

Universidade Federal de Juiz de Fora  
Instituto de Ciências Exatas / Faculdade de Engenharia  
Programa de Pós-Graduação em Modelagem Computacional

**Nicolas Lima Oliveira**

**Simulação em Dinâmica dos Fluidos Computacional de Hélices**

Juiz de Fora

2019

**Nicolas Lima Oliveira**

**Simulação em Dinâmica dos Fluidos Computacional de Hélices**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Modelagem Computacional da Universidade Federal de Juiz de Fora, na área de concentração em Modelagem Computacional, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Modelagem Computacional.

Orientador: Profa. Patricia Habib Hallak

Coorientador: Prof. Marco Aurélio Alves

Juiz de Fora

2019

Ficha catalográfica elaborada através do programa de geração automática da Biblioteca Universitária da UFJF, com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

Lima Oliveira, Nicolas.

Simulação em Dinâmica dos Fluidos Computacional em Hélices / Nicolas Lima Oliveira. -- 2019.

136 p.

Orientadora: Patrícia Habib Hallak

Coorientador: Marco Aurélio Alves

Dissertação (mestrado acadêmico) - Universidade Federal de Juiz de Fora, Faculdade de Engenharia. Programa de Pós Graduação em Modelagem Computacional, 2019.

1. Hélices. 2. Dinâmica dos fluidos computacional. 3. Eficiência. 4. OpenFOAM. 5. CFX. I. Habib Hallak, Patrícia, orient. II. Aurélio Alves, Marco, coorient. III. Título.

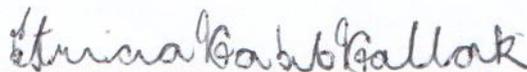
Nicolas Lima Oliveira

**Simulação em Dinâmica dos Fluidos Computacional de Hélices**

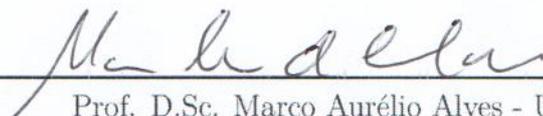
Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Modelagem Computacional da Universidade Federal de Juiz de Fora, na área de concentração em Modelagem Computacional, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Modelagem Computacional.

Aprovada em: 26 de fevereiro de 2019

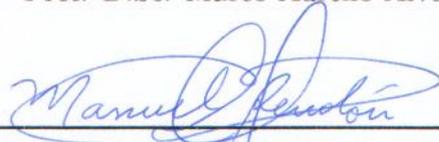
BANCA EXAMINADORA



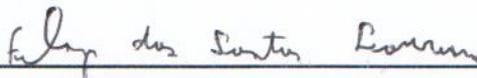
Prof.<sup>a</sup> D.Sc. Patrícia Habib Hallak - UFJF



Prof. D.Sc. Marco Aurélio Alves - UFJF



Prof. D.Sc. Manuel Arturo Rendon Maldonado - UFJF



Prof. D.Sc. Felipe dos Santos Loureiro - UFSJ

## **AGRADECIMENTOS**

Aos meus pais, Marcos e Dayse, à minha esposa, Laura, aos meus filhos, Nicolás e Eduardo, por todo o apoio e compreensão.

Aos meus professores orientadores, Patrícia e Marco, e também aos professores Felipe e Manuel, membros da banca examinadora.

Agradeço à UFJF (Universidade Federal de Juiz de Fora), ao PPGMC (Programa de Pós-Graduação em Modelagem Computacional) e ao MAC (Departamento de Mecânica Computacional e Aplicada) pelas diversas orientações. Agradeço também à CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior) pela concessão de bolsa de estudos durante o período integral do curso de mestrado.

## RESUMO

Hélices são dispositivos utilizados para conversão de potência de um motor em empuxo ou para a conversão de energia eólica em energia elétrica. São amplamente utilizadas para mover diversos sistemas de engenharia, como: aviões, helicópteros, VANTs, drones, barcos, balsas, navios, submarinos e até mesmo veículos terrestres. O presente trabalho se concentra no estudo de hélices aplicadas a sistemas de engenharia aeronáutica.

Este trabalho tem por objetivo estudar o desempenho de hélices através de dinâmica dos fluidos computacional (CFD - *Computational Fluid Dynamics*). São apresentadas quatro diferentes hélices, aplicáveis desde pequenas aeronaves não tripuladas (drones e aeromodelos) até aeronaves tripuladas.

Os experimentos numéricos realizados englobam a validação dos métodos e sua comparação com resultados experimentais obtidos de referências, previsão da influência de ventos de través na eficiência de hélices e influência de elementos geométricos (solo e eixo) em ensaios de bancada estática.

Palavras-chave: Eficiência de hélices; CFD; ANSYS; CFX; OpenFOAM.

## **ABSTRACT**

Propellers are devices used to convert power from a engine to thrust or to the conversion of wind energy into electricity. They are widely used to move various engineering systems, such as: airplanes, helicopters, UAVs, drones, boats, ferries, ships, submarines and even land vehicles. The present work focus on the study of propellers applied to aeronautical engineering systems.

This work aims to study the performance of propellers through computational fluid dynamics (CFD). Four different propellers were studied, since small propellers applicable on unmanned aircraft (drones and aircraft models) to manned aircraft.

The numerical experiments carried out included the validation of the methods and their comparison with reference experimental results, prediction of the influence of crosswinds on propeller efficiency and influence of geometric elements (ground and axis) on static bench tests.

Key-words: Propeller efficiency; CFD; ANSYS; CFX; OpenFOAM.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Moinho e parque eólico. Retirada de <a href="https://pt.wikipedia.org/wiki/Energia_eólica">https://pt.wikipedia.org/wiki/Energia_eólica</a> . . . . .	17
Figura 2 – Uma das primeiras hélices de passo variável, desenvolvida em 1909 por Chauvière. . . . .	18
Figura 3 – VANT Elbit. Retirada de <a href="https://www.ynetnews.com/PicServer5/2018/07/11/8651518/8651513199690640360no.jpg">https://www.ynetnews.com/PicServer5/2018/07/11/8651518/8651513199690640360no.jpg</a> . . . . .	19
Figura 4 – Diagrama esquemático do sistema de propulsão híbrido. . . . .	20
Figura 5 – Dimensões de um Perfil Aerodinâmico - Retirada de <a href="http://www.akiti.ca/NACA4Bkgrnd.html">http://www.akiti.ca/NACA4Bkgrnd.html</a> . . . . .	29
Figura 6 – NACA0010 - Retirado de <a href="http://airfoiltools.com/">http://airfoiltools.com/</a> . . . . .	30
Figura 7 – Eppler E63 - Retirado de <a href="http://airfoiltools.com/">http://airfoiltools.com/</a> . . . . .	30
Figura 8 – Clark Y - Retirado de <a href="http://airfoiltools.com/">http://airfoiltools.com/</a> . . . . .	31
Figura 9 – SDA1075 - Retirado de [1] . . . . .	31
Figura 10 – Parâmetros geométricos de uma Hélice - Retirada de <a href="http://www.mh-aerotoools.de/airfoils/prophist.htm">http://www.mh-aerotoools.de/airfoils/prophist.htm</a> . . . . .	31
Figura 11 – Passo de uma hélice - Retirada de <a href="http://www.propellerpages.com/?c=articlesf=2006-03-08_wat_s_propeller_pitch">http://www.propellerpages.com/?c=articlesf=2006-03-08_wat_s_propeller_pitch</a> . . . . .	32
Figura 12 – Eficiência de uma hélice pela razão de avanço – Adaptada de <a href="http://www.blackholes.org.uk/PP/e1low.gif">http://www.blackholes.org.uk/PP/e1low.gif</a> . . . . .	33
Figura 13 – Eficiência de uma hélice pela razão de avanço para diferentes passos– Adaptada de [2] . . . . .	34
Figura 14 – Exemplo de um sinal aleatório de velocidade em um escoamento turbulento [3]. . . . .	41
Figura 15 – Distribuição de energia das flutuações de um sinal de velocidade em escoamento turbulento [4]. . . . .	42
Figura 16 – Espectro de energia da turbulência . . . . .	44
Figura 17 – Sistemas estacionário e rotativo [5]. . . . .	50
Figura 18 – Definição de Volume de Controle - Adaptada de [6] . . . . .	56
Figura 19 – Volume de controle para a definição da equação de transporte - adaptada de [7] . . . . .	57
Figura 20 – Malha escalonada - adaptada de [3] . . . . .	59

Figura 21 – Tratamento das interfaces. A esquerda por meio do <i>sliding mesh</i> , a direita por meio do GGI [8]. . . . .	61
Figura 22 – Mapeamento das interfaces no GGI. . . . .	63
Figura 23 – Geometria da hélice APC 10x7. . . . .	68
Figura 24 – Esquematização dos domínios - APC 10x7 . . . . .	70
Figura 25 – Malha para o domínio rotativo da hélice APC 10x7 utilizada no ANSYS/CFX . . . . .	72
Figura 26 – Malha para o domínio rotativo da hélice APC 10x7 utilizada no OpenFOAM . . . . .	73
Figura 27 – Comparação entre os Coeficientes de Tração - APC 10x7 ( $K_T$ ) .	74
Figura 28 – Comparação entre os Coeficientes de Potência - APC 10x7 ( $K_P$ )	74
Figura 29 – Comparação entre os Coeficientes de Eficiência - APC 10x7 ( $\eta$ )	75
Figura 30 – Comparação entre os coeficientes de empuxo para k- $\epsilon$ , k- $\omega$ e resultados experimentais- APC 10x7 ( $K_T$ ) . . . . .	76
Figura 31 – Comparação entre os coeficientes de potência para k- $\epsilon$ , k- $\omega$ e resultados experimentais- APC 10x7 ( $K_P$ ) . . . . .	77
Figura 32 – Comparação entre as eficiências para k- $\epsilon$ , k- $\omega$ e resultados experimentais- APC 10x7 ( $\eta$ ) . . . . .	77
Figura 33 – Geometria da Hélice DA4002 . . . . .	78
Figura 34 – Malha para o domínio rotativo da hélice DA4002 utilizada no ANSYS/CFX . . . . .	80
Figura 35 – Malha para o domínio rotativo da hélice DA4002 utilizada no OpenFOAM . . . . .	81
Figura 36 – Comparação entre os Coeficientes de Tração - DA4002 ( $K_T$ ) . .	82
Figura 37 – Comparação entre os Coeficientes de Potência - DA4002 ( $K_P$ ) .	82
Figura 38 – Comparação entre os Coeficientes de Eficiência - DA4002 ( $\eta$ ) . .	83
Figura 39 – Comparação entre os coeficientes de empuxo para k- $\epsilon$ , k- $\omega$ e resultados experimentais- DA4002 ( $K_T$ ) . . . . .	84
Figura 40 – Comparação entre os coeficientes de potência para k- $\epsilon$ , k- $\omega$ e resultados experimentais- DA4002 ( $K_P$ ) . . . . .	85
Figura 41 – Comparação entre as eficiências para k- $\epsilon$ , k- $\omega$ e resultados experimentais- DA4002 ( $\eta$ ) . . . . .	85
Figura 42 – Geometria da Hélice Purdue . . . . .	86

Figura 43 – Malha para o domínio rotativo da hélice Purdue utilizada no ANSYS/CFX . . . . .	88
Figura 44 – Malha para o domínio rotativo da hélice Purdue utilizada no OpenFOAM . . . . .	90
Figura 45 – Comparação entre os Coeficientes de Tração - Purdue ( $K_T$ ) . . .	90
Figura 46 – Comparação entre os Coeficientes de Potência - Purdue ( $K_P$ ) . .	91
Figura 47 – Comparação entre os Coeficientes de Eficiência - Purdue ( $\eta$ ) . .	91
Figura 48 – Comparação entre os coeficientes de empuxo para k- $\epsilon$ , k- $\omega$ e resultados experimentais- Purdue ( $K_T$ ) . . . . .	92
Figura 49 – Comparação entre os coeficientes de potência para k- $\epsilon$ , k- $\omega$ e resultados experimentais- Purdue ( $K_P$ ) . . . . .	93
Figura 50 – Comparação entre as eficiências para k- $\epsilon$ , k- $\omega$ e resultados experimentais- Purdue ( $\eta$ ) . . . . .	93
Figura 51 – Comparação de curvas de coeficiente de tração obtidas em diversos métodos. . . . .	95
Figura 52 – Comparação de curvas de coeficiente de potência obtidas em diversos métodos. . . . .	96
Figura 53 – Comparação de curvas de eficiência obtidas em diversos métodos.	96
Figura 54 – Efeitos do Vento de Través para o coeficiente de empuxo - APC 10x7 . . . . .	98
Figura 55 – Efeitos do Vento de Través para o coeficiente de potência - APC 10x7 . . . . .	99
Figura 56 – Efeitos do Vento de Través para a eficiência - APC 10x7 . . . . .	99
Figura 57 – Efeitos do Vento de Través para o coeficiente de empuxo - DA4002102	
Figura 58 – Efeitos do Vento de Través para o coeficiente de potência - DA4002102	
Figura 59 – Efeitos do Vento de Través para a eficiência - DA4002 . . . . .	103
Figura 60 – Efeitos do Vento de Través para o coeficiente de empuxo - Purdue105	
Figura 61 – Efeitos do Vento de Través para o coeficiente de potência - Purdue106	
Figura 62 – Efeitos do Vento de Través para a eficiência - Purdue . . . . .	106
Figura 63 – Malha para o domínio rotativo da hélice utilizada no ANSYS/CFX110	
Figura 64 – Domínio Básico . . . . .	111
Figura 65 – Linhas de corrente do domínio básico . . . . .	112
Figura 66 – Domínio com solo . . . . .	112

Figura 67 – Linhas de corrente do domínio com solo . . . . .	114
Figura 68 – Domínio com solo e eixo rotativo . . . . .	114
Figura 69 – Malha para o domínio rotativo com eixo da hélice utilizada no ANSYS/CFX . . . . .	117
Figura 70 – Linhas de corrente do domínio com solo e eixo . . . . .	118
Figura 71 – Esquematização do modelo da Teoria Do Disco Atuador . . . . .	129
Figura 72 – Divisão do disco atuador em elementos anulares . . . . .	130
Figura 73 – Esquematização do modelo da Teoria do Elemento de Pá . . . . .	131
Figura 74 – Forças e velocidades atuantes na Teoria do Elemento de Pá . . . . .	132

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Velocidades e razões de avanço para hélice APC 10x7 utilizadas no ANSYS/CFX e no OpenFOAM. . . . .	69
Tabela 2 – Velocidades e razões de avanço para hélice APC 10x7 utilizadas no OpenFOAM. . . . .	69
Tabela 3 – Parâmetros da malha do domínio estacionário para a hélice 10x7 no gerador de malha do ANSYS. . . . .	71
Tabela 4 – Parâmetros da malha do domínio rotativo para a hélice 10x7 no gerador de malha do ANSYS. . . . .	72
Tabela 5 – Detalhes das malhas para cada caso estudado - OpenFOAM APC 10x7. . . . .	73
Tabela 6 – Resultados obtidos utilizando os modelos de turbulência $k-\epsilon$ e $k-\omega$ - Hélice APC 10x7 . . . . .	76
Tabela 7 – Velocidades e razões de avanço para hélice DA4002 utilizadas no ANSYS/CFX. . . . .	78
Tabela 8 – Parâmetros da malha do domínio estacionário para a hélice DA4002 no gerador de malha do ANSYS. . . . .	79
Tabela 9 – Parâmetros da malha do domínio rotativo para a hélice DA4002 no gerador de malha do ANSYS. . . . .	80
Tabela 10 – Detalhes das malhas para cada caso estudado - OpenFOAM DA4002. . . . .	81
Tabela 11 – Resultados obtidos utilizando os modelos de turbulência $k-\epsilon$ e $k-\omega$ - Hélice DA4002 . . . . .	84
Tabela 12 – Velocidades e razões de avanço para hélice Purdue utilizadas no ANSYS/CFX e OpenFOAM. . . . .	86
Tabela 13 – Parâmetros da malha do domínio estacionário para a hélice Purdue no gerador de malha do ANSYS. . . . .	87
Tabela 14 – Parâmetros da malha do domínio rotativo para a hélice Purdue no gerador de malha do ANSYS. . . . .	89
Tabela 15 – Detalhes das malhas para cada caso estudado - OpenFOAM. . . . .	89
Tabela 16 – Resultados obtidos utilizando os modelos de turbulência $k-\epsilon$ e $k-\omega$ - Hélice Purdue . . . . .	92

Tabela 17 – Comparação dos resultados das simulações em CFD. . . . .	94
Tabela 18 – Valores de velocidades de través $V_t$ , coeficientes de avanço e respectiva velocidade de avanço $V_J$ para a hélice APC 10x7. . . . .	98
Tabela 19 – Valores de velocidades de través, coeficientes de avanço para a hélice DA4002. . . . .	101
Tabela 20 – Valores de velocidades de través, coeficientes de avanço para a hélice Purdue. . . . .	105
Tabela 21 – Parâmetros da malha do domínio estacionário para o domínio básico no gerador de malha do ANSYS. . . . .	109
Tabela 22 – Parâmetros da malha do domínio rotativo para o domínio básico no gerador de malha do ANSYS. . . . .	110
Tabela 23 – Parâmetros da malha do domínio estacionário para o domínio básico no gerador de malha do ANSYS. . . . .	113
Tabela 24 – Parâmetros da malha do domínio estacionário para o domínio com eixo e efeito solo no gerador de malha do ANSYS. . . . .	115
Tabela 25 – Parâmetros da malha do domínio rotativo para o domínio com eixo e solo no gerador de malha do ANSYS. . . . .	116
Tabela 26 – Comparação dos resultados para as duas situações simuladas. . . . .	118
Tabela 27 – Coordenadas do perfil aerodinâmico NACA0010 . . . . .	133
Tabela 28 – Coordenadas do perfil aerodinâmico Eppler E63 . . . . .	134
Tabela 29 – Coordenadas do perfil aerodinâmico Clark Y . . . . .	135
Tabela 30 – Coordenadas do perfil aerodinâmico SDA1075 . . . . .	136

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

APC	<i>Advanced Precision Composites</i>
BEMT	<i>Blade Element Momentum Theory</i>
BET	<i>Blade Element Theory</i>
CFD	<i>Computational Fluid Dynamics</i>
DNS	Direct numerical simulation
Embraer	Empresa Brasileira de Aeronáutica
Fapemig	Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Minas Gerais
GCEME	Grupo de Conversação Eletromecânica de Energia
GGI	<i>Generalized Grid Interface</i>
LES	<i>Large eddy simulation</i>
MRF	<i>Moving Reference Frame</i>
MVF	<i>Método dos volumes finitos</i>
NACA	<i>National Advisory Committee for Aeronautics</i>
NASA	<i>National Aeronautics and Space Administration</i>
RANS	<i>Reynolds averaged Navier Stokes</i>
SIMPLE	<i>Semi-Implicit Method for Pressure Linked Equations</i>
SSM	<i>Sliding Mesh Model</i>
UAV	<i>Unmanned Aerial Vehicle</i>
UFJF	Universidade Federal de Juiz de Fora
URANS	<i>Unsteady Reynolds averaged Navier Stokes</i>
VANT	Veículo aéreo não tripulado

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>Introdução . . . . .</b>	<b>16</b>
1.1	Motivação e Contextualização . . . . .	16
1.1.1	Revisão Histórica . . . . .	16
1.1.2	Grupo GCEME e projeto de pesquisa parceria Embraer - Fapemig	19
1.2	Ferramentas para Análise de Desempenho de Hélices . . . . .	21
1.2.1	Modelos analíticos - Disco atuador e teoria do elemento de pá . .	21
1.2.2	Modelos em dinâmica dos fluidos computacional . . . . .	22
1.3	Objetivos . . . . .	23
1.4	Revisão Bibliográfica . . . . .	24
1.5	Escopo . . . . .	27
<b>2</b>	<b>Desempenho de Hélices . . . . .</b>	<b>28</b>
2.1	Princípios de Funcionamento . . . . .	28
2.2	Características Geométricas de Hélices . . . . .	29
2.2.1	Geometria de Perfil Aerodinâmico . . . . .	29
2.2.2	Geometria de Hélice . . . . .	31
2.3	Parâmetros de Desempenho . . . . .	32
<b>3</b>	<b>Modelagem Física de Escoamentos Viscosos e Incompres-</b>	
	<b>síveis . . . . .</b>	<b>35</b>
3.1	Níveis de Modelagem . . . . .	35
3.2	Equações de Navier-Stokes para Escoamentos Incompressíveis . .	38
3.3	Turbulência . . . . .	39
3.3.1	Características dos escoamentos turbulentos . . . . .	39
3.3.2	Modelos de turbulência . . . . .	44
3.3.3	Modelos de turbulência de duas equações . . . . .	46
3.3.3.1	Modelo $k-\epsilon$ . . . . .	47
3.3.3.2	Modelo $k-\omega$ . . . . .	48
3.4	Modelo Cinemático para Movimento do Sólido . . . . .	49
3.4.1	<i>Moving Reference Frame</i> (MRF) . . . . .	50

3.5	Considerações sobre este capítulo . . . . .	52
<b>4</b>	<b>Tratamentos Numéricos . . . . .</b>	<b>54</b>
4.1	Programas em CFD utilizados . . . . .	54
4.2	Técnicas numéricas . . . . .	54
4.3	Tratamento das Interfaces . . . . .	60
4.4	Considerações sobre este capítulo . . . . .	65
<b>5</b>	<b>Exemplos e Resultados . . . . .</b>	<b>66</b>
5.1	Metodologia . . . . .	66
5.2	Validação do Modelo . . . . .	68
5.2.1	Hélice APC 10×7 . . . . .	68
5.2.1.1	Influência do modelo de turbulência - Hélice 10x7 . . . . .	75
5.2.2	Hélice DA4002 . . . . .	78
5.2.2.1	Influência do modelo de turbulência - Hélice DA4002 . . . . .	83
5.2.3	Hélice Purdue . . . . .	86
5.2.3.1	Influência do modelo de turbulência - Hélice Purdue . . . . .	91
5.2.4	Análise dos Resultados . . . . .	94
5.3	Comparação: CFD e outros métodos . . . . .	95
5.4	Influência do Vento de Través . . . . .	97
5.4.1	APC 10x7 . . . . .	98
5.4.2	Análise dos Resultados - APC 10x7 . . . . .	99
5.4.3	DA4002 . . . . .	101
5.4.4	Análise dos Resultados - DA4002 . . . . .	103
5.4.5	Purdue . . . . .	104
5.4.6	Análise dos Resultados - Purdue . . . . .	106
5.5	Análises relativas ao banco estático . . . . .	107
5.5.1	Simulação no Domínio Básico . . . . .	108
5.5.2	Simulação com Domínio com Efeito Solo . . . . .	112
5.5.3	Simulação no domínio com solo e eixo rotativo . . . . .	114
5.5.4	Análise dos Resultados . . . . .	118
5.6	Considerações sobre as análises e resultados . . . . .	119
<b>6</b>	<b>Conclusões e Trabalhos Futuros . . . . .</b>	<b>121</b>

	<b>REFERÊNCIAS . . . . .</b>	<b>124</b>
<b>7</b>	<b>Apêndice A - Método BEMT . . . . .</b>	<b>129</b>
<b>8</b>	<b>Apêndice B - Perfis Aerodinâmicos . . . . .</b>	<b>133</b>
8.1	NACA0010 . . . . .	133
8.2	Eppler E63 . . . . .	133
8.3	Clark Y . . . . .	134
8.4	SDA1075 . . . . .	135

## 1 Introdução

Este capítulo inicial introduzirá ao leitor os mais importantes componentes deste trabalho. Nas seções seguintes, o leitor será apresentado às motivações para a realização deste trabalho, à contextualização histórica do desenvolvimento de hélices, às ferramentas atuais para a sua análise, à revisão bibliográfica de referências utilizadas e também aos objetivos que esse trabalho almeja.

### 1.1 Motivação e Contextualização

#### 1.1.1 Revisão Histórica

Hélices são dispositivos rotativos que podem funcionar para dois objetivos distintos e, de certa maneira, opostos; no primeiro a hélice é acoplada a um motor que é responsável por acioná-la. Sua rotação é responsável por gerar empuxo e mover o sistema aonde está acoplada. Esse é o caso utilizado na aeronáutica em geral: aviões, helicópteros, VANTs, *Drones*. Essa configuração também é utilizada para veículos marinhos, como barcos, navios e submarinos. Para o segundo objetivo, a hélice é acionada pelo vento e acoplada a um sistema capaz de transformar sua energia cinética de rotação em outro tipo de energia que seja de interesse ao usuário. Historicamente, esse paradigma de funcionamento foi utilizado em moinhos e, atualmente, é utilizado em usinas de energia eólica. Esses dois sistemas podem ser visualizados lado a lado na Figura 1.



Figura 1 – Moinho e parque eólico. Retirada de [https://pt.wikipedia.org/wiki/Energia\\_eólica](https://pt.wikipedia.org/wiki/Energia_eólica).

No presente trabalho, serão estudadas hélices para o ramo aeronáutico. De acordo com Bass [9], na segunda metade do século 18 começaram as aplicações de hélices à dirigíveis, embora muito pouco se conhecia sobre seus princípios. Uma hélice de 23 pés (7,0104m) de diâmetro, acoplada a um motor de 9hp (6,711kW), foi utilizada no dirigível *La France* em 1884. No início do século 19, foram realizados uma quantidade considerável de experimentos para investigar como características da hélice, como a quantidade de pás, influenciavam seu desempenho. As hélices foram essenciais para o desenvolvimento dos primeiros aviões, aeronaves mais pesadas que o ar, sendo utilizadas pelos irmãos Wright e Santos Dumont.

No advento da Primeira Guerra Mundial, foram criadas as hélices de passo variável, uma vez que o desempenho da aeronave tinha grande importância em batalhas. Na Figura 2 é representada uma hélice desse tipo.

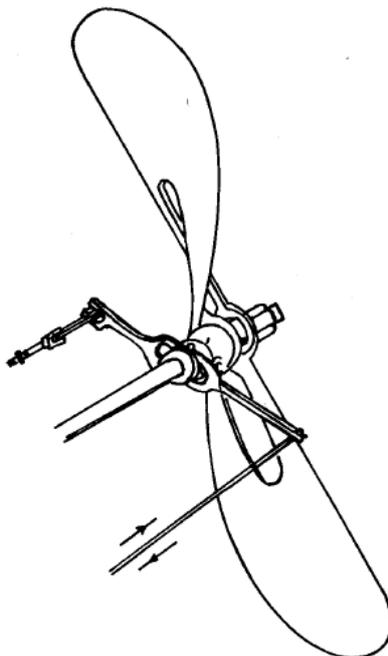


Figura 2 – Uma das primeiras hélices de passo variável, desenvolvida em 1909 por Chauvière.

Em 1939 [9], as primeiras hélices de duralumínio foram desenvolvidas, substituindo as hélices de ligas de magnésio, devido à busca de diminuição de peso. As hélices de madeira também tiveram sua qualidade melhorada, já que a qualidade da própria madeira, nesse momento, era superior à madeira de outrora. Após a segunda metade do século 20, avanços em aerodinâmica e técnicas computacionais foram responsáveis por criar uma nova gama de hélices muito superiores em características de desempenho e confiabilidade. Atualmente, novas técnicas de otimização, dinâmica dos fluidos computacional e desenvolvimento de novos materiais, como os compósitos, estão elevando o desempenho de hélices.

Os VANTs [10] tem sido utilizados desde a Primeira Guerra Mundial e atualmente operam com diversos objetivos diferentes: vigilância, operações especiais, operações bélicas, monitoramento climático e para a agricultura e até para o entretenimento. Hélices são parte considerável para o bom desempenho de um VANT. O desempenho aerodinâmico e acústico de hélices para VANTs vem sendo largamente estudados [11]. O VANT Elbit (EUA), desenvolvido para o

monitoramento de espaço aéreo civil, é exibido na Figura 3.



Figura 3 – VANT Elbit. Retirada de <https://www.ynetnews.com/PicServer5/2018/07/11/8651518/8651513199690640360no.jpg>.

#### 1.1.2 Grupo GCEME e projeto de pesquisa parceria Embraer - Fapemig

Esta dissertação insere-se nas atividades do grupo de pesquisa Grupo de Conversão Eletromecânica de Energia (GCEME) da Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF). O GCEME é um grupo formado, principalmente, por pesquisadores das engenharias aeronáutica, civil, elétrica e mecânica. Sua principal atividade é o desenvolvimento de pesquisas relacionadas a eficiência energética de diferentes sistemas.

O grupo de pesquisa aprovou no Edital Fapemig 06/2017- Pesquisas na área do setor aeronáutico - parceria FAPEMIG – EMBRAER S.A. o projeto intitulado "Montagem de um Banco de Ensaio para Propulsão Aeronáutica Híbrido-Elétrica". Este projeto, ainda em vigor, propõe o planejamento e a construção de um banco de ensaios estáticos para propulsão aeronáutica híbrida elétrica em configuração série para o estabelecimento de uma base de conhecimentos multidisciplinar das

diversas áreas envolvidas. Dentre estas áreas, citam-se eletrônica de potência, sistemas eletrônicos de monitoramento, aquisição de dados, controle, gerenciamento e supervisão, projeto de turbomotores e motores elétricos, aerodinâmica de hélices e projeto mecânico.

Um diagrama esquemático do sistema de propulsão híbrido proposto pode ser visto na Figura 4. Nesta Figura, o item H refere-se a hélice que é acoplada, na sequência, ao gerador elétrico G, a um torquímetro e ao motor elétrico. A parte do eixo entre o motor elétrico M e o gerador elétrico G será apoiada a uma estrutura suporte. Todo o sistema é estático e todos os seus componentes trabalharão de forma integrada.

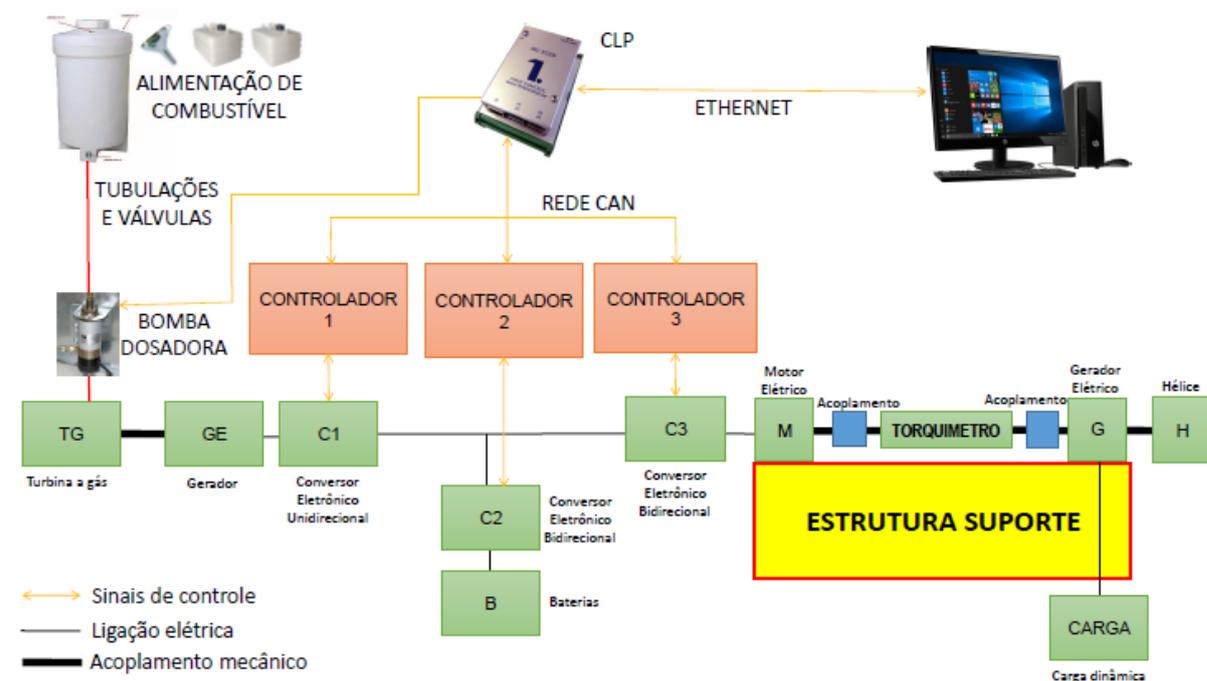


Figura 4 – Diagrama esquemático do sistema de propulsão híbrido.

Uma das atividades previstas no projeto do GCEME é o estudo aerodinâmico da hélice acoplada ao sistema. Quando o banco estiver em funcionamento, o empuxo, o torque, a rotação e a potência por ela fornecidos serão amostrados e avaliados em diversas condições durante os ensaios.

Desta forma, esta pesquisa de mestrado concentrou-se no estudo da aero-

dinâmica de hélices por meio de simulações computacionais, visando a aplicação futura destes conhecimentos às condições de operação do banco estático, bem como a situações gerais de projeto.

## 1.2 Ferramentas para Análise de Desempenho de Hélices

Existem na literatura diferentes métodos para projeto e análise de hélices baseados em diferentes níveis de sofisticação. De uma forma geral, o principal objetivo desses métodos é o de avaliar o desempenho desses elementos em termos de empuxo, torque, potência e eficiência. Descrevem-se, de forma bem concisa nesta seção, alguns desses métodos.

### 1.2.1 Modelos analíticos - Disco atuador e teoria do elemento de pá

Citam-se, primeiramente, os modelos analíticos conhecidos como a teoria do disco atuador (ou da quantidade de movimento linear) e a teoria do elemento de pá (BET - *Blade Element Theory*), bem como formulações híbridas dessas duas teorias (BEMT - *Blade Element Momentum Theory*).

A primeira, desenvolvida para hélices marítimas por Rankine (1865) e Froude (1885), segue o princípio básico de funcionamento de uma hélice, que é o de fornecer ao ar que passa através dela certa quantidade de movimento, aproveitando a reação gerada para acelerar um corpo contra o deslocamento de ar.

Traçando-se um breve histórico, uma grande contribuição para o desenvolvimento de teorias racionais para o estudo de hélices veio do trabalho de Prandtl. Este desenvolveu, visando incorporar os efeitos da circulação às asas dos aviões, a teoria da linha de sustentação que, posteriormente, foi assimilada a teoria de hélices. Betz em 1919 mostrou que a distribuição de carregamento para hélices levemente carregadas e considerando a condição de perda mínima de energia, ou seja, com vorticidade constante ao longo da esteira da pá, fazem com que os vórtices despreendidos formem uma esteira regular helicoidal que se move sem se deformar na esteira da hélice [12, 13, 14]. Em 1935 Glauert apresentou uma metodologia que incorpora dois modelos básicos, a do disco atuador com a teoria do elemento de pá [15]. Em 1948 Theodorsen provou que é possível obter a distribuição do coeficiente

de sustentação nas pás para diferentes níveis de carregamento analisando-se a folha de vórtices helicoidais na esteira afastada da hélice quando se considera a contração da esteira [16]. Vale ressaltar que o trabalho de Theodorsen é um marco na teoria de hélices.

Estas teorias não são objeto de estudo desta pesquisa. Foram aqui apresentadas com o intuito de complementar as informações sobre as teorias de hélices. No Anexo A tem-se uma descrição destes, para consulta do leitor.

Destaca-se que estas formulações não demandam muito dos recursos computacionais, mas são bastante limitadas quando se deseja análises mais complexas.

### 1.2.2 Modelos em dinâmica dos fluidos computacional

No topo da hierarquia encontram-se os modelos que consideram escoamentos viscosos, tridimensionais, incompressíveis e/ou compressíveis. Esses escoamentos são descritos pelas equações diferenciais parciais de Navier Stokes. As simulações dessa natureza são denominadas de dinâmica dos fluidos computacional (CFD - *Computational Fluid Dynamic*) e são feitas com o auxílio de recursos computacionais.

Na CFD as equações de Navier Stokes são resolvidas por meio de métodos discretos dos quais os mais tradicionais são o método dos elementos finitos (MEF), o método das diferenças finitas (MDF) ou pelo método dos volumes finitos (MVF). Em linhas gerais, esses métodos transformam as equações diferenciais parciais e suas condições iniciais e de contorno em um sistema algébrico de equações.

As principais preocupações dos métodos supracitados consistem em utilizar algoritmos específicos que tratem os problemas inerentes da discretização das equações de Navier Stokes. Dentre esses problemas, destacam-se a não linearidade do termo advectivo, o problema do acoplamento dos termos de pressão e velocidade, os problemas de interação entre o fluido e a estrutura em movimento e, em função do parâmetro de Reynolds, a inserção de modelos de turbulência que contemplem as diversas escalas temporais e espaciais.

Além destas questões, para o objeto de estudo desta pesquisa, destaca-se ainda a questão da compatibilização de interfaces. Para a execução de simulações que envolvem elementos rotativos, como é o caso da hélice, é necessário definir-se

pelo menos dois domínios diferentes; um deles é estacionário, o outro rotativo. Para que a simulação seja possível, é necessário compatibilizar as interfaces comuns aos diferentes domínios. Devido a rotação, torna-se necessário contabilizar o movimento relativo de múltiplos rotores e estatores, seja por mudanças topológicas diretas na malha ou por simplificações geométricas [17].

A CFD, devido a sua complexidade, requer recursos computacionais apropriados devido ao elevado custo de processamento. Somado a isto, para a prática da engenharia, o custo da simulação precisa ser suficientemente baixo para permitir estudos detalhados de condições fora do projeto, otimização da forma geométrica, estudos de projeto robusto, etc. [17].

Todavia, quando comparados às demais aproximações, possui como vantagens a sua versatilidade e flexibilidade, pois permite a solução de alguns problemas que matematicamente não possuem solução analítica exata bem como possibilitam que este estudo seja aplicado a geometrias e casos muitas vezes complexos. Este é o principal atrativo para o uso destas ferramentas e é neste contexto que insere-se a presente pesquisa.

### 1.3 Objetivos

O objetivo principal desta pesquisa é o de investir na modelagem computacional de hélices visando obter as respostas sobre o seu desempenho mediante comparação com as respectivas literaturas.

Como objetivos específicos, citam-se:

1. modelagem física, matemática e numérica do problema;
2. considerações sobre ventos de incidência não convencionais para a análise na influência do desempenho (vento de través);
3. estudo do problema sobre condições estáticas e influência de anteparos geométricos particulares desta condição (solo, eixo).

## 1.4 Revisão Bibliográfica

Nesta seção apresentam-se alguns trabalhos em desempenho de hélices consultados durante a pesquisa. Ênfase é dada aos trabalhos em CFD para as mais variadas aplicações. Muitos, como pode ser percebido, corroboram com a metodologia empregada na pesquisa.

Primeiramente, sobre trabalhos que utilizam os modelos analíticos, como a teoria do disco atuador e a teoria do elemento de pá, destaca-se a valiosa contribuição de Wald [12]. Este autor faz uma compilação dos principais trabalhos que contribuíram para o aprimoramento desta metodologia que, até os dias atuais, ainda é utilizada em projetos e em pesquisas por fornecer resultados fidedignos, a um baixo custo computacional.

No campo dos ensaios experimentais, cita-se, primeiramente, o trabalho de Witkowski [18] que projetou e ensaiou em túnel de vento a hélice por eles denominada de Purdue. Merecem destaque, também, os trabalhos de Brandt and Selig [19] e Deters *et al* [1]. Nestes últimos, tem-se uma descrição detalhada dos ensaios e resultados realizados para diferentes modelos de hélices, que incluem hélices projetadas e testadas pelos próprios autores. No site <https://m-selig.ae.illinois.edu/props/propDB.html> é possível, ainda, obter informações detalhadas das campanhas experimentais, modelos geométricos e resultados das hélices testadas pela equipe.

Quanto a trabalhos que utilizam a CFD para a análise do desempenho de hélices, destacam-se:

- Stuermer [20]: uma série de simulações em CFD são conduzidas por estes pesquisadores, com a principal finalidade de investigar os efeitos de demais superfícies, como fuselagem do avião, eixo e asa, na eficiência do sistema. Basicamente, duas configurações foram analisadas e comparadas: uma hélice isolada com uma nacele axissimétrica e outra hélice com uma nacele de eixo simétrico montada no meio de uma asa sem torção com um aerofólio simétrico. As simulações foram realizadas no programa DLR TAU, como modelo de turbulência Spalart Alamaras (modelo de uma equação). A compatibilidade

das superfícies dos domínios rotativo e estacionário é feita por meio de uma técnica por eles denominada Chimera, que baseia-se na utilização de várias grades que têm regiões de superposição e onde as variáveis requeridas em um nó limite são obtidas por interpolações a partir dos valores de células circundantes.

- Beaudoin e Jasak [17] e Jasak e Beaudoin [8]: a importância destes artigos está na implementação de técnicas para tratamento das interfaces, então denominadas GGI (*Generalized Grid Interface*), que permite o acoplamento dos domínios rotativo e estacionário. O algoritmo apresentado foi desenvolvido para a plataforma OpenFOAM. A principal vantagem da técnica apresentada está na não necessidade de ajustar a topologia da malha na interface entre duas malhas. Em vez disso, um conjunto de fatores de ponderação é avaliado para equilibrar adequadamente o fluxo na interface do GGI.
- Park [21]: este estudo refere-se aos projetos estrutural e aerodinâmico de pás de hélices para uma aeronave turboélice. O projeto estrutural contempla as cargas aerodinâmicas que causam flexão, torção e cisalhamento, além de vibrações. As cargas aerodinâmicas são obtidas por meio de simulações CFD no programa ANSYS-Fluent, modelo de turbulência RANS -SST. O modelo da hélice, de 8 pás, é estudado pela técnica MRF (*Moving Reference Frame*). Já uma pá isolada, flexível, é analisada por meio de um pacote de interação fluido estrutura para verificar a possibilidade de ocorrência das vibrações induzidas pelo escoamento.
- Mohamed [22]: o objeto de estudo deste trabalho são turbinas eólicas e seu principal objetivo é a redução dos efeitos aeroacústicos causados pela rotação das pás. Os efeitos aerodinâmicos para avaliar o ruído gerado pelas pás é obtido por meios de simulações em CFD no programa Ansys - FLUENT, com modelo de turbulência URANS  $k-\varepsilon$  (*Unsteady Reynolds Averaged Navies Stokes*) e técnica SMM (*Sliding Mesh Model*) para possibilitar o movimento das pás.

- Kutty e Rajendran [23]: neste trabalho a CFD é aplicada a uma hélice APC (*advanced precision composites*) de pequena escala de duas pás, fixa, APC  $10 \times 7$ . Foi empregado o programa comercial ANSYS-Fluent, modelo de turbulência  $k-\varepsilon$ , técnica MRF para considerar a rotação da hélice. A modelagem apresentada apresentou bons resultados em termos de empuxo, potência e eficiência.
- Mizzi *et al* [24]: este trabalho apresenta uma metodologia de otimização em hélices de embarcações marítimas por meio de análises em CFD. Foi utilizado o programa comercial Star-CCM, modelo de turbulência RANS  $k-\omega$  e, para o movimento do sistema, os modelos MRF.
- Chirico *et al* [25, 26]: investiga-se os efeitos aeroacústicos provocados pela rotação das hélices, em uma modelagem acoplada hélice e fuselagem. O principal objetivo é o acoplamento a uma plataforma de otimização visando um modelo acústico confortável aos usuários. Para tal, utiliza-se um código particular em CFD, modelagem em três dimensões e um algoritmo lagrangiano arbitrário para permitir os movimentos das fronteiras. Aplica modelos de turbulência URANS e um híbrido deste com as formulações LES (*Large Eddy Simulation*).
- Król e Tesch [27]: este trabalho dedica-se ao estudo de hélices de embarcações marítimas. Utiliza a plataforma OpenFOAM, modelo de turbulência  $k-\omega$  e um módulo MRF. Os resultados são validados com os experimentais em um tanque de água cujos experimentos foram realizados pelos próprios autores.
- Sodja *et al* [28]: este trabalho investiga os efeitos da interação fluido estrutura de pás de hélices flexíveis, por meio de duas abordagens: uma utiliza método BEMT acoplado a modelos de dinâmica estrutural, enquanto o segundo utiliza a CFD acoplada também a modelos de dinâmica estrutural. As simulações em CFD foram realizadas no Ansys CFX, com modelo de turbulência  $k-\varepsilon$  e técnicas de quadro de referência rotativo (*rotating reference frame*), uma simplificação do MRF para o movimento apenas de rotação. Uma conclusão importante deste trabalho, que pode servir de reflexão para trabalhos futuros, é que a razão de avanço torna-se uma medida inválida de similaridade no

caso de pás de hélice flexíveis e o comportamento de tais pás pode mudar significativamente com a mudança das condições de operação, mantendo a taxa de avanço constante.

## 1.5 Escopo

O presente capítulo apresenta o tema estudado, a motivação do seu estudo, sua importância e os objetivos a serem alcançados.

No segundo capítulo serão apresentados conceitos fundamentais de hélices, como suas características geométricas e seus parâmetros de desempenho.

No terceiro capítulo serão apresentados conceitos sobre a modelagem física de escoamentos viscosos e incompressíveis como as equações de Navier Stokes, modelos de turbulência e modelos cinemáticos para movimentação de sólido.

No quarto capítulo são apresentados os programas utilizados neste trabalho, bem como as técnicas numéricas por eles utilizadas e também como são tratadas as interfaces dos problemas estudados.

No quinto capítulo são apresentados os experimentos elaborados e seus resultados, os quais são comentados.

No sexto e último capítulo, apresentam-se as principais conclusões e sugestões para trabalhos futuros.

## 2 Desempenho de Hélices

Este capítulo dedica-se a descrever os princípios de funcionamento de hélices, suas principais características geométricas e como esta é avaliada em termos de seu desempenho.

### 2.1 Princípios de Funcionamento

A hélice de uma aeronave consiste de duas ou mais pás conectadas ao cubo central no qual essas pás são fixadas. Com a rotação, as pás “cortam” o ar e criam um efeito aerodinâmico, como o da sustentação da asa, ou seja, o deslocamento circular da pá no ar provoca uma baixa pressão no dorso da pá, e uma alta pressão na face, provocando a tração ou empuxo.

Durante o funcionamento, a hélice gira e avança ao mesmo tempo como uma rosca de parafuso. A cada volta ela avança uma determinada distância que é chamada de passo da hélice. Por isso, elas são classificadas como hélices de passo fixo ou de passo variável. As de passo fixo são, geralmente, inteiriças e com suas pás fixas ao cubo, formando uma unidade integral. Já as de passo variável têm suas pás instaladas no cubo e podem ser movimentadas de modo a alterar o seu ângulo.

O objetivo de variar o ângulo da pá com uma hélice de passo variável é manter um ângulo ótimo nas pás da hélice, enquanto a velocidade do avião varia, maximizando sua eficiência. Um ângulo de ataque das pás pequeno tem um bom desempenho em relação ao arrasto, mas gera pouco impulso, enquanto que ângulos grandes têm o efeito contrário. O melhor ângulo de ataque das pás é quando essas atuam como pequenas asas, gerando mais sustentação do que arrasto.

A função da hélice é absorver a potência produzida pelo motor, transmitindo-a ao ar que passa pelo disco da hélice. Esta energia é utilizada para acelerar o ar gerando força de tração na pás da hélice. Se a capacidade de absorver potência da hélice não combinar de forma própria com a potência do motor ambos se tornam ineficientes. Portanto, outro fator com influência na eficiência de uma hélice é a energia consumida por essa na conversão de potências, na transformação da potência que é fornecida à hélice pelo motor, em potência desenvolvida pela hélice.

O recuo da hélice é a diferença entre o passo geométrico e o passo efetivo da hélice. O passo geométrico é a distância que uma hélice deveria avançar em uma revolução. O passo efetivo é a distância real percorrida por uma revolução da hélice.

## 2.2 Características Geométricas de Hélices

As características geométricas de uma hélice podem ser divididas em geometria de perfil aerodinâmico e geometria de hélice propriamente dita. As subseções seguintes abordarão tais tópicos.

### 2.2.1 Geometria de Perfil Aerodinâmico

De acordo com Anderson [29], o perfil aerodinâmico é a forma geométrica na seção da hélice. Uma hélice pode conter apenas um perfil em toda a sua extensão bem como uma combinação de vários perfis. As dimensões utilizadas para se definir um perfil podem ser vistas na Figura 5.

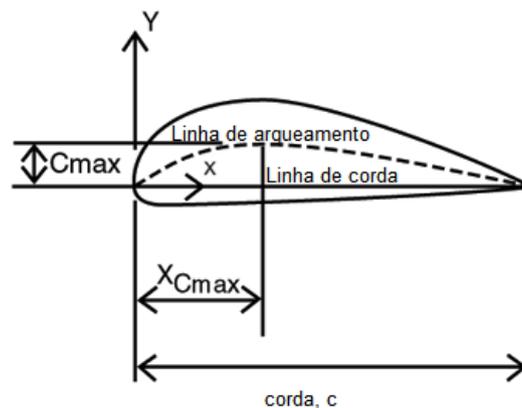


Figura 5 – Dimensões de um Perfil Aerodinâmico - Retirada de [http://www.akiti.ca/NACA\\_4Bkgrnd.html](http://www.akiti.ca/NACA_4Bkgrnd.html)

A linha média de arqueamento (*mean camber line*) é a média entre as superfícies inferiores e superiores do aerofólio. O ponto mais a frente é conhecido como bordo de ataque (*leading edge*), enquanto o ponto oposto é conhecido como

bordo de fuga (*trailing edge*). A linha reta entre esse dois pontos é a linha de corda (*chord line*). O comprimento da linha de corda é conhecido como corda,  $c$ . A distância máxima entre a linha de corda e a linha de arqueamento é conhecida como arqueamento máximo ( $C_{\max}$ ) e a posição onde se encontra é conhecida como  $X_{C_{\max}}$ . A espessura do perfil é a distância máxima entre as superfícies inferior e superior medida perpendicularmente à linha de corda.

A NACA (*National Advisory Committee for Aeronautics*), predecessora da NASA, criou um sistema de quatro dígitos para descrever um grande número de perfis aerodinâmicos. Posteriormente foi criado um sistema de cinco dígitos. As dimensões utilizadas para se definir um perfil podem ser vistas na Figura 5. Os quatro dígitos do perfil aerodinâmico são:

- 1º Dígito: Arqueamento máximo ( $C_{\max}$ ) em termos percentuais.
- 2º Dígito: Posição do arqueamento máximo ( $X_{C_{\max}}$ ) em termos percentuais.
- 3º e 4º Dígitos: Espessura em termos percentuais.

No Capítulo 5, serão apresentadas as hélices que foram estudas neste trabalho. Os perfis utilizados nessas foram o NACA0010, Eppler E63, Clark Y e SDA1075. Esses perfis podem ser visualizados nas Figuras 6, 7, 8 e 9. As suas coordenadas estão no Apêndice B deste trabalho.



Figura 6 – NACA0010 - Retirado de <http://airfoiltools.com/>

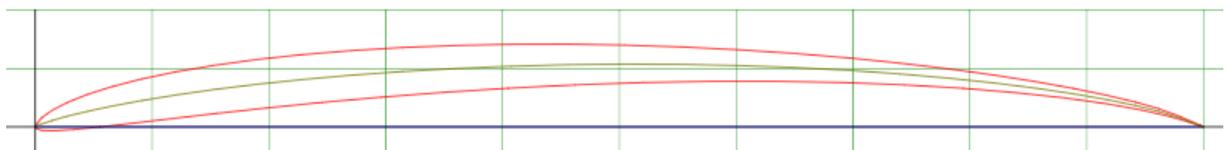


Figura 7 – Eppler E63 - Retirado de <http://airfoiltools.com/>

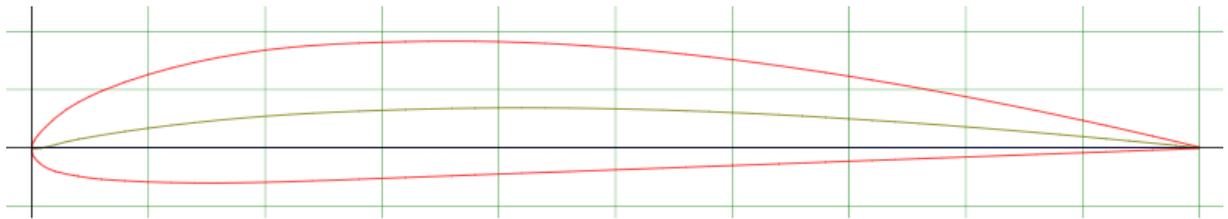


Figura 8 – Clark Y - Retirado de <http://airfoiltools.com/>



Figura 9 – SDA1075 - Retirado de [1]

### 2.2.2 Geometria de Hélice

O diâmetro de uma hélice é definido como a distância de ponta a ponta e o raio ( $R$ ) é definido com a distância entre o centro até uma das pontas da hélice. A corda ( $c$ ) e o ângulo de torção ( $\beta$ ) são definidos como funções da posição radial ( $r$ ) da hélice. Esses parâmetros podem ser vistos na Figura 10.

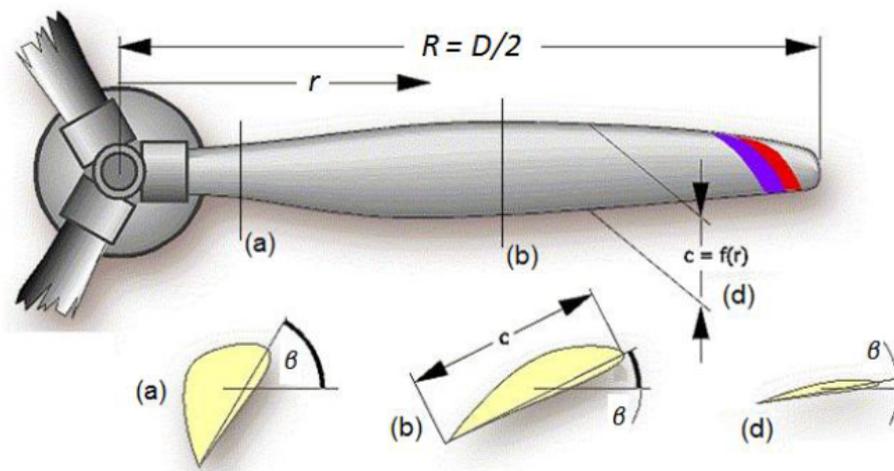


Figura 10 – Parâmetros geométricos de uma Hélice - Retirada de <http://www.mh-aerotoools.de/airfoils/prophist.htm>

O passo da hélice é definido como a distância em que ela avança após uma revolução. A Figura 11 exibe a definição de passo.

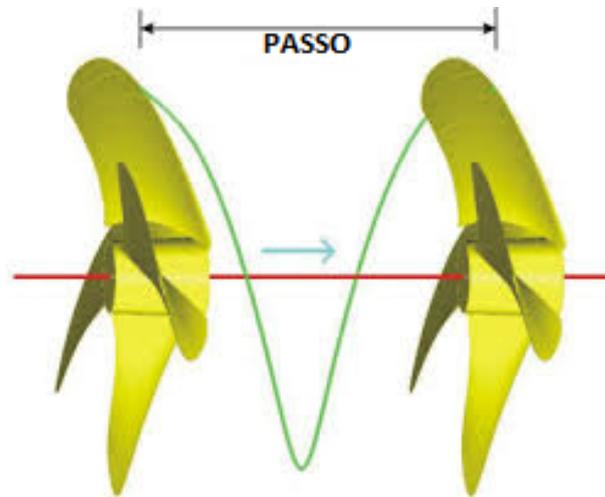


Figura 11 – Passo de uma hélice - Retirada de [http://www.propellerpages.com/?c=articlesf=2006-03-08\\_w hat\\_i s\\_p ropeller\\_p itch](http://www.propellerpages.com/?c=articlesf=2006-03-08_w hat_i s_p ropeller_p itch)

### 2.3 Parâmetros de Desempenho

Geralmente os parâmetros de desempenho de uma hélice são adimensionalizados. Segundo Brandt e Selig [19], a eficiência de uma hélice é dada por:

$$\eta = J \frac{K_T}{K_P} \quad (2.1)$$

onde  $J$  é uma adimensionalização da velocidade chamada de razão de avanço e dada por:

$$J = \frac{V}{nD} \quad (2.2)$$

onde  $V$ ,  $n$  e  $D$  são, respectivamente, a velocidade de avanço, a rotação e o diâmetro da hélice.

Os coeficientes de tração ( $K_T$ ) e potência ( $K_P$ ), presentes na Equação 2.1, são definidos como:

$$K_T = \frac{T}{\rho n^2 D^4} \quad (2.3)$$

$$K_P = \frac{Pot}{\rho n^3 D^5} \quad (2.4)$$

Onde  $\rho$  é a densidade do ar,  $T$  é a tração (empuxo) gerada e  $Pot$  é a potência absorvida pela hélice.

Usualmente, a eficiência de uma hélice é traçada contra a razão de avanço, como mostrado na Figura 12.

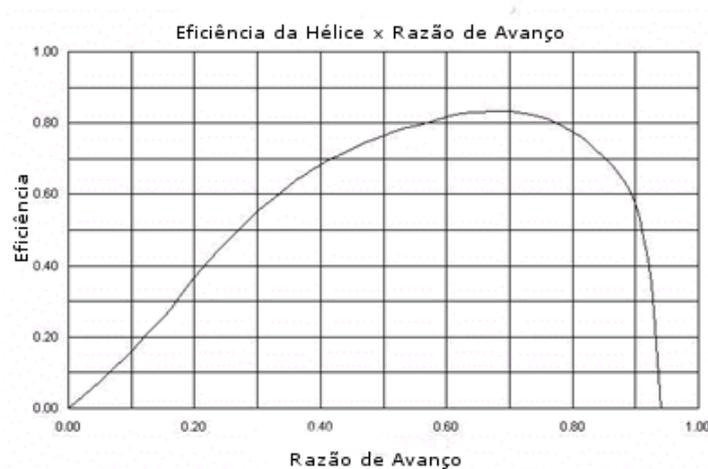


Figura 12 – Eficiência de uma hélice pela razão de avanço – Adaptada de <http://www.blackholes.org.uk/PP/e1low.gif>

Essa informação é relevante para que se encontre a razão de avanço com maior valor de eficiência. Para que a hélice possa ser considerada adequada a uma aeronave, é importante que sua eficiência máxima aconteça numa razão de avanço que corresponda a uma velocidade notável da aeronave, como, por exemplo, a velocidade de cruzeiro.

O aumento no passo de uma hélice causa um deslocamento para direita da curva de eficiência por razão de avanço, aumentando a razão de avanço para máxima eficiência, como mostrado na Figura 13.

Os valores dos coeficientes de eficiência 2.1 , empuxo 2.3 e potência 2.4 em função da razão de avanço são obtidos com informações do empuxo e torque resultantes da hélice em operação. Esses valores são obtidos experimentalmente ou

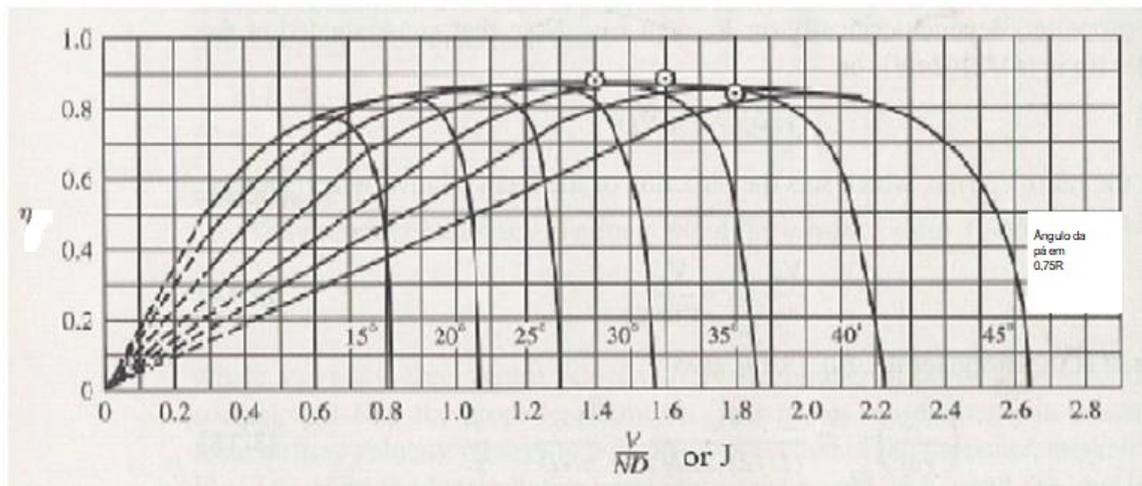


Figura 13 – Eficiência de uma hélice pela razão de avanço para diferentes passos – Adaptada de [2]

por meio de uma das ferramentas apresentadas na seção 1.2, que são a teoria do elemento de pá e suas variações e a dinâmica dos fluidos computacional. Com já dito anteriormente, este trabalho insere-se nesta última tendência.

### 3 Modelagem Física de Escoamentos Viscosos e Incompressíveis

Quando se deseja realizar simulações computacionais, algumas questões relevantes devem ser observadas para a modelagem física e matemática dos problemas.

Neste capítulo, uma descrição das aproximações que permitem a criação de um modelo computacional são discutidos. Para atender a demanda desta pesquisa, apresentam-se na sequência as equações do meio contínuo da dinâmica dos fluidos. Apresentam-se, ainda, as características dos escoamentos turbulentos e alguns modelos que possam representar este comportamento. Finaliza-se o capítulo com uma discussão sobre cinemática do contínuo, onde deve-se observar mudanças de referencial causadas por domínios em movimento.

#### 3.1 Níveis de Modelagem

Quando se deseja formular problemas em mecânica dos fluidos, assim como em qualquer outra ciência, devem ser realizadas algumas aproximações. Tais aproximações qualificam os diversos modelos de escoamento existentes e são realizadas em diferentes níveis hierárquicos. Hirsch [30] propõe a seguinte classificação hierárquica.

- Nível da Realidade

Corresponde às descrições utilizadas para retratar o mundo físico. Isto compreende várias escalas, desde a escala subatômica até a escala astronômica, passando por todas escalas entre elas. Cada nível de descrição tem seu próprio conjunto de variáveis dependentes.

A mecânica dos fluidos e a própria ideia de fluido estão intimamente ligadas à mecânica do contínuo, onde o conceito de partícula do fluido é axiomático, sem necessidade de referência explícita à escala subatômica. A validade da hipótese de meio contínuo restringe-se a situações em que a escala de interesse da análise é muito maior do que o livre caminho médio das moléculas do líquido ou gás considerado.

As quantidades macroscópicas podem, então, ser tratadas como resultados de médias sobre um grande número de interações entre moléculas, que ocorrem no nível microscópico. No entanto, médias causam perda de informação e são necessárias complementações empíricas adicionais a respeito do fluido em estudo. São as chamadas equações constitutivas.

Partindo dessa hipótese e dos princípios de conservação da massa, quantidade de movimento e de energia, é possível descrever matematicamente o comportamento dos fluidos Newtonianos pelas equações de Navier-Stokes. Essas equações originam-se da descrição básica da dinâmica dos fluidos desenvolvidas por Euler em 1741 e que foi corrigida para incluir as forças de viscosidade por Navier em 1827 e Stokes em 1945 [31].

- Nível Temporal

Corresponde à resolução temporal requerida do modelo de escoamento. As equações de balanço de massa, quantidade de movimento e energia, que descrevem o sistema de escoamento, podem ser obtidas integrando-se as leis de conservação sobre todas as escalas de tempo menores do que a escala temporal necessária para análise do problema. Mais uma vez, essas médias causam perda de informação de modo que os modelos necessitam de complementação através de dados externos adicionais.

Um exemplo desta classe de aproximação são as equações médias de Reynolds, utilizadas em simulações de escoamento turbulentos. Essas equações são obtidas fazendo-se as médias das equações de Navier-Stokes e necessitam de modelos de fechamento, baseados em dados experimentais.

- Nível Espacial

O nível espacial está relacionado com o número de variáveis espaciais utilizadas para descrever o escoamento. Todo escoamento é tridimensional e, no entanto, existem modelos simplificados que utilizam a médias das leis de conservação fundamentais ao longo de uma ou duas dimensões espaciais, diminuindo com isso a complexidade do problema.

Um exemplo do uso de modelos bidimensionais vem das equações para águas rasas [32]. Essas equações são aplicadas em escoamentos em baías e portos.

O modelo é obtido tomando-se uma média das equações de Navier-Stokes ao longo da profundidade da lâmina da água. Devido à integração envolvida na obtenção das equações, este modelo requer informações externas que levem em conta as forças superficiais do vento e o fator de fricção no fundo do mar [33].

- Nível Dinâmico

Este nível de aproximação diz respeito à importância relativa entre as forças que governam o escoamento. Dependendo da importância de uma determinada força, esta pode ser desconsiderada, resultando em uma descrição matemática mais simples.

Em problemas de lubrificação, onde os efeitos viscosos são dominantes, as forças de inércia são normalmente desprezadas. Em outros casos, modelos simplificados são aplicados em diferentes regiões do escoamento. Um exemplo é a aproximação da camada limite de Prandtl para análise de escoamentos viscosos externos. Neste caso, uma aproximação para escoamento invíscido é corrigida para levar em conta os efeitos viscosos em regiões próximas às paredes sólidas [34].

- Nível da Homogeneidade

Este nível é aplicável a escoamentos multifásicos e escoamento em meios porosos. As equações dos modelos são obtidas tomando-se a média das equações de conservação em volumes contendo misturas de diferentes materiais. Dados externos contendo informações sobre as trocas de massa, quantidade de movimento e energia nas interfaces dos materiais são necessários.

Para os escoamentos de interesse da Engenharia é conveniente a descrição no domínio da mecânica do contínuo que pode ser considerada como modelo fundamental. Submodelos podem ser derivados através de médias e/ou suposições sobre a importância relativa das várias forças que governam o escoamento [35]. Outro aspecto relevante é que quanto mais aproximações são feitas, mais os modelos tornam-se dependentes de dados empíricos.

Uma aproximação que merece atenção está relacionada à compressibilidade dos escoamentos. A maior parte dos escoamentos em mecânica dos fluidos pode ser classificada em uma dessas duas categorias. Em geral, os escoamento dos líquidos é aproximado com incompressível enquanto que o escoamento dos gases é tomado como compressível. Entretanto, essa classificação não é absoluta pois mesmo líquidos apresentam alguma compressibilidade e o escoamento de gases a baixas velocidades pode ser aproximado com incompressível.

É importante ressaltar que a questão da compressibilidade não limita-se apenas ao aspecto físico, mas repercute diretamente nas características matemáticas das equações que representam o modelo [35] e [36]. A compressibilidade do escoamento pode ser inferida a partir do número de Mach definido como:

$$Ma = \frac{v}{c} = \frac{\text{velocidade do fluido}}{\text{velocidade do som}} \quad (3.1)$$

Ressalta-se que para valores do número de Mach inferiores a 0,3 o escoamento pode, em geral, ser considerado incompressível [37].

### 3.2 Equações de Navier-Stokes para Escoamentos Incompressíveis

Para escoamentos incompressíveis e com viscosidade constante, o problema é regido pelas equações de Navier-Stokes apresentadas a seguir. Essas equações são apresentadas em uma descrição Euleriana, onde as propriedades características do meio são consideradas função do espaço e tempo. O problema é definido em um domínio  $\Omega$  com contorno  $\Gamma$  contendo *nde* dimensões de espaço Euclidiano. Na forma não conservativa, ou seja, utilizando variáveis primitivas de pressão e velocidade em cordenadas Cartesianas e usando a convenção de somatório:  $a = 1, \dots, nde$  e  $b = 1, \dots, nde$  essas equações assumem a forma:

- Equação de conservação da quantidade de movimento:

$$\rho \frac{\partial v_a}{\partial t} + \rho v_b \frac{\partial v_a}{\partial x_b} - \frac{\partial \tau_{ab}}{\partial x_b} + \frac{\partial p}{\partial x_a} = f_a \quad (3.2)$$

- Equação de conservação de massa (equação de continuidade)

$$\frac{\partial v_a}{\partial x_a} = 0 \quad (3.3)$$

Tal que:

$$\tau_{ab} = \mu \left( \frac{\partial v_a}{\partial x_b} + \frac{\partial v_b}{\partial x_a} \right) \quad (3.4)$$

onde  $\rho$  é a massa específica do fluido,  $\tau_{ab}$  é a tensão viscosa,  $\mu$  é a viscosidade do fluido,  $v$  são as componentes de velocidade,  $p$  é a pressão,  $f_a$  são as componentes das forças por unidade de volume.

O modelo é fechado introduzindo as condições de contorno e as velocidades iniciais. Velocidades e forças de superfície são prescritas, respectivamente, nos contornos  $\Gamma_{ua}$  e  $\Gamma_{ta}$ , tal que  $\Gamma_{ua} \cup \Gamma_{ta} = \Gamma$  e  $\Gamma_{ua} \cap \Gamma_{ta} = \emptyset$ , ou seja:

$$v_a = \bar{v}_a(x, t) \text{ onde } x \in \Gamma_{ua} \quad (3.5)$$

$$\bar{t}_a(x, t) = (-p\delta_{ab} + \tau_{ab})n_b \text{ onde } x \in \Gamma_{ta} \quad (3.6)$$

onde  $\delta_{ab}$  é a função delta de Kronecker e  $n$  ( $n_b, b = 1, nde$ ) é o vetor normal externo ao contorno.

As condições de contorno de pressão e de fluxo de massa estão associadas ao balanço de massa. Estas grandezas são prescritas como  $\bar{p}$  e  $\bar{G}$  nos contornos  $\Gamma_p$  e  $\Gamma_G$ , tal que  $\Gamma_p \cup \Gamma_G = \Gamma$  e  $\Gamma_p \cap \Gamma_G = \emptyset$ , ou seja:

$$p = \bar{p}(x, t) \text{ onde } x \in \Gamma_p \quad (3.7)$$

$$\rho v_b n_b = \bar{G}(x, t) \text{ onde } x \in \Gamma_G \quad (3.8)$$

### 3.3 Turbulência

#### 3.3.1 Características dos escoamentos turbulentos

Segundo Versteeg & Malalasekera [3], todos os escoamentos reais tornam-se turbulentos a partir de um determinado valor do número de Reynolds. Neste caso, observa-se um estado caótico e aleatório de movimento em que as velocidades e pressões mudam continuamente com o tempo. O número de Reynolds fornece

uma medida da importância relativa das forças de inércia (associada ao termo convectivo) e as forças viscosas.

$$Re = \frac{VD}{\nu} \quad (3.9)$$

onde  $V$  é a velocidade do escoamento,  $D$  uma dimensão característica e  $\nu$  a viscosidade cinemática.

Em muitos experimentos é observado que valores abaixo dos denominados  $Re$  crítico ( $Re_c$ ) o escoamento é laminar e camadas adjacentes do fluido deslizam entre si de forma ordenada. Se a condição de contorno não mudar com o tempo o escoamento é estável. Esse regime é denominado de regime laminar. Escoamentos laminares são completamente descritos pela equação de Navier Stokes.

Para valores do número de Reynolds maiores que  $Re_c$ , surgem eventos complexos que alteram a natureza do escoamento, tornando-o caótico e aleatório. O movimento, denominado turbulento, se torna instável mesmo que lhe sejam impostas condições de contorno constantes.

A aleatoriedade de escoamentos turbulentos impossibilita a descrição das partículas de maneira simples e a velocidade (bem como qualquer outra variável de interesse) é decomposta em um valor médio  $U$  com flutuações  $u'(t)$ . A Figura 14, extraída de [3] é um exemplo de um sinal aleatório que pode ser decomposto na sua média e nas flutuações em torno desta. A soma das duas parcelas é denominada decomposição de Reynolds:

$$v(t) = V + v'(t) \quad (3.10)$$

Mesmo em escoamentos uni ou bi dimensionais, as flutuações turbulentas sempre tem características espaciais tridimensionais. Além disso, as visualizações de escoamentos turbulentos revelam estruturas de escoamentos rotacionais, denominadas turbilhões com ampla variedade de escalas. Partículas de fluido que no instante inicial estão separadas por uma longa distância podem se aproximar pelos movimentos dos turbilhões em escoamentos turbulentos. Como consequência, calor, massa e quantidade de movimento mudam consideravelmente.

Os maiores turbilhões interagem com e extraem energia do escoamento médio por um processo denominado alargamento de vórtices. A presença de

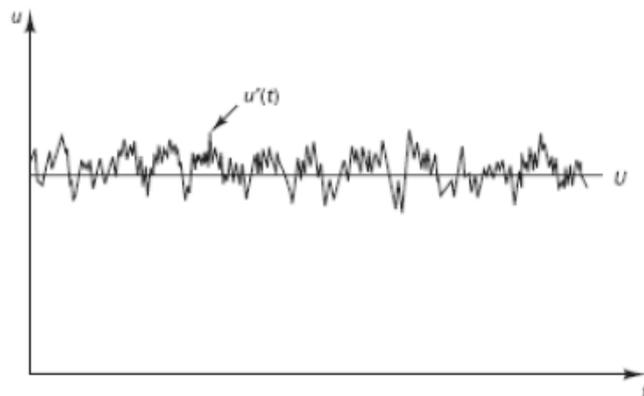


Figura 14 – Exemplo de um sinal aleatório de velocidade em um escoamento turbulento [3].

gradientes médios de velocidade em escoamento cisalhante distorce os turbilhões. Os redemoinhos adequadamente alinhados são esticados porque uma extremidade é forçada a se mover mais rápido do que a outra.

A velocidade característica  $v$  e o comprimento característico  $l$  dos maiores turbilhões são da mesma ordem de grandeza da velocidade  $v$  e da escala de comprimento  $L$  do escoamento médio. Assim, define-se o número de Reynolds do maior turbilhão como  $vl/\nu$  que é formado pela combinação dessas escalas de turbilhões com a viscosidade cinemática. Esta será a maior escala do escoamento, que é dominada pelas forças de inércia, sendo insignificantes os efeitos viscosos.

Os grandes turbilhões são, portanto, efetivamente invíscidos e conservam a quantidade de movimento angular durante o estiramento dos vórtices. Isso faz com que a taxa de rotação aumente e o raio de sua seção transversal diminua. Todo esse processo cria movimentos em escalas de comprimento transversal menores e também em escalas de tempo menores. O trabalho de alongamento realizado pelo escoamento médio nos maiores turbilhões durante esses eventos fornece a energia que alimenta a turbulência. Pequenos turbilhões são eles mesmos esticados fortemente por redemoinhos maiores. Desta forma, a energia cinética é transferida dos grandes turbilhões para os progressivamente menores e menores turbilhões, em um processo de cascata, onde finalmente é dissipada em forma de calor pela

viscosidade.

Essas escalas são denominadas de microescalas de Kolmokolov, em homenagem ao pesquisador russo Andrei Kolmokolov que desenvolveu pesquisas sobre a estrutura da turbulência em meados da década de 40. Nessas escalas trabalho é desenvolvido contra a ação das tensões viscosas, de tal forma que a energia associada com o movimento das pequenas escalas dos turbilhões é dissipada na forma energia térmica interna. Essa dissipação resulta em maiores perdas energia associada com a turbulência. A Figura 15 foi extraída da referência [4] e mostra uma representação esquemática da distribuição de energia das flutuações da velocidade em várias escalas de comprimento.

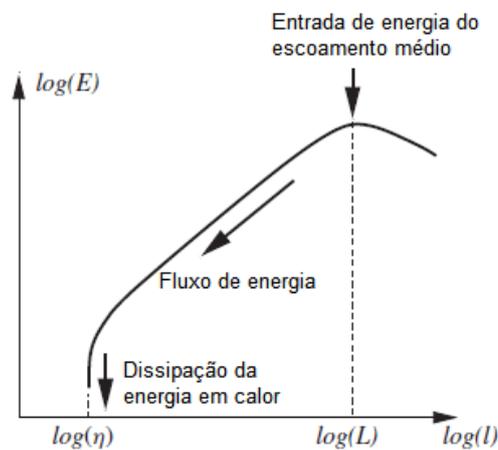


Figura 15 – Distribuição de energia das flutuações de um sinal de velocidade em escoamento turbulento [4].

As razões entre escalas de menor comprimento, tempo e velocidade ( $\delta; \tau; \nu$ ) e as escalas de maior comprimento, tempo e velocidade ( $l; T; \theta$ ) são:

$$\frac{\delta}{l} = Re_1^{-3/4} \quad (3.11)$$

Razão de escala de tempo

$$\frac{\tau}{T} = Re_1^{-1/2} \quad (3.12)$$

Razão de escala de velocidade

$$\frac{\nu}{\theta} = Re_1^{-1/4} \quad (3.13)$$

O comportamento dos maiores turbilhões deve ser independente da viscosidade e deve depender das escalas de velocidade  $\theta$  e de comprimento  $l$ . Assim, em termos de análises dimensionais, espera-se que o espectro de energia contendo esses turbilhões se comporte proporcionalmente a  $E(k) \propto \theta^2 l$  (sendo  $k = 1/l$ ). Como a escala de comprimento  $l$  é relacionada a escala de comprimento dos processos de produção de turbulência (ex: espessura da camada limite, largura do obstáculo, etc), espera-se uma estrutura anisotrópica dos maiores turbilhões (flutuações diferentes em diferentes direções), fortemente influenciada pelas condições de contorno.

Segundo Kolmogorov a estrutura dos pequenos turbilhões e sua energia espectral devem depender somente da razão da taxa de dissipação da energia turbulenta  $\epsilon$  ( $m^2/s^3$ ) pela viscosidade cinemática do fluido  $\nu$ . Isso resulta, pela análise dimensional, a seguinte relação de proporcionalidade da energia espectral:

$$E(k \frac{1}{\delta}) \propto \nu^{5/4} \epsilon^{1/4} \quad (3.14)$$

Desta forma, a energia espectral  $E(k)$  dos pequenos turbilhões depende somente da taxa de dissipação de energia e de mais nenhuma outra variável. Os efeitos difusivos da viscosidade tende a uniformizar a distribuição da pequenas escalas em todas as direções e, portanto, as pequenas escalas em um escoamento turbulento são isotrópicas.

Finalmente, Kolmogorov derivou propriedades espectrais universais para os turbilhões de tamanhos intermediários, suficientes grandes devido ao seu comportamento de não ser afetado pelos efeitos viscosos (como os maiores turbilhões), mas suficientemente pequeno tal que as características do seu comportamento possam ser expressas como função da taxa de dissipação de energia " $\epsilon$ " (como nos menores turbilhões). A escala de comprimento apropriada para esses turbilhões é  $1/k$ . Kolmogorov observou que a energia espectral desses turbilhões satisfaz a relação:

$$E(k) = \alpha k^{-5/3} \epsilon^{2/3} \quad (3.15)$$

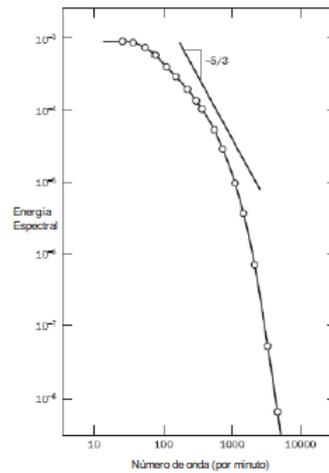


Figura 16 – Espectro de energia da turbulência

O valor da constante  $\alpha \approx 1.5$  inclui a linha com declive de  $-5/3$ , indicando que, para o experimento mostrado, a escala de separação é insuficiente uma sub faixa inercial clara. Sobreposição entre a maiores e menores escalas está localizada em um ponto em torno de  $k \approx 1000$ . A Figura 16 relaciona a energia espectral como o número de onda turbulento.

### 3.3.2 Modelos de turbulência

A turbulência, como exposto na seção 3.3.1, corresponde a um estado caótico de movimento das partículas e envolve uma vasta amplitude de escalas temporais e espaciais. Dada a complexidade de simular todas as escalas, há diversas propostas para a modelagem da turbulência. Basicamente, estes modelos propõem a separação das variáveis nas suas médias e nas suas flutuações.

Esta separação é feita ao se aplicar a decomposição 3.10 a todas a variáveis do conjunto de equações de Navier-Stokes apresentadas na seção 3.2 surgem termos que acumulam as informações das flutuações. O processo para obtê-los podem ser facilmente acompanhados nas referências sobre o tema ([3, 4, 38, 39]), sendo importante destacar que estes termos adicionais resultam em um tensor de tensões adicional denominado tensor de Reynolds. Os termos deste tensor representam:

- Tensões normais:

$$\tau_{xx} = -\rho \overline{v_1'^2} \quad \tau_{yy} = -\rho \overline{v_2'^2} \quad \tau_{zz} = -\rho \overline{v_3'^2} \quad (3.16)$$

- Tensões cisalhantes

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = -\rho \overline{v_1'v_2'} \quad \tau_{xz} = \tau_{zx} = -\rho \overline{v_1'v_3'} \quad \tau_{yz} = \tau_{zy} = -\rho \overline{v_2'v_3'} \quad (3.17)$$

Os modelos de turbulência podem ser agrupados em três grandes grupos, de acordo com a forma como é feita a decomposição do escoamento e o tratamento destes termos adicionais. Em linhas gerais, os modelos são classificados em três categorias, que são:

- Modelos de turbulência para as equações médias de Reynolds (*Reynolds averaged Navier Stokes* - RANS): o principal foco desses modelos é o escoamento médio e os efeitos da turbulência nas propriedades do escoamento médio. Primeiramente, antes da aplicação de algum método numérico, é feita as médias temporais das equações de Navier Stokes. Termos extras aparecem devido as interações entre as várias flutuações turbulentas. Esses termos extras são modelados com modelos de turbulência clássicos, como o modelo k- $\epsilon$  e k- $\omega$ , dentre outros. Os recursos computacionais necessários para cálculos razoavelmente precisos são modestos, portanto, esta abordagem tem sido o principal suporte de engenharia nas últimas três décadas.
- Simulação das grandes escalas (*Large eddy simulation*- LES): forma intermediária dos modelos de turbulência que acompanha o comportamento dos maiores turbilhões. O método aplica um filtro espacialmente as equações de Navier Stokes, que passam os maiores turbilhões e rejeitam os menores. Os efeitos de escoamento "resolvido"(escoamento médio mais a solução dos maiores turbilhões) devido aos menores, que não são resolvidos são incluídos por meio dos denominados modelos de escala sub-malha.

As demandas em recursos de computação em termos de armazenamento e volume de cálculos são grandes, mas (no momento da escrita) esta técnica está começando a resolver problemas de CFD com geometria complexa.

- Simulação numérica direta (*Direct numerical simulation - DNS*): Estas simulações computam o escoamento médio e todas as flutuações de velocidade. Na solução espacial das equações de Navier Stokes utilizam-se malhas espaciais que são suficientemente refinadas de tal forma que resolvem as escalas de comprimento de Kolmogorov onde a dissipação de energia são resolvidas. Os passos de tempo são também suficientemente pequenos para resolver as flutuações mais rápidas. Esses cálculos são computacionalmente custosos e, por isso, não é muito utilizado.

Por ser de interesse neste trabalho, na seção subsequente descrevem-se, sucintamente, os modelos RANS  $k-\epsilon$  e  $k-\omega$ .

### 3.3.3 Modelos de turbulência de duas equações

Para a maioria dos propósitos de engenharia, não há a necessidade de se resolver todos os detalhes das flutuações turbulentas. Assim, nestas aplicações em CFD quase sempre há o interesse em se obter as informações sobre as propriedades médias do escoamento (por exemplo, velocidades médias, pressões médias, tensões médias etc.) [3]. Para poder calcular os fluxos turbulentos com as equações RANS, é necessário desenvolver modelos de turbulência para prever as tensões de Reynolds e os termos de transporte escalar e fechar o sistema de equações do escoamento médio.

Os modelos de turbulência RANS mais comuns são classificados com base no número de equações de transporte adicionais que precisam ser resolvidas juntamente com as equações do escoamento médio. Os modelos  $k-\epsilon$  e  $k-\omega$  são, portanto, denominados modelos com duas equações pois resolvem as equações relacionadas a energia cinética turbulenta das flutuações  $k$ , a taxa de dissipação por unidade de massa  $\epsilon$  e a taxa de dissipação específica da energia cinética turbulenta  $\omega$ .

Estes utilizam a hipótese de que o gradiente de difusão  $k$  é relacionado às tensões de Reynolds, aos gradientes de velocidade média e à viscosidade turbulenta  $\mu_t$ . A viscosidade turbulenta, por sua vez, é modelada como o produto de uma velocidade turbulenta e escala de comprimento turbulenta. Nos modelos de duas equações, com os discutidos nesta seção, a escala de velocidade turbulenta é

calculada pela energia cinética turbulenta, que é obtida da solução de suas equações de transporte. A “escala de comprimento” turbulenta é estimada a partir de duas propriedades do campo turbulento, usualmente a energia cinética turbulenta e sua taxa de dissipação, que é obtida da solução de suas equações de transporte. Os modelos de turbulência de duas equações são amplamente utilizados, já que oferecem bom equilíbrio entre custo computacional e acurácia. Nesses modelos, velocidade e escala de comprimento são resolvidos através de equações de transporte separadas.

### 3.3.3.1 Modelo k- $\epsilon$

Após a decomposição de Reynolds (equação 3.10), tem-se as seguintes equações de continuidade e de quantidade de movimento para os termos médios:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho}{\partial x_j} (\rho v_j) = 0 \quad (3.18)$$

E a equação de quantidade de movimento:

$$\frac{\partial \rho v_i}{\partial t} + \frac{\partial \rho}{\partial x_j} (\rho v_i v_j) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} [\mu_{eff} (\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i})] + S_M \quad (3.19)$$

onde  $S_M$  é a soma das forças dos corpos,  $\mu_{eff}$  é a viscosidade efetiva e  $p'$  é a pressão modificada, definida por:

$$p' = p + \frac{2}{3} \rho k + \frac{2}{3} \mu_{eff} \frac{\partial v_k}{\partial x_k} \quad (3.20)$$

O modelo k- $\epsilon$  é baseado no conceito de viscosidade turbulenta. Desta forma, a viscosidade é considerada a soma da viscosidade do fluido  $\mu$  e a viscosidade turbulenta  $\mu_t$ , logo:

$$\mu_{eff} = \mu + \mu_t \quad (3.21)$$

O modelo k- $\epsilon$  considera que a viscosidade turbulenta é relacionada à energia cinética e sua dissipação através da relação:

$$\mu_t = C \rho \frac{k^2}{\epsilon} \quad (3.22)$$

onde C é uma constante de valor 0,09.

Os valores de  $k$  e  $\epsilon$  são obtidos diretamente das equações diferenciais de transporte para a energia cinética turbulenta e taxa de dissipação:

$$\frac{\partial \rho k}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho v_j k) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + P_k - \rho \epsilon + P_{kb} \quad (3.23)$$

$$\frac{\partial \rho \epsilon}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho v_j \epsilon) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\epsilon} \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \right] + \frac{\epsilon}{k} (C_{\epsilon 1} P_k - C_{\epsilon 2} \rho \epsilon + C_{\epsilon 1} P_{eb}) \quad (3.24)$$

Onde  $C_{\epsilon 1}$ ,  $C_{\epsilon 2}$ ,  $\sigma_k$  e  $\sigma_\epsilon$  são constantes empíricas no valor de 1.44, 1.92, 1 e 1.3, respectivamente.

$P_{kb}$  e  $P_{eb}$  representam a influência das forças de flutuabilidade.  $P_k$  é a produção de turbulência devido às forças viscosas e é modelada como:

$$P_k = \sigma_t \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial v_i}{\partial x_j} - \frac{2}{3} \frac{\partial v_k}{\partial x_k} \left( 3\mu_t \frac{\partial v_k}{\partial x_k} + \rho k \right) \quad (3.25)$$

Para problemas incompressíveis,  $(\partial v_k / \partial x_k)$  é pequeno e o segundo termo da equação acima não contribui de maneira significativa. Para problemas compressíveis,  $(\partial v_k / \partial x_k)$  é grande apenas em regiões com velocidades altamente divergentes, como em ondas de choque. O termo  $3\mu_t$  é baseado na suposição de *Frozen Stress*, que previne que os valores de  $k$  e  $\epsilon$  se tornem muito grande em zonas de choque.

### 3.3.3.2 Modelo $k-\omega$

Uma das vantagens da formulação do modelo  $k-\omega$  é o tratamento próximo à parede para problemas com baixos números de Reynolds. O modelo não envolve complexas funções de amortecimento necessárias ao modelo  $k-\epsilon$  e, portanto, é mais acurado e robusto. O modelo  $k-\omega$  considera que a viscosidade turbulenta, energia cinética turbulenta e frequência da turbulência são conectadas através da relação:

$$\mu_t = \rho \frac{k}{\omega} \quad (3.26)$$

A primeira formulação do modelo  $k-\omega$  foi desenvolvido por Wilcox [39]. A formulação resolve duas equações de transporte:

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho v_j k) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + P_k - \beta' \rho k \omega + P_{kb} \quad (3.27)$$

$$\frac{\partial(\rho \omega)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho v_j \omega) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\omega} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + \alpha \frac{\omega}{k} P_k - \beta \rho \omega^2 + P_{\omega b} \quad (3.28)$$

A densidade,  $\rho$ , vetor de velocidades,  $v$ , são obtidas através do método de Navier-Stokes.  $P_k$  é calculado da mesma maneira que no modelo  $k-\epsilon$ . As constantes do modelo são dadas por:

$$\beta' = 0.09 \quad (3.29)$$

$$\alpha = 5/9 \quad (3.30)$$

$$\beta = 0.075 \quad (3.31)$$

$$\sigma_k = 2 \quad (3.32)$$

$$\sigma_\omega = 2 \quad (3.33)$$

O tensor tensão de Reynolds é calculado de:

$$-\rho \overline{v_i v_j} = \mu_t \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} \left( \rho k + \mu_t \frac{\partial v_k}{\partial x_k} \right) \quad (3.34)$$

### 3.4 Modelo Cinemático para Movimento do Sólido

Em algumas aplicações onde tem-se domínios que possuem movimento relativo entre si, se faz necessária a utilização de ferramentas para descrever todo o movimento do sistema e suas compatibilidades. Este é o caso desta pesquisa, onde há uma hélice acoplada a um eixo em rotação. Para tal, o sistema de equações descrito na seção 3.2 deve acomodar o movimento do fluido ao da fronteira sólida.

Em muitos dos programas em CFD há uma metodologia implementada que permite transformar o domínio do escoamento em regime transiente em um quadro de referência estacionário (inercial) em relação a um sistema em movimento. Para um sistema em rotação constante, é possível transformar as equações de movimento do fluido deste sistema, de tal modo que as soluções de estado estacionário tornam-se possíveis. Esta metodologia é denominada na literatura de *moving reference frame* (MRF) e é detalhada na seção subsequente.

### 3.4.1 *Moving Reference Frame* (MRF)

A Figura 17 mostra um sistema de coordenadas que translada com velocidade linear  $\vec{v}_t$  e rotaciona com velocidade angular  $\vec{\omega}$  relativas ao um sistema estacionário (inercial) de referência. A origem do sistema em movimento é definida pelo vetor posição  $\vec{r}_0$  e o eixo de rotação é definido pelo unitário  $\hat{a}$ , tal que  $\vec{\omega} = \omega \hat{a}$

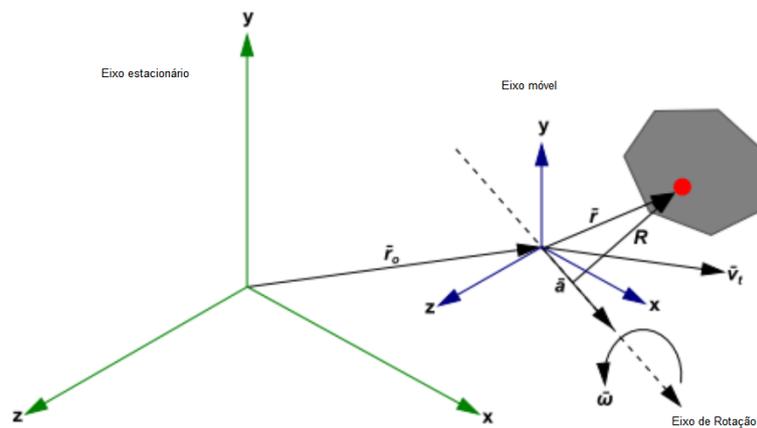


Figura 17 – Sistemas estacionário e rotativo [5].

O domínio computacional CFD é definido com relação ao sistema em movimento de tal modo que um ponto neste domínio é localizado pelo vetor posição  $\vec{r}$  a partir da origem do sistema em movimento.

As velocidades do fluido podem ser transformadas do sistema estacionário

para a sistema móvel usando as seguintes relações:

$$\begin{aligned}\vec{v}_r &= \vec{v} - \vec{u}_r \\ \vec{u}_r &= \vec{v}_t + \omega \times \vec{r}\end{aligned}\quad (3.35)$$

Nas equações 3.35,  $\vec{v}_r$  é a velocidade relativa (é a vista a partir do sistema em movimento),  $\vec{v}$  é a velocidade absoluta (aquela vista a partir do sistema estacionário),  $\vec{u}_r$  é a velocidade do sistema em movimento relativa ao sistema inercial,  $\vec{\omega}$  é a velocidade angular.

Quando as equações de movimento são resolvidas no sistema de referência em movimento surgem termos adicionais para descrever o campo de aceleração nas equações de quantidade de movimento [40].

As equações podem ser formuladas de duas maneiras diferentes:

- expressando as equações de quantidade de movimento usando as velocidades relativas como variáveis dependentes (conhecidas como a formulação de velocidade relativa).

Neste caso, considerando o regime estacionário, as equações de movimento do fluido ficam:

– Conservação de massa:

$$\nabla \rho \vec{v}_r = 0 \quad (3.36)$$

– Conservação da quantidade de movimento:

$$\begin{aligned}\nabla \cdot (\rho \vec{v}_r \vec{v}_r) + \rho(2\vec{\omega} \times \vec{v}_r + \vec{\omega} \times \vec{\omega} \times \vec{r}) = \\ -\nabla p + \nabla \bar{\tau}_r + \vec{f}\end{aligned}\quad (3.37)$$

Na equação de quantidade de movimento 3.37 contém dois termos adicionais de aceleração. São eles:

- aceleração de Coriolis:  $2\vec{\omega} \times \vec{v}_r$ ;
- aceleração centrípeta:  $\vec{\omega} \times \vec{\omega} \times \vec{r}$ ;

- Expressando as equações de quantidade de movimento usando as velocidades absolutas como variáveis dependentes (conhecidas como a formulação de velocidade absoluta).

Neste caso, as equações governantes do escoamento podem ser escritas na forma:

– Conservação de massa:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \rho \vec{v}_r = 0 \quad (3.38)$$

– Conservação da quantidade de movimento:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho \vec{v}) + \nabla \cdot (\rho \vec{v}_r \vec{v}) + \rho [\vec{\omega} \times (\vec{v} - \vec{v}_t)] = \\ -\nabla p + \nabla \bar{\tau}_r + \vec{f} \end{aligned} \quad (3.39)$$

Nesta formulação, as acelerações de Coriolis e centrípeta estão simplificadas em um único termo ( $\vec{\omega} \times (\vec{v} - \vec{v}_t)$ ).

Os termos das tensões viscosas que aparecem nas equações de conservação de quantidade de movimento é idêntico ao expresso pela equação 3.4, exceto que derivadas de velocidade relativa são usadas.

### 3.5 Considerações sobre este capítulo

Este capítulo teve por finalidade expor alguns critérios para a modelagem proposta nesta pesquisa.

Em resumo, a modelagem adotada contempla:

- equações da mecânica do contínuo, representadas pelas equações de Navier Stokes 3.3 e 3.2.
- escoamento viscoso, incompressível;
- simulações em condições estacionárias. Segundo Jasak e Beaudoin [17] "o desempenho das turbomáquinas é de interesse na engenharia sob condições

quase estacionárias, mesmo na presença de efeitos claramente dependentes do tempo".

- fluido newtoniano, de acordo com a equação 3.4;
- modelos de turbulência RANS  $k-\varepsilon$  e  $k-\omega$
- modelo cinemático que adota um sistema de referência estacionário e sistema de referência em movimento. Para a modelagem em questão, para considerar a rotação do eixo, o movimento relativo é o de rotação.

## 4 Tratamentos Numéricos

O objetivo desta seção é o de descrever, sucintamente, alguns dos métodos numéricos empregados no trabalho. Na primeira parte apresentam-se as plataformas computacionais. Na sequência, as técnicas numéricas são sumarizadas. Uma seção especial é dedicada ao tratamento dado às interfaces entre o domínio rotativo e o estacionário.

### 4.1 Programas em CFD utilizados

O ANSYS/CFX é uma plataforma em dinâmica dos fluidos computacional (CFD) de propósito amplo que utiliza um solver avançado com capacidades de pré-processamento e pós-processamento. Pode ser aplicado a problemas:

- transientes e estacionários
- laminares ou turbulentos
- subsônicos, transônicos ou supersônicos

O OpenFOAM [41] é um programa aberto e gratuito desenvolvido e distribuído desde 2004. O OpenFOAM atende a um vasto grupo de áreas da ciência e das engenharias, tanto para finalidades comerciais quanto acadêmicas. Suas diferentes ferramentas são capazes de resolver problemas de dinâmica dos fluidos computacionais, acústica, mecânica dos sólidos e eletromagnetismo.

### 4.2 Técnicas numéricas

- Discretização

A transformação das equações diferenciais do meio contínuo em um sistema discreto de equações algébricas (equações discretizadas) é feito, nos programas referidos na seção 4.1, pelo método dos volumes finitos para o OpenFOAM e método de controle dos elementos de volume finito (CVFEM - *Control Volume Finite Element Method*) para o ANSYS/CFX.

Em linhas gerais, a discretização pelo MVF obedece as seguintes etapas:

- decomposição do domínio em volume de controle, como na Figura 19., onde a variável de interesse fica situada no seu centroide;
- formulação das equações integrais de conservação para cada volume de controle;
- aproximação numérica das integrais para cada volume de controle. Nesta etapa, as integrais no volume de controle são transformadas, pelo Teorema da Divergência, em informações nas faces do volume;
- aproximação dos valores das variáveis nas faces e as derivadas com a informação das variáveis nodais (diferença central);
- montagem e solução do sistema algébrico obtido;

Discretização - MVF

- decomposição do domínio em volume de controle, onde a variável de interesse fica situada no seu centroide;
- formulação das equações integrais de conservação para cada volume de controle;
- aproximação numérica das integrais para cada volume de controle. Nesta etapa, as integrais no volume de controle são transformadas, pelo Teorema da Divergência, em informações nas faces do volume;
- aproximação dos valores das variáveis nas faces e as derivadas com a informação das variáveis nodais (diferença central);
- montagem e solução do sistema algébrico obtido;

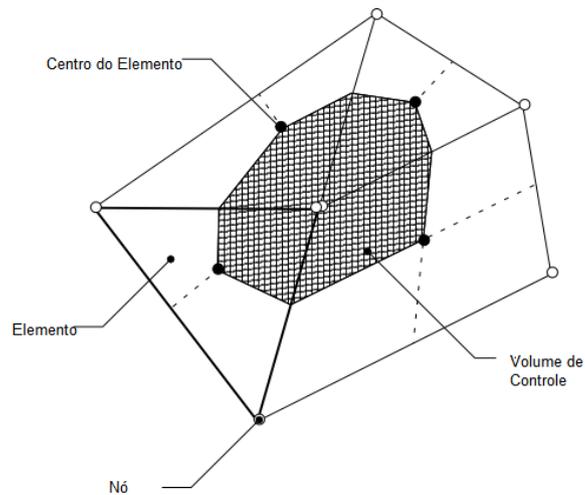


Figura 18 – Definição de Volume de Controle - Adaptada de [6]

- Tratamento do termo convectivo - Esquema *upwind*

O esquema *upwind* [42] é baseado no fato de que as variáveis transportadas são convectadas na direção do escoamento, ou seja, o valor da face  $\phi_f$  é influenciado pela quantidade  $\phi_{up}$  da célula que está a montante, relativo à direção da velocidade principal do escoamento, ou seja:

$$\phi_f = \phi_{c0} + \beta(\nabla\phi \cdot \vec{r})_{up} \quad (4.1)$$

onde  $\phi$  é a quantidade transportada,  $c0$  refere-se a célula central,  $up$  é o elemento a montante (*upwind*) da face,  $\vec{r}$  é o de vetor de  $up$  até  $ip$ . A Figura 19 mostra melhor estas definições.

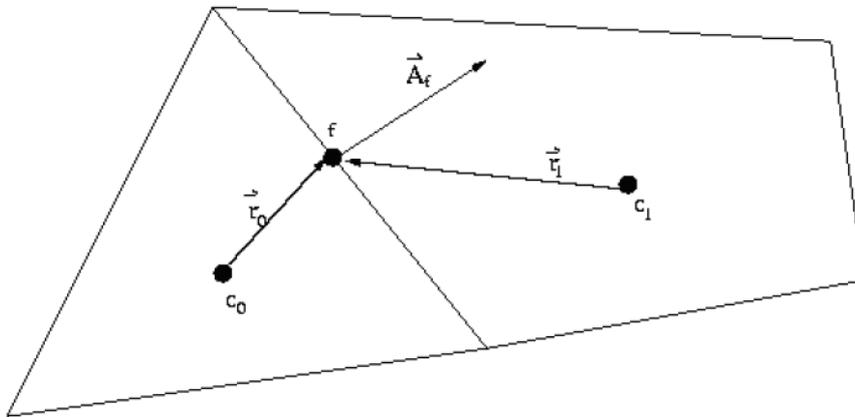


Figura 19 – Volume de controle para a definição da equação de transporte - adaptada de [7]

O segundo termo do lado direito da equação 4.1 é uma correção numérica da convecção e pode ser visto como uma correção anti-difusiva aplicada ao esquema de *upwind*.

Na expressão 4.1,  $\beta$  pode ser entendida como uma variável de interpolação. O seu valor define o esquema a ser adotado. Para  $\beta = 0$ , tem-se o esquema de primeira ordem; para  $\beta = 1$ , tem-se esquemas linear de segunda ordem. Este último esquema *upwind* é o padrão do OpenFOAM e foi o empregado na pesquisa.

No ANSYS/CFX foram utilizados para o tratamento do termo convectivo algoritmos de alta resolução proposto por [43]. Este esquema utiliza uma escolha não linear adaptativa para para o valor de  $\beta$  em cada face. O algoritmo para a escolha de  $\beta$  é baseado nas informações das fronteira e nas informações do próprio nó central (é considerado o valor mínimo de todos os valores de ponto de integração em torno do nó). Detalhes desta técnica são obtidos na referência de origem [43].

- Acoplamento pressão velocidade

As equações 3.2 e 3.3 são intrinsecamente acopladas pois cada componente de velocidade aparece em cada equação de quantidade de movimento e também

na de continuidade. A questão mais complexa para se resolver é o papel desempenhado pela pressão, que só aparece nas equações de conservação de quantidade de movimento. Para o caso de escoamentos incompressíveis, não há nenhuma outra equação adicional.

Para o acoplamento de pressão e velocidade, há um algoritmo proposto por Patankar [42] denominado SIMPLE (*Semi-Implicit Method for Pressure Linked Equations*) que é o empregado nas simulações com o OpenFOAM. A ideia básica deste autor é propor uma malha escalonada para pressão e velocidade e evitar o problema denominado por muitos autores ([3]) de tabuleiro de xadrez. Desta forma, pressão e velocidades são calculados em pontos distintos da malha.

A Figura 20 mostra uma malha escalonada, a título de ilustração. As variáveis de pressão ficam estocadas nos nós cheios, enquanto as velocidades são definidas nas faces das células entre nós e são indicadas por setas.

Não é o objetivo aqui detalhar esta técnica, mas vale ressaltar que o algoritmo proposto inicia-se por uma estimativa dos campos de pressão e velocidade. Correções são feitas iterativamente, até que o campo de velocidade obtido obedeça à equação de continuidade 3.3 discretizada e todas as quantidades são conservadas no interior dos volumes de controle.

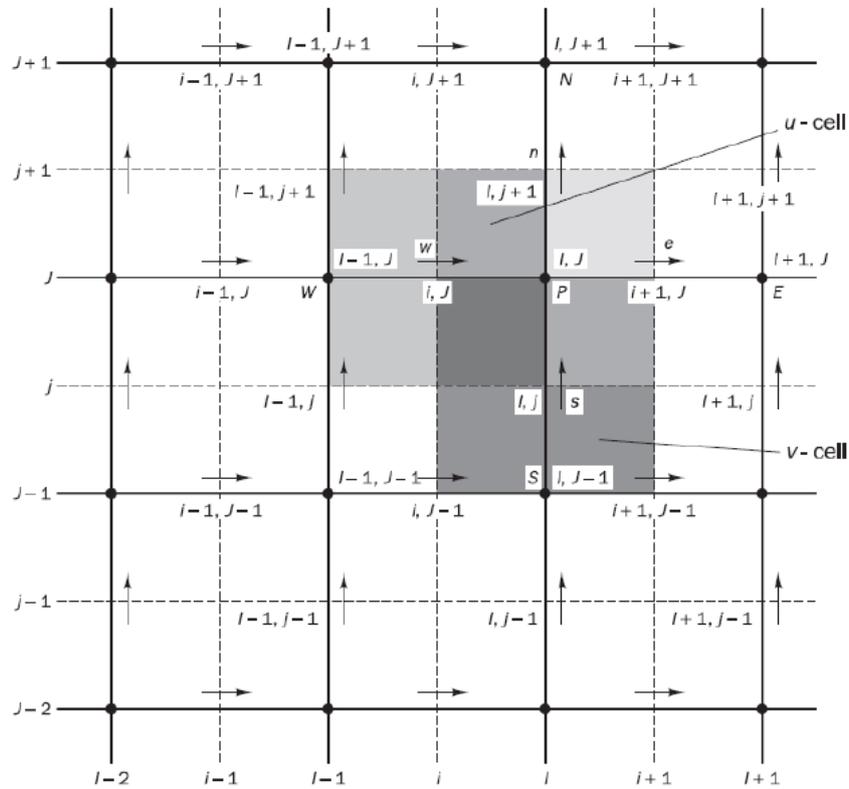


Figura 20 – Malha escalonada - adaptada de [3]

O ANSYS/CFX, para o acoplamento pressão velocidade, utiliza um método de malha não escalonada, onde volumes de controle são idênticos para todas as equações de transporte. Este baseia-se no método não escalonado de Rhie e Chow [44], e adaptado por Majundar [45], que propuseram uma discretização alternativa para os fluxos de massa nas faces dos elementos para evitar o desacoplamento. Esta técnica imita uma discretização de malha escalonada forçando a equação discreta de conservação de massa a ser expressa em termos de fluxos de massa através das faces das células [46]. Detalhes desta formulação podem ser obtidos nas referências [44] e [46], por exemplo.

Um ponto importante a destacar entre estas duas formulações é que discretizações com malha escalonada geralmente resultam em maior estabilidade e robustez, mas para malhas não estruturadas e não ortogonais, elas são significativamente mais difíceis de implementar, especialmente com relação ao

tratamento das condições de contorno, e requerem mais memória e operações de cálculo.

Por essas razões, as discretizações com malha não escalonada têm sido extensivamente investigadas e estudadas. Todavia, nestas últimas, em alguns casos, o termo de redistribuição de pressão pode produzir campos de velocidades espúrios aparentemente significativos [47]. Nesses casos, a discretização de Rhie e Chow [44] pode levar a oscilações de velocidade em locais onde a força de corpo é descontínua (por exemplo, em uma interface de superfície livre ou no limite de uma região porosa). Para contornar esta situação, os próprios autores propõem uma suavização destas forças, que são acumuladas no termo fonte na discretização dos problemas.

### 4.3 Tratamento das Interfaces

Por ser de especial interesse na pesquisa, nesta seção apresentam-se as abordagens que podem ser empregadas para o tratamento das interfaces entre os domínios computacionais rotativo e estacionário. Esta preocupação surge pois nas superfícies intermediárias entre dois domínios computacionais uma transformação local nesta região deve ser realizada para permitir que as variáveis do escoamento em uma região possa ser utilizada para calcular o escoamento em regiões adjacentes.

Atualmente, há pacotes em CFD que utilizam ferramentas adequadas para simulações em turbomáquinas, que lidam com estas questões específicas. Cita-se uma das mais generalista, denominada *sliding mesh* (malhas deslizantes), onde componentes em movimento relativo são conectados usando uma interface deslizante que reconecta duas partes em um único domínio. Estas técnicas resolvem problemas transientes e empregam mudanças topológicas da malha. Para cada iteração, são criadas novas faces e, por este motivo, esta técnica é onerosa computacionalmente.

Alternativamente, há uma abordagem de controle das informações nas superfícies de transição, específicas para problemas em regime permanente e simulações em turbomáquinas. Estas são categorizadas por meio do módulo

GGI (*General Grid Interface*, [48, 17, 49, 8]). No GGI não há as mudanças topológicas na superfície de interseção. O algoritmo constrói uma interface que é a sobreposição de duas regiões (facetas) e a troca de informações entre células rotativas e estacionárias é feita por interpolações nas facetas de comunicação entre estas. A interpolação é estabelecida por consideração geométrica e os fatores de ponderação são calculados como razão de área da faceta e da face completa. Desta forma, conexões GGI são empregadas quando malhas em domínios computacionais distintos não são coincidentes.

A Figura 21 mostra, de forma esquemática, a diferença básica entre os métodos *sliding mesh* e GGI.

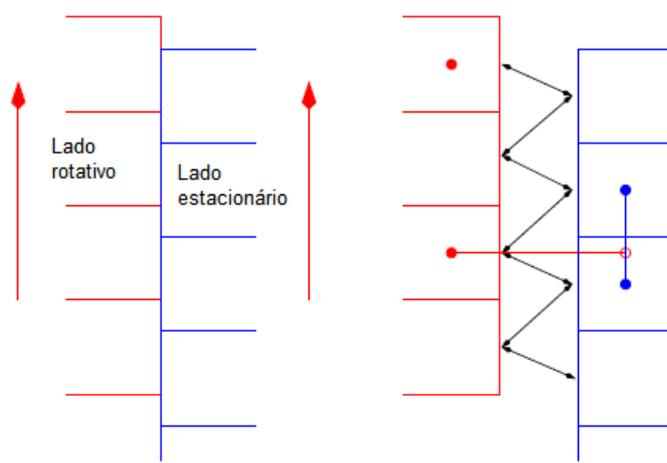


Figura 21 – Tratamento das interfaces. A esquerda por meio do *sliding mesh*, a direita por meio do GGI [8].

A conexão GGI é feita de maneira conservadora e implícita, mesmo que os nós nos dois lados da conexão não estejam alinhados. Da mesma forma, os tipos de elementos em cada lado não precisam corresponder. Além disto, se o tamanho da região de conexão de um lado for diferente daquele do outro lado, a conexão será feita automaticamente entre as superfícies que se sobrepõem mutuamente. Finalmente, é possível realizar uma conexão onde há uma pequena diferença ou interferência entre os dois lados da conexão GGI. Aqui, o termo "pequena" significa uma interferência ou intervalo na ordem de  $1/2$  da profundidade média dos elementos que tocam a superfície de conexão. Isso

permite conexões onde as superfícies não se encaixam perfeitamente, ou onde os componentes não estão perfeitamente alinhados entre si. Mesmo nestas situações, a conservação é garantida e rigorosamente aplicada

Para ajudar a entender a ideia do método, considera-se, a título de ilustração, a Figura 22. Esta Figura corresponde a uma interface típica entre os lados de origem (envio) e destino (recebimento). As superfícies de controle que resultam da interseção de todas as faces IP na interseção são mostradas. Por exemplo, os IP faces  $S_1$  e  $S_2$  do lado fonte (origem) intercepta com o IP das faces  $R_1$  e  $R_2$  do lado alvo (recebimento), dando origem as áreas  $A_1$ ,  $A_2$  e  $A_3$  na superfície de controle. Neste caso, a contribuição do peso para o mapeamento para o IP da face  $R_1$  (e nó de destino associado) associado com o IP fonte das faces  $S_1$  e  $S_2$  são, respectivamente:

$$w_1 = \frac{A_1}{A_1}$$

$$w_2 = \frac{A_2}{A_2 + A_3}$$

Em resumo, o módulo de conexão CGI é implementado como segue [48]:

- Definição de regiões onde os fluxos devem ser conservados (superfícies de controle).

Dentro de cada superfície de controle, identificam-se novas variáveis dependentes, chamadas de variáveis de interface. Para uma certa superfície de controle, a conservação é realizada em toda a interface na direção da rotação, com o máximo de superfícies de controle perpendiculares a direção de rotação que a malha permita. O balanceamento do fluxo da superfícies de controle é da resolução da malha da interface.

- Avaliação dos fluxos em cada local da interface, visitando todos os volumes de controle com superfícies expostas à interface. Esta avaliação é feita utilizando a mesma abordagem dos escoamentos internos para convecção, difusão e acoplamento pressão velocidade.

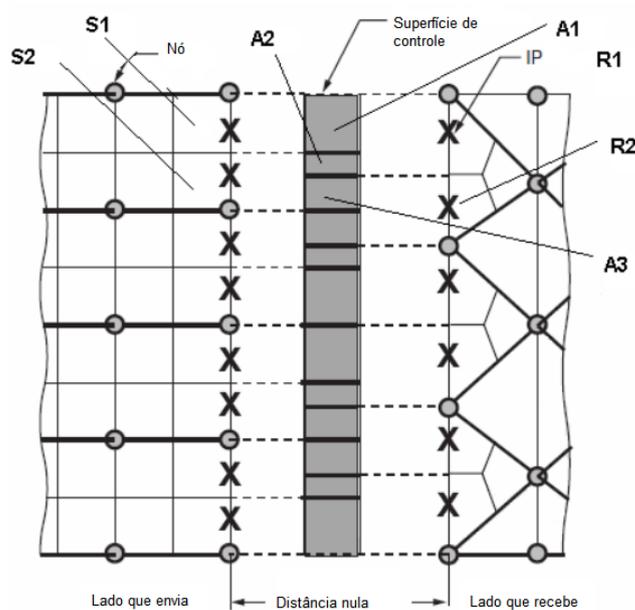


Figura 22 – Mapeamento das interfaces no GGI.

- Quando uma face está em contato com mais de uma superfície de controle, a discretização para cada ponto de integração é feita em termos das incógnitas de uma interface genérica. Avalia-se o fluxo nestas  $N$  vezes, sendo  $N$  o número de superfícies de controle com contato com a face), a cada vez usando uma variável de superfície de controle diferente e aplicando um fator peso obtido com base em uma fração de exposição.
- Cada avaliação é alocada em duas posições: uma nas equações da interface do volume de controle e outra nas equações de superfície de controle adjacente.
- O conjunto de equações lineares são resolvidos e obtém-se o valor de todas as variáveis nodais e todas as variáveis de interface.

Os algoritmos numéricos empregados, assim como o tratamento das informações numéricas de controle das superfícies são projetados e implementados de maneira a fornecer a máxima robustez e acurácia. O tratamento dos fluxos de interface é completamente implícito e conserva completamente a massa e a quantidade de movimento.

De acordo com Belamri [49], há três modelos de interface rotativa implementados no GGI. Esses modelos funcionam alterando o sistema de referência local do domínio. A diferença entre eles está na forma como avaliam as propriedades que atravessam a interface. São eles:

- *Stage*: neste modelo são realizadas médias circunferenciais, por faixas, dos fluxos através da interface, e essa informação do escoamento é transmitida como condição de contorno para o componente seguinte. É usado quando a variação circunferencial é pequena. Devido a esta média circunferencial é possível simular máquinas que possuem vários estágios utilizando apenas uma passagem por estágio.

Este modelo mantém fixa a posição relativa do componente, ou seja, significa que a malha usada no domínio rotativo não se movimenta. Devido a esta característica, pode ser usado em simulações em regime permanente. Devido ao procedimento de médias, esse modelo não é indicado para uso em casos onde a interação entre os componentes fixo e rotativo seja grande.

- *Frozen rotor*: este modelo trata o escoamento do componente fixo para o rotativo mudando o sistema de referência sem fazer médias, o que possibilita que características locais do escoamento, como recirculações e ondas de choque, sejam transportadas através da interface. Neste caso, os fluxos mudam de quadro, mas a orientação relativa dos componentes é "congelada".

É utilizado quando existe assimetria no domínio, fazendo com que a variação circunferencial seja importante, como em turbomáquinas. Assim como no modelo precedente, e pelo mesmo motivo, pode ser usado em simulações em regime permanente. Devido a sua simplicidade e aplicabilidade, foi o modelo utilizado no trabalho.

- *Transient rotor - stator*: esse modelo pode ser usado somente em análises transientes, pois exige que a cada passo no tempo a malha seja movimentada. Na interface, é feita a transformação do sistema de referência de forma semelhante ao modelo *Frozen Rotor*, ou seja, sem a utilização de médias, mantendo assim todas as características do escoamento.

Vale destacar que, de acordo com as informações contidas na referência [8], o modelo *Frozen Rotor*, desenvolvido para o regime permanente, utiliza a descrição com velocidade absoluta representada pelas equações 3.38 e 3.39, enquanto os demais usam as formulações com as velocidades relativas 3.36 e 3.37.

#### 4.4 Considerações sobre este capítulo

Este capítulo teve por finalidade descrever as técnicas numéricas empregadas na pesquisa.

Em resumo, adotou-se:

- discretização das equações diferenciais parciais pelo método dos volumes finitos;
- esquemas *upwind* de segunda ordem no OpenFOAM e de alta resolução no ANSYS/CFX.
- o acoplamento pressão – velocidade é resolvido com a malha escalonada e algoritmo *simple* no OpenFOAM e uma malha não escalonada e algoritmo proposto por Rhie e Chow [44].
- no tratamento das interfaces, utilizou-se técnicas GGI e modelo *Frozen Rotor*.

## 5

### Exemplos e Resultados

Neste capítulo apresentam-se os exemplos e o resultados obtidos empregando-se a CFD a alguns casos de estudo, visando a obtenção dos parâmetros que caracterizam a eficiência de hélices.

Na primeira parte, mostram-se os casos e resultados obtidos com a modelagem e técnicas numéricas descritas nos capítulos 3 e 4. Um estudo sobre a influência dos modelos de turbulência é apresentado. Nestes, o vento de incidência é frontal, como é feito usualmente na literatura.

Na segunda parte, uma vez validados os modelos computacionais, investiga-se a influência do vento lateral (vento de través) na eficiência do sistema.

Por fim, visando verificar as condições estáticas semelhantes as dos ensaios no banco estático, são analisadas as influências de outras superfícies próximas a hélice, como a condição do solo e da estrutura do banco.

#### 5.1 Metodologia

Pode-se dividir o processo de criação e execução de todas as simulações pelas seguintes etapas:

- Critério de convergência  $10^{-p}$ , onde  $p = 4$ .
- Foram utilizadas, para as análises iniciais, três modelos de hélices: hélice APC  $10 \times 7$  [23], hélice DA4002 [19] e hélice Purdue [18]. A escolha destas se deve ao fato de possuírem os dados geométricos e resultados para comparações nas respectivas referências.

Para as últimas análises, referentes as do banco estático, utilizou-se uma hélice com características semelhantes a que será adquirida no projeto de pesquisa em propulsão híbrida do Grupo GCEME.

- Para as hélices APC  $10 \times 7$ , DA4002 e Purdue, os valores do número de Reynolds são de, respectivamente, 410000, 25300 e 470000 (para

tais cálculos, foi utilizado como dimensão característica do Reynolds os respectivos diâmetros das hélices), o que justifica a necessidade de se utilizar modelos de turbulência, como os discutidos na seção 3.3.2.

Os resultados apresentados na seção 5.2 para cada caso, tem-se, primeiramente, os resultados com os mesmos modelos de turbulência e, em uma seção subsequente, uma comparação entre os modelos  $k-\epsilon$  e  $k-\omega$ .

- Modelagem 3D das geometrias das hélices: devido a grande disponibilidade da hélice APC 10×7 no mercado foi possível obter a sua geometria através de repositórios de peças 3D (<https://grabcad.com/>). As outras hélices foram modeladas a partir de informações obtidas na bibliografia.
- Modelagem 3D do domínio rotativo: o domínio rotativo é modelado como um cilindro a partir da geometria da hélice. A peça é exportada com o formato .STEP, que pode ser importado pelo ANSYS/CFX e pelo OpenFOAM (como formato intermediário).
- Modelagem 3D do domínio estacionário: o domínio estacionário é modelado como um cubo a partir da geometria do domínio rotativo. A peça é exportada com o formato .STEP, que pode ser importado pelo ANSYS/CFX e pelo OpenFOAM (como formato intermediário).
- Geração das malhas: para cada simulação, são geradas duas malhas, sendo uma delas para o domínio rotativo e outra para o estacionário. As malhas e suas configurações são descritas oportunamente neste capítulo nas seções correspondentes à cada simulação.
- Configurações da simulação: são definidas para cada uma das simulações e cada um dos programas. Suas especificidades são descritas oportunamente neste capítulo.
- Tratamento dos resultados: os resultados obtidos das simulações são tração (em N) e torque (em N.m) em função da razão de avanço  $J$ . Os resultados são adimensionalizados através do uso de planilhas eletrônicas.

## 5.2 Validação do Modelo

Com o objetivo de validar os modelos das simulações em ANSYS/CFX e OpenFOAM, foram realizadas simulações para as três diferentes hélices apresentadas na seção 5.1. Os resultados em termos de eficiência, coeficiente de tração e coeficiente de potência foram comparados com os das respectivas referências.

Ao final de cada estudo específico, quando pertinente, há comentários particulares para cada caso. No final desta seção faz-se uma análise global dos resultados.

### 5.2.1 Hélice APC 10×7

A Hélice APC 10×7 [50] é uma hélice bipá de passo fixo (0,1778m), diâmetro de 0,254m. Na raiz tem perfil Epppler E63 e Clark-y próximo a ponta. As simulações foram realizadas para a rotação de 3008 rpm, de acordo com a referência [50]. A Figura 23 mostra o modelo geométrico desta hélice.

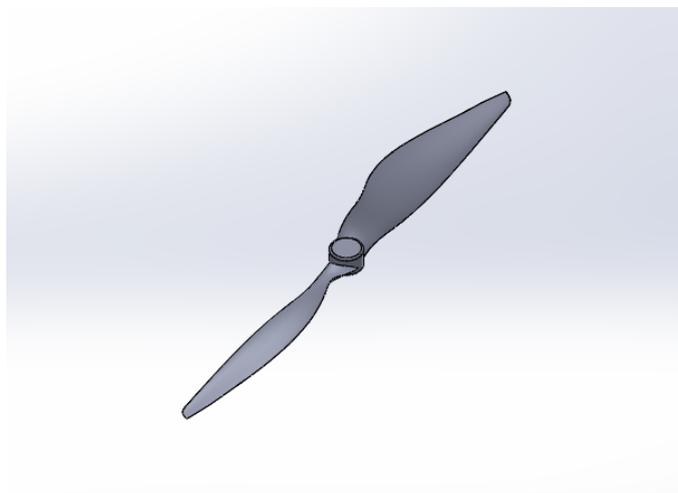


Figura 23 – Geometria da hélice APC 10×7.

Para a obtenção dos coeficientes de eficiência procurados foram utilizados os valores de razão de avanço e velocidade exibidos nas Tabelas 1 e 2.

Tabela 1 – Velocidades e razões de avanço para hélice APC 10x7 utilizadas no ANSYS/CFX e no OpenFOAM.

Velocidade de Fluido (m/s)	Razão de Avanço
0	0
2,439	0,192
3,59	0,282
4,88	0,383
6,71	0,527
8	0,628
9,13	0,717
10,18	0,799

Tabela 2 – Velocidades e razões de avanço para hélice APC 10x7 utilizadas no OpenFOAM.

Velocidade de Fluido (m/s)	Razão de Avanço
0	0
3,59	0,282
6,71	0,527
9,13	0,717
10,18	0,799

As simulações foram realizadas utilizando o modelo de turbulência  $k-\epsilon$ . Os domínios e as condições de contorno utilizadas no modelo foram [50]:

- Domínio rotativo: cilindro de diâmetro 27,94cm e altura 10,16cm;
- Domínio estacionário: cubo de aresta 203,2cm;
- *Inlet* (face frontal): velocidade normal à face de entrada do domínio estacionário;
- *Open*: pressão de referência de 1atm em todas as outras faces, que não a face de *inlet*, do domínio estacionário;
- *No-slip Wall*, condição de não escorregamento nas paredes (velocidades nulas): aplicada às faces da geometria da hélices;
- *Frozen Rotor*: a condição é aplicada às interfaces comuns aos domínios rotativo e estacionário.

Na Figura 24 mostram-se os domínios e faces para aplicação destas condições de contorno.

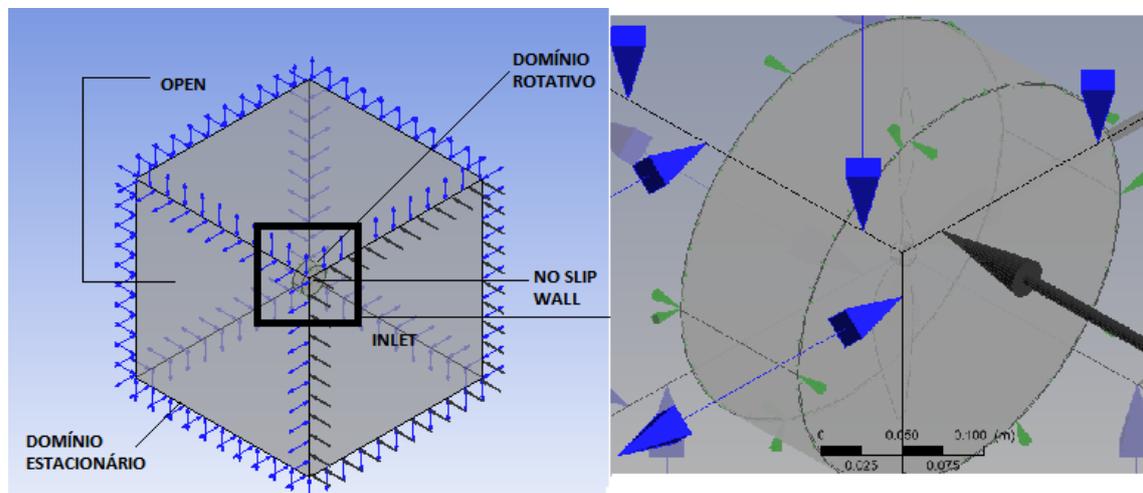


Figura 24 – Esquematização dos domínios - APC 10x7

O número de elementos da malha utilizada no ANSYS/CFX foi de 497525 tetraédricos. Para o domínio estacionário, a malha foi gerada a partir das configurações da Tabela 3 do gerador de malha do ANSYS.

Tabela 3 – Parâmetros da malha do domínio estacionário para a hélice 10x7 no gerador de malha do ANSYS.

Atributo	Função	Valor
Função de tamanho	Determina a função de mecanismo de refinamento	Curvatura
Tamanho de face máximo	Tamanho máximo que a função retornará para o gerador de malhas	0,1759m
Simplificação da malha	O gerador de malhas simplifica geometrias pequenas	Sim
Tamanho de simplificação	Tamanho limite em que a simplificação da malha possa agir	8,8e-04m
Razão de crescimento	Representa o aumento no tamanho da aresta de um elemento após cada camada	1,2
Tamanho mínimo	Tamanho mínimo que a função retorna para o gerador de malhas	1,76e-3m
Tamanho máximo	Tamanho máximo que a função retorna para o gerador de malhas	0,3519m
Ângulo de curvatura normal	É o ângulo máximo permitido a um elemento englobar	18°

Os parâmetros para o domínio rotativo são exibidos na Tabela 4. Na Figura 25 está representado a malha do domínio rotativo.

Tabela 4 – Parâmetros da malha do domínio rotativo para a hélice 10x7 no gerador de malha do ANSYS.

Atributo	Função	Valor
Função de tamanho	Determina a função de mecanismo de refinamento	Curvatura
Tamanho de face máximo	Tamanho máximo que a função retornará para o gerador de malhas	2,04e-2m
Razão de crescimento	Representa o aumento no tamanho da aresta de um elemento após cada camada	1,2
Tamanho mínimo	Tamanho mínimo que a função retorna para o gerador de malhas	1e-4m
Tamanho máximo	Tamanho máximo que a função retorna para o gerador de malha	4,08e-2m
Ângulo de curvatura normal	É o ângulo máximo permitido a um elemento englobar	40°

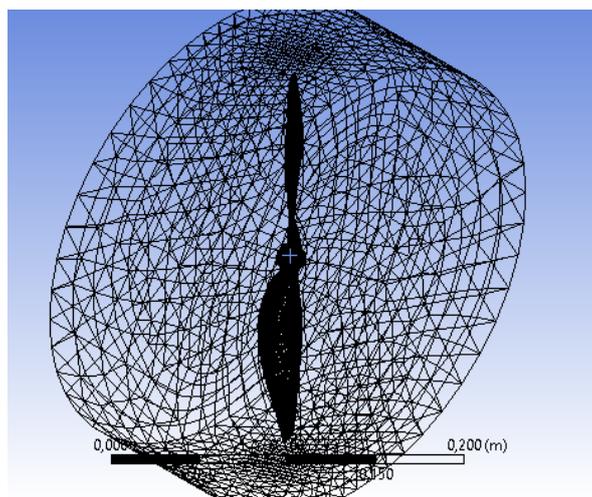


Figura 25 – Malha para o domínio rotativo da hélice APC 10x7 utilizada no ANSYS/CFX

Para o OpenFOAM, também foi utilizado o modelo de turbulência  $k-\epsilon$ . O mesmo domínio e as mesmas condições de contorno utilizadas no ANSYS/CFX foram utilizadas no OpenFOAM. A malha foi gerada com os valores sugeridos pelo gerador de malha do OpenFOAM. Os detalhes da malha utilizadas estão na tabela abaixo:

Tabela 5 – Detalhes das malhas para cada caso estudado - OpenFOAM APC 10x7.

hélice	número de nós	número de faces	número de volumes
APC 10x7	610034	1720645	556067

Na Figura 26 está representado a malha para o domínio rotativo.

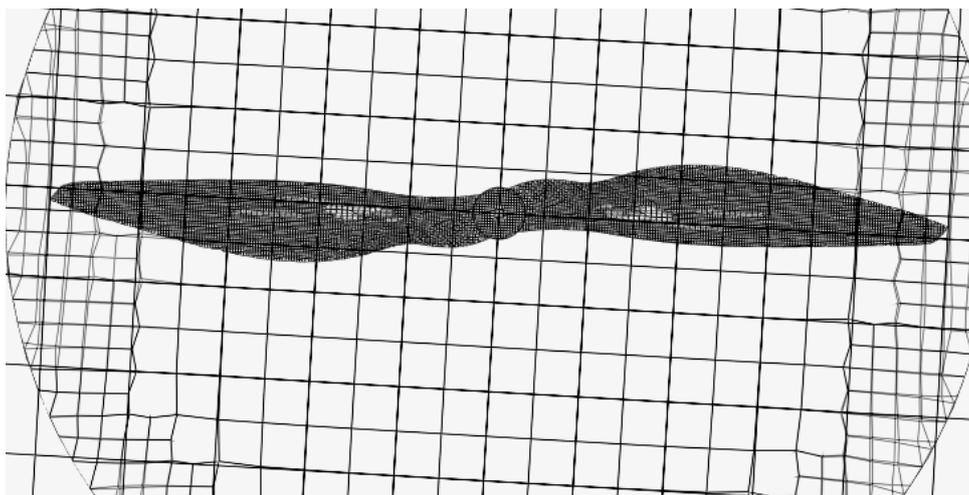


Figura 26 – Malha para o domínio rotativo da hélice APC 10x7 utilizada no OpenFOAM

Os coeficientes de tração, potência e eficiência da hélice APC 10x7, para as simulações em CFX e OpenFOAM e os resultados experimentais [23], estão dispostos graficamente nas figuras 27, 28 e 29, respectivamente.

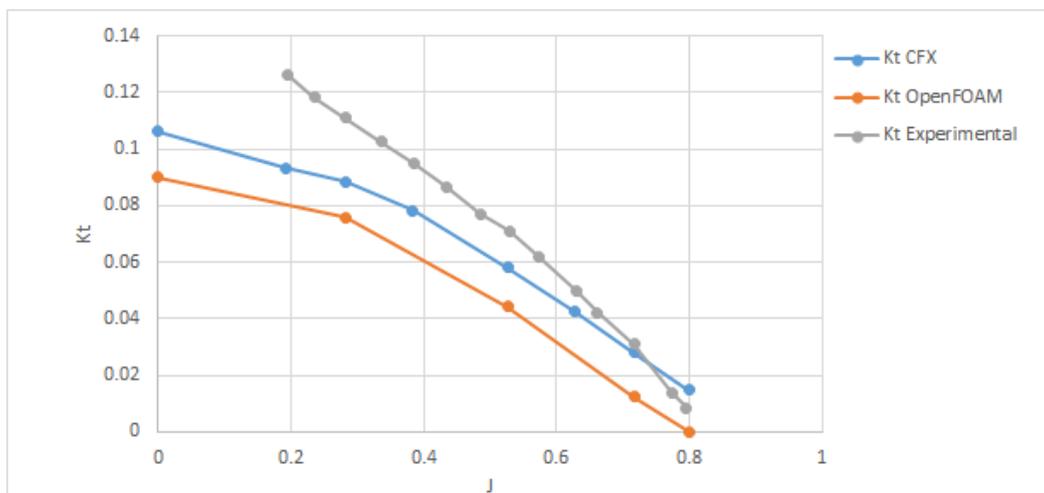


Figura 27 – Comparação entre os Coeficientes de Tração - APC 10x7 ( $K_T$ )

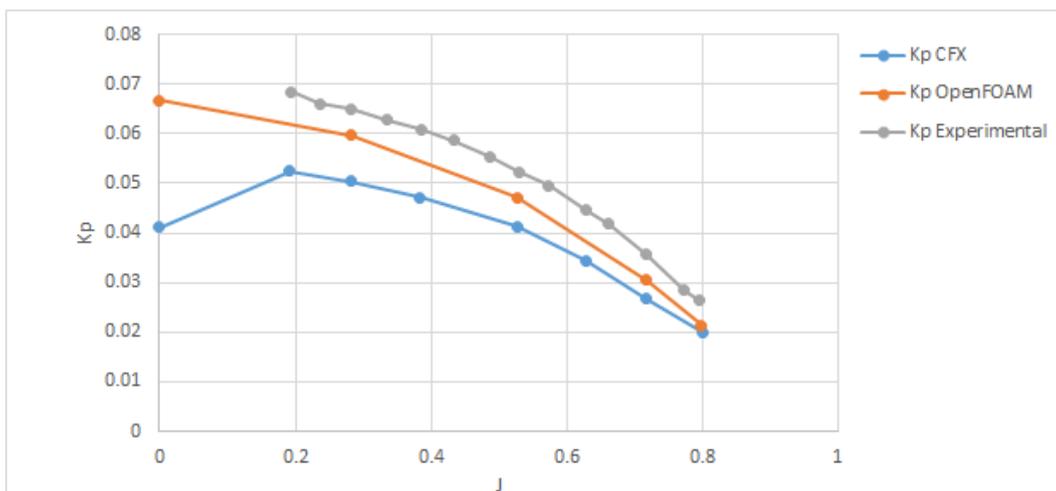


Figura 28 – Comparação entre os Coeficientes de Potência - APC 10x7 ( $K_P$ )

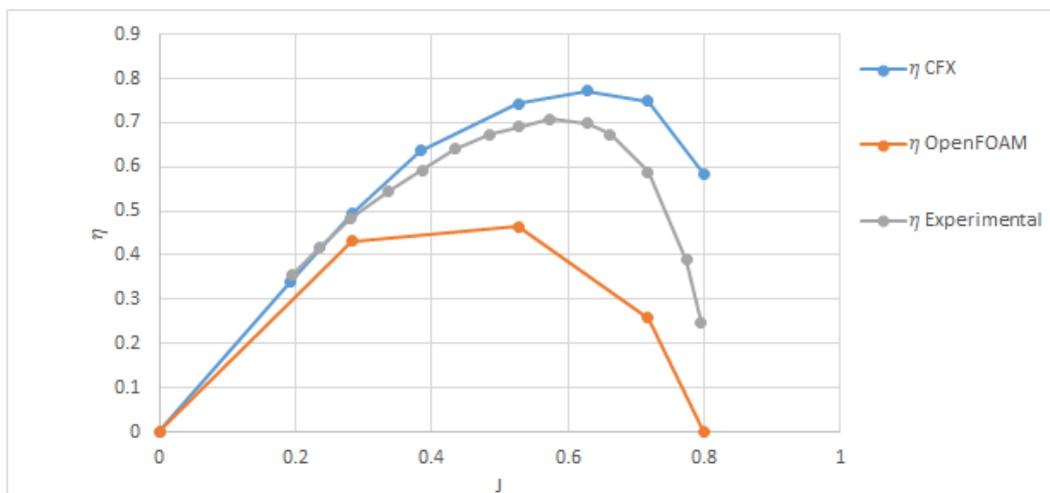


Figura 29 – Comparação entre os Coeficientes de Eficiência - APC 10x7 ( $\eta$ )

Observa-se, na análise das Figuras 27 a 29, que os resultados computacionais, de uma forma geral, acompanharam a tendência das curvas dos ensaios experimentais. As diferenças observadas podem ser justificadas em função de uma série de fatores. Neste sentido, alguns pontos podem ser levantados, no intuito de investigar o porquê destas diferenças.

O primeiro refere-se a questões inerentes aos ensaios experimentais, como questões das limitações físicas do túnel de vento, condições ambientais, dentre outros, que podem influenciar nos resultados. Estas, todavia, são intrínsecas às condutas experimentais.

Quanto ao modelo computacional, o refinamento da malha poderia ser um ponto de investigação. Nota-se, entretanto, que malha no OpenFOAM é mais refinada. Uma outra possibilidade é quanto ao modelo de turbulência adotado. Tal fato levou a uma análise comparativa de dois modelos de turbulência da classe RANS que é apresentada na seção 5.2.3.1.

#### 5.2.1.1 Influência do modelo de turbulência - Hélice 10x7

A Tabela 11 exhibe os resultados obtidos para a simulação em OpenFOAM da hélice APC 10x7 utilizando os modelos de turbulência  $k-\epsilon$  e  $k-\omega$ .

Tabela 6 – Resultados obtidos utilizando os modelos de turbulência  $k-\epsilon$  e  $k-\omega$  - Hélice APC 10x7

Modelo de Turbulência	V(m/s)	J	Tração(N)	Torque(N.m)	$K_T$	$K_P$	$\eta$
k- $\epsilon$	0	0	1,112	0,0333	0,090	0,067	0%
	3,59	0,282	0,937	0,0298	0,076	0,060	36%
	6,71	0,527	0,548	0,0235	0,044	0,047	50%
	9,13	0,717	0,152	0,0152	0,012	0,030	29%
	10,18	0,799	0	0,0107	0,000	0,021	0%
k- $\omega$	0	0	1,088	0,0463	0,088	0,093	0%
	3,59	0,282	0,823	0,0366	0,067	0,073	26%
	6,71	0,527	0,444	0,0307	0,036	0,062	31%
	9,13	0,717	0,035	0,0245	0,003	0,049	4%
	10,18	0,799	0	0,0220	0,000	0,044	0%

As Figuras 30, 31 e 32 mostram gráficos comparativos para os dois diferentes modelos de turbulência bem como para resultados experimentais [23].

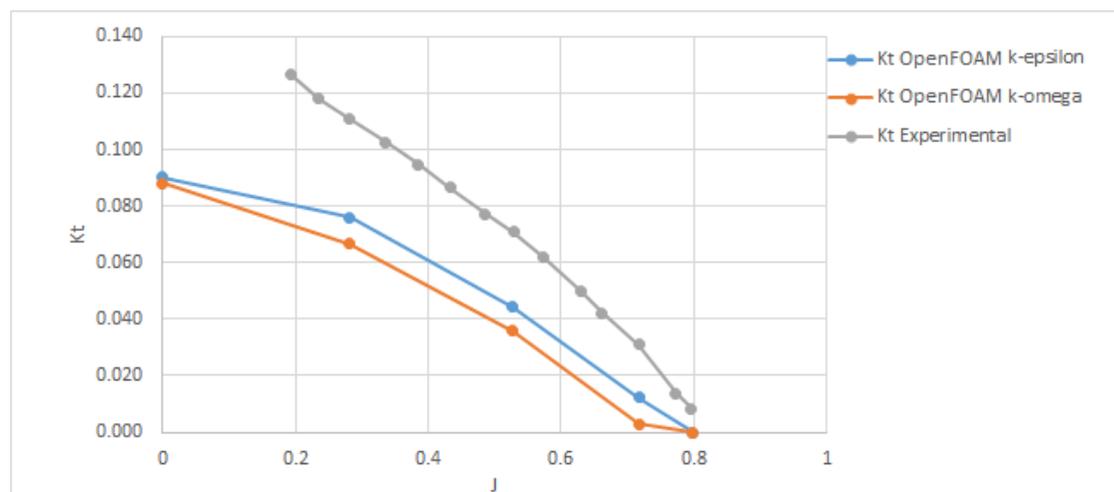


Figura 30 – Comparação entre os coeficientes de empuxo para  $k-\epsilon$ ,  $k-\omega$  e resultados experimentais- APC 10x7 ( $K_T$ )

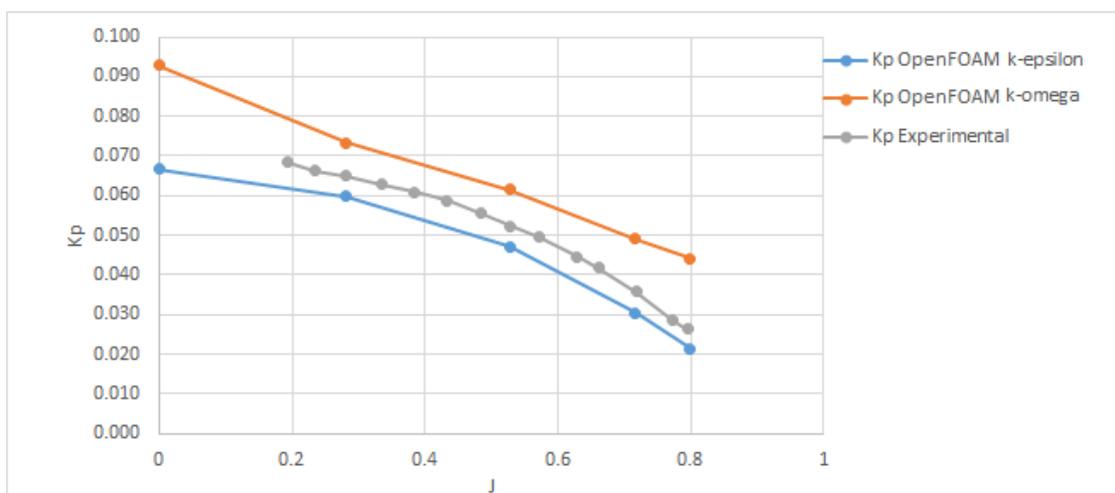


Figura 31 – Comparação entre os coeficientes de potência para k- $\epsilon$ , k- $\omega$  e resultados experimentais- APC 10x7 ( $K_p$ )

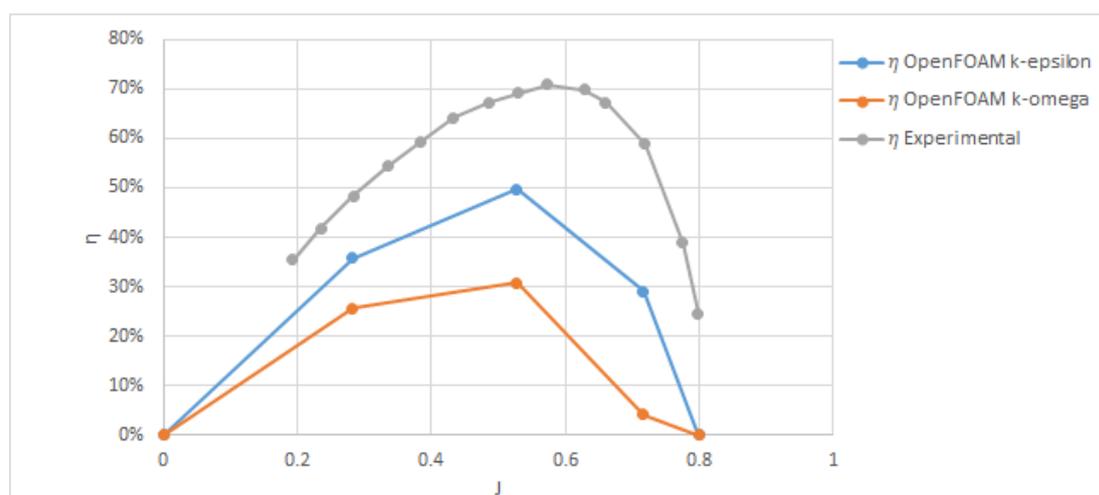


Figura 32 – Comparação entre as eficiências para k- $\epsilon$ , k- $\omega$  e resultados experimentais- APC 10x7 ( $\eta$ )

Pela análise das figuras acima observa-se que, para as curvas de empuxo, o modelo k- $\epsilon$  está mais próximo dos resultados experimentais. Para o coeficiente de potência, em alguns pontos do gráficos o modelo k- $\epsilon$  está mais próximo aos resultados experimentais, enquanto que para outros o modelo k- $\omega$  se comporta melhor. Para a eficiência, o modelo k- $\epsilon$  é melhor em todos os

pontos. Portanto, conclui-se que o modelo  $k-\epsilon$  teve melhor resultado e se aproximou mais ao resultado experimental que o modelo  $k-\omega$ , para este caso de estudo.

### 5.2.2 Hélice DA4002

A Hélice DA4002 [1] é uma hélice bipá de passo fixo (0,17145m), diâmetro de 0,2286m. O perfil utilizado em toda sua extensão é o SDA1075. As simulações foram realizadas para a rotação de 2000 rpm, de acordo com a literatura [1]. A Figura 33 mostra a geometria da hélice.

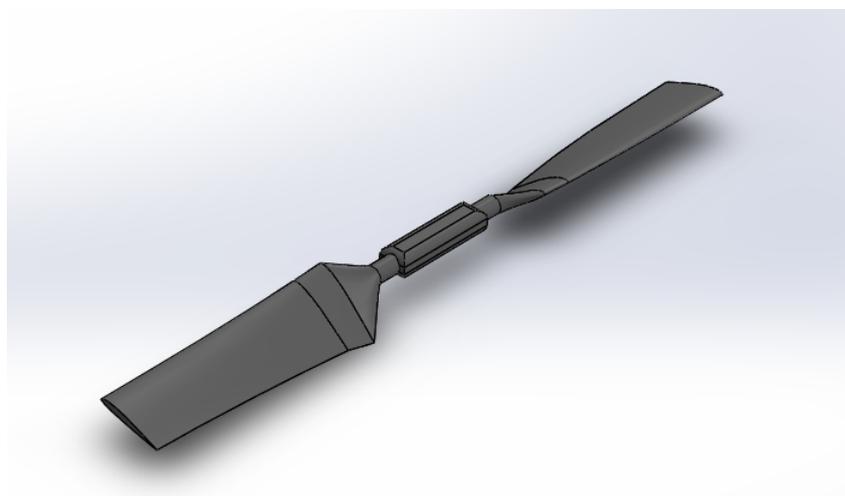


Figura 33 – Geometria da Hélice DA4002

Para a obtenção dos coeficientes de eficiência procurados foram utilizados os valores de razão de avanço e velocidade exibidos na Tabela 7.

Tabela 7 – Velocidades e razões de avanço para hélice DA4002 utilizadas no ANSYS/CFX.

Velocidade de Fluido (m/s)	Razão de Avanço
0	0
1,524	0,2
3,048	0,4
3,81	0,5
4,572	0,6

As simulações foram realizadas utilizando o modelo de turbulência  $k-\omega$ . Os domínios e as condições de contorno utilizadas no modelo foram:

- Domínio Rotativo: cilindro de diâmetro 25,146cm e altura 9,144cm;
- Domínio Estacionário: cubo de aresta 182,88cm;
- *Inlet*: velocidade normal à face de entrada do domínio estacionário;
- *Open*: pressão de referência de 1atm em todas as outras faces, que não a face de *inlet*, do domínio estacionário;
- *No-slip Wall*: aplicada às faces da geometria da hélices;
- *Frozen Rotor*: a condição é aplicada às interfaces comuns aos domínios rotativo e estacionário.

O número de elementos da malha utilizada no ANSYS/CFX foi de 259150 tetraédricos. Para o domínio estacionário, a malha foi gerada a partir das configurações da Tabela 8 do gerador de malha do ANSYS.

Tabela 8 – Parâmetros da malha do domínio estacionário para a hélice DA4002 no gerador de malha do ANSYS.

Atributo	Função	Valor
Função de tamanho	Determina a função de mecanismo de refinamento	Adaptativa
Relevância do centro	Define relevância do centro na geração da malha	Fina
Tamanho do elemento	Define um ponto inicial para o tamanho da malha	Padrão
Transição	Afeta a razão na qual elementos adjacentes crescerão	Lenta
<i>Initial Speed Seed</i>	Permite controlar o <i>seeding</i> inicial da malha	Padrão
<i>Span Angle Center</i>	Define o objetivo para o refinamento baseado em curvatura	Fina

Os parâmetros para o domínio rotativo são exibidos na Tabela 9 e é representado na Figura 34.

Tabela 9 – Parâmetros da malha do domínio rotativo para a hélice DA4002 no gerador de malha do ANSYS.

Atributo	Função	Valor
Função de tamanho	Determina a função de mecanismo de refinamento	Adaptativa
Relevância do centro	Define relevância do centro na geração da malha	Média
Tamanho do elemento	Define um ponto inicial para o tamanho da malha	Padrão
Transição	Afeta a razão na qual elementos adjacentes crescerão	Lenta
<i>Initial Speed Seed</i>	Permite controlar o <i>seeding</i> inicial da malha	Padrão
<i>Span Angle Center</i>	Define o objetivo para o refinamento baseado em curvatura	Fina

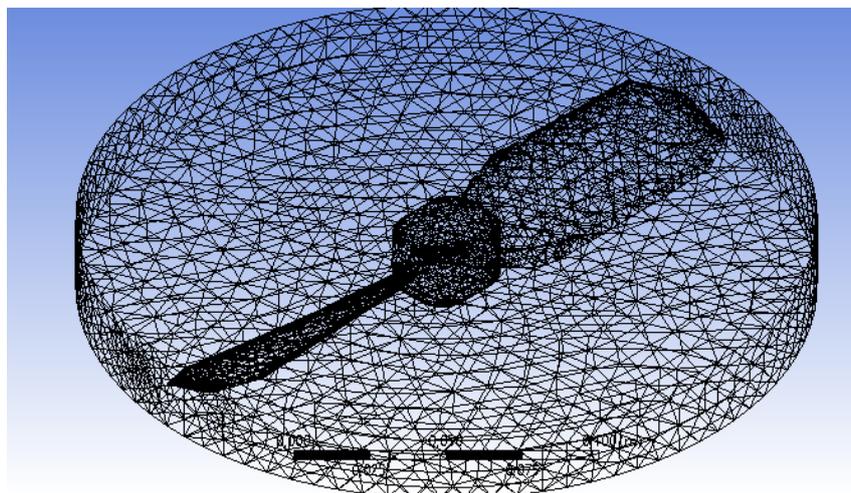


Figura 34 – Malha para o domínio rotativo da hélice DA4002 utilizada no ANSYS/CFX

Para o OpenFOAM, também foi utilizado o modelo de turbulência  $k-\omega$ . O mesmo domínio e as mesmas condições de contorno utilizadas no ANSYS/CFX foram utilizadas no OpenFOAM. A malha foi gerada com os valores sugeridos pelo gerador de malha do OpenFOAM. Os detalhes da malha utilizadas estão na tabela abaixo:

Tabela 10 – Detalhes das malhas para cada caso estudado - OpenFOAM DA4002.

hélice	número de nós	número de faces	número de volumes
DA4002	708760	2011214	651874

Na Figura 35 está representado o domínio rotativo para a hélice.

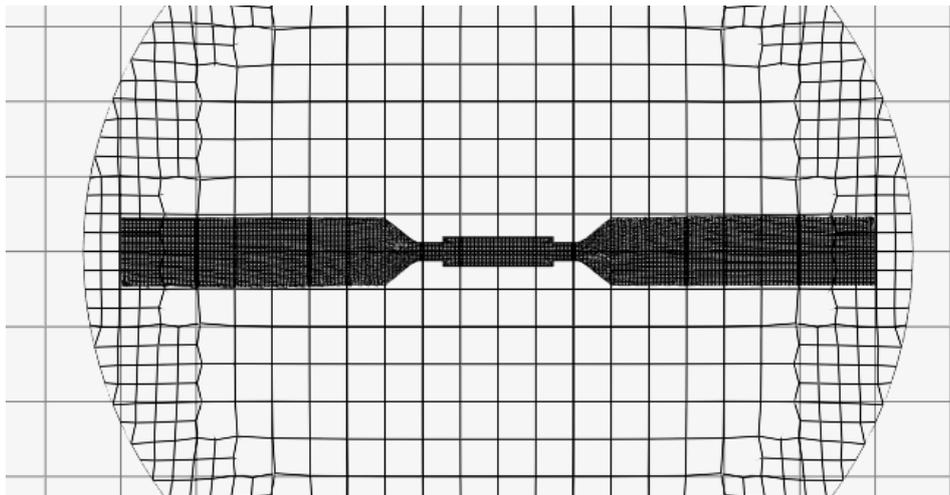


Figura 35 – Malha para o domínio rotativo da hélice DA4002 utilizada no OpenFOAM

Os coeficientes de tração, potência e eficiência da hélice DA4002, para as simulações em CFX e OpenFOAM e os resultados experimentais [51], estão dispostos graficamente nas figuras 36, 37 e 38, respectivamente.

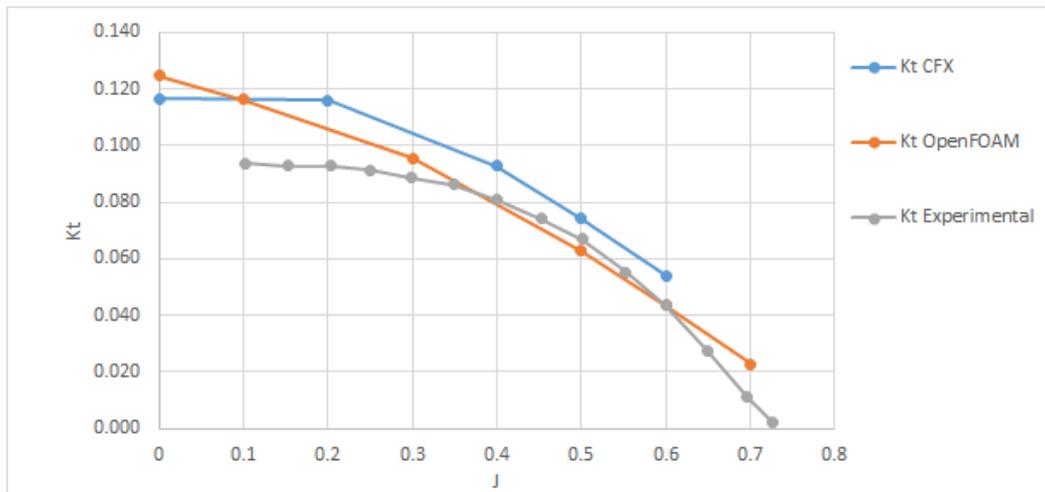


Figura 36 – Comparação entre os Coeficientes de Tração - DA4002 ( $K_T$ )

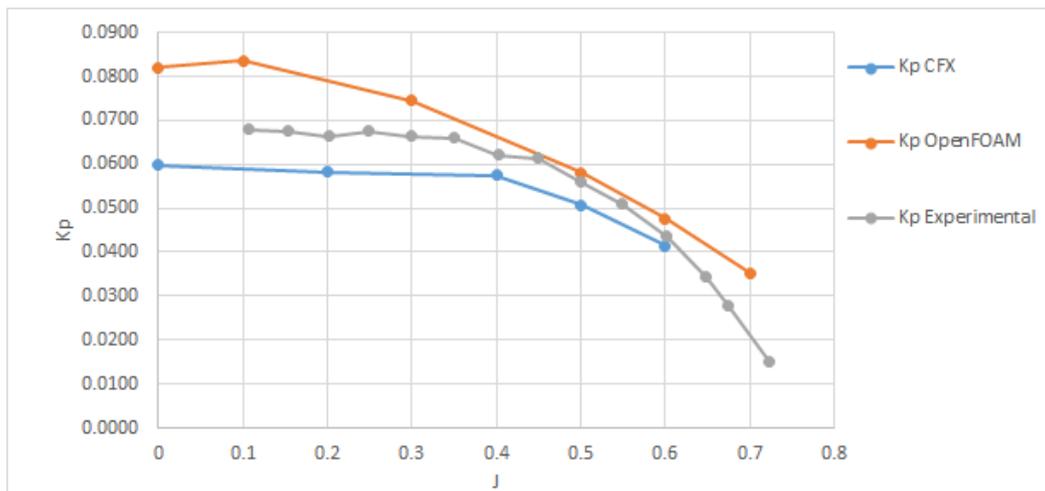


Figura 37 – Comparação entre os Coeficientes de Potência - DA4002 ( $K_P$ )

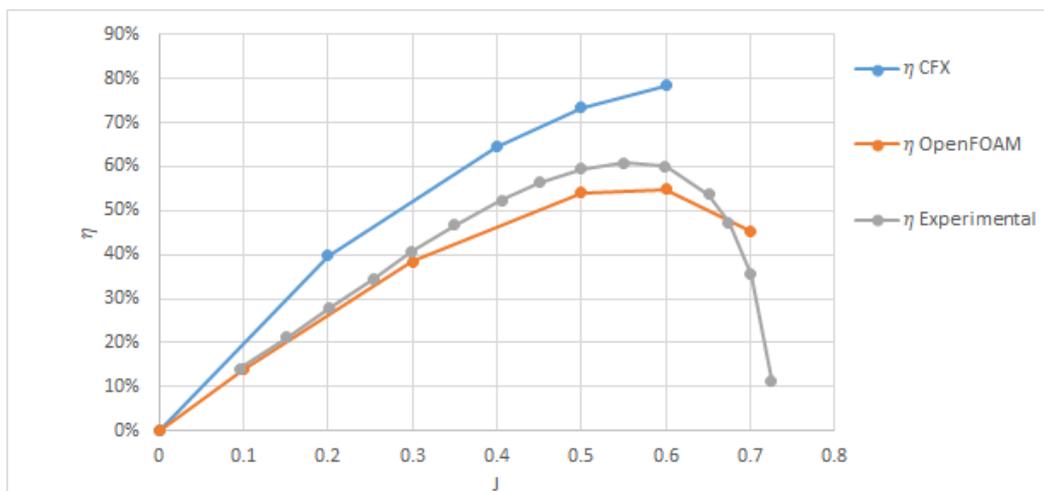


Figura 38 – Comparação entre os Coeficientes de Eficiência - DA4002 ( $\eta$ )

Nota-se que, para este experimento, as curvas numéricas e experimentais tiveram comportamento semelhantes. Em alguns pontos os resultados no OpenFOAM se aproximaram mais dos experimentais do que o ANSYS/CFX. Destaca-se, principalmente, a estimativa da eficiência máxima e da razão de avanço.

#### 5.2.2.1 Influência do modelo de turbulência - Hélice DA4002

Nesta seção, é verificada a influência dos modelos de turbulência na resposta da hélice DA4002.

A Tabela 11 exhibe os resultados obtidos para a simulação em ANSYS/CFX da hélice DA4002 utilizando os modelos de turbulência  $k-\epsilon$  e  $k-\omega$ .

Tabela 11 – Resultados obtidos utilizando os modelos de turbulência  $k-\epsilon$  e  $k-\omega$  - Hélice DA4002

Modelo de Turbulência	V(m/s)	J	Tração(N)	Torque(N.m)	$K_T$	$K_P$	$\eta$
k- $\epsilon$	0	0	0,496	0,0088	0,139	0,0676	0%
	1,52	0,2	0,43	0,0083	0,120	0,0639	38%
	3,05	0,4	0,418	0,0083	0,117	0,0637	73%
	3,81	0,5	0,404	0,0082	0,113	0,0633	89%
	4,57	0,6	0,194	0,0054	0,054	0,0411	79%
k- $\omega$	0	0	0,417	0,0078	0,116	0,0599	0%
	1,52	0,2	0,415	0,076	0,116	0,0583	40%
	3,05	0,4	0,332	0,0075	0,093	0,0576	64%
	3,81	0,5	0,266	0,0066	0,074	0,0507	73%
	4,57	0,6	0,194	0,0054	0,0542	0,0415	78%

As Figuras 39, 40 e 41 mostram gráficos comparativos para os dois diferentes modelos de turbulência bem como para resultados experimentais [1].

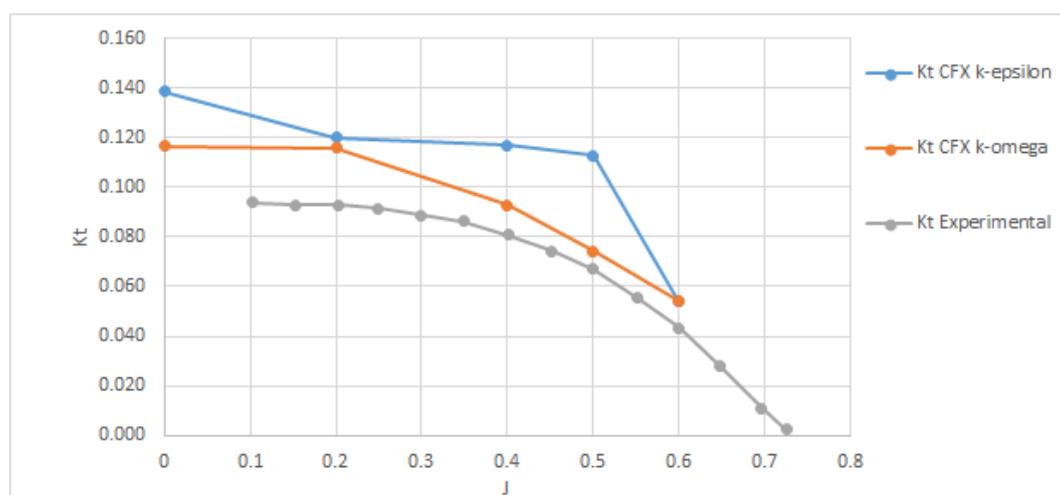


Figura 39 – Comparação entre os coeficientes de empuxo para  $k-\epsilon$ ,  $k-\omega$  e resultados experimentais- DA4002 ( $K_T$ )

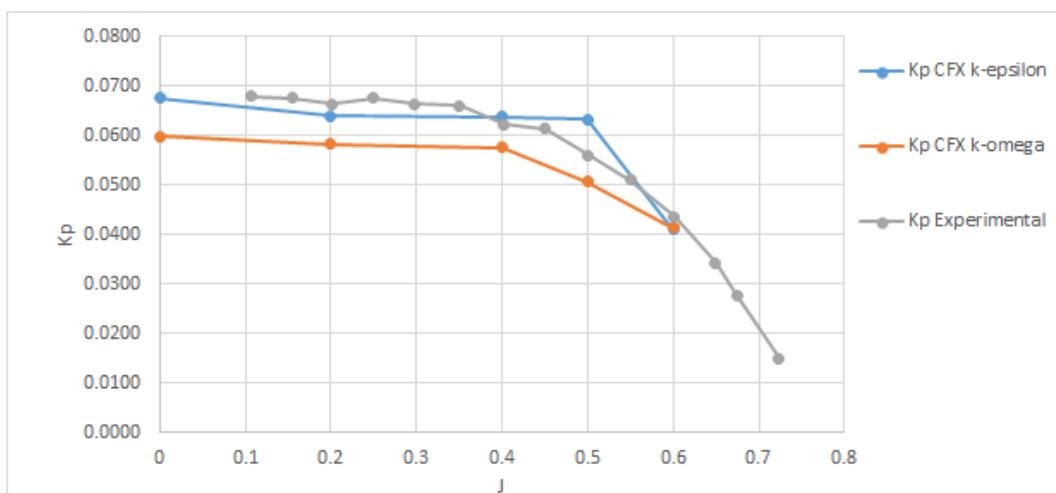


Figura 40 – Comparação entre os coeficientes de potência para k- $\epsilon$ , k- $\omega$  e resultados experimentais- DA4002 ( $K_p$ )

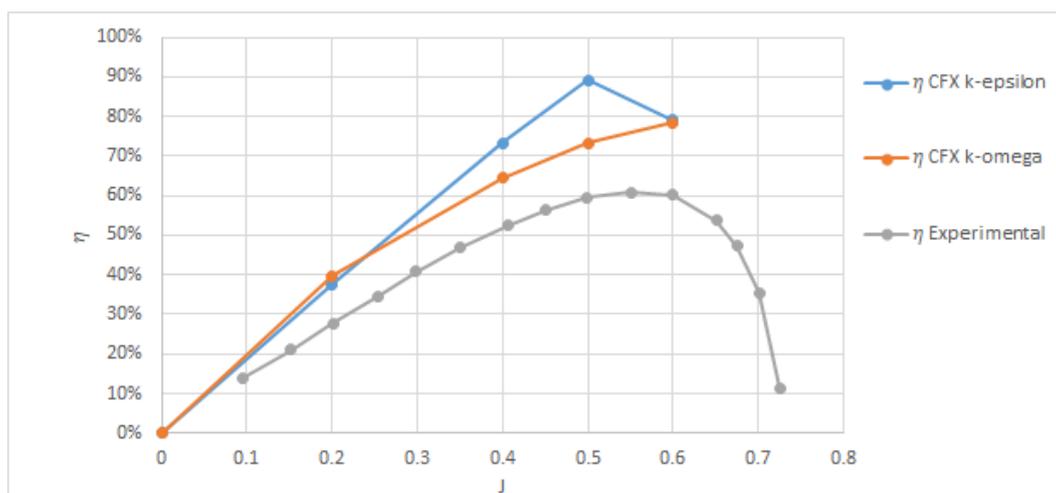


Figura 41 – Comparação entre as eficiências para k- $\epsilon$ , k- $\omega$  e resultados experimentais- DA4002 ( $\eta$ )

Apesar do modelo k- $\epsilon$  se mostrar mais acurado para o coeficiente de potência, para o coeficiente de tração ele se distancia em grande quantidade dos resultados experimentais, o que torna a eficiência do modelo k- $\omega$  mais próxima da realidade. Portanto, conclui-se que o modelo k- $\omega$  teve melhor resultado e se aproximou mais ao resultado experimental que o modelo k- $\epsilon$ , para este caso de estudo.

### 5.2.3 Hélice Purdue

A Hélice Purdue [18] é uma hélice bipá de passo fixo ( $45,4^\circ$  em  $0,75$ ), diâmetro de  $0,3048\text{m}$ . O perfil utilizado em toda sua extensão é o NACA0010. As simulações foram realizadas para a rotação de  $2880\text{ rpm}$ , de acordo com a literatura. A geometria da hélice é exibida na Figura 42.

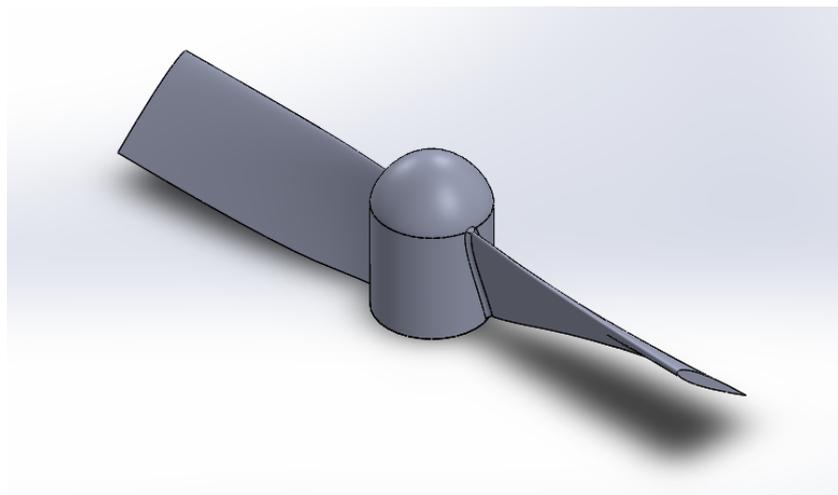


Figura 42 – Geometria da Hélice Purdue

Para a obtenção dos coeficientes de eficiência procurados foram utilizados os valores de razão de avanço e velocidade exibidos na Tabela 12.

Tabela 12 – Velocidades e razões de avanço para hélice Purdue utilizadas no ANSYS/CFX e OpenFOAM.

Velocidade de Fluido (m/s)	Razão de Avanço
0	0
14,6304	1
25,6032	1,75
32,9184	2,25
35,11296	2,4

As simulações foram realizadas utilizando o modelo de turbulência  $k-\omega$ . Os domínios e as condições de contorno utilizadas no modelo foram:

- Domínio rotativo: cilindro de diâmetro  $33,528\text{cm}$  e altura  $12,192\text{cm}$ ;

- Domínio estacionário: cubo de aresta 243,84cm;
- *Inlet*: velocidade normal à face de entrada do domínio estacionário;
- *Open*: pressão de referência de 1atm em todas as outras faces, que não a face de *inlet*, do domínio estacionário;
- *No-slip Wall*: aplicada às faces da geometria da hélices;
- *Frozen Rotor*: a condição é aplicada às interfaces comuns aos domínios rotativo e estacionário.

O número de elementos da malha utilizada no ANSYS/CFX foi de 494607 tetraédricos. Para o domínio estacionário, a malha foi gerada a partir das configurações da Tabela 13 do gerador de malha do ANSYS.

Tabela 13 – Parâmetros da malha do domínio estacionário para a hélice Purdue no gerador de malha do ANSYS.

Atributo	Função	Valor
Função de tamanho	Determina a função de mecanismo de refinamento	Adaptativa
Relevância do centro	Define relevância do centro na geração da malha	Fino
Tamanho do elemento	Define um ponto inicial para o tamanho da malha	Padrão
Transição	Afeta a razão na qual elementos adjacentes crescerão	Lenta
<i>Initial Speed Seed</i>	Permite controlar o <i>seeding</i> inicial da malha	Padrão
<i>Span Angle Center</i>	Define o objetivo para o refinamento baseado em curvatura	Fina

Os parâmetros para o domínio rotativo são exibidos na Tabela 14 e sua malha representada na Figura 43.

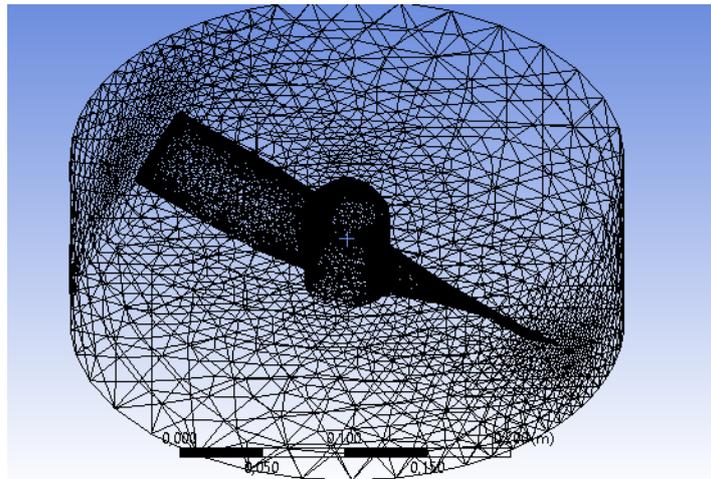


Figura 43 – Malha para o domínio rotativo da hélice Purdue utilizada no ANSYS/CFX

Tabela 14 – Parâmetros da malha do domínio rotativo para a hélice Purdue no gerador de malha do ANSYS.

Atributo	Função	Valor
Função de tamanho	Determina a função de mecanismo de refinamento	Proximidade e Curvatura
Tamanho de face máximo	Tamanho máximo que a função retornará para o gerador de malhas	5e-2m
Simplificação da malha	O gerador de malhas simplifica geometrias pequenas	Sim
Tamanho de simplificação	Tamanho limite em que a simplificação da malha possa agir	8e-5m
Razão de crescimento	Representa o aumento no tamanho da aresta de um elemento após cada camada	1,2
Tamanho mínimo	Tamanho mínimo que a função retorna para o gerador de malhas	1e-3m
Tamanho máximo	Tamanho máximo que a função retorna para o gerador de malhas	0,1m
Ângulo de curvatura normal	É o ângulo máximo permitido a um elemento englobar	18 <sup>0</sup>
Tamanho mínimo de proximidade	Permite definir o tamanho mínimo global a ser utilizado na função de proximidade	1e-3
Número de células entre vazios	Número mínimo de camadas de elementos a serem geradas em vazios	3
Fontes das funções de proximidade	Define quais tipos de geometria serão utilizadas para o algoritmo de proximidade	Faces e arestas

Para o OpenFOAM, também foi utilizado o modelo de turbulência  $k-\omega$ . O mesmo domínio e as mesmas condições de contorno utilizadas no ANSYS/CFX foram utilizadas no OpenFOAM. A malha foi gerada com os valores sugeridos pelo gerador de malha do OpenFOAM. Os detalhes da malha utilizadas estão na tabela abaixo:

Tabela 15 – Detalhes das malhas para cada caso estudado - OpenFOAM.

hélice	número de nós	número de faces	número de volumes
Purdue	639119	1763554	563914

A Figura 44 mostra o detalhamento da malha do domínio rotativo da hélice.

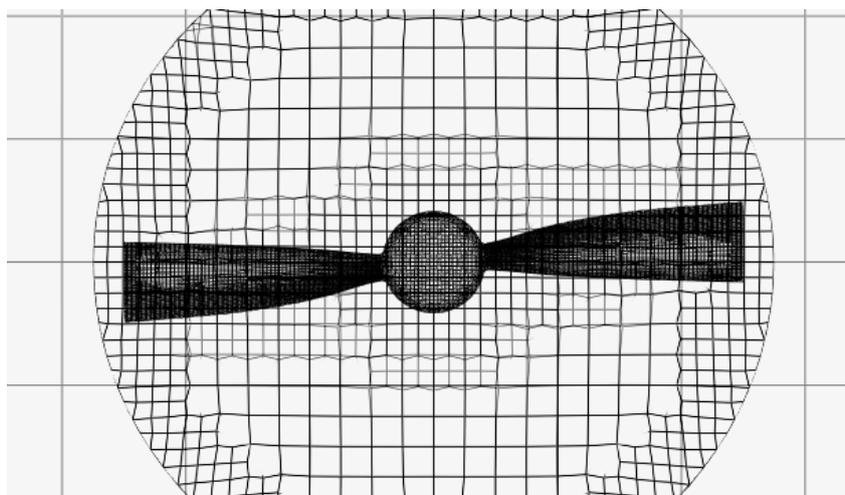


Figura 44 – Malha para o domínio rotativo da hélice Purdue utilizada no OpenFOAM

Os coeficientes de tração, potência e eficiência da hélice Purdue, para as simulações em CFX e OpenFOAM e os resultados experimentais, estão dispostos graficamente nas figuras 45, 46 e 47, respectivamente.

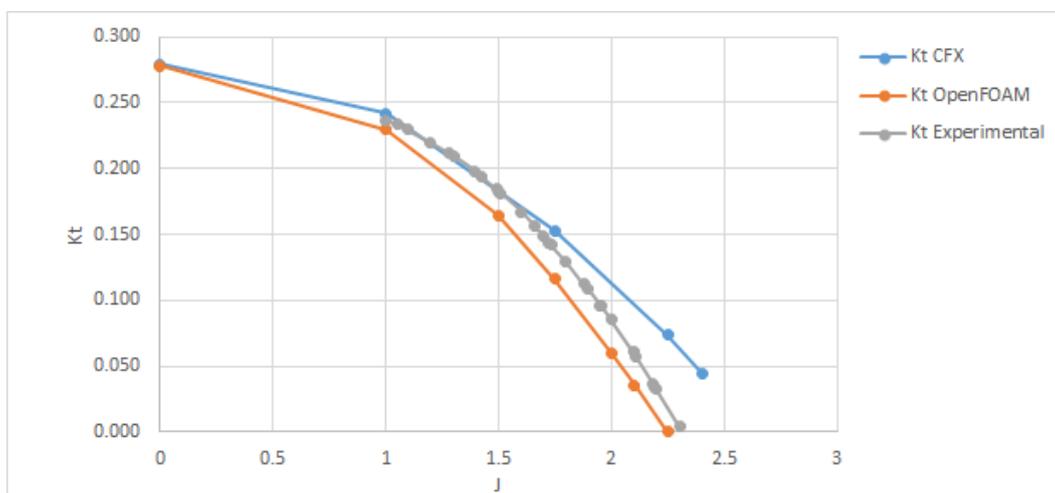


Figura 45 – Comparação entre os Coeficientes de Tração - Purdue ( $K_T$ )

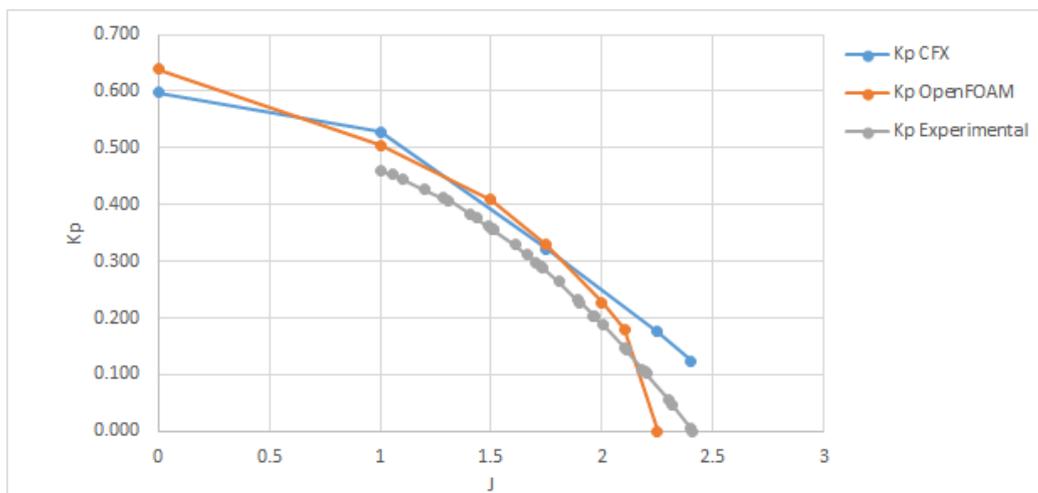


Figura 46 – Comparação entre os Coeficientes de Potência - Purdue ( $K_P$ )

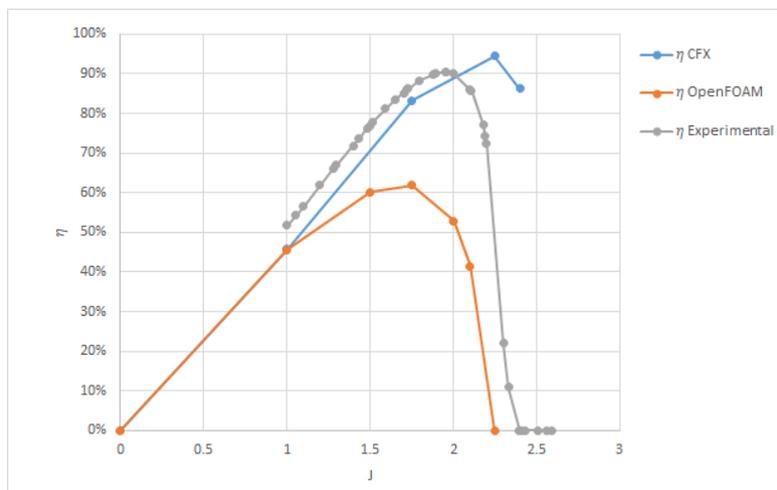


Figura 47 – Comparação entre os Coeficientes de Eficiência - Purdue ( $\eta$ )

Nota-se que, para este experimento, as curvas numéricas e experimentais tiveram comportamento semelhantes. Nota-se também, que o ANSYS/CFX obteve melhores resultados na comparação de eficiência.

#### 5.2.3.1 Influência do modelo de turbulência - Hélice Purdue

A Tabela 16 exhibe os resultados obtidos para a simulação em ANSYS/CFX da hélice Purdue utilizando os modelos de turbulência  $k-\epsilon$  e  $k-\omega$ .

Tabela 16 – Resultados obtidos utilizando os modelos de turbulência  $k-\epsilon$  e  $k-\omega$  - Hélice Purdue

Modelo de Turbulência	V(m/s)	J	Tração(N)	Torque(N.m)	$K_T$	$K_P$	$\eta$
k- $\epsilon$	0	0	6,78	0,703	0,289	0,618	0%
	14,6	1	5,77	0,623	0,246	0,547	45%
	25,6	1,75	3,47	0,353	0,148	0,310	83%
	32,9	2,25	1,59	0,184	0,068	0,162	94%
	35,1	2,4	0,96	0,137	0,041	0,120	82%
k- $\omega$	0	0	6,55	0,681	0,279	0,598	0%
	14,6	1	5,67	0,601	0,242	0,528	46%
	25,6	1,75	3,58	0,365	0,153	0,321	83%
	32,9	2,25	1,73	0,200	0,0074	0,175	94%
	35,1	2,4	1,04	0,141	0,044	0,124	86%

As Figuras 48, 49 e 50 mostram gráficos comparativos para os dois diferentes modelos de turbulência bem como para resultados experimentais [18].

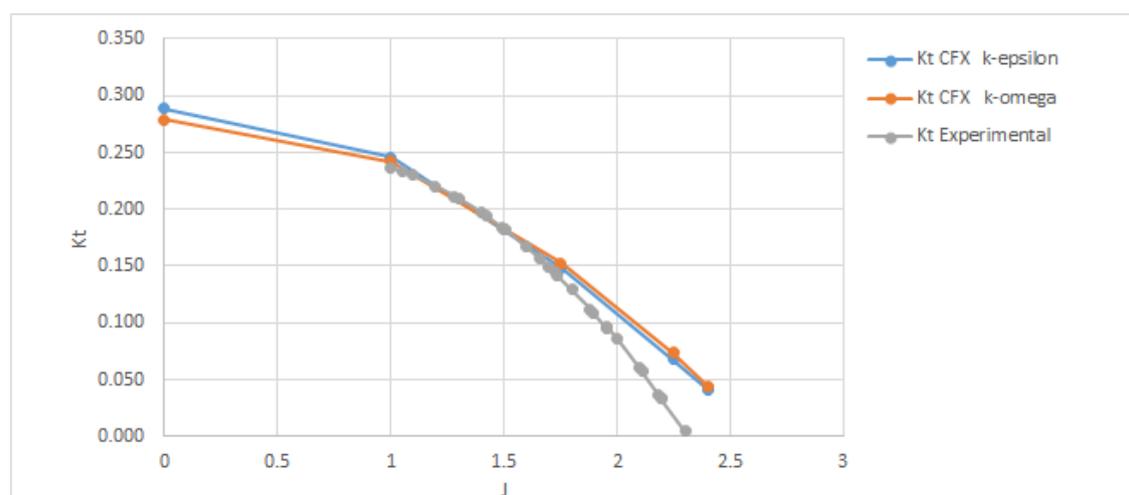


Figura 48 – Comparação entre os coeficientes de empuxo para  $k-\epsilon$ ,  $k-\omega$  e resultados experimentais- Purdue ( $K_T$ )

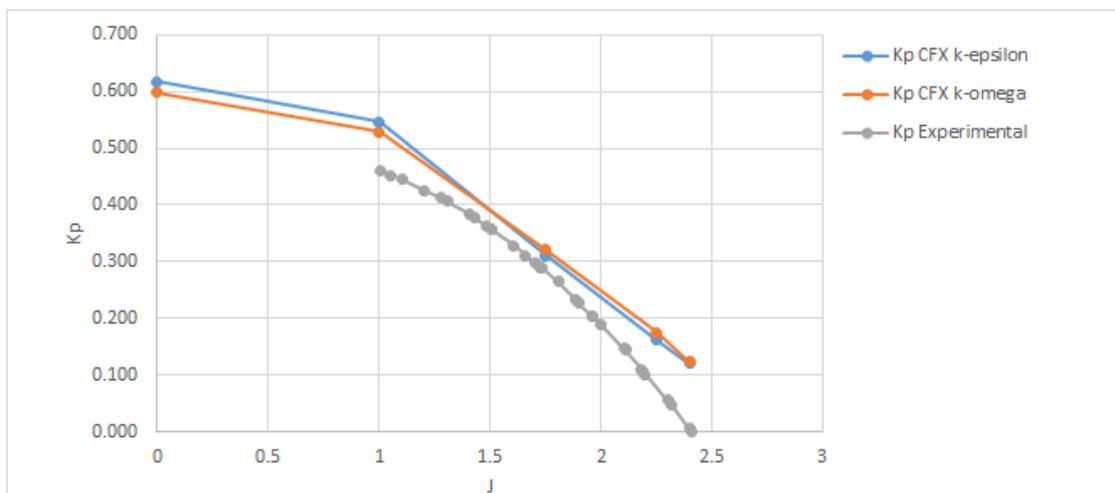


Figura 49 – Comparação entre os coeficientes de potência para k- $\epsilon$ , k- $\omega$  e resultados experimentais- Purdue ( $K_p$ )

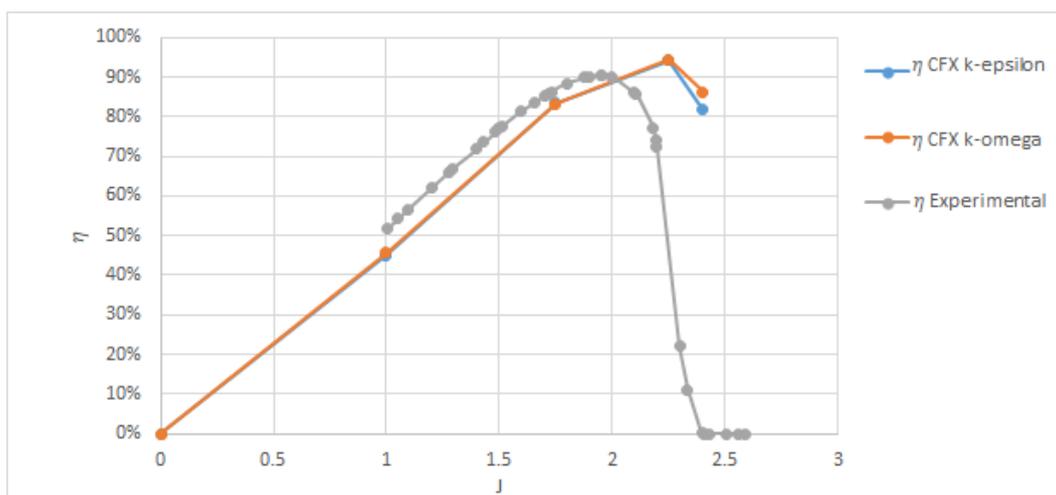


Figura 50 – Comparação entre as eficiências para k- $\epsilon$ , k- $\omega$  e resultados experimentais- Purdue ( $\eta$ )

Pela análise das figuras acima observa-se que os dois modelos apresentaram valores muito próximos e se ajustaram de maneira parecida aos valores experimentais.

### 5.2.4 Análise dos Resultados

A Tabela 17 mostra uma síntese dos resultados apresentados nesta seção, em termos de eficiência máxima  $\eta_{max}$ , velocidade de avanço  $J$  para a maior eficiência, coeficiente de empuxo estático  $K_{T0}$  e coeficiente de potência na condição estática  $K_{P0}$ , a condição estática refere-se a  $J = 0$ <sup>1</sup>. Estes são para as três hélices e para as simulações realizadas.

Tabela 17 – Comparação dos resultados das simulações em CFD.

hélice		$\eta_{max}$	J	$K_{T0}$	$K_{P0}$
APC 10×7	ANSYS/CFX k- $\varepsilon$	0,70	0,62	0,11	<b>0,04</b>
	OpenFOAM k- $\varepsilon$	<b>0,50</b>	0,52	0,09	0,07
	OpenFOAM k- $\omega$	<b>0,30</b>	0,50	0,09	0,095
	Literatura [23]	0,78	0,62	-	-
DA4002	ANSYS/CFX k- $\varepsilon$	<b>0,90</b>	0,5	0,14	0,068
	ANSYS/CFX k- $\omega$	0,60	0,80	0,12	0,06
	OpenFOAM	0,55	0,6	0,13	0,08
	Literatura [19]	0,6	0,6	$\approx 0,10$	$\approx 0,07$
Purdue	ANSYS/CFX k- $\varepsilon$	0,94	2,25	0,29	0,62
	ANSYS/CFX k- $\omega$	0,94	2,25	0,28	0,60
	OpenFOAM	<b>0,6</b>	1,75	0,28	0,64
	Literatura [18]	0,9	2	-	-

Comenta-se que, a respeito dos resultados obtidos das simulações, sintetizados na Tabela 17, há uma boa concordância entre os mesmos. As maiores discrepâncias foram destacadas em negrito. Comentários particulares para cada caso foram traçados nas respectivas seções.

Os resultados de eficiência máxima se mostraram os mais distantes daqueles obtidos pela bibliografia. Os resultados dos coeficientes de empuxo e potência estáticos não puderam ser comparados devido à sua inexistência nas referências utilizadas. Quando comparados entre si, em sua maioria, os valores do modelos computacionais tiveram uma boa aproximação.

Quanto as comparações feitas sobre a modelagem da turbulência, nota-se que a escolha do modelo de turbulência influencia caso a caso nas análises. Observa-

<sup>1</sup>O objetivo em se avaliar as condições estáticas vem do interesse em se obter estes valores para o caso de ensaios estáticos.

se também, em termos gerais, que os resultados obtidos em ANSYS/CFX foram mais próximos às referências que àqueles obtidos pelo OpenFOAM. Dentre as possíveis causas destas diferenças, acredita-se que as técnicas numéricas, algumas das quais são apresentadas no capítulo 4, possam ter influência. Embora este ponto seja objeto de investigação, a qualidade dos resultados apresentados possibilitam a utilização destes modelos para as análises subsequentes.

### 5.3 Comparação: CFD e outros métodos

Para a Hélice Purdue é possível comparar os resultados obtidos em CFD com outros métodos utilizados para a predição de parâmetros de desempenho [18]. Estes métodos referem-se aos modelos descritos na seção 1.2.1 e suas derivações. Os resultados destes outros métodos, resultados em CFD e resultados experimentais podem ser vistos nas Figuras 51, 52 e 53.

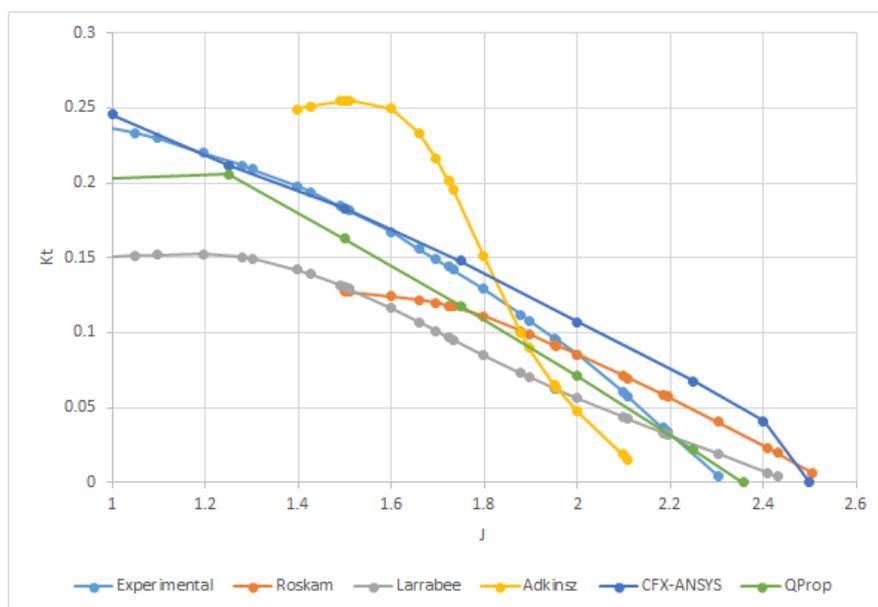


Figura 51 – Comparação de curvas de coeficiente de tração obtidas em diversos métodos.

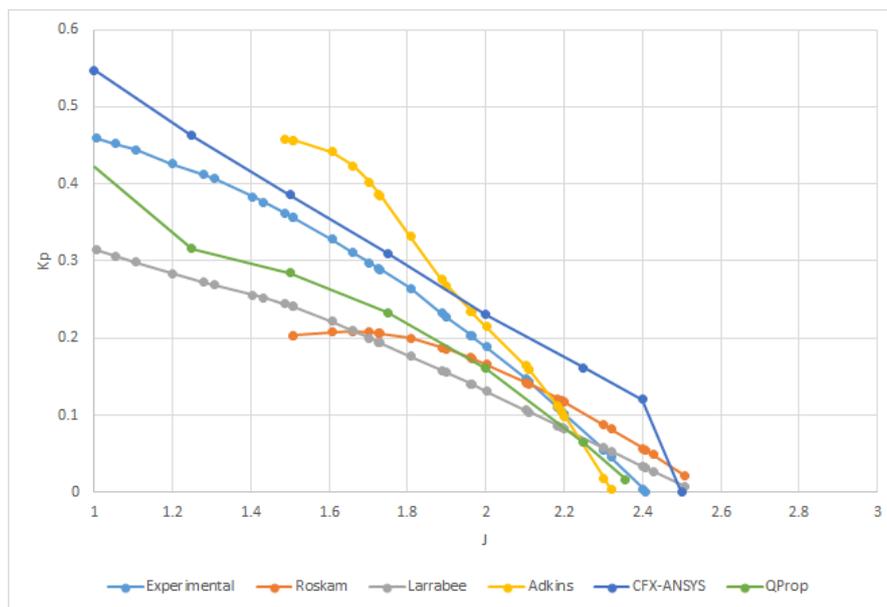


Figura 52 – Comparação de curvas de coeficiente de potência obtidas em diversos métodos.

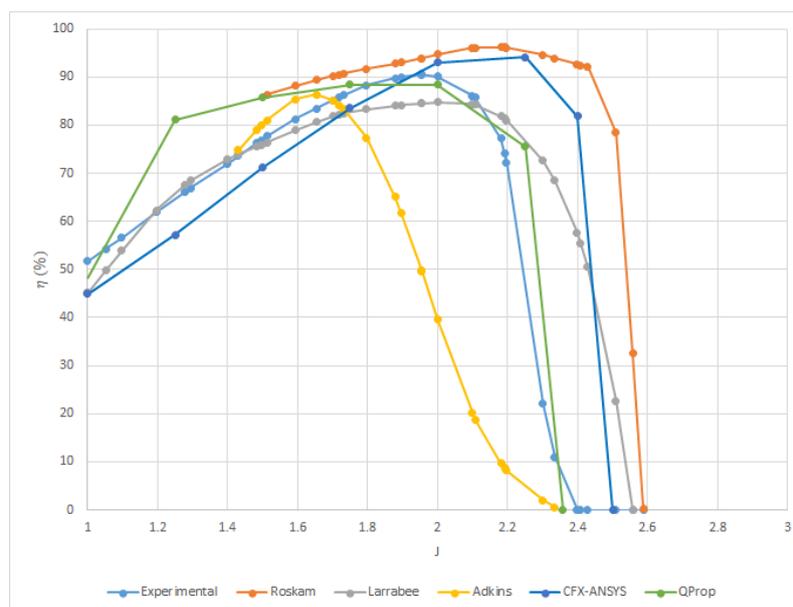


Figura 53 – Comparação de curvas de eficiência obtidas em diversos métodos.

Pela análise das figuras acima, conclui-se que o CFD é uma ferramenta que produz resultados mais próximos aos resultados experimentais que outros

métodos utilizados, portanto, pode-se considerar seu estudo suficientemente preciso e de interesse.

#### 5.4 Influência do Vento de Través

O objetivo desta seção é o de avaliar o desempenho de hélices quanto o escoamento é afetado por uma condição de vento lateral (vento de través). As malhas utilizadas nesta seção, bem como os critérios de modelagem, são correspondentes às utilizadas na seção anterior para o ANSYS/CFX. A ideia desta seção é estabelecer um estudo qualitativo da influência desta condição no desempenho de hélices.

A metodologia empregada pode ser resumida na forma:

- As condições de contorno foram alteradas para a consideração do vento de través. Neste caso foi incluída uma velocidade lateral em uma das paredes laterais, variável de acordo com a condição do problema. As paredes que não recebem condição de *inlet*, recebem condição *open*, como na seção anterior.
- Foram adotados diferentes valores do vento de través ( $V_t$ ) e foram consideradas duas situações: estática, referente à situação da hélice sem velocidade de avanço, e dinâmica, com duas velocidades de avanço. As velocidades de avanço foram extraídas da curva de eficiência e corresponde ao valor de maior eficiência. Uma delas corresponde a de maior eficiência, obtida da seção precedente. A segunda velocidade é um valor intermediário de velocidade.
- No intuito de se avaliar a intensidade do vento de través em relação às condições de voo, adota-se uma velocidade de referência ( $V_R$ ) que corresponde a velocidade de maior eficiência.
- Para cada estudo, os modelos utilizados foram:
  - \* APC 10 × 7: ANSYS/CFX k- $\epsilon$ .
  - \* DA4002 : ANSYS/CFX k- $\omega$ ;
  - \* Purdue: ANSYS/CFX k- $\epsilon$ .

## 5.4.1 APC 10x7

A Tabela 18 mostra os valores da velocidade de través ( $V_t$ ) e os valores do coeficiente de avanço  $J$  e  $V_J$  adotados para a hélice APC 10x7. Esta última velocidade é a de incidência, referente ao valor de  $J$  considerado. Adicionalmente, a título de referência, na última coluna da Tabela 18 tem-se a razão  $V_t/V_R$  em porcentagem. Nas Figuras 54, 55 e 56 estão representados o resultados graficamente.

Tabela 18 – Valores de velocidades de través  $V_t$ , coeficientes de avanço e respectiva velocidade de avanço  $V_J$  para a hélice APC 10x7.

caso	$V_t(m/s)$	$J$	$V_J(m/s)$	$(V_t/V_R)\%$
estático	0	0	-	-
	2,5	0	-	31
	5,0	0	-	62
	7,5	0	-	93
	10	0	-	112
dinâmico	2,5	0,383	4,06	31
	5,0	0,383		62
	7,5	0,383		93
dinâmico	2,5	0,628	8,12	31
	5,0	0,628		62
	7,5	0,628		93

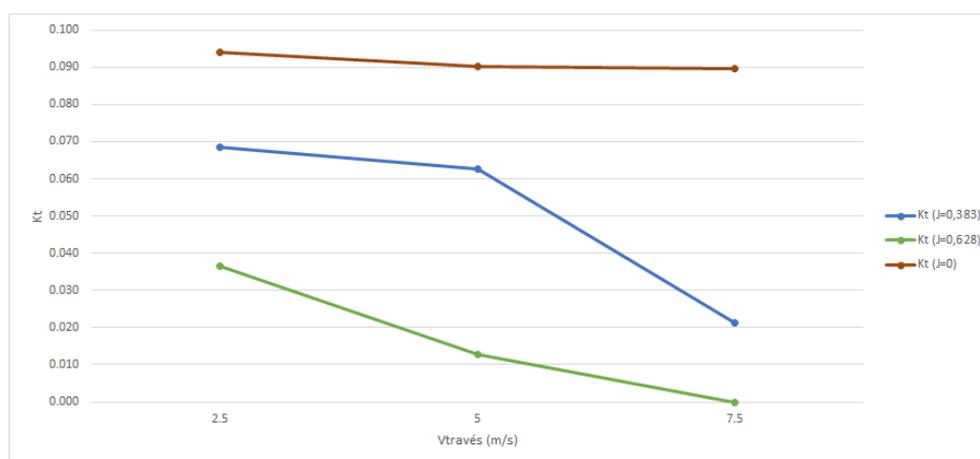


Figura 54 – Efeitos do Vento de Través para o coeficiente de empuxo - APC 10x7

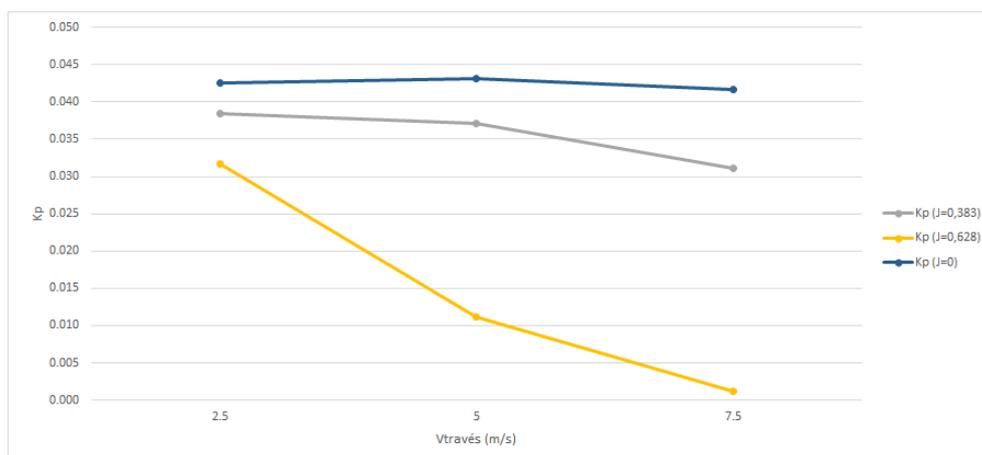


Figura 55 – Efeitos do Vento de Través para o coeficiente de potência - APC 10x7

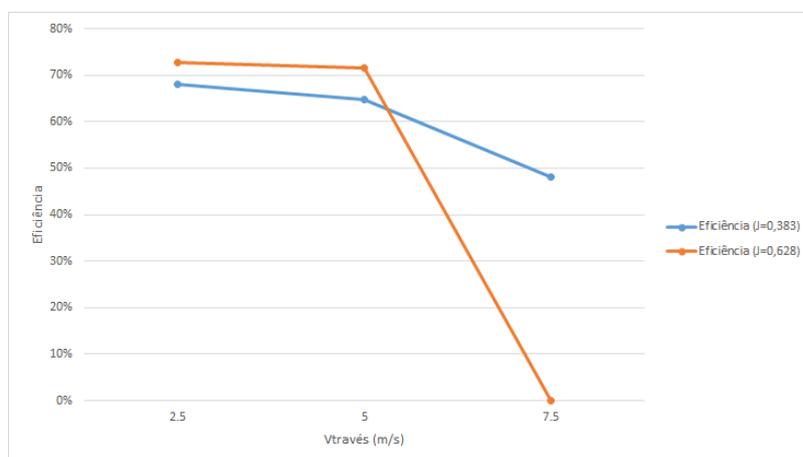


Figura 56 – Efeitos do Vento de Través para a eficiência - APC 10x7

#### 5.4.2 Análise dos Resultados - APC 10x7

A análise dos resultados da influência do vento de través para a hélice APC 10x7 apresentados nas Figuras 54, 55 e 56 permite concluir:

- Análise da influência  $V_t$  na eficiência.

Toma-se como valor de referência o coeficiente  $\eta = 0,7$  para  $J = 0,628$  e  $\eta = 0,6$  para  $J = 0,383$  obtido da simulação com o ANSYS/CFX (caso sem vento de través) da Tabela 17. Nota-se que:

\* Há uma queda na eficiência para as duas condições de voo ( $J = 0,383$  e  $J = 0,628$ ).

\* Para  $J = 0,383$  há um pequeno ganho na eficiência para valores iniciais de  $V_t$ . Para maiores valores de  $V_t \approx 93\%$  de  $V_R$  há perda parcial de eficiência, que, ainda assim, se iguala quantitativamente a eficiência do sistema sem vento de través.

\*  $V_t \approx 93\%$  de  $V_R$  há perda total de eficiência para  $J = 0,628$ . E

Para  $J = 0,628$ , representa um caso crítico dos considerados nestas comparações. A perda empuxo significa que houve o estol da hélice. Nessa situação o piloto deve diminuir a velocidade de voo.

– Caso estático.

Tomam-se como referência os valores obtidos sem vento de través das simulações com o ANSYS/CFX apresentados na Figuras 27 e 28. Os valores adotados foram:  $K_{T0} = 0,11$  e  $K_{P0} = 0,04$ . Nota-se na Figura 54 e 55 que estes valores pouco variaram em relação aos de referência. Portanto, para as velocidades de través estudadas, espera-se que ventos laterais tenham pouca influência no resultado final de experimentos estáticos de bancada.

– Simulação com velocidade de avanço referente a  $J = 0,383$

Os valores de referência, obtidos da Figura 27 e 28, em termos de coeficientes de empuxo e potência são  $K_T = 0,08$  e  $K_P = 0,05$ .

\* O coeficiente de empuxo apresenta ligeira queda até  $V_t = 62\%$  do valor de  $V_R$ . Queda acentuada para  $V_t$  acima deste valor. Para  $V_t = 90\%$  de  $V_R$ , o empuxo atinge um valor de 0,02, mais de 1/3 do valor de referência.

\* o coeficiente de potência cai para 60% do valor de referência e permanece quase constante.

– Simulação com velocidade de incidência referente a  $J = 0,628$  (eficiência máxima).

Os valores de referência, também obtidos da Figuras 27 e 28, são:  $K_T = 0,04$  e  $K_P = 0,03$ .

\* O coeficiente de empuxo permanece em queda acentuada. Para  $V_t$  a 62% de  $V_R$  seu valor está a 20% do valor de referência, anulando-se para a  $V_t$  a 90% de  $V_R$ .

\* o coeficiente de potência acompanha a tendência de  $K_T$ .

#### 5.4.3 DA4002

A Tabela 19 mostra os valores da velocidade de través ( $V_t$ ) e os valores do coeficiente de avanço  $J$  e  $V_J$  adotados para a hélice DA4002. Adicionalmente, a título de referência, na última coluna da Tabela19 tem-se a razão  $V_t/V_R$  em porcentagem. Nas Figuras 57, 58 e 59 estão representados o resultados graficamente.

Tabela 19 – Valores de velocidades de través, coeficientes de avanço para a hélice DA4002.

caso	$V_t(m/s)$	$J$	$V_J(m/s)$	$(V_t/V_R)\%$
estático	0	0	-	-
	2	0	-	52
	4	0	-	104
	6	0	-	157
	8	0	-	210
dinâmico	2	0,2	1,524	52
	4	0,2		104
	6	0,2		157
dinâmico	2	0,5	3,810	52
	4	0,5		104
	6	0,5		157

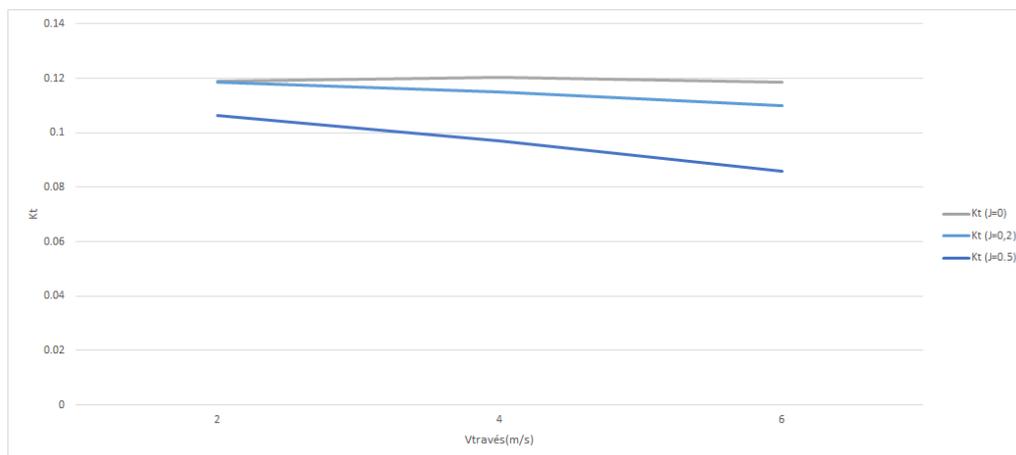


Figura 57 – Efeitos do Vento de Través para o coeficiente de empuxo - DA4002

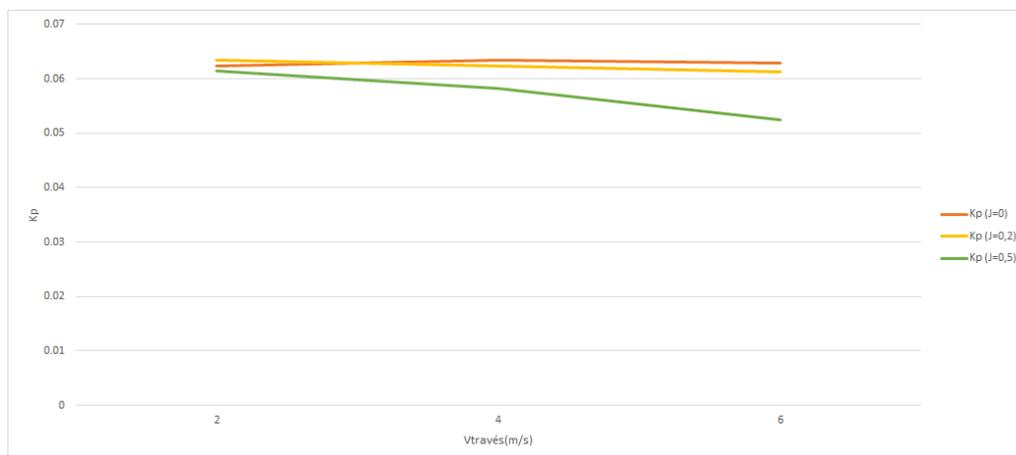


Figura 58 – Efeitos do Vento de Través para o coeficiente de potência - DA4002

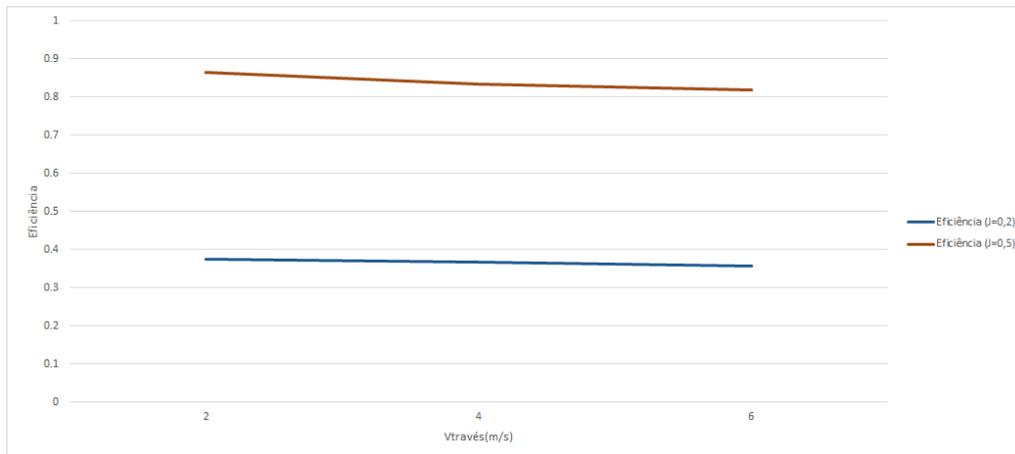


Figura 59 – Efeitos do Vento de Través para a eficiência - DA4002

#### 5.4.4 Análise dos Resultados - DA4002

A partir dos resultados da influência do vento de través para a hélice DA4002, apresentados nas Figuras 57, 58 e 59, pode-se concluir:

- Análise da influência  $V_t$  na eficiência.

Toma-se como valor de referência o coeficiente  $\eta = 0,9$  para  $J = 0,5$  e  $\eta = 0,4$  para  $J = 0,2$  obtido da simulação com o ANSYS/CFX (caso sem vento de través) da Tabela 17, nota-se que:

- \* Há uma ligeira queda na eficiência para as duas condições de voo. Aparentemente, esta queda de eficiência para é aproximadamente constante para os valores de ventos de través estudados.
- \* Nas condições estudadas, não há a ocorrência de perda de estabilidade, como a vista no exemplo anterior.

- Caso estático.

Toma-se como referência os valores obtidos sem vento de través das simulações com o ANSYS/CFX apresentados nas Figuras 36 e 37. Os valores adotados foram:  $K_{T0} = 0,14$  e  $K_{P0} = 0,068$ . Notam-se na Figura 57 e 58 que estes valores pouco variaram em relação aos de referência.

- Simulação com velocidade de avanço referente a  $J = 0,2$

Os valores de referência, obtidos da Figura 36 e 37, em termos de coeficientes de empuxo e potência são  $K_T = 0,12$  e  $K_P = 0,064$ .

- \* O coeficiente de empuxo apresenta uma queda aproximadamente linear em todas as velocidades estudadas. ‘Para  $V_t = 157\%$  a de  $V_R$ ,  $K_T = 0,1098$

- \* o valor coeficiente de potência permanece quase constante.

– Simulação com velocidade de incidência referente a  $J = 0,5$  (eficiência máxima).

Os valores de referência, também obtidos da Figuras 36 e 37, são:  $K_T = 0,11$  e  $K_P = 0,063$ .

- \* O coeficiente de empuxo cai em cerca de 25%, de maneira quase constante, entre a faixa de velocidades estudadas.

- \* O coeficiente de empuxo cai em cerca de 17%, de maneira quase constante, entre a faixa de velocidades estudadas.

#### 5.4.5 Purdue

A Tabela 20 mostra os valores da velocidade de través ( $V_t$ ) e os valores do coeficiente de avanço  $J$  e  $V_J$  adotados para a hélice Purdue. Adicionalmente, a título de referência, na última coluna da Tabela20 tem-se a razão  $V_t/V_R$  em porcentagem. Nas Figuras 60, 61 e 62 estão representados o resultados graficamente.

Tabela 20 – Valores de velocidades de través, coeficientes de avanço para a hélice Purdue.

caso	$V_t(m/s)$	$J$	$V_J(m/s)$	$(V_t/V_R)\%$
estático	0	0	-	-
	5	0	-	15
	10	0	-	30
	15	0	-	46
	20	0	-	61
dinâmico	5	1	14,63	30
	10	1		46
	15	1		61
dinâmico	5	2	29,26	30
	10	2		46
	15	2		91

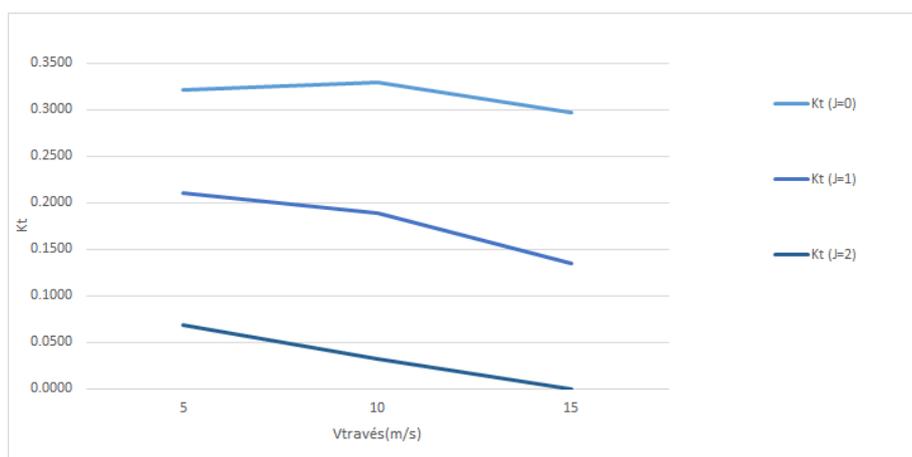


Figura 60 – Efeitos do Vento de Través para o coeficiente de empuxo - Purdue

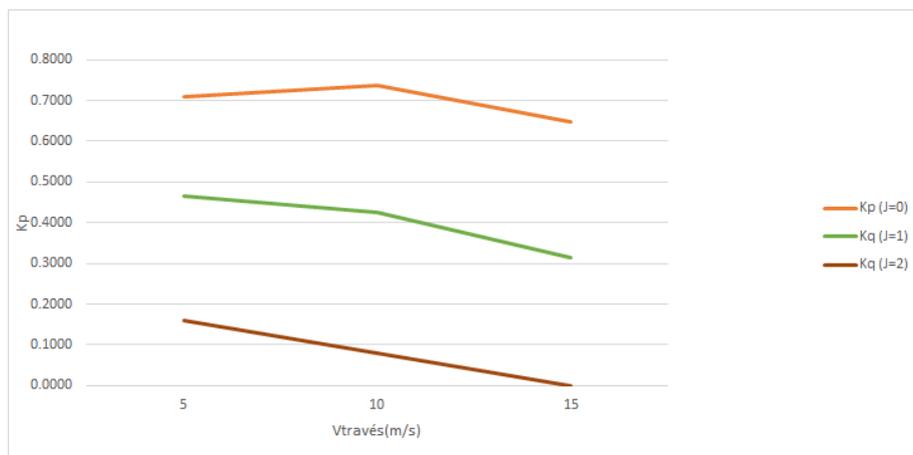


Figura 61 – Efeitos do Vento de Través para o coeficiente de potência - Purdue

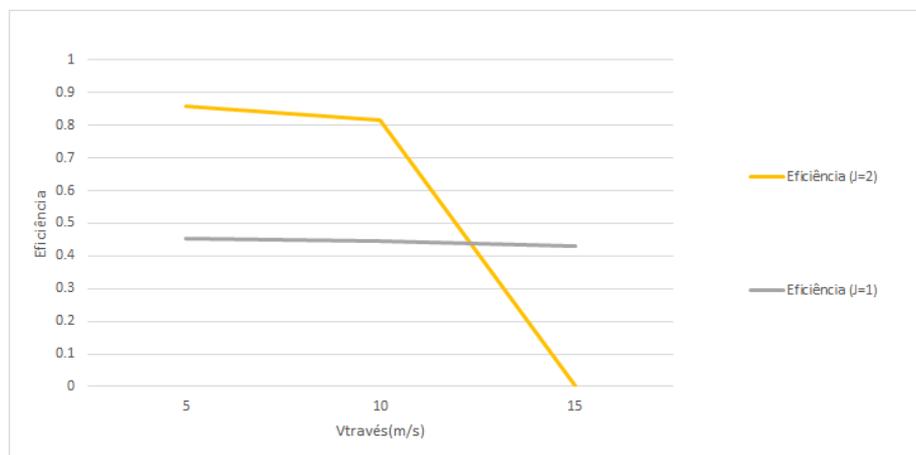


Figura 62 – Efeitos do Vento de Través para a eficiência - Purdue

#### 5.4.6 Análise dos Resultados - Purdue

A análise dos resultados da influência do vento de través para a hélice Purdue são apresentados nas Figuras 60, 61 e 62 permite concluir:

- Análise da influência  $V_t$  na eficiência.

Toma-se como Valor de referência o coeficiente  $\eta = 0,95$  para  $J = 2$  e  $\eta = 0,5$  para  $J = 1$  obtido da simulação com o ANSYS/CFX (caso sem vento de través) da Tabela 17, nota-se que:

- \* Há uma queda na eficiência para a duas condições de voo.
  - \* A eficiência para  $J = 1$  a queda é suave para os casos analisados.
  - \* A queda de eficiência para  $J = 2$  é aproximadamente 10% para  $V_t = 46\%$  do valor de  $V_R$ . Para  $V_t = 91\%$  do valor de  $V_R$  observa-se uma queda brusca no valor de eficiência para 0%. Neste caso, valem as mesmas observações feitas para a APC  $10 \times 7$ .
- Caso estático.
- Toma-se como referência os valores obtidos sem vento de través das simulações com o ANSYS/CFX apresentados na Figuras 45 e 46. Os valores adotados foram:  $K_{T0} = 0,2889$  e  $K_{P0} = 0,6176$ . Nota-se nas Figuras 61 e 60 que estes valores pouco variaram em relação aos de referência.
- Simulação com velocidade de avanço referente a  $J = 1$
- Os valores de referência, obtidos da Figura 45 e 46, em termos de coeficientes de empuxo e potência são  $K_T = 0,2458$  e  $K_P = 0,05473$ .
- \* O coeficiente de empuxo apresenta queda de 45%, de maneira constante, por todos os valores de velocidade de través estudados.
  - \* O coeficiente de empuxo apresenta queda de 47%, de maneira constante, por todos os valores de velocidade de través estudados.
- Simulação com velocidade de incidência referente a  $J = 2$ .
- Os valores de referência, também obtidos da Figuras 45 e 46, são:  $K_T = 0,1071$  e  $K_P = 0,2301$ .
- \* O coeficiente de empuxo cai, de maneira constante nas faixas estudadas, até o valor de 0%
  - \* o coeficiente de potência acompanha a tendência do coeficiente de empuxo.

## 5.5 Análises relativas ao banco estático

Visando analisar algumas condições de contorno particulares inerentes aos ensaios em banco estático, esta seção dedica-se a apresentar os resultados de análises onde são consideradas três situações distintas:

- domínio básico : refere-se às simulações em que as condições de contorno são as mesmas dos exemplos anteriores.
- efeito solo: nestas simulações o efeito solo é considerado. Para isto, é feita uma alteração na condição de contorno próxima ao solo (*no-slip wall*) e na distância da hélice a este contorno. Esta posição é a mesma pensada para o banco estático.
- influência do eixo: o domínio geométrico da hélice é acrescido do eixo de acoplamento ao motor, onde são atribuídas as mesmas condições de contorno (*no-slip wall*).

Todos os exemplos utilizaram uma hélice genérica de 1,4224m (56"). A escolha dessa hélice levou em conta o diâmetro compatível com a hélice a ser utilizada pelo GCEME-UFJF nos seus ensaios estáticos. Não foi possível modelar a hélice, ainda em fase de aquisição, que será utilizada para os ensaios pois os parâmetros geométricos não foram fornecidos pelo fabricante. Para as simulações de banco estático foi definido a rotação de 3000rpm.

#### 5.5.1 Simulação no Domínio Básico

Para fins de comparação, foi criado um domínio básico que segue a filosofia de modelagem dos domínios das seções das hélices APC 10x7, DA4002 e Purdue. A malha do domínio básico possui 504891 elementos tetraédricos. Na Tabela 21 são exibidos as configurações utilizadas para a geração da malha no gerador do ANSYS.

Tabela 21 – Parâmetros da malha do domínio estacionário para o domínio básico no gerador de malha do ANSYS.

Atributo	Função	Valor
Função de tamanho	Determina a função de mecanismo de refinamento	Curvatura
Tamanho de face máximo	Tamanho máximo que a função retornará para o gerador de malhas	0,9854m
Simplificação da malha	O gerador de malhas simplifica geometrias pequenas	Sim
Tamanho de simplificação	Tamanho limite em que a simplificação da malha possa agir	4,92e-3m
Razão de crescimento	Representa o aumento no tamanho da aresta de um elemento após cada camada	1,2
Tamanho mínimo	Tamanho mínimo que a função retorna para o gerador de malhas	9,87e-3m
Tamanho máximo	Tamanho máximo que a função retorna para o gerador de malhas	1,97m
Ângulo de curvatura normal	É o ângulo máximo permitido a um elemento englobar	18 <sup>0</sup>

Para o domínio rotativo, foram utilizados os parâmetros exibidos na Tabela 22:

Tabela 22 – Parâmetros da malha do domínio rotativo para o domínio básico no gerador de malha do ANSYS.

Atributo	Função	Valor
Função de tamanho	Determina a função de mecanismo de refinamento	Curvatura
Tamanho de face máximo	Tamanho máximo que a função retornará para o gerador de malhas	0,120m
Simplificação da malha	O gerador de malhas simplifica geometrias pequenas	Sim
Tamanho de simplificação	Tamanho limite em que a simplificação da malha possa agir	7e-4m
Razão de crescimento	Representa o aumento no tamanho da aresta de um elemento após cada camada	1,2
Tamanho mínimo	Tamanho mínimo que a função retorna para o gerador de malhas	1,85e-3m
Tamanho máximo	Tamanho máximo que a função retorna para o gerador de malhas	0,5m
Ângulo de curvatura normal	É o ângulo máximo permitido a um elemento englobar	18

A Figura 63 detalha a malha do domínio rotativo.

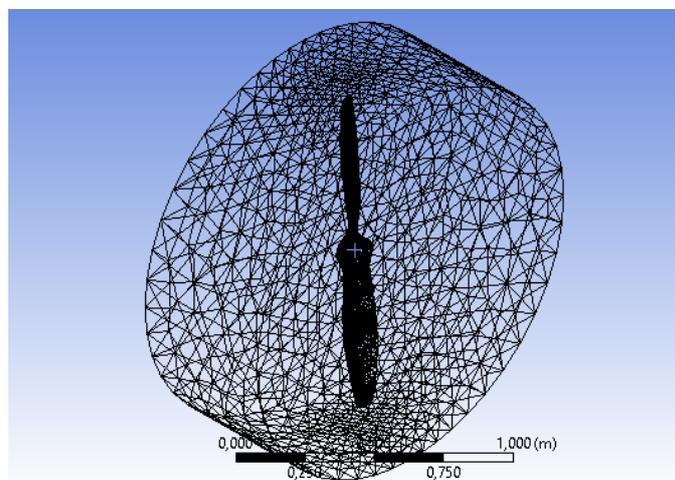


Figura 63 – Malha para o domínio rotativo da hélice utilizada no ANSYS/CFX

Suas condições de contorno são (Figura 64):

- Domínio Rotativo: Cilindro de diâmetro 156,464cm e altura 56,896cm;

- Domínio Estacionário: Cubo de aresta 1137,92cm;
- *Inlet*: Velocidade normal à face de entrada do domínio estacionário;
- *Open*: Pressão de referência de 1atm em todas as outras faces, que não a face de *inlet*, do domínio estacionário;
- *No-slip Wall*: Aplicada às faces da geometria da hélices;
- *Frozen Rotor*: A condição é aplicada às interfaces comuns aos domínios rotativo e estacionário.

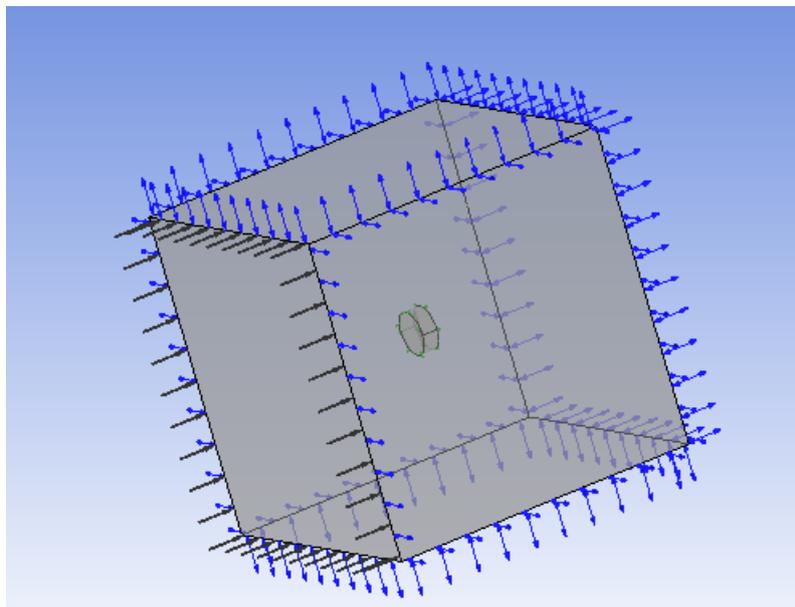


Figura 64 – Domínio Básico

As linhas de corrente para a simulação podem ser vista na figura 65. Os resultados obtidos para a simulação foram:

- Tração: 1482,6N
- Torque: 151,94N.m

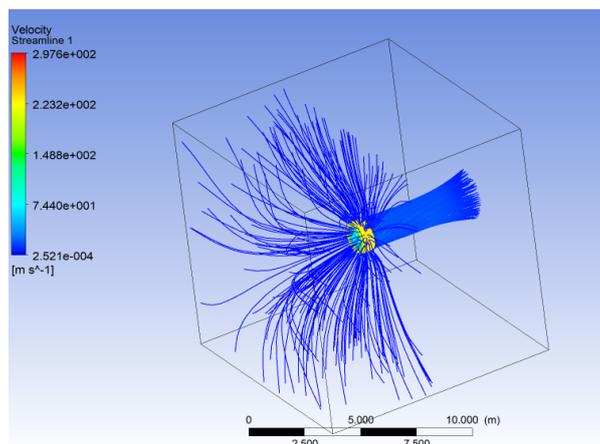


Figura 65 – Linhas de corrente do domínio básico

### 5.5.2 Simulação com Domínio com Efeito Solo

A malha do domínio com efeito solo possui 502760 elementos tetraédricos. Suas condições de contorno são similares às condições de contorno do domínio básico, com exceção de que a face inferior do domínio estacionário recebe a condição de *No-Slip Wall* (Figura 66). A distância entre a ponta da hélice ao solo é de 3cm.

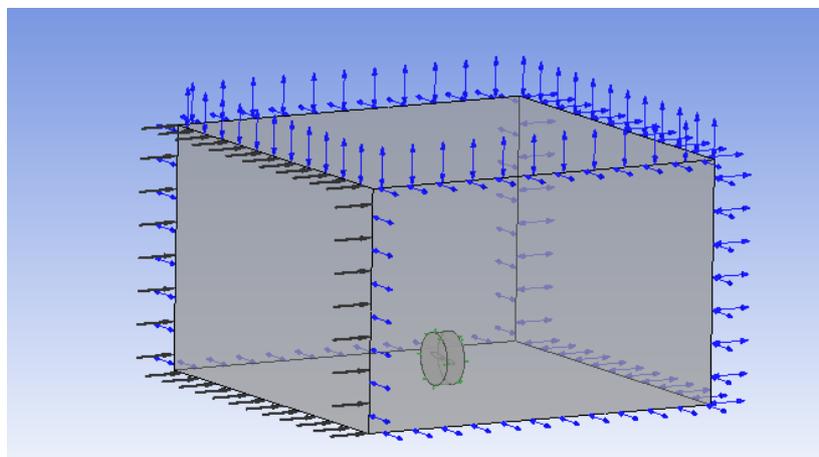


Figura 66 – Domínio com solo

Na Tabela 23 são exibidos as configurações utilizadas para a geração da malha no gerador do ANSYS.

Tabela 23 – Parâmetros da malha do domínio estacionário para o domínio básico no gerador de malha do ANSYS.

Atributo	Função	Valor
Função de tamanho	Determina a função de mecanismo de refinamento	Proximidade e Curvatura
Tamanho de face máximo	Tamanho máximo que a função retornará para o gerador de malhas	0,88226m
Simplificação da malha	O gerador de malhas simplifica geometrias pequenas	Sim
Tamanho de simplificação	Tamanho limite em que a simplificação da malha possa agir	4,413e-3m
Razão de crescimento	Representa o aumento no tamanho da aresta de um elemento após cada camada	1,55
Tamanho mínimo	Tamanho mínimo que a função retorna para o gerador de malhas	8,826e-3m
Tamanho máximo	Tamanho máximo que a função retorna para o gerador de malhas	1,765m
Ângulo de curvatura normal	É o ângulo máximo permitido a um elemento englobar	18
Tamanho mínimo de proximidade	Permite definir o tamanho mínimo global a ser utilizado na função de proximidade	8,826e-3
Número de células entre vazios	Número mínimo de camadas de elementos a serem geradas em vazios	3
Fontes das funções de proximidade	Define quais tipos de geometria serão utilizadas para o algoritmo de proximidade	Faces e arestas

O domínio rotativo e sua malha para a simulação de efeito solo são os mesmos da seção anterior.

As linhas de corrente para a simulação podem ser vistas na figura 67. Os resultados obtidos para a simulação foram:

- Tração: 1437,7N
- Torque: 154,75N.m

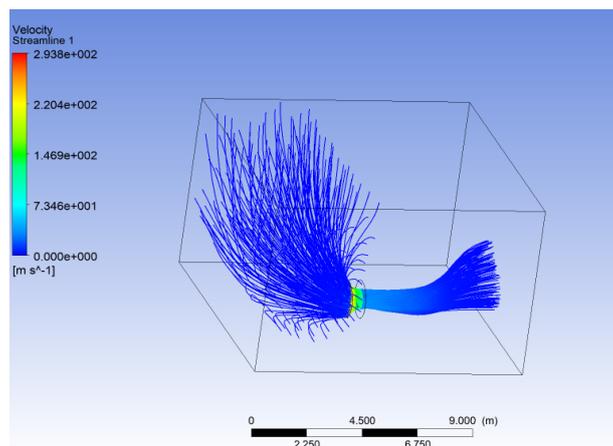


Figura 67 – Linhas de corrente do domínio com solo

### 5.5.3 Simulação no domínio com solo e eixo rotativo

A malha do domínio com efeito solo e eixo rotativo possui 490505 elementos tetraédricos. Suas condições de contorno são similares às condições de contorno do domínio com efeito solo. A distância entre a ponta da hélice ao solo é de 3cm. (*No-Slip Wall* - Figura 68).

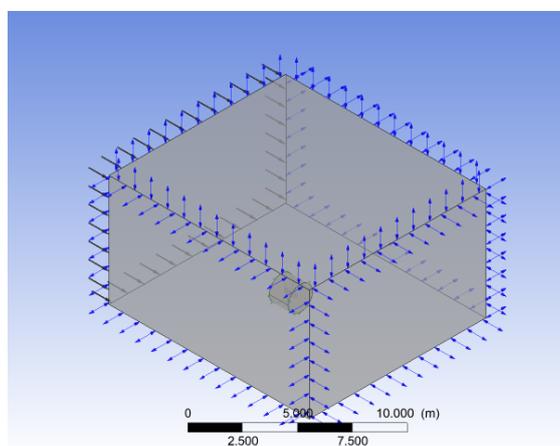


Figura 68 – Domínio com solo e eixo rotativo

Na Tabela 24 são exibidos as configurações utilizadas para a geração da malha no gerador do ANSYS.

Tabela 24 – Parâmetros da malha do domínio estacionário para o domínio com eixo e efeito solo no gerador de malha do ANSYS.

Atributo	Função	Valor
Função de tamanho	Determina a função de mecanismo de refinamento	Proximidade e Curvatura
Tamanho de face máximo	Tamanho máximo que a função retornará para o gerador de malhas	1,5m
Simplificação da malha	O gerador de malhas simplifica geometrias pequenas	Sim
Tamanho de simplificação	Tamanho limite em que a simplificação da malha possa agir	1e-2m
Razão de crescimento	Representa o aumento no tamanho da aresta de um elemento após cada camada	5
Tamanho mínimo	Tamanho mínimo que a função retorna para o gerador de malhas	2,5-e2m
Tamanho máximo	Tamanho máximo que a função retorna para o gerador de malhas	3m
Ângulo de curvatura normal	É o ângulo máximo permitido a um elemento englobar	18
Tamanho mínimo de proximidade	Permite definir o tamanho mínimo global a ser utilizado na função de proximidade	2e-2m
Número de células entre vazios	Número mínimo de camadas de elementos a serem geradas em vazios	3
Fontes das funções de proximidade	Define quais tipos de geometria serão utilizadas para o algoritmo de proximidade	Faces e arestas

Para o domínio rotativo, foram utilizados os parâmetros exibidos na Tabela 25:

Tabela 25 – Parâmetros da malha do domínio rotativo para o domínio com eixo e solo no gerador de malha do ANSYS.

Atributo	Função	Valor
Função de tamanho	Determina a função de mecanismo de refinamento	Curvatura
Tamanho de face máximo	Tamanho máximo que a função retornará para o gerador de malhas	0,1265m
Simplificação da malha	O gerador de malhas simplifica geometrias pequenas	Sim
Tamanho de simplificação	Tamanho limite em que a simplificação da malha possa agir	6,32e-4m
Razão de crescimento	Representa o aumento no tamanho da aresta de um elemento após cada camada	1,5
Tamanho mínimo	Tamanho mínimo que a função retorna para o gerador de malhas	1,26e-3m
Tamanho máximo	Tamanho máximo que a função retorna para o gerador de malhas	0,253m
Ângulo de curvatura normal	É o ângulo máximo permitido a um elemento englobar	18
Tamanho mínimo de proximidade	Permite definir o tamanho mínimo global a ser utilizado na função de proximidade	1,26e-3m
Número de células entre vazios	Número mínimo de camadas de elementos a serem geradas em vazios	3
Fontes das funções de proximidade	Define quais tipos de geometria serão utilizadas para o algoritmo de proximidade	Faces e arestas

A Figura 69 detalha a malha do domínio rotativo.

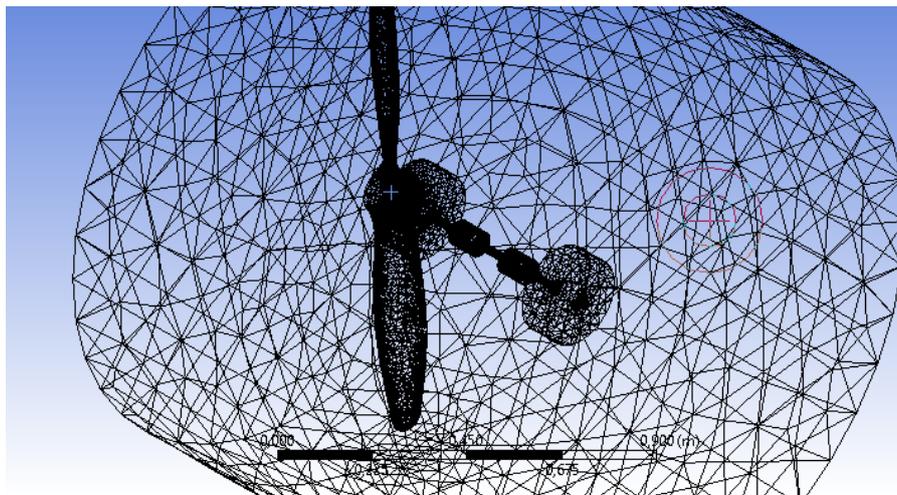


Figura 69 – Malha para o domínio rotativo com eixo da hélice utilizada no ANSYS/CFX

Suas condições de contorno são (Figura 68):

- Domínio Rotativo: Cilindro de diâmetro 156,464cm e altura 122,526cm;
- Domínio Estacionário: Paralelepípedo com arestas 1137,92cm, 750cm e 1290cm;
- *Inlet*: Velocidade normal à face de entrada do domínio estacionário;
- *Open*: Pressão de referência de 1atm em todas as outras faces, que não a face de *inlet* e a face correspondente ao solo, do domínio estacionário;
- *No-slip Wall*: Aplicada às faces da geometria da hélices e à face correspondente ao solo;
- *Frozen Rotor*: A condição é aplicada às interfaces comuns aos domínios rotativo e estacionário.

As linhas de corrente para a simulação podem ser vistas na Figura 70. Os resultados obtidos para a simulação foram:

- Tração (Hélice): 1468,6N
- Tração (Eixo): 37,1N

- Torque (Hélice): 171,95N.m

O torque para o eixo foi desprezível.

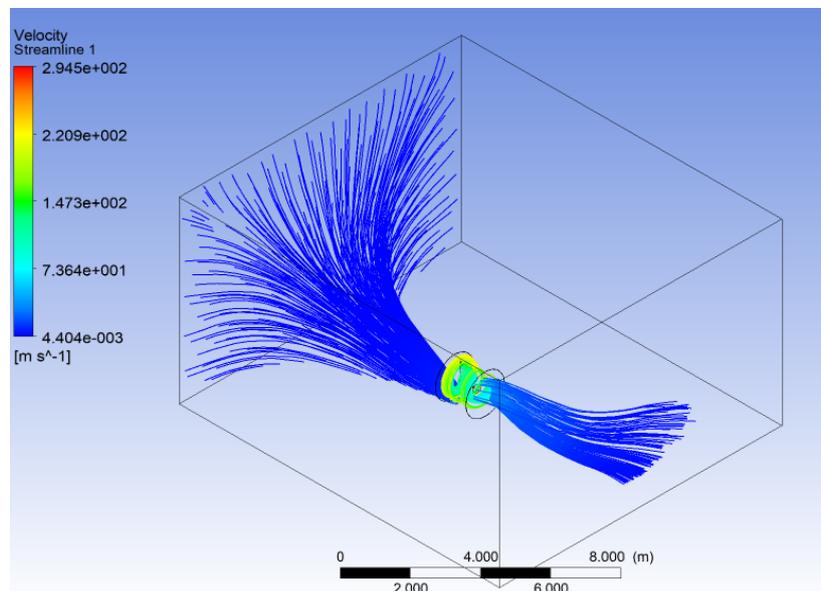


Figura 70 – Linhas de corrente do domínio com solo e eixo

#### 5.5.4 Análise dos Resultados

Na Tabela 26 estão dispostos os resultados para as simulações com os domínio básico, domínio com Efeito Solo e domínio com Efeito Solo e eixo.

Tabela 26 – Comparação dos resultados para as duas situações simuladas.

	Domínio Básico	Domínio com Efeito Solo	Domínio com eixo e Efeito Solo	Diferença (Básico-Solo)	Diferença% (Básico-Solo)	Diferença (Básico-Eixo)	Diferença% (Básico-Eixo)
Tração (N)	1482,6	1437,7	1505,7	44,9	3,0%	-23,1	1,5%
Torque (N.m)	151.94	154.75	171,95	-2.81	-1,8%	-20,01	-13,2%

Como esperado, a consideração do efeito solo causou um impacto negativo no desempenho da hélice. A simulação considerando o efeito solo teve uma

diminuição de 3,0% no valor da tração em relação à simulação básica, enquanto que apresentou um aumento de 1,8% no valor do torque, o que representa um aumento na potência necessária.

Com a análise conjunta hélice-solo-eixo, percebe-se que há um ganho no empuxo que a hélice realiza no eixo da ordem de 1,5%. A diferença mais significativa é quanto ao torque. Esta informação pode ser traduzida, em outras palavras, como um ganho na potência absorvida pela hélice.

Com base nestas análises, seguem alguns comentários:

- Na comparação domínio básico e domínio hélice-solo, houve uma influência no comportamento aerodinâmico. O valor observado, todavia, é muito pequeno e não impacta significativamente na eficiência global de todo o sistema. O caso considerado refere-se a uma velocidade de incidência nula, pois representa a condição do banco estático.

Valores elevados de velocidades, que simulem condições reais de voo, possam ser fortemente afetadas por esta condição. Este, contudo, não é a condição tratada neste estudo específico.

- Na comparação domínio básico e domínio hélice-solo-eixo, atribui-se os ganhos à contribuição das parcelas de esforços oriundos do eixo. Todavia, o ganho em termos de empuxo é muito pequeno (1,5%), podendo-se dizer que pouco interfere na eficiência.

Stuermer [20], em suas análises sobre o efeito do corpo do avião no empuxo da hélice, observou uma resposta semelhante. Este, em suas conclusões, conclui que ocorreu um pequeno aumento no empuxo na comparação da hélice isolada.

## 5.6 Considerações sobre as análises e resultados

Neste capítulo apresentaram-se os resultados obtidos das simulações em CFD a alguns casos de análise.

A primeira parte deste estudo teve por principal objetivo empregar a modelagem proposta, detalhada nos capítulos anteriores, aos casos de estudo e

comparar o resultados às respectivas literaturas. Testaram-se três modelos de hélices e, para cada caso, dois modelos de turbulência. Os resultados em termos de empuxo, potência e eficiência são factíveis com a literatura específica.

Todavia, no intuito de melhor aproximar os resultados, alguns pontos são aqui destacados para futuras investigações:

- as análises não consideram efeitos transientes e de instabilidades provenientes do escoamento (desprendimento de vórtices, por exemplo).
- investiu-se em dois modelos de turbulência. A literatura sobre o tema é vasta e apresenta outras possibilidades [38].
- as aproximações numéricas do termo convectivo geram instabilidades numéricas.
- os resultados foram comparados aos experimentais. A própria conduta experimental pode causar incertezas nos resultados, que é tolerável mediante a avaliação pretendida.

Após a verificação dos modelos, analisou-se a influência da condição de entrada de velocidade, mediante a imposição de um vento lateral às simulações. Estas foram efetivamente qualitativas. Verificou-se que a eficiência do sistema diminui com o aumento da velocidade de avanço. Por esta observação, conclui-se que esta condição pode ser determinante nas condições de operação da aeronave.

Quanto às condições impostas aos ensaios estáticos, verificou-se que nestas condições o solo e o eixo pouco interferem na eficiência global do sistema.

## 6

### Conclusões e Trabalhos Futuros

A hélice é um componente de fundamental importância para aeronaves e a previsão de seu desempenho é uma disciplina chave para obtenção de um conjunto hélice/aeronave eficiente. O projeto de hélices foi aperfeiçoado ao longo da história e sempre acompanhou os requisitos técnicos das próprias aeronaves.

Atualmente, o projeto de hélices tem sido colocado em pauta de pesquisa devido à busca por eficiência nas hélices. Tal efeito pode ser atribuído à crescente utilização de VANTs para as mais variadas tarefas: operações militares, monitoramento, agricultura, entretenimento.

O presente trabalho se propôs a estudar os comportamentos de coeficientes de empuxo, de potência e de eficiência para diferentes hélices em diferentes velocidades de avanço, compatíveis com sua faixa de operação. Através de dinâmica dos fluidos computacionais (CFD - *Computational Fluid Dynamics*), foram realizados experimentos numéricos que exploraram tais comportamentos. Apesar do custo computacional elevado do CFD, tal ferramenta permite o estudo de situações que não são possíveis em abordagens matemáticas clássicas, como o BEMT.

Na seção 5.2 deste trabalho, foram realizadas validações dos modelos numéricos utilizados para três diferentes hélices: a APC 10x7, a DA4002 e a Purdue. Todos os experimentos de validação foram realizados nos programas ANSYS/CFX e OpenFOAM. Também foram utilizados diferentes modelos de turbulência ( $k-\epsilon$  e  $k-\omega$ ) para a validação. Resultados experimentais das referências foram utilizados para mérito de comparação dos resultados obtidos experimentalmente. Observou-se que os resultados numéricos foram suficientemente próximos aos resultados experimentais. Em linhas gerais, o programa ANSYS/CFX se aproximou mais aos resultados das referências que o OpenFOAM. Para a hélice APC 10x7, o modelo  $k-\epsilon$  apresentou melhores resultados enquanto que para a hélice DA4002, o modelo  $k-\omega$  se ajustou melhor.

Para a hélice Purdue, a diferença entre os modelos pode ser desconsiderada. Na seção 5.4 foi proposto o estudo da influência do vento de través nos parâmetros de desempenho de hélices. Ao analisar os resultados, concluí-se que o vento de través causa um efeito negativo na eficiência de uma hélice. Tal efeito negativo é quase nulo, ou pequeno, para velocidades de avanço pequenas. No entanto, para velocidades de avanço maiores pode haver uma perda total da capacidade da hélice gerar empuxo e, por conseguinte, uma perda total de sua eficiência. Tal comportamento pode ser atribuído ao descolamento da camada limite, ou seja, o estol da hélice.

Na seção 5.5 foi proposto o estudo da influência de geometrias na eficiência da hélice. O primeiro modelo considerou que a hélice estivesse próxima ao solo, condição compatível com uma bancada de ensaio estático. No segundo modelo, além da condição de solo, foi considerado um eixo rotativo acoplado a hélice. Ambas os modelos não encontraram grandes diferenças nos coeficientes de desempenho da hélice. Conclui-se dos resultados numéricos que resultados experimentais obtidos em bancadas de ensaio estático não são impactados de maneira significativa pelo solo e pelo eixo.

Como sugestões para trabalhos futuros, cita-se:

1. Todos os resultados obtidos nesse trabalho foram realizados utilizando algoritmos dos programas ANSYS/CFX e OpenFOAM que simulam uma solução estacionária. Para trabalhos futuros, sugere-se que sejam estudados também os comportamentos transientes.
2. Para soluções transientes, é possível estudar, além dos efeitos de desempenho aerodinâmico, também os efeitos estruturais e efeitos aeroacústicos presentes no fenômeno através de acoplamentos.
3. Na seção 5.3, foi estudada a influência do vento de través nos parâmetros de desempenho das hélices. Contudo, como as simulações eram estacionárias, o vento de través foi inserido com um elemento constante. Na prática, ventos de través tem comportamento transiente. Sugere-se, para trabalhos futuros, que o vento de través seja modelado através de

ondas transientes (ondas pulso, ondas degrau) e seja determinado qual sua influência no resposta transiente da hélice.

4. Na seção 5.5, foram estudadas as influências das geometrias eixo e solo no desempenho da hélice. Sugere-se também o estudo de outras geometrias: bancada, paredes laterais, carenagens.
5. Entre outras sugestões possíveis para futuros trabalhos, destaca-se: refinamento das geometrias, estudo de malha e avaliação de outros modelos de turbulência.

**REFERÊNCIAS**

- [1] Robert W. Deters, Gavin K. Ananda, and Michael S. Selig. Reynolds Number Effects on the Performance of Small Scale Propellers. *In Proceedings of the 32nd AIAA Applied Aerodynamics Conference*, 2014.
- [2] Barnes W McCormick. Aerodynamics aeronautics and flight mechanics john wiley & sons. *Inc., New York*, 1979.
- [3] Henk Kaarle Versteeg and Weeratunge Malalasekera. *An introduction to computational fluid dynamics: the finite volume method*. Pearson Education, 2007.
- [4] Oleg Zikanov. *Essential computational fluid dynamics*. John Wiley & Sons, 2010.
- [5] November ANSYS CFX-Solver Modeling Guide. Release 14.0, ansys, 2011.
- [6] RCFX ANSYS. Release 16.2, ansys cfx-solver theory guide, ansys.
- [7] A.L.T Rezende. *Análise Numérica da Bolha de Separação do Escoamento Turbulento sobre Placa Plana Fina Inclinada*. PhD thesis, 2009.
- [8] Hrvoje Jasak and Martin Beaudoin. Openfoam turbo tools: From general purpose cfd to turbomachinery simulations. In *ASME-JSME-KSME 2011 Joint Fluids Engineering Conference*, pages 1801–1812. American Society of Mechanical Engineers, 2011.
- [9] RM Bass. An historical review of propeller developments. *The Aeronautical Journal*, 87(867):255–267, 1983.
- [10] John F Keane and Stephen S Carr. A brief history of early unmanned aircraft. *Johns Hopkins APL Technical Digest*, 32(3):558–571, 2013.
- [11] Nanyaporn Intaratep, William N Alexander, William J Devenport, Sheryl M Grace, and Amanda Dropkin. Experimental study of quadcopter acoustics and performance at static thrust conditions. In *22nd AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*, page 2873, 2016.

- [12] Quentin R Wald. The aerodynamics of propellers. *Progress in Aerospace Sciences*, 42(2):85–128, 2006.
- [13] C Adkins and R LIEBECK. Design of optimum propellers. In *21st Aerospace Sciences Meeting*, page 190, 1983.
- [14] Charles N Adkins and Robert H Liebeck. Design of optimum propellers. *Journal of Propulsion and Power*, 10(5):676–682, 1994.
- [15] Hermann Glauert. Airplane propellers. In *Aerodynamic theory*, pages 169–360. Springer, 1935.
- [16] Theodore Theodorsen. *Theory of propellers*. McGraw-Hill Book Company, 1948.
- [17] Martin Beaudoin and Hrvoje Jasak. Development of a generalized grid interface for turbomachinery simulations with openfoam. In *Open source CFD International conference*, volume 2. Berlin, 2008.
- [18] Dave P Witkowski, Alex KH Lee, and John P Sullivan. Aerodynamic interaction between propellers and wings. *Journal of Aircraft*, 26(9):829–836, 1989.
- [19] John Brandt and Michael Selig. Propeller performance data at low reynolds numbers. In *49th AIAA Aerospace Sciences Meeting including the New Horizons Forum and Aerospace Exposition*, page 1255, 2011.
- [20] Arne Stuermer. Unsteady cfd simulations of propeller installation effects. In *42nd AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference & Exhibit*, page 4969, 2006.
- [21] Hyunbum Park. Advanced turboprop composite propeller design and analysis using fluid–structure interaction method. *Composites Part B: Engineering*, 97:111 – 119, 2016.
- [22] MH Mohamed. Reduction of the generated aero-acoustics noise of a vertical axis wind turbine using cfd (computational fluid dynamics) techniques. *Energy*, 96:531–544, 2016.

- [23] Hairuniza Ahmed Kutty and Parvathy Rajendran. 3d cfd simulation and experimental validation of small apc slow flyer propeller blade. *Aerospace*, 4(1):10, 2017.
- [24] Kurt Mizzi, Yigit Kemal Demirel, Charlotte Banks, Osman Turan, Panagiotis Kaklis, and Mehmet Atlar. Design optimisation of propeller boss cap fins for enhanced propeller performance. *Applied Ocean Research*, 62:210–222, 2017.
- [25] Giulia Chirico, George N Barakos, and Nicholas Bown. Numerical aeroacoustic analysis of propeller designs. *The Aeronautical Journal*, 122(1248):283–315, 2018.
- [26] Giulia Chirico, George N Barakos, and Nicholas Bown. Propeller installation effects on turboprop aircraft acoustics. *Journal of Sound and Vibration*, 424:238–262, 2018.
- [27] Przemysław Król and Krzysztof Tesch. Experimental and numerical validation of the improved vortex method applied to cp745 marine propeller model. *Polish Maritime Research*, 25(2):57–65, 2018.
- [28] Jurij Sodja, Roeland De Breuker, Dejan Nozak, Radovan Drazumeric, and Pier Marzocca. Assessment of low-fidelity fluid–structure interaction model for flexible propeller blades. *Aerospace Science and Technology*, 78:71–88, 2018.
- [29] John David Anderson Jr. *Fundamentals of aerodynamics*. Tata McGraw-Hill Education, 2010.
- [30] Charles Hirsch. *Numerical computation of internal and external flows: The fundamentals of computational fluid dynamics*. Elsevier, 2007.
- [31] <http://omnis.if.ufrj.br/~bertu/fis2/hidrodinamica//turbulencia/turbulencia.html>, consultado em 04/01/2019.
- [32] J Peraire, OC Zienkiewicz, and K Morgan. Shallow water problems: a general explicit formulation. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 22(3):547–574, 1986.

- [33] P.A.B. DE SAMPAIO. Finite element modelling of complex nuclear engineering flows. *Anais do 5º Congresso Geral de Energia Nuclear*, pages 269–274, 1994.
- [34] Hermann Schlichting and Klaus Gersten. *Boundary-layer theory*. Springer, 2016.
- [35] Maria de Lourdes Moreira et al. Simulação computacional de escoamentos viscosos compressíveis/quase incompressíveis. 1998.
- [36] PAB De Sampaio and M de L Moreira. A new finite element formulation for both compressible and nearly incompressible fluid dynamics. *International journal for numerical methods in fluids*, 32(1):43–67, 2000.
- [37] Emil Simiu and Robert H Scanlan. *Wind effects on structures: fundamentals and applications to design*. 1996.
- [38] Stephen B Pope and Stephen B Pope. *Turbulent flows*. Cambridge university press, 2000.
- [39] David C Wilcox et al. *Turbulence modeling for CFD*, volume 2. DCW industries La Canada, CA, 1998.
- [40] Cx K Batchelor and GK Batchelor. *An introduction to fluid dynamics*. Cambridge university press, 1967.
- [41] J Christopher. Openfoam user guide.[online] available at: <http://www.openfoam.org/docs>. *OpenFOAM% Documentation*, 2015.
- [42] Suhas Patankar. *Numerical heat transfer and fluid flow*. CRC press, 1980.
- [43] Timothy Barth and Dennis Jespersen. The design and application of upwind schemes on unstructured meshes. In *27th Aerospace sciences meeting*, page 366, 1989.
- [44] CM Rhie and W Li Chow. Numerical study of the turbulent flow past an airfoil with trailing edge separation. *AIAA journal*, 21(11):1525–1532, 1983.

- [45] S Majumdar. Role of underrelaxation in momentum interpolation for calculation of flow with nonstaggered grids. *Numerical Heat Transfer*, 13(1):125–132, 1988.
- [46] Sijun Zhang, Xiang Zhao, and Sami Bayyuk. Generalized formulations for the rhie–chow interpolation. *Journal of Computational Physics*, 258:880 – 914, 2014.
- [47] ANSYS CFX-Solver Modeling Guide. Ansys inc. *ANSYS CFX Release*, 14:150, 2011.
- [48] PF Galpin, RB Broberg, and BR Hutchinson. Three-dimensional navier stokes predictions of steady state rotor/stator interaction with pitch change. In *Proceedings of 3rd Annual Conference of the CFD Society of Canada, Banff, AB, Canada*, volume 3, 1995.
- [49] T Belamri, P Galpin, A Braune, and C Cornelius. Cfd analysis of a 15 stage axial compressor: Part i—methods. In *ASME Turbo Expo 2005: Power for Land, Sea, and Air*, pages 1001–1008. American Society of Mechanical Engineers, 2005.
- [50] Hairuniza Ahmed Kutty and Parvathy Rajendran. 3D CFD Simulation and Experimental Validation of Small APC Slow Flyer Propeller Blade. *Aerospace*, 4(1), 2017.
- [51] Deters-R.W. Ananda G.K. Brandt, J.B. and M.S. Selig. Uiuic propeller database, 2015.

## 7

## Apêndice A - Método BEMT

O método BEMT foi desenvolvido a partir de dois outros métodos: a Teoria do Disco Atuador e a Teoria do Elemento de Pá.

Na Teoria do Disco Atuador, considera-se que a hélice tem infinitas pás e pode ser vista como um disco circular. Também é considerado que o fluido é invíscido, incompressível e uniforme em todo o disco. No entanto, é negligenciado todo movimento rotacional no *slipstream* e arrasto friccional das pás. A esquematização do modelo é representada na Figura 71

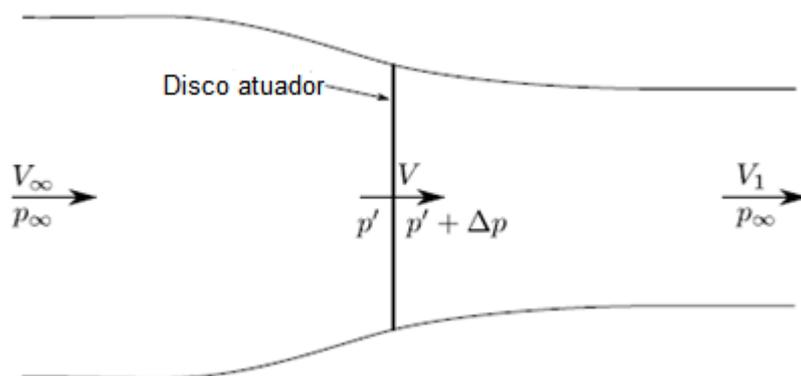


Figura 71 – Esquematização do modelo da Teoria Do Disco Atuador

De acordo com a equação de Bernoulli:

$$p_\infty + \frac{1}{2}\rho V_\infty^2 = p' + \frac{1}{2}\rho V^2 \quad (7.1)$$

Para a parte frontal do disco:

$$p' + \Delta p + \frac{1}{2}\rho V^2 = p_\infty + \frac{1}{2}\rho V_1^2 \quad (7.2)$$

E para a traseira:

$$\Delta p = \frac{1}{2}\rho(V_1^2 - V_\infty^2) \quad (7.3)$$

A hipótese de incompressibilidade simplifica a análise. Desenvolvendo, obtém-se que a tração é dada por:

$$T = A\Delta p = \frac{A}{2}\rho(V_1^2 - V_\infty^2) \quad (7.4)$$

Onde  $A$  é a área do disco. A tração também pode ser escrita como:

$$T = A\rho V(V_1 - V_\infty) \quad (7.5)$$

Equacionando as duas formulações para tração, obtém-se:

$$V = \frac{V_1 - V_\infty}{2} \quad (7.6)$$

Definindo o acréscimo de velocidade no disco como uma velocidade induzida  $V_a$ :

$$V = V_\infty - V_a \quad (7.7)$$

$$V_1 = V_\infty + 2V_a \quad (7.8)$$

Portanto:

$$T = 2A\rho V_a(V_\infty + V_a) \quad (7.9)$$

Em seguida, o disco é dividido em elementos anulares, sendo que para cada elemento anular existe uma tração e um torque elemental. Para se encontrar a tração e torque totais deve-se integrar as frações elementais em todo o disco.

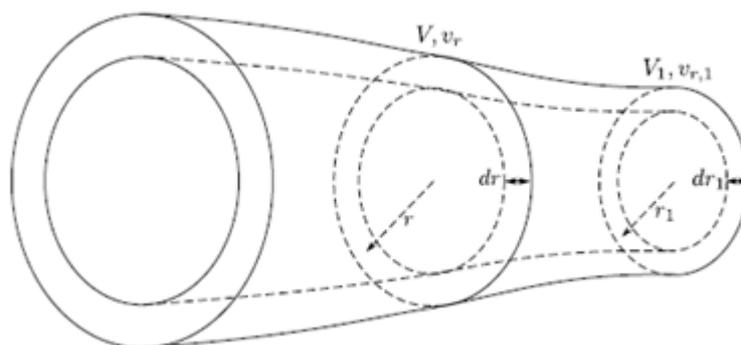


Figura 72 – Divisão do disco atuador em elementos anulares

Como limitações e imprecisões da Teoria do Disco Atuador, cita-se:

- Não considera a energia de rotação das correntes de ar originados devido ao empuxo;
- Não considera o arrasto ou atrito das pás da hélice movendo-se através do ar;
- Não considera a não-uniformidade do empuxo, com perdas de ponta e no cubo;
- Ocorre perda de energia pelo número finito de lâminas, uma vez que existe variação do empuxo em um determinado ponto com o tempo;
- Não fornece informações sobre como dimensionar as pás de uma hélice para produzir o empuxo desejado.

A Teoria do Elemento de Pá (BET – *Blade Element Theory*) é um modelo simplificado para estudar o desempenho de uma determinada hélice. Na BET, a hélice é subdividida em pequenos elementos e o fluxo bidimensional acerca de cada elemento é analisado individualmente. A teoria é baseada na consideração de que não ocorre interferência entre elementos adjacentes.

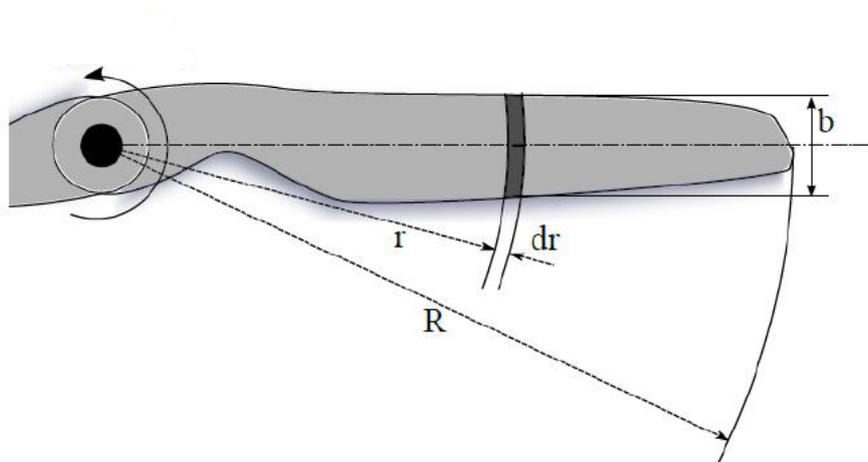


Figura 73 – Esquemática do modelo da Teoria do Elemento de Pá

Como visto na Figura 73, a distância entre o eixo da hélice à linha de centro de cada elemento é dada por  $r$  e a largura de cada subdivisão é  $dr$ .  $R$  é a distância entre o eixo e a ponta da hélice.  $c$  é a corda e  $\phi$  o ângulo de torção para a seção de cada elemento.

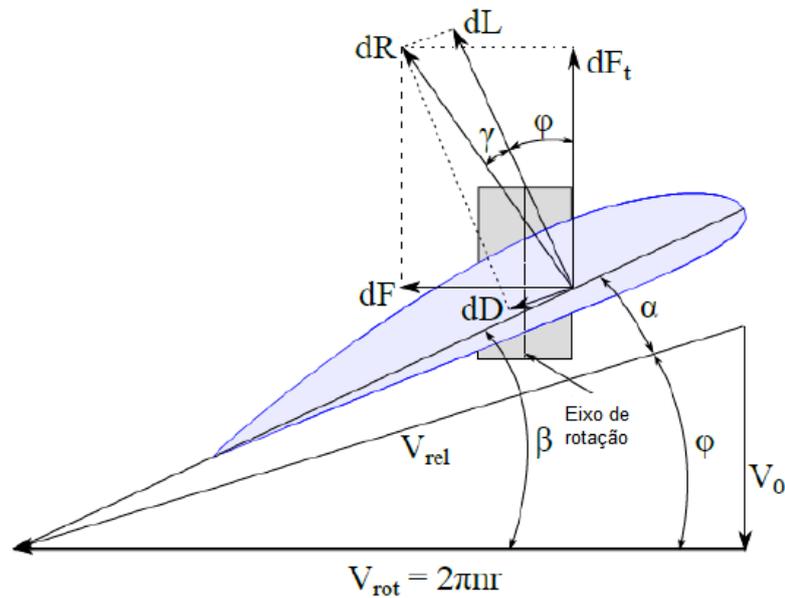


Figura 74 – Forças e velocidades atuantes na Teoria do Elemento de Pá

As forças e velocidades que atuam em cada elemento podem ser vistas na Figura 74. Os elementos radiais tem suas forças integradas por todo o raio de todas as pás. A soma das forças em todos os elementos representam o empuxo e torque totais.

Como limitações do modelo, cita-se:

- Não há interferência entre os elementos de pá;
- Não existe escoamento na direção radial;
- Não se leva em conta os efeitos de ponta de asa.

A união desses dois modelos básicos, após algumas correções, resulta no método BEMT.

## 8

**Apêndice B - Perfis Aerodinâmicos**

Neste apêndice estão tabeladas as coordenadas dos perfis aerodinâmicos utilizados ao decorrer do trabalho.

## 8.1 NACA0010

As coordenadas cartesianas para o perfil NACA0010 são exibidas na Tabela 27:

Tabela 27 – Coordenadas do perfil aerodinâmico NACA0010

x	y	x	y
1.00000	0.00105	0.95000	0.00672
0.90000	0.01207	0.80000	0.02187
0.70000	0.03053	0.60000	0.03803
0.50000	0.04412	0.40000	0.04837
0.30000	0.05002	0.25000	0.04952
0.20000	0.04782	0.15000	0.04455
0.10000	0.03902	0.07500	0.03500
0.05000	0.02962	0.02500	0.02178
0.01250	0.01578	0.00000	0.00000
0.01250	-0.01578	0.02500	-0.02178
0.05000	-0.02962	0.07500	-0.03500
0.10000	-0.03902	0.15000	-0.04455
0.20000	-0.04782	0.25000	-0.04952
0.30000	-0.05002	0.40000	-0.04837
0.50000	-0.04412	0.60000	-0.03803
0.70000	-0.03053	0.80000	-0.02187
0.90000	-0.01207	0.95000	-0.00672
1.00000	-0.00105		

## 8.2 Eppler E63

As coordenadas cartesianas para o perfil Eppler E63 são exibidas na Tabela 28:

Tabela 28 – Coordenadas do perfil aerodinâmico Eppler E63

x	y	x	y
1.00000	0.00000	0.99719	0.00121
0.98938	0.00473	0.97751	0.00986
0.96173	0.01553	0.94164	0.02126
0.91717	0.02709	0.88861	0.03301
0.85624	0.03885	0.82039	0.04451
0.78141	0.04985	0.73968	0.05480
0.69562	0.05921	0.64967	0.06304
0.60229	0.06617	0.55394	0.06857
0.50509	0.07016	0.45624	0.07094
0.40786	0.07084	0.36043	0.06990
0.31441	0.06809	0.27026	0.06545
0.22840	0.06198	0.18920	0.05775
0.15304	0.05280	0.12023	0.04723
0.09103	0.04111	0.06568	0.03457
0.04435	0.02775	0.02714	0.02083
0.01416	0.01404	0.00536	0.00766
0.00076	0.00218	0.00055	-0.00141
0.00557	-0.00306	0.01651	-0.00330
0.03316	-0.00227	0.05550	-0.00004
0.08342	0.00315	0.11671	0.00708
0.15504	0.01151	0.19800	0.01620
0.24509	0.02093	0.29574	0.02546
0.34931	0.02962	0.40513	0.03319
0.46247	0.03605	0.52056	0.03803
0.57859	0.03907	0.63576	0.03907
0.69125	0.03806	0.74430	0.03604
0.79414	0.03310	0.84004	0.02930
0.88132	0.02482	0.91735	0.01979
0.94756	0.01439	0.97115	0.00887
0.98754	0.00410	0.99695	0.00102
1.00000	0.00000		

### 8.3 Clark Y

As coordenadas cartesianas para o perfil Clark Y são exibidas na Tabela 29:

Tabela 29 – Coordenadas do perfil aerodinâmico Clark Y

x	y	x	y	x	y	x	y
0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00050	0.00234	0.00050	-0.00467
0.00100	0.00373	0.00100	-0.00594	0.00200	0.00580	0.00200	-0.00781
0.00400	0.00892	0.00400	-0.01051	0.00800	0.01374	0.00800	-0.01429
0.01200	0.01786	0.01200	-0.01697	0.02000	0.02537	0.02000	-0.02027
0.03000	0.03302	0.03000	-0.02261	0.04000	0.03913	0.04000	-0.02452
0.05000	0.04428	0.05000	-0.02605	0.06000	0.04876	0.06000	-0.02713
0.08000	0.05643	0.08000	-0.02846	0.10000	0.06300	0.10000	-0.02938
0.12000	0.06862	0.12000	-0.02996	0.14000	0.07344	0.14000	-0.03024
0.16000	0.07757	0.16000	-0.03025	0.18000	0.08107	0.18000	-0.03005
0.20000	0.08392	0.20000	-0.02967	0.22000	0.08614	0.22000	-0.02914
0.24000	0.08783	0.24000	-0.02852	0.26000	0.08908	0.26000	-0.02782
0.28000	0.09000	0.28000	-0.02707	0.30000	0.09068	0.30000	-0.02631
0.32000	0.09119	0.32000	-0.02556	0.34000	0.09151	0.34000	-0.02482
0.36000	0.09163	0.36000	-0.02409	0.38000	0.09152	0.38000	-0.02336
0.40000	0.09117	0.40000	-0.02263	0.42000	0.09057	0.42000	-0.02190
0.44000	0.08972	0.44000	-0.02117	0.46000	0.08864	0.46000	-0.02044
0.48000	0.08736	0.48000	-0.01970	0.50000	0.08588	0.50000	-0.01896
0.52000	0.08421	0.52000	-0.01823	0.54000	0.08237	0.54000	-0.01749
0.56000	0.08035	0.56000	-0.01676	0.58000	0.07815	0.58000	-0.01602
0.60000	0.07576	0.60000	-0.01529	0.62000	0.07321	0.62000	-0.01456
0.64000	0.07048	0.64000	-0.01382	0.66000	0.06760	0.66000	-0.01309
0.68000	0.06458	0.68000	-0.01235	0.70000	0.06143	0.70000	-0.01162
0.72000	0.05816	0.72000	-0.01088	0.74000	0.05477	0.74000	-0.01015
0.76000	0.05126	0.76000	-0.00941	0.78000	0.04763	0.78000	-0.00868
0.80000	0.04388	0.80000	-0.00794	0.82000	0.04002	0.82000	-0.00721
0.84000	0.03605	0.84000	-0.00648	0.86000	0.03197	0.86000	-0.00574
0.88000	0.02779	0.88000	-0.00501	0.90000	0.02350	0.90000	-0.00427
0.92000	0.01912	0.92000	-0.00354	0.94000	0.01462	0.94000	-0.00280
0.96000	0.01002	0.96000	-0.00207	0.97000	0.00769	0.97000	-0.00170
0.98000	0.00533	0.98000	-0.00133	0.99000	0.00297	0.99000	-0.00097
1.00000	0.00060	1.00000	-0.00060				

## 8.4 SDA1075

As coordenadas cartesianas para o perfil SDA1075 são exibidas na Tabela 30:

Tabela 30 – Coordenadas do perfil aerodinâmico SDA1075

x	y	x	y
1.00014	0.00556	0.99659	0.00592
0.98642	0.00720	0.97031	0.00937
0.94861	0.01224	0.92159	0.01574
0.88962	0.01996	0.85324	0.02488
0.81301	0.03041	0.76953	0.03645
0.72343	0.04284	0.67537	0.04938
0.62595	0.05576	0.57569	0.06177
0.52515	0.06717	0.47481	0.07178
0.42517	0.07541	0.37669	0.07793
0.32981	0.07920	0.28493	0.07914
0.24242	0.07769	0.20259	0.07484
0.16576	0.07059	0.13215	0.06501
0.10198	0.05822	0.07543	0.05038
0.05264	0.04173	0.03378	0.03253
0.01896	0.02308	0.00829	0.01376
0.00189	0.00505	0.00028	0.001921
0.00470	0.007905	0.01506	0.014217
0.03030	0.020208	0.05036	0.025609
0.07507	0.030290	0.10427	0.034146
0.13771	0.037140	0.17513	0.039253
0.21618	0.040503	0.26048	0.040926
0.30760	0.040585	0.35707	0.039554
0.40838	0.037928	0.46099	0.035812
0.51430	0.033341	0.56773	0.030638
0.62062	0.027832	0.67231	0.025029
0.72215	0.022300	0.76951	0.019711
0.81378	0.017302	0.85440	0.015105
0.89082	0.013128	0.92256	0.011366
0.94918	0.009777	0.97041	0.008207
0.98620	0.006742	0.99630	0.005793
0.99985	0.005553		