$$

A atualização na forma polar, correspondente à formulação de injeção de corrente, referente à h -ésima iteração é dada por:

$$\theta^{(h+1)} = \theta^{(h)} + \Delta \theta^{(h)} \quad (10)$$

$$V^{(h+1)} = V^{(h)} + \Delta V^{(h)} \quad (11)$$

onde (Da Costa *et alli*, 1999):

$$\Delta V_k = \frac{V_{r_k} \Delta V_{r_k} + V_{m_k} \Delta V_{m_k}}{V_k} \quad (12)$$

$$\Delta \theta_k = \frac{V_{r_k} \Delta V_{m_k} - V_{m_k} \Delta V_{r_k}}{V_k^2} \quad (13)$$

A trajetória de convergência da formulação de injeção de corrente é idêntica àquela apresentada pela formulação convencional polar (Da Costa *et alli*, 1999).

passo de continuação pré-determinado. Obtém-se assim, o ponto estimado \mathbf{B}' para o processo iterativo referente à próxima solução correta \mathbf{B} . Quanto melhor for o processo de predição, menor será o esforço para obter a solução correta.

3.1 Passo Preditor

O processo de predição é feito através do vetor tangente $[d\underline{V}_r \ d\underline{V}_m \ d\gamma]^t$ obtido de (14) e (15), considerando o processo convencional de solução do fluxo de potência acrescido de uma variável, correspondente ao parâmetro de continuação. A inserção na matriz Jacobiana, da linha e coluna referentes a esta variável, garante a não singularidade desta matriz no ponto de colapso (Ajjarapu, 1992).

A cada etapa de predição é feita a escolha do parâmetro de continuação. Neste trabalho, esta escolha é feita mediante à análise da variação de cada estado entre os dois últimos pontos corretos (\mathbf{A} e \mathbf{B} da Figura 1). Aquele estado com maior variação percentual será o próximo parâmetro de continuação.

Enquanto o carregamento do sistema estiver afastado do ponto máximo, o parâmetro de continuação é o carregamento adicional γ , por apresentar maior variação percentual em relação à variação de tensão nas barras. Ao se aproximar do ponto de colapso, com o aumento da variação de tensão, o parâmetro de continuação passa a ser o módulo da tensão em uma das barras de tensão variável PQ , sendo a barra aquela que apresentar a maior variação percentual de tensão entre os dois últimos pontos corrigidos da curva.

O processo de predição por carregamento é mostrado em (16), onde a linha adicional na matriz Jacobiana assegura que a variação no carregamento $d\gamma$ deve ser igual ao passo de variação do carregamento p_γ de forma que $\gamma^{final} = \gamma^{inicial} \pm d\gamma$. O sinal será positivo se o ponto de colapso ainda não tiver sido calculado e negativo em caso contrário, indicando a parte inferior da curva.

$$\left[\begin{array}{cc|c} J_I & \begin{matrix} J_{\Delta I_{m\gamma}} \\ J_{\Delta I_{r\gamma}} \end{matrix} & \\ \hline \underline{0}^t & \underline{0}^t & 1 \end{array} \right] \begin{bmatrix} d\underline{V}_r \\ d\underline{V}_m \\ d\gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{0} \\ \underline{0} \\ p_\gamma \end{bmatrix} \quad (16)$$

Os termos $J_{\Delta I_{r\gamma}}$ e $J_{\Delta I_{m\gamma}}$ representam, respectivamente, o negativo das derivadas de (14) e (15) em relação a γ . Desta forma, considerando-se o modelo de carga do tipo potência constante, tem-se para cada barra k do sistema:

$$J_{\Delta I_{m\gamma}} = \frac{P_{D_k} V_{m_k} - Q_{D_k} V_{r_k}}{V_k^2} \quad (17)$$

$$J_{\Delta I_{r\gamma}} = \frac{P_{D_k} V_{r_k} + Q_{D_k} V_{m_k}}{V_k^2} \quad (18)$$

Quando k não possuir carga no caso base, os elementos correspondentes em (17) e (18) serão nulos.

Para o processo de predição por tensão, representado em (19), é necessário determinar primeiramente a barra k com maior variação percentual de tensão entre os dois últimos pontos corrigidos. Por não se ter a tensão de forma explícita nas barras do tipo PV na formulação injeção de corrente, a linha adicional na matriz Jacobiana dada por (12), assegura que a variação de tensão ΔV_k na barra escolhida seja igual ao negativo do passo de variação de tensão p_V de forma que $V_k^{final} = V_k^{inicial} - \Delta V_k$.

Com o vetor tangente calculado através de (16) ou (19), utiliza-se (12) e (13) de modo a obter este vetor em coordenadas polares. Desta forma, a estimativa \mathbf{B}' é obtida a partir do ponto correto \mathbf{A} da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} \underline{\theta} \\ \underline{V} \\ \gamma \end{bmatrix}^{B'} = \begin{bmatrix} \underline{\theta} \\ \underline{V} \\ \gamma \end{bmatrix}^A + \begin{bmatrix} d\underline{\theta} \\ d\underline{V} \\ d\gamma \end{bmatrix} \quad (20)$$

3.2 Passo Corretor

Tendo-se a estimativa \mathbf{B}' através da utilização do vetor tangente, a solução correta \mathbf{B} é então obtida especificando-se uma das variáveis de estado (valor este anteriormente estimado), e calculando-se o valor das variáveis de estado restantes. A escolha de qualquer uma das variáveis de estado como sendo o parâmetro de continuação resulta numa mesma solução.

A etapa de correção quando o parâmetro de continuação for o carregamento adicional é simplesmente a execução do fluxo de potência convencional aplicado no ponto estimado. De (21) obtém-se então, os valores de ΔV_r e ΔV_m corrigidos mediante um $\Delta \gamma$ pré-estabelecido.

$$[J_I] \begin{bmatrix} \Delta \underline{V}_r \\ \Delta \underline{V}_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta \underline{I}_m \\ \Delta \underline{I}_r \end{bmatrix} \quad (21)$$

A etapa de correção por tensão utiliza o processo iterativo de Newton-Raphson como mostrado em (22), onde os elementos $J_{\Delta I_{m\gamma}}$ e $J_{\Delta I_{r\gamma}}$ são obtidos da mesma forma que na predição por tensão e por carregamento. A equação adicional (12) deve ser satisfeita para a barra k que possui sua tensão como parâmetro de continuação. As vantagens da formulação de injeção de corrente quanto ao tempo e esforço computacional, multiplicam-se quando aplicada ao fluxo de potência continuado, pois apenas os elementos dos blocos da diagonal, das barras

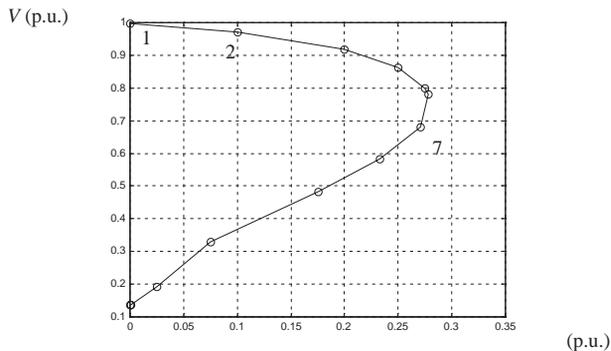


Figura 2: Perfil de tensão na barra 7 - Formulações convencional polar e injeção de corrente.

demanda adicional do sistema suprida apenas pela barra de referência.

A Figura 2 mostra o perfil de tensão da barra 7 do sistema New England, obtido através das formulações convencional polar e injeção de corrente, considerando-se um passo de 10% para os parâmetros de continuação. Esta figura apresenta os pontos corrigidos obtidos durante o fluxo de potência continuado. Observa-se que ambas as formulações apresentam a mesma quantidade de pontos corrigidos e os mesmos valores de tensão em cada um destes pontos.

Tabela 2: Obtenção do ponto corrigido 01 (caso base)

h	Convencional Polar		Injeção de Corrente	
	Resíduo ativo (p.u.)	Resíduo reativo (p.u.)	Resíduo ativo (p.u.)	Resíduo reativo (p.u.)
0	8,1269	8,1230	8,1269	8,1230
1	5,8672e-1	1,1338	5,8672e-1	1,1338
2	2,0132e-2	2,2769e-2	2,0132e-2	2,2769e-2
3	2,3149e-5	1,4554e-5	2,3149e-5	1,4554e-5
4	2,0651e-11	1,2541e-11	2,0538e-11	1,2712e-11

Tabela 3: Obtenção do ponto corrigido 02 – Parâmetro: γ

h	Convencional Polar		Injeção de Corrente	
	Resíduo ativo (p.u.)	Resíduo reativo (p.u.)	Resíduo ativo (p.u.)	Resíduo reativo (p.u.)
0	3,6529e-2	5,4927e-1	3,6529e-2	5,4927e-1
1	3,5175e-3	7,5665e-3	3,5175e-3	7,5665e-3
2	1,9513e-6	1,8864e-6	1,9513e-6	1,8864e-6

As Tabelas de 2 a 4 apresentam a trajetória de convergência de ambas as formulações, no processo de correção de alguns dos pontos mostrados na Figura 2. São apresentados os módulos dos resíduos máximos de potência

Tabela 4: Obtenção do ponto corrigido 07 – Parâmetro: tensão na barra 7

h	Convencional Polar		Injeção de Corrente	
	Resíduo ativo (p.u.)	Resíduo reativo (p.u.)	Resíduo ativo (p.u.)	Resíduo reativo (p.u.)
0	3,8349e-1	4,3491e-1	3,8349e-1	4,3491e-1
1	1,5428e-3	1,8190e-3	1,5428e-3	1,8190e-3
2	6,3028e-7	2,9943e-7	6,3026e-7	2,9943e-7

Tabela 5: Dados do ponto de colapso

Sistema	γ_{max} (p.u.)	Barra Crítica		
		Número	V (p.u.)	θ (graus)
PST 9 barras	1,3745	9	0,6682	-48,5401
IEEE 14	3,0067	5	0,6796	-65,7546
IEEE 30	1,9490	30	0,5191	-85,2346
New England	0,2799	7	0,7525	-64,2828
IEEE 57	0,7859	31	0,4639	-79,8502
PST 68 barras	0,4613	8	0,7398	-108,0335
IEEE 118	0,9031	47	0,8153	-113,9345
IEEE 300	0,0364	9033	0,6914	-84,5851
730 barras	0,0533	1137	0,5852	4,4816

ativa e reativa a cada iteração. Conforme já esperado, ambas as formulações apresentam características de convergência idênticas.

A Tabela 5 mostra os pontos de máximo carregamento, obtidos através da formulação de injeção de corrente. A barra crítica é definida pelas componentes do vetor tangente referentes às tensões nas barras no ponto de máximo carregamento. As Figuras 3 e 4 mostram tais

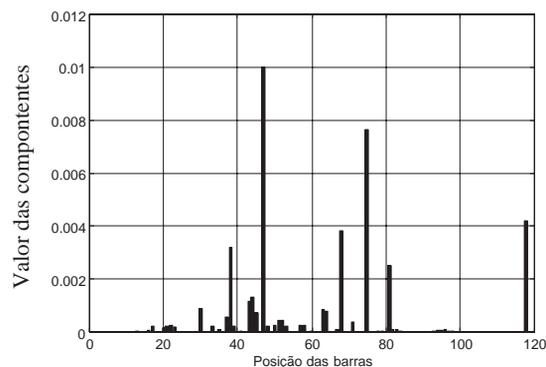


Figura 3: Componentes do vetor tangente - Sistema IEEE 118

componentes, para os sistemas IEEE 118 e 730 barras. Conforme a Tabela 5, a barra crítica do sistema 730 barras é a 1137, que corresponde à posição 650 da Figura 4. Obviamente, este conjunto de resultados condiz com aqueles obtidos utilizando-se a formulação polar conven-

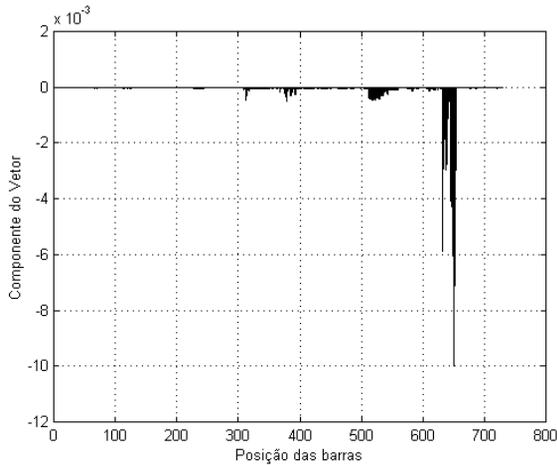


Figura 4: Componentes do vetor tangente - Sistema 730 barras

cional.

A Figura 5 mostra o perfil de tensão da barra 9033 referente ao sistema IEEE 300 barras, considerando-se o limite de geração reativa desativado e a demanda adicional suprida pela barra de referência. Observa-se que o valor do ponto de máximo carregamento coincide com aquele apresentado na Tabela 5.

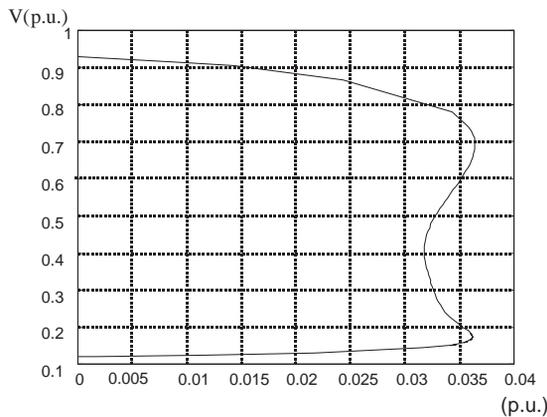


Figura 5: Perfil de tensão - Sistema IEEE 300 barras

4.3 Resultados Gerais

A Figura 6 mostra os perfis de tensão na barra 30 do sistema IEEE 30, considerando-se os limites de geração reativa das barras PV ativados ou não. A demanda adicional é suprida apenas pela barra de referência. Observa-se a importância da consideração destes limites no estudo do fluxo de potência continuado.

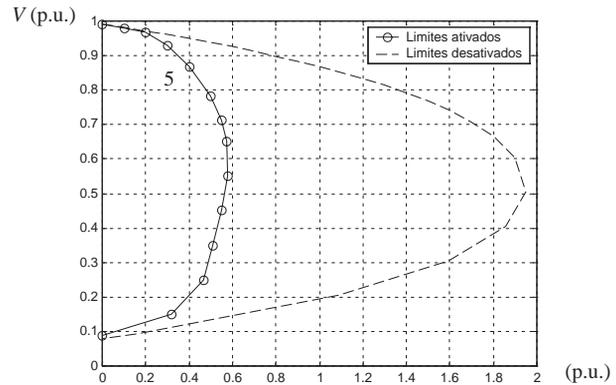


Figura 6: Perfil de tensão da barra 30 - Limite de geração reativa

A Tabela 6 apresenta a trajetória de convergência de ambas as formulações no processo de correção do ponto 5 mostrado na Figura 6. Neste ponto, todas as barras do tipo PV apresentam seus limites de geração reativa violados.

Tabela 6: Obtenção do ponto corrigido 05 – Parâmetro: γ

h	Convencional Polar		Injeção de Corrente	
	Resíduo ativo (p.u.)	Resíduo reativo (p.u.)	Resíduo ativo (p.u.)	Resíduo reativo (p.u.)
0	1,0058e-2	4,7936e-3	1,0058e-2	4,7936e-3
1	1,4900e-4	5,6685e-5	1,4900e-4	5,6685e-5
2	3,2900e-8	1,4833e-8	3,2900e-8	1,4833e-8

A Figura 7 mostra as curvas de continuação da tensão na barra 47 do sistema IEEE 118, considerando-se que a demanda adicional ativa é suprida pela barra de referência ou por todas as unidades disponíveis. Os limites de geração de reativos estão desativados. Observa-se que a margem de carregamento pode ser aumentada quando a demanda adicional é distribuída entre todas as unidades de geração do sistema.

A Tabela 7 apresenta a trajetória de convergência de ambas as formulações no processo de correção do ponto 19 mostrado na Figura 7. Conforme esperado e mostrado nas Tabelas 6 e 7, as formulações apresentam características de convergência idênticas.

A Figura 8 mostra o perfil de tensão da barra 1137 do sistema 730 barras, considerando-se os limites de geração ativados ou não, sendo a demanda adicional suprida pela barra de referência. Observa-se novamente a importância da consideração dos limites de geração de potência

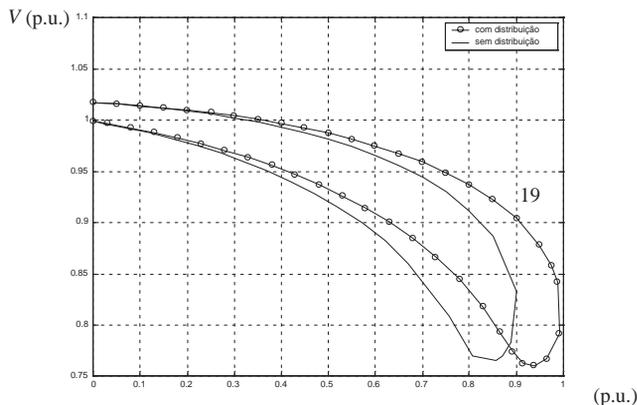


Figura 7: Perfil de tensão da barra 47 - Distribuição de geração ativa

Tabela 7: Obtenção do ponto corrigido 19 – Parâmetro: γ

h	Convencional Polar		Injeção de Corrente	
	Resíduo ativo (p.u.)	Resíduo reativo (p.u.)	Resíduo ativo (p.u.)	Resíduo reativo (p.u.)
0	3,4138e-2	6,0983e-2	3,4138e-2	6,0983e-2
1	4,6656e-4	6,8946e-4	4,6656e-4	6,8946e-4
2	7,9896e-8	1,1274e-7	7,9894e-8	1,1274e-7

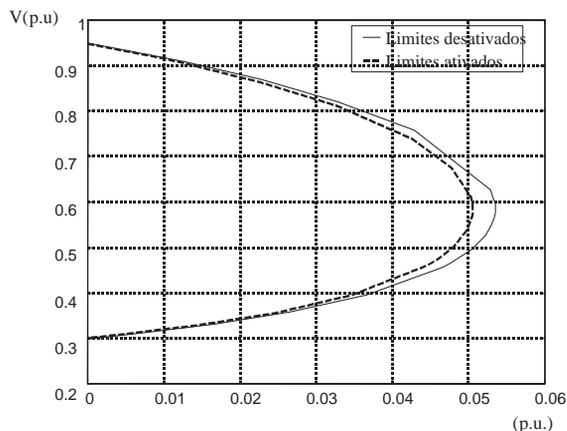


Figura 8: Perfil de Tensão - Sistema 730 barras

reativa nos estudos de fluxo de potência continuado.

4.4 Eficiência Computacional

A Tabela 8 mostra a relação entre os tempos computacionais apresentados pelas formulações de injeção de corrente (t_{fi}) e polar (t_{fp}) na obtenção da curva de con-

tinuação.

Tabela 8: Comparação do Esforço Computacional

Sistema	t_{fp}/t_{fi}
IEEE 14	1,3156
IEEE 118	1,6780
Sudeste	1,7194

Analisando a Tabela 8 percebe-se a grande vantagem computacional decorrente da aplicação da formulação de injeção de corrente no problema do fluxo de potência continuado.

5 CONCLUSÕES

Neste trabalho foi proposta a utilização da formulação de injeção de corrente na análise do fluxo de potência continuado. A metodologia proposta foi altamente satisfatória, tendo em vista os resultados apresentados.

Além da formulação de injeção de corrente apresentar as mesmas características de convergência da formulação polar convencional, tanto no processo de predição, quanto no de correção do ponto, sua utilização propicia uma grande redução no esforço computacional, devido principalmente ao cálculo da matriz Jacobiana a cada passo do processo iterativo.

Tendo em vista a importância do fluxo de potência continuado nas áreas de planejamento e de operação, a metodologia proposta constitui-se numa ferramenta de grande valia na análise dos problemas atuais concernentes à estabilidade de tensão dos sistemas elétricos de potência.

REFERÊNCIAS

- Ajjarapu, V. and C. Christy (1992). The Continuation Power Flow: A Tool for Steady State Voltage Stability Analysis. IEEE Transactions on Power Systems, vol. 7, No. 1, February.
- Alves, D. A., L. C. P. Silva, C. A. Castro, and V. F. Costa (2000a). Continuation Method Parameterized by Power Losses. IEEE Transactions on Power Systems – 0-7803-5938.
- Alves, D. A., L. C. P. Silva, C. A. Castro, and V. F. Costa (2000b). Método da Continuação Parametrizado pelas Perdas de Potência. Congresso Brasileiro de Automática - Anais do XIII CBA, pp.: 247-252.
- Bijwe, P. R. and R. S. Tare (1997). An efficient Continuation Power Flow Method for Voltage Stability

- Analysis. Electric Machines and Power Systems, No. 25, pp: 927-938.
- Cañizares, C. A. and F. L. Alvarado (1993). Point of Collapse and Continuation Methods for Large AC/DC Systems. IEEE Transactions on Power Systems. Vol. 8, No. 1, pp 1-8.
- Da Costa, V. M., N. Martins and J. L. R. Pereira (1999). Developments in the Newton Raphson Power Flow Formulation Based on Current Injections. IEEE Transactions on Power Systems, vol. 14, No. 4:1320-1326, November.
- Flueck, A. J. and J. R. Dondeti (2000). A New Continuation Power Flow Tool for Investigating the Nonlinear Effects of Transmission Branch Parameter Variations. IEEE Transactions on Power Systems, vol. 15, No. 1:223-227.
- Iba, K., H. Suzuki, M. Egawa and T. Watanabe (1991). Calculation of Critical Loading Condition with Nose Curve Using Homotopy Continuation Method. IEEE Transactions on Power Systems, vol. 6, No. 2:584-593, May.
- Overbye, T. J. and R. P. Klump (1996). Effective Calculation of Power Systems Low-voltage Solutions. IEEE Transactions on Power Systems, vol. 11, No. 1:75-82.