UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
MESTRADO PROFISSIONAL EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Isabela Magalhães Kirchmair

Saberes Profissionais para ensinar em tempos de Matemática Moderna: Plano Experimental para o ensino primário de Juiz de Fora (1972)

Juiz de Fora

2020

Isabela Magalhães Kirchmair

Saberes Profissionais para ensinar em tempos de Matemática Moderna: Plano Experimental para o ensino primário de Juiz de Fora (1972)

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Federal de Juiz de Fora como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Educação Matemática. Área de concentração: Educação Matemática.

Orientadora: Profa. Dra. Maria Cristina Araújo de Oliveira

Juiz de Fora
2020

Ficha catalográfica elaborada através do programa de geração
automática da Biblioteca Universitária da UFJF,
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

Kirchmair, Isabela Magalhães.

Saberes Profissionais para ensinar em tempos de Matemática Moderna: Plano Experimental para o ensino primário de Juiz de Fora (1972) / Isabela Magalhães Kirchmair. -- 2020.

103 p. : il.

Orientadora: Maria Cristina Araújo de Oliveira

Dissertação (mestrado profissional) - Universidade Federal de Juiz de Fora, Instituto de Ciências Exatas. Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, 2020.

1. História da educação matemática. 2. saberes profissionais. 3. Movimento da Matemática Moderna. I. Oliveira, Maria Cristina Araújo de, orient. II. Título.

Isabela Magalhães Kirchmair

Saberes Profissionais para ensinar em tempos de Matemática Moderna: Plano Experimental para o ensino primário de Juiz de Fora (1972)

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Federal de Juiz de Fora como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Educação Matemática. Área de concentração: Educação Matemática.

Aprovada em 17 de dezembro de 2020

BANCA EXAMINADORA

Maria Cristina A. de Oliveira

Profa. Dra. Maria Cristina Araújo de Oliveira - Orientadora

Universidade Federal de Juiz de Fora

RSmorais

Profa. Dra. Rosilda dos Santos Morais

Universidade Federal de São Paulo

CKRodrigues

Profa. Dra. Chang Kuo Rodrigues

Universidade Federal de Juiz de Fora

Dedico o trabalho primeiramente a Deus, pelo dom da vida; sem Ele não estaria aqui escrevendo estas palavras.

AGRADECIMENTOS

À minha mãe, que me ofereceu força, apoio e motivação na trajetória.

Às minhas irmãs Amanda e Débora, pelo incentivo, amizade e companheirismo de sempre.

Ao meu pai (saudades). Mesmo sem estar presente fisicamente, ilumina todos os meus passos e orienta as decisões.

À minha orientadora, Maria Cristina, pela dedicação na caminhada, conhecimentos compartilhados e conversas enriquecedoras. Representa um exemplo de profissional que desejo ser.

Às professoras Rosilda e Chang, que integram a banca. Trouxeram grandes contribuições para a pesquisa.

Aos professores do Programa de Pós-graduação em Educação Matemática da Universidade Federal de Juiz de Fora, pelos ensinamentos fundamentais nesta etapa.

Ao grupo de pesquisa GHEMAT UFJF, obrigada por todas todas as experiências compartilhadas e discussões que muito me auxiliaram.

Aos amigos que sempre estiveram comigo. E os que, mesmo de longe, torcem por mim e vibram a cada vitória.

Enfim, a todos que contribuíram de alguma forma para o desenvolvimento da dissertação.

RESUMO

A presente pesquisa de mestrado, da área de História da educação matemática, analisa as propostas para ensinar matemática no ensino primário em termos de saberes profissionais docentes sistematizadas por um grupo de professoras em documento oficial denominado "Plano Experimental da Delegacia Regional de Ensino de Juiz de Fora, de 1972". O documento se insere no contexto nacional do Movimento da Matemática Moderna (MMM). Para amparar teórico-metodologicamente o trabalho utilizamos concepções da História Cultural, noções de *expert* e expertise, e saberes a ensinar e para ensinar matemática. Houve a análise do documento mencionado, com o objetivo de compreender as propostas prescritas aos professores da época e como as autoras do plano pretendiam efetivá-las no contexto do Movimento da Matemática Moderna, atuando em outros espaços de divulgação, como as revistas da *Associação Mineira de Ação Educacional (AMAE Educando)*. Foram observadas marcas do MMM como a utilização de conjuntos e o incentivo à aprendizagem por descoberta, entre outras. Na bibliografia do Plano encontram-se referências ao MMM, igualmente analisadas. Deseja-se responder à questão: Quais propostas para ensinar matemática foram encontradas no Plano Experimental em termos dos saberes profissionais docentes e qual a relação desses saberes com alguns livros presentes na bibliografia do Plano? Como saberes profissionais, foi identificada nos livros analisados e no Plano a utilização de flanelógrafos para ensinar frações, cartazes para sistematizar os conhecimentos construídos em atividades desenvolvidas pelos alunos, o Quadro de Valor de Lugar (QVL) para o ensino do sistema de numeração e das operações, materiais do cotidiano, como tampinhas para o ensino de números e operações, experimentação com a medição de objetos com diferentes unidades de medida, entre outros.

Palavras-chave: História da educação matemática; saberes profissionais; Movimento da Matemática Moderna, Pensamento Algébrico.

ABSTRACT

The present master's research, in the area of History of mathematical education, analyzes the proposals to teach mathematics in primary education in terms of professional teaching knowledge systematized by a group of teachers in an official document called “Experimental Plan of the Regional teaching Precinct from the city of Juiz de Fora, 1972”. The document is part of the Modern Mathematics Movement (MMM) national context. In order to support the work theoretically and methodologically, we use Cultural History concepts, expert and expertise notions, and the knowledge to teach and to teach mathematics. An analysis of the mentioned document was performed, seeking to understand the proposals that were prescribed to teachers at the time and how the plan’s authors proposed their implementation in the context of the Modern Mathematics Movement working in other dissemination spaces such as the *Associação Mineira de Ação e Educação* (AMAE *Educando*) magazines. In this analysis, MMM marks were observed, such as the use of sets and the incentive to learning by discovery, among others. References to MMM are found in the Plan's bibliography, which were also analyzed. Therefore, it aims to answer the question: What proposals to teach mathematics were found in the Experimental Plan in terms of teaching professional knowledge and what is the relationship of this knowledge with some books from the Plan bibliography? As professional knowledge, both the analyzed books and the Plan identified the use of flannelgraphs to teach fractions, posters to systematize the knowledge built on activities carried out by students, the Place Value Chart (QVL) to teach the numbering system and operations, the use of everyday materials as bottle caps for teaching numbers and operations, experimenting with measuring objects with different units of measurement, among others.

Keywords: History of Mathematical education; professional knowledge; Modern Mathematics Movement, Algebraic Thinking.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Materiais manipuláveis (blocos lógicos, multi base e material dourado) 43
Quadro 1-Trabalhos relacionados ao MMM...43
Figura 2 - Estrutura do plano 53
Figura 3 - Exemplo de estrutura do plano.. 54
Figura 4 - Incentivo à generalização 54
Figura 5 - Sugestão do uso do cotidiano 55
Figura 6 - Sugestão do uso do cotidiano 55
Figura 7 - Sugestão do uso do cotidiano 55
Figura 8 - Incentivo à aprendizagem por descoberta 56
Figura 9 - Uso do termo subconjuntos 56
Figura 10 - Uso do termo conjuntos.. 56
Figura 11 - Atividades e materiais reais... 57
Figura 12 - Orientações de atividades.. 57
Figura 13 - Introdução à geometria... 58
Figura 14 - Operação com decimais 59
Figura 15 - Utilização de conjuntos e subconjuntos 60
Figura 16 - Quadro sugerido para auxiliar o professor 61
Quadro 2 - Livro analisados...61
Figura 17 - Sugestão do QVL 63
Figura 18 - Caixa Valor de Lugar 64
Figura 19 - Cartaz Valor de Lugar 64
Figura 20 - Números cardinais.. 65
Figura 21 - A ideia de "quantos" para o número cardinal.. 65
Figura 22 - Números ordinais 66
Figura 23 - Relação número ordinal e cardinal.. 66
Figura 24 - Pensamento Algébrico no Plano 66
Figura 25 - Pensamento Algébrico no livro 67
Figura 26 - Pensamento Algébrico e a utilização de símbolos 68
Figura 27 - Sugestão do aluno chegar a conclusões.. 68
Figura 28 - Sugestão de generalizações 69
Figura 29 - Quadro de cem 70
Figura 30 - Utilização do QVL na divisão 71

Figura 31 - Utilização do CVL na divisão 71
Figura 32 - Materiais sugeridos 71
Figura 33 - Orientações a partir de uma situação problemática 72
Figura 34 - Utilização do QVL 73
Figura 35 - Termos faltantes 74
Figura 36 - Utilização de conjuntos e subconjuntos nas frações 74
Figura 37 - Operações com frações no Plano 75
Figura 38 - Operações com frações no livro 75
Figura 39 - Comparação de oitavos, meios e quartos 76
Figura 40 - Introdução de oitavos 76
Figura 41 - Atividade com oitavos 77
Figura 42 - Método das questões 78
Figura 43 - Introdução de NUMERADOR 79
Figura 44 - Introdução de DENOMINADOR 79
Figura 45 - Generalizações quanto às nomenclaturas 80
Figura 46 - Atividade de comparação de frações no Plano 80
Figura 47 - Atividade de comparação de frações no livro 81
Figura 48 - Atividade de equivalência de frações no livro 81
Figura 49 - Introdução do termo "equivalência" 82
Figura 50 - Atividade de equivalência de frações no Plano 82
Figura 51 - Introdução de frações maiores que um inteiro no livro 83
Figura 52 - Introdução de frações maiores que um inteiro no Plano 83
Figura 53 - Orientação para junção de frações 84
Figura 54 - Atividade de junção de frações 84
Figura 55 - Relação entre fração e divisão no livro 84
Figura 56 - Relação entre fração e divisão no Plano 85
Figura 57 - Conclusões que o aluno deve chegar, no livro 85
Figura 58 - Atividade e generalização 86
Figura 59 - Objetivos ao trabalhar Decimais no Plano 87
Figura 60 - Relação entre frações e números decimais 87
Figura 61 - Atividade com números decimais 88
Figura 62 - Atividade relacionando frações e decimais 88
Figura 63 - Utilização de cartolina 89
Figura 64 - Utilização do QVL nos números decimais 89

Figura 65 - Utilização de cartolina nos Centésimos 90
Figura 66 - Relação dos Decimais com o Sistema Monetário 90
Figura 67 - Objetivo do conteúdo de Sistema Legal de Medida.. 91
Figura 68 - Sugestão de atividades experimentais 91
Figura 69 - Sugestão de excursão 92
Figura 70 - Material sugerido: balança 92
Figura 71 - Sugestões de atividade experimentais em medidas de capacidade 92
Figura 72 - Medidas de tempo 93
Figura 73 - Introdução de Sistema Monetário no livro 93
Figura 74 - Atividades de Sistema Monetário 94
Figura 75 - Atividade envolvendo troco 94
Figura 76 - Atividade envolvendo linhas abertas e fechadas 95
Figura 77 - Objetivo ao trabalhas curvas no livro 95
Figura 78 - Atividade sobre retas 95
Figura 79 - Atividade utilizando paus de fósforo 96
Figura 80 - Atividade com retas paralelas e concorrentes 96
Figura 81 - Atividade sobre bissetriz 97

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AMAE	Associação Mineira de Ação Educacional
BDTD	Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações
CRPP	Centro de Pesquisa Psicopedagógica
GHEMAT	Grupo de Pesquisa em História da Educação Matemática
MMM	Movimento da Matemática Moderna
NHC	Nova História Cultural
PCMJF	Proposta Curricular de Matemática de Juiz de Fora
PEDREJF	Plano Experimental da Delegacia Regional de Ensino de Juiz de Fora
SRP	Serviço de Pesquisa Pedagógica
SRS	Serviço de Pesquisa Sociológica

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO ... 20

2 REFERENCIAL TEÓRICO-METODOLÓGICO ... 23

2.1 SABERES A ENSINAR E PARA ENSINAR ... 23

2.2 *EXPERTS* E EXPERTISE PROFISSIONAL ... 26

2.3 HISTÓRIA CULTURAL ... 28

3 A ESCOLA NOVA E O MOVIMENTO DA MATEMÁTICA MODERNA ... 33

3.1 AS PROPOSTAS DA ESCOLA NOVA ... 33

3.1.1 A contribuição de John Dewey na Escola Nova ... 33

3.1.2 A Escola Nova no Brasil e em Minas Gerais ... 36

3.2 AS PROPOSTAS DO MOVIMENTO DA MATEMÁTICA MODERNA ... 39

3.2.1 As propostas do MMM para o Ensino Primário ... 41

4 A MATEMÁTICA MODERNA E OS SABERES PROFISSIONAIS ... 45

4.1 PESQUISAS QUE ENVOLVEM O TEMA MOVIMENTO DA MATEMÁTICA MODERNA NO PRIMÁRIO ... 45

5 O PLANO EXPERIMENTAL E OS SABERES PROFISSIONAIS PARA ENSINAR MATEMÁTICA ... 52

5.1 PLANO EXPERIMENTAL DA DELEGACIA REGIONAL DE ENSINO DE JUIZ DE FORA: O ENSINO DE MATEMÁTICA PARA AS CRIANÇAS ... 52

5.2 REVISTAS AMAE EDUCANDO E OS SABARES PROFISSIONAIS PARA ENSINAR MATEMÁTICA NO PRIMÁRIO ... 58

5.3 O PLANO E OS LIVROS REFERENCIADOS: APROXIMAÇÕES E DISTANCIAMENTOS PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA ... 61

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS ... 98

REFERÊNCIAS ... 101

1 INTRODUÇÃO

Meu contato com a área de pesquisa História da educação matemática se iniciou durante a graduação, ao fazer parte do projeto de Iniciação Científica intitulado *Profissionalidades para o ensino de geometria e desenho: 1890 a 1970*. Durante a pesquisa, surgiram questionamentos, por exemplo, como a geometria e o desenho se alteram em diferentes vagas pedagógicas? Durante o século XIX o desenho era considerado suporte para a geometria, inicialmente utilizado para a construção de figuras geométricas feitas à mão livre, utilização de instrumentos, como régua e compasso para desenhar. As figuras ganham força. Contudo, a partir do início do século XX passou a ser valorizado o desenho do natural, deixando de ser recomendado o uso dos instrumentos. O desenho começa a se separar da geometria. A mudança de perspectiva do ensino de desenho deve-se à chegada da vaga pedagógica da Escola Nova.

Com esse e outros questionamentos, o interesse foi manter a pesquisa na área. Ao iniciar o mestrado na área de História da educação matemática, como já havia relativamente estudado sobre as vagas pedagógicas e os saberes profissionais para ensinar geometria e desenho, tornou-se significativo pesquisar como são sistematizadas as propostas para ensinar matemática no que se refere aos saberes para a docência. O GHEMAT, Grupo de Pesquisa em História da Educação Matemática, (ao qual estou associada) possui um Projeto denominado *Os experts e a sistematização da matemática para a formação de professores dos primeiros anos escolares, 1890 - 1990*, coordenado pelo Prof. Wagner Rodrigues Valente. Além de um subprojeto, *A sistematização de uma expertise local: a Matemática Moderna em Juiz de Fora – década de 1970*, a pesquisa aí se inseriu. Outro fator relevante é que como o tema ainda não possuía distintas pesquisas, este trabalho pode contribuir para estudos sobre os saberes profissionais da educação matemática.

Vivemos na cidade de Juiz de Fora, Minas Gerais, e consideramos relevante selecionar documentos locais como candidatos a fontes. Inicialmente, foi definido o documento *Plano Experimental da Delegacia Regional de Ensino de Juiz de Fora (PEDREJF)*, publicado em 1972. O documento foi oferecido ao GHEMAT- UFJF por uma professora de Juiz de Fora, digitalizado no repositório digital de Santa Catarina, como fazemos com todas as fontes doadas ou emprestadas ao grupo. O mesmo documento foi utilizado como fonte no trabalho de pesquisa de mestrado de Mendonça (2016), intitulado *Que geometria ensinar às crianças em tempos de Matemática Moderna*?, e no artigo *Elementos de profissionalidade para uma geometria moderna: normativas oficiais e manuais pedagógicos como referenciais para a* *prática docente*, de Oliveira (2016). Em ambos os trabalhos, entretanto, a utilização do documento como fonte possuiu a intenção de investigar a geometria ensinada às crianças durante o MMM. A presente pesquisa de mestrado tem como objetivo analisar as propostas para ensinar matemática no ensino primário no PEDREJF, de 1972, em termos de caracterizar saberes profissionais nele sistematizados. O documento é específico da área de matemática para o ensino primário do município de Juiz de Fora. O PEDREJF foi publicado na época do MMM e assinado por sete professoras. No processo de caracterização dos saberes profissionais relevante etapa metodológica foi a compilação de conhecimentos para o ensino de matemática (VALENTE, 2020). Desejou-se compreender se e como as autoras se apropriaram de saberes em relação à Matemática Moderna, referenciados na bibliografia do Plano.

Inicialmente, houve a análise do documento, a fim de orientar professores do primário de Juiz de Fora que atuavam na época para ensinar matemática. Com a análise preliminar buscou-se verificar como se orientava ensinar matemática a partir dos preceitos da Matemática Moderna. As responsáveis pelo PEDREJF publicaram artigos na revista *Associação Mineira de Ação Educacional (AMAE Educando)*, e os artigos encontrados foram objeto de análise, especialmente na relação com as propostas sistematizadas no PEDREJF. Ressalta-se que na bibliografia do Plano estão presentes as revistas *AMAE*, publicadas até 1972.

Além das revistas, alguns livros da bibliografia do PEDREJF foram analisados para compilar saberes profissionais dispostos e compará-los àqueles sistematizados no Plano Experimental.

Com isso, procura-se responder às questões: Quais saberes para ensinar matemática no primário podem ser caracterizados pela análise histórica do Plano Experimental da Delegacia Regional de Ensino de Juiz de Fora (1972)?

A pesquisa sobre os saberes profissionais presentes no Plano em tempos de matemática moderna deu origem a um Produto Educacional. Trata-se de uma revista virtual, que discute a importância do Pensamento Algébrico nos anos iniciais, mostrando que esse tipo de ideia estava proposta no MMM. Há a visão, portanto, de como as ideias acerca do ensino de matemática se alteram ou se consolidam ao longo do tempo. Na revista existem propostas e atividades de Pensamento Algébrico do PEDREJF de 1972 e do atual documento vigente do município, denominado Proposta Curricular de Matemática de Juiz de Fora (PCMJF), de 2012. O produto destina-se aos professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental, que, entre outras matérias, ensinam matemática. O objetivo da revista é levar à reflexão sobre o significado e importância de trabalhar o Pensamento Algébrico com os alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental, analisando a proposta em perspectiva histórica. Professores e professoras podem identificar marcas que o MMM deixou em relação à introdução do Pensamento Algébrico desde cedo, e sua dimensão na formação dos estudantes. A reflexão a partir da revista deve contribuir ainda para desnaturalizar propostas que com frequência são propaladas como inovadoras.

O texto aqui apresentado se organiza em seis capítulos. No segundo capítulo há o Referencial Teórico e Metodológico. Utilizam-se os saberes *a* e *para* ensinar, concordando com Valente e Hofstetter (2017), e Valente, Bertini e Moraes (2017). Apresentam–se os conceitos de *experts* e expertise profissional, amparados por Hofstetter, Schneuwly e Freymond (2017), e Morais (2018).

Como se está analisando um documento histórico, utiliza-se a História Cultural como suporte, especialmente Burke (2008), Chartier (1990).

O terceiro capítulo trata das ideias e propostas da Escola Nova e do MMM. É essencial entender como ocorreu o Movimento, e ideias e mudanças propostas. Para entender as mudanças deve-se conhecer as ideias e propostas da vaga pedagógica que ocorria até então, a Escola Nova.

O quarto capítulo é composto pela Revisão Bibliográfica. São citados alguns trabalhos que envolvem o MMM - específicos ou não de Minas Gerais, que contribuíram nesta pesquisa.

No quinto capítulo há a análise do Plano Experimental da Delegacia Regional de Ensino de Juiz de Fora, e outra comparativa de livros da bibliografia e artigos da revista AMAE com o PEDREJF.

2 REFERENCIAL TEÓRICO-METODOLÓGICO

Foi feita uma Houve a análise do documento *Plano Experimental da Delegacia Regional de Ensino de Juiz de Fora, 1972*, com o objetivo de buscar as propostas para ensinar matemática no ensino primário por um grupo de professoras, em termos de caracterizar saberes profissionais nele sistematizados. Foram analisados alguns artigos de revistas da AMAE Educando, assinados por algumas das autoras do PEDREJF, pois as revistas estão na bibliografia do documento, além de livros presentes na bibliografia, para observar a relação dos saberes presentes nos livros e na AMAE com o PEDREJF.

Como nesta pesquisa, nota-se que nas pesquisas em História da educação matemática é indispensável a análise das fontes - cadernos, provas, livros, planos e revistas de ensino. Deve-se destacar o significado dessa área de pesquisa para o professor e o futuro professor, pois não há implicação direta na aprendizagem dos alunos, mas sim na formação do professor e em sua prática docente. Oliveira (2017) destaca que o estudo da História da educação matemática cria a possibilidade de desnaturalizar currículos, práticas, materiais relativos ao ensino e aprendizagem da Matemática. Compreender a história da escola, da cultura escolar e da prática do professor que ensina matemática faz com que se exerça melhor a função como profissional da educação.

As pesquisas em História da educação matemática têm estes objetivos:

> saber como historicamente foram construídas representações sobre os processos de ensino e aprendizagem da Matemática e de que modo essas representações passaram a ter um significado nas práticas pedagógicas dos professores em seus mais diversos contextos e épocas. (VALENTE, 2013a, p. 37-38)

O capítulo apresenta considerações teórico-metodológicas fundamentais ao pesquisador em História da educação matemática e à presente pesquisa.

2.1 SABERES A ENSINAR E PARA ENSINAR

Como o objetivo da pesquisa é analisar em termos de saberes profissionais as propostas para ensinar matemática no ensino primário, sistematizadas por um grupo de professoras no PEDREJF, neste tópico define-se o conceito de saber a ensinar para ensinar matemática. Ressalte-se que o referencial teórico em relação aos saberes para ensinar e a ensinar é retratado na Suíça. Os saberes passam a ser discutidos com a institucionalização da formação de professores naquela região.

De acordo com Valente e Hofstetter (2017), no século XIX aconteceu a institucionalização da formação de professores para o ensino público na Suíça, acompanhada de questões e debates sobre a natureza das instituições, o grau de qualificação exigido e os saberes específicos para a profissão. Os saberes devem assegurar aos professores uma formação de qualidade, úteis na profissão. Discute-se então a institucionalização da formação de professores entre os séculos XIX e XX, e observa-se a evolução dos saberes nos programas de formação de professores e como os saberes se articulam (saberes profissionais ou saberes para ensinar e saberes disciplinares ou saberes a ensinar).

Em relação a esses saberes, Valente, Bertini e Morais (2017) caracterizam cada um (saberes a ensinar e saberes para ensinar) e os diferenciam.

> Os saberes a ensinar – referem-se aos saberes produzidos pelas disciplinas universitárias, pelos diferentes campos científicos considerados importantes para a formação dos professores; os saberes para ensinar têm por especificidade a docência, ligam-se àqueles saberes próprios para o exercício da profissão docente. Assim, ambos os saberes constituem-se como saberes da formação de professores, mas a expertise profissional, o que caracteriza a profissão de professor, é a posse dos saberes para ensinar. (VALENTE; BERTINI; MORAIS, 2017, p. 228)

Para compreender a relação entre os saberes deve-se localizar o contexto da Suíça em relação à formação de professores. Existiam dois modelos na formação de professores do ensino primário: um, conhecido como “Normal”, eram instituições de nível secundário em que os futuros professores entravam após o primário. As escolas possuíam formação geral e profissional, havendo pouca ligação com o nível universitário. O outro modelo, “Superior”, separava-se em instituições de formação geral e profissional. A formação geral se iniciava nos estabelecimentos secundários e a formação profissional nos estabelecimentos superiores. Os saberes disciplinares, de formação geral, estão mais presentes nas escolas normais. Nos modelos superiores os saberes para ensinar são mais essenciais.

> O modelo superior é mais favorável ao desenvolvimento de saberes para ensinar no seio das formações para o ensino; o modelo normal se encontra sob tensão entre a missão de assegurar a melhor formação geral possível e sua vocação profissional. (VALENTE, HOFSTETTER. 2017, p. 180)

Em relação ao ensino primário e secundário, segundo Valente e Hofstetter (2017), o ensino primário devia ser para todos os cidadãos. No ensino secundário havia o secundário inferior e o secundário superior. O inferior atendia a uma mão de obra mais qualificada e o secundário superior atendia à formação de futuras elites. A semelhança entre as duas formações era que o governo desejaria manter a partir do final do século XIX o controle da formação de professores dos dois níveis. Em ambas as formações, os saberes para ensinar evoluíram. Inicialmente eram saberes teóricos, depois metodológicos-didáticos e psicológicos, seguidos de estágios.

No modelo Normal, os professores do primário eram introduzidos a conceitos de saberes. As disciplinas de pedagogia ou "ciências da educação" (VALENTE; HOFSTETTER, 2017, p. 188) foram significativas, pois esperavam que as ciências auxiliassem as práticas. Na formação de professores do ensino primário, as ciências da educação tinham mais espaço. Para os professores do ensino secundário, não era priorizado o contato com as disciplinas, havia uma formação mais acadêmica. Os saberes a ensinar identificavam a profissão dos professores do secundário, pois esses professores eram mais conteudistas. Além disso, no início do século XX, a profissão de professor do secundário preocupava-se com os saberes disciplinares, que ocorrem nas universidades, mas ainda com a necessidade de desenvolver saberes para ensinar e garantir a aprendizagem. Os saberes disciplinares são desenvolvidos pela universidade e os saberes profissionais aparecem como órfãos de disciplinas de referência teoricamente construídas e reconhecidas pela profissão para a formação de professores do ensino secundário.

Valente e Hofstetter (2017) afirmam que há relação do professor com o que ele deve ensinar, articulando os saberes. Mas os saberes disciplinares se especializam cada vez mais nas universidades, distanciando-se dos saberes a ensinar. Os saberes para ensinar se desenvolvem no campo das ciências da educação em que a psicologia, ciências médicas, jurídicas e sociais contribuem para enriquecer a pedagogia geral e a história da educação.

Hofstetter e Schneuwly (2017) afirmam que os saberes para ensinar aproximam as profissões do ensino e da formação pelo status profissional. Os saberes a ensinar diferenciam as duas profissões. As profissões do ensino englobam os professores do ensino básico e as profissões da formação são os profissionais que formam o futuro profissional, ou seja, o professor de ensino superior.

Especificamente em relação aos saberes profissionais dos professores que ensinam matemática, Valente (2018) apresenta os termos "matemática para ensinar" e "matemática a ensinar", com a intenção de investigar quais saberes o professor de matemática deve ter para ensinar matemática, e qual matemática deve-se ensinar. E, ainda, como caracterizar uma matemática a ensinar em articulação à matemática para ensinar. A caracterização está ligada à construção do saber profissional do professor que ensina matemática.

> A constituição de saberes profissionais é processo longo, depende de mudanças culturais; atende a determinantes diversos, remete a processos de institucionalização, disciplinarização, que envolvem apropriações de determinações legais, lidas e interpretadas por obras didáticas e manuais

> pedagógicos que, num dado tempo, poderão constituir vulgatas. Tais vulgatas expressam saberes decantados, saberes para ensinar e saberes a ensinar: *matemática para ensinar*, *matemática a ensinar*. (VALENTE, 2018, p. 384)

Questionando como a informação se converte em saber profissional do professor de matemática, Valente (2018) cita como os *experts* poderiam auxiliar. Ele afirma que

> Tendo em conta o papel dos *experts* no campo pedagógico há possibilidade de compreender como se dá a produção do saber profissional num dado período. Tais personagens individuais e/ou coletivos sistematizam saberes que participarão da formação e do ensino. Dessa forma, investigar o saber profissional leva à problemática dos processos e dinâmicas de constituição desse saber do professor que ensina matemática noutras bases, diferentemente daquelas enfeixadas de modo prévio em tipologias de caracterização do saber do professor, do seu saber profissional. (VALENTE, 2018, p.195)

Os saberes a ensinar e para ensinar compõem a profissão do professor, mas os saberes ferramentas do ensino, os saberes profissionais que caracterizam a docência, diferenciam a profissão. O objetivo da pesquisa é analisar os saberes presentes no PEDREJF, relacionando-os aos livros e artigos da revista AMAE, que estão na bibliografia.

2.2 *EXPERTS* E EXPERTISE PROFISSIONAL

O conceito de expertise que se discutirá toma como referência estudos sócio-históricos elaborados no contexto da trajetória educacional na Suíça. A pedagogia foi inicialmente assunto dos "homens de bem", pastores, filantropos, professores, que queriam construir uma escola pública generalizando o acesso. A pedagogia tinha, enfim, sua disciplina, a partir do progresso de acadêmicos e pesquisadores. Paralelamente, surgiram as primeiras formas de expertises, que evoluíram no século XX. Ocorria a institucionalização e crescia a especialização. A noção de expertise assim se caracterizada:

> uma instância, em princípio reconhecida como legítima, atribuída a um ou vários especialistas – supostamente distinguidos pelos seus conhecimentos, atitudes, experiências-, a fim de examinar uma situação, de avaliar um fenômeno, de constatar fatos. (HOFSTETTER; SCHNEUWLY; FREYMOND, 2017, p.57)

Sobressaíam os temas ligados ao rendimento do ensino, aos métodos, à orientação dos alunos e à gestão dos fluxos. Para resolver esses pontos, Genebra ligou-se ao período estudado a institucionalizar o processo de expertise.

Em sete anos, foram organizadas três instituições de expertise: o Serviço de Pesquisa Pedagógica, Serviço de Pesquisa Sociológica e Centro de Pesquisa Psicopedagógica. A cada um eram designadas funções de expertise específicas, mantendo relação com o Estado, responsável pela Educação. O Serviço de pesquisa pedagógica (SRP) foi criado em 1958, e inicialmente concentrava os trabalhos sobre a orientação escolar, em estudos na evolução escolar dos alunos. Os estudos desejavam acompanhar a reestruturação do ensino secundário em Genebra, mas conclui que não existia uma simples relação entre êxito escolar e inteligência.

Um segundo estudo visou a compreensão dos atrasos escolares. Em 1962 foi instituída uma seção de sociologia no SRP. A expertise dos sociólogos se tornava cada vez mais elogiável, pois desenvolveram novos campos de pesquisa paralelamente à reestruturação do sistema escolar. Criavam-se, portanto, seção de sociologia e reestruturação - o SRS, que se torna autônomo em 1965.

O Centro de pesquisa psicológica (CRPP), criado em 1962, desejava melhorar a elaboração das provas, a validação do valor das notas e a gestão de exames psicopedagógicos.

> Os três serviços de *expertise* são provenientes do processo de extensão, de especialização, de diferenciação e de objetivação de funções. Todos se autonomizam no decorrer do seu desenvolvimento. Todos têm o poder de analisar os fluxos dos alunos através do sistema escolar e de contribuir para o aumento do rendimento do ensino. (HOFSTETTER; SCHNEUWLY; FREYMOND, 2017, p.91)

Nos anos 1970 houve três distintas atividades promovidas pelos três serviços: análise dos fluxos dos alunos nos diferentes graus em função de diferentes parâmetros; análise do domínio de conhecimentos transmitidos pela escola; e desenvolvimento e acompanhamento das reformas de ensino.

Na Suíça a *expertise* está ligada ao sistema escolar e ao Estado, cabendo ao Estado moldá-la. Alguns fatores influenciam a institucionalização da expertise: evolução do Estado e do sistema escolar; e demanda social proveniente de movimentos sociais. A institucionalização não levou à dependência do serviço do Estado, mas, pelo contrário, gerou espaços de liberdade, apoio a formas de resistência e a outros modos de se contrapor ao que emanava do Estado.

O *expert* possui autoridade, construída ou conferida, em dado assunto, para ser reconhecido como referência, detentor de saber reconhecido. Inspetores, professores, autores de livros didáticos, diretores, e personagens da política educacional podem ser considerados *experts* em educação. "Cabe destacar que o reconhecimento do *expert* é dado sempre pela comunidade a que ele pertence e sempre em relação à sua expertise profissional" (MORAIS, 2017, p.66).

A expertise se dá pela profissão docente. À medida que o trabalho se aperfeiçoa, os saberes da profissão docente se desenvolvem. Com a institucionalização da expertise, o saber torna-se mais codificado e padronizado, tomando a forma de um saber pragmático da profissão.

Morais (2017) afirma que "o trânsito de experts em educação situa o ensino brasileiro no contexto internacional de produção de saberes, em particular, saberes relativos ao ensino de matemática desde tempos mais distantes" (MORAIS, 2017, p.69). A circulação de saberes no âmbito internacional produziu efeitos na formação de professores e no ensino no Brasil, e os *experts* participaram da objetivação desses saberes.

2.3 HISTÓRIA CULTURAL

Como se está analisando um documento histórico, utilizam-se concepções da História Cultural para amparar teórica e metodologicamente o trabalho. De acordo com Búrigo (2017), deseja compreender apropriações e ideias que circulavam, como representações e intencionalidades a partir das quais foram produzidos os documentos no passado

> a História Cultural busca compreender as perspectivas e lógicas de ação de atores individuais e coletivos, as apropriações variadas dos discursos, as práticas na sua variação e singularidade, os suportes materiais pelos quais circulam as ideias, a autoria e as intencionalidades com que foram produzidos os documentos no passado, sua circulação e seus usos. (BÚRIGO, 2017, p. 56)

Como a História Cultural sofrido modificações, é relevante o pesquisador conhecer o surgimento. Burke (2008), em seu livro *O que é História Cultural?* auxilia, pois tem como objetivo desvelar o tema e explicar a função do historiador cultural.

Para melhor compreensão, Burke (2008) apresenta no livro as quatro fases da História Cultural e a importância dessas fases: **fase clássica**, **fase da história social da arte**, **fase da descoberta da história da cultura popular** e **fase da nova história cultural**. Apesar das divisões, a mudança entre elas não era tão clara, ou seja, iniciava-se uma fase devido a alguma necessidade, sem a anterior ter sido extinta.

Burke (2008) detalha cada fase e enfatiza nomes de estudiosos influentes para a História Cultural. A primeira fase, denominada clássica, devido à ênfase dada à história dos clássicos, ocorreu de 1800 a 1950. Huizinga foi um amante da arte, e propunha nos livros entender distintas obras, como pinturas dos irmãos Van Eyck e a cultura holandesa no século XVII.

Em um ensaio de 1915, discutiu a variedade de ideais da vida. Em um segundo ensaio, publicado em 1929, defendeu que o objetivo do historiador cultural era retratar padrões de cultura, preocupado com o estilo de toda a cultura, como o estilo de pinturas e poemas individuais.

Um segundo elogiável autor para a História Cultural foi Max Weber, sociólogo que publicou uma obra famosa em que pretendia explicar culturalmente a mudança econômica. Seguidor de Weber, Norbert Elias escrevia sobre a civilização. Diferentes contribuições surgiram de acadêmicos não ligados ao departamento de história.

No começo do século XX aconteceram mudanças, denominadas "grande diáspora". Estudiosos foram transferidos para Londres, e outros, preocupados com a história dos símbolos, foram para os EUA. Com a diáspora, distintos marxistas se voltaram à relação entre cultura e sociedade. Criticavam a abordagem clássica da cultura argumentando que não possuía contato com base econômica ou social e, em relação aos historiadores culturais clássicos, que superestimavam a homogeneidade cultural e ignoravam os conflitos.

Burke (2008) enfatiza que uma explicação entre as diferentes culturas mostra que nem todas as pessoas vivem no mesmo "agora", carregando elementos anteriores. Isso influencia o presente, como defende Ernest Bloch. Os marxistas criticavam ainda o culturalismo, principalmente em determinado livro. Nele enfatizavam-se experiências e ideias, e não realidades econômicas, sociais e políticas.

Acontecimento destacado por Burke (2008) foi a chegada de acadêmicos emigrantes da Europa Central. Influenciou os estudantes britânicos e norte-americanos a enfatizar a relação entre cultura e sociedade, o início da fase da história social da arte. Em 1952, o marxista Arnold Hauser vincula em sua obra *A história social da arte* a cultura dos conflitos e mudanças sociais e econômicas.

Porém, na década de 1960, historiadores estudaram a história da cultura popular, deixada apenas aos amantes da antiguidade. Autor influente foi Edward Thompson. Na obra *A formação da classe operária inglesa* (1963) examinou a cultura popular nas mudanças econômicas e políticas na formação de classe. Inspirou diversos pesquisadores a escrever a história das classes menos favorecidas.

Surge igualmente a preocupação em relação às pessoas comuns, "deixadas de fora", devido às abordagens anteriores. Questões da história da cultura popular ficaram, portanto, cada vez mais aparentes.

Com a intenção de tentar entender a relação entre cultura e sociedade, houve historiadores que se voltaram à antropologia a partir do final da década de 1960. Devido ao aumento do interesse pela cultura popular, a antropologia ficou ainda mais destacada para os historiadores, atraídos pela antropologia e ideias de regras e protocolos.

Os clássicos da antropologia foram fundamentais ao pensamento dos historiadores. A antropologia ofereceu solução para distintos problemas, como entender um sistema baseado na transferência constante de bens móveis. Na história da literatura, da arte e da ciência igualmente ocorreu uma virada antropológica.

A década de 1970 foi marcada pela “micro-história”, vista como reação à história social que não validava culturas locais, variedades e especificidades, enfatizando métodos quantitativos. A micro-história seria um encontro com a antropologia. Obras como *Montaillou* (1975), de Emanuel Le Roy Ladurie, e *O queijo e os vermes* (1976), de Carlo Ginzburg, deram enfoque à micro-história. O primeiro livro contribuiu com a história cultural, incluindo cultura material e mentalidades. Com isso, a partir de 1970 vários estudos micro-históricos foram publicados, centrados em aldeias e indivíduos, famílias e conventos, badernas, assassinatos e suicídios. O feminismo teve implicações com a história cultural, preocupado em desmascarar preconceitos masculinos e enfatizar as contribuições femininas para a cultura.

Especialmente nas décadas de 1980 e 1990 o interesse pela cultura e pela história cultural ficou cada vez mais nítido. Nos EUA, a nova história cultural obteve grande sucesso. Em outros países houve o mesmo movimento. Com a expansão cultural, questões culturais serviram de explicação para o mundo político. Geertz assim define cultura

> um padrão, historicamente transmitido, de significados incorporados em símbolos, um sistema de concepções herdadas, expressas em formas simbólicas, por meio das quais os homens se comunicam, perpetuam e desenvolvem seu conhecimento e suas atitudes acerca da vida. (GEERTZ, 1989, p. 103, *apud* BURKER, 2008 p.52)

A nova história cultural se inspira além das marcas deixadas pela antropologia. O termo “nova” a distinguia das formas antigas. E “cultural”, naquele momento, se diferenciava da história intelectual, ao enfatizar mentalidades, suposições, sentimentos e não ideias. Seria analisada ainda como resposta aos desafios da expansão da noção de cultura e ascensão da teoria cultural. Característica dessa nova história foi a atenção à teoria. Quatro teóricos Se destacaram Mikhail Bakhtin, Norbert Elias, Michel Foucault e Pierre Bourdieu. Bakhtin era teórico da literatura e linguagem; Elias, Foucault e Bourdieu, teóricos sociais.

Bakhtin foi um dos teóricos culturais mais originais do século XX. Em seu livro *Cultura popular na Idade Média e no Renascimento* (1965) enfatizou vários conceitos posteriormente utilizados na nova cultura. Norbert Elias, sociólogo, interessava-se pela história, cultura e civilização. No livro *O processo civilizador* (1939) estudou conceitos como fronteira da vergonha, fronteira da repugnância e pressão social pelo autocontrole.

Inicialmente filósofo e em seguida historiador, Foucault escreveu distintas obras sobre a história da loucura, clínica, sistemas intelectuais, vigilância e sexualidade. Criticou as interpretações teleológicas da história devido ao progresso, evolução ou crescimento da liberdade e individualismo, observou descontinuidades culturais e rupturas. Escreveu uma história intelectual incluindo práticas e teorias, corpos e mentes.

O teórico Pierre Bourdieu, diferentemente dos demais, não escreveu história em si. Era filósofo inicialmente, tornou-se antropólogo e sociólogo. Conceitos sobre campo, teoria da prática, ideia de reprodução cultural e noção de distinção foram significativos aos historiadores culturais. Analisou a cultura em termos de bens, produção, mercado, capital e investimento. Usava as expressões "capital cultural" e "capital simbólico". Sociólogos, antropólogos e historiadores passaram a usá-las.

As práticas tornaram-se essenciais. Por exemplo, a história das práticas religiosas e não da teologia, da fala e não da linguística, do experimento e não da teoria. A história das práticas, antes vista como história intelectual, depois atividades intensas, como a experimentação. A história da leitura, diferentemente da história da escrita, enfatizou o novo papel do leitor e mudanças nas práticas de leitura. A história das representações ganhou formas de representação, literárias, visuais e mentais. A musicologia entrou para a história das representações. A história da memória, reconhecida como memória social ou memória cultural, é uma forma da NHC.

Deve-se ressaltar que em uma cultura as memórias de um grupo são dominantes, e de outro grupo, subordinadas. Os historiadores culturais deram menos atenção à cultura material que às ideias.

Estudo expressivo foi a obra de Michel de Certeau, em que analisou práticas das pessoas comuns, do dia a dia, como ir às compras e assistir à televisão. Nos estudos, arte, literatura e música, teve cuidados com o público, reações ao ver, ouvir e ler obras. Houve mudanças nas categorias sociais, até então fixas, em seguida mais flexíveis. "Classe", uma categoria social objetiva, era então vista como constructo cultural.

Masculinidade e feminilidade passaram a ser estudadas como categorias sociais. Característica considerável foi a atenção com a elaboração da identidade, e a retórica da identidade cada vez mais expressiva. Estudos que pertenciam a especialistas se tornam imprescindíveis aos historiadores culturais: a história da dança passa a ser discutida com política e sociedade.

Burke (2008) destaca que houve um deslocamento da história social da cultura para a história cultural da sociedade, influenciada pelo movimento do construtivismo na filosofia e outras disciplinas. Com o olhar da história, como tentativas de apresentar o passado a partir de pessoas comuns, os historiadores notaram que pessoas diferentes podem ver o mesmo evento sob diversos olhares. Contribuiu para a virada do construtivismo no final do século XX. Michel Foucault definiu os discursos como práticas que sistematicamente constroem os objetos que falam.

Segundo Chartier (2002), “a história cultural, tal como entendemos, tem por principal objeto identificar o modo como em diferentes lugares e momentos uma determinada realidade social é construída, pensada, dada a ler” (CHARTIER, 2002, p.16). Para ele, a história cultural tem por objetivo compreender as representações do mundo social.

> As representações do mundo social, assim construídas, embora aspirem à universalidade de um diagnóstico fundado na razão, são sempre determinadas pelos interesses de grupo que as forjam. Daí, para cada caso, o necessário relacionamento dos discursos proferidos com a posição de quem os utiliza. As percepções do social não são de forma alguma discursos neutros: produzem estratégias e práticas (sociais, escolares, políticas) que tendem a impor uma autoridade à custa de outros, por elas menosprezados, a legitimar um projeto reformador ou a justificar, para os próprios indivíduos, as suas escolhas e condutas. (CHARTIER, 1990, p.17)

Compreender a dimensão da história cultural auxilia o estudioso a saber que a história não ocorreu no passado, mas a representação do que ocorreu. O papel do pesquisador em história é elaborar as representações com as fontes amealhadas e selecionadas a partir do tema de pesquisa.

3 A ESCOLA NOVA E O MOVIMENTO DA MATEMÁTICA MODERNA

No Plano Experimental da Delegacia Regional de Juiz de Fora, de 1972, havia a intenção de orientar professores de matemática de Juiz de Fora em práticas docentes quando presente o MMM. Deve-se estudar essa vaga pedagógica para identificar como o documento reinterpreta, à luz das apropriações das autoras e de contexto locais, as propostas do Movimento. Para conhecer mudanças ocorridas em relação a conteúdos e forma de ensinar, deve-se estudar a Escola Nova. A proposta do próximo tópico é apresentar ideias e propostas da vaga pedagógica.

3.1 AS PROPOSTAS DA ESCOLA NOVA

O período relativo à pesquisa é o do MMM. Para entender essas propostas, o que se desejaria modificar é conhecer a vaga pedagógica que ocorria "anteriormente". Apresenta-se uma síntese sobre a Escola Nova, propostas, como foi efetivada, entre outros aspectos, pois as propostas escolanovistas chegaram ao Brasil a partir do início do século XX. Mantiveram-se por várias décadas.

No século XX, eram propostas as ideias da Escola Nova ou Educação Progressiva. Com o objetivo de mudanças nas práticas pedagógicas, novas concepções são sugeridas por filósofos, professores e demais estudioso. Um dos filósofos considerados expressivos para a Escola Nova foi John Dewey, e aqui estão ideias que contribuíram para a elaboração da vaga pedagógica.

3.1.1 A contribuição de John Dewey na Escola Nova

John Dewey (1859-1952) foi um filósofo que contribuiu com ideias para a pedagogia da Escola Nova. Uma das propostas era a criança aprender a partir de experiências e com seus interesses, como Dewey defendia. "A proposição de que a escola deva ter como base os interesses da criança é expressa em sua forma mais radical e mais sistematizada na obra de John Dewey" (VALDEMARIM, 2010, p. 29). Defendia que a criança e o currículo devem estar conciliados, sem ter maior significado um dos dois. Afirmava que as teorias antigas comparavam a maturidade da criança à do adulto, e se considerava o interesse da criança uma possibilidade como impulsos para o desenvolvimento.

Dewey teve considerável experiência ao estabelecer uma Escola Laboratório na Universidade de Chicago, em 1896. Nela se experimentava o que a teoria propunha. Com a efetivação dessa teoria, a influência das ideias ganhou força. Eram divulgadas em obras e palestras. A primeira palestra, *A escola e o progresso social*, determina "as finalidades da escola e da escolarização a partir de sua inserção numa sociedade em mudança, cuja característica é o desenvolvimento industrial" (VALDEMARIM, 2010, p. 32).

A adaptação às mudanças da sociedade deveria estar presente na escola, pois seria considerada parte do processo de mudança. A criança aprende em uma sociedade em miniatura, pois vivem situações semelhantes às circunstâncias sociais. Dewey propunha que as atividades práticas deveriam se aliar às artes e aos centros de ciências e história. Segundo Valdemarim:

> A aplicação da ciência é considerada um poder humano, um instrumento indispensável de liberdade e participação ativa na vida moderna. Exemplificando, pode-se dizer que a geografia não deve compor o currículo escolar como campo de conhecimento específico, mas como possibilidade para o entendimento sobre as fontes de recurso alimentar e energético, trabalhos relacionados à agricultura e à manufatura, isto é, como campo significativo da intervenção humana. (VALDEMARIM, 2010, p. 34)

Com as mudanças da sociedade, imprensa, locomotiva e telégrafo tornaram a comunicação mais rápida, a aprendizagem foi efetivamente posta em circulação, a escola inserida no contexto de mudanças. A escola, uma sociedade em miniatura, significa que ela deve se integrar à sociedade, com relação ativa ao conhecimento como método escolar.

Dewey criticava a padronização de conteúdos, materiais, métodos e organização da escola e defendia o interesse da criança no desenvolvimento das atividades escolares. Para planejar uma organização curricular, Dewey, na Escola Laboratório, produzia conhecimento sobre o processo de desenvolvimento infantil.

Defendia que a relação entre a vida e a escola devia ser o mais próxima possível. Afirmava: "quando a natureza e a sociedade podem viver na sala de aula, quando as formas e objetos de aprendizagem estão subordinadas à substância da experiência, então há oportunidade para a identificação, e a cultura pode ser uma sociedade democrática" (DEWEY, 1932 *apud* VALDEMARIM, 2010, p. 38).

Argumentava que o interesse da criança deveria ser critério para selecionar atividades escolares. O conhecimento infantil seria o início do processo, sendo o currículo meio para progredir da experiência ao saber formalizado. Valdemarim (2010) afirma que considerar a criança e seus interesses centro do processo educativo significa traduzir o conhecimento acumulado pela sociedade para ser acessível à compreensibilidade infantil.

> O processo de desenvolvimento mental era entendido, essencialmente, como um processo social, um processo de participação; criticando a vertente da psicologia que considera apenas a relação entre os indivíduos e o ambiente físico, o trabalho escolar objetivava desenvolver a integração cooperativa com os outros: a comunidade se torna o ambiente para os estudos e as experiências se tornam a base dos conteúdos. (VALDEMARIM, 2010, p. 46)

Ele teve a possibilidade de testá-las na Escola Laboratório, desenvolvendo a produção teórica, bastante difundida. A teoria foi generalizada e configurada como teoria educacional. Na obra *Democracia e Educação*, de 1936, enfatizava a dimensão da educação para os seres humanos, igualando o significado de vida e experiência.

A fim de o ato de pensar se tornar experiência, "o único caminho direto para o aperfeiçoamento duradouro dos métodos de ensinar e aprender consiste em centralizá-los nas condições que estimulam, promovem e põem em prova a reflexão e o pensamento" (DEWEY, 1979, *apud* VALDEMARIM, 2010, p. 68). O problema deve ser apresentado naturalmente, com a experiência do aluno. Em uma de suas obras afirma que as situações cotidianas e ocupações sociais devem ser vividas na escola a partir da origem e desenvolvimento. Outra proposta em suas obras é o uso de jogos e brincadeiras, pois afirma que com esses materiais o conteúdo não seria fragmentado em matérias.

Com suas ideias e teorias, John Dewey influenciou expressivamente outros defensores da Escola Nova no Brasil e em outros países. No início do século XX, a educação estava sendo criticada, e deveria haver uma mudança nos processos educacionais.

> As novas possibilidades orientadoras da intervenção no sistema educacional estavam amparadas em experimentos científicos, consideravam o desenvolvimento infantil como determinante para o processo educativo e a atividade como elemento central do processo cognitivo. (VALDEMARIM, 2010, p. 88)

Do mesmo modo que Dewey estabeleceu ideias na Escola Laboratório, William Heard Kilpatrick (1871-1965) desenvolveu o método de projetos, e Jean-Ovide Decroly (1871-1932) elaborou o método dos centros de interesse na Bélgica. A partir da certeza de que a sociedade passava por mudanças e a educação deveria acompanha-la, os autores percebiam a necessidade de transformações na educação. As experiências contribuíram para a Escola Nova em diversos lugares.

Decroly, em palestras e conferências, tinha por objetivo melhorar as técnicas de ensino, adaptando-as às exigências dos alunos. A reforma das escolas tinha como principais vertentes:

> Unificar o conhecimento fazendo-o convergir para uma matriz, base de todas as lições; servir a grande número de crianças desenvolvendo suas faculdades e integrando-as às atividades humanas; e despertar o interesse pelo

> conhecimento referente aos mecanismos da vida individual e social. (VALDEMARIM, 2010, p. 91)

Ao valorizar aspectos psicológicos e sociais da linguagem, Decroly defendia a educação do corpo, sentidos e habilidades manuais. E assegurava que a aprendizagem deveria ocorrer em situações similares ao cotidiano dos alunos. As atividades escolares se desenvolveriam favorecendo o centro de interesse e jogos educativos. A criança seria o centro dos estudos, ao valorizar interesses.

O estudioso Decroly afirmava que deveria ser transformada a estrutura escolar. Uma mudança não radical, mas modificação em razão das da sociedade.

William Kilpatrick, nos Estados Unidos, desenvolveu produções que contribuíram para a Educação Progressiva. Projetos que auxiliaram a renovação educacional, e eram de quatro tipos:

> O primeiro tipo consiste em dar forma material a um plano ou ideia; o segundo tipo refere-se à apreciação de uma experiência estética; o terceiro consiste na superação de uma dificuldade intelectual ou resolução de problemas; o quarto tipo consiste na melhoria de uma habilidade ou conhecimento. (VALDEMARIM, 2010, p. 101)

Os projetos foram divulgados aos professores, e reconheceram que o método poderia mudar a educação e não apenas o método de ensino. O professor não estaria mais no centro do processo de ensino, pois novos valores e objetivos seriam propostos. As informações seriam substituídas por diálogos e trabalhos coletivos. Dewey e Kilpatrick afirmavam que, a partir das novas questões sociais, a escola necessitaria de mudanças, considerando a vida da criança como prioridade.

As principais propostas da Escola Nova consistiam em unir a escola à vida da criança, considerar o desenvolvimento da criança como primordial e que o aprendizado deveria se dar pela atividade.

3.1.2 A Escola Nova no Brasil e em Minas Gerais

O ensino no Brasil teve influências de outros países e pensadores, como Fernando de Azevedo, que contribuíram para as ideias da Escola Nova se disseminassem.

> A agitação de ideias provocada pelo Inquérito realizado por Fernando de Azevedo para o jornal *O Estado de S.Paulo* em 1926, teve prosseguimento com ações editoriais, projetou-se nacionalmente por meio do *Manifesto dos Pioneiros da Educação Nova* em 1932, assentou bases institucionais na Reforma do Instituto de Educação do Distrito Federal e na elevação da formação de professores ao nível superior que foi interceptada em 1935,

> tanto no Distrito Federal quanto em São Paulo. (VALDEMARIM, 2010, p. 111)

Anísio Teixeira foi aos Estados Unidos em 1928 e regressou com propostas da Escola Nova. Lourenço Filho, em 1930, assumiu a Diretoria do Ensino e em sua gestão estabeleceu inovações, com ideias escolanovistas.

Contribuições essenciais para o movimento influenciaram novas pretensões educacionais: o Inquérito de 1926 e o Manifesto de 1932. No Manifesto, a proposta era a criança ser o centro da educação, sendo as atividades desenvolvidas para o fator psicológico ser primordial.

Diversas obras foram imprescindíveis para a divulgação da nova pedagogia. Nela, se priorizavam a experiência do aluno, a sociedade em que está inserido e a autonomia do aluno, refletindo na função social da educação.

No livro *Pela escola activa*, Firmino Costa defende que a ideia de escola ativa já estava se aproximando do movimento da Escola Nova. A principal mudança em relação ao ensino anterior seria a mentalidade do professor. As concepções de escola e natureza da criança seriam alteradas com a pedagogia da educação nova, modificando ainda as práticas escolares. Para isso acontecer, diversos professores brasileiros foram à Europa e EUA estudar a pedagogia em salas de aulas: "apostavam no poder de transformação social da escola de massas e na viabilidade de um programa de reforma da sociedade pela reforma do homem" (CARVALHO, 2002, p.376). Anísio Teixeira foi Diretor da Instrução Pública do Estado da Bahia e viajou aos EUA em 1927, para conhecer e pesquisar o sistema educacional. Ao retornar, criticou o sistema educacional aqui presente e escreveu *Aspectos americanos de educação,* distribuído nas escolas da Bahia.

Em São Paulo, João Toledo escreveu um livro que defendia o modelo escolar paulista, que era contrário ao modelo da Escola Nova, justificando que em São Paulo já existia o que se pretendia com a nova pedagogia. Ele propôs uma escola educativa em seu livro, com os mesmos parâmetros pedagógicos do ensino intuitivo. A resistência não ocorreu somente em São Paulo. No Ceará houve certo conflito. O diretor da Escola Normal, João Hippolyto, em carta a Lourenço Filho reclamava da desqualificação que Moreira de Sousa fazia sobre a reforma que ele e Lourenço haviam empreendido no início da década de 1920.

No conflito que Lourenço Filho mediou, eram contrapostas as ideias da pedagogia nova e as velhas proposições centradas no ensino intuitivo. A disputa pelo controle pedagógico e político da escola desencadeou-se com a Revolução de 1930. O poder do governo federal e divergências políticas e doutrinárias ganharam força, instalando a disputa pelo controle ideológico do aparelho escolar. As reformas que Anísio Teixeira propôs de 1931 a 1935 foram causas de disputas na época, principalmente as reformas por ele desenvolvidas no Rio de Janeiro.

Nas escolas católicas houve mobilização com a nova pedagogia. Os católicos lançaram boletins e revistas, organizaram congressos e cursos para os professores se adaptarem à nova pedagogia. Isso atingia os professores católicos que ministravam aulas nas escolas públicas. Deve-se ressaltar que o movimento chegou às escolas católicas, com marcas e princípios da instituição.

Anísio Teixeira, Lourenço Filho e Fernando de Azevedo são conhecidos como renovadores da educação, pois conseguiram influenciar os católicos e antigos aliados a expelir a ideia pedagógica da velha escola. O livro *Introdução ao estudo da Escola Nova*, de Lourenço Filho, difundiu as ideias da nova pedagogia, e seu objetivo era a formação de uma nova mentalidade. São cinco capítulos, denominados "lições". O livro foi criticado socialmente em relação ao reajustamento do fim da educação, precedida por uma reação de crítica psicológica à inutilidade dos meios de ação nas escolas. "Era preciso não confundir meios e fins da educação, distinguindo, naquele movimento, duas tendências: a de crítica social e filosófica dos fins da velha educação e a de crítica psicológica dos meios empregados, para reajustamento àqueles fins" (Lourenço Filho, s/d.:4-5 *apud* CARVALHO, 2002, p. 400).

O livro investia no combate aos equívocos sobre o sentido da educação. A intenção era fundar a nova pedagogia assentada em bases científicas. Para isso era fundamental diferenciar características do ensino intuitivo e características da nova escola ativa. O ensino ativo atraía os professores de modo geral, sendo que "a escola ativa era uma das manifestações da escola nova, não ela toda" (Lourenço Filho, s/d.: 47 *apud* CARVALHO, 2002, p. 403).

Em Minas Gerais, de acordo com Carvalho (2012), ocorreu a Reforma Francisco Campos de 1927/28, secretário do Interior. A reforma proposta centrava a educação pública no debate político. No mesmo período ocorria a movimentação da Escola Nova, que criticava o ensino tradicional e valorizava a criança, dando maior atenção a seus interesses. A biologia e a psicologia são fundamentais em entender as fases da infância e desenvolvimento da criança.

A reforma pretendia alterar as bases organizacionais e metodológicas da escola, e deveria ocorrer a ligação entre sociedade e escola, sendo indispensável alterar a organização curricular e práticas pedagógicas. A reforma via na escola pública a possibilidade de alfabetizar em grande escala. Mas a obrigatoriedade e gratuidade do ensino primário dependiam do Estado, que argumentava que a falta de escola pública próxima à residência, entre outras situações, não haveria a obrigatoriedade.

Obrigatoriedade, portanto, que não ocorria de fato, pois se desvinculava da realidade. Ela buscava o ensino laico, gratuito e obrigatório, e pretendia introduzir novas metodologias, nova organização, novos discursos e novos recursos no ensino escolar. Propunha uma educação na qual haveria a adaptação do indivíduo ao controle social, subordinação aos poderes naturais e a regras sociais.

Mas a democratização proposta era apenas aparente, pois o ensino primário se dirigia aos pobres e a continuidade desse ensino aos ricos.

3.2 AS PROPOSTAS DO MOVIMENTO DA MATEMÁTICA MODERNA

As propostas do Movimento da Matemática Moderna chegaram ao Brasil em 1960, posteriormente às propostas da Escola Nova, no início do século XX. Para entender o MMM e as principais ideias, há uma síntese que utilizou como suporte o livro **O Movimento da Matemática Moderna: história de uma revolução curricular** (2011), de Oliveira, Leme da Silva e Valente. O Movimento surgiu no Brasil a partir da necessidade de um ensino moderno, e houve alterações nos cursos de licenciatura em matemática, como afirmam Oliveira, Silva e Valente (2011).

> Na década de 1960, com a disseminação do Movimento da Matemática Moderna em âmbito internacional, o Brasil inaugura um novo patamar na genealogia profissional do professor de Matemática. Nesse tempo histórico de nosso pai profissional, amplia-se o número de cursos de Licenciatura em Matemática como também o acesso da população ao ensino secundário. Com a penetração da Matemática Moderna, a matriz de formação dos professores de Matemática, caracterizada pelo modelo "3+1" (três anos de conteúdos específicos e um ano de conteúdo pedagógico) prevalece. Entretanto, com a chegada do Movimento da Matemática Moderna (MMM), o cenário brasileiro da profissionalização do professor de Matemática sofre grandes alterações a partir da proliferação de cursos de treinamento e capacitação oferecidos aos professores em exercício. (OLIVEIRA; SILVA; VALENTE, 2011, p.70)

Os cursos de capacitação ofereciam disciplinas de Teoria dos Conjuntos, Lógica Matemática e Práticas Modernas, Álgebra Moderna I, Vetores e Geometria Analítica, Probabilidades, Topologia, Álgebra Moderna II, Programação Linear e Seminário de Ensino, para treinar os professores a ensinar a matemática moderna. Foram propostas ainda mudanças nas técnicas de ensinar. Não havia mais sentido que o aluno apenas memorizasse o que o professor apresentou "mastigado". Deveria descobrir e construir conceitos (GROSSI, 1972 *apud* OLIVEIRA; SILVA; VALENTE, 2011, p.82).

Foram publicados livros e manuais para professores com orientações pedagógicas modernas, que se preocupavam como se ensina. Alguns autores defendiam que no ensino primário já deveria haver, além da aritmética, a álgebra, valorizando a compreensão, intuição e aprendizagem por descoberta. Foi igualmente proposta a utilização de materiais manipuláveis. Santos (1969 *apud* OLIVEIRA; SILVA; VALENTE, 2011) afirma que era perceber como as crianças reagiriam à resolução de problemas como forma de exercício, mas com jogos e atividades envolvendo a própria realidade.

Santos (1969) indicou o uso de jogos, e outros autores defenderam distintos métodos. Pinheiro (1969) argumentou pela utilização do Método Cuisenaire. Foram apresentadas propostas e orientações de metodologias de ensino, utilizando-se jogos e atividades fundamentados na lógica matemática e manipulação de materiais didáticos móveis (BORGES, 2011).

Com o MMM, o ensino primário foi modificado a partir do uso de materiais concretos, jogos e atividades que envolvessem a realidade dos alunos.

> No Brasil, em conformidade às pesquisas citadas, o MMM no ensino primário esteve mais ligado a uma proposta mais experimentalista, segundo a qual o aluno deveria permanecer em atividade constante durante a construção do conhecimento, por meio de situações de aprendizagem com materiais concretos. O professor deveria assumir o papel de orientador das descobertas, primeiramente intuitivas, que seriam sistematizadas e formalizadas gradativamente e tratadas sem grandes preocupações com a simbologia. (OLIVEIRA, SILVA, VALENTE, 2011, p. 109)

O MMM propunha que o professor deveria ser orientador dos alunos, e não simplesmente passar o conteúdo. Era relevante considerar a idade da criança, se o método se adequava à faixa etária e à idade cognitiva.

Mereceu destaque, em relação aos conteúdos, a Teoria dos Conjuntos. A partir do MMM, a formação passou a valorizar a profissionalidade centrada no conhecimento da estrutura matemática, na nova linguagem matemática, na axiomática, sendo a Teoria dos Conjuntos elo dos conteúdos programáticos (OLIVEIRA; SILVA; VALENTE, 2011, p. 87). Em relação ao conteúdo de geometria se enfatiza

> Outro ponto destacado na confrontação dos diversos estudos é a evidência de metodologia diferenciada para o ensino de geometria, principalmente apoiado na presença de materiais didáticos e com ênfase na experimentação. As figuras geométricas também marcaram presença acentuada nos manuais didáticos da época. Pode-se afirmar que tanto os materiais didáticos como a experimentação são apontados como fundamentais na passagem do concreto

> para o abstrato, de modo a atingir as estruturas matemáticas, em especial nos cursos ginasiais ou denominados de 1º ciclo (alunos de 11 a 14 anos de idade). (OLIVEIRA; SILVA; VALENTE, 2011, p. 128)

A geometria teve caráter mais experimental. Foram enfatizados conceitos, como noções topológicas e transformações geométricas.

3.2.1 As propostas do MMM para o Ensino Primário

Como esta pesquisa trata do ensino primário, neste tópico se especifica melhor as propostas e ideias do Movimento para esse ensino. França (2019) auxiliou com o livro *Matemática nas séries iniciais. O que mudou (1960-1980)*. A autora especifica São Paulo, que influenciou outros Estados. O contexto da época foi fator de grande relevância para a educação.

O crescimento demográfico, o desenvolvimento da indústria paulista e a urbanização estiveram relacionados à expansão do ensino em São Paulo. França (2019) lembra que com as transformações acontecendo, a demanda pela educação aumentou, sendo essencial a expansão do sistema de ensino. Além das questões políticas e sociais, a aprovação da Lei 4024, em 1961, foi considerada avanço para a educação. França (2019) afirma

> Pela primeira vez, uma legislação conseguia fixar diretrizes gerais para a Educação nacional, ao abordar todos os níveis e com validade para todo o território nacional, dando passos importantes para a unificação dos sistemas de ensino na descentralização e flexibilização curriculares. Também inovou ao propor um planejamento educacional e a abertura de novas experiências, como a criação dos ginásios vocacionais e pluricurriculares. (FRANÇA, 2019, p. 63)

Em 1962, o governo criou o Conselho Federal de Educação, que aprovou o Plano Nacional de Educação para 1962-1970. O plano era constituído de metas que o governo deveria cumprir. No período de 1964 a 1968 foram assinados acordos MEC-USAID, nos quais se vinculava a reorganização da escola. "O governo precisava colocar todos na escola para formar mão de obra, com alguma educação e treinamento, e, ao mesmo tempo, que fosse muito produtiva e barata" (FRANÇA, 2010, p. 67).

Na década de 70, devido à já intensa urbanização, aumentou a exigência de escolaridade para empregos, com o crescimento da demanda pelo ensino superior. Foi instituída uma lei que caracterizou a formação da educação como mais profissional, para contribuir ao aumento da produção brasileira. Observa-se o propósito de satisfazer a demanda por técnicos de ensino médio, que atendessem nas indústrias, diminuindo a procura pelo ensino superior. Com o crescimento da população, era imprescindível aumentar o número de vagas.

Mas o governo federal se mostrava mais preocupado com a expansão do ensino primário do que com a qualidade, como ocorreu em distintos estados.

França (2019) enfatizou que as reformas curriculares propostas estavam associadas às mudanças ocorridas no contexto social, econômico e político. Os conteúdos de áreas tecnológicas ganharam maior importância. Entretanto, a autora questionou como o ideário do MMM em relação ao ensino primário foi incorporado nos documentos oficiais. França (2019) apresenta uma definição em relação ao MMM:

> Em síntese, pode-se definir o MMM como uma série de movimentos de reformas, ocorridas em várias partes do mundo, que denotaram a tendência à reflexão e à busca de alternativas para o ensino de Matemática, em decorrência das novas demandas de uma sociedade em transformação. (FRANÇA, 2019, p. 90)

Sobre propostas referentes ao ensino primário, França (2019) destaca que se tentava aproximar a matemática da escola básica da matemática produzida pelos pesquisadores. O ensino da matemática seria abordado como estrutura, com a linguagem da teoria de conjuntos.

Do mesmo que em outras vagas pedagógicas, no MMM pessoas influentes no âmbito educacional iam a outros países e regressavam com ideias e propostas, oferecendo cursos aos professores. Destaca-se o professor Osvaldo Sangiorgi, um dos protagonistas do MMM no Brasil. Com diversos financiamentos, organizava eventos para os professores sobre temas relacionados à Matemática Moderna. A partir dos cursos oferecidos, o MMM ganhou força em São Paulo, formando grupos maiores de professores para estudar as novas ideias.

O governo de São Paulo criou os Ginásios Vocacionais e Pluricurriculares, com turmas experimentais. França (2019) destaca que de acordo com Bechara, nos ginásios existiam propostas revolucionárias, sendo plenamente possíveis inovações em relação à escola tradicional, com experiências metodológicas, desenvolvimento de novos métodos, processos de avaliação e currículo, entre outros.

As novas demandas obrigavam a haver novas metodologias para a matemática. “Essa área do conhecimento seria um instrumento para o desenvolvimento da capacidade de pensar do estudante, dando-lhe subsídios para entender a nova linguagem tecnológica” (FRANÇA, 2019, p. 107). A proposta era oferecer aos alunos instrumentos matemáticos úteis ao cotidiano. Entre elas, a abordagem axiomática e dedutiva no ensino da matemática.

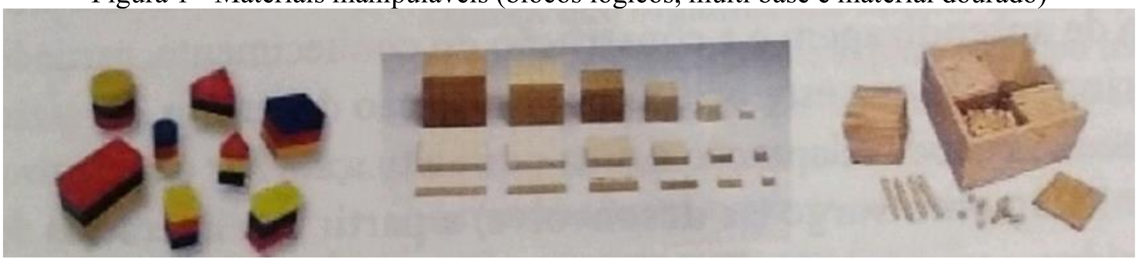
A divulgação das ideias foi possível em cursos e documentos oficiais. França (2019) citou características do MMM: matemática como estudo das ideias abstratas; base no estruturalismo e no rigor algébrico; destaque para conjuntos e funções; abordagem lógico-dedutiva; método axiomático; uso do método da descoberta para as crianças; introdução de conceitos abstratos, e para as crianças em materiais manipulativos; influência da psicologia por Piaget e da pedagogia por Papy e Dienes (FRANÇA, 2019).

Em relação ao ensino nas séries iniciais, as ideias de Zoltan Dienes foram significativamente valorizadas, pelas teorias sobre aprendizagem. Foram valorizados construção de conceitos, processos de formação do pensamento abstrato e desenvolvimento das estruturas matemáticas, com utilização de jogos e brincadeiras. Dienes defendeu que a matemática devia ser percebida como estrutura de relações e não um conjunto de técnicas.

Dienes organizou e estruturou pesquisas em distintos países, e em 1961 trabalhou em um projeto na Universidade na Austrália, no Departamento de Psicologia. No projeto, "procurava observar os componentes do processo de aprendizagem das estruturas matemáticas, tanto em situações de sala de aula, como individualmente" (FRANÇA, 2019, p.120).

As propostas de Dienes apresentavam metodologia com a utilização de materiais manipuláveis para atividades, principalmente trabalhos em grupo. França (2019) mostrou alguns desses materiais.

Figura 1 - Materiais manipuláveis (blocos lógicos, multi base e material dourado)



Fonte: França (2019)

De acordo com França (2019), Dienes se fundamenta em Piaget, e com isso defende que o conhecimento lógico matemático é construção, resultante da ação mental da criança sobre o mundo, a partir das ações sobre os objetos. Para exemplificar as propostas de metodologias, publicou vários livros, contendo diversas sugestões de atividades.

Nos estudos, Dienes relata as etapas do processo de aprendizagem, sendo a primeira, denominada "jogo livre", consiste na criança interagir com o material, manusear e se adaptar à situação. A segunda etapa, "regras do jogo", consiste no professor ditar algumas regras. Na terceira surgem regras mais gerais, que podem se adaptar a várias situações. Para isso, o professor pode oferecer oportunidades de busca por regularidades em diferentes materiais e propostas (França, 2019). A quarta etapa, "representação", é representar a estrutura comum:

“o autor acredita que as crianças, após terem assimilado as regras e as estruturas, passam a descrevê-los por meio de tabelas, desenhos ou gráficos que traduzam o resultado das operações” (FRANÇA, 2019, p.144).

A quinta etapa é descrever as propriedades comuns das representações construídas. Na última etapa do processo organizam-se as propriedades dos sistemas criados, sendo a manipulação de um sistema formal o objetivo da aprendizagem matemática de uma estrutura, de acordo com França (2019).

> Dienes sugere situações em que a criança vivencie experiências, artificialmente construídas, utilizando materiais concretos, fornecendo a possibilidade de ela caminhar do concreto para o abstrato, no seu próprio modo e tempo, e registrando de maneira individual. (FRANÇA, 2019, p.150)

Exemplo citado por França (2019) sobre as propostas de Dienes é como sugere ensinar o conteúdo de números às crianças. França acentua que para o autor estudado, número é “propriedade dos conjuntos” (DIENES, 1967 apud FRANÇA, 2019, p.147). Inicialmente deveria ser ensinado sobre os conjuntos: conjuntos da casa, da escola.

> Antes da introdução do conceito de número, são organizadas atividades lógicas, em situações artificialmente criadas, utilizando materiais estruturados que possibilitem a ação, de modo a chegar à descoberta de novas estruturas. (FRANÇA, 2019, p.154)

Dienes defende, segundo França (2019), que a ação de observar, manipular e refletir sobre conjuntos de objetos, em jogos que o professor propõe, faz o aluno chegar às estruturas matemáticas envolvidas.

Percebem-se, portanto, mudanças, ideias e propostas para o ensino primário. O que auxiliará intensamente para as análises dos documentos e verificar se e como as propostas se apresentavam nos documentos.

4 A MATEMÁTICA MODERNA E OS SABERES PROFISSIONAIS

Para contribuir com a pesquisa, houve uma busca no banco de teses e dissertações da Capes, no banco de dados da SciELO, na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD) e no repositório institucional da UFSC, com a intenção de encontrar trabalhos relacionados aos saberes a e para ensinar, a expertise profissional docente e o Movimento da Matemática Moderna. Foram encontrados trabalhos que envolvem os saberes e o MMM. Mencionam-se ainda outros trabalhos sobre o MMM que contribuíram para este estudo.

Quadro 1: Trabalhos relacionados ao MMM

Tese/ Dissertação/ Artigo	**Título**	**Autor**	**Ano**
Dissertação	Que geometria ensinar às crianças em tempos de matemática moderna? Referências e práticas de uma professora da cidade de Juiz de Fora	Thiago Neves Mendonça	2016
Dissertação	Geometria a e para ensinar: cadernos de normalistas e professores das séries iniciais – 1960 a 1980	Regis Verissimo Lamas de Oliveira	2018
Dissertação	Osvaldo Sangiorgi e “o fracasso da matemática moderna” no Brasil	Viviane da Silva	2007
Tese	Histórias e práticas de um ensino na escola primária: marcas e movimentos da matemática moderna	Joseane Pinto de Arruda	2011
Artigo	O ensino de geometria em tempos de Matemática Moderna em Minas Gerais	Maria Cristina Araújo de Oliveira e Thiago Neves Mendonça	2019

Fonte: Elaborado pela autora (2020)

4.1 PESQUISAS QUE ENVOLVEM O TEMA MOVIMENTO DA MATEMÁTICA MODERNA NO PRIMÁRIO

O primeiro trabalho foi a dissertação de mestrado de Mendonça (2016), *Que geometria ensinar às crianças em tempos de matemática moderna? Referências e práticas de uma professora da cidade de Juiz de Fora*. O autor pesquisou a presença da geometria no Ensino Primário em Minas Gerais, de 1960 a 1970. Analisou os Programas de Ensino Primário de Minas Gerais, publicados em 1961 e 1965, revistas pedagógicas *AMAE Educando* e *Revista do Ensino* e materiais da professora. Com a análise, concluiu que no ensino de geometria há pequena presença do que havia sido discutido na Matemática Moderna.

Em relação às revistas *AMAE Educando*, de 1960 a 1970, destinadas aos professores primários, Mendonça (2016) observou que havia conteúdos do currículo da escola primária que deveriam ser ensinados, destacando as inovações pedagógicas, metodologias de ensino, reformas políticas e propostas curriculares. A teoria de conjuntos era enfatizada nas revistas, para ser ensinada no ensino primário. O autor observa

> o MMM no ensino primário no Brasil esteve mais ligado a uma proposta experimentalista, na qual o aluno deveria estar em atividade constante durante a construção do conhecimento via situações com materiais concretos. Assim, o professor seria o orientador das descobertas, intuitivas num primeiro instante, sistematizadas e formalizadas posteriormente. (MENDONÇA, 2016, p. 56)

Em relação ao ensino de geometria, destaca que antes do MMM os objetos de ensino se referiam à geometria euclidiana, figuras geométricas mais simples e suas propriedades.

O autor analisou dois programas. No primeiro, *Programa do Ensino Primário Elementar*, publicado em 1961, observou que um dos objetivos era aprimorar a visão dos alunos em relação às formas, sugerindo-se iniciar pelos objetos e depois ir aos conceitos e definições, para o ensino ser mais atrativo. Mas ainda havia traços da Escola Nova, sendo o aluno o centro do processo.

Já no programa de 1965, notou-se a introdução das ideias da Matemática Moderna, como a preocupação com o raciocínio da criança e não mais com a memorização e do termo Matemática Moderna em sua apresentação. Como no programa de 1961, poucas páginas foram destinadas à geometria, em comparação aos demais conteúdos. No primeiro, apenas a presença da geometria plana, e no segundo observou a presença da geometria plana e espacial e a introdução de materiais para a construção de figuras.

Mendonça (2016) cita artigos relacionados à matemática, publicados posteriormente à publicação dos programas. Por exemplo, no artigo *O Sistema de Numeração pela Teoria dos Conjuntos na 1ª série*, da revista de número 231, volume 37, publicada em 1968, o autor nada encontrou em relação à geometria, mas havia presença das propostas do MMM, como introdução da teoria dos conjuntos, entre artigos referentes ao período de 1967 a 1978. Neles, há conceitos da teoria dos conjuntos e presença da ideia de relações biunívocas.

O trabalho contribuiu principalmente para analisar o conteúdo de geometria no PEDREJF e em livros. Foram identificadas semelhanças, expostas no capítulo 5 da análise.

Trabalho a ser mencionado é a dissertação de mestrado de Oliveira (2018), *Geometria a e para ensinar: cadernos de normalistas e professores das séries iniciais – 1960 a 1980*. O autor pesquisou os saberes envolvidos na prática e formação de professores das séries iniciais das décadas de 1960 a 1980.

Na década de 1950 surgiram avanços científicos e tecnológicos em diversos países. E ocorreu a preocupação com a formação científica da população. Os Estados Unidos e vários países da Europa passaram a entender que seria essencial uma reforma no ensino da Matemática.

> O MMM, movimento que buscava reformular o currículo de matemática do ensino básico, foi discutido internacionalmente a partir da década de 1950, mas no Brasil a divulgação mais ampla das ideias do MMM só foi possível devido à criação de grupos de estudos, como por exemplo o GEEM (Grupo de Estudo do Ensino da Matemática) de São Paulo, o NEDEM (Núcleo de Estudos e Difusão do Ensino da Matemática) do Paraná e o GEEMPA (Grupo de Estudos e Ensino da Matemática de Porto Alegre). (OLIVEIRA, 2018, p.36)

Oliveira (2018) identificou as geometrias presentes nos cadernos de normalistas de 1960 a 1980, e nesse período houve influência do MMM.

O autor observou que as propostas para as séries iniciais davam prioridade aos saberes para ensinar, ou seja, os professores deveriam saber ensinar os conteúdos aos alunos, lidando com peculiaridades da escola, e não somente os professores saberem o conteúdo em si. Em relação a esses saberes, Oliveira inquiriu "metodologias de ensino; abordagens pedagógicas diversas como situações-problema, relações entre o saber a ensinar e o cotidiano do aluno, atividades investigativas; imagens ilustrativas; materiais didáticos, manipuláveis etc." (OLIVEIRA, 2018).

Nos cadernos, observou que a geometria não aparecia em todos eles. Quando surgiu, deu-se em poucas atividades. Um conteúdo presente em relação à geometria foi o estudo de perímetros, em atividades contextualizadas, que se mantiveram, como marca da Escola Nova. Oliveira (2018) defendeu que não se pode afirmar que houve abandono da geometria pelo fato de haver poucas atividades, pois havia atividade no caderno. Mostra que em algum momento o conteúdo foi ensinado aos alunos.

Em relação ao MMM, Oliveira (2018) afirma que nos cadernos estavam presentes marcas do Movimento, como a teoria de conjuntos e atividades sobre linhas convergentes e divergentes e curvas abertas e fechadas.

O trabalho de Oliveira (2018) se aproximou desta pesquisa, pois o autor desejou identificar os saberes para ensinar geometria em tempos de MM. A pesquisa teve a intenção de verificar esses saberes, mas diferentemente de Oliveira, não apenas a geometria, mas os saberes para ensinar matemática. O trabalho de Oliveira (2018), portanto, auxiliou na identificação desses saberes.

A dissertação de mestrado de Silva (2007), *Osvaldo Sangiorgi e o "fracasso da Matemática Moderna" no Brasil* teve o objetivo de compreender o livro de Morris Kline, *O fracasso da Matemática Moderna*, de 1973, em que Osvaldo Sangiorgi se apropriou desse livro

Em seu trabalho, Silva discorre sobre congressos de Ensino de Matemática que ocorreram no Brasil. O primeiro foi em 1955, o segundo em 1957 e o terceiro em 1959. Tinham como objetivo discutir o ensino de matemática, programas, livros, formação de professores e a modernização do ensino. Osvaldo Sangiorgi esteve presente nos três. No quarto congresso, em 1962, tratou-se da introdução da Matemática Moderna no ensino secundário.

Osvaldo Sangiorgi foi considerado responsável por grande parte da divulgação do movimento, em razão de seus livros didáticos sobre Matemática Moderna. Silva (2007) questiona se houve fracasso, pois ainda em 1980 Sangiorgi ministrava palestras sobre o MMM. E ainda como os educadores brasileiros receberam o livro de Morris Kline, e como Sangiorgi continuou a divulgar o movimento após esse "fracasso".

Em relação ao MMM, o autor destaca que um dos objetivos era a renovação pedagógica do ensino de matemática e a modernização dos programas.

O livro de Morris Klein foi publicado em 1973 nos EUA, e traduzido para o português em 1976. Klein estudou o ensino de matemática nos EUA, anterior ao MMM. Defendeu que o ensino era tradicional. A partir de 1952 novos currículos foram formulados. Klein, após 15 anos, estudou se com o novo programa o ensino de matemática havia melhorado e se tornado mais acessível aos alunos. Segundo Silva, Klein elencou vários defeitos em relação ao currículo do ensino tradicional, como a falta de motivação dos estudantes ao estudar determinado conteúdo, pois a forma ensinada não fazia sentido. Tornava-se evidente a necessidade de mudança nos currículos.

> O novo currículo visava ensinar aritmética, álgebra e trigonometria por uma abordagem dedutiva como a empregada ao ensino da geometria na escola secundária, ou seja, por meio de definições e axiomas, provar dedutivamente as conclusões denominadas teoremas. (SILVA, p. 68, 2007)

Porém, Klein defendia que os professores eram fundamentais, tanto quanto o currículo. Inicialmente deveria acontecer neles a transformação, modificando sua formação. Sangiorgi discordava de Kline nesse aspecto, pois no Brasil acontecia uma formação continuada por meio do GEEM, com o intuito de reorientá-los. Klein defendia ainda que a matemática do Movimento não era adequada ao nível de educação, e que o rigor poderia salvar a matemática, mas perderia os estudantes.

Silva destaca a importância que Sangiorgi deu ao MMM no Brasil:

> Pode-se dizer mesmo que na última década muita coisa importante foi registrada no Brasil em relação a novos currículos de Matemática em oposição aos tradicionais programas. Muita ênfase foi dada à teoria dos conjuntos, às relações e às estruturas na redação de novos programas. Foi modificado – no bom sentido – o panorama geral do ensino brasileiro relativamente ao ensino de uma Matemática, até então considerada "truculenta" e inacessível à maioria dos alunos, para uma Matemática Moderna, cheia de atrativos, de livros didáticos coloridos e de uma avaliação mais flexível, graças aos planejamentos que começavam a ser exigidos, além da importante missão de eixo metodológico de outras disciplinas, num caráter integrativo preconizado pela lei 5.692. (SILVA, p. 96, 2007)

Ainda em relação à mudança, Silva afirma que a proposta não era implantar currículos completamente inovadores, diferentes dos tradicionais, mas capazes de uma modernização da linguagem da Matemática.

Sangiorgi defendia que o movimento não teve somente pontos negativos no Brasil. Mas contribuiu para repensar a Educação Matemática, alterando o panorama geral do ensino. Após o Movimento sofrer diversas críticas, passou a introduzir, em artigos, propostas com tecnologias, sem substituir o raciocínio do aluno. Uma das críticas de Klein, "falta de aplicabilidade da matemática", seria resolvido, ao utilizar a informática, exercitando o conhecimento de sistema binário.

O trabalho de Silva permitiu compreender o motivo que se associa a Matemática Moderna ao fracasso no ensino.

Em relação ao MMM, deve ser citada a tese de doutorado de Arruda (2011), *Histórias e práticas de um ensino da escola primária: marcas e movimentos da Matemática Moderna*. O autor pretendeu analisar as propostas do movimento nacional e internacional. Arruda estudou como as propostas foram introduzidas nos anos iniciais do 1º Grau do Colégio de Aplicação da Universidade Federal de Santa Catarina, em 1980.

Como em outros trabalhos mencionados, Arruda destacou que o Movimento objetivava a introdução de novos conteúdos no currículo, como a linguagem da teoria de conjuntos, estruturas algébricas, topológicas e transformações geométricas.

A autora destacou que as ideias da Matemática Moderna chegaram ao Brasil em intercâmbio de estudantes, circulação e disponibilidade de livros e revistas estrangeiros. O GEEM, fundado em 1961 em São Paulo por Osvaldo Sangiorgi, teve grande importância no Movimento.

Referente ao Ensino Primário, Arruda observa

> Nessa direção, defendem-se princípios psicológicos e pedagógicos como indissociáveis ao novo programa de matemática do ensino primário, e enfatiza-se que a aplicação desse novo programa deve ser acompanhada de uma mudança de atitude em relação ao ensino, à aprendizagem, às finalidades, bem como de novos textos e exames. Propõem-se, assim, considerar três campos dialogando entre si, quais sejam: o matemático, o psicológico e o pedagógico. (ARRUDA, p. 45, 2011)

Sobre o currículo do Ensino Primário, a autora afirma

> O novo programa repousa, então, sobre a hipótese de que a aprendizagem das estruturas matemáticas é desejável, pois leva à compreensão e à aplicabilidade desse saber, antes não incentivada. Há uma articulação entre ensino e aprendizagem, salientando-se que não se trata de ensinar as estruturas matemáticas em um nível formal ou superficial (ingênuo). Trata-se de ensinar, colocando as crianças em presença de concretizações múltiplas dessas estruturas fundamentais, apresentando-as sob diferentes situações voltadas para a vida diária, jogos, contos matemáticos, manipulações de materiais, interpretação e construção de gráficos. (ARRUDA, 2011, p. 45)

Arruda (2011) elenca os novos conteúdos que deveriam ser introduzidos a partir das propostas do MMM. A autora enfatiza como deveria ocorrer no ensino primário devido ao objetivo do seu trabalho.

A autora destaca que a proposta do Movimento era o professor orientar os alunos em etapas, auxiliando-os, muitas vezes, com a utilização de materiais manipuláveis.

Professores de matemática do GEEM divulgaram a nova matemática do ensino primário, por meio de cursos.

Além dos conteúdos que a autora cita em seu trabalho em relação ao MMM, como em outros trabalhos citados, foi pertinente notar o significado dos grupos de estudo durante o MMM.

O artigo *O ensino de geometria em tempos de Matemática Moderna em Minas Gerais,* de Mendonça e Oliveira (2019), apresenta as marcas do MMM em materiais da professora Myriam Boardman de Oliveira. A professora mineira atuou no período do MMM, em Juiz de Fora.

Em relação ao ensino de geometria, Mendonça e Oliveira (2019) enfatizaram que havia propostas de substituição da geometria euclidiana por abordagens topológica, vetorial e por transformações. Para o ensino primário, as ideias de Zoltan Dienes foram relevantes. “A proposta de um programa moderno para o ensino primário considerava quatro caminhos a serem seguidos, quais sejam: (i) o algébrico, (ii) o aritmético, (iii) o lógico e (iv) o geométrico. A geometria teria o caminho com início nas noções de topologia” (MENDONÇA; OLIVEIRA, 2019, p. 1060).

Como em outros trabalhos, Mendonça e Oliveira (2019) afirmaram que o GEEM foi um dos grupos que auxiliaram, em cursos para os professores, a divulgação do MMM no Brasil.

Dos materiais da professora Myriam, os autores Mendonça e Oliveira (2019) analisaram a Coleção *Curso Completo de Matemática Moderna para o Ensino Primário* (CCMMEP), em cinco volumes, o *Caderno de Exercícios* (CdeE) e o *Caderno de Geometria* (CdeG). No primeiro material Mendonça e Oliveira (2019) observaram que as autoras da CCMMEP consideraram as apropriações em termos do ideário do MMM. "Há referências a todas as categorias por nós elencadas, quando se analisam os cinco volumes da obra: (i) presença da topologia; (ii) construções geométricas; (iii) linguagem de conjuntos; (iv) referências a Dienes e a Piaget; (v) uso de imagens e diagramas; (vi) uso de materiais didáticos; e, por fim, (vii) justificativa de propriedades" (MENDONÇA; OLIVEIRA, 2019, p. 1075). No caderno de exercícios, poucas marcas da Matemática Moderna foram encontradas nos exercícios de geometria. A exemplo do caderno de geometria da professora Myriam. Mendonça e Oliveira (2019) ressaltaram que o caderno foi confeccionado pela professora quando estava se preparando para o vestibular. O material não esteve associado à sua prática em sala de aula. Concluem que "embora a iniciação à Geometria por meio de uma abordagem topológica tenha sido uma das propostas importantes da Matemática Moderna para os primeiros anos escolares, esta perspectiva não parece ter repercutido" (MENDONÇA; OLIVEIRA, 2019, p. 1078).

Mendonça e Oliveira (2019) destacaram no artigo que propostas do MMM para a geometria no ensino primário estavam presentes na Coleção, mas nos cadernos não foram encontradas distintas marcas. Foi importante observar que apesar das fontes que os autores analisaram serem da época do MMM, não são todas que possuem marcas do movimento.

5 O PLANO EXPERIMENTAL E OS SABERES PROFISSIONAIS PARA ENSINAR MATEMÁTICA

O Plano Experimental da Delegacia Regional de Ensino de Juiz de Fora é de 1972, específico de matemática, assinado por Gilda Pazzini Lodi, Maria Célia Bueno, Maria Helena Andrade, Maria Helena Teixeira Neves, Rosa Emília de Araújo Mendes, Sônia Fiuza da Rocha Castilho e Yara Terezinha de Moura Cotta. O documento teve o intuito de orientar professores do primário de Juiz de Fora que atuavam na época. Ao analisar o plano buscou-se verificar inicialmente as propostas do MMM e como se orientava aos professores ensinar matemática a partir de tais preceitos. Algumas das responsáveis pelo Plano Experimental publicaram artigos na revista *Associação Mineira de Ação Educacional (AMAE Educando).* Os artigos encontrados foram objeto de análise, especialmente na relação com as propostas sistematizadas no Plano. Os livros da bibliografia do PEDREJF que foram encontrados também foram analisados, com a intenção de verificar como os saberes presentes se relacionam com os saberes no Plano.

Este capítulo apresenta primeiramente análise mais descritiva do Plano, artigos de matemática de revistas da AMAE Educando e análise dos livros, relacionando-os ao Plano.

5.1 PLANO EXPERIMENTAL DA DELEGACIA REGIONAL DE ENSINO DE JUIZ DE FORA: O ENSINO DE MATEMÁTICA PARA AS CRIANÇAS

O Plano é estruturado desta forma: Conhecimentos, Habilidades, Conteúdo, Atividades, Materiais, Avaliação. Todos os conteúdos apresentam a mesma estrutura

Figura 2 - Estrutura do plano

SISTEMA DE NUMERAÇÃO

CONHECIMENTOS

1 — Princípios e características do Sistema de Numeração Decimal.

* base decimal
* princípio de posição
* valor relativo e absoluto
* ordens e classes.

2 — Princípios e características do Sistema de Numeração Romano.

3 — Numeração Ordinal.

HABILIDADES

1 — Ler e escrever numerais de 5 ou mais algarismos de diferentes maneiras.

2 — Distinguir diferentes situações que implicam o uso de numerais.

CONTEÚDO	ATIVIDADES	MATERIAL	AVALIAÇÃO
1 — Números representados por 5-6 algarismos	— Usar o Q.V.L. (ampliado) para mostrar a formação de dezenas de milhares, centenas de milhares e milhões. • Que quantidade está representada neste Q.V.L.? • Que acontecerá se colocarmos mais 5 unidades na ordem das unidades? • Onde deveremos colocar as 10 unidades de milhar assim obtidas? • Que nome daremos a esta nova ordem formada?	— Q.V.L.	— Usa o Q.V.L. adequadamente para representar numerais de 4 algarismos?
	— Organizar atividades semelhantes para a introdução de centenas de milhares (e, posteriormente, dos milhões).		
	— Recapitular a função do zero, usando numerais formados de 4 ou mais algarismos: • Em 20.354 o zero nos indica que: a) não há unidades de milhar na ordem das unidades de milhar; b) as unidades desta ordem foram agrupadas na ordem superior; c) há 20 unidades de milhar naquele número. • Que nos indica o zero nos numerais abaixo: a) 402.645 b) 340.268 c) 300.456		— Reconhece a necessidade e a função do zero em determinadas situações?

?	Unidades de milhar	Centenas	Dezenas	Unidades
	IIIII IIII	IIIII IIII	IIIII IIII	IIII

+ 5

Fonte: Plano Experimental para a Matemática da Delegacia Regional de Ensino de Juiz de Fora (1972)

A parte de Conhecimentos se refere àqueles ensinados aos alunos. Nas Habilidades verificam-se as que os alunos deveriam adquirir após aprender o conteúdo. Os Conteúdos são organizados em subitens. Atividades contêm sugestões para o professor aplicar em sala de aula. Os Materiais são sugestões de materiais didáticos. A Avaliação apresenta questões a serem respondidas para verificar se o aluno compreendeu o conteúdo ensinado.

Em atividade sobre o conteúdo sistema decimal, verifica-se o incentivo às situações reais e que se relacionam com outras matérias (Ciências Naturais e Sociais), como proposto pelo ideário do MMM

Figura 3 - Exemplo de estrutura do plano

— Correlacionar o uso dos números com assuntos estudados em Ciências Naturais e Sociais:

- número de habitantes em Minas Gerais;
- valor de determinada produção agrícola no ano X;
- área de nosso Estado;
- comprimento de estradas importantes;
- distância entre cidades;
- extensão de rios;

Fonte: Plano Experimental para a Matemática da Delegacia Regional de Ensino de Juiz de Fora (1972)

No conteúdo de Adição e Subtração, uma das habilidades é: "Generalizar, quando as situações permitirem, relações e propriedades inerentes às duas operações." Observa-se que é desejado que os alunos tivessem essa habilidade. No MMM a generalização foi uma das propostas bastante defendidas.

Figura 4 - Incentivo à generalização

A criança deve chegar às seguintes generalizações:

$\boxed{\text{Um número é divisível por 5 quando termina em zero ou 5.}}$

•

$\boxed{\text{Os números terminados em zero são divisíveis por 2 e por 5.}}$

Fonte: Plano Experimental para a Matemática da Delegacia Regional de Ensino de Juiz de Fora (1972)

Outros exemplos de atividades de incentivo à utilização de vivências dos alunos para o ensino de matemática:

No conteúdo de Adição e Subtração, especificamente em Contagem:

Figura 5 - Sugestão do uso do cotidiano

— Aproveitar as situações de experiência da vida da criança:

- nas brincadeiras onde se exige a contagem de pontos;
- contagem dos meios de transportes da cidade;
- dos meninos e meninas de determinada turma;
- quantos jogadores são necessários num time de:

  volei

  futebol

  basquete;

Fonte: Plano Experimental para a Matemática da Delegacia Regional de Ensino de Juiz de Fora (1972)

Nas atividades de aplicação dos conhecimentos de Multiplicação e Divisão:

Figura 6 - Sugestão do uso do cotidiano

- Aproveitar situações relacionadas com a vida da criança na escola, na família e na comunidade a fim de aplicar os conhecimentos adquiridos.
- Explorar em problemas, dados referentes à indústria e comércio locais.
- Encarregar a criança de pesquisar e relatar situações em que se apliquem as idéias adquiridas sobre multiplicação e divisão.

Fonte: Plano Experimental para a Matemática da Delegacia Regional de Ensino de Juiz de Fora (1972)

Ainda nas atividades desse conteúdo, havia a proposta de os alunos formularem problemas.

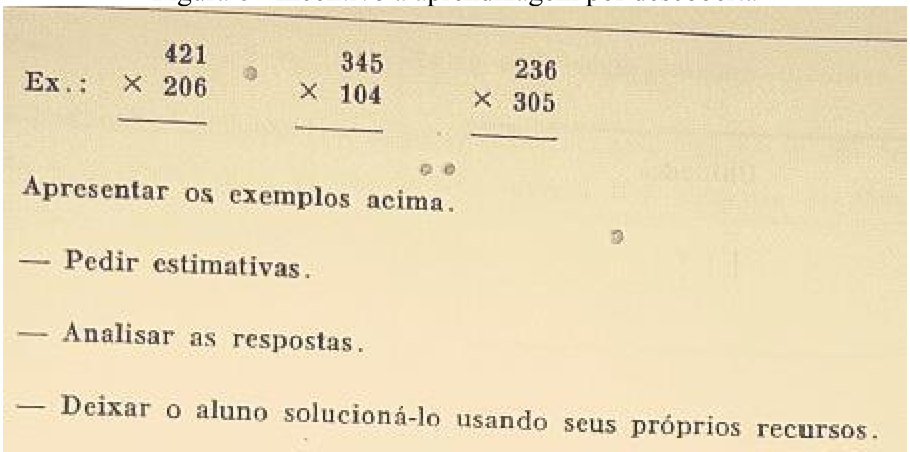
Figura 7 - Sugestão do uso do cotidiano

- Apresentar situações envolvendo a vida diária da criança na Escola, relacionando a matemática às outras áreas do currículo.
- Pesquisar comércio, indústria e agricultura locais, em busca de dados a serem utilizados em problemas.
- Encarregar também o aluno dessas pesquisas, incumbindo-o de descobrir situações e formular problemas envolvendo os dois processos.

Fonte: Plano Experimental para a Matemática da Delegacia Regional de Ensino de Juiz de Fora (1972)

Em uma das atividades posteriormente sugeridas, como proposta foi encontrada: “Deixar o aluno solucioná-lo usando seus próprios recursos”.

Figura 8 - Incentivo à aprendizagem por descoberta



Ex.: $\begin{array}{r} 421 \\ \times\ 206 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} 345 \\ \times\ 104 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} 236 \\ \times\ 305 \\ \hline \end{array}$

Apresentar os exemplos acima.

— Pedir estimativas.

— Analisar as respostas.

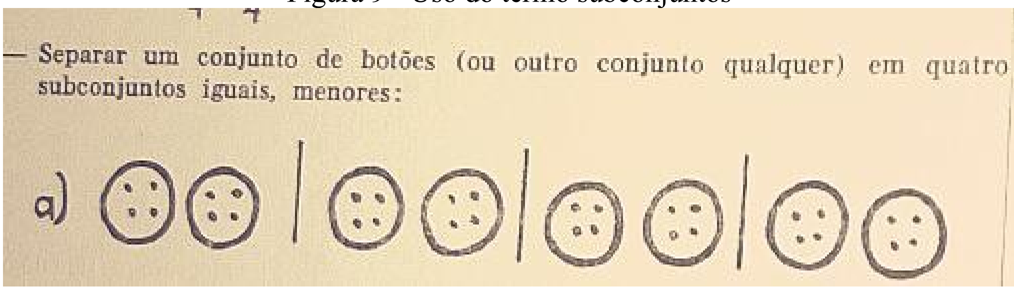
— Deixar o aluno solucioná-lo usando seus próprios recursos.

Fonte: Plano Experimental para a Matemática da Delegacia Regional de Ensino de Juiz de Fora (1972)

Havia incentivo à aprendizagem por descoberta, proposta relevante do MMM.

Nas duas figuras abaixo são utilizados os termos *conjuntos e subconjuntos*.

Figura 9 - Uso do termo subconjuntos

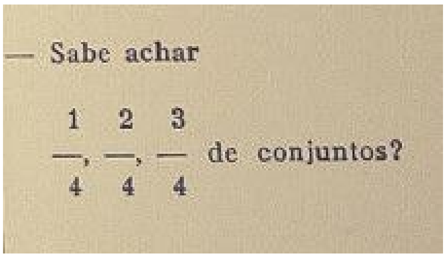


— Separar um conjunto de botões (ou outro conjunto qualquer) em quatro subconjuntos iguais, menores:

a)

Fonte: Plano Experimental para a Matemática da Delegacia Regional de Ensino de Juiz de Fora (1972)

Figura 10 - Uso do termo conjuntos



— Sabe achar

$\frac{1}{4}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{4}$ de conjuntos?

Fonte: Plano Experimental para a Matemática da Delegacia Regional de Ensino de Juiz de Fora (1972)

Incentiva-se o professor a ensinar a partir de conjuntos e subconjuntos.

No capítulo *Sistema legal de unidade de medida* observa-se nas atividades e nos materiais propostos a utilização de exemplos provavelmente da realidade dos alunos. Distintos materiais de uso cotidiano eram igualmente propostos, como a trena.

Figura 11 - Atividades e materiais reais

No Estudo da Alimentação:

• Visitar armazéns e depósitos de cereais, observando o uso prático de medidas.	— Balanças.
• Observar gráficos para comparar a diferença de produção dos diferentes cereais, nas diferentes micro-regiões.	— Gráficos, cartazes.
• Pesquisar sobre pesagem de diferentes materiais (cereais, minérios etc.) em toneladas.	— Revistas, livros e jornais.
• Estimar o consumo de leite por mês, em diferentes famílias (famílias numerosas, pequenas famílias).	— Latas grandes de leite — litros.
• Observar a pesagem de suínos.	

Fonte: Plano Experimental para a Matemática da Delegacia Regional de Ensino de Juiz de Fora (1972)

Nesse mesmo capítulo, ao estudar sobre quilômetros, sugeriu-se uma excursão: “Levar as crianças a um passeio de ônibus, para observar as quilometragens percorridas, chamando a atenção para os sinais encontrados na estrada”. Outra sugestão é “levar para a sala-de-aula o peso de um grama e de um quilograma. Deixar os alunos manuseá-los bastante para que comparem a diferença de peso de ambos” (JUIZ DE FORA, 1972, p. 119).

Ainda nessa unidade, encontram-se as seguintes orientações:

Figura 12 - Orientações de atividades

• Pesquisar informações a respeito das áreas dos municípios e Estados, aprensentadas em km^2.

• Estimar, à vista do metro quadrado, a área de superfície (área de um pátio, de uma sala etc.)

• Pesquisar situações que em que se usa a palavra área:

— área da sala;
— área do grupo;
— área de uma casa;
— área de um lote;
— área de um município;
— área de uma região;
— área de um Estado;

Fonte: Plano Experimental para a Matemática da Delegacia Regional de Ensino de Juiz de Fora (1972)

O último conteúdo sugerido pelo plano compõe a parte de geometria. Na figura abaixo observa-se que logo no início do estudo constam figuras sólidas e planas, antes mesmo de discorrer sobre ponto, reta e plano.

Figura 13 - Introdução à geometria

– Colocar sobre a mesa bolas, caixas, dados, círculos e quadrados recortados em cartolinas e vazados para que manipulando, os alunos identifiquem que são figuras *sólidas* (porque nelas facilmente se enxergam altura, comprimento e a largura) e *planas* (porque só possuem comprimento e largura).

Fonte: Plano Experimental para a Matemática da Delegacia Regional de Ensino de Juiz de Fora (1972)

Posteriormente introduz o conceito de espaço, ponto e reta, associado ao material mostrado pelo professor.

Há o conteúdo de ângulos associando-os aos ponteiros de um relógio de papelão. Sugeriu-se ao professor construir e levar. Introduz-se a utilização de transferidor e compasso.

Com a análise inicial foi possível notar que as autoras se inspiraram no MMM, sugerindo metodologias, atividades e mudanças no conteúdo, de acordo com as propostas da modernidade do ensino de matemática.

No final do documento, há bibliografias referentes à Matemática Moderna: *Conceituação Moderna,* de 1968, de Marcius Brandão; *A matemática moderna no ensino primário,* de 1967, de Zoltan Paul Dienes; revistas *AMAE Educando*, especificamente do número 1 ao 29.

Foram encontradas três revistas *AMAE Educando,* porém a de número 13 é a mais relevante para a pesquisa, pois sua publicação data de 1969, e faz parte da bibliografia. As demais revistas são de 1975 e 1987, e como o PEDREJF é de 1972, não fazem parte da bibliografia, mas os artigos de matemáticas foram analisados. Além do artigo relacionado à matemática, outros livros foram objetos de análise.

5.2 REVISTAS AMAE EDUCANDO E OS SABARES PROFISSIONAIS PARA ENSINAR MATEMÁTICA NO PRIMÁRIO

Com a proposta de buscar documentos ainda que as autoras fizeram parte da elaboração, foram encontradas três revistas da Associação Mineira de Ação Educacional, conhecidas como *AMAE Educando*. A revista é publicada ainda hoje, desde 1967, com o objetivo de orientar professores do Estado de Minas Gerais, com propostas, sugestões e notícias. As edições encontradas foram a 13ª, publicada em 1969, a 73ª, publicada em 1975, e a 185ª, publicada em 1987. Especialmente a 13ª mais interessa à pesquisa, pois para o PEDREJF foi uma das revistas consultadas pelas autoras.

Na de número 13 todas as autoras do PEDREJF estiveram presentes, desempenhando funções diferentes: **Composição, Redação e Revisão**: Maria Célia Bueno, Maria Helena

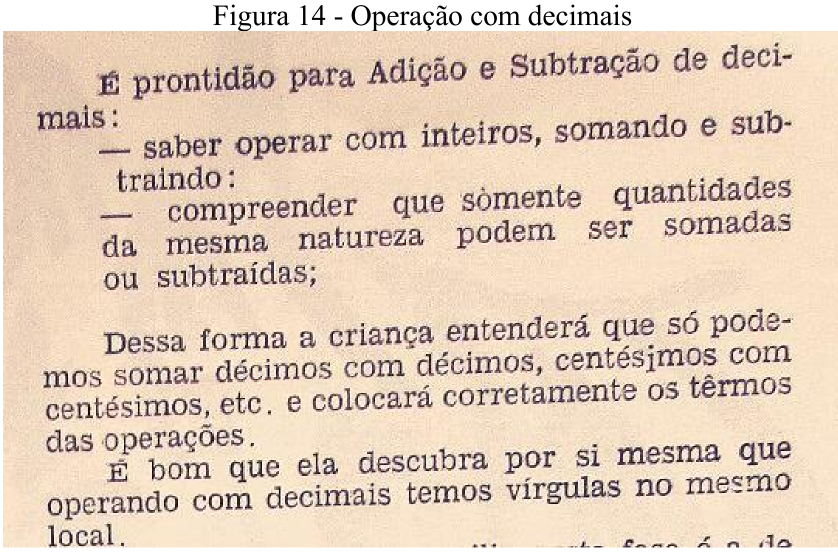
Teixeira, Sônia Fiuza da Rocha Castilho, Yara Terezinha de Moura Cotta; **Direção Financeira**: Gilda Pazzini Lodi; **Expansão e Divulgação**: Maria Helena Andrade, Rosa Emília de Araújo Mendes.

No índice há divisões quanto ao direcionamento: Primário, Pré-primário, Supletivo, Ensino Religioso, AMAE e demais. A única parte com conteúdo de matemática é o Primário. Houve análise mais detalhada dessa parte. O assunto presente na parte relacionada ao Primário é sobre Números Decimais. O nome da autora, Yara Terezinha de Moura Cotta, está no início desse tópico, dando a entender que foi responsável pelo texto. São apresentados conhecimentos prévios: Compreensão dos princípios básicos do Sistema de Numeração e Conhecimento das frações ordinárias. Sugere-se ao professor que verifique previamente se os alunos têm conhecimento, e se necessário volte a eles para não haver lacunas.

Atividades foram propostas para auxiliar o professor a identificar o conhecimento dos alunos em relação ao Sistema de Numeração. Depois das atividades, ainda é sugerida uma discussão do assunto.

No conteúdo de adição e subtração de decimais:

Figura 14 - Operação com decimais



É prontidão para Adição e Subtração de decimais:
— saber operar com inteiros, somando e subtraindo:
— compreender que sòmente quantidades da mesma natureza podem ser somadas ou subtraídas;

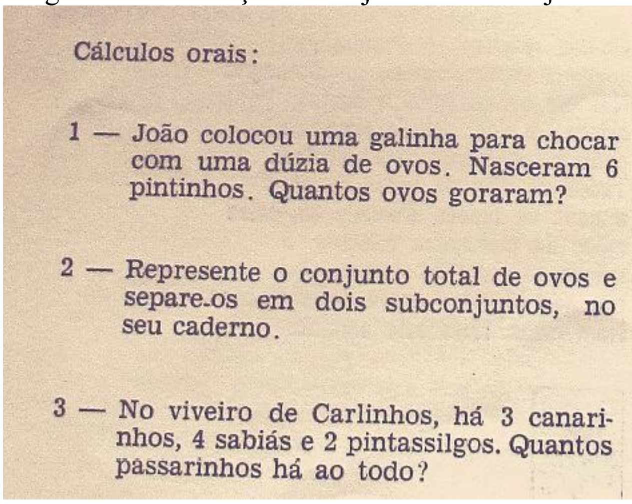
Dessa forma a criança entenderá que só podemos somar décimos com décimos, centésimos com centésimos, etc. e colocará corretamente os têrmos das operações.
É bom que ela descubra por si mesma que operando com decimais temos vírgulas no mesmo local.

Fonte: Revista AMAE Educando, 1969

A intenção é a criança entender que somente se podem somar quantidades de mesma natureza, sem o professor ter passado a regra “vírgula embaixo de vírgula”. Descobrindo sozinha, compreende o motivo da regra, sem simplesmente a decorar.

A revista possui distintas áreas, não específicas de matemática. No capítulo de Ciências Naturais, relacionado aos animais e destinado à primeira série, havia atividades de matemática, com a utilização de conjuntos e subconjuntos.

Figura 15 - Utilização de conjuntos e subconjuntos



Cálculos orais:

1 — João colocou uma galinha para chocar com uma dúzia de ovos. Nasceram 6 pintinhos. Quantos ovos goraram?

2 — Represente o conjunto total de ovos e separe-os em dois subconjuntos, no seu caderno.

3 — No viveiro de Carlinhos, há 3 canarinhos, 4 sabiás e 2 pintassilgos. Quantos passarinhos há ao todo?

Fonte: Revista AMAE Educando, 1969

A 13ª revista está na bibliografia do Plano, e percebe-se que a utilização de conjuntos e subconjuntos ao ensinar operações com números inteiros está presente na revista e no Plano.

Na 73ª, de 1975, o nome das autoras aparece nas seguintes categorias: **Presidente**: Gilda Pazzini Lodi; **Diretoras**: Rosa Emília de Araújo Mendes (Departamento Administrativo); **Departamento Cultura**: Maria Célia Bueno, Maria Helena Andrade; **Redação**: Yara Terezinha de Moura Cotta. Sônia Fiuza da Rocha Castilho e Maria Helena Teixeira não estão presentes na edição.

A parte da matemática se destina ao primário, com o conteúdo de Subtração, apresentado em mudança de base, utilizando as bases 5 e 8. Há ainda a utilização do termo "conjunto". No MMM, os números deveriam ser ensinados a partir de conjuntos, pois se considerava "uma propriedade dos conjuntos" (DIENES, 1967 *apud* FRANÇA, 2019, p.147). Na revista 73ª constata-se a utilização de conjuntos após o Plano, ou seja, as marcas do MMM presentes no Plano continuaram na revista de 1975.

A revista 185, publicada em 1987, possui o nome de autoras. **Presidente**: Rosa Emília de Araújo Mendes; **Diretora Administrativa Financeira**: Gilda Pazzini Lodi; **Conselho Superior**: Maria Célia Bueno, Maria Helena Andrade; **Conselho Fiscal**: Yara Terezinha de Moura Cotta.

Havia diferenças em relação às demais e ao Plano, com orientações aos professores em textos, o que não existia nas demais revistas e no PEDREJF. Os textos marcam a preocupação com os alunos, enfatizam que conhecer o aluno, o meio que vive e fatores psicológicos são essenciais. E a sondagem dos conhecimentos adquiridos anteriormente, facilidades e dificuldades. Para isso, o professor poderia aplicar testes. No texto inicial destaca o significado de um planejamento do professor e apresenta um quadro para auxiliá-lo.

Figura 16 - Quadro sugerido para auxiliar o professor

O quadro a seguir, pode facilitar a organização das etapas do ensino que o professor desenvolverá para que o aluno chegue a aquisição de conceitos:

Prontidão	Exploração	Simbolização	Organização	Fixação	Aplicação
Garantia dos pré-requisitos	Identificação do processo em situações concretas	Uso dos símbolos pertinentes	Descoberta de relações	Automatização do processo	Uso em novas situações

Fonte: Revista AMAE Educando, 1987

Há marcas do MMM, como simbolização e fixação. Apesar das diferenças, verifica-se ainda a prevalência das propostas.

5.3 O PLANO E OS LIVROS REFERENCIADOS: APROXIMAÇÕES E DISTANCIAMENTOS PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA

Tendo em vista analisar as propostas para ensinar matemática em termos de saberes profissionais presentes no Plano Experimental da Delegacia Regional de Ensino de Juiz de Fora, analisaram-se livros da bibliografia do PEDREJF. Desejou-se verificar em que medida os saberes profissionais sistematizados no PEDREJF se aproximam ou distanciam dos livros da bibliografia, orientados por um questionamento sobre apropriações das autoras acerca dos livros para a elaboração do PEDREJF, ou seja, em que medida se apropriaram dos saberes presentes nos livros e fizeram adaptações e modificações para elaborar o Plano. O capítulo se orienta pela questão anterior. Os livros analisados encontram-se na tabela abaixo.

Quadro 2: Livros analisados

Livro	Ano	Autor	Sigla
Ver, Sentir, Descobrir Aritmética	1967	Rizza de Araújo Porto	Livro A
Frações na Escola Elementar	1964	Rizza de Araújo Porto	Livro B
Curso Moderno de Matemática para Escola Elementar – III Volume	1968	LIBERMAN, M. Perelberg e outros	Livro C
Vamos aprender Matemática? – Guia do Professor	1967	Osório Normas Cunha e outros	Livro D
O Processo da Educação	1968	Jerome S. Bruner	Livro E
Uma Nova Teoria da Aprendizagem	1969	Jerome S. Bruner	Livro F

Lógica e Jogos Lógicos – Conjuntos, Números e Potências – Exploração do Espaço	1969	Zoltan Dienes; E. W. Golding	Livro G
A Matemática Moderna no Ensino Primário		Zoltan. P. Dienes	Livro H
Didática das Matemáticas Elementares	1967	Angel Diego Marques	Livro I

Fonte: Elaborado pela autora (2020)

Para haver familiaridade com os livros elencam-se algumas características. *Ver, Sentir, Descobrir Aritmética,* de 1967, **livro A**, se divide em três partes. Na primeira, Rizza de Araújo Porto discute sobre a sala de aula e oportunidades para utilizar materiais. Na segunda há materiais como Flanelógrafo, Caixa Valor de Lugar, Ábaco e Calculadora. Para cada material apresentado existe a descrição e exemplos de quando e como utilizá-lo. Alguns materiais podem ser confeccionados pelos alunos com auxílio da professora. O livro mostra como confeccionar os materiais. Na terceira e última parte se discorre exclusivamente sobre Cartazes na sala de aula, sua confecção e tipos.

Frações na Escola Elementar, de 1964, **livro B**, é da mesma autora, igualmente dividido em três partes. Na primeira, estão os aspectos gerais sobre frações, importância do material concreto e significado matemático de fração. Na segunda, as primeiras ideias para o ensino de frações - na 2ª série, 3ª série e 4ª série. Apresenta-se em detalhes como ensinar as frações em cada série. E na última parte há adição, subtração, multiplicação e divisão de frações.

Curso Moderno de Matemática para Escola Elementar, de 1968, **livro C**, destina-se ao segundo semestre do 1º ano, com Adição com três ou mais números, Leitura e escrita dos números de 20 a 99, Multiplicação e divisão, Fatos fundamentais da multiplicação e divisão, Conceito de metade, dobro, terça parte, triplo, quarta parte, quádruplo e Reconhecimento das formas. Os conteúdos são apresentados em atividades, com diversas figuras e imagens.

Vamos aprender Matemática? – Guia do Professor, de 1967, **livro D**, destina-se aos primeiros anos do Ensino Primário e apresenta os conteúdos matemáticos: Número Cardinal, Número Ordinal, Sistema Monetário, Sistema legal de Medidas e Geometria. O conteúdo de geometria trata de curvas abertas e fechadas, e interior e exterior de curvas. No livro há diversas sugestões.

O livro *O Processo da Educação,* de 1968, **livro E**, foi escrito por um psicólogo, Jerome Bruner. Trata de questões ligadas ao ensino não apenas de matemática, mas o processo de ensino para crianças de maneira geral. São seis capítulos com a introdução. Os demais tratam de assuntos como a importância da estrutura, a criança estar em condição de aprender, pensamento intuitivo e analítico, motivações da aprendizagem e recursos didáticos.

O livro *Uma Nova Teoria da Aprendizagem,* de 1969, **livro F**, do mesmo autor, elenca resultados de pesquisas em relação ao aprendizado da criança. Enfatiza instrumentos simbólicos da linguagem, dos números e da lógica. Defende ideias da matemática moderna, com sugestões e exemplos de atividades.

Lógica e Jogos Lógicos – Conjuntos, Números e Potências – Exploração do Espaço, de 1969, **livro G**, de Dienes e Golding, divide-se em três partes. A única encontrada no livro foi a parte dos *Conjuntos, Números e Potências*. Inicialmente há a introdução aos Conjuntos, seguido do conteúdo de Números. Deve-se ressaltar que os números são apresentados como propriedades dos conjuntos, e as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão são apresentadas a partir de conjuntos. O livro mostra lições e jogos que auxiliariam a compreensão de conjuntos.

O livro *A Matemática Moderna no Ensino Primário,* **livro H**, de Dienes, diferentemente do anterior, é específico para o ensino primário. Apresenta o conteúdo de Conjuntos e Operações sobre conjuntos para o ensino primário. Dienes trata de Operações lógicas, Números e operações. Orienta como ensinar aos alunos do primário, principalmente a ideia de Conjuntos. Ele sugere materiais concretos.

Didática das Matemáticas Elementares, de 1967, **livro I**, enfatiza o ensino de matemática pelo Método Cuisenaire. Na versão encontrada do livro faltam páginas, mas se pôde notar que o autor defende e explica a utilização do Método Cusinaire a partir de fundamentos psicopedagógicos.

Com a breve descrição dos livros, segue-se a análise do PEDREJF em relação aos saberes identificados, observando principalmente os adaptados ou apropriados aos livros.

O primeiro capítulo do PEDREJF é sobre Sistemas de Numeração. Nesse conteúdo há diversas atividades com sugestão de utilizar o Quadro Valor de Lugar (QVL):

Figura 17 - Sugestão do QVL

— Usar o Q.V.L. (ampliado) para mostrar a formação de dezenas de milhares, centenas de milhares e milhões.

- Que quantidade está representada neste Q.V.L.?
- Que acontecerá se colocarmos mais 5 unidades na ordem das unidades?
- Onde deveremos colocar as 10 unidades de milhar assim obtidas?
- Que nome daremos a esta nova ordem formada?

<table>
<tr><th>?</th><th>Unidades de milhar</th><th>Centenas</th><th>Dezenas</th><th>Unidades</th></tr>
<tr><td></td><td>||||| ||||</td><td>||||| ||||</td><td>||||| ||||</td><td>|||||</td></tr>
</table>

Fonte: Plano Experimental para a Matemática da Delegacia Regional de Ensino de Juiz de Fora

Nas atividades de Adição e Subtração do PEDREJF, além do Quadro Valor de Lugar, sugeriu-se o Cartaz Valor de Lugar.

No livro A aconselha-se o material Caixa Valor de Lugar, especialmente para os alunos mais novos, quando iniciam os estudos que relacionam unidades, dezenas e centenas. A Caixa Valor de Lugar é material que pode ser confeccionado pelos alunos, com ajuda do professor.

Figura 18 - Caixa Valor de Lugar

A Caixa Valor do Lugar é especialmente útil na demonstração do valor das ordens, no ensino sôbre a função do zero, na ilustração das complexidades da reserva na soma e na multiplicação.

Fonte: Ver, Sentir, Descobrir Aritmética (1967)

Além da Caixa Valor de Lugar, sugere-se também o Cartaz Valor de Lugar, feito com cartolina.

Figura 19 - Cartaz Valor de Lugar

Fonte: Ver, Sentir, Descobrir Aritmética (1967)

No livro indica-se que o uso da Caixa Valor de Lugar ou o Cartaz Valor de Lugar auxilia o ensino de contagem, em relação à posição e valor das ordens. O material pode ser útil para perceber a relação entre número abstrato e quantidade. Nota-se no PEDREJF que o Quadro Valor de Lugar é especialmente utilizado para trabalhar ordens. Para alguns conteúdos são sugeridos o QVL e o CVL, e para o professor utilizá-los ele precisa compreender que o fato em que dez unidades correspondem a uma dezena, e ainda, quando o aluno faz uma operação de adição por exemplo, a questão do "vai um" não é simples para o aluno, mas o QVL pode auxiliar nessa questão.

No conteúdo de Números Ordinais, para o aluno conseguir distingui-los dos Números Cardinais o PEDREJF sugere a atividade:

Figura 20 - Números cardinais

— Distinguir numerais ordinais de cardinais.

- os numerais cardinais respondem à pergunta "quantos?":

  "quantos livros você tem?"
  "quantas carteiras há na sala?"

- os numerais cardinais respondem à pergunta "qual?":

  "qual é o seu telefone?"
  "em qual dia estamos hoje?"

Fonte: Plano Experimental para a Matemática da Delegacia Regional de Ensino de Juiz de Fora (1972)

O documento mostra a ideia de "quantos" e "qual". Como no livro D, os autores defendem que ao ensinar o número Cardinal, deve-se introduzir a ideia de "Quantos?".

Figura 21 - A ideia de "quantos" para o número cardinal

— O uso do número cardinal envolve resposta à pergunta: "Quantos elementos há no conjunto?" Para responder a tal questão, é necessário considerar, coletivamente, *todos* os elementos do conjunto. O uso do número ordinal implica em resposta à pergunta: "Que lugar ocupa o elemento no conjunto?" Nesta resposta é necessário considerar a posição de um elemento em relação à dos outros, dispostos em determinada ordem.

Fonte: Vamos aprender Matemática? (1967)

Pelo exemplo do livro em relação aos números ordinais e cardinais, as autoras do PEDREJF sugeriram atividades semelhantes, mas com modificações.

Figura 22 - Números ordinais

- Identificar numerais ordinais de fato, embora com aparência de cardinais:
  - placas de carros;
  - numeração de casas, páginas e capítulos de livros;
  - talões de cheque;
  - títulos de reis, imperadores e papas;
  - dias do mês;
  - números de telefone etc.

Fonte: Plano Experimental para a Matemática da Delegacia Regional de Ensino de Juiz de Fora (1972)

No exemplo, indica-se que as crianças devem identificar números ordinais, relacionados a números cardinais. A relação é apresentada no livro.

Figura 23 - Relação número ordinal e cardinal

O uso do número ordinal e o do número cardinal estão intimamente relacionados. O número ordinal é usado quando se faz a pergunta "Onde?" com referência à posição

— Um número pode também ser usado para indicar a posição de um objeto em um conjunto de objetos ordenados. Por exemplo, quando se descreve uma casa como a "casa 5 a partir da esquina", o *número* 5 é usado para designar a posição dessa casa num conjunto de casas. Tal descrição implica no estabelecimento de um ponto inicial e de uma direção segundo a qual as casas são consideradas.

Fonte: Vamos aprender Matemática? (1967)

Porém, diferentemente do livro, no PEDREJF são apresentadas atividades já com a relação dos números cardinais e ordinais. Há ênfase do aluno em observar a distinção. Verifica-se novamente uma adaptação em relação as atividades sugeridas no livro A para o PEDREJF.

O conteúdo seguinte abordado no PEDREJF é Adição e Subtração. Em atividade nesse conteúdo pede-se:

Figura 24 - Pensamento Algébrico no Plano

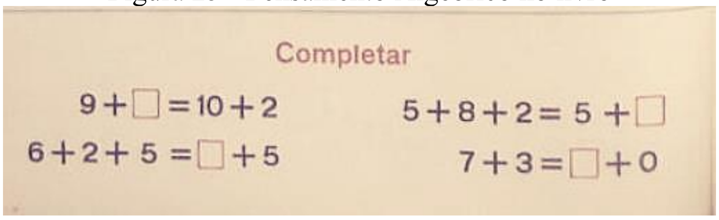
Encontrar o elemento que falta:

$\square + 20 = 50$ $\qquad$ $\square - 85 = 11$

Fonte: Plano Experimental para a Matemática da Delegacia Regional de Ensino de Juiz de Fora (1972)

Há semelhança com atividade do livro C:

Figura 25 - Pensamento Algébrico no livro


Completar

$9 + \square = 10 + 2$ $5 + 8 + 2 = 5 + \square$

$6 + 2 + 5 = \square + 5$ $7 + 3 = \square + 0$

Fonte: Curso Moderno de Matemática para Escola Elementar (1968)

Nas duas atividades o aluno deve descobrir o valor desconhecido para completar a sentença. Pelas atividades, verifica-se a introdução ao pensamento algébrico. Destaca-se que as duas atividades são sugeridas ao ensinar cálculos de Adição e Subtração. As autoras do PEDREJF podem ter utilizado o saber presente no livro para elaborar a atividade da imagem acima. É relevante ressaltar o incentivo ao pensamento algébrico como se denomina atualmente, por meio de exercícios aritméticos envolvendo valores desconhecidos e introdução à álgebra como uma das propostas ao ensino primário no MMM. A junção da aritmética com a álgebra no ensino primário foi uma das propostas do Movimento. “Gustave Choquet, no relatório da seção de estudos de 1959, em Royaumont, considerava que, já a partir do ensino primário, deveria haver um esforço em unificar o ensino de Aritmética e de Álgebra” (CANDEIAS, 2007 *apud* OLIVEIRA; SILVA; VALENTE, 2011, p.98). Por mais simples que pareçam essas atividades, o professor deve compreender que para achar o valor desconhecido requer uma interpretação do aluno. No exemplo $\square$ +20 = 50, o professor pode perguntar ao aluno “qual é o valor em que ao somar 20 resulta em 50?”

Percebe-se a utilização do pensamento algébrico relativamente à Subtração.

Figura 26 - Pensamento Algébrico e a utilização de símbolos

— Levar a classe à visualização da situação descrita, registrando em linguagem matemática.

- Carlos está fazendo uma coleção de selos; já possui alguns e ganhou 75 de seu padrinho. Quando foi colá-los no álbum, 17 se estragaram, ficando ainda com 150. Quantos selos possuía?

(Usar um símbolo para a quantidade desconhecida).

$\square$ —> quantidade de selos que Carlos possuía (desconhecida);

75 —> número de selos que Carlos ganhou de seu padrinho;

17 —> número de selos que se estragaram;

150 —> selos que ficaram.

Armar a sentença:

- $(\square + 75) - 17 = 150$

Fonte: Plano Experimental para a Matemática da Delegacia Regional de Ensino de Juiz de Fora (1972)

Além do pensamento algébrico, indica-se a utilização de um símbolo para representar a quantidade desconhecida. A simbolização foi uma das propostas do MMM.

Em várias atividades do PEDREJF, sugere-se, com auxílio do professor, que o aluno chegue a determinadas conclusões, como a atividade abaixo:

Figura 27 - Sugestão do aluno chegar a conclusões

- Trocar as parcelas de ordem e verificar o que aconteceu.
- 56 — 28 — 20 ———> armar estas parcelas variando a sua colocação de todos os modos possíveis, verificando o que aconteceu.
- Levar os alunos à conclusão:

Propriedade Comutativa da adição: a ordem das parcelas não altera a soma ou total.

Fonte: Plano Experimental para a Matemática da Delegacia Regional de Ensino de Juiz de Fora (1972)

O professor induziria o aluno a trocar as parcelas e notar o que acontece. O aluno chegará ao mesmo resultado, podendo, com o professor, concluir que a ordem das parcelas não altera o resultado da soma. Da mesma forma que a propriedade comutativa é apresentada aos alunos, as propriedades associativa e dissociativa (pode-se substituir uma parcela por duas ou mais equivalentes e a soma não se altera) assim serão, o professor induzindo o aluno a chegar a conclusões. O aluno ir a generalizações foi proposta defendida no MMM. Verificou-se que foi inserido no PEDREJF, e as autoras adequaram o saber em relação às generalizações para o conteúdo de Adição e Subtração.

Um dos materiais sugeridos no conteúdo é “Cartazes com generalizações”. No livro A, entre vários materiais indicados, um deles são os cartazes. “Os cartazes constituem um tipo de material visual, que pode ser desenvolvido para ajudar a criança na estrada que começa na necessidade do material concreto manipulativo e vai até à habilidade de operar com abstrações” (PORTO, 1965).

A autora argumenta que os cartazes devem ser elaborados pelos alunos, com orientação do professor, sempre após já ter sido apresentado aos alunos o conceito presente no cartaz. Os cartazes são dispositivos para uma síntese do ensino, sendo que para o professor utilizá-lo, ele precisa ter ensinado tal conteúdo e o aluno ter chegado à generalização como na figura 27, após fazer experiências trocando a ordem dos fatores da adição. Dessa forma a elaboração do cartaz pelo aluno e professor teria como objetivo fixar a generalização experimentada.

Ao se estudar Multiplicação e Divisão, há a seguinte atividade:

Figura 28 - Sugestão de generalizações

- Colocar em um quadro uma série de numerais.

— Pedir às crianças que risquem aqueles que representam números divisíveis por 2.

— Levar a criança a observar as características desses números.

1	$\boxed{2}$	3	$\boxed{4}$	5	$\boxed{6}$	7	$\boxed{8}$	9	$\boxed{10}$
11	$\boxed{12}$	13	$\boxed{14}$	15	$\boxed{16}$	17	$\boxed{18}$	19	$\boxed{20}$
21	$\boxed{22}$	23	$\boxed{24}$	25	$\boxed{26}$	27	$\boxed{28}$	29	$\boxed{30}$
31	$\boxed{32}$	33	$\boxed{34}$	35	$\boxed{36}$	37	$\boxed{38}$	39	$\boxed{40}$

— Perguntar:

— Quais são os números divisíveis por 2 na 1.ª fileira?

— Vocês se lembram de como chamamos esses números?

— E na segunda fileira? E na terceira?

— Há alguma semelhança entre os números da 1.ª fileira, os da 2.ª e os da 3.ª?

— Todos eles são divisíveis por 2?

— Todos eles são também múltiplos de 2?

— Levar a criança a elaborar as seguintes generalizações:

Um número é divisível por 2 quando é par.

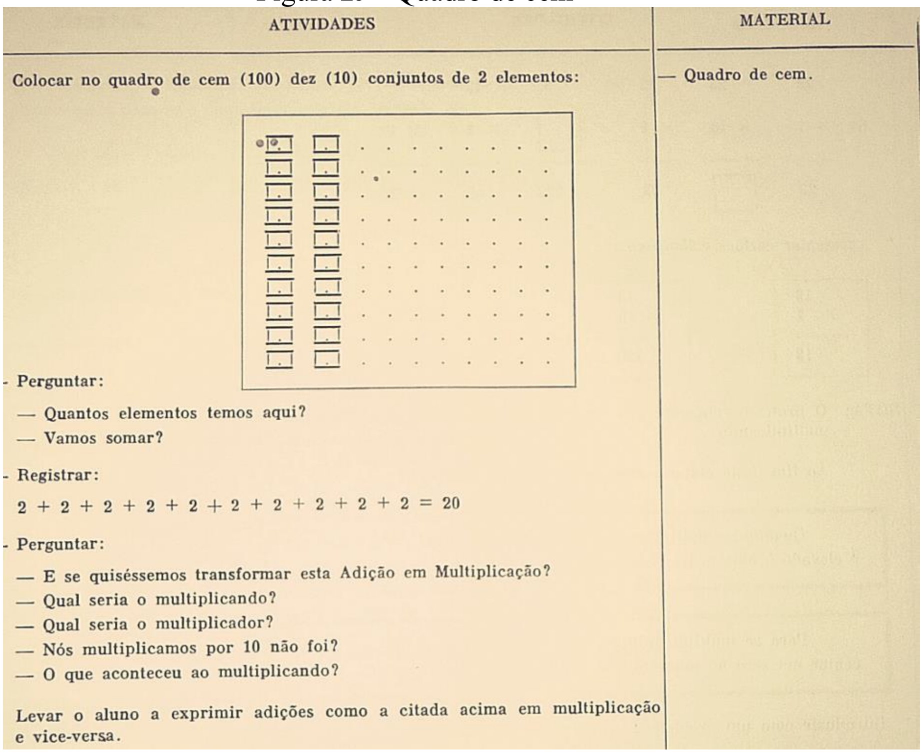
Todo número par é múltiplo de 2.

Fonte: Plano Experimental para a Matemática da Delegacia Regional de Ensino de Juiz de Fora (1972)

A partir das questões feitas aos alunos, eles chegariam a generalizações. Em relação a essa atividade não foram encontradas outras nos livros analisados. Novamente há esse método, em que o professor faz algumas perguntas ao aluno, induzindo o aluno a chegar em alguns resultados.

O conteúdo de multiplicação é a soma de parcelas iguais, sendo uma das atividades sugeridas a utilização do quadro de cem.

Figura 29 - Quadro de cem



ATIVIDADES	MATERIAL
Colocar no quadro de cem (100) dez (10) conjuntos de 2 elementos:	— Quadro de cem.

- Perguntar:
  — Quantos elementos temos aqui?
  — Vamos somar?
- Registrar:
  2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 = 20
- Perguntar:
  — E se quiséssemos transformar esta Adição em Multiplicação?
  — Qual seria o multiplicando?
  — Qual seria o multiplicador?
  — Nós multiplicamos por 10 não foi?
  — O que aconteceu ao multiplicando?

Levar o aluno a exprimir adições como a citada acima em multiplicação e vice-versa.

Fonte: Plano Experimental para a Matemática da Delegacia Regional de Ensino de Juiz de Fora (1972)

O quadro de cem é sugerido no livro A, com diversas finalidades. Ao ser ensinada a relação entre soma e multiplicação, as autoras utilizaram o quadro de cem para auxiliar a compreensão. As autoras do PEDREJF adequaram a utilização do quadro de cem ao conteúdo ensinado no momento. Para o professor utilizar o quadro de cem nessa atividade, ele precisa compreender que deve solicitar aos alunos que coloquem conjuntos com a mesma quantidade de elementos em cada conjunto, para que ao registrar a soma, depois possa relacionar com a multiplicação.

Como na Adição e Subtração, na Multiplicação e Divisão o QVL era expressamente utilizado. Particularmente na divisão:

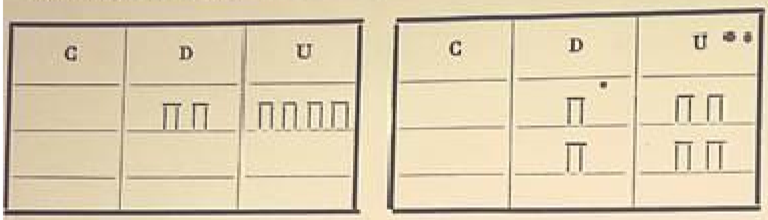
Figura 30 - Utilização do QVL na divisão

Ex.: Marcinha tem 24 pêssegos e quer colocá-los em duas caixas. Quantos pêssegos colocará em cada uma?

— Levar a criança a estimar a resposta.

— Pedir explicação do raciocínio.

— Representar no Quadro-Valor de Lugar.



— Perguntar:

- Quantas dezenas temos em 24? Quantas Unidades?
- O que vamos dividir primeiro?
- Então, são duas dezenas de pêssegos para duas caixas.
- Vamos colocar uma dezena em cada caixa.
- E agora? Vamos dividir as unidades?
- 4 (quatro) unidades divididas em 2 (dois) subconjuntos iguais são 2 (duas) unidades em cada um?
- Vamos registrar?

Fonte: Plano Experimental para a Matemática da Delegacia Regional de Ensino de Juiz de Fora (1972)

São sugeridos exemplos em que o divisor tivesse um algarismo, para o aluno praticar e representar no QVL. No livro A, sugere-se utilizar o Cartaz Valor de Lugar para ensinar o processo de divisão.

Figura 31 - Utilização do CVL na divisão

Divisão com o divisor de um algarismo. Êsse material é ideal para fazer a criança compreender tôdas as complexidades que ocorrem na divisão, inclusive a interpretação do quociente e dos restos intermediários e finais.

Fonte: Ver, Sentir, Descobrir Aritmética (1967)

Ainda na divisão pede-se:

Figura 32 - Materiais sugeridos

Levar a classe a separar conjuntos de 20, 30, 40, 50 etc. elementos em subconjunto de 10.	Tampinhas, contas e sementes.

Fonte: Plano Experimental para a Matemática da Delegacia Regional de Ensino de Juiz de Fora (1972)

Com materiais como tampinhas, contas e sementes, o aluno deveria separá-los em subconjuntos de dez. Nesse caso, era a utilização de material concreto para o aluno experimentar o sentido da divisão. As autoras do PEDREJF aderiram à utilização de materiais concretos, como sugerem os livros. Os materiais são dispositivos que o professor deveria utilizar para ensinar, ou seja, o conhecimento sobre a possibilidade de usar materiais concretos, como a forma de utilizá-lo seria considerada elemento de um saber profissional para ensinar matemática. Com isso, observa-se a presença dos saberes profissionais nos livros que foram reconfigurados no PEDREJF.

Ao introduzir a Multiplicação por números que possuíam dois ou mais algarismos, o PEDREJF orientava a introdução a partir de uma situação problemática. Ou seja, as autoras acreditavam que o aluno comprovaria o significado de aprender essa operação.

Figura 33 - Orientações a partir de uma situação problemática

— Introduzir em situação problemática.

— Pedir estimativa da resposta.

— Analisar as respostas encontradas.

— Visualizar no Quadro-Valor do Lugar.

— Registrar à vista do Quadro-Valor do Lugar

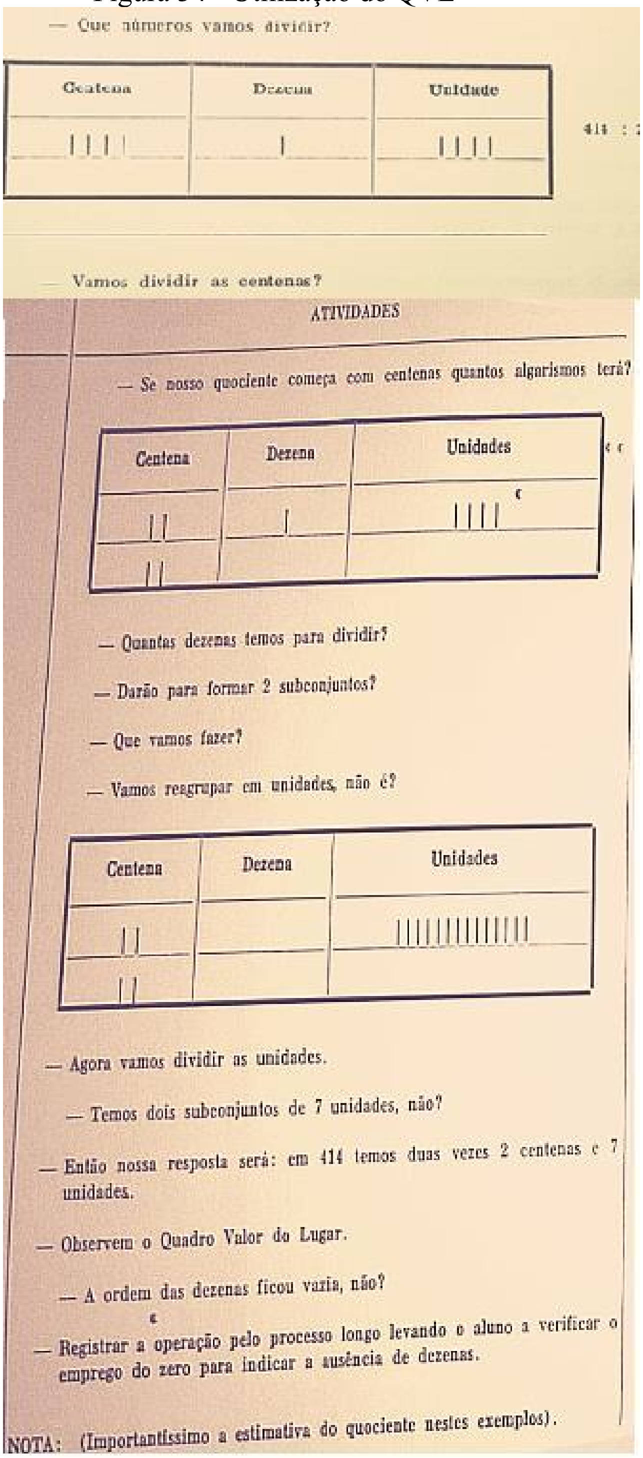
Titio arrumou os ovos colhidos na granja em 13 caixas. Em cada caixa colocou 2 dúzias. Quantos ovos ele colheu?

Fonte: Plano Experimental para a Matemática da Delegacia Regional de Ensino de Juiz de Fora (1972)

Ao ensinar um conteúdo a a partir de um problema o professor deveria pensar se o problema de fato seria útil para introduzir o conteúdo desejado. E em que medida o desenvolvimento do problema auxiliaria na compreensão do conteúdo. Dessa forma, introduzir um conteúdo através de um problema é uma forma de ensinar, ou seja, saber profissional. A introdução de um conteúdo por um problema não foi observada nos livros.

Nos casos de divisão em que o valor do quociente teria o zero como intermediário, as autoras acreditavam que com o QVL ficaria mais claro o aparecimento do zero. Observe:

Figura 34 - Utilização do QVL



— Que números vamos dividir?

<table><tr><th>Centena</th><th>Dezena</th><th>Unidade</th></tr><tr><td>||||</td><td>|</td><td>||||</td></tr></table>

414 : 2

— Vamos dividir as centenas?

ATIVIDADES

— Se nosso quociente começa com centenas quantos algarismos terá?

<table><tr><th>Centena</th><th>Dezena</th><th>Unidades</th></tr><tr><td>||</td><td>|</td><td>||||</td></tr><tr><td>||</td><td></td><td></td></tr></table>

— Quantas dezenas temos para dividir?

— Darão para formar 2 subconjuntos?

— Que vamos fazer?

— Vamos reagrupar em unidades, não é?

<table><tr><th>Centena</th><th>Dezena</th><th>Unidades</th></tr><tr><td>||</td><td></td><td>||||||||||||||</td></tr><tr><td>||</td><td></td><td></td></tr></table>

— Agora vamos dividir as unidades.

— Temos dois subconjuntos de 7 unidades, não?

— Então nossa resposta será: em 414 temos duas vezes 2 centenas e 7 unidades.

— Observem o Quadro Valor do Lugar.

— A ordem das dezenas ficou vazia, não?

— Registrar a operação pelo processo longo levando o aluno a verificar o emprego do zero para indicar a ausência de dezenas.

NOTA: (Importantíssimo a estimativa do quociente nestes exemplos).

Fonte: Plano Experimental para a Matemática da Delegacia Regional de Ensino de Juiz de Fora (1972)

Nesse caso, que não é simples para o aluno quando realiza uma divisão em que o zero aparece como intermediário, o QVL poderia ser bastante útil para visualizar a situação e compreender a divisão. Como no exemplo da figura 34, o professor deveria instruir o aluno que ao dividir as dezenas, ele teria que transformar uma dezena em dez unidades, e com isso a casa das dezenas fica vazia, ou seja, o resultado terá zero como intermediário. Nos livros não foram encontradas sugestões desse modo. As autoras adequaram a utilização do QVL ao assunto. Novamente observa-se um saber profissional utilizado para orientar como ensinar determinado conteúdo.

Ainda no conteúdo de multiplicação e divisão há sugestões de atividades do termo faltante.

Figura 35 - Termos faltantes

• Apresentar igualdades em qeu haja um elemento faltoso para o aluno o descobrir através das relações entre os termos da multiplicação.

Ex.: $42 \times \square = 1.512$

Perguntar:

— Que termos estão presentes?
— Que falta nesta igualdade?
— Que operação vamos fazer para descobrir o termo faltoso? Como pensaram?

$84 : \square = 4$

Perguntar:

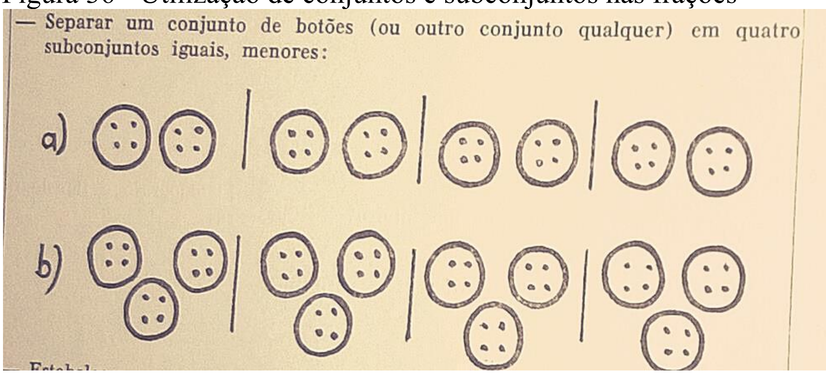
— Que estará faltando nesta igualdade?
— Que termos estão presentes?
— Que operação vamos fazer para descobrir o termo faltoso? Como pensaram?
— Por que, dvidindo-se o dividendo pelo quociente encontra-se o divisor?

Fonte: Plano Experimental para a Matemática da Delegacia Regional de Ensino de Juiz de Fora (1972)

Seriam trabalhadas operações inversas. Porém, destacam-se novamente símbolos e certo incentivo ao pensamento algébrico.

O conteúdo seguinte abordado é sobre Frações. Em uma das atividades iniciais, pede-se:

Figura 36 - Utilização de conjuntos e subconjuntos nas frações

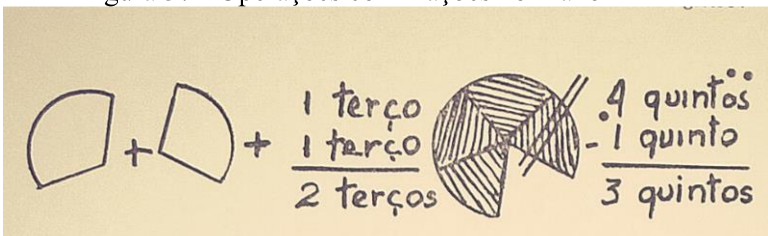


Fonte: Plano Experimental para a Matemática da Delegacia Regional de Ensino de Juiz de Fora (1972)

Ao trabalhar a noção de quartos com as crianças, utilizam conjuntos e subconjuntos. No exemplo acima, os alunos devem separar o conjunto de botões em quatro subconjuntos iguais. Utilizam um objeto (botões) como elemento do conjunto; no caso da letra “a” o conjunto de oito botões. A ideia que Dienes (1968) apresentou, de relacionar os números ao conjunto de objetos foi valorizada pelas autoras do Plano. Nos livros G e H, a valorização dos conjuntos foi bastante relevante, principalmente ao introduzir a ideia dos números. No livro H (s.d.), Dienes defende que o número é propriedade dos conjuntos. As autoras utilizaram a ideia de conjuntos no ensino de frações.

Para introduzir operações com frações, o PEDREJF sugeriu:

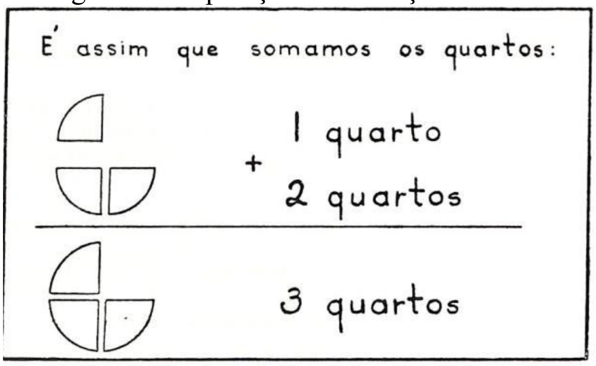
Figura 37 - Operações com frações no Plano



Fonte: Plano Experimental para a Matemática da Delegacia Regional de Ensino de Juiz de Fora (1972)

No livro B foi indicado da seguinte forma:

Figura 38 - Operações com frações no livro



Fonte: Frações na Escola Elementar (1964)

Ao introduzir operações com frações, as autoras do PEDREJF utilizaram a mesma ideia proposta no livro B.

No assunto de frações de um grupo - frações relacionadas a grupos de um mesmo objeto -, no PEDREJF foi incentivada a utilização de materiais como tampinhas, botões e palitos. E no livro B o mesmo material. As autoras do PEDREJF utilizaram sugestões do livro para elaborar o PEDREJF.

Para iniciar a fração dos oitavos, no livro B foi mostrada a comparação com meios e quartos. Pelo fato de já terem sido estudadas essas frações, o aluno poderia fazer as comparações, com ajuda do professor.

Figura 39 - Comparação de oitavos, meios e quartos

A própria criança, sob a vigilância da mestra, divide o círculo em 8 partes iguais. Vai, depois, observando uma parte, duas, três; através desta observação identifica o oitavo e os oitavos, procurando fixar seus detalhes. Compara, depois, um oitavo com oitavos; um oitavo com um meio; um oitavo com um quarto; quatro oitavos com um meio etc.

Descobrirá, através dessas comparações, as frações que se equivalem, estabelecendo as seguintes igualdades:

um meio = quatro oitavos
um quarto = dois oitavos
três quartos = seis oitavos

Fonte: Frações na Escola Elementar (1964)

E no PEDREJF há atividade envolvendo a mesma ideia, mas inicialmente introduz-se a fração de oitavos da seguinte forma:

Figura 40 - Introdução de oitavos

— Solicitar de cada aluno uma folha de caderno, ao mesmo tempo que o professor trabalha com a sua:

- Que temos aqui? (uma folha — uma folha inteira — um inteiro).
- Vamos dividi-la ao meio? Como se chama cada uma destas partes? (um meio).
- E se dividirmos cada meio, que teremos agora?
- Podemos dividir mais uma vez?
- Que nome daremos a estas partes que resultaram da divisão de 1/4 em dois pedaços iguais?

(Esperar as sugestões da classe; se estas não forem corretas, prosseguir de maneira a guiar o pensamento do aluno para a expressão "um oi tavo").

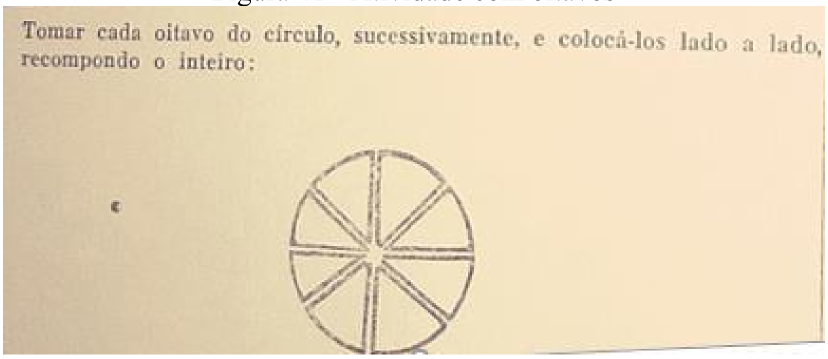
- Quantas destas partes contém o inteiro?
- Vamos verificar?

(A verificação pode ser feita pela superposição repetida do oitavo sobre uma folha inteira; ou pode ser obtida após a divisão dos 4 quartos em oitavos).

Fonte: Plano Experimental para a Matemática da Delegacia Regional de Ensino de Juiz de Fora (1972)

Após a introdução, pede-se que o aluno divida o círculo em oito partes iguais:

Figura 41 - Atividade com oitavos



Fonte: Plano Experimental para a Matemática da Delegacia Regional de Ensino de Juiz de Fora (1972)

Antes de introduzir a divisão do círculo, no PEDREJF, em oito partes, havia a orientação para, com auxílio do professor, o aluno chegar à fração de um oitavo. No livro não havia uma introdução dessa forma; verificava-se um método novo em relação ao livro de introduzir a fração dos oitavos. Destaca-se que essa forma de fazer questões ao aluno para chegar a um resultado é bastante utilizada no PEDREJF. Ou seja, esse saber profissional está presente no PEDREJF. Somente após várias atividades com oitavos, o PEDREJF introduziu a comparação de meios, quartos e oitavos. Esse modo de ensino, em questões, como a comparação que os temas propõem, é marca consolidada no método intuitivo. No MMM o método ainda era utilizado.

Figura 42 - Método das questões

Usar o flanelógrafo para apresentação de partes fracionárias e inteiros.

- Separar 1 inteiro.
- De quantos meios vou precisar para formar um inteiro?
- Então quantos meios tem um inteiro?
- Vamos escrever isto?

Um inteiro tem dois meios.

- Separar uma das metades:
  - de quantos quartos vou precisar para formar uma metade igual a esta?
  - comprove sua resposta colocando os quartos sobre a metade;
  - generalizar:

Dois quartos correspondem à metade de quatro quartos, do mesmo modo que um meio é a metade de dois meios.

- Separar um dos quartos:
  - de quantos oitavos preciso para formar 1 quarto?
  - comprove sua resposta por meio de um desenho;
  - generalizar:

Dois oitavos correspondem a um quarto; quatro oitavos correspondem a dois quartos; seis oitavos correspondem a três quartos.

Fonte: Plano Experimental para a Matemática da Delegacia Regional de Ensino de Juiz de Fora (1972)

Diferentemente do livro - na figura 39 menciona-se que o aluno chegará a tais resultados, no PEDREJF a orientação em relação a essas comparações é mais detalhada. Com o auxílio do professor o aluno fará as comparações. As autoras modificaram o saber presente no livro de forma mais sucinta, e introduziram-no no PEDREJF detalhadamente.

Para introduzir a nomenclatura de numerador e denominador, o PEDREJF sugeriu:

Figura 43 - Introdução de NUMERADOR

- Observar estas frações:

$$\frac{1}{8}, \frac{2}{8}, \frac{3}{8} \text{ etc.}$$

- Quantas partes tomamos na 1.ª fração? e na 2.ª? e na 3.ª?

- Então temos 1 (oitavo), 2 (oitavos), 3 (oitavos). 1, 2, 3...
Isto não é uma *enumeração* das partes?

- Logo, naquelas frações, o 1, o 2, o 3 ganham o nome de NUMERADOR da fração, porque enumera as partes que tomamos.

Fonte: Plano Experimental para a Matemática da Delegacia Regional de Ensino de Juiz de Fora (1972)

Figura 44 - Introdução de DENOMINADOR

- E o 8? que significa? Vejamos:

$$\frac{1}{8} \longrightarrow 1 \text{ oitavo}$$

$$\frac{2}{8} \longrightarrow 2 \text{ oitavos}$$

ou:

$$\frac{1}{4} \longrightarrow 1 \text{ quarto}$$

$$\frac{2}{4} \longrightarrow 2 \text{ quartos}$$

- Qual o numeral que dá o nome à fração em oitavos?

- Qual o numeral que dá o nome à fração "quartos"?

- Então o numeral que fica debaixo do traço de fração $(\frac{\quad}{8}, \frac{\quad}{4}, \frac{\quad}{2})$ é o que dá o nome à fração.

É o que *denomina* a fração.

Por isso seu nome é DENOMINADOR.

Fonte: Plano Experimental para a Matemática da Delegacia Regional de Ensino de Juiz de Fora (1972)

Figura 45 - Generalizações quanto às nomenclaturas

Generalizar:

O numerador indica o número de partes que tomamos do inteiro.

O denominador indica o nome das partes de acordo com o número de partes em que o inteiro foi dividido.

Numerador e denominador são termos de fração.

Fonte: Plano Experimental para a Matemática da Delegacia Regional de Ensino de Juiz de Fora (1972)

Constata-se, por meio de perguntas dirigidas aos alunos, que as nomenclaturas de numerador e denominador dariam sentido aos termos. No livro, a ideia para introduzir a nomenclatura é a mesma, mais sucintamente, sem sugestões de atividades.

Em seguida, encontram-se atividades de comparação de frações no livro e no PEDREJF:

Figura 46 - Atividade de comparação de frações no Plano

— Comparar frações com os mesmos denominadores.

- Apresentar uma série de frações:

$$\frac{1}{5}, \frac{2}{5}, \frac{3}{5} \text{ etc.}$$

- Analisar cada fração em relação ao significado de seus termos:

— Olhar a fração $\frac{1}{5}$. Ela pertence a um inteiro dividido em quantas partes?

— Quantas partes nós tomamos?

— Olhem agora a fração $\frac{2}{5}$. Ela é maior ou menor do que $\frac{3}{5}$?

Por quê?

- Demonstrar com material as situações acima descritas.

Fonte: Plano Experimental para a Matemática da Delegacia Regional de Ensino de Juiz de Fora (1972)

A atividade sugere perguntas que o professor deve fazer ao aluno para chegar à resposta - se a fração é maior ou menor do que a outra. Como no PEDREJF, no livro existe atividade semelhante.

Figura 47 - Atividade de comparação de frações no livro

Vamos levar, agora, a classe a comparar:
a) — frações com o mesmo denominador;
b) — frações com o mesmo numerador.
Escrevemos no quadro, por exemplo:

$$\frac{1}{8};\ \frac{2}{8};\ \frac{3}{8};\ \frac{4}{8};\ \frac{5}{8};\ \frac{6}{8};\ \frac{7}{8}.$$

Digamos:
— Olhem as frações que estão no quadro. Qual é a fração maior?
— Qual é a fração menor?

Fonte: Frações na Escola Elementar (1964)

As atividades apresentadas são semelhantes, mas novamente no PEDREJF houve o detalhamento na descrição da atividade. No livro, a atividade é mais direta. Verifica-se que as autoras modificaram o saber presente no livro, e adaptaram-no para inserir a atividade no PEDREJF.

Além do descrito sobre equivalência de frações, há distintas atividades semelhantes:

Figura 48 - Atividade de equivalência de frações no livro

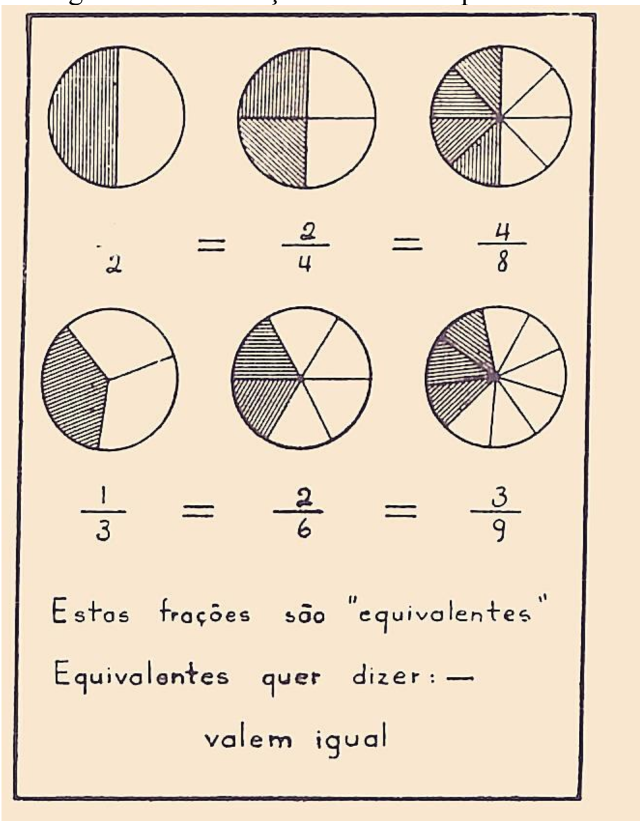
$$\frac{1}{4} = \frac{?}{8}$$

A professôra pede à classe que observe o que está escrito no quadro. Chama a atenção para o elemento numérico faltoso na igualdade. A criança pensa e diz o número de oitavos necessários para se ter um quarto do inteiro. Se preciso, será permitido que consulte o material, use o diagrama ou um desenho para encontrar a resposta.

Fonte: Frações na Escola Elementar (1964)

Após a atividade, indicou-se a introdução da palavra equivalência.

Figura 49 - Introdução do termo "equivalência"



Fonte: Frações na Escola Elementar (1964)

As atividades de equivalência no PEDREJF possuem a mesma intenção do livro, mas com diferenças.

Figura 50 - Atividade de equivalência de frações no Plano

— Realizar atividades semelhantes para estabelecer a equivalência entre 1 inteiro, 2 meios, 4 quartos, 8 oitavos.

— Fixar os conhecimentos através de exercícios em folhas mimeografadas:

- um meio é equivalente a .... oitavos;
- um inteiro é equivalente a .... oitavos;
- dois inteiros corresponde a .... oitavos;
- três meios correspondem a .... oitavos;

Fonte: Plano Experimental para a Matemática da Delegacia Regional de Ensino de Juiz de Fora (1972)

No livro e no PEDREJF o objetivo das atividades era o mesmo: o aluno chegar ao valor para se ter a equivalência das frações. Mas no livro utiliza-se primeiramente a atividade com o sinal de igual para depois tratar de equivalência, e no PEDREJF utiliza-se a palavra correspondente e depois equivalência, explicando que equivalência significa que as frações valem o mesmo. No livro e no PEDREJF se orienta que o professor explique o significado de equivalência. Em relação ao assunto constata-se que as autoras modificaram os saberes presentes no livro para inseri-los no PEDREJF.

Sobre frações maiores que um inteiro, no livro sugere-se que inicialmente não se pronuncie em frações impróprias. Inicia-se com materiais concretos e depois utilizam-se os símbolos.

Figura 51 - Introdução de frações maiores que um inteiro no livro

As atividades poderão ser realizadas com o uso do material e, depois, apenas com a forma simbólica, a fim de a criança aprender a caracterizar as frações menores, iguais e maiores que o inteiro.

Pode-se, por exemplo, ir registrando no quadro:

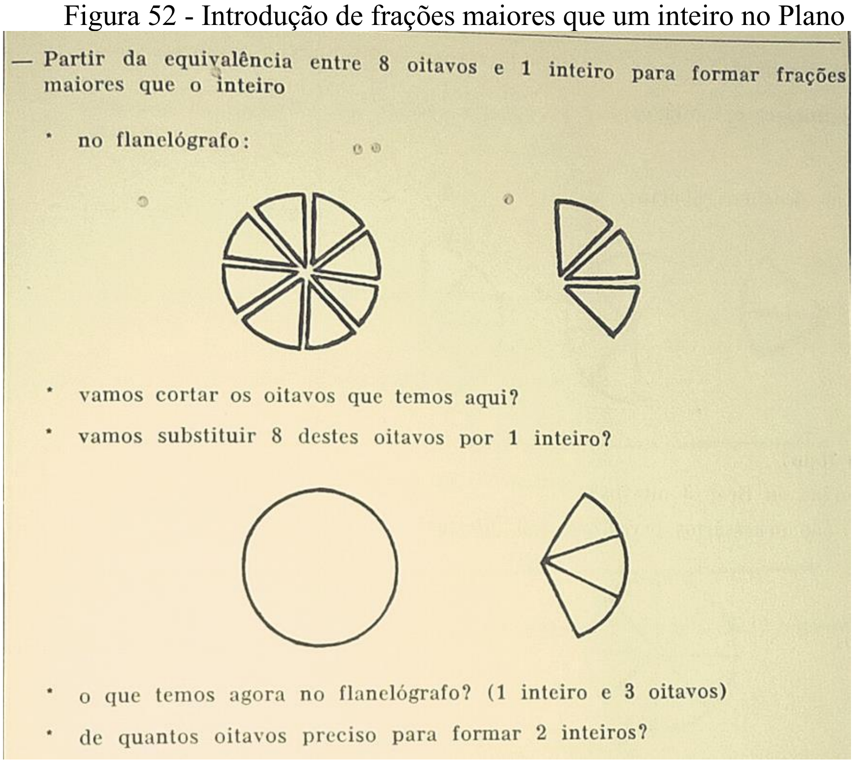
a) $\frac{1}{2}$; $\frac{2}{2}$; $\frac{3}{2}$; $\frac{4}{2}$

Fonte: Frações na Escola Elementar (1964)

Por meio de perguntas, o professor levará o aluno a chegar às frações menores, iguais e maiores que um inteiro.

Já no PEDREJF se indica deste modo:

Figura 52 - Introdução de frações maiores que um inteiro no Plano



— Partir da equivalência entre 8 oitavos e 1 inteiro para formar frações maiores que o inteiro

- no flanelógrafo:

- vamos cortar os oitavos que temos aqui?
- vamos substituir 8 destes oitavos por 1 inteiro?

- o que temos agora no flanelógrafo? (1 inteiro e 3 oitavos)
- de quantos oitavos preciso para formar 2 inteiros?

Fonte: Plano Experimental para a Matemática da Delegacia Regional de Ensino de Juiz de Fora (1972)

Ainda no conteúdo de Frações, para trabalhar as operações com frações no livro se orienta inicialmente a utilizar materiais concretos e em seguia iniciar uma junção de frações.

Figura 53 - Orientação para junção de frações

Tôdas estas operações realizadas com o material concreto formam a melhor preparação para um posterior registro com os símbolos. Por exemplo:

— Vamos colocar, aqui, no flanelógrafo 1/5. Agora coloquemos 3/5. Olhem bem e respondam: Quanto temos ao todo no flanelógrafo?

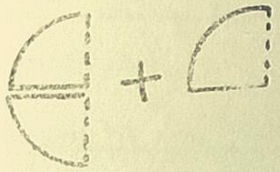
Fonte: Frações na Escola Elementar (1964)

No PEDREJF, a ideia é a mesma, mas se sugere que se inicie com uma situação problema, utilizando partes fracionárias de cartolina.

Figura 54 - Atividade de junção de frações

— Apresentar situações problemáticas, envolvendo adições e subtrações, para serem resolvidas com o material acima sugerido:

• Joãozinho ganhou $\frac{1}{4}$ de bolo e seu irmão $\frac{2}{4}$. Quanto do bolo eles ganharam?



Fonte: Plano Experimental para a Matemática da Delegacia Regional de Ensino de Juiz de Fora (1972)

Novamente verifica-se modificação ao introduzir a soma de frações. Destaca-se a utilização do flanelógrafo, no livro e no PEDREJF. A sugestão de utilizar o flanelógrafo está presente em diversos conteúdos, como na figura 52, em que exemplos de frações deveriam ser expostos nele. O professor deveria compreender que a utilização do flanelógrafo auxiliaria nos conteúdos que a visualização de um exemplo é importante, como nesse caso das frações, em que visualizar a representação de frações maiores que um inteiro auxilia na compreensão.

Ao iniciar Fração de um grupo, observa-se no livro:

Figura 55 - Relação entre fração e divisão no livro

a) — para achar um meio de um número, divido o número por 2;

b) — para achar 1/3, divido por 3; 1/3 do número é a terça parte dêsse número;

c) — para achar 1/4, divido por 4; 1/4 do número é a quarta parte dêsse número etc.

Fonte: Frações na Escola Elementar (1964)

De maneira semelhante ao livro B, no PEDREJF a introdução ocorre da mesma forma.

Figura 56 - Relação entre fração e divisão no Plano

— Relacionar:

* para achar metade do conjunto, divide-se por 2;
* para achar $\frac{1}{4}$ do conjunto, divide-se por 4;
* para achar $\frac{1}{8}$ do conjunto, divide-se por 8 etc.

Fonte: Plano Experimental para a Matemática da Delegacia Regional de Ensino de Juiz de Fora (1972)

Destaca-se que foi observado que o conteúdo de fração de um grupo, no PEDREJF é denominado fração de um conjunto.

No livro e no PEDREJF se indica que, por meio de algumas atividades, o aluno chegue a essas conclusões, com a ajuda do professor. Mas, após iniciar o conteúdo de Fração de um grupo, conforme a figura 55, no livro B se sugere que com o auxílio do professor o aluno chegue às seguintes conclusões:

Figura 57 - Conclusões que o aluno deve chegar, no livro

a) — quando desejamos encontrar um quarto de um número eu o divido por 4;
b) — se eu quero dois quartos, tenho que tomar o que representa um quarto, duas vêzes, isto é, a metade do número;
c) — se eu quero três quartos, tenho que tomar o que representa um quarto, três vêzes;
d) — se eu tomar quatro quartos, tomo o número todo.

Fonte: Frações na Escola Elementar (1964)

Mas no PEDREJF, entretanto, há primeiramente uma atividade para se chegar às conclusões.

Figura 58 - Atividade e generalização

$\frac{1}{6}$ de 36 = 6

$\frac{2}{6}$ de 36 = 6 + 6

$\frac{3}{6}$ de 36 = 6 + 6 + 6

$\frac{4}{6}$ de 36 = 6 + 6 + 6 + 6 etc.

— Analisar as tabelas:

- Que nos indica o denominador da fração?
- Isto: o número de partes em que o conjunto foi dividido.
- Que nos indica o numerador da fração?
- Sim: o número de partes que foram tomadas.
- Na fração $\frac{2}{6}$ dividimos o conjunto em 6 partes e tomamos 2.
- E na fração $\frac{5}{6}$? E na fração $\frac{3}{6}$?

— Generalizar:

Para achar 2 ou mais partes fracionárias de um conjunto dividimo-lo pelo denominador da fração e o resultado será multiplicado pelo numerador da fração.

Fonte: Plano Experimental para a Matemática da Delegacia Regional de Ensino de Juiz de Fora (1972)

Diferentemente do livro, as autoras do Plano desejaram inserir uma atividade antes da generalização. Nota-se a preocupação ao detalhar o que é $\frac{1}{6}$ de 36 (uma parte do conjunto que foi dividido em seis), o que são $\frac{2}{6}$ de 36 (duas partes do conjunto que foi dividido em seis), resultando em 6+6, pois são duas partes, chegando a 12, e assim por diante. Após a atividade tem-se a generalização.

O capítulo seguinte do PEDREJF trata de Decimais. Os objetivos são os seguintes:

Figura 59 - Objetivos ao trabalhar Decimais no Plano

DECIMAIS

OBJETIVOS

CONHECIMENTOS

1 — Décimos:
- contagem
- comparação
- equivalência
- registro

2 — Centésimos: idem

3 — Milésimos: idem

4 — Relacionamento com:
- sistema monetário
- sistema de medidas
- frações

HABILIDADES

1 — Ler e escrever numerais decimais, por meio de palavras, algarismos e através de decomposição.

2 — Saber usar o Q.V.L. para representar decimais.

3 — Saber usar material para interpretar situações envolvendo decimais.

Fonte: Plano Experimental para a Matemática da Delegacia Regional de Ensino de Juiz de Fora (1972)

Ao se analisar os livros da bibliografia do Plano, não se encontrou parte específica para ensinar Números Decimais; apenas no livro B há parte sobre Frações Decimais. Na figura acima, um dos conhecimentos do conteúdo de Decimais é relacioná-lo a frações.

No livro B, ao relacionar as frações com os números decimais, a sugestão é a seguinte:

Figura 60 - Relação entre frações e números decimais

O conhecimento de algumas relações nesta aprendizagem de décimos e centésimos será de grande alcance para o aluno. Terá oportunidade, assim, de descobrir resposta para perguntas como:

— O que é maior: 1/10 ou 1/100? Por que?

— De quantos décimos preciso para ter a metade do inteiro?

$$\frac{1}{2} = \frac{?}{10}$$

— De quantos centésimos preciso para ter a metade do inteiro?

$$\frac{1}{2} = \frac{?}{100}$$

Fonte: Frações na Escola Elementar (1964)

Há no PEDREJF atividades com o mesmo objetivo, mas existem distintas sugestões anteriores.

Figura 61 - Atividade com números decimais

— Analisar numerais decimais em relação à unidade:

	Dezenas	Unidades	Décimos
0,7										

- Como lemos este numeral decimal?
- Que representam 7 décimos?
  (7 partes das 10 iguais, em que foi dividida a unidade)
- Quantas partes faltam para completar a unidade?
- Poderíamos escrever 7 décimos de outra maneira?

  Qual? $\left(\dfrac{7}{10}\right)$

Fonte: Plano Experimental para a Matemática da Delegacia Regional de Ensino de Juiz de Fora (1972)

Após a atividade acima, há atividades de transformação de números decimais em frações, atividades com números mistos e atividades com a ideia de fazer o aluno sentir a necessidade de simplificar algumas frações, como $\frac{5}{10}$. Posteriormente, há a seguinte atividade:

Figura 62 - Atividade relacionando frações e decimais

- Transformar frações ordinárias em decimais:

- procurar, por equivalência, uma fração decimal de denominador 10, 100 ou 1.000:

  $$\frac{1}{5} = \frac{2}{10}$$

- usar o numerador desta nova fração como parte fracionária do numeral decimal, que deverá ter tantas ordens quantos forem os zeros do denominador;
- usar o zero na ordem das unidades porque a quantidade indicada é menor do que 1:

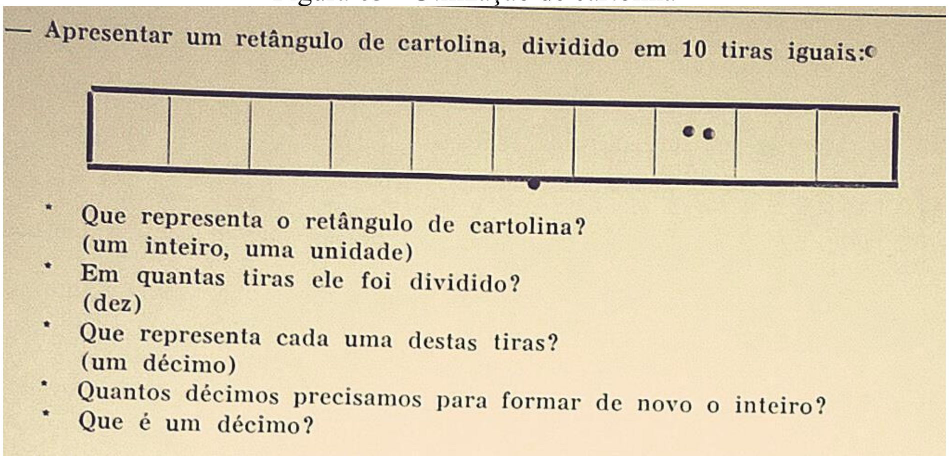
  $$\frac{1}{5} = \frac{2}{10} \qquad \frac{2}{10} = 0{,}2$$

Fonte: Plano Experimental para a Matemática da Delegacia Regional de Ensino de Juiz de Fora (1972)

Constata-se que as autoras do Plano acreditavam que antes de inserir a equivalência era essencial ter distintos conhecimentos. No Plano se orienta que os alunos percebam a necessidade de simplificar frações. As autoras acreditavam ser essencial o aluno chegar a algumas conclusões, com induções do professor.

Anteriormente, para introduzir os Decimais o Plano sugeria:

Figura 63 - Utilização de cartolina



— Apresentar um retângulo de cartolina, dividido em 10 tiras iguais:

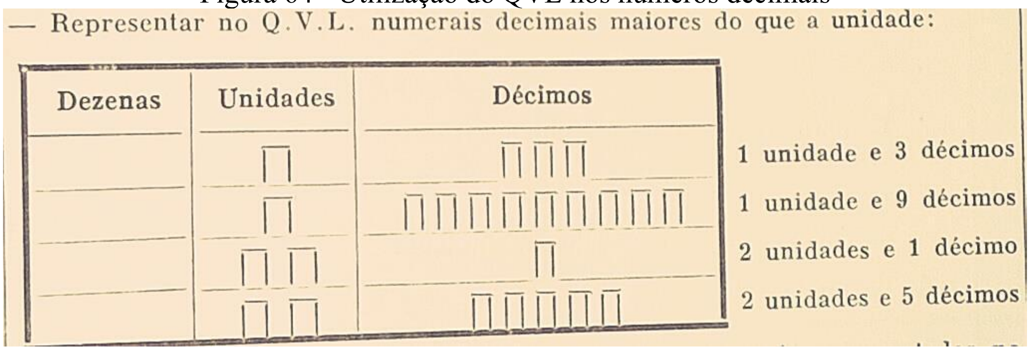
- Que representa o retângulo de cartolina?
  (um inteiro, uma unidade)
- Em quantas tiras ele foi dividido?
  (dez)
- Que representa cada uma destas tiras?
  (um décimo)
- Quantos décimos precisamos para formar de novo o inteiro?
- Que é um décimo?

Fonte: Plano Experimental para a Matemática da Delegacia Regional de Ensino de Juiz de Fora (1972)

Por meio de um retângulo o professor apresentaria aos alunos como um inteiro e dividido em dez partes iguais, o professor introduz o conceito de décimos. A ideia é de fração, mas não se menciona. E ainda, nos livros da bibliografia analisados não há a apresentação em relação aos Números Decimais. Com isso, nos livros não foi encontrada associação com o modo de ensinar o assunto.

No conteúdo, utiliza-se o Quadro Valor de Lugar com relativa frequência.

Figura 64 - Utilização do QVL nos números decimais



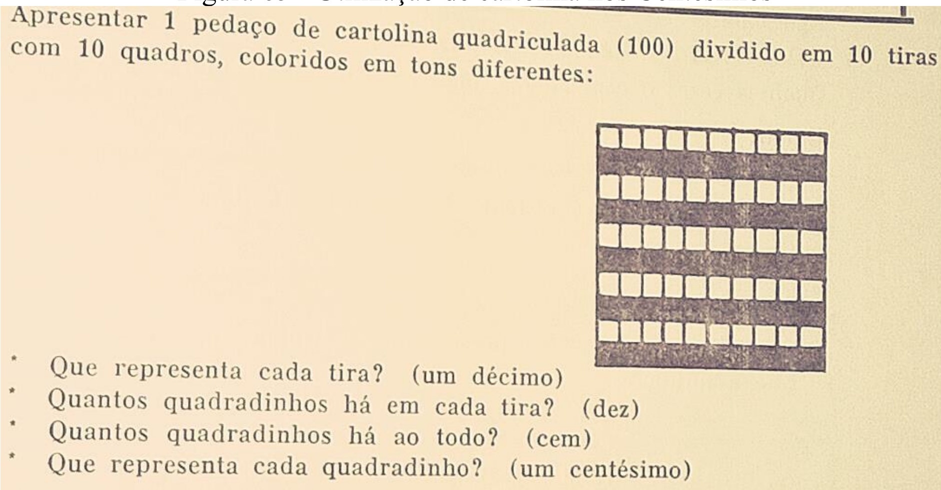
— Representar no Q.V.L. numerais decimais maiores do que a unidade:

Fonte: Plano Experimental para a Matemática da Delegacia Regional de Ensino de Juiz de Fora (1972)

Não apenas para estudar os números o QVL é utilizado, mas para os Números Decimais. Há a adaptação em relação ao livro A, pois nele encontra-se sugestão do QVL, mas não para os décimos. Ou seja, um saber mantido em relação ao livro que as autoras consultaram para a elaboração do Plano, mas com adaptação para esse conteúdo.

Em relação à introdução dos Centésimos, a ideia é a mesma. Mas se sugere utilizar um pedaço de cartolina quadriculada, e em perguntas aos alunos, o professor introduz o conceito de centésimos.

Figura 65 - Utilização de cartolina nos Centésimos



Apresentar 1 pedaço de cartolina quadriculada (100) dividido em 10 tiras com 10 quadros, coloridos em tons diferentes:

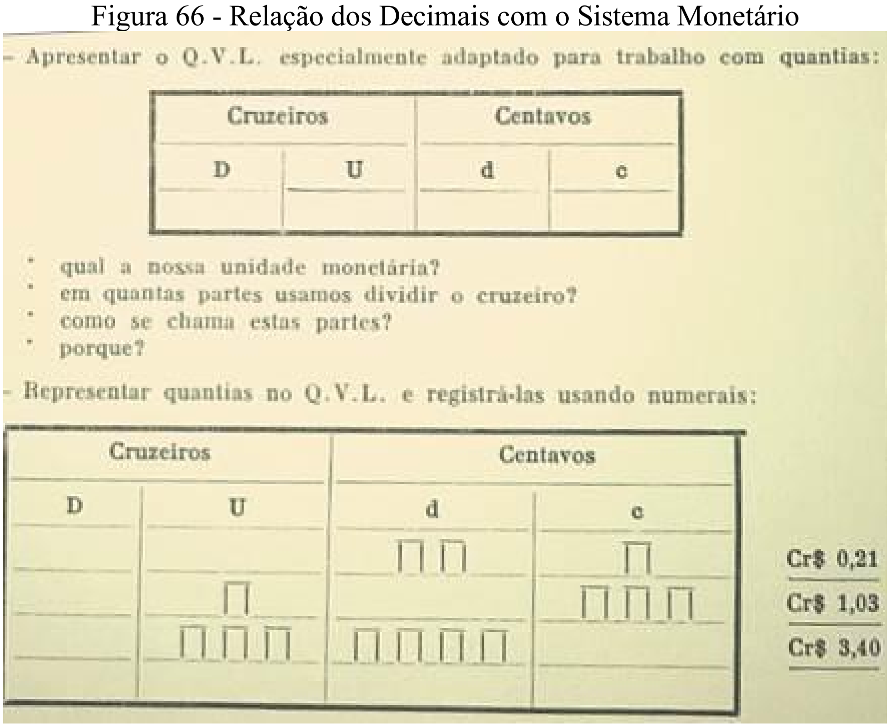
- Que representa cada tira? (um décimo)
- Quantos quadradinhos há em cada tira? (dez)
- Quantos quadradinhos há ao todo? (cem)
- Que representa cada quadradinho? (um centésimo)

Fonte: Plano Experimental para a Matemática da Delegacia Regional de Ensino de Juiz de Fora (1972)

Com a sugestão de utilização de cartolina as autoras acreditavam que era maneira de introduzir os centésimos, ensinar o assunto. Ou seja, o método da utilização da cartolina quadriculada para trabalhar os centésimos é saber presente no PEDREJF.

Ainda nesse conteúdo, há uma relação com o Sistema Monetário.

Figura 66 - Relação dos Decimais com o Sistema Monetário



- Apresentar o Q.V.L. especialmente adaptado para trabalho com quantias:

Cruzeiros		Centavos	
D	U	d	c

- qual a nossa unidade monetária?
- em quantas partes usamos dividir o cruzeiro?
- como se chama estas partes?
- porque?

- Representar quantias no Q.V.L. e registrá-las usando numerais:

Cruzeiros		Centavos		
D	U	d	c	
				Cr$ 0,21
				Cr$ 1,03
				Cr$ 3,40

Fonte: Plano Experimental para a Matemática da Delegacia Regional de Ensino de Juiz de Fora (1972)

Constata-se a modificação do QVL para o Sistema Monetário, relacionando-o aos números decimais. No exemplo observa-se que o Plano sugere atividades ligadas à vida da criança.

O capítulo seguinte do Plano é Sistema Legal de Medida. No livro D há um capítulo destinado ao assunto. Como as autoras utilizaram o livro para a elaboração do Plano, tentou-se analisar em que medida saberes contidos no livro foram por elas apropriados.

Sugere-se que o professor utilize lápis, varetas e outros materiais para as crianças começarem a medir a partir deles. Por exemplo, medir uma caneta a partir de um prego, que seria a unidade; a criança faz a comparação.

O objetivo e atividade do livro são os seguintes:

Figura 67 - Objetivo do conteúdo de Sistema Legal de Medida

Objetivo

Levar a criança a ver que podemos medir os comprimentos dos objetos usando determinada unidade, uma ou várias vêzes.

"Agora vamos encontrar o comprimento do prego. Coloque suas varetas junto dêle. O prego é mais longo que uma varetinha? O comprimento dêle é maior que o de uma vareta? Como o compri-

Fonte: Vamos aprender Matemática? (1967)

As demais atividades são de medição com algum material sugerido.

Em relação ao conteúdo, no PEDREJF deve-se observar que é diferente dos demais capítulos, orientado por atividades experimentais, como as excursões. Inicialmente indica-se que devem ser aproveitadas todas as oportunidades da vida da criança:

Figura 68 - Sugestão de atividades experimentais

No Estudo das Vias de Comunicação:

- Estimar a extensão das estradas que unem uma cidade a outra; (cidades vizinhas da região).
- Conferir a estimativa consultando mapas da região. Consultar mapas e guias rodoviários.
- Estimar a extensão das quilometragens asfaltadas e das quilometragens sem asfalto:
  — verificando a distância entre sua cidade e outra;
  — comparando as distâncias entre duas cidades vizinhas da área;
- Realizar uma excursão a uma carpintaria. Medir os móveis, tábuas, focos

Fonte: Plano Experimental para a Matemática da Delegacia Regional de Ensino de Juiz de Fora (1972)

São diversas atividades com sugestões para o aluno estimar uma medida. Sugere-se a utilização da trena, o aluno a manuseando. É introduzida, então, as unidades de medida, como metro e quilômetro. São sugeridas também algumas atividades utilizando as unidades de medidas. Propõe-se uma excursão para os alunos observarem a quilometragem percorrida.

Figura 69 - Sugestão de excursão

Excursão:	
• Levar as crianças a um passeio de ônibus, para observarem as quilometragens percorridas, chamando-lhes a atenção para os sinais encontrados na estrada.	— Metro, fita métrica, trena.
• Deixar que as crianças caminhem nas estradas medindo suas caminhadas para estimar e sentir a distância correspondente a um quilômetro.	

Fonte: Plano Experimental para a Matemática da Delegacia Regional de Ensino de Juiz de Fora (1972)

Para as Medidas de Massa, utiliza-se a mesma ideia: excursões e uso de balanças.

Figura 70 - Material sugerido: balança

Visitar armazéns e depósitos de cereais, observando o uso prático de medidas.	— Balanças.

Fonte: Plano Experimental para a Matemática da Delegacia Regional de Ensino de Juiz de Fora (1972)

No livro D se sugere a utilização da balança no estudo de Medidas de Massa, e atividades experimentais, com materiais concretos, com pesos, para as crianças perceberem qual a mais leve e a mais pesada.

No Plano há proposta semelhante, mas a ideia é o professor portar pesos de um grama e um quilograma para a criança perceber a mais leve. Há ideia de mais leve e mais pesada no livro D e no Plano, com algumas modificações. No Plano pede-se que o professor utilize materiais da sala de aula, como livros e apagador, e a criança estime os pesos e depois os confira na balança. Novamente há atividades experimentais. Ainda, com as Medidas de Capacidade a mesma ideia é sugerida, sempre com atividades experimentais.

Figura 71 - Sugestões de atividade experimentais em medidas de capacidade

• Levar os alunos a fazerem no "Cantinho da Matemática" uma coleção de litros os mais diversos: de vidro, de lata, de plástico de formas e cores diferentes.	Litros os mais diversos.
• Visitar um posto de gasolina, para observar os tipos de litros lá encontrados e observar o seu conteúdo.	»
• Observar se as vasilhas para medir óleo e gasolina são somente litros. Verificar se existe alguma maior que o litro. Observar o galão.	»

Fonte: Plano Experimental para a Matemática da Delegacia Regional de Ensino de Juiz de Fora (1972)

Outra Medida ensinada às crianças, no livro D e no Plano, é a Medida de Tempo. Novamente o Plano orienta os professores a atividades práticas com os alunos.

Figura 72 - Medidas de tempo

- Usar relógio real (mais aconselhável), de papelão ou madeira para recordar e fixar a leitura das horas e minutos.

Exemplo de atividade:

- Pedir a alunos diferentes para marcar no relógio de madeira a hora do início das aulas, da merenda, do recreio, de saída, os horários mais comuns de sessões de cinema, de missa etc.

Fonte: Plano Experimental para a Matemática da Delegacia Regional de Ensino de Juiz de Fora (1972)

Diversas atividades com o relógio são sugeridas. Com o cronômetro e o calendário são orientadas no Plano. O livro D apresenta esse conteúdo, mas as ideias das atividades não são experimentais quanto no Plano.

No conteúdo do Sistema Legal de Unidades de Medida observam-se as mesmas medidas trabalhadas no livro D e no Plano. Mas há uma grande diferença, pois esse capítulo do Plano mostra diversas atividades experimentais. Conclui-se que as autoras do Plano utilizaram as ideias do conteúdo presentes no livro, mas modificaram os saberes presentes. Ainda há outros assuntos, como medidas de temperatura, área e relação entre tempo, distância e velocidade.

Em se tratando de atividades experimentais, com o intermédio do professor, Bruner (1969), no livro F, defende que para uma aprendizagem efetiva o desenvolvimento intelectual baseia-se na interação entre professor e aluno. O professor, equipado com técnicas, ensina a criança. E nessas atividades práticas nota-se a interação entre professor e aluno. Além disso, Bruner (1969) argumenta que as atividades exploratórias podem ser essenciais ao aprendizado, desde que o objetivo da tarefa seja conhecido.

Como o conteúdo acima, o capítulo de Sistema Monetário possui vários saberes adaptados em relação aos livros. No livro D se sugere iniciar da seguinte forma:

Figura 73 - Introdução de Sistema Monetário no livro

Aconselhamos iniciar o trabalho usando cédulas e moedas reais. Isto não só facilitaria o reconhecimento e a identificação das mesmas por parte das crianças, como ainda possibilitaria uma aprendizagem significativa, uma vez que são inúmeras as oportunidades que têm os nossos meninos de lidar com dinheiro.

Fonte: Vamos aprender Matemática? (1967)

A seguir há atividades de identificação de moedas, contagem de dinheiro, noções de caro e barato e ideia de troco.

E no Plano as sugestões são bem diferentes, com atividades utilizando o QVL. Nota-se que novamente sugerem o QVL. Atividades como o exemplo abaixo são sugeridas.

Figura 74 - Atividades de Sistema Monetário

— Dirijir uma conversa na classe, revendo a habilidade que os alunos têm para fazer orçamento e levando-os a conceituar:

(receita — despesa — economia)

- Algum de vocês possui qualquer quantia guardada?
- de onde ela veio; teria sido "sobra"?
- Vamos armar um diagrama:

Ivo ganha Cr$ 240,00

Ele gasta Cr$ 190,00

Ivo economiza Cr$ 50,00

- Ivo poderia gastar mais do que Cr$ 240,00? Por que? O que ele deve fazer para evitar que isto aconteça?

Encaminhar o pensamento da classe para que descubram que existe dois modos de prevenir o excesso.

Fonte: Plano Experimental para a Matemática da Delegacia Regional de Ensino de Juiz de Fora (1972)

No livro a ideia de troco é introduzida pelas situações-problemas em que a criança precisa descobrir como isso ocorre. O Plano igualmente introduz a ideia do mesmo modo.

Figura 75 - Atividade envolvendo troco

— Levantar para a classe uma situação problemática:

"Hoje fiz uma compra de Cr$ 28,40 e quando paguei com Cr$ 30,00 o caixa fez meu troco assim:

Cr$ 28,00 + 3 moedas de Cr$ 0,20 = Cr$ 29,00 + Cr$ 1,00 = Cr$ 30,00"

Fonte: Plano Experimental para a Matemática da Delegacia Regional de Ensino de Juiz de Fora (1972)

Mas no Plano ainda há orientações para o professor ensinar sobre banco, depósitos, extrato, saldo, cheque, duplicata e imposto de renda. Atividades com essas noções são apresentadas em situações-problemas e em simulações como montar um banco com os alunos e confeccionar cheques. Observam-se atividades experimentais, além de propostas diferentes do encontrado nos livros. Saberes novos em relação aos livros analisados.

Para finalizar, o último capítulo do Plano aborda o assunto de Geometria. No livro D há esse conteúdo. Analisou-se como as autoras do Plano se apropriaram dos saberes relativos à geometria presentes no livro e os inseriram no Plano.

Inicialmente estudam-se linhas abertas e fechadas. O Plano sugere:

Figura 76 - Atividade envolvendo linhas abertas e fechadas

Convidar alguns alunos para que, em marcha pela sala, identifiquem curvas abertas e fechadas — levá-los à conceituação.

Fonte: Plano Experimental para a Matemática da Delegacia Regional de Ensino de Juiz de Fora (1972)

Observa-se novamente a introdução de um assunto por uma atividade experimental. O livro D se inicia com o assunto.

Figura 77 - Objetivo ao trabalhas curvas no livro

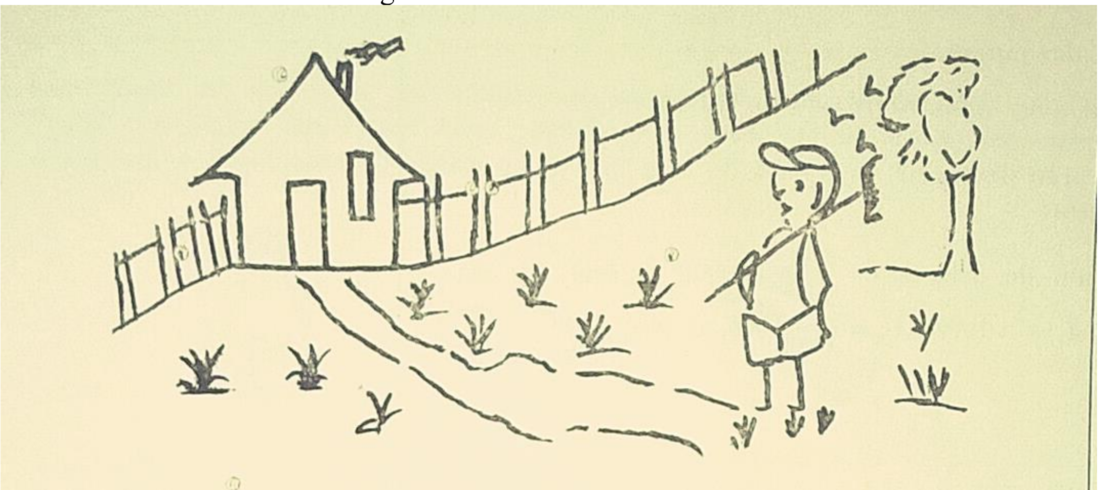
Objetivo

Levar a criança a reconhecer caminhos que representam curvas abertas e fechadas.

Fonte: Vamos aprender Matemática? (1967)

Além disso, no livro D há o tema interior e exterior de curvas, trabalhado com diversas atividades. No Plano, entretanto, além da atividade citada, há os assuntos abordados sobre ponto, espaço e reta. Sobre as retas há a seguinte atividade:

Figura 78 - Atividade sobre retas



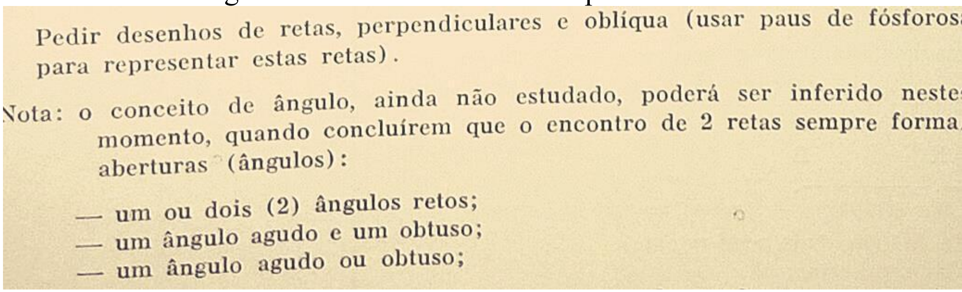
— Colocar o dedo, por ex.: na base da casa e pedir que observem que uma linha ou curva sempre tem início num determinado ponto.

Assim, pedir que apontem o início da linha reta que forma a parte lateral da janela, a fim de que observem que houve uma sucessão de pontos, isto é, o ponto se deslocou e como foi na mesma direção formou a *linha reta;* se mudar constantemente de direção forma a *linha curva*.

Fonte: Plano Experimental para a Matemática da Delegacia Regional de Ensino de Juiz de Fora (1972)

Com a introdução de linhas retas e linhas curvas, o Plano chega ao conceito de retas verticais, horizontais e inclinadas, retas oblíquas e perpendiculares. Sugere uma atividade prática:

Figura 79 - Atividade utilizando paus de fósforo



Pedir desenhos de retas, perpendiculares e oblíqua (usar paus de fósforos para representar estas retas).

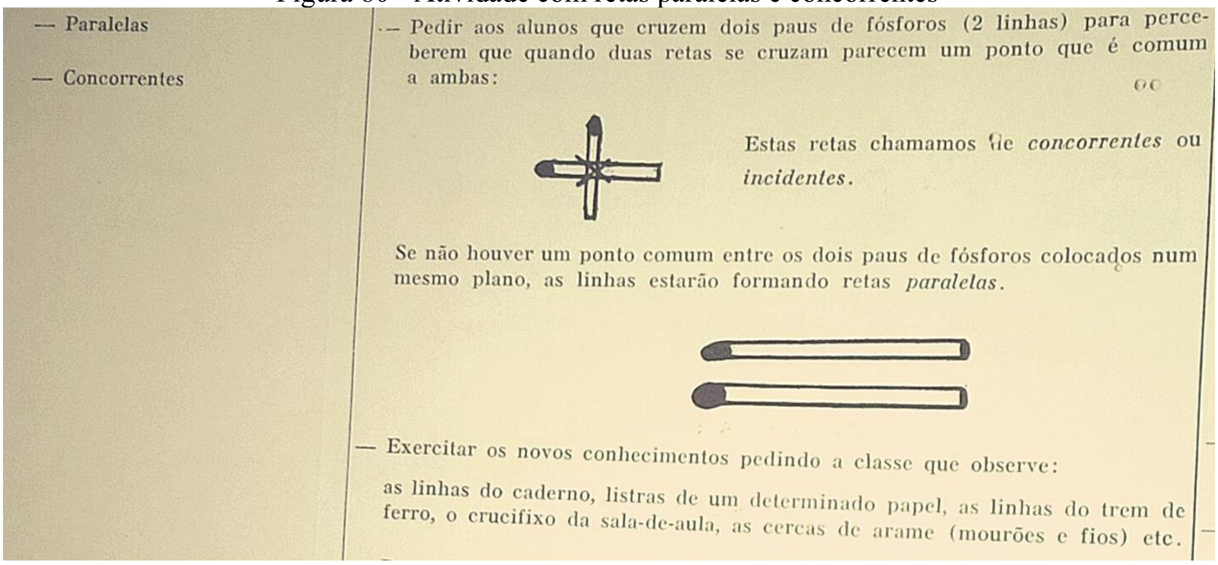
Nota: o conceito de ângulo, ainda não estudado, poderá ser inferido neste momento, quando concluírem que o encontro de 2 retas sempre forma aberturas (ângulos):

— um ou dois (2) ângulos retos;
— um ângulo agudo e um obtuso;
— um ângulo agudo ou obtuso;

Fonte: Plano Experimental para a Matemática da Delegacia Regional de Ensino de Juiz de Fora (1972)

Introduz o estudo sobre os ângulos. No conteúdo utiliza ponteiros do relógio para dar continuidade aos ângulos, mencionando a leitura de ângulos e os ângulos reto, agudo, obtuso e raso. Com as retas paralelas e concorrentes se sugere uma atividade com a mesma ideia:

Figura 80 - Atividade com retas paralelas e concorrentes



— Paralelas

— Concorrentes

— Pedir aos alunos que cruzem dois paus de fósforos (2 linhas) para perceberem que quando duas retas se cruzam parecem um ponto que é comum a ambas:

Estas retas chamamos de *concorrentes* ou *incidentes*.

Se não houver um ponto comum entre os dois paus de fósforos colocados num mesmo plano, as linhas estarão formando retas *paralelas*.

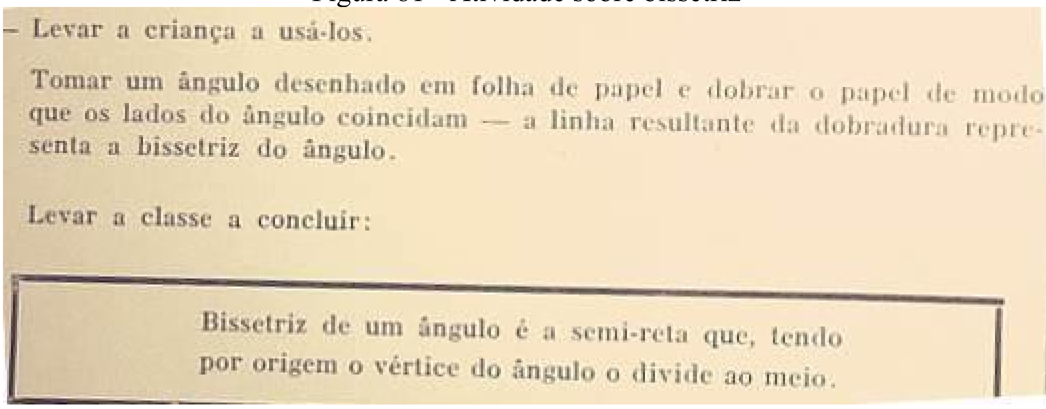
— Exercitar os novos conhecimentos pedindo a classe que observe:

as linhas do caderno, listras de um determinado papel, as linhas do trem de ferro, o crucifixo da sala-de-aula, as cercas de arame (mourões e fios) etc.

Fonte: Plano Experimental para a Matemática da Delegacia Regional de Ensino de Juiz de Fora (1972)

Introduz-se o conceito de bissetriz em uma atividade com papel:

Figura 81 - Atividade sobre bissetriz



– Levar a criança a usá-los.

Tomar um ângulo desenhado em folha de papel e dobrar o papel de modo que os lados do ângulo coincidam — a linha resultante da dobradura representa a bissetriz do ângulo.

Levar a classe a concluir:

Bissetriz de um ângulo é a semi-reta que, tendo por origem o vértice do ângulo o divide ao meio.

Fonte: Plano Experimental para a Matemática da Delegacia Regional de Ensino de Juiz de Fora (1972)

No conteúdo de geometria existem saberes não presentes em nenhum dos livros da bibliografia que foram analisados, como o ensino das retas concorrentes e paralelas com palitos de fósforo e o ensino da bissetriz em atividade com a folha. Ao orientar os alunos a desenhar um ângulo na atividade da figura 81, o professor deveria se atentar a dizer aos alunos para desenhar dois lados, de forma que se encontrem e assim formar o ângulo, pois somente a ideia de desenhar um ângulo pode ser vaga ao aluno.

A presente análise buscou identificar os saberes profissionais presentes no Plano, principalmente em termos de modificações e adaptações em relação aos saberes presentes em alguns livros da bibliografia. Foram identificados também alguns saberes tidos como novos, porém é importante ressaltar que eles são “novos” em relação aos livros analisados.

Conforme apresentado, o Plano Experimental da Delegacia Regional de Ensino de Juiz de Fora foi direcionado aos professores de matemática do Ensino Primário. As propostas sistematizadas no Plano, como a utilização do QVL para o estudo dos números e das operações, uso de materiais manipuláveis para o ensino das frações, uso do flanelógrafo, utilização de conjuntos e subconjuntos em diversos conteúdos, uso de objetos do cotidiano para explorar conceitos como ângulos, para a medição de comprimentos e larguras, sugestões de questões aos alunos e condução do ensino são métodos que integram os saberes profissionais para o ensino de matemática.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Retoma-se o propósito da pesquisa, cujo objetivo era analisar as propostas para ensinar matemática no Plano Experimental da Delegacia Regional de Ensino de Juiz de Fora – Matemática, publicado em 1972, a fim de caracterizar saberes profissionais presentes no documento. No processo de caracterização dos saberes, analisaram-se referências bibliográficas indicadas no referido Plano – livros e artigos da revista *AMAE Educando*. A partir da análise histórica dos documentos, buscou-se responder à questão: Quais propostas para ensinar matemática foram sistematizadas no Plano Experimental em termos de saberes profissionais docentes?

Ressaltou-se o significado da fonte inicial, PEDREJF, "emprestado" ao GHEMAT – UFJF por meio de uma professora de Juiz de Fora. O grupo digitalizou e o colocou à disposição no Repositório de conteúdo digital da Universidade Federal de Santa Catarina.

A História Cultural como referencial teórico e metodológico auxiliou a compreender propostas e ideias encontradas no documento. O Plano de 1972 indica referências e livros da década de 1960. A análise histórica levou a considerar as fontes como produtos culturais do período. Além dos contextos gerais da sociedade, resultou de propostas para o ensino, em particular o MMM. Conceitos de saber a ensinar e para ensinar, como os *experts* e a expertise auxiliaram a análise dos documentos, pois se está buscando caracterizar saberes profissionais para ensinar matemática no ensino primário em tempos de Matemática Moderna.

Em relação as propostas para ensinar matemática, verifica-se que a utilização de cartazes, assim como sua confecção realizada juntamente pelo professor e os alunos é uma forma que pode auxiliar os alunos na compreensão do conteúdo que foi inserido no cartaz. Os cartazes sugeridos são os cartazes com generalizações. E para isso, o professor deve ter o conhecimento de que primeiramente chegue a tais generalizações com os alunos, da maneira que o Plano sugere, e somente depois inserir essas generalizações nos cartazes, para que assim o cartaz se torne um material visual de um conteúdo que os alunos já estudaram. Somente dessa forma faria sentido confeccionar o cartaz.

O quadro de cem também é um dispositivo sugerido pelo Plano, em que um dos seus objetivos é a compreensão de que a multiplicação é a soma de parcelas de mesmo valor. Para a utilização do quadro de cem nesse caso o professor deve compreender que é necessário inserir uma quantidade de conjuntos com a mesma quantidade de elementos cada um, para que assim o quadro seja útil na aprendizagem desse conteúdo.

O Quadro Valor de Lugar é sugerido em diversos conteúdos no Plano, como nos conteúdos de Sistema de Numeração e Operações de Adição e Subtração, Multiplicação e Divisão. Para ensinar adição, assim como em outros conteúdos, o professor deve compreender que o QVL é um quadro de representação do valor posicional de cada ordem de um número. Ao somar dois números, por exemplo, se no resultado a unidade ficar com 10 ou mais, o professor deve ter o conhecimento que no QVL deve-se representar 10 unidades como uma dezena. Além do QVL, o Cartaz Valor de Lugar também é sugerido, sendo que o aluno pode participar do processo de construção do CVL. Nas divisões em que o zero aparece como algarismo intermediário no quociente, a representação no QVL se torna significativamente útil.

A cartolina também é um material sugerido em alguns conteúdos no Plano, por exemplo na junção de frações. Para o professor utilizar partes fracionárias com cartolinas para junção de frações, ele deve compreender que essas partes feitas de cartolina devem ser iguais, de mesmo tamanho, para que o aluno possa associar a junção de frações. Além das frações, a utilização da cartolina é sugerida também nos Números Decimais, e nesse caso, o professor deve fazer um retângulo e dividi-lo em dez partes iguais. Para utilizar a cartolina dessa forma o professor precisa compreender que o retângulo que ele irá construir representa um inteiro, e que dividindo esse inteiro em dez partes iguais, cada parte será um décimo. Dessa forma, a cartolina é um dispositivo para ensinar, ou seja, sua utilização é saber profissional que o professor pode utilizar. A cartolina é proposta também para trabalhar os Centésimos, mas com cartolina quadriculada, dividida em cem quadradinhos.

Sugestões de atividades experimentais, como estimar medidas em caminhadas, estimar pesos e manuseio de materiais como balanças, trenas, relógios e cronômetros são métodos que podem auxiliar o professor ao ensinar o conteúdo de Sistema Legal de Medida. Para estimar o peso, por exemplo, o professor deve conhecer alguns materiais diferentes para levar para a sala, fazendo com que o aluno estime esses pesos e depois use a balança para conferir. A proposta de manuseio de instrumentos de medição pressupõe o processo de experimentação e descoberta colocando o aluno em atividade.

Algumas propostas sugeridas no Plano são muito próximas das sugestões nos artigos de matemática das revistas AMAE Educando 13, 73 e 185. Apesar de as revistas de 73 e de 185 não estarem na bibliografia do PEDREJF devido ao ano de publicação, observam-se as propostas que permaneceram, como a utilização de conjuntos e subconjuntos nos conteúdos e atividades, a importância das generalizações, principalmente quando os alunos chegam a elas e o significado da simbolização. E além disso, nota-se que algumas autoras do Plano continuaram divulgando suas ideias e propostas através dos artigos das revistas.

Como em 1972 havia o PEDREJF, que serviu de orientação aos professores do ensino primário do município de Juiz de Fora, atualmente há o documento Proposta Curricular de Matemática para o município de Juiz de Fora (PCMJF), de 2012. O documento tem a intenção de orientar professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental e dos anos finais de Juiz de Fora, com sugestões de metodologias para se ensinar matemática. Utilizando documentos de base, elaborou-se uma revista destinada aos professores dos Anos Iniciais, em torno do significado do Pensamento Algébrico, conteúdo valorizado no MMM e ainda nos dias atuais. A revista apresenta atividades que incentivam o pensamento algébrico, na época do MMM e atualmente. Acredita-se que assim será possível refletir sobre as heranças que o MMM deixou e como se reconfigura em novas propostas.

REFERÊNCIAS

ARRUDA, J. P. **Histórias e práticas de um ensino na escola primária: marcas e movimentos da matemática moderna**. 2011. 312 f. Tese (Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica). Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2011.

BORGES, R. A. S. **Circulação e apropriação do ideário do movimento da matemática moderna nas séries iniciais:** as revistas pedagógicas no Brasil e em Portugal. 2011. 335 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Bandeirante de São Paulo, São Paulo, 2011.

BÚRIGO, E. Z. Revisitações do passado: contribuições da História Cultural à crítica da pesquisa. **Revista de história da educação matemática**, v. 3, p. 56, 2017.

BURKER, P. **O que é História Cultural?** São Paulo: Zahar, 2008.

CARVALHO, C. H. Escola Nova, educação e democracia: o projeto Francisco Campos para a escola em Minas Gerais. **Acta Scientiarum**, v. 34, n. 2, pp. 187 – 198, jul. – dez., 2012.

CARVALHO, M. M. C. Pedagogia da Escola Nova, produção da natureza infantil e controle doutrinário da escola. In: Freitas, M. C.; Kyhlmann Jr, M. **Os intelectuais na história da infância.** São Paulo: Cortez Editora, 2002.

CHARTIER, R. **A história cultural**: entre práticas e representações. Rio de Janeiro: Bertrand Brasil S.A., 2002.

CHARTIER, R. O mundo como representação. **Estudos Avançados**, São Paulo, v. 5, n.11, p. 173-191, jan./abr., 1991.

FRANÇA, D.M. **Matemática nas séries iniciais.** 1. ed. Curitiba: Appris, 2019. v. 1. 397p.

HOFSTETTER, R.; SCHNEUWLY, B.; FREYMOND, M. Penetrar na verdade da escola para ter elementos concretos de sua avaliação – A irresistível institucionalização do *expert* em educação (século SIX e XX). In: VALENTE, W. R.; HOFSTETTER, R. **Saberes em (trans)formação: um tema central da formação de professores**. São Paulo: Livraria da Física, 2017. p. 55-108.

HOFSTETTER, R.; SCHNEUWLY, B.; FREYMOND, M. Saberes: um tema central para as profissões do ensino e da formação. In: VALENTE, W. R.; HOFSTETTER, R. **Saberes em (trans)formação: um tema central da formação de professores.** São Paulo: Livraria da Física, 2017. p. 113-172.

HOFSTETTER, R.; SCHNEUWLY, B.; FREYMOND, M. Saberes: uma questão crucial para a institucionalização da formação de professores. In: VALENTE, W. R.; HOFSTETTER, R. **Saberes em (trans)formação: um tema central da formação de professores.** São Paulo: Livraria da Física, 2017. p. 173-199.

JUIZ DE FORA. (1972). **Plano Experimental da Delegacia Regional de Ensino de Juiz de Fora.**

LODI, G. P., et. al. **Revista Associação Mineira de Ação Educacional, n. 13**, Belo Horizonte, 1969.

LODI, G. P., et. al. **Revista Associação Mineira de Ação Educacional, n. 73**, Belo Horizonte, 1975.

LODI, G. P., et. al. **Revista Associação Mineira de Ação Educacional, n. 185**, Belo Horizonte, 1987.

MAXIM, L.; ARNOLD, G. Entre recherche académique et expertise scientifique: des mondes de chercheurs. **Hermès, La Revue**, n. 3, p. 9-13, 2012.

MENDONÇA, T. N. **Que geometria ensinar às crianças em tempos de matemática moderna? Referências e práticas de uma professora da cidade de Juiz de Fora**. 2016. 130 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática). Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2016.

MENDONÇA, T. N.; OLIVEIRA, M. C. A. O ensino de Geometria em tempos de Matemática Moderna em Minas Gerais. **Argumentos Pró-Educação**, Pouso Alegre, v. 4, n. 11, p. 1056 -1080, maio -ago, 2019

MORAIS, R. S. Experts em educação e a produção de saberes no campo pedagógico. **Rematec**, São Paulo, v. 1, n. 26, p. 61-70, set-dez 2017.

OLIVEIRA, M. C. A.; SILVA, M. C. L.; VALENTE, W. R. (Ed.). **O Movimento da Matemática Moderna: história de uma revolução curricular**. Editora UFJF, 2011.

OLIVEIRA, M. C. A. História da educação matemática como disciplina na formação de professores que ensinam Matemática. **Cadernos de História da Educação**, v. 16, n. 3, p. 653-665, 2017.

OLIVEIRA, M. C. A. Elementos de profissionalidade para uma Geometria moderna: normativas oficiais e manuais pedagógicos como referenciais para a prática docente. **Revista de História da Educação Matemática**, v. 2, n. 1, 2016.

OLIVEIRA, R. V. L. **Geometria α e para ensinar: cadernos de normalistas e professores das séries iniciais–1960 a 1980.** 2018. 101 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática). Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2018.

SILVA, V. **Osvaldo Sangiorgi e "O fracasso da matemática moderna" no Brasil.** 2007. 161 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Pontífica Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007.

VALDEMARIM, V. T. **História dos métodos e materiais de ensino: a escola nova e seus modos de uso.** São Paulo: Cortez Editora, 2010.

VALENTE, W. R. Oito Temas Sobre História da Educação Matemática. **Rematec**, Natal (RN) Ano 8, n.12, p. 22-50, jan.-jun. 2013a.

VALENTE, W. R.; BERTINI, L. F.; MORAIS, R. S. Novos aportes teórico-metodológicos sobre os saberes profissionais na formação de professores que ensinam Matemática. **Acta Scientiae**, v. 19, n. 2, 2017.

VALENTE, W. R. A Pesquisa sobre História do Saber Profissional do Professor que Ensina Matemática: Interrogações Metodológicas. 2020.

VALENTE, W. R. O saber profissional do professor que ensina matemática: o futuro do passado. **Paradigma (Maracay)**, v. Extra 1, p. 190-201, 2018.

VALENTE, W. R. Processos de investigação histórica da constituição do saber profissional do professor que ensina matemática. **Acta Scientiae**, v. 20, p. 377-385, 2018.