



AVALIAÇÃO DA INFLUÊNCIA DA TEMPERATURA NO DANO DO CONCRETO VIA MODELAGEM COMPUTACIONAL

Lahis Souza de Assis

Juiz de Fora

2019

Universidade Federal de Juiz de Fora
Faculdade de Engenharia
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil

**AVALIAÇÃO DA INFLUÊNCIA DA TEMPERATURA
NO DANO DO CONCRETO VIA
MODELAGEM COMPUTACIONAL**

Lahis Souza de Assis

Área de concentração: Estruturas e Materiais

Linha de Pesquisa: Mecânica das Estruturas

Orientadora: Prof^ª. D.Sc. Michèle Cristina Resende Farage - UFJF

Coorientadora: Prof^ª. D.Sc. Flávia de Souza Bastos - UFJF

Juiz de Fora

2019

Ficha catalográfica elaborada através do programa de geração automática da Biblioteca Universitária da UFJF, com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

Assis, Lahis Souza de.

Avaliação da influência da temperatura no dano do concreto via modelagem computacional / Lahis Souza de Assis. -- 2019.

86 f. : il.

Orientadora: Michèle Cristina Resende Farage

Coorientadora: Flávia de Souza Bastos

Dissertação (mestrado acadêmico) - Universidade Federal de Juiz de Fora, Faculdade de Engenharia. Programa de Pós Graduação em Engenharia Civil, 2019.

1. Dano. 2. Termomecânico. 3. Concreto. I. Farage, Michèle Cristina Resende, orient. II. Bastos, Flávia de Souza, coorient. III. Título.

**AVALIAÇÃO DA INFLUÊNCIA DA TEMPERATURA
NO DANO DO CONCRETO VIA
MODELAGEM COMPUTACIONAL**

Lahis Souza de Assis

Esta dissertação foi apresentada em sessão pública e aprovada em 22 de fevereiro de 2019, para obtenção do grau de Mestre em Engenharia Civil na Universidade Federal de Juiz de Fora, pela Banca Examinadora composta pelos seguintes membros:


Orientadora: Prof. D.Sc. Michèle Cristina Resende Farage - UFJF


Coorientadora: Prof. D.Sc. Flávia de Souza Bastos - UFJF


Membro: Prof. D.Sc. Carlos Cristiano Hasenclever Borges - UFJF


Membro: Prof. D.Sc. Leonardo Goliatt da Fonseca - UFJF


Membro: Prof. D.Sc. Roque Luz da Silva Pitangueira - UFMG

Agradecimentos

À Deus por estar sempre ao meu lado me guiando pelos melhores caminhos, aos meus pais pelo apoio e carinho em todas as etapas da minha vida acadêmica e ao meu namorado, Joventino, pelo amor e pela paciência de sempre.

Às queridas professoras Michèle Farage e Flávia Bastos pelos ensinamentos e, sobretudo, pela amizade ao longo de todos esses anos de orientação que tornou tudo mais leve e prazeroso.

Aos professores do Programa de Pós Graduação em Engenharia Civil que, com certeza, contribuíram de alguma forma para a construção deste trabalho.

À Anne-Lise Beaucour, da Universidade Cergy-Pontoise - França, pelos dados experimentais fornecidos e pela paciência nos inúmeros e-mails trocados.

Aos amigos Aldemon Bonifácio e Pedro Henrique Garcia por todos os auxílios prestados.

Às agências de fomento - CAPES, FAPEMIG e CNPq - pelo apoio financeiro.

Resumo

O concreto é um material difundido e utilizado mundialmente sobretudo devido ao seu custo relativamente baixo, a não exigência de mão de obra com alto nível de qualificação para a sua obtenção, a possibilidade de ser moldado em fôrmas quando em estado fresco e a sua relativa resistência ao fogo. Contudo, a previsão do comportamento deste material, mormente quando submetido a determinadas condições de carregamento e temperatura é bastante complexa, uma vez que nesses casos ocorrem alterações microestruturais que refletem em sua estrutura macroscópica. Nesse contexto, surge a necessidade da utilização de ferramentas computacionais que possibilitem a simulação de estruturas com suas solicitações impostas. Buscando contribuir com este cenário, pretende-se neste trabalho simular o comportamento termomecânico do concreto quando o mesmo é exposto a gradientes de temperatura elevados, e entender de que forma o processo de degradação do material ocorre nesses casos, utilizando dados experimentais fornecidos pela Universidade Cergy-Pontoise, na França. Pretende-se ainda verificar de que forma a granulometria dos agregados influencia em tal processo. Para isso, será utilizado o programa comercial de elementos finitos Abaqus que permite ao usuário, através do recurso das subrotinas, descrever modelos constitutivos específicos de materiais, incorporando ao mesmo requisitos de um problema particular.

Palavras-chave: Dano, Termomecânico, Concreto.

Abstract

Concrete is a diffused material used worldwide mainly because of its relatively low cost, not requiring labor with a high level of qualification for its obtaining, the possibility of being molded in forms when in fresh state and their relative fire resistance. However, the prediction of the behavior of this material, especially when subjected to certain conditions of loading and temperature is quite complex, since in these cases microstructural changes occur that reflect in its macroscopic structure. In this context, it is necessary to use computational tools that allow the simulation of structures with their imposed requests. In order to contribute to this scenario, this work intends to simulate the thermomechanical behavior of the concrete when it is exposed to high temperature gradients, and to understand how the degradation process of the material occurs in these cases, using experimental data provided by Cergy-Pontoise University, in France. It is also intended to verify how the granulometry of the aggregates influences this process. For this, we will use the Abaqus finite element commercial program, which allows the user, through the use of the subroutines, to describe specific constitutive models of materials, incorporating the requirements of a particular problem.

Keywords: Damage, Thermomechanical, Concrete.

Lista de Figuras

Figura 1 – Consumo anual de cimento no Brasil (adaptado de CBIC (2018)).	1
Figura 2 – Estruturas de concreto.	2
Figura 3 – Incêndio no edifício Wilton Paes de Almeida (extraído de Veja (2018))......	3
Figura 4 – Incêndio no Museu Nacional (extraído de G1 (2018)).	3
Figura 5 – Macroestrutura do concreto (extraído de (Mehta e Monteiro, 2008))......	8
Figura 6 – Microestrutura do concreto (extraído de (Mehta e Monteiro, 2008)).	8
Figura 7 – Distribuição granulométrica do agregado miúdo segundo a NBR 7211:2009. ...	10
Figura 8 – Distribuição granulométrica do agregado graúdo segundo a NBR 7211:2009...	11
Figura 9 – Etapas básicas do processo de hidratação do cimento (extraído de (Mehta e Monteiro, 2008))......	12
Figura 10 – Representação da zona de transição na interface (extraído de (Mehta e Monteiro, 2008))......	13
Figura 11 – Elemento tridimensional infinitesimal (adaptado de Ribeiro (2009))......	14
Figura 12 – Representação esquemática do princípio da conservação de energia.	15
Figura 13 – Elemento submetido à temperatura inicial T_0 , à condição de contorno essencial T e à condição de contorno natural q	17
Figura 14 – Elemento de material elástico sob força de corpo B e força de contato N , com restrição de deslocamento nulo em uma extremidade (adaptado de Larson e Bengzon (2013)).	18
Figura 15 – Elemento com área total S e área danificada S_d (adaptado de Amaral (2014))..	26
Figura 16 – Elemento submetido uniaxialmente à força F	26
Figura 17 – Curva tensão \times deformação do concreto (adaptado de Álvares (1993)).	29
Figura 18 – Malha de elementos finitos.	31
Figura 19 – Esquema de funcionamento do Abaqus (adaptado de Abaqus (2011))......	33
Figura 20 – Processo para determinação das propriedades dos materiais desconhecidas.	35
Figura 21 – Processo para ajuste dos parâmetros de Mazars (1984).	36

Figura 22 – Caracterização granulométrica da areia calcária (SC).	37
Figura 23 – Caracterização granulométrica do granito vermelho (G).....	38
Figura 24 – Processo de produção dos corpos de prova (extraído de Razafinjato (2015)). ...	39
Figura 25 – Processo de aquecimento dos corpos de prova (extraído de Razafinjato (2015)).	39
Figura 26 – Ensaio de compressão uniaxial para determinação do módulo de Young (extraído de Razafinjato (2015)).	40
Figura 27 – Relação entre o módulo de Young e a temperatura obtidos experimentalmente por Razafinjato (2015).	40
Figura 28 – Dimensões da seção analisada tendo em vista a simetria do corpo de prova.	41
Figura 29 – Distribuição dos agregados na seção do corpo de prova.	42
Figura 30 – Modelo mecânico para a determinação das propriedades elásticas dos materiais.....	43
Figura 31 – Análise de convergência da malha.....	44
Figura 32 – Malhas de elementos finitos M_3^{bi} e M_3^{tri} adotadas.....	45
Figura 33 – Análise de convergência dos incrementos.	45
Figura 34 – Modelo térmico para obtenção do campo de temperaturas na seção.	47
Figura 35 – Análise de convergência da malha.....	48
Figura 36 – Análise de convergência do passo de tempo.	48
Figura 37 – Modelo mecânico para avaliação do dano.	50
Figura 38 – Análise de convergência da malha.....	50
Figura 39 – Análise de convergência dos incrementos.	51
Figura 40 – Definição do material (extraído de Abaqus (2011)).	54
Figura 41 – Definição do número de variáveis de estado (extraído de Abaqus (2011)).	54
Figura 42 – Informação da sub-rotina a ser considerada (extraído de Abaqus (2011)).	55
Figura 43 – Estrutura básica de uma sub-rotina UMAT (adaptado de Abaqus (2011)).	55
Figura 44 – Fluxograma da UMAT utilizada.	56
Figura 45 – Campo de temperaturas obtido para os modelos bifásico e trifásico.	58
Figura 46 – Módulo de Young obtido numericamente com os parâmetros ajustados e módulo de Young experimental.	59
Figura 47 – Redução do módulo de Young com a temperatura considerando-se o modelo de dano de Mazars (1984).	59

Figura 48 – Redução do módulo de Young com a temperatura considerando-se o modelo de dano de Mazars (1984), para cada fase.	60
Figura 49 – Normalização da redução do módulo de Young com a temperatura considerando-se o modelo de dano de Mazars (1984), para cada fase.	60
Figura 50 – Relação entre o módulo de Young e o dano considerando-se o modelo de dano de Mazars (1984), para cada fase.	61
Figura 51 – Módulo de Young obtido com o modelo de dano de Mazars (1984).	61
Figura 52 – Módulo de Young nas regiões destacadas no corpo de prova trifásico, com o modelo de dano de Mazars (1984).	62
Figura 53 – Mapa de dano obtido com o modelo de dano de Mazars (1984).	63
Figura 54 – Corpos de prova com diâmetro dos agregados fixos para o modelo bifásico.	64
Figura 55 – Corpos de prova com diâmetro dos agregados fixos para o modelo trifásico. ...	64
Figura 56 – Campo de temperaturas obtido para os modelos bifásico e trifásico, para $T = 873, 15K$	65
Figura 57 – Redução do módulo de Young com o dano para os quatro diâmetros considerados.	66
Figura 58 – Módulo de Young obtido para $T = 873, 15K$, nos modelos bifásicos, com o modelo de dano de Mazars (1984).	67
Figura 59 – Módulo de Young obtido para $T = 873, 15K$, nos modelos trifásicos, com o modelo de dano de Mazars (1984).	67
Figura 60 – Mapa de dano obtido para $T = 873, 15K$, nos modelos bifásicos, com o modelo de dano de Mazars (1984).	68
Figura 61 – Mapa de dano obtido para $T = 873, 15K$, nos modelos trifásicos, com o modelo de dano de Mazars (1984).	68

Lista de Tabelas

Tabela 1 – Limites da distribuição granulométrica do agregado miúdo pela NBR 7211:2009 (ABNT, 2009).....	9
Tabela 2 – Limites da composição granulométrica do agregado graúdo pela NBR 7211:2009 (ABNT, 2009).....	10
Tabela 3 – Propriedades elásticas dos materiais para o modelo mecânico no Abaqus.	46
Tabela 4 – Propriedades térmicas dos materiais para o modelo térmico no Abaqus.....	49
Tabela 5 – Parâmetros de Mazars (1984) obtidos via ajuste numérico.	53

Sumário

1	Introdução.....	1
1.1	Objetivos.....	4
1.1.1	Objetivos específicos	4
1.2	Estrutura do texto	4
2	Revisão bibliográfica.....	5
2.1	Trabalhos relacionados	5
2.2	Microestrutura e macroestrutura do concreto	7
2.2.1	Agregados	8
2.2.2	Pasta de cimento	11
2.2.3	Zona de transição na interface.....	13
2.3	Análise térmica.....	14
2.3.1	Mecanismos de transferência de calor.....	14
2.3.2	Transferência de calor por condução	14
2.4	Análise mecânica	18
2.4.1	Equação de equilíbrio de Cauchy.....	18
2.4.2	Lei de Hooke	20
2.4.3	Condições de contorno	22
2.4.4	Notação de Voigt	22
2.4.5	A mecânica do dano contínuo	25
2.5	Ferramentas computacionais.....	30
2.5.1	O Método dos Elementos Finitos	30
2.5.2	O <i>software</i> Abaqus	31
3	Metodologia	35
3.1	Dados experimentais	37
3.2	Implementação computacional	40
3.2.1	Geração da geometria do problema	40

3.2.2	Determinação das propriedades elásticas desconhecidas dos materiais	43
3.2.3	Modelo térmico para obtenção do campo de temperaturas.....	47
3.2.4	Modelo mecânico para avaliação do processo de dano no concreto	49
4	Resultados	57
4.1	Avaliação do dano no concreto submetido a temperaturas elevadas.....	57
4.2	Verificação da influência da granulometria dos agregados no dano do concreto submetido a temperaturas elevadas	64
5	Conclusão.....	69
	Referências	70

1 Introdução

Segundo a ASTM (*American Society for Testing and Materials*), pode-se definir o concreto como um material compósito que compreende um meio aglomerante no qual estão incorporadas partículas de naturezas diversas denominadas agregados (Pedroso, 2009).

O aglomerante é um material ativo em forma de pó que em contato com a água gera uma pasta que, por uma série de reações químicas, tem a capacidade de endurecer e, dessa forma, unir as partículas as quais envolve (Lara, 2013). O aglomerante mais comumente utilizado é o cimento Portland.

Por outro lado, os agregados são materiais inertes de forma granular que compõem o concreto e têm por funções básicas resistir aos esforços de variadas espécies, reduzir as variações volumétricas e diminuir o custo do produto final (Lara, 2013).

Como o cimento Portland é um dos principais constituintes do concreto pode-se mensurar qualitativamente o cenário de consumo deste último através do gráfico da Figura 1 (CBIC, 2018).

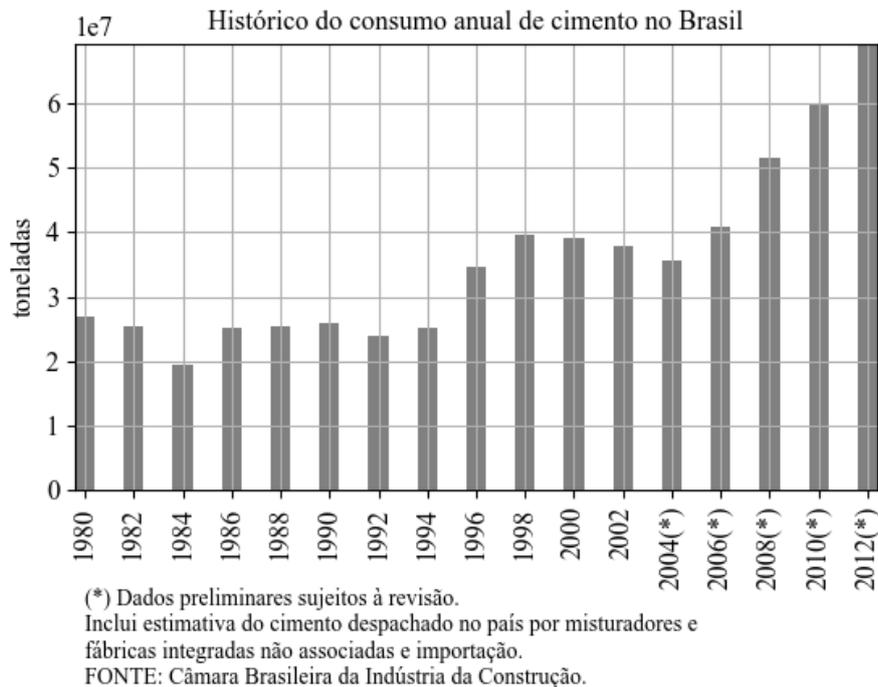


Figura 1 – Consumo anual de cimento no Brasil (adaptado de CBIC (2018)).

Percebe-se pela Figura 1 que, de maneira geral, a demanda por cimento e, por inferência, a demanda por concreto vem crescendo continuamente ao longo dos anos. Essa larga utilização pode ser justificada pelas vantagens que o concreto apresenta como material construtivo e, dentre elas, pode-se mencionar a sua consistência quando no estado fresco. Momentos após a mistura, o concreto apresenta uma consistência plástica que possibilita a construção de estruturas com as mais diversas e complexas geometrias como pode ser visto na Figura 2.



(a) Igreja São Francisco de Assis em Belo Horizonte (extraído de Inojosa e Buzar (2010)).



(b) Fachada do Palácio da Justiça em Brasília (extraído de Inojosa e Buzar (2010)).

Figura 2 – Estruturas de concreto.

A questão econômica também contribui para que o material seja largamente utilizado uma vez que o concreto convencional é produzido por um custo relativamente baixo quando comparado a outros materiais como o aço por exemplo e, além disso, para a sua produção não é necessário dispor de mão de obra com alto nível de qualificação. Cabe ressaltar também que os materiais necessários à produção do concreto estão disponíveis em diversas regiões do Brasil e do mundo, o que é mais um incentivo para o emprego deste insumo na construção civil (Rossato, 2015).

Ainda como fator relevante para a escolha do concreto como material construtivo pode-se destacar a sua elevada resistência ao fogo quando comparado à madeira e ao aço, por exemplo (Bamont e Gambarova, 2014).

Apesar de ser um material amplamente utilizado, a previsão do comportamento de concretos é bastante complexa, sobretudo quando o mesmo é submetido a situações extremas como grandes deslocamentos e elevadas temperaturas. Segundo Mazars (1984) isso se justifica, mormente, pela complexidade da microestrutura do material.

A exposição à temperaturas elevadas pode ser o ambiente comum de trabalho da estrutura, como em alguns componentes de usinas nucleares, altos-fornos e repositórios de rejeitos

radioativos ou ainda ocorrer acidentalmente, como em situações de incêndio tais como os recentes episódios no edifício Winton Paes de Almeida em São Paulo (Figura 3) e no Museu Nacional no Rio de Janeiro (Figura 4). Em qualquer um dos casos, o conhecimento e a previsão dos efeitos do aumento da temperatura sobre as propriedades do concreto são de extrema importância para que se possa realizar um projeto executivo ou corretivo adequado.



Figura 3 – Incêndio no edifício Winton Paes de Almeida (extraído de Veja (2018)).



Figura 4 – Incêndio no Museu Nacional (extraído de G1 (2018)).

Embora o concreto seja de uso muito difundido e com inúmeras observações experimentais que apontam para o seu comportamento não linear, existe uma lacuna para estudos de simulação numérica envolvendo essas leis constitutivas (Manzoli *et al.*, 2010). Buscando mudar este cenário, uma linha de pesquisa envolvendo modelagem computacional do concreto vem sendo desenvolvida na Universidade Federal de Juiz de Fora e, dentre os trabalhos produzidos até o momento, pode-se mencionar Amaral (2011), Ferreira (2011), Amaral (2014), Mendes (2014), Assis (2016), Bonifácio (2017), Garcia (2017) e Soares (2018). A presente dissertação

de mestrado é mais uma contribuição deste grupo de estudos.

1.1 Objetivos

O objetivo deste trabalho é simular o comportamento termomecânico do concreto através de um *software* de elementos finitos.

1.1.1 Objetivos específicos

Os objetivos específicos deste trabalho são:

- 1) implementar o modelo de dano de Mazars (1984) em um *software* de elementos finitos, para simular numericamente os efeitos mecânicos do aumento da temperatura no processo de dano do concreto em um problema de expansão térmica; e
- 2) avaliar a influência da granulometria dos agregados na degradação do concreto.

1.2 Estrutura do texto

Em relação à organização do texto o capítulo 2 traz a revisão bibliográfica do tema tratado versando sobre a microestrutura e a macroestrutura do material, o arcabouço teórico necessário à análise térmica e mecânica e os recursos computacionais empregados neste trabalho. O capítulo 2 mostra ainda um panorama dos estudos que vêm sendo desenvolvidos na mesma linha do apresentado nesta dissertação. O capítulo 3 descreve a metodologia empregada para que os objetivos propostos fossem alcançados falando da origem dos dados experimentais, dos modelos térmico e mecânico e da sub-rotina implementada no programa de elementos finitos Abaqus para a resolução do problema. O capítulo 4 traz os resultados obtidos tanto para o ajuste dos parâmetros do modelo de Mazars (1984) quanto para a influência da granulometria dos agregados no processo de deterioração do concreto. O capítulo 5 apresenta as considerações finais mostrando as conclusões obtidas bem como as perspectivas de trabalhos futuros.

2 Revisão bibliográfica

2.1 Trabalhos relacionados

A avaliação do comportamento do concreto quando submetido a temperaturas elevadas tem despertado cada vez mais o interesse da comunidade científica. No campo dos estudos experimentais, Lima *et al.* (2004) analisaram os danos causados pelo aumento da temperatura em uma edificação de concreto armado considerando os níveis microestrutural e macroestrutural e apresentaram soluções práticas para minimizar as patologias observadas. Segundo eles, um dos motivos pelo qual o tema vem se tornando relevante é a crescente demanda por concretos de alto desempenho, os quais exigem uma matriz cimentícia altamente densa e com um baixo volume de vazios que aumenta a sensibilidade do material a condições térmicas extremas e o torna sujeito à microfissuração, ao deslocamento e à perda de capacidade de carga. Lima *et al.* (2004) afirmaram ainda que pesquisas referentes à exposição de elementos de concreto a temperaturas elevadas conduzem a resultados bastante inconsistentes e, dessa forma, novas contribuições sobre o assunto são bem-vindas.

Ainda nas análises experimentais, Morales *et al.* (2011) estudaram corpos de prova cilíndricos de argamassa submetidos à elevação de temperatura a taxa de $20^{\circ}\text{C}/\text{min}$, até 300°C , 350°C , 400°C , 450°C e 750°C , sendo os mesmos mantidos nas referidas temperaturas por 4 horas. Posteriormente, as amostras foram resfriadas de modo rápido e lento, no caso das submetidas à temperatura de 300°C , e de modo lento no caso das demais. Em seguida, os corpos de prova foram levados à prensa para que fosse possível determinar sua resistência à compressão. Morales *et al.* (2011) concluíram que todas as amostras apresentaram perda significativa na resistência, sendo que para os corpos de prova expostos a 750°C não foi possível realizar o ensaio tendo em vista o esfarelamento e a desagregação do mesmo.

Por sua vez, Souza *et al.* (2018) apresentaram o uso da metodologia do planejamento experimental fatorial com configuração estrela, formalmente denominado de delineamento composto central rotacional (DCCR), para o estudo da resistência à compressão de corpos de prova de concreto aquecido em fornos. Tal metodologia consiste em uma ferramenta para otimizar o

aproveitamento dos resultados experimentais reduzindo o número de ensaios necessários para uma análise em um dado espaço amostral.

Em relação aos estudos experimentais envolvendo a análise da influência da granulometria dos agregados no processo de degradação do concreto submetido a temperaturas elevadas, existem trabalhos que avaliaram tal aspecto através do deslocamento das camadas superficiais da estrutura. Nince e De Figueiredo (2005), Kong e Sanjayan (2008), Pan *et al.* (2012) e Ali *et al.* (2018) afirmaram que o aumento do deslocamento é inversamente proporcional ao tamanho dos agregados, sendo assim quanto menor a partícula maior o dano no material. Por outro lado, Jansson e Boström (2007) concluíram justamente o contrário: para eles, agregados de diâmetro maior geram mais deslocamento.

Quanto aos trabalhos envolvendo a análise numérica, Ribeiro (2009) desenvolveu um sistema computacional para simulação do comportamento de elementos estruturais em situação de incêndio, via análise termomecânica transiente e não linear de modelos tridimensionais com base no Método dos Elementos Finitos (MEF) e obteve resultados semelhantes aos observados em ensaios experimentais.

Mais uma contribuição veio de Zhang *et al.* (2018) que avaliaram, através de modelos computacionais, o dano inicial no concreto devido à retração por secagem considerando o material composto por três fases: agregados, argamassa e zona de transição na interface. Neste estudo, Zhang *et al.* (2018) concluíram que o dano inicial no concreto se desenvolve inicialmente na zona de transição na interface e, daí, se propaga para a argamassa. Outra conclusão foi que este processo de deterioração é influenciado pela quantidade de agregados e por suas características geométricas.

Além disso, como já mencionado, a modelagem computacional do concreto vem sendo objeto de interesse de uma linha de pesquisa na Universidade Federal de Juiz de Fora que já originou Trabalhos de Conclusão de Curso, Dissertações de Mestrado e Teses de Doutorado, sendo essas últimas relativas ao Programa de Pós-Graduação em Modelagem Computacional da instituição. Dentre esses estudos, Amaral (2011) avaliou a precisão dos valores da distribuição de temperatura nos diversos pontos das seções consideradas através da utilização do programa comercial Abaqus, realizando análises térmicas em regime transiente e não linear com base no Método dos Elementos Finitos (MEF) e tendo como base certos dados experimentais.

Já Amaral (2014) fez uma análise computacional termomecânica de estruturas de concreto sujeitas a temperaturas elevadas, acoplado a análise mecânica à modelagem termo-

hídrica proposta inicialmente por Ferreira (2011) através do modelo de dano de Mazars (1984) e, ainda, empregando dados experimentais para a validação. Na mesma linha, Soares (2018) apresentou a análise e a validação de um modelo termo-hídrico do concreto sob temperaturas elevadas, também tendo como base dados experimentais.

Bonifácio (2017) desenvolveu uma estratégia computacional para avaliação de propriedades mecânicas do concreto de agregado leve, combinando a modelagem computacional e o método de inteligência computacional, e tendo como base dados experimentais para validação. Em seu trabalho, o concreto foi considerado um material bifásico formado por uma matriz de argamassa na qual os agregados, considerados circulares, eram dispostos de forma aleatória. Para isso, Bonifácio (2017) implementou um algoritmo capaz de simular a distribuição dos agregados em uma seção longitudinal de um corpo de prova, tendo como dados de entrada as dimensões da seção analisada bem como a curva de distribuição granulométrica do agregado considerado. A saída era um arquivo com as coordenadas do centro e o raio dos agregados.

Utilizando o algoritmo desenvolvido por Bonifácio (2017), Garcia (2017) aplicou um procedimento inverso para obtenção do módulo de elasticidade e da resistência à compressão de agregados leves presentes em concretos, via simulação computacional de ensaios de compressão uniaxial em corpos de prova bifásicos. Para validação do modelo proposto, Garcia (2017) utilizou um conjunto de dados numéricos e experimentais. Por sua vez, Mendes (2014) realizou a modelagem computacional mecânica de corpos de prova cilíndricos de concreto leve a partir das propriedades de seus materiais, considerando um modelo bifásico através do *software* CAST3M e empregando referências experimentais para validação. Ainda no campo das análises mecânicas porém considerando o concreto como um material homogêneo, Assis (2016) realizou a modelagem do comportamento do concreto a partir da implementação do modelo de dano de Mazars (1984) em uma sub-rotina UMAT, no *software* Abaqus.

2.2 Microestrutura e macroestrutura do concreto

A microestrutura de um material é constituída pelas fases observadas com o auxílio de microscópios enquanto a macroestrutura de um material é compreendida pelas fases visíveis ao olho humano.

Em âmbito macroscópico (Figura 5), pode-se considerar o concreto como sendo um material bifásico constituído por partículas de agregado dispersas em uma matriz de pasta de

cimento (Mehta e Monteiro, 2008).

Já em escala microscópica (Figura 6) a estrutura do material torna-se bem mais complexa. Dentre os fatores que contribuem para esta complexidade, percebe-se que a pasta de cimento localizada na região adjacente às partículas de agregado graúdo possui, usualmente, características muito diversas do restante do material (Mehta e Monteiro, 2008). Tal região recebe o nome de zona de transição na interface.

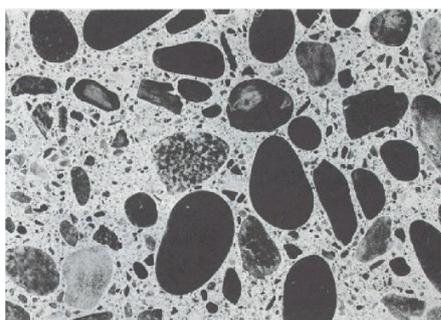


Figura 5 – Macroestrutura do concreto (extraído de (Mehta e Monteiro, 2008)).



Figura 6 – Microestrutura do concreto (extraído de (Mehta e Monteiro, 2008)).

Conclui-se então que, em âmbito macroscópico, pode-se entender o concreto como um material constituído por partículas de agregados envoltas por uma pasta de cimento hidratada enquanto que, em escala microscópica, além desses dois componentes, considera-se ainda uma terceira fase denominada zona de transição na interface. A seguir, apresenta-se uma breve descrição de cada uma dessas fases separadamente.

2.2.1 Agregados

Segundo a NBR 9935:2011 (ABNT, 2011), agregados são materiais granulares, geralmente inertes, com dimensões e propriedades adequadas à produção de argamassas e concretos.

Correspondem a grande parte do volume do concreto e sua aplicação é, entre outras, de natureza econômica, uma vez que geralmente possuem baixo custo quando comparados ao cimento, por exemplo (Junior, 2015). Contudo, segundo Neville (1997), além do benefício financeiro os agregados conferem vantagens técnicas consideráveis ao concreto uma vez que influenciam diretamente na retração, na resistência mecânica e na durabilidade do mesmo.

Quanto à sua dimensão os agregados podem ser classificados segundo a NBR 9935:2011 (ABNT, 2011) como graúdos, quando os grãos passam pela peneira de 75mm e ficam retidos na peneira de $4,75\text{mm}$, ou miúdos, quando os grãos passam pela peneira de $4,75\text{mm}$ e ficam retidos na peneira de $0,15\text{mm}$, atendidos os requisitos da NBR 7211:2009 (ABNT, 2009).

Dentre as diversas propriedades e características dos agregados a granulometria é uma das mais importantes. Neville (1997) descreve que “o tamanho do agregado usado no concreto se estende de dezenas de milímetros até partículas com seção transversal menor que o décimo de milímetro”. Isto é, em cada mistura são incorporadas partículas de tamanhos variados e a distribuição percentual, em massa, das várias frações dimensionais de um agregado em relação à amostra de ensaio denomina-se distribuição granulométrica (ABNT, 2011). Segundo Mehta e Monteiro (2008), “agregados que não têm uma grande deficiência ou excesso de qualquer tamanho de partícula em especial produzem misturas de concreto trabalháveis e econômicas”.

A NBR 7211:2009 (ABNT, 2009) estabelece que a distribuição granulométrica, determinada segundo a NBR NM 248:2003 (ABNT, 2003), deve atender aos limites estabelecidos nas Tabelas 1 e 2 e mostrados graficamente nas Figuras 7 e 8 para os agregados miúdos e graúdos, respectivamente.

Peneira com abertura de malha ABNT NBR NM ISO 3310-1	Porcentagem, em massa, retida acumulada			
	Limites inferiores		Limites superiores	
	Zona utilizável	Zona ótima	Zona utilizável	Zona ótima
9,5mm	0	0	0	0
6,3mm	0	0	0	7
4,75mm	0	0	5	10
2,36mm	0	10	20	25
1,18mm	5	20	30	50
600 μm	15	35	55	70
300 μm	50	65	85	95
150 μm	85	90	95	100

NOTA 1: o módulo de finura da zona ótima varia de 2,20 a 2,90.
 NOTA 2: o módulo de finura da zona utilizável inferior varia de 1,55 a 2,20.
 NOTA 3: o módulo de finura da zona utilizável superior varia de 2,90 a 3,50.

Tabela 1 – Limites da distribuição granulométrica do agregado miúdo pela NBR 7211:2009 (ABNT, 2009).

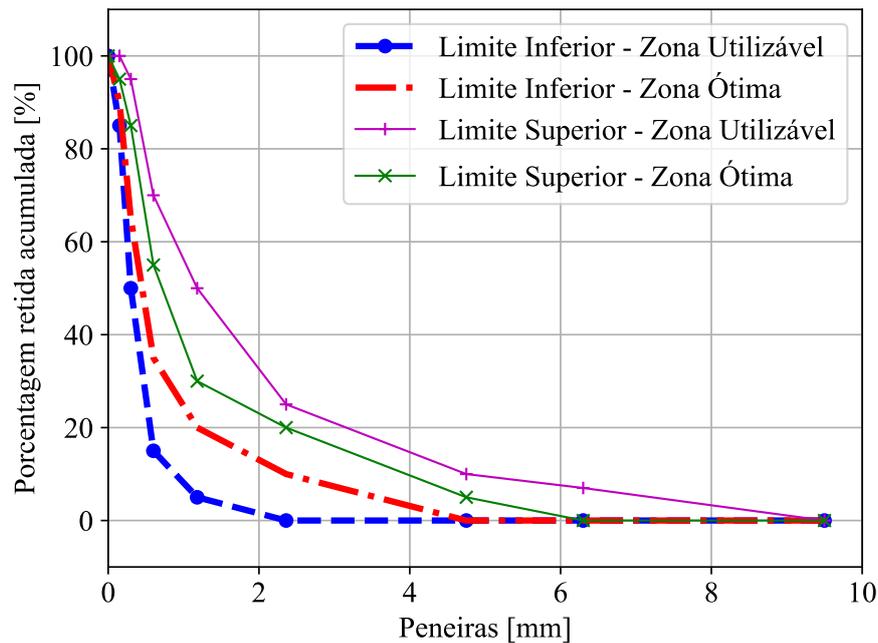


Figura 7 – Distribuição granulométrica do agregado miúdo segundo a NBR 7211:2009.

Peneira com abertura de malha ABNT NBR NM ISO 3310-1	Porcentagem, em massa, retida acumulada				
	Zona granulométrica				
	d/D ^a				
	4,75/12,5	9,5/25	19/31,5	25/50	37,5/75
75mm	-	-	-	-	0-5
63mm	-	-	-	-	5-30
50mm	-	-	-	0-5	75-100
37,5mm	-	-	-	5-30	90-100
31,5mm	-	-	0-5	75-100	95-100
25mm	-	0-5	5-25 ^b	87-100	-
19mm	-	2-15 ^b	65 ^b -95	95-100	-
12,5mm	0-5	40 ^b -65 ^b	92-100	-	-
9,5mm	2-15 ^b	80 ^b -100	95-100	-	-
6,3mm	40 ^b -65 ^b	92-100	-	-	-
4,75mm	80 ^b -100	95-100	-	-	-
2,36mm	95-100	-	-	-	-

^a Zona granulométrica correspondente à menos (d) e à maior (D) dimensões do agregado graúdo.

^b Em cada zona granulométrica deve ser aceita uma variação de no máximo cinco unidades percentuais em apenas um dos limites marcados com ^b. Essa variação pode também estar distribuída em vários desses limites.

Tabela 2 – Limites da composição granulométrica do agregado graúdo pela NBR 7211:2009 (ABNT, 2009).

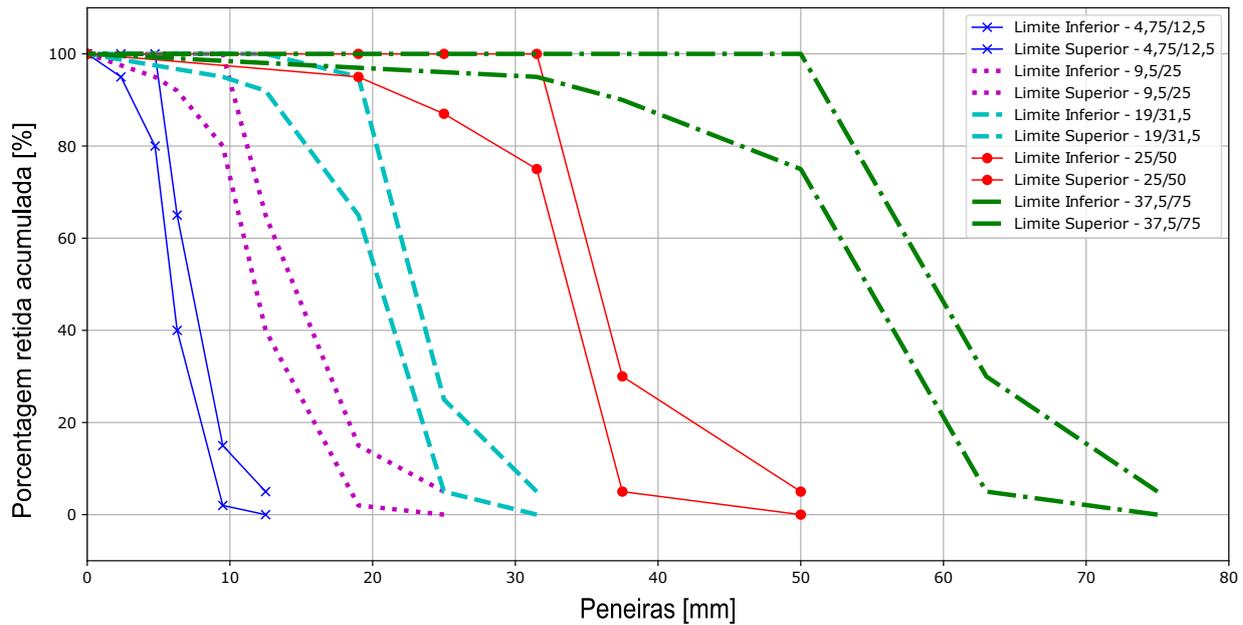


Figura 8 – Distribuição granulométrica do agregado graúdo segundo a NBR 7211:2009.

As zonas granulométricas descritas na Tabela 2 e na Figura 8 são popularmente conhecidas como brita 0, brita 1, brita 2, brita 3 e brita 4.

Pode-se ainda classificar os agregados a partir de sua massa específica como leves, normais e pesados para valores menores que $2000\text{Kg}/\text{m}^3$, de $2000\text{Kg}/\text{m}^3$ a $3000\text{Kg}/\text{m}^3$ e maiores que $3000\text{Kg}/\text{m}^3$, respectivamente (ABNT, 2011). Outra classificação diz respeito à origem, podendo os agregados serem ditos naturais, quando extraídos diretamente da natureza, ou artificiais, quando obtidos por processos industriais (ABNT, 2011).

2.2.2 Pasta de cimento

O cimento Portland é um ligante hidráulico produzido pela moagem do clínquer Portland, ao qual se adiciona durante o processo de fabricação a quantidade necessária de uma ou mais formas de sulfato de cálcio e adições minerais nos teores normatizados (ABNT, 2018).

Por ser um aglomerante hidráulico, o contato do cimento Portland com a água é fundamental para desencadear as reações químicas que produzem a pasta de cimento hidratada. Nos primeiros instantes após esse contato a consistência da pasta mantém-se relativamente constante e, embora se perceba uma perda lenta e gradual de fluidez, é possível recuperá-la ao se reamasar a mistura. Depois de um certo tempo, cerca de duas a quatro horas, a pasta começa a ganhar rigidez mais rapidamente e considera-se então que o início de pega foi atingido. Contudo, o

material ainda apresenta baixa resistência.

O endurecimento começa a ocorrer quando se alcança o fim de pega que acontece, em geral, cerca de uma hora depois do início da pega. Após ser desencadeado, o endurecimento se desenvolve de maneira muito rápida nos primeiros dias e, ao longo do tempo, esta velocidade tende a ser cada vez menor.

A Figura 9 mostra, de modo simplificado, o processo de hidratação do cimento. Na etapa (a) o cimento e a água acabaram de ser misturados e as partículas encontram-se dispersas no líquido; a fase (b) corresponde ao início da pega; o item (c) mostra a pasta de cimento com dois ou três dias, já com maior resistência; e, finalmente, a etapa (d) mostra a pasta endurecida. Pode-se dizer que esta última consiste em resíduo de cimento ainda não hidratado, produtos hidratados, tais como silicatos de cálcio hidratado, aluminatos de cálcio hidratados, sulfoaluminatos hidratados e ferrite, cristais de hidróxido de cálcio e poros capilares que correspondem aos espaços não preenchidos entre os grãos de cimento.

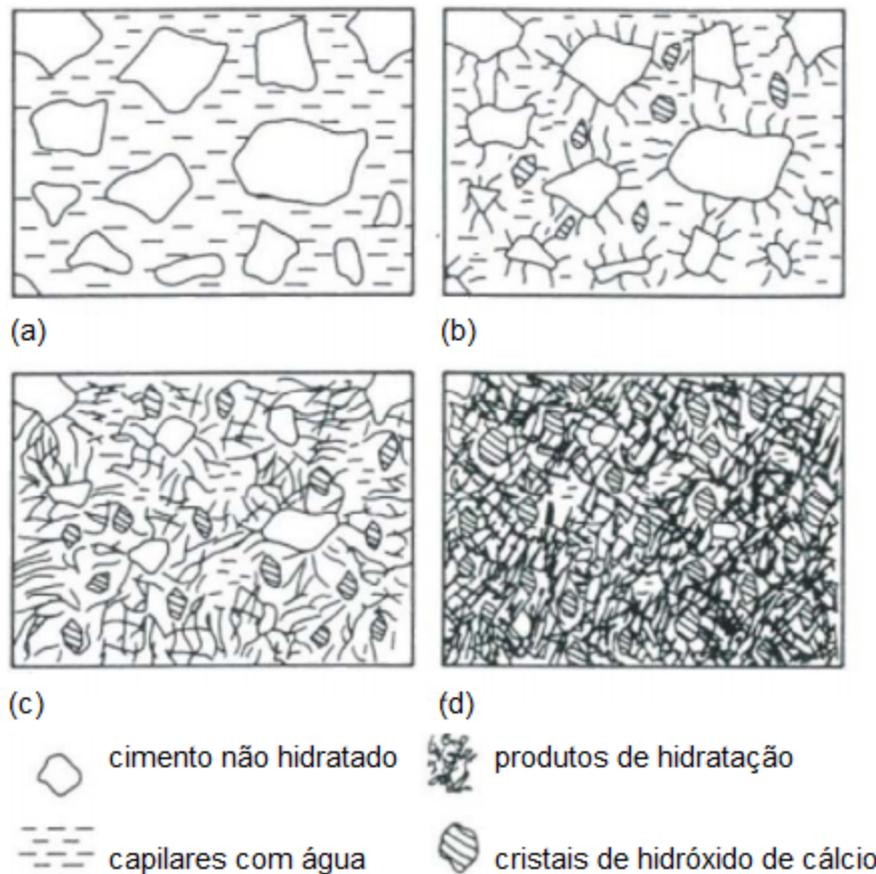


Figura 9 – Etapas básicas do processo de hidratação do cimento (extraído de (Mehta e Monteiro, 2008)).

2.2.3 Zona de transição na interface

Embora composta pelos mesmos elementos que a matriz de pasta de cimento, a microestrutura e as propriedades da zona de transição na interface, ou ZTI, são diferentes das encontradas nesta fase (Mehta e Monteiro, 2008). A Figura 10 mostra, de forma esquemática, a interface agregado graúdo-matriz pasta de cimento no concreto.

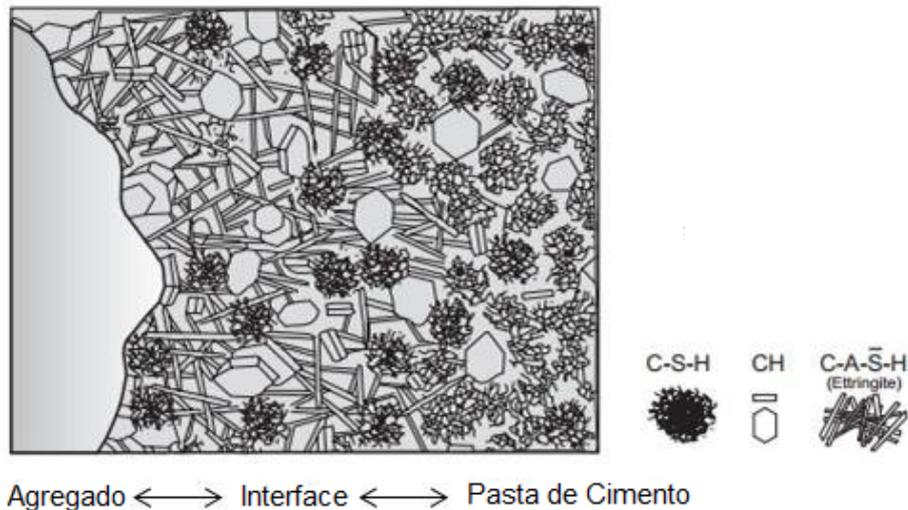


Figura 10 – Representação da zona de transição na interface (extraído de (Mehta e Monteiro, 2008)).

Segundo Maso (1980), o volume dos vazios bem como o tamanho e a concentração dos compostos cristalinos oriundos do processo de hidratação do cimento são maiores na zona de transição que nas demais regiões. Isso porque logo após o lançamento do concreto, quando o mesmo ainda se encontra em estado fresco, filmes de água se formam ao redor das grandes partículas de agregado elevando a relação água/cimento e a porosidade do material nesses locais e tornando-os mais suscetíveis à fissuração. Além disso, segundo Mehta e Monteiro (2008), o tamanho do agregado e a sua distribuição granulométrica bem como a umidade ambiente e o histórico térmico do concreto também exercem influência sobre a resistência das regiões adjacentes aos agregados.

Pode-se então definir a zona de transição na interface como o elemento de ligação entre os agregados graúdos e a matriz de pasta de cimento. Sendo este elo de ligação mais fraco que os demais, ainda que os componentes individuais possuam elevada rigidez, a rigidez do material compósito é reduzida em decorrência da existência dessas regiões fragilizadas.

2.3 Análise térmica

2.3.1 Mecanismos de transferência de calor

Pode-se definir a transferência de calor como a propagação de energia de uma região para a outra tendo em vista a diferença de temperatura entre ambas (Ribeiro, 2009). Existem três mecanismos básicos de transferência de calor: condução, convecção e radiação.

A transferência de calor por condução é um processo no qual o calor flui de uma região de temperatura mais alta para outra de temperatura mais baixa, em um mesmo meio ou entre meios distintos em contato. Já a convecção diz respeito à transmissão de calor entre as partes em movimento de um fluido ou entre este último e uma superfície sólida a diferentes temperaturas (Ribeiro, 2009). Por último, a radiação é o mecanismo de transmissão de calor associado à emissão ou absorção de ondas eletromagnéticas (Kreith, 1973).

Neste estudo considerou-se a propagação de calor exclusivamente por condução e, por isso, a seguir apresenta-se este mecanismo de transferência de energia térmica de modo mais detalhado.

2.3.2 Transferência de calor por condução

Da chamada primeira Lei da Termodinâmica ou princípio da conservação de energia, sabe-se que um sistema não pode criar ou consumir energia, apenas armazená-la ou transferi-la ao meio onde se encontra. Seja então o elemento tridimensional infinitesimal mostrado na Figura 11, tem-se o esquema da Figura 12.

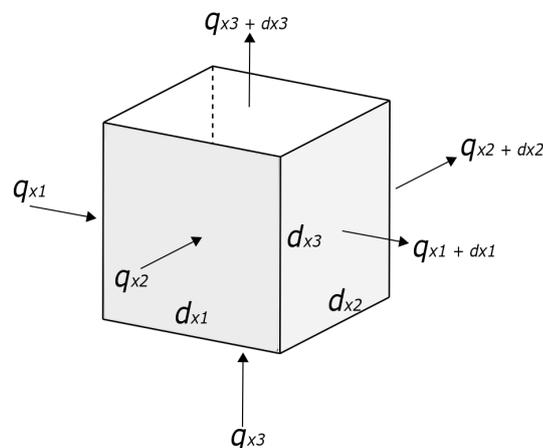


Figura 11 – Elemento tridimensional infinitesimal (adaptado de Ribeiro (2009)).

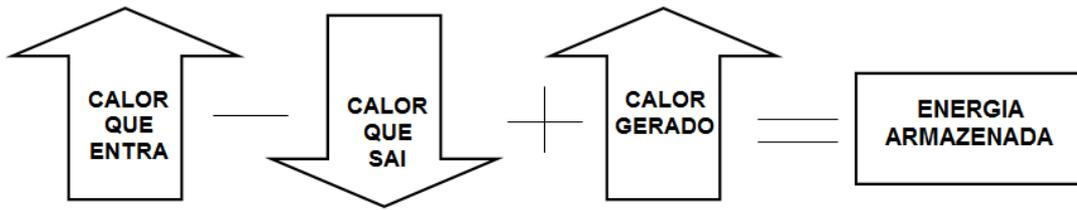


Figura 12 – Representação esquemática do princípio da conservação de energia.

Equacionando-se a Figura 12 tem-se:

$$E_e - E_s + E_g = E_a, \quad (2.1)$$

onde E_e é a energia que entra no sistema, E_s é a energia que sai do sistema, E_g é a energia gerada no sistema e E_a é a energia armazenada no sistema.

Supondo-se que exista um gradiente de temperatura em cada uma das direções x_1 , x_2 e x_3 ocorrerá, conseqüentemente, condução de calor nas referidas direções a uma taxa q_{x_1} , q_{x_2} e q_{x_3} , nessa ordem. Assim, a energia que entra no sistema pode ser escrita como:

$$E_e = q_{x_1} + q_{x_2} + q_{x_3}. \quad (2.2)$$

As taxas de condução de calor nas superfícies opostas $x_1 + dx_1$, $x_2 + dx_2$ e $x_3 + dx_3$ podem ser escritas como uma expansão em série de Taylor, desprezando-se os termos de mais alta ordem, como mostram as equações (2.3), (2.4) e (2.5), respectivamente.

$$q_{x_1+dx_1} = q_{x_1} + \frac{\partial q_{x_1}}{\partial x_1} dx_1, \quad (2.3)$$

$$q_{x_2+dx_2} = q_{x_2} + \frac{\partial q_{x_2}}{\partial x_2} dx_2, \quad (2.4)$$

$$q_{x_3+dx_3} = q_{x_3} + \frac{\partial q_{x_3}}{\partial x_3} dx_3. \quad (2.5)$$

Sendo assim, a energia que sai do sistema é dada pelo somatório das equações (2.3), (2.4) e (2.5):

$$E_s = q_{x_1} + q_{x_2} + q_{x_3} + \frac{\partial q_{x_1}}{\partial x_1} dx_1 + \frac{\partial q_{x_2}}{\partial x_2} dx_2 + \frac{\partial q_{x_3}}{\partial x_3} dx_3. \quad (2.6)$$

Supondo-se ainda que exista uma fonte associada com a geração de energia térmica no interior do elemento tridimensional infinitesimal da Figura 11, a energia gerada será dada por:

$$E_g = Qdx_1dx_2dx_3, \quad (2.7)$$

onde Q é a taxa de geração de energia por unidade de volume.

Por último, a energia armazenada no elemento tridimensional infinitesimal da Figura 11 é expressa por:

$$E_a = \rho c \frac{\partial T}{\partial t} dx_1 dx_2 dx_3, \quad (2.8)$$

onde ρ é a densidade do material, c é o calor específico do material, T é a temperatura e t é o tempo.

De posse das equações (2.2), (2.6), (2.7), e (2.8), pode-se substituí-las na equação (2.1), obtendo-se:

$$\begin{aligned} q_{x_1} + q_{x_2} + q_{x_3} - \left(q_{x_1} + q_{x_2} + q_{x_3} + \frac{\partial q_{x_1}}{\partial x_1} dx_1 + \frac{\partial q_{x_2}}{\partial x_2} dx_2 + \frac{\partial q_{x_3}}{\partial x_3} dx_3 \right) + Q dx_1 dx_2 dx_3 = \\ = \rho c \frac{\partial T}{\partial t} dx_1 dx_2 dx_3. \end{aligned} \quad (2.9)$$

Simplificando-se a equação (2.9) e rearranjando-se os termos, tem-se:

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} dx_1 dx_2 dx_3 = Q dx_1 dx_2 dx_3 - \frac{\partial q_{x_1}}{\partial x_1} dx_1 - \frac{\partial q_{x_2}}{\partial x_2} dx_2 - \frac{\partial q_{x_3}}{\partial x_3} dx_3. \quad (2.10)$$

A lei fundamental que rege a transmissão de calor por condução foi proposta por Jean-Baptiste Fourier em 1822 e, segundo ela, o fluxo de calor através de um material é proporcional ao produto da área pelo gradiente térmico. Dessa forma:

$$q_{x_1} = -\kappa dx_2 dx_3 \frac{\partial T}{\partial x_1}, \quad (2.11)$$

$$q_{x_2} = -\kappa dx_1 dx_3 \frac{\partial T}{\partial x_2}, \quad (2.12)$$

$$q_{x_3} = -\kappa dx_1 dx_2 \frac{\partial T}{\partial x_3}, \quad (2.13)$$

onde κ é a constante de proporcionalidade denominada condutividade térmica do material. Cabe ressaltar que o sinal negativo nas equações (2.11), (2.12) e (2.13) refere-se ao fato de que a transferência de calor ocorre em sentido oposto ao gradiente de temperatura.

Substituindo-se as equações (2.11), (2.12) e (2.13) na equação (2.10) e dividindo-se pelo volume do elemento tridimensional infinitesimal da Figura 11 obtém-se:

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = Q + \frac{\partial}{\partial x_1} \left(k \frac{\partial T}{\partial x_1} \right) + \frac{\partial}{\partial x_2} \left(k \frac{\partial T}{\partial x_2} \right) + \frac{\partial}{\partial x_3} \left(k \frac{\partial T}{\partial x_3} \right), \quad (2.14)$$

que é a forma geral da equação de condução em um meio homogêneo e isotrópico.

Para solucionar a equação (2.14) deve-se especificar as condições iniciais no tempo $t = t_0$ e no domínio Ω e as condições de contorno para um problema particular na superfície Γ conforme a Figura 13.

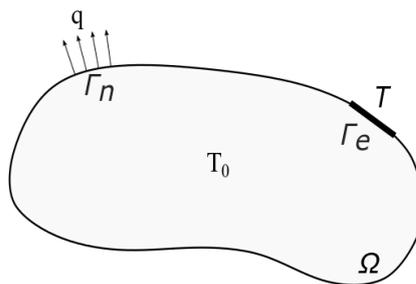


Figura 13 – Elemento submetido à temperatura inicial T_0 , à condição de contorno essencial T e à condição de contorno natural q .

Em relação às condições iniciais, o campo inicial de temperaturas deve ser especificado no domínio como:

$$T(x_1, x_2, x_3, 0) = T_0(x_1, x_2, x_3) \quad \text{em } \Omega. \quad (2.15)$$

Quanto às condições de contorno pode-se distinguir as essenciais ou de Dirichlet e as naturais ou de Neumann. As essenciais são temperaturas prescritas em uma região do contorno:

$$T = T(x_1, x_2, x_3, t) \quad \text{em } \Gamma_e. \quad (2.16)$$

Já as naturais correspondem a fluxos de calor prescritos em uma região do contorno na

direção n normal ao mesmo:

$$q = -\kappa \frac{\partial T}{\partial n} = q(x_1, x_2, x_3, t) \quad \text{em } \Gamma_n. \quad (2.17)$$

No caso de superfícies isoladas, o fluxo é considerado nulo.

A solução da equação (2.14), com as devidas condições iniciais e de contorno, fornece o campo de temperaturas no domínio considerado. Neste trabalho tal equação foi resolvida utilizando-se o programa de elementos finitos Abaqus, como será apresentado adiante.

2.4 Análise mecânica

2.4.1 Equação de equilíbrio de Cauchy

Seja um volume Ω ocupado por um material elástico e seja ω um subdomínio de Ω , com contorno $\partial\omega$ e normal n , conforme a Figura 14. Pode-se admitir dois tipos de forças agindo sobre ω : as forças de corpo ou de massa e as forças de contato ou de superfície.

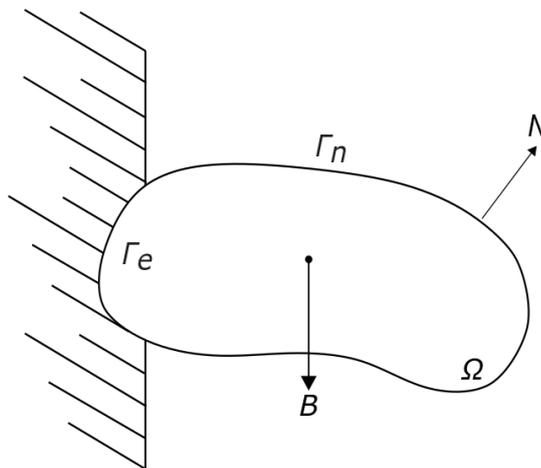


Figura 14 – Elemento de material elástico sob força de corpo B e força de contato N , com restrição de deslocamento nulo em uma extremidade (adaptado de Larson e Bengzon (2013)).

As chamadas forças de corpo agem em todo o volume considerado e são dadas em unidade de força por unidade de volume, sendo a mais comum devido à gravidade (Larson e Bengzon, 2013).

Já as forças de contato agem no contorno e são obtidas pelo produto escalar do tensor de tensões pelo vetor normal. Ressalta-se que o tensor de tensões é um tensor de segunda ordem cujas componentes σ_{ij} , ($i, j = 1, 2, 3$), representam a força por unidade de área na direção x_i em uma superfície com normal unitária na direção x_j . Pode-se dizer então que as forças de superfície são dadas por um vetor de componentes $f_i = (\sigma \cdot n)_i = \sum_{j=1}^3 \sigma_{ij} n_j$ (Larson e Bengzon, 2013).

Somando-se as forças de corpo e de contato, obtém-se a força total F atuante em Ω :

$$F = \int_{\omega} B dx + \int_{\partial\omega} \sigma \cdot n ds. \quad (2.18)$$

Seja K um campo vetorial cujas componentes tenham derivadas parciais contínuas em uma região aberta que contenha ω . Pelo Teorema da Divergência tem-se (Stewart, 2005):

$$\int_{\partial\omega} K ds = \int_{\omega} \nabla \cdot K dx, \quad (2.19)$$

onde ∇ é o operador diferencial tal que

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x_1} + \frac{\partial}{\partial x_2} + \frac{\partial}{\partial x_3}. \quad (2.20)$$

Aplicando-se o Teorema da Divergência à integral de superfície da equação (2.18), tem-se:

$$F = \int_{\omega} B dx + \int_{\omega} \nabla \cdot \sigma dx \quad (2.21)$$

que pode ser reescrita como

$$F = \int_{\omega} (B + \nabla \cdot \sigma) dx. \quad (2.22)$$

No equilíbrio, tem-se:

$$F = 0. \quad (2.23)$$

Sendo então ω arbitrário e substituindo-se a equação (2.23) na equação (2.22), conclui-se que:

$$B + \nabla \cdot \sigma = 0, \quad (2.24)$$

que é a equação de equilíbrio de Cauchy.

Expandindo-se o operador diferencial, a equação (2.24) pode ser reescrita como um sistema de equações:

$$B_1 + \frac{\partial \sigma_{11}}{\partial x_1} + \frac{\partial \sigma_{12}}{\partial x_2} + \frac{\partial \sigma_{13}}{\partial x_3} = 0, \quad (2.25)$$

$$B_2 + \frac{\partial \sigma_{21}}{\partial x_1} + \frac{\partial \sigma_{22}}{\partial x_2} + \frac{\partial \sigma_{23}}{\partial x_3} = 0, \quad (2.26)$$

$$B_3 + \frac{\partial \sigma_{31}}{\partial x_1} + \frac{\partial \sigma_{32}}{\partial x_2} + \frac{\partial \sigma_{33}}{\partial x_3} = 0. \quad (2.27)$$

Pelo princípio da conservação do momento angular, o equilíbrio requer que a soma dos momentos em relação a um ponto arbitrário seja nula. Daí, conclui-se que o tensor tensões é simétrico e, portanto, possui seis componentes independentes de tensão.

Como existem seis incógnitas a solucionar, σ_{11} , σ_{22} , σ_{33} , $\sigma_{12} = \sigma_{21}$, $\sigma_{13} = \sigma_{31}$ e $\sigma_{23} = \sigma_{32}$, e dispõe-se apenas das três equações (2.25), (2.26) e (2.27), é necessário introduzir uma lei constitutiva para o material que estabeleça uma relação entre tensão e deformação.

2.4.2 Lei de Hooke

Seja $u = x - x_0$ o deslocamento de um ponto material, onde x é a posição no instante analisado e x_0 é a posição inicial. Admitindo-se a hipótese de pequenos deslocamentos, o chamado tensor de deformações é dado por:

$$\epsilon = \frac{1}{2}(\nabla u + \nabla u^T), \quad (2.28)$$

cujos componentes são

$$\epsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right), \quad (2.29)$$

para $i, j = 1, 2, 3$.

As componentes da diagonal do tensor de deformações, ϵ_{ii} , são relativas à mudança de comprimento na direção x_i . Já as demais componentes, ϵ_{ij} , referem-se à variação angular entre os eixos x_i e x_j .

A lei constitutiva que relaciona tensão e deformação em materiais elástico lineares é a chamada lei de Hooke a qual, em sua forma mais geral, é dada por:

$$\sigma_{ij} = \sum_{kl} C_{ijkl} \epsilon_{kl}, \quad (2.30)$$

onde C_{ijkl} é um tensor de quarta ordem com até 36 componentes independentes ou módulos elásticos que descrevem o material. Contudo, em materiais isotrópicos, isto é, naqueles onde as propriedades são as mesmas em quaisquer direções, somente 2 componentes independentes são necessárias.

Assumindo que o corpo está livre de tensões iniciais, a lei de Hooke para materiais isotrópicos elástico lineares tem a forma:

$$\sigma = 2\mu\epsilon(u) + \lambda(\nabla \cdot u)I, \quad (2.31)$$

onde I é a matriz identidade e μ e λ são os módulos elásticos chamados constantes de Lamé, sendo:

$$\mu = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad (2.32)$$

e

$$\lambda = \frac{E\nu}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)}, \quad (2.33)$$

onde E é o módulo de Young e ν é o coeficiente de Poisson do material.

O módulo de Young descreve a rigidez do material enquanto o coeficiente de Poisson é a relação entre a deformação transversal relativa e a deformação longitudinal relativa.

À equação (2.31) pode-se ainda incorporar os efeitos da temperatura quando o material estiver sujeito a variações térmicas. Neste caso, tem-se:

$$\sigma = 2\mu\epsilon(u) + \lambda(\nabla \cdot u)I - (3\lambda + 2\mu)\epsilon_T, \quad (2.34)$$

com ϵ_t sendo a deformação relativa à variação térmica dada por

$$\epsilon_T = \alpha(T - T_0)I, \quad (2.35)$$

onde α é o coeficiente de expansão térmica do material, T é a temperatura no instante considerado e T_0 é a temperatura inicial.

Combinando-se a equação (2.24) e a lei constitutiva da equação (2.31) ou da equação (2.34), obtém-se um sistema determinado com duas equações diferenciais parciais cujas incógnitas são σ e u . Para se obter uma solução única do referido sistema é necessário conhecer as condições de contorno do problema considerado.

2.4.3 Condições de contorno

Pode-se admitir dois tipos de condição de contorno: as essenciais ou de Dirichlet e as naturais ou de Neumann, conforme a Figura 14.

As condições de contorno essenciais são deslocamentos prescritos e têm a forma

$$u = u(x_1, x_2, x_3) \quad \text{em} \quad \Gamma_e. \quad (2.36)$$

Em geral $u = 0$, o que corresponde a uma situação na qual o material está impedido de se deslocar em determinada direção.

As condições de contorno naturais são relativas à tensão normal e têm a forma

$$\sigma \cdot n = N \quad \text{em} \quad \Gamma_n, \quad (2.37)$$

onde n é o vetor unitário normal à superfície e N é um determinado carregamento.

Neste trabalho, o sistema de equações diferenciais parciais obtido pela combinação da equação (2.24) com a lei constitutiva da equação (2.31) ou da equação (2.34), juntamente com as devidas condições de contorno, foi resolvido através do programa de elementos finitos Abaqus, como será apresentado adiante.

2.4.4 Notação de Voigt

Por questões de implementação computacional, é comum escrever o tensor de tensões e de deformações utilizando a notação de Voigt, que consiste em representar um tensor simétrico reduzindo sua ordem.

Os tensores de tensões e de deformações em notação matricial são, respectivamente:

$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{12} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{bmatrix} \quad (2.38)$$

e

$$\epsilon = \begin{bmatrix} \epsilon_{11} & \epsilon_{12} & \epsilon_{13} \\ \epsilon_{12} & \epsilon_{22} & \epsilon_{23} \\ \epsilon_{31} & \epsilon_{32} & \epsilon_{33} \end{bmatrix}. \quad (2.39)$$

Na notação de Voigt as matrizes 3x3 das equações (2.38) e (2.39) são reduzidas aos vetores de seis componentes:

$$\sigma_v = [\sigma_{11} \quad \sigma_{22} \quad \sigma_{33} \quad \sigma_{12} \quad \sigma_{23} \quad \sigma_{13}]^T = [\sigma_{v1} \quad \sigma_{v2} \quad \sigma_{v3} \quad \sigma_{v4} \quad \sigma_{v5} \quad \sigma_{v6}]^T \quad (2.40)$$

e

$$\epsilon_v = [\epsilon_{11} \quad \epsilon_{22} \quad \epsilon_{33} \quad 2\epsilon_{12} \quad 2\epsilon_{23} \quad 2\epsilon_{13}]^T = [\epsilon_{v1} \quad \epsilon_{v2} \quad \epsilon_{v3} \quad \epsilon_{v4} \quad \epsilon_{v5} \quad \epsilon_{v6}]^T, \quad (2.41)$$

onde $\gamma_{12} = 2\epsilon_{12}$, $\gamma_{23} = 2\epsilon_{23}$ e $\gamma_{13} = 2\epsilon_{13}$ são as deformações angulares.

Nesse caso, a lei de Hooke passa a ser descrita por:

$$\sigma_v = D\epsilon_v, \quad (2.42)$$

sendo D , no caso tridimensional, a matriz 6x6

$$D = \begin{bmatrix} \lambda + 2\mu & \lambda & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda + 2\mu & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda & \lambda + 2\mu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu \end{bmatrix}. \quad (2.43)$$

Quando se trabalha em duas dimensões, tem-se duas situações possíveis: o estado plano de deformações e o estado plano de tensões. Em ambos os casos os vetores de tensão e de deformação se reduzem a três componentes:

$$\sigma_v = [\sigma_{11} \quad \sigma_{22} \quad \sigma_{12}]^T = [\sigma_{v1} \quad \sigma_{v2} \quad \sigma_{v3}]^T \quad (2.44)$$

e

$$\epsilon_v = [\epsilon_{11} \quad \epsilon_{22} \quad 2\epsilon_{12}]^T = [\epsilon_{v1} \quad \epsilon_{v2} \quad \epsilon_{v3}]^T. \quad (2.45)$$

Diz-se que um corpo está em estado plano de deformações quando:

$$\epsilon_{33} = 0$$

$$\epsilon_{23} = 0$$

$$\epsilon_{13} = 0$$

$$\sigma_{33} = \nu(\sigma_{11} + \sigma_{22})$$

e, nesse caso, tem-se

$$D = \begin{bmatrix} \lambda + 2\mu & \lambda & 0 \\ \lambda & \lambda + 2\mu & 0 \\ 0 & 0 & \mu \end{bmatrix}. \quad (2.46)$$

Diz-se que um corpo está em estado plano de tensões quando:

$$\sigma_{33} = 0$$

$$\sigma_{23} = 0$$

$$\sigma_{13} = 0$$

$$\epsilon_{33} = -\frac{\nu}{E}(\sigma_{11} + \sigma_{22})$$

e, nesse caso, tem-se

$$D = \frac{E}{1 - \nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{(1-\nu)}{2} \end{bmatrix}. \quad (2.47)$$

2.4.5 A mecânica do dano contínuo

Em escala microestrutural, pode-se comparar o dano a uma descontinuidade no material quantificada por uma média dos defeitos microscópicos que caracterizam o seu estado de deterioração interna. Por sua vez, em escala macroestrutural, o material pode ser considerado contínuo e o dano reflete o comportamento macroscópico do mesmo. No primeiro caso a variável dano é chamada micromecânica e, no segundo, fenomenológica (Driemeier, 1995).

Neste trabalho será abordada a mecânica do dano contínuo, denominada a partir de agora simplesmente mecânica do dano.

Segundo Penna (2011), o dano pode ser definido como o processo de surgimento e desenvolvimento de microfissuras provocadas por ações de natureza mecânica, térmica ou de ambas, até o colapso do material, sendo considerado um processo irreversível. No caso do concreto, um material no qual a fissuração é o fenômeno dominante no comportamento não linear, Pituba (1998) afirma que a mecânica do dano permite, satisfatoriamente, a formulação de modelos realísticos .

Pode-se considerar que a mecânica do dano está entre a mecânica da fratura, uma vez que tem princípios teóricos parecidos com os modelos de fissuração distribuída apesar de considerar a existência da continuidade no meio mesmo após o início da fissuração, e a teoria da plasticidade, pois trata o diagrama tensão-deformação e a superfície de ruptura de modo semelhante a esta (Penna, 2011).

O dano influencia diretamente o comportamento do material, alterando suas propriedades mecânicas, modificando o comportamento visco-plástico ou plástico do mesmo e gerando tensões residuais. Sendo então P uma certa propriedade do material e d o parâmetro que quantifica o dano, o processo de degradação se desenvolve obedecendo relações do tipo $P = f(P_0, d)$, onde P_0 é o valor de P para o material íntegro. Exprime-se assim a variável dano a partir da densidade de microfissuras e microvazios em uma determinada seção transversal conforme mostra a Figura 15 (Lemaitre e Desmorat, 2005).

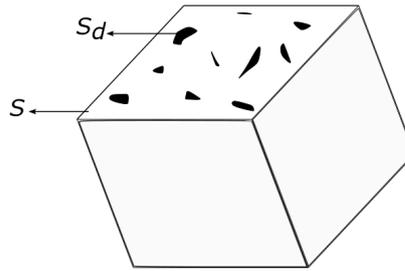


Figura 15 – Elemento com área total S e área danificada S_d (adaptado de Amaral (2014)).

Pela Figura 15, tem-se:

$$d = \frac{S_d}{S}, \quad (2.48)$$

onde S é a área da seção transversal e S_d é a área de microfissuras e microvazios contidos em S . Ressalta-se que o dano pode variar de 0 a 1, sendo que $d = 0$ para o material íntegro e $d = 1$ para o material em seu estado máximo de degradação. Esta definição é razoável pois, segundo Lemaitre e Dufailly (1987), a forma mais eficiente de se medir o dano de um material é através da densidade de defeitos em uma superfície.

Seja um material solicitado uniaxialmente por uma força F , como mostra a Figura 16.

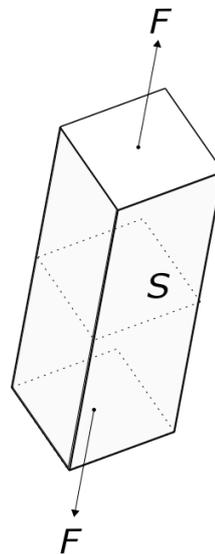


Figura 16 – Elemento submetido uniaxialmente à força F .

Por definição, tem-se que:

$$\sigma = \frac{F}{S}, \quad (2.49)$$

é a tensão normal atuante na seção S .

Considerando-se que tal seção S apresenta um dano de magnitude d , a seção efetivamente resistente \tilde{S} desse material será dada por:

$$\tilde{S} = S - S_d. \quad (2.50)$$

Substituindo-se a equação (2.48) na equação (2.50), pode-se reescrever esta última como

$$\tilde{S} = S(1 - d). \quad (2.51)$$

Sendo assim, por definição tem-se que a tensão efetiva $\tilde{\sigma}$ atuante na seção \tilde{S} será dada por:

$$\tilde{\sigma} = \frac{F}{\tilde{S}}. \quad (2.52)$$

Substituindo-se as equações (2.49) e (2.51) na equação (2.52), segue que:

$$\tilde{\sigma} = \frac{\sigma}{(1 - d)}. \quad (2.53)$$

Da equação (2.53) conclui-se que $\tilde{\sigma} \geq \sigma$ e, em particular, $\tilde{\sigma} = \sigma$ para material íntegro e $\tilde{\sigma} \rightarrow \infty$ para o material totalmente danificado.

Por Lemaitre e Chaboche (1990), o estado de deformação de um material danificado é obtido da lei do comportamento do material íntegro onde a tensão nominal é substituída pela tensão efetiva. Considerando-se então o volume proposto na Figura 16 e admitindo-se que o seu comportamento obedece à lei de Hooke, tem-se:

$$\tilde{\sigma} = E\epsilon, \quad (2.54)$$

onde ϵ é a deformação linear na direção do carregamento.

Substituindo-se a equação (2.53) na equação (2.54) e rearranjando-se os termos, obtém-se:

$$\sigma = E(1 - d)\epsilon. \quad (2.55)$$

Conclui-se então que a relação entre o módulo de Young para o material íntegro E e

para o material danificado E_d é dada por:

$$E_d = (1 - d)E. \quad (2.56)$$

O cálculo da variável dano pode variar segundo o modelo considerado. Contudo, sabe-se que modelos isotrópicos e que tratam o dano como uma variável escalar são, em geral, mais simples. Nessa linha, podem-se citar os modelos de Mazars (1984), Mazars e Lemaitre (1984), Simo e Ju (1987), Lemaitre e Chaboche (1990), Ju (1990) e Brekelmans *et al.* (1992). Neste trabalho optou-se por adotar o modelo de dano proposto por Mazars (1984) e, a seguir, apresenta-se uma descrição detalhada do mesmo.

O modelo de dano de Mazars

Segundo Mazars (1984), no concreto, a heterogeneidade da estrutura pasta-agregado e as variações de volume durante o endurecimento são, por si só, suficientes para provocar microfissuras no material, antes mesmo da estrutura ser submetida a qualquer carregamento, desencadeando o processo de degradação.

Buscando avaliar de que forma este processo ocorre, Mazars (1984) propôs um modelo bastante simples no qual o material é considerado isotrópico e, além disso, a degradação do mesmo é quantificada por uma variável escalar, calculada com base nas deformações principais positivas. Nele, os parâmetros necessários à implementação A_t , B_t , A_c , B_c e ϵ_{d0} são determinados experimentalmente. Tal simplicidade foi determinante para a escolha deste modelo nesta dissertação.

Em um modelo elastoplástico, quando o material atinge uma magnitude de deformação superior ao seu limite elástico tem-se, ao descarregar, uma deformação residual permanente denominada deformação plástica, ϵ_p . Em contrapartida, no modelo de Mazars (1984) assume-se que o concreto tem comportamento elástico e, sendo assim, ao invés de se considerar uma deformação plástica admite-se a perda de rigidez do material através da redução do seu módulo de Young. Dessa forma, para determinada magnitude de deformação ϵ , o módulo de Young será dado pela tangente da reta que liga o ponto correspondente a tal deformação, na curva tensão \times deformação do material, à origem, o que equivale ao módulo de elasticidade secante do mesmo. O comportamento admitido no modelo elastoplástico e no modelo de Mazars (1984) pode ser observado na Figura 17.

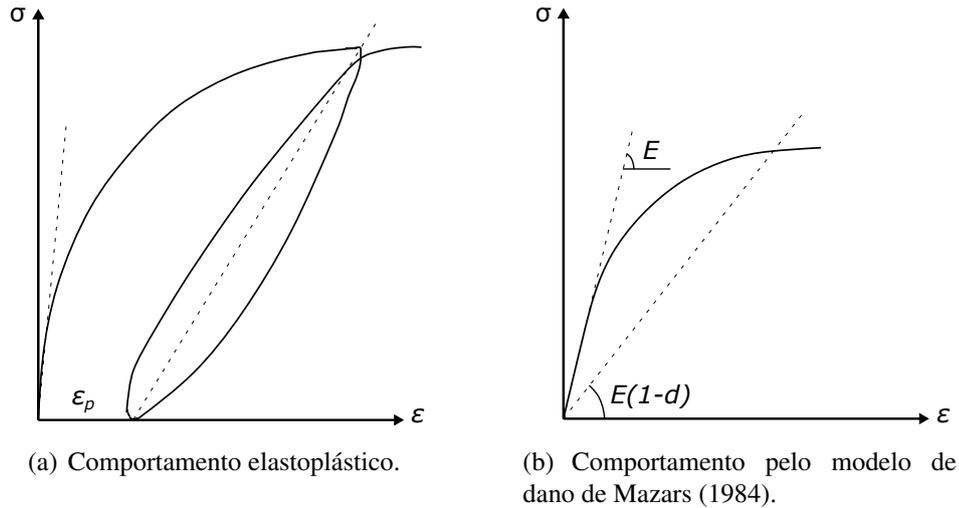


Figura 17 – Curva tensão \times deformação do concreto (adaptado de Álvares (1993)).

A ocorrência do dano é limitada pelo parâmetro do material ϵ_{d0} e pela deformação equivalente $\tilde{\epsilon}$ que é calculada em função das deformações principais positivas $(\epsilon)_+$:

$$\tilde{\epsilon} = \sqrt{\sum_{i=1}^n [(\epsilon_{(i)})_+]^2}, \quad (2.57)$$

onde $n = 2$ para o caso bidimensional e $n = 3$ para o caso tridimensional. Admite-se que o material está danificado quando $\tilde{\epsilon} \geq \epsilon_{d0}$ e, segundo Mazars (1984), $0,5 \cdot 10^{-4} < \epsilon_{d0} < 1,5 \cdot 10^{-4}$.

O dano por tração se traduz em microfissuras cujo desenvolvimento é perpendicular ao esforço, enquanto o dano por compressão resulta em microfissuras que se desenvolvem paralelamente ao esforço. Dessa forma, apesar do dano ser considerado isotrópico, consideram-se parâmetros próprios para cada tipo de solitação.

Segundo Penna (2011), “as leis de evolução do dano são quaisquer relações matemáticas, desde que consistentes com as características comportamentais do material. Variações lineares, polinomiais e exponenciais, advindas de observações experimentais, são as mais representativas e, portanto, amplamente usadas”. No modelo de Mazars (1984), a lei de evolução do dano por tração e por compressão é dada por

$$d_{t,c} = 1 - \frac{\epsilon_{d0}(1 - A_{t,c})}{\tilde{\epsilon}} - \frac{A_{t,c}}{e^{B_{t,c}(\tilde{\epsilon} - \epsilon_{d0})}}, \quad (2.58)$$

onde t e c referem-se ao dano por tração e por compressão, respectivamente. Mazars (1984) sugere para os parâmetros de tração $0,7 < A_t < 1,0$ e $10^4 < B_t < 10^5$ e para os parâmetros de compressão $1,0 < A_c < 1,5$ e $10^3 < B_c < 2,0 \cdot 10^3$.

A degradação do meio é obtida por uma combinação linear das duas variáveis de dano, d_t e d_c , como mostra a equação (2.59):

$$d = \alpha_t d_t + \alpha_c d_c, \quad (2.59)$$

sendo α_t e α_c as funções peso para tração e para compressão dadas por

$$\alpha_t = \sum_{i=1}^n H_i \frac{\epsilon_{t(i)} (\epsilon_{t(i)} + \epsilon_{c(i)})}{\tilde{\epsilon}^2} \quad (2.60)$$

e

$$\alpha_c = \sum_{i=1}^n H_i \frac{\epsilon_{c(i)} (\epsilon_{t(i)} + \epsilon_{c(i)})}{\tilde{\epsilon}^2} \quad (2.61)$$

onde $H_i = 1$ se $\epsilon_{(i)} = \epsilon_{t(i)} + \epsilon_{c(i)} \geq 0$ e, caso contrário, $H_i = 0$. Os valores ϵ_t e ϵ_c são obtidos por meio das parcelas positiva e negativa do tensor de deformações principais.

Cabe ressaltar que para tração pura tem-se $\alpha_t = 1$ e $\alpha_c = 0$, para compressão pura tem-se $\alpha_t = 0$ e $\alpha_c = 1$ e para uma combinação dos dois esforços tem-se $\alpha_t + \alpha_c = 1$.

2.5 Ferramentas computacionais

2.5.1 O Método dos Elementos Finitos

O Método dos Elementos Finitos (MEF) é um método numérico aproximado utilizado na análise de diversos fenômenos físicos que ocorrem em meios contínuos e que são descritos através de equações diferenciais com determinadas condições de contorno e, possivelmente, condições iniciais.

Consiste basicamente na divisão do domínio contínuo do problema em sub-regiões de geometria simples e conhecida, como mostra a Figura 18. Tais sub-regiões recebem o nome de elementos finitos e são conectadas por nós ou pontos nodais. Ao conjunto de elementos finitos e pontos nodais dá-se o nome de malha de elementos finitos.

Por se tratar de um método aproximado, a convergência do resultado está condicionada à quantidade de nós e elementos bem como ao tamanho e ao tipo de elemento utilizados. De maneira geral, elementos menores e com maior número de nós geram resultados mais precisos.

Pode-se resumir o funcionamento deste método nos cinco passos descritos a seguir:

a) pré-processamento: geração da malha de elementos finitos;

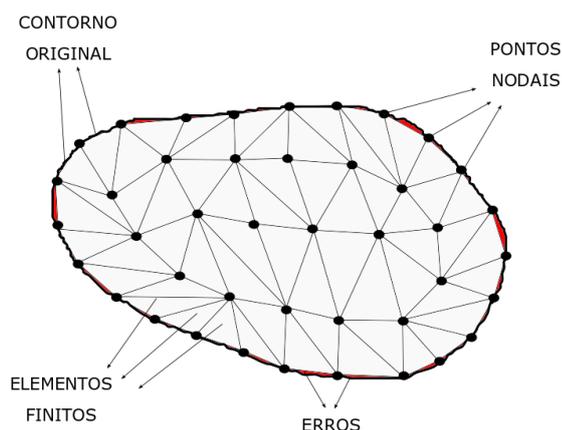


Figura 18 – Malha de elementos finitos.

b) formulação do elemento: desenvolvimento de equações que descrevam o comportamento do elemento;

c) montagem (*assembly*): obtenção de um sistema de equações para o domínio global a partir dos elementos que o compõem;

d) resolução do sistema de equações; e

e) pós-processamento: determinação de grandezas de interesse (como tensões e deformações).

No presente trabalho o Método dos Elementos Finitos (MEF), através da formulação de Galerkin, foi empregado para encontrar a solução do problema térmico. Neste caso, elementos triangulares e quadrilaterais de primeira ordem foram utilizados para a discretização espacial, enquanto um esquema de diferenças finitas regressivas foi utilizado para a discretização temporal. Tal método foi aplicado ainda na resolução do problema mecânico, onde a partir do princípio dos trabalhos virtuais obteve-se a formulação variacional do problema. Em seguida, o domínio foi dividido em elementos triangulares e quadrilaterais de primeira ordem e, então, o problema foi resolvido de forma incremental até se atingir a carga total adotada.

2.5.2 O software Abaqus

O Abaqus é um *software* para análise de problemas de engenharia via Método dos Elementos Finitos (MEF) comercializado pela SIMULIA, marca da *Dassalt Systemes S.A.* O programa inclui o ABAQUS/CAE, que funciona como pré-processador gerando o arquivo de entrada de dados que contém a geometria, as propriedades do material, as condições de contorno, o carregamento aplicado e a malha de elementos finitos e como pós-processador permi-

tindo a visualização gráfica dos resultados; o ABAQUS/Viewer, que funciona exclusivamente como pós-processador; o ABAQUS/Standard, que simula computacionalmente carregamentos estáticos; e o ABAQUS/Explicit, que simula computacionalmente carregamentos dinâmicos (Abaqus, 2011).

O *software* é capaz de resolver diversos problemas de mecânica dos sólidos e dos fluidos, realizando desde análises lineares simples até simulações mais complexas. Possui uma extensa biblioteca de elementos finitos que possibilita a modelagem de geometrias diversas e dispõe ainda de uma grande variedade de modelos que permitem simular o comportamento da maioria dos materiais, sendo por isso empregado em diferentes áreas da engenharia.

Além disso, o Abaqus oferece a alternativa da implementação de sub-rotinas, empregadas para modificar os modelos constitutivos oferecidos pela sua biblioteca ou ainda para incluir novos modelos, o que aumenta a variedade de problemas possíveis de serem resolvidos pelo programa e confere maior liberdade ao usuário. Tais algoritmos são desenvolvidos na linguagem de programação Fortran e seguem sempre uma estrutura básica, conforme descrito no manual do *software* (Abaqus, 2011). Dentre as sub-rotinas oferecidas pelo Abaqus, pode-se citar:

- a) CREEP, utilizada para definir informações visco-plásticas de um material;
- b) DLOAD, que permite definir funções de carregamento não uniformes;
- c) HETVAL, que possibilita definir modelos complexos para a geração de calor interno em um material tal como ocorre em situações que envolvem mudança de fase;
- d) UEL, utilizada quando se faz necessário criar elementos cuja formulação não está disponível no programa;
- e) UEXPAN, para definir deformações térmicas incrementais em situações em que a expansão térmica do material é mais complexa que a oferecida pelo programa através da opção EXPANSION;
- f) UMAT, que faculta a definição de modelos constitutivos que não estão disponíveis no *software*; e
- g) UMATHT, utilizada para definir o modelo constitutivo térmico do material.

De forma geral, a análise de problemas no Abaqus segue o esquema mostrado na Figura 19. No pré-processamento são definidas todas as características do problema, quais sejam a geometria a ser considerada, o tipo de material utilizado, as condições de contorno e o carregamento imposto. No processamento são realizados os cálculos necessários à resolução do problema proposto e, caso deseje-se utilizar uma sub-rotina, deve-se passar tal informação ao

software para que isso seja considerado na análise. Por último tem-se o pós-processamento onde é possível analisar os resultados obtidos a partir das variáveis de saída e dos resultados gráficos gerados.

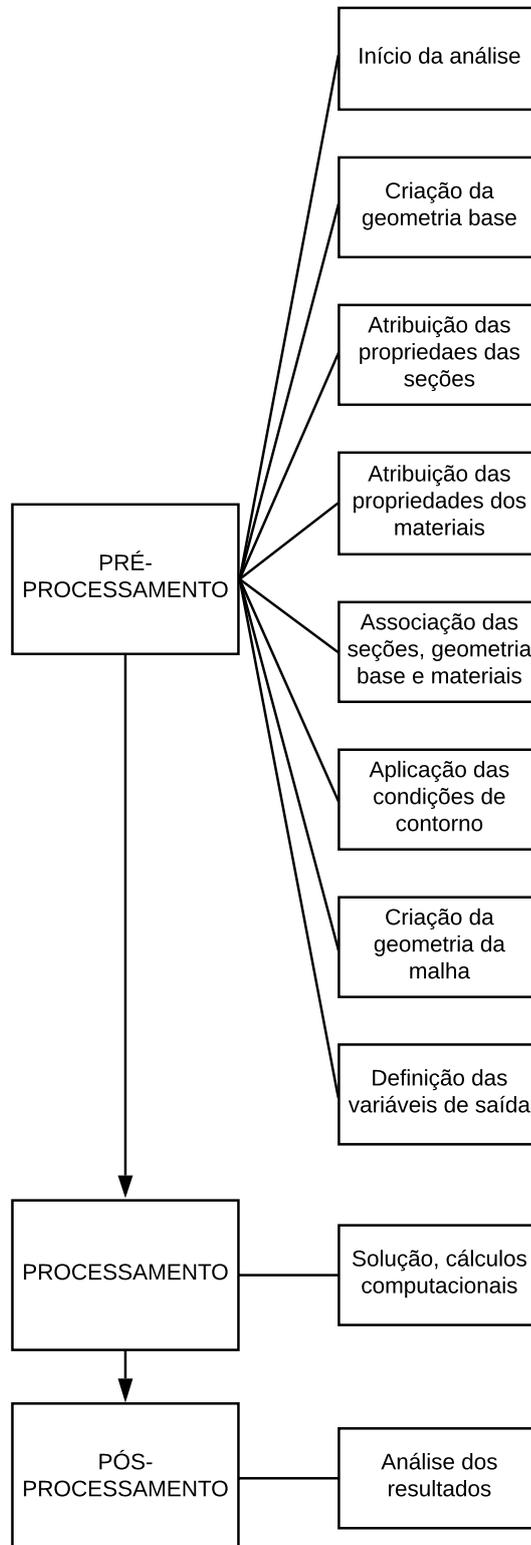


Figura 19 – Esquema de funcionamento do Abaqus (adaptado de Abaqus (2011)).

Neste trabalho empregou-se o Abaqus tanto para a resolução do problema térmico quanto para a resolução do problema mecânico sendo que, neste último caso, fez-se uso da sub-rotina de usuário UMAT como será descrito no capítulo seguinte.

3 Metodologia

Para avaliar o processo de dano no concreto submetido a temperaturas elevadas o primeiro passo foi obter, através do algoritmo desenvolvido por Bonifácio (2017), a disposição dos agregados na seção do corpo de prova analisada. Ressalta-se que neste estudo optou-se por considerar o concreto em duas situações: como um material bifásico, composto pela matriz de argamassa e pelos agregados graúdos, e como um material trifásico, composto pela matriz de argamassa, pelos agregados graúdos e pela zona de transição na interface.

Em seguida, criou-se um problema mecânico no Abaqus considerando-se o comportamento linear elástico com o objetivo de determinar, via ajuste numérico, as propriedades dos materiais desconhecidas e necessárias à análise que se desejava realizar. Esse processo pode ser visualizado esquematicamente na Figura 20.

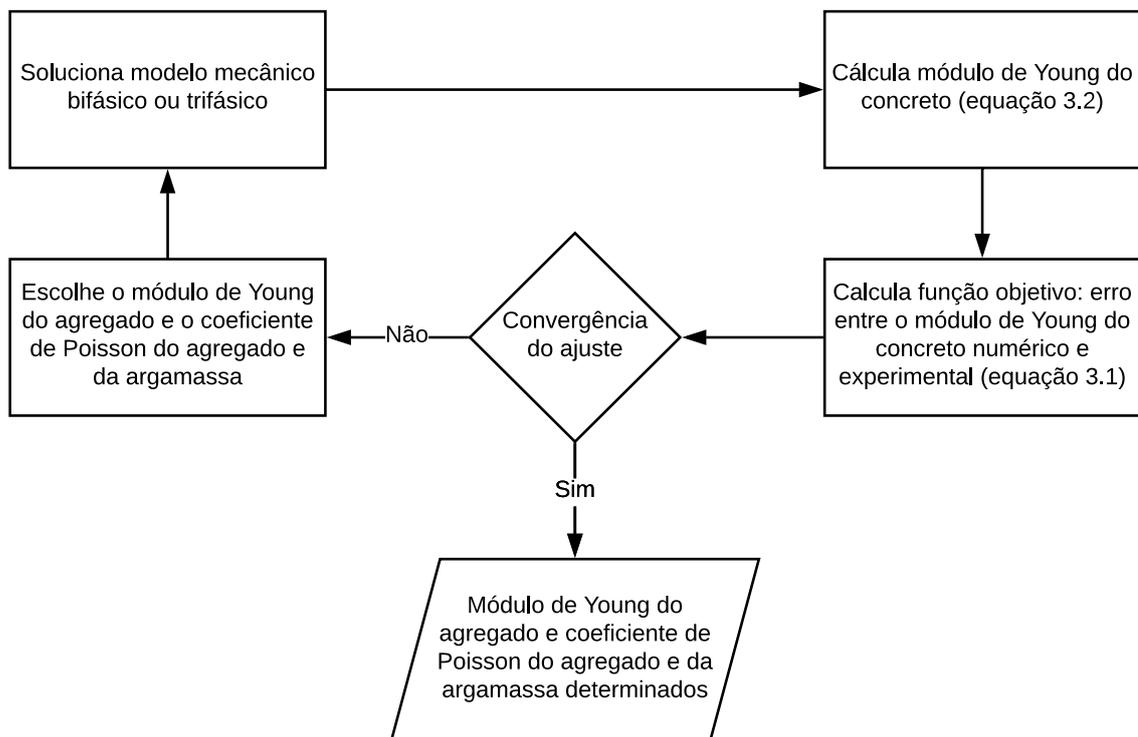


Figura 20 – Processo para determinação das propriedades dos materiais desconhecidas.

Posteriormente, criou-se um modelo térmico no Abaqus para encontrar o campo de temperaturas atuante na seção do corpo de prova quando determinadas condições eram consideradas. De posse de tal campo de temperaturas, o mesmo foi utilizado como carregamento

térmico em um modelo mecânico, também desenvolvido no Abaqus, para que fosse possível verificar de que modo o dano no concreto iria se desenvolver.

Na análise mecânica, para avaliar o processo de danificação do concreto optou-se por utilizar o modelo de dano de Mazars (1984), indisponível na biblioteca do Abaqus. Implementou-se então uma sub-rotina UMAT para que o *software* realizasse as análises considerando o modelo desejado. Contudo, os parâmetros de Mazars (1984) para o material eram desconhecidos e, portanto, fez-se necessária a resolução de outro problema inverso.

A Figura 21 mostra esquematicamente o procedimento adotado desde a geração do modelo térmico até a obtenção dos parâmetros de Mazars (1984).

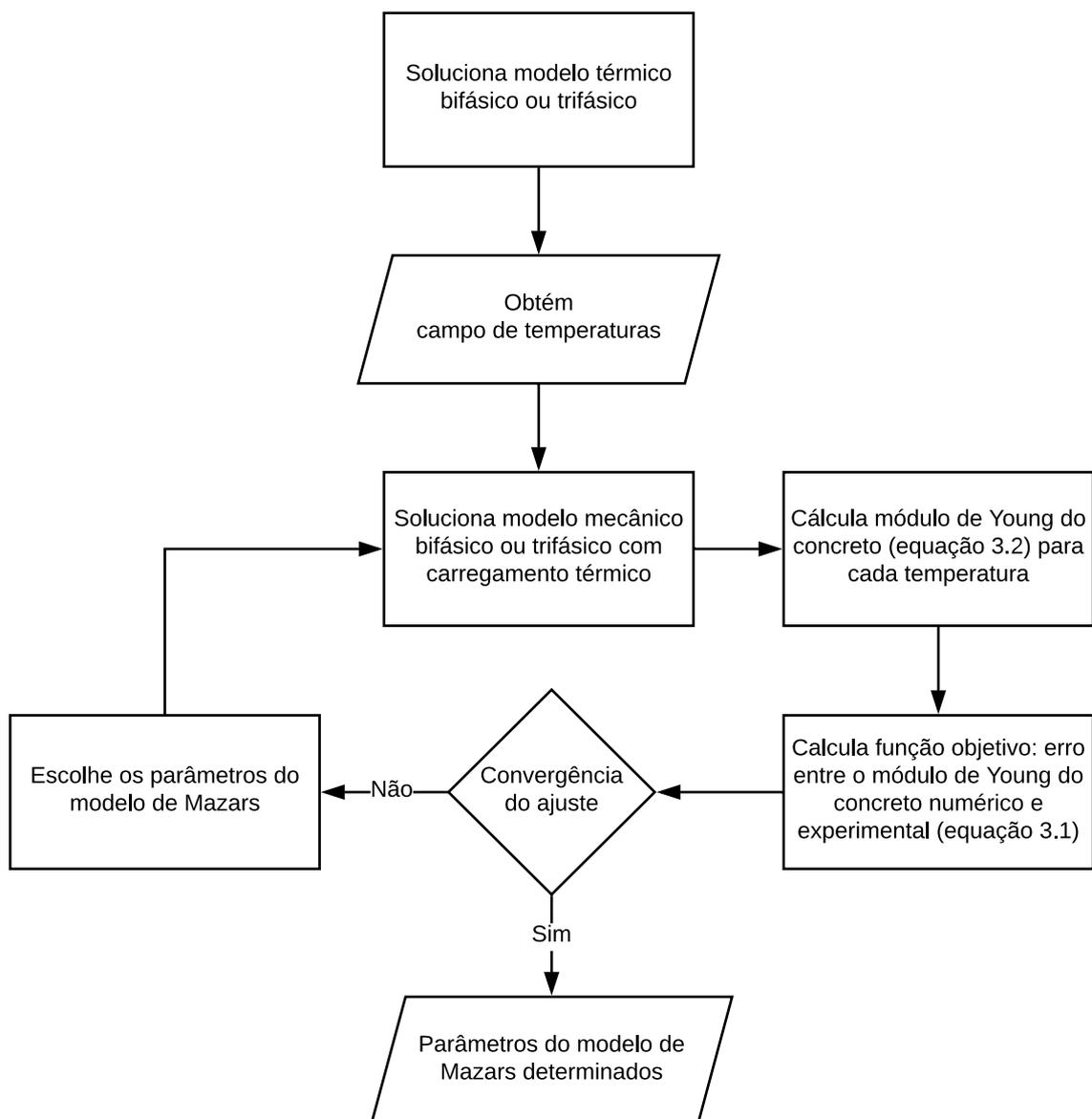


Figura 21 – Processo para ajuste dos parâmetros de Mazars (1984).

Tanto no problema inverso utilizado para determinar as propriedades mecânicas desconhecidas quanto no necessário para encontrar os parâmetros do modelo de Mazars (1984) utilizou-se dados experimentais de uma tese de doutorado desenvolvida na Universidade Cergy-Pontoise, na França e, ainda, funções do pacote *optimize* da biblioteca *SciPy*.

3.1 Dados experimentais

Neste trabalho fez-se uso de um conjunto de dados experimentais fornecidos pela Universidade Cergy-Pontoise, na França, oriundos de uma tese de doutorado intitulada, em tradução livre, “Comportamento dos concretos a alta temperatura: influência da natureza dos agregados graúdos” (Razafinjato, 2015). Tais dados referem-se a quatro tipos de concreto denominados NC-N, NC-B, NC-G e NC-X em referência aos quatro agregados graúdos utilizados para a produção dos mesmos, quais sejam calcário preto (N), calcário branco (B), granito vermelho (G) e sílex marrom (X). Além disso, utilizou-se para a fabricação dos concretos uma argamassa composta de cimento CEM I 52,5 N e de areia calcária (SC). Neste estudo optou-se por trabalhar com os dados referentes ao concreto com granito vermelho.

Considerando-se a caracterização granulométrica pela NBR 7211:2009 (ABNT, 2009), segundo a Figura 22 a areia calcária está entre o limite inferior e superior da zona ótima.

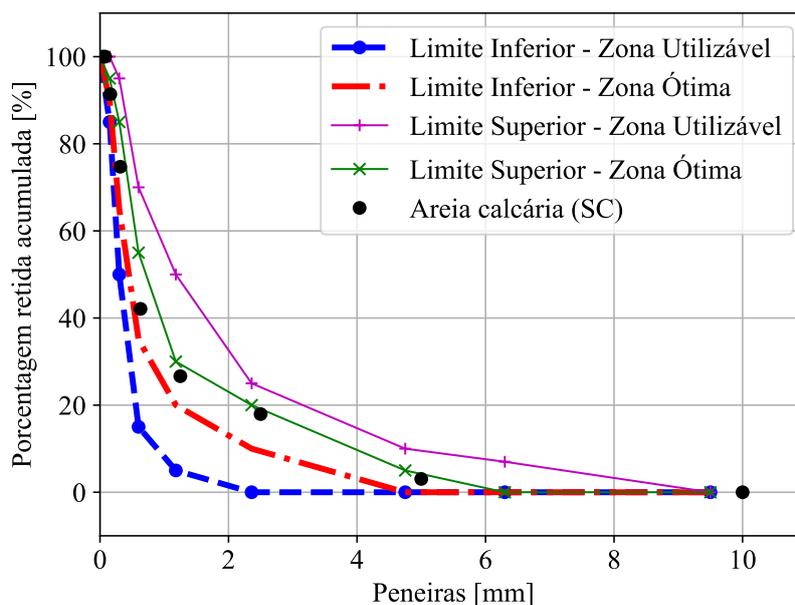


Figura 22 – Caracterização granulométrica da areia calcária (SC).

Já para o granito vermelho, de acordo com a Figura 23 o mesmo não apresenta classificação bem definida. Pode-se dizer, de maneira geral, que este agregado está entre o limite superior da zona 4,75/12,5 e o limite inferior da zona 9,5/25.

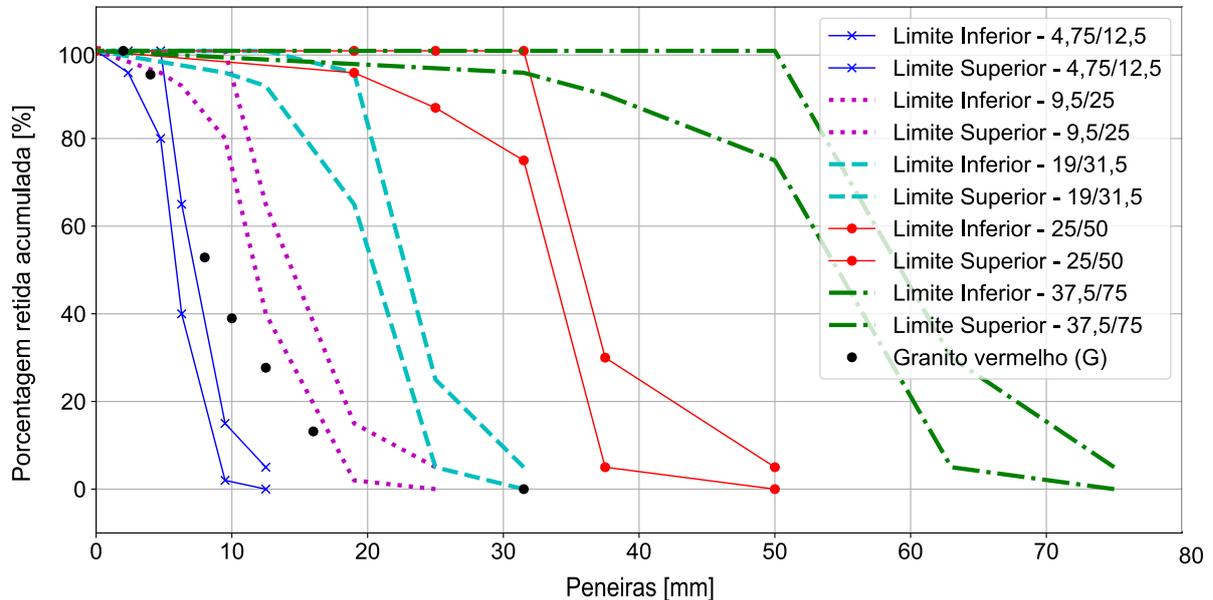


Figura 23 – Caracterização granulométrica do granito vermelho (G).

Segundo Razafinjato (2015), os dados experimentais foram gerados a partir de corpos de prova cilíndricos com 150mm de diâmetro por 300mm de altura, com uma proporção de 40% de agregado graúdo. Tais amostras foram moldadas e, posteriormente, cobertas com pano úmido e armazenadas em sacos plásticos por 90 dias, conforme pode-se observar na Figura 24.

Passados os 90 dias, os corpos de prova foram submetidos à ciclos de aquecimento/resfriamento a uma taxa de $0,50\text{K}/\text{min}$ até as temperaturas de $573,15\text{K}$, $723,15\text{K}$, $873,15\text{K}$ e $1023,15\text{K}$, mantidas por duas horas, como mostra a Figura 25.

Após os ciclos de aquecimento/resfriamento, à temperatura ambiente ($293,15\text{K}$), os corpos de prova foram levados à prensa para que, a partir do ensaio de compressão uniaxial, o módulo de Young residual fosse determinado. Esse processo pode ser visto na Figura 26.

Como resultado obteve-se os pontos mostrados na Figura 27 que relacionam o módulo de Young com a temperatura para $293,15\text{K}$, $573,15\text{K}$, $723,15\text{K}$ e $823,15\text{K}$. Para a temperatura de $1023,15\text{K}$ não foi possível realizar o ensaio de compressão uniaxial devido ao estado de deterioração do corpo de prova. Esses pontos foram a base das análises inversas desenvolvidas neste trabalho.



Figura 24 – Processo de produção dos corpos de prova (extraído de Razafinjato (2015)).



Figura 25 – Processo de aquecimento dos corpos de prova (extraído de Razafinjato (2015)).



Figura 26 – Ensaio de compressão uniaxial para determinação do módulo de Young (extraído de Razafinjato (2015)).

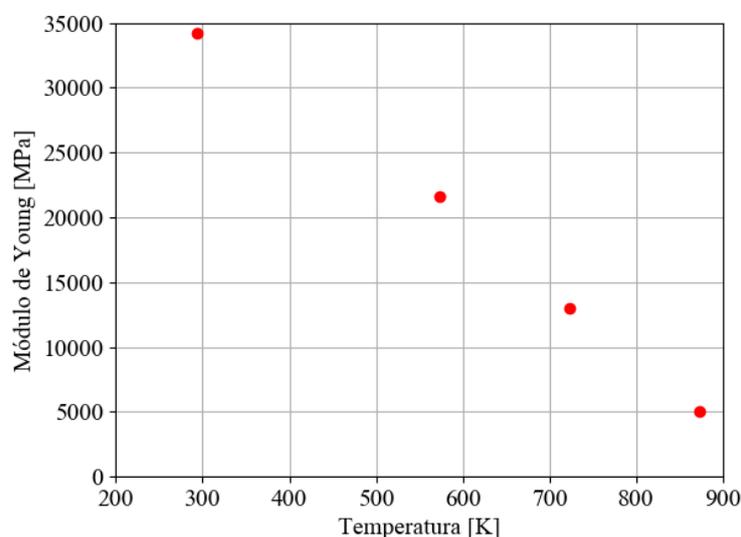


Figura 27 – Relação entre o módulo de Young e a temperatura obtidos experimentalmente por Razafinjato (2015).

3.2 Implementação computacional

3.2.1 Geração da geometria do problema

Para simular os efeitos do aumento da temperatura no processo de danificação do concreto aproveitou-se a simetria do corpo de prova considerando-se, no *software* Abaqus, uma geometria bidimensional de 1/4 da seção longitudinal de um corpo de prova cilíndrico com 150mm de diâmetro por 300mm de altura, trabalhando-se com um retângulo de 75mm de base por 150mm de altura, conforme a Figura 28.

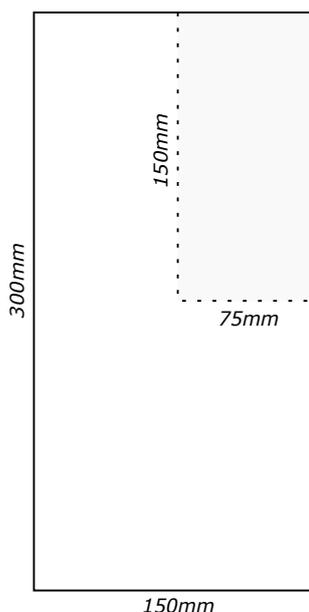


Figura 28 – Dimensões da seção analisada tendo em vista a simetria do corpo de prova.

Ademais, sabe-se que o concreto não é um material homogêneo, podendo-se distinguir três fases distintas: a pasta de cimento, os agregados e a zona de transição na interface. Neste trabalho optou-se por considerar a heterogeneidade do concreto distinguindo-se também três fases: a argamassa ao invés da pasta de cimento, os agregados graúdos e a zona de transição na interface. Dessa forma, tomaram-se duas situações distintas: corpos de prova bifásicos, formados por argamassa e agregados graúdos, e corpos de prova trifásicos, formados por argamassa, agregados graúdos e zona de transição na interface.

Cabe ressaltar que os agregados graúdos foram tomados circulares e a zona de transição foi representada por uma camada de espessura constante ao redor das partículas. Segundo Mehta e Monteiro (2008) a espessura da zona de transição varia de $0,01mm$ a $0,05mm$ e, neste trabalho, optou-se por adotar este último valor.

Em ambos os casos as coordenadas do centro e o raio dos agregados, ou dos agregados com a zona de transição na interface, foram gerados através de um algoritmo desenvolvido por Bonifácio (2017) capaz de simular a distribuição dos agregados em um corpo de prova, tendo como dados de entrada as dimensões do mesmo, a porcentagem de agregados em relação ao volume total e a curva granulométrica do agregado adotado. O programa desenvolvido por Bonifácio (2017), na linguagem Python, consiste basicamente nos seguintes passos:

a) cálculo aleatório do número de círculos para cada diâmetro de acordo com a curva granulométrica informada;

- b) posicionamento dos círculos dentro do retângulo considerado, no sentido da base para o topo;
- c) descarte dos círculos que, por ventura, não foram inseridos nos limites do retângulo ou foram posicionados sobrepostos a outros;
- d) redistribuição proporcional do espaço livre que compreende o último círculo posicionado e a parte superior do retângulo;
- e) cálculo da distância máxima entre os círculos para garantir que todos estejam contidos no retângulo;
- f) movimentação de cada círculo, adicionando-se um valor percentual aleatório da distância máxima ao centro do mesmo;
- g) verificação da ocorrência de colisão de cada círculo na nova posição com os demais: se houver colisão mantém-se a posição inicial e, caso contrário, faz-se a movimentação para a nova posição; e
- h) repetição dos passos e), f) e g) por n vezes com o propósito de posicionar aleatoriamente os círculos no retângulo.

A Figura 29 mostra os corpos de prova bifásico e trifásico com 40% de granito, cuja curva granulométrica foi mostrada na Figura 23, obtidos com $n = 200$.

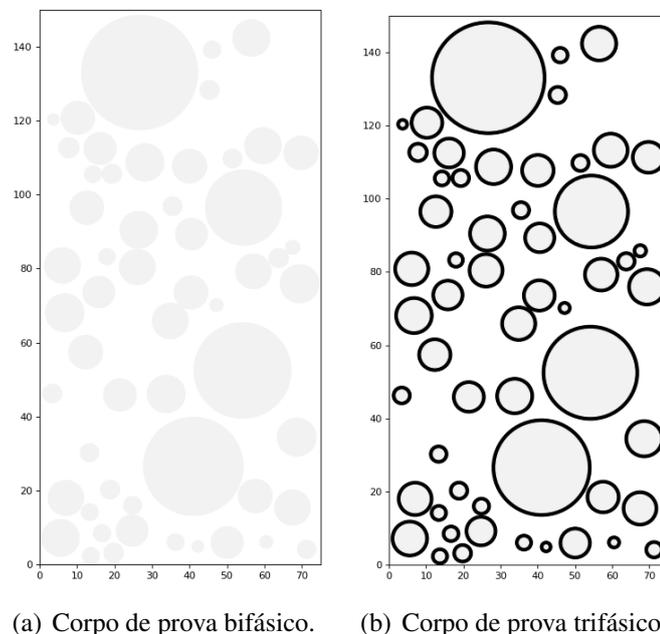


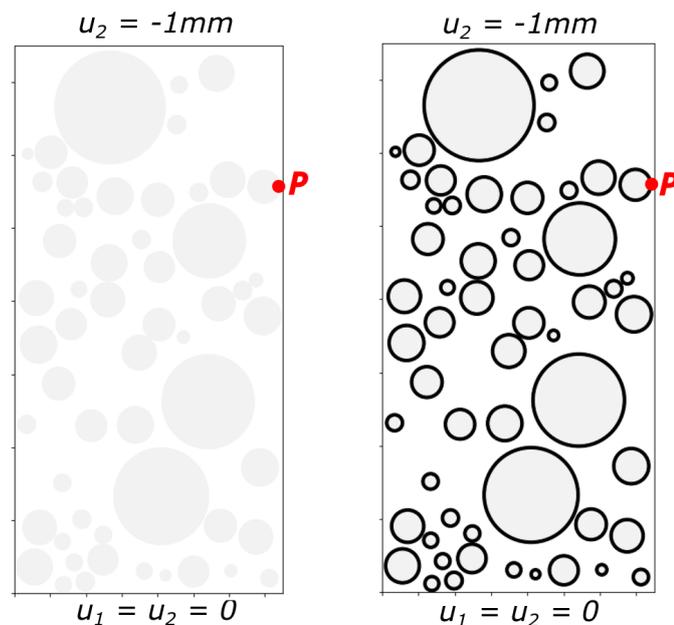
Figura 29 – Distribuição dos agregados na seção do corpo de prova.

Ressalta-se que o algoritmo implementado por Bonifácio (2017) considerava apenas o concreto como um material bifásico, composto por agregados e argamassa. No presente

trabalho fez-se uma adaptação para que fosse possível gerar a geometria com a zona de transição na interface e, para isso, criou-se círculos de diâmetro $d + 2e$, onde d é o diâmetro do agregado e $e = 0,05mm$ é a espessura da zona de transição na interface. A partir da distribuição obtida, fez-se novos círculos de mesmo centro e diâmetro d . Dessa forma, os círculos internos eram os agregados e a região entre os círculos internos e externos era a zona de transição na interface. No caso do modelo bifásico gerou-se apenas círculos de diâmetro d .

3.2.2 Determinação das propriedades elásticas desconhecidas dos materiais

Para avaliar de que forma o processo de danificação do concreto iria se desenvolver era necessário conhecer certas propriedades dos agregados, da argamassa e da zona de transição na interface. No entanto, algumas destas propriedades de material eram desconhecidas e, sendo assim, fez-se necessária a resolução de um problema inverso que, segundo Engl *et al.* (1996), é aquele no qual a partir dos efeitos conhecidos determinam-se as causas, até então desconhecidas. Criou-se então um modelo linear elástico no Abaqus com restrição de movimentação vertical e horizontal na base e um deslocamento imposto no topo, como mostrado na Figura 30.



(a) Corpo de prova bifásico. (b) Corpo de prova trifásico.

Figura 30 – Modelo mecânico para a determinação das propriedades elásticas dos materiais.

Para o modelo proposto avaliou-se a convergência da malha através do módulo do deslocamento vertical no ponto $P = (74, 304mm; 111, 335mm)$ para o modelo bifásico e $P = (74, 354mm; 111, 335mm)$ para o modelo trifásico, com 10 incrementos de deslocamento, como mostra a Figura 31. Tais pontos podem ser visualizados na Figura 30. Optou-se por adotar as malhas M_3^{bi} e M_3^{tri} que correspondem a 4916 e 20214 elementos nos modelos bifásico e trifásico, respectivamente. Ressalta-se que para o modelo trifásico necessitou-se de um número maior de elementos devido à fina espessura da zona de transição na interface.

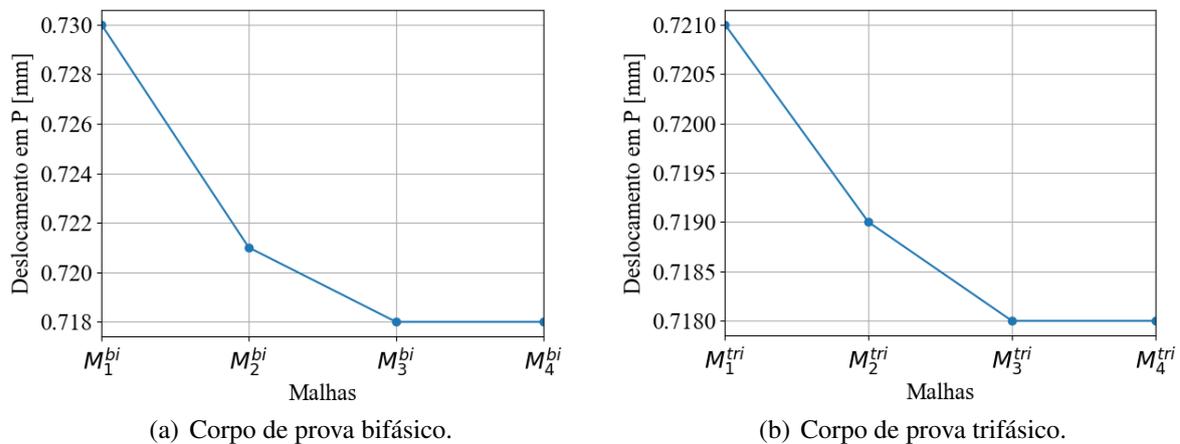


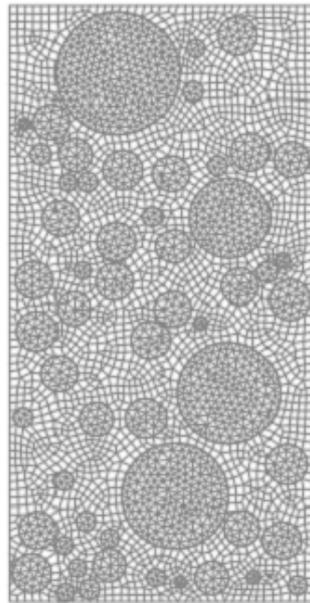
Figura 31 – Análise de convergência da malha.

A Figura 32 traz a malha adotada para os dois modelos e, em relação ao tipo de elemento finito, ambas eram compostas por elementos triangulares e quadrilaterais lineares, escolhidos pelo *software* da maneira que melhor se adaptava ao contorno dos agregados.

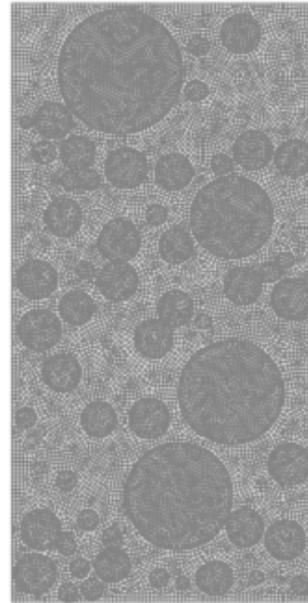
Verificou-se também a convergência do número de incrementos através do monitoramento do deslocamento vertical nos mesmos pontos utilizados anteriormente, considerando-se as malhas M_3^{bi} e M_3^{tri} para os modelos bifásico e trifásico, como mostra a Figura 33. Observa-se que o resultado foi independente da discretização e optou-se então por adotar 10 incrementos como já havia sido utilizado na análise de convergência da malha.

Neste caso, dos dados experimentais tinha-se o módulo de Young da argamassa e do concreto e desejava-se encontrar qual deveria ser o módulo de Young do agregado bem como o coeficiente de Poisson do agregado e da argamassa, nos modelos bifásico e trifásico, que originassem um concreto com o módulo de Young determinado por Razafinjato (2015).

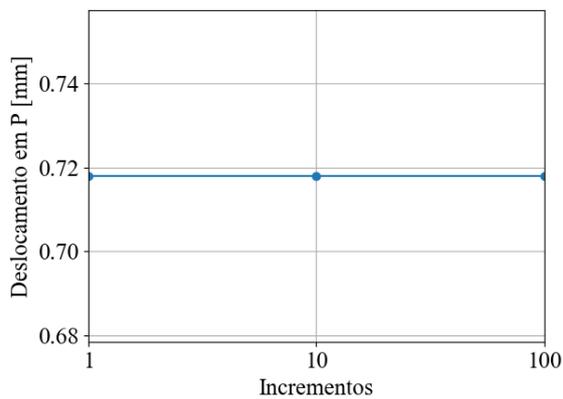
Para solucionar este problema inverso fez-se uso do pacote *optimize* da biblioteca *SciPy*, em linguagem Python. Essa ferramenta oferece diversas funções que permitem mini-



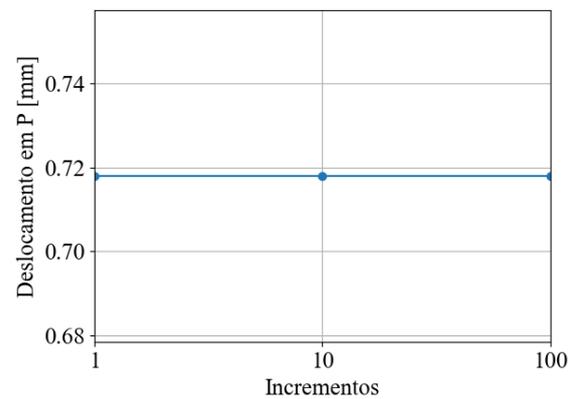
(a) Corpo de prova bifásico.



(b) Corpo de prova trifásico.

Figura 32 – Malhas de elementos finitos M_3^{bi} e M_3^{tri} adotadas.

(a) Corpo de prova bifásico.



(b) Corpo de prova trifásico.

Figura 33 – Análise de convergência dos incrementos.

mizar ou maximizar funções objetivo e pode ser utilizada, por exemplo, para localizar raízes e ajustar curvas. Neste caso, utilizou-se a função `differential_evolution`:

```
differential_evolution(função_objetivo, limites, argumentos).
```

Tal função implementa um método estocástico de evolução diferencial baseado nos princípios evolucionários de uma população e pode ser empregada para resolver problemas de otimização global (Storn e Price, 1997). Optou-se por utilizá-la pois desejava-se que os parâmetros retornados estivessem dentro de um determinado intervalo de valores.

A função objetivo era o erro entre o módulo de Young do concreto determinado experimentalmente e simulado no modelo numérico, sendo calculado pela expressão:

$$erro = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \frac{(E_{exp_i} - E_{num_i})^2}{E_{exp_i}}}{n}}, \quad (3.1)$$

onde E_{exp} e E_{num} são os módulos de Young experimental e numérico, respectivamente, e n é o número de pontos a verificar. Para o problema em questão $n = 1$.

Para determinar o módulo de Young numérico do concreto utilizou-se a média ponderada desta propriedade em todos os m elementos da malha de elementos finitos adotada:

$$E_{num} = \frac{\sum_{i=1}^m (E_{num_m} \cdot A_m)}{A}, \quad (3.2)$$

onde A_m é a área do elemento m e A é a área total da seção.

A partir do modelo proposto o ajuste numérico foi realizado basicamente da seguinte forma: um determinado conjunto de valores dentro dos limites estabelecidos eram escolhidos e, então, o módulo de Young do concreto gerado era calculado através da equação (3.2); o erro entre o valor encontrado e o valor experimental era calculado a partir da equação (3.1); esse processo era repetido diversas vezes até a convergência.

A Tabela 3 mostra os limites considerados, sugeridos por Carneiro (1999) e Mehta e Monteiro (2008), bem como os valores encontrados com erro de $5,45 \cdot 10^{-5}\%$ para o modelo bifásico e $5,37 \cdot 10^{-5}\%$ para o modelo trifásico. Ressalta-se que em relação às propriedades da zona de transição na interface no modelo trifásico, adotou-se para o módulo de Young 50% do valor admitido para a argamassa enquanto para o coeficiente de Poisson considerou-se o mesmo valor da argamassa, como recomenda Ramesh *et al.* (1996).

Parâmetro	Limites	Modelo bifásico	Modelo trifásico
Módulo de Young do agregado [MPa]	30000 a 50000	39099	40585
Módulo de Young da argamassa [MPa]	–	31000	31000
Módulo de Young da ZTI [MPa]	–	15500	15500
Coefficiente de Poisson do agregado	0,2 a 0,3	0,288	0,249
Coefficiente de Poisson da argamassa	0,1 a 0,2	0,108	0,136
Coefficiente de Poisson da ZTI	–	0,108	0,136

Tabela 3 – Propriedades elásticas dos materiais para o modelo mecânico no Abaqus.

3.2.3 Modelo térmico para obtenção do campo de temperaturas

Conhecendo-se o módulo de Young e o coeficiente de Poisson do agregado, da argamassa e da zona de transição na interface, desenvolveu-se um modelo térmico transiente no Abaqus para que fosse possível definir o campo de temperaturas atuante na seção do corpo de prova adotada. A Figura 34 mostra o modelo considerado para a análise térmica, onde tem-se a temperatura inicial $T_0 = 293,15K$ atuante em todo o domínio, as temperaturas $T = 573,15K$, $T = 723,15K$ e $T = 873,15K$ na superfície superior e lateral direita e fluxo nulo na superfície inferior e lateral esquerda. Ressalta-se que as condições iniciais e de contorno foram escolhidas de modo a representar o processo experimental desenvolvido por Razafinjato (2015).

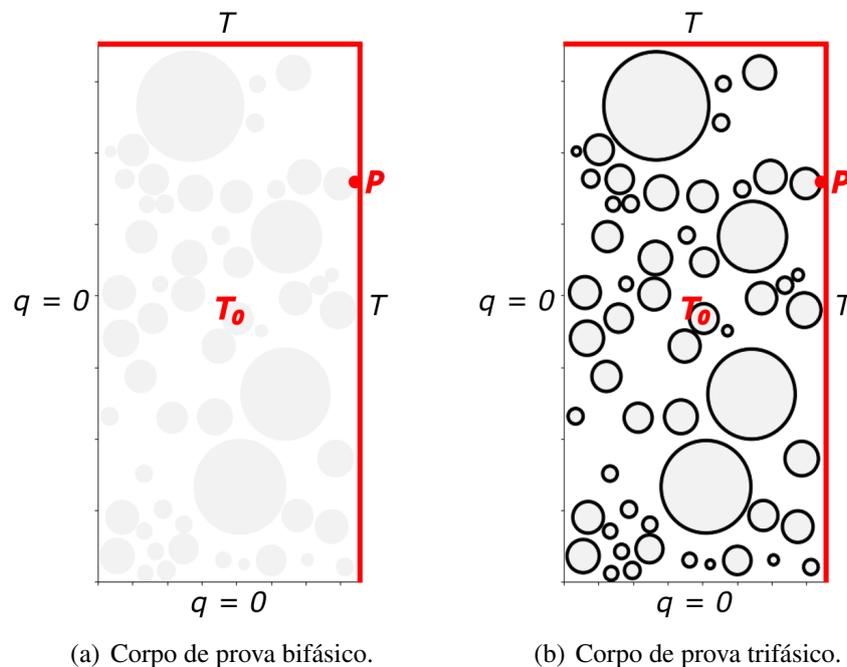


Figura 34 – Modelo térmico para obtenção do campo de temperaturas na seção.

A convergência da malha de elementos finitos foi avaliada através da verificação da temperatura nos mesmos pontos $P = (74, 304mm; 111, 335mm)$ e $P = (74, 354mm; 111, 335mm)$ para os modelos bifásico e trifásico, respectivamente. Além disso, considerou-se passos de tempo de $1min$ no período total de $1160min$. Vale destacar que o tempo total bem como o passo de tempo inicialmente suposto foram obtidos a partir do dado experimental de que os corpos de prova foram aquecidos a uma taxa de $0,50K/min$ até a temperatura máxima de $873,15K$, sendo a temperatura inicial $293,15K$ (Razafinjato, 2015). Dessa forma:

$$873,15K - 293,15K = 580K \Rightarrow \frac{580K}{0,5K/min} = 1160min.$$

Como resultado, obteve-se o gráfico mostrado na Figura 35 e optou-se novamente por adotar as malhas M_3^{bi} e M_3^{tri} que correspondem a 4916 e 20214 elementos nos modelos bifásico e trifásico, respectivamente.

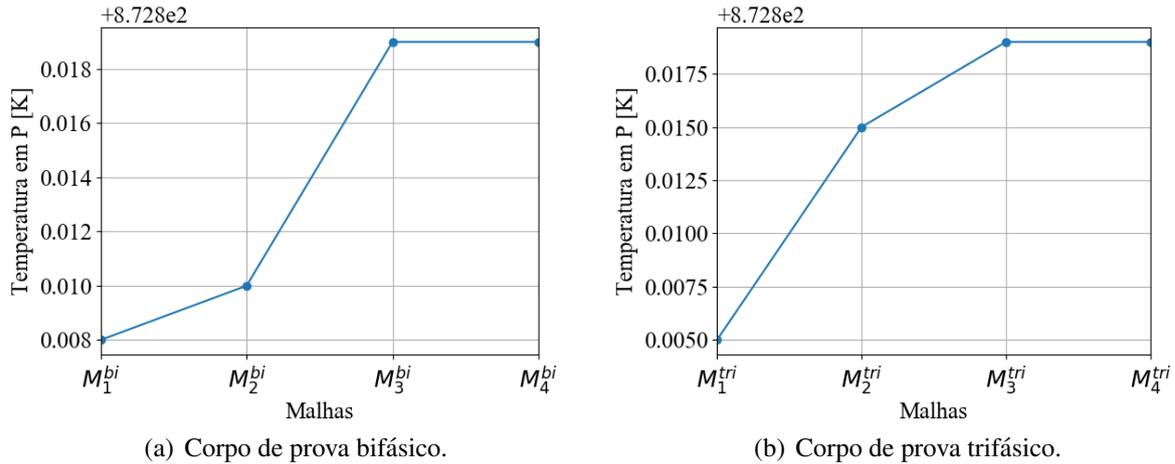


Figura 35 – Análise de convergência da malha.

Avaliou-se também a convergência dos passos de tempo adotados através do monitoramento da mesma variável, nos mesmos pontos, considerando-se as malhas M_3^{bi} e M_3^{tri} , como mostra a Figura 36. Como os resultados foram independentes do passo de tempo optou-se por manter a consideração de $1min$.

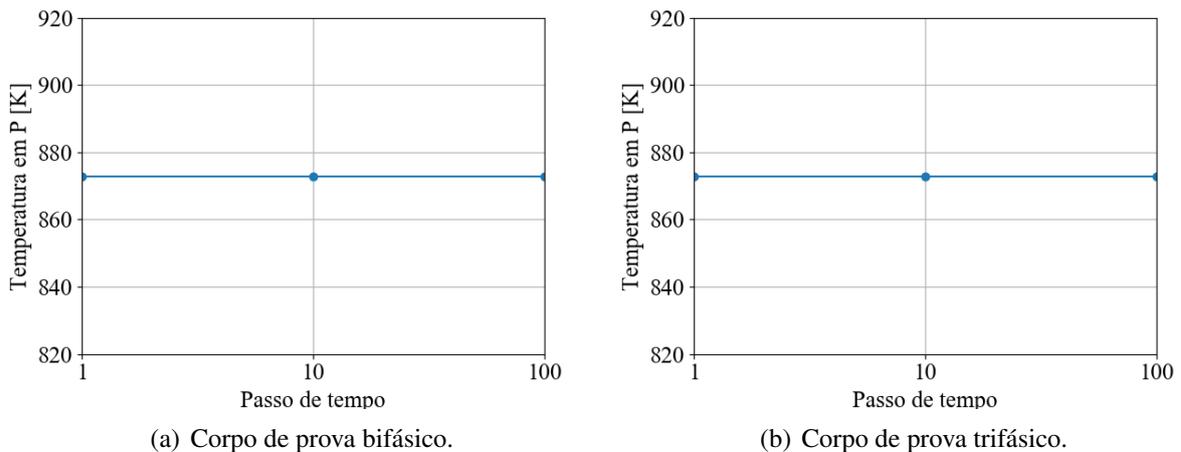


Figura 36 – Análise de convergência do passo de tempo.

Em relação às propriedades dos materiais consideraram-se os valores da Tabela 4,

sendo que para a densidade e o coeficiente de expansão térmica do agregado e da argamassa adotaram-se os valores sugeridos por Razafinjato (2015) enquanto para a condutividade térmica e o calor específico, também do agregado e da argamassa, tomou-se como base a NBR 15220-2:2005 (ABNT, 2005). Para a zona de transição na interface optou-se por adotar os mesmos dados utilizados para a matriz de argamassa tendo em vista a indisponibilidade de valores mais precisos.

Fase	Cond. térmica [$J/mmKmin$]	Coeficiente de expansão térmica [$1/K$]	Calor específico [J/KgK]	Densidade [Kg/mm^3]
Argamassa	0,069	$3,670 \cdot 10^{-6}$	1000	$2,252 \cdot 10^{-6}$
Agregado graúdo	0,042	$3,779 \cdot 10^{-6}$	800	$2,500 \cdot 10^{-6}$
ZTI	0,069	$3,670 \cdot 10^{-6}$	1000	$2,252 \cdot 10^{-6}$

Tabela 4 – Propriedades térmicas dos materiais para o modelo térmico no Abaqus.

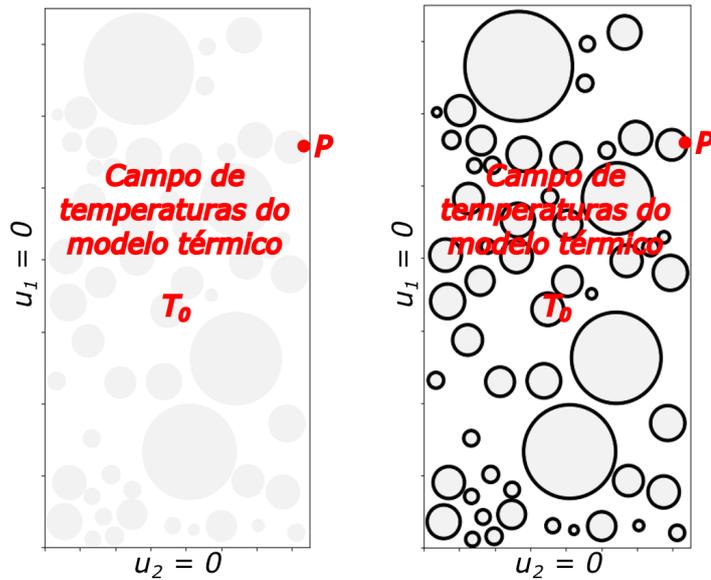
3.2.4 Modelo mecânico para avaliação do processo de dano no concreto

Conhecendo-se o módulo de Young e o coeficiente de Poisson do agregado, da argamassa e da zona de transição na interface e de posse do campo de temperaturas atuante na seção do corpo de prova, tornou-se possível implementar um modelo capaz de avaliar o processo de dano no concreto. Criou-se então o modelo para análise mecânica mostrado na Figura 37 buscando mais uma vez representar o procedimento experimental desenvolvido por Razafinjato (2015).

Quanto às restrições de deslocamento, considerou-se que a base e a lateral esquerda do corpo de prova estavam impedidas de se deslocarem no sentido vertical e horizontal, respectivamente. Admitiu-se ainda a temperatura inicial $T_0 = 293,15K$ e, como carregamento atuante, aplicou-se o campo de temperaturas oriundo do modelo térmico. Em relação às propriedades dos materiais, considerou-se os valores mostrados na Tabela 4 e na Tabela 3.

Ressalta-se que a partir do carregamento térmico e da equação (2.35) transcrita abaixo obtém-se a deformação gerada pela expansão ou retração térmica e, sendo assim, pode-se dizer que o acoplamento termomecânico foi realizado nesta etapa.

$$\epsilon_T = \alpha(T - T_0)I.$$

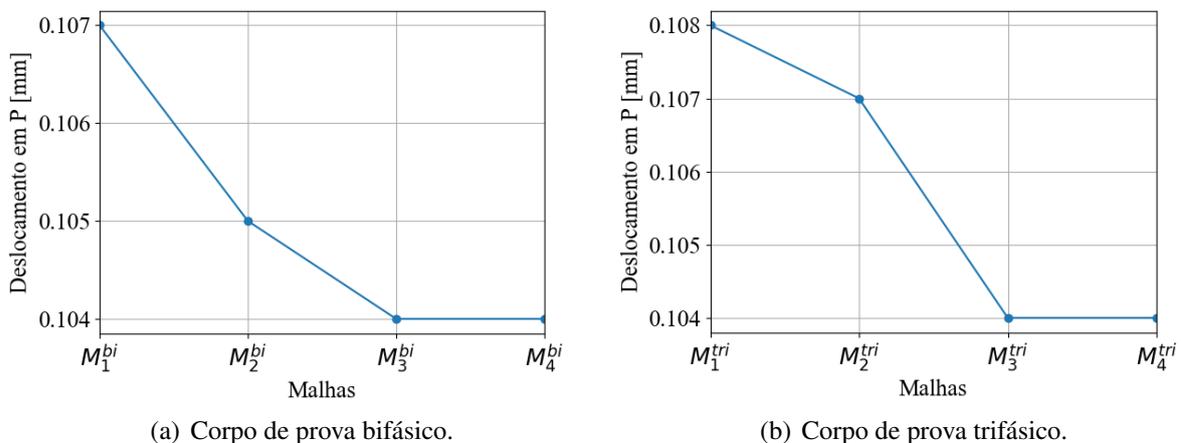


(a) Corpo de prova bifásico. (b) Corpo de prova trifásico.

Figura 37 – Modelo mecânico para avaliação do dano.

Neste modelo avaliou-se também a convergência da malha e do número de incrementos a partir da verificação do deslocamento vertical final no ponto $P = (74, 304mm; 111, 335mm)$ para o modelo bifásico e $P = (74, 354mm; 111, 335mm)$ para o modelo trifásico.

Para a convergência da malha consideraram-se 10 incrementos de deslocamento obtendo-se o resultado da Figura 38 e, como anteriormente, optou-se por adotar as malhas M_3^{bi} e M_3^{tri} que correspondem a 4916 e 20214 elementos nos modelos bifásico e trifásico, respectivamente



(a) Corpo de prova bifásico.

(b) Corpo de prova trifásico.

Figura 38 – Análise de convergência da malha.

Em relação ao número de incrementos considerou-se as malhas M_3^{bi} e M_3^{tri} e variou-se

a discretização, obtendo-se o gráfico da Figura 39. Como os resultados obtidos foram independentes dos incrementos adotados optou-se por considerar 10 incrementos como já havia sido utilizado anteriormente.

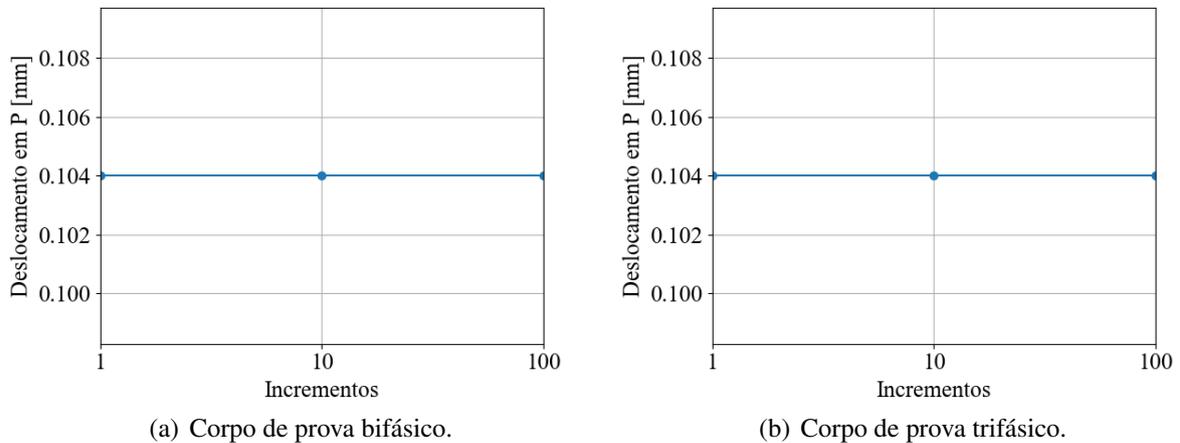


Figura 39 – Análise de convergência dos incrementos.

Como já mencionado, neste trabalho escolheu-se considerar o modelo de dano de Mazars (1984) e, apesar do mesmo ter sido originalmente proposto para o concreto, optou-se aqui por aplicá-lo ao modelo heterogêneo. Sendo assim, consideraram-se as diferentes fases do material com as suas respectivas propriedades elásticas e admitiu-se que os parâmetros A_t , B_t , A_c , B_c e ϵ_{d0} eram os mesmos em toda a seção analisada. Dessa forma, a maior ou menor ocorrência de dano em um ponto do corpo de prova era determinada pelo módulo de Young e pelo coeficiente de Poisson do material naquele ponto e, conseqüentemente, pela amplitude de deformação naquela região.

Sabe-se que o modelo de dano de Mazars (1984) envolve os cinco parâmetros A_t , B_t , A_c , B_c e ϵ_{d0} . Sabe-se também que no referido modelo o cálculo da variável dano propriamente dita envolve as funções peso α_t e α_c que multiplicam as parcelas de dano por tração e por compressão, respectivamente, como mostra a equação (2.59).

No modelo proposto a solicitação considerada vem da deformação decorrente do aumento da temperatura como traz a equação (2.35). Ora, sendo a temperatura considerada sempre superior à temperatura inicial a estrutura tende a se expandir e, com isso, as deformações geradas serão sempre positivas. Dessa forma, conclui-se que $\alpha_c = 0$ e, então, os valores atribuídos a A_c e a B_c são indiferentes para o problema. Portanto, os parâmetros envolvidos nesta análise eram apenas três: A_t , B_t e ϵ_{d0} .

Contudo, tais parâmetros eram desconhecidos e, por isso, resolveu-se novamente um problema inverso para determinar os valores que resultassem em um concreto cujo módulo de Young correspondesse, para cada temperatura analisada, aos pontos da Figura 27.

Utilizou-se então, mais uma vez, uma função do pacote *optimize* da biblioteca *SciPy*, a função `f_min`:

```
f_min(função_objetivo, valor_inicial, argumentos).
```

Esta função utiliza o algoritmo *Nelder-Mead simplex* para encontrar o mínimo de determinada função com uma ou mais variáveis (Nelder e Mead, 1965) e escolheu-se adotá-la uma vez que convergiu mais rapidamente em relação ao método de evolução diferencial. Além disso, com esta função não é necessário definir um intervalo de valores para cada parâmetro, o que era desejável neste caso.

A função objetivo era novamente o erro entre os módulos de Young do concreto determinado experimentalmente e simulado no modelo numérico, calculado pela equação (3.1) transcrita abaixo:

$$erro = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \frac{(E_{exp_i} - E_{num_i})^2}{E_{exp_i}}}{n}},$$

sendo que neste caso $n = 4$ uma vez que verifica-se o módulo de Young para cada uma das quatro temperaturas 273, 15K, 573, 15K, 723, 15K e 873, 15K.

Para determinar o módulo de Young numérico do concreto utilizou-se aqui também a média ponderada desta propriedade em todos os m elementos da malha de elementos finitos adotada, conforme a equação (3.2):

$$E_{num} = \frac{\sum_{i=1}^m (E_{num_m} \cdot A_m)}{A}.$$

Pode-se resumir o ajuste numérico realizado da seguinte forma: um determinado conjunto de parâmetros, partindo do valor inicial estipulado, eram escolhidos e, em seguida, o módulo de Young do concreto era calculado pela equação (3.2), para cada temperatura analisada; o erro entre o valor numérico e experimental era calculado pela equação (3.1), também considerando-se os quatro pontos; esse processo era repetido até que a convergência. A Tabela 5 traz os parâmetros ajustados com erro de 5,74% para o modelo bifásico e 5,75% para o modelo trifásico.

Parâmetro	Modelo bifásico	Modelo trifásico
A_t	1,826	1,802
B_t	750,603	750,589
ϵ_{d0}	$6,024 \cdot 10^{-4}$	$6,205 \cdot 10^{-4}$

Tabela 5 – Parâmetros de Mazars (1984) obtidos via ajuste numérico.

Mazars (1984) sugere que os parâmetros do modelo estejam entre os limites estabelecidos na seção 2.4.5. Contudo, tais valores foram sugeridos para o concreto e, na presente análise, considerou-se a heterogeneidade deste material. Dessa forma, optou-se por não fixar esses intervalos adotando-se assim os valores que minimizaram o erro no ajuste realizado.

Outro problema encontrado na análise mecânica foi que o modelo de Mazars (1984) não está disponível na biblioteca do Abaqus. Fez-se então necessária a implementação de uma sub-rotina UMAT para que tal modelo fosse considerado na análise do processo de dano do concreto. A seguir apresenta-se uma descrição detalhada da UMAT implementada.

Sub-rotina UMAT

A subrotina UMAT permite a definição de leis constitutivas não oferecidas pelo Abaqus e, sendo assim, para que fosse possível realizar a análise considerando o comportamento linear com o modelo de dano de Mazars (1984) fez-se necessária a utilização desse recurso.

Para que o Abaqus entenda que uma UMAT será utilizada, alguns procedimentos são necessários. Primeiramente, na definição do material, deve-se escolher a opção *user material*, como mostra a Figura 40. Neste item determina-se os valores das variáveis de interesse as quais serão lidas pela sub-rotina e consideradas nos cálculos.

Deve-se ainda informar ao Abaqus quantas variáveis de estado serão utilizadas, como mostra a Figura 41. Essas variáveis são aquelas a serem atualizadas na sub-rotina e são armazenadas em um vetor chamado *depvar*, que deve ter uma dimensão compatível com a quantidade das mesmas.

Por último é necessário indicar ao Abaqus qual sub-rotina será utilizada e, para isso, basta indicar no *job*, na opção *user subroutine file*, a localização do arquivo com a UMAT a ser empregada como mostra a Figura 42. Dessa forma, quando submete-se o *job* para execução a sub-rotina é compilada e executada.

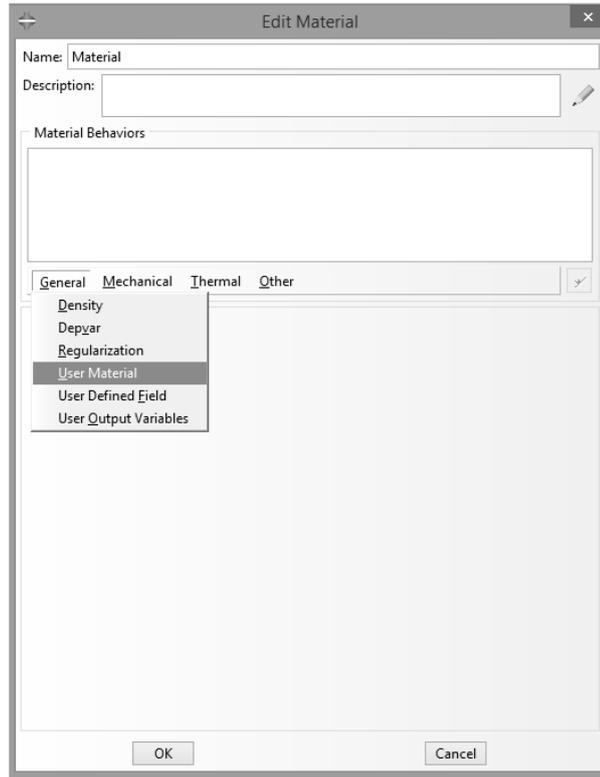


Figura 40 – Definição do material (extraído de Abaqus (2011)).

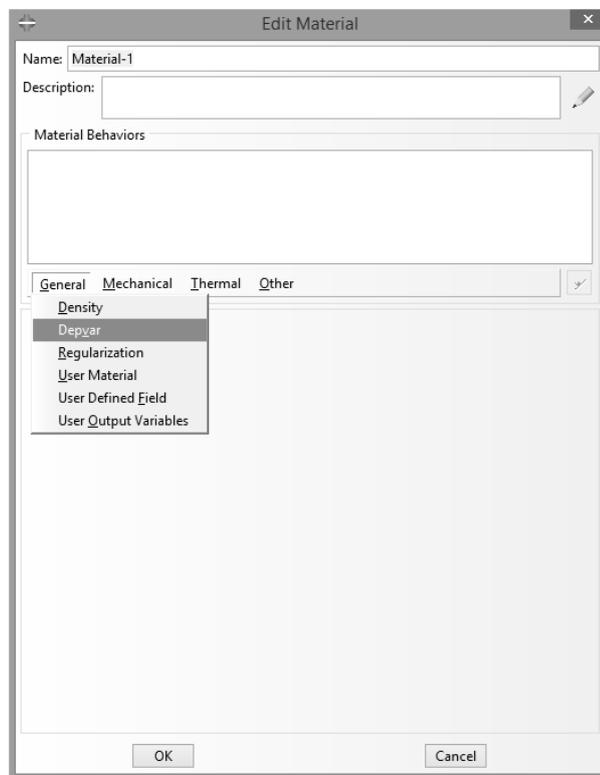


Figura 41 – Definição do número de variáveis de estado (extraído de Abaqus (2011)).

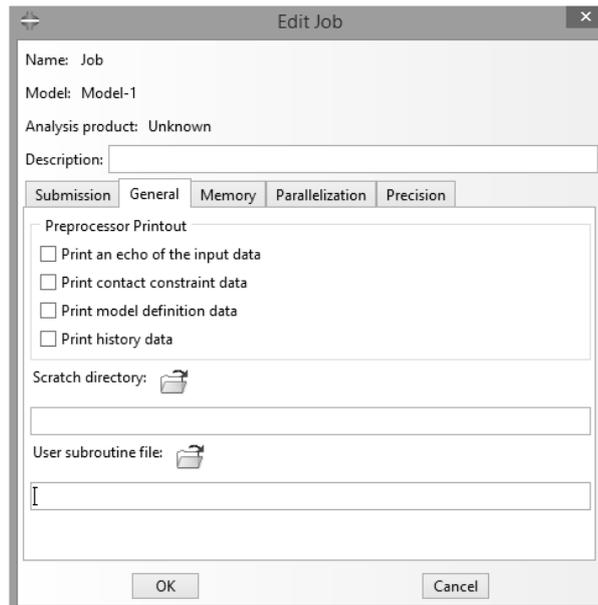


Figura 42 – Informação da sub-rotina a ser considerada (extraído de Abaqus (2011)).

Uma sub-rotina UMAT apresenta sempre a estrutura mostrada na Figura 43. Nos itens 1 e 3 tem-se, respectivamente, as variáveis internas da UMAT e suas dimensões. Tais variáveis funcionam como uma interface entre a sub-rotina e o Abaqus, uma vez que permitem transmitir e extrair informações do mesmo. O item 2 serve para carregar um arquivo instalado junto ao *software* que traz informações quanto ao tipo das variáveis especificadas no item 1. O item 4 varia de acordo com as necessidades do usuário uma vez que é nele que a sub-rotina é, de fato, construída. Por último, no item 5, retorna-se ao Abaqus os resultados obtidos.

```

SUBROUTINE UMAT (STRESS, STATEV, DDSDE, SSE, SPD, SCD,
1 RPL, DDSDDT, DRPLDE, DRPLDT,
2 STRAN, DSTRAN, TIME, DTIME, TEMP, DTEMP, PREDEF, DPRED, CMNAME,
3 NDI, NSHR, NTENS, NSTATV, PROPS, NPROPS, COORDS, DROT, PNEWDT,
4 CELENT, DFGRD0, DFGRD1, NOEL, NPT, LAYER, KSPT, KSTEP, KINC)
C
C   INCLUDE 'ABA_PARAM.INC'
C
CHARACTER*80 CMNAME
DIMENSION STRESS (NTENS), STATEV (NSTATV),
1 DDSDE (NTENS, NTENS), DDSDDT (NTENS), DRPLDE (NTENS),
2 STRAN (NTENS), DSTRAN (NTENS), TIME (2), PREDEF (1), DPRED (1),
3 PROPS (NPROPS), COORDS (3), DROT (3, 3), DFGRD0 (3, 3), DFGRD1 (3, 3)

user coding to define DDSDE, STRESS, STATEV, SSE, SPD, SCD
and, if necessary, RPL, DDSDDT, DRPLDE, DRPLDT, PNEWDT

RETURN
END

```

Figura 43 – Estrutura básica de uma sub-rotina UMAT (adaptado de Abaqus (2011)).

A UMAT utilizada neste trabalho, correspondente ao item 4 da Figura 43, foi escrita conforme os passos enunciados no fluxograma da Figura 44.

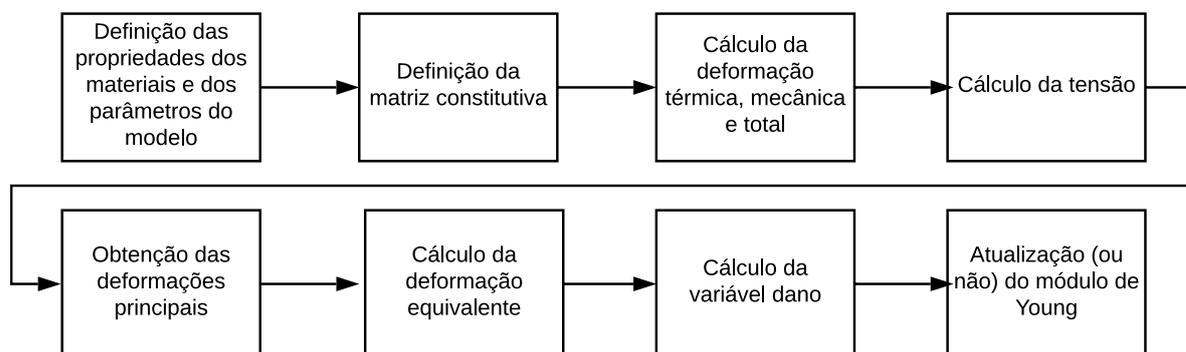


Figura 44 – Fluxograma da UMAT utilizada.

Inicialmente definiram-se as propriedades térmicas e mecânicas dos materiais necessárias à resolução do problema, quais sejam o módulo de Young, o coeficiente de Poisson, a temperatura inicial, o coeficiente de expansão térmica e os parâmetros do modelo de dano de Mazars (1984). Tais propriedades foram informadas no Abaqus pela opção *user material* e transferidas à sub-rotina através do vetor PROPS.

Em seguida, determinou-se a matriz constitutiva a ser considerada na resolução do problema proposto, preenchendo-se a variável DDSDD. Como a análise em questão era em estado plano de tensões, a matriz informada foi a mostrada na equação (2.47).

O passo seguinte consistiu no cálculo das deformações térmica, mecânica e total. A deformação térmica foi calculada segundo a equação (2.35), a deformação mecânica foi obtida diretamente do Abaqus, através do vetor STRAN e, por último, a deformação total foi encontrada pelo somatório das anteriores.

O próximo procedimento foi calcular a tensão através da matriz constitutiva e das deformações térmica e mecânica conforme a equação (2.34), preenchendo-se assim o vetor STRESS.

Prosseguiu-se com a obtenção das deformações principais através da função SPRINC (Abaqus, 2011) para que fosse possível definir a deformação equivalente e então verificar se $\tilde{\epsilon} \geq \epsilon_{d0}$, avaliando-se assim se o material estava ou não danificado. Com isso, calculou-se a variável dano a qual se mantinha com o valor zero se a desigualdade acima não fosse verificada ou admitia um valor segundo a equação (2.59), caso contrário.

Por último, o módulo de Young era atualizado segundo a equação (2.56). Vale lembrar que no caso da variável dano se manter nula o módulo de Young permanecia inalterado.

4 Resultados

De maneira geral pode-se dizer que os resultados produzidos por este estudo foram avaliados em duas etapas. Primeiramente, com a implementação do modelo térmico foi possível obter o campo de temperaturas atuante na seção do corpo de prova considerada. A partir daí, realizou-se uma análise inversa para determinação das propriedades de material desconhecidas para, em seguida, implementar um modelo mecânico que permitisse avaliar o dano no concreto. Nesta fase fez-se necessária a resolução de outro problema inverso para determinação dos parâmetros do modelo de Mazars (1984) e, além disso, foi preciso implementar uma subrotina UMAT para que o modelo desejado fosse considerado.

A segunda parte da análise consistiu na avaliação da influência do diâmetro dos agregados no processo de dano do concreto. Para isso, considerou-se as mesmas propriedades de materiais e os mesmos parâmetros de Mazars (1984) empregados anteriormente. Contudo, ao invés de se considerar que a disposição dos agregados na seção do corpo de prova obedecia a uma distribuição granulométrica obtida experimentalmente, adotou-se agregados de diâmetro constantes $4mm$, $8mm$, $16mm$ e $32mm$, gerando-se assim quatro seções a serem avaliadas.

4.1 Avaliação do dano no concreto submetido a temperaturas elevadas

Para avaliar o comportamento termomecânico do concreto via modelo de dano de Mazars (1984) o primeiro passo foi desenvolver um modelo térmico no Abaqus para se obter o campo de temperaturas atuante na seção.

A Figura 45 mostra a distribuição uniforme da temperatura inicial $T_0 = 293,15K$ e o campo de temperaturas obtido para $T = 573,15K$, $T = 723,15K$ e $T = 873,15K$ para os modelos bifásico e trifásico e nela optou-se por não figurar a malha para melhor visualização dos resultados. Ressalta-se que a distribuição para os dois modelos foi idêntica uma vez que, apesar da zona de transição na interface, considerou-se a mesma disposição de agregados em ambos os casos. Além disso, na análise térmica as propriedades da zona de transição na interface são

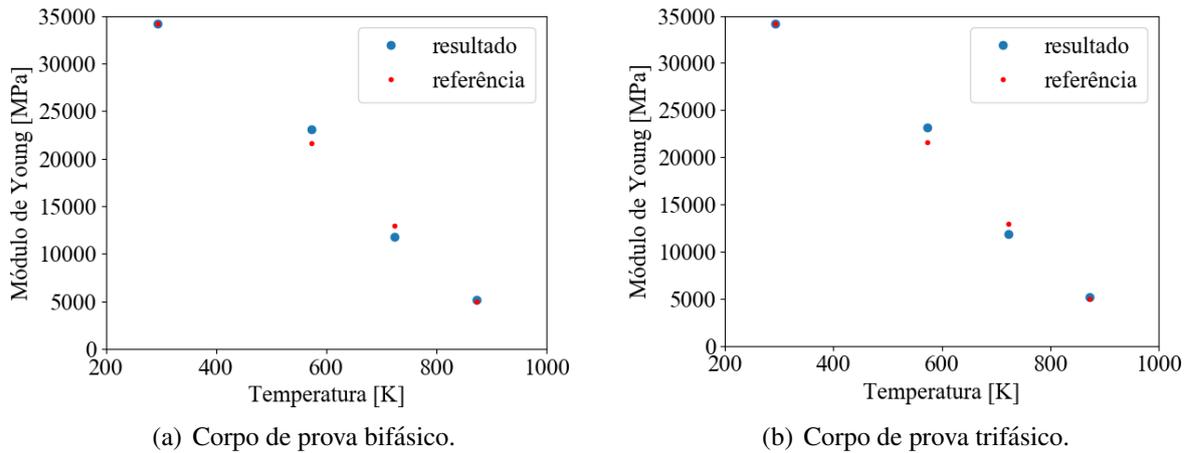


Figura 46 – Módulo de Young obtido numericamente com os parâmetros ajustados e módulo de Young experimental.

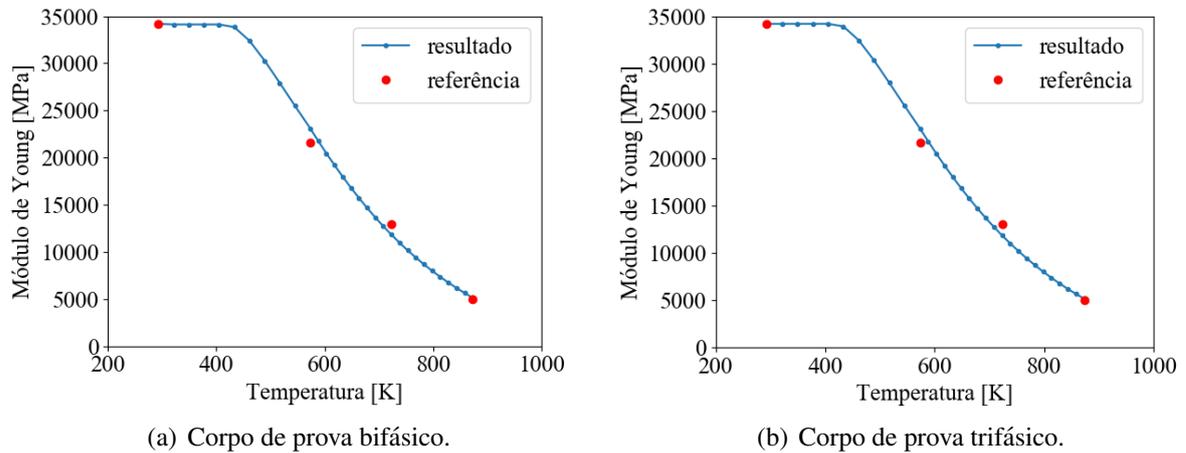


Figura 47 – Redução do módulo de Young com a temperatura considerando-se o modelo de dano de Mazars (1984).

Além disso, como já mencionado, neste trabalho consideraram-se as diferentes fases do material concreto e, sendo assim, foi possível avaliar como o módulo de Young de cada fase decresceu com o aumento da temperatura, como mostra a Figura 48. Nota-se que apesar do módulo de Young inicial ser diferente em todas as fases, os valores desta propriedade para a argamassa e para os agregados convergiu para um valor semelhante, na temperatura máxima. Por outro lado, para a zona de transição na interface o valor permaneceu inferior aos demais, o que pode ser justificado pelo seu módulo de Young inicial ser bem menor que o das outras fases.

A Figura 49 traz esse mesmo resultado normalizado, permitindo-se concluir que o dano na zona de transição na interface foi ligeiramente menor que na argamassa e que este, por sua vez, foi ligeiramente menor que nos agregados. Contudo, as diferenças observadas foram

mínimas e, além disso, é importante considerar que a Figura 49, do mesmo modo que todos os demais gráficos apresentados, mostra os valores obtidos pela média ponderada do módulo de Young em todos os elementos da malha e, portanto, representam um resultado global e não local.

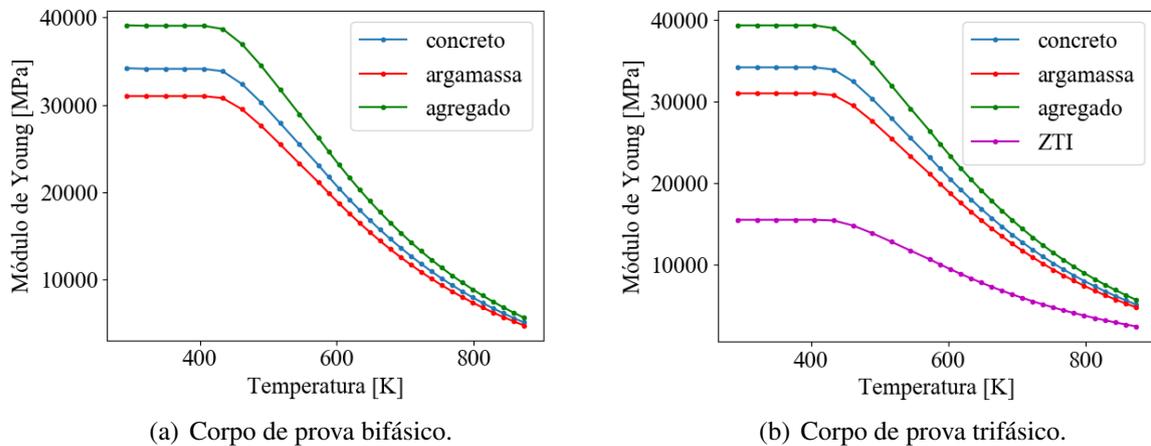


Figura 48 – Redução do módulo de Young com a temperatura considerando-se o modelo de dano de Mazars (1984), para cada fase.

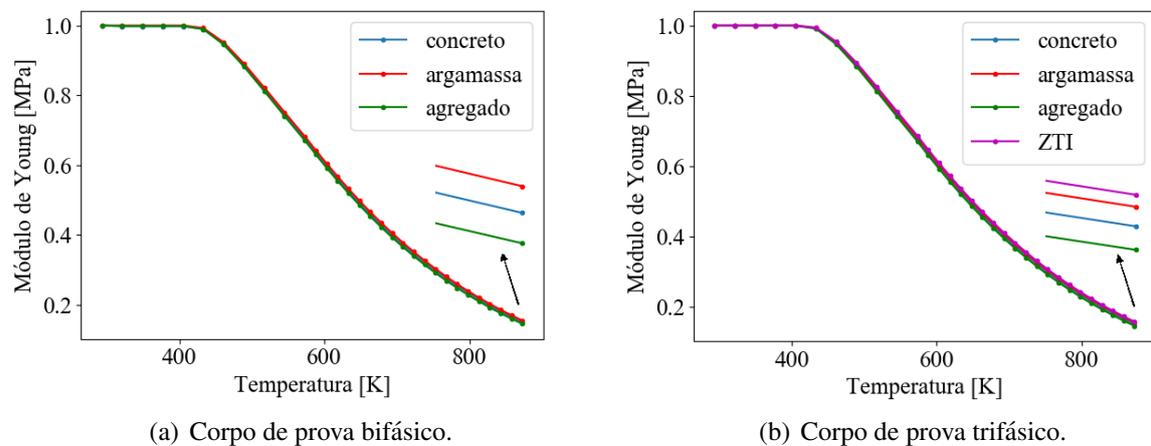


Figura 49 – Normalização da redução do módulo de Young com a temperatura considerando-se o modelo de dano de Mazars (1984), para cada fase.

Outra questão a ser analisada é a relação entre o módulo de Young e o dano. Pela equação (2.56) sabe-se que esta relação é linear, como bem comprova a Figura 50. Este gráfico permite concluir ainda que, apesar das diferenças nas propriedades das fases consideradas, quando avaliamos os resultados globalmente concluímos que a degradação foi semelhante em todos os materiais.

A Figura 51 traz o mapa do módulo de Young nos modelos bifásico e trifásico para as quatro temperaturas e, ao contrário dos gráficos, permite avaliar os resultados localmente.

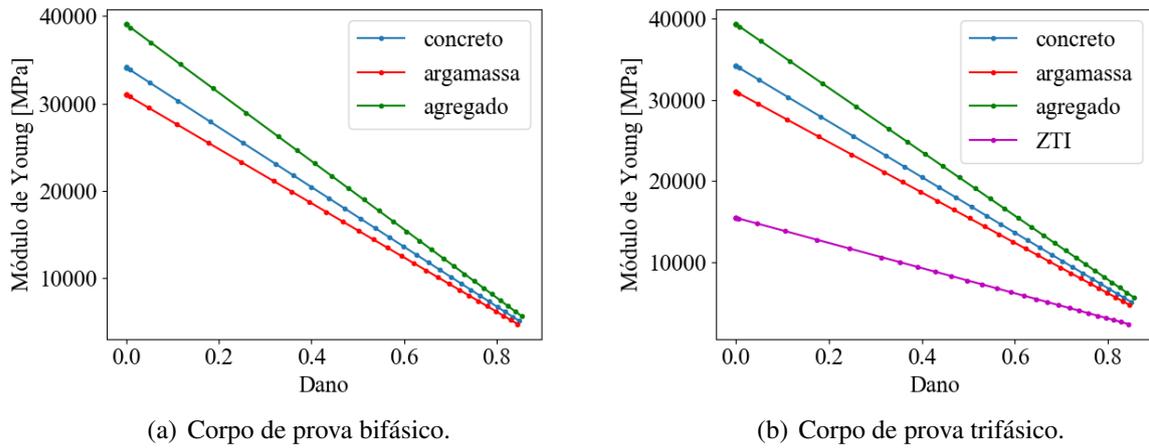


Figura 50 – Relação entre o módulo de Young e o dano considerando-se o modelo de dano de Mazars (1984), para cada fase.

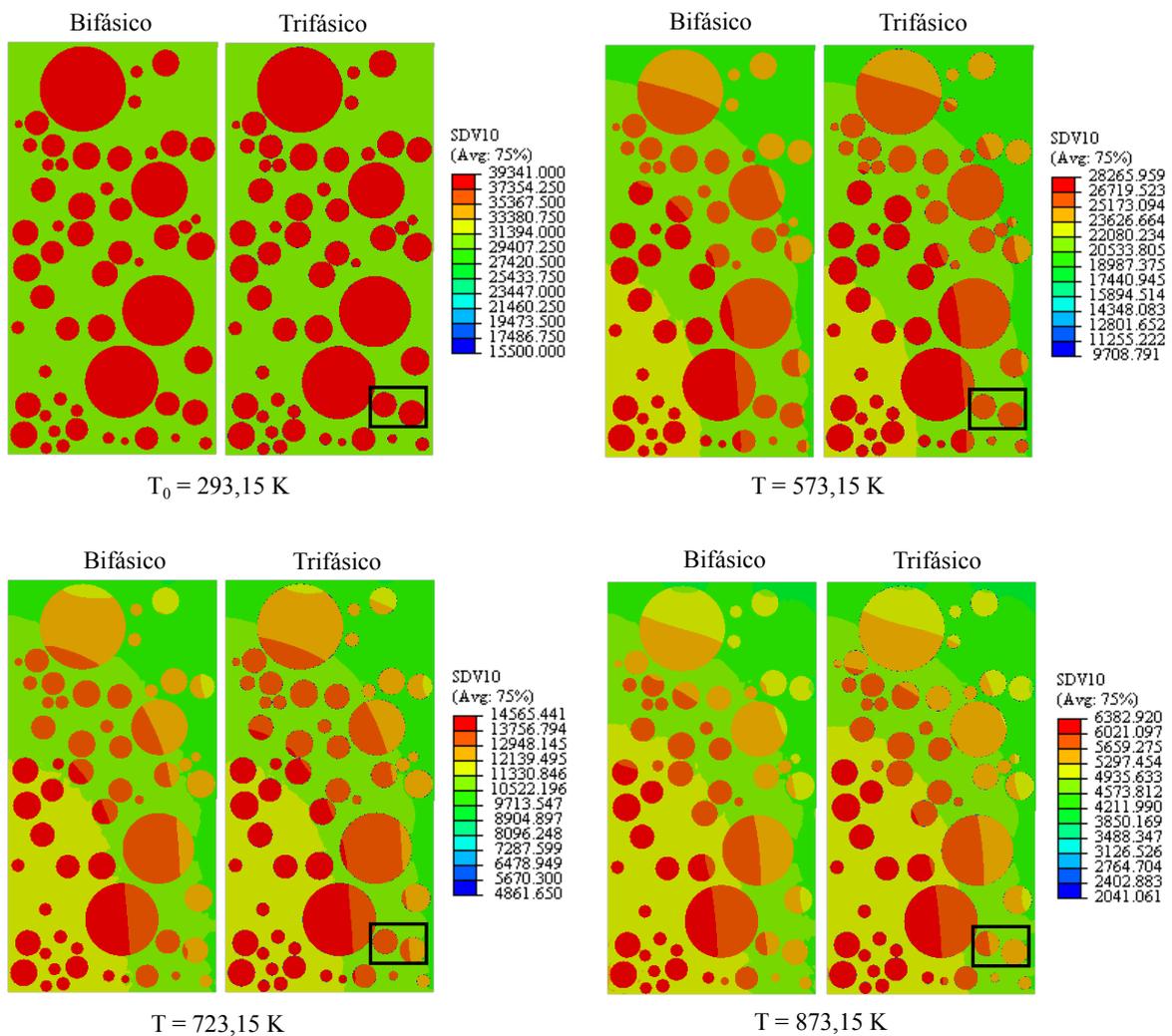


Figura 51 – Módulo de Young obtido com o modelo de dano de Mazars (1984).

Como era esperado, nota-se que a maior redução no módulo de Young ocorreu na lateral direita e no topo da seção considerada, corroborando com o fato de que estas regiões eram as de máxima temperatura tendo em vista que a carga térmica foi aplicada nestas arestas.

Além disso, comparando-se os resultados obtidos para os modelos bifásico e trifásico, sobretudo para os agregados, conclui-se que em uma mesma região a redução do módulo de Young no modelo bifásico foi maior que no modelo trifásico. Isso porque, ao considerarmos uma região mais fraca e mais suscetível à degradação, a zona de transição na interface, o dano tende a ser parcialmente absorvido por ela e, conseqüentemente, reduzido nas demais regiões.

Nos mapas do modelo trifásico o módulo de Young ao redor dos agregados é menor devido à presença da zona de transição na interface. No entanto, essa percepção é dificultada devido à fina espessura de tal fase. A Figura 52 mostra esse resultado para as regiões destacadas na Figura 51, aumentadas cerca de 50 vezes.

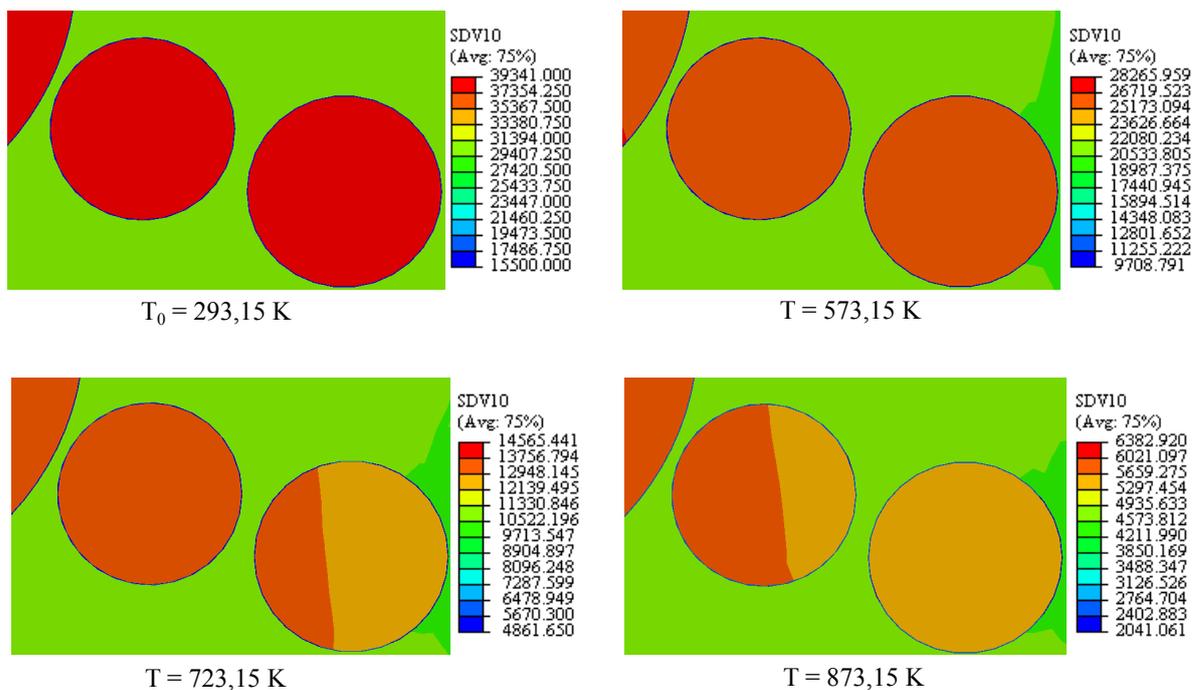


Figura 52 – Módulo de Young nas regiões destacadas no corpo de prova trifásico, com o modelo de dano de Mazars (1984).

Por sua vez, a Figura 53 mostra a distribuição do dano nos modelos bifásico e trifásico, também para as quatro temperaturas avaliadas. Nela vê-se que no modelo bifásico o dano foi ligeiramente maior quando comparado ao modelo trifásico pelos mesmos motivos expostos na avaliação do mapa do módulo de Young. Pode-se ainda perceber que em uma mesma região o dano no agregado é superior ao verificado na argamassa, como já havia sido comprovado

através do gráfico da Figura 49. Além disso, observa-se também que as maiores magnitudes de dano ocorrem na lateral direita e no topo da seção considerada uma vez que essas regiões são as de máxima temperatura e, conseqüentemente, máximo deslocamento, como mostra a Figura 45.

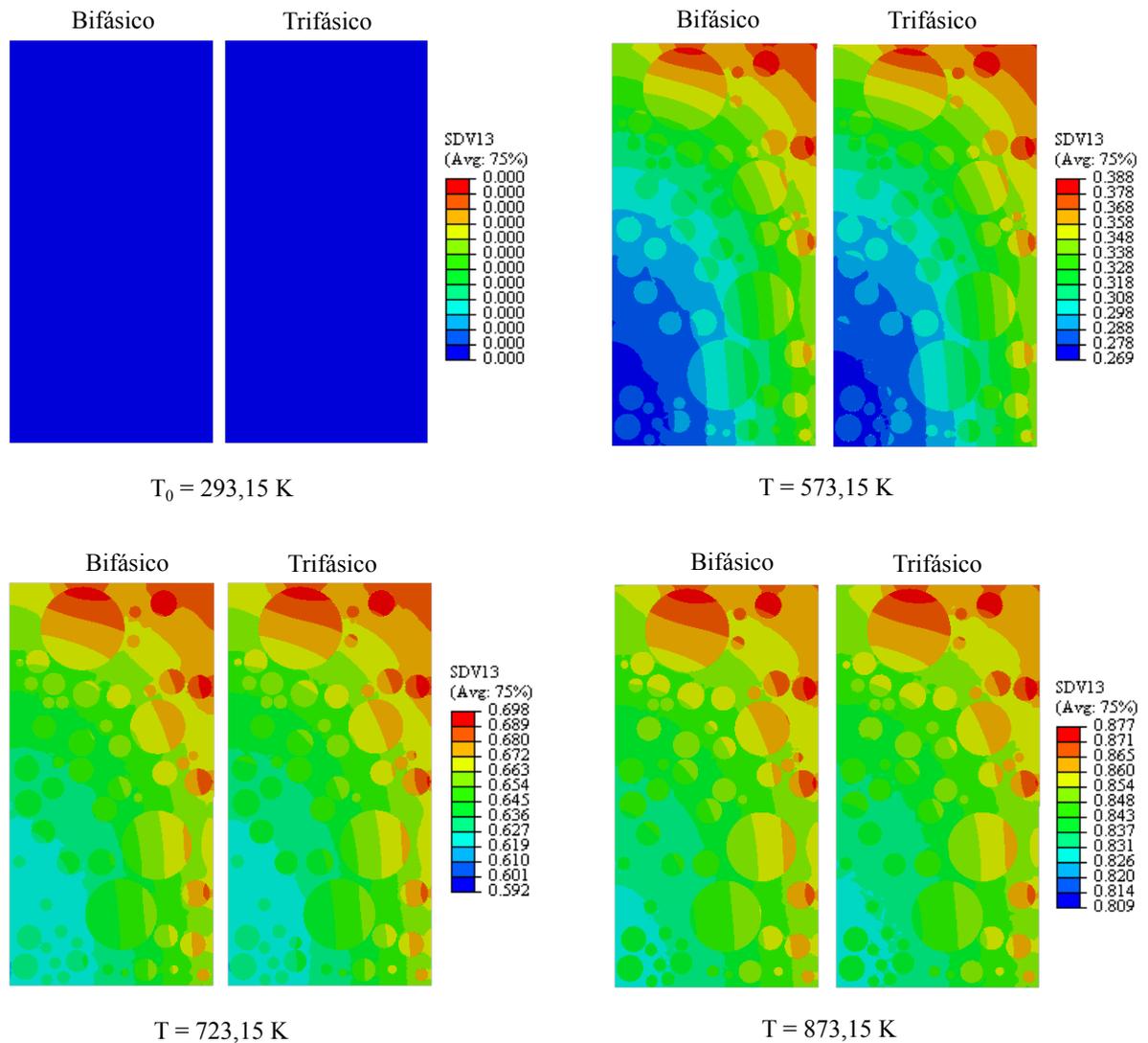


Figura 53 – Mapa de dano obtido com o modelo de dano de Mazars (1984).

Tanto na Figura 51 quanto na Figura 53 optou-se por não figurar a malha adotada para melhor visualização dos resultados. Além disso, ressalta-se que, em ambos os casos, as conclusões foram obtidas qualitativamente a partir da observação das distribuições obtidas no programa Abaqus.

4.2 Verificação da influência da granulometria dos agregados no dano do concreto submetido a temperaturas elevadas

Com a intenção de verificar a influência da dimensão dos agregados no processo de degradação do concreto foram propostas quatro seções com 40% de agregados de diâmetro fixo $4mm$, $8mm$, $16mm$ e $32mm$, como mostra a Figura 54 para o modelo bifásico e 55 para o modelo trifásico.

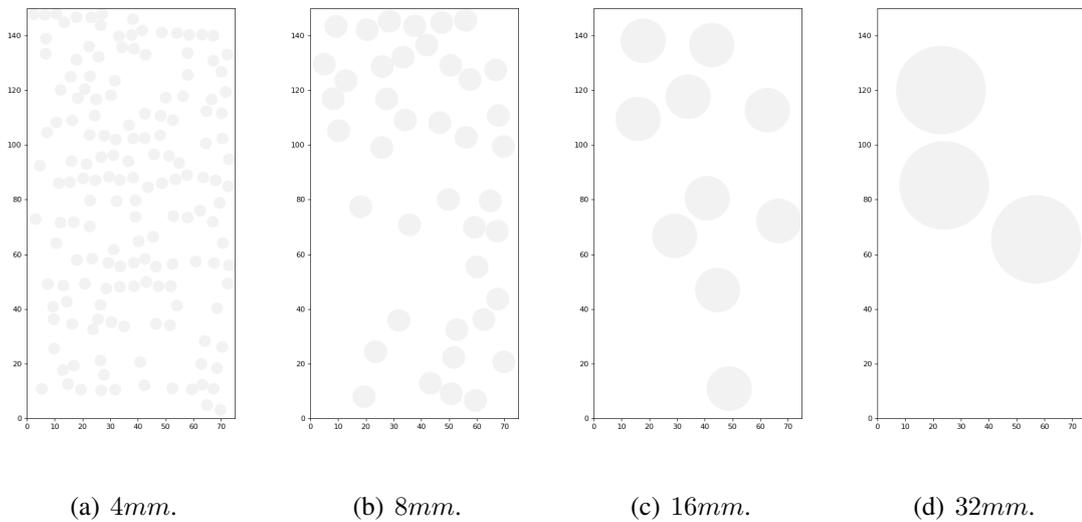


Figura 54 – Corpos de prova com diâmetro dos agregados fixos para o modelo bifásico.

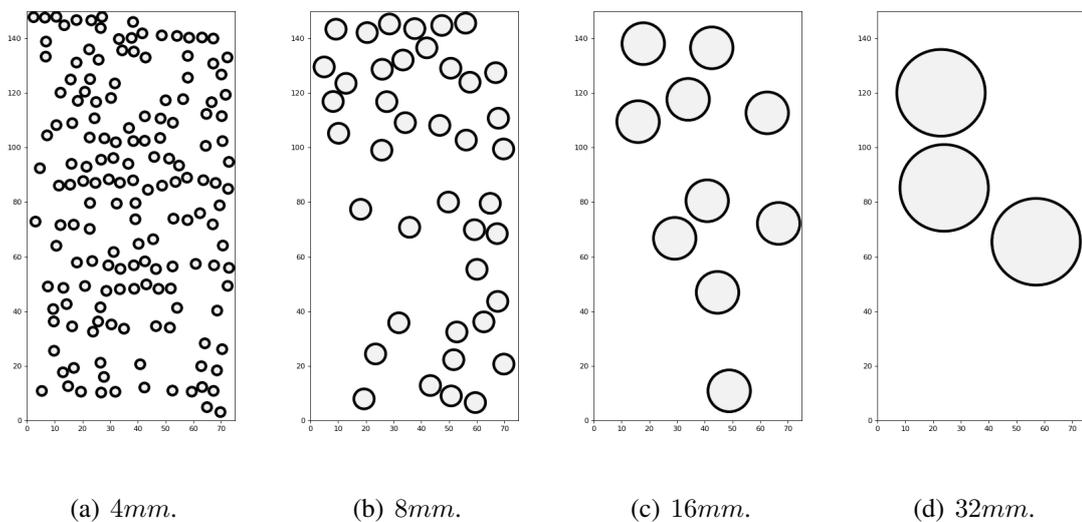


Figura 55 – Corpos de prova com diâmetro dos agregados fixos para o modelo trifásico.

Ressalta-se que a distribuição dos agregados neste caso foi feita da mesma forma que no modelo proposto para o ajuste dos parâmetros de Mazars (1984), com a diferença que ao invés de se adotar a curva granulométrica experimental considerou-se todos os agregados do mesmo tamanho. Além disso, sabe-se que as distribuições aqui propostas não representam concretos reais pois não são usuais traços com todos os agregados de um mesmo tamanho. Contudo, optou-se por adotá-las para que fosse possível verificar os efeitos da granulometria no processo de danificação do concreto.

Para esta análise consideraram-se as propriedades de material mostradas nas Tabelas 4 e 3. Por sua vez, para os parâmetros do modelo de Mazars (1984) adotaram-se os valores constantes na Tabela 5. Além disso, utilizaram-se as malhas M_3^{bi} e M_3^{tri} apresentadas na Figura 32.

Inicialmente desenvolveu-se um modelo térmico no Abaqus para a obtenção do campo de temperaturas. A Figura 56 mostra os resultados obtidos para a temperatura máxima aplicada nos modelos bifásico e trifásico. Como observado nos modelos gerados com a curva granulométrica, a distribuição térmica para os modelos bifásico e trifásico foi idêntica. Além disso, pode-se perceber também que o campo de temperaturas foi semelhante nos quatro diâmetros adotados. Aqui optou-se também por não representar a malha para melhor visualização dos resultados.

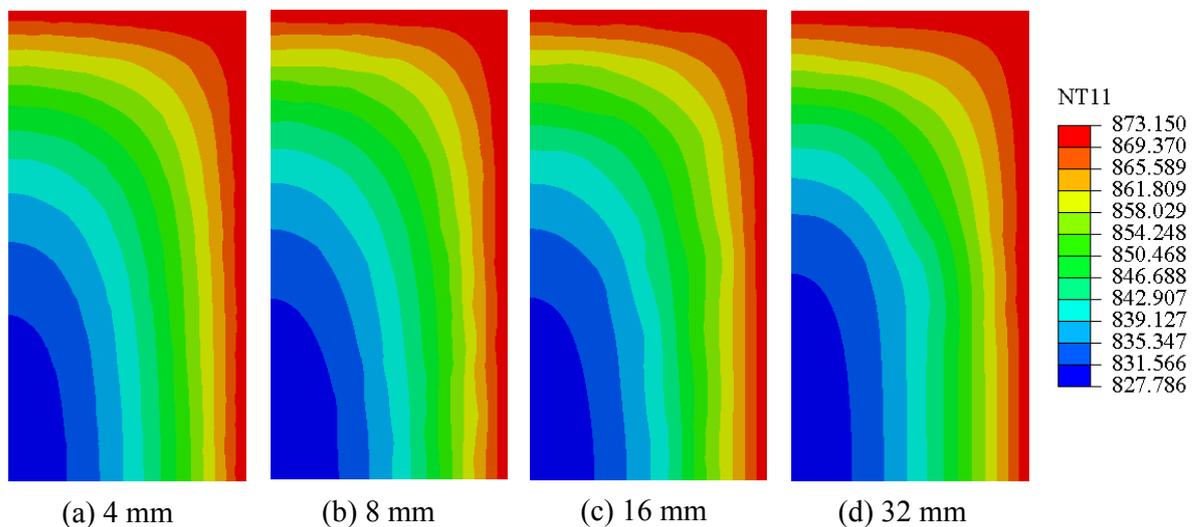


Figura 56 – Campo de temperaturas obtido para os modelos bifásico e trifásico, para $T = 873,15K$.

Em seguida, avaliou-se a relação entre o módulo de Young e a temperatura para os quatro diâmetros propostos, nos dois modelos, como mostra a Figura 57. Pode-se observar que

apesar dos valores iniciais serem ligeiramente diferentes, tanto no caso bifásico quanto no caso trifásico o módulo de Young convergiu para um valor final praticamente igual independente da granulometria. Cabe destacar que a Figura 57 traz os resultados avaliados globalmente.

Quanto ao modelo trifásico cabe salientar que a dimensão dos grãos influencia diretamente na área da zona de transição na interface. Como esta fase é representada por uma camada de espessura fixa ao redor dos agregados, entende-se que quanto maior a área superficial dessas partículas conseqüentemente maior será a zona de transição na interface. Essa relação foi, de fato, percebida no modelo computacional proposto pois, em ordem crescente de diâmetros, a área da zona de transição na interface foi $98,00mm^2$, $50,98mm^2$, $25,07mm^2$ e $14,86mm^2$. Contudo, por tais áreas serem pequenas quando comparadas à seção do corpo de prova, essas diferenças não impactaram significativamente no resultado final.

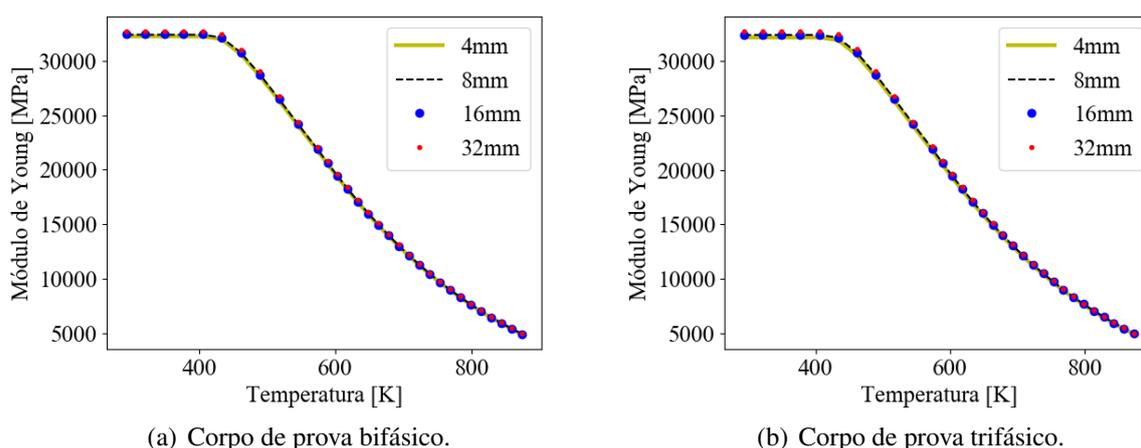


Figura 57 – Redução do módulo de Young com o dano para os quatro diâmetros considerados.

As Figuras 58 e 59 mostram os resultados obtidos para o módulo de Young na seção do corpo de prova para os quatro diâmetros considerados, em $T = 873,15K$.

Pela Figura 58 pode-se concluir qualitativamente que, para o modelo bifásico, a maior redução do módulo de Young da argamassa ocorreu no diâmetro de $4mm$, seguido por $16mm$, $32mm$ e $8mm$. Já para o módulo de Young do agregado percebe-se que a diminuição foi semelhante em todas as granulometrias.

Por outro lado, da Figura 59 nota-se, também qualitativamente, que o maior decréscimo do módulo de Young da argamassa novamente aconteceu no diâmetro de $4mm$, sendo semelhante nas demais granulometrias. Do mesmo modo que no modelo bifásico, para o módulo de Young do agregado percebe-se que a diminuição foi parecida em todas as distribuições.

Comparando-se as Figuras 58 e 59, diâmetro a diâmetro, nota-se que de maneira geral a maior redução do módulo de Young ocorreu para os modelos bifásicos. Ressalta-se que nas análises feitas com a distribuição gerada via curva granulométrica chegou-se a essa mesma conclusão.

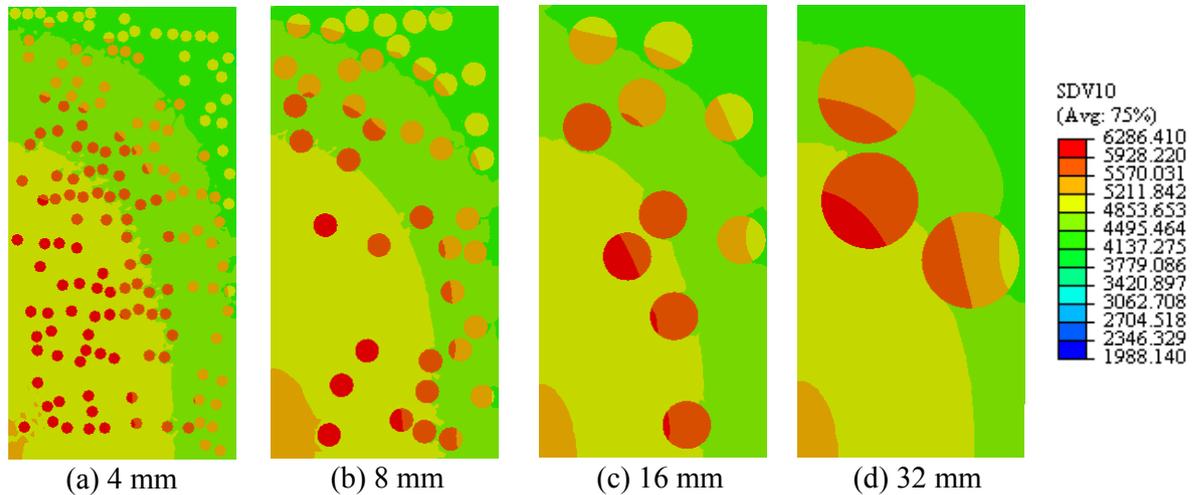


Figura 58 – Módulo de Young obtido para $T = 873, 15K$, nos modelos bifásicos, com o modelo de dano de Mazars (1984).

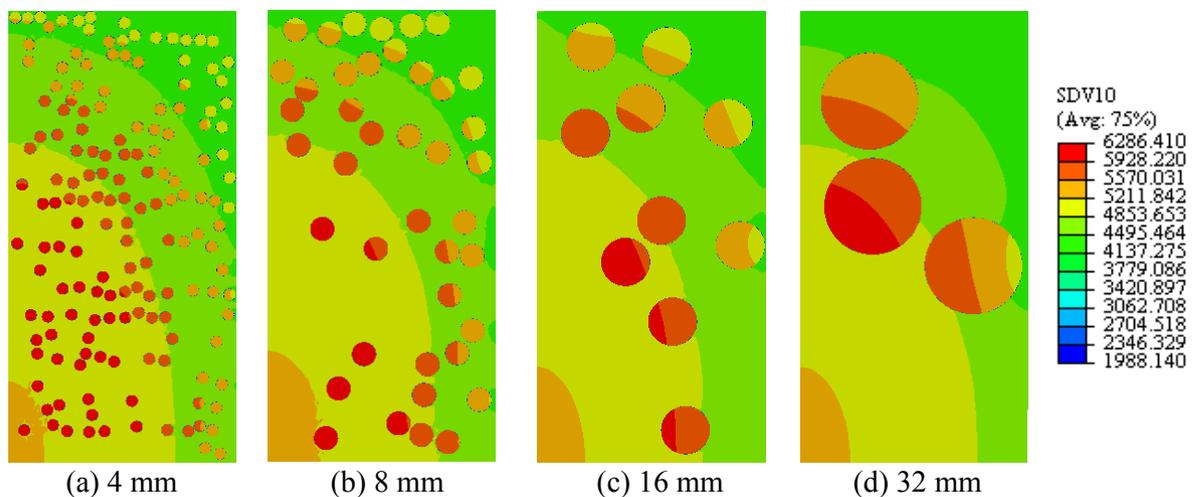


Figura 59 – Módulo de Young obtido para $T = 873, 15K$, nos modelos trifásicos, com o modelo de dano de Mazars (1984).

As Figuras 60 e 61 mostram os resultados obtidos para o dano na seção do corpo de prova para os quatro diâmetros considerados, em $T = 873, 15K$.

Da Figura 60 pode-se inferir visualmente que, para a argamassa, o dano foi maior em 4mm seguido por 16mm, 32mm e 8mm. Em contrapartida, para os agregados percebe-se que o comportamento variou pouco em função da granulometria.

Por sua vez, a Figura 61 permite observar que na argamassa o maior dano ocorreu para 4mm , enquanto para os outros diâmetros o comportamento foi similar. Em relação aos agregados nota-se que a magnitude do dano foi semelhante nos quatro casos.

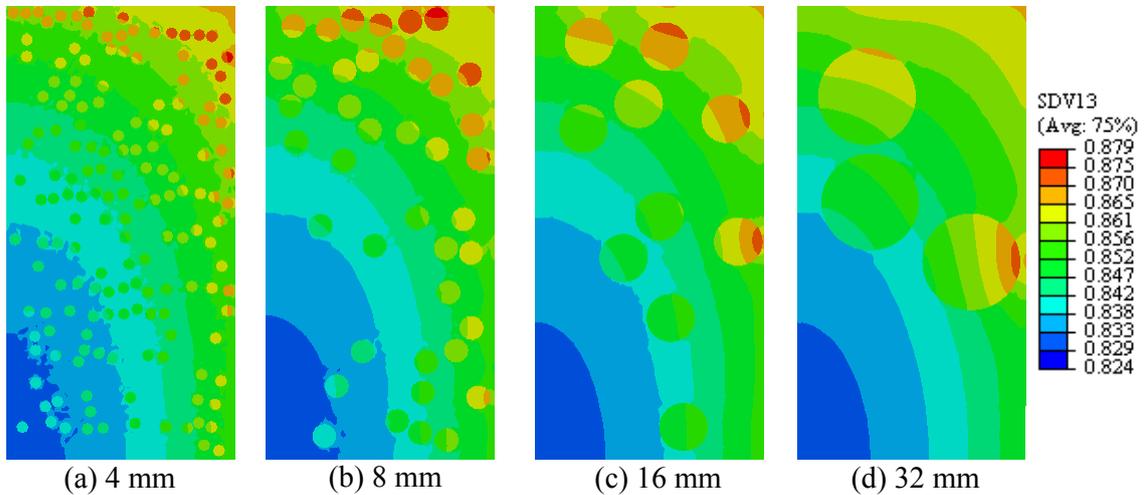


Figura 60 – Mapa de dano obtido para $T = 873, 15K$, nos modelos bifásicos, com o modelo de dano de Mazars (1984).

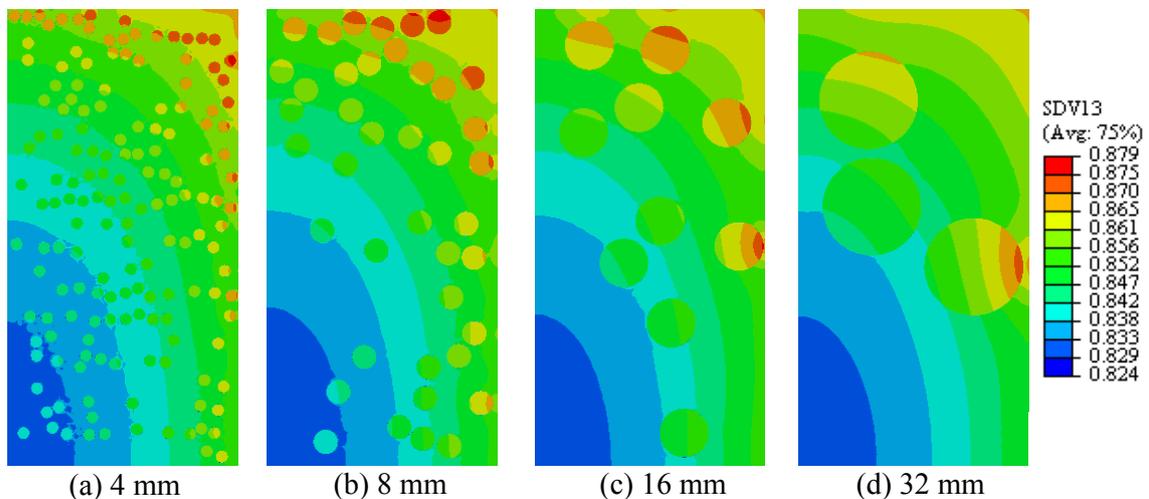


Figura 61 – Mapa de dano obtido para $T = 873, 15K$, nos modelos trifásicos, com o modelo de dano de Mazars (1984).

Ressalta-se que as diferenças observadas foram muito sutis e que as conclusões obtidas estão baseadas em análises qualitativas a partir da observação das distribuições geradas no programa Abaqus.

5 Conclusão

O presente trabalho alcançou os objetivos inicialmente propostos: o modelo de dano de Mazars (1984) para o problema de expansão térmica foi implementado no *software* Abaqus, através da sub-rotina de usuário UMAT, permitindo verificar como o aumento da temperatura influencia no dano do concreto e, conseqüentemente, no módulo de Young do material; além disso, foram propostos modelos com agregados de diâmetro fixo que permitiram avaliar como a dimensão dos agregados interfere no módulo de Young do concreto.

Pode-se dizer que o primeiro objetivo proposto foi alcançado satisfatoriamente uma vez que os resultados obtidos estão de acordo com a teoria do modelo de Mazars (1984) e conseguiram representar os dados experimentais de Razafinjato (2015) com erros da ordem de 5%, que são relativamente pequenos. Vale ressaltar que os dados dos quais se dispunha eram referentes a apenas quatro temperaturas enquanto pela curva obtida numericamente foi possível avaliar o módulo de Young em qualquer ponto, entre as temperaturas máxima e mínima consideradas.

Em relação ao último objetivo pode-se dizer que o mesmo foi alcançado parcialmente pois apesar de terem sido feitos modelos com agregados de diâmetro fixos para avaliar de que maneira a granulometria influencia no processo de deterioração do concreto, os resultados obtidos permitiram realizar apenas análises qualitativas e pouco conclusivas. Contudo, na seção 2.1 comprovou-se através dos trabalhos de Nince e De Figueiredo (2005), Kong e Sanjayan (2008), Pan *et al.* (2012), Ali *et al.* (2018) e Jansson e Boström (2007) que essa questão ainda é um tema controverso na comunidade científica e, dessa forma, pode-se dizer que as análises feitas neste trabalho podem contribuir para o esclarecimento do tema.

Cabe ressaltar que a falta de dados experimentais mais completos foi um fator dificultador para a realização deste estudo. Em vários momentos foi necessário recorrer a referências normativas ou de outros autores, ou ainda a artifícios computacionais para a determinação de propriedades desconhecidas e necessárias. Além disso, os dados disponíveis eram referentes a apenas um valor de módulo de Young para cada temperatura e sabe-se que para dados experimentais serem considerados confiáveis é ideal que se disponha de um conjunto mais significativo de valores. Dessa forma, a realização de ensaios experimentais que ofereçam dados mais completos e confiáveis podem contribuir para a melhoria dos resultados.

Outra questão é que os resultados apresentados comprovaram que a zona de transição na interface foi pouco influente. Neste trabalho, a diferença desta fase em relação aos agregados e à argamassa foi representada apenas pelo valor do módulo de Young. No entanto, sabe-se que essa região apresenta outras características distintas das demais tais como o tamanho e a concentração dos compostos cristalinos oriundos do processo de hidratação do cimento, a relação água/cimento e a porosidade, fatores estes que não foram admitidos neste estudo. Sendo assim, aprimoramentos no modelo proposto tais como o acoplamento hídrico ou a consideração de modelos de fissuração, também podem ser realizados posteriormente para que conclusões mais significativas sejam obtidas.

Por último, é válido dizer que o modelo de Mazars (1984) foi implementado para um problema particular, no qual considera-se geometrias bidimensionais submetidas à expansão térmica. Sendo assim, a implementação de uma sub-rotina na qual o modelo de Mazars (1984) seja considerado em sua forma geral, para qualquer tipo de problema, também seria um avanço em relação ao trabalho realizado até o momento.

Referências

- Abaqus, 2011. Abaqus documentation. www.sharcnet.ca/Software/Abaqus/6.11.2 (acesso em 05 de maio de 2018).
- ABNT, 2003. NBR NM 248: Agregados - Determinação da composição granulométrica. Rio de Janeiro.
- ABNT, 2005. NBR 15220-2: Desempenho de edificações - Parte 2 - Método de cálculo da transmitância térmica, da capacidade térmica, do atraso térmico e do fator solar de elementos e componentes de edificações. Rio de Janeiro.
- ABNT, 2009. NBR 7211: Agregados para concreto - Especificação. Rio de Janeiro.
- ABNT, 2011. NBR 9935: Agregados - Terminologia. Rio de Janeiro.
- ABNT, 2018. NBR 16697: Cimento Portland - Requisitos. Rio de Janeiro.
- Ali, A. Z. M., Sanjayan, J. G., Guerrieri, M., 2018. Specimens size, aggregate size and aggregate type effect on spalling of concrete in fire. *Fire and Materials*. Vol. 42, p. 59–68.
- Álvares, M., 1993. Um modelo de dano para o concreto: formulação, identificação paramétrica e aplicação com o emprego do método dos elementos finitos. Dissertação de Mestrado, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos.
- Amaral, R. O., 2011. Simulação do comportamento de estruturas de concreto submetidas a incêndios. Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora.
- Amaral, R. O., 2014. Análise computacional termo-mecânica de estruturas de concreto sujeitas a temperaturas elevadas. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora.
- Assis, L. S., 2016. Análise computacional de estruturas de concreto empregando o modelo de dano de Mazars em uma subrotina UMAT no Abaqus. Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora.

Bamont, P., Gambarova, P. G., 2014. Properties of concrete subjected to extreme thermal conditions. *Journal of Structural Fire Engineering*. Vol. 5, p. 47–62.

Bonifácio, A. L., 2017. Estratégia computacional para avaliação de propriedades mecânicas de concreto de agregado leve. Tese de Doutorado, Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora.

Brekelmans, W. A. M., Scheurs, P. J. G., de Vree, J. H. P., 1992. Continuum damage mechanics for softening of brittle materials. *Acta Mechanica*. Vol. 93, p. 133–143.

Carneiro, A. M. P., 1999. Contribuição ao estudo da influência do agregado nas propriedades de argamassas compostas a partir de curvas granulométricas. Dissertação de Mestrado, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo.

CBIC, 2018. Consumo anual de cimento. www.cbicdados.com.br (acesso em 07 de novembro de 2018).

Driemeier, L., 1995. Considerações sobre a fadiga em metais e o comportamento do concreto sob solitação cíclica. Dissertação de Mestrado, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos.

Engl, H. W., Hanke, M., Neubauer, A., 1996. Regularization of inverse problems. Editora Kluwer Academic Publishers Group, Dordrecht, Holanda.

Ferreira, A. P. G., 2011. Modelagem dos fenômenos de transporte termo-hídricos em meios porosos submetidos a temperaturas elevadas: aplicação a uma bicamada rocha-concreto. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora.

G1, 2018. O que se sabe sobre o incêndio no museu nacional, no Rio. g1.globo.com (acesso em 09 de novembro de 2018).

Garcia, P. H., 2017. Abordagem inversa para obtenção de propriedades mecânicas dos agregados em concretos leves por meio de simulação computacional. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora.

Inojosa, L. S. P., Buzar, M. A. R., 2010. O sistema estrutural na obra de Oscar Niemeyer em Brasília. *Mecânica Computacional*. Vol. 29, p. 9903–9927.

Jansson, R., Boström, L., 2007. Experimental study of the influence of polypropylene fibres on material properties and fire spalling of concrete. *Fire Design of Concrete Structures-From Materials Modelling to Structural Performance*.

Ju, J. W., 1990. Isotropic and anisotropic damage variables in continuum damage mechanics. *Journal of Engineering Mechanics*. Vol. 116, nº12, p. 2764–2770.

Junior, E. R., 2015. *Propriedades dos materiais constituintes do concreto. Especialize*. Vol. 1.

Kong, D. L. Y., Sanjayan, J. G., 2008. Damage behavior of geopolymer composites exposed to elevated temperatures. *Cement and Concrete Composites*. Vol. 30, nº10, p. 986–991.

Kreith, F., 1973. *Princípios da Transmissão de Calor*. Editora Edgard Blucher LTDA, São Paulo.

Lara, L. A. M., 2013. *Materiais de Construção*. Vol. 1. Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia, Minas Gerais, Campus Ouro Preto.

Larson, M. G., Bengzon, F., 2013. *The finite element method: theory, implementation, and applications*. Vol. 10. Editora Springer, Heidelberg, Alemanha.

Lemaitre, J., Chaboche, J. L., 1990. *Mechanics of solid materials*. Editora Cambridge University, Cambridge, Reino Unido.

Lemaitre, J., Desmorat, R., 2005. *Engineering Damage Mechanics - Ductile, Creep, Fatigue and Brittle Failures*. Editora Springer, Berlim, Alemanha.

Lemaitre, J., Dufailly, J., 1987. Damage measurements. *Engineering Fracture Mechanics*. Vol. 28, nº4/nº6, p. 643–661.

Lima, R. C. A., Kirchhof, L. D., Casonato, C. A., Silva Filho, L. C. P., 2004. Efeito de altas temperaturas no concreto. *II Seminário de Patologias das edificações*, Porto Alegre.

Manzoli, O. L., Rodrigues, E. A., Claro, G. K. S., Motta, C. E. Q., 2010. Simulação do comportamento não linear de materiais quase-frágeis via elementos finitos com fissura embebida. *Mecânica Computacional*. Vol. 29, p. 5341–5356.

Maso, J. C., 1980. *Proceedings of the Seventh International Congress on the Chemistry of Cements*. Vol. 13, nº4. Editora New Delhi : Cement Research Institute of India, Paris, França.

Mazars, J., 1984. Application de la mecanique de l'endommagement au comportement non lineaire et a la rupture du beton de structure. Tese de Doutorado, Université Pierre et Marie Curie, Paris, França.

Mazars, J., Lemaitre, J., 1984. Application of continuous damage mechanics to strain and fracture behavior of concrete. *Application Of Fracture Mechanics to Cementitious Composites.*, p. 375–378.

Mehta, P. K., Monteiro, P. J. M., 2008. *Concreto: Microestrutura, Propriedades e Materiais*. Editora Ibracon, São Paulo.

Mendes, J. C., 2014. Modelagem computacional de concreto leve utilizando o programa CAST3M. Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora.

Morales, G., Campos, A., Faganello, A. M. P., 2011. A ação do fogo sobre os componentes do concreto. *Semina: Ciências Exatas e Tecnológicas*. Vol. 32, nº1, p. 47–55.

Nelder, J. A., Mead, R., 1965. A simplex method for function minimization. *The Computer Journal*. Vol. 7, p. 308–313.

Neville, A. M., 1997. *Propriedades do concreto*. Editora Pini, São Paulo.

Nince, A. A., De Figueiredo, A. D., 2005. The influence of aggregate size in the risk of spalling in normal and high-strength concrete subjected to hydrocarbon fire. *Proceedings of International Conference on Concrete for Structure*.

Pan, Z., Sanjayan, J. G., Kong, D. L. Y., 2012. Effect of aggregate size on spalling of geopolymer and portland cement concretes subjected to elevated temperatures. *Construct Build Mater*. Vol. 36, p. 365–372.

Pedroso, F., 2009. *Concreto: as origens e a evolução do material construtivo mais usado pelo homem*. *Concreto e Construções*. Vol. 53, p. 14–19.

Penna, S. S., 2011. Formulação multipotencial para modelos de degradação elástica: unificação teórica, proposta de novo modelo, implementação computacional e modelagem de estruturas de concreto. Tese de Doutorado, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte.

Pituba, J. J. C., 1998. Estudo e aplicação e modelos constitutivos para o concreto fundamentados na mecânica do dano contínuo. Dissertação de Mestrado, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, São Paulo, Brasil.

Ramesh, G., Sotelino, E. D., Chen, W. F., 1996. Effect of transition zone on elastic moduli of concrete materials. *Cement and Concrete Research*. Vol. 26, nº4, p. 611–622.

Razafinjato, R. N., 2015. Comportement des bétons à haute température: influence de la nature du granulat. Tese de Doutorado, Université de Cergy-Pontoise, Paris, França.

Ribeiro, J. C. L., 2009. Desenvolvimento e aplicação de um sistema computacional via método dos elementos finitos do comportamento de estruturas de aço e mistas em situação de incêndio. Tese de Doutorado, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte.

Rossato, B. M., 2015. Estudo comparativo de uma edificação em estrutura metálica/concreto armado: estudo de caso. Monografia. Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria.

Simo, J. C., Ju, J. W., 1987. Strain- and stress-based continuum damage models. *International Journal of Solids and Structures*. Vol. 23, nº7, p. 821–840.

Soares, T. R. L., 2018. Análise e validação de um modelo termo-hídrico do concreto sob temperaturas elevadas. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora.

Souza, L. D. P., de Azerêdo, G. A., de Andrade Silva, F., 2018. Comportamento do concreto sob altas temperaturas via planejamento experimento fatorial com configuração estrela. *Ambiente Construído*. Vol. 18, nº1, p. 237–344.

Stewart, J., 2005. Cálculo. Vol. 1. Editora Pioneira, São Paulo.

Storn, R., Price, K., 1997. Differential evolution - a simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces. *Journal of Global Optimization*. Vol. 11, p. 341–359.

Veja, 2018. Prédio desaba durante incêndio no centro de São Paulo. veja.abril.com.br (acesso em 05 de maio de 2018).

Zhang, G., Luo, X., nd Zhenyang Zhu, Y. L., 2018. Influence of aggregates on shrinkage-induced damage in concrete. *Journal of Materials in Civil Engineering*. Vol. 30, nº11, p. 04018281.