

Universidade Federal de Juiz de Fora
Instituto de Ciências Exatas
Pós-Graduação em Ciência da Computação

Pedro Gabriel da Silva Guimarães

Otimização Multiobjetivo do Leito de Fusão para Altos-Fornos

Juiz de Fora
2019

Pedro Gabriel da Silva Guimarães

Otimização Multiobjetivo do Leito de Fusão para Altos-Fornos

Dissertação apresentada ao Pós-Graduação em Ciência da Computação da Universidade Federal de Juiz de Fora, na área de concentração em Inteligência Computacional, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Ciência da Computação.

Orientador: Carlos Cristiano H. Borges

Coorientador: Wagner Antônio Arbex

Juiz de Fora

2019

Ficha catalográfica elaborada através do Modelo Latex do CDC da UFJF
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

Guimarães, Pedro Gabriel da Silva.

Otimização Multiobjetivo do Leito de Fusão para Altos-Fornos / Pedro Gabriel da Silva Guimarães. – 2019.

76 f. : il.

Orientador: Carlos Cristiano H. Borges

Coorientador: Wagner Antônio Arbex

Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Juiz de Fora, Instituto de Ciências Exatas. Pós-Graduação em Ciência da Computação, 2019.

1. Alto-Forno. 2. Leito de Fusão. 3. Otimização Multiobjetivo. I. Hasenclever Borges, Carlos Cristiano, orient. II. Arbex, Wagner Antônio, coorient. III. Otimização Multiobjetivo do Leito de Fusão para Altos-Fornos.

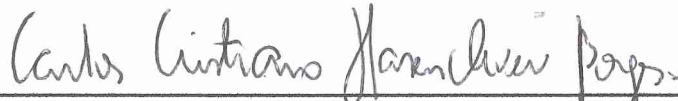
Pedro Gabriel da Silva Guimarães

Otimização Multiobjetivo do Leito de Fusão para Altos-Fornos

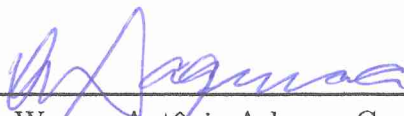
Dissertação apresentada ao Pós-Graduação em Ciência da Computação da Universidade Federal de Juiz de Fora, na área de concentração em Inteligência Computacional, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Ciência da Computação.

Aprovada em 2 de setembro em 2019

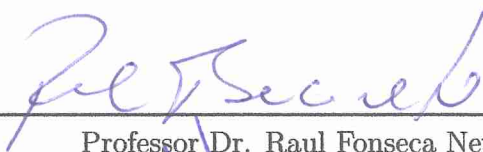
BANCA EXAMINADORA



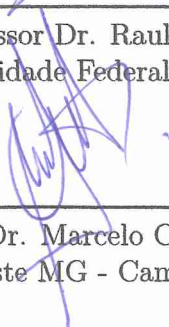
Prof. Dr. Carlos Cristiano H. Borges - Orientador
Universidade Federal de Juiz de Fora



Professor Dr. Wagner Antônio Arbex - Coorientador
Universidade Federal de Juiz de Fora



Professor Dr. Raul Fonseca Neto
Universidade Federal de Juiz de Fora



Professor Dr. Marcelo Costa Pinto e Santos
IF Sudeste MG - Campus Juiz de Fora

AGRADECIMENTOS

À minha mãe e irmã pelo incentivo e apoio.

Aos meus chefes e companheiros de trabalho pela compreensão e ajuda.

Aos meus orientadores, Prof. Carlos Cristiano e Prof. Wagner Arbex, pela paciência e auxílio durante o curso.

Aos membros da Banca Examinadora pelo trabalho de avaliação.

Aos professores do PGCC por todos os ensinamentos.

A todos que participaram, direta ou indiretamente, na realização desse trabalho.

“Do not wait to strike till the iron is hot; but make it hot by striking”
William Butler Yeats

RESUMO

Neste trabalho é apresentado um modelo de otimização multiobjetivo para apoiar no orçamento de cargas para o consumo em altos-fornos na fabricação de ferro-gusa, principal material na produção do aço. Dado um conjunto de matérias-primas e restrições de fabricação como disponibilidade dos materiais, características objetivadas para o produto final, etc, deseja-se calcular a quantidade de cada matéria-prima a ser enfiada que gere as soluções com os menores custos e desperdício. Devido ao interesse em objetivos conflitantes, um modelo evolutivo multiobjetivo foi desenvolvido com o acoplamento de componentes específicos construídos com base nas características das variáveis de decisão que compõem o problema, estas que se dividem em variáveis com normalização e sem normalização. Desta forma, modelos de projeção das variáveis são apresentados em conjunto com uma estratégia de evolução intra-indivíduo, visando um incremento na eficiência e qualidade das soluções obtidas. A evolução intra-indivíduo consiste em etapas que envolvem mutação por permutação, um método de projeção específico e uma otimização secundária em parte das variáveis de decisão, construída por meio de um modelo de inteligência de enxame, o algoritmo de enxame de partículas (PSO). O modelo mostrou-se ser bastante efetivo e útil ao imprimir vários cenários de maneira rápida para auxiliar na tomada de decisões para o orçamento de matérias-primas.

Palavras-chave: Alto-Forno. Leito de Fusão. Otimização Multiobjetivo. Algoritmo Genético. Problemas de Misturas. Plano Simplex. Enxame de Partículas.

ABSTRACT

In this work is presented a multi-objective optimization model to support the raw materials budget for blast furnaces consumption in the production of pig-iron, main material for steel making. Given a set of materials and fabrication constraints, such as materials availability, their chemical compositions, required features for the final product, etc, the objective of the model is to find the amount of each material that generates the lowest cost and wasteful solutions. Due to the interest in conflicting objectives, an evolutionary multi-objective model has been developed associated with specific components, built on the characteristics of decision variables that formulate the problem, in which those are divided in variables with normalization and without normalization. Thus, variable projections models are presented together with an intra-individual evolution strategy, aiming to increment efficiency and quality in the obtained solutions. The intra-individual evolution consists of stages that involve mutation by permutation, a specific projection method, and a secondary optimization, which was built by means of a swarm intelligent algorithm, the Particle Swarm Optimization. The model has shown to be very effective and useful in printing several scenarios in a swift way to aid in decisions making for the raw materials budget.

Key-words: Blast Furnace. Material Balance. Multi-Objective Optimization. Genetic Algorithm. Mixture Problems. Simplex. Particle Swarm Optimization.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Soluções hipotéticas para um problema de tomada de decisão	22
Figura 2 – Exemplo ilustrativo de eficiência de Pareto em um espaço objetivo (esquerdo) e as possíveis relações das soluções no espaço das funções objetivo (direito)	23
Figura 3 – Exemplo de cruzamento no domínio contínuo	25
Figura 4 – Exemplo de mutação no domínio contínuo	26
Figura 5 – Método de seleção tipo roleta	27
Figura 6 – Método de seleção tipo torneio ternário	27
Figura 7 – Bando de pássaros	28
Figura 8 – Cardume de peixes	28
Figura 9 – Fluxo Simplificado de um Processo Siderúrgico	31
Figura 10 – Esquema indicando as regiões componentes do corpo do alto-forno . . .	34
Figura 11 – Arranjo geral de um alto-forno	

3

5

Figura 12 – Crowding Distance	47
Figura 13 – Non-dominated Sorting	47
Figura 14 – Plano simplex com duas e três dimensões	49
Figura 15 – Projeções no simplex	50
Figura 16 – Projeção das porcentagens dos minérios de ferro	52
Figura 17 – Projeção das porcentagens dos minérios de ferro	54
Figura 18 – PSO-Swap Mutation	56
Figura 19 – Medidas de desempenho - Exemplo	58
Figura 20 – Fluxograma do algoritmo de otimização	60
Figura 21 – Primeiro Experimento - Desempenho	62
Figura 22 – Primeiro Experimento - Resultado	62
Figura 23 – Primeiro Experimento - Fundentes	64
Figura 24 – Primeiro Experimento - Porcentagens de Minério de Ferro	65
Figura 25 – Segundo Experimento - Desempenho	66
Figura 26 – Segundo Experimento - Resultado	67
Figura 27 – Resultados dos dois experimentos	68
Figura 28 – Segundo Experimento - Fundentes	69
Figura 29 – Segundo Experimento - Porcentagens de Minério de Ferro	70

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

NSGA-2	Algoritmo Genético de Classificação por Não-Dominância-2
PSO	Otimização por Enxame de Partículas
ICP	Injeção de Carvão Pulverizado
PL	Programação Linear
GRG	Gradiente Reduzido Generalizado

LISTA DE SÍMBOLOS

V	Variáveis de decisão
$\%C_{GU}$	Teor de carbono contida na gusa (%)
$\%Si_{GU}$	Teor de silício contido na gusa (%)
$[Fe]_{GU}$	Quantidade de ferro em kg na gusa
$[Mn]_{GU}$	Quantidade de manganês em kg na gusa
$[P]_{GU}$	Quantidade de fósforo em kg na gusa
η_{Mn}	Relação de Mn que vai para a gusa (%)
η_{Fe}	Relação de Fe que vai para a gusa (%)
$\eta_{min/carvão}$	Relação de minério de ferro e carvão
Z_1, Z_2	Custo da produção de gusa (unidade de preço) e taxa de escória
m, n	Quantidade de tipos de minérios de ferro e fundentes disponíveis
$Preco_i$	Preço do material por kg $i, i \in m$
Q	Quantidade total de minério de ferro carregado no alto-forno (kg)
Q_{perdas}	Quantidade total de perdas no alto-forno (kg)
Q_{ICP}	Quantidade total de carvão pulverizado injetado (kg)
X_i	Porcentagem da quantidade do minério de ferro $i, i \in m$
Y_j	Quantidade em kg do fundente $j, j \in n$
ES	Quantidade de escória (kg)
ES_{Min}	Quantidade mínima de escória (kg)
ES_{Max}	Quantidade máxima de escória (kg)
GU	Quantidade de gusa objetivada (kg)
Fe_i	Quantidade de ferro em kg no material $i, i \in n$ ou m
Mn_i	Quantidade de manganês em kg no material $i, i \in n$ ou m
P_i	Quantidade de fósforo em kg no material $i, i \in n$ ou m
SiO_{2i}	Quantidade de sílica em kg no material $i, i \in n$ ou m

Al_2O_{3i}	Quantidade de alumina em kg no material i , $i \in n$ ou m
CaO_i	Quantidade de cal cáustica em kg no material i , $i \in n$ ou m
MgO_i	Quantidade de magnésia em kg no material i , $i \in n$ ou m
FeO_i	Quantidade de óxido de ferro em kg no material i , $i \in n$ ou m
MnO_i	Quantidade de óxido de manganês em kg no material i , $i \in n$ ou m
$Fe_{carvão}$	Quantidade de ferro em kg no carvão
$P_{carvão}$	Quantidade de fósforo em kg no carvão
Fe_{ICP}	Quantidade de ferro em kg no carvão pulverizado injetado
P_{ICP}	Quantidade de fósforo em kg no carvão pulverizado injetado
Fe_{perdas}	Quantidade de ferro em kg nas perdas
Mn_{perdas}	Quantidade de manganês em kg nas perdas
P_{perdas}	Quantidade de fósforo em kg nas perdas
$SiO_{2perdas}$	Quantidade de sílica em kg nas perdas
$Al_2O_{3perdas}$	Quantidade de alumina em kg nas perdas
CaO_{perdas}	Quantidade de cal cáustica em kg nas perdas
MgO_{perdas}	Quantidade de magnésia em kg nas perdas
FeO_{perdas}	Quantidade de óxido de ferro em kg nas perdas
MnO_{perdas}	Quantidade de óxido de manganês em kg nas perdas
$\%Fe_i$	Teor de ferro no material i (%), $i \in n$ ou m
$\%Mn_i$	Teor de manganês no material i (%), $i \in n$ ou m
$\%P_i$	Teor de fósforo no material i (%), $i \in n$ ou m
$\%SiO_{2perdas}$	Teor de sílica nas perdas
$\%Al_2O_{3perdas}$	Teor de alumina nas perdas
$\%CaO_{perdas}$	Teor de cal cáustica nas perdas
$\%MgO_{perdas}$	Teor de magnésia nas perdas
$\%FeO_{perdas}$	Teor de óxido de ferro nas perdas

$\%MnO_{perdas}$	Teor de óxido de manganês nas perdas
$\%SiO_{2carvão}$	Teor de sílica no carvão
$\%Al_2O_{3carvão}$	Teor de alumina no carvão
$\%CaO_{carvão}$	Teor de cal cáustica no carvão
$\%MgO_{carvão}$	Teor de magnésia nas no carvão
$[SiO_2]_{ES}$	Quantidade de sílica em kg na escória
$[Al_2O_3]_{ES}$	Quantidade de alumina em kg na escória
$[CaO]_{ES}$	Quantidade de cal cáustica em kg na escória
$[MgO]_{ES}$	Quantidade de magnésia em kg na escória
$[FeO]_{ES}$	Quantidade de óxido de ferro em kg na escória
$[MnO]_{ES}$	Quantidade de óxido de manganês em kg na escória
$[SiO_2]_{\%ES_{min}}$	Teor mínimo de sílica presente na escória (%)
$[SiO_2]_{\%ES_{max}}$	Teor máximo de sílica presente na escória (%)
$[Al_2O_3]_{\%ES_{min}}$	Teor mínimo de alumina presente na escória (%)
$[Al_2O_3]_{\%ES_{max}}$	Teor máximo de alumina presente na escória (%)
$[MgO]_{\%ES_{min}}$	Teor mínimo de magnésia presente na escória (%)
$[MgO]_{\%ES_{max}}$	Teor máximo de magnésia presente na escória (%)
L_{min}, L_{max}	Valor mínimo e máximo limite
CaO/SiO_2	Basicidade binária da escória objetivada

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	14
1.1	TRABALHOS RELACIONADOS	15
1.2	MOTIVAÇÃO	15
1.3	OBJETIVOS	16
1.4	ORGANIZAÇÃO	16
2	REVISÃO TEÓRICA	18
2.1	PROGRAMAÇÃO LINEAR	18
2.2	GRADIENTE REDUZIDO GENERALIZADO	19
2.3	OTIMIZAÇÃO MULTIOBJETIVO	21
2.3.1	Definições e Formulação do Problema de Otimização Multiobjetivo	22
2.3.1.1	<i>Conjunto Factível</i>	23
2.3.1.2	<i>Dominância de Pareto</i>	23
2.4	ALGORITMOS GENÉTICOS	24
2.4.1	Geração da População Inicial	25
2.4.2	Operador de Cruzamento	25
2.4.3	Operador de Mutação	26
2.4.4	Operador de Seleção	26
2.4.4.1	<i>Seleção por Elitismo</i>	26
2.4.4.2	<i>Seleção por Roleta</i>	27
2.4.4.3	<i>Seleção por Torneio</i>	27
2.5	ENXAME DE PARTÍCULAS	27
2.5.1	Algoritmo do PSO	28
3	PROCESSO PRODUTIVO DE UMA SIDERÚRGICA	30
3.1	DESCRIÇÃO INICIAL	30
3.2	ALTO-FORNO	31
3.2.1	Descrição do Processo	32
3.2.2	Visão Geral	35
3.2.3	Leito de Fusão	36
3.2.3.1	<i>Exemplo - Dados</i>	36
3.2.3.2	<i>Exemplo - Resolução</i>	37
4	MODELAGEM DO PROBLEMA	39
4.1	DESCRIÇÃO DO PROBLEMA	39

4.2	VARIÁVEIS DE DECISÃO	40
4.3	PARÂMETROS	40
4.4	FUNÇÕES OBJETIVO	41
4.5	RESTRICÇÕES	44
4.5.1	Restrições de Caixa das Variáveis de Decisão	44
4.5.2	Porcentagem de Minérios	44
4.5.3	Basicidade da Escória	45
4.5.4	Quantidade de Escória	45
4.5.5	Porcentagem de Sílica na Escória	45
4.5.6	Porcentagem de Alumina na Escória	45
4.5.7	Porcentagem de Magnésia na Escória	46
4.5.8	Número de Silos	46
4.6	FUNÇÕES DE AVALIAÇÃO	46
4.7	SOLUÇÃO PELA OTIMIZAÇÃO MULTIOBJETIVO	46
4.7.1	População Inicial	48
4.7.2	Operadores Genéticos	48
4.7.3	Projeção no Plano Simplex	49
4.8	EVOLUÇÃO INTRA-INDIVÍDUO	52
4.8.1	Mutação de Permutação em Variáveis com Normalização	53
4.8.2	Projeção com Restrição de Não-ativação de Variáveis	54
4.8.3	Otimização Intra-indivíduo Secundária	55
4.8.4	Fluxo Evolutivo	56
5	ANÁLISE EXPERIMENTAL E RESULTADOS	57
5.1	CONDIÇÕES INICIAIS	59
5.2	RESULTADOS EXPERIMENTAIS	61
5.2.1	Primeiro Experimento	61
5.2.2	Segundo Experimento	63
5.2.3	Considerações Finais	71
6	CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS	72
	REFERÊNCIAS	74

1 INTRODUÇÃO

O alto-forno é geralmente o equipamento mais importante de uma usina siderúrgica, tendo sua principal função retirar o oxigênio do minério de ferro, gerando um material metálico com alto teor de ferro, o ferro-gusa. Além do ar quente injetado dentro do forno, que tem como função gerar os gases redutores, nele são carregados três tipos de materiais: carga metálica (minério de ferro granulado, pelotas, sinter), fundentes (bauxita, calcário, dolomita, etc.) e combustível (carvão ou coque). O combustível é usado para gerar calor dentro do alto-forno, a carga metálica fornece o ferro para a gusa, e os fundentes são responsáveis em remover as impurezas da carga metálica, estas que vão se acumulando ao longo do processo, dando origem a escória.

A produção de ferro-gusa é um processo bastante complexo, pois existem vários fatores que afetam na fabricação. O principal fator são as características das matérias-primas carregadas, pode-se citar:

- A quantidade e composição química irão determinar os volumes e características da escória e gusa que serão produzidas;
- Suas propriedades físicas e distribuição no forno influenciarão na passagem dos gases redutores dentro do alto-forno, impactando na eficiência de redução de oxigênio;
- A umidade, que além de influenciar na geração de calor, estimula outras reações dentro do forno;
- Suas características metalúrgicas, ou seja, a forma que o material foi composto, afeta o ponto de fusão da carga, podendo induzir ao uso de uma determinada faixa de quantidade de combustível para que a carga se funda completamente, etc.

Outros fatores de natureza aleatória podem ocorrer, como por exemplo, os materiais ao serem carregados no topo do forno, o impacto destes com os que já foram carregados podem formar finos, pequenas partículas, que ao permanecerem dentro do forno, dificultam os gases redutores de passarem pela carga, atrapalhando na redução de oxigênio.

Todos estes pontos considerados já demonstram a elevada complexidade do funcionamento do alto-forno, o que torna complicada a previsibilidade das massas que irão sair do forno (gusa e escória), dificultando no controle e na otimização do processo. Na literatura existem alguns trabalhos que procuram prever as características da gusa e escória, muitos deles utilizam técnicas de aprendizado supervisionado. Jiménez *et al.* (2004) apresentam uma maneira de estimar a temperatura da gusa dentro do alto-forno, o que auxilia o operador a dar respostas em tempo real e precisas ao controlar a quantidade de combustível a ser carregado. Pettersson, Chakraborti e Saxen (2007) tentam estimar

as quantidades de carbono, silício e enxofre na gusa, usando redes neurais junto com um método de otimização multiobjetivo baseado em algoritmos genéticos para treinar a rede neural. Chen (2001) e Bag (2007) utilizam redes neurais para prever a relação de silício carregado que vai para a gusa, o primeiro usa várias entradas para treinar a rede, como a quantidade de minério carregado, temperatura e pressão do ar no topo do forno, relação de carvão e minério, etc, e o segundo usa séries temporais com várias amostras passadas da relação de silício como entrada. Conseguindo-se prever algumas das características das massas que saem do alto-forno, é possível controlar as características da gusa e da escória, sendo possível então criar um modelo para estimar o volume que será produzido com a finalidade de otimizar o processo.

Existem dois caminhos para a otimização, um é em maximizando a eficiência da redução de oxigênio na carga metálica pelos gases redutores, em fazendo ajustes finos por injeção de carvão pulverizado ou controlando as características metalúrgicas dos materiais carregados, assim reduzindo o consumo de combustível no topo, e o outro, que é o foco deste trabalho, é em otimizando a seleção dos materiais carregados no forno, ao considerar as suas composições químicas e respectivos preços.

Atualmente, no mercado existe uma grande variedade de materiais, proporcionando achar misturas que atendem a todos requisitos desejados do produto e mantendo a estabilidade da operação com um preço acessível. Selecionar a mistura, ou *MIX*, que traz o melhor custo benefício, atualmente, é a abordagem mais comum para redução de custos na maioria das usinas siderúrgicas.

1.1 TRABALHOS RELACIONADOS

Na literatura existem trabalhos que adotam um modelo matemático aproximado do alto-forno, baseado no balanceamento de massa, que utilizam métodos de programação matemática com o objetivo de reduzir o custo de produção do ferro-gusa. Pode-se citar trabalhos como de Pessoa e Alves (2016), Carvalho (2003), Machado (2016) e Elton *et al.* (2009), que utilizam o método simplex de programação linear para achar as quantidades de cada material que gera o menor custo. Já Cao *et al.* (2013) utilizam o algoritmo genético para achar a proporção das matérias-primas de uma mistura, e também os ingredientes para a fabricação do sinter, aglomerado de vários materiais com composições químicas distintas com o propósito de se obter um único material com uma nova composição.

1.2 MOTIVAÇÃO

No trabalho de Cao *et al.* (2013), é desenvolvido uma solução para achar a proporção das matérias-primas de uma mistura que gera o menor custo. As variáveis de decisão que determinam a proporção de cada tipo de minério de ferro na carga são determinadas em

porcentagens, assim a soma destas variáveis deve ser igual a 100%.

Esta situação é presente em problemas conhecidos como problemas de mistura e em geral, a resposta para estes problemas na sua forma original depende das proporções dos ingredientes presentes na mistura e não da quantidade da mistura. A resposta é uma função das proporções dos diferentes ingredientes da mistura, por exemplo, representada por um vetor $x \in R^n$. Estas proporções são não-negativas e são expressas como uma fração do total da mistura, cuja soma deve ser igual a um (CORNELL, 2011). Além da siderurgia, este problema pode ser encontrado também nas indústrias de cimento, alimentícia, química, farmacêutica, petroquímica, etc. Na maior parte, estes problemas apresentam um modelo matemático linear, sendo facilmente solucionados por métodos de PL (Programação Linear).

Porém, segundo Lu *et al.* (2007), estes problemas estão cada vez mais aumentando a complexidade no processo de modelagem, e os métodos convencionais de PL vêm se tornando cada vez menos eficientes ou mesmo sendo ineficientes. Neste trabalho, o vetor de decisão não possui o perfil de um problema de mistura original por Cornell (2011), pois nele integra algumas variáveis referentes a quantidades de determinados materiais, invés da proporção na mistura, e são apresentadas funções objetivo e restrições não-lineares, o que foge dos requisitos para criar um modelo PL. O uso de algoritmo genético ou outros métodos meta-heurísticos, como enxame de partículas, podem ser adaptados para achar soluções multiobjetivo e tendem a realizar uma busca mais eficiente se comparados aos algoritmos de PL para estes tipos de problemas.

1.3 OBJETIVOS

O objetivo deste trabalho é desenvolver um modelo de otimização multiobjetivo que apresente soluções de misturas de matérias-primas que gerem o melhor custo e eficiência na produção de ferro-gusa em altos-fornos, respeitando ao mesmo tempo as restrições operacionais e requisitos do produto pré-determinados, com a finalidade de servir de subsídio nas decisões relacionadas ao orçamento de materiais.

Para conseguir este objetivo principal, este trabalho deve realizar os ajustes necessários no modelo de otimização multiobjetivo para que as misturas encontradas sejam as mais próximas possíveis das soluções ótimas de Pareto.

1.4 ORGANIZAÇÃO

A dissertação está organizada em 6 capítulos. Dado o capítulo de introdução, são feitas a revisão teórica e contextualização, sendo explicado brevemente a importância do alto-forno e seu papel em uma siderúrgica, respectivamente nos capítulos 2 e 3. No capítulo 4 é apresentado a modelagem do problema, a descrição, suas restrições e funções objetivo,

e nesse mesmo capítulo, é apresentado os algoritmos usados na otimização, o Algoritmo Genético de Classificação por Não-Dominância 2 (NSGA-2), seus operadores genéticos e as estratégias que foram necessárias para melhorar o seu desempenho: a projeção no plano *Simplex* e a estratégia intra-indivíduo *PSO-Swap Mutation*. No capítulo 5, o modelo é aplicado em alguns experimentos e os resultados obtidos são mostrados e discutidos. Por fim, no capítulo 6 são apresentadas as conclusões do trabalho e sugestões para trabalhos futuros.

2 REVISÃO TEÓRICA

Este capítulo tem como objetivo apresentar e contextualizar os principais conceitos teóricos que foram contemplados no desenvolvimento do trabalho, como também facilitar a compreensão do mesmo.

2.1 PROGRAMAÇÃO LINEAR

A Programação Linear (PL) é um dos ramos da programação matemática, uma das principais ferramentas da Pesquisa Operacional (PO), tendo suas primeiras atividades durante a Segunda Guerra Mundial, onde seus estudos foram mais utilizados nas tomadas de decisões sobre o uso de materiais de guerra. Após este período, sua aplicação pôde ser vista em diversos outros segmentos, como no transporte, química, engenharia, etc.

Segundo Luenberger e Ye (2015), um Problema de Programação Linear (PPL) é definido por uma função objetivo linear e restrições, que consistem em igualdades e desigualdades, também lineares. Claramente, as restrições podem variar de um problema para outro, mas como mostrado abaixo, qualquer problema linear pode ser transformado para a forma padrão:

$$\text{minimizar } c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n \quad (2.1)$$

$$\begin{aligned} \text{sujeito à } & a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1 \\ & a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = b_2 \\ & \cdot \\ & a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = b_m \end{aligned} \quad (2.2)$$

$$\text{e } x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \dots, x_n \geq 0, \quad (2.3)$$

onde a , b e c são constantes e x são números reais a serem determinados, as variáveis de decisão. A equação 2.1 é a função objetivo e as equações 2.2 e 2.3 são respectivamente as restrições do problema, que devem ser igualdades, e restrições de não-negatividade.

Uma versão mais compacta pode ser representada:

$$\begin{aligned} \text{minimizar } & c^T x \\ \text{sujeito à } & Ax = b \quad \text{e } x \geq 0 \end{aligned} \quad (2.4)$$

No caso das restrições do problema apresentarem desigualdades como em 2.5,

$$\begin{aligned}
 &\text{minimizar} && c_1 x_1 + c_2 x_2 + \dots + c_n x_n \\
 &\text{sujeito à} && a_{11} x_1 + a_{12} x_2 + \dots + a_{1n} x_n \leq b_1 \\
 &&& a_{21} x_1 + a_{22} x_2 + \dots + a_{2n} x_n \leq b_2 \\
 &&& \cdot \\
 &&& a_{m1} x_1 + a_{m2} x_2 + \dots + a_{mn} x_n \leq b_m \\
 &\text{e} && x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \dots, x_n \geq 0
 \end{aligned} \tag{2.5}$$

é feita a seguinte transformação converter para a forma padrão:

$$\begin{aligned}
 &\text{minimiza} && c_1 x_1 + c_2 x_2 + \dots + c_n x_n \\
 &\text{sujeito à} && a_{11} x_1 + a_{12} x_2 + \dots + a_{1n} x_n + y_1 && = b_1 \\
 &&& a_{21} x_1 + a_{22} x_2 + \dots + a_{2n} x_n && + y_2 && = b_2 \\
 &&& \cdot \\
 &&& a_{m1} x_1 + a_{m2} x_2 + \dots + a_{mn} x_n && + y_m && = b_m \\
 &\text{e} && x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \dots, x_n \geq 0 \\
 &\text{e} && y_1 \geq 0, y_2 \geq 0, \dots, y_m \geq 0
 \end{aligned} \tag{2.6}$$

onde as novas variáveis positivas y_i introduzidas para converter as desigualdades em igualdades são chamadas de variáveis de folga (*slack*), gerando a chamada forma aumentada.

O método mais eficiente para resolver problemas de programação linear é o algoritmo *Simplex*. Desenvolvido por George Dantzig em 1947, provou-se notoriamente ser um método bastante eficiente, sendo ainda muito usado em grandes problemas computacionais. Este método leva vantagem em relação a outros métodos, como o de resolução gráfica e analítico, pois pode ser implementado facilmente em qualquer computador para resolver problemas com diversos números de variáveis.

O algoritmo Simplex é um procedimento algébrico e iterativo com um número pré-definido de iterações. Partindo de uma solução factível, a cada iteração, uma melhor solução é obtida até que o valor ótimo seja atingido por meio de uma varredura sistemática pelas restrições.

2.2 GRADIENTE REDUZIDO GENERALIZADO

O método do Gradiente Reduzido Generalizado (GRG), foi apresentado por Abadie e Carpentier (1969) para resolver problemas de otimização com funções objetivo não-lineares e restrições não-lineares. Este método foi baseado em trabalhos anteriores, que utilizavam o método do gradiente projetado, visto em (ROSEN, 1960) e (ROSEN, 1961), e o método gradiente reduzido (WOLFE 1963).

Durante aproximadamente uma década, foram efetuados vários experimentos computacionais deste método, mostrando-se bastante eficiente.

Em 1975, Abadie desenvolveu o código computacional conhecido como GRGA, esta versão continha bibliotecas para cálculo do gradiente da função objetivo e do jacobiano das restrições, bastando somente que o usuário escrevesse as equações.

Lasdon *et al.* (1978) já faziam os primeiros estudos com o gradiente reduzido com funções não-lineares e posteriormente, Lasdon e Waren (1979) fizeram uma descrição detalhada do desempenho de vários códigos computacionais em uso na época, informando a diferenciada qualidade do GRG. Em seguida, Lasdon efetuou algumas modificações no algoritmo de Abadie, acrescentando alguns algoritmos que melhoravam a otimização da função objetivo, e o batizou-se de GRG2, e em seguida Lasdon, Waren e Ratner (1980) disponibilizaram em forma de código.

Lasdon distribuiu comercialmente cópias do código GRG2, compilado para diferentes computadores. Posteriormente, a empresa Frontline Systems Inc. adquiriu os direitos de utilização do método e criou o Solver em diferentes versões que poderiam ser adquiridas comercialmente.

A Frontline Systems Inc iniciou uma parceria com a Microsoft, trabalhando em versões anteriores do Windows e do Excel. Foi desenvolvida uma versão específica do Solver para uso através de planilhas. Desde então, mais de 500 milhões de cópias do Frontline Solver para otimização foram distribuídas através de sua inclusão em cada cópia do Microsoft Office. Assim, qualquer pessoa que utilize o Excel poderá utilizar o GRG2 (SACOMAN, 2012).

O algoritmo GRG2 apresenta como uma de suas principais qualidades, o fato de proporcionar uma adequada convergência global, principalmente quando inicializado suficientemente próximo à solução (LASDON *et al.*, 1978), mas como todo método gradiente, ele somente garante achar um ótimo em problemas com funções diferenciáveis contínuas e regiões suaves, entretanto, possui a reputação de ser um algoritmo robusto e preciso, se for comparado com outros métodos não-lineares em problemas complexos onde estas condições não são totalmente satisfeitas (FYLSTRA *et al.*, 1998).

A expressão gradiente reduzido vem da substituição das restrições na função objetivo, o que diminui o número de variáveis, e conseqüentemente, reduz o número de gradientes presentes.

Segundo Lasdon *et al.* (1978), a forma geral para a programação não-linear pode ser escrita como:

$$\begin{aligned} &\text{minimizar } f(x) \\ &\text{sujeito à } h_i(x) = 0 \\ & x_{min} \leq x \leq x_{max} \end{aligned} \quad (2.7)$$

onde x é o vetor das variáveis de decisão, $f(x)$ a função objetivo, $h_i(x)$ as restrições de igualdade, x_{min} e x_{max} os limites mínimos e máximos para as variáveis de decisão.

No caso da existência de inequações, o mesmo é feito na seção anterior, deve-se transformar as desigualdades em igualdades ao adicionar variáveis de folga.

O vetor das variáveis de decisão pode ser particionado em dois subvetores, x_B e x_N , de forma que o primeiro representa as variáveis básicas (dependentes) e o segundo as não básicas (independentes). Desta maneira, segundo Lasdon *et al.* (1978), tem-se a seguinte formulação:

$$\begin{aligned} &\text{minimizar } f[(x_B(x_N), x_N)] \\ &\text{sujeito à } x_{N_{min}} \leq x \leq x_{N_{max}} \end{aligned} \quad (2.8)$$

A partir de um ponto inicial factível, x^k , o algoritmo GRG define uma direção de movimento para otimizar a função objetivo. Esta direção de movimento é obtida pelo gradiente reduzido, calculada pela seguinte maneira:

$$r^k(x_N) = \frac{\partial f^k}{\partial x_N^k}{}^T - \frac{\partial f^k}{\partial x_B^k}{}^T \frac{\partial h^k}{\partial x_B^k}{}^{-1} \frac{\partial h^k}{\partial x_N^k} \quad (2.9)$$

A busca pelo ponto de ótimo se encerra quando a magnitude do gradiente reduzido alcança o valor de erro desejado (critério de convergência). Caso contrário, uma nova busca é executada para localizar um novo ponto na direção do gradiente reduzido. Este procedimento se repete até que a melhor solução factível seja encontrada.

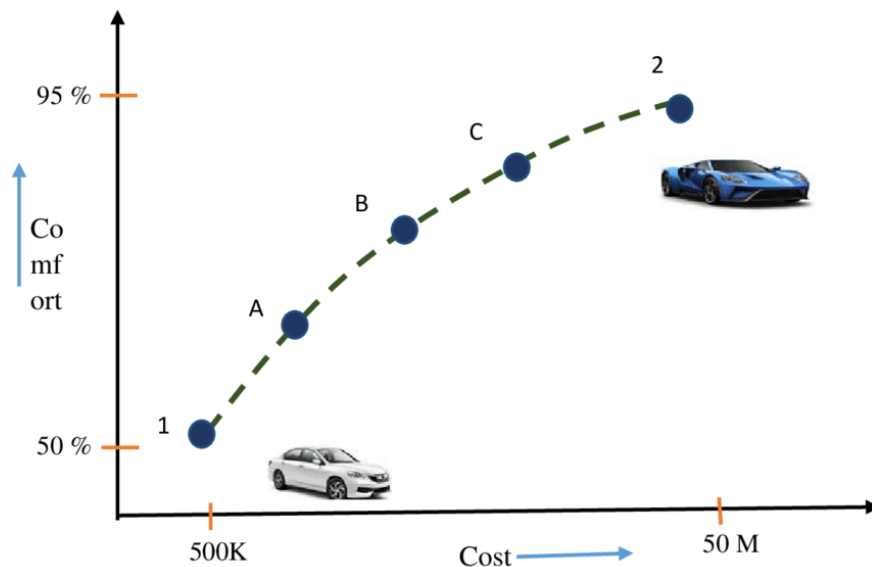
2.3 OTIMIZAÇÃO MULTIOBJETIVO

De forma geral, um procedimento de otimização refere-se achar uma ou mais soluções factíveis que corresponde à valores extremos de um ou mais objetivos. A necessidade de achar soluções ótimas de um problema vem, por exemplo, de se querer projetar uma solução com o mínimo custo de fabricação ou máxima confiabilidade. Devido à necessidade de obtenção e resultados eficientes, os métodos de otimização são de grande importância, seja nos desenvolvimentos de projetos, experimentos científicos ou tomada de decisão em diversos níveis.

Quando um problema de otimização envolve somente uma função objetivo, a tarefa de achar a solução ótima é chamada de otimização escalar, as técnicas mais usadas são baseadas em gradiente para problemas convexos e meta-heurísticas para otimização multimodal, ou seja, que apresenta vários ótimos locais e um ótimo global. Modelos de otimização baseados em gradiente são geralmente determinísticos. No caso de meta-heurísticas, são comumente implementados por meio de procedimentos estocásticos que permitem a resolução de problemas de otimização global, por exemplo, algoritmos evolucionários e recozimento simulado.

Segundo Deb e Kalyanmoy (2001), quando um modelo de otimização envolve mais de uma função objetivo, a tarefa de achar uma ou mais soluções ótimas é chamada de otimização multiobjetivo. É importante ressaltar que a maioria dos problemas de busca e otimização na vida real, costumam ter o envolvimento de múltiplos objetivos. A presença de vários objetivos conflitantes (como em minimizar o custo de fabricação e maximizar a confiabilidade do produto simultaneamente) impossibilita achar uma única solução ótima para o problema, assim, obtém-se um conjunto de soluções chamadas de não-dominadas, onde não se pode indicar diretamente que uma é superior às outras neste conjunto. Métodos clássicos de otimizações conseguem na melhor das hipóteses achar uma única solução nestes casos, tornando-se ineficiente o seu uso para resolver problemas multiobjetivo.

Figura 1: Soluções hipotéticas para um problema de tomada de decisão



Fonte: (JANGIR; JANGIR, 2017).

2.3.1 Definições e Formulação do Problema de Otimização Multiobjetivo

Um problema de otimização multiobjetivo é composto por um conjunto de n variáveis de decisão, um conjunto de k de funções objetivo e um conjunto m de restrições. Funções objetivo e restrições são em função das variáveis de decisão. O objetivo da otimização é:

$$\begin{aligned}
 &\text{maximizar } y = f(x) = (f_1(x), f_2(x), \dots, f_k(x)) \\
 &\text{sujeito à } g(x) = (g_1(x), g_1(x), \dots, g_m(x)) \leq 0 \\
 &\text{onde } x = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in X \\
 &\quad f(x) = (f_1(x), f_2(x), \dots, f_n(x)) \in Y
 \end{aligned}
 \tag{2.10}$$

onde x é o vetor de decisão, $f(x)$ o vetor objetivo, X é denominado como o espaço de decisão e Y o espaço objetivo. As restrições $g(x) \leq 0$ determinam o conjunto de soluções factíveis.

2.3.1.1 Conjunto Factível

O conjunto factível X_f é definido como o conjunto de vetores x que satisfazem as restrições $g(x)$:

$$X_f = \{x \in X \mid g(x) \leq 0\} \quad (2.11)$$

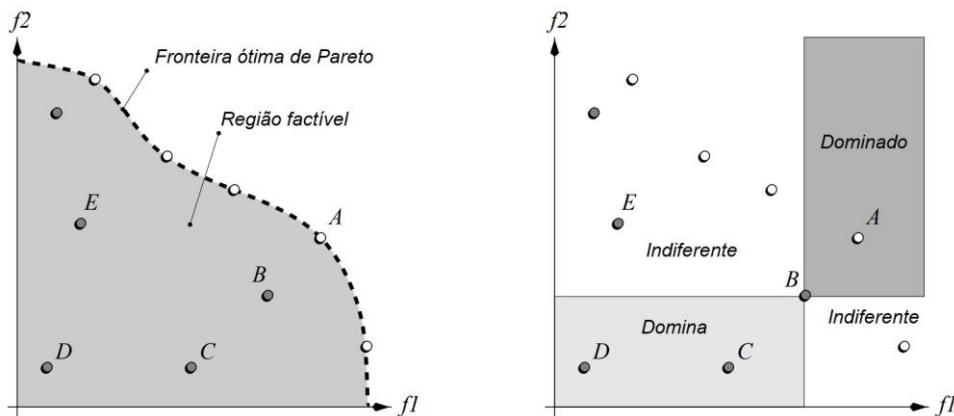
A imagem de X_f , isto é, a região factível no espaço objetivo, é denominado como $Y_f = f(X_f) = \bigcup_{x \in X_f} \{f(x)\}$.

2.3.1.2 Dominância de Pareto

Para quaisquer vetores de decisão a e b em um problema de maximização, é dado:

$$\begin{aligned} a > b & \text{ (a domina b)} & \text{se } f(a) > f(b) \\ a C b & \text{ (a fracamente domina b)} & \text{se } f(a) \geq f(b) \\ a \sim b & \text{ (a é indiferente de b)} & \text{se } f(a) \bar{\geq} f(b) \wedge f(b) \bar{\geq} f(a) \end{aligned} \quad (2.12)$$

Figura 2: Exemplo ilustrativo de eficiência de Pareto em um espaço objetivo (esquerdo) e as possíveis relações das soluções no espaço das funções objetivo (direito)



Fonte: (ZITZLER, 1999).

Tendo como exemplo a Figura 2, na parte à direita, o retângulo em cinza claro encapsula a região que é dominada pelo vetor de decisão representado por B , ou seja, B domina C e D . A área do retângulo cinza escuro contém os vetores objetivo cujo os correspondentes vetores de decisão dominam a solução associada à B , ou seja, A domina

B. Todas as soluções em que o vetor objetivo não está em nenhum dos retângulos, são indiferentes para a solução representada em B.

Segundo Zitzler (1999), introduzindo-se o conceito de dominância de Pareto, a ideia de solução ótima para problemas de otimização multiobjetivo pode ser implementada. Se por exemplo A não é dominado por nenhum outro vetor, pode-se dizer que ele é ótimo no caso de não ser mais possível de aprimorá-lo em nenhum dos objetivos sem causar degradação em pelos menos em um deles. Tais soluções são o objetivo da busca em problemas de otimização multiobjetivo e são denominadas soluções ótimas de Pareto, sendo que o conjunto de soluções ótimas de Pareto, é chamada de Fronteira de Pareto.

2.4 ALGORITMOS GENÉTICOS

Os algoritmos genéticos foram introduzidos por Holland (1975), baseados nos mecanismos de seleção natural e da teoria da evolução, visa em simular o processo evolucionário, buscando possíveis soluções como parte crucial do modelo. O algoritmo clássico é constituído por quatro etapas: geração da população inicial, avaliação, seleção, cruzamento, mutação e baseia-se nos seguintes componentes e conceitos:

Indivíduo - corresponde à uma combinação de variáveis codificadas que representa uma possível solução para o problema. Pode ser chamado também de cromossomo, este formado por um conjunto de genes que refere às variáveis de decisão;

Tamanho da população - indicativo do número de indivíduos que compõe a chamada população que define a diversidade do material genético que direciona a busca. Uma população muito grande causa bastante impacto no tempo processamento, porém aumenta-se as chances de se obter um resultado mais preciso.

Seleção de indivíduos - consiste em selecionar, baseando-se em uma pressão de seleção, os indivíduos da população, que darão origem à nova geração, de maior adequabilidade ou aptidão (*fitness*).

Operadores genéticos - são operadores responsáveis por gerar uma nova população de indivíduos a partir da combinação de indivíduos da geração atual ou da mutação de seus genes.

Crítérios de convergência/parada - responsáveis em avaliar se a solução encontrada é satisfatória. O mais comum se baseia em definir um número máximo de gerações. Pode-se também considerar a diferença da aptidão dos indivíduos à cada geração, se passada um número determinado de gerações, esta diferença não for melhorada, pode-se dizer que houve convergência e assim encerrando a otimização.

A seguir são apresentadas as principais etapas do algoritmo.

2.4.1 Geração da População Inicial

A geração da população inicial é realizada no começo do algoritmo. Os indivíduos são gerados randomicamente dentro do espaço limitado de suas variáveis. Desta forma, permite-se uma maior diversidade genética, contribuindo para que soluções melhores apareçam.

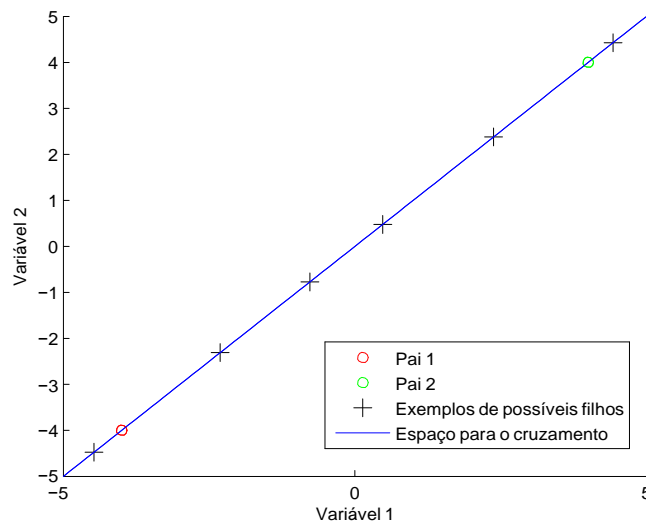
2.4.2 Operador de Cruzamento

Este operador faz a combinação de informações de dois ou mais indivíduos para gerar novos indivíduos com características de seus pais, semelhante à união cromossômica para formar novas combinações de genes. Adotando o cruzamento para codificação real do tipo *Flat crossover* (BODENHOFER, 1999), a equação padrão é dada por:

$$\begin{aligned} X_{1,\dots,k}^{n+1,i} &= \alpha \times X_{1,\dots,k}^{n,i} + (1 - \alpha) \times X_{1,\dots,k}^{n,j} \\ X_{1,\dots,k}^{n+1,j} &= (1 - \alpha) \times X_{1,\dots,k}^{n,i} + \alpha \times X_{1,\dots,k}^{n,j} \end{aligned} \quad (2.13)$$

onde α é um coeficiente de multiplicação para cruzamento linear e $X^{n,i}$ e $X^{n,j}$ são os indivíduos selecionados para se cruzarem.

Figura 3: Exemplo de cruzamento no domínio contínuo



Na Figura 3, é exemplificada um cruzamento para codificação real para dois indivíduos com duas variáveis. Pode-se ver que o operador de cruzamento, no algoritmo genético clássico, possui uma geração de novos indivíduos de característica mais local, onde são gerados entre seus parentes.

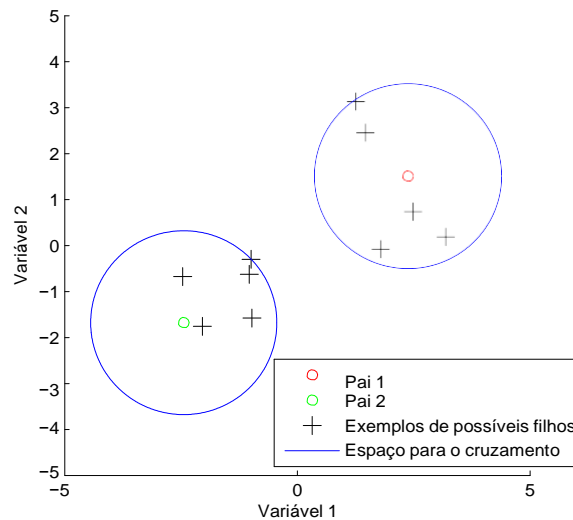
2.4.3 Operador de Mutação

Este operador insere novas ou antigas características genéticas e tem como objetivo inserir diversidade na população, evitando que a solução fique presa em um ótimo local. Para a mutação para codificação real, adotou-se o do tipo mutação por perturbação randômica (QING; LEE; JEN, 2001), a equação padrão pode ser dada por:

$$Y_{1,\dots,k}^{n,i} = 0,05 \times \beta \times (Lmax_{1,\dots,k} - Lmin_{1,\dots,k}) \quad (2.14)$$

onde β é um número aleatório com distribuição uniforme entre -1 e 1, e $Y^{n,i}$ é o indivíduo que sofre mutação. Respectivamente, $Lmin$ e $Lmax$ são os limites inferiores e superiores das variáveis de decisão.

Figura 4: Exemplo de mutação no domínio contínuo



Na Figura 4, é exemplificada uma mutação para codificação real para dois indivíduos com duas variáveis. Pode-se ver que o operador de mutação possui uma geração de novos indivíduos de perfil mais global, tendendo a gerar pontos mais distantes da origem.

2.4.4 Operador de Seleção

Operador mais importante, pois dá ao algoritmo o direcionamento no processo de busca por selecionar indivíduos mais aptos de acordo com uma pressão de seleção. Existem diversos métodos de seleção, dentre eles podem-se destacar:

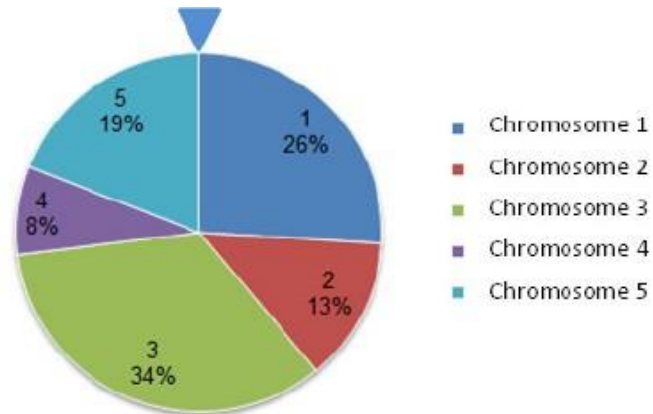
2.4.4.1 Seleção por Elitismo

Seleciona-se o indivíduo com a melhor aptidão. Desta forma garante que as características dos melhores cromossomos não se percam.

2.4.4.2 Seleção por Roleta

Seleciona-se o indivíduo por meio de sorteio baseado em roleta. Cada indivíduo é representado proporcionalmente ao valor de sua aptidão, fazendo que os indivíduos com melhor aptidão tenham mais chances de serem selecionados.

Figura 5: Método de seleção tipo roleta

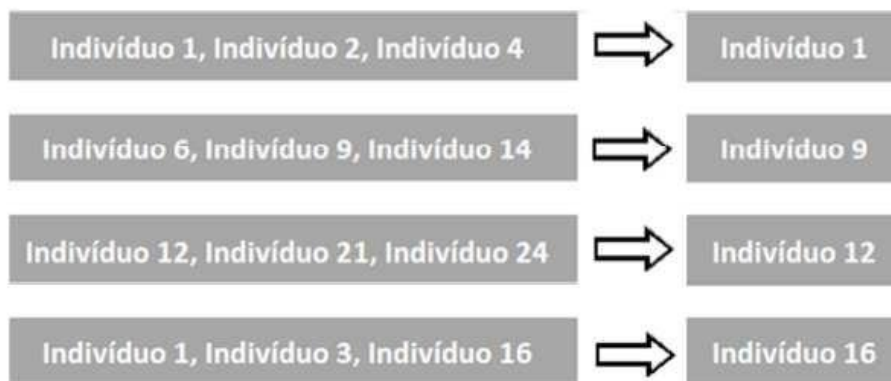


Fonte: (TANG, 2013).

2.4.4.3 Seleção por Torneio

Seleciona-se aleatoriamente uma amostra de tamanho pré-definido da população e então escolhe-se o indivíduo com a melhor aptidão. Os torneios vão sendo realizados até que a população intermediária esteja completa.

Figura 6: Método de seleção tipo torneio ternário



Fonte: (NEVES, 2012).

2.5 ENXAME DE PARTÍCULAS

O algoritmo de Enxame de partículas (do inglês *Particle Swarm Optimization*) é um método de otimização populacional da área de inteligência de enxame, criado por

Kennedy e Eberhart (1995), foi inspirada na inteligência coletiva dos animais, como bando de pássaros e cardume de peixes.

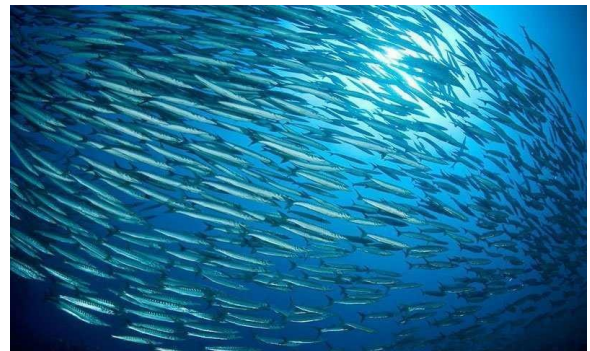
Neste método, cada indivíduo, ou “partícula”, de uma da população, ou “enxame”, move-se através do espaço de busca em iterações sucessivas, cooperando e competindo uma com as outras em uma velocidade dinamicamente ajustada de acordo com a sua experiência e do restante do enxame.

Figura 7: Bando de pássaros



Fonte: Underwater Photography Guide

Figura 8: Cardume de peixes



Fonte: howitworksdaily.com

No início do processo de otimização, o comportamento do enxame apresenta uma busca de forma aleatória e desordenada, no entanto, percebe-se uma organização ao longo do tempo e um padrão de busca é identificado. Cada partícula vai aprendendo com suas próprias experiências e as do restante do enxame, desta maneira, o movimento do enxame através do espaço de decisão é guiado pela partícula com a melhor avaliação, fazendo-o a se dirigir para a solução ótima.

2.5.1 Algoritmo do PSO

O processo evolutivo do algoritmo é baseado na atualização das velocidades das partículas no decorrer da otimização, e assim, modificando suas posições. As equações de atualização de velocidade e posição da partícula estão apresentadas abaixo:

$$v_i(t+1) = w \cdot v_i(t) + c_1 \cdot r_1(x_{pbest} - x_i(t)) + c_2 \cdot r_2(x_{gbest} - x_i(t)) \quad (2.15)$$

$$x_i(t+1) = x_i(t) + v_i(t+1) \quad (2.16)$$

onde v_i é a velocidade da partícula i , a variável t é a iteração atual, c_1 e c_2 são constantes de aceleração para controlar a influência da informação cognitiva e social respectivamente, e r_1 e r_2 são números randômicos com distribuição uniforme entre 0 e 1. O índice $pbest$ é a atual melhor posição da partícula e $gbest$ a melhor posição global do enxame. A variável x_i representa a posição da partícula i .

Em Shi e Eberhart (1998), o parâmetro w é adicionada como peso da inércia, que serve para controlar o balanço da busca. É comum ajustar o seu valor para que seja

elevado no começo da otimização, visando forçar o enxame a fazer uma busca mais global, mais ampla, e ao longo do processo é programado o seu decréscimo para forçar o enxame a fazer uma busca mais local, procurando um refinamento do resultado. O algoritmo básico do PSO é construído da seguinte maneira:

Inicialização - as partículas são inicializadas com posições e velocidades aleatórias dentro do espaço de decisão.

Avaliação - para cada partícula é calculada a sua função objetivo.

Atualização do melhor local - é armazenada a melhor solução de cada partícula para atualização de sua velocidade.

Atualização do melhor global - armazena-se a melhor solução do enxame para atualização da velocidade das partículas.

Atualização das partículas - atualiza-se a velocidade e posição das partículas de acordo com as equações 2.15 e 2.16.

Critério de Parada - avalia se a solução da melhor partícula é satisfatória. Pode-se usar um número máximo de iterações como critério ou usar a média da velocidade das partículas, se a média estiver próximo de zero, quer dizer que as partículas convergiram à uma solução.

Algoritmo 1: Pseudocódigo do algoritmo PSO.

```

1 para  $i \leftarrow 0$  até  $numeroParticulas$  faça
2   | inicializa  $x_i$  e  $v_i$  aleatórios;
3   | inicializa  $pBest_i$ ;
4 fim para
5 inicializa  $gBest$ ;
6 enquanto não atingir critério de parada faça
7   | para  $i \leftarrow 0$  até  $numeroParticulas$  faça
8     | calcula aptidão da partícula  $i$ ;
9     | atualiza  $v_i$  de acordo com a equação 2.15;
10    | atualiza  $x_i$  de acordo com a equação 2.16;
11    | atualiza  $pBest_i$ ;
12   | fim para
13   | atualiza  $gBest$ ;
14 fim enquanto
15 retorne  $gBest$ ;
```

3 PROCESSO PRODUTIVO DE UMA SIDERÚRGICA

3.1 DESCRIÇÃO INICIAL

Segundo Geerdes Maarten e Vliet (2015), existem duas rotas de processo para a produção de produtos feitos de aço: uma por alto-forno e outra por arco elétrico. Ambas as rotas se diferem com relação aos tipos de produtos que podem ser feitos, e da mesma forma, as matérias-primas usadas. A rota de produção de aço por alto-forno produz, em sua maioria, produtos planos, ao passo que a produção por arco elétrico é mais voltada para produtos longos. A primeira usa, em especial, coque e carvão como combustíveis, minério de ferro granulado, sinter e pelotas como materiais fontes de ferro, já a segunda, usa energia elétrica para fundir sucata.

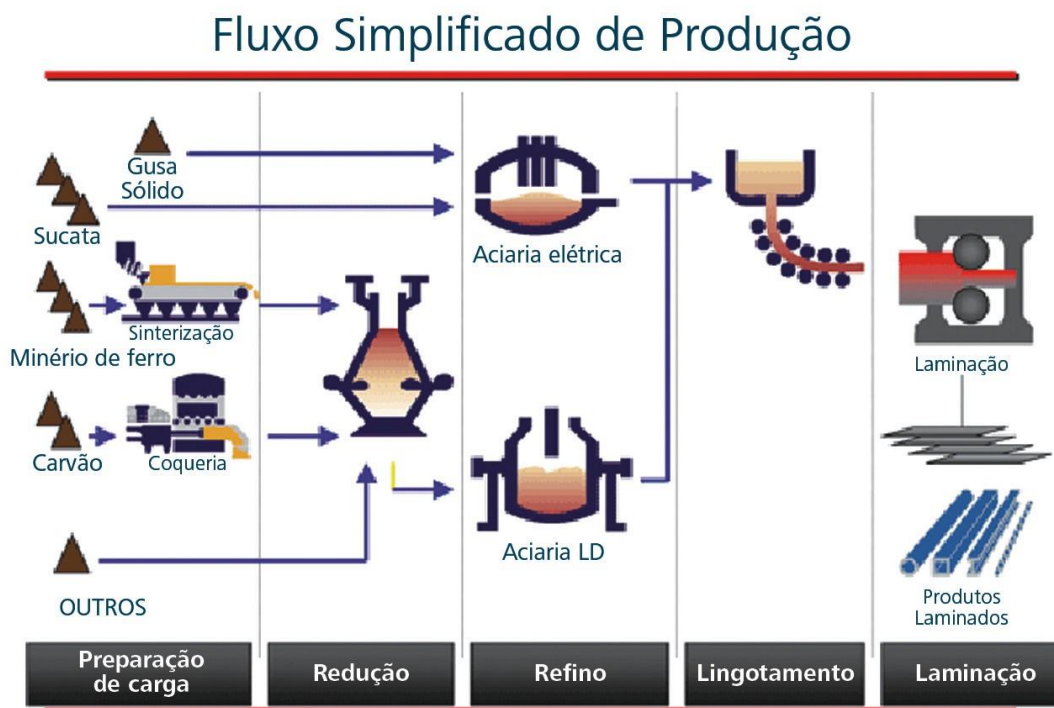
Uma usina siderúrgica que utiliza a primeira rota, é composta por três fases básicas: redução, refino e laminação.

Segundo Junior (2009) e Costa, Escorsim e Costa (2007), a área de redução é a responsável pela transformação da carga metálica, encontrado na maioria das vezes sob a forma de óxido de ferro. Neste processo, o ferro se liquefaz, sendo chamado de ferro-gusa ou ferro de primeira fusão, uma mistura de ferro e carbono com baixos teores de outros elementos. Impurezas presente nos materiais, como calcário, sílica, etc, formam a escória, matéria-prima utilizada na fabricação de cimento. O equipamento mais importante desta área é o alto-forno, sendo o seu funcionamento contínuo e mantido constante os seus parâmetros operacionais.

Na segunda fase, o ferro-gusa é levado para a aciaria, ainda em estado líquido, para ser transformado em aço, uma mistura de Ferro-Carbono que contém menos de 2% de carbono e pequenas porções de elementos como silício, manganês, fósforo e enxofre, que juntos não excedem à 1% do total.

Finalmente na terceira fase, na laminação, o aço, em processo de solidificação, é deformado mecanicamente e transformado em produtos siderúrgicos, como chapas grossas e finas, bobinas, vergalhões, arames, perfilados, barras, etc.

Figura 9: Fluxo Simplificado de um Processo Siderúrgico



Fonte: (INSTITUTO DE AÇO BRASIL, 2009)

3.2 ALTO-FORNO

O alto-forno é o principal equipamento da área de redução, é um reator químico vertical que existe desde os tempos da antiguidade, cujo seu principal objetivo é reduzir o oxigênio dos óxidos de ferro da carga metálica.

A redução do óxido de ferro acontece à medida que estes materiais descem em contracorrente com gases, provenientes da queima do carbono com o oxigênio do ar aquecido soprado pelas ventaneiras, localizados aproximadamente no fundo do forno. Os produtos formados pela interação e reações entre gases e matérias-primas são a escória, ferro-gusa e gases. Poeira e lama podem também ser formadas no forno, provenientes dos materiais usados que porventura não participaram das reações.

A carga do alto-forno é formada por combustível (coque ou carvão vegetal), fonte de energia e carbono; carga metálica (minério de ferro, pelota e sinter), fonte de ferro; fundentes (bauxita, calcário, dolomita ou quartzo), materiais do tipo ácido ou básico utilizados para eliminar as impurezas que acompanham a carga. Os minérios e o combustível são carregados em camadas sucessivas e alternadas, o que otimiza a redução de oxigênio.

Os materiais usados como carga metálica normalmente são:

- Granulado: encontrados na natureza, mas com tamanhos reduzidos para serem

facilmente transportados e carregados;

- Pelota: minério que sofre o processo de pelletização para ficar no formato de pequenas esferas, podendo ter aditivos que modificam a composição do material;
- Sínter: um aglomerado de vários materiais via processo de sinterização.

Os fundentes além de eliminar as impurezas da carga, também tem o papel de controlar a basicidade da escória, valor que indica a relação dos óxidos básicos e ácidos, importante para estimar a característica da escória, como viscosidade, temperatura, volume, etc. Os principais materiais são:

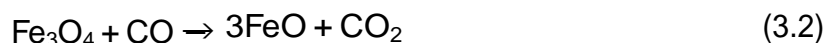
- Quartzo ($\text{SiO}_2 = 98\%$);
- Calcário ($\text{CaO} = 54\%$);
- Bauxita ($\text{Al}_2\text{O}_3 = 37\%$).

Os combustíveis tradicionais são o carvão vegetal e o coque metalúrgico. O coque é obtido pelo processo de coqueificação do carvão betuminoso, carvão mineral que contém betume. O coque em relação ao carvão vegetal possui menos impurezas, um teor de carbono mais alto, sendo então mais eficiente para gerar energia e calor.

3.2.1 Descrição do Processo

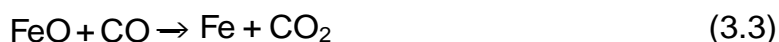
Segundo Mitra (2016), o interior do alto-forno é dividido em várias zonas (ver Figura 10), que estão relacionadas com o estado físico da carga e das reações químicas que ocorrem.

Na parte superior do forno, fica a zona granular, é a região onde o minério e o coque ou carvão vegetal descem como carga sólida. Inicialmente o minério de ferro, geralmente em forma de hematita (Fe_2O_3), é reduzido para magnetita (Fe_3O_4) pela ação dos gases redutores ascendentes logo após o carregamento no topo. Durante a descida da carga, a magnetita continua reagindo com os gases formando então a *wüstite* (FeO).



Em seguida, a temperatura da carga cresce da temperatura ambiente para uma temperatura que fica constante entre 900 e 1000 °C, onde tanto a carga quanto os gases redutores ficam quase nas mesmas temperaturas. Esta região é chamada de zona de reserva térmica, que pode tomar até 50-60% da altura do forno.

No final da zona de reserva térmica, a *wüstite* é reduzida para ferro metálico:



Reações de reduções similares, mas com menor incidência, ocorrem com hidrogênio, formando vapor, oriundos da umidade presente na carga ou do ar soprado pelas ventaneiras:



Um número grande de reações acontece nesta região, incluindo reduções de outros óxidos metálicos na carga metálica, gerando a formação da escória primária, segue um exemplo:



A carga então, chega na chamada zona de amolecimento ou coesiva, onde os minérios amolecem e fundem enquanto a camada de coque permanece sólida permitindo o escoamento do fluxo gasoso para as partes superiores. Esta zona basicamente é formada por camadas altamente permeáveis de coque e camadas semi-permeáveis de minério de ferro e escória. Nas camadas permeáveis de coque, existem brechas ou fendas que ajudam os gases redutores a passarem das partes baixas do alto-forno até o topo. Portanto, um tamanho inicial adequado do coque ou carvão, que determinam o tamanho destas brechas, é fator importante para a eficiência da redução e estabilidade da operação no forno.

No final da zona coesiva, o metal quente e a escória, já sob a forma líquida, descem através de um leito poroso de coque, em forma de gotas e em contracorrente com os gases redutores para a zona de gotejamento.

Esta zona é dividida em duas subzonas: a zona de coque ativo, que compreende a porção de coque que rola em direção às ventaneiras para ser queimado, e a zona de coque inativo, chamada também de **Homem Morto**, cujo a porção que não vai para a direção das ventaneiras, sendo consumido basicamente pela incorporação do carbono pela gusa.

A porção de coque que é encaminhada em direção às ventaneiras, vai para a chamada zona de combustão, onde são gerados os gases redutores, como mostrado na equações 3.7 e 3.8:



Durante a descida do metal quente e da escória para o cadinho, ocorrem a redução das impurezas e parte do FeO contido na escória, desencadeando a formação da escória

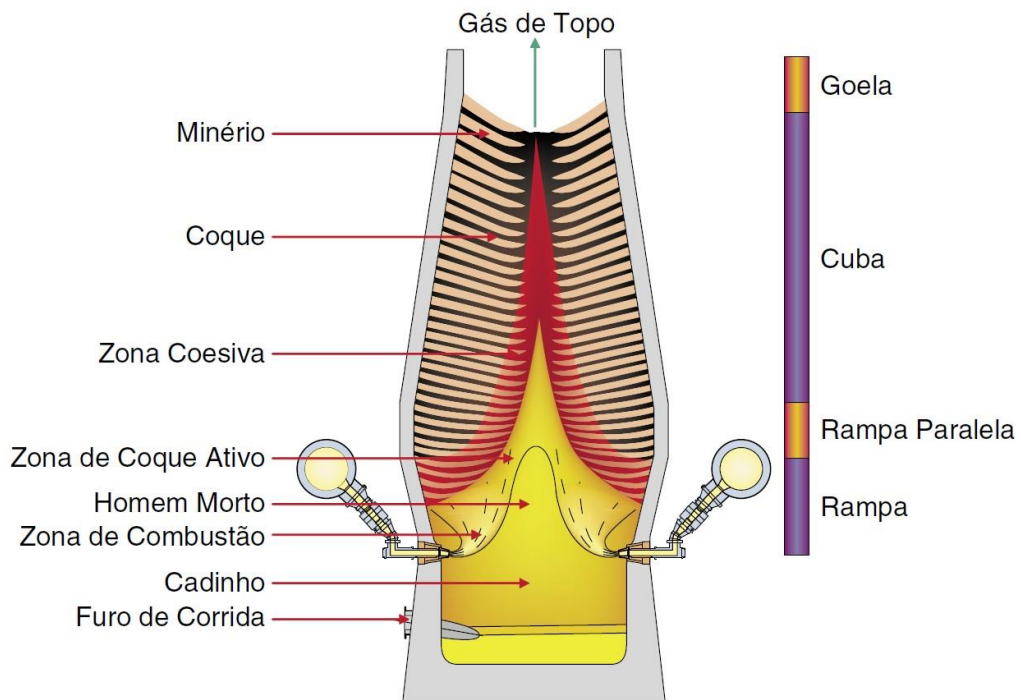
secundária. Algumas reações:



No cadinho, se encontram o metal quente junto com a escória fluando em seu topo, já que esta possui uma densidade menor. O metal quente sai pelo furo de corrida para qual é transportada para processamento adicional, para dar origem ao ferro-gusa. A escória, separada pela gravidade, é geralmente drenada para um fosso e vendida como um subproduto para indústria de cimento ou tijolo.

Os principais métodos para controlar o estado do interior de um alto-forno são por controle “de baixo”, através de parâmetros do forno, como a temperatura, pressão e umidade, regulados pelo o volume e umidade do ar e carvão pulverizado injetados pela ventaneiras, ou controle “de cima”, através dos materiais carregados no topo do forno, que é mais o foco deste trabalho.

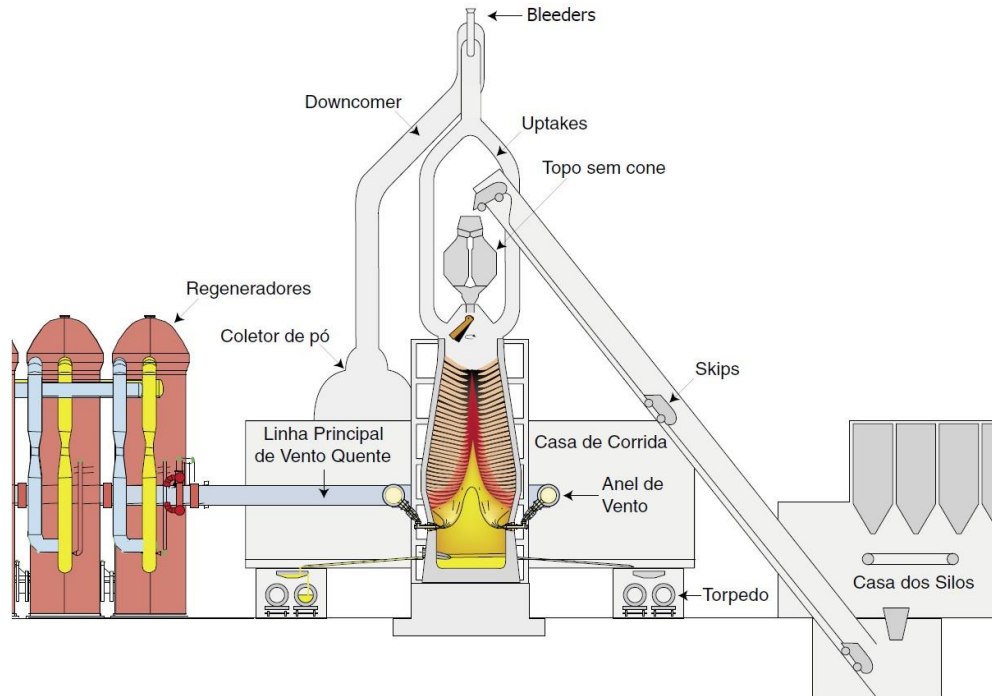
Figura 10: Esquema indicando as regiões componentes do corpo do alto-forno



Fonte: (GEERDES MAARTEN; VLIET, 2015).

3.2.2 Visão Geral

Figura 11: Arranjo geral de um alto-forno



Fonte: (GEERDES MAARTEN; VLIET, 2015).

Em Geerdes Maarten e Vliet (2015), é apresentada uma visão geral dos principais equipamentos usados no funcionamento de um alto-forno, tendo como referência a Figura 11, onde descreve-se:

- **Regeneradores:** o jato de ar quente (temperatura de 1.000–1.200°C) é produzido nos regeneradores sendo entregue ao forno por meios de uma linha principal de vento quente, pelo anel de vento e através das ventaneiras. O jato de ar quente reage com o coque e combustíveis auxiliares;
- **Casa dos silos:** os materiais da carga e o coque são descarregados na casa dos silos. Eles são peneirados antes de serem pesados para descarga no forno. A casa dos silos geralmente possui seus silos separados, cada um armazenando um material distinto. Definido a proporção dos materiais, por meio de caçambas de carregamentos (*skip*), ou via correia transportadora, os materiais são levados ao topo do forno.
- **Lavagem de gás:** o gás do topo sai do forno pelos coletores ascendentes e por um tubo de descida de gás. Uma vez que o gás do topo contém muitos finos, pequenas partículas dos materiais carregados, este gás é passado por um coletor de pó e sistema de lavagem de gás;

- Casa de corrida: o ferro-gusa e a escória se concentram no cadinho do forno, de onde são vazados por meios da casa de corrida e coletados em torpedos ou painéis;
- Granulação de escória: a escória na maioria dos casos é granulada, o que significa resfriá-la com água.

3.2.3 Leito de Fusão

Como dito antes, o alto-forno é um aparelho redutor de cargas descendentes em contra-corrente com os gases redutores. No final do processo são geradas a gusa, escória, gases, poeira e lama. Desta forma, pode-se assumir que o alto-forno não é um aparelho que acumula massa, toda massa que entra é igual a toda massa que sai. Com isso, tendo controle das massas que são enforçadas, teoricamente, é possível calcular a quantidade e a forma destas que irão sair, levando em conta alguns fatores de correção no processo.

O leito de fusão é o somatório de cálculos que levam em consideração o peso e a massa molecular dos elementos constituintes da carga, de maneira a balancear o total de óxidos e bases que são carregados pelo topo do forno. Para a realização do leito de fusão, alguns valores são pré-estabelecidos para que sejam considerados como parâmetros para a realização dos cálculos.

3.2.3.1 Exemplo - Dados

- Parâmetros:
 - Percentual de ferro no gusa: 95%;
 - Percentual máximo de Si na gusa: 0,30%;
 - CaO/SiO₂: 0,8;
 - Percentual de Al₂O₃ na escória objetivada: 15%;
 - CaO nas cinzas geradas do carvão: 10kg/t de gusa;
 - Massa silício: 28g/mol;
 - Massa oxigênio: 16g/mol.

Tabela 1: Minérios (Exemplo)

Material	Fe (kg)	SiO ₂ (%)	Al ₂ O ₃ (%)	P (%)	Mn (%)	MIX (%)	Preço (unidade de preço/kg)
Minério A	66,91	1,45	1,04	0,053	0,06	33	350,00
Minério B	64,23	3,98	1,39	0,056	0,3	34	300,00
Minério C	63,52	5,05	1,61	0,046	0,37	33	250,00
Média	64,8801	3,4982	1,3471	0,0517	0,2439		300,00

Tabela 2: Fundentes (Exemplo)

Material	SiO ₂ (%)	CaO (%)
Quartzo	95	0
Calcário	0	54

3.2.3.2 Exemplo - Resolução

- Cálculo da quantidade de minério:

$$1000 \times 0,95 = 950\text{kg de Fe}$$

$$\frac{950\text{kg de Fe}}{64,8801\%} = 1464,24\text{kg de minério}$$

- Cálculo do preço total:

$$300 \text{ unidade de preço/kg} \times 1464,24\text{kg de minério} = 4392,72 \text{ unidade de preço}$$

- Cálculo do volume de escória:

- A alumina (Al₂O₃) é tomada como referência, devido ao fato de que esta não se funde durante o processo. Então a massa que entra é a mesma que está presente na escória.

$$1464,24 \times 1,3471\% \text{Al}_2\text{O}_3 = 19,72\text{kg de Al}_2\text{O}_3$$

$$\frac{19,72\text{kg}}{15\%} = 131,50\text{kg de escória/tonelada de gusa}$$

$$\text{SiO}_2 + \text{Al}_2\text{O}_3 + \text{CaO} = 131,50\text{kg}$$

$$\text{SiO}_2 + \text{CaO} = 131,50\text{kg} - 19,72\text{kg} = 111,78\text{kg}$$

$$\frac{\text{CaO}}{\text{SiO}_2} = 0,8$$

$$\text{SiO}_2 + 0,8\text{SiO}_2 = 111,77\text{kg}$$

$$\text{SiO}_2 = 62,1\text{kg}$$

$$\text{CaO} = 49,68\text{kg}$$

- Cálculo do Quartzo:

$$1000 \times 0,30\% \text{ de Si} \times \frac{28+32}{28} = 6,43\text{kg de SiO}_2$$

$$\frac{(62,1 + 6,43) - (146424 \times 3,4982\%)}{95\%} = 18,21\text{kg}$$

- Cálculo do Calcário:

$$\frac{\text{CaO da escória} - \text{CaO das cinzas carvão}}{54\%} = \frac{4968 - 10}{54\%} = 73,48\text{kg}$$

- Leito a ser enforado:

- 1467,24kg de minério de ferro por tonelada de gusa;
- 18,21kg de quartzo por tonelada de gusa;
- 73,48kg de calcário por tonelada de gusa.

Cada tipo de minério de ferro possui suas características químicas, disponibilidade e preço no mercado. Para este exemplo foi determinada uma mistura (*MIX* ou *blend*) de minérios de ferro, cujo o cálculo necessário para atender as restrições dadas do leito de fusão é bastante simples. Porém, caso o objetivo seja, por exemplo, a obtenção da mistura de mais baixo custo ou mais eficiente, métodos de otimização são necessários para que se consiga resultados ótimos respeitando as restrições existentes.

O método de otimização usado irá depender do modelo do leito fusão apresentado. Neste exemplo, o modelo do leito de fusão possui restrições não lineares, mas bastante simples de serem linearizadas, assim bastaria um método de programação linear para resolvê-lo, admitindo que a função objetivo, por exemplo o custo total, seja linear também. Mas terá casos onde a função objetiva e restrições são não-lineares e difíceis de serem linearizadas ou mesmo deseja-se otimizar mais de um objetivo, desta maneira métodos de programação lineares não seriam suficientes.

4 MODELAGEM DO PROBLEMA

O objetivo do modelo é permitir a obtenção das misturas de materiais que geram os menores custos para produzir o ferro-gusa e com as menores taxas de escória, respeitando todas as restrições e parâmetros pré-estabelecidos. A construção do modelo baseia-se no balanço de massa dos materiais enfiados, o seu leito de fusão. O modelo, para que seja efetivo, deve-se definir adequadamente as variáveis de decisão, parâmetros de entrada, funções objetivo e restrições, elementos que serão discutidos a seguir.

4.1 DESCRIÇÃO DO PROBLEMA

A maior parte das despesas de uma usina siderúrgica estão na compra de matérias-primas. E com as oscilações dos preços, custos com transporte elevados e o aumento da presença de materiais cada vez mais cheios de impurezas no mercado, várias usinas estão adotando estratégias de baixo custo e otimização de suas produções.

Uma das maneiras de se obter um bom leito de fusão para um alto-forno, com custo acessível e que mantém a estabilidade de funcionamento, é formular a carga metálica com vários tipos de minérios com composições químicas variadas. A variabilidade de materiais permite a obtenção de uma mistura com um custo com maior potencial de otimização em relação a um modelo com um único material. Entretanto, deve-se ter a garantia de que a carga metálica atenda às necessidades operacionais, ou seja, produzir a gusa e escória com volume e características de qualidade pré-determinadas, e também, atender possíveis restrições comerciais e logísticas que o fornecedor ou a usina possam estar sujeitas.

Na composição do orçamento de compra de materiais, deve-se levar em conta a quantidade disponível e possíveis demandas de contrato que podem existir com os fornecedores. Atualmente existem diversos fornecedores de minério de ferro, mas as quantidades de compra são limitadas, seja por motivos comerciais ou de capacidade no transporte. Os motivos comerciais podem se caracterizar por volumes previamente contratados que devem ser atendidos, comum em fornecedores de grande porte, ou volumes limitados por questão de capacidade, no caso de fornecedores de pequeno porte. Há casos onde é determinado um consumo mínimo de um certo material, por contrato ou por estratégia para manter o material em demanda, visando não haver escassez dele no futuro. Problemas logísticos podem ocorrer dentro da usina, que podem estar relacionados com o número e a capacidade de armazenamento dos silos, pela condição do inventário atual, pelo transporte dos materiais dentro da usina, etc. Deve ser considerado também a qualidade e diversidade dos materiais, pois uma determinada mistura tem o potencial de conseguir cumprir determinados requisitos de produção onde uma outra não conseguiria. Minérios de ferro com composições químicas mais diversificadas e mais puros (com teores baixos de sílica, alumina, etc), têm maiores chances de produzir misturas factíveis, mais

baratas e eficientes.

Enfim, um especialista com experiência, consegue reconhecer os materiais que possuem mais chances de atender todas estas considerações e atingir todos os requisitos de operação do alto-forno e produto final. Porém, achar a mistura de minérios de ferro mais econômica que respeite a todos os requisitos, pode ser uma tarefa árdua, envolvendo várias tentativas com obtenção de misturas inadequadas, e mesmo selecionada uma que atenda as todas restrições, não há garantia que esta seja a mais econômica.

O propósito deste modelo de otimização é exatamente complementar o conhecimento do especialista de alto-forno, viabilizando através da modelagem e otimização do problema em questão, visando dar suporte no auxílio da tomada de decisão para a elaboração do orçamento de compra de materiais, que gere as misturas mais econômicas e eficientes.

4.2 VARIÁVEIS DE DECISÃO

As variáveis de decisão são as porcentagens dos tipos de minérios de ferro em conjunto com a quantidade dos fundentes. O vetor de variáveis é representado por $V = \{X_1, \dots, X_n, Y_1, \dots, Y_m\}$, onde X_i representa a porcentagem da quantidade do minério de ferro do tipo i (%), Y_j representa a quantidade do fundente j (kg), n e m respectivamente representam o número de minérios de ferro e fundentes passíveis de serem utilizados na mistura. No planejamento do orçamento das matérias-primas, os minérios de ferro são limitados pelas suas proporções relativas ao total de minério de ferro carregado, sendo feito desta maneira porque muitos fornecedores de minério estabelecem contratos com seus compradores considerando a porcentagem de seus produtos no carregamento mensal, ou por se tratar de um problema clássico de mistura.

4.3 PARÂMETROS

Alguns parâmetros são necessários para o cálculo do leito de fusão para que o modelo reflita os padrões de forma mais realista possível. Eles são mostrados abaixo com seus respectivos valores usados no capítulo de experimentos:

1. Teor de carbono contido na gusa (%) - $\%C_{GU} = 4\%$
2. Teor de silício contido na gusa (%) - $\%Si_{GU} = 0,2\%$
3. Relação de manganês que vai para a gusa - $\eta_{Mn} = 0,2$
4. Relação de ferro que vai para a gusa - $\eta_{Fe} = 0,997$
5. Relação Minério/Carvão - $\eta_{min/carvão} = 2,72$

4.4 FUNÇÕES OBJETIVO

A primeira função objetivo define o custo de fabricação do ferro-gusa a ser minimizado, sendo dado por:

$$MinZ_1 = \sum_{i=1}^n Preco_i Q \frac{X_i}{100} \quad (4.1)$$

onde Z_1 representa o custo (unidade de preço), n o número de minérios de ferro, $Preco_i$ o preço do i -ésimo material (unidade de preço/kg) e Q é a quantidade total de minério de ferro. Neste trabalho, considera-se somente preços para os minérios de ferro para o cálculo do custo, pois as quantidades de fundentes e carvão aqui são calculadas somente para verificar se a mistura de minérios de ferro garante uma solução factível. Por causa da complexidade de se prever o comportamento do alto-forno, os seus respectivos montantes para a composição do orçamento são estimados por métodos estatísticos, outras variáveis irão impactar nas reações dentro do forno, como o período do ano, proporção de pelotas na carga metálica, tamanho do alto-forno, etc.

O segundo produto do alto-forno é a escória. Para maximizar a produção de ferro-gusa com menos desperdício, deve-se minimizar a taxa de escória (*slag rate*), sendo considerada a segunda função objetivo, definida por:

$$MinZ_2 = \frac{ES}{GU} \times 1000 \quad (4.2)$$

onde Z_2 é a taxa de escória em kg/t de gusa, ES é a quantidade de escória e GU a quantidade de ferro-gusa, dada por:

$$GU = \frac{[Fe]_{GU} + [Mn]_{GU} + [P]_{GU}}{1 - \frac{\%Si}{100} - \frac{\%C_{GU}}{100}} \quad (4.3)$$

$$[Fe]_{GU} = \eta_{Fe} \times \left(\sum_{i=1}^n Fe_i + \sum_{j=1}^m Fe_j + Fe_{carvão} + Fe_{ICP} - Fe_{perdas} \right) \quad (4.4)$$

$$[Mn]_{GU} = \eta_{Mn} \times \left(\sum_{i=1}^n Mn_i + \sum_{j=1}^m Mn_j + Mn_{carvão} + Mn_{ICP} - Mn_{perdas} \right) \quad (4.5)$$

$$[P]_{GU} = \sum_{i=1}^n P_i + \sum_{j=1}^m P_j + P_{carvão} + P_{ICP} - P_{perdas} \quad (4.6)$$

$$Fe_i = \frac{\%Fe_i}{100} \frac{X_i}{Q} \quad e \quad Fe_j = \frac{\%Fe_i}{100} Y_j \quad (4.7)$$

$$Mn_i = \frac{\%Mn_i}{100} \frac{X_i}{Q} \quad e \quad Mn_j = \frac{\%Mn_i}{100} Y_j \quad (4.8)$$

$$P_i = \frac{\%P_i}{100} \frac{X_i}{Q} \quad e \quad P_j = \frac{\%P_i}{100} Y_j \quad (4.9)$$

$$Fe_{carvão} = \frac{\%Fe_{carvão}}{100} \frac{Q}{\eta_{min/carvão}} \quad e \quad Fe_{ICP} = \frac{\%Fe_{ICP}}{100} Q_{ICP} \quad (4.10)$$

$$Mn_{carvão} = \frac{\%Mn_{carvão}}{100} \frac{Q}{\eta_{min/carvão}} \quad e \quad Mn_{ICP} = \frac{\%Mn_{ICP}}{100} Q_{ICP} \quad (4.11)$$

$$P_{carvão} = \frac{\%P_{carvão}}{100} \frac{Q}{\eta_{min/carvão}} \quad e \quad P_{ICP} = \frac{\%P_{ICP}}{100} Q_{ICP} \quad (4.12)$$

$$Fe_{perdas} = \frac{\%Fe_{perdas}}{100} Q_{perdas} \quad (4.13)$$

$$Mn_{perdas} = \frac{\%Mn_{perdas}}{100} Q_{perdas} \quad (4.14)$$

$$P_{perdas} = \frac{\%P_{perdas}}{100} Q_{perdas} \quad (4.15)$$

onde Fe, Mn e P representam a quantidade de ferro, manganês e fósforo e as variáveis i e j são relacionadas aos tipos de minérios de ferro e fundentes, respectivamente. O parâmetro Q_{perdas} representa a quantidade de perdas total da carga em kg. Em relação à variável ES , tem-se a equação:

$$ES = [SiO_2]_{ES} + [Al_2O_3]_{ES} + [CaO]_{ES} + [MgO]_{ES} + [FeO]_{ES} + [MnO]_{ES} \quad (4.16)$$

$$[SiO_2]_{ES} = \sum_{i=1}^m SiO_{2i} + \sum_{j=1}^m SiO_{2j} + SiO_{2carvão} + SiO_{2ICP} - SiO_{2perdas} \frac{\%Si_{GU}}{100} GU \frac{(28+32)}{28} \quad (4.17)$$

$$[FeO]_{ES} = [Fe]_{GU} \times \frac{(1-\eta_{Fe})}{\eta_{Fe}} \times \frac{(56+16)}{56} \quad (4.18)$$

$$[MnO]_{ES} = [Mn]_{GU} \times \frac{(1-\eta_{Mn})}{\eta_{Mn}} \times \frac{(55+16)}{55} \quad (4.19)$$

$$[Al_2O_3]_{ES} = \sum_{i=1}^m Al_2O_{3i} + \sum_{j=1}^m Al_2O_{3j} + Al_2O_{3carvão} + Al_2O_{3ICP} - Al_2O_{3perdas} \quad (4.20)$$

$$[CaO]_{ES} = \sum_{i=1}^m CaO_i + \sum_{j=1}^m CaO_j + CaO_{carvão} + CaO_{ICP} - CaO_{perdas} \quad (4.21)$$

$$[MgO]_{ES} = \sum_{i=1}^m MgO_i + \sum_{j=1}^m MgO_j + MgO_{carvão} + MgO_{ICP} - MgO_{perdas} \quad (4.22)$$

$$SiO_{2i} = \frac{\%SiO_{2i}}{100} Q \frac{X_i}{100} \quad e \quad SiO_{2j} = \frac{\%SiO_{2j}}{100} Y_j \quad (4.23)$$

$$\text{Al}_2\text{O}_{3i} = \frac{\% \text{Al}_2\text{O}_3}{100} Q \frac{X_i}{100} \quad \text{e} \quad \text{Al}_2\text{O}_{3j} = \frac{\% \text{Al}_2\text{O}_{3j}}{100} Y_j \quad (4.24)$$

$$\text{CaO}_i = \frac{\% \text{CaO}_i}{100} Q \frac{X_i}{100} \quad \text{e} \quad \text{CaO}_j = \frac{\% \text{CaO}_j}{100} Y_j \quad (4.25)$$

$$\text{MgO}_i = \frac{\% \text{MgO}_i}{100} Q \frac{X_i}{100} \quad \text{e} \quad \text{MgO}_j = \frac{\% \text{MgO}_j}{100} Y_j \quad (4.26)$$

$$\text{SiO}_{2\text{carvão}} = \frac{\% \text{SiO}_{2\text{carvão}}}{100} \frac{Q}{\eta_{\text{min/carvão}}} \quad \text{e} \quad \text{SiO}_{2\text{ICP}} = \frac{\% \text{SiO}_{2\text{ICP}}}{100} Q_{\text{ICP}} \quad (4.27)$$

$$\text{Al}_2\text{O}_{3\text{carvão}} = \frac{\% \text{Al}_2\text{O}_{3\text{carvão}}}{100} \frac{Q}{\eta_{\text{min/carvão}}} \quad \text{e} \quad \text{Al}_2\text{O}_{3\text{ICP}} = \frac{\% \text{Al}_2\text{O}_{3\text{ICP}}}{100} Q_{\text{ICP}} \quad (4.28)$$

$$\text{CaO}_{\text{carvão}} = \frac{\% \text{CaO}_{\text{carvão}}}{100} \frac{Q}{\eta_{\text{min/carvão}}} \quad \text{e} \quad \text{CaO}_{\text{ICP}} = \frac{\% \text{CaO}_{\text{ICP}}}{100} Q_{\text{ICP}} \quad (4.29)$$

$$\text{MgO}_{\text{carvão}} = \frac{\% \text{MgO}_{\text{carvão}}}{100} \frac{Q}{\eta_{\text{min/carvão}}} \quad \text{e} \quad \text{MgO}_{\text{ICP}} = \frac{\% \text{MgO}_{\text{ICP}}}{100} Q_{\text{ICP}} \quad (4.30)$$

$$\text{SiO}_{2\text{perdas}} = \frac{\% \text{SiO}_{2\text{perdas}}}{100} Q_{\text{perdas}} \quad (4.31)$$

$$\text{Al}_2\text{O}_{3\text{perdas}} = \frac{\% \text{Al}_2\text{O}_{3\text{perdas}}}{100} Q_{\text{perdas}} \quad (4.32)$$

$$\text{CaO}_{\text{perdas}} = \frac{\% \text{CaO}_{\text{perdas}}}{100} Q_{\text{perdas}} \quad (4.33)$$

$$\text{MgO}_{\text{perdas}} = \frac{\% \text{MgO}_{\text{perdas}}}{100} Q_{\text{perdas}} \quad (4.34)$$

onde as variáveis com S representam a quantidade total do elemento indicado na escória, com as variáveis SiO₂, Al₂O₃, CaO, MgO, FeO e MnO indicando as quantidades de sílica, alumina, óxido de cálcio, magnésia, óxido de ferro e óxido de manganês. Para as Equações 4.17, 4.18 e 4.19, admitiu-se as seguintes massas molares: Si = 28g/mol, O₂ = 32g/mol, Fe = 56g/mol e Mn = 55g/mol. Usando a regra de três, com estes dados é possível calcular a quantidade de massa de um óxido que sofreu redução somente pela quantidade do elemento resultante reduzido.

A partir das equações acima, a quantidade de minério carregado pode ser calculada no momento que é determinado a quantidade de ferro-gusa objetivada, sendo dada pela

seguinte equação:

$$\begin{aligned}
 a &= \eta_{Fe} \frac{\sum_{i=1}^n \%FeX_i}{10000} + \eta_{Fe} \frac{\%Fe_{carvão}}{100\eta_{min/carvão}} & d &= \eta_m \left(\sum_{j=1}^n Mn_j + Mn_{ICP} - Mn_{Perdas} \right) \\
 b &= \frac{\sum_{i=1}^n \%PX_i}{10000} + \frac{\%P_{carvão}}{100\eta_{min/carvão}} & e &= \eta_{Fe} \left(\sum_{j=1}^n Fe_j + Fe_{ICP} - Fe_{Perdas} \right) \\
 c &= \eta_{Mn} \frac{\sum_{i=1}^n \%MnX_i}{10000} + \eta_{Mn} \frac{\%Mn_{carvão}}{100\eta_{min/carvão}} & f &= \sum_{j=1}^n P_j + P_{ICP} - P_{Perdas} \\
 Q &= \frac{GU \left(1 - \frac{\%Si_{GU}}{100} - \frac{\%C_{GU}}{100} \right) - d - e - f}{a + b + c} & & (4.35)
 \end{aligned}$$

onde os termos a , b , c , d , e , f foram criados só para facilitar a visualização da equação que calcula a quantidade total de minério de ferro.

4.5 RESTRIÇÕES

Serão descritas, a seguir, as restrições envolvidas no processo de otimização do alto-forno, tanto as restrições de caixa das variáveis bem como as restrições de igualdade e desigualdades a serem obedecidas.

4.5.1 Restrições de Caixa das Variáveis de Decisão

É estabelecido o limite de cada matéria-prima de acordo com a disponibilidade do material, de acordo com o conhecimento do especialista ou por demandas de contrato com o fornecedor. O limite dos minérios de ferro é determinante para a mistura atender todos os requisitos e os volumes de gusa e escória a serem geradas, assim, o especialista, sabendo a composição dos materiais usados, deve saber aproximadamente as restrições de caixa corretamente.

$$Lmin_i \leq V_i \leq Lmax_i \quad (4.36)$$

onde $Lmin_i$ e $Lmax_i$ representam os limites inferior e superior da i -ésima variável (minério e fundentes). Estes limites costumam ser aplicados à cada atualização dos valores das variáveis (*hard constraints*), como é no caso do presente trabalho, entretanto, elas podem ser tratadas na função de avaliação (*soft constraints*), como será detalhado mais na frente.

4.5.2 Porcentagem de Minérios

Como as variáveis de decisão que determinam a proporção de minério de ferro possuem seus valores em porcentagem, a soma destes valores deve ser igual à 100%. Desta maneira, precisa-se de uma restrição para que o somatório seja respeitado:

$$\sum_{i=1}^n X_i = 100\% \quad (4.37)$$

4.5.3 Basicidade da Escória

A basicidade da escória representa a relação entre os óxidos básicos e ácidos na escória. Neste trabalho utilizou-se o índice de basicidade binário, ou seja, a relação entre CaO e SiO₂. Este valor deve obedecer um valor de referência que representa a basicidade onde a escória escoar do forno com facilidade, de forma que o processo funcione com eficiência.

$$\frac{[\text{CaO}]_{ES}}{[\text{SiO}_2]_{ES}} = \text{CaO/SiO}_2 \quad (4.38)$$

onde CaO/SiO_2 é a basicidade objetivada.

4.5.4 Quantidade de Escória

É usada uma restrição para limitar a quantidade de escória visando restringir o escopo das soluções, ou seja, evitar a obtenção de soluções com pouco interesse prático.

$$ES_{min} \leq ES \leq ES_{max} \quad (4.39)$$

onde ES_{max} e ES_{min} são respectivamente os limites máximo e mínimo de escória em kg.

4.5.5 Porcentagem de Sílica na Escória

O componente SiO₂, sílica, reage com o carbono para obter Si para o ferro-gusa, na qual influencia em suas características, como dureza, taxa de refrigeração, ponto de fusão, etc. A quantidade de sílica que não sofre redução ajuda compor o volume da escória. Determina-se, aqui a faixa (em %) de sílica na escória.

$$[\text{SiO}_2]_{\%ES_{min}} \leq \frac{[\text{SiO}_2]_{ES}}{ES} \times 100\% \leq [\text{SiO}_2]_{\%ES_{max}} \quad (4.40)$$

onde $[\text{SiO}_2]_{\%ES_{min}}$ e $[\text{SiO}_2]_{\%ES_{max}}$ representam a porcentagem mínima e máxima de sílica na escória.

4.5.6 Porcentagem de Alumina na Escória

O componente Al₂O₃, alumina, influencia na viscosidade da escória dentro do alto-forno, impactando no escoamento desta para fora do alto-forno. Determina-se, aqui a faixa (em %) de alumina na escória.

$$[\text{Al}_2\text{O}_3]_{\%ES_{min}} \leq \frac{[\text{Al}_2\text{O}_3]_{ES}}{ES} \times 100\% \leq [\text{Al}_2\text{O}_3]_{\%ES_{max}} \quad (4.41)$$

onde $[\text{Al}_2\text{O}_3]_{\%ES_{min}}$ e $[\text{Al}_2\text{O}_3]_{\%ES_{max}}$ representam a porcentagem mínima e máxima de alumina na escória.

4.5.7 Porcentagem de Magnésia na Escória

O elemento MgO também tem o papel de controlar a viscosidade da escória.

$$[\text{MgO}]_{\%ES_{min}} \leq \frac{[\text{MgO}]_{ES}}{ES} \times 100\% \leq [\text{MgO}]_{\%ES_{max}} \quad (4.42)$$

onde $[\text{MgO}]_{\%ES_{min}}$ e $[\text{MgO}]_{\%ES_{max}}$ representam a porcentagem mínima e máxima de magnésia na escória.

4.5.8 Número de Silos

A casa de silos é onde se armazena os minérios de ferro e carvão para serem descarregados no alto-forno. Em cada silo é mantido somente um tipo de material, sendo que o número de silos existentes é limitado à um valor. Desta forma, é necessário restringir o número de tipo de minérios que serão usados ao mesmo tempo para o carregamento do alto-forno.

$$\sum AX_i \leq \text{NumSilos} \quad (4.43)$$

onde AX_i é uma variável binária indicativa se o i -ésimo minério X_i está ativo ($AX_i = 1$) ou inativo ($AX_i = 0$), e NumSilos é o número de silos disponível para minério de ferro.

4.6 FUNÇÕES DE AVALIAÇÃO

As funções de avaliação são compostas pelas funções objetivo associadas aos termos de penalização referentes as restrições a serem obedecidas. Cada função de penalização é relacionada à uma restrição, que serve para penalizar a função objetivo, caso a restrição seja violada. Para uma possível solução x , sua função de avaliação é dada por:

$$f_j(x) = \min Z_j + k \sum_i^G \max(0, g_i(x))^2 + k \sum_j^H \max(0, |h_j(x)| - \delta_j)^2 \quad (4.44)$$

onde $f_j(x)$ é a função de avaliação j . A função $g_i(x)$ representa a restrição de desigualdade i em x e $h_j(x)$ representa a restrição de igualdade em j em x , sendo δ_j uma constante que funciona como uma margem de tolerância para a restrição de igualdade. A constante k é o coeficiente de penalização, podendo ser diferente para cada as restrições de desigualdade e igualdade ou tendo um único valor. Seu valor geralmente é de difícil determinação, obtido por de maneira empírica, sendo que para este trabalho determinou-se com o valor 1×10^{10} .

Existe no modelo duas igualdades: as restrições 4.5.2 e 4.5.3 sendo adotado os respectivos valores δ de 1×10^{-4} e 1×10^{-3} .

4.7 SOLUÇÃO PELA OTIMIZAÇÃO MULTIOBJETIVO

Visando a resolução do problema multiobjetivo com restrições de interesse, optou-se pela adaptação do algoritmo NSGA-2, por Deb *et al.* (2002), modelo bem disseminado na

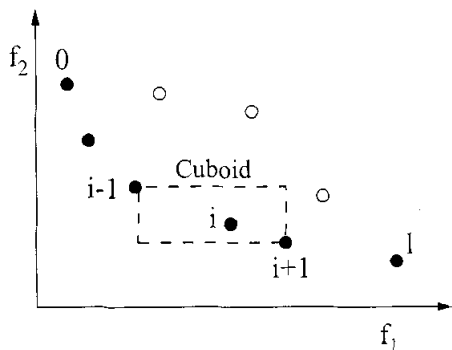
literatura para otimização multiobjetivo. Tem como base algoritmos genéticos e possui dois principais mecanismos para auxiliar na seleção: *Non-Dominated Sorting* e *Crowding Distance*.

Non-Dominated Sorting classifica e ordena os indivíduos da população através de um ranqueamento por etapas construído de acordo com o número de indivíduos não-dominados. Um indivíduo é dito não-dominado quando nenhum outro indivíduo da população é melhor que o avaliado em relação as funções objetivo do problema. O processo de ranqueamento do NSGA-2 começa pela seguinte maneira: são determinados os indivíduos não-dominados da população, sendo, inicialmente, definido uma aptidão *dummy* para estes indivíduos que são retirados posteriormente retirados da população. Novamente são determinados quais os indivíduos não-dominados da população atual, que receberão uma aptidão pior que os da primeira camada. Este processo é realizado até que todos os indivíduos da população sejam ranqueados.

Depois dos indivíduos da população serem ranqueados em camadas ou níveis de não-dominância, é calculado o *Crowding Distance* de cada indivíduo, que é a soma das distâncias euclidianas em relação aos indivíduos pertencentes ao seu mesmo nível de dominância. Em seguida, em cada nível de ranqueamento, os indivíduos são ordenados por *Crowding Distance*.

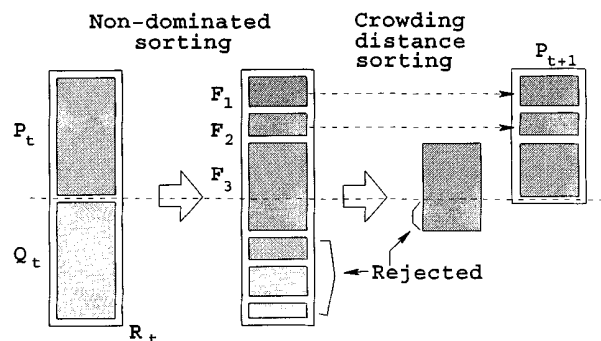
Desta maneira, os indivíduos mais distantes de seus vizinhos, ou seja, em regiões do espaço de busca com menor densidade populacional, terão maiores chances de serem selecionados, permitindo que o algoritmo tenha soluções mais esparsas, impedindo que se aglomerem em uma mesma região do espaço de busca. Assim, os indivíduos com menores valores de ranqueamento e maiores *Crowding Distance* tenderão a serem selecionados para a próxima geração.

Figura 12: Crowding Distance



Fonte: (DEB et al., 2002).

Figura 13: Non-dominated Sorting



Fonte: (DEB et al., 2002).

4.7.1 População Inicial

O cromossomo de um indivíduo é representado pelas variáveis que compõe o conjunto V , dado em 4.2. A população é inicializada da seguinte maneira:

$$V_j^i = U(Lmax_j \sim Lmin_j), j = 1, \dots, n + m \quad (4.45)$$

onde V^i é o i -ésimo indivíduo da população com geração via distribuição randômica uniforme em sua j -ésima variável.

Posteriormente, os genes referentes às porcentagens de minérios de ferro sofrem uma projeção no plano simplex (CHEN; YE, 2011) após a inicialização para que somem 100%. Esta projeção será detalhada a seguir.

4.7.2 Operadores Genéticos

Os operadores genéticos utilizados para a formação de novos indivíduos são a mutação e o cruzamento.

Para a selecionar os indivíduos para os operadores, este modelo adota a estratégia de torneio, ou seja, é escolhido aleatoriamente dois cromossomos, compara-se os seus ranqueamentos, o com o menor valor é selecionado. Se o ranqueamento é igual, escolhe-se o com maior *Crowding Distance*. Desta maneira, aumenta-se as chances de um indivíduo menos dominado e com maior diversidade ser selecionado para a aplicação dos operadores de cruzamento ou mutação.

Para mutação, escolhe-se um de dois modelos para a aplicação do operador determinado por uma variável booleana randômica (vbr). Se vbr é igual à 1, a mutação é aplicada em todos os genes do cromossomo, caso contrário, a mutação é aplicada em um gene randomicamente selecionado (i_{mut}), na forma:

$$vbr = 1 : \quad \hat{V}_{1,\dots,k} = V_{1,\dots,k} + \gamma \times \beta \times (Lmax_{1,\dots,k} - Lmin_{1,\dots,k}) \quad (4.46)$$

$$vbr = 0 : \quad \hat{V}_{i_{mut}} = V_{i_{mut}} + \gamma \times \beta \times (Lmax_{i_{mut}} - Lmin_{i_{mut}}) \quad (4.47)$$

onde β é um número randômico gerado entre -1 e 1 por uma distribuição uniforme, γ é o parâmetro que limita a amplitude da perturbação na mutação e \hat{V} é o vetor resultante do operador. Este operador foi inspirado na mutação por permutação randômica, porém ajustado para ter dois estados ($vrb = 1$ e $vrb = 0$) para que seja possível a mutação de um único gene, visando uma busca unidimensional. Para o cruzamento:

$$\alpha \sim 0,5 \times U([-1, 1]) \quad (4.48)$$

$$\bar{V}_{1,\dots,k}^i = \alpha \times V_{1,\dots,k}^i + (1 - \alpha) \times V_{1,\dots,k}^j \quad (4.49)$$

$$\bar{V}_{1,\dots,k}^j = (1 - \alpha) \times V_{1,\dots,k}^i + \alpha \times V_{1,\dots,k}^j \quad (4.50)$$

onde α é o coeficiente de cruzamento linear, V^i e V^j são os cromossomos selecionados da população e \bar{V}^i e \bar{V}^j são seus filhos.

O parâmetro α pode ser apresentado como um único valor ou como um vetor. Como único valor, os novos indivíduos são gerados entre a reta ligados pelos seus pais como mostrado na Figura 3. Como vetor, a área de geração dos filhos é mais ampla, não se concentrando na reta entre os dois pais, aumentando o espaço de busca, mas em consequência, se a fronteira de Pareto tiver uma característica mais linear, a chance de serem geradas soluções infactíveis serão maiores.

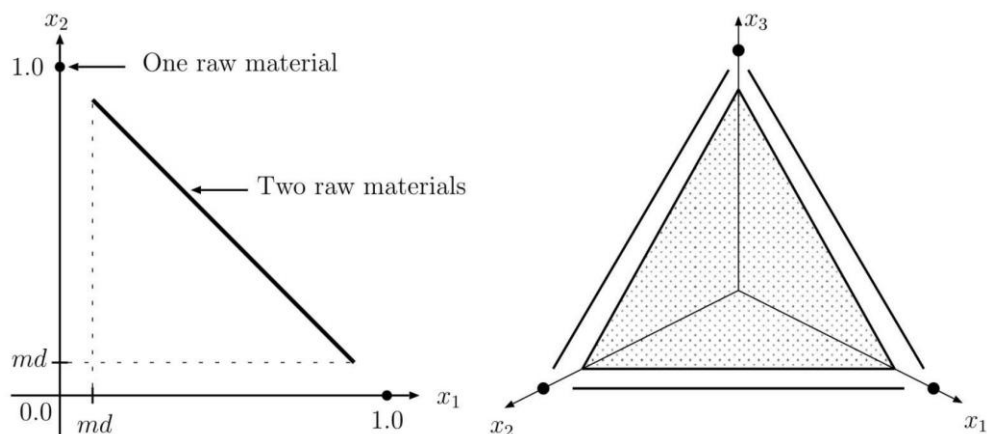
4.7.3 Projeção no Plano Simplex

Segundo Salmeron *et al.* (2016), para problemas de misturas, o conjunto de possíveis misturas pode ser definida matematicamente por um simplex:

$$\Delta^n := \left\{ \mathbf{x} = (x_1, \dots, x_n)^T \in \mathbb{R}^n : 0 \leq x_i \leq 1, i = 1, \dots, n, \text{ e } \sum_{i=1}^n x_i = 1 \right\} \quad (4.51)$$

Que pode ser representado graficamente como na figura abaixo:

Figura 14: Plano simplex com duas e três dimensões



Fonte: (SALMERON *et al.*, 2016).

A princípio, pode-se usar como restrição a equação 4.37 para manter o valor do somatório igual à unidade. Porém, seja na inicialização da população, na aplicação dos operadores de mutação ou cruzamento, a maior parte dos indivíduos gerados acabam violando esta restrição, afetando significativamente a qualidade da resposta, bem como o tempo de convergência do algoritmo. A solução mais comum para resolver este problema é normalizar os cromossomos, como é feito em Toklu (2005), dividindo-se todos os valores dos genes pela soma destes para que soma dos valores do seus genes seja igual à 100%.

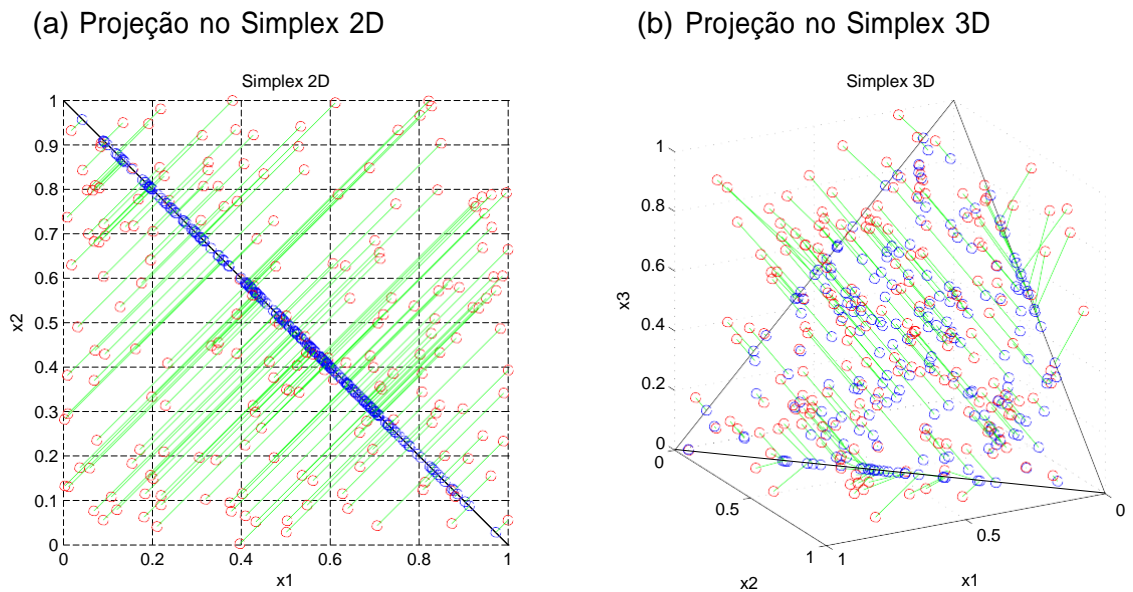
Entretanto, quando as variáveis de decisão possuem restrições de caixa, a normalização às vezes gera cromossomos que violam estas restrições, então boa parte dos cromossomos normalizados acabam sendo descartados de qualquer maneira. Neste trabalho, ao invés de se usar a normalização, propõe-se usar um algoritmo que faz a projeção dos pontos em um plano simplex, já considerando as restrições de caixa.

A projeção de um ponto y no plano simplex Δ^n é resolver o problema de minimização:

$$x = \arg \min_{x \in \Delta^n} \|x - y\|. \quad (4.52)$$

O objetivo é buscar o ponto no plano mais próximo do ponto y , cuja soma de suas coordenadas seja igual à unidade. Nas figuras 15a e 15b é mostrado como funciona a projeção.

Figura 15: Projeções no simplex



Na Figura 15a é mostrado as projeções em um plano simplex com duas dimensões e 15b com três dimensões. Os pontos vermelhos representam os pontos reais e os azuis são

os pontos projetados no plano simplex.

Algoritmo 2: Projeção no plano simplex (CHEN, 2001)

```

1 Função PROJSPX( $y$ ):
   Entrada:  $y = (y_1, \dots, y_n)^T \in \mathbb{R}^n$ 
   Saída:  $x$ 
2   Ordena  $y$  em  $u$ :  $u_1 \geq u_2 \geq \dots \geq u_n$ ;
3    $i \leftarrow n - 1$ ;
4   Repete
5      $t_i \leftarrow \frac{\sum_{j=i+1}^n u_{j-1}}{n-i}$ ;
6     Se  $t_i \geq u_i$  então
7        $\hat{t} \leftarrow t_i$ ;
8        $bget \leftarrow true$ ;
9       break;
10    fim se
11     $i \leftarrow i - 1$ ;
12  até  $i \leq 0$ ;
13  Se  $bget = false$  então
14     $\hat{t} \leftarrow \frac{\sum_{j=1}^n u_{j-1}}{n}$ ;
15  fim se
16   $x \leftarrow (y - \hat{t})$ ;
17  retorna  $x$ ;
18 fim

```

O algoritmo usado na implementação da projeção foi de Chen e Ye (2011), apresentado acima, com complexidade de $O(n \log n)$.

Para a projeção respeitar as restrições de caixa, foi feito o seguinte ajuste no algoritmo:

Algoritmo 3: Projeção no plano simplex com restrições de caixa

```

1 Função PROJSPX-C( $y, y_{min}, y_{max}, \delta$ ):
   Entrada:  $y = (y_1, \dots, y_n)^T \in \mathbb{R}^n, y_{min}, y_{max}, \delta$ 
   Saída:  $x$ 
2    $x \leftarrow y$ ;
3   Repete
4      $y^t \leftarrow x$ ;
5      $x \leftarrow PROJSPX(y^t)$ ;
6      $x \leftarrow \min(\max(x, y_{min}), y_{max})$ ;
7   até  $|\sum_{i=1}^n x_i - 1| < \delta$ ;
8   retorna  $x$ ;
9 fim

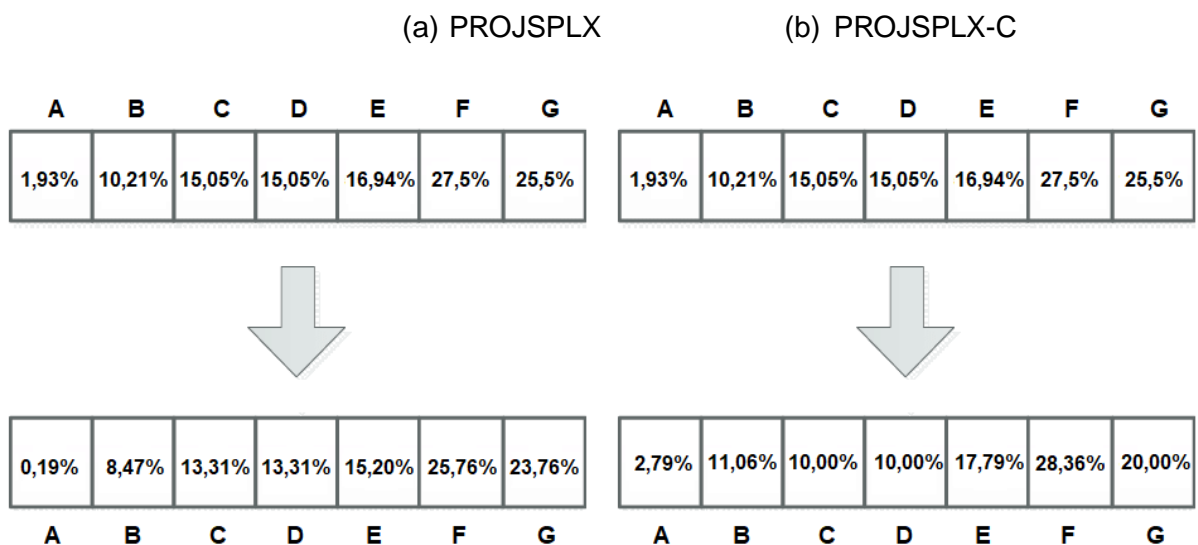
```

Dentro do *loop*, a projeção é feita e em seguida as restrições de caixa (linha 6) são

aplicadas, isto é feito até o critério de parada ser atingido, que é a diferença do módulo da soma do vetor entre 1 ser menor que δ , que representa a precisão desejada (neste trabalho, $\delta = 1 \times 10^{-10}$). As variáveis y_{min} e y_{max} representam respectivamente os limites inferiores e superiores do vetor a ser projetado.

Segue um exemplo da projeção com restrição de caixa nas figuras 16a e 16b, usando os minérios da Tabela 3, considerando o número de silos igual à 7.

Figura 16: Projeção das porcentagens dos minérios de ferro



Segundo a Tabela 3, de onde são retirados os minérios utilizados no exemplo, os limites superiores dos minérios C, D e G respectivamente são 10%, 10%, 20%. Pela Figura 16a, nota-se que o algoritmo PROJSPLX projeta estes minérios para valores maiores que seus limites, ao contrário de PROJSPLX-C que, pela Figura 16b, consegue projetar com êxito respeitando as restrições de caixa.

4.8 EVOLUÇÃO INTRA-INDIVÍDUO

Apresenta-se, agora, um procedimento de busca associado aos indivíduos da população que se caracteriza como uma busca intra-indivíduo ou intra-cromossômica. Objetiva com sua aplicação que três padrões dos indivíduos sejam aprimorados, a saber: (i) busca genética por meio de operador de mutação; (ii) correção de infactibilidade de parte das variáveis através de método de projeção; (iii) otimização e correção da parcela complementar de variáveis usando um processo de otimização escalar secundário.

Apesar de ser aplicado em nível de indivíduo, este fluxo evolutivo não é considerado um operador genético, visto que demanda procedimentos mais complexos e sofisticados

dos realizados por um operador genético padrão envolvendo, inclusive, uma etapa de otimização.

O fluxo evolutivo individual foi viabilizado principalmente devido ao padrão de codificação das variáveis, que envolvem duas parcelas de variáveis com necessidades de restrição e normalização específicas. Desta forma, este processo construtivo implementa uma busca mais eficiente em cada indivíduo da população, visando não só acelerar a otimização multiobjetivo principal, mas também proporcionar a construção de soluções de maior qualidade, como também, aumentar o nível de factibilidade dos indivíduos gerados diretamente pelos operadores genéticos.

O fluxo evolutivo individual é inicializado com a divisão das duas parcelas de variáveis que compõem o cromossomo: variáveis com normalização (minérios) e variáveis sem normalização (fundentes). Das três etapas que compõem o fluxo evolutivo, duas são aplicadas nas variáveis com normalização (minérios) e a última nas variáveis sem normalização (fundentes), considerando suas respectivas restrições. A seguir, serão descritas e justificadas cada uma das etapas do fluxo evolutivo.

4.8.1 **Mutação de Permutação em Variáveis com Normalização**

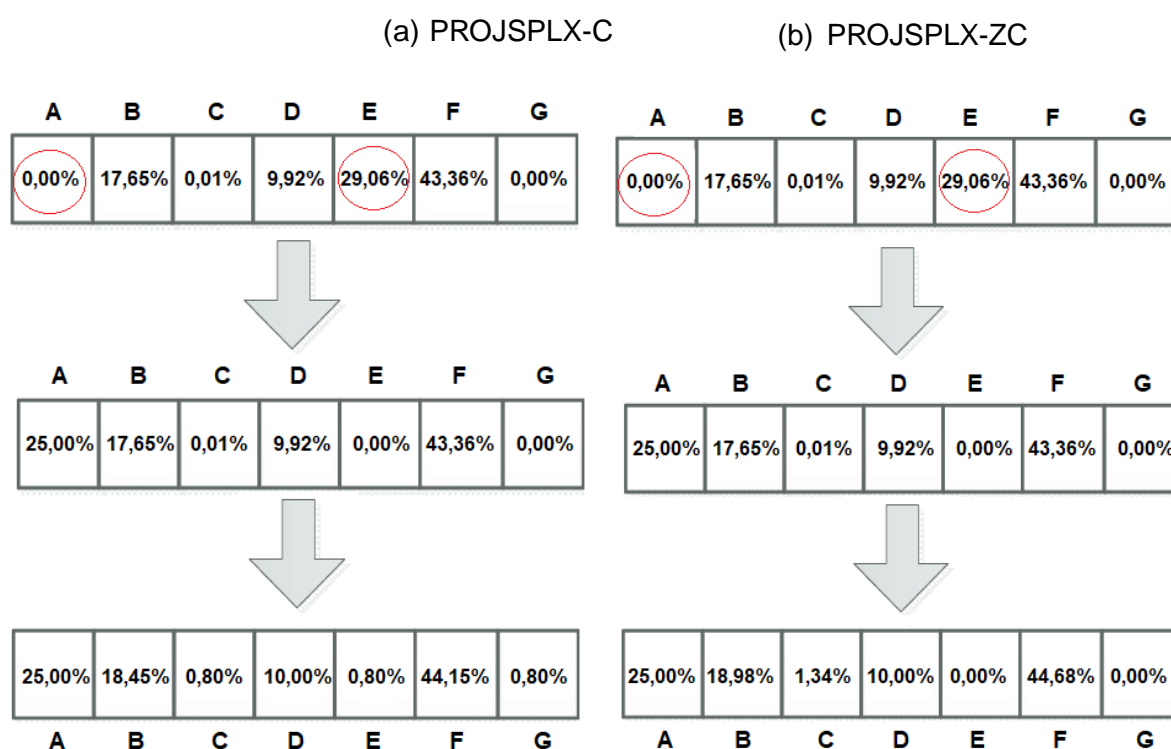
Ao adicionar um número de minérios de ferro maior que o número de silos na otimização, detectou-se que as soluções apresentavam poucas combinações de minérios, resultando em uma população com pouca diversidade, o que limita o espaço de busca e faz a otimização convergir prematuramente. Uma das razões, é que a aplicação dos operadores genéticos implementados gera uma grande maioria de indivíduos inactivos, sendo estes penalizados e geralmente descartados da população na geração seguinte. Na reprodução, dois indivíduos factíveis só conseguem gerar filhos factíveis se estes utilizarem os mesmos minérios de ferro ou possuírem o número de minérios usados menor que o de silos, caso contrário, o cruzamento dos seus genes resultam em filhos que violam a restrição 4.43. O mesmo vale para mutação, se o gene mutante for referente a um tipo de minério de ferro com valor zero, e o número de minérios de ferro usados no cromossomo é igual ao de silos, o novo indivíduo violará a mesma restrição.

Para contornar este problema, inicialmente, foi proposto a adição de um novo operador genético de mutação com a finalidade de trocar os valores de dois genes, forçando a população nas primeiras gerações a terem várias combinações de minérios. Este tipo de operador tem como nome mutação por permutação (*Swap Mutation*), bastante usado em problemas de permutação. A intenção é selecionar randomicamente dois genes, e trocar seus valores um pelo outro, mesmo não se tratando especificamente de um problema de permutação. Desta maneira, consegue-se fazer várias combinações sem alterar o número de minérios de ferro usados. Porém, esta troca de valores pode levar a violação das restrições de caixa das variáveis, sendo então necessária uma projeção no simplex.

4.8.2 Projeção com Restrição de Não-ativação de Variáveis

Em sequência a aplicação da mutação por permutação, o passo seguinte é a projeção das variáveis no plano simplex. No entanto, ao fazer a projeção das variáveis com normalização, determina-se modificações em grande parte dos genes, inclusive aqueles que tinham o valor igual à 0%. Este fato é exemplificado na Figura 17, onde o número de silos é igual a 5 e os minérios usados são os mesmos da Tabela 3.

Figura 17: Projeção das porcentagens dos minérios de ferro



Nota-se que na Figura 17a, os minérios A e G possuem valores 0%, e como número de minérios usados é menor que 5, o cromossomo inicialmente respeita a restrição 4.43. Trocam-se os valores dos minérios A e E e aplica-se as restrições de caixa. Como a soma dos novos valores é maior que 100%, a projeção então é feita. Com a projeção, os valores dos minérios E e G que tinham participações nulas sofrem alterações, apresentando seus valores maiores que 0%.

Para resolver este problema, ajustou-se a projeção atual, para que somente afete os minérios com participação não-nula. Desta maneira, o número silos usados depois da projeção continua o mesmo. Na Figura 17b, se o cromossomo possui 7 genes, mas 5 com valores não-nulos, a projeção é feita em um simplex de 5 dimensões. O algoritmo desenvolvido para o ajuste da projeção é apresentado no Algoritmo 4.

A princípio, este novo algoritmo foi desenvolvido para fazer a projeção especi-

Algoritmo 4: Projecção no simplex para valores não-nulos com restrições de caixa

```

1 Função PROJSPX-ZC( $y, y_{min}, y_{max}, \delta$ ):
   Entrada:  $y = (y_1, \dots, y_n)^T \in \mathbb{R}^n, y_{min} = (y_{min1}, \dots, y_{minn})^T \in \mathbb{R}^n, y_{max} =$ 
              $(y_{max1}, \dots, y_{maxn})^T \in \mathbb{R}^n, \delta$ 
   Saída :  $x$ 
2    $a \leftarrow$  Valores maiores que 0 de  $y$ ;
3    $b \leftarrow$  Índices em  $y$  onde valores são maiores que 0;
4    $x \leftarrow y$ ;
5    $y_{min}^t \leftarrow y_{min}(b)$ ;
6    $y_{max}^t \leftarrow y_{max}(b)$ ;
7   Se  $\prod_{j=1}^m y_{max}^t < 1$  ou  $\prod_{j=1}^m y_{min}^t > 1$  então
8     retorna  $x$ ;
9   fim se
10   $x^t \leftarrow$  PROJSPX-C( $a, y_{min}^t, y_{max}^t, \delta$ )
11   $x(b) \leftarrow x^t$ 
12  retorna  $x$ ;
13 fim

```

ficamente para este procedimento de evolução, mas como será visto nos experimentos, posteriormente adotou-se esta projecção para ser feita depois dos operadores genéticos da otimização principal.

4.8.3 Otimização Intra-indivíduo Secundária

No presente trabalho, o cromossomo não é formado só pelos de genes referentes aos minérios de ferro, mas também os genes relativos aos fundentes. Feita a troca de minérios de ferro, os genes associados às variáveis dos fundentes não sofrem alteração, e na maior parte, a troca, mesmo tendo o número de minérios com participação ativa menor que o de silos, acaba levando o indivíduo para a região inactivável devido a violação de outras restrições. De maneira que seja possível considerar a nova combinação de minérios para a próxima geração, o acoplamento de um procedimento de otimização secundária (intra-cromossômica) foi realizado visando a atualização adequada da parte do cromossomo associada aos genes dos fundentes. A adoção de um algoritmo de inteligência de enxames para tal fim apresenta-se como uma estratégia adequada, sendo o algoritmo de enxame de partículas, o algoritmo escolhido.

O algoritmo de enxame de partículas foi adotado para um processo de acoplamento responsável por uma otimização em nível secundário devido ao baixo custo computacional, por não requerer uma população muito grande para convergir para a solução. Um método com baixa demanda de processamento e eficiente é fundamental para que não haja queda no desempenho da otimização principal. O algoritmo foi implementado para ser executado paralelamente à otimização multiobjetivo, evitando gargalo no processamento, e utilizou-se de um repositório auxiliar, onde o indivíduo gerado será armazenado para que na próxima execução da otimização principal ele seja incluído na população.

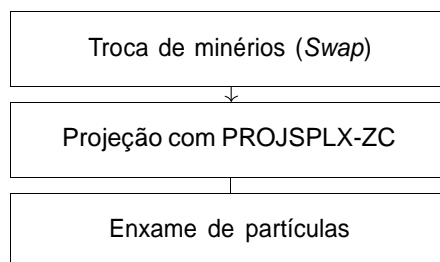
A otimização secundária utilizou-se do mesmo modelo do leito de fusão, com os mesmos parâmetros e restrições. Porém, concentra-se em uma sub-região do espaço de busca definida por:

- Variáveis de Decisão: $V = \{Y_1, \dots, Y_m\}$, ou seja, os fundentes;
- Função Objetivo: $MinZ = \frac{ES}{GU} \times 1000$, visto que os fundentes modificam principalmente a taxa de escória, em minimizando-a, não se gera somente um indivíduo mais próximo da região factível, mas também mais próximo do ótimo desta função objetivo, aumentando as chances dele ser selecionado para a próxima geração.

4.8.4 Fluxo Evolutivo

O operador de mutação por permutação em conjunto com o novo ajuste da projeção e procedimento de otimização secundária construído com o algoritmo de enxame de partículas, foi denominado como *PSO-Swap Mutation*, e seu fluxograma de funcionamento é apresentado na figura abaixo:

Figura 18: PSO-Swap Mutation



Seguindo o fluxograma, após selecionado o indivíduo, o *PSO-Swap Mutation* começa sorteando dois genes referentes à porcentagem de minério de ferro para a troca de seus valores. Posteriormente, é feita a projeção dos valores não-nulos, e finalmente, atualiza-se as variáveis de fundentes usando o PSO em uma otimização escalar.

5 ANÁLISE EXPERIMENTAL E RESULTADOS

O modelo de otimização desenvolvido foi codificado em C# .NET, sendo usado, nos experimentos, dados da composição química dos materiais e seus respectivos preços adquiridos de uma usina siderúrgica que apresenta um alto-forno em atividade nos dias atuais.

Para avaliar o desempenho dos experimentos foram introduzidas duas medidas de avaliação e controle: a taxa de factibilidade e a diversidade dos indivíduos não-dominados.

A taxa de factibilidade, é a média da relação dos indivíduos gerados factíveis pelos operadores de mutação e cruzamento, na otimização principal, pelo número total de indivíduos gerados por estes operadores. Com esta medição, tem-se uma ideia se os operadores estão gerando um bom número de candidatos de interesse durante a otimização e se, ao mesmo tempo, a população se aproxima de uma convergência.

$$F = \frac{1}{n_{ger}} \sum_{i=1}^{n_{ger}} \frac{\#pop_m^t(i) + \#pop_c^t(i)}{\#pop_m(i) + \#pop_c(i)} \quad (5.1)$$

onde n_{ger} é o número de gerações, $\#pop_m^t$ e $\#pop_c^t$ são os números de indivíduos factíveis gerados pelos operadores de mutação e cruzamento respectivamente, e $\#pop_m$ e $\#pop_c$ são os números do total de indivíduos gerados pelos operadores de mutação e cruzamento.

A diversidade dos indivíduos não-dominados diz mais sobre a qualidade dos operadores, isto é, se a aplicação destes estão gerando indivíduos mais diversificados e soluções mais esparsas. No começo da otimização, deseja-se que o espaço de decisão seja o mais explorado possível, pois aumenta-se as chances dos indivíduos não ficarem presos em ótimos locais.

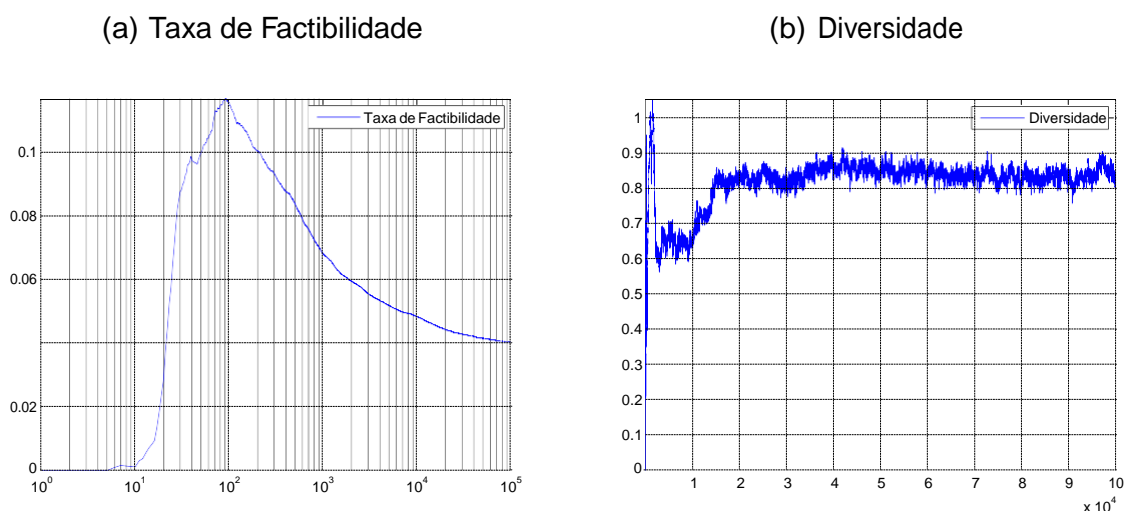
Para calcular a diversidade foi usada a média da distância Hamming dos pares, usada também por Diaz-Gomez e Hougen (2007), dada pela seguinte equação:

$$D = \frac{2}{R_1(R_1 - 1)} \sum_{j=1}^{j=R_1-1} \sum_{j'=j+1}^{j'=R_1} ||v_j - v_{j'}||_2 \quad (5.2)$$

onde R_1 é o número de indivíduos na primeira camada do ranqueamento realizado pela classificação do algoritmo multiobjetivo, ou seja, não-dominados, e v representa um indivíduo V , mas com os seus valores normalizados.

Segue um exemplo real pela figura abaixo:

Figura 19: Medidas de desempenho - Exemplo



Na Figura 19a, observa-se que no início do processo evolutivo a taxa de factibilidade é zero, pois o algoritmo não chegou ainda na região factível. Esta então depois cresce significativamente, o que indica que a região factível foi encontrada e vários indivíduos conseguem ser gerados. Nota-se pela Figura 19b que o crescimento da taxa de factibilidade coincide com o pico de diversidade, e devido a facilidade da geração, uma ampla área da região é explorada, sendo gerado indivíduos mais distantes um dos outros.

À medida que a otimização vai evoluindo, neste exemplo, onde as soluções vão ficando mais próximas da fronteira de Pareto, aumenta-se a dificuldade da geração de indivíduos factíveis ou suficientes bons para serem selecionados na próxima geração. A diversidade descrece, pois os indivíduos ao se aproximarem das soluções ótimas, adquirem características similares. Esta depois de um tempo volta a crescer, visto que a *Crowding Distance* favorece a obtenção de soluções mais esparsas, e a partir de um determinado momento as soluções não-dominadas tendem a ficar equidistantes, e no final, a diversidade flutua em relação a um valor constante.

Logicamente, nem todas as otimizações terão este comportamento, pois a inicialização dos cromossomos influencia no processo evolutivo, entretanto, este padrão indica um bom desempenho, pois no caso da factibilidade, a presença de um pico elevado no começo, sinaliza para um eficiente mapeamento da população em regiões factíveis, e no caso da diversidade, um valor elevado no começo indica um alto nível da distância dos indivíduos não-dominados, sinalizando que uma região grande do espaço de decisão foi explorado, o que evita uma convergência prematura em soluções ótimas locais.

Em caso de otimização escalar, esta interpretação das medidas de avaliação provavelmente seria interessante somente para a taxa de factibilidade. Para a diversidade o comportamento seria diferente, pois havendo uma única função objetivo, os indivíduos

da população no início da primeira geração, admitindo que há somente um ótimo global, tenderiam a ser iguais, o que faria a diversidade ser igual à 0.

5.1 CONDIÇÕES INICIAIS

Os materiais usados no experimento são mostrados na Tabela 3. Estão disponíveis 8 minérios de ferro e 3 fundentes. Além destes materiais, são carregados no alto-forno: carvão, sucata e carvão pulverizado injetado. A quantidade de carvão é calculada pela relação Minério/Carvão apresentada na Tabela 5. As quantidades de sucata e carvão pulverizados são dados constantes.

Perdas de material podem ocorrer durante o processo devido a finos carregados pelos gases ou pela lama formada dentro do alto-forno. Estas são relacionadas na Tabela 4. As características do produto, que definem as restrições do modelo, estão representadas na Tabela 5.

Visando um completo entendimento do processo de otimização realizado, é apresentado na Figura 20 o fluxograma detalhado de todo o processo realizado.

Tabela 3: Composição dos materiais

Material	Quantidade (kg/t de gusa)	Preço (unidade de preço/kg)	Fe (%)	SiO ₂ (%)	Al ₂ O ₃ (%)	P (%)	Mn (%)	CaO (%)	MgO (%)	C (%)	Min	Max
A		108,57	58,20	13,60	1,67	0,07	0,01				0,00%	25,00%
B		154,33	59,00	10,50	1,50	0,10	0,09				0,00%	50,00%
C		173,81	60,50	6,50	2,25	0,09	0,06				0,00%	10,00%
D		233,83	63,50	3,00	2,5	0,02	0,49				0,00%	10,00%
E		324,24	64,45	4,28	0,38	0,03	0,08	2,30	0,51		0,00%	100,00%
F		341,05	64,90	3,06	1,06	0,00	0,00	2,30	0,00		0,00%	100,00%
G		150,37	58,37	5,50	2,48	0,08	0,33	0,00	0,00		0,00%	20,00%
H		194,88	60,00	5,00	2,50	0,09	0,07	0,00	0,00		0,00%	8,00%
Bauxita			6,2	11	37						0 kg	100 kg
Dolomita				2,96	0,86			30,71	16,65		0 kg	100 kg
Calcítica				2,8	0,49			52,66	0,37		0 kg	100 kg
Sucata	60		59,42	10,19	2,56			11,98	3,85			
Carvão			0,14	0,75	0,15	0,09		1,18	0,15	74,00		
ICP	88		0,56	3,00	0,60	0,35		4,70	0,60	66,00		

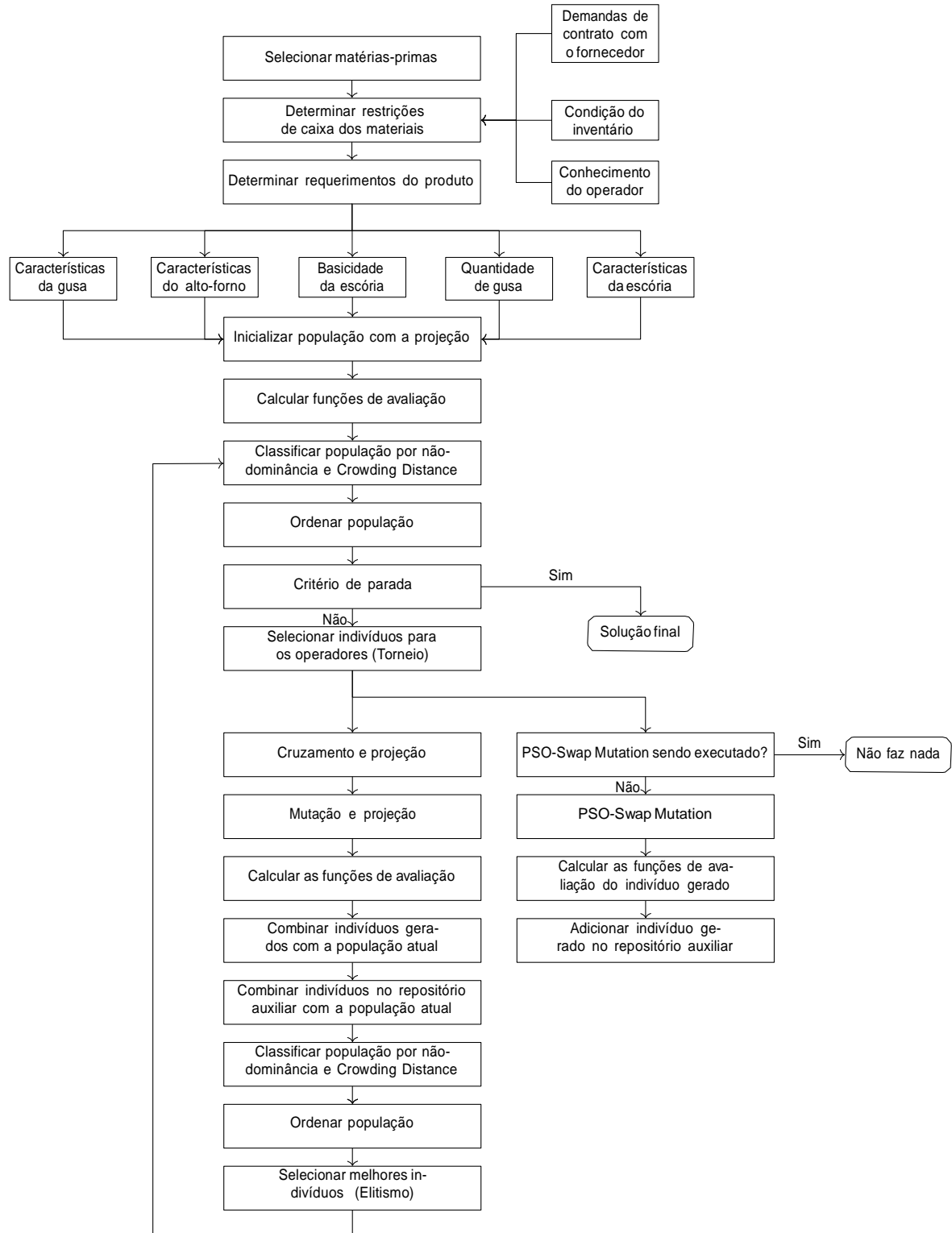
Tabela 4: Composição das perdas

	Quantidade (kg/t de gusa)	Fe (%)	SiO ₂ (%)	Al ₂ O ₃ (%)	P (%)	Mn (%)	CaO (%)	MgO (%)	C (%)
Poeira+Lama	60	55,62	3,66	4,95	0,034	0,2	4,95	0,22	26,54

Tabela 5: Requerimentos do Produto

Basicidade	Escória (kg)	[SiO ₂] _{%S} (%)	[Al ₂ O ₃] _{%S} (%)	[MgO] _{%S} (%)	Minério/Carvão	Gusa (kg)	Silos
0,67	145 - 285	31 - 80	12,5 - 17,0	7 - 8	2,72	1000	5

Figura 20: Fluxograma do algoritmo de otimização



5.2 RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Foram realizados os seguintes experimentos:

1. Primeiro Experimento - Selecionados 5 tipos de minérios de ferro
 - Sem projeção (M5);
 - Com projeção PROJSPLX-C (M5-PROJ);
 - Com normalização (M5-NORM).

2. Segundo Experimento - Selecionados 8 tipos de minérios de ferro
 - Com projeção PROJSPLX-ZC (M8-PROJ);
 - Com projeção PROJSPLX-ZC e *PSO-Swap Mutation* (M8-PROJ-PSO);
 - Com normalização e *PSO-Swap Mutation* (M8-NORM-PSO).

A configuração M8-NORM-PSO utilizou-se do *PSO-Swap Mutation*, com uma única modificação, invés de ter sido usada a projeção no plano simplex para as variáveis não-nulas, usou-se a normalização em seu lugar, desta maneira consegue-se testar se a projeção implementada é realmente eficaz para se obter resultados relevantes.

Para validar os resultados encontrados, utilizou-se um método de otimização não-linear baseado em gradientes, componente da ferramenta Solver do Microsoft Excel®, que usa o código do Gradiente Reduzido Generalizado 2 (GRG2) por LASDON; WAREN, descrito no capítulo 2. A ferramenta Solver não soluciona problemas multiobjetivo, então para comparar com as soluções obtidas pelos outros algoritmos, a ferramenta foi executada para cada ponto com uma das funções objetivo como uma restrição de igualdade.

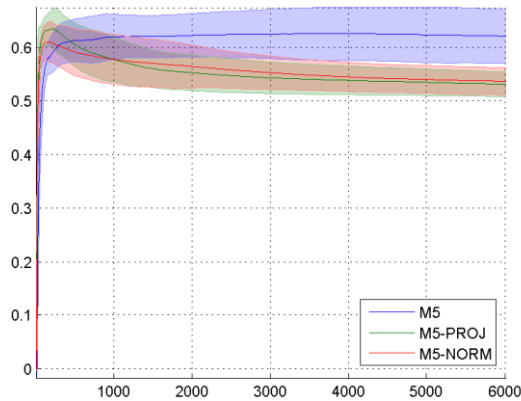
5.2.1 Primeiro Experimento

Para as configurações M5, M5-PROJ e M5-NORM, os parâmetros do algoritmo genético foram configurados com uma população de 100 indivíduos, uma taxa de cruzamento de 75%, de mutação 15% e γ igual a 0,05.

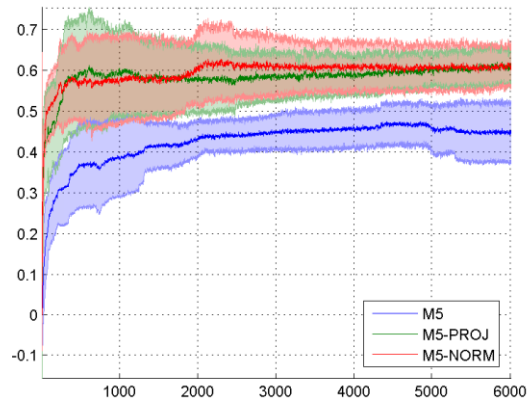
Inicialmente, o modelo desenvolvido foi iniciado para determinar o desempenho do algoritmo para 5 tipos de minérios. A aplicação foi executada 10 vezes com 6000 gerações cada. Os resultados são apresentados na Figura 21.

Figura 21: Primeiro Experimento - Desempenho

(a) Taxa de Factibilidade x Gerações



(b) Diversidade x Gerações

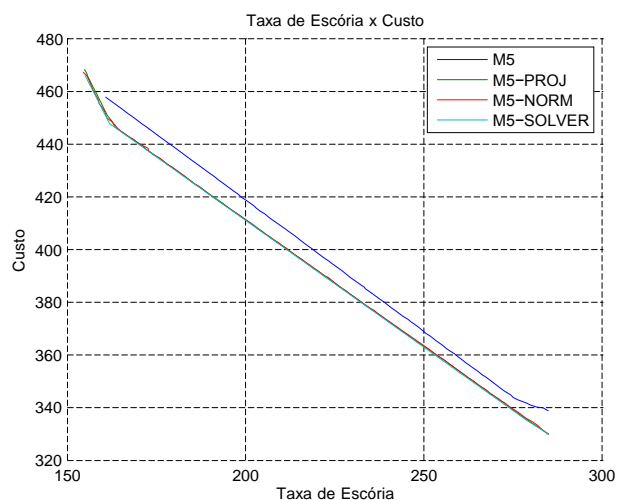


Pode-se observar na Figura 21a que M5-PROJ e M5-NORM começam a produzir indivíduos factíveis mais cedo que a configuração M5. As configurações M5-PROJ e M5-NORM possuem quase o mesmo pico, bastante acentuado em relação à M5, e posteriormente, começam a decrescer e estabilizar. Na Figura 21b, as configurações M5-PROJ e M5-NORM produziram indivíduos não-dominados mais diversificados que M5, obtendo valores muito parecidos.

Por último, executou-se o modelo desenvolvido visando otimizar e obter as melhores misturas. Usou-se 50.000 iterações.

Neste experimento o solver do Microsoft Excel[®] obteve ótimos globais sem muitos problemas, sendo os resultados obtidos denominados M5-Solver. Os resultados do experimento estão apresentados abaixo:

Figura 22: Primeiro Experimento - Resultado



Tanto a configuração M5-PROJ quanto a M5-NORM, se aproximam bastante da configuração M5-SOLVER, conseguindo soluções em uma ampla faixa de taxa de escória, enquanto a configuração M5 obteve soluções piores e menos amplas.

A diversidade dos indivíduos pode ser vistas nas Figuras 23 e 24, sendo mostrados os valores das variáveis decisão.

As configurações M5-PROJ e M5-NORM se mostraram superiores à configuração M5, tanto nas medidas de avaliação quanto nos resultados finais. A olho nu, nos testes de desempenho a configuração M5-PROJ pareceu se aproximar das soluções ótimas um pouco mais rápido que a configuração M5-NORM, e pela Figura 21a, observa-se que a configuração M5-PROJ possui um pico maior e termina com um valor menor que M5-NORM, o que indica que M5-PROJ se aproximou da fronteira de Pareto mais rápido, mas como os resultados aparentemente são muitos próximos, é difícil em dizer que um foi superior ao outro.

5.2.2 Segundo Experimento

Para as configurações M8-PROJ, M8-PROJ-PSO e M8-NORM-PSO, o algoritmo genético desenvolvido foi configurado com uma população de 200 indivíduos, uma taxa de cruzamento de 75%, de mutação 15% e γ igual a 0,05. Em relação a otimização secundária realizada pelo o enxame de partículas do *PSO-Swap Mutation*, foi determinado uma número de 15 partículas e 200 iterações.

Neste experimento modificou-se o operador de cruzamento para a seguinte maneira:

$$\delta \sim U([0, 1]) \quad (5.3)$$

$\delta > 0,99$:

$$\alpha \sim 0,5 \times U([-1, 1]) \quad (5.4)$$

$$\bar{V}_{1,\dots,k}^i = \alpha \times V_{1,\dots,k}^i + (1 - \alpha) \times V_{1,\dots,k}^j \quad (5.5)$$

$$\bar{V}_{1,\dots,k}^j = (1 - \alpha) \times V_{1,\dots,k}^i + \alpha \times V_{1,\dots,k}^j \quad (5.6)$$

$\delta \leq 0,99$:

$$\alpha_{1,\dots,k} \sim 0,5 \times U([-1, 1]) \quad (5.7)$$

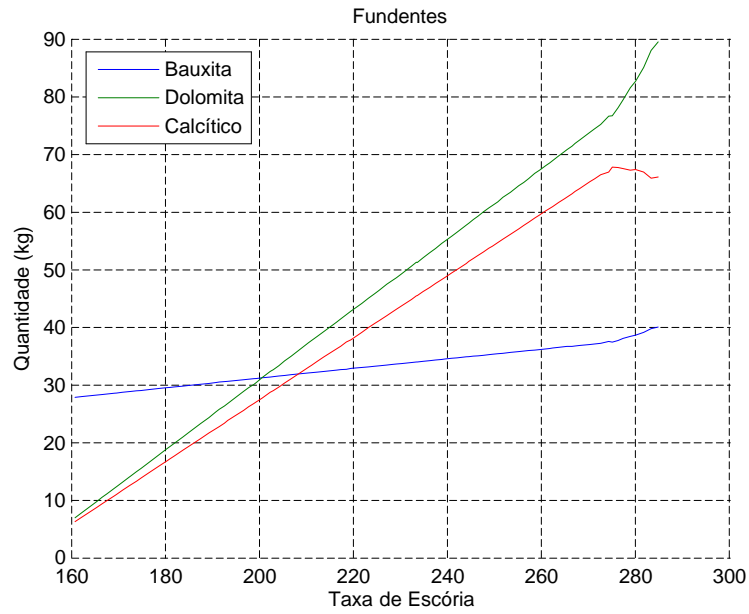
$$\bar{V}_{1,\dots,k}^i = \alpha_{1,\dots,k} \times V_{1,\dots,k}^i + (1 - \alpha_{1,\dots,k}) \times V_{1,\dots,k}^j \quad (5.8)$$

$$\bar{V}_{1,\dots,k}^j = (1 - \alpha_{1,\dots,k}) \times V_{1,\dots,k}^i + \alpha_{1,\dots,k} \times V_{1,\dots,k}^j \quad (5.9)$$

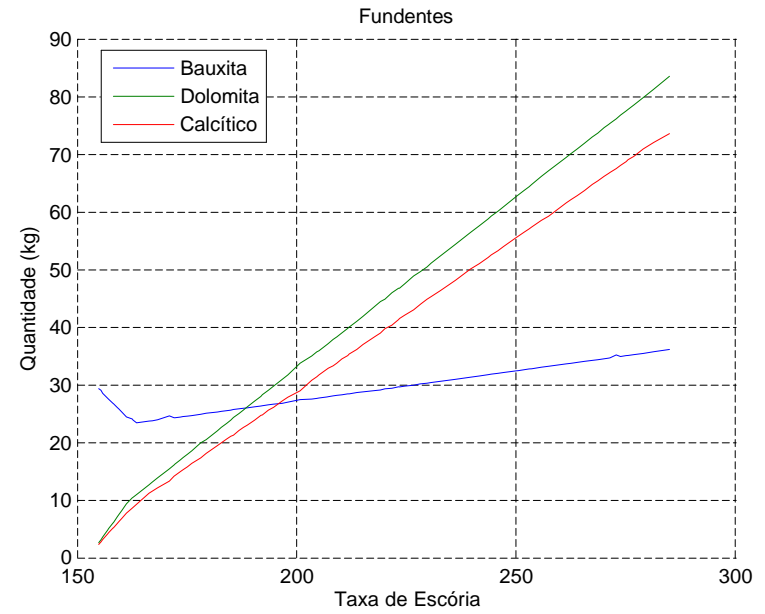
Esta modificação foi feita por ter sido observado que o operador de cruzamento utilizando um único valor para α , gerava uma porção significativa de indivíduos factíveis, porém com as mesmas combinações de minérios. Estes novos indivíduos eram todas passados para nova geração, dificultando que outros indivíduos com combinações diferentes de serem selecionados, que mesmo tendo soluções piores, poderiam ter o potencial de

Figura 23: Primeiro Experimento - Fundentes

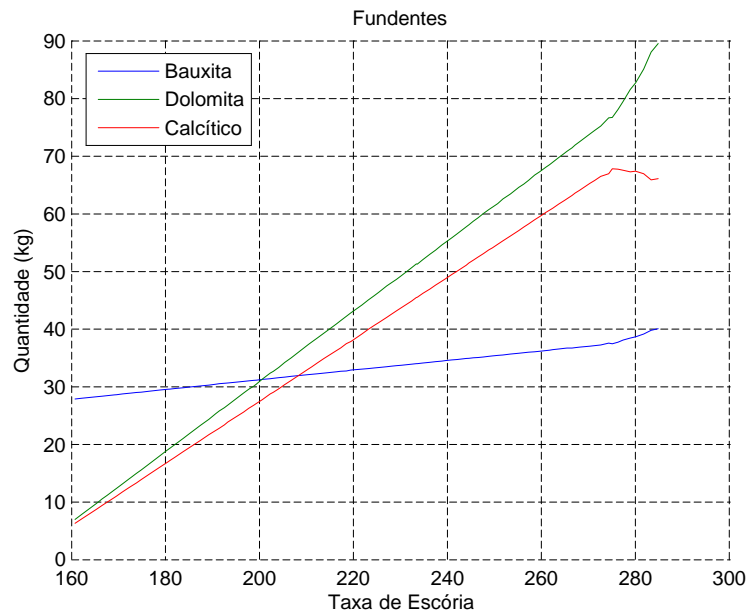
(a) M5



(b) M5-PROJ



(c) M5-NORM



(d) M5-SOLVER

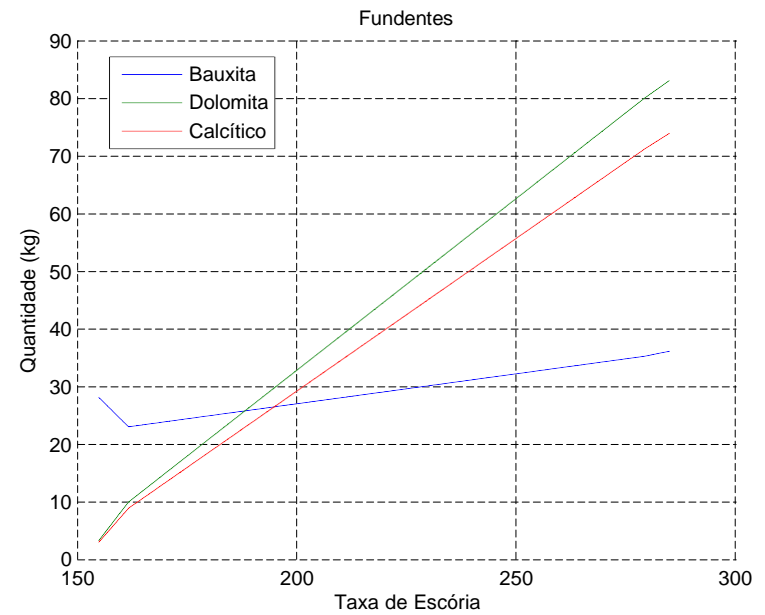
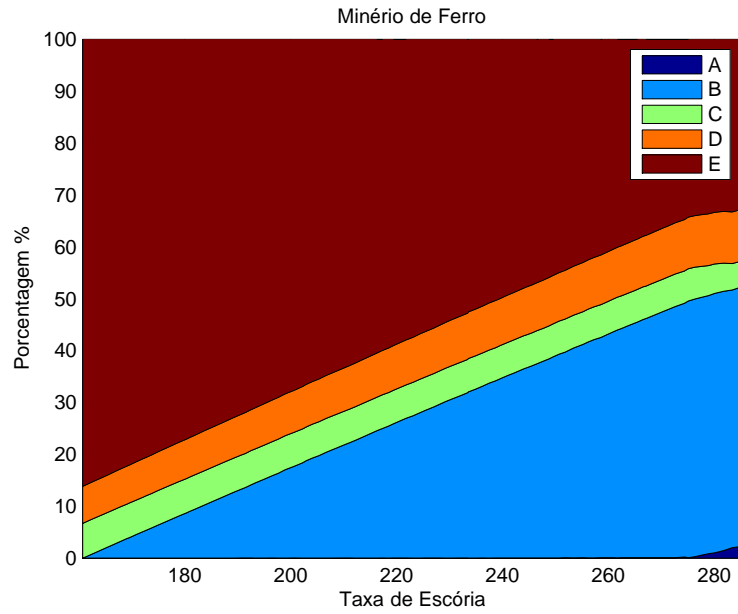
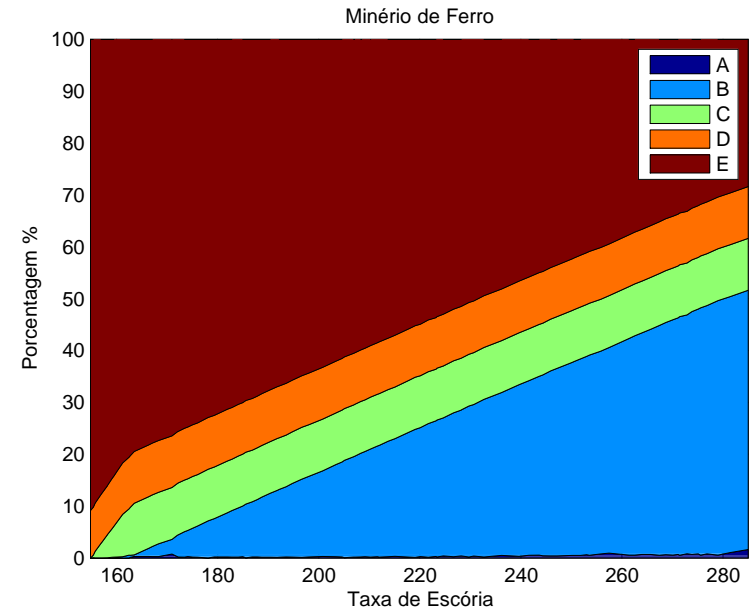


Figura 24: Primeiro Experimento - Porcentagens de Minério de Ferro

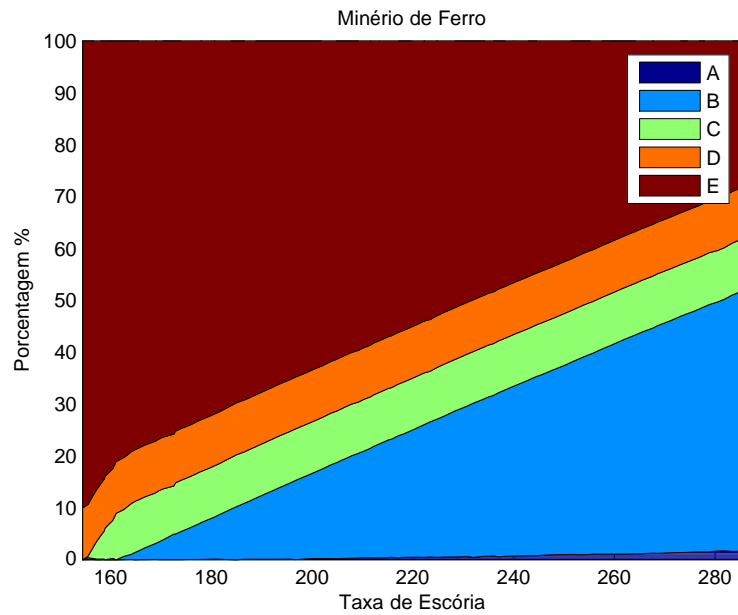
(a) M5



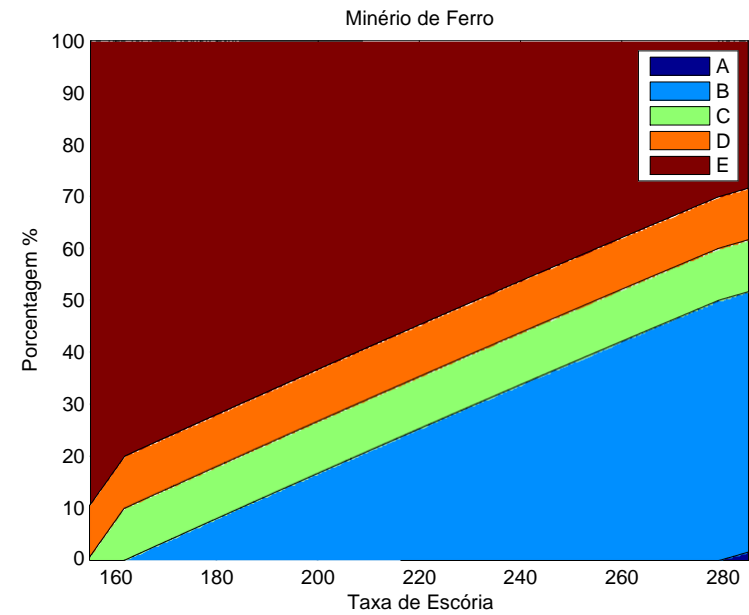
(b) M5-PROJ



(c) M5-NORM



(d) M5-SOLVER



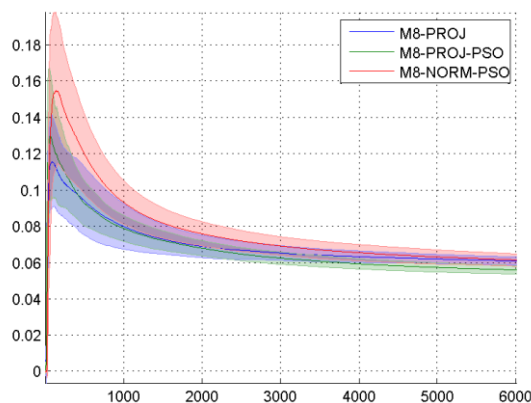
proporcionar uma busca mais efetiva no decorrer do processo evolutivo. Ao adotar um vetor $\alpha_{1,\dots,k}$, permite-se uma maior diversidade dos indivíduos gerados, porém faz a taxa de factibilidade cair drasticamente. Mas isto garante mais tempo de indivíduos com combinações de minérios variadas aparecerem e gerarem boas soluções. O parâmetro α como único valor não foi descartado completamente, somente diminuído a sua frequência, pois como as soluções deste experimento possuem um padrão linear, o cruzamento com único valor de α funciona como um ajuste fino se executado com uma frequência menor, linearizando as soluções.

Vale ressaltar, devido ao fato que o número de minérios de ferro ser maior que o número de silos, trocou-se a projeção no simplex (PROJSPLX-C) com restrições de caixa para a projeção com restrições de caixa para variáveis não-nulas (PROJSPLX-ZC). Desta maneira aumenta-se as chances dos operadores genéticos gerarem indivíduos factíveis em relação à restrição 4.43, referente aos silos.

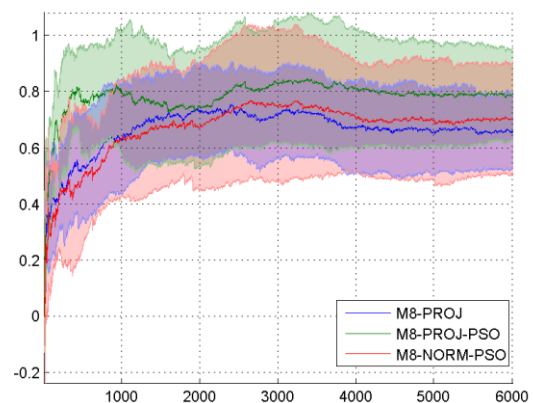
Como no experimento anterior, iniciou-se com a aplicação sendo executada para determinar o desempenho dos algoritmos. Cada configuração foi executada 10 vezes com 6000 iterações cada. Os resultados são apresentados na Figura 25.

Figura 25: Segundo Experimento - Desempenho

(a) Taxa de Factibilidade x Gerações



(b) Diversidade x Gerações



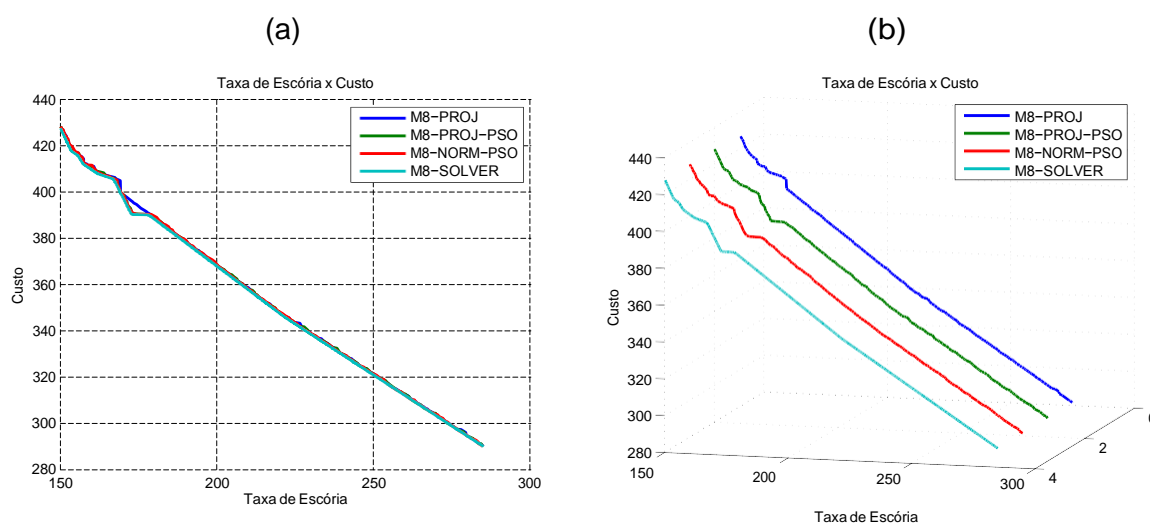
Na Figura 25a, nota-se que a configuração M8-NORM-PSO possui o pico maior que todos, sendo a configuração M8-PROJ com o menor, entretanto, mesmo sendo próximas as taxas, a configuração M8-PROJ-PSO atinge um valor menor, o que pode sugerir que convergiu antes da configuração M8-NORM-PSO. Pela Figura 25b, a configuração M8-PROJ-PSO apresentou maior diversidade que os outros, principalmente no começo, e as configurações M8-NORM-PSO e M8-PROJ tiveram valores muito próximos, o que pode indicar que os dois tiveram mais dificuldades em gerar cromossomos mais diversificados.

Foi notado que a configuração M8-NORM-PSO, o *PSO-Swap Mutation*, em relação ao M8-PROJ-PSO, apresentou maiores dificuldades em gerar soluções factíveis, devido às restrições de caixa aplicadas depois da troca de genes. Com isto, menos cromossomos de combinações de minérios diferentes foram criados, e assim, a configuração M8-NORM-PSO obteve um pico maior de factibilidade, pois com uma população mais homogênea, no que se diz de minérios de ferro, são maiores as chances de gerar filhos factíveis em relação a uma população mais diversificada.

Finalmente, executou-se a aplicação para achar as melhores misturas de materiais para o alto forno. Para este experimento usou-se 60.000 iterações.

Calculou-se também as soluções usando o solver do Microsoft Excel®, chamando de configuração M8-Solver. Neste experimento, a região obtida por este modelo em alguns trechos não é suave, então múltiplos pontos de inicialização para o algoritmo foram necessários, o que consumiu bastante processamento e tempo para calcular as soluções em relação ao experimento anterior, visto que o algoritmo algumas vezes não convergia para o ótimo global. Os resultados são apresentados a seguir.

Figura 26: Segundo Experimento - Resultado



Na avaliação, observa-se que as configurações M8-PROJ-PSO e M8-PROJ-NORM obtiveram soluções bastante próximas da configuração M8-SOLVER.

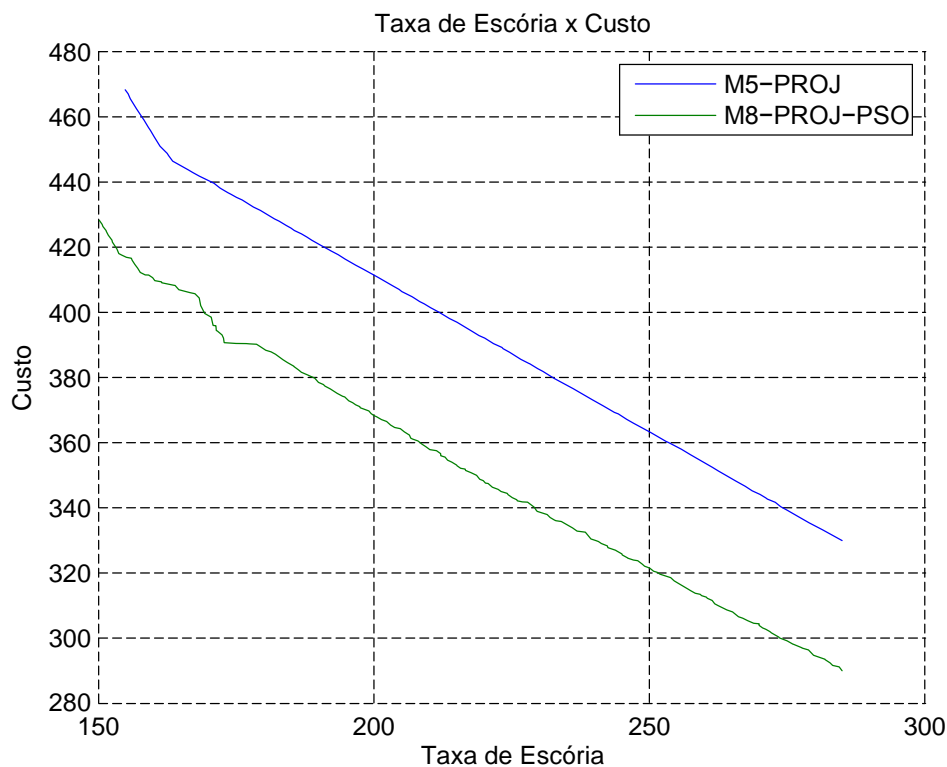
A configuração M8-PROJ executou-se mais de uma vez neste experimento com a intenção de buscar o melhor resultado para compará-lo com as outras configurações, pois diferentemente, nestas foram necessárias somente uma execução. Isto porque a configuração M8-PROJ, não tendo o *PSO-Swap Mutation*, os seus cromossomos às vezes tendiam a usar sempre os mesmos minérios, facilitando que soluções ficassem estagnadas em ótimos locais, somente na terceira tentativa, o resultado se aproximou bastante de

M8-SOLVER, exceto no intervalo aproximado de 170 a 180 na taxa de escória.

As variáveis de decisão dos três métodos estão representados nas Figuras 28 e 29, e nota-se que no intervalo de 155 a 180 da escória, as combinações de minérios ótimas são bastante diversificadas em relação ao resto das soluções. As configurações M8-PROJ-PSO e M8-PROJ-NORM obtiveram algum sucesso em achar estas combinações, enquanto a configuração M8-PROJ apresentou dificuldade.

Por fim, abaixo é mostrado as melhores soluções dos dois experimentos:

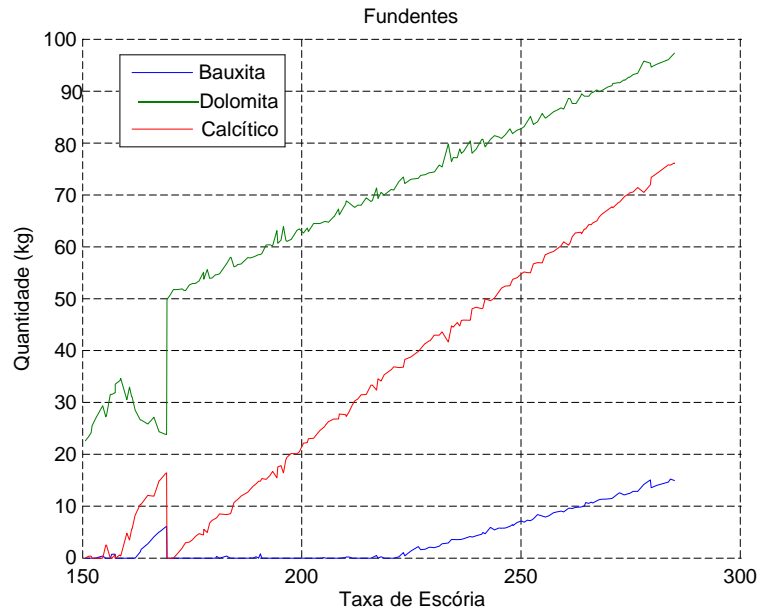
Figura 27: Resultados dos dois experimentos



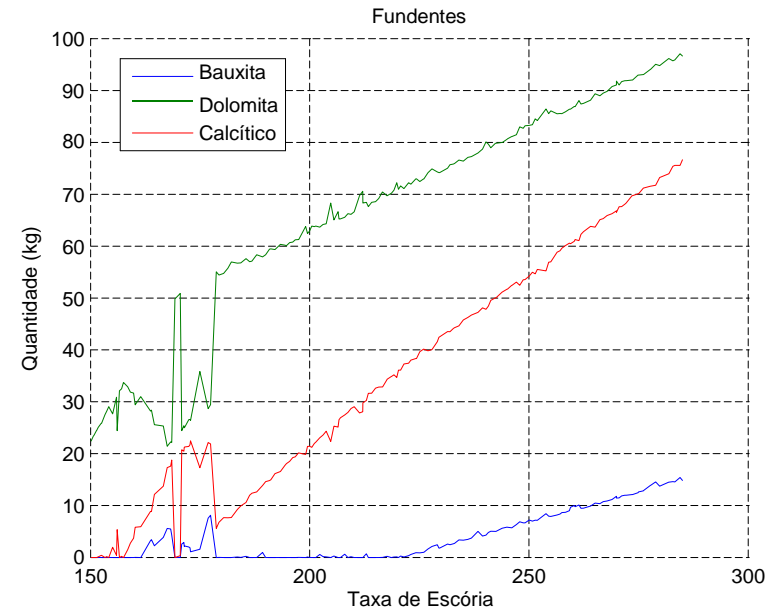
Pela figura acima, a configuração M8-PROJ-PSO possui uma maior extensão na fronteira de Pareto bem como resultados mais eficientes em relação a configuração M5-PROJ. Percebe-se então, a vantagem de usar um número de tipo de minérios maior que os silos na otimização, o que permite o algoritmo tenha mais opções de misturas e chances de encontrar melhores soluções, mesmo com a necessidade adicional de respeitar a restrição de desigualdade associada.

Figura 28: Segundo Experimento - Fundentes

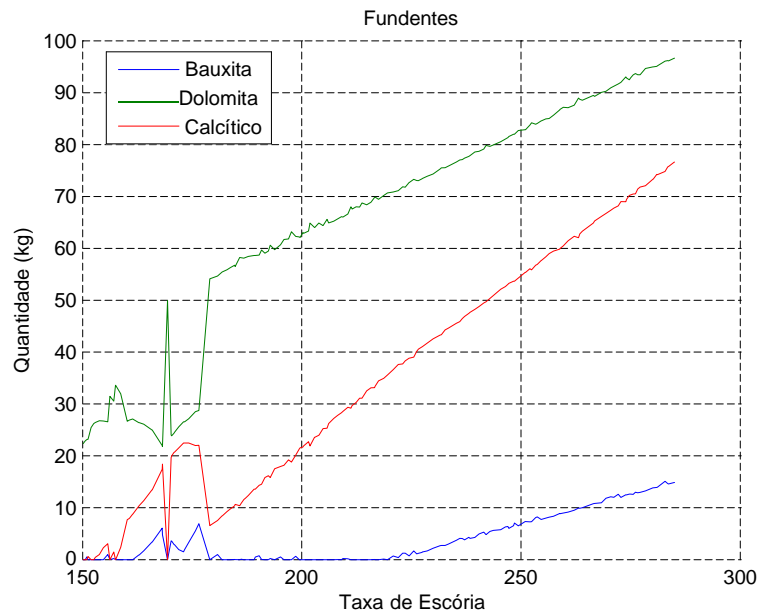
(a) M8-PROJ



(b) M8-PROJ-PSO



(c) M8-NORM-PSO



(d) M8-SOLVER

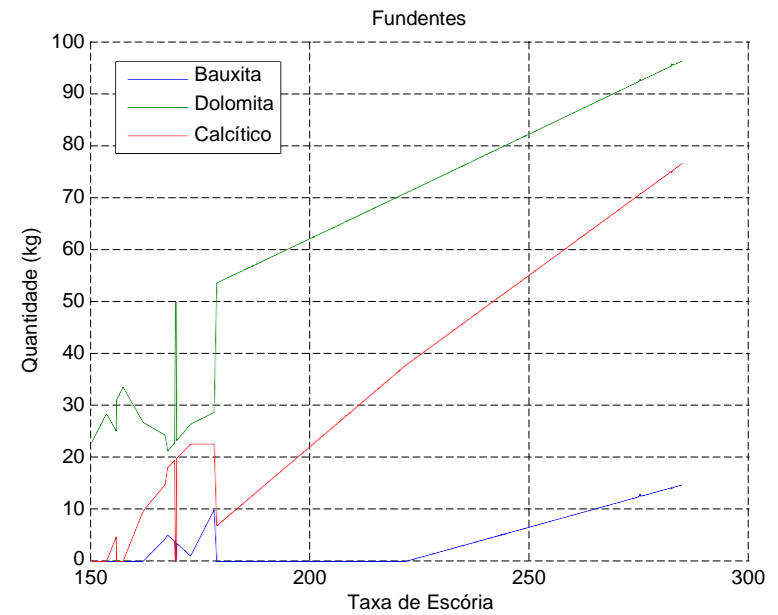
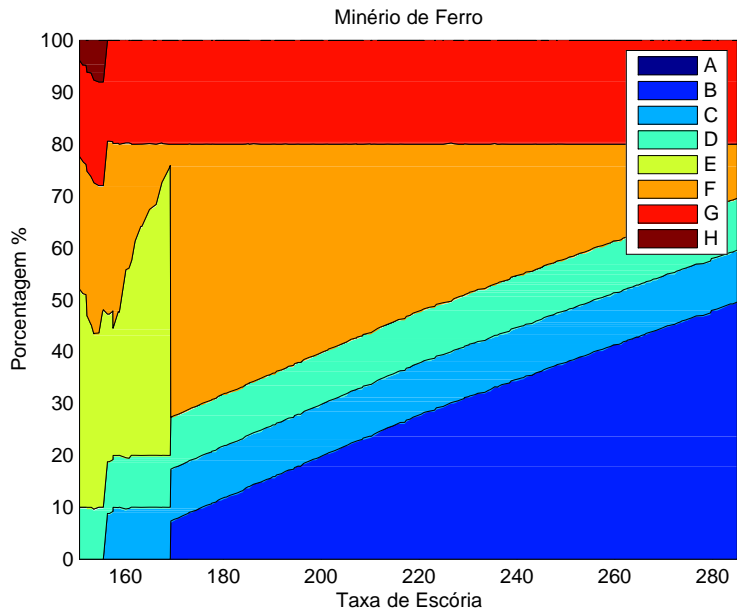
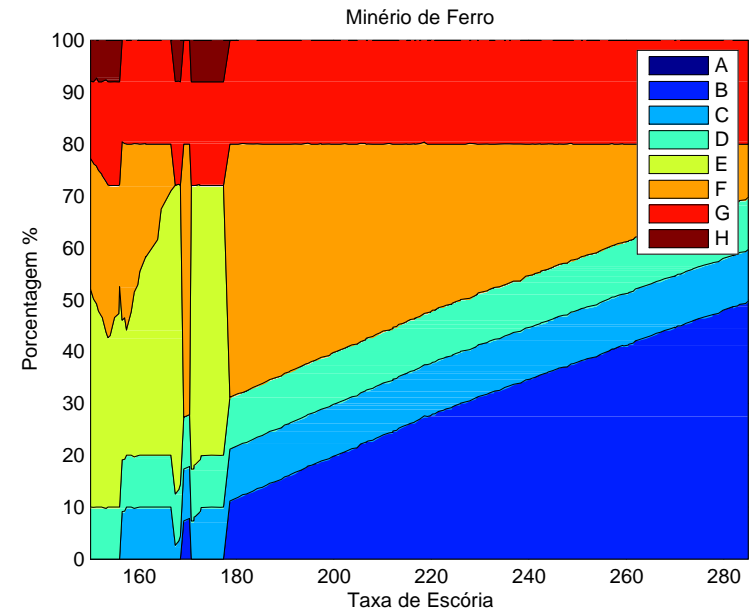


Figura 29: Segundo Experimento - Porcentagens de Minério de Ferro

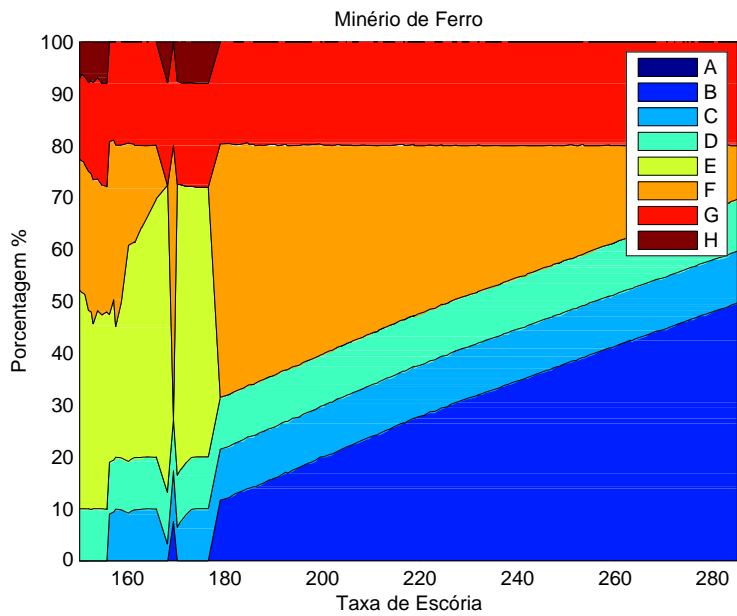
(a) M8-PROJ



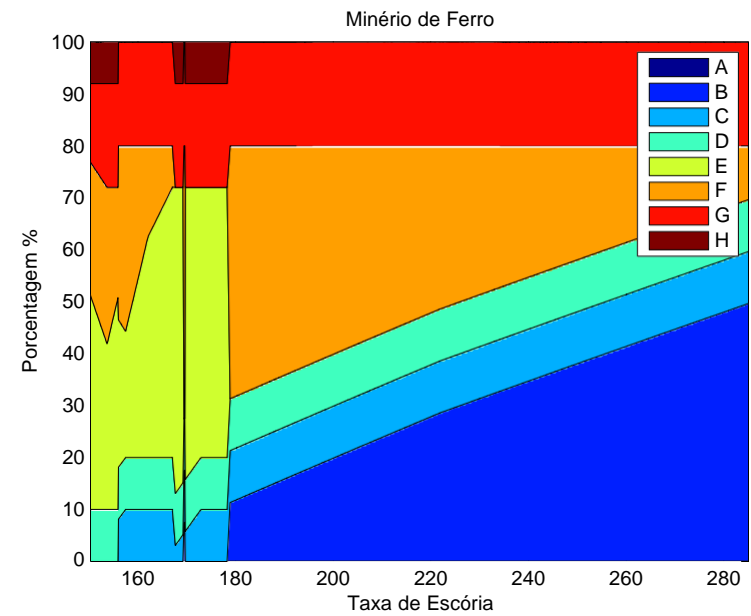
(b) M8-PROJ-PSO



(c) M8-NORM-PSO



(d) M8-SOLVER



5.2.3 Considerações Finais

Em uma avaliação final dos experimentos, algumas considerações finais podem ser de interesse para um melhor entendimento dos modelos avaliados. Inicialmente, tem-se o indicativo que os componentes desenvolvidos para o modelo evolutivo multiobjetivo apresentado como as estratégias de projeção de variáveis com normalização e o fluxo evolutivo intra-indivíduo mostraram-se relevantes no sentido de proporcionarem uma melhor qualidade nos resultados obtidos. Em relação a um algoritmo de otimização não-linear baseado em gradientes utilizado como referência comparativa, pode-se dizer que também obteve resultados competitivos. Porém, deve-se ressaltar que seu uso neste tipo de otimização multiobjetivo, cada solução deve ser obtida individualmente e através da fixação do outro objetivo em questão, demandando maior dificuldade na automação para obtenção da fronteira de Pareto. Mas, a maior dificuldade no uso desta classe de otimizadores está relacionada a consideração da restrição no número de silos, onde para se obter a solução global, irá depender do ponto inicial, obtido por intervenção do usuário. E além disso, a implementação do modelo apresentado em comparação com o método de otimização não-linear utilizado, é muito mais simples de ser implementado, sendo uma opção para problemas similares.

Dado ao padrão quase linear da fronteira de Pareto obtida, bem como o padrão das variáveis de decisão, pode-se levantar a questão em relação ao uso de algoritmo de programação linear (PL) na otimização. Entretanto, apesar da maior eficiência computacional com seu uso, a PL teria as mesmas dificuldades e restrições da aplicação do método de otimização não-linear, com o agravante da perda de qualidade nos resultados devido a necessidade de linearização de funções e restrições.

6 CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

Neste trabalho foi desenvolvido um modelo visando a otimização do custo de produção de ferro-gusa de forma eficiente e respeitando os requerimentos do produto. Um modelo evolucionista multiobjetivo, construído com componentes específicos para os tipos de variáveis de decisão envolvidas, bem como suas restrições específicas, apresenta como suporte ao especialista de alto-forno na tomada de decisão do melhor orçamento de materiais sobre várias opções de misturas em tempo hábil, e ainda fornece uma visão do potencial dos materiais disponíveis, permitindo o entendimento sobre quais matérias-primas têm mais impacto no volume da escória e no preço final do produto.

Um dos aspectos importantes do modelo é o trato das variáveis associadas ao minério de ferro, que devem apresentar restrição unitária em sua composição. A princípio, a projeção no plano simplex pareceu indicar uma maior eficiência em relação a normalização para o trato deste tipo de restrição, ajudando a gerar mais indivíduos factíveis. Devido às restrições de caixa das variáveis associadas ao minério de ferro, foi necessário o desenvolvimento de métodos adicionais de projeção considerando tais restrições, que apresentaram resultados dentro das expectativas. Porém, um estudo mais aprofundado deve ser feito para avaliar se a projeção é realmente melhor que a normalização, principalmente para qualquer problema de misturas com restrições de caixa. Ressalta-se que os modelos de projeção apresentam a vantagem de codificar os valores utilizados de forma direta, o que facilita a busca evolutiva.

Um componente adicional no processo de busca foi implementado dentro do padrão de uma otimização escalar secundária, complementar a otimização multiobjetivo principal. Considerando um processo evolutivo intra-indivíduo, o uso do *PSO-Swap Mutation* mostrou ser bastante eficaz no segundo experimento, onde o número de minérios é maior que o de silos, já que no algoritmo que não se usou, pareceu convergir precocemente, obtendo soluções de menor qualidade. O uso de modelo de inteligência de enxame nesta otimização secundária mostrou-se acertado, devido as características desta classe de algoritmos populacionais. Porém, seria interessante futuramente substituir o algoritmo PSO por outros métodos baseados em gradiente, que apesar de não serem populacionais, são eficientes em buscas locais e rápidos na convergência.

O número de gerações nos experimentos foi determinado baseando-se na experiência obtida durante os experimentos, desta forma, seria interessante o desenvolvimento de um critério de parada. A velocidade de convergência depende bastante da população inicial, pois os indivíduos quanto mais perto das soluções ótimas forem gerados, mais rápido se obtém resultados de qualidade. As taxas de factibilidade e diversidade foram introduzidas com o intuito de fornecer uma leitura do desempenho dos algoritmos. Aplicada nos experimentos, a primeira medida serviu como indicativo da qualidade dos operadores genéticos e da velocidade da convergência, com a segunda medida indicando a extensão

da região da busca por soluções e além também de indicar a diversidade obtida pelos indivíduos não-dominados na solução final. Estas duas medidas poderiam servir como base para desenvolver um critério de parada, entretanto, deve-se verificar se seriam relevantes ou eficientes em outros tipos de problemas, com funções e restrições quadráticas, lineares, ou sem restrições, etc.

Finalizando, pretende-se, em trabalhos futuros, substituir a base construtiva do modelo multiobjetivo utilizado, a saber o NSGA-2, por um modelo evolutivo multiobjetivo não-geracional. Este modelo permite um uso mais amplo das medidas de dominância e de densidade populacional que compõe funções objetivo para problemas multiobjetivo, o que irá permitir uma maior flexibilidade na construção dos componentes associados, além de ser um algoritmo com desenvolvimento dos envolvidos neste trabalho.

REFERÊNCIAS

- ABADIE, J.; CARPENTIER, J. Generalization of the wolfe reduced gradient method to the case of nonlinear constraints. **Generalization of the Wolfe Reduced Gradient Method to the Case of Nonlinear Constraints**, 01 1969.
- BAG, S. Ann based prediction of blast furnace parameters. **The Institution of Engineers**, v. 68, p. 37–42, 01 2007.
- BODENHOFER, U. **Genetic Algorithms: Theory and Applications**. 1999.
- CAO, W.; ZHANG, J.; ZHANG, T.; SU, B.; REN, S. A genetic algorithm application to minimize pig iron cost. **ISIJ International**, v. 53, n. 2, p. 207–212, 2013.
- CARVALHO, L. J. L. Otimização de mistura de minérios para composição de carga na produção de ferro ligas: O caso da companhia paulista de ferro ligas. UFOP, 2003.
- CHEN, J. A predictive system for blast furnaces by integrating a neural network with qualitative analysis. **Engineering Applications of Artificial Intelligence**, v. 14, p. 77–85, 02 2001.
- CHEN, Y.; YE, X. Projection onto a simplex. 2011.
- CORNELL, J. **Experiments with Mixtures: Designs, Models, and the Analysis of Mixture Data**. [S.l.]: Wiley, 2011. (Wiley Series in Probability and Statistics). ISBN 9781118150498.
- COSTA, V. L.; ESCORSIM, S.; COSTA, D. L. Processo produtivo e produção de aço: a inserção do grupo gerda s.a. no cenário mundial. 09 2007.
- DEB, K.; KALYANMOY, D. **Multi-Objective Optimization Using Evolutionary Algorithms**. New York, NY, USA: John Wiley & Sons, Inc., 2001. ISBN 047187339X.
- DEB, K.; PRATAP, A.; AGARWAL, S.; MEYARIVAN, T. A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: Nsga-ii. **IEEE Transactions on Evolutionary Computation**, v. 6, n.2, p.182–197, Apr2002. ISSN 1089-778X.
- DIAZ-GOMEZ, P. A.; HOUGEN, D. Initial population for genetic algorithms: A metric approach. In: . [S.l.: s.n.], 2007. p. 43–49.
- ELTON, D.; ASSIS, P.; SILVA, G. D.; ALVES, C. R. D.; MORATO, O. F. O. Operational research to optimize the iron raw materials for blast furnace burden. In: . [S.l.: s.n.], 2009. p. 701–705.
- FYLSTRA, D.; LASDON, L.; WATSON, J.; WARREN, A. Design and use of the microsoft excel solver. **Interfaces**, v. 28, p. 29–55, 10 1998.
- GEERDES MAARTEN, T. H.; VLIET, C. Modern blast furnace ironmaking : an introduction. In: **Modern blast furnace ironmaking : an introduction (Second Edition)**. Second edition. [S.l.]: IOS Press, 2015. ISBN 160750040X, 9781607500407.
- HOLLAND, J. **Adaption in Natural and Artificial Systems: An Introductory Analysis with Applications to Biology, Control and AI**. [S.l.: s.n.], 1975.

- JANGIR, P.; JANGIR, N. Non-dominated sorting whale optimization algorithm (nswoa): A multi-objective optimization algorithm for solving engineering design problems. v. 14, p. 15–42, 08 2017.
- JIMÉNEZ, J.; MOCHÓN, J.; AYALA, J. S. de; OBESO, F. Blast furnace hot metal temperature prediction through neural networks-based models. **ISIJ International**, v. 44, n. 3, p. 573–580, 2004.
- JUNIOR, J. C. M. Programação linear no planejamento agregado de produção e vendas de uma indústria siderúrgica. UFMG, 2009.
- KENNEDY, J.; EBERHART, R. Particle swarm optimization. In: . [S.l.: s.n.], 1995. v. 4, p. 1942 – 1948 vol.4. ISBN 0-7803-2768-3.
- LASDON, L. S.; WARREN, A. D. The status of nonlinear programming software. **Operations Research**, v. 27, n. 3, p. 431–56, 1979.
- LASDON, L. S.; WARREN, A. D. Grg2: An all fortran general purpose nonlinear optimizer. **SIGMAP Bull.**, ACM, New York, NY, USA, n. 30, p. 10–11, fev. 1981. ISSN 0163-5786.
- LASDON, L. S.; WARREN, A. D.; JAIN, A.; RATNER, M. Design and testing of a generalized reduced gradient code for nonlinear programming. **ACM Trans. Math. Softw.**, ACM, New York, NY, USA, v. 4, n. 1, p. 34–50, mar. 1978. ISSN 0098-3500.
- LASDON, L. S.; WARREN, A. D.; RATNER, M. W. Grg2 users's guide. University of Texas at Austin, 1980.
- LU, X.-W.; BAI, C.-G.; QIU, G.-B.; OUYANG, Q.; HUANG, Y.-M. Research on sintering burdening optimization based on genetic algorithm. v. 42, p. 12–15+20, 04 2007.
- LUENBERGER, D. G.; YE, Y. **Linear and Nonlinear Programming**. [S.l.]: Springer Publishing Company, Incorporated, 2015. ISBN 3319188410, 9783319188416.
- MACHADO, L. F. Modelo de programação linear para otimizar o consumo de matérias-primas em altos-fornos. UFMG, 2016.
- MITRA, T. **Modeling of Burden Distribution in the Blast Furnace**. Tese (Doutorado), 06 2016.
- NEVES, L. D.-r. Minimização de custos de um sistema aspersor de polímeros em vagões. UFMG, 2012.
- PESSOA, L. de P.; ALVES, J. M. d. C. B. Sistema de otimização do balanço de massas para alimentação de alto-fornos: um estudo de caso. **REVISTA PRODUÇÃO E ENGENHARIA**, v. 4, n. 1, p. 355–364, 2016.
- PETTERSSON, F.; CHAKRABORTI, N.; SAXEN, H. A genetic algorithms based multi-objective neural net applied to noisy blast furnace data. **Applied Soft Computing**, v. 7, p. 387–397, 01 2007.
- QING, A.; LEE, C.; JEN, L. Electromagnetic inverse scattering of two-dimensional perfectly conducting objects by real-coded genetic algorithm. **Geoscience and Remote Sensing, IEEE Transactions on**, v. 39, p. 665 – 676, 04 2001.

ROSEN, J. The gradient projection method for nonlinear programming. part i. linear constraints. **Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics**, v. 8, n. 1, p. 181–217, 1960.

ROSEN, J. The gradient projection method for nonlinear programming. part ii. nonlinear constraints. **Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics**, v. 9, n. 4, p. 514–532, 1961.

SACOMAN, M. A. R. Otimização de projetos utilizando grg, solver e excel. **CONGRESSO BRASILEIRO DE EDUCAÇÃO E ENGENHARIA, Belém, Brasil**, p. 1–12, 01 2012.

SALMERON, J. G.; CASADO, L. G.; HENDRIX, E.; HERRERA, J. F. R. On regular simplex division in solving blending problems. In: . [S.l.: s.n.], 2016.

SHI, Y.; EBERHART, R. A modified particle swarm optimizer. **Proc. of IEEE World Congress of Computational Intelligence, WCCI'98, Anchorage, Alaska, USA**, p. 68–73, 01 1998.

TANG, A. Hybridizing genetic algorithm and record-to-record travel algorithm for solving uncapacitated examination timetabling problem. **electronic Journal of Computer Science and Information Technology**, vol 4, p. 25–31, 06 2013.

TOKLU, Y. C. Aggregate blending using genetic algorithms. **Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering**, v. 20, p. 450 – 460, 08 2005.

ZITZLER, E. Evolutionary algorithms for multiobjective optimization: methods and applications. In: . [S.l.: s.n.], 1999.