

Universidade Federal de Juiz de Fora
Faculdade de Engenharia
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

Mariana de Oliveira Novais Teixeira

Análise da estabilidade de tensão considerando distorções harmônicas em sistemas elétricos de potência: uma abordagem utilizando multiplicadores de Lagrange a partir de um fluxo de potência ótimo

Juiz de Fora

2021

Mariana de Oliveira Novais Teixeira

Análise da estabilidade de tensão considerando distorções harmônicas em sistemas elétricos de potência: uma abordagem utilizando multiplicadores de Lagrange a partir de um fluxo de potência ótimo

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Juiz de Fora, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica. Área de concentração: Sistemas de Energia Elétrica.

Orientador: Professor Dr. Igor Delgado de Melo

Juiz de Fora

2021

Ficha catalográfica elaborada através do Modelo Latex do CDC da UFJF
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

Teixeira, Mariana O. N..

Análise da estabilidade de tensão considerando distorções harmônicas em sistemas elétricos de potência: uma abordagem utilizando multiplicadores de Lagrange a partir de um fluxo de potência ótimo / Mariana de Oliveira Novais Teixeira. – 2021.

98 f. : il.

Orientador: Professor Dr. Igor Delgado de Melo

Dissertação de Mestrado – Universidade Federal de Juiz de Fora, Faculdade de Engenharia. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, 2021.

1. Estabilidade de tensão. 2. Distorções harmônicas. 3. Fluxo de potência ótimo. 4. Sistemas de potência. Melo, Igor D., orient. II: Título.

Mariana de Oliveira Novais Teixeira

Análise da estabilidade de tensão considerando distorções harmônicas em sistemas elétricos de potência: uma abordagem utilizando multiplicadores de Lagrange a partir de um fluxo de potência ótimo

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Juiz de Fora, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica. Área de concentração: Sistemas de Energia Elétrica.

Aprovada em: 31 de Agosto de 2021.

BANCA EXAMINADORA



Professor Dr. Igor Delgado de Melo - Orientador
Universidade Federal de Juiz de Fora



Professora Dra. Fernanda Caseño Trindade Arioli
Universidade Estadual de Campinas



Professor Dr. João Alberto Passos Filho
Universidade Federal de Juiz de Fora



Professor Dr. Leandro Rodrigues Manso Silva
Universidade Federal de Juiz de Fora

*Para todos que acreditam na educação e pesquisa como
meio de transformação e melhoria da nossa sociedade*

AGRADECIMENTOS

À Deus, por guiar a minha mente e meu coração.

À minha mãe Terezinha e minhas irmãs, Jaqueline e Mayara, por todo amor, companheirismo e compreensão. Ao meu sobrinho, Alberto, por alegrar os meus dias. À Cacau, por anos de companheirismo e afeto que aliviaram até os dias mais pesados.

À dona Lúcia Silva, por me acolher como membro de sua família e abrir sua casa para me receber. À Bárbara Amaral, por todo apoio, incentivo, conversas e amizade.

Ao meu orientador, Igor Delgado, por todos ensinamentos, dedicação e acolhimento como aluna; por transmitir sua paixão pela pesquisa e acreditar no papel edificador da educação. Obrigada, também, por todo incentivo, conselhos e amizade.

Aos meus amigos de longe e de perto, que de alguma forma se mostraram presente e dividiram momentos de alegria e tristeza; por me ajudarem nos momentos difíceis e celebrarem as minhas conquistas.

Aos docentes do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da UFJF pelos ensinamentos transmitidos. À Tatiane, sempre solícita e disposta a ajudar. Aos colegas de mestrado, pelo apoio mútuo durante todos esses meses.

À Universidade Federal de Juiz de Fora e à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior, por todo suporte e fomento.

*“I’ll tell you where the real road lies
Between your ears, behind your eyes
That is the path to Paradise
Likewise, the road to ruin”*

(trecho de *Wait For Me*, Musical *Hadestown*)

RESUMO

Este trabalho apresenta uma nova metodologia para análise da estabilidade de tensão em sistemas elétricos de potência considerando distorções harmônicas. Um fluxo de potência ótimo é formulado considerando o impacto da inserção de cargas com características não-lineares em redes elétricas, para determinar o ponto de máximo carregamento de um sistema. Magnitudes de tensão, potências ativas e reativas demandadas e geradas, limites de distorções harmônicas individuais e totais são considerados como restrições de desigualdade. O problema de otimização proposto é resolvido pelo método de pontos interiores. Baseando-se nos multiplicadores de Lagrange encontrados pela solução do problema, índices de estabilidade de tensão são estabelecidos, objetivando identificar as barras do sistema mais sensíveis em relação à degradação da qualidade da energia e instabilidade de tensão, sendo esta a principal contribuição deste trabalho. Simulações computacionais são conduzidas utilizando o sistema teste IEEE 30 barras, considerando a inserção de cargas não-lineares para mostrar a aplicabilidade dos índices desenvolvidos para a avaliação da estabilidade de tensão e distorções harmônicas. Os resultados obtidos são comparados com o método tradicional da análise modal a fim de validar a metodologia proposta para a identificação da barra crítica do sistema.

Palavras-chave: Estabilidade de tensão. Distorções harmônicas. Fluxo de potência ótimo. Sistemas de potência.

ABSTRACT

This work presents a novel methodology for power systems voltage stability assessment considering harmonic distortions. An optimal power flow is formulated considering the impact of the insertion of loads with non-linear characteristics into electrical networks, to quantify the maximum loadability point of a power system. Voltage magnitudes, demand and generated active and reactive powers, individual and total harmonic distortion limits are considered as inequality constraints. The proposed optimization problem is solved by interior point method. Based on the Lagrange multipliers determined by the solution of the problem, voltage stability indices are established, aiming to identify the most sensitive buses in the system due to power quality degradation and voltage instability, which is the main contribution of this work. Computational simulations are carried out using the IEEE 30-bus test system, considering the insertion of non-linear loads to show the applicability of the indices for evaluating voltage stability and harmonic distortions. The results obtained are compared with the traditional modal analysis method to validate the proposed methodology for identifying the critical bus of the system.

Key-words: Voltage stability. Harmonic distortions. Optimal power flow. Power systems.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Estados operativos de um sistema elétrico de potência.	25
Figura 2 – Curva PV típica ilustrativa.	26
Figura 3 – Análise operativa da curva PV.	26
Figura 4 – Etapas do fluxo de potência continuado.	28
Figura 5 – Curva QV.	29
Figura 6 – Análise operativa da curva QV	29
Figura 7 – Modelo PI equivalente de uma linha de transmissão	42
Figura 8 – Carga linear modelada em série.	44
Figura 9 – Carga linear modelada em paralelo.	45
Figura 10 – Carga linear modelo CIGRÉ.	46
Figura 11 – Método de varredura na frequência.	49
Figura 12 – Trajetória típica de uma curva PV	60
Figura 13 – Trajetória do índice proposto	60
Figura 14 – Sistema teste IEEE 30 barras	62
Figura 15 – Magnitudes da tensão nas barras para o caso base	64
Figura 16 – THD de tensão nas barras para o caso base	64
Figura 17 – Magnitude das tensões no ponto de máximo carregamento	67
Figura 18 – THD de tensão no ponto de máximo carregamento	68
Figura 19 – d_k^v para diferentes fatores de carregamento	68
Figura 20 – d_k^{thd} para diferentes fatores de carregamento	69
Figura 21 – Magnitudes da tensão nas barras considerando contingência da linha 27-30	69
Figura 22 – THD de tensão nas barras considerando contingência da linha 27-30 . .	70
Figura 23 – d_k^v para diferentes fatores de carregamento considerando contingência na linha entre as barras 27 e 30	71
Figura 24 – d_k^{thd} para diferentes fatores de carregamento considerando contingência na linha entre as barras 27 e 30	72
Figura 25 – d_k^v para diferentes fatores de carregamento com incremento de carga na área C	74
Figura 26 – d_k^{thd} para diferentes fatores de carregamento com incremento de carga na área C	75
Figura 27 – Magnitude das tensões com incremento de carga na área C	75
Figura 28 – THD de tensão com incremento de carga na área C	75
Figura 29 – Tensão para estudo com fontes harmônicas adicionais	76
Figura 30 – THD de tensão para estudo com fontes harmônicas adicionais	76
Figura 31 – d_k^v para diferentes fatores de carregamento com fontes harmônicas adici- onais	78

Figura 32 – d_k^{thd} para diferentes fatores de carregamento com fontes harmônicas adicionais	78
Figura 33 – Magnitudes de tensão no ponto crítico com fontes harmônicas adicionais	78
Figura 34 – THD de tensão no ponto crítico com fontes harmônicas adicionais	79
Figura 35 – Magnitude das tensões para diferentes modelos de carga para carregamento nominal.	80
Figura 36 – Magnitude das tensões total para diferentes modelos de carga no ponto de máximo carregamento.	80
Figura 37 – Distorções harmônicas total para diferentes modelos de carga para carregamento nominal.	80
Figura 38 – Distorções harmônicas total para diferentes modelos de carga no ponto de máximo carregamento.	81
Figura 39 – Variação do THD para diferentes modelos de carga, dado em porcentagem.	81
Figura 40 – Trajetória do índice d_k^v para diferentes modelos de carga.	82
Figura 41 – Trajetória do índice d_k^{thd} para diferentes modelos de carga.	82

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Espectro harmônico de uma carga não-linear.	47
Tabela 2 – Fonte harmônica inserida na barra 16 (FH-1)	63
Tabela 3 – Fonte harmônica inserida na barra 21 (FH-2)	63
Tabela 4 – d_k^v para diferentes estados operativos	65
Tabela 5 – d_k^q próximo ao ponto crítico ($\lambda = 2, 8002$)	66
Tabela 6 – Comparativo do índice proposto d_k^q com a análise modal	66
Tabela 7 – d_k^{thd} para diferentes estados operativos	67
Tabela 8 – d_k^v para diferentes estados operativos com contingência na linha 27-30 .	70
Tabela 9 – d_k^q próximo ao ponto crítico considerando contingência na linha 27-30 (for $\lambda = 1, 9057$)	70
Tabela 10 – Comparativo do índice proposto d_k^q com a análise modal considerando contingência na linha 27-30	71
Tabela 11 – d_k^{thd} para diferentes estados operativos com contingência na linha 27-30	71
Tabela 12 – d_k^v para diferentes estudos de carga com incremento de carga na área C	73
Tabela 13 – d_k^q próximo ao ponto crítico com incremento de carga na área C (para $\lambda = 5, 2255$)	73
Tabela 14 – Comparativo do índice proposto d_k^q com a análise modal considerando com incremento de carga na área C	73
Tabela 15 – d_k^{thd} para diferentes estados operativos com incremento de carga na área C	74
Tabela 16 – d_k^v para diferentes estados operativos para fontes harmônicas adicionais	77
Tabela 17 – d_k^q próximo ao ponto crítico para fontes harmônicas adicionais ($\lambda = 2, 8002$)	77
Tabela 18 – d_k^{thd} para diferentes estados operativos para fontes harmônicas adicionais	77
Tabela 19 – d_k^q próximo ao ponto crítico para diferentes modelos de carga ($\lambda = 2, 7909$)	82
Tabela 20 – Síntese dos resultados dos índices propostos obtidos para o ponto de máximo carregamento do sistema teste	83
Tabela 21 – Síntese dos resultados obtidos de fator de carregamento ótimo do sistema teste	84
Tabela 22 – Síntese dos resultados de tempos computacionais médios para o sistema teste	84
Tabela 23 – Dados de barra do sistema teste de 30 barras	92
Tabela 24 – Dados de linha do sistema teste de 30 barras	93
Tabela 25 – Saídas de <i>exitflag</i> possíveis para o solucionador por pontos-interiores .	98

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ANEEL	Agência Nacional de Energia Elétrica
CEPEL	Centro de Pesquisas de Energia Elétrica
CER	Compensador Estático de Reativos
CIGRÉ	Do francês, <i>Conseil International des Grands Réseaux Électriques</i> (Comitê Internacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica)
CPU	Do inglês, <i>Central Process Unit</i> (Unidade Central de Processamento)
DTI	Distorção de Tensão Individual
DTT	Distorção de Tensão Total
fp	Fator de potência
FPO	Fluxo de Potência Ótimo
GB	Gigabyte
GHz	Gigahertz
Hz	Hertz
IEC	Do inglês, <i>International Electrotechnical Commission</i> (Comissão Eletrotécnica Internacional)
IEEE	Do inglês, <i>Institute of Electrical and Electronics Engineers</i> (Instituto de Engenheiros Eletricistas e Eletrônicos)
IET	Índices de Estabilidade de Tensão
IHD	Do inglês, <i>Individual Harmonic Distortion</i> (Distorção Harmônica Individual)
KKT	Karush-Kuhn-Tucker
MICTH	Método de Injeção de Correntes Trifásico Harmônico
MW	Megawatt
MR	Margem de Potência Reativa
MPI	Método de Pontos Interiores
ONS	Operador Nacional do Sistema

PMC	Ponto de Máximo Carregamento
PMU	Do inglês, <i>Phasor Measurement Unit</i> (Unidade de Medição Fasorial)
PRODIST	Procedimentos de Distribuição de Energia Elétrica
PROREDE	Procedimentos de Redes
pu	Por unidade
RAM	Do inglês, <i>Randon Access Memory</i> (Memória de Acesso Aleatório)
SVSI	Do inglês, <i>Simplified Voltage Stability Index</i>
THD	Do inglês, <i>Total Harmonic Distortion</i> (Distorção Harmônica Total)
TVI	DO inglês, <i>Tangent Vector Index</i>
VSI	Do inglês, <i>Voltage Stability Index</i>
VTCD	Variação de Tensão de Curta Duração
VTLD	Variação de Tensão de Longa Duração

LISTA DE SÍMBOLOS

β_{cor}	Fator de correção do índice SVSI
δ	Multiplicador de Lagrange associado a restrições de igualdade
δ_{km}	Ângulo da impedância da linha da barra k para a barra m
γ	Coefficiente linear do índice VSI
λ	Fator de carregamento
μ	Parâmetro de barreira logarítmica
ϕ	Ângulo do fator de potência de uma carga não-linear na frequência fundamental
π	Multiplicador de Lagrange associado à restrições de desigualdade
$\theta_k^{h,I}$	Ângulo da corrente injetada na barra k para uma ordem harmônica h
θ_{km}^h	Ângulo de tensão da barra k para barra m para ordem harmônica h
θ_{eh}^h	Ângulo da corrente definido pelo espectro harmônico da carga não-linear na ordem harmônica h
θ_{sist}^h	Ângulo da corrente injetada em um barra do sistema por uma carga não-linear na ordem harmônica h
ξ	Autovetores à esquerda
η	Autovetores à direita
Λ	Autovalores
ΔP	incrementos de potência ativa de um sistema
ΔQ	incrementos de potência reativa de um sistema
ΔV	incrementos de magnitudes de tensão de um sistema
$\Delta \theta$	incrementos de ângulos de tensão de um sistema
B_{km}^h	Susceptância da linha da barra k para barra m para a ordem harmônica h
C	Valor de capacitância
D	Dimensão do sistema matricial a ser solucionado pelo método de injeção de correntes trifásico harmônico

d_k^v	Índice proposto para avaliação de magnitude de tensão baseado no multiplicador de Lagrange e ao carregamento do sistema
d_k^{thd}	Índice proposto para avaliação de distorção harmônica total de tensão baseado no multiplicador de Lagrange e ao carregamento do sistema
d_k^q	Índice proposto para avaliação de suporte de potência reativa baseado no multiplicador de Lagrange e ao carregamento do sistema
f^1	Frequência fundamental
f^h	Frequência de ordem harmônica h
$f(\mathbf{x})$	Função objetivo
F_{ij}	Elemento da matriz F, obtido através de dados do sistema
$g(\mathbf{x})$	Restrições de igualdade
G_{km}^h	Condutância da linha da barra k para barra m para a ordem harmônica h
ΔI^{abc}_h	Vetor trifásico complexo de resíduos de corrente do subsistema de frequência h
$\Delta I_{r_k}^{abc}, \Delta I_{m_k}^{abc}$	Vetores trifásicos de resíduos de corrente nodal da barra k na frequência harmônica h , separados em suas parcelas real e imaginária
\mathbf{I}^h	Vetor dos fasores de correntes harmônicas do sistema
I_k^h	Magnitude da corrente injetada em uma barra k para uma ordem harmônica h
\mathbf{I}^{h*}	Vetor de correntes harmônicas absorvidas pelas cargas lineares para uma ordem harmônica h
I_{eh}^h	Magnitude da corrente definido pelo espectro harmônico da carga não-linear na ordem harmônica h
I_{sist}^h	Magnitude da corrente injetada em um barra do sistema por uma carga não-linear na ordem harmônica h
IHD_k^I	Distorção harmônica individual de corrente em uma dada barra k
$IHD_k^{I,max}$	Distorção harmônica individual de corrente máxima em uma dada barra k
IHD_k^v	Distorção harmônica individual de tensão em uma dada barra k

$IHD_k^{v,max}$	Distorção harmônica individual de tensão máxima em uma dada barra k
K_m	Fator de participação de motores para o modelo de carga linear CIGRÉ
\mathbf{J}	Matriz Jacobiana
\mathbf{J}_R	Matriz Jacobiana reduzida
J_{hh}^{abc}	Matriz Jacobiana trifásica complexa do subsistema de frequência h
$J_{hh'}^{abc}$	Matriz Jacobiana trifásica complexa de acoplamento entre as frequências h e h'
$h(\mathbf{x})$	Restrições de desigualdade
h, h'	Ordem harmônica
H_{max}	Ordem harmônica máxima
$L_{(\mathbf{x},\delta,\pi,\mu)}$	Função Lagrangiana
L	Valor de indutância
n_{eq}	Número de restrições de igualdade
n_{ineq}	Número de restrições de desigualdade
N_c	Quantidade de equações de controle
N_g	Número total de geradores
N_k	Número total de barras do sistema
N_L	Número total de barras de carga
P_k^{calc}	Potência ativa calculada em uma dada barra k
$P_{g,k}^1$	Potência ativa gerada em uma dada barra k
$P_{g,k}^{1,min}, P_{g,k}^{1,max}$	Potencia ativa mínima/máxima em uma dada barra k
$P_{l,k}^1$	Potência ativa demandada em uma dada barra k
Q_k^{calc}	Potência reativa calculada em uma dada barra k
$Q_{g,k}^1$	Potência reativa gerada em uma dada barra k
$Q_{g,k}^{1,min}, Q_{g,k}^{1,max}$	Potencia reativa mínima/máxima em uma dada barra k
$Q_{l,k}^1$	Potência reativa demandada em uma dada barra k

r_k	Resistência da carga linear conectada na barra k
\mathbf{s}	Vetor de variáveis de folga
THD_k^I	Distorção harmônica total de corrente em uma dada barra k
$THD_k^{I,max}$	Distorção harmônica total de corrente máxima em uma dada barra k
THD_k^v	Distorção harmônica total de tensão em uma dada barra k
$THD_k^{v,max}$	Distorção harmônica total de tensão máxima em uma dada barra k
\mathbf{v}	Variação de tensão modal
ΔV_{abc}^h	Vetor trifásico complexo de incrementos de tensões nodais do subsistema de frequência h
$\Delta V_{r_j}^{abc}, \Delta V_{m_j}^{abc}$	Vetores trifásicos de incremento de nodal da barra j na frequência harmônica h , separados em suas partes real e imaginária
V_k^h	Magnitude de tensão em uma barra k para a ordem harmônica h
$V_k^{1,min}, V_k^{1,max}$	Magnitude de tensão mínima/máxima em uma dada barra k
$\dot{\mathbf{V}}^h$	Vetor de fasores de tensões harmônicas do sistema
\mathbf{x}	Vetor de variáveis de estado
x_{km}	Impedância de linha entre as barras k e m
$x_{k,m}$	Reatância da parcela motora da carga linear conectada na barra k
x_k	Reatância da carga linear conectada na barra k
x_C^h	Reatância capacitiva para ordem harmônica h
x_L^h	Reatância indutiva para ordem harmônica h
y_G^h	Admitância de um gerador para dada ordem harmônica h , obtida através das perdas da máquina r e reatância subtransitória r_D na frequência fundamental
\mathbf{Y}^h	Matriz de admitâncias harmônicas dos sistema
\mathbf{Y}_p^h	Matriz de admitâncias harmônicas dos sistema considerando apenas as contribuições das cargas lineares
\mathbf{p}_i	Fator de participação de uma barra i
\mathbf{q}	Variação de potência reativa modal

z_t^h

Impedância de curto-circuito de um transformador para dada ordem harmônica h , obtida através da resistência r_{tr} e reatância x_{tr} de curto-circuito na frequência fundamental

SUMÁRIO

1	CONSIDERAÇÕES INICIAIS	20
1.1	CONTEXTUALIZAÇÃO	20
1.2	JUSTIFICATIVA E OBJETIVOS	21
1.3	PUBLICAÇÕES RESULTANTES	22
1.4	ESTRUTURA DO DOCUMENTO	22
2	AVALIAÇÃO DA ESTABILIDADE DE TENSÃO	24
2.1	CURVA PV	25
2.2	CURVA QV	28
2.3	ANÁLISE MODAL	30
2.4	FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO	34
2.5	DESENVOLVIMENTO DE ÍNDICES	36
2.6	CONSIDERAÇÕES FINAIS DE CAPÍTULO	37
3	ANÁLISE HARMÔNICA	39
3.1	HARMÔNICAS EM SISTEMAS ELÉTRICOS	39
3.2	MODELAGEM DE COMPONENTES DA REDE ELÉTRICA	41
3.2.1	Linhas e Cabos	41
3.2.2	Transformadores	43
3.2.3	Geradores	43
3.2.4	Cargas lineares	43
3.2.4.1	Modelo RL série	44
3.2.4.2	Modelo RL paralelo	44
3.2.4.3	Modelo CIGRÉ	45
3.2.5	Cargas não-lineares	46
3.3	MÉTODO DIRETO	47
3.4	MÉTODO DA COMPENSAÇÃO DA CORRENTE	49
3.5	MÉTODO DA INJEÇÃO DE CORRENTES TRIFÁSICO HARMÔNICO	51
3.6	INDICADORES DE DISTORÇÕES HARMÔNICAS	52
3.7	CONSIDERAÇÕES FINAIS DO CAPÍTULO	53
4	METODOLOGIA PROPOSTA	54
4.1	FORMULAÇÃO DO FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO PROPOSTO .	54
4.2	RESOLUÇÃO DO PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO	56
4.3	DETERMINAÇÃO DOS ÍNDICES BASEADOS EM MULTIPLICADO- RES DE LAGRANGE	58

4.4	ASSOCIAÇÃO DOS ÍNDICES PROPOSTOS COM O FLUXO CONTINUADO	59
4.5	CONSIDERAÇÕES FINAIS DO CAPÍTULO	60
5	RESULTADOS E DISCUSSÕES	62
5.1	SISTEMA TESTE DE 30 BARRAS	62
5.2	ESTUDO DE CASO BASE	63
5.3	APLICAÇÃO DO FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO EM VÁRIAS CONDIÇÕES PONTUAIS	64
5.3.1	Aplicação dos índices associados ao fluxo continuado	68
5.4	ESTUDO DE CASO ENVOLVENDO ANÁLISE DE CONTINGÊNCIA	69
5.5	AUMENTO DA CARGA EM REGIÃO DISTINTAS	72
5.6	CONSIDERANDO FONTES HARMÔNICAS ADICIONAIS	76
5.7	DIFERENTES MODELOS DE CARGAS LINEARES	79
5.8	CONSIDERAÇÕES FINAIS DO CAPÍTULO	83
6	CONSIDERAÇÕES FINAIS	85
6.1	CONCLUSÕES	85
6.2	PROPOSTAS DE CONTINUIDADE	86
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	87
	APÊNDICE A – DADOS DO SISTEMA TESTE DE 30 BARRAS	92
	APÊNDICE B – RESUMO DO MÉTODO DE PONTOS INTERIORES - BARREIRA LOGARÍTMICA E USO DA <i>TOOLBOX FMINCON</i>	94
B.1	<i>TOOLBOX FMINCON</i>	96

1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

1.1 CONTEXTUALIZAÇÃO

O avanço tecnológico e desenvolvimento econômico são comumente atrelados ao aumento do consumo de energia elétrica, entre outros fatores. Essa aumento de demanda é refletida em diversos setores de energia, como a geração e tarifação, além da operação e manutenção das redes. Com o aumento da demanda de energia, os sistemas de transmissão e distribuição estão cada vez operando mais próximos aos seus limites físicos e operacionais, aproximando-se de condições favoráveis à instabilidade de tensão (PERES et al., 2021), (MELO; OLIVEIRA; ANTUNES, 2021).

Aliado a essa mudança, tem-se a busca contínua por processos mais eficientes e sistemas com maior grau de confiabilidade do ponto de vista operacional. No setor tecnológico, essa demanda ocorre, em grande escala, através do advento de equipamentos com características não-lineares. O crescente uso dos mesmos resulta em um fator adicional a ser considerado nos estudos de operação de sistemas elétricos de potência: a qualidade de energia (MELO; CARNEIRO; PEREIRA, 2018), que pode ser dividida em três principais categorias: (i) qualidade do atendimento entre as empresas responsáveis pela transmissão e distribuição de energia junto a seus consumidores; (ii) qualidade do serviço relacionado principalmente à continuidade do fornecimento de energia sujeito a falhas e intempéries do tempo; e (iii) qualidade do produto, também denominada qualidade de tensão, em que se aborda temas associados à deterioração dos sinais elétricos senoidais cobrindo fenômenos como VTCDs (Variações de Tensão de Curta Duração) estudados em transitórios eletromagnéticos, VTLDs (Variações de Tensão de Longa Duração), conhecidas também como variações de tensão em regime permanente, englobando sub e sobretensão, variações de frequência, *flicker*, *notching*, ruídos, distorções harmônicas, inter-harmônicas e supra-harmônicas (KAGAN; ROBBIA; SCHMIDT, 2009), (MENDES et al., 2019).

Dentre as consequências do aumento da inserção de cargas não-lineares nas redes, a redução da qualidade da energia elétrica se destaca. Esse fato requer que tais cargas sejam consideradas em estudos de operação e planejamento para que seus impactos sejam adequadamente mensurados e mitigados, posteriormente (MELO; PEREIRA; DUQUE et al., 2019), (MELO; CARNEIRO; PEREIRA, 2018), (TIAN; WANG; LI, 2019), (BHATTACHARYYA et al., 2012).

Um outro desafio contínuo para os operadores de redes é a determinação da margem de carregamento, no âmbito das análises sobre estabilidade de tensão. Esse desafio se apresenta principalmente devido à inserção de novos tipos de cargas como veículos elétricos, baterias e equipamentos baseados em eletrônica de potência (AGHDAM; KHOSHKHOO, 2020), (RODRIGUEZ-GARCIA; PEREZ-LONDONO; MORA-FLOREZ, 2019) bem como a introdução de fontes de energia renováveis intermitentes (COSTA; PASSOS FILHO;

HENRIQUES, 2019), (ADETOKUN; MURIITHI; OJO, 2020).

Neste cenário desafiador, mostra-se necessário o desenvolvimento de novas metodologias capazes de estimar a distância entre um ponto operativo e o ponto de máximo carregamento, considerando análises sistêmicas mais abrangentes que contemplem modelos mais realistas. Dessa forma, abordando a diversidade de cargas do sistema e considerando os diversos fatores que podem impactar seu funcionamento adequado, pode-se vislumbrar formas de garantir sua operação contínua, com segurança e qualidade no fornecimento da energia.

1.2 JUSTIFICATIVA E OBJETIVOS

Através de uma revisão da literatura minuciosamente detalhada neste trabalho, nota-se que as pesquisas realizadas na área de avaliação da estabilidade de tensão, as quais objetivam a determinação do ponto de máximo carregamento e identificação de barras críticas, não consideram, geralmente, o impacto da inserção de cargas não-lineares, como as distorções harmônicas, na operação de sistemas elétricos de potência. Dessa forma, devido à deterioração da qualidade da tensão, os mesmos podem operar violando limites técnicos relacionados à qualidade de energia elétrica, estabelecidos por normas nacionais e internacionais, como a IEEE519 (2014), IEEE1159 (2014), IEC61000-3-14 (2012), PRODIST (2021) e PROREDE (2020). Como resultado da baixa qualidade da energia pode haver diversos problemas no sistema como o aumento da temperatura em cabos de energia e máquinas elétricas, operação incorreta do sistema de proteção, ressonâncias, problemas em telecomunicações como ruídos audíveis, além da perda de linhas de transmissão em operação resultando em casos de contingências indesejados (MELO; PEREIRA; DUQUE et al., 2019). Como consequência, torna-se extremamente desafiador e necessário realizar um monitoramento da penetração e propagação de harmônicos em sistemas elétricos de potência, para viabilizar estudos posteriores para a mitigação dos problemas resultantes dos mesmos (MELO; PEREIRA; DUQUE et al., 2019).

O objetivo geral deste trabalho é analisar o estado operativo de sistemas elétricos considerando a estabilidade de tensão e distorções harmônicas através da elaboração de um fluxo de potência ótimo sujeito a restrições de igualdade e desigualdade.

Os objetivos específicos deste trabalho são listados a seguir:

- Formular um fluxo de potência ótimo considerando equações algébricas do fluxo de potência na frequência fundamental e distorções harmônicas;
- Incorporar magnitudes de tensão, distorções harmônicas e potências como restrições de desigualdade com limites estabelecidos por normas específicas acerca do tema;

- Avaliar o impacto de distorções harmônicas e sua propagação considerando diversos cenários com contingência e aumento de cargas lineares e não-lineares no sistema.

Destaca-se como contribuição deste trabalho a proposição de novos índices para a avaliação da estabilidade de tensão, empregando um modelo de otimização que visa a maximização do carregamento de um sistema considerando distorções harmônicas. Limites operacionais e relacionados à qualidade de energia elétrica são modelados como restrições de desigualdade incorporadas ao problema de otimização. A solução do problema proposto é encontrada através do método de pontos interiores. Baseando-se nos multiplicadores de Lagrange encontrados pela solução do fluxo de potência ótimo, é possível estabelecer índices de estabilidade objetivando identificar áreas susceptíveis a problemas de subtensão, distorção harmônica e falta de suporte de potência reativa.

1.3 PUBLICAÇÕES RESULTANTES

Os seguintes trabalhos relacionados ao tema dessa pesquisa, os quais foram publicados durante o desenvolvimento desta dissertação, encontram-se listados abaixo:

1. TEIXEIRA, Mariana O N; MELO, Igor D.; FILHO, João A P. *An optimisation model based approach for power systems voltage stability and harmonic analysis*. Electric Power System Research, v. 199, 2021.
2. TEIXEIRA, Mariana O N; MELO, Igor D.; MEDINA, Rai N. *Análise de estabilidade de tensão considerando distorções harmônicas: uma abordagem baseada em otimização*. Congresso Brasileiro de Automática - CBA, 2020.
3. TEIXEIRA, Mariana O N; MELO, Igor D; ANTUNES, Matheus P. *Alocação Ótima de Compensadores Estáticos de Reativos: uma abordagem para minimizar propagação harmônica usando Algoritmo Genético*. Congresso Brasileiro de Qualidade de Energia - CBQEE, 2021.
4. MEDINA, Rai N; MELO, Igor D; TEIXEIRA, Mariana O N. *Análise de estabilidade de tensão em sistemas de potência considerando distorções harmônicas e contingências*. Congresso Brasileiro de Automática - CBA, 2020.

1.4 ESTRUTURA DO DOCUMENTO

Este documento está estruturado em cinco capítulos, incluindo este Capítulo 1 de caráter introdutório, abordando a contextualização, principais motivações, objetivos e trabalhos publicados.

O Capítulo 2 objetiva apresentar a revisão bibliográfica contendo trabalhos correlatos e dissertar sobre conceitos essenciais para a avaliação da estabilidade de tensão em

sistemas elétricos de potência. Aborda-se, também, os principais índices propostos pela literatura especializada para mensurar a distância de um ponto de operação ao ponto de máximo carregamento.

Na Capítulo 3, apresentam-se os principais métodos para análise harmônica em sistemas elétricos de potência incluindo modelagem de equipamentos, cargas lineares e não-lineares no domínio da frequência. Disserta-se sobre os métodos direto, iterativo e método de injeção de correntes para cômputo da penetração e propagação harmônica em redes elétricas.

A metodologia proposta por este trabalho é discutida no Capítulo 4. Transcorre-se sobre o problema de otimização formulado e sua resolução. Índices de estabilidade de tensão são estabelecidos e é explicitada uma associação dos mesmos com o tradicional método do fluxo de potência continuado.

A aplicação da metodologia desenvolvida em um sistema de transmissão de 30 barras é exposta no Capítulo 5. Diversos casos de estudo são realizados objetivando fundamentar a aplicabilidade deste trabalho, como estudos de contingência, modificação do incremento de carga e diferentes modelagens de cargas lineares.

Por fim, o Capítulo 6 apresenta as considerações finais e contribuições deste trabalho.

Além desses capítulos, este trabalho possui dois apêndices que possuem a finalidade de fornecer informações adicionais para um melhor entendimento do tema desta pesquisa, mas não são contribuições diretas da autora.

O Apêndice A detalha os dados de barra e linha do sistema teste de 30 barras empregado nas simulações implementadas para estudos de aplicabilidade e validação da metodologia proposta.

Por fim, o Apêndice B apresenta um resumo sobre método de pontos interiores e sobre sua aplicação no contexto desta pesquisa.

2 AVALIAÇÃO DA ESTABILIDADE DE TENSÃO

Neste capítulo é apresentada uma revisão bibliográfica elaborada para melhor compreensão sobre estabilidade de tensão. Dentre os métodos para avaliação da segurança de tensão, serão abordadas as curvas PV, QV, a análise modal e o fluxo de potência ótimo. Os principais índices de estabilidade de tensão serão apresentados ao final.

Os métodos para avaliação de estabilidade de tensão em regime permanente, também conhecidos como segurança de tensão, buscam oferecer ferramentas para a compreensão e avaliação do comportamento dos sistemas de potência sob condições operativas extremas e danosas para a operação e manutenção da segurança do fornecimento de energia elétrica.

Define-se estabilidade de tensão como a capacidade do sistema de potência em manter a tensão dentro de limites aceitáveis e regulamentados, em todas as suas barras sob condições de operação normal e após uma perturbação. A principal causa para a perda da estabilidade é a incapacidade do sistema de atender a demanda de potência solicitada pela rede. Logo, um sistema é considerado instável quando uma perturbação, um aumento na demanda da carga ou uma mudança nas condições operativas do sistema acarreta um queda de tensão incontrolável e progressiva (KUNDUR; BALU; LAUBY, 1994), (KUNDUR; MORISON; GAO, 1993).

Segundo Danish et al. (2019), o risco de colapso total de tensão, popularmente conhecido como blecaute, está associado a qualquer sistema de potência, principalmente em decorrência da falta de estabilidade da tensão. Entre outros fatores que podem resultar em blecautes, destacam-se, além da instabilidade de tensão, a instabilidade eletromecânica e o desbalanço entre carga e geração. O colapso da tensão é, comumente, o resultado de uma sequência de eventos que acompanham a instabilidade da tensão (KUNDUR; BALU; LAUBY, 1994) como a abertura de circuitos, atuação de sistemas de proteção e desenergização de uma instalação e/ou parte dela.

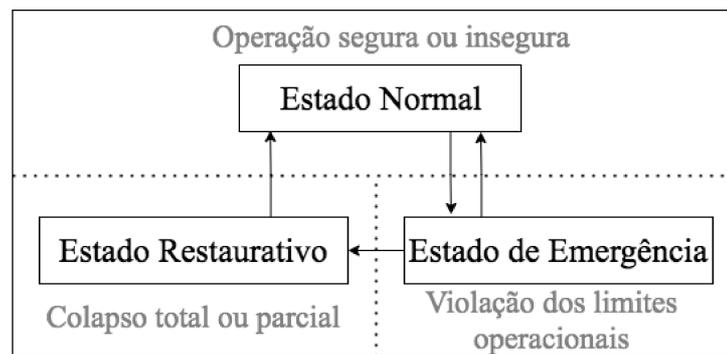
O crescente aumento da demanda de energia elétrica, aliado à busca por melhores retornos financeiros, têm resultado na operação das mesmas cada vez mais próxima de seus limites físicos e operacionais (LEE; TSAI; WU, 2010). A operação dos sistemas cada mais estressados possibilita aumento da chance da ocorrência de cenários de instabilidade e, até mesmo, colapso do sistema de potência (LEE; TSAI; WU, 2010), (KUNDUR; MORISON; GAO, 1993).

Os sistemas elétricos de potência pode operar em três estados distintos, são eles o estado normal, emergencial e restaurativo (ABUR; EXPOSITO, 2004). Na operação normal, os geradores são capazes de suprir a demanda de potência das cargas sem violar limites operacionais da rede. Se após uma contingência, como perda de uma linha de transmissão ou de um gerador, o sistema é capaz de operar normalmente, sem a violação de nenhum limite operacional, ele é dito seguro. Caso contrário, ele é dito inseguro e

medidas preventivas devem ser tomadas, evitando assim que o sistema opere em estado emergencial (ABUR; EXPOSITO, 2004).

O estado emergencial acontece quando algum evento adverso ocorre e há violação dos limites operacionais do sistema, enquanto o mesmo continua suprindo a demanda de potência das cargas. Medidas corretivas devem ser aplicadas imediatamente para restaurar o estado operativo normal como a desconexão de algumas cargas, linhas, entre outros. Dessa forma, devido a nova configuração da rede e carga, o sistema volta a operar dentro dos limites operativos aceitáveis, operando de forma estável. Para que o sistema volte a suprir toda a carga conectada originalmente em suas barras, o balanço entre carga e geração deve ser restaurado. Esse estado é conhecido como estado restaurativo, no qual ações são tomadas para reestabelecer esse balanço (ABUR; EXPOSITO, 2004). A Figura 1 mostra a relação entres os estados operativos de um sistema elétrico de potência.

Figura 1 – Estados operativos de um sistema elétrico de potência.



Fonte: Autora, baseado em Abur e Exposito (2004).

Alguns métodos mais conhecidos para a avaliação da operação de um sistema de potência em relação à variação da sua carga são as curvas PV e QV, a análise modal, fluxo de potência ótimo e a utilização de índices de estabilidade de tensão propostos na literatura para compreender os mecanismos que levam um sistema à instabilidade.

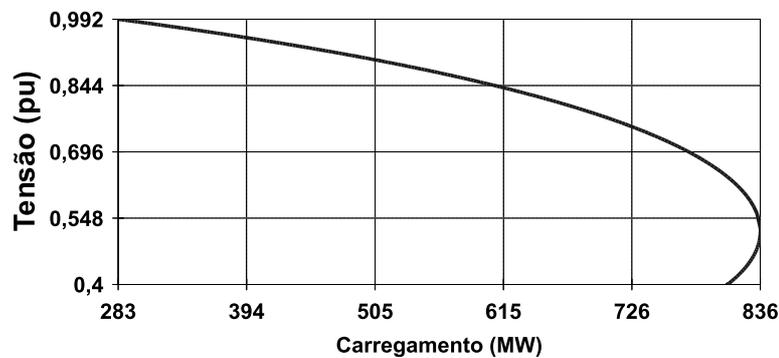
2.1 CURVA PV

Desenvolvido pela referência base Ajarapu e Christy (1992), o método do fluxo de potência continuado permite avaliar o comportamento das magnitudes de tensão nas barras de um sistema elétrico de potência devido ao aumento progressivo de carga, desde uma condição operativa normal até o ponto de máximo carregamento. Nesse ponto, as equações algébricas do fluxo de potência tradicional, resolvido via método de Newton-Raphson, não fornecem soluções factíveis para o cômputo de tensões nodais nas redes. Com a metodologia do fluxo de potência continuado esse problema é solucionado, permitindo traçar as denominadas curvas PV.

A curva PV é uma abordagem estática utilizada para a análise da estabilidade, que relaciona o comportamento da tensão em uma dada barra devido ao aumento do carregamento do sistema (VAN CUTSEM, 2000). Esse método é empregado em estudos contextualizados na análise da operação e planejamento de sistemas elétricos, pois fornecem informações acerca do ponto de operação do sistema e sua margem de carregamento.

A Figura 2 apresenta uma curva PV genérica, a fim de ilustração, gerada através do *software* ANAREDE desenvolvido pelo CEPEL (Centro de Pesquisas de Energia Elétrica) em que é possível verificar o decaimento da magnitude de tensão desde valores aceitáveis, acima de 0,95 pu, até atingir o ponto de máximo carregamento, por volta de 836 MW, quando a magnitude de tensão observada é bastante reduzida e impraticável durante operação de redes elétricas.

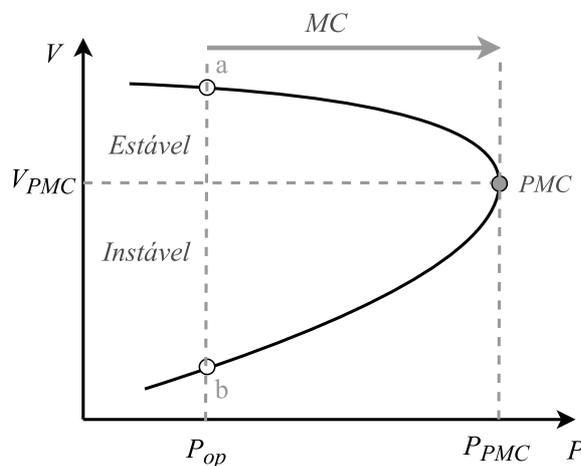
Figura 2 – Curva PV típica ilustrativa.



Fonte: Autora.

Dentre as informações obtidas através da análise dos resultados do método de fluxo contínuo, destacam-se o ponto crítico, a margem de estabilidade de tensão e a delimitação das regiões operativas estável e instável, como descrito na Figura 3.

Figura 3 – Análise operativa da curva PV.



Fonte: Autora.

O ponto crítico é o ponto onde ocorre a máxima transferência de potência, considerando a modelagem de cargas como potência constante. Ele delimita a mudança da operação do sistema em uma região estável para uma região instável. Neste caso, este ponto também pode ser referido como ponto de máximo carregamento (PMC) e, informalmente, como o “nariz” da curva PV.

Através da análise do vetor tangente à curva PV é possível compreender o comportamento da rede em operação estável e instável. Na região de operação estável, um incremento no carregamento de uma barra acarreta uma redução da sua tensão. Em contrapartida, na região instável, um incremento no carregamento gera um aumento da tensão. Analisando a Figura 3, percebe-se que, para o mesmo valor de carregamento do sistema é possível obter duas soluções factíveis do fluxo de potência, sendo uma estável e outra instável, representadas pelos pontos *a* e *b*, respectivamente.

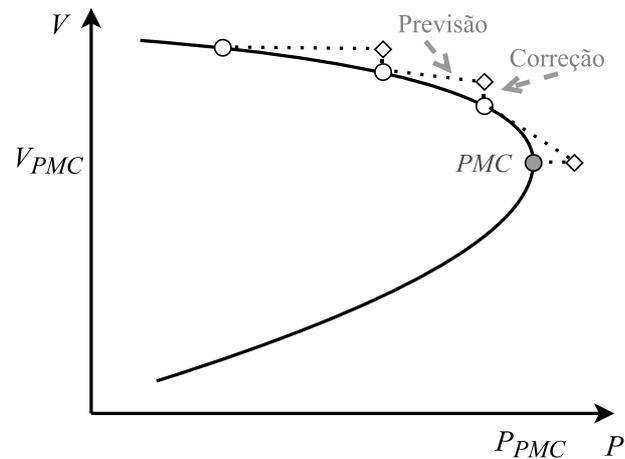
A distância que um ponto operativo se encontra do PMC determina a margem de carregamento (MC) do sistema, a qual fornece informações sobre o acréscimo de carga que o sistema suporta antes de perder a estabilidade e subsidia estudos acerca da margem de segurança de tensão.

A obtenção das curvas PV ocorre através do cálculo de sucessivos fluxos de potência, com contínuos incrementos de potência demandada pelas barras de carga do sistema. Os valores de potência ativa e magnitude de tensão são, então, traçados em um gráfico bidimensional.

A matriz Jacobiana do sistema, obtida através das equações tradicionais do fluxo de potência, é singular no ponto crítico (KUNDUR; PASERBA et al., 2004). Tal fato faz com que o fluxo de potência baseado no método de Newton-Raphson seja divergente próximo ao PMC, para cargas modeladas como potência constante. Esse problema é solucionado com o uso do fluxo de potência continuado, apresentado em Ajarapu e Christy (1992), no qual forma-se uma matriz Jacobiana expandida, eliminando o problema de singularidade no PMC e possibilitando um traçado da curva PV, inclusive na sua região inferior, de maneira satisfatória.

O fluxo de potência continuado utiliza etapas de previsão e correção para encontrar a direção da solução das equações do fluxo de potência, que são modificadas a fim de considerar um parâmetro de fator de carregamento λ . A Figura 4 detalha as etapas de previsão e correção do fluxo de potência continuado.

Figura 4 – Etapas do fluxo de potência continuado.



Fonte: Autora.

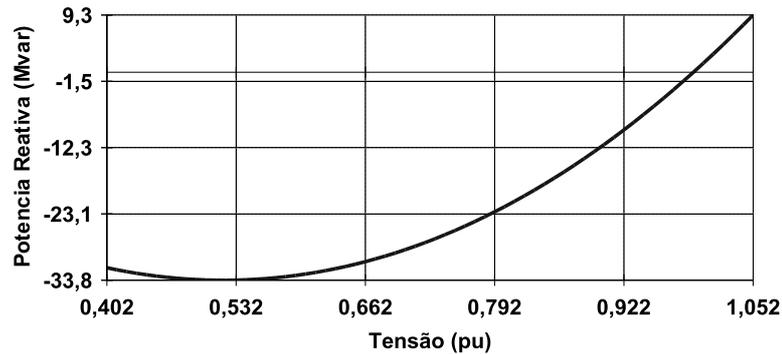
Para se obter a curva PV através do fluxo de potência continuado, realiza-se um processo iterativo a partir de um ponto de operação conhecido, podendo este ser a solução base de um fluxo de potência tradicional, por exemplo, considerando um ponto operativo especificado a partir de condições nominais. A partir desse ponto, determina-se a previsão da próxima solução para um carregamento diferente ao inicial. A previsão é obtida através de um passo na direção do vetor tangente a qual é, então, utilizada como dados de entrada na etapa de correção. Na etapa de correção é usado o fluxo de potência baseado no método de Newton-Raphson para determinar o estado operativo do sistema. O estado operativo encontrado na etapa de correção torna-se, então, o dado de entrada da próxima etapa de previsão (AJJARAPU; CHRISTY, 1992). Esse processo ocorre progressivamente ao longo do traçado da curva PV.

2.2 CURVA QV

A segurança de tensão é fortemente relacionada com o suporte de potência reativa (TAYLOR, 1994). Sob este prisma de análise, a curva QV relaciona o comportamento da potência reativa em uma dada barra de um sistema e a variação da sua magnitude de tensão (VAN CUTSEM; VOURNAS, 1998).

A Figura 5 apresenta o comportamento de uma curva QV gerada através do *software* ANAREDE.

Figura 5 – Curva QV.



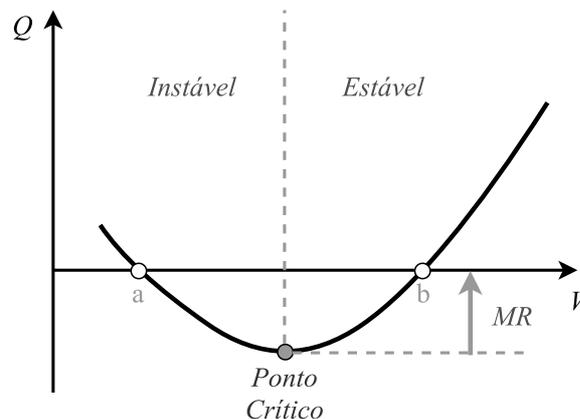
Fonte: Autora.

Tipicamente, curvas QV são utilizadas para estudos de suporte de potência reativa ou para efetivar o controle de tensão em barras da rede elétrica. Elas auxiliam, por exemplo, na quantificação da compensação *shunt* necessária para restaurar um ponto operativo e na determinação da reserva de potência reativa de um sistema (VAN CUTSEM; VOURNAS, 1998).

A curva QV é obtida através da inserção de um compensador síncrono fictício, fornecendo apenas potência reativa na barra no qual é alocado. Sucessivos fluxos de potência são computados e os valores de potência reativa injetada e as magnitudes de tensão naquele ponto são armazenados. Por ser um método que simula a alocação de um gerador de potências reativos em uma única barra por vez, ele deve ser aliado a outros estudos para conclusões mais precisas (VAN CUTSEM; VOURNAS, 1998), (TAYLOR, 1994).

Informações importantes podem ser obtidas pela análise da curva QV, como o ponto de operação crítico, a margem de potência reativa e as regiões de operação estável e instável. A Figura 6 resume essa informações.

Figura 6 – Análise operativa da curva QV



Fonte: Autora.

Através da análise do sentido dos vetores tangentes à curva QV, as regiões de operação estável e instável podem ser determinadas. O ponto de operação crítico ocorre no ponto onde a tangente é igual a zero. À direita desse ponto é localizada a região estável, na qual uma variação positiva de potência reativa acarreta uma variação positiva na tensão. Por sua vez, a esquerda deste ponto, tem-se a região instável, na qual uma variação positiva de potência reativa acarreta uma variação negativa de tensão. A interseção da curva com o eixo zero indica que o sistema não precisa de compensação para aquele ponto operativo (KUNDUR; BALU; LAUBY, 1994).

A margem de potência reativa (MR) é a diferença entre o ponto de operação crítica da curva QV com o eixo das abscissas. Ela indica o quanto a demanda de potência reativa da carga pode aumentar ou a geração diminuir, até a perda de estabilidade. Quanto mais elevado o ponto crítico, menor a margem de potência reativa. Para valores de margem negativa, diz-se que o sistema não pode operar sem um suporte de potência reativa, impondo a necessidade de medida corretiva para operação do mesmo, como a inserção de capacitores *shunt* e/ou compensadores estáticos de reativos (CERs) (VAN CUTSEM; VOURNAS, 1998).

2.3 ANÁLISE MODAL

O método da análise modal auxilia na determinação do quão próximo o sistema se encontra da instabilidade. Através dos autovalores e autovetores, obtidos por meio da matriz Jacobiana reduzida do sistema em análise, a avaliação da estabilidade é desenvolvida. Esse método pode ser utilizado para análise de diversos pontos operativos do sistema (GAO; MORISON; KUNDUR, 1992) através da investigação do comportamento modal da matriz Jacobiana.

Os autovalores são usados para identificar diferentes modos nos quais o sistema pode se tornar instável, pois fornecem uma medida da proximidade em relação à instabilidade. Por sua vez, os autovetores informam o mecanismo de perda da estabilidade de tensão (GAO; MORISON; KUNDUR, 1992).

Para a determinação do estado operativo de um sistema de potência, tradicionalmente determina-se o sistema matricial mostrado na Equação 2.1.

$$\begin{bmatrix} \Delta \mathbf{P} \\ \Delta \mathbf{Q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_{P\theta} & \mathbf{J}_{PV} \\ \mathbf{J}_{Q\theta} & \mathbf{J}_{QV} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \boldsymbol{\theta} \\ \Delta \mathbf{V} \end{bmatrix} = \mathbf{J} \begin{bmatrix} \Delta \boldsymbol{\theta} \\ \Delta \mathbf{V} \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

Em que:

$\Delta \mathbf{P}$: são incrementos de potência ativa injetadas em todos os barramentos do tipo PQ (carga) e PV (geração);

$\Delta\mathbf{Q}$: são incrementos de potência reativa injetada para todas as barras PQ (carga);

$\Delta\boldsymbol{\theta}$: são incrementos dos ângulos das tensões em todas as barras PQ (carga) e PV (geração);

$\Delta\mathbf{V}$: são incrementos nos módulos de tensões de todas as barras PQ (carga) da rede.

A submatrizes $\mathbf{J}_{P\theta}$, \mathbf{J}_{PV} , $\mathbf{J}_{Q\theta}$, \mathbf{J}_{QV} contêm as derivadas das potências ativas e reativas em relação às variáveis de estado do problema (magnitudes e ângulos de tensões nodais do sistema).

Considerando variações incrementais apenas na potência reativa, devido ao forte acoplamento entre $\Delta\mathbf{Q}$ e $\Delta\mathbf{V}$, faz-se $\Delta\mathbf{P} = 0$ e obtém-se o sistema matricial da Equação (2.2).

$$\begin{bmatrix} 0 \\ \Delta\mathbf{Q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_{P\theta} & \mathbf{J}_{PV} \\ \mathbf{J}_{Q\theta} & \mathbf{J}_{QV} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\boldsymbol{\theta} \\ \Delta\mathbf{V} \end{bmatrix} = \mathbf{J} \begin{bmatrix} \Delta\boldsymbol{\theta} \\ \Delta\mathbf{V} \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

O uso da matriz Jacobiana tradicional \mathbf{J} é preterido nesse método devido ao fato da matriz Jacobiana reduzida \mathbf{J}_R conter informações diretas acerca da sensibilidade QV da rede elétrica, relacionando a magnitude da tensão e a injeção de potência reativa em uma barra de carga (GAO; MORISON; KUNDUR, 1992). A Equação 2.3 mostra o cálculo da matriz Jacobiana reduzida, obtida através da redução de Kron.

$$\mathbf{J}_R = \left[\mathbf{J}_{QV} - \mathbf{J}_{Q\theta} \mathbf{J}_{P\theta}^{-1} \mathbf{J}_{PV} \right] \quad (2.3)$$

Para o desenvolvimento da Equação 2.3, parte-se da modelagem tradicional do problema de fluxo de potência e da matriz Jacobiana. Considera-se que a potência ativa é constante para cada ponto operativo, não havendo variação da mesma, assim, focando a análise no problema na relação intrínseca das sensibilidades QV. Dessa forma, avalia-se apenas a relação entre a potência reativa e a tensão, similar ao que ocorre na curva QV (KUNDUR; BALU; LAUBY, 1994), (GAO; MORISON; KUNDUR, 1992). A Equação 2.4 sumariza as considerações realizadas, sendo possível calcular o vetor de incremento de tensões a partir da Jacobiana reduzida.

$$\Delta\mathbf{V} = \mathbf{J}_R^{-1} \Delta\mathbf{Q} \quad (2.4)$$

A Equação 2.5 apresenta a matriz \mathbf{J}_R , determinada em função de seus autovalores e autovetores em que ξ e η denotam os autovetores à direita e à esquerda da matriz \mathbf{J}_R , respectivamente, e $\boldsymbol{\Lambda}$ é a matriz diagonal contendo os autovalores de \mathbf{J}_R .

$$\mathbf{J}_R = \xi \boldsymbol{\Lambda} \eta \quad (2.5)$$

Substituindo a Equação 2.5 na Equação 2.4, têm-se a Equação 2.6.

$$\Delta \mathbf{V} = \xi \Lambda^{-1} \eta \Delta \mathbf{Q} \quad (2.6)$$

A Equação 2.7 apresenta uma forma mais simples de analisar o equacionamento em que Λ_i é o i -ésimo autovalor, ξ_i e η_i são o i -ésimo autovetor a direita e a esquerda, respectivamente.

$$\Delta \mathbf{V} = \sum_i \frac{\xi_i \eta_i}{\Lambda_i} \Delta \mathbf{Q} \quad (2.7)$$

Logo, cada autovalor e seus respectivos autovetores à esquerda e à direita correspondem a um determinado modo do sistema. Define-se, então, o i -ésimo modo do sistema a partir desta relação (KUNDUR; BALU; LAUBY, 1994), (GAO; MORISON; KUNDUR, 1992).

Para os casos em que $\xi^{-1} = \eta$, a Equação 2.6 pode ser reescrita como mostrado na Equação 2.8, onde $\mathbf{v} = \eta \Delta \mathbf{V}$ é o vetor de variações modais da tensão e $\mathbf{q} = \eta \Delta \mathbf{Q}$ é o vetor de variações modais de potência reativa.

$$\mathbf{v} = \Lambda^{-1} \mathbf{q} \quad (2.8)$$

Matricialmente, tem-se a Equação 2.9 em que cada autovalor está associado a um valor de tensão e potência reativa modais correspondentes a uma barra n de carga do sistema.

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ \vdots \\ v_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Lambda_1^{-1} & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \Lambda_n^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ \vdots \\ q_n \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

É importante ressaltar que a diferença entre as Equações 2.4 e 2.8 está no fato de, tipicamente, \mathbf{J}_R^{-1} não ser uma matriz diagonal, enquanto a matriz Λ^{-1} é uma matriz diagonal, formada por valores nulos exceto em suas diagonais ocupadas pelos autovalores da matriz.

Resolvendo a Equação 2.9 para cada um dos i -ésimos modos, a relação mostrada na Equação 2.10 é obtida. Cada variação modal de tensão é igual a razão entre a variação modal da potência reativa e o seu autovalor.

$$v_i = \frac{1}{\Lambda_i} q_i \quad (2.10)$$

A magnitude dos autovalores determina o grau de estabilidade dos modos, fornecendo uma medida relativa da proximidade de um ponto de operação instável. A interpretação dos resultados obtidos, para cada um dos i -ésimos modos, ocorre da forma descrita a seguir (KUNDUR; BALU; LAUBY, 1994), (GAO; MORISON; KUNDUR, 1992).

- $\Lambda_i > 0$: as variações modais de tensão e potência reativa ocorrem no mesmo sentido. Portanto, o sistema é estável.
- $\Lambda_i < 0$: as variações modais de tensão e potência reativa ocorrem em sentidos opostos. Portanto, o sistema é instável.
- $\Lambda_i = 0$: qualquer variação modal de potência reativa acarreta uma variação infinita no modo de tensão. Portanto, o sistema está no PMC, considerando cargas modeladas como potência constante.

Essa associação entre autovalor e a estabilidade de tensão ocorre devido a sensibilidade QV de cada barra, que deve ser positiva para ser considerada estável. Se todos os autovalores são positivos, \mathbf{J}_R é uma matriz positiva definida e as sensibilidades QV são positivas, indicando que o sistema é estável. Se pelo menos um dos autovalores é negativo, o sistema é instável. O autovalor zero em \mathbf{J}_R indica que o sistema está no limite da instabilidade. Dessa forma, quanto menor o valor do autovalor, mais próximo da instabilidade ele se encontra (TAYLOR, 1994).

Apesar da magnitude dos autovalores fornecerem uma estimativa de quão próximo o sistema está da instabilidade, eles não fornecem um valor absoluto devido à não-linearidade do problema.

A matriz Λ^{-1} é diagonal com os elementos Λ_i sendo os autovalores da matriz de sensibilidade. O menor autovalor será associado ao modo crítico do sistema, aproximando-se de zero no ponto de máximo carregamento. Desta forma, multiplica-se elemento a elemento dos autovetores correspondentes a este menor autovalor i como mostrado pela Equação 2.11.

$$\mathbf{p}_i = \begin{bmatrix} p_{1,i} \\ p_{2,i} \\ \vdots \\ p_{n,i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \xi_{1,i} \cdot \eta_{i,1} \\ \xi_{i,2} \cdot \eta_{i,2} \\ \vdots \\ \xi_{n,i} \cdot \eta_{i,n} \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

Em que $\xi_{n,i}$ e $\eta_{i,n}$ são os elementos dos autovetores à esquerda e à direita, respectivamente associados a uma barra de carga n do sistema. Os fatores de participação \mathbf{p}_i são definidos para cada barra de carga do sistema de potência analisado.

Com as pressuposições adotadas anteriormente, tem-se que o somatório de todos os fatores de participação de todas as barras de carga, neste sentido, resultam no valor unitário. Os maiores fatores de participação são relacionados às barras críticas do sistema, sendo associadas àquelas que possuem uma sensibilidade QV maior em relação ao problema de instabilidade.

2.4 FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO

O fluxo de potência ótimo (FPO) visa determinar o estado operativo de uma rede elétrica através da maximização ou minimização de alguma função objetivo, respeitando limites físicos e operacionais de equipamentos e componentes do sistema. Um problema de otimização tradicional pode ser formulado de acordo com a Equação 2.12, em que \mathbf{x} é o vetor de variáveis do problema, $f(\mathbf{x})$ é a função objetivo a ser maximizada ou minimizada, $\mathbf{g}(\mathbf{x})$ e $\mathbf{h}(\mathbf{x})$ são as restrições de igualdade e desigualdade, respectivamente.

$$\begin{aligned} & \max f(\mathbf{x}) \\ & \text{sujeito a:} \\ & \mathbf{g}(\mathbf{x}) = 0 \\ & \mathbf{h}(\mathbf{x}) \leq 0 \end{aligned} \tag{2.12}$$

Em sistemas elétricos de potência, o FPO pode ser empregado para a minimização dos custos de operação, das perdas elétricas, do corte de carga, das distorções harmônicas, para a maximização do carregamento do sistema, entre outros. O vetor de variáveis do problema pode ser constituído de magnitudes de tensão e ângulo, potências ativa e reativa gerada, tapes dos transformadores, a exemplo.

Para as restrições de igualdade, têm-se as equações ou variáveis que governam a rede, como as equações algébricas do fluxo de potência ou uma variável que necessita ter o seu valor pré-fixado (controlado em um valor especificado). As restrições de desigualdade englobam limites físicos e operacionais do sistema, tapes de transformadores, magnitudes de tensão, distorções harmônicas, potência ativa e reativa gerada, por exemplo.

A solução para esse problema formulado requer ferramentas específicas, capazes de tratar a não-linearidade do problema de otimização. Métodos de programação quadrática sequencial, método do gradiente reduzido e método de pontos interiores são algumas dessas ferramentas (GRANVILLE, 1994).

Quando o problema de estabilidade de tensão é analisado sob o prisma do fluxo de potência ótimo, têm-se definidas algumas informações importantes acerca do estado operativo, sua margem de segurança e estabilidade de tensão (RODRIGUEZ-GARCIA; PEREZ-LONDONO; MORA-FLOREZ, 2019). A função objetivo é determinada pela maximização do carregamento sujeito às restrições de igualdade que incorporam as equações

algébricas do fluxo de potência e limites relacionados às magnitudes de tensão, potências ativas/reativas e outras grandezas elétricas de interesse no estudo.

Para a resolução do problema, todas as restrições de desigualdade são transformadas em restrições de igualdade. Sendo, portanto, utilizadas para a formação de uma função Lagrangiana estabelecida com base na função objetivo e nos valores das variáveis de restrição associadas à seus respectivos valores de multiplicadores de Lagrange, os quais podem indicar proximidade em relação a pontos de operação instáveis (GRANVILLE, 1994), (RODRIGUEZ-GARCIA; PEREZ-LONDONO; MORA-FLOREZ, 2019).

Para um dado ponto de operação do sistema, quando o FPO é resolvido através de método de pontos interiores, a solução encontrada determina o valor maximizado do carregamento do sistema, seu estado operativo e o valor dos multiplicadores de Lagrange associados às restrições de igualdade e desigualdade. Para uma dada restrição ativa, aquela que se iguala a seus correspondentes valores limítrofes (inferior ou superior), o valor do multiplicador de Lagrange é máximo, destacando-se em relação aos demais por seu valor expressivo. O valor do mesmo influencia de maneira expressiva a função a ser maximizada, podendo indicar proximidade do sistema em relação ao PMC (GRANVILLE, 1994).

Em Rodriguez-Garcia, Perez-Londono e Mora-Florez (2019), a relação entre o comportamento dos multiplicadores de Lagrange e sua proximidade do ponto de máximo de carregamento é avaliada. A partir da elaboração de um índice desenvolvido pelos autores, os multiplicadores de Lagrange associados ao suporte de energia reativa são avaliados ao longo de sucessivos incrementos de carga no sistema e relaxamento dos valores mínimos associados às magnitudes de tensão permitidas durante a análise da rede elétrica. Neste caso, quanto mais o limite inferior de magnitude de tensão é relaxado, maior será o carregamento máximo determinado pelo FPO, como consequência.

Percebe-se, através de várias análises executadas, uma tendência extremamente importante e notória: a medida em que o sistema tem sua carga aumentada progressivamente, os valores dos multiplicadores de Lagrange associados às restrições ativas tendem a apresentar valores menores. Dessa forma, para uma condição de operação normal, o maior valor de multiplicador de Lagrange será associado a um valor extremamente alto denotando distanciamento em relação ao PMC. Em contrapartida, para uma condição de operação próxima ao PMC, o maior valor de multiplicador de Lagrange tenderá a zero a medida que o mesmo se aproxima do ponto crítico.

Em uma associação direta com a curva PV, em que se observa o decaimento das magnitudes de tensão em relação ao aumento sucessivo de carga do sistema, o FPO é capaz de determinar os maiores multiplicadores de Lagrange (associados às restrições ativas) em relação ao aumento de carga, notando-se o decaimento resultante progressivo dos mesmos.

Através do comportamento dos multiplicadores de Lagrange e do estudo das

restrições ativas do problema de otimização, pode-se fazer inferências importantes acerca da operação da rede e proximidade em relação ao PMC.

Maiores detalhes sobre a resolução de um problema de otimização através do método de pontos interiores são fornecidos no Apêndice B.

2.5 DESENVOLVIMENTO DE ÍNDICES

Os denominados índices de estabilidade de tensão (IET) avaliam a atual condição operativa de um sistema e o quão próximo da instabilidade a rede opera. Os mesmos atuam permitindo compreensão acerca do estado operativo atual de um rede e os mecanismos que geram a instabilidade, subsidiando tomadas de decisão em tempo real e destinadas à manutenção corretiva.

Em Danish et al. (2019), após uma aprofundada pesquisa, é apresentado um levantamento de IET desenvolvidos nos últimos anos. Os IET foram classificados em relação aos parâmetros em que se baseiam, podendo ser as barras ou linhas de um sistema de potência, a matriz Jacobiana e medições fasoriais, considerando observabilidade completa de um sistema elétrico.

Como exemplos de IET baseados em parâmetros da rede, têm-se o índice L e VSI que se baseiam em parâmetros de barra e o L_{mn} que se baseia nos de linha. O índice TVI emprega dados da matriz Jacobiana e o índice $SVSI$, de medição fasorial.

O índice L é uma medida da distância que o sistema se encontra do PMC. Ele indica qual a barra mais susceptível ao colapso de tensão (KESSEL; GLAVITSCH, 1986), (DANISH et al., 2019). A Equação 2.13 apresenta o cálculo deste IET, onde α_L e α_G denotam um grupo de barras de carga e de geradores, respectivamente.

$$L = \max_{j \in \alpha_L} \left| 1 - \frac{\sum_{i \in \alpha_G} \mathbf{F}_{ij} \mathbf{V}_i}{\mathbf{V}_j} \right| \quad (2.13)$$

O índice de estabilidade de tensão VSI (do inglês, *Voltage Stability Index*) determina a distância que o ponto de operativo de um sistema se encontra do colapso, utilizando as magnitudes de tensão e corrente da barra. Por variar quase linearmente com a carga, o VSI faz o uso desse fato para calcular a distância à instabilidade. A Equação 2.14 detalha o cálculo desse índice, onde γ é um coeficiente linear, k representa a barra do sistema, V_k e ΔV_k é a magnitude de tensão e sua variação e I_k e ΔI_k é a magnitude de corrente e sua variação nodal, respectivamente (DANISH et al., 2019), (HAQUE, 2008).

$$VSI_k = \left[1 + \frac{I_k \Delta V_k}{V_k \Delta I_k} \right]^\gamma \quad (2.14)$$

O índice de estabilidade de linha L_{mn} , determinado pela Equação 2.15, utiliza de conceitos de transferência de potência em linhas de transmissão para identificar barras próximas do colapso de tensão (DANISH et al., 2019), (RAHMAN; JASMON, 1995), em que δ_{km} é o ângulo da impedância da linha e θ_{km} é a defasagem angular entre as tensões das barras V_k de origem e V_m receptora. x_{km} é a reatância da linha e Q_m é a potência reativa da barra receptora.

$$L_{mn} = \frac{4 Q_m x_{km}}{(|V_k| \text{sen}(\delta_{km} - \theta_{km}))^2} \quad (2.15)$$

O índice do vetor tangente TVI (do inglês, *Tangent Vector Index*) quantifica o efeito das mudanças da carga nas variáveis de estado de um sistema. Esse índice é válido para avaliar como um sistema se comporta a uma distância do ponto do colapso (DANISH et al., 2019), (DE SOUZA; CANIZARES; QUINTANA, 1997). A Equação 2.16 apresenta o cálculo deste IET.

$$TVI_k = \left| \frac{dV_k}{d\lambda} \right|^{-1} \quad (2.16)$$

Por fim, o índice de estabilidade de tensão simplificado $SVSI$ (do inglês, *Simplified Voltage Stability Index*), apresentado na Equação 2.17, é baseado no conceito de distância elétrica para selecionar o gerador mais próximo a uma barra de carga específica (DANISH et al., 2019), (PÉREZ-LONDOÑO; RODRÍGUEZ; OLIVAR, 2014), em que β_{cor} é o fator de correção que relaciona a maior magnitude de tensão entre as barras em análise e ΔV_k é a queda de tensão na impedância equivalente de Thévenin do sistema visto de uma barra monitorada por medição fasorial.

$$SVSI_k = \frac{\Delta V_k}{\beta_{cor} V_k} \quad (2.17)$$

2.6 CONSIDERAÇÕES FINAIS DE CAPÍTULO

Neste capítulo foram apresentadas as principais metodologias para avaliação da estabilidade de sistemas elétricos de potência: curva PV e QV, análise modal, fluxo de potência ótimo e índices de estabilidade de tensão.

As curvas PV e QV são ferramentas comumente empregadas para a avaliação inicial da estabilidade de tensão, pois retratam a demanda da carga e a solicitação de potência reativa em função da magnitude de tensão nas barras do sistema sob análise.

A análise modal é um dos métodos mais utilizados para a determinação de barras críticas de uma rede e frequentemente é empregado como validador de novos métodos,

pois é capaz de quantificar a participação de cada barra no fenômeno de instabilidade efetuando avaliação das sensibilidades QV da rede elétrica.

Por fim, abordou-se alguns dos principais índices de estabilidade de tensão, que visam fornecer uma medida do quão próximo da instabilidade uma rede está operando. Destaca-se que, durante a pesquisa bibliográfica realizada, não foram encontrados IET que empregam distorções harmônicas para análise de estabilidade.

3 ANÁLISE HARMÔNICA

Neste capítulo, aborda-se o tema análise harmônica em sistemas elétricos de potência, dissertando sobre os efeitos da propagação de correntes harmônicas na rede e os métodos para análise de redes no domínio da frequência como: o método direto, o método por compensação de correntes e o método de injeção de correntes trifásico harmônico (MICTH).

Os métodos para análise harmônica auxiliam na avaliação do comportamento de um sistema elétrico em resposta à conexão de cargas não-lineares (ARRILLAGA; WATSON, 2003). Ferramentas que quantificam e descrevem esse comportamento vêm sendo cada vez mais requisitadas em estudos de planejamento (VARIZ; CARNEIRO JR et al., 2008) e monitoramento de redes elétricas (MELO; ALMEIDA, 2021).

Efeitos indesejados e danosos ao sistema podem ocorrer na presença de correntes e tensões não-senoidais. Entre esses, destacam-se o aumento das perdas elétricas, sobretensões e sobrecorrentes, ressonâncias, operação indevida de sistemas de proteção e danos aos circuitos magnéticos, como transformadores, afetando diretamente sua vida útil. Através dos métodos de análise harmônica, medidas corretivas e operativas podem ser adotadas a fim de mitigar os problemas consequentes (MELO; PEREIRA; VARIZ et al., 2020).

Os métodos de análise podem empregar formulações no domínio do tempo ou da frequência. Apesar de formulações no domínio do tempo apresentarem resultados mais precisos, essas demandam um elevado esforço computacional devido aos longos períodos de simulação. Por sua vez, formulações no domínio da frequência resultam em um esforço computacional menor, uma vez que a modelagem matemática do problema é fasorial, estática e está associada à ordem do espectro harmônico analisado, considerando desacoplamento entre as frequências e a um processo iterativo (VARIZ; PEREIRA et al., 2006), (VARIZ; CARNEIRO JR et al., 2008).

Para técnicas de modelagem no domínio da frequência, usualmente, os estudos de penetração harmônica são classificados em métodos diretos, métodos de análise harmônica iterativa e métodos de fluxo de potência harmônico por injeção de correntes (PES, 2003).

3.1 HARMÔNICAS EM SISTEMAS ELÉTRICOS

Em condições normais de operação, idealmente é esperado que um sistema elétrico de potência opere de maneira equilibrada, que a frequência fundamental da rede se mantenha constante, com correntes e tensões senoidais com magnitudes dentro de limites especificados por normas vigentes. Entretanto, em sistemas reais, a forma da corrente ou tensão é comumente distorcida em algum nível, devido às características operativas ou intrínsecas dos elementos conectados aos mesmos (PES, 2003).

Qualquer tipo de carga (ou equipamento) que não possuir uma relação linear entre a corrente e a tensão aplicada em seus terminais resultará no aparecimento de componentes harmônicas no sistema. Dessa forma, caracteriza-se a carga não-linear, devido a não possuir uma relação entre tensão e corrente constante (SKVARENINA; DEWITT, 2000), (KAGAN; ROBBA; SCHMIDT, 2009).

No passado, apenas concessionárias de energia e algumas grandes cargas específicas possuíam a geração e propagação de harmônicos como variável de interesse em sua operação. Atualmente, há cargas não-lineares gerando harmônicos nos mais diversos setores e escala e, comumente, a mesma carga que produz correntes harmônicas é também sensível a ela (SKVARENINA; DEWITT, 2000). Como exemplo, tem-se o caso de equipamentos de eletrônica de potência tiristorizados como os compensadores estáticos de reativos, os quais injetam correntes harmônicas a depender do ângulo de disparo dos tiristores tendo sua operação afetada pelas mesmas.

As correntes harmônicas nas redes possuem origem na não-linearidade das cargas que empregam circuitos magnéticos, dispositivos baseados em chaveamento e arcos elétricos. A exemplo, cita-se inversores, dispositivos que empregam eletrônica de potência, saturação e histerese de transformadores, fornos a arco e lâmpadas fluorescentes (PES, 2003), (MELO; PEREIRA; RIBEIRO et al., 2019).

A presença de distorções harmônicas nos sistemas elétricos de potência é indesejável e resulta na degradação da qualidade da energia elétrica, aumento de perdas, redução da vida útil de equipamentos, interferência em serviços de comunicação e má operação do sistema de proteção (MELO; PEREIRA; RIBEIRO et al., 2019). A seguir, são descritos alguns impactos da presença de harmônicas em um sistema elétrico:

- Devido ao efeito pelicular, nota-se o aumento da resistência do material de um condutor com o aumento da frequência, cabos pelos quais fluem correntes harmônicas tem um aumento de perdas elétricas em razão de seu aquecimento (SKVARENINA; DEWITT, 2000);
- Para circuitos trifásicos a quatro fios envolvendo a presença do neutro, as harmônicas triplas representam um desafio extra. As harmônicas de terceira ordem e seus múltiplos possuem sequência de fase zero. Em razão disso, elas se somam no condutor neutro, aumentando a corrente que por ele circula e penetra no sistema (SKVARENINA; DEWITT, 2000);
- Devido às correntes harmônicas injetadas, o fator de potência é afetado pelas distorções harmônicas. Deve-se, então, considerar a distorção provocado pelas componentes harmônicas da corrente no equacionamento do fator de potência;

- Em transformadores há indução de correntes harmônicas no fluxo magnético em seu núcleo, a medida que estas fluem pelos enrolamentos, aumentando o fenômeno de histerese e correntes parasitas. Tais perdas no ferro do transformador adicionadas às perdas ôhmicas podem gerar sobreaquecimento, acarretando danos no isolamento (SKVARENINA; DEWITT, 2000);
- Bancos de capacitores são utilizados nas redes para melhoria do perfil de tensão e correção do fator de potência. Caso a reatância do banco de capacitores e da rede possuam magnitudes próximas e, ainda, uma carga não-linear for conectada no mesmo ponto, ocorrerá o fenômeno de ressonância paralela. Se a frequência da ressonância for próxima à frequência harmônica da corrente injetada no sistema, os capacitores podem amplificar as correntes harmônicas produzidas pelas cargas não-lineares (KAGAN; ROBBA; SCHMIDT, 2009), (SKVARENINA; DEWITT, 2000).
- Similar à ressonância paralela, a ressonância em série ocorre quando os elementos causadores de ressonância estão conectados em série (KAGAN; ROBBA; SCHMIDT, 2009), como no caso em que o elemento ressonante é um transformador conectado em série a um valor de capacitância e em casos de compensação série de linhas de transmissão;
- Nos sistemas de proteção, devido ao fluxo de correntes harmônicas, pode-se ter a operação indevida de relés e disjuntores (SKVARENINA; DEWITT, 2000) (PEREIRA et al., 2020);
- No área de telecomunicações, a exemplo, cabos de comunicação frequentemente estão próximos aos cabos de energia. Essa proximidade pode causar ruídos nos sistemas devido ao acoplamento indutivo (SKVARENINA; DEWITT, 2000), ocasionando perturbações que podem afetar o envio e recebimento de dados advindos de medidores, sistemas de proteção e controle em sistemas elétricos.

3.2 MODELAGEM DE COMPONENTES DA REDE ELÉTRICA

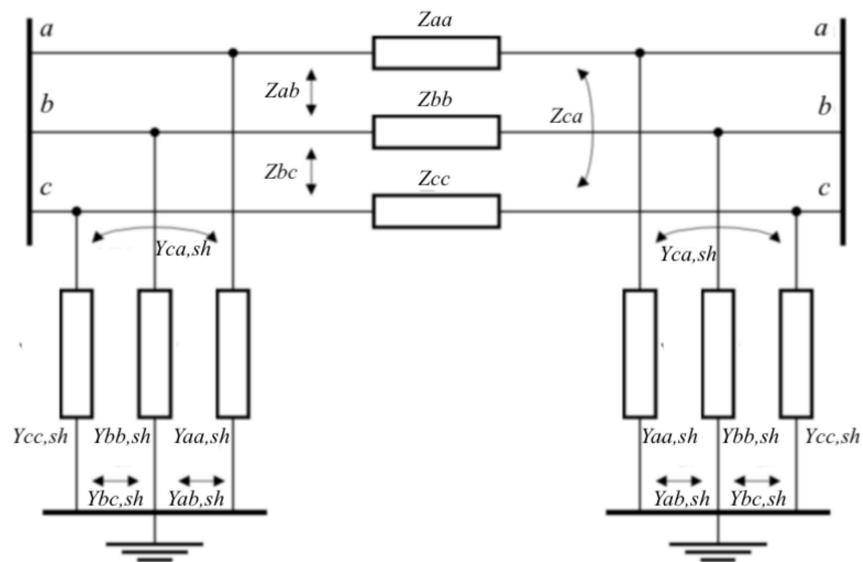
Para que a análise harmônica seja efetuada de maneira correta é necessário representar equipamentos e componentes do sistema adequadamente. Em razão da maioria dos métodos para análise harmônica utilizarem uma abordagem no domínio da frequência, é comum realizar a modelagem dos componentes do sistema também no domínio da frequência (PES, 2003), conforme explicitado nesta seção.

3.2.1 Linhas e Cabos

A modelagem de linhas e cabos devem ser representados pelo modelo PI equivalente polifásico, mostrado na Figura 7 com seus respectivos valores de impedâncias próprias

e mútuas entre as fases a, b, c . Para análises harmônicas com cargas equilibradas, o modelo PI equivalente monofásico pode ser empregado. As admitâncias *shunt* devem ser incluídas no sistema, uma vez que podem ocasionar efeitos de ressonância expressivos. O efeito pelicular pode ser considerado no cálculo da resistência, pois é relevante para altas frequências (PES, 2003), (BONNER et al., 1996), (VARIZ; CARNEIRO JR et al., 2008).

Figura 7 – Modelo PI equivalente de uma linha de transmissão



Fonte: Autora.

As Equações 3.1 e 3.2 apresentam modelos em função da frequência harmônica f^h para o cálculo das reatâncias indutivas x_L^h e capacitivas x_C^h em uma dada ordem harmônica h , no qual L é a indutância e C é a capacitância, respectivamente.

$$x_L^h = (2\pi f^h)L \quad (3.1)$$

$$x_C^h = \frac{1}{(2\pi f^h)C} \quad (3.2)$$

Em que f^h é um valor dado em Hz definido como múltiplo inteiro h da frequência fundamental f^1 , conforme Equação 3.3.

$$f^h = hf^1 \quad (3.3)$$

3.2.2 Transformadores

Para os transformadores, dentre as suas características que impactam o fluxo harmônico, têm-se a impedância de curto-circuito e a conexão dos enrolamentos. Os transformadores podem ser modelados usando impedância de curto-circuito. Contudo, apesar de serem impactadas pela variação da frequência, é aceitável modelar a impedância de curto-circuito como invariantes com a frequência (PES, 2003), (BONNER et al., 1996).

Deve-se considerar, também, a conexão dos enrolamentos do transformador em estrela ou triângulo, pois podem defasar as correntes e tensões harmônicas em $\pm 30^\circ$ (PES, 2003), (BONNER et al., 1996).

A Equação 3.4 mostra a impedância de curto-circuito dependente da frequência harmônica (KAGAN; ROBBA; SCHMIDT, 2009), em que r_{tr} e x_{tr} são a resistência e a reatância de curto-circuito do transformador, respectivamente.

$$z_{tr}^h = r_{tr} + jhx_{tr} \quad (3.4)$$

3.2.3 Geradores

Os geradores são modelados como uma combinação de resistências e reatâncias indutivas subtransitórias (ARRILLAGA; WATSON, 2003), (PES, 2003). A Equação 3.5 detalha a modelagem de geradores, onde r é obtida através das perdas da máquina e x_d'' é a reatância subtransitória do gerador na frequência fundamental.

$$y_G^h = \frac{1}{r\sqrt{h} + jx_d''h} \quad (3.5)$$

3.2.4 Cargas lineares

As cargas lineares afetam o sistema além da frequência fundamental, pois absorvem parte das correntes harmônicas injetadas pelas cargas não-lineares (BURCH et al., 2003). Por esse fato, para frequências além da fundamental, é necessária uma formulação capaz de melhor detalhar esse efeito. Tipicamente, as cargas são representadas por modelos estáticos, nos quais suas potências ativas e reativas na frequência fundamental são conhecidas. Dessa forma, conhecendo-se as potências e a tensão na frequência fundamental é possível determinar impedâncias equivalentes para cada ordem harmônica. Há diversos modelos agregados de carga linear como o série, o paralelo e o CIGRÉ (BURCH et al., 2003), (ARRILLAGA; WATSON, 2003).

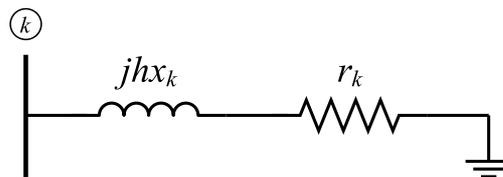
Para estudos em redes de transmissão, as cargas lineares são comumente especificadas através do modelo em paralelo.

É importante ressaltar que o modelo estipulado para a análise harmônica afeta diretamente a matriz de admitâncias nodais para uma dada ordem harmônica sob análise, sendo necessário avaliar o comportamento de metodologias destinadas à penetração e propagação harmônica em diversos cenários de modelos de carga linear, uma vez que as mesmas podem impactar de maneira expressiva em pontos de ressonância do sistema de transmissão. A rigor, tais cargas são modeladas a partir de correta estimativa e mensuração de dados obtidos em intervalos de tempo regulares mediante especificações técnicas para monitoramento e controle de harmônicas em sistemas elétricos de potência (KAGAN; ROBBA; SCHMIDT, 2009).

3.2.4.1 Modelo RL série

No modelo série, visto na Figura 8, a resistência r_k e reatância x_k da carga linear se encontram conectadas em série. As Equações 3.6 e 3.7 quantificam a magnitude de r_k e x_k em função das potências ativa P_k^1 e reativa Q_k^1 e da tensão V_k^1 na frequência fundamental para uma barra k de um sistema (BURCH et al., 2003).

Figura 8 – Carga linear modelada em série.



Fonte: Autora.

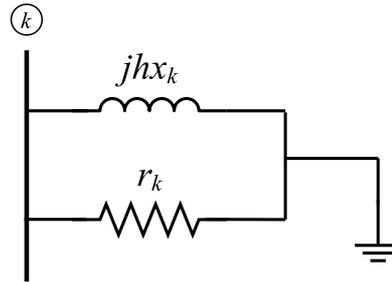
$$r_k = \frac{P_k^1 (V_k^1)^2}{(P_k^1)^2 + (Q_k^1)^2} \quad (3.6)$$

$$x_k = \frac{Q_k^1 (V_k^1)^2}{(P_k^1)^2 + (Q_k^1)^2} \quad (3.7)$$

3.2.4.2 Modelo RL paralelo

No modelo paralelo, a resistência r_k e reatância x_k da carga linear se encontram conectadas em paralelo. A Figura 9 mostra a conexão desses elementos. As Equações 3.8 e 3.9 quantificam a magnitude de r_k e x_k em função das potências ativa P_k^1 e reativa Q_k^1 e da tensão V_k^1 na frequência fundamental para uma barra k de um sistema (BURCH et al., 2003).

Figura 9 – Carga linear modelada em paralelo.



Fonte: Autora.

$$r_k = \frac{(V_k^1)^2}{P_k^1} \quad (3.8)$$

$$x_k = \frac{(V_k^1)^2}{Q_k^1} \quad (3.9)$$

Pode-se considerar o efeito pelicular através da incorporação do fator de correção m^h , mostrado na Equação 3.10.

$$m^h = 0,1h + 0,9 \quad (3.10)$$

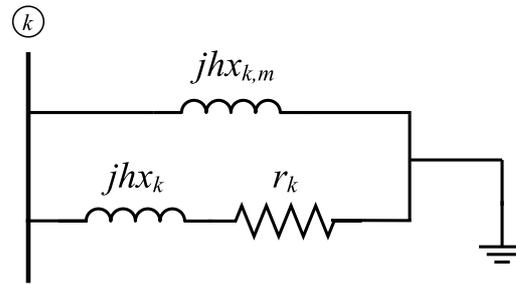
3.2.4.3 Modelo CIGRÉ

Os modelos série e paralelo supracitados não detalham a participação de motores de indução na composição da carga linear.

No modelo CIGRÉ, a carga linear é dividida em parte resistiva e motora e é indicado para uso quando a parcela motora é inferior a 30% da carga. Através do fator de participação de motores K_m , a parcela de potência que os motores estão demandando em relação à potência total é ponderada. Ele também pondera a atuação harmônica que ocorre nos enrolamentos dos transformadores (BURCH et al., 2003).

A Figura 10 mostra a conexão dessa configuração. As Equações 3.11, 3.12 e 3.13 quantificam a magnitude de parte resistiva e reatância, que considera a participação de transformadores, r_k e x_k , e motora, $x_{k,m}$, em função das potências ativa, reativa e tensão na frequência fundamental e do fator de participação dos motores. Destaca-se que, caso se despreze o efeito dos motores, tem-se o modelo série, e caso se despreze o efeito dos transformadores, tem-se o modelo paralelo.

Figura 10 – Carga linear modelo CIGRÉ.



Fonte: Autora.

$$r_k = \frac{(V_k^1)^2}{(1 - K_m)P_k^1} \quad (3.11)$$

$$x_k = 0,073r_k \quad (3.12)$$

$$x_{k,m} = \frac{(V_k^1)^2}{K_m P_k^1 \left(6,7 \operatorname{tg} \left(\frac{Q_k^1}{P_k^1} \right) - 0,74 \right)} \quad (3.13)$$

3.2.5 Cargas não-lineares

A maioria das não-linearidades nos sistemas elétricos são modeladas como fontes de correntes harmônicas, como discutido previamente, e possuem sua magnitude e defasagem conhecidas através do seu espectro harmônico. Entretanto, em estudos utilizando fontes harmônicas pré-existentes (*background distortion*), a conexão de novas cargas não-lineares pode ser efetuada também através de fontes de tensões harmônicas (BURCH et al., 2003).

A modelagem de cargas não-lineares através de fontes de corrente é obtida através do seu espectro harmônico, fornecido por fabricantes (KAGAN; ROBBA; SCHMIDT, 2009) e/ou a partir de características típicas de equipamentos. Em um espectro harmônico, os valores da magnitude da corrente e sua defasagem são apresentados de acordo com o seu valor em cada ordem harmônica. A Tabela 1 mostra um espectro harmônico generalista. Para cargas não-lineares trifásicas, os valores da corrente e defasagem são trifásicos, conseqüentemente, respeitando suas defasagens angulares (KAGAN; ROBBA; SCHMIDT, 2009).

Tabela 1 – Espectro harmônico de uma carga não-linear.

h	I_{eh}^h	θ_{eh}^h	fp
1	I^1	θ^1	$\cos\phi$
3	I^3	θ^3	
5	I^5	θ^5	
7	I^7	θ^7	

Fonte: Autora, adaptado de Kagan, Robba e Schmidt (2009).

Em que I^h e θ^h são a magnitude e a defasagem da corrente injetada para cada ordem harmônica h . fp é o fator de potência ($\cos\phi$) da carga não-linear na frequência fundamental.

Para quantificar a injeção de corrente das cargas não-lineares de acordo com os valores do sistema, empregam-se as Equações 3.14 e 3.15 (PES, 2003).

$$I_{sist}^h = I_{sist}^1 \frac{I_{eh}^h}{I_{eh}^1} \quad (3.14)$$

$$\theta_{sist}^h = \theta_{sist}^1 + h(\theta_{sist}^h - \theta_{eh}^1) \quad (3.15)$$

Em que I_{sist}^h e θ_{sist}^h são os valores de magnitude e ângulo da corrente injetada em alguma barra do sistema pela carga não-linear e I_{eh}^h e θ_{eh}^h são os valores de magnitude e ângulo da corrente definidos pelo espectro harmônico da carga.

De forma simples, define-se o montante de injeção harmônica a ser inserida em uma dada ordem através do conhecimento da porcentagem da mesma em relação à frequência fundamental.

É comum efetuar o cálculo do fluxo de potência para se determinar as correntes fasoriais nodais em cada barra de carga do sistema. Esse valor, calculado em pu, é geralmente associado à 100% do valor da corrente injetada na barra. Diz-se que o espectro harmônico informa, neste caso, o valor percentual para as demais ordens harmônicas (a exemplo, a terceira harmônica poderia representar 30% do valor da corrente na fundamental), sendo possível determinar os valores injetados em cada ordem em pu ou em Ampères diretamente.

3.3 MÉTODO DIRETO

O cálculo das tensões harmônicas pelo método direto é determinado pela solução direta da Equação 3.16, aplicada à cada ordem harmônica h individualmente, considerando desacoplamento entre diferentes ordens harmônicas h , a partir da frequência fundamental

($h = 2, \dots, H_{max}$) (ARRILLAGA; WATSON, 2003).

$$\mathbf{I}^h = [\mathbf{Y}^h] \mathbf{V}^h \quad \text{para } h \neq 1 \quad (3.16)$$

\mathbf{V}^h e \mathbf{I}^h são os vetores de tensões e correntes harmônicas e \mathbf{Y}^h é a matriz de admitância nodal. Dessa forma, esse método utiliza de $H_{max} - 1$ equações independentes em que H_{max} é a máxima ordem harmônica considerada pelo estudo.

Devido à não-linearidade das fontes harmônicas, a matriz de admitância nodal pode ser formada apenas pelas barras nas quais há injeção de correntes harmônicas. Essa abordagem é relevante em razão da esparsidade e simetria conferida a matriz de admitância e por possibilitar uma representação do sistema mais precisa para diversas outras análises harmônicas (ARRILLAGA; WATSON, 2003). A matriz de admitância nodal reduzida é apresentada na Equação 3.17.

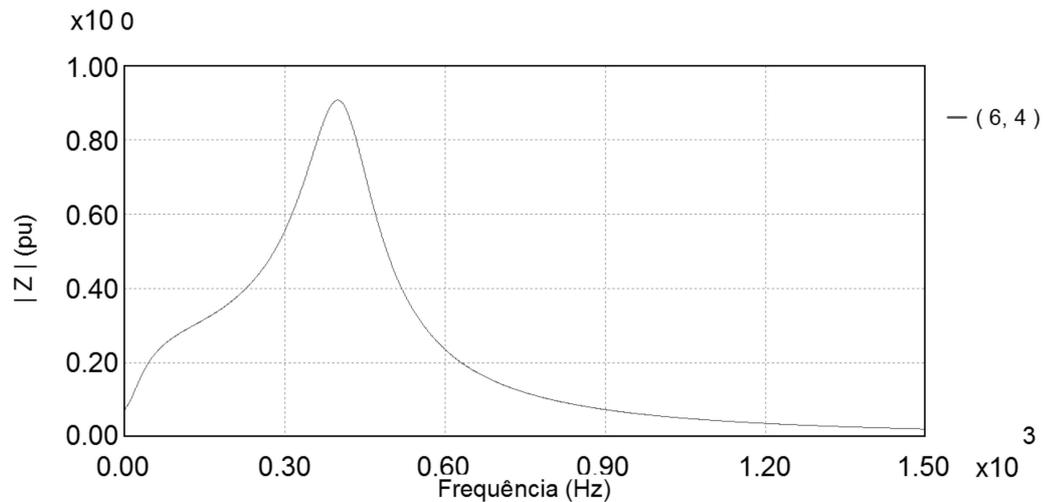
$$\begin{bmatrix} I_j \\ \vdots \\ I_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{jj} & \dots & Y_{jn} \\ \vdots & \dots & \vdots \\ Y_{nj} & \dots & Y_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_j \\ \vdots \\ V_n \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

Uma aplicação do método direto é em estudos de varredura na frequência (em livre tradução do termo *frequency scan*), amplamente utilizados para desenvolvimento de filtros passivos em sistemas de potência. A varredura na frequência busca verificar o fenômeno da ressonância dentro de uma faixa de frequências observadas. Há uma discretização da frequência para se analisar a impedância no ponto de acoplamento (ARRILLAGA; WATSON, 2003).

A Figura 11 mostra o resultado de uma simulação do método direto para varredura na frequência, obtida a partir de simulação usando o programa HARMZs desenvolvido pelo CEPEL, indicando o ponto de ressonância da carga como o ponto de inflexão da variação da impedância ao longo das frequências observadas, aproximadamente associado à frequência de 390 Hz, neste exemplo ilustrativo.

Observa-se um comportamento típico da impedância harmônica do sistema de potência em que há um comportamento indutivo linear abaixo da frequência de ressonância (à sua esquerda) e um comportamento contrário acima da mesma. O ponto de inflexão é caracterizado como ponto de ressonância, em que a impedância equivalente vista de uma barra do sistema atinge seu valor máximo (MONTEIRO et al., 2017). Para a frequência de ressonância, sabe-se que uma excitação de corrente naquela ordem harmônica resultará em um valor exacerbado de tensão, resultando em distorções que podem violar padrões e limites de qualidade de energia merecendo, portanto, especial atenção em análises harmônicas.

Figura 11 – Método de varredura na frequência.



Fonte: Autora.

Em Abu-Hashim et al. (1999), é mostrado casos típicos de ressonâncias em sistemas de transmissão que ocorrem, geralmente, em torno da quinta ordem harmônica e também em ordens mais elevadas, sendo altamente dependentes do tipo de carga linear (série, paralelo ou CIGRÈ).

No artigo Silva et al. (2020), mostra-se o impacto de cada carga linear nos valores de impedância harmônica e pontos de ressonância de um sistema de potência e a sua relação com o correto dimensionamento de filtros passivos para mitigação de correntes harmônicas.

3.4 MÉTODO DA COMPENSAÇÃO DA CORRENTE

Quando a Equação 3.16 é aplicada, considera-se que apenas as barras que contêm fontes harmônicas conectadas possuem corrente injetada diferente de zero. A parcela de corrente absorvida pelas cargas lineares não é considerada, a priori. O método da compensação da corrente atua para preencher essa lacuna, modelando o efeito de absorção das correntes harmônicas pelas cargas lineares (do inglês, *damping effect*), representando os “sumidouros” das correntes harmônicas.

O método da compensação da corrente é aplicado em fluxos de potência harmônico solucionados por processos iterativos. Para cada iteração é calculada a tensão harmônica de acordo com a corrente injetada pela fonte harmônica, baseando-se na matriz de admitância nodal formada para cada ordem harmônica. Através desse valor, calcula-se a corrente absorvida pelas cargas lineares e, então, o valor da tensão é corrigido através de múltiplas iterações. Em geral, o processo é efetuado considerando desacoplamento entre as ordens harmônicas, sendo realizado para cada frequência individualmente em um processo sequencial desde a frequência fundamental até a última ordem harmônica sob análise.

Neste caso, utiliza-se um método para cálculo do fluxo de potência tradicional para determinar o estado operativo do sistema na frequência fundamental (no Brasil, 60 Hz). Com os valores de magnitude e defasagem de corrente conhecidos, inicializa-se a análise harmônica.

Para um valor de tolerância tol estipulado, inicia-se o processo iterativo para primeira iteração ($t = 1$) e os seguintes passos são realizados:

1. Calcula-se as tensões harmônicas $[\mathbf{V}_t^h]$ através da Equação 3.18, considerando apenas as correntes injetadas pelas fontes harmônicas no sistema e com conhecimento da matriz de impedância $[\mathbf{Y}^h]$, que considera as admitâncias das cargas lineares, cabos, geradores, transformadores e todos os elementos modelados no domínio da frequência.

$$[\mathbf{V}_t^h] = [\mathbf{Y}^h]^{-1}[\mathbf{I}_t^h] \quad (3.18)$$

2. Calcula-se a corrente absorvida pelas cargas lineares $[\mathbf{I}_t^h]^*$ usando a Equação 3.19, em que $[\mathbf{Y}_p^h]$ é uma matriz diagonal contendo as contribuições das admitâncias harmônicas equivalentes para cada barra de carga linear, apenas.

$$[\mathbf{I}_t^h]^* = [\mathbf{Y}_p^h][\mathbf{V}_t^h] \quad (3.19)$$

3. Atualiza-se o valor das tensões harmônicas através da Equação 3.20, considerando a corrente consumida pelas cargas lineares.

$$[\mathbf{V}_{t+1}^h] = [\mathbf{Y}^h]^{-1}([\mathbf{I}_t^h] - [\mathbf{I}_t^h]^*) \quad (3.20)$$

4. Avalia-se a convergência da solução obtida através da Equação 3.21.

$$\max |[\mathbf{V}_{t+1}^h] - [\mathbf{V}_t^h]| < tol \quad (3.21)$$

- Se a convergência for atingida, finaliza-se o processo iterativo;
- Se a convergência não for alcançada, atualiza-se as tensões harmônicas de acordo com a Equação 3.22, volta ao passo 2 e realiza mais uma iteração $t = t + 1$.

$$[\mathbf{V}_t^h] = [\mathbf{Y}^h]^{-1}[\mathbf{I}_t^h]^* \quad (3.22)$$

Após a convergência do método, com os valores de correntes e tensões conhecidas, calcula-se as demais grandezas de interesse e indicadores harmônicos, como as distorções harmônicas individuais e totais, conhecidas no inglês como *Individual Harmonic Distortion* (IHD) e *Total Harmonic Distortion* (THD).

3.5 MÉTODO DA INJEÇÃO DE CORRENTES TRIFÁSICO HARMÔNICO

O método de injeção de correntes trifásico harmônico (MICTH) é descrito em Variz, Pereira et al. (2006), sendo desenvolvido para a contemplação e avaliação de um sistema desequilibrado, originalmente. O MICTH é descrito com uma generalização não trivial do fluxo de potência convencional aplicado ao domínio da frequência, utilizando-se o método de injeção de correntes descrito em Garcia, Pereira e Carneiro Jr (2001a) e Garcia, Pereira e Carneiro Jr (2001b).

O MICTH é solucionado de forma iterativa, através do método de Newton-Raphson, utilizando as variáveis de estado do sistema sendo as tensões (parte real e imaginária) em cada ordem harmônica calculadas como solução do problema. O sistema matricial descrito na Equação 3.23, apresenta a modelagem do sistema, no qual cada ordem harmônica do espectro representa uma linha da matriz.

$$\begin{bmatrix} [\Delta I^{abc}]_0 \\ [\Delta I^{abc}]_1 \\ [\Delta I^{abc}]_2 \\ \vdots \\ [\Delta I^{abc}]_h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [J^{abc}]_{00} & [J^{abc}]_{01} & [J^{abc}]_{02} & \cdots & [J^{abc}]_{0h} \\ [J^{abc}]_{10} & [J^{abc}]_{11} & [J^{abc}]_{12} & \cdots & [J^{abc}]_{1h} \\ [J^{abc}]_{20} & [J^{abc}]_{21} & [J^{abc}]_{22} & \cdots & [J^{abc}]_{2h} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ [J^{abc}]_{h0} & [J^{abc}]_{h1} & [J^{abc}]_{h2} & \cdots & [J^{abc}]_{hh} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [\Delta V^{abc}]_0 \\ [\Delta V^{abc}]_1 \\ [\Delta V^{abc}]_2 \\ \vdots \\ [\Delta V^{abc}]_h \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

Onde $[\Delta I^{abc}]_h$ e $[\Delta V^{abc}]_h$ são os vetores trifásicos complexos de resíduos de correntes e incrementos de tensões nodais do subsistema de frequência h , respectivamente. $[J^{abc}]_{hh}$ é a matriz Jacobiana trifásica complexa do subsistema de frequência h e $[J^{abc}]_{hh'}$ é a matriz Jacobiana trifásica complexa de acoplamento entre as frequências h e h' .

Para um sistema multi-nodal com k barras, para cada ordem harmônica h , a matriz desse subsistema pode ser descrita como mostrado na Equação 3.24. Por ser uma análise trifásica, cada bloco possui dimensão 3x3 (VARIZ; PEREIRA et al., 2006).

$$\begin{bmatrix} [\Delta I_{m_1}^{abc}] \\ [\Delta I_{r_1}^{abc}] \\ \vdots \\ [\Delta I_{m_k}^{abc}] \\ [\Delta I_{r_k}^{abc}] \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \frac{\partial \Delta I_{m_1}^{abc}}{\partial \Delta V_{r_1}^{abc}} & \frac{\partial \Delta I_{m_1}^{abc}}{\partial \Delta V_{m_1}^{abc}} & \cdots & \frac{\partial \Delta I_{m_1}^{abc}}{\partial \Delta V_{r_k}^{abc}} & \frac{\partial \Delta I_{m_1}^{abc}}{\partial \Delta V_{m_k}^{abc}} \\ \frac{\partial \Delta I_{r_1}^{abc}}{\partial \Delta V_{r_1}^{abc}} & \frac{\partial \Delta I_{r_1}^{abc}}{\partial \Delta V_{m_1}^{abc}} & \cdots & \frac{\partial \Delta I_{r_1}^{abc}}{\partial \Delta V_{r_k}^{abc}} & \frac{\partial \Delta I_{r_1}^{abc}}{\partial \Delta V_{m_k}^{abc}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial \Delta I_{m_k}^{abc}}{\partial \Delta V_{r_1}^{abc}} & \frac{\partial \Delta I_{m_k}^{abc}}{\partial \Delta V_{m_1}^{abc}} & \cdots & \frac{\partial \Delta I_{m_k}^{abc}}{\partial \Delta V_{r_k}^{abc}} & \frac{\partial \Delta I_{m_k}^{abc}}{\partial \Delta V_{m_k}^{abc}} \\ \frac{\partial \Delta I_{r_k}^{abc}}{\partial \Delta V_{r_1}^{abc}} & \frac{\partial \Delta I_{r_k}^{abc}}{\partial \Delta V_{m_1}^{abc}} & \cdots & \frac{\partial \Delta I_{r_k}^{abc}}{\partial \Delta V_{r_k}^{abc}} & \frac{\partial \Delta I_{r_k}^{abc}}{\partial \Delta V_{m_k}^{abc}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [\Delta V_{r_1}^{abc}] \\ [\Delta V_{m_1}^{abc}] \\ \vdots \\ [\Delta V_{r_k}^{abc}] \\ [\Delta V_{m_k}^{abc}] \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

Em que $[\Delta I_{r_k}^{abc}]$ e $[\Delta I_{m_k}^{abc}]$ são os vetores trifásicos de resíduos de corrente nodal da barra k , separados em suas parcelas real e imaginária, na frequência harmônica h ; $[\Delta V_{r_j}^{abc}]$ e $[\Delta V_{m_j}^{abc}]$ são os vetores trifásicos de incremento de nodal da barra j , separados em suas partes real e imaginária, na frequência harmônica h .

Os elementos da diagonal na Equação 3.24 explicitam a resposta do sistema para a ordem harmônica h e os elementos fora da diagonal descrevem os acoplamentos inter-harmônicos (VARIZ; PEREIRA et al., 2006).

A dimensão D total do sistema a ser solucionado pode ser obtido pela Equação 3.25, onde N_c representa a quantidade de equações de controle adicionada, caso existam, N_k é o número total de barras do sistema e H_{max} é a maior ordem harmônica em estudo.

$$D = 2[3(H_{max} \cdot N_k + N_c)] \quad (3.25)$$

3.6 INDICADORES DE DISTORÇÕES HARMÔNICAS

Os indicadores de distorções harmônicas auxiliam na análise de qualidade de energia e estudos de mitigação das correntes harmônicas, através da quantificação do desvio da corrente e tensão de um sistema em relação a forma senoidal idealizada para sinais elétricos (KAGAN; ROBBA; SCHMIDT, 2009).

Distorções harmônicas individuais de tensão e corrente são calculadas pelas Equações 3.26 a 3.27, respectivamente. Esses índices quantificam a relação entre a grandeza de estudo na ordem h e a frequência fundamental.

$$IHD_k^v = \frac{V_k^h}{V_k^1}, \quad h = 1, \dots, H_{max} \quad (3.26)$$

$$IHD_k^I = \frac{I_k^h}{I_k^1}, \quad h = 1, \dots, H_{max} \quad (3.27)$$

Em que V_k^h e I_k^h são as magnitudes de corrente e tensão da barra k para a ordem harmônica h , e H_{max} representa a ordem harmônica máxima em estudo.

Distorções harmônicas totais de tensão e corrente são calculadas pelas Equações 3.28 a 3.29, respectivamente. Esses índices quantificam o impacto de todas as ordens harmônicas em relação a fundamental.

$$THD_k^v = \frac{\sqrt{\sum_{h \neq 1}^{H_{max}} (V_k^h)^2}}{V_k^1} \quad (3.28)$$

$$THD_k^I = \frac{\sqrt{\sum_{h \neq 1}^{H_{max}} (I_k^h)^2}}{I_k^1} \quad (3.29)$$

No Brasil, os Procedimentos de Redes (PROREDE) elaborado pelo Operador Nacional do Sistema (ONS) e o Procedimento de Distribuição de Energia Elétrica (PRODIST) de

autoria da Agência Nacional de Energia Elétrica (ANEEL) orientam e estabelecem limites aceitáveis desses indicadores em uma rede conectada ao sistema elétrico de transmissão e distribuição, respectivamente.

Em normas nacionais, é comum o uso da sigla DTT (Distorção de Tensão Total) e DTI (Distorção de Tensão Individual) para descreverem os limites de THD e IHD, respectivamente.

Em uma abordagem geral, diz-se que limites aceitáveis de distorção total harmônica para sistemas de média tensão são iguais ou menores que 5% e, em sistemas de transmissão, os limites máximos aceitáveis devem ser menores que 3%.

3.7 CONSIDERAÇÕES FINAIS DO CAPÍTULO

Este capítulo foi dedicado ao entendimento de métodos utilizados para análise harmônica. Foram abordados os impactos da circulação de correntes harmônicas nas redes, detalhando o seu caráter prejudicial aos componentes dos sistemas e deterioração da qualidade de energia.

A modelagem no domínio da frequência dos principais componentes das redes foi apresentada bem como os equacionamentos envolvidos. Esse processo é necessário para que os métodos de análise harmônica ofereçam resultados mais precisos, retratando mais fielmente os cenários reais com todas as peculiaridades dos sistemas elétricos, incluindo sua resposta no domínio da frequência e pontos de ressonância.

Por fim, abordou-se algumas metodologias de análise harmônica como o métodos direto, compensação da corrente e o da injeção de correntes trifásico harmônico para obtenção de tensões em diferentes ordens harmônicas, além de indicadores de distorções harmônicas.

4 METODOLOGIA PROPOSTA

Neste capítulo é detalhada a metodologia desenvolvida para análise da estabilidade de tensão considerando distorções harmônicas. É apresentada a formulação do problema de otimização desenvolvido e sua resolução. Índices estabelecidos com base nos multiplicadores de Lagrange são determinados e é apresentada uma comparação do comportamento dos mesmos em uma analogia à curva PV, ao final do capítulo.

4.1 FORMULAÇÃO DO FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO PROPOSTO

Nesta seção é descrita a formulação do fluxo de potência ótimo proposto.

A função objetivo descrita na Equação 4.1 visa a maximização do carregamento do sistema e está sujeita às restrições de igualdade e desigualdade. As restrições de igualdade são representadas através das Equações 4.2 a 4.4, as quais estabelecem o balanço de potência ativa e reativa na frequência fundamental e o fluxo de potência harmônico, respectivamente. As restrições de desigualdade, Equações 4.5 a 4.8, representam os limites operacionais da rede e os limites de indicadores de qualidade de energia elétrica.

$$\max_{(\mathbf{v}^h, \theta^h, \mathbf{P}_g^1, \mathbf{Q}_g^1)} \lambda \quad (4.1)$$

sujeito a:

$$P_k^{calc} - (P_{g,k}^1 - \lambda P_{l,k}^1) = 0, \quad k = 1, \dots, N_L \quad (4.2)$$

$$Q_k^{calc} - (Q_{g,k}^1 - \lambda Q_{l,k}^1) = 0, \quad k = 1, \dots, N_L \quad (4.3)$$

$$\dot{\mathbf{V}}^h = [\mathbf{Y}^h]^{-1} \dot{\mathbf{I}}^h, \quad h = 2, \dots, H_{max} \quad (4.4)$$

$$V_k^{1,min} \leq V_k^1 \leq V_k^{1,max}, \quad k = 1, \dots, N_L \quad (4.5)$$

$$0 \leq P_{g,i}^1 \leq P_{g,i}^{1,max}, \quad i = 1, \dots, N_g \quad (4.6)$$

$$Q_{g,i}^{1,min} \leq Q_{g,i}^1 \leq Q_{g,i}^{1,max}, \quad i = 1, \dots, N_g \quad (4.7)$$

$$0 \leq THD_k^v \leq THD_k^{v,max}, \quad k = 1, \dots, N_L \quad (4.8)$$

Em que:

- λ denota o fator de carregamento do sistema assumindo incrementos de carga iguais em todas as barras de carga;
- N_L é o número total de barras de carga do sistema de potência;
- N_g é o número total de barras de geração do sistema de potência;
- P_k^{calc} e Q_k^{calc} são as potências ativas e reativas calculadas para cada barra k do sistema em função das variáveis de estado;
- $P_{g,k}^1$ e $Q_{g,k}^1$ são as potências ativa e reativa geradas especificadas em uma dada barra k ;
- $P_{l,k}^1$ e $Q_{l,k}^1$ são as potências ativa e reativa demandadas especificadas em uma dada barra k ;
- \mathbf{V}^h e \mathbf{I}^h representa a tensão fasorial e o vetor de correntes injetadas para as ordens harmônicas h , respectivamente;
- \mathbf{Y}^h é a matriz de admitância nodal para um dada ordem harmônica h ;
- V_k^1 é a magnitude da tensão na frequência fundamental ($h = 1$);
- $V_k^{1,min}$ e $V_k^{1,max}$ são os limites inferiores e superiores de magnitude de tensão, representados na restrição de desigualdade Equação 4.5;
- $P_{g,i}^1$ é a potência ativa gerada na barra i e $P_{g,i}^{1,max}$ é a máxima capacidade do gerador correspondente, mostrado na Equação 4.6;
- $Q_{g,i}^1$ é a potência reativa gerada na barra i , $Q_{g,i}^{1,min}$ e $Q_{g,i}^{1,max}$ são os valores de mínimo e máximo de potência reativa, mostrado na inequação 4.7; e
- THD_k^v e $THD_k^{v,max}$ são a distorção harmônica total de tensão e seu correspondente máximo, mostrada na Equação 4.8.

As distorções harmônicas totais de tensão são calculadas pela Equação 4.9.

$$THD_k^v = \frac{\sqrt{\sum_{h \neq 1}^{H_{max}} (V_k^h)^2}}{V_k^1}, \quad k = 1, \dots, N_L \quad (4.9)$$

Destaca-se que o fluxo de potência na frequência fundamental é representado pelas Equações 4.2 e 4.3, através das quais a geração de potência e carregamento do sistema são considerados. Os valores de potência ativa e reativa calculados são determinados pelas

Equações 4.10 e 4.11, de acordo com o equacionamento tradicional do fluxo de potência não-linear.

$$P_k^{calc} = V_k^1 \sum_{m \in K} V_m^1 (G_{km}^1 \cos(\theta_{km}^1) + B_{km}^1 \sen(\theta_{km}^1)) \quad (4.10)$$

$$Q_k^{calc} = V_k^1 \sum_{m \in K} V_m^1 (G_{km}^1 \sen(\theta_{km}^1) - B_{km}^1 \cos(\theta_{km}^1)) \quad (4.11)$$

Em que K denota o conjunto de barras conectadas diretamente a uma dada barra k , incluindo a própria barra k . B_{km}^1 e G_{km}^1 são a susceptância e condutância de um ramo km na frequência fundamental e θ_{km}^1 é a diferença angular entre as barras k e m .

O fluxo de potência harmônico é computado através da aplicação da Equação 4.4, que representa a resposta no domínio da frequência da rede, dadas as injeções de correntes de cargas não-lineares (fontes harmônicas) modeladas como fontes de corrente constantes. Também considera os elementos do sistema de potência, incluindo máquinas, cargas e linhas de transmissão no domínio da frequência.

Uma das principais contribuições desta pesquisa é a introdução dos indicadores de qualidade de energia como restrições de desigualdade que devem ser atendidas para que a solução ótima seja encontrada, determinado dessa forma, o máximo carregamento e os fasores de tensões harmônicas (magnitudes e ângulos). As barras críticas relacionadas a estabilidade de tensão e distorções harmônicas são identificadas com base nos multiplicadores de Lagrange associados às restrições do problema de otimização proposto.

4.2 RESOLUÇÃO DO PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO

Devido à natureza não-linear do problema de otimização, a solução é obtida através do Método de Pontos Interiores (MPI), descrito nesta seção de acordo com Granville (1994) e Ferreira et al. (2002).

Tipicamente, um problema de otimização pode ser formulado como mostrado na Equação 4.12.

$$\begin{aligned} & \max f(\mathbf{x}) \\ & \text{sujeito a:} \\ & \mathbf{g}(\mathbf{x}) = 0 \\ & \mathbf{h}(\mathbf{x}) \leq 0 \end{aligned} \quad (4.12)$$

Em que \mathbf{x} representa o vetor de variáveis, $f(\mathbf{x})$ é a função objetivo a ser maximizada, $\mathbf{g}(\mathbf{x})$ representa as restrições de igualdade e $\mathbf{h}(\mathbf{x})$ as restrições de desigualdade. As inequações são transformadas em restrições de igualdade através da introdução de variáveis

de folga \mathbf{s} como apresentado na Equação 4.13. Neste caso, a função de parâmetro de barreira μ é adicionado à função objetivo, em que n_{ineq} denota o número de restrições de desigualdade do problema.

$$\begin{aligned} & \max f(\mathbf{x}) - \mu \sum_{j=1}^{n_{ineq}} s_j \\ & \text{sujeito a:} \\ & \mathbf{g}(\mathbf{x}) = 0 \\ & \mathbf{h}(\mathbf{x}) + \mathbf{s} = 0 \end{aligned} \tag{4.13}$$

A função Lagrangiana a ser maximizada é determinada pela Equação 4.14, na qual n_{eq} é o número de restrições de igualdade.

$$L_{(\mathbf{x},\delta,\pi,\mu)} = f(\mathbf{x}) - \mu \sum_{j=1}^{n_{ineq}} s_j - \sum_{j=1}^{n_{eq}} \delta_j g_j(\mathbf{x}) - \sum_{j=1}^{n_{ineq}} \pi_j (h_j(\mathbf{x}) - s_j) \tag{4.14}$$

Baseado na aplicação das condições de otimalidade de primeira ordem de Karush-Kuhn-Tucker (KKT) é possível calcular as derivadas de $L_{(\mathbf{x},\delta,\pi,\mu)}$ em relação às variáveis de estado \mathbf{x} , os multiplicadores de Lagrange associados as restrições de igualdade δ_j e desigualdade π_j , como descrito na Equação 4.15:

$$\frac{\partial L_{(x,\delta,\pi,\mu)}}{\partial x} = \frac{\partial L_{(x,\delta,\pi,\mu)}}{\partial \delta} = \frac{\partial L_{(x,\delta,\pi,\mu)}}{\partial \pi} = \frac{\partial L_{(x,\delta,\pi,\mu)}}{\partial \mu} = 0 \tag{4.15}$$

As derivadas são igualadas a zero e a solução é obtida iterativamente pela aplicação do método de pontos interiores detalhado no Apêndice B.

É importante notar que no máximo local \mathbf{x}^* , as restrições ativas $h(\mathbf{x}^*) = 0$ são associadas aos maiores multiplicadores de Lagrange e podem ser usadas para identificar quais inequações atingiram o seu limite correspondente (inferior ou superior). Essas inequações possuem grande impacto no valor da função objetivo, podendo indicar áreas críticas, quando um problema de otimização restrito é formulado para análise operativa de sistemas de potência e estabilidade de tensão (HONG; GAU, 1994), (RODRIGUEZ-GARCIA; PEREZ-LONDONO; MORA-FLOREZ, 2019).

A solução obtida para dada condição de carga através do MPI fornece o estado operativo do sistema, bem como os valores dos multiplicadores de Lagrange (PILLO; ROMA, 2006). Esses valores são válidos para indicar as barras mais críticas do sistema, uma vez que podem ser relacionados ao seu carregamento (RODRIGUEZ-GARCIA; PEREZ-LONDONO; MORA-FLOREZ, 2019), (GRANVILLE, 1994). Neste caso, mesmo que o mínimo ou máximo global não seja garantido de ser encontrado, as condições de otimalidade de primeira ordem de KKT devem ser satisfeitas para que a solução ótima

seja encontrada de maneira satisfatória, representando uma solução viável e factível para a operação do sistema.

Ressalta-se que valores maiores de multiplicadores de Lagrange são frequentemente associados às barras mais críticas dentro do contexto de estudo de estabilidade de tensão (FERREIRA et al., 2002), (RODRIGUEZ-GARCIA; PEREZ-LONDONO; MORA-FLOREZ, 2019). Além disso, é conhecido que a medida em que o carregamento de um sistema aumenta, a partir do valor nominal ($\lambda = 1$) em direção ao ponto de máximo carregamento, os multiplicadores de Lagrange associados à geração de potência reativa possuem um comportamento decrescente a medida que o sistema de potência se aproxima do máximo fator de carregamento no ponto crítico ($\lambda = \lambda_{max}$).

4.3 DETERMINAÇÃO DOS ÍNDICES BASEADOS EM MULTIPLICADORES DE LAGRANGE

Após a convergência do problema de otimização para um dado ponto de operação, o máximo carregamento e as variáveis de estado são determinadas, assim como os multiplicadores de Lagrange associados as restrições de igualdade e desigualdade.

Baseado nos valores dos multiplicadores de Lagrange, é possível determinar índices de estabilidade de tensão responsáveis por indicar a proximidade em relação ao PMC. Três índices são propostos neste trabalho para identificar áreas críticas da rede relacionadas à (i) estabilidade de tensão e (ii) suas correspondentes distorções harmônicas e (iii) a falta de suporte de potência reativa.

O índice apresentado na Equação 4.16 é usando para análise de restrições ativas as quais atingiram o seu correspondente valor mínimo de magnitude de tensão (a exemplo, 0,95 pu). De forma similar, o índice apresentado na Equação 4.17 é empregado para avaliar restrições que atingiram o valor máximo de THD de tensão (a exemplo, 3%).

$$d_k^v = \frac{1}{1 + \left(\frac{\pi_k^v}{\lambda}\right)} \quad (4.16)$$

$$d_k^{thd} = \frac{1}{1 + \left(\frac{\pi_k^{thd}}{\lambda}\right)} \quad (4.17)$$

Em que π_k^v e π_k^{thd} são, respectivamente, o maior multiplicador de Lagrange associado à restrição ativa relacionada à magnitude de tensão e sua distorção harmônica total.

O fator de carregamento λ também é considerado na elaboração dos índices, uma vez que as Equações 4.16 e 4.17 tendem ao valor unitário a medida que o sistema se aproxima do ponto crítico, quando todos os multiplicadores de Lagrange são aproximadamente zero, como dissertado em Rodriguez-Garcia, Perez-Londono e Mora-Florez (2019).

O índices d_k^v e d_k^{thd} são usados para avaliar os maiores valores de multiplicadores de Lagrange associados às restrições de magnitude de tensão e seu correspondente THD, mostrados nas Equações 4.5 e 4.8, respectivamente. Suas aplicações permitem a avaliação da deterioração da qualidade da energia para diferentes cenários, indicando as barras mais sensíveis aos problemas de subtensão e seu correspondente limite de distorção harmônica.

É esperado que quando o sistema for estável, os índices assumem valores próximos a zero. A medida que o sistema se aproxima do ponto crítico, próximo ao PMC, eles se aproximam do valor unitário, servindo como uma medida da proximidade da instabilidade.

Adicionalmente, as sensibilidades relacionadas a injeção de potência reativa à magnitude de tensão em cada barra k pode ser usada para identificar barras críticas da rede. O índice proposto d_k^q , descrito na Equação 4.18, é utilizado para avaliar a estabilidade de tensão relacionada ao maior multiplicador de Lagrange δ_k^q , associado a restrição de igualdade de potência reativa, mostrada na Equação 4.3.

$$d_k^q = 1 - \frac{1}{1 + \left(\frac{\delta_k^q}{\lambda}\right)} \quad (4.18)$$

Quando o sistema está próximo ao ponto crítico, d_k^q é calculado para cada barra de carga objetivando a identificação de quais barras precisam de suporte adicional de potência reativa.

Em uma analogia com os fatores de participação calculados pelo método tradicional da análise modal, mostrado na Equação 2.11, o índice proposto almeja determinar quais são as barras mais críticas do sistema devido à sensibilidade QV das barras de carga.

4.4 ASSOCIAÇÃO DOS ÍNDICES PROPOSTOS COM O FLUXO CONTINUADO

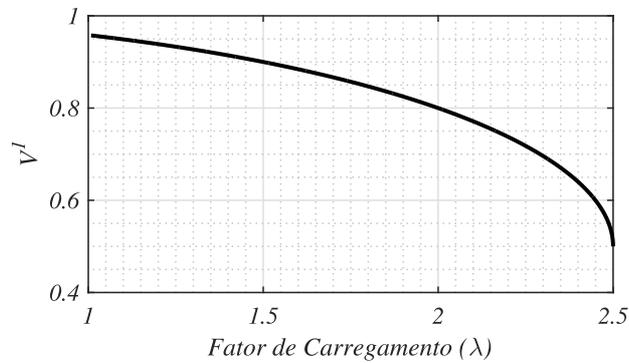
Como descrito em Rodriguez-Garcia, Perez-Londono e Mora-Florez (2019), a medida que o carregamento do sistema aumenta, se aproximando do ponto crítico, os multiplicadores de Lagrange tendem a decair até atingir o valor nulo. A observação dessas características permitem descrever o comportamento dos índices propostos.

Como visto na Seção 2.1 do Capítulo 2, a curva PV descreve a trajetória da tensão de uma barra de um sistema em relação ao incremento sucessivo de seu carregamento. De forma similar, os índices propostos utilizam o valor dos multiplicadores de Lagrange, obtidos através da solução ótima do sistema, determinada para cada ponto operativo. Dessa forma, é intuitivo pensar em um comparativo entre ambos.

A Figura 12 mostra uma curva PV típica e a Figura 13 apresenta o comportamento esperado dos índices propostos. Nota-se que o comportamento do índice proposto em analogia com a curva PV. A medida que o fator de carregamento do sistema se aproxima

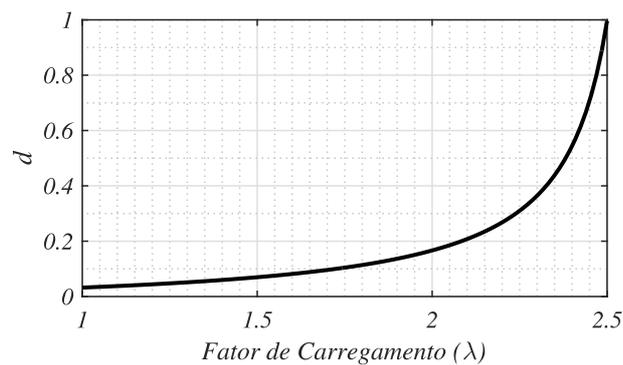
do seu máximo valor, a tensão do sistema e os multiplicadores de Lagrange decaem. Desta forma, é possível traçar a trajetória dos índices propostos.

Figura 12 – Trajetória típica de uma curva PV



Fonte: Autora.

Figura 13 – Trajetória do índice proposto



Fonte: Autora.

Nota-se que os índices possuem uma tendência de partir de um valor próximo a zero para soluções estáveis, tendendo ao valor unitário a medida que se aproxima do PMC. Neste caso, a aplicabilidade do método em centros de controle e operação permite, de maneira simples e objetiva, analisar se um sistema está se aproximando do PMC, quais são as barras críticas e qual o problema de qualidade de energia predominante, uma vez que o FPO determina qual restrição está ativa: àquelas referentes à subtensão ou aquelas relacionadas à extrapolação de limites máximos de THD.

4.5 CONSIDERAÇÕES FINAIS DO CAPÍTULO

Nesse capítulo foi descrita a metodologia proposta para avaliação da estabilidade de tensão considerando indicadores de qualidade de energia como distorções harmônicas individuais e totais.

A metodologia proposta emprega a resolução de um fluxo de potência ótimo, que visa a maximização do carregamento de uma rede. Através da solução ótima desse problema de otimização, por meio do método de pontos interiores, são obtidos os valores de tensões harmônicas em todas as barras do sistema e os multiplicadores de Lagrange, que auxiliam no entendimento do comportamento do sistema sob dada condição operativa, bem como os mecanismos que levam a instabilidade de tensão.

Através da associação do comportamento dos multiplicadores de Lagrange e do carregamento do sistema são propostos índices para avaliação da estabilidade de tensão e da distorção harmônica, os quais podem ser comparados à curva PV em uma analogia com o fluxo de potência continuado.

5 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Neste capítulo será mostrada a aplicação da metodologia desenvolvida em um sistema de transmissão. Casos de estudo foram elaborados visando fundamentar a aplicabilidade da metodologia em diferentes condições operativas. É realizada também, uma associação entre os índices propostos à curva PV.

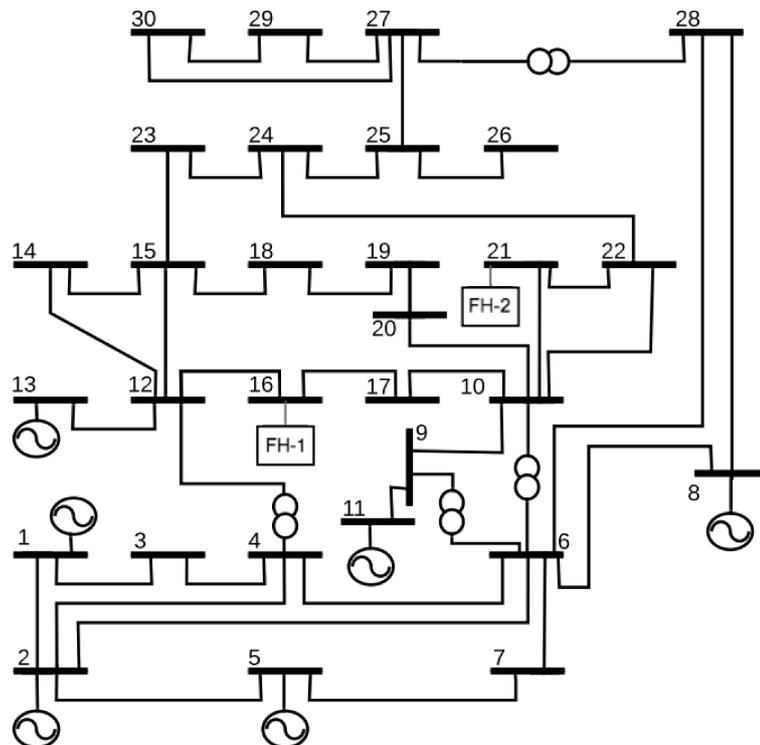
5.1 SISTEMA TESTE DE 30 BARRAS

O sistema em estudo empregado para a avaliação da eficiência do método proposto é o IEEE 30 barras. Os dados de carga e linha são detalhados no Apêndice A, sendo o diagrama unifilar do sistema apresentado na Figura 14.

As cargas lineares são modeladas como potência constante na frequência fundamental. Para as demais ordens harmônicas, as cargas lineares são consideradas através do modelo RL em paralelo, derivadas em elementos passivos a partir da potências demandas especificadas para a frequência fundamental.

A modelagem das linhas de transmissão, geradores, cargas e outros elementos são realizadas de acordo com o tutorial para modelagem de redes para análise harmônica elaborado pela PES (2003).

Figura 14 – Sistema teste IEEE 30 barras



Fonte: Autora.

As cargas não-lineares inseridas no sistema são consideradas através do modelo de injeção de correntes determinado por espectros típicos de CERs (Compensadores Estáticos de Reativos), obtidos através dos estudos de casos apresentados no trabalho PES (2003).

O espectro harmônico da carga não-linear inserida na barra 16 é apresentado na Tabela 2 e a da barra 21 é apresentado na Tabela 3. A barra 16 foi selecionada por ser localizada próxima as barras com geração e a barra 21 por possuir uma elevada demanda de potência ativa e reativa, se comparada as demais barras de carga.

Tabela 2 – Fonte harmônica inserida na barra 16 (FH-1)

h	$I_k^h(\%)$	$\theta_k^{h,I} (^\circ)$
1	100,00	-19,16
3	17,82	123,20
5	32,00	121,56
7	19,49	119,71

Fonte: Autora, baseada em PES (2003).

Tabela 3 – Fonte harmônica inserida na barra 21 (FH-2)

h	$I_k^h(\%)$	$\theta_k^{h,I} (^\circ)$
1	100,00	-19,68
3	4,52	120,90
5	5,67	116,17
7	2,75	110,92

Fonte: Autora, baseada em PES (2003).

O valor de 100% é associado ao valor da magnitude de corrente calculada para a frequência fundamental. As porcentagens indicadas nas tabelas denotam os valores percentuais relativos das correntes harmônicas a serem injetadas pela carga não-linear agregada na barra de carga.

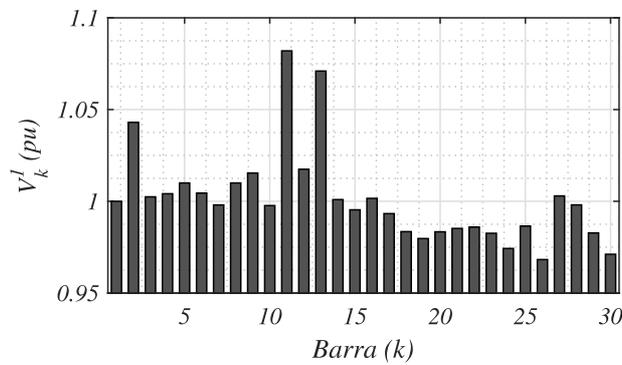
O código foi implementado usando o *software* MATLAB, utilizando-se um computador Intel® Core™ i7-4510 CPU @ 2,00 GHz and 8 GB(RAM), com sistema operacional *Windows 7*. O método de pontos interiores foi implementado através do uso da *toolbox fmincon*, a qual trabalha com função objetivo e restrições de desigualdade não-lineares, sendo seu uso detalhado no Apêndice B.

5.2 ESTUDO DE CASO BASE

A fim de determinar um caso base para comparativo dos resultados encontrados, o fluxo de potência harmônico apresentado em Variz, Pereira et al. (2006) é empregado para determinar as magnitudes da tensão em 60 Hz e seus correspondentes THD para todas

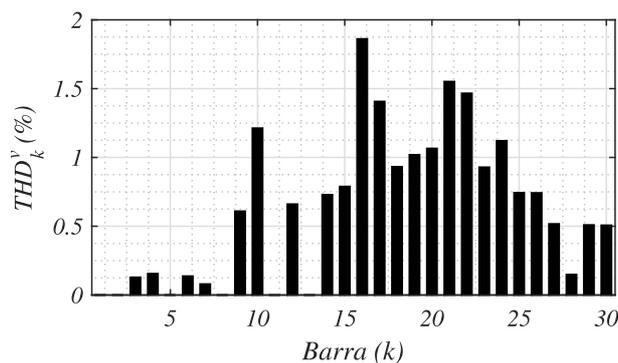
as barras do sistema, considerando a sua operação em condição nominal de carga. Os resultados obtidos estão graficamente expostos nas Figuras 15 e 16, respectivamente.

Figura 15 – Magnitudes da tensão nas barras para o caso base



Fonte: Autora.

Figura 16 – THD de tensão nas barras para o caso base



Fonte: Autora.

Observa-se que todas as tensões das barras de carga estão acima de 0,95 pu e abaixo a 1,05 pu (os valores que extrapolaram esse limite são referentes a barras de geração) e os valores de THD de tensão são inferiores a 3%, indicando que o sistema está operando dentro dos limites aceitáveis, considerando normas de qualidade de energia, como o Procedimento de Redes, IEC 61000-3-2 e IEEE 519.

5.3 APLICAÇÃO DO FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO EM VÁRIAS CONDIÇÕES PONTUAIS

A Tabela 4 apresenta os resultados do fator de carregamento ótimo λ^* determinado pela formulação do FPO proposto, considerando o limite inferior de magnitude de tensão decrescendo a partir de 0,95 pu (solução estável) até o ponto crítico, sendo o limite inferior relaxado progressivamente. É esperado que a medida em que o limite inferior de

magnitude de tensão diminui, o máximo carregamento determinado pelo FPO aumente (AJJARAPU; CHRISTY, 1992), (RODRIGUEZ-GARCIA; PEREZ-LONDONO; MORA-FLOREZ, 2019), (AGHDAM; KHOSHKHOO, 2020).

É importante ressaltar que, nesse caso, o fator de carregamento λ é aplicado igualmente a todas as barras de carga do sistema, o que significa incremento em todas de maneira igual.

Tabela 4 – d_k^v para diferentes estados operativos

V_k^{min} (pu)	λ^* (pu)	k	π_k^v	d_k^v
0,95	1,1729	26	25,9015	0,0433
0,90	1,5898	26	21,0339	0,0703
0,80	2,1887	30	13,0299	0,1438
0,70	2,5543	30	7,6361	0,2507
0,60	2,7478	30	3,3556	0,4502
0,55	2,7909	30	1,4875	0,6523
0,52	2,8012	30	0,0464	0,9837

Fonte: Autora.

Adicionalmente, o maior valor dos multiplicadores de Lagrange π_k^v é mostrado para cada caso, assim como o índice d_k^v , calculado como apresentado na Equação 4.16. Observa-se que, ao passo que o fator de carregamento do sistema aumenta, o índice d_k^v tende ao valor unitário, servindo como uma medida relativa da proximidade do ponto crítico.

Destaca-se que, a Tabela 4 também mostra qual barra está associada à restrição ativa, a medida em que o limite inferior de tensão é relaxado de 0,95 pu até 0,52 pu. Em geral, a barra 30 do sistema apresenta-se com valores de tensão muito baixos justificando as restrições ativas associadas à mesma.

As demais premissas adotadas para a delimitação do problema de otimização, para o levantamento dos resultados apresentados da Tabela 4, são o limite superior de magnitude de tensão igual a 1,10 pu e o limite superior de THD de tensão igual a 10%.

Uma vez que o máximo carregamento de um sistema pode ser encontrado pela formulação proposta, é possível calcular o índice d_k^q associado à restrição de igualdade de fluxo de potência reativa baseado no seus multiplicadores de Lagrange correspondentes δ_k^q , como mostrado na Equação 4.18.

Como exposto na Tabela 5, o índice pode ser calculado para cada barra de carga do sistema.

Tabela 5 – d_k^q próximo ao ponto crítico ($\lambda = 2,8002$)

k	δ_k^q	d_k^q
30	351,4661	0,9921
29	42,4918	0,9382
26	33,5197	0,9229
24	18,8379	0,8706

Fonte: Autora.

Quanto maior o valor de d_k^q , mais crítica a barra em análise é considerada dentro do contexto de estudo de estabilidade de tensão. Esse resultado implica quais barras precisam de suporte adicional de potência reativa. Neste caso, as barras de carga mais sensíveis seriam as barras 30, 29, 26 e 24.

Esses resultados mostram a aplicabilidade do método proposto para a identificação de barras críticas relacionadas à falta de suporte de potência reativa, auxiliando operadores do sistema a detectar as barras mais sensíveis ao fenômeno de instabilidade de tensão.

A Tabela 6 apresenta uma análise comparativa entre os resultados encontrados pela metodologia proposta e a tradicional análise modal proposta por Gao, Morison e Kundur (1992). Como descrito na Seção 2.3, a análise modal determina o fator de participação das barras de carga para identificar quais são as mais críticas. Destaca-se que a metodologia proposta determina o mesmo conjunto de barras críticas para o sistema em estudo quando comparada à análise modal.

Tabela 6 – Comparativo do índice proposto d_k^q com a análise modal

Índice proposto		Análise modal	
k	Valor	k	Valor
30	0,9921	30	0,2647
29	0,9382	29	0,2110
26	0,9229	26	0,1019
24	0,8706	24	0,0350

Fonte: Autora.

A Tabela 7 apresenta os resultados de fator de carregamento ótimo considerando que as restrições ativas estão associadas ao THD de tensão. De acordo com a Equação 4.17, o índice d_k^{thd} foi calculado. Neste caso, o limite inferior de magnitude de tensão é estabelecido em zero, como proposto por Rodriguez-Garcia, Perez-Londono e Mora-Florez (2019), de forma a garantir que não haja nenhuma restrição ativa relacionada a subtensões. Observa-se que as restrições ativas estão sempre relacionadas ao THD de tensão da barra 16, uma vez que essa está associada a maior inserção de correntes harmônicas no sistema, contribuindo para a poluição e degradação da qualidade de energia da rede de maneira mais expressiva em relação às demais.

Tabela 7 – d_k^{thd} para diferentes estados operativos

THD_k^{max} (%)	λ^* (pu)	k	π_k^{thd}	d_k^{thd}
3,00	1,6595	16	1,6568	0,5004
4,00	2,2301	16	1,4661	0,6033
5,00	2,7105	16	1,1062	0,7102
5,28	2,8017	16	0,0248	0,9912

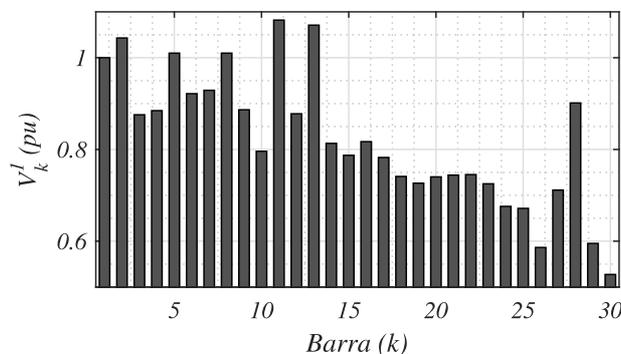
Fonte: Autora.

Note uma característica importante do índice proposto neste caso de estudo: é possível localizar não somente a barra sensível em relação à variação de tensão, mas também a barra mais sensível em relação à inserção de cargas não-lineares, sendo a barra 16 justamente o local onde se inseriu a fonte harmônica mais expressiva da rede.

Através dos resultados apresentados nas Tabelas 4 e 7, verifica-se que a medida que o fator de carregamento aumenta, os índices propostos d_k^v e d_k^{thd} se aproximam do valor unitário, indicando proximidade de um ponto crítico. Na prática, esses índices podem ser usados em centros de controle para identificar as barras mais fracas do sistema sob a ótica da estabilidade de tensão e ajudar o operador a avaliar fenômenos de qualidade de tensão e suas distorções harmônicas.

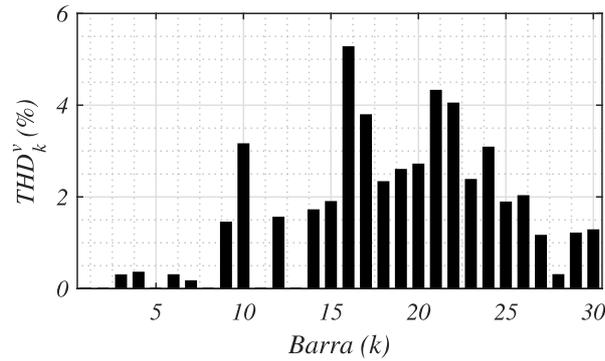
As Figuras 17 e 18 apresentam o resultado de magnitude de tensão e THD de tensão para todas as barras do sistema no ponto de máximo carregamento, respectivamente. Veja que, neste estudo de caso, a tensão na barra 30 é 0,52 pu e THD é maior que 5% na barra 16. Esse resultado serve como um indicativo de que no ponto crítico, não somente as magnitudes da tensão estão excedendo o limite aceitável imposto por normas técnicas, mas os valores de THD de tensão extrapolam os seus limites também.

Figura 17 – Magnitude das tensões no ponto de máximo carregamento



Fonte: Autora.

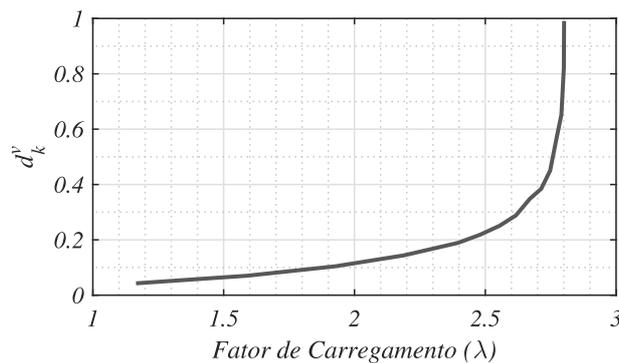
Figura 18 – THD de tensão no ponto de máximo carregamento



Fonte: Autora.

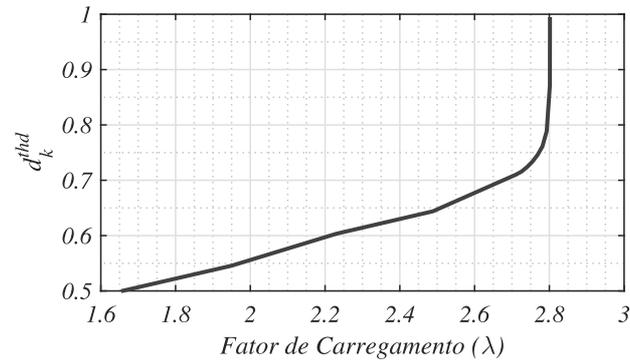
5.3.1 Aplicação dos índices associados ao fluxo continuado

Através de um paralelo e analogia com a curva PV, descrita na Seção 2.1, a Figura 19 apresenta o resultado do índice d_k^v associado ao fator de carregamento calculado pelo FPO, obtida por meio de uma discretização da variável de controle em análise. Analogamente, a Figura 20 apresenta o resultado para d_k^{thd} . Note que, a medida que o fator de carregamento cresce em direção ao ponto crítico, ambos os índices se aproximam do valor unitário, sendo possível observar a proximidade do sistema em relação ao PMC.

Figura 19 – d_k^v para diferentes fatores de carregamento

Fonte: Autora.

Figura 20 – d_k^{thd} para diferentes fatores de carregamento



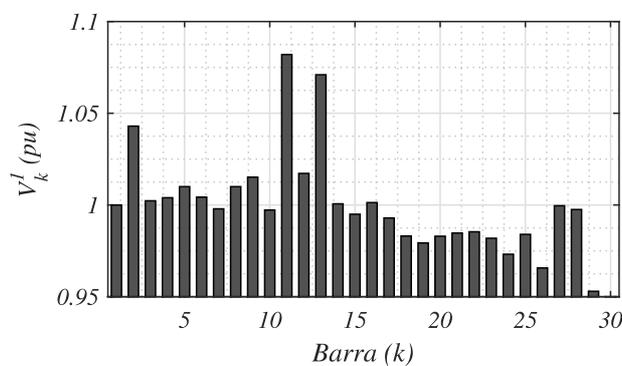
Fonte: Autora.

5.4 ESTUDO DE CASO ENVOLVENDO ANÁLISE DE CONTINGÊNCIA

Neste estudo de caso, uma contingência na linha que conecta as barras 27 e 30 é simulada para avaliar o impacto deste contingenciamento na margem de carregamento, determinada pelo problema de otimização e índices propostos. Essa linha foi selecionada por ser conectada a barra 30, que no caso de estudo anterior foi determinada como crítica para problemas de suporte de potência reativa e subtensão.

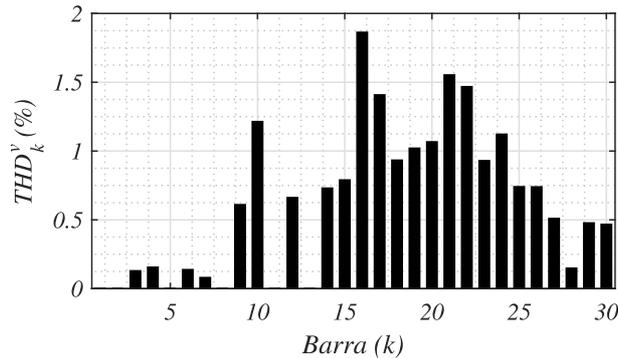
As Figuras 21 e 22 apresentam o estado operativo nominal do sistema em análise, calculado de acordo com Variz, Pereira et al. (2006). Destaca-se que todas as magnitudes de tensão estão acima de 0,95 pu e os valores percentuais de THD de tensão são inferiores a 3%.

Figura 21 – Magnitudes da tensão nas barras considerando contingência da linha 27-30



Fonte: Autora.

Figura 22 – THD de tensão nas barras considerando contingência da linha 27-30



Fonte: Autora.

A Tabela 8 apresenta o valor de d_k^v calculado para diferentes casos decrescendo do limite inferior de magnitude de tensão de uma solução estável no sentido do ponto crítico. Devido à perda da linha, a margem de carregamento do sistema é mais restrita quando comparada aos valores apresentados na Tabela 4. As restrições ativas estão sempre relacionadas as subtensões na barra 30.

Tabela 8 – d_k^v para diferentes estados operativos com contingência na linha 27-30

V_k^{min} (pu)	λ^* (pu)	k	π_k^v	d_k^v
0,90	1,0790	30	14,6952	0,0684
0,80	1,5104	30	9,9132	0,1322
0,70	1,7872	30	5,7303	0,2374
0,60	1,9315	30	0,0000	1,0000

Fonte: Autora.

A Tabela 9 apresenta o resultado de d_k^q próximo ao ponto crítico, indicando as barras mais críticas. Em comparação com a Tabela 5, os multiplicadores de Lagrange associados às equações de potência reativa são menores, indicando a necessidade de suporte de potência reativa para restaurar a estabilidade do sistema. Essa condição era esperada, já que a perda de uma linha impacta a operação do sistema, bem como sua margem de carregamento.

Tabela 9 – d_k^q próximo ao ponto crítico considerando contingência na linha 27-30 (for $\lambda = 1,9057$)

k	δ_k^q	d_k^q
30	99,3003	0,9812
29	6,7778	0,7805
26	1,3563	0,4158
24	0,9017	0,3212

Fonte: Autora.

A Tabela 10 apresenta um comparativo entre o índice proposto e a análise modal aplicada a este caso de estudo. Nota-se que o mesmo grupo de barras foi encontrado e a barra crítica foi corretamente identificada.

Tabela 10 – Comparativo do índice proposto d_k^q com a análise modal considerando contingência na linha 27-30

Índice proposto		Análise modal	
k	Valor	k	Valor
30	0,9812	30	0,5325
29	0,7805	29	0,2685
26	0,4158	26	0,0566
24	0,3212	24	0,0111

Fonte: Autora.

Os resultados para d_k^{thd} são apresentados na Tabela 11. As restrições ativas são associadas ao THD de tensão na barra 16, indicando essa barra como uma potencial fonte harmônica dominante do sistema.

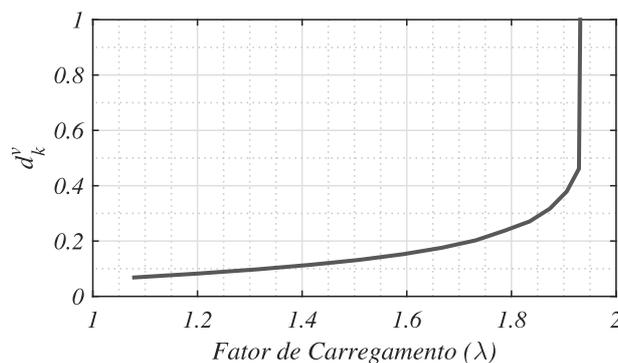
Tabela 11 – d_k^{thd} para diferentes estados operativos com contingência na linha 27-30

THD_k^{max} (%)	λ^* (pu)	k	π_k^{thd}	d_k^{thd}
3,00	1,6543	16	1,6342	0,5012
3,50	1,9362	16	1,4811	0,5666
3,53	1,9512	16	1,2784	0,6042
3,54	1,9543	16	0,0044	0,9977

Fonte: Autora.

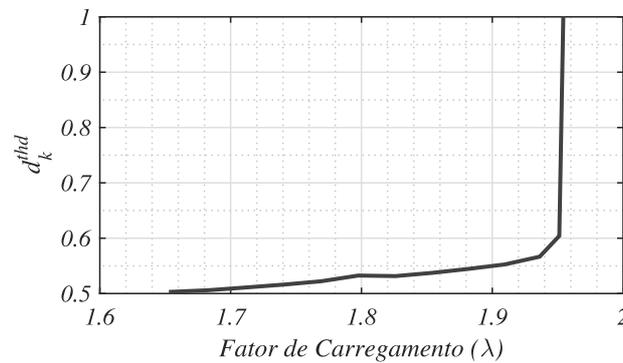
As Figuras 23 e 24 apresentam o comportamento dos índices d_k^v e d_k^{thd} para diferentes fatores de carregamento, considerando a contingência da linha 27-30. Neste caso, o comportamento dos índices são mais abruptos ao se aproximarem do valor unitário, quando comparados aos valores do caso base de estudo, mostrado nas Figuras 19 e 20, respectivamente.

Figura 23 – d_k^v para diferentes fatores de carregamento considerando contingência na linha entre as barras 27 e 30



Fonte: Autora.

Figura 24 – d_k^{thd} para diferentes fatores de carregamento considerando contingência na linha entre as barras 27 e 30



Fonte: Autora.

Por fim, conclui-se que a barra 30 está relacionada a baixos valores de subtensão e a falta de suporte de potência reativa. Já a barra 16 é a barra que mais contribui para degradação o perfil da tensão do sistema, devido a altos valores de distorções harmônicas e penetração de correntes harmônicas.

5.5 AUMENTO DA CARGA EM REGIÃO DISTINTAS

Neste estudo de caso, avalia-se o comportamento dos índices propostos considerando um incremento de carga heterogêneo, através da divisão do sistema em áreas, visando avaliar a versatilidade da metodologia proposta.

O sistema em estudo pode ser dividido em quatro áreas detalhadas a seguir, de acordo com Hong e Gau (1994):

- Área A composta pelas barras 1, 2, 4, 5, 6, 7, 8 e 28;
- Área B composta pelas barras 9, 10, 11, 12, 13, 16 e 17;
- Área C composta pelas barras 14, 15, 18, 19, 20, 21 e 22;
- Área D composta pelas barras 23, 24, 25, 26, 29 e 30.

Para essa análise, em vez de se realizar o incremento de carga de forma igualitária nas barras do sistema, será considerado apenas incrementos de carga na área C.

A área C foi escolhida por possuir uma carga não-linear na barra 21, enquanto a outra carga não-linear está localizada na área B. A Tabela 12 apresenta os resultados de d_k^v para diferentes condições. Como apenas uma área está recebendo incrementos progressivo da potência demandada, o máximo carregamento deste caso é maior que os outros casos de

estudo apresentados até aqui. Com isso, as restrições ativas estão relacionadas ao limite inferior de magnitude de tensão na barra 19.

Tabela 12 – d_k^v para diferentes estudos de carga com incremento de carga na área C

V_k^{min} (pu)	λ^* (pu)	k	π_k^v	d_k^v
0,95	1,5632	19	8,5271	0,1549
0,90	2,4437	19	7,4715	0,2465
0,80	3,7882	19	5,0828	0,4270
0,70	4,6598	19	3,0720	0,6027
0,60	5,1337	19	1,3680	0,7896
0,56	5,2255	19	0,5337	0,9073
0,52	5,2694	19	0,0334	0,9937

Fonte: Autora.

A Tabela 13 descreve os resultados do índice d_k^q , indicando as barras mais críticas. É relevante destacar que, uma vez que o incremento da carga ocorre apenas na área C, as barras mais críticas diferem dos estudos apresentados até aqui. Contudo, a barra crítica foi corretamente identificada pelo método proposto, o que pode ser confirmado pelo comparativo com a análise modal, exposta na Tabela 14.

Tabela 13 – d_k^q próximo ao ponto crítico com incremento de carga na área C (para $\lambda = 5,2255$)

k	δ_k^q	d_k^q
19	826,1773	0,9937
21	547,1900	0,9905
18	198,6817	0,9744
15	195,8009	0,9740

Fonte: Autora.

Tabela 14 – Comparativo do índice proposto d_k^q com a análise modal considerando com incremento de carga na área C

Índice proposto		Análise modal	
k	Valor	k	Valor
19	0,9937	19	0,0931
21	0,9905	26	0,0917
18	0,9744	20	0,0829
15	0,9740	18	0,0776

Fonte: Autora.

A Tabela 15 detalha os resultados do índice d_k^{thd} para as restrições ativas relacionadas ao THD de tensão. Neste caso, a barra 21 está relacionada com as restrições ativas do problema de otimização. Percebe-se que, um vez que o incremento de carga ocorre apenas

em uma das quatro áreas nas quais o sistema é dividido, os THD de tensão assumem valores mais altos que nos estudos prévios.

Tal resultado é uma importante análise a ser realizada. Como visto, as cargas não-lineares injetam correntes harmônicas no sistema, que são absorvidas pelas cargas lineares das outras barras, modeladas como elementos passivos RL em paralelo. Uma vez que a demanda de potência de apenas uma área é aumentada, a atenuação da produção de correntes harmônicas pelas outras barras é mais restrita, o que pode justificar os altos valores encontrados de THD em todas as barras do sistema.

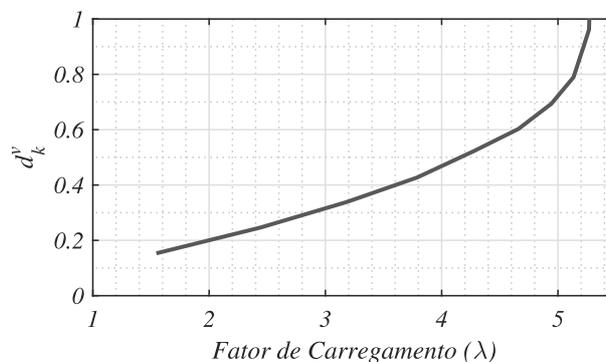
Tabela 15 – d_k^{thd} para diferentes estados operativos com incremento de carga na área C

THD_k^{max} (%)	λ^* (pu)	k	π_k^{thd}	d_k^{thd}
3,00	2,5156	21	0,4971	0,8350
4,00	3,5567	21	0,4648	0,8844
4,50	4,0314	21	0,4200	0,9056
5,10	4,5243	21	0,3449	0,9292
6,00	5,0502	21	0,1776	0,9660
6,60	5,2328	21	0,0859	0,9838
6,89	5,2678	21	0,0262	0,9950

Fonte: Autora.

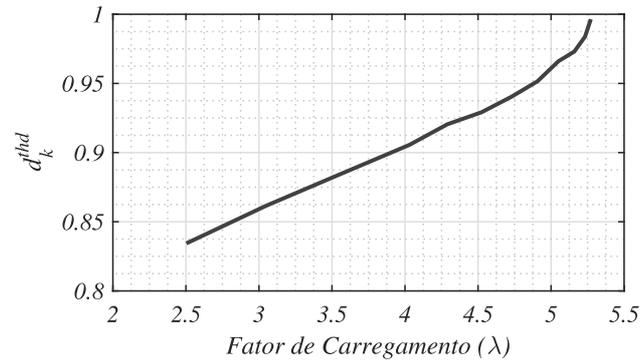
As Figuras 25 e 26 apresentam o comportamento dos índices d_k^v e d_k^{thd} para diferentes fatores de carregamento considerando o incremento de carga somente na área C. Diferentemente dos outros casos de estudo apresentados, as restrições ativas são associadas as barras 19 e 21 para d_k^v e d_k^{thd} , respectivamente. Neste caso, conclui-se que a barra 19 é a associada problemas de subtensões e a barra 21 a degradação o perfil da tensão do sistema, em função dos altos valores de distorções harmônicas. Ambas as barras estão localizadas na área C.

Figura 25 – d_k^v para diferentes fatores de carregamento com incremento de carga na área C



Fonte: Autora.

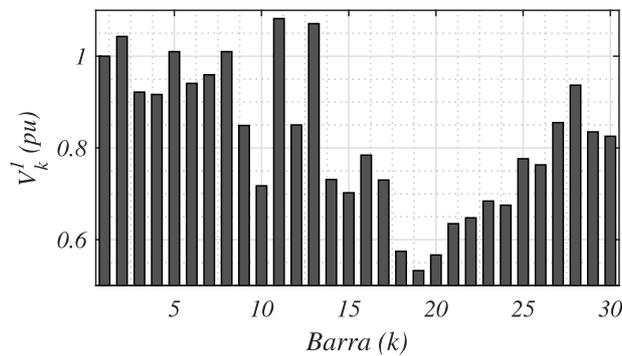
Figura 26 – d_k^{thd} para diferentes fatores de carregamento com incremento de carga na área C



Fonte: Autora.

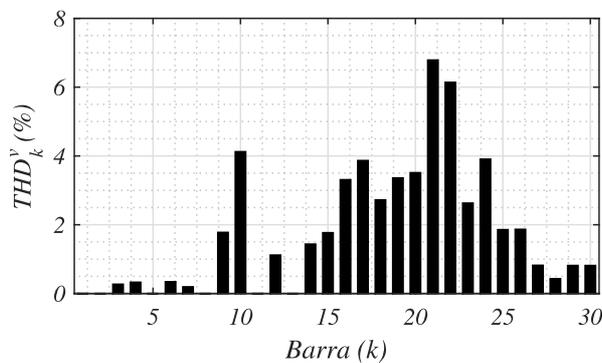
As magnitudes de tensão e THD de tensão no ponto de máximo carregamento são apresentados nas Figuras 27 e 28, respectivamente. Como esperado, maiores valores de THD de tensão são associados à barra 21.

Figura 27 – Magnitude das tensões com incremento de carga na área C



Fonte: Autora.

Figura 28 – THD de tensão com incremento de carga na área C



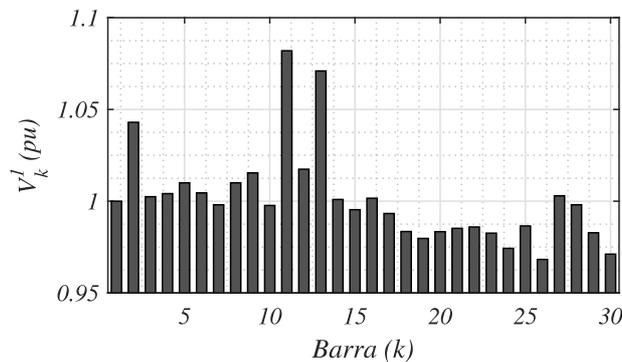
Fonte: Autora.

5.6 CONSIDERANDO FONTES HARMÔNICAS ADICIONAIS

Nesta análise, outras cargas não-lineares são adicionadas ao sistema teste objetivando considerar o impacto de maior número de fontes harmônicas na rede e testar a aplicação dos índices propostos em tal cenário. Para as simulações foram inseridas fontes harmônicas nas barras 3, 14 e 30 de magnitude igual a 10% do espectro harmônico apresentado na Tabela 2.

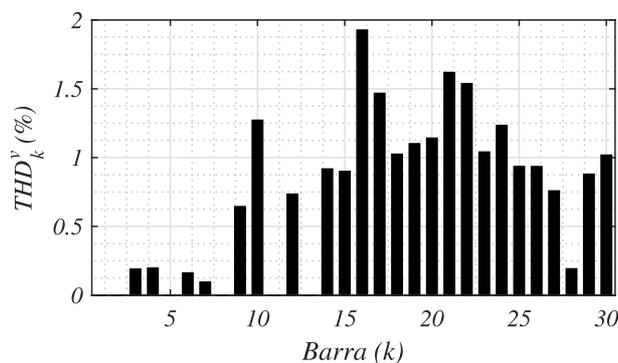
Considerando o sistema operando em carregamento nominal, as Figuras 29 e 30 apresentam a magnitude das tensões em 60 Hz e seu correspondente THD de tensão para todas as barras do sistema. Para esse estado operativo, todas as tensões foram superiores a 0,95 pu e todos os THD de tensão são inferiores a 3%. O impacto principal dessas demais fontes harmônicas é no THD de tensão, que é maior que o caso base.

Figura 29 – Tensão para estudo com fontes harmônicas adicionais



Fonte: Autora.

Figura 30 – THD de tensão para estudo com fontes harmônicas adicionais



Fonte: Autora.

Analogamente aos outros casos de estudo, a Tabela 16 apresenta os valores de d_k^v calculados para diferentes cenários, sendo as restrições ativas associadas às subtensões na barra 30. A medida que o fator de carregamento aumenta, o maior multiplicador de Lagrange aproxima de zero e o índice proposto tende a assumir o valor unitário.

Tabela 16 – d_k^v para diferentes estados operativos para fontes harmônicas adicionais

V_k^{min} (pu)	λ^* (pu)	k	π_k^v	d_k^v
0,95	1,1729	26	25,9000	0,0433
0,90	1,5898	26	21,0257	0,0703
0,80	2,1887	30	13,0329	0,1438
0,70	2,5543	30	7,6345	0,2507
0,60	2,7478	30	3,3540	0,4503
0,55	2,7909	30	1,4861	0,6525
0,52	2,8012	30	0,0463	0,9838

Fonte: Autora.

A Tabela 17 apresenta os resultados de d_k^q próximos ao ponto crítico, indicando as barras 30, 29, 26 e 24 como as barras críticas. Note que as mesmas barras são indicadas pela Tabela 6, quando comparado a tradicional análise modal conforme detalhado anteriormente.

Tabela 17 – d_k^q próximo ao ponto crítico para fontes harmônicas adicionais ($\lambda = 2,8002$)

k	δ_k^q	d_k^q
30	353,1793	0,9921
29	42,7040	0,9385
26	33,6921	0,9233
24	18,9185	0,8711

Fonte: Autora.

Os resultados para d_k^{thd} são apresentadas na Tabela 18, sendo as restrições ativas associadas ao THD de tensão na barra 16. Comparado ao caso base, o d_k^{thd} assume um valor maior devido a injeção de mais correntes harmônicas no sistema nas barras 3, 14 e 30. Os índices apresentaram um comportamento similar ao caso base, provando a sua eficiência e viabilidade.

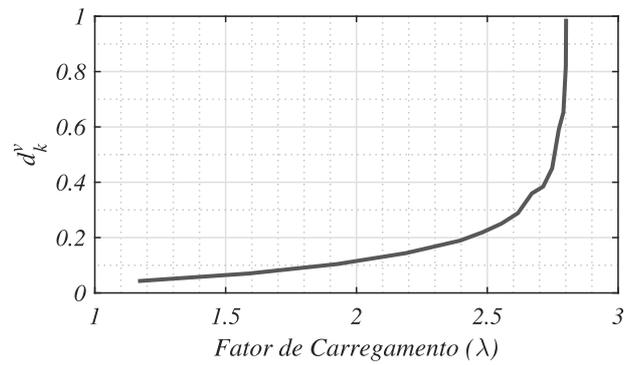
Tabela 18 – d_k^{thd} para diferentes estados operativos para fontes harmônicas adicionais

THD_k^{max} (%)	λ^* (pu)	k	π_k^{thd}	d_k^{thd}
3,00	1,6081	16	1,6277	0,4970
4,00	2,1736	16	1,5200	0,5885
5,00	2,6626	16	1,1179	0,7043
5,20	2,7405	16	1,0277	0,7273
5,40	2,8012	16	0,0246	0,9913

Fonte: Autora.

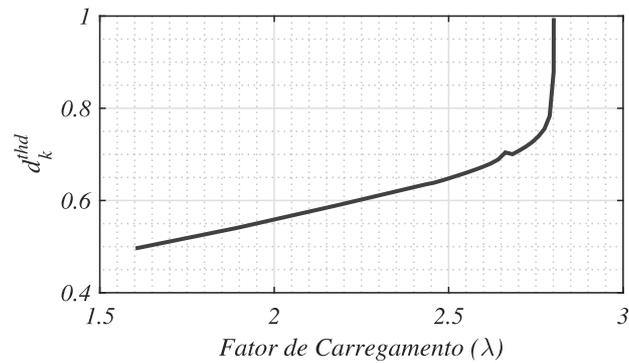
As Figuras 31 e 32 apresentam o comportamento dos índices d_k^v e d_k^{thd} para diferentes fatores de carregamento, respectivamente.

Figura 31 – d_k^v para diferentes fatores de carregamento com fontes harmônicas adicionais



Fonte: Autora.

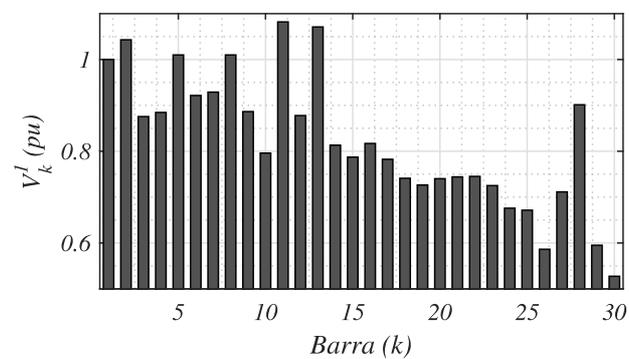
Figura 32 – d_k^{thd} para diferentes fatores de carregamento com fontes harmônicas adicionais



Fonte: Autora.

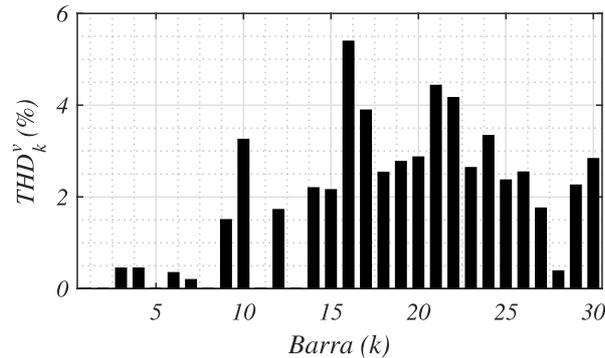
As Figuras 33 e 34 apresentam a magnitude da tensão e seu correspondente THD para todas as barras do sistema próximo ao ponto crítico.

Figura 33 – Magnitudes de tensão no ponto crítico com fontes harmônicas adicionais



Fonte: Autora.

Figura 34 – THD de tensão no ponto crítico com fontes harmônicas adicionais



Fonte: Autora.

Baseado nos resultados obtidos, embora um maior número de fontes harmônicas sejam introduzido no sistema, os índices propostos indicam corretamente as barras críticas do sistema e a proximidade ao PMC de maneira satisfatória, sendo o método proposto validado para diferentes cenários mediante comparação com a análise modal.

5.7 DIFERENTES MODELOS DE CARGAS LINEARES

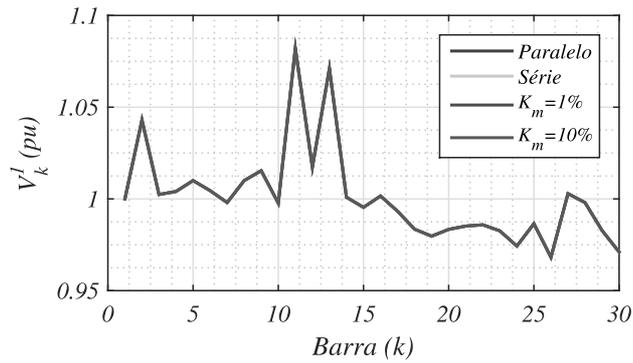
O modelo de carga linear em paralelo foi utilizado nos estudos de caso realizados até aqui. Entretanto, uma análise do comportamento do sistema e dos índices propostos para diferentes modelagens de carga é relevante para testar a aplicabilidade e versatilidade da metodologia proposta.

A seção 3.2.4 descreve três modelos de carga lineares empregados em estudos de análise harmônica: série, paralelo e CIGRÉ. As análises realizadas neste estudo são similares as do estudo de base desse trabalho, variando apenas o modelo de carga.

Para a operação nominal, as Figuras 35 e 37 detalham a magnitude das tensões nas barras e os THD de tensão empregando os modelos de carga em estudo. Similarmente, as Figuras 36 e 38 apresentam os resultados para o ponto de máximo carregamento.

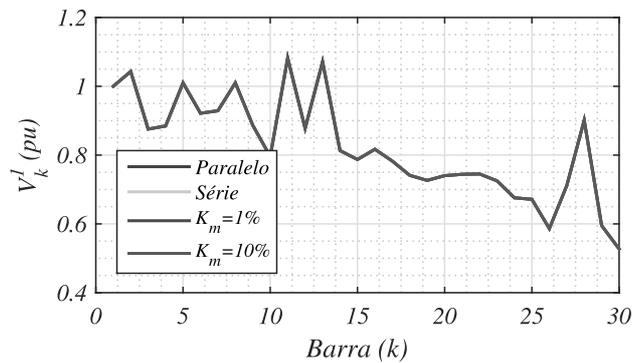
Note que, tanto o modelo série quanto o paralelo apresentam os maiores valores de THD, alternando entre os dois, em determinadas barras, qual apresenta o maior valor de fato. A modelagem da carga linear como impedâncias equivalentes passivas, derivadas a partir de potência ativa e reativa, não afetou a tensão na frequência fundamental, conforme esperado.

Figura 35 – Magnitude das tensões para diferentes modelos de carga para carregamento nominal.



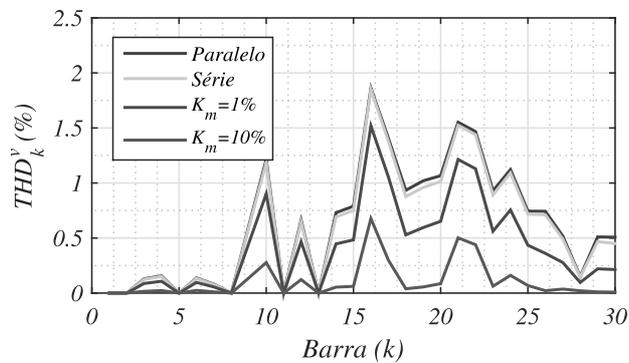
Fonte: Autora.

Figura 36 – Magnitude das tensões total para diferentes modelos de carga no ponto de máximo carregamento.



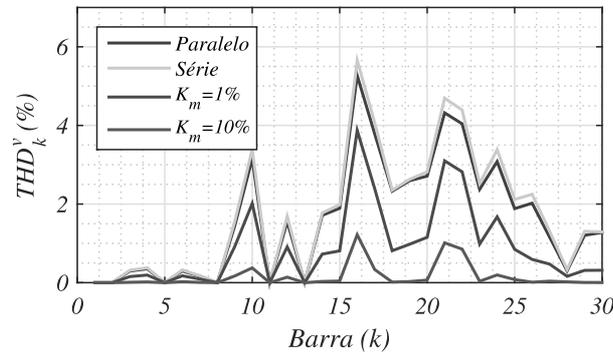
Fonte: Autora.

Figura 37 – Distorções harmônicas total para diferentes modelos de carga para carregamento nominal.



Fonte: Autora.

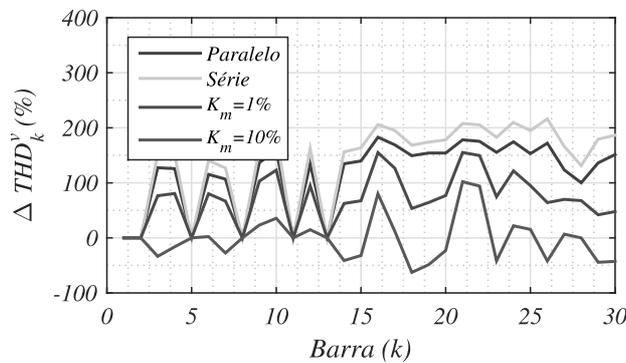
Figura 38 – Distorções harmônicas total para diferentes modelos de carga no ponto de máximo carregamento.



Fonte: Autora.

A Figura 39 apresenta um comparativo entre o estado operativo nominal e no ponto de máximo carregamento. A modelagem em série é a que apresenta a maior variação de THD. Para a carga em modelo CIGRÉ há variação menor de THD, dependendo da parcela de motores K_m considerada. Logo, para cargas sob o modelo CIGRÉ, quanto maior a parcela de motores de indução no sistema, menor é a magnitude de THD observado, devido à atenuação das correntes harmônicas promovidas por tais cargas.

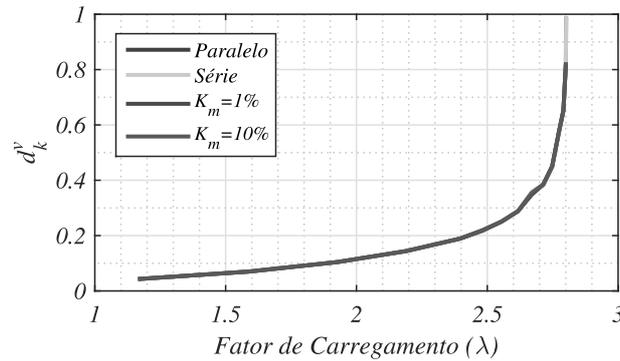
Figura 39 – Variação do THD para diferentes modelos de carga, dado em porcentagem.



Fonte: Autora.

Para os índices propostos, é possível visualizar o impacto de tais modelagens no estudo de estabilidade de um sistema. A Figura 40 e a Tabela 19 mostram o comportamento dos índices d_k^v e d_k^q , respectivamente, que não apresentaram variações significativas em relação aos estudos de casos realizados. A Figura 41 apresenta o comportamento do índice d_k^{thd} , onde é notável o impacto da modelagem da carga.

Figura 40 – Trajetória do índice d_k^v para diferentes modelos de carga.



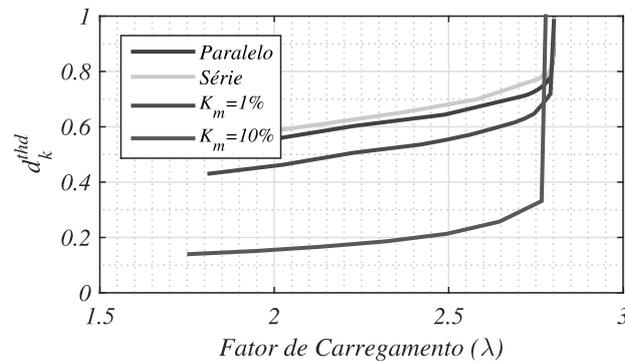
Fonte: Autora.

Tabela 19 – d_k^q próximo ao ponto crítico para diferentes modelos de carga ($\lambda = 2,7909$)

Modelo	d_k^q	k
<i>Paralelo</i>	0,9936	30
<i>Série</i>	0,9937	30
$K_m = 1\%$	0,9938	30
$K_m = 10\%$	0,9939	30

Fonte: Autora.

Figura 41 – Trajetória do índice d_k^{thd} para diferentes modelos de carga.



Fonte: Autora.

Devido à restritividade do modelo série, este apresentou os resultados mais conservadores. O modelo CIGRÉ apresentou um comportamento brusco ao se aproximar do ponto de máximo carregamento. Os índices foram capazes de retratar o efeito da atenuação de correntes harmônicas pela carga, já que quanto maior este efeito, menor foi o valor do índice encontrado. Por fim, os índices propostos se mostraram adaptativos aos diversos modelos de carga empregados, apresentando comportamento adequado frente à variação de carga da rede analisada.

O estudo apresentado foi válido para análise do impacto da modelagem da carga no sistema e em sua estabilidade. Dentre os modelos analisados, o série apresentou o cenário pessimista devido ao alto valor de impedância quantificada por esse modelo. O modelo em paralelo, o mais aplicado na literatura, apresentou valores próximos ao modelo série, porém níveis menores de distorções harmônicas foram encontrados. Tal fato ocorre por este modelo apresentar uma impedância menor se comparado ao série.

O modelo CIGRÉ se mostrou válido para quantificar a parcela de motores de indução no sistema. Para uma melhor aplicação desse, é necessário conhecer o fator de participação de motores para cada barra para um resultado mais realista. Esse modelo possui um grande efeito de atenuação devido à parcela dos motores de indução e dos transformadores. Dentre as modelagens avaliadas, esta apresentou uma representação mais completa da carga por considerar múltiplas variantes que interferem na caracterização da mesma.

5.8 CONSIDERAÇÕES FINAIS DO CAPÍTULO

Esse capítulo é dedicado aos resultados e discussões dos estudos de caso desenvolvidos para teste e validação da metodologia proposta.

A Tabela 20 apresenta os valores dos índices propostos e as respectivas barras definidas como mais susceptíveis a problemas de estabilidade de tensão e degradação da qualidade de energia do sistema.

Tabela 20 – Síntese dos resultados dos índices propostos obtidos para o ponto de máximo carregamento do sistema teste

<i>Simulação</i>	d_k^v	k	d_k^{thd}	k	d_k^q	k
Caso base	0,9837	30	0,9912	16	0,9921	30
Contingência na linha 27-30	1,0000	30	0,9977	16	0,9812	30
Incremento de carga em regiões distintas	0,9937	19	0,9950	21	0,9937	19
Fontes harmônicas adicionais	0,9838	30	0,9913	16	0,9921	30

Fonte: Autora.

Para simulações com incrementos igualitários de carga nas barras do sistema, a barra 30 se mostrou a mais propensa a problemas de subtensão e falta de suporte de potência reativa. A barra 16 é a que mais polui o sistema pelo fato de a fonte de distorção com expressivo espectro harmônico ser conectada na mesma.

Considerando o incremento heterogêneo de carga, realizado apenas na área C, a barra 19 foi a mais sensível à subtensão e falta de suporte de potência reativa, e a barra 21 é a que mais polui o sistema.

A Tabela 21 apresenta os valores do fator de carregamento ótimo obtido nos casos de estudo realizados e os valores mínimos de magnitude de tensão e máximos de THD.

Tabela 21 – Síntese dos resultados obtidos de fator de carregamento ótimo do sistema teste

<i>Simulação</i>	d_k^v, d_k^q		d_k^{thd}	
	λ^*	V_k^1	λ^*	THD_k
Caso base	2,8012	0,52	2,8017	5,28
Contingência na linha 27-30	1,9315	0,60	1,9543	3,54
Incremento de carga em regiões distintas	5,2694	0,52	5,2678	6,89
Fontes harmônicas adicionais	2,8012	0,52	2,8017	5,40

Fonte: Autora.

Dentre os estudos de caso realizado, a análise de contingência na linha 27-30, quantificou o menor fator de carregamento ótimo e o menor valor de THD. Em contra partida, para a análise com incremento de carga em regiões distintas, encontrou-se o maior valor para o fator de carregamento ótimo, assim como o maior valor de THD. Esses resultados mostram a relação entre carregamento e a atenuação/geração de correntes harmônicas.

Os tempos computacionais médios são apresentados para cada estudo de caso na Tabela 22.

Tabela 22 – Síntese dos resultados de tempos computacionais médios para o sistema teste

<i>Simulação</i>	<i>Tempo computacional (segundos)</i>
Caso base	34,44
Contingência na linha 27-30	40,11
Incremento de carga em regiões distintas	44,13
Fontes harmônicas adicionais	34,54

Fonte: Autora.

Conclui-se, dessa forma, que a metodologia desenvolvida é válida para a análise de estabilidade de tensão, sendo capaz de determinar o ponto de máximo carregamento do sistema e quantificar os índices de estabilidade de tensão estabelecidos.

Por meio de comparação com a análise modal, os índices propostos foram validados para análise de estabilidade de tensão.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste capítulo serão apresentadas as principais conclusões obtidas a partir da metodologia desenvolvida, no qual um novo modelo de otimização para avaliação de estabilidade de tensão foi elaborado. A função objetivo é determinada pela maximização do carregamento do sistema, considerando as restrições de desigualdades relacionadas ao fluxo de potência, magnitudes de tensão e distorções harmônicas. A solução é obtida pelo método de pontos interiores, o qual fornece os multiplicadores de Lagrange usados para o cálculo de novos índices d_k^v , d_k^{thd} e d_k^q destinados à avaliação de restrições ativas relacionadas a subtensões, THD de tensão e suporte de potência reativa, respectivamente.

6.1 CONCLUSÕES

A metodologia desenvolvida foi validada para análise de estabilidade de tensão, sendo capaz de quantificar o máximo carregamento do sistema e subsidiar o cálculo dos índices de estabilidade de tensão propostos.

Destaca-se a seguir, as principais conclusões.

- A metodologia é capaz de indicar a proximidade em relação ao ponto crítico devido aos índices d_k^v e d_k^{thd} se aproximarem do valor unitário com o aumento da carga do sistema em direção ao PMC;
- O índice proposto d_k^q pode identificar as barras mais críticas do sistema devido à falta de suporte de potência reativa. Comparando com o método tradicional da análise modal, as mesmas barras são identificadas como as mais críticas, validando a metodologia. Adicionalmente, é útil identificar as barras nas quais reforços podem ser considerados para a manutenção do sistema operando sob condições normais, como alocação de bancos de capacitores, compensadores estático de reativos ou compensadores síncronos;
- Para diferentes condições operativas e modelagens de carga linear, a metodologia proposta se mostrou válida, performando de forma satisfatória;
- Os multiplicadores de Lagrange se mostraram uma boa ferramenta para auxiliar na determinação da proximidade do sistema em relação ao PMC;
- Os índices podem ser usados para aplicações em tempo real, sendo um indicador da proximidade ao PMC. Esse fato pode ajudar operadores na tomada de decisão quando o sistema está próximo ao ponto crítico, tomando a ação correta para restaurar a estabilidade do sistema.

Pelos resultados apresentados, conclui-se que a metodologia desenvolvida obteve uma bom desempenho e alcançou os objetivos esperados.

6.2 PROPOSTAS DE CONTINUIDADE

Sugere-se como proposta de continuidade deste trabalho as seguintes pesquisas:

- Aplicação para sistemas de transmissão maiores;
- Avaliação do impacto da inserção de bancos de capacitores no comportamento e aplicabilidade dos índices propostos visando avaliação de pontos de ressonância;
- Aplicação da metodologia em diferentes âmbitos para avaliação de outros problemas de qualidade de energia, como detecção de ressonância e variação de frequência devido ao estatismo de máquinas síncronas;
- Investigação do uso da metodologia em sistemas de distribuição;
- Investigação do uso da metodologia para determinação de maiores poluidores do sistema e sumidouros de harmônicos, através de desenvolvimento de técnicas relacionadas à análise de atribuição da responsabilidade harmônica;
- Uso de técnicas de estimação de estados harmônicos, como em Melo, Pereira, Ribeiro et al. (2019), para sistemas de transmissão usando PMUs ara subsidiar a operação em tempo real e aplicação dos índices em centros de controle.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ABU-HASHIM, R et al. Test systems for harmonics modeling and simulation. **IEEE Transactions on Power Delivery**, IEEE, v. 14, n. 2, p. 579–587, 1999.
- ABUR, Ali; EXPOSITO, Antonio Gomez. **Power system state estimation: theory and implementation**. CRC press, 2004.
- ADETOKUN, Bukola B; MURIITHI, Christopher M; OJO, Joseph O. Voltage stability assessment and enhancement of power grid with increasing wind energy penetration. **International Journal of Electrical Power & Energy Systems**, Elsevier, v. 120, p. 105988, 2020.
- AGHDAM, Pouria Akbarzadeh; KHOSHKHOO, Hamid. Voltage stability assessment algorithm to predict power system loadability margin. **IET Generation, Transmission & Distribution**, IET, 2020.
- AJJARAPU, Venkataramana; CHRISTY, Colin. The continuation power flow: a tool for steady state voltage stability analysis. **IEEE transactions on Power Systems**, IEEE, v. 7, n. 1, p. 416–423, 1992.
- ARRILLAGA, Jos; WATSON, Neville R. **Power system harmonics**. John Wiley & Sons, 2003.
- BHATTACHARYYA, S et al. Harmonic emission limits and responsibilities at a point of connection. **IET generation, transmission & distribution**, IET, v. 6, n. 3, p. 256–264, 2012.
- BONNER, A et al. Modeling and simulation of the propagation of harmonics in electric power networks. 1. Concepts, models, and simulation techniques. **IEEE Transactions on Power Delivery**, IEEE-INST ELECTRICAL ELECTRONICS ENGINEERS INC 345 E 47TH ST, NEW YORK, NY . . . , v. 11, n. 1, p. 452–465, 1996.
- BURCH, R et al. Impact of aggregate linear load modeling on harmonic analysis: a comparison of common practice and analytical models. **IEEE Transactions on Power Delivery**, IEEE, v. 18, n. 2, p. 625–630, 2003.
- COSTA, Jhonatan Nascimento da; PASSOS FILHO, Joao Alberto; HENRIQUES, Ricardo Mota. Loading margin sensitivity analysis in systems with significant wind power generation penetration. **Electric Power Systems Research**, Elsevier, v. 175, p. 105900, 2019.
- DANISH, Mir Sayed Shah et al. A recap of voltage stability indices in the past three decades. **Energies**, Multidisciplinary Digital Publishing Institute, v. 12, n. 8, p. 1544, 2019.

- DE SOUZA, AC Zambroni; CANIZARES, Claudio A; QUINTANA, Victor H. New techniques to speed up voltage collapse computations using tangent vectors. **IEEE Transactions on Power systems**, IEEE, v. 12, n. 3, p. 1380–1387, 1997.
- FERREIRA, LC Araujo et al. Interior point method applied to voltage collapse problems and system-losses-reduction. **IEE Proceedings-Generation, Transmission and Distribution**, IET, v. 149, n. 2, p. 165–170, 2002.
- GAO, Baofu; MORISON, GK; KUNDUR, Prabhaskar. Voltage stability evaluation using modal analysis. **IEEE transactions on power systems**, IEEE, v. 7, n. 4, p. 1529–1542, 1992.
- GARCIA, Paulo AN; PEREIRA, José LR; CARNEIRO JR, Sandoval. Fluxo de potência trifásico por injeção de corrente: parte 1-formulação básica. **Revista Controle & Automação**, Citeseer, v. 12, n. 03, p. 178–187, 2001.
- _____. Fluxo de Potência Trifásico por Injeção de Corrente: Parte 2–Controles e Dispositivos FACTS. **Revista Brasileira de Controle & Automação–SBA**, p. 188–196, 2001.
- GRANVILLE, Sergio. Optimal reactive dispatch through interior point methods. **IEEE Transactions on power systems**, IEEE, v. 9, n. 1, p. 136–146, 1994.
- HAQUE, MH. Use of local information to determine the distance to voltage collapse. **International Journal of Emerging Electric Power Systems**, De Gruyter, v. 9, n. 2, 2008.
- HONG, Y-Y; GAU, C-H. Voltage stability indicator for identification of the weakest bus/area in power systems. **IEE Proceedings-Generation, Transmission and Distribution**, IET, v. 141, n. 4, p. 305–309, 1994.
- IEC61000-3-14. **Electromagnetic compatibility (EMC) – Part 3-14**. v. 2012. 2012.
- IEEE1159. **IEEE Draft Recommended Practice for Monitoring Electric Power Quality**. v. 2019. 2014.
- IEEE519. **IEEE Recommended Practice and Requirements for Harmonic Control in Electric Power Systems**. v. 2014. 2014.
- KAGAN, Nelson; ROBBA, Ernesto João; SCHMIDT, Hernán Prieto. **Estimação de indicadores de qualidade da energia elétrica**. Editora Blucher, 2009.
- KESSEL, P; GLAVITSCH, H. Estimating the voltage stability of a power system. **IEEE Transactions on power delivery**, IEEE, v. 1, n. 3, p. 346–354, 1986.
- KUNDUR, Prabha; BALU, Neal J; LAUBY, Mark G. **Power system stability and control**. McGraw-Hill New York, 1994. v. 7.

- KUNDUR, Prabha; MORISON, Kip; GAO, Baofu. Practical considerations in voltage stability assessment. **International Journal of Electrical Power & Energy Systems**, Elsevier, v. 15, n. 4, p. 205–215, 1993.
- KUNDUR, Prabha; PASERBA, John et al. Definition and classification of power system stability IEEE/CIGRE joint task force on stability terms and definitions. **IEEE transactions on Power Systems**, IEEE, v. 19, n. 3, p. 1387–1401, 2004.
- LEE, Ching-Yin; TSAI, Shao-Hong; WU, Yuan-Kang. A new approach to the assessment of steady-state voltage stability margins using the P–Q–V curve. **International Journal of Electrical Power & Energy Systems**, Elsevier, v. 32, n. 10, p. 1091–1098, 2010.
- MELO, Igor D; OLIVEIRA, Braulio C; ANTUNES, Matheus P. Voltage stability assessment using modal analysis based on power systems state estimation. **Electrical Engineering**, Springer, p. 1–10, 2021.
- MELO, Igor D; PEREIRA, José LR; RIBEIRO, Paulo F et al. Harmonic state estimation for distribution systems based on optimization models considering daily load profiles. **Electric Power Systems Research**, Elsevier, v. 170, p. 303–316, 2019.
- MELO, Igor D; PEREIRA, José LR; VARIZ, Abilio M et al. Allocation and sizing of single tuned passive filters in three-phase distribution systems for power quality improvement. **Electric Power Systems Research**, Elsevier, v. 180, p. 106128, 2020.
- MELO, Igor Delgado de; ALMEIDA, Vitor Pereira de. Estimação robusta de estados harmônicos considerando supressão de erros grosseiros: uma abordagem usando um modelo de otimização. **Brazilian Journal of Development**, v. 7, n. 2, p. 19170–19183, 2021.
- MELO, Igor Delgado de; CARNEIRO, Aurea Soares; PEREIRA, José Luiz Rezende. Impact of power quality on voltage stability assessment in power systems using RTDS. In: IEEE. 2018 Simposio Brasileiro de Sistemas Elétricos (SBSE). 2018. P. 1–6.
- MELO, Igor Delgado de; PEREIRA, José Luiz Rezende; DUQUE, Carlos Augusto et al. Power Quality Monitoring using Synchronized Phasor Measurements: An approach based on hardware-in-the-loop simulations. In: IEEE. 2019 IEEE Milan PowerTech. 2019. P. 1–6.
- MENDES, Thais M et al. Aplicação de subamostragem para análise de distorções supra-harmônicas. In: 1. CONGRESSO Brasileiro de Automática-CBA. 2019. v. 1.
- MONTEIRO, Henrique LM et al. Harmonic impedance measurement based on short time current injections. **Electric power systems research**, Elsevier, v. 148, p. 108–116, 2017.
- PEREIRA, José LR et al. Análise do impacto da qualidade de energia na operação de relés de proteção utilizando simulações digitais em tempo real. **Simpósio Brasileiro de Sistemas Elétricos-SBSE**, v. 1, n. 1, 2020.

- PERES, Wesley et al. Dynamic transmission capability calculation using bioinspired optimization. **International Journal of Electrical Power & Energy Systems**, Elsevier, v. 133, p. 107227, 2021.
- PÉREZ-LONDOÑO, S; RODRÍGUEZ, LF; OLIVAR, G. A simplified voltage stability index (SVSI). **International Journal of Electrical Power & Energy Systems**, Elsevier, v. 63, p. 806–813, 2014.
- PES, Tutorial. **Tutorial on Harmonics Modeling and Simulation**. 2003.
- PILLO, Gianni; ROMA, Massimo. **Large-scale nonlinear optimization**. Springer Science & Business Media, 2006. v. 83.
- PRODIST, Módulo 8 do. **Procedimentos de Distribuição de Energia Elétrica no Sistema Elétrico Nacional – PRODIST: Módulo 8 – Qualidade da Energia Elétrica**. Revisão 12. 2021.
- PROREDE, Submódulo 2.8 do. **Procedimentos de Rede: Submódulo 2.9 - Requisitos mínimos de qualidade de energia elétrica para acesso ou integração à Rede Básica**. Revisão 2020.12. 2020.
- RAHMAN, TK Abdul; JASMON, GB. A new technique for voltage stability analysis in a power system and improved loadflow algorithm for distribution network. In: IEEE. PROCEEDINGS 1995 International Conference on Energy Management and Power Delivery EMPD'95. 1995. v. 2, p. 714–719.
- RODRIGUEZ-GARCIA, L; PEREZ-LONDONO, S; MORA-FLOREZ, J. An optimization-based approach for load modelling dependent voltage stability analysis. **Electric Power Systems Research**, Elsevier, v. 177, p. 105960, 2019.
- AL-ROOMI, Ali R. **Power Flow Test Systems Repository**. Halifax, Nova Scotia, Canada, 2015. Disponível em: <<https://al-roomi.org/power-flow>>.
- SILVA, Robert W da et al. Dimensionamento de filtros passivos sintonizados em sistemas elétricos: uma abordagem considerando modelos de cargas lineares na análise harmônica. In: 1. CONGRESSO Brasileiro de Automática-CBA. 2020. v. 2.
- SKVARENINA, Timothy L; DEWITT, William E. **Electrical Power and Controls (ISPN: 0-13-113045-5) Edition: 2nd**. Prentice Hall Supplemental Materials: 2000.
- TAYLOR, Carson W. **Power system voltage stability**. McGraw-Hill, Inc., 1994.
- TIAN, Mingxing; WANG, Yaomin; LI, Jun. Comprehensive Harmonic Responsibility Calculation Based on Different Weighting Methods. **Energies**, Multidisciplinary Digital Publishing Institute, v. 12, n. 23, p. 4449, 2019.
- VAN CUTSEM, Thierry. Voltage instability: phenomena, countermeasures, and analysis methods. **Proceedings of the IEEE**, IEEE, v. 88, n. 2, p. 208–227, 2000.

VAN CUTSEM, Thierry; VOURNAS, Costas. **Voltage stability of electric power systems**. Springer Science & Business Media, 1998. v. 441.

VARIZ, AM; CARNEIRO JR, S et al. Cálculo do fluxo de harmônicos em sistemas de potência trifásicos utilizando o método de injeção de correntes com solução iterativa. **Sba: Controle & Automação Sociedade Brasileira de Automatica**, SciELO Brasil, v. 19, p. 178–198, 2008.

VARIZ, AM; PEREIRA, JLR et al. Three-phase harmonic power flow using the current injection method. In: IEEE International Conference on Harmonics and Power Quality. 2006.

APÊNDICE A – DADOS DO SISTEMA TESTE DE 30 BARRAS

Os dados de carga e linha do sistema teste de 30 barras são descritos nas Tabelas 23 e 24, respectivamente, de acordo com Al-Roomi (2015). Os limites de geração de potência ativa e reativa associadas a cada gerador são determinados de acordo com a referência Al-Roomi (2015).

Tabela 23 – Dados de barra do sistema teste de 30 barras

k	tipo	V_k (pu)	θ_k (rad)	$P_{g,k}$ (MW)	$Q_{g,k}$ (Mvar)	$P_{l,k}$ (MW)	$Q_{l,k}$ (Mvar)
1	$V\theta$	1,000	0,0	260,20	-16,1	-	-
2	PV	1,043	0,0	40,00	50,00	21,70	12,70
3	PQ	1,000	0,0	-	-	2,40	1,20
4	PQ	1,000	0,0	-	-	7,60	1,60
5	PV	1,010	0,0	0,00	37,00	94,20	19,0
6	PQ	1,000	0,0	-	-	0,00	0,00
7	PQ	1,000	0,0	-	-	22,80	10,90
8	PV	1,010	0,0	0,00	37,30	30,00	30,00
9	PQ	1,000	0,0	-	-	0,00	0,00
10	PQ	1,000	0,0	-	-	5,80	2,00
11	PV	1,082	0,0	0,00	16,20	0,00	0,00
12	PQ	1,000	0,0	-	-	11,20	7,50
13	PV	1,071	0,0	0,00	10,60	0,00	0,00
14	PQ	1,000	0,0	-	-	6,20	1,60
15	PQ	1,000	0,0	-	-	8,20	2,50
16	PQ	1,000	0,0	-	-	3,50	1,80
17	PQ	1,000	0,0	-	-	9,00	5,80
18	PQ	1,000	0,0	-	-	3,20	0,90
19	PQ	1,000	0,0	-	-	9,50	3,40
20	PQ	1,000	0,0	-	-	2,20	0,70
21	PQ	1,000	0,0	-	-	17,50	11,2
22	PQ	1,000	0,0	-	-	0,00	0,00
23	PQ	1,000	0,0	-	-	3,20	1,60
24	PQ	1,000	0,0	-	-	8,70	6,70
25	PQ	1,000	0,0	-	-	0,00	0,00
26	PQ	1,000	0,0	-	-	3,50	2,30
27	PQ	1,000	0,0	-	-	0,00	0,00
28	PQ	1,000	0,0	-	-	0,00	0,00
29	PQ	1,000	0,0	-	-	2,40	0,90
30	PQ	1,000	0,0	-	-	10,50	1,90

Tabela 24 – Dados de linha do sistema teste de 30 barras

k	m	$r_{km} (\Omega)$	$x_{km} (\Omega)$	$y_{km} (\Omega^{-1})$	a_{km}
1	2	0,0192	0,0575	0,0528	-
1	3	0,0452	0,1852	0,0408	-
2	4	0,0570	0,1737	0,0368	-
3	4	0,0132	0,0379	0,0084	-
2	5	0,0472	0,1983	0,0418	-
2	6	0,0581	0,1763	0,0374	-
4	6	0,0119	0,0414	0,0090	-
5	7	0,0460	0,1160	0,0204	-
6	7	0,0267	0,0820	0,0170	-
6	8	0,0120	0,0420	0,0090	-
6	9	0,0100	0,2080	-	1,015
6	10	0,0100	0,5560	-	0,963
9	11	0,0000	0,2080	-	-
9	10	0,0000	0,1100	-	-
4	12	0,0100	0,2560	-	1,013
12	13	0,0000	0,1400	-	-
12	14	0,1231	0,2559	-	-
12	15	0,0662	0,3104	-	-
12	16	0,0945	0,1987	-	-
14	15	0,2210	0,1997	-	-
16	17	0,0824	0,1932	-	-
15	18	0,1070	0,2185	-	-
18	19	0,0639	0,1292	-	-
19	20	0,0340	0,0680	-	-
10	20	0,0936	0,2090	-	-
10	17	0,0324	0,0845	-	-
10	21	0,0348	0,0749	-	-
10	22	0,0727	0,1499	-	-
21	22	0,0116	0,0236	-	-
15	23	0,1000	0,2020	-	-
22	24	0,1550	0,1790	-	-
23	24	0,1320	0,2700	-	-
24	25	0,1895	0,3292	-	-
25	26	0,2544	0,3800	-	-
25	27	0,1093	0,2087	-	-
28	27	0,0100	0,3690	-	0,958
27	29	0,2198	0,4153	-	-
27	30	0,3202	0,6027	-	-
29	30	0,2399	0,4533	-	-
8	28	0,0636	0,2000	-	-
6	28	0,0169	0,0599	-	-

**APÊNDICE B – RESUMO DO MÉTODO DE PONTOS INTERIORES -
BARREIRA LOGARÍTMICA E USO DA *TOOLBOX FMINCON***

O problema de otimização usado neste trabalho é dado de acordo com a Equação B.1, em que deseja minimizar uma função $f(\mathbf{x})$, em que \mathbf{x} é o vetor de estados, sujeita às restrições de igualdades $\mathbf{g}(\mathbf{x})$ e de desigualdades $\mathbf{h}(\mathbf{x})$.

$$\begin{aligned} & \min f(\mathbf{x}) \\ \text{sujeito a:} & \\ & \mathbf{g}(\mathbf{x}) = 0 \\ & \mathbf{h}(\mathbf{x}) \leq 0 \end{aligned} \tag{B.1}$$

Uma vez que este método trabalha com restrições de igualdades, insere-se uma variável de folga s , transformando as restrições de desigualdade em restrições de igualdade, como mostrado na Equação B.2:

$$\begin{aligned} & \min f(\mathbf{x}) \\ \text{sujeito a:} & \\ & \mathbf{g}(\mathbf{x}) = 0 \\ & \mathbf{h}(\mathbf{x}) + \mathbf{s} = 0 \\ & \mathbf{s} \geq 0 \end{aligned} \tag{B.2}$$

O próximo passo é relaxar a restrição $s \geq 0$, ponderando o seu efeito na função objetivo através do parâmetro de barreira μ , com μ tendendo a zero, como mostrado na Equação B.3.

$$\begin{aligned} & \min f(\mathbf{x}) - \mu \sum_{j=1}^n \ln(s_j) \\ \text{sujeito a:} & \\ & \mathbf{g}(\mathbf{x}) = 0 \\ & \mathbf{h}(\mathbf{x}) + \mathbf{s} = 0 \end{aligned} \tag{B.3}$$

A função Lagrangiana é dada por B.4 em que π e δ são os multiplicadores de Lagrange associados à restrições de desigualdade e igualdade, respectivamente.

$$L = f(x) - \mu \sum_{j=1}^{n_{ineq}} \ln(s_j) + \pi^t (h(x) + s) + \delta^t g(x) \tag{B.4}$$

Aplicando as condições de otimalidade, obtém-se a resolução matricial da Equação

B.5, no qual S é a matriz diagonal formada pelos elementos de s .

$$\nabla L = \begin{bmatrix} \nabla f(x) + \pi^t \nabla h(x) + \delta^t \nabla g(x) \\ h(x) + s \\ g(x) \\ S\pi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \mu e \end{bmatrix} \quad (\text{B.5})$$

Utilizando o método de Newton, determina-se a Equação matricial B.6 a ser resolvida iterativamente, em que I representa a matriz identidade. Dessa forma, obtêm-se as direções dx , $d\pi$, $d\delta$ e ds .

$$\begin{pmatrix} \nabla^2 f(x) + \pi^t \nabla^2 h(x) + \delta^t \nabla^2 g(x) & \nabla h(x) & \nabla g(x) & 0 \\ \nabla h(x) & 0 & 0 & I \\ \nabla g(x) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & S & 0 & \pi \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} dx \\ d\pi \\ d\delta \\ ds \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \nabla f(x) + \pi^t \nabla h(x) + \delta^t \nabla g(x) \\ h(x) + s \\ g(x) \\ -\mu e + S\pi \end{pmatrix} \quad (\text{B.6})$$

Calculam-se, então, os passos das variáveis primais e duais, α_p e α_d respectivamente, como mostrado na Equações B.7 e B.8, onde s e π permaneçam estritamente positivas. Esse processo é importante para preservar a interioridade de todas as variáveis restritas do problema.

$$\alpha_p = \min_{ds_i} \frac{-s_i}{ds_i} \leq 0 \quad (\text{B.7})$$

$$\alpha_d = \min_{d\pi_i} \frac{-\pi_i}{d\pi_i} \leq 0 \quad (\text{B.8})$$

Assim, o passo α é dado pela Equação B.9:

$$\alpha = \min(1, \alpha_p, \alpha_d) \quad (\text{B.9})$$

Conhecendo as direções e os passos, as variáveis podem ser atualizadas a cada

iteração i , até que a tolerância estipulada seja alcançada, como mostra a Equação B.10.

$$\begin{aligned}x^{i+1} &= x^i + \alpha dx \\s^{i+1} &= s^i + \alpha ds \\ \pi^{i+1} &= \pi^i + \alpha d\pi \\ \delta^{i+1} &= \delta^i + \alpha d\delta\end{aligned}\tag{B.10}$$

A Equação B.11 mostra a atualização do parâmetro barreira μ .

$$\begin{aligned}\mu^{i+1} &= \frac{\mu^i}{\beta} \\ \beta &\geq 1\end{aligned}\tag{B.11}$$

Segue-se os seguintes passos para resolução iterativa do método de pontos interiores:

1. Dados x iniciais, $(s, \pi) \geq 0$, $(\delta, \beta, \mu) \geq 1$ e a tolerância do processo iterativo estabelecida tol ;
2. Para cada iteração, faça:
 - a) Calcule a função Lagrangiana;
 - b) Calcule a Hessiana e resolva o sistema matricial;
 - c) Calcule o passo α ;
 - d) Atualize as variáveis e o parâmetro barreira até que $|\nabla L| \leq tol$.

B.1 TOOLBOX FMINCON

Para implementação computacional, empregou-se o programa MATLAB e a *toolbox fmincon*. O *fmincon* é uma ferramenta utilizada para solucionar problemas de otimização não-linear e suporta o método de pontos-interiores (*'interior - point'*), região de confiança (*'trust - region - reflective'*), programação sequencial quadrática (*'sqp'*), dentre outros, para solucionar tais problemas. Dentre os métodos de solução disponível, o método de pontos-interiores (MPI) é o solucionador padrão do *fmincon*.

A Equação B.12 descreve a formulação de um problema de otimização.

$$\begin{aligned}& \min f(\mathbf{x}) \\ & \text{sujeito a:} \\ & A \cdot x \leq b \\ & A_{eq} \cdot x = b_{eq} \\ & c(x) \leq 0 \\ & c_{eq}(x) = 0 \\ & lb \leq x \leq ub\end{aligned}\tag{B.12}$$

Em que x é o vetor de variáveis do problema e $f(x)$ é a função objetivo a ser minimizada. A e b são a matriz de coeficientes e o vetor de termos independentes das inequações lineares. A_{eq} e b_{eq} são a matriz de coeficientes e o vetor de termos independentes das equações lineares. c e c_{eq} representam as inequações e equações não-lineares. lb e ub são os vetores de limite inferior e superior de x , respectivamente, representando as restrições de canalização do problema.

Relacionando essa formulação do problema de otimização com a Equação B.1, tem-se que as restrições de desigualdade e igualdade são compostas pelas equações lineares e não-lineares como detalhado nas Equações B.13 e B.14.

$$\mathbf{h}(\mathbf{x}) \begin{cases} A \cdot x \leq b \\ c(x) \leq 0 \end{cases} \quad (\text{B.13})$$

$$\mathbf{g}(\mathbf{x}) \begin{cases} A_{eq} \cdot x = b_{eq} \\ c_{eq}(x) = 0 \end{cases} \quad (\text{B.14})$$

Com o problema de otimização modelado, deve-se fornecer os parâmetros de entrada para o *fmincon*. A Equação B.15 apresenta as entradas aceitas pelo *fmincon*.

$$[\dots] = \text{fmincon}(\text{fun}, x_0, A, b, A_{eq}, b_{eq}, lb, ub, \text{nonlcon}, \text{options}) \quad (\text{B.15})$$

Em que *fun* é uma função no MATLAB que retorna $f(x)$, x_0 é o vetor de solução inicial, *nonlcon* armazena as restrições não-lineares e *options* são especificações para solução do problema de otimização.

A entrada *nonlcon* é uma função no MATLAB e pode ser definida como mostrado na Equação B.16, no qual define-se as restrições não-lineares do problema.

$$\begin{aligned} \text{function } [c, ceq] &= \text{nonlcon}(x) \\ c &= \dots; \\ ceq &= \dots; \end{aligned} \quad (\text{B.16})$$

Algumas das especificações para configuração da entrada *options* para o solucionador por métodos de pontos-interiores é mostrado na Equação B.17. '*Algorithm*' aponta qual o método para solução do problema de otimização será empregado, '*TolX*' é a tolerância do vetor de variáveis do problema, '*TolCon*' é a tolerância para violação das restrições, '*TolFun*' é a tolerância da função objetivo. '*MaxFunEvals*' indica o número

máximo de avaliações da função objetivo permitida e *'MaxIter'* indica o número máximo de iterações permitidas.

$$\begin{aligned} options = optimset('Algorithm', 'interior - point', 'TolX', 1e - 10, \\ 'TolCon', 1e - 6, 'TolFun', 1e - 6, 'MaxFunEvals', 3000, \\ 'MaxIter', 1000) \end{aligned} \quad (B.17)$$

As saídas possíveis ao fim do processo de solução do problema de otimização através do *fmincon* é detalhado na Equação B.18.

$$[x, fval, exitflag, output, lambda, grad, hessian] = fmincon(\dots) \quad (B.18)$$

Em que *fval* é o valor da função objetivo após convergência do problema, *exitflag* indica a condição convergência do problema, *output* oferece informações sobre o processo de otimização. *lambda* retorna os valores dos multiplicadores de Lagrange para a solução *x*, *grad* e *hessian* retornam o valor do gradiente e da Hessiana de *fun* para a solução *x*, respectivamente.

A Tabela 25 mostra os retornos possíveis da solução do processo de otimização empregando o MPI, indicando a condição que gerou a parada do processo. Em síntese, o retorno 0 indica que o limite de interações ou avaliações da função objetivo foi excedido. Valores positivos indicam que a convergência foi alcançada. O oposto, indica divergência do problema.

Tabela 25 – Saídas de *exitflag* possíveis para o solucionador por pontos-interiores

Valor	Significado
2	Mudança no vetor x foi inferior a tolerância definida
1	Condições de otimalidade de primeira ordem satisfeitas
0	Número de interações ou avaliações da função objetivo excedeu a tolerância
-1	Parado por uma função de saída ou gráfico
-2	Nenhum ponto factível foi encontrado
-3	Função objetivo sem limites para as variáveis

Fonte: Autora.

A saída *output* fornece informações sobre o processo de otimização, como o número de interações (*'iterations'*) e de avaliações da função objetivo (*'funcCont'*) e o método de solução empregado (*'algorithm'*).

Por fim, *lambda* apresenta os multiplicadores de Lagrange para a solução *x*, separados de acordo com o tipo da restrição. Têm-se multiplicadores de Lagrange associados aos limites inferiores e superiores (*'lower'* e *'upper'*), as restrições lineares (*'ineqlin'* e *'eqlin'*) e as restrições não-lineares (*'ineqnonlin'* e *'eqnonlin'*).