

UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS
MESTRADO PROFISSIONAL EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

CRISTIMARA RODRIGUES DE CASTILHO

**O ENSINO DE PROBABILIDADE BASEADO EM UMA SEQUÊNCIA
DIDÁTICA PARA O EXERCÍCIO DE LITERACIA PROBABILÍSTICA**

**JUIZ DE FORA
2020**

Cristimara Rodrigues de Castilho

**O Ensino de Probabilidade Baseado Em Uma Sequência Didática
Para o Exercício de Literacia Probabilística**

Orientadora: Profa. Dra. Chang Kuo Rodrigues

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Educação Matemática, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Educação Matemática.

Juiz de Fora
2020

Ficha catalográfica elaborada através do programa de geração automática da Biblioteca
Universitária da UFJF, com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

Castilho, Cristimara Rodrigues de.

O ENSINO DE PROBABILIDADE BASEADO EM
UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA O EXERCÍCIO DA
LITERACIA PROBABILÍSTICA / Cristimara Castilho. -- 2020.

128 f.

Orientador: Chang Kuo Rodrigues

Dissertação (mestrado profissional) - Universidade
Federal de Juiz de Fora, Instituto de Ciências Exatas. Programa de
Pós-Graduação em Educação Matemática, 2020.

1. Educação Matemática. 2. Educação Estatística. 3.
Engenharia Didática. 4. Literacia Probabilística. 5. Sequência
Didática. I. Rodrigues, Chang, orient. II. Título.

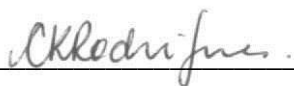
Cristimara Rodrigues de Castilho

“O ensino de probabilidade baseado em uma sequência didática para o exercício de Literacia Probabilística”

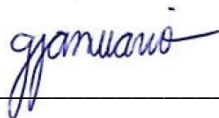
Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Federal de Juiz de Fora como requisito parcial à obtenção do título de Mestra em Educação Matemática. Área de concentração: Educação Matemática.

Aprovada em 03 de agosto de 2020

BANCA EXAMINADORA



Profa. Dra. Chang Kuo Rodrigues - Orientadora Universidade Federal de Juiz de Fora



Prof. Dr. Gilberto Januario

Universidade Federal de Ouro Preto



Prof. Dr. Willian José da Cruz

Universidade Federal de Juiz de Fora

Dedico este trabalho a todos os professores e professoras que me inspiraram e inspiram a prosseguir lutando por uma educação libertadora, pública e de qualidade.

AGRADECIMENTOS

A Deus, meu senhor e salvador, que sempre esteve em todos os momentos da minha vida.

Aos meus pais, Ledson e Isa, que me criaram com muito amor e sempre fizeram questão de mostrar todo o orgulho, por vezes imerecido, que sentem de mim.

Ao meu irmão Cícero, por todo o companheirismo de uma vida.

Ao meu marido, Denerson, por todo amor e pelas belas discussões as quais se propôs no decorrer deste trabalho.

À minha afilhada Anne, por ser a luz no meu caminho, por todo amor que me oferece fazendo renascer uma parte minha que havia perdido.

Aos meus amigos queridos, que com alegria me ajudaram a prosseguir.

Aos meus amigos do Programa de Mestrado Profissional em Educação Matemática, em especial à minha parceira Rani, que com amor e cuidado esteve presente em todos os momentos de minha formação profissional.

À minha querida orientadora Chang, que esteve comigo na elaboração desta pesquisa e aos professores Willian e Gilberto, que se dispuseram a fazer sua leitura, contribuindo para a sua finalização.

Aos meus professores, que passaram e aos que estão comigo, que me inspiraram.

Por fim, aos alunos que tive o prazer de conhecer, pois é pensando nos alunos que esta pesquisa faz sentido para mim.

“Aquele que é fundamentalmente mestre só leva a sério as coisas por causa de seus alunos – inclusive ele próprio”.
(NIETZSCHE, 1886)

RESUMO

Esta pesquisa apresenta um estudo com sete alunos de uma turma do segundo ano do Ensino Médio, a qual buscou desenvolver atividades com o intuito de levá-los ao exercício da literacia probabilística. A partir da questão de pesquisa: “Que aspectos contribuem para o desenvolvimento da literacia probabilística em alunos do 2º ano do Ensino Médio, usando a Engenharia Didática como dispositivo metodológico mediada por uma sequência didática que leva à tomada de decisões? ”, buscou-se estudar conceitos que indicassem o exercício da literacia probabilística no ensino desse tema por meio de uma sequência didática. O quadro teórico que subsidiou esta pesquisa foi a literacia estatística e probabilística. Esse estudo, de cunho qualitativo, foi desenvolvido utilizando os pressupostos da Engenharia Didática como metodologia de pesquisa e como dispositivo metodológico na sala de aula. Com o objetivo geral de investigar se e como ocorre o desenvolvimento da literacia probabilística por meio de uma sequência didática, a qual leva à tomada de decisão construída gradativamente, por meio da Engenharia Didática como dispositivo metodológico, a pesquisa também buscou validar a hipótese levantada: uma sequência didática apoiada na Engenharia Didática como dispositivo metodológico tratando sobre linguagem, abordagens probabilísticas, discussões sobre espaços equiprováveis ou não, e tomada de decisão pode levar os alunos a desenvolver e exercer aspectos que compõem a literacia probabilística. Após a obtenção e análise dos dados, puderam-se verificar os aspectos que contribuíram para o exercício da literacia probabilística, assim como validar a hipótese levantada. Por se tratar de um mestrado profissional, esta sequência didática aliada à uma segunda compôs o Produto Educacional. Os resultados desta pesquisa apontam para a necessidade de trabalhar a temática da Probabilidade desde os Anos Iniciais, aliada à literacia probabilística com vistas à formação do aluno de uma forma crítica.

Palavras-chave: Educação Matemática. Educação Estatística. Engenharia Didática. Literacia Probabilística. Sequência Didática.

ABSTRACT

This research presents a study with seven students from a class in the second year of high school, which sought to develop activities in order to lead students to exercise probabilistic literacy. From the research question: “What aspects contribute to the development of probabilistic literacy in 2nd year high school students, using Didactic Engineering as a methodological device mediated by a didactic sequence that leads to decision making? ”, We sought to study concepts that indicate the exercise of probabilistic literacy in the education of this theme through a didactic sequence. The theoretical framework that supported this research was statistical and probabilistic literacy. This qualitative study was developed using the assumptions of Didactic Engineering as a research methodology and as a methodological device in the classroom. Having in mind the goal of investigating whether and how the development of probabilistic literacy occurs through a didactic sequence, which leads to decision making built gradually, through Didactic Engineering as a methodological device; the research also sought to validate the hypothesis raised: a didactic sequence supported by Didactic Engineering as a methodological device dealing with language, probabilistic approaches, discussions about equiprobable spaces or not, and decision making can lead students to develop and exercise aspects that make up literacy probabilistic. After obtaining and analyzing the data, it was possible to verify the aspects that contributed to the exercise of probabilistic literacy, as well as to validate the hypothesis raised. As it is a professional master's degree, this didactic sequence combined with a second one made up the educational product. The results of this research point to the need to work on the theme of Probability since the early years, combined with probabilistic literacy with a view to training the student in a critical way.

Keywords: Mathematics Education. Statistical Education. Didactic Engineering. Probabilistic Literacy. Didactical Sequence.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – O modelo de Literacia Estatística	23
Figura 2 – Sequência Didática.....	63
Figura 3- Resposta da aluna Nayara à atividade de <u>análises preliminares</u>	76
Figura 4- Resposta da aluna Marina à atividade de <u>análises preliminares</u>	77
Figura 5 - Resposta da aluna Rosa à atividade de <u>análises preliminares</u>	78
Figura 6 - Resposta do aluno Gustavo à atividade de <u>análises preliminares</u>	78
Figura 7- Resposta do aluno Luan à atividade de <u>análises preliminares</u>	79
Figura 8- Resposta da aluna Marina à atividade de <u>análises preliminares</u>	79
Figura 9- Resposta do aluno Gustavo à atividade de <u>concepções e análises a priori</u>	81
Figura 10- Resposta da aluna Rosa à atividade de <u>concepções e análises a priori</u>	82
Figura 11- Resposta da aluna Marina à tarefa 2 da atividade 1 da sequência didática.	86
Figura 12- Resposta da aluna Nayara à tarefa 3 da atividade 1 da sequência didática.	86
Figura 13 - Resposta da aluna Jéssica à tarefa 4 da atividade 1 da sequência didática.....	86
Figura 14 - Resposta da aluna Jéssica à tarefa 4 da atividade 1 da sequência didática.....	86
Figura 15 - Resposta da aluna Rosa à tarefa 5 da atividade 1 da sequência didática.	87
Figura 16 - Resposta do aluno Gustavo à tarefa 5 da atividade 1 da sequência didática.	87
Figura 17 - Resposta da aluna Nayara à tarefa 5 da atividade 1 da sequência didática.	87
Figura 18- Resposta da aluna Jéssica às tarefas 2, 3, 4 da atividade 2 da sequência didática.	88
Figura 19 - Resposta da aluna Marina à tarefa 5 da atividade 2 da sequência didática.	89
Figura 20- Resposta da aluna Jéssica à tarefa 5 da atividade 2 da sequência didática.....	89
Figura 21- Resposta da aluna Nayara à tarefa 5 da atividade 2 da sequência didática.	89
Figura 22- Resposta da aluna Rosa à tarefa 5 da atividade 2 da sequência didática.....	90
Figura 23- Resposta da aluna Jéssica à tarefa 1 da atividade 3 da sequência didática.....	91
Figura 24- Resposta da aluna Rosa à tarefa 1 da atividade 3 da sequência didática.....	91
Figura 25- Resposta da aluna Jéssica à tarefa 2 da atividade 3 da sequência didática.....	91
Figura 26- Resposta da aluna Nayara à tarefa 3 da atividade 3 da sequência didática.	92
Figura 27- Resposta da aluna Jéssica à tarefa 3 da atividade 3 da sequência didática.....	92
Figura 28- Resposta da aluna Rosa à tarefa 3 da atividade 3 da sequência didática.....	92
Figura 29- Resposta do aluno Gustavo à tarefa 3 da atividade 3 da sequência didática.	92
Figura 30- Resposta da aluna Rosa à tarefa 4 da atividade 3 da sequência didática.....	92
Figura 31- Resposta da aluna Jéssica à tarefa 5 da atividade 3 da sequência didática.....	93
Figura 32- Resposta da aluna Rosa à tarefa 5 da atividade 3 da sequência didática.....	93
Figura 33- Resposta do aluno Gustavo à tarefa 5 da atividade 3 da sequência didática.	93

LISTA DE QUADROS

Quadro 1- Amostra de “questões de preocupação” sobre mensagens estatística.....	25
Quadro 2- Componentes da literacia probabilística.....	29
Quadro 3– Objetos de Conhecimento e Habilidades do Ensino Fundamental- Anos Iniciais..	38
Quadro 4– Objetos de Conhecimento e Habilidades do Ensino Fundamental- Anos Finais....	40
Quadro 5- Questões pertinentes para a elaboração da pergunta norteadora da RSL.....	46
Quadro 6 - Resultado da busca da Revisão Sistemática.....	47
Quadro 7- Extração de dados do trabalho selecionado de Pagan e Magina (2011).....	47
Quadro 8- Extração de dados do trabalho selecionado Lugli (2011).....	49
Quadro 9- Extração de dados do trabalho selecionado de Marocci e Nacarato (2013).....	51
Quadro 10 - Extração de dados do trabalho selecionado de Ody e Viale (2016).....	53
Quadro 11- Extração de dados do trabalho selecionado de Herzog (2016).....	54
Quadro 12- Trabalhos que complementam a RSL.....	55
Quadro 13- Habilidades em probabilidade e estatística para o segundo ano do ensino médio	61
Quadro 14 - Unidade didática 1.....	63
Quadro 15 - Unidade didática 2.....	64
Quadro 16 - Unidade didática 3.....	64
Quadro 17 - Unidade didática 4.....	64
Quadro 18 - Controle da Frequência dos Participantes.....	97

LISTA DE ABREVIACOES E SIGLAS

ASE	<i>AMERICAN STATISTICS ASSOCIATION</i>
BNCC	Base Nacional Comum Curricular
EE	Educação Estatística
ENEM	Exame Nacional do Ensino Médio
GT	Grupo de Trabalho
IASE	<i>INTERNATIONAL ASSOCIATION FOR STATISTICAL EDUCATION</i>
PCN's	Parâmetros Curriculares Nacionais
PCNEM	Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio
RSL	Revisão Sistemática de Literatura
SARESP	Sistema de Avaliação do Rendimento Escolar do Estado de São Paulo
SBEM	Sociedade Brasileira de Educação Matemática
SD	Sequência Didática

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	12
2	METODOLOGIA DA PESQUISA: ENGENHARIA DIDÁTICA.....	17
3	ANÁLISES PRELIMINARES DA ENGENHARIA DIDÁTICA.....	22
3.1.	QUADRO TEÓRICO.....	22
3.1.1	LITERACIA ESTATÍSTICA.....	22
3.1.2	LITERACIA PROBABILÍSTICA.....	28
3.2	SABER MATEMÁTICO.....	32
3.2.1	UM BREVE HISTÓRICO DA TEORIA DE PROBABILIDADES.....	32
3.2.2	DEFINIÇÕES MATEMÁTICAS DE PROBABILIDADE.....	34
3.3	SABER DIDÁTICO.....	36
4	REVISÃO DA LITERATURA.....	45
5	CONSTRUÇÕES E ANÁLISES A PRIORI.....	58
5.1	VARIÁVEIS MACRODIDÁTICAS OU GLOBAIS.....	59
5.2	CARACTERIZAÇÃO DE UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA.....	62
5.3	A SEQUÊNCIA DIDÁTICA.....	66
5.4	VARIÁVEIS MICRODIDÁTICAS OU LOCAIS.....	67
5.4.1	Possibilidades de Resposta e Intenções da Professora-Pesquisadora na Atividade	
1.....	68
5.4.2	Possibilidades de Resposta e Intenções da Professora-Pesquisadora na Atividade	
2.....	71
5.4.3	Possibilidades de Resposta e Intenções da Professora-Pesquisadora na Atividade	
3.....	72
6	EXPERIMENTAÇÃO.....	75
7	ANÁLISES A POSTERIORI E VALIDAÇÃO DA HIPÓTESE.....	96
8	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	113
	REFERÊNCIAS	117
	ANEXOS.....	122

1 INTRODUÇÃO

A escola tem como um de seus objetivos trabalhar com os alunos como agente formador para o exercício da cidadania e, nesse sentido, a criticidade não deve estar aquém desse processo.

A Estatística e a Probabilidade, embora presentes na disciplina de Matemática, possuem algumas diferenciações conceituais no que diz respeito à falta de determinismo, muitas vezes identificada na Matemática. Desse modo, realizar “análise de situações diversas que envolvem a incerteza, há a promoção do desenvolvimento do raciocínio crítico” (SOUZA; LOPES; OLIVEIRA, 2013, p. 76).

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN (BRASIL, 1996, 1998), e a Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2017), a Estatística e a Probabilidade, estão presentes na disciplina de Matemática, e assim, a Educação Estatística se faz presente na área de Educação Matemática desde meados da década de 1990. A Educação Estatística se preocupa com o ensino de Estatística e Probabilidade desde o ensino básico até o ensino superior.

Essa área de pesquisa tem se desenvolvido em alguns centros de pesquisa mundiais, notadamente na Europa e na América do Norte. As entidades pedagógicas, ASA¹ (*American Statistics Association*) e o IASE² (*International Association for Statistical Education*) se destacam nos Estados Unidos, e possuem como finalidade:

- 1) Promover o entendimento e o avanço da Educação Estatística e de seus assuntos correlacionados;
- 2) Fomentar o desenvolvimento de serviços educacionais efetivos e eficientes por meio de contatos internacionais entre indivíduos e organizações. Incluindo educadores estatísticos e instituições educacionais.

No Brasil, há alguns grupos de pesquisa, criados com objetivo de pesquisar sobre o ensino e a aprendizagem de Estatística e Probabilidade na sala de aula, desde os Anos Iniciais até o Ensino Superior. O Grupo de Trabalho 12 da Sociedade Brasileira de Educação Matemática, GT-12 da SBEM, intitulado Ensino de Probabilidade e Estatística, tem por objetivo disseminar a Educação Estatística no país e entender as definições e conceitos que determinam esta área. O grupo sintetiza os objetivos de seu objeto de estudo como:

¹ Disponível em: <<http://www.amstat.org>> Acesso em: 22 mai 2020.

² Disponível em: <<http://www.stat.auckland.ac.nz/iase>> Acesso em: 22 mai 2020.

- Promover o entendimento e o avanço da EE e de seus assuntos correlacionados;
- Fornecer embasamento teórico às pesquisas em ensino da Estatística;
- Melhorar a compreensão das dificuldades dos estudantes;
- Estabelecer parâmetros para um ensino mais eficiente desta disciplina;
- Auxiliar o trabalho do professor na construção de suas aulas;
- Sugerir metodologias de avaliação diferenciadas, centradas em METAS estabelecidas e em COMPETÊNCIAS a serem desenvolvidas;
- Valorizar uma postura investigativa, reflexiva e crítica do aluno, em uma sociedade globalizada, marcada pelo acúmulo de informações e pela necessidade de tomada de decisões em situações de incerteza.
(CAMPOS; WODEWOTZKI; JACOBINI, 2013, p.12, GRIFO DOS AUTORES)

Nesse contexto, esta pesquisa se ocupa no âmbito da Educação Estatística, com o ensino e a aprendizagem de Probabilidade, visando o exercício de alguns aspectos da literacia estatística e principalmente probabilística.

Desse modo, o suporte teórico que subsidia esse estudo advém das definições de *statistical and probabilistic literacy*. Embora o termo *literacy* possa ser traduzido livremente para o português como literacia, letramento ou alfabetização, optamos por literacia, por acreditar ser o que mais se afina ao tema em questão. A literacia estatística está baseada em Gal (2002), Watson (2002), Rumsey (2002), Wild (1994) e Sharma (2017) e a literacia probabilística em Gal (2005).

As literacias estatística e probabilística são importantes para a formação crítica do cidadão. A primeira, composta por cinco elementos de conhecimento e dois elementos disposicionais que serão apresentados no capítulo 3, dentro do Quadro Teórico, fornece àquele que a exerce a possibilidade de análise dos dados que recebe em forma de informação.

Já a literacia probabilística, voltada à análise de resultados probabilísticos, possui cinco elementos de conhecimento e três elementos disposicionais, os quais também serão apresentados no capítulo 3, dentro do Quadro Teórico; sendo que dos primeiros, dois são iguais aos da literacia estatística assim como dois dos três elementos disposicionais também o são.

Ao definir esse conceito, Gal (2005) o faz em três grandes construtos: a alfabetização, a numeracia e a literacia estatística, os quais são apresentados nesta pesquisa.

Desse modo, a literacia probabilística visa analisar, interpretar e calcular probabilidades. As análises desses valores calculados ou estimados passam por sentimentos pessoais, que podem ser tomados de aversão ou não ao risco. Além disso, a linguagem usada para descrever o acaso é um fator importante para o exercício da literacia probabilística, uma vez que tal

linguagem pode ser usada coloquialmente pelos alunos, mas com significados diferentes quando inseridos na temática da Probabilidade.

A Probabilidade, embora inserida na Matemática, vem carregada de aleatoriedade e rompe com a visão determinística, muitas vezes presente nesta ciência. O entendimento de, quando necessário, analisar os resultados que são calculados, estimados, ou apresentados, constitui uma formação para o exercício crítico da cidadania. Segundo Gal (2005), os fenômenos do acaso permeiam a vida. Desse modo, é essencial trabalhar com os alunos a Probabilidade e a literacia probabilística.

Desta feita, a questão de pesquisa que norteia esse trabalho é: **Que aspectos contribuem para o desenvolvimento da literacia probabilística em alunos do 2º ano do Ensino Médio, usando a Engenharia Didática como dispositivo metodológico mediada por uma sequência didática que leva à tomada de decisões?**

Assim, visando responder à questão acima apresentada, delineou-se como objetivo geral: **Investigar se e como ocorre o desenvolvimento da literacia probabilística por meio de uma sequência didática que leva à tomada de decisão construída gradativamente por meio da Engenharia Didática como dispositivo metodológico.**

Para atingir o objetivo geral, e assim, responder à questão elaborada e que inquieta a professora-pesquisadora, as ações que nortearão a elaboração desta pesquisa, nesta ordem, são: identificar e estudar a metodologia de pesquisa, a Engenharia Didática, usada como estruturação da pesquisa e como dispositivo metodológico na sala de aula; compor o quadro teórico, que iniciou com a literacia estatística como um pano de fundo e aprofundou-se na literacia probabilística para a análise dos dados; perpassar, mesmo que brevemente, a história da Teoria das Probabilidades; apresentar como saber matemático as diferentes abordagens para o cálculo de Probabilidade; discutir os saberes didáticos relacionados à Probabilidade baseado em alguns estudos e na Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2017); realizar a revisão sistemática de literatura, que contribuiu para a construção das atividades utilizadas; levantar as variáveis macro e microdidáticas de acordo com a metodologia adotada; realizar as quatro fases do dispositivo metodológico com os alunos na sala de aula e, por fim, confrontar os resultados obtidos em sala com as variáveis microdidáticas à luz da teoria para validar a hipótese de trabalho bem como responder à questão de pesquisa.

A metodologia da pesquisa adotada são os pressupostos da Engenharia Didática (ARTIGUE, 1988; ALMOULOU, 2007), que permitiu estruturar o trabalho em quatro fases: Análises Preliminares, Construções e Análises *a Priori*, Experimentação e Análises *a Posteriori* e Validação da Hipótese. Desse modo, a hipótese de trabalho que se levanta, e que será validada

ou não, resultando de um confronto realizado na quarta fase da Engenharia Didática entre as Construções e Análises *a Priori* e os dados obtidos na Experimentação é: **Uma sequência didática apoiada na Engenharia Didática como dispositivo metodológico tratando sobre linguagem, abordagens probabilísticas, discussões sobre espaços equiprováveis ou não, e tomada de decisão pode levar os alunos a desenvolver e exercer aspectos que compõem a literacia probabilística.**

No capítulo 2, caracteriza-se esta metodologia e suas quatro fases, além de justificar a sua escolha.

No capítulo 3, são realizadas as Análises Preliminares, primeira fase da Engenharia Didática, que foi dividida em: quadro teórico composto pela literacia estatística e probabilística; um breve histórico da Teoria das Probabilidades; saber matemático, com as diferentes abordagens para o cálculo ou estimativa da Probabilidade e o saber didático da Probabilidade, discutido com base em alguns estudos dialogando com a Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2017).

No capítulo 4, é apresentada a revisão sistemática de literatura sobre a temática e como os trabalhos encontrados contribuíram para esta pesquisa.

O capítulo 5, segunda fase da Engenharia Didática, as Construções e Análises *a Priori*, é dividido em variáveis macrodidáticas, caracterização de uma sequência didática, elaboração da sequência didática usada nesta pesquisa e apresentação das variáveis microdidáticas.

A Experimentação, capítulo 6, foi realizada usando a Engenharia Didática como dispositivo metodológico, dessa forma, é apresentada dividida em quatro fases: análises preliminares, concepções e análises *a priori*, experimentação, análises *a posteriori* e validação da hipótese.

No capítulo 7, intitulado Análises *a Posteriori* e Validação da Hipótese, apresenta a quarta e última fase da Engenharia Didática como metodologia de pesquisa. Nele, é realizado o confronto dos dados obtidos no capítulo 6, com as Análises *a priori* levantadas no capítulo 5. De acordo com o esperado pela metodologia, também neste capítulo a hipótese é validada e a pergunta de pesquisa, respondida.

Por fim, no último capítulo, faz-se uma retomada para o desenvolvimento da pesquisa e sua pertinência. Verifica-se a realização dos objetivos específicos e do geral de forma satisfatória, reafirmando a importância do ensino de Probabilidade para o exercício da literacia probabilística com vistas à formação crítica do aluno.

Por se tratar de um mestrado profissional, a sequência didática elaborada e discutida nesta pesquisa juntamente com uma segunda, que relaciona as mesmas ideias da primeira, com o mesmo objetivo foi criada e, juntas, compõem o Produto Educacional.

2 METODOLOGIA DA PESQUISA: ENGENHARIA DIDÁTICA

Esta pesquisa está pautada nos pressupostos da Engenharia Didática (ARTIGUE, 1988), uma metodologia de pesquisa que foi elaborada na década de 1980 para dar suporte às investigações que vinham sendo desenvolvidas na Didática da Matemática, na França, área conhecida no Brasil como Educação Matemática. Esta metodologia é dividida em quatro partes, a saber: Análises Preliminares; Construções e Análises *a Priori*; Experimentação e, Análises *a Posteriori* e Validação da Hipótese, que falaremos adiante.

Para Artigue (1988), o trabalho do pesquisador baseado na Engenharia Didática pode ser comparado ao do engenheiro que para a realização de um projeto, precisa se basear em conhecimentos científicos (primeira fase), submeter seu projeto a um controle de tipo científico (segunda e terceira fase), mas se vê obrigado a lidar com objetos mais complexos (quarta fase) do que aqueles que são esperados pelo conhecimento científico.

Nesta pesquisa, “a fonte direta de dados é o ambiente natural, constituindo o investigador como o instrumento principal” (BOGDAN; BIKLEN, 1994, p. 47) que está interessado no contexto onde o problema de pesquisa está sendo investigado. Neste caso, a sala de aula do segundo ano regular noturno do Ensino Médio, de uma escola estadual de Minas Gerais, composta por 7 alunos matriculados e frequentes e, ainda, onde a pesquisadora é a professora regente das aulas de Matemática. Estas aulas ocorrem em 3 encontros de 50 minutos por semana.

A investigação que se dá nesta pesquisa é descritiva, (BOGDAN; BIKLEN, 1994) e entende-se que a descrição da pesquisa é o coração do trabalho, tendo em vista que é quando ele se diferencia de outros que conversam com esta temática, em que a professora/pesquisadora descreve o que foi feito, estando atenta a todas as minúcias. Pode ser vista como a parte mais difícil de analisar e como a parte mais importante, exigindo da pesquisadora um desnaturalizar do olhar, um parar para pensar:

[...] parar para pensar, significa simplesmente converter em problema tudo que já sabemos. Não se trata de converter o desconhecido em conhecido, mas que o gesto é, bem mais, converter em desconhecido, em misterioso, em problemático, em obscuro, isso que cremos saber (LAROSSA, 2004a, p. 314)

E, assim, conseguir uma análise detalhada das produções dos alunos perante o conjunto de atividades propostas, que será anunciado no capítulo 5 como sequência didática, tomando por base o referencial teórico da literacia estatística e probabilística (GAL, 2002, 2005).

O foco principal desta pesquisa está nos processos que serão realizados pelos alunos para que se chegue aos resultados (BOGDAN; BIKLEN, 1994), tomado por hipótese, seguindo os pressupostos da Engenharia Didática, que a aplicação da sequência didática pode levar os alunos ao exercício de elementos que compõem a literacia probabilística. Vale ressaltar que a análise do processo de cada atividade é de extrema importância, e ao chegar a algum resultado, este pode confirmar ou refutar a hipótese, o que não anula a pesquisa, uma vez que, por ser de caráter qualitativo, a análise do processo que se dá no confronto das construções e análises *a priori* e as análises *a posteriori* e validação ou não da hipótese, tem caráter de importância maior que os resultados.

Esta característica distingue a pesquisa qualitativa de outras, e de acordo com as características já delimitadas desta pesquisa, afirma-se como qualitativa, pois está de acordo com as características dessa metodologia:

[...] os investigadores qualitativos estabelecem estratégias e procedimentos que lhes permitam tomar em consideração as experiências do ponto de vista do informador. O processo de condução de investigação qualitativa reflete uma espécie de diálogo entre os investigadores e os respectivos sujeitos, dados estes a serem abordados por aqueles de forma neutra. (BOGDAN; BIKLEN, 1994, p. 51)

Assim, se dedica ao estudo de uma aplicação de atividades, denominado por sequência didática, que será conceituada adiante, e feita no local de interesse da pesquisadora: a sala de aula.

A investigação dos dados recolhidos na Experimentação, terceira fase da Engenharia Didática será feita de forma indutiva e o significado é de importância indispensável para esta pesquisa (BOGDAN; BIKLEN, 1994). Inicialmente, é preciso ter a ideia clara de que o “nosso” significado está à luz da teoria adotada, as definições de literacia estatística e probabilística, que será a direção para a qual o olhar da pesquisadora estará voltado, recorrendo à literatura para extrair dela critérios e formas de diminuir os impactos que as relações com os alunos investigados e a professora-pesquisadora irão acarretar nos resultados da pesquisa.

A aplicação da sequência didática tem por objetivo contrastar o que se espera previamente delimitado nas Análises *a Priori*, baseado nos saberes matemáticos e didáticos do tema escolhido - discutidos nas Análises Preliminares - com o que foi observado na Experimentação. A validação ou refutação da(s) hipótese(s) é um resultado obtido internamente nesta metodologia pelo confronto entre os dados das Análises *a Priori* e *a Posteriori* sobre os

resultados encontrados na Experimentação, à luz do quadro teórico abordado, tal como afirma Artigue (1988):

Engenharia didática, vista como metodologia de pesquisa, é caracterizada em primeiro lugar por um diagrama experimental baseado em "realizações didáticas" em sala de aula, isto é, sobre a concepção, a realização, a observação e a análise de sequências de ensino. (ARTIGUE, 1988, p. 247, tradução nossa)

Assim, chegar-se-á a um determinado resultado, mas isso não significa que será o esperado, como já mencionado, isto é o que distingue a pesquisa qualitativa de outras: além de olhar resultados, olhar principalmente para o processo. Por ser tão ampla, ao trabalhar com a pesquisa qualitativa foi interessante optar por um aporte em um procedimento metodológico que norteou a pesquisadora em seu trabalho na sala de aula, desse modo, justificando a escolha pela Engenharia Didática.

A Engenharia Didática como metodologia foi usada por servir a dois propósitos desta investigação: o primeiro por estruturar a pesquisa, ou seja, o modo como foi possível gerir cada fase da mesma; e o segundo por servir como procedimento metodológico durante a fase da Experimentação, uma vez que o foco deste trabalho é o ensino de Probabilidade baseado nas concepções da literacia estatística e probabilística e, ainda, no saber matemático e didático do tema.

Para esclarecer as fases da Engenharia Didática, será tomada a decisão de representá-las distintamente entre a metodologia da pesquisa e o procedimento metodológico. No caso da metodologia da pesquisa, as fases serão representadas pelas iniciais maiúsculas e, nos procedimentos metodológicos, as fases serão pelas palavras em minúsculos e sublinhados.

Primeira fase da Engenharia Didática, as Análises Preliminares, é o momento em que o pesquisador faz um estudo da organização matemática e didática do objeto matemático escolhido, define a(s) questão(ões) de pesquisa, bem como levanta hipóteses sobre o tema, baseado nos fundamentos teóricos e metodológicos que serão adotados e descritos nesta fase. Para Almouloud (2007), esta fase é importante, pois é o momento que o pesquisador pode se debruçar sobre algumas vertentes sobre o objeto de estudo em questão. Essas vertentes podem, como já mencionadas, ser de natureza matemática como, por exemplo, o estudo: da gênese histórica do saber; do ensino usual adotado e seus efeitos; da estrutura matemática; dos obstáculos epistemológicos e até dos objetivos específicos da pesquisa. Outra vertente que pode ser adotada nesta fase é a de natureza didática do objeto matemático como, por exemplo: qual foi a evolução do tratamento deste tema dentro da história da Matemática; como a abordagem

do tema é indicada pelos documentos oficiais; análises dos livros didáticos adotados e como eles apresentam o tema escolhido; concepções dos alunos ou professores do saber em destaque e ainda, um levantamento de referências bibliográficas do tema em questão. E, assim, com base nestas vertentes, o pesquisador possui argumentos e justificativas para definir as questões de pesquisa e as hipóteses de trabalho, como sintetizado pelo autor:

Um dos objetivos das análises preliminares é identificar os problemas de ensino e aprendizagem do objeto de estudo e delinear de modo fundamentado a(s) questão(ões), as hipóteses, os fundamentos teóricos e metodológicos de pesquisa. (ALMOULOU, 2007, p. 172).

Ainda segundo Almouloud (2007), esta fase deve ser retomada no desenrolar das outras três, e é a partir dela que o próximo passo da metodologia vai ganhando forma.

A segunda fase da Engenharia Didática são as Construções e Análises *a Priori*. É nesta fase que os esforços estão concentrados na elaboração de uma sequência de atividades, que busca, sobretudo, responder à questão de pesquisa e validar a hipótese de trabalho levantadas na fase anterior. É desta fase que depende o sucesso das atividades que serão construídas, como ressaltado:

A análise a priori é importantíssima, pois de sua qualidade depende o sucesso da situação-problema; além disso, ela permite, ao professor, poder controlar a realização das atividades dos alunos, e, também, identificar e compreender os fatos observados. Assim, as *conjecturas* que vão aparecer poderão ser consideradas, e algumas poderão ser objeto de um *debate científico* em sala de aula. (ALMOULOU, 2007, p. 176, grifo do autor)

Também nesta fase são definidas as variáveis da pesquisa que deverão ser consideradas:

- As variáveis macrodidáticas ou globais, que dizem respeito à organização global da engenharia; - e as variáveis microdidáticas ou locais, que dizem respeito à organização local da engenharia, isto é, à organização de uma sessão ou de uma fase, podendo umas e outras ser, por sua vez, variáveis de ordem geral ou variáveis dependentes do conteúdo didático cujo ensino é visado. (ARTIGUE, 1988, p. 202).

O objetivo das variáveis macrodidáticas é definir questões que dizem respeito ao funcionamento que não poderá ser controlado pelo pesquisador e/ou professor, como por exemplo, o currículo escolar do ano em que o conteúdo matemático estudado se concentra, a disposição das aulas nos dias da semana, bem como os horários. Estas variáveis precedem as microdidáticas, as quais têm por funcionalidade: “determinar de que forma permitem as escolhas efetuadas, controlar os comportamentos dos alunos e o sentido desses

comportamentos. ” (ARTIGUE, 1996, p. 205), retomaremos a ambas variáveis no capítulo 5 de forma mais detalhada.

Na Experimentação, terceira fase da Engenharia Didática, as tarefas são levadas para a sala de aula e aplicadas. Neste momento, todas as variáveis previamente definidas na fase anterior, bem como as tarefas já construídas entram em cena. O trabalho do professor-pesquisador é o de mediador, uma vez que seguindo os pressupostos da Engenharia Didática, o aluno é responsável pela construção de seu conhecimento, sendo papel do professor, apenas mediar o processo por qual o aluno está passando, e este, munido de seu conhecimento pré-existente, é estimulado a construir ou solidificar novos conhecimentos que precisarão ser desenvolvidos, para que ele tenha condições de realizar a tarefa proposta naquele momento.

As Análises a *Posteriori* e Validação, ou não, das Hipóteses são feitas após a Experimentação. Com todos os acontecimentos realizados na fase anterior, nesta última fase e, munido de todas as variáveis definidas nas Análises a *Priori*, é o momento que, minuciosamente, o pesquisador analisa os resultados obtidos à luz da fundamentação teórica escolhida, na busca por solucionar a problemática de pesquisa e validar ou não a (s) hipótese (s) que foi (ou foram) definida (s) nas Análises Preliminares.

Para Almouloud (2007), a última fase da Engenharia Didática, é aquela em que baseados nas Análises Preliminares e na Construção e Análise a *Priori*, e com os resultados e questões levantadas na Experimentação, contribui para a melhoria do tema em questão, permitindo uma estrutura com base nas concepções teóricas em que o pesquisador traz de acordo com uma pesquisa qualitativa.

Entende-se que a escolha desta metodologia é pertinente nesta pesquisa uma vez que:

a contribuição da Engenharia Didática para a sala de aula, como campo metodológico, diz respeito à possibilidade de prover a fundamentação teórica para que o professor conheça o significado e amplie o leque de opções, formando elo de ligação entre a teoria e a prática de sala de aula. (POMMER, 2013, p. 26)

No próximo capítulo, apresentamos as Análises Preliminares desta pesquisa, construída de acordo com as definições feitas nesta seção.

3 ANÁLISES PRELIMINARES DA ENGENHARIA DIDÁTICA

A primeira fase desta pesquisa, denominada Análises Preliminares de acordo com a Engenharia Didática, é apresentada neste capítulo, composta pelo quadro teórico dividido em literacia estatística e literacia probabilística, e o objeto de estudo visto pela lente matemática e pela lente didática. Pelo olhar matemático, a probabilidade será apresentada com um breve histórico, as definições: clássica, frequentista, geométrica, subjetiva e, como associação de eventos a números. Pelo olhar didático, serão apresentadas as orientações da Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2017), conversando com pesquisas que apontam para os benefícios de junção das abordagens clássica e frequentista no ensino de Probabilidade além de um breve apontamento para a formação de professores para o ensino de Probabilidade.

3.1. QUADRO TEÓRICO

Esta pesquisa se fundamenta nas definições de alguns autores do termo *statistical literacy*, assim como nas definições de *probability literacy*. Usaremos aqui, para estes termos, a tradução como literacia estatística e literacia probabilística, que serão apresentadas a seguir.

3.1.1 Literacia Estatística

O termo *literacy*, que pode ser traduzido do inglês como literacia, letramento ou alfabetização, tem sido recorrente nas pesquisas na área de Educação Estatística no Brasil. Entende-se por letrado o cidadão que exerce as habilidades de ler e compreender uma determinada informação (que pode vir de diversas formas e de variados veículos de reprodução) e, além disso, pode emitir uma opinião sobre ela, estando atento aos meios que ela foi produzida e porque está sendo circulada desta ou daquela maneira. A criticidade acompanha o cidadão letrado ou, sem perda de significado, o cidadão que exerce a literacia.

O termo *statistical literacy*, o qual é traduzido nesta pesquisa como literacia estatística, tem sido recorrente na área da Educação Estatística. Este termo, embora muito referenciado em pesquisas da área, possui algumas variações (CAMPOS, 2007; SHARMA, 2017). Para compor a definição deste termo, nesta pesquisa, serão apresentadas algumas definições adotadas por autores referência no assunto, assim como características de cidadãos que exercem a literacia

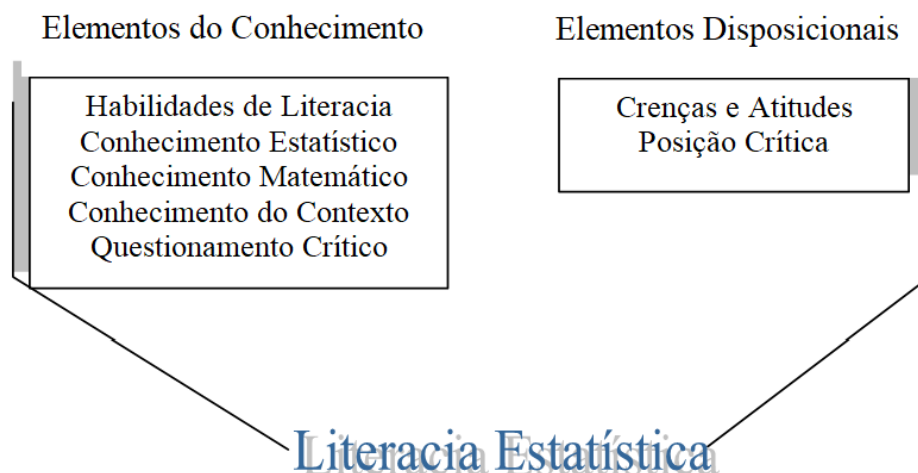
estatística em seu cotidiano. Mesmo com as definições elucidadas, sempre será oportuno retomar que

o termo "literacia estatística" se refere amplamente a dois componentes inter-relacionados, principalmente (a) capacidade das pessoas de interpretar e avaliar criticamente a informação estatística, argumentos, ou fenômenos estocásticos, que eles podem encontrar em diversos contextos, e quando relevante (b) sua capacidade de discutir ou comunicar suas reações a tais informações estatísticas, como a sua compreensão do significado da informação, as suas opiniões sobre as implicações de esta informação, ou as suas preocupações em relação à aceitabilidade das conclusões dadas. (GAL, 2002, p. 2-3)

Diante desta definição, vale percorrer os esforços de Gal (2002) pois ele defendeu que ao fim do processo escolar é esperado que os alunos tenham desenvolvido, entre outras habilidades, a literacia estatística. Recentemente, Sharma (2017) fez um panorama de algumas definições a respeito de literacia estatística oriundas de pesquisadores dessa área. Nesse contexto, vamos trazer algumas definições após apresentar com mais detalhes aquela que advém de Gal (2002).

Ao definir literacia estatística, Gal (2002) a constitui como um modelo com dois elementos: elementos do conhecimento e elementos disposicionais. Dentro deste, o autor lista os componentes: habilidades de literacia, conhecimento estatístico, conhecimento matemático, conhecimento do contexto e questionamento crítico. E já nesse, coloca as crenças e as atitudes e a posição crítica, conforme ilustra a Figura 1.

Figura 1 – O modelo de Literacia Estatística



Fonte: Gal (2002, p.4, tradução nossa)

As habilidades de literacia estatística são um subconjunto das habilidades em literacia em geral (Gal 2002), uma vez que o leitor precisa conhecer termos usados na Estatística e ainda saber reconhecer quando os significados habituais desses termos não podem ser empregados. Os cidadãos podem precisar fazer suposições quando o texto, por diversos motivos, não estiver completo, evocando a literacia estatística e probabilística (falaremos adiante) para leitura e interpretação, já que é inerente ao indivíduo, mesmo que intuitivo, de um modo mais abrangente.

As bases de conhecimento estatístico são divididas por Gal (2002) em cinco itens: 1) saber por que os dados são necessários e como eles são produzidos; 2) familiaridade com termos básicos e ideias relacionadas à estatística descritiva; 3) familiaridade com termos básicos e ideias relacionadas à exibição gráficas e tabulares; 4) entendimento de noções básicas de probabilidade; 5) saber como conclusões ou inferências estatísticas são alcançadas. Retomando o foco desta pesquisa, vamos nos atentar apenas em um deles, que é: as noções básicas de probabilidade, que levam em consideração a relação com o contexto que está inserido neste tema.

As bases do conhecimento matemático envolvidas neste trabalho são as definições matemáticas de probabilidade clássica e subjetiva. Coob e Moore (1997 *apud* GAL, 2002) afirmam que existem estudos psicológicos para mostrar que alunos capazes de resolver exercícios de repetição, com aplicação direta de fórmulas, ainda possuem confusão com o conceito de Probabilidade. Isso nos leva a concluir que o conhecimento matemático, embora relevante, não é suficiente. Assim, não é possível tratar a Probabilidade apenas com uma definição matemática, pois se perderia o conceito do acaso. Assim como mostra Azcárate (1996):

O significado conceitual da probabilidade não pode estar embasado simplesmente em sua definição matemática, como habitualmente ocorre com outros conceitos. A dificuldade não está centrada na definição e sim em como o conceito é interpretado e aplicado apropriadamente em situações específicas (AZCÁRATE, 1996, p. 28, tradução nossa).

O conhecimento de contexto é “a fonte de significados e base para interpretação dos resultados obtidos” (GAL, 2002, p.15). Se o aluno não tiver um conhecimento do contexto do qual os dados foram extraídos - como por exemplo, saber qual foi o critério para a escolha de determinada amostra, bem como o modo como os dados foram coletados por certo questionário, e como foi feito o desenho deste questionário -, não terá elementos suficientes para analisar aquele resultado probabilístico. Todas estas informações são importantes para que os

“consumidores de estatística”, termo dado por Gal (2002), possam dar sentidos aqueles números que serão apresentados; dentre eles, podem estar as probabilidades, e ser base para algum tipo de decisão, no âmbito pessoal ou público. Por isso a importância de compreender os resultados estatísticos e probabilísticos apresentados, uma vez que o aluno poderá ser direcionado a tomar decisões baseado nestes números.

Ao falar das habilidades críticas, Gal (2002) descreve dez tópicos, Quadro 1, que devem ser as preocupações e questões que um cidadão munido de literacia estatística deve possuir ao se deparar com uma informação estatística, independente de qual meio ela irá chegar.

Quadro 1- Amostra de “questões de preocupação” sobre mensagens estatísticas

1. De onde vieram os dados (dos quais esta afirmação se baseia)? Que tipo de estudo foi isso? É este tipo de estudo razoável neste contexto?
2. Foi usada uma amostra? Como foi amostrado? Quantas pessoas realmente participaram? É a amostra grande o suficiente? A amostra incluiu pessoas que são representativas da população? É a amostra tendenciosa de alguma forma? No geral, esta amostra poderia levar razoavelmente a inferências válidas? Sobre a população alvo?
3. Quão confiáveis ou precisos foram os instrumentos ou medidas (testes, questionários, entrevistas) utilizados gerar os dados reportados?
4. Qual é a forma da distribuição subjacente de dados brutos (na qual esta estatística sumária é sediada)? Importa como é moldado?
5. As estatísticas relatadas são apropriadas para esse tipo de dados, por exemplo, foi uma média usada para resumir dados ordinais; é um modo um resumo razoável? Os <i>outliers</i> podem causar uma estatística de resumo para deturpar a verdadeira imagem?
6. Um determinado gráfico é desenhado apropriadamente ou distorce as tendências nos dados?
7. Como esta afirmação probabilística foi derivada? Existem dados credíveis suficientes para justificar a estimativa? De probabilidade dada?
8. No geral, as afirmações aqui feitas são sensatas e apoiadas pelos dados? Por exemplo, a correlação é confusa com causalidade, ou uma pequena diferença para se tornar grande?
9. Devem ser disponibilizadas informações ou procedimentos adicionais para que eu possa avaliar sensibilidade desses argumentos? Alguma coisa está faltando? Por exemplo, o escritor "convenientemente esqueceu" de especificar a base de uma porcentagem de mudança relatada ou o tamanho real da amostra?
10. Existem interpretações alternativas para o significado das descobertas ou diferentes explicações para o que os causou, por exemplo, uma variável interveniente ou moderadora afetou os resultados? Existem implicações adicionais ou diferentes que não são mencionadas?

Fonte: Gal (2002, p.16, tradução nossa)

As perguntadas que estão no Quadro 1 foram adotadas nesta pesquisa, principalmente para a composição da fase da Experimentação da Engenharia Didática.

Os elementos do conhecimento estão interligados em todo tempo, e um depende do outro para que a literacia seja atingida. Segundo Gal (2002), os elementos disposicionais estão ainda mais interligados, a postura crítica de um cidadão pode ser interpretada como o questionamento, aberto ou interno, sobre todas as questões descritas no Quadro 1, e que será adotada nesta pesquisa. Já as crenças são adquiridas ao longo do tempo, influenciadas pelo meio

em que o indivíduo vive, criando suas opiniões individuais sobre determinados assuntos, que, para Gal (2002), são resistentes a mudanças. As atitudes são resultantes de todos os itens citados pelo autor, que se basearam naquilo que o sujeito foi capaz de produzir e questionar sobre determinado resultado estatístico que lhe foi apresentado e que pode influenciar sua vida em um âmbito pessoal, ou na sociedade em um âmbito público, o que é um dos objetivos específicos desta pesquisa.

Nesse sentido, Watson (2002) defende que o pensamento crítico é essencial para o desenvolvimento da literacia estatística, o que vai ao encontro das definições propostas por Gal (2002), que adotamos nesta pesquisa. Ao definir literacia estatística, este autor entende:

[...] a literacia como sendo a capacidade de compreensão do texto e do significado das implicações das informações estatísticas inseridas em seu contexto formal e identifica três estágios de seu desenvolvimento:

1. o do entendimento básico da terminologia estatística;
2. o do entendimento da linguagem estatística e dos conceitos inseridos num contexto de discussão social;
3. o do desenvolvimento de atitudes de questionamentos nas quais se aplicam conceitos mais sofisticados para contradizer informações que são feitas sem fundamentação estatística apropriada. (WATSON 1997 apud. CAMPOS; WODEWOTZKI; JACOBINI, 2013, p. 23)

Garfield (1998) entende a literacia estatística como a habilidade de usar a linguagem estatística e interpretar gráficos e tabelas advindas de diversas mídias, conversando com a definição de alfabetização estatística de Gal (2002), mas deixando a criticidade defendida por ele.

Para Campos, Wodewotzki e Jacobini (2013), a literacia estatística é a literacia geral aplicada à estatística, assim como para Gal (2005), ao falar da literacia probabilística como um subconjunto da literacia geral. Desse modo, a habilidade de trabalhar com diferentes representações de dados, uso correto das terminologias estatísticas, seus conceitos, vocabulários e símbolos configuram um cidadão no exercício da literacia estatística.

Estas definições, embora com variações, conversam entre si. Mas como levar a literacia estatística para as salas de aula efetivamente, uma vez que as definições ainda estão passando por diferentes pensamentos de autores que pesquisam sobre o tema?

Rumsey (2002), pensando nas implicações das definições de literacia estatística, que segundo ela é o termo mais nebuloso e abstrato de todos os tópicos estatísticos, e que muitas das vezes, não está incluso no currículo, diz que estatísticos e educadores precisam “ educar o público sobre por que eles precisam criticar as informações que estão sendo apresentadas, como

avaliá-las criticamente e o que devem esperar da sociedade em relação à produção de informação de qualidade ” (RUMSEY, 2002, p. 35).

O ensino de Estatística e de Probabilidade deve possuir em seus tópicos o desenvolvimento da habilidade de questionar os resultados, sempre fazendo perguntas sobre a sua origem e suas implicações, como acima descritas no Quadro 1, usando para isso, o pensamento crítico que advém da literacia estatística. Segundo Rumsey (2002), estas habilidades podem ser chamadas de ferramentais, e o aluno deve ser instruído a produzir a sua “caixa de ferramentas” para ser utilizada quando necessária, não somente enquanto aluno, mas também quando já tiver saído da escola, porquanto estamos preparando-o para a convivência em sociedade.

Uma crítica ao ensino, por Rumsey (2002), é a falta de investigação na sala de aula. Segundo ela, o desenvolvimento da literacia estatística está diretamente relacionado com a investigação, não há como desenvolver esse conhecimento sem que o aluno se sinta envolvido em determinada situação, de modo que seja impulsionado a investigar, questionar e analisar estatísticas ou probabilidades que lhe são apresentadas. Neste momento, o discente, com sua “caixa de ferramentas” a mão, saberá qual delas poderá usar, não obstante os testes que possam ser feitos, mas com a habilidade de pensar criticamente, poderá constatar se o ferramental é/foi apropriado ou não para alcançar o seu objetivo de investigar os resultados e as implicações dos mesmos.

No mesmo caminho que Rumsey (2002), Wild (1994, p. 165) argumenta que “o mais crucial para o processo de investigação é o hábito da curiosidade, do contínuo borbulhando de perguntas.”

Nesta pesquisa, as atividades foram propostas partindo do assunto que mais interessava os alunos considerando seu contexto social, já que

para melhorar a literacia estatística dos estudantes, eles precisam aprender a usar a estatística como evidência nos argumentos encontrados em sua vida diária como trabalhadores, consumidores e cidadãos. Ensinar estatística com base em assuntos do dia-a-dia tende a melhorar a base de argumentação dos estudantes, além de aumentar o valor e a importância que eles dão a essa disciplina. (CAMPOS, 2007, p. 39)

A seguir, é apresentado a literacia probabilística que serve à esta pesquisa no trabalho com o objeto matemático de Probabilidade na análise do desenvolvimento dos alunos participantes nas atividades que serão propostas com finalidade de exercício por parte deles, das literacias estatística e probabilística.

3.1.2 Literacia Probabilística

A probabilidade, segundo Gal (2005), é essencial para ajudar a preparar os alunos para a vida, uma vez que os fenômenos do acaso a permeiam. Como o foco desta pesquisa é a tomada de decisões devidamente analisadas, a partir de resultados probabilísticos, fez-se necessário recorrer à literacia probabilística que neste texto é baseada em Gal (2005).

Gal (2005), acredita que a Probabilidade, mesmo inserida na disciplina Matemática, difere desta, uma vez que é carregada de aleatoriedade, incerteza e estimativas e que essa diferenciação pode levar os alunos à confusão sobre a natureza deste saber, pois a usual concepção de certeza oferecida pela Matemática, não é verificado na Probabilidade. Assim, Gal (2005, p. 44 e 45) escreve sobre a literacia probabilística, justificando sua importância de fazê-lo, com a crença de que “probabilidade não é uma característica tangível de eventos, mas sim uma percepção, seja expressa via notação matemática formal ou informal, da oportunidade ou probabilidade de ocorrência de eventos”.

Desse modo, entende-se que a tomada de decisão com base em resultados probabilísticos será afetada por diversas questões, tais como: conhecimento de mundo; como a pessoa lida, manipula ou entende a probabilidade; sua cultura, entre diversas outras. Para organizar estas questões, foi recorrido à teoria de Gal (2005), que organiza três construtos que devem ser verificados para que se possa abordar literacia probabilística.

A alfabetização, entendida como o conjunto mínimo de habilidades esperadas, como leitura, conhecimento de contexto e ferramentas matemáticas é definido por Gal (2005) como o primeiro construto. A numeracia, termo traduzido do inglês *numeracy*, entendido como as informações quantificáveis é o segundo construto, por Gal (2005), dividido em três tipos de situações:

- Situações computacionais ou generativas, que tem como funcionalidade, por exemplo, calcular o preço total de uma compra ou estimar probabilidades em um jogo de azar.
- Situações interpretativas, que podem ser apresentadas de formas textuais, em gráficos, como o resultado de um experimento.
- Situações de tomada de decisões, que passam por um curso de ação o qual possui metas conflitantes, restrições e incertezas e por um componente subjetivo, formado por suposições sobre tendências futuras, sistema de valores e julgamento de probabilidades.

Estas três situações, embora descritas de forma separadas, se misturam. O cidadão precisa interpretar a informação que pode ser, por exemplo, o resultado de um experimento médico e, a partir disso, ter uma opinião ou um julgamento baseado nos dados, na amostra, na margem de erro. Esse julgamento ou opinião não pode, como afirma Gal (2005), ser considerado certo ou errado, apenas precisa ser passível de argumentação, pautado em provas que o baseiam, por parte do cidadão que o possui.

O terceiro e último construto é a literacia estatística, já tratada no início deste quadro teórico.

A necessidade de uma literacia probabilística implementada e discutida nas escolas se deve ao fato de que “no geral, as pessoas precisam de literacia probabilística para lidar com uma ampla gama de situações do mundo real que envolvem interpretação ou geração de mensagens probabilísticas, bem como a tomada de decisão” (GAL, 2005, p. 9).

Assim como na literacia estatística, o autor secciona a literacia probabilística em um quadro, conforme é possível averiguar no Quadro 2, que traz elementos do conhecimento e elementos disposicionais:

Quadro 2- Componentes da literacia probabilística

Elementos do conhecimento
1-Grandes tópicos, ideias: variação, aleatoriedade, independência, previsibilidade e incerteza.
2- Calcular probabilidades: maneiras de encontrar ou estimar a probabilidade de evento.
3- Linguagem: os termos e métodos utilizados para comunicar sobre o acaso.
4-Contexto: compreender o papel e as implicações de questões probabilísticas e mensagens em vários contextos e no discurso pessoal e público.
5-Questões críticas: questões reflexivas quando se lida com a probabilidade.
Elementos de disposição
1-Postura crítica
2- Crenças e atitudes
3-Sentimentos pessoais em relação à incerteza e ao risco (por exemplo, aversão ao risco).

Fonte: Gal (2005, p.10, tradução nossa)

Os elementos do Quadro 2 não podem ser considerados de forma independente quando o aluno expressa sua literacia probabilística, embora para melhor compreensão, eles são explicitados por Gal (2005) de forma separada, como discutiremos a seguir.

Para Gal (2005), as grandes ideias são construtos complexos, pois dependem de diversas habilidades. A variação no contexto de probabilidade é a base da visão frequentista. A aleatoriedade é propriedade de um resultado; mostra que os eventos no mundo ocorrem sem nenhuma causa determinista, não existindo um modelo que os tornam totalmente previsíveis. A independência por ser vista como a crença que os eventos no mundo estão desconectados, ou

seja, um evento não pode ser previsto usando o outro como base. Para a previsibilidade ou a incerteza, o autor afirma que estes dependem do conhecimento sobre a probabilidade de ocorrência de determinado evento, mas alerta que falar a probabilidade, como por exemplo, 20% de chance, 20 em 100, não descreve a previsibilidade ou a certeza de chance de ocorrência, pois “a previsibilidade de um evento depende de nossas suposições em relação aos processos que afetam a ocorrência desse evento e a qualidade da informação que usamos para suportar as estimativas de probabilidade” (GAL, 2005, p. 12).

O cálculo de probabilidade disposto por Gal (2005), como segundo elemento do conhecimento para exercício da literacia probabilística, se concentra na familiarização por parte do aluno com os modos de se calcular e/ou estimar probabilidades clássica e frequentista, respectivamente. Batanero (2005), *apud* Gal (2005) ainda fala da probabilidade subjetiva. Essas visões devem ser vistas de forma conjunta, uma vez que fora da escola a probabilidade de determinados eventos acontecerem é calculada de forma mais complexa, usando diversas fontes e até informações que não são probabilísticas, como mostrado nos elementos de disposição do Quadro 2.

A instrução destes cálculos de probabilidade para a sala de aula deve ser feita de maneira cuidadosa, pois apenas o conhecimento do objeto matemático não é suficiente para a sua interpretação, trazendo obrigatoriamente o contexto em que o aluno vive para a sala de aula, recorrendo ao seu conhecimento de mundo, crenças e conhecimentos sobre probabilidade para a compreensão de determinado resultado probabilístico. Entende-se que este seja um grande ganho para a formação do cidadão crítico, trazendo formas de tornar legitimado o seu conhecimento de mundo na escola (FREIRE, 2005).

O terceiro elemento do conhecimento, a linguagem, diz respeito aos modos de entender a linguagem do acaso. Para isto, os estudantes precisam entender que “a probabilidade é uma medida de incerteza” (CAMPOS; WODEWOTZKI; JACOBINI, 2013, p. 23), ou seja, o acaso a permeia. Como citado no subtítulo anterior por Azcarate (1996), a dificuldade na interpretação da probabilidade depende de qual situação o resultado probabilístico descreve, e quais as implicações em assumir sua previsibilidade e/ou incerteza.

Ao trabalhar com a linguagem probabilística na sala de aula, o professor deve se preocupar com os conhecimentos já existentes dos alunos para determinadas palavras como aleatório, acaso, possibilidade, chance, entre outros. Os alunos podem se confundir por não saber as diferenças entre tais conceitos, quando tratados em sala de aula. Entende-se que uma discussão sobre estes termos é rica e pode levar a uma maior compreensão dos alunos, evitando assim a ambiguidade em sala de aula (MAROCCI; NACARATO, 2013).

Gal (2005) ainda salienta que os alunos devem estar familiarizados com conceitos matemáticos que representam as probabilidades, tais como: a porcentagem, as frações e os números decimais; e que os alunos possam sentir-se confortáveis de mover-se entre eles. Mesmo com este conhecimento consolidado, a probabilidade pode aparecer em comunicações, como por exemplo, talvez eu vá ao médico uma vez por semana. Desta forma, a linguagem da probabilidade é importante e deve ser discutida com os alunos em sala de aula, de modo a tornar acessível a eles e perceptível quanto às suas aplicações.

O quarto elemento do conhecimento para o exercício da literacia probabilística, o contexto, implica compreender o papel de processos e comunicações probabilísticas no mundo. Com o entendimento de determinado conceito as pessoas podem antecipar decisões baseadas em resultados probabilísticos, a partir de seus discursos pessoais, mas levando em conta os discursos públicos sobre o contexto em que a probabilidade está inserida também.

Gal (2005) afirma que uma pessoa que possui o elemento de conhecimento contexto sabe tanto:

- a) qual é o papel de impacto do acaso e aleatoriedade em diferentes eventos e processos, e
 - b) quais são as áreas comuns ou situações onde as noções de chance e probabilidade podem surgir na vida de uma pessoa.
- (GAL, 2005, p. 17)

O autor ainda complementa sugerindo dez áreas-chave para a extração de situações que podem ser usadas para incentivar a produção do conhecimento relacionado ao contexto.

Finalizando os elementos do conhecimento, temos as questões críticas. Quando um resultado probabilístico, ou uma notícia que traz probabilidade chega até você, pelo meio que for, é interessante que você seja capaz de questionar o porquê aquele resultado está sendo apresentado, qual foi a linguagem usada para levar tal informação, quais são os objetivos ou propósitos de tal comunicação.

Os elementos de disposição do Quadro 2 são compostos pela postura crítica, crenças e atitudes, já discutidos na literacia estatística. Esses elementos são complementados pelos sentimentos pessoais em relação à incerteza e ao risco, que corroboram para o ensino de probabilidade podendo levar à tomada de decisão baseado no contexto que o aluno se encontra.

Desse modo, com foco na tomada de decisão baseados em resultados probabilísticos, os esforços desta pesquisa convergem para as definições de Gal (2005) quando defende que tarefas propostas com a preocupação com contexto devam ser criadas/utilizadas para estímulo da

literacia probabilística na aprendizagem de Probabilidade. Para que os alunos possam lidar com estes resultados, apresentamos a seguir, o saber matemático.

3.2 SABER MATEMÁTICO

A Probabilidade é o saber matemático desta pesquisa. Apresenta-se neste tópico seguindo os pressupostos da Engenharia Didática nas Análises Preliminares: um breve histórico da Teoria das Probabilidades com as motivações da época; definições da Probabilidade incluindo a definição clássica, frequentista, geométrica e subjetiva, bem como uma junção das duas primeiras e, as habilidades esperadas pela Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2017) para o ensino deste saber.

3.2.1 Um Breve Histórico da Teoria de Probabilidades

Embora os jogos pudessem ser datados antes de Cristo com, por exemplo, o uso de ossos marcados para fazer referência ao que conhecemos hoje como dado de 6 faces (LOPES; MEIRELLES, 2005), não houve nenhum tratamento matemático da probabilidade até por volta de século XV e início do século XVI.

Jerónimo Cardano, médico, matemático e jogador italiano nascido em Pávia em 1501 e chegando ao fim de sua vida em Roma, 1576, escreveu um manual de jogador no qual abordou algumas interessantes questões de probabilidade. Embora Cardano tenha sido um dos primeiros a deixar um escrito tratando de probabilidade, se considera que os fundamentos da Teoria das Probabilidades foram desenvolvidos por Pascal e Fermat em suas correspondências no século XVII sobre o “Problema dos Pontos”.

Blaise Pascal foi um francês que teve uma vida pequena em termos de quantidade de anos, nasceu em 1623 e morreu em 1662. Embora muito conhecido pelo triângulo que leva seu nome, este já havia sido antecipado pelos chineses anos antes. Como ele fez diversas contribuições, bem como estabeleceu muitas propriedades ao triângulo, ficou conhecido como Triângulo de Pascal.

Em 1653, após já ter se afastado dos estudos matemáticos por questões de saúde e religiosidade, Pascal volta aos estudos e escreve fundamentos da Teoria das Probabilidades. Ele já estava doente, quando seu amigo, o jogador Chervalier de Méré propôs a ele o tão hoje famoso “Problema dos Pontos: Em oito lances de um dado um jogador deve tentar lançar um,

mas depois de três tentativas infrutíferas, o jogo é interrompido. Como ele deveria ser indenizado?” (BOYER, 1906, p. 265).

Ou ainda,

Esse problema pede que se determine a divisão das apostas de um jogo de azar interrompido, entre dois jogadores igualmente hábeis, supondo-se conhecida a contagem no momento de sua interrupção e o número de pontos necessários para se ganhar o jogo. (EVES, 1997, p. 365)

Este problema já havia sido introduzido por Pacioli em 1494 em um trabalho de Matemática e até Cardano e Tartaglia (1499-1557) já haviam discutido sobre ele. Mas somente após proposto por Méré a Pascal em 1654, se verificou um avanço efetivo.

Pascal escreve a Pierre de Fermat (1601? -1665), francês nascido em Toulouse, e juntos os dois resolvem o problema, mas de formas distintas.

Embora resolvido, Fermat e Pascal não chegaram a publicar seu notável feito, o que vem a ser realizado pelo holandês Christiaan Huygens (1629-1695) em 1657, quando ele escreveu o primeiro tratado formal sobre a Teoria das Probabilidades, baseado nas correspondências de Fermat e Pascal sobre a resolução do Problema dos Pontos. Huygens é notado na história de Probabilidade também por formalizar a “esperança matemática”, quando feito à época, embora encontrado escrito por Pascal justificando a religiosidade relacionada à felicidade eterna.

Após este primeiro pontapé na Teoria das Probabilidades, muitos matemáticos a seguir se dedicaram sobre ela, entre eles pode-se destacar: De Moivre (1654-1705); a família Bernoulli com destaque para Daniel Bernoulli (1700-1782); Euler (1707- 1783); Lagrange (1736 – 1813); Laplace (1749 – 1827), entre outros.

De Moivre (1654-1705) foi o primeiro a trabalhar com o conceito de integral em Probabilidade e com a curva de frequência normal, trabalhada mais de um século depois por Laplace em seus artigos matemáticos e, no início de 1900, por Karl Person para demonstrar a distribuição de erro na probabilidade.

Um famoso problema geométrico, o Problema da Agulha, foi proposto pelo Conde Buffon (1707- 1788) com intenção de aproximação para o π (pi). Outra notável contribuição da Teoria das Probabilidades foi para a chamada *Probabilités des Jugaments*, proposto por Nicolas Caritat (1743 – 1794), o marquês de Condorcet, que embora apoiasse a Revolução Francesa, fora atingido por seus exageros. Condorcet (1743-1794) acreditava que a pena de morte deveria

ser abolida, uma vez que a probabilidade de tomar uma decisão errada, levando um inocente à morte, é alta.

Laplace (1749 – 1827), considerado contemporâneo de Lagrange (1736 – 1813), diferia deste por acreditar que a Matemática era apenas uma caixa de ferramentas para explicar os fenômenos da natureza. Esse matemático publicou em 1812 a *Théorie Analytique des Probabilités*, contribuindo para o avanço das Teorias das Probabilidades. Uma frase famosa de Laplace é que “Em última instância, a teoria das probabilidades é apenas o senso comum expresso em números”.

A Teoria das Probabilidades teve impulso no mundo dos jogos de azar onde foi criada, mas depois serviu a diversas áreas da ciência, como por exemplo, a Biologia, nas teorias da Genética.

Este breve histórico propôs situar o leitor na Teoria das Probabilidades trazendo ainda algumas curiosidades, que podem ser trabalhadas em sala de aula com os alunos, no intuito de que eles percebam que a ciência não é algo pronto e estático, mas que vem sendo desenvolvido ao longo dos séculos, o que pode contribuir para a literacia dos mesmos.

3.2.2 Definições Matemáticas de Probabilidade

A Probabilidade pode ser calculada pelo modo clássico, definido por Laplace:

Suponha que os experimentos aleatórios têm as seguintes características:

- a) Há um número finito (digamos n) de eventos elementares (casos possíveis). A união de todos os eventos elementares é o espaço amostral Ω .
- b) Os eventos elementares são igualmente prováveis.
- c) Todo evento A é uma união de m eventos elementares onde $m \leq n$.

Definimos então:

$$\text{Probabilidade de } A = P(A) = \frac{\text{número de casos favoráveis}}{\text{número de casos possíveis}} = \frac{\#(A)}{\#(\Omega)} = \frac{m}{n}.$$

(MORGADO; CARVALHO; CARVALHO; FERNANDEZ, 1991, p. 64)

Esta definição de probabilidade supõe que todos os eventos são equiprováveis, ou seja, todos possuem a mesma chance de ocorrência. É oportuno dizer que não se considera nesta pesquisa chance e probabilidade como sinônimos, o que ainda será contemplado na sequência didática que será proposta na Experimentação, terceira fase da Engenharia Didática.

Como alguns eventos não podem ser repetidos em mesmas condições, vemos que a probabilidade clássica apenas não dá conta de quantificar todas as situações probabilísticas, além de existirem diversos experimentos inseridos no contexto cultural dos alunos que não possuem a mesma chance de ocorrência e que podem ser trazidos para a sala de aula como

forma de incentivo pelo professor para que os próprios alunos possam exemplificar a probabilidade em seu cotidiano, podendo, desse modo, contribuir para a literacia probabilística dos mesmos.

Conversando com essas ideias, Coutinho (1994) se preocupa quanto aos alunos serem expostos somente à probabilidade clássica, uma vez que eles podem construir uma ideia falsa de que a probabilidade é sempre calculada em espaços equiprováveis.

Dessa forma, realizar eventos um número considerável de vezes pode levar os alunos a verificarem a variabilidade, a aleatoriedade, a incerteza e, ainda estimarem uma probabilidade de ocorrência de certo evento, usando o modo frequentista.

Pode-se definir o cálculo de probabilidade pelo modo frequentista como:

A definição frequentista baseia-se na frequência relativa de um número grande de realizações do experimento. Mais especificamente, definimos a probabilidade $P(A)$ de um evento A usando o limite da frequência relativa da ocorrência de A em n repetições independentes do experimento, com n tendendo ao infinito, ou seja,

$$P(A) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \times (\text{número de ocorrências de } A \text{ em } n \text{ realizações independentes do experimento}).$$
 (NETO, 2016, p. 23)

Desta forma, a probabilidade de um evento é verificada quando este é realizado um número grande de vezes e, com os resultados obtidos, pode-se estimar um valor que descreva sua possibilidade de ocorrência, não sendo, nesta abordagem, usado apenas o espaço equiprovável para os cálculos. Para o uso desta abordagem, por necessitar de um número de experimentos grande, as pesquisas indicam a importância do uso da informática como ferramenta no uso da simulação dos experimentos, podendo assim, alcançar um grande número e chegar melhor a uma estimativa da probabilidade procurada (BITTAR; ABE, 2013).

A probabilidade ainda pode ser trabalhada pela abordagem geométrica. Nesta, o cálculo pode ser feito pelo modo clássico ou estimado pelo modo frequentista. Trata-se de calcular/estimar a probabilidade de ocorrência de determinado evento em um subconjunto da região definida pelos espaços unidimensionais (reta), bidimensionais (área) ou tridimensionais (volume). Em suma:

A definição geométrica da probabilidade $P(A)$ de um evento $A \subset \Omega$ é dada por

$$P(A) = \frac{\text{comprimento, área ou volume de } A}{\text{comprimento, área ou volume de } \Omega}$$

(NETO, 2016, p. 24, adaptado)

Para Bittar e Abe (2013, p. 113), a probabilidade geométrica pode ser “definida como o estudo da probabilidade envolvida em problemas geométricos”, o que leva os alunos a rever as abordagens: clássica ou frequentista, de acordo com a necessidade de cálculo ou estimação que o problema solicitar, bem como abrange conhecimentos geométricos, trabalhando questões como segmentos de reta, área e volume.

Existem algumas atividades conhecidas que trabalham com a probabilidade geométrica - uma delas já citada neste texto, foi introduzida pelo matemático e naturalista francês Georges Louis Leclerc, o conde de Buffon, que em 1777 apresentou o Problema da Agulha de Buffon, considerado este o início da abordagem geométrica da probabilidade.

Outra abordagem da probabilidade é a subjetiva, pouco trabalhada nas escolas, mas suas concepções foram utilizadas nas discussões durante e após a aplicação da sequência didática. A definição da probabilidade subjetiva pode ser dada como julgamento pessoal, baseada em conhecimentos de quem a estima, assim como sua experiência com aquele determinado evento.

Nas atividades propostas na sequência didática, a probabilidade clássica foi questionada pelos alunos quando evocaram suas probabilidades subjetivas, como será mostrado no capítulo 6 na fase da *experimentação*.

Por fim, ainda se apresenta a probabilidade expressa por uma função $p(X)$ que relaciona a probabilidade de ocorrência de um evento X a um valor numérico. Essa função pode ser de ordem discreta ou contínua, sendo a função de probabilidade contínua descrita como função de densidade.

Salientamos que o foco desta pesquisa não se concentra nas funções de probabilidade (discreta), funções de densidade (contínua) e na abordagem geométrica da probabilidade, mas entende-se que se faz necessário apresentar ao leitor um panorama das possibilidades matemáticas para o objeto de estudo aqui trabalhado. Desta forma, será abordada no capítulo 5, a probabilidade clássica, assim como os conceitos da probabilidade frequentista e subjetiva.

A seguir, apresentamos o saber didático da probabilidade baseado nas orientações da Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2017). Também será apresentado pesquisas que defendem o trabalho de junção das abordagens clássica e frequentista.

3.2 SABER DIDÁTICO

Seguindo os pressupostos da Engenharia Didática, metodologia de pesquisa que fundamenta este trabalho, apresenta-se algumas facetas do saber didático da Probabilidade. Anteriormente foram apresentadas abordagens matemáticas que definem a probabilidade de

ocorrência de determinado evento, agora o foco passa a ser o seu ensino. Embora possam existir diferentes maneiras de olhar para o ensino de probabilidade, como por exemplo, a lente da história da Educação Matemática, a análise de livros didáticos, a análise dos conhecimentos produzidos pelos alunos, dentre outras, decidimos por trazer as orientações da Base Nacional Comum Curricular, documento federal que passa a nortear o ensino no Brasil a partir de 2017, e que tem até 2022 para ser totalmente implementado pelas instituições de ensino.

Embora esta pesquisa tenha sido desenvolvida no segundo ano do Ensino Médio, faz-se necessário percorrer as indicações de Objeto do Conhecimento e Habilidades contidas na BNCC (BRASIL, 2017) sobre o tema Probabilidade. Apesar de a unidade temática ser sobre Probabilidade e Estatística, apresentaremos apenas os conhecimentos e habilidades relacionados à Probabilidade, por ser o saber matemático de nosso interesse.

A implementação da Probabilidade e Estatística na escola básica começa a ser realizada em 1980 com a criação da *International Association for Statistical Education* (IASE) pelos Estados Unidos. O objetivo do IASE é a divulgação, implementação e consolidação da Educação Estatística nas escolas básicas. Segundo Bôas e Konti (2018):

o fato de conteúdos estatísticos e probabilísticos fazerem parte dos currículos oficiais não significa que sejam ensinados nos diversos níveis escolares. No Brasil, já fazem parte do currículo desde a publicação dos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1997) e foram reafirmados com a publicação da Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2017). (BÔAS, KONTI, 2018, p.1001)

Na Educação Infantil, que contempla até os 6 anos de idade, a BNCC (BRASIL, 2017) não aponta qualquer trabalho relacionado aos campos da Probabilidade. Já no Ensino Fundamental- Anos Iniciais, a Probabilidade e Estatística aparece como uma das cinco unidades temáticas. Nesta fase da Educação Básica, a Probabilidade deve ser trabalhada de modo a

promover a compreensão de que nem todos os fenômenos são determinísticos. Para isso, o início da proposta de trabalho com probabilidade está centrado no desenvolvimento da noção de aleatoriedade, de modo que os alunos compreendam que há eventos certos, eventos impossíveis e eventos prováveis. (BRASIL, 2017, p. 274)

Ainda se salienta que

é importante que os alunos verbalizem, em eventos que envolvem o acaso, os resultados que poderiam ter acontecido em oposição ao que realmente

aconteceu, iniciando a construção do espaço amostral. (BRASIL, 2017, p. 274)

Os Objetos de Conhecimento e as Habilidades para o Ensino Fundamental – Anos Iniciais de Probabilidade estão descritos no Quadro 3.

Quadro 3– Objetos de Conhecimento e Habilidades do Ensino Fundamental- Anos Iniciais

Probabilidade	Objetos de Conhecimento	Habilidades
1º ano	Noção de acaso.	Classificar eventos envolvendo o acaso, tais como “acontecerá com certeza”, “talvez aconteça” e “é impossível acontecer”, em situações do cotidiano.
2º ano	Análise da ideia de aleatório em situações do cotidiano.	Classificar resultados de eventos cotidianos aleatórios como “pouco prováveis”, “muito prováveis”, “improváveis” e “impossíveis”.
3º ano	Análise da ideia de acaso em situações do cotidiano: espaço amostral.	Análise da ideia de acaso em situações do cotidiano: espaço amostral
4º ano	Análise de chances de eventos aleatórios.	Identificar, entre eventos aleatórios cotidianos, aqueles que têm maior chance de ocorrência, reconhecendo características de resultados mais prováveis, sem utilizar frações.
5º ano	Espaço amostral: análise de chances de eventos aleatórios; Cálculo de probabilidade de eventos equiprováveis.	Apresentar todos os possíveis resultados de um experimento aleatório, estimando se esses resultados são igualmente prováveis ou não. Determinar a probabilidade de ocorrência de um resultado em eventos aleatórios, quando todos os resultados possíveis têm a mesma chance de ocorrer (equiprováveis).

Fonte: elaborado pela autora com base na BNCC (BRASIL, 2007, p. 280, 281, 284, 285, 288, 289, 292, 293, 296 e 297).

Observa-se que a Probabilidade é inserida na escolarização com as ideias de acaso que não são simples, pelo contrário, são complexas, uma vez que “vincula a nossa própria interpretação de mundo” (COUTINHO, 2007, p. 51). Ao propor aos alunos a aleatoriedade em situações cotidianas, pode-se fazer um contraponto com o elemento do conhecimento, contexto, proposto por Gal (2005) na literacia probabilística descrito no item 3.1.2 deste capítulo.

Ainda vale chamar atenção para a indicação de verificação de chances de eventos aleatórios cotidianos que podem levar os alunos a uma interação maior, uma vez que faz parte de seu contexto, tornando rica a discussão.

No Brasil, alguns pesquisadores apontam para a importância do ensino de Probabilidade na Educação Básica como Lopes (2008) ao defender que

não é possível esperarmos que nosso aluno chegue ao ensino médio para iniciarmos conteúdos essenciais para o desenvolvimento de sua visão de

mundo. É preciso que a escola proporcione a ele instrumentos de conhecimento que lhe possibilitem uma reflexão sobre as constantes mudanças sociais e o prepare para o exercício pleno da cidadania. (LOPES, 2008, p. 61)

Entende-se que a Probabilidade seja um conteúdo essencial para a construção da visão de mundo de um cidadão, uma vez que está inserida em seu cotidiano, como muito discutido neste texto, principalmente no quadro teórico.

Para o Ensino Fundamental – Anos Finais, a BNCC (2017) orienta que o estudo de Probabilidade

deve ser ampliado e aprofundado, por meio de atividades nas quais os alunos façam experimentos aleatórios e simulações para confrontar os resultados obtidos com a probabilidade teórica – probabilidade frequentista. (BRASIL, 2017, p. 274)

Desse modo, já se apresenta na BNCC (BRASIL, 2017) o confronto entre a probabilidade clássica e a probabilidade frequentista, que pode ser calculada pelo empirismo, ou ainda, com o uso de tecnologias para que se possa realizar um determinado evento em um número grande de vezes. Coutinho (2002) já apontava para um enfoque no ensino de Probabilidade pelo modo clássico juntamente com o frequentista, uma vez que

este enfoque permite a confrontação dos dois principais pontos de vista quando definimos uma probabilidade: o ponto de vista clássico ou laplaciano e o ponto de vista frequentista. Nestas condições, a construção do conceito pelo aluno é feita de forma a que ele tenha menos possibilidades de mobilizá-los fora do seu domínio de validade, ou seja, com menos possibilidades de que este conceito torne-se um obstáculo para aprendizados futuros no domínio do Cálculo de Probabilidades. (COUTINHO, 2002, p.9)

No Quadro 4, reuniu-se os objetos de conhecimento bem como as habilidades esperadas pela BNCC (2017) para o tema Probabilidade no Ensino Fundamental – Anos Finais.

Quadro 4– Objetos de Conhecimento e Habilidades do Ensino Fundamental- Anos Finais

Probabilidade	Objetos de Conhecimento	Habilidades
6º ano	Cálculo de probabilidade como a razão entre o número de resultados favoráveis e o total de resultados possíveis em um espaço amostral equiprovável. Cálculo de probabilidade por meio de muitas repetições de um experimento (frequências de ocorrências e probabilidade frequentista).	Calcular a probabilidade de um evento aleatório, expressando-a por número racional (forma fracionária, decimal e percentual) e comparar esse número com a probabilidade obtida por meio de experimentos sucessivos.
7º ano	Experimentos aleatórios: espaço amostral e estimativa de probabilidade por meio de frequência de ocorrências.	Planejar e realizar experimentos aleatórios ou simulações que envolvem cálculo de probabilidades ou estimativas por meio de frequência de ocorrências.
8º ano	Princípio multiplicativo da contagem. Soma das probabilidades de todos os elementos de um espaço amostral.	Calcular a probabilidade de eventos, com base na construção do espaço amostral, utilizando o princípio multiplicativo, e reconhecer que a soma das probabilidades de todos os elementos do espaço amostral é igual a 1.
9º ano	Análise de probabilidade de eventos aleatórios: eventos dependentes e independentes.	Reconhecer, em experimentos aleatórios, eventos independentes e dependente se calcular a probabilidade de sua ocorrência, nos dois casos.

Fonte: elaborado pela autora base na BNCC (BRASIL, 2007, p. 304, 305, 310, 311, 314, 315, 318 E 319).

Embora o tema, Estatística e Probabilidade, tenha sido inserido nos documentos oficiais a partir dos Parâmetros Curriculares Nacionais, PCN's, (BRASIL, 1997, 1998, 1999) é na BNCC (BRASIL, 2017) que ele vem realmente organizado por ano escolar e com os objetos de conhecimento e as habilidades esperadas. Como ainda se trata de um documento novo, o professor vive uma transição em sua prática escolar. Fato esse que recai na formação de professores para a Educação Estatística nas escolas.

De fato, os professores que trabalham com a Educação Infantil e Ensino Fundamental - Anos Iniciais muitas vezes sequer tem uma disciplina específica na graduação de Pedagogia para ensino de Estatística e Probabilidade (LOPES, 2008, 2013; COSTA e NACARATO, 2011; COSTA, 2007; COSTA e PAMPLONA, 2011). Esse tema, normalmente, vem inserido nas disciplinas de Matemática, mas, como já salientado neste capítulo, entende-se que a Probabilidade difere da Matemática (GAL, 2002), uma vez que não é caracterizada pelo determinismo.

Já os professores do Ensino Fundamental – Anos Finais – por serem formados na grande maioria, em Licenciatura Matemática, têm acesso às disciplinas estatísticas e probabilísticas,

mas o acesso à Educação Estatística muitas vezes não acontece (COSTA e NACARATO, 2011).

Diante desse contexto, cabe destacar a importância de ampliar a discussão sobre a disciplina de estatística para o curso de licenciatura em matemática, visando atrelar as considerações sobre a formação necessária para o futuro professor de matemática ao que têm revelado as pesquisas sobre educação estatística para a educação básica. (LOPES, 2013, p. 904)

Essas questões referentes à formação de professores para o ensino de Probabilidade vêm à tona para provocar o leitor bem como mostrar que para o saber didático da Probabilidade esta formação é crucial, uma vez que é por meio dos professores que os alunos poderão ou não compreender o tema Probabilidade, suas aplicações, suas consequências quando aplicadas no contexto etc.

Lopes (2008) trabalha com a formação de professores para o ensino de Probabilidade e Estatística e salienta que

o conhecimento didático do conteúdo é uma síntese entre os conteúdos a ensinar e os modos de fazê-lo, incluindo formas de representação das ideias, analogias importantes, ilustrações e exemplos próximos ao contexto. Está incorporada a esse conhecimento a habilidade em representar e formular o conteúdo conceitual e/ou procedimental, tornando-o compreensível aos alunos, gerando a compreensão do que torna a aprendizagem de um conceito mais ou menos difícil e de suas respectivas concepções. (LOPES, 2008, p. 66)

O conhecimento didático citado por Lopes (2008) é chamado nesta pesquisa de saber didático, seguindo os pressupostos da Engenharia Didática nas Análises Preliminares, mas diz respeito ao mesmo conceito, enfatizando o quanto ele, aliado ao saber matemático, é importante para o desenvolvimento da cidadania com relação ao componente identificado por Gal (2002, 2005) como literacia estatística e probabilística.

Para Pontes, Lima, Vasconcelos e Vasconcelos (2019), a forma como a BNCC (BRASIL, 2017) descreve os objetos de conhecimento e as habilidades esperadas ano a ano durante a vida escolar do aluno para a Probabilidade e Estatística é uma potencialidade. Além de ser considerada uma das unidades temáticas da Matemática de forma separada, o documento incentiva o estudo da Probabilidade e Estatística com o uso de ciclos investigativos, de tecnologia e calculadoras.

Dessa forma, embora o recorte desta pesquisa tenha sido o Ensino Médio, fica claro, de acordo com algumas pesquisas aqui citadas, que o ensino de Probabilidade deve sim ocorrer ainda no Ensino Fundamental, sendo apoiado então pela BNCC (BRASIL, 2017).

Lopes (2008), já apontava para a importância do ensino desde os Anos Iniciais:

Dessa forma, defendemos que os conceitos probabilísticos e estatísticos devam ser trabalhados desde os anos iniciais da educação básica para não privar o estudante de um entendimento mais amplo dos problemas ocorrentes em sua realidade social.

Não é possível esperarmos que nosso aluno chegue ao ensino médio para iniciarmos conteúdos essenciais para o desenvolvimento de sua visão de mundo. É preciso que a escola proporcione a ele instrumentos de conhecimento que lhe possibilitem uma reflexão sobre as constantes mudanças sociais e o prepare para o exercício pleno da cidadania. (LOPES, 2008, p. 61)

Entende-se que educar para o exercício pleno da cidadania seja, entre outras coisas, abordar questões com os alunos em sala de aula, de modo a tornar esse ambiente seguro para exposição de opiniões, mesmo que contrárias, e para questionamentos sobre elas, em um clima aberto para discussões.

Por fim, a BNCC (BRASIL, 2017), traz os objetos de conhecimento e habilidades a serem trabalhadas no Ensino Médio. Ao enunciar as habilidades que são esperadas dos alunos no Ensino Médio, o documento resume as indicações feitas para o Ensino Fundamental:

Os estudantes do Ensino Fundamental têm a possibilidade, desde os anos iniciais, de construir o espaço amostral de eventos equiprováveis, utilizando a árvore de possibilidades, o princípio multiplicativo ou simulações, para estimar a probabilidade de sucesso de um dos eventos. (BRASIL, 2017, p. 528)

O documento norteador da Educação Básica brasileira em questão não divide os três anos que compõem o Ensino Médio em objetos do conhecimento e habilidades ano a ano como foi feito no Ensino Fundamental. No Ensino Médio, há a indicação de competências específicas, que embora colocadas no documento como específicas, são amplas e abrangem diversas habilidades. Para este texto, de acordo com o interesse desta pesquisa, foram analisadas as cinco competências específicas e suas habilidades, mas serão apresentadas apenas aquelas que se relacionam com o ensino de probabilidade, a saber:

- Identificar e descrever o espaço amostral de eventos aleatórios, realizando contagem das possibilidades, para resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo da probabilidade.

- Identificar situações da vida cotidiana nas quais seja necessário fazer escolhas levando-se em conta os riscos probabilísticos (usar este ou aquele método contraceptivo, optar por um tratamento médico em detrimento de outro etc.).
- Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de probabilidade de eventos em experimentos aleatórios sucessivos.
- Reconhecer a existência de diferentes tipos de espaços amostrais, discretos ou não, e de eventos, equiprováveis ou não, e investigar implicações no cálculo de probabilidades. (BRASIL, 2017, p. 546)

A primeira competência é o resultado dos objetos de conhecimento e habilidades descritas durante todo o Ensino Fundamental. Já na segunda competência para o Ensino Médio, aparece a necessidade de tomada de decisão levando em conta os riscos probabilísticos, que segundo Gal (2005) é um dos motivos que a aleatoriedade, variabilidade, independência, previsibilidade e incerteza – primeiro tópico dos elementos do conhecimento da literacia probabilística – devem ser vistos na escola.

Como já salientado no item 3.1.2 deste escopo, ao educar e preparar o aluno para a vida, é provável que ele possa se deparar com situações aleatórias que demandem uma escolha, como por exemplo, ao sair da escola e verificar qual curso superior deve escolher entre as opções que nas quais vê trabalhando, levando em conta a quantidade de candidatos inscritos na prova de seleção, quantas horas poderá se dedicar ao estudo por dia, quem são os seus concorrentes, como o mercado de trabalho está para quem já é profissional nas áreas que pleiteia, dentre outras variáveis. Todas essas informações podem ser vistas como probabilidade e saber como analisá-las pode afetar de forma eficiente a escolha deste aluno.

A terceira competência diz respeito ao cálculo de probabilidades de eventos aleatórios realizadas sucessivas vezes, o que logo remete a abordagem frequentista da probabilidade, abordagem esta que já foi discutida na seção 3.2.2 e que é amplamente defendida por alguns autores a respeito do seu ensino em junção com a probabilidade clássica, para que o aluno possa perceber que os espaços amostrais nem sempre são equiprováveis, chegando à última competência da BNCC (BRASIL, 2017).

A verificação de que os espaços amostrais não são sempre equiprováveis é uma das preocupações desta pesquisa. Ao ser apresentados somente à probabilidade clássica, os alunos podem achar que todos os eventos têm a mesma chance de acontecer em quaisquer espaços amostrais. Na sequência didática que será trabalhada com os alunos na Experimentação (capítulo 6), levaremos os alunos a chegarem à conclusão de que poucos espaços dentro das atividades que a compõem são de fato equiprováveis. E, nestes espaços equiprováveis, eles dificilmente precisarão tomar decisões, mas terão que tomá-las quando as chances de ocorrência

de um evento não são as mesmas para todos os elementos que compõem o espaço amostral, o que demandará deles algo além dos conhecimentos adquiridos até o momento, sendo levados assim ao conhecimento e exercício da Literacia Probabilística.

No seguinte capítulo é feito uma revisão de literatura, que apresenta trabalhos que conversam com esta pesquisa e quais foram as contribuições para a sua elaboração.

4 REVISÃO DA LITERATURA

O método utilizado para a revisão da literatura atual sobre o tema desta pesquisa foi a Revisão Sistemática da Literatura (RSL) que surgiu no final da década de 1970 para auxiliar nas pesquisas da área da medicina. A realização desta RSL foi baseada em Costa (2014), Paula, Rodrigues e Silva (2016) e Kitchenham (2004), cujos processos são narrados a seguir.

Entende-se que “*revisão sistemática* se refere ao processo de reunião, avaliação crítica e sintética de resultados de múltiplos estudos.” (COSTA, 2014, p.2) e que tem por objetivo encontrar um maior número de trabalhos relacionados com o tema em questão de uma forma organizada. Ela garante que o pesquisador possa encontrar e filtrar trabalhos que vão ao encontro, assim como aqueles que diferem das hipóteses adotadas, o que podemos apontar como um grande ganho e diferencial desse método para elaboração da revisão de literatura.

Utilizamos os seguintes passos para que essa revisão tomasse forma:

- a. delimitação da questão a ser pesquisada;
 - b. escolha das fontes de dados;
 - c. eleição das palavras-chave para a busca;
 - d. busca e armazenamento dos resultados;
 - e. seleção de artigos pelo resumo, de acordo com critérios de inclusão e exclusão;
 - f. extração dos dados dos artigos selecionados;
 - g. avaliação dos artigos;
 - h. síntese e interpretação dos dados
- (AKOBENG, 2005 apud COSTA 2014, p. 3)

a. Delimitação da questão a ser pesquisada

Inicialmente é preciso definir uma questão de pesquisa para começar o trabalho na RSL. Utilizando o Quadro 5, definimos a questão da pesquisa de literatura: como o ensino de Probabilidade pode ser trabalhado para que alunos do Ensino Médio possam exercer a literacia estatística e probabilística na tomada de decisão?

Quadro 5- Questões pertinentes para a elaboração da pergunta norteadora da RSL

	Questão	Resposta
1	População de interesse	Alunos do Ensino Médio
2	Intervenção que pretende avaliar	Ensino de Probabilidade com finalidade na tomada de decisão
3	Com qual intervenção está sendo comparada	Ensino de Probabilidade (foco em contas mecânicas, escrever de outra forma)
4	Desfechos investigados	Habilidade de tomar decisão com base na <i>literacy</i>
5	Contexto	Escolar

Fonte: Elaborado pela autora.

b. Escolha das fontes de dados

Nesta fase definimos qual fonte seria usada afim de obter acesso aos estudos já realizados e que dialogassem com o ensino de Probabilidade no Ensino Médio e a habilidade de exercer a literacia estatística e probabilística na tomada de decisão baseada em resultados probabilísticos.

Optamos por fonte para essa RSL a base de dados do Google Acadêmico e restringimos o período de 2010 a 2019 com o objetivo de abranger pesquisas mais recentes, e que podem estar em português, inglês ou espanhol e, sobretudo, que fossem de acesso gratuito.

c. Eleição de palavras-chave para a busca

No trabalho com a RSL, é fundamental a delimitação das palavras-chave para a busca. Este procedimento permite o estreitamento entre o tema da pesquisa em relação a outras e, para corroborar este argumento, Costa (2014) chama atenção para este momento:

Perceba que para selecionar os artigos para a revisão sistemática, as palavras-chave precisam ser sensíveis o suficiente para acessar adequadamente o fenômeno, indicando um número representativo de trabalhos. Porém não podem ser sensíveis demais, retornando muitos resultados, inviabilizando o projeto de revisão. (COSTA, 2014, p.7)

Levando em conta essas observações e a pesquisa de Paula, Rodrigues e Silva (2016), definimos algumas palavras-chave para compor a *string* que foi propriamente pesquisada a fim de responder à pergunta de pesquisa da revisão:

(“Educação Estatística”) AND (“ensino”) AND (“probabilidade”) AND (“ensino médio”) AND (“literacia estatística OR probabilística”)

d. Busca e armazenamento dos resultados

Foram encontrados e armazenados 85 resultados, usando a *string* definida.

e. Seleção de artigos pelo resumo, de acordo com critérios de inclusão e exclusão

Os 85 trabalhos encontrados foram submetidos aos critérios de exclusão abaixo, com análise por seus títulos e resumos:

- Critério 1: pesquisas que não se enquadram na temática da Probabilidade dentro da tendência da Educação Estatística.
- Critério 2: não estar escrito em português, inglês ou espanhol.
- Critério 3: não estar dentro da faixa de tempo estipulada de 2010 a 2019.

Foram selecionados 5 trabalhos, Quadro 6, que atendiam aos critérios pré-estabelecidos, e dos quais apresentaremos a seguir, mostrando ainda como eles dialogam com esta pesquisa.

Quadro 6 - Resultado da busca da Revisão Sistemática

Autores	Título do trabalho	Ano
Adriana Pagan, Sandra Magina	O ensino de Estatística na educação básica com foco na interdisciplinaridade: um estudo comparativo.	2011
Luciana de Castro Lugli	Avaliações Externas e o Currículo do Ensino Médio: uma análise sobre as questões que envolvem Probabilidade.	2011
Lia Marques Marocci, Adair Mendes Nacarato	Um ambiente de aprendizagem baseado na resolução de problemas: a possibilidade de circulação de significações sobre Probabilidade por meio da linguagem.	2013
Magnus Cesar Ody, Lori Viale	Uma avaliação da literacia estatística e probabilística no ensino médio.	2016
Rodrigo Castelo Branco Herzog	Educação Estatística: uma proposta de ensino para a educação básica.	2016

Fonte: Elaborado pela autora.

f. Extração dos dados dos artigos selecionados, avaliação dos trabalhos, síntese e interpretação dos dados

Com o objetivo de mostrar uma visão geral dos cinco trabalhos selecionados, traz-se nos Quadros 7, 8, 9, 10 e 11 a pergunta norteadora e/ou objetivo, o quadro teórico adotado, as hipóteses, a metodologia de pesquisa e os resultados de cada um deles.

Logo após a apresentação de cada trabalho faz-se a avaliação, a síntese e a interpretação dos dados, avaliando como os artigos selecionados contribuem para esta pesquisa de forma efetiva.

Quadro 7- Extração de dados do trabalho selecionado de Pagan e Magina (2011)

Título	O ensino de Estatística na educação básica com foco na interdisciplinaridade: um estudo comparativo
--------	---

Questão Norteadora e/ou Objetivo	O artigo tem o objetivo de “comparar o conhecimento adquirido pelos alunos, quanto à aprendizagem de noções da Estatística, a partir das intervenções de ensino de um professor da disciplina de Geografia e de dois professores da disciplina de Matemática. Um desses professores de Matemática tratou o assunto de forma interdisciplinar enquanto o outro não.” (PAGAN; MAGINA, 2011, p.7)
Quadro teórico	Registro de Representação Semiótica (DUVAL, 1995, 2003) e a classificação da leitura de dados em tabelas (WAINER, 1992) e gráficos (CURCIO, 1989).
Hipóteses	O ensino de estatística e probabilidade trabalhado de forma interdisciplinar, contextualizada e aplicável é mais motivador e traz mais resultados que o ensino isolado desta área.
Metodologia	Esse estudo foi realizado em uma escola pública de São Paulo com 3 grupos de 35 alunos do primeiro ano regular do ensino médio e teve três etapas: duas diagnósticas (pré e pós-testes) e uma intervenção de ensino feita pelos 3 professores de formas diferentes. A primeira etapa, com o objetivo de verificar o desempenho dos grupos no que se refere ao conhecimento prévio de Estatística, a segunda em forma de intervenção de ensino (diferentes em cada grupo e realizadas por professores distintos) que trouxe por seis aulas, durante seis semanas as noções básicas de estatística e a terceira, um pós-teste igual ao primeiro, salvo na ordem das questões com o objetivo de verificar o impacto das intervenções de ensino, que foram realizadas por esses 3 professores de formas diferentes.
Resultados	O grupo de alunos que foi submetido aos testes e à intervenção de forma interdisciplinar mostrou-se melhor no pós-teste com relação aos outros dois, confirmando a hipótese das autoras

Fonte: Dados da pesquisa

O trabalho de Pagan e Magina (2011), Quadro 7, começa apontando para a inserção da Estatística no currículo de São Paulo desde 1980, e no âmbito federal somente em 1988. Essa inserção é de fato crucial para que se comece um trabalho na escola sobre a Estatística. Embora, o conteúdo matemático estar presente no currículo não implica, necessariamente, ser trabalhado em sala de aula, e ainda, ser trabalhado de forma a contribuir para a formação do cidadão crítico, como se defende nesta pesquisa e no trabalho analisado, um cidadão que exerça a literacia estatística.

As autoras defendem o uso da interdisciplinaridade para trabalhar a estatística, uma vez que os dados a serem tratados precisam fazer sentido para os alunos, causando assim, uma motivação. Para isso, elas trabalham com a hipótese que alunos expostos ao mesmo conteúdo, mas sofrendo intervenções de formas distintas pelos professores, apresentam resultados diferentes quando o conteúdo é contextualizado. Nesta questão, este trabalho contribui para essa RSL e, conseqüentemente, para esta pesquisa pois os resultados de Pagan e Magina (2011) reforçam que o contexto é de fato essencial e pode levar o aluno a compreender o motivo de estar fazendo análises com base nos dados estatísticos. Com base nesses resultados, ao serem elaboradas, as atividades que compõem a sequência didática apresentada no próximo capítulo as quais tratam de assuntos que instigam os alunos que participaram dela, partindo de uma percepção da professora que estava com os alunos em sala três vezes na semana.

Percebemos que a motivação dos alunos, é crucial para o trabalho do pesquisador que almeja o exercício da literacia estatística. Desse modo, com base em Pagan e Magina (2011), ao elaborar a sequência didática, a pesquisadora atentou para a motivação baseada na contextualização, evocando também o elemento do conhecimento, contexto, da literacia estatística e probabilística de Gal (2002, 2005).

Desse modo, esse artigo corrobora para esta pesquisa, pois vai ao encontro dos pressupostos da literacia estatística e probabilística, que se preocupa com o contexto das informações que são fornecidas. É com base nele e nos resultados estatísticos e probabilísticos que o aluno pode levantar hipóteses e fazer conjecturas para um contexto em que os dados ou resultados probabilísticos, estimativas, previsões possam fazer sentido para ele (aluno), criando uma motivação de serem analisados.

Quadro 8- Extração de dados do trabalho selecionado Lugli (2011)

Título	Avaliações Externas e o Currículo do Ensino Médio: uma análise sobre as questões que envolvem Probabilidade
Questão Norteadora e/ou Objetivo	O objetivo deste trabalho é analisar teoricamente o desenvolvimento do Raciocínio Probabilístico baseado em questões das provas externas ENEM (Exame Nacional do Ensino Médio) e SARESP (Sistema de Avaliação do Rendimento Escolar do Estado de São Paulo) que foram aplicadas entre os anos de 2007 e 2009.
Hipóteses	A hipótese é que com base nos currículos e na agregação da Estatística e Probabilidade como áreas distintas à Matemática (Gal; Garfield, 1999), as provas analisadas no âmbito federal, tragam em suas questões relativas à Probabilidade uma demanda de Raciocínio Probabilístico para a sua resolução.
Metodologia	A autora fez um levantamento do funcionamento das avaliações de larga escala colocando foco no SARESP e ENEM. Juntamente com esse levantamento, foi estudado o currículo de matemática no Ensino Médio e como os componentes do currículo são cobrados nas provas que estavam sendo analisadas. Já nas provas, a autora seleciona questões sobre probabilidade e discutem o Raciocínio Probabilístico que elas demandam por parte dos alunos para sua resolução.
Resultados	Embora as questões, segundo a autora e a comissão de elaboração das provas analisadas, sejam de nível mais fácil, verificou-se uma grande porcentagem de erro. Dessa forma, a autora conclui que a formação estatística dos alunos que realizaram estas questões, nos moldes da Educação Estatística, ainda precisa ser explorada.

Fonte: Dados da pesquisa

A dissertação de Lugli (2011), Quadro 8, visa investigar as avaliações de larga escala do Brasil (ENEM) e de São Paulo (SARESP) com o intuito de verificar se o raciocínio probabilístico é cobrado nas questões que dizem respeito à temática de Probabilidade e quais as respostas obtidas nas provas pelos alunos. Esse trabalho, embora distinto da linha que selecionamos até o momento para essa RSL (trabalhos com criação de uma sequência didática e análise das respostas obtidas após a sua aplicação) é importante porque explora: a formação do aluno para a vida em cidadania; a criticidade da Educação Matemática Crítica de Ole

Skovsmose (2001) aliado à Educação Estatística e, a importância do ensino de Estatística e Probabilidade na escola básica nos moldes da Educação Estatística, apontando para o letramento estatístico e probabilístico que, segundo Gal (2002, 2005), considera-se que raciocínio e pensamento estatístico ou probabilístico são componentes do letramento estatístico ou probabilísticos, respectivamente.

Concordamos com a autora quanto à importância do ensino de Probabilidade para a formação do aluno enquanto cidadão, uma vez que ele é parte de um mundo onde diversas situações, opiniões, estimativas são realizadas em porcentagem, demandando do cidadão uma habilidade de compreensão, que muitas vezes ele não teve acesso na escola. Lugli (2011) recorre à Educação Matemática Crítica para dar suporte às questões de criticidade que o raciocínio probabilístico demanda. Nesta pesquisa, decidimos por apoiar a criticidade na literacia probabilística, mas é oportuno lembrar que a criticidade é crucial para o desenvolvimento de um cidadão em busca de literacia, seja ela ampla, estatística ou probabilística.

Outro ponto que a autora traz é uma explanação das avaliações em larga escala e o currículo de Matemática no Ensino Médio. Quanto às avaliações em larga escala, não será discutida tendo em vista que não é foco desta pesquisa, embora a leitura tenha sido realizada para entendimento do trabalho em seu todo. Já o currículo de Matemática no Ensino Médio diz respeito à esta pesquisa, uma vez que nosso interesse se concentra nesta modalidade da educação básica. A autora trata do currículo apontado em 1999 nos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (PCNEM, BRASIL, 1999) que já visava para o ensino de Probabilidade na temática “Tratamento da Informação” com vistas à cultura geral para o aluno, na ênfase à contextualização e na visão de mundo. Outra questão interessante levantada neste trabalho é quanto à elaboração da Proposta Curricular do Estado de São Paulo (2008) que contou, para sua elaboração com a consulta aos professores e escolas no que diz respeito às práticas pela Secretaria de Educação do Estado de São Paulo. Em nossa pesquisa, por ser mais recente, optamos por trabalhar com a proposta de trabalho oferecida pela BNCC (BRASIL, 2017), que comunga com as propostas citadas pelas autoras, com alguns diferenciais: aquele que mais se torna importante é a Probabilidade e Estatística ser uma das cinco temáticas que compõem a Matemática na BNCC, como já evidenciado no capítulo anterior.

Por fim, ao analisar qual a porcentagem de acertos ou erros nas questões escolhidas por Lugli (2011) chega-se à conclusão que o ensino de Probabilidade para todos os objetivos delineados nos moldes da Educação Estatística ainda não vem sendo implementado nas escolas, de acordo com o esperado, por diversos motivos.

Destacamos que abordar os conceitos probabilísticos com os alunos não é uma tarefa trivial e por isso, torna-se um trabalho pouco explorada nas escolas, ficando limitado, na maioria das vezes à algumas aulas do 2º. Ano do Ensino Médio. Isso decorre tanto da dificuldade de compreensão dos conceitos de aleatoriedade como da necessidade de ruptura com uma visão determinística. Um dos obstáculos para se trabalhar com a noção do acaso e incerteza, é que raramente se explora as noções intuitivas que o aluno traz e parte-se logo para uma abordagem formalizada dos conceitos. (LUGLI, 2011, p. 15)

Desse modo, a dissertação de Lugli (2011) aponta para a dificuldade de trabalhar com a Probabilidade levando os alunos ao exercício da literacia probabilística, defendida nesta pesquisa.

Quadro 9- Extração de dados do trabalho selecionado de Marocci e Nacarato (2013)

Título	Um ambiente de aprendizagem baseado na resolução de problemas: a possibilidade de circulação de significações sobre Probabilidade por meio da linguagem
Questão Norteadora e/ou Objetivo	O artigo, que é um recorte de uma pesquisa de mestrado, tem por objetivo trazer as discussões debruçadas em uma tarefa aplicada em uma turma de 1º ano do ensino médio que leva os alunos a produzirem significações por meio da linguagem sobre o vocabulário utilizado na probabilidade, trazendo as palavras: “certo”, “impossível” e “possível” para analisar situações que envolvem frases que descrevem eventos probabilísticos.
Quadro teórico	Perspectiva histórico-cultural da linguagem (VIGOTSKY, 2007), Conceito de probabilidade (BATANERO, 2001, 2006; AZCARÁTE, 2006) e Resolução de Problemas (VAN de WALLE, 2009).
Hipóteses	Os autores firmam por hipótese que o aluno que é instigado a resolver um problema, que tenha significado para ele próprio, se desenvolve no caminho de construção do conhecimento, saindo do conhecimento que ele possui, atravessando a zona de <i>desenvolvimento proximal</i> (VIGOTSKY, 2007) até alcançar o conhecimento potencial.
Metodologia	A tarefa aplicada e discutida neste artigo é apenas uma das tarefas aplicadas e analisadas na dissertação que deu fruto a ele. A tarefa é aplicada a uma turma de 1º ano do Ensino Médio com a intenção de verificar o vocabulário sobre os termos usados frequentemente na probabilidade como “certo”, “impossível” e “possível”. A atividade foi gravada em vídeo e transcrita para análise das falas à luz da teoria adotada.
Resultados	Após as análises feitas pela pesquisadora, foi concluído que de fato a resolução de problemas para o ensino de probabilidade, dentro dos moldes teóricos adotados é de fato um ganho para o desenvolvimento do aluno dentro da probabilidade quando este tem de lidar com os termos utilizados na probabilidade e que podem ter significados pessoais. Os autores também ressaltam a importância do professor assumindo o papel de mediador, para que os alunos possam se adaptar a esta nova configuração da sala de aula, em que eles são os protagonistas e o professor não é mais o detentor absoluto do saber.

Fonte: Dados da pesquisa

Este trabalho, de Marocci e Nacarato (2013), Quadro 9, é relevante para esta pesquisa, uma vez que trata a dinâmica de uma atividade proposta para a discussão da linguagem usada

na Probabilidade, levando os alunos a discutir de modo a fundamentar suas respostas, usando o conhecimento científico disponível. A tarefa proposta pelos autores é instigante, leva os alunos a discutir em sala, formular hipóteses e tentar prová-las.

O trabalho de Marocci e Nacarato (2013) contribui para esta pesquisa no processo de elaboração das atividades que compõem a sequência didática, com o intuito de criar discussões que estimulem a criticidade, o pensamento dos alunos, a formulação de hipóteses, a tentativa de prová-las, ou ainda, que possam ser capazes de reconhecer quando isso não será possível, refutando-as e indo em busca de outras para a resolução das atividades que estão propostas.

O trabalho com a linguagem na Probabilidade, proposto pelos autores motivou algumas tarefas dentro das atividades que compõem a sequência didática que apresentar-se-á no capítulo seguinte. A linguagem é um dos elementos do conhecimento da literacia probabilística e é de fato, muito importante para o seu exercício.

Este trabalho se preocupa com os significados das palavras usadas no cotidiano e que possuem outro significado no contexto da Probabilidade. Baseado no trabalho de Marocci e Nacarato (2013), que leva os alunos a trabalhar com os significados de palavras que podem descrever a probabilidade de ocorrência de certos eventos, acredita-se que essa discussão feita pelos autores é pertinente e que muito ajudou na elaboração das tarefas que tratam a linguagem na Probabilidade utilizada nesta pesquisa.

Outro ponto importante do trabalho das autoras Marocci e Nacarato (2013) é a conclusão que se chega quanto ao papel do professor no que diz respeito a sua conduta durante a realização do problema proposto:

Quando os alunos não estão ainda habituados a participar de discussões como aquela, a mediação docente constitui-se em uma ferramenta extremamente importante para que os alunos se envolvam e sigam no caminho da construção do pensamento. A capacidade de argumentação dinâmica, bem como a organização necessária para o bom andamento da discussão, depende das habilidades que os alunos conseguem colocar em prática, sozinhos; e depende também daquelas para as quais necessitam de ajuda. Ao orquestrar a discussão, a professora agiu na “zona de desenvolvimento proximal” (VIGOTSKI, 2007) dos alunos, auxiliando-os a organizar-se e a expor suas ideias. (MAROCCI; NACARATO, 2013, p. 18)

Vale destacar a relação que o trabalho de Marocci e Nacarato (2013) faz a esta pesquisa diz respeito à sequência didática que foi elaborada para a sala de aula, onde espera-se que os alunos tenham dificuldades de manter uma discussão entre eles (baseado nos resultados de Marocci e Nacarato (2013)) durante as atividades propostas, e para isso, optamos por trabalhar na Experimentação com a Engenharia Didática como dispositivo metodológico, já iniciando

com as análises preliminares dos alunos, abrindo brecha – propositalmente- para que eles possam levar seus conhecimentos prévios, que percebam que possuem espaço para fala e que podem ser ouvidos. Logo depois, com as concepções e análises a priori dos alunos, espera-se que os alunos possam discutir sobre problemas que serão propostos justamente para trazer a linguagem da Probabilidade para a conversa, orquestrando assim um ambiente de abertura para fala dos alunos quando forem realizar suas análises a posteriori após a experimentação, conforme será tratado no capítulo 6. Dessa forma, o artigo de Marocci e Nacarato (2013) descrito contribuiu para o desenvolvimento desta pesquisa nos diversos aspectos acima citados.

Quadro 10 - Extração de dados do trabalho selecionado de Ody e Viale (2016)

Título	Uma avaliação da literacia estatística e probabilística no ensino médio
Questão Norteadora e/ou Objetivo	Quais habilidades e competências os alunos ingressantes e concluintes têm com relação ao Tratamento da Informação e da Incerteza?
Quadro teórico	Literacia estatística e probabilística (GAL, 2002; BENAVENTE, 1996).
Hipóteses	Os autores tomam por hipótese que o desenvolvimento da literacia pode ou não acontecer no período do ensino médio.
Metodologia	A pesquisa é realizada em 444 alunos de duas escolas públicas, em Parobé e Porto Alegre, sendo 143 alunos concluintes e 274 alunos ingressantes no ensino médio. Foram aplicados questionários com 30 questões abertas e fechadas. As questões discursivas foram analisadas usando a Análise Textual Discursiva (MORAES; GALIAZZI, 2015).
Resultados	A pesquisa chega à conclusão que os alunos participantes que estão ingressando no ensino médio, não foram capazes de lidarem com as questões propostas. Já os alunos concluintes, puderam lidar com as questões fazendo contas, mas em nenhum deles se verificou a presença da literacia estatística e probabilística de Gal (2002).

Fonte: Dados da pesquisa

O trabalho de Ody e Viale (2016), Quadro 10, buscando identificar a partir das questões propostas aos 444 alunos, ingressantes e concluintes do Ensino Médio, contribui para esta pesquisa em sua relevância, quando chega à conclusão que os alunos não expressaram literacia estatística e probabilística em nenhuma das tarefas realizadas. Embora os alunos concluintes do Ensino Médio pudessem responder às questões que envolvessem cálculo, o fato de não se verificar em nenhum deles a literacia foi algo preocupante, dada a relevância do desenvolvimento destas competências na escola, e como defendido nesta pesquisa, no Ensino Médio.

Conclui-se que não foi identificado o conceito de Literacia proposto por Gal (2002) destacado aqui como um conjunto de competências (que envolvem os processos formados por elementos cognitivos e por elementos atitudinais) que alguém deve ter para poder interpretar e analisar criticamente, bem como a de

comunicar uma informação estatística ou probabilística. (ODY; VIALE, 2016, p. 25)

Com os resultados desse trabalho, pode-se pensar que a literacia probabilística, de fato, pode não ser exercida pelos alunos que participam desta pesquisa, uma vez que segundo Ody e Viale (2016) e também Gal (2002, 2005) o exercício da literacia estatística e probabilística demanda uma posse da literacia geral, que consiste na capacidade de ler o mundo, possuir a criticidade para analisar os resultados e possibilidades que o cercam, entre outras coisas.

Além disso, é sabido que nos documentos oficiais sobre educação no Brasil, a literacia não é citada como componente de habilidades quando se trata do tema “Tratamento da Informação” nos PCN’s (BRASIL, 1996, 1997, 1998) ou Estatística e Probabilidade, na BNCC (BRASIL, 2017). Dessa forma, entende-se que inserir a literacia estatística e probabilística no ensino de Estatística e Probabilidade seja uma tarefa para ser realizada de forma urgente, reforçando o objetivo desta pesquisa.

Quadro 11- Extração de dados do trabalho selecionado de Herzog (2016)

Título	Educação Estatística: uma proposta de ensino para a educação básica
Questão Norteadora e/ou Objetivo	O objetivo deste trabalho de conclusão de curso de Matemática é criar uma sequência didática na temática de Probabilidade que sirva de apoio ao trabalho do professor em sala de aula quando for trabalhar com “Tratamento da Informação”, tema proposto para o ensino de estatística e probabilidade nos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998).
Quadro teórico	O quadro teórico deste trabalho é composto pelo Letramento (SOARES, 2002; GONÇALVES, 2011), Letramento Estatístico (GAL, 2002; WATSON, 2006; SHAMOS, 1995 e Pensamento Estatístico (MORAES, 2006; WILD e PFANNKUCH, 1999).
Hipóteses	A hipótese adotada pelo autor é a de que o jogo do “7 da sorte”, nome dado a sequência didática elaborada, levará os alunos a construir o conceito de espaço amostral, evento impossível, e a relação entre probabilidade clássica e probabilidade frequentista.
Metodologia	O autor apresenta o jogo, suas regras e em quais momentos é oportuno a intervenção do professor para que os conhecimentos já delineados nas hipóteses de trabalho sejam construídos pelos alunos. A aplicação do jogo não ocorre neste trabalho, ela é apenas descrita pelo autor em forma de passo a passo.
Resultados	Os resultados deste trabalho são teóricos. O autor acredita que a sequência didática pode, além das hipóteses levantadas e provadas teoricamente na metodologia, ajudar ao professor no ensino de probabilidade.

Fonte: Dados da pesquisa

O trabalho de Herzog (2016) descrito no Quadro 11 é um trabalho de conclusão de curso de matemática, realizado na Universidade Federal do Rio Grande do Sul e contribui para esta pesquisa de algumas formas. A primeira contribuição é vista quando o autor não conceitua sequência didática, subentende-se que o conceito de sequência didática seja um ordenado de atividades a ser realizado pelos alunos; ele deixa claro que a sequência didática elaborada não

foi aplicada devido ao tempo curto, apesar de ter essa pretensão. Para isso, na pesquisa aqui realizada, decidimos por definir, baseado em duas obras, o conceito de sequência didática no capítulo 5, visando contribuir no âmbito da pesquisa e até de possíveis professores que venham a utilizar as ideias aqui apresentadas. O modo como foi realizado uma pesquisa de campo para a elaboração do jogo “7 da sorte” (nome dado à sequência didática) ajuda nesta pesquisa. Herzog (2016) faz uma explanação sobre a história da Estatística e Probabilidade, fala do pano de fundo da Educação Estatística no Brasil na educação básica, apontando para resultados de provas externas. Nesta pesquisa que dá origem a esta RSL, foi feito, como já mostrado no capítulo anterior, uma contextualização da Probabilidade, desde quando era de uso exclusivo nos jogos de azar. Outro ganho obtido pela RSL com este trabalho de conclusão de curso aqui examinado é a exploração do autor da temática “Tratamento da Informação” contida nos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998). Com base nesta exploração realizada pelo autor, pode-se fazer uma explanação nesta pesquisa, mostrada no capítulo anterior sobre a Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2017), sendo este o documento norteador da Educação no país, mais recente.

Outra contribuição de Herzog (2016) é a explicação para o professor de quais perguntas devem ser realizadas e o porquê de cada uma delas dentro da realização da sequência didática proposta, a fim de levar os alunos a construir o conhecimento em relação ao espaço amostral, evento impossível, e a relação entre probabilidade clássica e probabilidade frequentista. Assim como o autor, não podemos afirmar quanto a possível resposta para as hipóteses, uma vez que o trabalho não foi aplicado e discutido à luz do quadro teórico adotado, mas ainda julgamos importante devido aos ganhos descritos acima, esse trabalho para a RSL desta pesquisa.

Desse modo, finaliza-se a RSL realizada de acordo com os pressupostos teóricos metodológicos de Costa (2014), Paula, Rodrigues e Silva (2016) e Kitchenham (2004) que a subsidiaram. Os dois trabalhos que serão apresentados no Quadro 12 não estão entre os 85 encontrados na RSL, mas é importante a apresentação deles, pois ajudaram a delinear esta pesquisa.

Quadro 12- Trabalhos que complementam a RSL

Autores	Título do trabalho	Ano
Sandra Aparecida de Oliveira Coelho Paim	O Estado da Arte das pesquisas brasileiras sobre o letramento estatístico e probabilístico.	2019
Sashi Sharma	Definitions and models of statistical literacy: a literature review.	2017

Fonte: Dados da pesquisa

A dissertação de Paim (2019) foi de extrema importância para o desenvolvimento desta pesquisa, uma vez que se trata de um panorama geral do que tem sido realizado em termos de dissertações e teses no Brasil, envolvendo a literacia estatística e probabilística.

Inicialmente a autora conceitua o letramento, o letramento estatístico e o letramento probabilístico. É oportuno lembrar que a tradução do termo *literacy* também pode ser vista como letramento, e tem o mesmo valor de relevância quando usado literacia. Paim (2019) usou o termo letramento, mas se refere ao termo utilizado nesta pesquisa como literacia.

Para compor o conceito de letramento, a autora usa os trabalhos “Os significados do letramento” de Angela Kleiman (2008) e “Letramento e alfabetização: as muitas facetas” de Soares (2004). Paim (2019) faz essa conceituação, pois segundo a autora, baseada em Gal (2002, 2005), o uso do letramento estatístico e probabilístico está contido no uso do letramento. Ao trazer a definição de letramento estatístico, a autora se apoia nas contribuições de Gal (2002) e justifica a necessidade de trabalhar com este tema expondo e discutindo sobre as chamadas “margem de erro” pelos noticiários na eleição presidencial no Brasil em 2018. Outra questão que Paim (2019) recorre para dizer da urgência do exercício do letramento estatístico foram as “*Fake News*”, amplamente compartilhadas nas eleições de 2018, assim como os gráficos com erros tendenciosos, que também foram amplamente divulgados pela mídia nesta fase de concorrência às eleições de governos de estado e da presidência da república.

Logo após essa definição e justificativa sobre a literacia estatística, a autora descreve o modelo de Gal (2005) para a definição da literacia probabilística. Esse modelo é discutido nesta pesquisa no capítulo 3, semelhante ao que Paim (2019) faz em sua dissertação, descrevendo cada um dos elementos do conhecimento e disposicionais que compõem a literacia probabilística segundo Gal (2005).

Paim (2019) discorre logo em seguida sobre seis pesquisas que usam o letramento probabilístico, 20 pesquisas que usam o letramento estatístico e cinco que usam ambos. Essas pesquisas estão distribuídas no período de 2007 a 2018.

Dessa forma, a dissertação de Paim (2019) contribui de forma efetiva nesta pesquisa, pois mostra quais conceitos, habilidades, entre outras coisas, vêm sendo trabalhados no Brasil no período de 2007 a 2018 usando a literacia estatística e/ou probabilística, conceitos que compõem o quadro teórico adotado no capítulo 3 desta pesquisa.

O trabalho de Sharma (2017) é, como o próprio título já diz, uma revisão de literatura sobre as definições e modelos usados para a literacia estatística. O autor, já na introdução, aponta para as muitas definições de literacia estatística e para a falta de um consenso mundial

sobre a definição do termo. Nesse sentido, o trabalho de Sharma (2017) contribuiu para esta pesquisa quando trata do quadro teórico adotado no trabalho com a literacia estatística.

O trabalho também revisa os modelos de literacia estatística, e faz isso debruçado no modelo de Gal (2002), que foi apresentado nesta pesquisa no capítulo 3, e sobre o modelo de pensamento estatístico de Wild e Pfannkuch (1999). Como o foco desta pesquisa é o exercício da literacia estatística e probabilística, não foi usado o modelo de pensamento estatístico para a sua produção.

Outra contribuição do trabalho de Sharma (2017) para esta pesquisa é o modo como o autor descreve a construção da literacia estatística por um cidadão, quais são os conhecimentos e habilidades que devem ser colocados em evidência para que ele possa seguir para o exercício da literacia. Ao fazer essa indicação de possibilidades para o professor trabalhar com o aluno a criticidade presente na literacia, o autor traz exemplos de atividades e modos que elas podem ser trabalhadas. Embora as atividades sejam para o trabalho de Estatística, e esta pesquisa se preocupa com o ensino de Probabilidade para o exercício da literacia probabilística, ao analisarmos as contribuições e considerações de Sharma (2017), foi possível delinear as intervenções que poderiam ser interessantes para uma continuidade das discussões esperadas para a Experimentação.

Desse modo, o trabalho descrito, contribui para esta pesquisa em diversos aspectos acima citados, bem como os cinco trabalhos obtidos na RSL e a dissertação de Paim (2017) discutida anteriormente.

5 CONSTRUÇÕES E ANÁLISES A *PRIORI*

Nesta fase, seguindo os pressupostos da Engenharia Didática, definiremos as variáveis macrodidáticas e microdidáticas da pesquisa. Nas variáveis macrodidáticas delinearemos questões no cerne global da Engenharia Didática, as quais não dependem da vontade ou escolha da pesquisadora. Faz-se necessário retomar que professora e pesquisadora são a mesma pessoa nesta pesquisa, portanto será indicado pesquisadora quando se trata de questões sob a ótica da pesquisa, e professora, quando o olhar estiver voltado à relação constituída com os alunos.

Dentro das variáveis macrodidáticas será apresentada uma caracterização do meio onde a pesquisa foi realizada e, também, uma apresentação dos sete alunos que compõem a turma de segundo ano do Ensino Médio regular noturno, sendo todos participantes desta pesquisa. Essa preocupação com a identidade do meio e dos sujeitos, além de ser pautada na metodologia que foi adotada, também conversa com as definições para o exercício da literacia estatística e da literacia probabilística, que possuem o contexto como um dos elementos do conhecimento definido por Gal (2002, 2005).

Ainda neste capítulo, apresenta-se uma caracterização da Sequência Didática baseada em Zabala (1998) e Dolz, Noverraz e Schneuwly (2004) e, logo em seguida, a sequência didática elaborada, com base na caracterização, para ser trabalhada na experimentação, que levou em consideração assuntos que mais instigavam os alunos participantes da pesquisa.

Chamamos a atenção do leitor para os termos que serão utilizados: as tarefas serão os afazeres propostos dentro de cada atividade, sendo três o total de atividades que compõem a sequência didática.

Adianta-se aqui que cada atividade será (re) -formulada de acordo com os resultados obtidos/esperados da atividade anterior. Sendo esta reformulação, se necessária, definida como uma variável microdidática. Também é definido como variável microdidática as atitudes e caminhos para as respostas que esperamos dos alunos frente à sequência didática proposta e à quantidade de aulas que serão necessárias.

Assim, divide-se este capítulo em variáveis macrodidáticas, caracterização do conceito de sequência didática, construção da nossa sequência didática utilizada e, por fim, as variáveis microdidáticas.

5.1 VARIÁVEIS MACRODIDÁTICAS OU GLOBAIS

Considera-se como variáveis macrodidáticas aquelas as quais o pesquisador não pode interferir ou mudar. Nesta pesquisa, as variáveis macrodidáticas são: a escola escolhida para a implementação da pesquisa; a escolha da turma de segundo ano regular noturno do Ensino Médio; as habilidades escolhidas na BNCC (BRASIL, 2017) para o Ensino Médio e, a quantidade de alunos presentes nos dias que se deram os encontros da pesquisa.

O meio onde a pesquisa foi realizada é uma escola estadual do estado de Minas Gerais, na cidade de Juiz de Fora, onde a pesquisadora atua como professora regente de aulas no período noturno, com turmas de Ensino Médio regular e turmas de Educação para Jovens e Adultos. Esta escola foi escolhida pela pesquisadora por ser a escola onde ela se encontrava inserida, mesmo sendo esta inserção por meio de designação, processo seletivo que ocorre no estado de Minas Gerais, contratando professores e profissionais da área da educação para atuarem por determinado tempo nas escolas estaduais, ocupando cargos vagos ou realizando substituições. A designação nesta escola se deu no ano de 2019 todo, porém, a adesão da turma onde a pesquisa foi realizada ao contrato, começou em junho e foi até dezembro, finalizando o ano de 2019.

Esta escola está localizada em um bairro na zona nordeste de Juiz de Fora que possui cerca de 12 mil habitantes, a escola atende alunos do bairro e de bairros próximos, pois oferece ensino noturno para Ensino Médio e Educação de Jovens e Adultos.

As indicações da BNCC (BRASIL, 2017) pontua a temática de Probabilidade para o segundo ano do Ensino Médio. Assim, foi escolhida, dentre as turmas da professora-pesquisadora a turma de segundo ano regular do Ensino Médio noturno. Essa turma é composta, como já mencionado, por sete alunos matriculados e frequentes, porém a quantidade de alunos presentes em média é de cinco alunos, que fazem rodízio de falta sem combinação prévia.

O assunto “progressões” já havia sido ministrado previamente quando a turma foi assumida pela professora em junho. Logo em seguida, foi iniciada com os alunos a matéria de trigonometria e geometria espacial, que foram abordadas de formas alternadas dentro das três aulas semanais de Matemática. Quando a pesquisa foi aplicada, os alunos ainda não tinham sido expostos ao conceito de Probabilidade definido para o segundo ano do Ensino Médio regular. Essa escolha da pesquisadora pode ser justificada uma vez que foi admitido como dispositivo metodológico a Engenharia Didática, que contou com as quatro fases sendo desenvolvidas pelos alunos na fase da Experimentação da pesquisa. A primeira fase, usando o dispositivo metodológico contava com as análises preliminares, em que o conhecimento prévio de cada

aluno viria à tona. Esse momento será apresentado e explorado no capítulo seguinte, com mais detalhes.

Esses sete alunos serão chamados por pseudônimos, a saber: Gustavo, Jéssica, Luan, Mariana, Mário, Nayara e Rosa.

Ao ser recebida pela turma em junho, a professora percebeu ao longo das primeiras semanas que os alunos Luan, Marina, Mário e Nayara estavam em recuperação bimestral, tendo em vista que não possuíam um bom relacionamento com a Matemática. No estado de Minas Gerais, o aluno pode reprovar em, no máximo, três disciplinas e, ainda assim, ser aprovado para o ano seguinte, devendo essas três matérias. Esses alunos em questão não demoraram muito para dizer à professora, que tentava um estudo dirigido para a recuperação em questão, que já haviam decidido ficar com dependência na disciplina: *“Vamos ficar de dependência em matemática”* Fala de Marina, na aula de matemática voltada para a recuperação no mês de junho, em seu nome e em nome de seus colegas (Luan, Mário e Nayara) que estavam presentes naquele momento.

Salienta-se que o objetivo de expor esta fala é para situar o leitor do ambiente desta sala de aula e ao relacionamento que esta turma se encontrava em junho com relação à disciplina de Matemática. Serão relatados esses sentimentos expressos por eles em diversos momentos durante a fase da Experimentação, sempre no sentido de descrição das falas e sentimentos que eles expressam com relação à Matemática, montando um pano de fundo que conceitua também o elemento do conhecimento, contexto, descrito por Gal (2002, 2005) para a definição tanto de literacia estatística quanto de literacia probabilística, embora os resultados da Experimentação serão analisados à luz da segunda.

Os alunos Gustavo, Jéssica e Rosa possuíam uma relação amigável com a Matemática, como expressa por Gustavo: *“Eu não gosto de Matemática, mas eu consigo”*. Jéssica compartilhou da opinião de Gustavo nesta fala; já Rosa apontou gostar da disciplina, mas disse que não faria um curso superior que envolvesse exatas.

As habilidades indicadas para o segundo ano do Ensino Médio na temática de Probabilidade e Estatística na BNCC (BRASIL, 2017) são mostradas no Quadro 13 a seguir:

Quadro 13- Habilidades em probabilidade e estatística para o segundo ano do ensino médio

PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA	
Descritores	Habilidades
(EM13MAT102)	Analisar tabelas, gráficos e amostras de pesquisas estatísticas apresentada sem relatórios divulgados por diferentes meios de comunicação, identificando, quando for o caso, inadequações que possam induzir a erros de interpretação, como escalas e amostras não apropriadas.
(EM13MAT202)	Planejar e executar pesquisa amostral sobre questões relevantes, usando dados coletados diretamente ou em diferentes fontes, e comunicar os resultados por meio de relatório contendo gráficos e interpretação das medidas de tendência central e das medidas de dispersão (amplitude e desvio padrão), utilizando ou não recursos tecnológicos.
(EM13MAT310)	Resolver e elaborar problemas de contagem envolvendo agrupamentos ordenáveis ou não de elementos, por meio dos princípios multiplicativo e aditivo, recorrendo a estratégias diversas, como o diagrama de árvore.
(EM13MAT311)	Identificar e descrever o espaço amostral de eventos aleatórios, realizando contagem das possibilidades, para resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo da probabilidade.
(EM13MAT106)	Identificar situações da vida cotidiana nas quais seja necessário fazer escolhas levando-se em conta os riscos probabilísticos (usar este ou aquele método contraceptivo, optar por um tratamento médico em detrimento de outro etc.).
(EM13MAT312)	Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de probabilidade de eventos em experimentos aleatórios sucessivos.
(EM13MAT316)	Resolver e elaborar problemas, em diferentes contextos, que envolvem cálculo e interpretação das medidas de tendência central (média, moda, mediana) e das medidas de dispersão (amplitude, variância e desvio padrão).
(EM13MAT406)	Construir e interpretar tabelas e gráficos de frequências com base em dados obtidos em pesquisas por amostras estatísticas, incluindo ou não o uso de <i>softwares</i> que inter-relacionem estatística, geometria e álgebra.
(EM13MAT407)	Interpretar e comparar conjuntos de dados estatísticos por meio de diferentes diagramas e gráficos (histograma, de caixa (<i>box-plot</i>), de ramos e folhas, entre outros), reconhecendo os mais eficientes para sua análise.
(EM13MAT511)	Reconhecer a existência de diferentes tipos de espaços amostrais, discretos ou não, e de eventos, equiprováveis ou não, e investigar implicações no cálculo de probabilidades.

Fonte: BRASIL, 2017, p. 547.

Considera-se como variáveis macrodidáticas as habilidades EM13MAT106 e EM13MAT511 descritas no Quadro 13. Os esforços reunidos nesta pesquisa, apontam para o desenvolvimento da habilidade descrita pela BNCC (BRASIL, 2016, p. 547) no que diz respeito a “Identificar situações da vida cotidiana nas quais seja necessário fazer escolhas levando-se em conta os riscos probabilísticos (usar este ou aquele método contraceptivo, optar por um tratamento médico em detrimento de outro etc.).”

Entende-se que levar os alunos a exercer a literacia probabilística seja uma forma de lidar com esta habilidade sugerida pelo documento oficial citado.

No desenvolvimento das tarefas propostas dentro de cada atividade da sequência didática, tem-se por objetivo que apareça a habilidade “Reconhecer a existência de diferentes

tipos de espaços amostrais, discretos ou não, e de eventos, equiprováveis ou não, e investigar implicações no cálculo de probabilidades ” (BRASIL, 2016, p. 547).

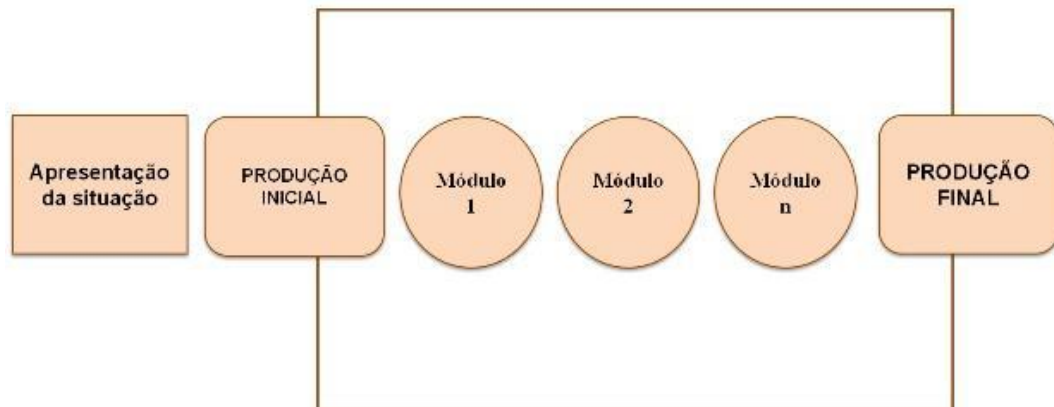
A carga horária semanal e o modo como as aulas estão distribuídas pela escola, sendo uma aula na segunda e duas aulas geminadas na quinta, são consideradas variáveis macrodidáticas, uma vez que não pode ser alterada pela pesquisadora.

Por fim, considera-se também como variável macrodidática a quantidade de alunos presentes durante os encontros determinados para a fase da Experimentação. Todos os sete alunos que compõem o segundo ano regular do Ensino Médio noturno participaram desta pesquisa, com seus nomes guardados por pseudônimos já apresentados anteriormente, mas, com relação à frequência de cada aluno, entende-se que não é passível de controle, caracterizando assim a última variável macrodidática.

5.2 CARACTERIZAÇÃO DE UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

A Sequência Didática, SD, como um mecanismo metodológico para o trabalho em sala de aula foi criada em Genebra. Os pesquisadores suíços Dolz, Noverraz e Schneuwly (2004) com o objetivo de trabalhar gêneros textuais com os alunos, de forma a fazê-los, seguindo um procedimento metodológico, diante de um conhecimento não dominado, ou não completamente dominado e, a partir de algumas oficinas ao longo da sequência, poder desenvolver a escrita deste determinado gênero textual proposto, propuseram um diagrama, Figura 2, que ilustra a operacionalidade desse mecanismo:

Figura 2 – Sequência Didática.



Fonte: DOLZ; NOVERRAZ; SCHNEUWLY, 2004, p. 64.

Embora a sequência didática como dispositivo metodológico tenha sido usada por Dolz, Noverraz e Schneuwly (2004) com o objetivo de estudar gêneros textuais, entende-se que na perspectiva da Educação Matemática, a SD é pertinente, uma vez que pode ser adaptada pelo professor em sala de aula, dependendo dos resultados que vai obtendo em cada atividade proposta, tendo em vista o seu objetivo definido.

Neste contexto, é trabalhado nesta pesquisa a Sequência Didática como um “conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais que têm um princípio e um fim conhecidos tanto pelo professor como pelos alunos” (ZABALA, 1998, p. 18).

Para Zabala (1998), a classificação de Sequência Didática acima é o que a diferencia das outras diversas metodologias. Ao definir o que é uma SD, este autor traz quatro unidades didáticas como exemplo, das quais discorreremos a seguir, para que o conceito fique mais claro e que sejam conhecidos os seus objetivos.

Quadro 14 - Unidade didática 1

1. Comunicação da lição; 2. Estudo individual sobre o livro-texto; 3. Repetição do conteúdo aprendido; 4. Prova ou exame; 5. Avaliação
--

Fonte: Zabala (1998, p. 64)

A unidade 1, Quadro 14, que propõe uma SD, segundo Zabala (1998), trabalha com conteúdos conceituais e se tem por objetivo principal, por parte dos professores, que os alunos saibam aquele determinado conhecimento.

Quadro 15 - Unidade didática 2

1. Apresentação por parte do professor ou professora, de uma situação problemática; 2. Busca de soluções; 3. Exposição do conceito ou algoritmo; 4. Generalização; 5. Aplicação; 6. Exercitação; 7. Prova ou exame; 8. Avaliação
--

Fonte: Zabala (1998, p. 67)

Na proposta de SD da unidade 2, Quadro 15, Zabala (1998) mostra que o objetivo principal é que os alunos saibam fazer os algoritmos e reconheçam os conteúdos associados a eles.

Quadro 16 - Unidade didática 3

1. Apresentação por parte do professor ou da professora de uma situação problemática em relação a um tema; 2. Diálogo entre professor ou professora e alunos; 3. Comparação entre diferentes pontos de vista; 4. Conclusões; 5. Generalizações; 6. Exercícios de memorização; 7. Prova ou exame; 8. Avaliação

Fonte: Zabala (1998, p. 70)

Na unidade 3, Quadro 16, ao ser utilizada em uma SD, pretende-se que os alunos identifiquem os temas propostos, saibam fazer diálogos expondo suas opiniões sobre o tema trabalhado e que sejam participativos e respeitosos nesses diálogos (ZABALA, 1998).

Quadro 17 - Unidade didática 4

1. Apresentação por parte do professor ou da professora de uma situação problemática em relação a um tema; 2. Proposição de problemas ou questões; 3. Explicitação de respostas intuitivas ou suposições; 4. Proposta das fontes de informação; 5. Busca de informação; 6. Elaboração de conclusões; 7. Generalização das conclusões e síntese; 8. Exercícios de memorização; 9. Prova ou exame; 10. Avaliação
--

Fonte: Zabala (1998, p. 72)

Por fim, para Zabala (1998), na unidade 4, Quadro 17, os alunos controlam o ritmo da sequência, atuando constantemente e utilizando uma série de técnicas e habilidades, sendo expostos a situações conflituosas, sejam de ordem pessoal ou social, as quais precisam resolver.

Considerando as unidades de conhecimento propostas acima, e tendo como objetivo a tomada de decisão dos alunos, foi optado pela unidade 4, mas concorda-se com Zabala (1998), que as unidades didáticas mostradas acima não são a única forma de trabalho que pode ser adotada pelo professor, uma vez que elas podem ser fundidas, pode-se excluir alguma questão etc. Cada professor faz de acordo com a realidade da sua sala de aula e com o objetivo que julga conveniente naquele determinado momento.

Mas, utilizando qualquer que seja a unidade didática para a elaboração de uma Sequência Didática, alguns questionamentos devem estar claros para o professor:

Na sequência didática existem atividades que:

- a) nos permitam determinar os *conhecimentos prévios* de cada aluno em relação aos novos conteúdos de aprendizagem?
- b) cujos conteúdos são propostos de forma que sejam *significativos funcionais* para os meninos e as meninas?
- c) possamos inferir que são adequadas ao *nível de desenvolvimento* de cada aluno?
- d) representem um desafio alcançável para o aluno, quer dizer, que levam em conta suas competências atuais e as façam avançar com a ajuda necessária; portanto, que *permitam criar zonas de desenvolvimento proximal* e intervir?
- e) provoquem um *conflito cognitivo* e promovam a *atividade* mental do aluno, necessária para que estabeleça relações entre os novos conteúdos e os conhecimentos prévios?
- f) promova uma *atitude favorável*, quer dizer, que sejam motivadoras em relação à aprendizagem dos novos conteúdos?
- g) estimulem a *autoestima* e o *autoconhecimento* em relação às aprendizagens que se propõem, quer dizer, que o aluno possa sentir que em certo grau aprendeu, que seu esforço valeu a pena?
- h) ajudem o aluno a adquirir habilidades relacionadas com o *aprender a aprender*, que lhe permitam ser cada vez mais autônomo em suas aprendizagens? (ZABALA, 1998, p. 63 e 64, *grifos do autor*)

Deste modo, conhecendo as fases da SD ela pode cumprir seu papel como dispositivo metodológico que tem por objetivo desenvolver determinado conhecimento com os alunos de forma não estática e,

portanto a identificação das fases de uma sequência didática, as atividades que a conformam e as relações que se estabelecem devem nos servir para compreender o valor educacional que têm, as razões que a justificam e a necessidade de introduzir mudanças ou atividades novas que a melhorem. Assim, pois, a pergunta que devemos fazer, em primeiro lugar, é se esta sequência e mais ou menos apropriada e, por conseguinte, quais são os argumentos que nos permitem fazer esta avaliação. (ZABALA, 1998, p.55)

Na próxima seção, é apresentada a sequência didática elaborada para esta pesquisa. Esta sequência didática foi se delineando com base nos estudos realizados pela professora regente da turma enquanto pesquisadora, mas também foi tomando forma com a sensibilidade da professora, que em sala de aula, na turma onde foi realizada a Experimentação, percebeu assuntos que mais interessavam a seus alunos. Desse modo, foi criada uma sequência didática que trata de temas relacionados à formação acadêmica ou profissional e à possibilidade de conseguir um emprego, levando à tomada de decisão, sempre baseados em resultados probabilísticos. Os cursos de graduação, e as qualificações técnicas que estarão presentes na SD criada, são cursos que agradam aos alunos, cursos dos quais eles gostariam de fazer.

5.3 A SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Nesta sequência didática será usado o termo atividade para designar cada uma das propostas feitas aos alunos. Dentro de cada atividade serão dadas tarefas aos alunos, que é o que se deve fazer de fato dentro de cada atividade.

Esta sequência didática é composta por três atividades. Como já posto, os resultados obtidos nas tarefas da atividade 1 ditarão o ritmo da atividade 2, que pode ser alterada levando em conta as variáveis microdidáticas previamente definidas. Destacamos que a sequência didática apresentada a seguir é aquela que já foi reformulada de acordo com cada aplicação e análise.

Atividade 1

Observe a seguinte situação:

Na sua escola há 146 alunos no turno da manhã, 168 no da tarde e 82 no noturno. Considere que em uma atividade comemorativa, como a Festa da Primavera, em um sábado letivo, havia 356 alunos, inclusive você. Durante este evento, a diretora anunciou que iria selecionar, aleatoriamente, um aluno da escola para representar a Comissão dos Estudantes da Escola Pública do Estado de Minas Gerais.

Agora, reflita sobre as tarefas abaixo e responda:

Tarefa 1. Quantas são as possibilidades de escolha da diretora para representar a escola nesta comissão?

Tarefa 2. Como você chegou neste número?

Tarefa 3. Você sugeriria outra forma de escolher?

Tarefa 4. Qual é a sua chance de ser escolhido?

Tarefa 5. Como você interpreta esta chance (sua)?

Atividade 2

Considere a seguinte situação: Uma empresa está oferecendo 3 vagas para diferentes funções. Os candidatos para essas 3 vagas devem participar do processo seletivo, que consiste em uma prova com 10 questões de Matemática básica, e uma redação em que o candidato descreve o porquê deve ser contratado.

Sabendo que as vagas são para Gestor de Recursos Humanos, Analista de Sistemas e Administrador em nível técnico, pense sobre as tarefas e tente responder cada uma delas.

Tarefa 1. Supondo que você pode se inscrever para todas as vagas, quantas são as suas possibilidades?

Tarefa 2. Sabendo que há 12 pessoas pleiteando a vaga de Recursos Humanos, determine qual a probabilidade de uma delas conseguir a vaga.

Tarefa 3. Sabendo que há 15 pessoas pleiteando a vaga de Analista de Sistemas, determine qual a probabilidade de uma delas conseguir a vaga.

Tarefa 4. Sabendo que há 12 pessoas pleiteando a vaga de Administrador, determine qual a probabilidade de uma delas conseguir a vaga.

Tarefa 5. Após pensar sobre as probabilidades de conseguir uma vaga para cada profissão acima, e sabendo que você pode se inscrever em qualquer uma delas, qual você escolhe? Justifique a sua escolha.

Atividade 3

Observe a situação a seguir e, a partir dela, realize as tarefas propostas:

Considere esta situação hipotética: "A faculdade que você deseja cursar a graduação oferece um bolsão (uma prova para ganhar descontos variados na mensalidade) todos os anos. Neste ano, o bolsão oferecerá 20 bolsas para o curso que você deseja fazer, sendo: 10 bolsas de 20%, 4 bolsas de 30%, 3 bolsas de 40%, 2 bolsas de 50%, 1 bolsa de 70%.

Considere que a mensalidade da faculdade caberá no seu orçamento com folga se você conseguir a bolsa de 70%. Mas se você conseguir o desconto abaixo de 30% não será possível pagar a mensalidade.

Tarefa 1. Quais as possibilidades que você tem para fazer este curso?

Tarefa 2. Qual a probabilidade de conseguir um desconto de 70%, sabendo que 100 pessoas farão o bolsão para as 20 bolsas oferecidas?

Tarefa 3. As possibilidades são as mesmas para todas as 100 pessoas? Justifique.

Tarefa 4. A probabilidade de conseguir o desconto de 70% é a mesma para as 100 pessoas?

Tarefa 5. Após pensar nas tarefas acima, e nas probabilidades e, sabendo que ainda faltam 3 meses para a realização da prova, você pode tomar alguma decisão que aumente as suas chances? Se sim, quais? Se não, justifique.

5.4 VARIÁVEIS MICRODIDÁTICAS OU LOCAIS

Para a definição das variáveis microdidáticas ou locais seguindo os pressupostos defendidos por Almouloud (2007), é importante notar que

para garantir, minimamente, o alcance desses objetivos, o pesquisador ou o construtor de situações-problema necessita escolher as variáveis didáticas que podem provocar as mudanças desejadas, no que diz respeito ao processo de ensino e de aprendizagem do objeto matemático em jogo (ALMOULOU, 2007, p. 174).

Dessa forma, as variáveis microdidáticas que se coloca ênfase são: os caminhos para as respostas percorridos pelos alunos nas tarefas propostas dentro de cada atividade da sequência didática; as possíveis reformulações das atividades diante das respostas expressas pelos alunos e a quantidade de encontros a serem utilizados para a realização desta pesquisa.

A seguir, coloca-se todas as intenções e possibilidades de respostas às atividades da sequência didática previamente vistas tanto pela pesquisadora enquanto tal e enquanto professora. Destaca-se que essas respostas, apresentadas aqui nas Construções e Análises *a Priori*, serão confrontadas com as repostas dos alunos (obtidas na Experimentação) nas Análises *a Posteriori* e Validação da Hipótese, seguindo assim, os pressupostos da metodologia adotada. Aponta-se que inclusive, as respostas dadas pelos alunos podem fugir destas possibilidades apresentadas a seguir, o que de qualquer modo, trará uma boa discussão conversando sempre com a literacia probabilística.

5.4.1 Possibilidades de Resposta e Intenções da Professora - Pesquisadora na Atividade 1

Na tarefa 1, espera-se que o aluno responda 394 possibilidades, pois é enunciado que a escola possui (adicionando a quantidade de alunos dos três turnos) 394 alunos. Embora ainda se anuncia que 356 alunos estavam presentes na Festa da Primavera, a tarefa pergunta quantas formas a diretora pode escolher um aluno da escola e não um aluno entre os presentes.

Começando a Sequência Didática, que por natureza é gradativa, verifica-se que a tarefa 1, tem por objetivo atentar o aluno ao enunciado. Embora essa tarefa possa parecer simples para o leitor, acredita-se que a literacia probabilística é parte da literacia geral (GAL, 2005), que inclui a leitura atenciosa para o seu exercício. Desse modo, defende-se que para que o aluno possa interpretar informações, ele precisa, antes de qualquer coisa, ler com atenção o que está sendo exposto naquele determinado momento.

Conversando com esta ideia, como já mostrado na revisão sistemática de literatura, o trabalho de Ody e Vialle (2016) aponta para a necessidade de uma literacia geral, incluindo a leitura, para o exercício da literacia estatística, neste caso aqui, para a probabilística.

No caso da tarefa 2, os alunos precisam responder como pensaram no número da tarefa 1. Esta tarefa foi pensada para levar o aluno a considerar, mais uma vez, o que se pede na tarefa 1. A ideia é que ele possa verificar o seu acerto ou, caso não tenha seguido para o caminho correto, ao reler a questão perceba que o enunciado diz sobre a escolha de um aluno da escola e não um aluno presente no momento da festa.

Esta retomada é feita, para que nas análises a posteriori e validação da hipótese o aluno possa perceber, caso não o faça na tarefa 1 ou 2, o que o enunciado pede de fato. Nesta tarefa é dado ao aluno uma chance de rever sua resposta anterior, o que depois será discutido pela pesquisadora que nem sempre essa outra chance de análise pode acontecer.

Essa tarefa é o segundo “passinho” na estrutura gradativa da sequência didática, dizendo mais uma vez sobre a necessidade de atenção à leitura quando se está diante de um enunciado que lhe pede atitudes.

Seguindo para a tarefa 3, pede-se que o aluno, se puder, sugira um modo diferente de escolha de um representante da escola pela diretora. O esperado é que o aluno fale de algum conhecimento prévio que ele possa ter, alguma possibilidade de exemplo de escolhas que ele já tenha presenciado em algum momento de sua vida ou alguma ideia que a pesquisadora não é capaz de controlar e explicitar neste momento que antecede à Experimentação como, por exemplo, uma ideia dos alunos de uma possível preferência da diretora.

Entende-se que esse tipo (ou outros) de questões poderiam vir à tona nesta tarefa, pois os alunos são convidados a pensar em modos de escolher ao acaso uma pessoa entre todos os alunos da escola. Assim, deixa-se esse convite de forma aberta.

Observe que neste momento, ao chamar os conhecimentos prévios dos alunos que poderiam vir aguçados de imaginação quanto à escolha da diretora, aumenta o grau de envolvimento com a atividade 1.

Na tarefa 4, o aluno é convidado a pensar sobre a sua chance de ser escolhido. Neste momento há uma subida de grau na sequência didática. O aluno pode responder diversas coisas, entre elas ele pode mensurar essa chance dizendo que é pequena, grande, impossível, possível, entre outras. Ele estaria trazendo os elementos disposicionais da literacia probabilística (GAL, 2005), como os seus sentimentos pessoais com relação à probabilidade de ocorrência de um evento, se estivesse considerando chance e probabilidade como sinônimos.

Desse modo, outro quesito importante nesta tarefa é a linguagem, terceiro elemento do conhecimento de Gal (2005). A pergunta sobre a chance é proposital, pois quer saber do aluno se ele considera chance e probabilidade como sinônimos. Se ele considerar, pode acontecer de fazer um cálculo que expresse a sua chance (considerado por ele, probabilidade). Esse cálculo se trata da probabilidade clássica, que usaria 1 em 394, resultando em uma chance (probabilidade) de 0,25%.

É oportuno esclarecer que, assim como Watson (2006), não é considerado nesta pesquisa chance e probabilidade como sinônimos. Concordamos com essa autora que afirma que “muitos documentos curriculares adotam como uma aproximação da probabilidade o termo chance, para distinguir aspectos mais intuitivos e experimentais deste tópico do estudo da Probabilidade baseada nos espaços amostrais” (WATSON, 2006, p.128). Assim, considerando essa possível associação por parte dos alunos, esta tarefa foi construída justamente para trazer à tona o entendimento dos alunos sobre a linguagem da Probabilidade, tema importante para o exercício da literacia probabilística com a ideia de que chance e probabilidade não são sinônimos. Admite-se nesta pesquisa que chance é uma probabilidade intuitiva, funcionando com um palpite, como se observa na afirmação abaixo:

Entende-se então que a chance seria um palpite, uma intuição do valor provável de ocorrência de um evento, e a probabilidade seria a quantificação da chance já utilizada a linguagem apropriada da Probabilidade, qual seja, por exemplo, espaço amostral, probabilidade clássica ou laplaciana, probabilidade frequentista. (KATAOKA; DA SILVA; CAZORLA, 2014, p. 43)

Como já esperado, esses resultados são analisados pela professora nas análises a posteriori e validação da hipótese dos alunos e pela pesquisadora nas *Análises a Posteriori e Validação da Hipótese* da pesquisa.

Para a tarefa 5, o aluno é convidado a pensar sobre suas chances. Seria igual a chance para todos os alunos? Qual é a palavra do enunciado que o faz pensar assim? Nesta questão espera-se trazer o elemento do conhecimento aleatoriedade para a conversa, uma vez que a escolha da diretora é totalmente aleatória. Saber se os alunos compreendem esse termo, apelando para a linguagem da Probabilidade mais uma vez.

Espera-se que o termo “mesma chance” apareça em algum momento desta tarefa, mostrando que a chance de ser escolhido, embora pequena, é a mesma para todos. E dessa forma, objetiva-se com esta tarefa a explicitação dos elementos de disposição crenças e sentimentos pessoais.

A tarefa 5 fecha a atividade 1, que inicia com tarefas mais simples e vai aumentando o nível de exigência dentro da literacia probabilística trazendo para a discussão temas que a compõem. Salienta-se, que mesmo que esses temas não sejam apresentados pelos alunos, como é esperado pela pesquisadora nestas Construções e Análises *a Priori* da pesquisa, eles serão trabalhados com os alunos após a realização da experimentação em suas análises a posteriori e validação da hipótese.

5.4.2 Possibilidades de Resposta e Intenções da Professora - Pesquisadora na Atividade 2

A tarefa 1 da atividade 2, foi elaborada com o objetivo de familiarizar os alunos com a linguagem, terceiro elemento do conhecimento da literacia probabilística. O objetivo aqui é que os alunos percebam o que é possibilidade, e nas suas análises a posteriori e validação da hipótese, confrontem o significado da palavra probabilidade com possibilidade, chegando à conclusão de que não é a mesma coisa. Para a resposta, considera-se correto que os alunos respondam que eles possuem três possibilidades, uma vez que é considerado que eles podem se inscrever nas três vagas oferecidas. Vale salientar mais uma vez que nesta parte do texto são colocadas as respostas esperadas pela pesquisadora, mas tem-se consciência de que elas podem não aparecer e que, inclusive, outras respostas podem alimentar mais ainda uma discussão nas Análises *a Posteriori* e Validação da Hipótese (dos alunos e da pesquisa), sendo um ganho talvez maior, para a pesquisa e para os alunos.

As tarefas 2, 3, e 4 da atividade 2 foram ajustadas, como já esperado com base na caracterização de uma Sequência Didática, pois observou-se que os alunos não lembravam como se fazia o cálculo de probabilidade clássica quando a tarefa 4 da atividade 1, foi realizada por alguns seguindo esse viés ao fazer a confusão com a palavra chance como sinônimo de probabilidade.

Nestas tarefas (2, 3 e 4), a pesquisadora esperava que os alunos pudessem responder de algumas formas: ao serem questionados sobre a probabilidade de conseguir a vaga, eles poderiam pensar em uma vaga dividida pela quantidade de concorrentes. Pensando dessa forma, pode-se imaginar que eles estariam considerando que cada pessoa que concorre a uma vaga, tenha a mesma chance de conseguir, ou seja, este evento seria aleatório e o espaço amostral seria equiprovável. Outra possível forma de pensar, por parte dos alunos pode ser a de que: como não é um sorteio ou uma escolha aleatória como foi a escolha da diretora na atividade 1, a probabilidade clássica seria suficiente, pois cada concorrente poderia expressar uma condição ao fazer a prova de matemática e a redação.

A ideia da pesquisadora é que os alunos possam perceber, e se não o fizerem, isso será retomada nas análises a posteriori e validação da hipótese, que este evento não é de natureza aleatória. Existe uma possibilidade de um desses alunos estar melhor preparado e se sair melhor nas provas de seleção, evocando a habilidade da BNCC (BRASIL, 2017) de verificação de que nem todos os espaços são equiprováveis, definida nesta pesquisa como variável macrodidática.

Outra questão que a professora desejava nas concepções desta tarefa é que pudesse vir à tona a verificação por parte dos alunos (o que será frisado durante as análises a posteriori e validação da hipótese) que as habilidades apreendidas na escola se fazem importantes em seleções de emprego. Ao colocar as questões de matemática e redação, propositalmente, os alunos serão levados a verificar a importância dessas duas disciplinas (Português e Matemática) e também serão instigados a pensar o porquê de ser apenas essas duas disciplinas na maioria das vezes cobradas em seleções de empresas por meio de provas. As outras disciplinas não se fazem importante para o trabalho em uma empresa? Neste momento, questões como a criticidade presente na literacia probabilística, estatística e geral serão chamados para a discussão.

Para a tarefa 5, pede-se aos alunos que façam uma escolha. Perceba que neste momento eles precisarão tomar uma decisão baseados nas probabilidades que julgaram nas tarefas anteriores. Essas probabilidades podem ter sido estimadas como: chance, utilizando os termos, mais uma vez como sinônimos e consideradas de forma a mensurar como pequena, grande, etc.; podem ser consideradas como probabilidade clássica, em que todos os indivíduos possuem a mesma chance, justificando assim o uso desta abordagem, ou ainda, os alunos podem considerar uma análise de acordo com o possível preparo de cada candidato que irá concorrer com ele por meio de uma prova.

Ressalta-se que essas são as possibilidades levantadas nesta fase da Engenharia Didática, nas Construções e Análises *a Priori* da pesquisa, mas nada impede que os alunos possam anunciar respostas ou questionamentos que não tenham sido pensados *a priori*. Inclusive esses questionamentos podem ditar o ritmo da próxima atividade dentro da conceituação da Sequência Didática.

5.4.3 Possibilidades de Resposta e Intenções da Professora - Pesquisadora na Atividade 3

Na tarefa 1 da atividade 3, espera-se que os alunos tenham lido atentamente o enunciado. Não se espera que nesta tarefa esse seja um problema, uma vez que a atenção ao enunciado já foi trabalhada com os alunos nas tarefas 1 e 2 da atividade 1.

Com isso, espera-se que os alunos possam verificar as possibilidades que têm com relação à realização do curso de graduação na faculdade de seus sonhos. Como o enunciado deixa claro que para o aluno conseguir pagar a mensalidade, os descontos devem ser de 70%, 50%, 40% ou 30%, fazendo com que ele verifique quantas bolsas tem com esses descontos, que são 10. Ou seja, qualquer uma das 10 bolsas (1 com desconto de 70%, 2 com desconto de 50%, 3 com desconto de 40% e 4 com desconto de 30%) ajudam e dão condições (melhores ou piores) de que ele possa pagar a mensalidade da faculdade. Dessa forma, ele tem 10 possibilidades.

Mais uma vez recorre-se à linguagem da literacia probabilística, usando para tal, o significado de possibilidade. Alguns autores ainda apontam que o termo possibilidade por vezes é considerado pelos alunos como sinônimo de probabilidade, o que aponta um erro. Caso essa confusão seja verificada na experimentação, será discutida com os alunos nas análises a posteriori e validação da hipótese.

A próxima tarefa, tarefa 2, apela para alguns elementos do conhecimento e elementos disposicionais da literacia probabilística. Os alunos podem ignorar que as 100 pessoas para conseguir as 20 bolsas devam fazer uma prova, e então utilizar a probabilidade clássica para realizar esse cálculo, uma vez que a pergunta traz a palavra probabilidade. Desse modo, entende-se que os alunos não verificaram o que seria a aleatoriedade, que não se faz presente nesta seleção. Outra questão importante é o contexto que os alunos estão inseridos, se estão em um ambiente onde é natural estudar para futuros vestibulares ou não. Não é de interesse, nesta pesquisa, apoiar ou criticar o ensino nas escolas com vistas apenas às provas de seleção exteriores, o que se busca aqui é conversar com os alunos sobre esse possível uso dos estudos em provas externas, estimulando os conhecimentos e sentimentos pessoais a virem à tona, exercendo assim, a literacia probabilística.

Outra linha de raciocínio é a percepção de que não é possível, com os ferramentais matemáticos que eles podem possuir sobre Probabilidade (clássica, frequentista, subjetiva, geométrica) calcular a probabilidade de conseguir uma bolsa, uma vez que o espaço amostral não é equiprovável, ou seja, todos os 100 concorrentes, embora expostos à mesma prova, possuem chances (probabilidade intuitiva) diferentes.

Para a tarefa 3, se os alunos tiverem seguido o caminho da equiprobabilidade na tarefa anterior, pretende-se estimulá-los a pensar sobre a resposta dada, propositalmente deixando essa pergunta com a palavra possibilidade e não probabilidade. Desse modo, considera-se conversar com os alunos que possibilidade, mais uma vez, não é sinônimo de probabilidade,

Apelando para os elementos do conhecimento e disposicionais: incerteza, estimativa, contexto (conversas e sentimentos sobre provas externas), sentimentos pessoais, crenças e

questões críticas, pretende-se com esta pergunta levar os alunos a pensarem sobre o modo que estudam e como levam com seriedade ou não, os estudos na sala de aula. Outra questão importante que pode vir por parte dos alunos é a de que a avaliação pode não revelar de fato o que os candidatos sabem ou não, se esta tarefa não despertar essa questão, ela será levantada pela professora nas análises a posteriori e validação da hipótese.

A tarefa 4, é bem próxima à anterior, o que diferencia é que se pergunta agora sobre a única bolsa de 70% de desconto, e usa-se a palavra probabilidade. Espera-se que os alunos, neste nível da sequência didática não tentem calcular a probabilidade clássica, considerando que esta escolha seja aleatória, pois como já discutido na tarefa 2, ela não é. Todos os elementos que se espera aflorar na tarefa anterior, também pretende que se aflore nesta questão, continuando a discussão com os alunos no momento das análises a posteriori e validação da hipótese, mas tratando da diferença que existe entre as possibilidades e a probabilidade.

Por fim, e usando o vocabulário de aumento de chance, espera-se que a tarefa 5 leve os alunos à uma tomada de decisão. Uma das ideias desta tarefa é que os alunos possam perceber que precisam estudar constantemente. Como professora, percebe-se que os alunos não valorizam o estudo, a escola, embora eles expressem vontade de continuar os estudos em cursos técnicos ou faculdades, sendo justamente por isso, que se levantou esse tema para a sequência didática.

Concorda-se com Freire (2005) que a escola não é vista pelos alunos como um lugar onde haverá um conhecimento adquirido por eles, pelo contrário, do modo como estão dispostos o espaço escolar, currículos, avaliações, entre outras coisas, os alunos se sentem oprimidos naquele espaço que deveria ser um espaço de produção de conhecimento. Entende-se que este tema é muito complexo e que inclusive existem muitas pesquisas a respeito, mas faz-se necessário colocar a visão da pesquisadora/professora, pois esse assunto pode ser levantado por um dos alunos.

Com esta tarefa finalizamos a Atividade 3 e a sequência didática. Já se coloca que os alunos podem não corresponder às expectativas aqui mostradas, ou ainda, podem partir para outros caminhos, sendo esse o grande ganho da pesquisa, uma vez que a análise será realizada com eles pela professora na Experimentação usando a Engenharia Didática como dispositivo metodológico e também pela pesquisadora no âmbito da mesma Engenharia Didática como metodologia.

A seguir, serão tratados os procedimentos que dizem respeito à pesquisa propriamente dita, isto é, a fase da Engenharia Didática que envolve a participação efetiva dos alunos em sintonia com os pressupostos metodológicos devidamente articulados.

6 EXPERIMENTAÇÃO

Como já mencionado no capítulo 2, trataremos em minúsculo sublinhado as quatro fases da Engenharia Didática que compõem os procedimentos metodológicos dessa fase experimental, para diferir da metodologia da pesquisa que estruturou o trabalho em seu todo: análises preliminares, concepções e análises a priori, experimentação, análises a posteriori e validação da hipótese. Neste capítulo, descreveremos todas as fases, e analisaremos três delas, deixando a experimentação para ser analisada de forma aprofundada no próximo capítulo, de acordo com os pressupostos da metodologia adotada.

A escola onde a Experimentação foi realizada é uma escola pública, do estado de Minas Gerais, onde a pesquisadora atua como professora regente no período noturno.

A turma que fez parte desta pesquisa é, como já mencionado, do segundo ano do Ensino Médio e composta de 7 alunos matriculados, sendo que estavam presentes - em média - 5 alunos por dia. Desse modo, as atividades da sequência didática bem como as propostas para as análises preliminares, concepções e análises a priori e análises a posteriori e validação da hipótese dos alunos foram realizadas conforme as aulas aconteciam, com o *quórum* do dia, uma vez que a quantidade de alunos já havia sido considerada como variável macrodidática. Faz-se oportuno lembrar que os alunos serão chamados por pseudônimos: Gustavo, Jéssica, Luan, Mariana, Mário, Nayara e Rosa, durante todos os momentos que forem feitas referências a eles para que o leitor possa acompanhar as respostas de um mesmo aluno quando for necessário.

A Engenharia Didática (ARTIGUE, 1988; ALMOULOU, 2007) como procedimento metodológico foi trabalhada com os alunos presentes do primeiro dia da Experimentação da seguinte forma: para as análises preliminares houve uma explanação de seus conhecimentos prévios e, assim, foi escrito no quadro pela professora, e pedido aos alunos que respondessem em uma folha de papel o seguinte enunciado:

O que você entende por:

- Possibilidade
- Probabilidade
- Equiprovável

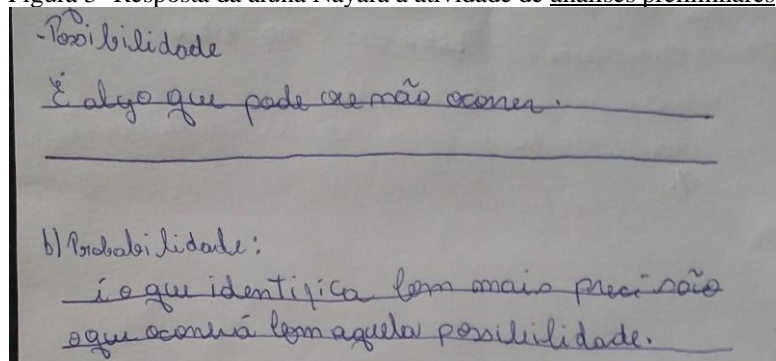
Neste encontro, 6 alunos estavam presentes - apenas Mário não estava. Os alunos preencheram com suas próprias palavras, mas alguns deles questionaram à professora-pesquisadora sobre as respostas corretas a serem dadas; percebeu-se uma necessidade de preencher de forma correta a folha que era para entrega. Observou-se que os alunos

consideravam que a forma correta era a que fosse considerada pela professora; havia essa dependência na relação aluno/professor, dependência essa que deveria ser sanada para fins da pesquisa.

Os questionamentos realizados pelos alunos foram ouvidos pela professora, que neste momento se posicionava como pesquisadora, e devolvidos em forma de novos questionamentos pois, na fase das análises preliminares, o interesse estava voltado para os conhecimentos prévios dos alunos, sem nenhuma interferência da autoridade considerada por eles em sala. Segundo Artigue (1988), as análises preliminares são uma explanação sobre o tema, um reconhecimento das dificuldades e conhecimentos prévios dos alunos sobre o objeto matemático em questão.

Dentre as respostas obtidas, algumas ganham ênfase, as quais serão discutidas mais adiante à luz da teoria neste texto adotada.

Figura 3- Resposta da aluna Nayara à atividade de análises preliminares.



Fonte: Dados da pesquisa.

A aluna Nayara expressa na Figura 3 que a possibilidade pode ocorrer ou não, mas coloca a probabilidade como uma possibilidade com “mais precisão”.

É oportuno trazer a referência de Watson (1996) quando define a probabilidade como uma quantificação da chance, utilizando para isso uma visão da probabilidade, seja ela clássica, frequentista, entre outras. Dessa forma, Nayara, ao se referir à probabilidade como uma possibilidade com mais precisão, nos leva a pensar sobre qual precisão esta aluna se refere. Ela usa a palavra possibilidade para explicar a probabilidade, o que era esperado, uma vez que os termos que descrevem o acaso são usados popularmente, mas quando no contexto da probabilidade, eles causam confusão, ainda mais porque alguns deles, não possuem o mesmo significado neste contexto, tal como visto no trabalho de Marocci e Nacarato (2013).

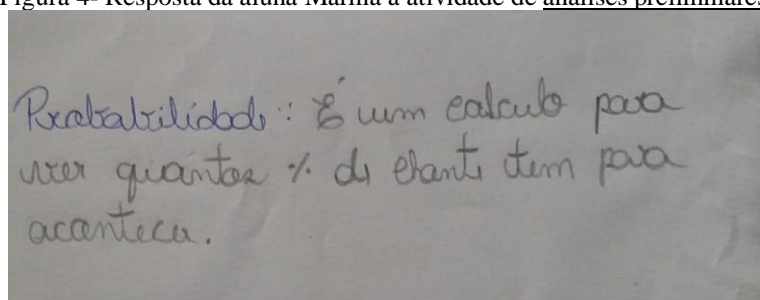
Para definir o conceito de possibilidade, Nayara fala sobre algo que pode ou não ocorrer. Desse modo, e reforçado em sala por ela, a aluna acredita que coisas podem ou não acontecer, e o que mede essa ocorrência ou não é a probabilidade, como verificada na fala da aluna:

“Possibilidade são *as coisas que pode* acontecer, probabilidade é quando a gente calcula como que pode acontecer, vou colocar isso aqui, *tá fêssora?* ”

A aluna Marina, ao responder o que era probabilidade, como mostra na Figura 4, logo a relaciona com porcentagem, o que mostra que pode ter sido apresentada a ela alguns tipos de representação, como a forma fracionária, decimal, mas a que mais lhe diz algo é a porcentagem. Não é possível tirar conclusões nesse momento, talvez mais adiante seja possível retomar a esta suspeita.

Mas, assim como a aluna Nayara, Marina traz de conhecimento prévio que a probabilidade é um cálculo que quantifica as chances de ocorrência de um evento. De acordo com as definições consideradas como corretas nesta pesquisa. Os tipos de cálculo que Marina se refere para a probabilidade ainda serão investigados mais adiante.

Figura 4- Resposta da aluna Marina à atividade de análises preliminares.



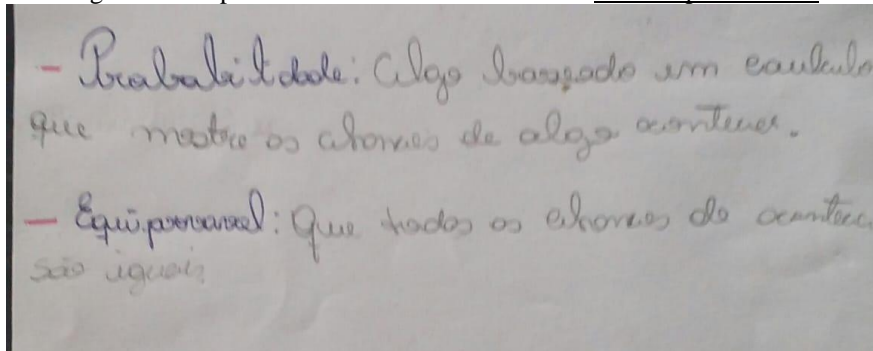
Fonte: Dados da pesquisa.

Essa aluna, ao escrever sobre os seus conhecimentos prévios acerca da palavra possibilidade coloca como uma coisa que pode ser possível de acontecer.

No mesmo caminho, a aluna Jéssica assume que a probabilidade é uma “coisa” que tem uma porcentagem de chance de ocorrência. Verifica-se aqui que as palavras sobre o acaso, sobre a probabilidade, não fazem parte dos conhecimentos prévios desta aluna, uma vez que ela ainda não pode expressar a probabilidade, precisando de uma palavra vaga como “coisa” para tentar chegar a uma definição, da mesma forma que ao descrever o que ela entende por possibilidade, a aluna usa a palavra possibilidade em sua descrição.

A aluna Rosa responde que a probabilidade é um cálculo que mostra as chances de algo acontecer, conforme mostra a Figura 5. Dessa forma, pode-se concluir que Marina e Rosa já tenham tido contato com alguma(s) abordagem(ns) da Probabilidade. Destaca-se aqui que o saber matemático da probabilidade é de fato muito importante, mas a falta da literacia probabilística (GAL, 2005) junto com este saber, tira as possibilidades de o aluno verificar a complexidade de um resultado probabilístico, como já apontado no quadro teórico.

Figura 5 - Resposta da aluna Rosa à atividade de análises preliminares

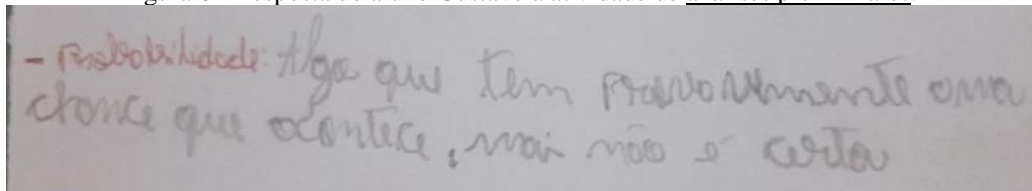


Fonte: Dados da pesquisa.

Gal (2005) argumenta que a probabilidade é uma percepção da oportunidade de ocorrer determinado evento e que esta oportunidade pode ser expressa via notação matemática, o que conversa com o escrito da aluna Rosa, Figura 5, assim como a resposta de Marina, Figura 4, quando logo relaciona a probabilidade com a porcentagem (notação matemática) de um determinado evento ocorrer.

O aluno Gustavo, Figura 6, usa a palavra ‘chance’ na definição que ele cria sobre probabilidade. Mas o que mais chama atenção é que ele registra que a probabilidade não é uma chance certa, ou seja, pode acontecer, mas não implica necessariamente que vá acontecer.

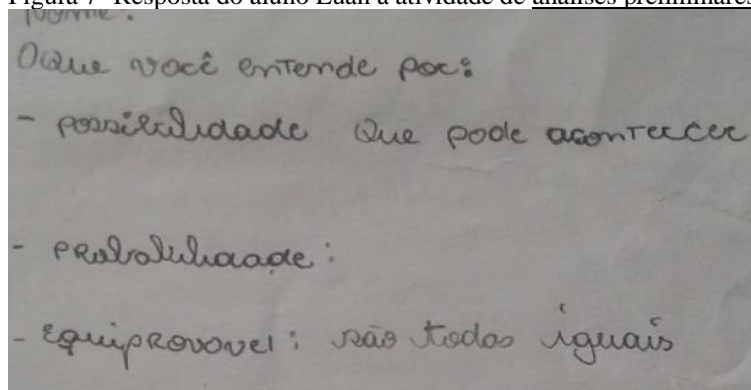
Figura 6 - Resposta do aluno Gustavo à atividade de análises preliminares.



Fonte: Dados da pesquisa.

Por fim, apresenta-se o registro do aluno Luan, Figura 7, que soube responder o que era equiprovável, o que era possibilidade, mas deixou em branco a palavra probabilidade.

Figura 7- Resposta do aluno Luan à atividade de análises preliminares.



Fonte: Dados da pesquisa.

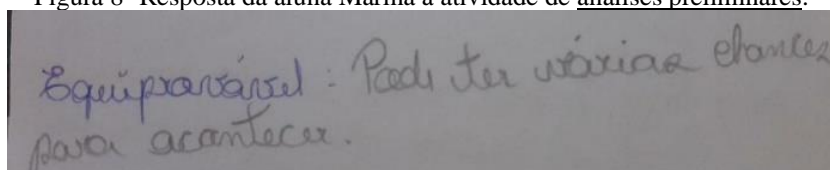
Quando Luan deixa em branco, Figura 7, o que ele entende por probabilidade, pode-se levantar a hipótese que ele nada sabe sobre o assunto, mas quando responde que equiprovável é tudo que apresenta chances iguais, essa hipótese fica ameaçada. Embora, o aluno tenha sido exposto ao conteúdo de Geometria Espacial anteriormente, e neste conteúdo, muito se falou sobre o prefixo “equi” que derivado do latim significa igualdade.

Chamamos atenção que a maioria dos alunos respondeu de forma correta o que venha a ser equiprovável (todos os eventos possuem a mesma chance de ocorrência), usando, claro, maneiras diferentes de expressar. Apenas a aluna Marina e a aluna Nayara, não souberam responder. Nayara registrou que nunca tinha ouvido falar de equiprobabilidade, o que pode sugerir que os alunos no ensino fundamental, algumas vezes, são expostos apenas a espaços equiprováveis, e como só opera naquele lugar de equiprobabilidade, nem ao menos se atentam às peculiaridades do espaço equiprovável, como afirma Coutinho (1994), citado no capítulo três.

O que se levanta é que, operando apenas na equiprobabilidade por meio da probabilidade clássica, nem se questione espaços que não são equiprováveis, uma vez que não se opera nos mesmos. Dessa forma, embora a equiprobabilidade seja utilizada em todo o tempo, não se percebe, pois nunca foi preciso sair dela para resolver ou dar conta dos problemas que foram propostos.

A aluna Marina responde que a equiprobabilidade pode ser várias chances de ocorrência como mostra a Figura 8.

Figura 8- Resposta da aluna Marina à atividade de análises preliminares.



Fonte: Dados da pesquisa.

Com esta atividade proposta pela professora, foi possível fazer um levantamento dos conhecimentos prévios dos alunos em relação a algumas palavras que dizem respeito à probabilidade, que serão retomadas mais adiante na sequência didática, na fase da experimentação. Como a palavra chance foi muito utilizada pelos alunos em suas respostas, após o recolhimento das fichinhas, quando os alunos apresentaram suas respostas, a pesquisadora resolveu perguntá-los, no início do segundo encontro, o que eles consideravam como chance.

Houve um silêncio. Luan, ao tentar descrever chance, usou a palavra chance para isso: “Chance é quando, tipo, tem chance de acontecer”.

A professora discutiu com os alunos que a palavra chance é usada coloquialmente para descrever o sentido intuitivo da probabilidade, que podemos desenvolver sobre um determinado assunto. Por exemplo, qual a chance de o Time de Regatas Flamengo, time carioca, ser campeão do Campeonato Brasileiro neste ano? Como na data, o time em questão estava praticamente com a “taça nas mãos”, os alunos responderam que era certo, ou a chance era alta.

Após essa conversa rápida sobre chance, a professora colocou a seguinte situação na lousa:

Todos os alunos do noturno foram reunidos no pátio para que a diretora possa escolher, ao acaso, um aluno para representar o turno na escola. Suponha que juntando todos os alunos hoje, tenhamos 76 alunos, vamos pensar:

- Quantas possibilidades a diretora possui para fazer a sua escolha?
- Todos os alunos possuem a mesma chance?
- Qual a probabilidade de você ser escolhido?
- Este espaço amostral é equiprovável?

Os alunos responderam oralmente e a professora foi discutindo com eles sobre os significados das palavras possibilidade, chance, probabilidade e equiprovável.

A professora discutiu com os alunos que a diretora possuía 76 possibilidades de escolha, uma vez que para ser escolhido bastava estar presente no pátio e lá havia 76 alunos. Uma escolha ao acaso, não leva em conta sentimentos pessoais da diretora, como preferência por algum aluno, por exemplo.

Do mesmo modo, todos os 76 alunos possuíam a mesma chance, uma vez que era uma escolha aleatória. A probabilidade de ser escolhido era de 1 para 76, ou 0,013, ou ainda 1,3%. Como todas as chances eram iguais e a escolha era aleatória, o espaço era sim, equiprovável.

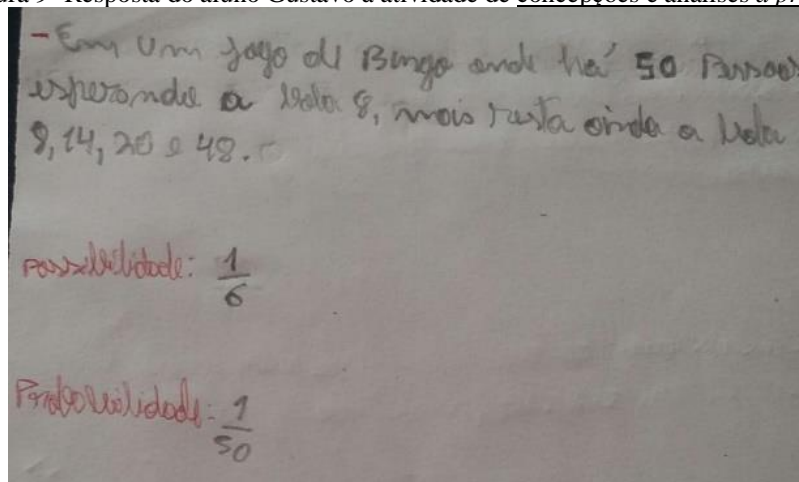
Neste encontro, se desenvolveu a segunda fase dos procedimentos metodológicos: as concepções e análises a priori. Chamamos atenção para este momento, pelo fato de que

utilizamos a palavra concepção e não mais construção, como usada na segunda fase da Engenharia Didática, na perspectiva da metodologia da pesquisa, onde foi referida a estrutura do trabalho e tendo em vista que foi também construída a sequência didática. Essa diferenciação é feita, pois, neste momento, nos procedimentos metodológicos da Experimentação são realizadas as concepções dos alunos acerca das palavras-chave consideradas importantes nas análises preliminares, para a realização da experimentação, bem como o levantamento por parte dos alunos das suas variáveis - espaços equiprováveis ou não, tipo de linguagem para o acaso, linguagem usada no cotidiano para o acaso confrontada com a linguagem usada dentro da temática de probabilidade, verificação da importância da probabilidade no cotidiano e nas tomadas de decisões - que serão confrontadas por eles próprios na última fase da Engenharia Didática como dispositivo metodológico.

Após a atividade proposta no quadro e discussão realizada com os alunos sobre as palavras evidenciadas nas análises preliminares, no segundo encontro, a professora devolveu aos alunos as respostas entregues na última aula, e pediu que no verso da folha eles escrevessem uma situação que relacionasse as palavras possibilidade, chance, probabilidade e equiprovável.

Estavam presentes neste dia 6 alunos, novamente com a ausência do aluno Mário. Destacamos a situação elaborada pelo aluno Gustavo (Figura 9) que usou a criatividade para criar uma nova situação, se baseando no exemplo da professora, porém, ao responder seu problema, mostrou que não tomou para si a concepção das palavras possibilidade e probabilidade.

Figura 9- Resposta do aluno Gustavo à atividade de concepções e análises *a priori*.

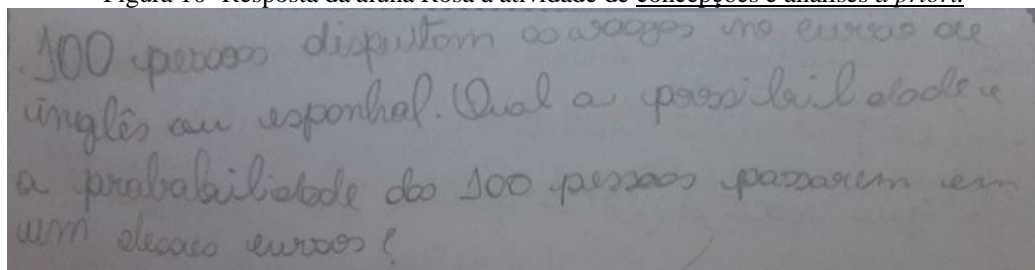


Fonte: Dados da pesquisa.

Observe que o aluno considera que há uma possibilidade de sair a bola 8, porém, faz uma confusão (Figura 9), considerando que o espaço amostral é de 50, sendo que 50 é a quantidade de pessoas e não de bolas que ainda restam para serem retiradas.

A aluna Rosa criou um problema que não se trata de uma escolha aleatória, mas sim de uma disputa por prova, como mostra a Figura 10.

Figura 10- Resposta da aluna Rosa à atividade de concepções e análises a priori.



Fonte: Dados da pesquisa.

Observe que a aluna considera que 100 pessoas conseguirem uma vaga seja uma aleatoriedade, mesmo que para conseguir a vaga a pessoa precise “disputar” por meio de uma prova. Essa questão proposta por Rosa se torna importante, pois com base nela, verifica-se que mesmo que Rosa possa ter respondido nas análises preliminares, que “equiprovável é quando todos têm a mesma chance de acontecer”, na situação que ela cria, ela não percebe que o espaço não é equiprovável, pois o espaço seriam as 100 pessoas, e cada uma delas tem uma chance diferente de conseguir a vaga. Embora se parta do pressuposto que todas as pessoas têm a mesma chance quando expostas a uma mesma prova, existem pessoas que tiveram acessos nulos, maiores ou menores com o determinado conhecimento que será cobrado nas questões que a compõem, bem como outros questionamentos quanto à prova ser ou não uma forma justa e igualitária de avaliar o conhecimento criado e/ou reapropriado pelo aluno. Não será tratada a fundo essa questão com relação à avaliação, pois não é o foco desta pesquisa, mas se faz necessário fazer esses apontamentos de forma breve no texto.

Os demais alunos fizeram problemas que se pareceriam demais com o exemplo posto pela professora, apenas mudaram os valores e o ambiente, que passou de escola para jogadores de um determinado esporte, pessoas na igreja, entre outras questões.

Após a elaboração desses problemas, a professora recolheu as atividades e conversou sobre cada uma, pedindo respostas aos alunos sobre todos os problemas. Neste momento, verificou-se que, com a fala dos colegas, o aluno Gustavo pôde perceber a confusão realizada com os conceitos de possibilidade e probabilidade, mas Rosa não percebeu a não equiprobabilidade de seu problema.

No terceiro encontro, ainda com vistas às concepções e análises a priori, a proposta da professora foi de criar uma situação de escolha, onde o espaço não fosse equiprovável, contribuindo na concepção dos alunos acerca das variáveis levantadas. Neste dia estavam presentes os alunos: Gustavo, Jéssica, Luan, Nayara e Rosa.

A cidade de Juiz de Fora, embora localizada em Minas Gerais, fica mais próxima da cidade do Rio de Janeiro do que da capital mineira Belo Horizonte, talvez isso explique a paixão dos juiz-foranos pelos times cariocas e/ou fluminenses. Como a turma é composta majoritariamente por flamenguistas, fez-se oportuno trabalhar com a seguinte situação para levantar com os alunos em suas concepções e análises a priori a ideia sobre os espaços equiprováveis e não equiprováveis.

Foi pedido aos alunos que escrevessem no quadro os nomes dos jogadores que compunham o time do Flamengo no ano de 2019. Os nomes foram aos poucos listados no quadro de acordo com o esquema tático utilizado pelo Flamengo no último jogo. Após a composição do time do Flamengo com os jogadores titulares e reservas do último jogo ser registrada pelos alunos no quadro, a professora fez algumas perguntas aos alunos. A seguir, apresentou-se as perguntas e as discussões, é importante salientar que os alunos listaram 2 goleiros e quanto aos atacantes, listaram 4.

Professora:

- Imaginem que os jogadores que vocês listaram no quadro ainda não foram escolhidos pelo técnico para o jogo de hoje. Dessa forma, o time será escolhido agora. Quantas possibilidades Jorge Jesus (que no momento da pesquisa era técnico do Flamengo) tem para escolher o goleiro titular?

Luan responde:

- Uai, ele tem 2 possibilidades porque tem 2 goleiros.

Jéssica, logo fala:

- Não, ele até tem 2 possibilidades, mas com certeza ele vai escolher o Diego Alves.

- Isso é mesmo, *fêssora*, então ele só tem uma possibilidade— aponta Luan, repensando sua fala.

Nayara já logo responde mais alto:

- Claro que não, Luan. Ele até tem que escolher o Diego Alves, mas ele tem 2 possibilidades sim, porque olha aí, ó, no lugar do goleiro tem 2 nomes - fala apontando para o quadro, já de pé próximo dele.

Rosa fala bem baixinho:

- Não entendo nada de futebol, mas com certeza que, se tem 2 goleiros que recebem salário e nem *tão* doente, ele tem 2 possibilidades para escolher.

Finalizando a discussão, a professora afirma que sim, Jorge Jesus possui 2 possibilidades, uma vez que existem 2 goleiros a sua escolha. Dito isto, a professora levanta mais uma discussão com a pergunta:

- Qual a chance que cada atacante tem para ser escolhido?

Os alunos falam juntos, e alguns mais altos que outros que a chance de Vitorino é pequena, a chance de Lincoln é zero e a chance do Bruno Henrique e Gabigol é certa.

Jéssica ainda complementa:

- A chance de escolher Bruno Henrique é 100%.

Sem discutir as respostas, a professora já lança mais uma pergunta:

- Todos os atacantes têm a mesma probabilidade de ser escolhido?

Luan se irrita:

-Claro que não *fêssora*, igual a gente já falou aí, Lincoln tem nem chance de ser escolhido.

Os alunos o acompanham, mostrando ser claro para eles que embora Jorge Jesus tenha mesmo 4 possibilidades para escolher 2 atacantes, a probabilidade de cada um ser escolhido como titular são muito distintas.

Após esta atividade realizada oralmente, a professora pede aos alunos que entrem em um consenso juntos e respondam as seguintes perguntas:

- Quantas possibilidades Jorge Jesus têm para escolher os atacantes titulares?
- Qual a chance que cada atacante tem para ser escolhido?
- Todos os atacantes têm a mesma probabilidade de ser escolhido?

Luan assume a fala após a discussão com seus colegas.

- O Jorge Jesus tem 4 chances. O Vitorino tem chance pequena *pra* ser escolhido, o Lincoln tem chance zero igual a gente já falou aí, e o Gabigol e o Arrascaeta têm chance grande. Ah! É com certeza. Chance certa..., existe isso? E cada um tem uma probabilidade diferente, mas o Arrascaeta e o Gabigol é 100%.

Ao verificar a resposta unificada dos alunos, a professora percebe que eles responderam como esperado por ela enquanto pesquisadora e os questiona com vistas à elaboração de uma hipótese de trabalho: se probabilidade e os conceitos sobre essa temática podem ajudar no dia a dia e na tomada de decisões cotidianas. A pergunta paira no ar, e essa era mesmo a intenção.

Quando os alunos começaram a responder, a pesquisadora pede que deixem para o final da Experimentação, que essa pergunta seja retomada por eles no último encontro. Finaliza-se assim o terceiro encontro que visou finalizar as concepções e análises *a priori*.

Desse modo, nos três encontros que se seguem, os alunos apenas responderam às tarefas propostas nas atividades, que compõem a sequência didática apresentada no capítulo anterior.

No primeiro encontro para a realização da primeira atividade da sequência didática, e já se conta o quarto encontro na Experimentação, estavam presentes 6 alunos, com a ausência de Luan.

Verificou-se uma dependência que os alunos tinham da professora porque eles apresentavam dúvidas o tempo todo em que a atividade 1 foi aplicada, e a todo momento chamavam a professora para que, com a ajuda dela, chegassem a uma resposta correta (considerada por eles e pela professora). Destaca-se esse comportamento da turma aqui, pois saltou aos olhos da pesquisadora, a necessidade que os alunos mostraram de entregar os resultados da atividade estando com as “respostas corretas”. Embora com essa demanda, a professora-pesquisadora pediu aos alunos que apenas respondessem, que levassem em conta os encontros anteriores, em que na realidade foi realizado com eles as duas primeiras fases da Engenharia Didática como dispositivo metodológico. A atividade 1 é enunciada da seguinte forma:

Observe a seguinte situação:

Na sua escola há 146 alunos no turno da manhã, 168 no da tarde e 82 no noturno. Considere que em uma atividade comemorativa, como a Festa da Primavera, em um sábado letivo, havia 356 alunos, inclusive você. Durante este evento, a diretora anunciou que iria selecionar, aleatoriamente, um aluno da escola para representar a Comissão dos Estudantes da Escola Pública do Estado de Minas Gerais.

Esta atividade é composta por 5 tarefas. Na primeira tarefa, como visto no capítulo anterior, tratava de possibilidades, mas a leitura atenta do enunciado era precisa para que o resultado fosse o correto.

Tarefa 1. Quantas são as possibilidades de escolha da diretora para representar a escola nesta comissão?

Todos os 6 alunos responderam que as possibilidades eram em um total de 396 alunos e já na tarefa 2, que pergunta como eles chegaram a este resultado na tarefa 1, todos também responderam que somaram os alunos de todos os turnos da escola, Figura 11.

Tarefa 2. Como você chegou neste número?

Figura 11- Resposta da aluna Marina à tarefa 2 da atividade 1 da sequência didática.

Tarefa 2 - Como você chegou neste número? *Sumando todos os alunos*

Fonte: Dados da pesquisa.

Tarefa 3. Você sugeriria outra forma de escolher?

A tarefa 3 pede uma sugestão para uma outra forma de escolha por parte da diretora, e não trouxe nenhum resultado. Cinco alunos responderam que não viam outra forma de escolher, ou apenas não. Já a aluna Nayara respondeu conforme descrita na Figura 12.

Figura 12- Resposta da aluna Nayara à tarefa 3 da atividade 1 da sequência didática.

Tarefa 3 - Você sugeriria outra forma de escolher? *Escolheu um aluno por turno tendo assim 3 possibilidades*

Fonte: Dados da pesquisa.

A tarefa 4 pergunta sobre a chance de ser escolhido.

Tarefa 4. Qual é a sua chance de ser escolhido?

Cinco alunos responderam que a chance de ser escolhido é $\frac{1}{396}$. Considerando dessa forma, que chance e probabilidade clássica são sinônimos. Alguns alunos ainda colocaram como porcentagem a representação desta chance, como mostra a Figura 13.

Figura 13 - Resposta da aluna Jéssica à tarefa 4 da atividade 1 da sequência didática.

$$\textcircled{4} \frac{1}{396} = 0,2\%$$

Fonte: Dados da pesquisa.

A aluna Jéssica, Figura 14, além de quantificar a chance como probabilidade clássica, representada em fração e em porcentagem, ainda quantificou a chance como um sentimento.

Figura 14 - Resposta da aluna Jéssica à tarefa 4 da atividade 1 da sequência didática.

Tarefa 4 - Qual é a sua chance de ser escolhido? *eu tenho muito pouca chance = 0,02%*

Fonte: Dados da pesquisa.

Por fim, a tarefa 5 pedia uma interpretação da chance, conforme descrita a seguir:

Tarefa 5. Como você interpreta esta chance (sua)?

Cinco alunos responderam que a chance era pequena, ruim ou pouca. As respostas foram bem parecidas, tais como são mostradas nas Figuras 15 e 16.

Figura 15 - Resposta da aluna Rosa à tarefa 5 da atividade 1 da sequência didática.

Tarefa 5 - Como você interpreta esta chance (sua)? É uma chance pequena pois, no caso eu tenho 395 concorrentes.

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 16 - Resposta do aluno Gustavo à tarefa 5 da atividade 1 da sequência didática.

⊕ A chance é baixa pela quantidade de alunos no sorteio

Fonte: Dados da pesquisa.

Mas a aluna Nayara respondeu que a chance dela de ser escolhida era igual a dos outros, Figura 17.

Figura 17 - Resposta da aluna Nayara à tarefa 5 da atividade 1 da sequência didática.

Tarefa 5 - Como você interpreta esta chance (sua)? Igual a dos outros

Fonte: Dados da pesquisa.

Desse modo, o quarto encontro foi finalizado. Os alunos queriam que a professora corrigisse a atividade ao fim do encontro, mas ela explica que no próximo encontro eles fariam outra atividade e ela seria baseada nas repostas encontradas na atividade que ela estava em mãos, feita por eles.

No quinto encontro estavam presentes 6 alunos, com a ausência de Mário, e foi realizado a segunda atividade da sequência didática com os alunos, tal como descrita:

Considere a seguinte situação: Uma empresa está oferecendo 3 vagas para diferentes funções. Os candidatos para essas 3 vagas devem participar do processo seletivo, que consiste em uma prova com 10 questões de Matemática básica, e uma redação em que o candidato descreve o porquê deve ser contratado.

Sabendo que as vagas são para Gestor de Recursos Humanos, Analista de Sistemas e Administrador em nível técnico, pense sobre as tarefas e tente responder cada uma delas.

Nesse encontro, os alunos estavam mais soltos e desprendidos da professora. Ao cumprimentá-los e distribuir a atividade 2 impressa, os alunos não questionaram a professora, apenas receberam e puseram-se a responder.

A tarefa 1 tratava de possibilidades.

Tarefa 1. Supondo que você pode se inscrever para todas as vagas, quantas são as suas possibilidades?

Todos os alunos responderam que teriam 3 possibilidades, como esperado pela pesquisadora. Já as tarefas 2, 3 e 4 foram criadas com o intuito de levantar a questão de um espaço não equiprovável, embora este pareça equiprovável.

Tarefa 2. Sabendo que há 12 pessoas pleiteando a vaga de Recursos Humanos, determine qual a probabilidade de uma delas conseguir a vaga.

Tarefa 3. Sabendo que há 15 pessoas pleiteando a vaga de Analista de Sistemas, determine qual a probabilidade de uma delas conseguir a vaga.

Tarefa 4. Sabendo que há 12 pessoas pleiteando a vaga de Administrador, determine qual a probabilidade de uma delas conseguir a vaga.

Todos os 6 alunos presentes calcularam a probabilidade clássica nas três tarefas, considerando que a probabilidade de conseguir a vaga era uma escolha aleatória.

Figura 18- Resposta da aluna Jéssica às tarefas 2, 3, 4 da atividade 2 da sequência didática.

Handwritten calculations for tasks 2, 3, and 4:

- Tarefa 2: $\frac{1}{12} = 0,083$ (8,3%)
- Tarefa 3: $\frac{1}{15} = 0,066$ (6%)
- Tarefa 4: $\frac{1}{12} = 0,083$ (8,3%)

Fonte: Dados da pesquisa.

A tarefa 5 pede aos alunos que escolham qual a vaga que eles se inscreveriam, levando em conta as atividades anteriores.

Tarefa 5. Após pensar sobre as probabilidades de conseguir uma vaga para cada profissão acima, e sabendo que você pode se inscrever em qualquer uma delas, qual você escolhe? Justifique a sua escolha.

Levando em consideração que nas tarefas anteriores os alunos calcularam a probabilidade clássica de conseguir cada uma das 3 vagas, nesta tarefa 5, eles responderam com base nestas probabilidades.

As probabilidades (calculadas erroneamente pelos alunos) são iguais para Recursos Humanos e Administração, e maiores que a probabilidade (também calculadas erroneamente pelos alunos) de conseguir a vaga para Analista de Sistemas.

Desse modo, a maioria dos alunos respondeu que escolheria Recursos Humanos ou Administração, pois a probabilidade de conseguir a vaga era maior, Figuras 19 e 20.

Figura 19 - Resposta da aluna Marina à tarefa 5 da atividade 2 da sequência didática.

...é pode se inscrever em qualquer uma delas, que...
administrador, por ser uma coisa
mais

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 20- Resposta da aluna Jéssica à tarefa 5 da atividade 2 da sequência didática.

Tarefa 5: Eu escolheria a vaga de recursos humanos, pois nela tem
mais probabilidade de conseguir a vaga.

Fonte: Dados da pesquisa.

A aluna Nayara, Figura 21, ao escolher a vaga de Administração baseada na probabilidade maior, ainda justifica que escolhe pela afinidade que tem com a profissão.

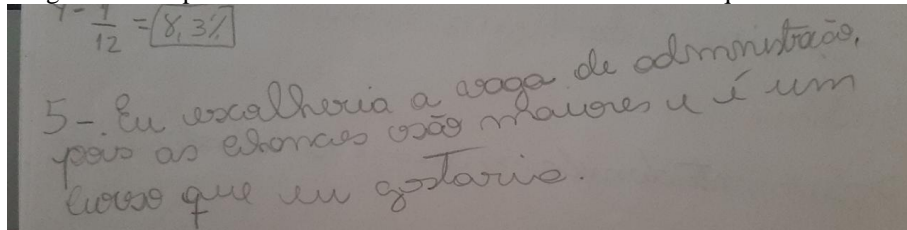
Figura 21- Resposta da aluna Nayara à tarefa 5 da atividade 2 da sequência didática.

...endo que você pode se inscrever em qualquer uma delas, que...
sua escolha. Eu escolho a a vaga de administrador
pois minha chance seria melhor e eu me identifico
com a vaga.

Fonte: Dados da pesquisa.

Rosa também segue na mesma linha de raciocínio que Nayara, conforme segue a Figura 22.

Figura 22- Resposta da aluna Rosa à tarefa 5 da atividade 2 da sequência didática.



Fonte: Dados da pesquisa.

Desse modo, finalizou-se o quinto encontro.

No sexto e último encontro para a realização da experimentação baseado na sequência didática, os alunos, mais uma vez, se comportaram desprendidos da professora, não a chamando frequentemente como nos primeiros encontros. Neste encontro, estavam presentes 4 alunos: Gustavo, Jéssica, Nayara e Rosa.

A atividade 3, demandava dos alunos uma leitura atenta, e falava sobre bolsas de estudo, assunto esse que tanto os interessavam, verificado pela professora nas suas aulas de Matemática.

Considere esta situação hipotética: "A faculdade que você deseja cursar a graduação oferece um bolsão (uma prova para ganhar descontos variados na mensalidade) todos os anos. Neste ano, o bolsão oferecerá 20 bolsas para o curso que você deseja fazer, sendo: 10 bolsas de 20%, 4 bolsas de 30%, 3 bolsas de 40%, 2 bolsas de 50%, 1 bolsa de 70%.

Considere que a mensalidade da faculdade caberá no seu orçamento com folga se você conseguir a bolsa de 70%. Mas se você conseguir o desconto abaixo de 30% não será possível pagar a mensalidade.

A tarefa 1 trata das possibilidades que o aluno possui para realizar a matrícula e cursar o curso de graduação dos sonhos.

Tarefa 1. Quais as possibilidades que você tem para fazer este curso?

Cinco dos seis alunos responderam assim, como Jéssica que tinham 10 possibilidades, Figura 23.

Figura 23- Resposta da aluna Jéssica à tarefa 1 da atividade 3 da sequência didática.

Atividade 3: Tarefa 1: Tenho 50 possibilidades

Fonte: Dados da pesquisa.

Já a aluna Rosa respondeu conforme a Figura 24:

Figura 24- Resposta da aluna Rosa à tarefa 1 da atividade 3 da sequência didática.

$$1 - \frac{1}{10} = 0.1\%$$

Fonte: Dados da pesquisa.

Na tarefa 2, espera-se que os alunos percebam, assim como na atividade anterior, que quando não é feita uma escolha aleatória, não se trata de um espaço equiprovável, ou seja, embora expostos à mesma prova, os alunos não têm a mesma probabilidade de conseguir a vaga, como já discutido anteriormente.

Tarefa 2. Qual a probabilidade de conseguir um desconto de 70%, sabendo que 100 pessoas farão o bolsaõ para as 20 bolsas oferecidas?

Todos os alunos ignoraram a não equiprobabilidade e calcularam a probabilidade clássica, conforme mostra a Figura 25:

Figura 25- Resposta da aluna Jéssica à tarefa 2 da atividade 3 da sequência didática.

$$\text{Tarefa 2: } \frac{3}{100} = 0,03 = 3\%$$

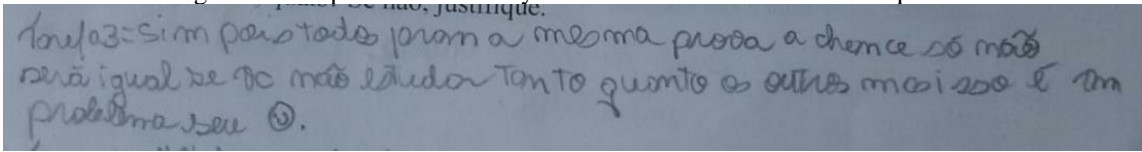
Fonte: Dados da pesquisa.

Na tarefa 3, há a tentativa de alertar os alunos quanto a não equiprobabilidade.

Tarefa 3. As possibilidades são as mesmas para todas as 100 pessoas? Justifique.

Os alunos responderam de formas variadas a esta tarefa, como mostram as Figuras 26, 27, 28 e 29.

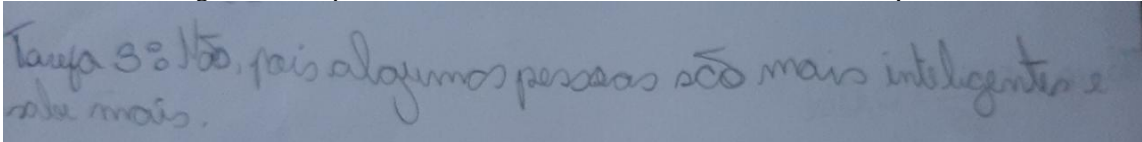
Figura 26- Resposta da aluna Nayara à tarefa 3 da atividade 3 da sequência didática.



Tarefa 3: Sim pois todos para a mesma pessoa a chance só não será igual se o não ajudar tanto quanto os outros mas isso é um problema seu @.

Fonte: Dados da pesquisa.

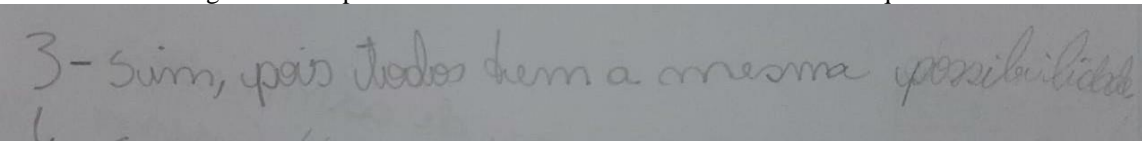
Figura 27- Resposta da aluna Jéssica à tarefa 3 da atividade 3 da sequência didática.



Tarefa 3: Não, pois algumas pessoas são mais inteligentes e sabe mais.

Fonte: Dados da pesquisa.

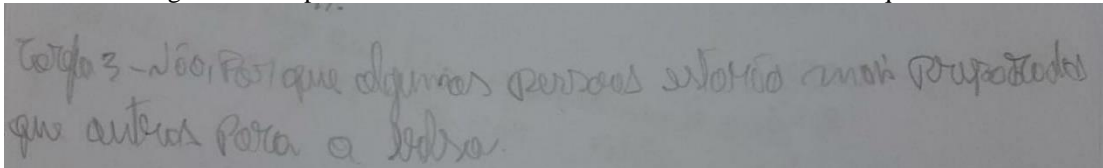
Figura 28- Resposta da aluna Rosa à tarefa 3 da atividade 3 da sequência didática.



3- Sim, pois todos tem a mesma possibilidade.

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 29- Resposta do aluno Gustavo à tarefa 3 da atividade 3 da sequência didática.



Tarefa 3 - Não, pois que algumas pessoas sabem mais possibilidades que outras para a bolsa.

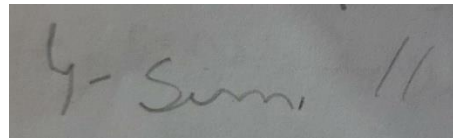
Fonte: Dados da pesquisa.

A tarefa 4 vai no mesmo sentido que a tarefa 3 porém, restringe a pergunta para a bolsa de 70%.

Tarefa 4. A probabilidade de conseguir o desconto de 70% é a mesma para as 100 pessoas?

Cinco alunos responderam que não, somente a aluna Rosa, Figura 30, havia respondido na tarefa 3 que as chances são iguais e manteve sua postura, afirmando novamente que as chances são sim, iguais.

Figura 30- Resposta da aluna Rosa à tarefa 4 da atividade 3 da sequência didática.



4- Sim. //

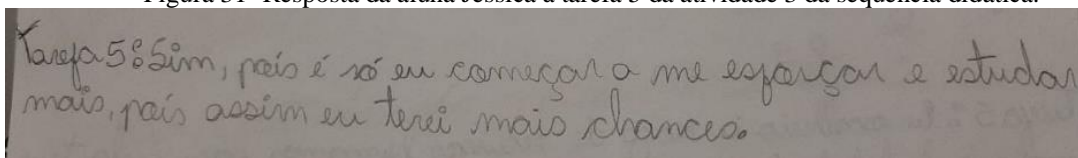
Fonte: Dados da pesquisa.

Para finalizar a atividade 3 e a sequência didática, foi proposto aos alunos uma tomada de decisão, conforme descrita na Tarefa 5:

Tarefa 5. Após pensar nas tarefas acima, e nas probabilidades e, sabendo que ainda faltam 3 meses para a realização da prova, você pode tomar alguma decisão que aumente as suas chances? Se sim, quais? Se não, justifique.

As respostas foram todas parecidas, todos os alunos disseram que estudariam mais para aumentar suas chances, como mostram algumas respostas conforme mostra nas Figuras 31, 32 e 33.

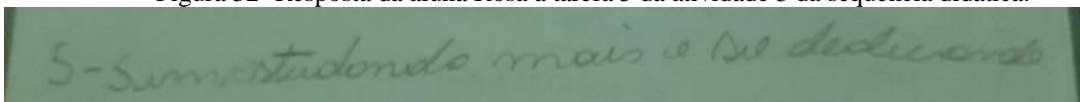
Figura 31- Resposta da aluna Jéssica à tarefa 5 da atividade 3 da sequência didática.



Tarefa 5: Sim, pois é só eu começar a me esforçar e estudar mais, pois assim eu terei mais chances.

Fonte: Dados da pesquisa.

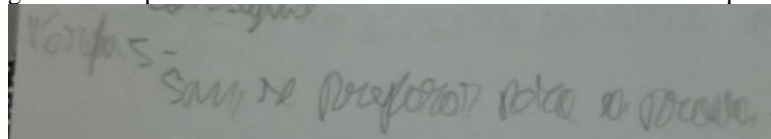
Figura 32- Resposta da aluna Rosa à tarefa 5 da atividade 3 da sequência didática.



5- Sim estudando mais e se dedicando.

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 33- Resposta do aluno Gustavo à tarefa 5 da atividade 3 da sequência didática.



Tarefa 5 - Sim, se estudar mais e se dedicar.

Fonte: Dados da pesquisa.

Dessa forma, finaliza-se a experimentação. O sétimo encontro com os alunos dentro da Experimentação foi para discutir as análises a posteriori dos mesmos. Esse foi o último encontro e, dessa forma, foram utilizadas 7 aulas de 45 minutos.

O registro dessas análises foi feito por áudio e será apresentado aqui falas que se destacam para a composição desta pesquisa.

Faz-se oportuno lembrar que seguindo os pressupostos da Engenharia Didática como dispositivo metodológico, na fase análises a posteriori os alunos fizeram o confronto com as variáveis levantadas nas concepções e análises a priori, baseados na experimentação que realizaram, a fim de validar ou não a hipótese levantada por eles sobre a necessidade de saber os conceitos sobre a temática de probabilidade para possíveis tomadas de decisões cotidianas.

Para realizar esta última etapa com os alunos, a pesquisadora propôs alguns questionamentos para iniciar uma discussão. Neste encontro, estavam presentes apenas 4 alunos: Gustavo, Jéssica, Nayara e Rosa.

O primeiro questionamento da pesquisadora foi: quando uma vaga está sendo disputada por várias pessoas através de uma prova, a probabilidade de conseguir a vaga é a mesma para todos?

Gustavo, Jéssica e Nayara disseram que não, justificando que as chances não são as mesmas, pois tem pessoas que “sabem mais e pessoas que não sabem ou não se esforçam”. Nayara inclusive chega a falar sobre essa desigualdade: “Professora, as pessoas precisam merecer a vaga, eu, por exemplo, trabalho o dia todo e não tenho tempo para estudar. Mas a prova dá chance igual *pra* todo mundo sim. ”

Já Rosa disse acreditar que a prova dá a mesma chance para todos os alunos, e ainda exemplificou: “Olha professora, quando você explica a matéria, você *tá* explicando pra todo mundo aqui na sala, mas nem todo mundo presta atenção. Ai depois você pede *pra* gente fazer *as coisa* e quem não faz não vai ir bem na prova, mas a culpa é *deles que não faz nada*, não é a prova que fica mais difícil. (Pausa por um tempo). Eu acho assim, que *as pessoas reclama* demais e que é só estudar que tem a mesma chance sim. ”

Após essa resposta de Rosa, a professora discute com os alunos sobre a ideia de chances igualitárias que as provas trazem, e discute também o porquê de normalmente as provas de seleções em grandes empresas serem apenas de redação e matemática.

Logo após essa discussão, a professora-pesquisadora faz mais um questionamento aos alunos: se ao fazer uma prova as chances são iguais para todos os concorrentes à vaga, então o espaço amostral se torna equiprovável. Dessa forma, podemos usar a probabilidade clássica para calcular a probabilidade de conseguir essa determinada vaga. Mas se ao fazer uma prova, as chances não forem iguais, o espaço não é mais equiprovável. Desse modo, como calcula a probabilidade de conseguir a vaga, assim como nas tarefas que vocês realizaram?

Os alunos (com exceção de Rosa) se assustaram, disseram que então erraram todas as questões, pois calcularam probabilidade clássica. “Professora, mas se não usa aquela fórmula de dividir que a gente aprendeu quando era mais pequeno, qual fórmula usa agora? ”, pergunta de Gustavo.

A professora conversou com os alunos sobre as abordagens da probabilidade, mostrando que a clássica não era a única. Nayara afirmou nunca ter conhecido outra abordagem.

Para finalizar a discussão, a professora questionou aos alunos se a probabilidade seria útil na vida adulta deles e o que eles achavam disso, retomando à hipótese levantada no terceiro encontro.

Nayara respondeu que sim, com certeza. “*Fessora*, imagina se quando eu for escolher o curso na faculdade eu souber qual eu tenho mais probabilidade, sendo aqueles que eu gosto, eu vou saber escolher o que tem mais chance, e assim eu posso passar mais fácil.”

Rosa, no mesmo caminho, afirmou que sim, colocando o exemplo das eleições presidenciais de 2018 e como dava para saber quem tinha mais chance de ganhar usando as probabilidades.

Essa discussão levantada por Rosa ganhou a atenção de todos. Logo Jéssica já concordou com a fala da colega, mas Gustavo alertou: “Depende também se eles *tão* mostrando *pra* gente a probabilidade certa, ou é uma que é só para enganar e fazer a gente votar em quem *eles quer*, né.”

Ao finalizar a discussão, a professora-pesquisadora finaliza a Experimentação com os alunos. No próximo capítulo, serão discutidas as respostas apresentadas, confrontando as Construções e Análises *a Priori* da pesquisa com as Análises *a Posteriori* e Validação da Hipótese.

7 ANÁLISES A POSTERIORI E VALIDAÇÃO DA HIPÓTESE

Neste capítulo, com os dados procedentes da Experimentação, em cada uma das atividades realizadas que compunham a sequência didática, será feito o confronto com as Construções e Análises *a Priori* para validação ou não da hipótese levantada na introdução deste texto, a qual faz-se necessário retomar: **uma sequência didática apoiada na Engenharia Didática como dispositivo metodológico tratando sobre linguagem, abordagens probabilísticas, discussões sobre espaços equiprováveis ou não, e tomada de decisão pode levar os alunos a desenvolverem e exercerem aspectos que compõem a literacia probabilística.**

Vale também retomar a questão da pesquisa para intencionalmente buscar sua resposta diante do processo investigativo: **Que aspectos contribuem para o desenvolvimento da literacia probabilística em alunos do 2º ano do Ensino Médio, usando a Engenharia Didática como dispositivo metodológico mediada por uma sequência didática que leva à tomada de decisões?**

Como foram sete alunos que participaram desta pesquisa, foi analisado o resultado mostrado na Experimentação (incluindo as quatro fases da Engenharia Didática como dispositivo metodológico) de cada aluno individualmente, a fim de validar ou refutar a hipótese de trabalho.

Após a realização da análise individual de cada aluno, e destacando se a sequência didática com esse aluno, validou ou não a hipótese, finaliza-se o capítulo apontando os aspectos que contribuíram para o desenvolvimento do letramento probabilístico, caso ele tenha ocorrido. A resposta à questão de pesquisa nos pressupostos da Engenharia Didática contribuiu para a melhoria do tema em questão e permitiu uma estrutura com base nas concepções teóricas que foram utilizadas durante a pesquisa qualitativa (ALMOULOU, 2007).

Iniciam-se as análises apontando para a presença dos alunos nos sete encontros realizados. Como esta presença foi definida como uma variável macrodidática, nem todos os alunos participaram de todas as atividades, o que já era esperado. A seguir, Quadro 18, resume-se a presença dos alunos nos 7 encontros realizados.

Quadro 18 - Controle da Frequência dos Participantes

Fases realizadas	Gustavo	Jéssica	Luan	Marina	Mário	Nayara	Rosa
<u>análises preliminares</u>	Presente	Presente	Presente	Presente	Ausente	Presente	Presente
<u>concepções e análises a priori</u>	Presente	Presente	Presente	Ausente	Ausente	Presente	Presente
<u>concepções e análises a priori</u>	Presente	Presente	Presente	Ausente	Ausente	Presente	Presente
<u>Experimentação</u>	Presente	Presente	Ausente	Presente	Presente	Presente	Presente
<u>Experimentação</u>	Presente	Presente	Presente	Presente	Ausente	Presente	Presente
<u>Experimentação</u>	Presente	Presente	Ausente	Ausente	Ausente	Presente	Presente
<u>análises a posteriori</u>	Presente	Presente	Ausente	Ausente	Ausente	Presente	Presente

Fonte: Dados da pesquisa

A partir desta parte do texto, serão feitas referências às figuras do capítulo anterior, a fim de analisá-las, e é oportuno ressaltar que quando as respostas dos alunos forem referidas como corretas, esse correto ao qual será enfatizado foi levantado no capítulo cinco, nas variáveis microdidáticas.

Entende-se que o aluno Gustavo, que esteve presente em todos os encontros tenha atingido a literacia probabilística em diversos momentos, validando assim, a hipótese.

Nas análises preliminares, Gustavo deixa claro que entende o que é probabilidade, como mostra a Figura 6, e ainda deixa registrada que pode ter chance de ocorrência, o que não quer dizer que é certo de ocorrer. Além disso, escreve claramente o que é possibilidades e equiprovável. Suas respostas mostram que o aluno já possuía algum conhecimento prévio, e era deste, que ele partia.

No primeiro encontro das concepções e análises a priori, quando os alunos deveriam criar suas concepções acerca da temática de probabilidade, Gustavo se destacou ao criar um problema criativo que não se parecia com aquele que a professora/pesquisadora havia discutido no início do encontro, como apresentado na Figura 9. Mas, ao responder as suas perguntas, ele se equivocou como já discutido no capítulo anterior.

Como o segundo encontro tratava-se das concepções e análises a priori dos alunos, foi realizado de forma oral, Gustavo pouco se expressou. Embora a professora tenha verificado sua participação e atenção ao tema e às discussões que ali se realizaram, não há registro de nenhuma fala sua. Olhando com os olhos de professora que já o conhecia, Gustavo é um aluno extremamente calado nas aulas, mas ainda assim participou de todas as atividades.

No primeiro encontro da experimentação, foi realizada a atividade 1 da sequência didática. Nas Análises *a Priori* desta pesquisa, foi levantado como variáveis microdidáticas as respostas que eram esperadas pela pesquisadora, e aqui faremos uma correspondência destas “respostas esperadas” com as respostas obtidas de Gustavo.

Na tarefa 1, Gustavo respondeu de acordo com o esperado, prestando atenção no contexto e na leitura e verificando que a diretora iria escolher entre os alunos da escola e não entre os alunos presentes. A tarefa 2 não se fez necessário, uma vez que ela era uma segunda chance para o aluno verificar a leitura caso não a tivesse feita na tarefa 1. Na tarefa 3, que esperava alguns elementos de contexto, de crenças da literacia probabilística para um outro possível modo de escolha, não foi alcançada por Gustavo, que apenas respondeu que não via outro modo de escolha de um aluno por parte da diretora. Na tarefa 4, que a intenção era tratar da linguagem, terceiro elemento do conhecimento da literacia probabilística, trazendo para isso a palavra chance e induzindo que a mesma era sinônimo de probabilidade clássica, Gustavo respondeu que a chance de ele ser escolhido era de 1 para 396, ou seja, ele usou chance e probabilidade como sinônimos. Na tarefa 5, Gustavo interpretou a sua chance como pequena. Embora fosse pequena mesmo, a intenção desta tarefa era que os alunos verificassem a aleatoriedade nesta escolha, pois todos os alunos possuíam a mesma chance de serem escolhidos.

No segundo encontro da experimentação, foi realizada a atividade 2 da sequência didática. A tarefa 1 tratava de possibilidades, e Gustavo respondeu de acordo com o esperado, ou seja, que ele possuía 3 possibilidades de escolha. Mas as tarefas 2, 3 e 4 que pediam a probabilidade de conseguir uma vaga, foi calculada por Gustavo como probabilidade clássica, desconsiderando que, como os candidatos realizariam uma prova para serem escolhidos, não se tratava de uma escolha aleatória; logo, não era um espaço equiprovável, o que o impossibilitava de calcular a probabilidade clássica. A tarefa 5 pedia aos alunos que escolhessem uma vaga, baseados em seus cálculos de probabilidade realizados anteriormente; foi realizada por Gustavo de acordo com aquela que ele possuía mais chance de conseguir, ou seja, a vaga que tinha menos concorrentes.

Verificou-se que mesmo que Gustavo tenha respondido o que venha a ser equiprovável corretamente nas análises preliminares, nas tarefas 2, 3 e 4 da atividade 2, ele não soube reconhecer a não existência de equiprobabilidade. Esse fato deve-se ao que já foi levantado por Coutinho (1994), quando disse que o aluno é exposto somente à probabilidade clássica, ele não pode perceber que há diversos espaços em que não se verifica a equiprobabilidade.

No último encontro da experimentação, foi realizada a atividade 3 da sequência didática. Como na atividade 2, verificou-se que os alunos não perceberam que não há aleatoriedade quando se trata de realizar provas para conseguir uma vaga, esse tema foi trago novamente com o intuito de sanar essa lacuna no desenvolvimento dos alunos. Gustavo respondeu de acordo com o esperado na tarefa 1, que possuía 10 possibilidades. A palavra possibilidade faz parte da linguagem, terceiro elemento do conhecimento da literacia probabilística.

A tarefa 2 tratava da não equiprobabilidade que existe em uma disputa de vaga por meio de prova. Gustavo ignorou mais uma vez a falta de aleatoriedade e calculou a probabilidade clássica, de 1 para 100. Mas na tarefa 3, que era mais uma tentativa da pesquisadora falar sobre a não equiprobabilidade que uma prova representa, com vistas a conseguir uma vaga, Gustavo responde que a chance das 100 pessoas que concorrem com ele não é igual, pois há pessoas que estão mais preparadas, como mostrou na Figura 29.

O que se pode perceber na contradição de respostas de Gustavo nas tarefas 2 e 3 é que quando pede a probabilidade, o aluno logo calcula a clássica, mas para ele é claro que uma prova não tem a mesma probabilidade para cada aluno que a fará, como respondido na tarefa 3. Ou seja, pode-se conjecturar a hipótese que Gustavo não conheça ainda outras abordagens de Probabilidade que não a clássica. Verifica-se que o aluno aqui, exerce a literacia probabilística quando evoca a falta de aleatoriedade, o conhecimento de contexto, quando se trata de provas externas com vistas à faculdade, e ainda destaca suas crenças no que diz respeito à preparação para realizar uma prova de vestibular. Essa crença se verifica na tarefa 4 e 5. Na tarefa 4, Gustavo responde novamente que somente os que mais estiverem preparados para a prova teriam mais chances de concorrer à bolsa de 70%, e na tarefa 5, que pede uma tomada de decisão, o aluno se posiciona a favor de estudar e se preparar para a prova de modo a ter uma probabilidade maior de conseguir uma das bolsas que o possibilitem realizar a graduação na faculdade dos sonhos.

Como pode-se verificar, Gustavo atingiu a literacia probabilística em alguns momentos, exercendo alguns elementos de conhecimento e disposicionais. Para finalizar a Experimentação com esse aluno, a pesquisadora trabalhou com ele na forma de análises a posteriori e validação da hipótese, que quando expostos à uma mesma prova, embora pareça que todos os alunos têm a mesma probabilidade, isso não acontece, uma vez que cada aluno pode ter se preparado de uma forma, ou ainda, podem acontecer diversas coisas na hora da realização da prova que não avaliem de fato o que aquele aluno sabe. Neste momento Gustavo já mostrava que isso era claro para ele, e começou a se preocupar com as respostas que havia entregado nas atividades 2 e 3, onde tomou como espaço equiprovável erroneamente para cálculo de probabilidades clássicas.

Mas, confirmando a hipótese acima colocada, Gustavo não conhecia nenhuma outra abordagem de probabilidade clássica, quando faz a pergunta apresentada no capítulo anterior: “Professora, mas se não usa aquela fórmula de dividir que a gente aprende quando era mais pequeno, qual fórmula usa agora? ”. Faz-se importante ressaltar que Gustavo pouco se comunica em sala, possui muita vergonha em falar alto, mas ainda assim, realizou esta pergunta, mostrando que foi apenas apresentado à abordagem clássica da probabilidade, o que o impossibilitou de alcançar mais elementos, sejam eles do conhecimento ou disposicionais na literacia probabilística.

Ao finalizar o último encontro, Gustavo faz um comentário que mostra a sua postura crítica diante os resultados que lhe são apresentados, apontando que os mesmos podem ser alterados com a finalidade de induzir o cidadão à visão defendida por quem os apresenta.

Desse modo, percebe-se que Gustavo exerceu alguns elementos da literacia probabilística neste processo, tais como: aleatoriedade, incerteza, linguagem, contexto, questões críticas e crenças.

A aluna Jéssica esteve presente em todos os encontros, no primeiro, em que se aconteceu as análises preliminares, como já discutido no capítulo anterior, não possuía uma linguagem para tratar das questões referentes à Probabilidade. Ao definir o que era possibilidade, a aluna usou a própria palavra na definição e ao tratar da Probabilidade usou a palavra “coisa” o que indicou falta de linguagem (técnica ou formal) para tratar do acaso, que é o terceiro elemento do conhecimento da literacia probabilística.

No segundo encontro, quando foi iniciado das concepções e análises a priori, Jéssica criou um problema muito parecido com aquele que a professora havia usado para exemplificar o conteúdo trabalhado. Embora todas as respostas às perguntas realizadas por Jéssica estivessem corretas, o problema criado por ela não mudava o raciocínio, mudava-se apenas os números, dessa forma não foi possível identificar se a aluna estava criando as suas concepções acerca da linguagem usada na probabilidade ou apenas reproduzindo aquilo que minutos antes foi discutido.

No terceiro encontro, ainda nas concepções e análises a priori, Jéssica esteve especialmente interessada e participativa, uma vez que é flamenguista e se mostrava a favor da luta de reconhecimento feminino no futebol, no que diz respeito aos preconceitos que as mulheres sofrem quando falam de futebol, suas regras e seu funcionamento com propriedade. Jéssica foi a aluna que escreveu os nomes e as posições no quadro, e afirmou categoricamente que o técnico do Flamengo tinha duas possibilidades para escolha de goleiro, mas com certeza escolheria Diego Alves. Ao ser questionada quanto às chances de os atacantes serem escolhidos,

a aluna afirma que a chance de Bruno Henrique é de 100%, respostas que contribuíram para a discussão acerca da não equiprobabilidade deste espaço, e da escolha do técnico não ser aleatória, como foi a escolha da diretora no encontro anterior. Dessa forma, Jéssica estava exercendo as ideias de variabilidade, aleatoriedade e precisão que são (entre outros) componentes das Grandes Ideias, primeiro elemento do conhecimento da literacia probabilística, assim como mostrava em sua fala as crenças e os sentimentos pessoais que configuram elementos disposicionais.

No primeiro encontro da experimentação, quando foi realizado a atividade 1 da sequência didática, Jéssica respondeu a tarefa 1 de acordo com o esperado, previamente levantado nas Construções e Análises *a Priori* como variáveis microdidáticas. Desse modo a tarefa 2 não se fez necessária, mas ainda assim a aluna explica que chegou na resposta somando todos os alunos da escola. Na tarefa 3, esperava que os alunos trouxessem conhecimentos de contexto para um outro modo de escolha, Jéssica afirma que não vê outro modo de escolher. Quando questionada sobre a chance de ser escolhida na tarefa 4, embora a aluna tenha calculado a probabilidade clássica, considerando assim probabilidade e chance como sinônimos, a aluna foi além, e descreveu o que achava desta chance (probabilidade calculada por ela), como apresentado nas figuras 13 e 14. Com esta resposta de Jéssica, pode-se afirmar que a aluna percebeu que chance pode ser analisada, traz a ideia de sensação, pequena, grande, impossível, etc., mas ainda assim, a aluna se sentiu mais confortável em colocar ali uma conta que justificasse a sua sensação quanto à chance que possuía. Verificou-se aqui os componentes da literacia probabilística, como a linguagem e a capacidade de calcular ou estimar probabilidade, desta vez, usando a abordagem clássica.

No segundo encontro para realização da experimentação, foi realizada a segunda atividade que compunha a sequência didática. Na tarefa 1, Jéssica respondeu corretamente o que contrasta com a definição da palavra possibilidade, escrita por ela nas análises preliminares. Dessa forma, percebe-se que a aluna já compreende o que venha a ser possibilidades, mesmo que anteriormente, não tenha conseguido definir a palavra. Nas tarefas 2, 3 e 4 em que se esperava que a aluna verificasse a não aleatoriedade e a não equiprobabilidade nos enunciados, a aluna não o percebeu e logo fez as três tarefas usando probabilidade clássica. Nesse momento, verificou-se que a aluna não pôde perceber que não se tratava de um espaço equiprovável e não era uma escolha aleatória, mostrando que os conhecimentos do segundo elemento do conhecimento que trata de reconhecer que existem algumas abordagens para cálculo de probabilidades, não é de posse da aluna, uma vez que até o momento, a aluna só trabalhou com a probabilidade clássica. Na tarefa 5, Jéssica fez sua escolha baseando naquela que possuía mais

probabilidade (clássica) de conseguir a vaga. Observa-se que a aluna não se atentou se era uma vaga que ela gostaria ou não, apenas visualizou os resultados e fez sua escolha com base neles. Com esta atividade, Jéssica não apresentou muitos conceitos de literacia probabilística. Na realidade, apresentou apenas o conceito de linguagem.

No último encontro de realização da experimentação, a aluna fez a terceira atividade da sequência didática. Na tarefa 1, como já tinha atingido na atividade anterior, Jéssica assinalou corretamente as possibilidades que possuía para realizar o curso de graduação, baseado nas bolsas ofertadas e na condição financeira exposta na atividade. Na tarefa 2, a aluna calculou a probabilidade clássica para um evento que não era equiprovável, e mesmo reconhecendo isso na tarefa 3 e 4, seu cálculo mostrado na Figura 25, leva à conjectura levantada nas Análises Preliminares desta pesquisa exposta por Coutinho (1994) de que os alunos, muitas vezes, são expostos somente à abordagem clássica da probabilidade. É importante ressaltar que a aluna percebe que o espaço não é equiprovável, escreve claramente (Figura 27) que as chances (já definida nesta pesquisa como uma intuição que pode ser calculada por uma das abordagens de probabilidade) não são iguais para todos os alunos que pleiteiam as bolsas de estudo oferecidas e, mesmo assim, calcula a probabilidade nesse contexto usando a abordagem clássica. Esse fato pode ser entendido como a aluna nunca ter sido apresentada, ou se foi, já esqueceu, a outros modos de calcular probabilidades. Na BNCC (BRASIL, 2017), a indicação de outras abordagens para o ensino de probabilidade começa no sétimo ano, com a abordagem frequentista.

No sétimo e último encontro, em que os alunos realizaram de forma oral as análises a posteriori e validação da hipótese, a professora pôde discutir com os alunos sobre as abordagens diferentes que existem para quando o espaço não é equiprovável. Jéssica percebeu que, o cálculo para espaços não equiprováveis não poderia ser realizado com a abordagem clássica (única que a aluna julgou ter conhecimento).

Observa-se, baseado nas Análises Preliminares e nas variáveis microdidáticas que Jéssica pôde exercer a literacia probabilística em alguns momentos apresentando variabilidade, aleatoriedade, precisão, abordagem clássica da probabilidade, crenças e questionamento crítico (mostrado nas discussões acerca de política no último encontro), mas a falta de conhecimento com relação a outras abordagens probabilísticas foi um fator que culminou para o a limitação do exercício de literacia probabilística apresentado pela aluna nos sete encontros realizados.

O aluno Luan esteve presente em 4 encontros. Faltou a primeira e a última atividade da sequência didática na experimentação e as análises a posteriori e validação da hipótese. Mesmo

assim o aluno apresentou alguns componentes da literacia probabilística, validando então, nesses momentos, a hipótese da pesquisa.

No primeiro encontro, quando ocorreram as análises preliminares, Luan deixou em branco onde ele deveria responder o que entendia por Probabilidade. Embora tenha respondido o que venha a ser possibilidade e equiprovável (Figura 7), exercendo já na primeira fase o elemento do conhecimento, a linguagem da literacia probabilística, o aluno deixa claro que, pelo menos “acredita” que não sabe nada sobre Probabilidade.

Nos dois encontros seguintes, em que se davam as concepções e análises a priori, Luan foi muito participativo. Ao iniciar o segundo encontro, o aluno falou sobre suas ideias acerca da palavra chance, e embora não tenha conseguido expressar o que venha ser chance sem usar a própria palavra na sua definição, o fez com uma entonação de ser algo que parecia tão claro, que nem era possível explicar.

Percebe-se que o aluno possui certa dificuldade para lidar com termos relacionados ao acaso no ambiente de sala de aula, pois fora desse ambiente, essas palavras fazem parte do seu cotidiano. Ao escrever um problema usando as palavras solicitadas pela professora, Luan criou um problema muito parecido ao discutido em sala, minutos antes. Essa proximidade não colaborou para que pudesse ser identificado aspectos que exemplificasse o exercício da literacia probabilística. Já nas perguntas realizadas usando o time do Flamengo como exemplo, o aluno “como bom flamenguista que é”, esteve totalmente envolvido. Verifica-se que ele percebeu claramente que o espaço não é equiprovável, pois cada jogador tem uma determinada chance de ser ou não escolhido pelo técnico. Ao fim desse encontro, Luan representou os colegas, assumindo a fala para responder às questões colocadas pela professora. Nesses dois encontros, percebe-se que o elemento de conhecimento de contexto e o elemento disposicional crenças e atitudes da literacia probabilística são frequentemente evocados, pois o aluno conhece aquele contexto do “time do coração”, bem como possui suas próprias crenças de acordo com os jogos anteriores, sobre qual será a escalação do time.

No segundo encontro da experimentação, dado que o aluno não compareceu ao primeiro encontro desta fase, ele realizou a segunda atividade da sequência didática. Na tarefa 1, Luan foi de acordo com o esperado, mostrando que não possuía dificuldades com relação ao conceito de possibilidades. Mas nas tarefas 2, 3 e 4 que esperavam que os alunos verificassem o conceito de não equiprobabilidade do espaço amostral, Luan calculou a probabilidade clássica, ignorando tal conceito. Na tarefa 5, o aluno escolheu a vaga que mais tem probabilidade (clássica, calculada anteriormente) de conseguir e, também, não se importou com o gosto que possui ou não sobre as vagas. É importante ressaltar que essas vagas destinadas a Recursos

Humanos, Administração e Analista de Sistemas, foram escolhidas pela professora de acordo com a preferência dos alunos, previamente discutidos em sala sem que eles soubessem a finalidade para tal. Desse modo, esperava-se que os alunos expressassem preferência pela área de trabalho que gostavam. Neste encontro, Luan mostrou que sabia sobre a linguagem de probabilidade assim como calcular uma abordagem da probabilidade, a clássica, mas não verificou que em uma seleção por meio de prova não existe aleatoriedade, e o espaço não é equiprovável.

No terceiro encontro da experimentação e nas análises a posteriori e validação da hipótese, Luan não estava presente, fato este que impediu de verificar mais aspectos que poderiam ser levantados no exercício da literacia probabilística, além de não poder verificar a realização dos pressupostos da Engenharia Didática como dispositivo metodológico.

Com estas limitações oriundas da ausência de Luan em 3 dos 7 encontros, ainda se pode verificar alguns elementos que compõem o exercício da literacia probabilística como: variabilidade, não equiprobabilidade, linguagem, crenças e atitudes e o cálculo da abordagem clássica da probabilidade.

Mais que Luan, Marina esteve ausente em quatro dos setes encontros realizados, o que contribuiu para a total limitação de seus resultados, uma vez que não foi possível (por falta de dados) validar ou não a hipótese da pesquisa, nem mesmo identificar aspectos que contribuam para o exercício da literacia probabilística.

Nas análises preliminares, Marina descreve a Probabilidade como um cálculo que quantifica a porcentagem de algo acontecer, como apresentado na Figura 4. Verificou-se que a aluna já compreendia que a Probabilidade é um cálculo para verificar as chances de ocorrência de determinado evento, ou seja, ela já foi apresentada à temática. Conclui-se dessa forma, que a aluna respondeu corretamente (de acordo com os moldes dessa pesquisa, levantados como variáveis microdidáticas) sobre seus conhecimentos prévios acerca das palavras possibilidade, probabilidade e equiprovável.

Marina esteve ausente nos dois encontros que se realizavam as análises a priori. Como no primeiro encontro, a professora pediu, após levantar as variáveis expondo o problema no quadro e conversando sobre ele com os alunos, aos alunos que criassem um problema envolvendo a linguagem do acaso e, como Marina não estava presente, ela não teve a chance de criar suas concepções acerca da problemática discutida. No segundo encontro das análises a priori, as variáveis levantadas e a intenção da pesquisadora era que os alunos pudessem perceber a não equiprobabilidade em um evento conhecido por eles, mais uma vez, a aluna não participou da proposta, devido à sua ausência.

Salienta-se aqui este fato, pois embora ele não contribua para a resposta à questão de pesquisa nem à validação ou não da hipótese de trabalho levantada, o fato de a aluna ter faltado às concepções e análises a priori, não dá subsídios para que se continue o seu processo, uma vez que só se faz importante realizar a experimentação para levantar dados que serão analisados e confrontados nas análises a posteriori e validação da hipótese, para validação ou não da hipótese, quando foi realizada a fase das concepções e análises a priori, seguindo os pressupostos da Engenharia Didática como dispositivo metodológico.

Como o aluno Mário esteve presente em apenas um encontro da experimentação, e com base nas justificativas feitas anteriormente sobre o funcionamento da Engenharia Didática como dispositivo metodológico, não há como analisar os dados obtidos.

A aluna Nayara, por sua vez, esteve presente em todos os encontros, o que contribui para uma possível validação da hipótese e resposta à questão de pesquisa.

No primeiro encontro, em que se davam as análises preliminares, a aluna respondeu corretamente o que era possibilidade e probabilidade, mostrando que já trazia consigo ideias de linguagem do acaso e talvez alguma abordagem referente ao cálculo de probabilidade, o que será avaliado posteriormente. Sobre a palavra equiprobabilidade, ela respondeu nunca ter visto antes. Com essa fala registrada no capítulo anterior, fica claro que Nayara sabe o que vem a ser a definição da palavra probabilidade, assim como mostra em seu registro feito na Figura 3.

Nos dois encontros quando foram realizadas as concepções e análises a priori, a aluna teve uma participação mais efetiva no segundo, uma vez que no primeiro encontro, após a conversa com os alunos acerca do problema colocado na lousa, a pesquisadora levanta, junto a eles, as variáveis a respeito dos espaços equiprováveis e de algumas palavras relacionadas à linguagem do acaso, como chance e possibilidade, Nayara criou um problema muito parecido com o discutido anteriormente, o que não contribuiu para a identificação de aspectos adotados por ela como concepções. Já no segundo encontro, em que a ideia era que os alunos verificassem que existem espaços onde não se verifica a equiprobabilidade, ela pode manifestar-se de forma correta como registrado em sua fala sobre as possibilidades do técnico para escolha de um goleiro. Neste momento, observou-se que a aluna, embora nas análises preliminares não soubesse de que se tratava um espaço equiprovável, neste momento o termo já fazia parte do repertório de palavras que compunham para ela, mesmo que discreto, o terceiro elemento do conhecimento da literacia probabilística, a linguagem.

No primeiro encontro para a realização da experimentação, ao responder a atividade 1 da sequência didática, Nayara foi de acordo com o esperado e levantado nas variáveis microdidáticas da pesquisa. Na tarefa 1, respondeu corretamente o que faz com que a tarefa 2

seja desnecessária, pois se torna apenas uma explicação do que foi realizado na tarefa 1. Na tarefa 3, ela foi a única a apontar outro modo de escolha por parte da diretora, aumentando a quantidade de alunos escolhidos e ainda justificou que seria melhor, pois teriam três escolhidos (Figura 12). Percebe-se que a aluna pôde contribuir com a sua resposta, pois dessa forma, fica claro que ela já possui conhecimentos acerca da palavra possibilidade e que esse conhecimento pode ser aplicado em sala de aula na temática desenvolvida, o que garante ao aluno certa confiança, pois valoriza os conhecimentos prévios que ele possui. Esse foi um dos principais objetivos de criação da Engenharia Didática por Michele Artigue em 1988, metodologia adotada nesta pesquisa, não somente como delineamento do trabalho, mas também como dispositivo para inserção direta na sala de aula, levando os alunos a compreenderem gradativamente o tema, e ainda poderem participar no levantamento de variáveis e na criação de concepções que serão utilizadas na experimentação e discutidas nas análises a posteriori e validação da hipótese.

Na tarefa 4, ainda da atividade 1, Nayara responde com um cálculo de probabilidade quando, na verdade, ela está sendo questionada sobre as chances e não sobre a probabilidade. Mas, ao interpretar a chance de ser escolhida na tarefa 5, a aluna fala sobre ser a mesma que todos os outros colegas que concorrem com ela. Neste momento, ficou claro que ela exerce alguns elementos da literacia probabilística, como a linguagem que trata de um evento equiprovável. Logo, todos os elementos possuem a mesma chance, bem como a abordagem clássica da probabilidade que ela pode resolver sem problemas na tarefa 4, mesmo que esse não fosse o resultado esperado. A aluna fala de suas crenças e sua posição frente à Probabilidade, “se todos possuem a mesma chance, a minha chance não é pequena, nem grande, é apenas igual à dos outros concorrentes”. A resposta dela nesta atividade foi de grande ganho para a pesquisa, pois pôde trazer elementos para a discussão a literacia probabilística e o modo que ela pode ser estimulada nas aulas de Probabilidade, visando à formação do cidadão defendida por Gal (2005).

Ao realizar o segundo encontro da experimentação, Nayara respondeu a tarefa 1 da atividade 2 da sequência didática de forma correta; se tratava do termo possibilidade e como mostrado anteriormente, ela já havia solidificado seu conhecimento a respeito desse termo. Já nas tarefas 2, 3 e 4 que esperavam que os alunos percebessem que seus espaços não eram equiprováveis, Nayara adotou o espaço como equiprovável e calculou pela abordagem da probabilidade clássica, a probabilidade de conseguir a vaga em todos os três casos. Nesse momento, percebeu-se mais uma vez, assim como nos casos expostos dos alunos Gustavo, Jéssica e Luan, que a aluna não pôde perceber a não equiprobabilidade do espaço que conta

com uma prova, que não é uma escolha aleatória. Será verificado mais adiante se Nayara só conhece a abordagem clássica da probabilidade.

Finalizando a atividade 2 com a tarefa 5, Nayara escolhe uma vaga por sua probabilidade ser melhor para consegui-la, mas também a escolhe de acordo com a sua preferência pela vaga, o que fora levantado como variável microdidática, apontando para suas crenças e preferências, um fator de grande relevância, pois, ao escolher uma vaga de emprego, normalmente se leva em conta o que se gostaria de fazer, e além da probabilidade poder ajudar na escolha, um dos objetivos desta pesquisa, o gosto pessoal também é um influenciador na tomada de decisão, que, inclusive, pode sobrepor à probabilidade, dependendo dos elementos disposicionais da literacia probabilística que a pessoa possui em relação à Probabilidade.

Na atividade 3 da sequência didática finalizava a experimentação. Nayara respondeu a tarefa 1 de acordo com as variáveis levantadas e, de acordo com o esperado, já na tarefa 2, ela considerou o espaço equiprovável e calculou a probabilidade clássica. Como já mostrado e discutido nos resultados de outros alunos que seguiram por este caminho, não verificar a falta de equiprobabilidade é de fato uma lacuna que deveria ter sido suprido. Porém, observe que na tarefa 4, Nayara respondeu que as chances são as mesmas para as 100 pessoas que concorrem a bolsas, ou seja, a aluna acredita que a prova oferece condições iguais, tornando assim, o espaço – neste momento- equiprovável. Mas, a partir desse momento, o diferencial do aluno que, segundo Nayara, estuda ou não estuda interfere no resultado. A não equiprobabilidade para ela foi muito clara na atividade que colocava o técnico Jorge Jesus diante de uma escolha, mas quando o assunto é conseguir uma vaga por meio de uma prova, percebe-se que a aluna acredita fielmente que as chances a princípio são as mesmas, elas só passam a não ser as mesmas quando o aluno se prepara para a prova comparado a outro que não se preparou (Figura 26). Nesse momento, verificou-se o elemento de disposição, crenças e atitudes da literacia probabilística, que levaram a aluna a acreditar que uma prova pode perfeitamente, e de forma justa, dar condições iguais para todos aqueles que a realizam.

Outro elemento da literacia probabilística que se verifica aqui é o de contexto, elemento de conhecimento. Como Nayara trabalha o dia todo em um *call's center*, a professora/pesquisadora sabe quais são os planos da aluna, que chega cansada à escola, pois passa o dia inteiro trabalhando e, além disso, sonha em fazer faculdade de administração. A aluna possui o conhecimento do contexto dos processos seletivos para faculdades, e percebe que o tempo que dispõe não é suficiente para que se prepare para tais, como muitas vezes citadas por ela, inclusive como mostrado no capítulo anterior. A palavra meritocracia paira na cabeça dessa aluna. É oportuno trazer essas informações pessoais, pois a literacia probabilística é

munida de contexto, de crenças, de sentimentos que perpassam por resultados probabilísticos (Gal, 2005) e como já abordado, a percepção de professora muitas vezes salta às da pesquisadora e ajuda na compressão das respostas que são registradas.

Ainda na atividade 3 da sequência didática, Nayara responde de acordo com os levantamentos feitos nas tarefas 4 e 5, afirmando na tarefa 5 que se pudesse tomar uma decisão, esta seria estudar mais, corroborando mais uma vez para sua crença sobre meritocracia.

Entende-se que se preparar para determinada prova, é uma consequência do estudo e, de fato, com mais estudo, tende a ter mais preparo para as provas. Desse modo, defende-se que as provas não apresentam condições iguais a todos os alunos que a realizarão, mesmo que eles estudem na mesma intensidade e profundidade, as condições de cada um são diferentes mediante à uma prova escrita, mas não entraremos em detalhes sobre isso por não ser o objetivo da pesquisa.

No último encontro, das análises a posteriori e validação da hipótese, pode-se afirmar que Nayara vinha com a crença de que existem alunos que se esforçam mais e, por isso, tem mais chances de conseguir uma boa nota em uma prova, ainda que a princípio ofereça a mesma chance para todos os alunos. Outro fator que foi importante na construção da temática para Nayara foi saber que haviam algumas abordagens para o cálculo ou estimativa de uma probabilidade, pois ela disse que só conhecia a probabilidade clássica e, por isso, usou em todos os cálculos. Observa-se que nesta última fase da experimentação, ela não usaria a probabilidade clássica, pois sabia que os espaços não eram equiprováveis. Quando afirmou que a prova oferece chances iguais para todos os alunos, o espaço não é equiprovável ainda, mas, segundo ela, logo se tornaria não equiprovável, quando cada aluno possuísse uma chance de acordo com o quanto se dedicou ou se esforçou.

Nesse sentido, Nayara valida a hipótese levantada pelos alunos de que a probabilidade pode sim, juntamente com a literacia probabilística, ajudar na tomada de decisão na vida adulta e também valida a hipótese da pesquisa, nas diversas vezes que fez exercício da literacia probabilística, com as limitações que possuía. Fala-se em limitações, pois como já discutido sobre a implementação e continuidade de um trabalho que vise o desenvolvimento desta habilidade tão necessária à formação do cidadão, como defendido por Gal (2005), deve ser trabalhada desde os anos iniciais até o fim do ensino médio, gradativamente com os alunos.

A aluna Rosa também esteve presente em todos os encontros, o que contribuiu para uma análise completa da Engenharia Didática como dispositivo metodológico. No primeiro encontro, a aluna respondeu de forma correta a todas as palavras propostas como mostrado na Figura 10, o que indicou que a aluna possuía conhecimentos prévios acerca da temática.

Nos dois encontros seguintes em que ocorreram as concepções e análises *a priori*, Rosa pouco participou no segundo encontro em que a discussão era sobre o time do Flamengo e sua possível escalação. Mas no momento que participou, mostrou que sabia claramente que se tratava de um espaço de escolha não equiprovável. Isso mostra que a aluna exerceu as concepções de literacia probabilística que diziam respeito à aleatoriedade e à linguagem, mas, ao criar um problema que relacionasse as palavras: possibilidades, chance, probabilidade e equiprovável, Rosa falou de um lugar onde não se aplica a aleatoriedade, sendo esse uma conquista de vaga por meio de uma prova.

Mesmo ao fim do encontro que se realizava as concepções e análises *a priori*, Rosa ainda se manteve firme na validade de sua opinião a respeito da equiprobabilidade e aleatoriedade na “escolha” por disputa por meio de uma prova. Nesse momento, verificou-se que as crenças e conhecimento de contexto da aluna falam mais alto, elementos esses, que compõem a literacia probabilística.

No primeiro encontro para realização da experimentação em que se realizava a primeira atividade da sequência didática, Rosa respondeu de forma correta a tarefa 1, justificou a tarefa 1 na tarefa 2 e não apresentou um conhecimento exterior para sugestões de escolha na tarefa 3. Ao trabalhar com a palavra chance na tarefa 4 como sinônimo de probabilidade, ela mostrou que embora exerça em parte o segundo elemento do conhecimento da literacia probabilística, mostrando que sabe como usar a abordagem clássica para o cálculo de probabilidades em espaços equiprováveis, ainda se sente confusa no terceiro elemento do conhecimento da literacia probabilística, a linguagem, considerando chance e probabilidade como sinônimos.

Observe que não é considerado erro, como já levantado nas variáveis microdidáticas que o aluno calcule a chance por meio da probabilidade clássica que se faz utilizável nesta tarefa. Mas a probabilidade é a quantificação da chance, que por sua vez é uma intuição acerca da probabilidade real, calculável ou não. Desse modo, acredita-se que o aluno que entende essa sutil diferenciação, defendida por Watson (2006), realmente está exercendo a linguagem na Probabilidade e não usando de forma a confundir conceitos, como visto na pesquisa de Marocci e Nacarato (2013), acerca de outras palavras que tratavam do acaso, e que possuíam significados distintos quando aplicadas no cotidiano *versus* na temática da Probabilidade.

Na tarefa 5 da atividade 1, Rosa interpretou a chance, nesse momento ela falava sobre os concorrentes, que representavam uma grande quantidade para ela registrado na Figura 15. Mais uma vez, apresenta-se aqui um elemento disposicional da literacia probabilística que são os sentimentos pessoais com relação à Probabilidade. A aluna Nayara, como mostrado anteriormente, acredita que a chance dela é igual a dos outros 395 alunos, enquanto Rosa a

classifica sua chance como pequena. Como já salientado nas Análises Preliminares no quadro teórico, Gal (2005) argumenta sobre a probabilidade ser uma percepção, faz-se um cálculo que quantifica aquela percepção pessoal, que vem carregada de crenças e atitudes, aversão ao risco ou a incerteza, entre outras questões. Dessa forma, entende-se que Rosa esteja de fato exercendo a literacia, de acordo com as crenças que a aluna carrega sobre a probabilidade.

Na atividade 2 que compõe a sequência didática, Rosa responde a tarefa 1 de forma correta, mostrando claramente que o termo possibilidade não foi problema para ela, uma vez que já trazia como conhecimento prévio. Mas nas tarefas 2, 3, e 4 onde o intuito era que o aluno verificasse a não aleatoriedade na escolha, Rosa identificou como um espaço equiprovável, o que já havia sido exposto por ela no segundo encontro, quando elaborou um problema e considerou a disputa por uma vaga um evento aleatório em um espaço equiprovável. Na tarefa 5, Rosa diz que escolheria o emprego com maior probabilidade de conseguir a vaga, mas afirma que realmente gostaria daquela vaga, por ser uma que ela se identifica, (Figura 22). Nessa atividade, embora Rosa não tenha exercido a literacia probabilística nas tarefas 2, 3 e 4 assim como outros alunos, ela mostra que possui um conhecimento de contexto, escolhendo uma vaga não apenas por sua probabilidade de conseguir, mas faz essa escolha imbricando a probabilidade com suas crenças e atitudes pessoais.

Na atividade 3 da sequência didática, Rosa afirma com argumentos de que as chances são iguais para todos, quando uma vaga é disputada por meio de prova. Para ela, todos os alunos possuem a mesma possibilidade, como representado nas Figuras 28 e 30 que respondem às tarefas 3 e 4. Na tarefa 5, ela responde que estudaria mais para assim conseguir a bolsa que deseja.

A crença de Rosa é concretizada em sua fala nas análises a posteriori e validação da hipótese, afirmando mais uma vez que sim, as chances são iguais para todos, mas existem aqueles que não estudam e aqueles que estudam e, a partir disso, as chances mudam, aumentando para aquele que estuda e diminuindo para aquele que não estuda.

Rosa apresenta em diversos momentos, o exercício da literacia probabilística, e percebe-se que ela possui crenças muito fortificadas, e é com base nelas que interpreta as probabilidades, sendo essa característica, uma das que compõem claramente esse exercício de olhar para a probabilidade e interpretá-la, com base em seu contexto, suas crenças, sua posição diante daquele valor e também de seus sentimentos pessoais. Dessa forma, ela exerce alguns elementos que compõem a literacia probabilística e valida dessa forma, a hipótese desta pesquisa.

Após as análises realizadas sobre o desenvolvimento de cada aluno dentro do dispositivo metodológico adotado, considerando as suas quatro fases e com base nas fases dos pressupostos

da Engenharia Didática enquanto metodologia de pesquisa, entende-se que a hipótese levantada foi validada. É oportuno salientar mais uma vez que assim como levantado nas Concepções e Análises *a Priori* baseado nas Análises Preliminares, o exercício da literacia probabilística é complexo e, dessa forma, não se esperava que os alunos, mesmo expostos a tal conceito de probabilidade pela primeira vez, o exerçam plenamente após 7 encontros. Nessa perspectiva, foram identificados vários episódios em que os alunos puderam exercer aspectos da literacia probabilística como um, dois, três ou até mais elementos, sejam eles do conhecimento ou disposicionais.

Assim como apresentado na pesquisa de Lugli (2011) na revisão sistemática de literatura, os conceitos probabilísticos em si são de grande dificuldade pois precisam romper com a visão determinística e tratar conceitos que envolvem a aleatoriedade. Juntar esses conceitos sobre a temática de probabilidade com a literacia probabilística é um trabalho complexo, que requer cuidado para que o seu exercício possa vir a ser pleno. Nesta pesquisa, foi colocado como hipótese que os alunos poderiam exercer elementos (do conhecimento e disposicional) da literacia probabilística após participarem da Experimentação, que contou com a Engenharia Didática como dispositivo metodológico e, ainda, com uma sequência didática que visava à tomada de decisão, a linguagem do acaso, o conceito de probabilidade. Ao fim das análises realizadas neste capítulo, verificou-se que a hipótese foi validada.

A pergunta de pesquisa que guiou esta investigação na busca de aspectos que possam levar os alunos ao exercício da literacia probabilística, pode ser respondida agora que as análises da Experimentação confrontando com as variáveis microdidáticas, acabam de ser realizadas.

Desta feita, foi possível identificar os seguintes aspectos que contribuíram para que os alunos exercessem a literacia probabilística:

- ✓ Engenharia didática como dispositivo metodológico no trabalho da sala de aula;
- ✓ Presença dos alunos em todos os encontros que compõem a Experimentação;
- ✓ Estrutura gradativa da sequência didática;
- ✓ Trabalho com palavras relacionadas ao acaso usadas no cotidiano e discutidas dentro da temática de probabilidade;
- ✓ Trabalho com exemplos que envolvam o contexto dos alunos (como o da escalação do Clube de Regatas do Flamengo);
- ✓ Trabalho com atividades que os alunos possam trazer seus conhecimentos prévios;
- ✓ Discussão em sala, aberta, oferecendo a chance de fala para os alunos;

- ✓ Não julgamento de valor quanto às crenças que cada aluno possui no que diz respeito aos sentimentos relacionados à probabilidade;
- ✓ Conhecimento das abordagens sobre a probabilidade e não apenas da abordagem da probabilidade clássica;
- ✓ Conhecimento de espaços não equiprováveis.

Entende-se, baseado em todos as fases que compõem esta pesquisa e na sua importância dentro da Engenharia Didática, que todos esses aspectos citados contribuem para o exercício de literacia probabilística.

8 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste capítulo final, mais do que apresentar conclusões, será feito um contraponto com o quadro teórico, as pesquisas provenientes da revisão sistemática da literatura, os dados obtidos na Experimentação e as Análises *a Posteriori* que acabaram validando a hipótese de trabalho. E, para iniciar, vale retomar o objetivo principal deste trabalho:

Investigar se e como ocorre o desenvolvimento da literacia probabilística por meio de uma sequência didática que leva à tomada de decisão construída gradativamente por meio da Engenharia Didática como dispositivo metodológico.

Para que esse objetivo fosse alcançado, foram criados outros mais específicos, que contribuíram e nortearam para o delineamento desta pesquisa. Foram eles: identificar e estudar a metodologia de pesquisa Engenharia Didática usada como estruturação da pesquisa e como dispositivo metodológico na sala de aula; compor o quadro teórico, que iniciou com a literacia estatística como “pano de fundo” e permitiu aprofundar os pressupostos da literacia probabilística para a análise dos dados; perpassar, mesmo que brevemente, a história da Teoria das Probabilidades; apresentar como saber matemático as diferentes abordagens para o cálculo de Probabilidade; discutir os saberes didáticos relacionados à Probabilidade baseado em alguns estudos e na Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2017); realizar a revisão sistemática de literatura, que contribuiu para a construção das atividades utilizadas; levantar as variáveis macro e microdidáticas de acordo com a metodologia adotada; realizar as quatro fases do dispositivo metodológico com os alunos na sala de aula e, por fim, confrontar os resultados obtidos em sala com as variáveis microdidáticas à luz da teoria para validar a hipótese de trabalho bem como responder a questão de pesquisa.

O primeiro objetivo específico foi realizado no início do trabalho com a finalidade de verificar se a Engenharia Didática seria adequada para o que se pretendia fazer. Como já discutido no capítulo 2, a metodologia é um grande ganho para as pesquisas em Educação Matemática, pois estrutura o trabalho do pesquisador de forma a contribuir para a sua execução. Já sabendo que seria usada como metodologia de pesquisa, ainda foi adotada como dispositivo metodológico para a sala de aula, o que, como mostrado no capítulo da Experimentação também foi um grande ganho, pois valorizou os conhecimentos prévios dos alunos, permitiu que os mesmos pudessem criar suas próprias concepções acerca da temática, realizar atividades com

base nessas concepções e fazer o confronto delas após a realização da sequência didática composta por 3 atividades.

O segundo objetivo específico tratou do quadro teórico que subsidiou esta pesquisa. Inicialmente, estudamos sobre a literacia estatística como descrito no capítulo 3, mas como o objetivo era o trabalho sobre a Probabilidade, percebeu-se a necessidade de aprofundar em uma teoria que respaldasse essa temática. Com Gal (2005) pudemos trabalhar com a literacia probabilística em seus 5 elementos do conhecimento e 3 elementos disposicionais. A probabilidade para Gal (2005) é um cálculo que quantifica a percepção de chance de ocorrência de determinado evento, e os 7 elementos que compõem a literacia probabilística podem auxiliar o cidadão (nesta pesquisa vistos como alunos do segundo ano do Ensino Médio) a lidar e reagir a resultados probabilísticos.

O estudo da história da Teoria das Probabilidades foi apropriado para esta pesquisa. Embora a descrição desta história tenha sido de forma breve, entende-se que a motivação para a criação da teoria, inicialmente por Fermat e Pascal, seja de fato, relevante, inclusive para levar à sala de aula, mostrando aos alunos as implicações que existiram antes que a Teoria das Probabilidades tomasse forma, com as diversas curiosidades sobre o assunto. Como o foco desta pesquisa não era esse, a descrição ocorreu de forma breve, mas pode inclusive ser de interesse para pesquisadores da área para outros trabalhos que queiram discutir a história da Teoria da Probabilidades e suas motivações na sala de aula.

As diferentes abordagens da Probabilidade sejam elas clássica, frequentista, geométrica, subjetiva, e vistas como funções discretas ou contínuas descreveram o saber matemático, uma vez que esse saber é componente das Análises Preliminares, primeira fase da Engenharia Didática.

Do mesmo modo que o saber matemático se fez importante para esta pesquisa, o saber didático acerca da Probabilidade também foi importante. A Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2017) é o documento norteador da Educação mais recente no Brasil e, nesse sentido, optou-se por analisar como o documento organiza os conhecimentos referentes à Probabilidade desde os Anos Iniciais até o Ensino Médio. Esse objetivo foi realizado de forma efetiva, pois, ao analisar as indicações do documento, pudemos trazer alguns autores que compõem o Grupo de Trabalho 12 da Sociedade Brasileira de Educação Matemática, o GT-12, que trabalha com o Ensino de Probabilidade e Estatística no país, discutindo conceitos, criando atividades, pensando na formação de professores para o ensino desse tema, divulgando a temática, entre outras atividades mostradas na introdução desta pesquisa. Desse modo, esse objetivo específico permitiu os próximos passos para avançar as fases da Engenharia Didática

A opção pela revisão sistemática da literatura foi um ganho para esta pesquisa tanto pelo fato de fortalecer a pertinência da temática no meio acadêmico quanto pelo lado formativo que tem o tema sobre a prática pedagógica, envolvendo alunos, professora/pesquisadora. Como mostrado no capítulo 4, os procedimentos previamente levantados contribuíram muito para que a revisão da literatura tomasse forma. Além disso, os trabalhos encontrados e discutidos puderam ajudar na composição das atividades criadas, tratando sobre a linguagem do acaso, a complexidade da literacia estatística, probabilística e geral, que fora mostrado nestes trabalhos analisados. O trabalho de Sharma (2017) sintetizou as definições existentes sobre a literacia estatística. Outro trabalho também importante para esta pesquisa foi a de Paim (2019), abordando um estado da arte da literacia estatística e probabilística em pesquisas realizadas no Brasil.

O sétimo objetivo específico foi o levantamento das variáveis que dizem respeito ao cerne da metodologia, sem os quais não há um efetivo uso da Engenharia Didática. Como afirmou Artigue (1988), esse é o momento em que o pesquisador descreve tudo que pode acontecer e que se espera com a Experimentação, tudo que é levantado nesta fase é confrontado com os resultados obtidos na próxima fase para uma possível validação da hipótese e para responder à questão que norteia a pesquisa. Sabendo dessa importância, esse objetivo específico foi de fato muito difícil de realizar. Muitas dúvidas surgiram na elaboração desta fase da metodologia até que enfim pudesse estar pronta para o confronto que viria depois.

Usando a Engenharia Didática como dispositivo metodológico para realizar o oitavo objetivo específico da pesquisa, foi a vez de aplicar em sala as atividades que já estavam previamente prontas, e que de um encontro para o outro, com base nos resultados obtidos daquele dia, fora ajustada. Esse ajuste era esperado pelo conceito de sequência didática e por ser uma variável microdidática que já havia sido levantada. Mais uma vez, a fase anterior à Experimentação, as Construções e Análises *a Priori*, mostrou a sua importância. Como as variáveis já haviam sido levantadas, foi oportuno observar que o trabalho do pesquisador já havia sido realizado no que diz respeito ao que poderia ocorrer na terceira fase e como reagir a estas ocorrências, assim, a Experimentação foi realizada com êxito.

O último objetivo específico foi realizar o confronto à luz da teoria adotada e com contribuições dos trabalhos selecionados pela revisão sistemática de literatura das variáveis levantadas na segunda fase com os resultados obtidos na terceira fase. Com esse confronto foi possível validar a hipótese de pesquisa, a qual se espera que os alunos pudessem exercer elementos que compunham a literacia probabilística ao fim da Experimentação, usando para isso a sequência didática criada, que abordava assuntos de seus interesses, e ainda com o

dispositivo metodológico utilizado, importante para essa validação. Também nessa fase se pode responder à pergunta de pesquisa, identificando aspectos que contribuíssem para o exercício da literacia probabilística.

Como defendido nesta pesquisa, não se esperava que o exercício da literacia probabilística fosse realizado de forma plena, pois somente a temática da Probabilidade é de fato composta por conceitos complexos e a literacia vem com criticidade sobre esses conceitos. Conforme traçado na revisão sistemática da literatura, o ensino de Probabilidade rompe com o determinismo, pois vem carregado de aleatoriedade.

A pesquisa de Ody e Viale (2016), também exposta na revisão sistemática da literatura, contribuiu para essa percepção de complexidade da literacia, seja ela estatística, probabilística, ou geral, pois pode-se perceber a falta desse exercício de literacia nos resultados apresentados pelos autores.

Desse modo, inserir as discussões sobre literacia probabilística na temática da Probabilidade é um assunto urgente a ser tratado, por sua importância em estimular o exercício da literacia probabilística por parte dos alunos. O exercício pleno desta habilidade pode de fato, como mostrado por Gal (2002, 2005), Sharma (2017), Watson (1996), Coutinho (1994, 2002), Lopes (2008), ajudar na construção de criticidade do aluno, levando a percepção de mundo que acreditasse ser um dos principais objetivos da escola enquanto agente formador e transformador.

Outro resultado obtido nesta pesquisa foi a necessidade de apresentar e discutir com os alunos as abordagens da Probabilidade e não apenas a clássica, além de verificar os espaços onde a equiprobabilidade não se aplica.

Dessa forma, esse trabalho contribui para o campo da Educação Matemática na área de Educação Estatística e para os esforços realizados pelo GT-12 da SBEM, no Ensino de Probabilidade e Estatística. Assim, vale ainda constatar que esse trabalho não se esgota aqui, pois se pretende continuar os estudos unindo a teoria à prática na sala de aula, quando se é possível analisar por outras perspectivas teóricas a Sequência Didática proposta no Produto Educacional.

REFERÊNCIAS

- ALMOULOUD, S. A. **Fundamentos da Didática da matemática**. Curitiba: UFPR, 2007.
- ARTIGUE, M. IngénierieDidactique. **Recherches em Didactique dès Mathématiques**, Grenoble, v. 9, n. 3, p. 281-308, 1988.
- AZCÁRATE, P.G. **Estudio de las Concepciones disciplinares de futuros Profesores de Primaria en torno a las nociones de Aleatoriedad y Probabilidad**. Granada: Comares, 1996.
- BATANERO, C. Significados de La Probabilidad en La Educación Secundária. Revista Latinoamericana de Matemática Educativa – Relime, v.08, n.3, p. 247-263, 2005.
- BITTAR, M.; ABE, S. T. Ensino de Probabilidades: a Articulação entre as visões clássica, frequentista e geométrica. In: COUTINHO, C. de Q. S. (org.) *Discussões sobre o ensino e a aprendizagem da probabilidade e da estatística na escola básica*. Campinas, SP: Mercado das Letras, 2013. (Coleção Educação Estatística). p. 99 – 120.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2017.
- BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN): Matemática**. Brasília, DF, 1997.
- BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN): Matemática**. (3º e 4º ciclos do ensino fundamental). Brasília: MEC, 1998.
- BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros curriculares nacionais: ensino médio**. Brasília, 1999. 394p.
- Bôas, S. G. V.; Konti, K. C. (2018). Base Nacional Comum Curricular: um olhar para Estatística e Probabilidade nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. *Ensino em Re-Vista*, 25(4), 984-1003.
- BOGDAN, R.; BIKLEN, S. **Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos**. Porto editora, 1994.
- BOYER, C.B. **História da matemática**. Trad. Elza F. Gomide. São Paulo: Edgard Blücher, 1974.
- CAMPOS, C. R. (2007) A educação estatística: uma investigação acerca dos aspectos relevantes à didática da Estatística em cursos de graduação. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Rio Claro: UNESP.
- CAMPOS, C. R.; WODEWOTZKI, M. L. L.; JACOBINI, O. R. **Educação Estatística: teoria e prática em ambientes de modelagem matemática**. Belo Horizonte-MG: Autêntica, 2013.
- COBB, G. W.; MOORE, D. S. Mathematics, statistics, and teaching. **The American Mathematical Monthly**, v. 104, n. 9, p. 801-823, 1997.

COSTA, A.B.; ZOLTOWSKI, A. P. C. Como escrever um artigo de revisão sistemática. **Manual de produção científica**, p. 55-70, 2014.

COUTINHO, C. de Q. et al. **Introdução ao conceito de probabilidade por uma visão freqüentista**: Estudo Epistemológico e Didático. 1994.

COUTINHO, C. de Q. e S. Probabilidade Geométrica: Um contexto para a modelização e a simulação em situações aleatórias com Cabri. Caxambu. MG. Trabalho apresentado no encontro anual da **ANPED**, 2002, GT19.

COUTINHO, C Q. S. Conceitos probabilísticos: quais contextos a história nos aponta? **REVEMAT** - Revista Eletrônica de Educação Matemática – UFSC, Florianópolis, v. 2, n.1, p.50-67, 2007.

DOLZ, J. et al. Sequências didáticas para o oral e a escrita: apresentação de um procedimento. **Gêneros orais e escritos na escola**. Campinas: Mercado de Letras, p. 95-128, 2004.

EVES, H. **Introdução à história da matemática**. Trad. Hygino H. Domingues. Campinas: ed. UNICAMP, 1995.

FREIRE, P. **Pedagogia da autonomia**: saberes necessários à prática educativa. São Paulo: Paz e Terra, 2005. (Coleção leitura)

FREIRE, P. **Pedagogia do oprimido**. São Paulo: Paz e Terra, 2005.

GARFIELD, J. The statistical reasoning assessment: development and validation of a research tool. In: **Proceedings of the fifth international conference on teaching statistics**. Mendoza/Voorburg: International Statistical Institute/ Ed. L. Pereira, 1998. p. 781-786.

GAL, I. Adults' statistical literacy: Meanings, components, responsibilities. **International statistical review**, v. 70, n. 1, p. 1-25, 2002.

GAL, I. Towards “probability literacy” for all citizens: Building blocks and instructional dilemmas. In: **Exploring probability in school**. Springer, Boston, MA, 2005. p. 39-63.

HERZOG, R. C. B. Educação estatística: uma proposta de ensino para a educação básica. 2016. Monografia. (Instituto de Matemática e Estatística – Departamento de Estatística). Rio Grande do Sul: UFRGS.

KATAOKA, V. Y.; DA SILVA, C. B.; CAZORLA, I. Passeios Aleatórios da Carlinha: uma sequência de ensino de probabilidade. **Quadrante**, v. 23, n. 2, p. 23-46, 2014.

KITCHENHAM, B. Procedures for performing systematic reviews. **Keele, UK, Keele University**, v. 33, n. 2004, p. 1-26, 2004.

LARROSA, J. **Linguagem e educação depois de Babel**. Belo Horizonte: Autêntica, 2004a.

LOPES, C. E.; MEIRELLES, E. (2005). O Desenvolvimento da Probabilidade e da Estatística. **ENCONTRO REGIONAL DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA LEM/IMECC/UNICAMP, Anais.../8**, 01-08.

LOPES, C. E. O ensino da estatística e da probabilidade na educação básica e a formação dos professores. **Cadernos Cedex**, 28(74), 57-73, 2008.

LUGLI, L. A análise de dados e a probabilidade nas avaliações externas para o ensino médio: ENEM e SARESP. 2011. Dissertação (Mestrado Profissionalizante em Ensino de Ciências e Matemática) — Universidade Cruzeiro do Sul, UNICSUL, São Paulo (SP). Orientadora: Celi Aparecida Espasandin Lopes. Disponível em: <http://sites.cruzeirosulvirtual.com.br/pos_graduacao/trabs_programas_pos/trabalhos/Mestrado_Ensino_de_Ciencias_e_Matematica/MESTRADO_ENSINO_DE_CIENCIAS_E_MATEMATICA-Luciana%20de%20Castro%20Lugli_288.PDF>

MAROCCI, L.; NACARATO, A. M. Um ambiente de aprendizagem baseado na resolução de problemas: a possibilidade de circulação de significações sobre probabilidade por meio da linguagem A learning environment based on solving problem: the possible flow of meanings about probability. **Educação Matemática Pesquisa: Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática**, v. 15, n. 1, 2013.

MORGADO, A.; CARVALHO, J. P.; CARVALHO, P. P. de; FERNANDEZ, P. **Análise combinatória e probabilidade**. Rio de Janeiro: Graefex, 1991.

ODY, M. C.; VIALI, L. Uma avaliação da literacia estatística e probabilística no ensino médio. An evaluation of statistics and probabilistic literacy in the high school. **Educação Matemática Pesquisa: Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática**, v. 18, n. 2, 2016.

PAGAN, A.; MAGINA, S. O ensino de Estatística na educação básica com foco na interdisciplinaridade: um estudo comparativo. **Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos**, v. 92, n. 232, 2012.

PAIM, Sandra Aparecida de Oliveira Coelho et al. O estado da arte das pesquisas brasileiras sobre o letramento estatístico e probabilístico. 2019. Dissertação (Programa de Pós-graduação em ensino de ciências exatas). Sorocaba: UFSCar.

PAULA, S. C. R. de; RODRIGUES, C. K; SILVA, J. C. da. **Educação matemática e tecnologia: articulando práticas geométricas**. Curitiba: Appris, 2016.

POMMER, W. M. **A Engenharia Didática em sala de aula: Elementos básicos e uma ilustração envolvendo as Equações Diofantinas Lineares**. São Paulo: [s.n.], 2013. Disponível em: <<http://stoa.usp.br/wmpommer/files/3915/20692/Livro+Eng%C2%AA+Did%C3%A1tica+2013.pdf>>. Acesso em: 20 ago 2019.

PONTES, M. M; LIMA, D. S. S. M; VASCONCELOS, F. V; VASCONCELOS, A. K. P. A temática 'Probabilidade e Estatística' nos anos iniciais do Ensino Fundamental a partir da promulgação da BNCC: percepções pedagógicas. **Revista de Estudos e Pesquisas sobre Ensino Tecnológico (EDUCITEC)**, v. 5, n. 12, 2019.

RUMSEY, D. J. Discussion: Statistical literacy: Implications for teaching, research, and practice. **International Statistical Review/Revue Internationale de Statistique**, v. 70, n. 1, p. 32-36, 2002.

SOUZA, A. C; LOPES, C.E; OLIVEIRA, D. A análise exploratória de dados na infância: uma conexão entre a Educação Estatística e a Literatura Infantil. In: Coutinho, C. Q.S (org.). Discussões sobre o ensino e a aprendizagem da Probabilidade e da Estatística na Escola Básica. 1ª edição – Campinas, SP: Mercado de Letras, 2013.

SHARMA, S. Definitions and models of statistical literacy: a literature review. **Open Review of Education all Research**, v. 4, n. 1, p. 118-133, 2017.

WATSON, J. M. Discussão: alfabetização estatística antes da idade adulta. **Revisão Estatística Internacional / Revista Internacional de Estatística**, v. 70, n. 1, p. 26-30, 2002.

WATSON, J. M. Statistical literacy at school: growth and goals. Nova Jersey. Lawrence Erlbaum Associates, 2006

WILD, C. J. Abraçando a "visão mais ampla" das estatísticas. **The American Statistician**, v. 48, n. 2, p. 163-171, 1994.

ZABALA, A. **A prática educativa**: como ensinar. Porto Alegre: Penso, 2015.

MEMORIAL

Em minha trajetória como professora, que tenho percorrido pelo caminho reflexivo sobre a minha prática, senti necessidade latente de não cair na incoerência do que acredito, ser oposto ao que faço todos os dias em sala de aula. Sei, é claro, que toda e qualquer mudança carece de um tempo e de adaptação de todos os envolvidos.

Acredito que o papel do professor não é o de meramente “transferidor” de saberes, assim como Paulo Freire quando diz que:

É preciso, sobretudo, e aí já vai um destes saberes indispensáveis, que o formando, desde o princípio mesmo de sua experiência formadora, assumindo-se como sujeito de sua experiência formadora, assumindo-se como sujeito também da produção do saber, se convença definitivamente de que ensinar não é transferir conhecimento, mas criar as possibilidades para a sua produção ou a sua construção. (FREIRE, 2005, p. 24, grifo do autor)

Desse modo, iniciei minha jornada no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática com a intenção de verificar modos de ensino e de aprendizagem sobre o tema Probabilidade e seu potencial para a formação crítica dos cidadãos, chamada nesta pesquisa de literacia probabilística.

Dessa feita, como professora atuante no estado de Minas Gerais, trabalhando com alunos do Ensino Médio, busquei e busco desenvolver no ensino de Probabilidade a criticidade dos alunos, levando-os a exercer a literacia probabilística, para que, ao saírem da escola, possam levar, e quando preciso, usar esse conhecimento para tomar decisões devidamente analisadas e modificar a realidade do seu entorno.