



PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS
MESTRADO PROFISSIONAL EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Produto Educacional

GEODREZ: ATIVIDADES GEOMÉTRICAS PARA UM
LABORATÓRIO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Raniane Lucimar Almeida de Aquino
Adlai Ralph Detoni

JUIZ DE FORA
2021

Raniane Lucimar Almeida de Aquino
Adlai Ralph Detoni

**GEODREZ: ATIVIDADES GEOMÉTRICAS PARA UM
LABORATÓRIO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**

Produto Educacional apresentado ao Programa de Pós-graduação em Educação Matemática, da Universidade Federal de Juiz de Fora, como requisito parcial a obtenção do grau de Mestre em Educação Matemática.

Juiz de Fora
2021



Este trabalho está licenciado com uma Licença [Creative Commons – Atribuição – NãoComercial 4.0 Internacional](http://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/).

```
<a rel="license" href="http://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/"></a><br />Este trabalho está licenciado com uma Licença <a rel="license" href="http://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/">Creative Commons - Atribuição-NãoComercial 4.0 Internacional</a>.
```

SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO	10
1 ASPECTOS TEÓRICOS.....	6
1.1 Documentos norteadores.....	6
1.2 Laboratório de Educação Matemática (LEM)	8
1.3 Materiais Didáticos Manipuláveis.....	9
1.4 Investigações Matemáticas	10
2 O GEODREZ	12
2.1 A Atividade.....	13
2.2 Comentários	18
3 ASPECTOS DESCRITIVOS DA PROPOSTA.....	19
3.1 Aplicação do Produto Educacional	19
3.2 Relato de uma experiência de aplicação da atividade Geodrez.....	19
REFERÊNCIAS	21

APRESENTAÇÃO

Geodrez dá nome a este nosso Produto Educacional e é o nome do jogo educativo que trazemos aqui para, inicialmente, a comunidade dos professores de Matemática. Ele se liga especialmente à Geometria, apesar de sua prática acabar suscitando questões de outras áreas.

Nosso jogo, e todas as atividades no seu entorno preparativo, foi desenvolvido em uma pesquisa realizada no Mestrado Profissional em Educação Matemática, da UFJF, pesquisa esta que resultou na dissertação “Conhecimento geométrico no espaço e tempo pedagógicos de um Laboratório de Educação Matemática”. Desde já indicamos o acesso a esta dissertação, disponível no site do referido programa de pós-graduação, como possibilidade de uma compreensão e aprofundamentos maiores acerca de toda a proposta.

Como ideia de partida, acreditamos que a Matemática desenvolvida em sala de aula em seu sentido mais corrente, pode ser suplementada com ações alternativas, em direção a oferecer ao estudante outras experiências – físicas e intelectuais – sobre os objetos matemáticos. Nossa proposta envolve a ideia de um laboratório de educação, mais que o laboratório em sua concretude arquitetônica, no qual, sem abandonar a compreensão de que são *idealidades* esses objetos matemáticos, a manipulação física encontra lugar junto a diálogos matemáticos e articulações intelectuais.

Ludicidade com aprendizagem. Envolvimento colaborativo. Experimentos e experiências. Muitos de aspectos como esses vêm junto à nossa proposta, que vê nos Laboratórios de Educação Matemática um *locus* para uma constituição significativa do conhecimento matemático.

1 ASPECTOS TEÓRICOS

Nosso Produto foi constituído a partir de reflexões sobre ideias que estão presente na Educação Matemática. Ao apresentarmos uma proposta didática a partir de um jogo, estamos abarcando diretamente questões em torno dos **Materiais Manipuláveis**, que em nosso caso são imaginados funcionarem em um **Laboratório de Educação Matemática**. As questões em torno de **Atividades Investigativas** vêm na correlação de nosso entendimento de que o espírito que as embasam é afim com propostas pedagógicas para a produção do conhecimento nos ambientes que tematizamos. Apresentamos cada grupo de ideias a seguir, mas começamos falando da presença deles nos **Documentos Norteadores** de currículos nacionais.

1.1 DOCUMENTOS NORTEADORES

Buscamos nos documentos norteadores curriculares nacionais uma ambientação para proposta de se trabalhar em situações alternativas à sala de aula, especialmente com laboratórios e jogos.

Os **Parâmetros Curriculares Nacionais** (PCN) são diretrizes para a educação básica que têm como objetivo orientar os educadores em suas práticas escolares no Brasil. Entre os objetivos gerais apresentados para a educação, está o propósito de fomentar um ambiente no qual o aluno possa se integrar no curso de sua própria formação, entendida desde já em uma multiplicidade de características desejadas: pensamento crítico, agir em diálogo com outros, assumir posições, dominar linguagens, lidar com informações e assumir responsabilidades metodológicas, como está exposto no quadro abaixo.

QUADRO 1 – OBJETIVOS GERAIS

- | |
|--|
| <ul style="list-style-type: none"> • posicionar-se de maneira crítica, responsável e construtiva nas diferentes situações sociais, utilizando o diálogo como forma de mediar conflitos e de tomar decisões coletivas; • utilizar as diferentes linguagens — verbal, matemática, gráfica, plástica e corporal — como meio para produzir, expressar e comunicar suas ideias, interpretar e usufruir das produções culturais, em contextos públicos e privados, atendendo a diferentes intenções e situações de comunicação; • saber utilizar diferentes fontes de informação e recursos tecnológicos para adquirir e construir conhecimentos; • questionar a realidade formulando-se problemas e tratando de resolvê-los, utilizando para isso o pensamento lógico, a criatividade, a intuição, a capacidade de análise crítica, selecionando procedimentos e verificando sua adequação. |
|--|

Fonte: PCN (1998)

Pensamos que o trabalho em um LEM abarca os elementos principais que estão expostos nesses quatro tópicos que buscamos nos PCNs. Não estando a reboque de um material ou de um professor expositivo, frente a atividades propostas em um LEM, um participante assume a tarefa de constituir resultados dentro da elaboração do conhecimento que ali se quer realizar.

Em relação à atividade matemática, uma perspectiva importante é destacada: “A atividade matemática escolar não é ‘olhar para coisas prontas e definitivas’, mas a construção e a apropriação de um conhecimento pelo aluno, que se servirá dele para compreender e transformar sua realidade” (PCN, 1998).

A perspectiva que enxerga o aluno como agente ativo na construção do seu saber é cada vez mais presente e exige que a postura do professor mude. O professor assume novos papéis. Como organizador da aprendizagem, ele deve selecionar os problemas que tornam possíveis a construção de conceitos e potencializem a resolução. Como consultor, deve fazer intervenções apropriadas compartilhando informações que os alunos não conseguiriam sozinhos. Como mediador, tem a função de proporcionar debates sobre os métodos utilizados pelos alunos e os resultados encontrados, orientar sobre as tomadas de decisões durante as atividades, questionar, contestar, entre outros. Finalmente, como controlador, tem o dever de estabelecer condições e prazos.

No fluxo da visão crítica sobre o ensino mais tradicional da geometria a **Base Nacional Comum Curricular**, BNCC, documento norteador de currículos empreendida ao longo de anos e ultimada em 2017, traz indicações que são alentadoras. Seus textos apresentam sugestões acompanhadas de um posicionamento crítico:

Na Matemática escolar, o processo de aprender uma noção em um contexto, abstrair e depois aplicá-la em outro contexto envolve capacidades essenciais, como formular, empregar, interpretar e avaliar – criar, enfim –, e não somente a resolução de enunciados típicos que são, muitas vezes, meros exercícios e apenas simulam alguma aprendizagem (BNCC, 2017, p. 275).

E, ainda,

A Geometria não pode ficar reduzida a mera aplicação de fórmulas de cálculo de área e de volume nem a aplicações numéricas imediatas de teoremas sobre relações de proporcionalidade em situações relativas a feixes de retas paralelas cortadas por retas secantes ou do teorema de Pitágoras (BNCC, 2017, p. 270).

A Geometria, uma das unidades temáticas do BNCC, é especialmente propícia para realizar leituras matemáticas do mundo real, pois proporciona o estudo do espaço e das formas. Desta maneira, esse documento se posiciona orientado pelo pressuposto de que a aprendizagem matemática está ligada a apropriação do conhecimento e dos objetos matemáticos de suas diversas áreas, entre conceitos e propriedades, passíveis à aplicação dentro e fora da escola.

Os significados desses objetos resultam das conexões que os alunos estabelecem entre eles e os demais componentes, entre eles e seu cotidiano e entre os diferentes temas matemáticos. Desse modo, recursos têm um papel essencial para a compreensão e utilização das noções matemáticas. Entretanto, (...) esses materiais precisam estar integrados a situações que levem à reflexão e à sistematização, para que se inicie um processo de formalização. (BNCC, 2017, p. 274)

Por fim, entendemos que a BNCC, nesse sentido muito próximo dos PCNs, apesar de não explicitar e perspectivar o trabalho pedagógico em um LEM, abre portas para ambientações alternativas para a geometria escolar, em termos de objetivos, metodologias e valores.

1.2 LABORATÓRIO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA (LEM)

Buscando uma definição para o Laboratório de Educação Matemática, Perez (1993) sugere

“a existência de um laboratório que, além de se constituir num espaço físico destinado a guardar materiais didáticos, deve ser um ambiente agradável, onde os presentes se sintam à vontade e dispostos a pensar, criar, construir e descobrir estratégias de Educação Matemática que visem à melhoria do ensino e da aprendizagem de Matemática”. (PEREZ, 1993, apud PEREZ & TURRIONI, 2004, p. 62)

Enquanto Varizo (2007), esclarecendo sua escolha pelo termo Laboratório de Educação Matemática, em detrimento de Laboratório de Ensino de Matemática, analisa que

O dicionário Aurélio diz que a palavra laboratório significa: “*lugar onde se faz estudos experimentais de qualquer ramo da ciência*”. Portanto, o que dá nome ao laboratório é a ciência objeto de seus estudos e experiências. No nosso caso, o objeto de estudos e experiências são as ciências da Educação voltadas para a Educação Matemática. (VARIZO, 2007, p. 2).

O LEM, desse modo, deve ser um componente da escola. Um lugar apropriado para atender às diversas necessidades que os processos de ensino e de aprendizagem demandam, oferecendo possibilidades para trabalhar alternativas metodologias. Deve ir além de um depósito de materiais. Esse ambiente deve proporcionar diferentes funcionalidades a seus usuários. Deve ser possível planejar e ministrar aulas, criar e desenvolver atividades, receber os alunos para esclarecimentos de dúvidas, discutir projetos, dentre outras. Deve ser um espaço no qual a matemática é acessível.

É uma sala-ambiente para estruturar, organizar, planejar e fazer acontecer o pensar matemático, é um espaço para facilitar tanto ao aluno como ao professor, questionar, conjecturar, procurar, experimentar, analisar e concluir, enfim, aprender e principalmente aprender a aprender. (LORENZATO, 2009, p. 7).

De acordo com Lorenzato (2009), o LEM pode se dedicar, em particular, “à criação de situações pedagógicas desafiadoras e para auxiliar no equacionamento de situações previstas pelo professor em seu planejamento, mas imprevistas na prática, em virtude dos questionamentos dos alunos durante as aulas” (LORENZATO, 2009, p. 7).

O LEM possui como aliados os materiais didáticos (MD) manipuláveis, que, de acordo com Rossy (2014), possibilitam ao aluno a exploração, podendo extrair conclusões e construir seu próprio conhecimento, com intermédio do professor. A autora nos diz que, nesse contexto, “o aluno participa ativamente da construção de seu próprio conhecimento matemático, além de desenvolver melhores relações sociais reforçadas pelo convívio em grupo com os colegas de classe” (ROSSY, 2014, p. 29).

1.3 MATERIAIS DIDÁTICOS MANIPULÁVEIS

Paulo (2010) traz a recomendação metodológica, vinda dos PCNs e da maioria dos textos disponíveis nas publicações dos estudiosos brasileiros que debatem o ensino de Geometria, que defende esse ensino a partir da experiência com objetos físicos se baseando na ideia de que o raciocínio intuitivo pode favorecer as generalizações e que a utilização de certos recursos didáticos auxilia o desenvolvimento do pensar geométrico.

A visualização é um dos elementos dos Laboratórios de Educação Matemática, fortemente presentes em atividades de Geometria, que sinalizam preocupações ou valores epistemológicos. Kallef (1994), diz que a visualização é o estágio no qual o aluno raciocina basicamente através das considerações visuais. Oshima e Pavanello (2010), dizem que a construção de objetos são uma forma de aprender a visualizar o espaço tridimensional. Afirmam que observação, descrição, representação e análise, favorecem a formação de imagem, o que fundamenta o *pensamento geométrico*.

Uma definição de material didático (MD) temos por Lorenzato (2009, p. 18): “é qualquer instrumento útil ao processo de ensino e aprendizagem”. Logo, são considerados MD o giz, a calculadora, o livro, o caderno, os jogos, um vídeo, um filme, etc.

Entre as variadas funções do MD, eles podem, segundo Lorenzato (2009, p. 18), “dependendo do objetivo a que se prestam: apresentar um assunto, motivar os alunos, auxiliar a memorização de resultados e facilitar a redescoberta”. E, ainda, afirma Turrioni (2004) que o material concreto “facilita a observação e a análise, desenvolve o raciocínio lógico, crítico e

científico, é fundamental para o ensino experimental e é excelente para auxiliar o aluno na construção dos seus conhecimentos” (TURRIONI, 2004, p. 66).

Lorenzato amplia o valor dos materiais manipulativos, trazendo a importância de uma psicologia social que resultaria em um ganho epistemológico, dizendo que

“Ninguém ama o que não conhece”: este pensamento explica porque tantos alunos não gostam da Matemática. (...) com o auxílio do material didático, o professor pode conseguir uma aprendizagem com compreensão, que tenha significado para o aluno.” (LORENZATO, 2002)

A ação manipulativa necessita reflexão. Por mais sofisticado que seja o material didático manipulável, “nunca ultrapassa a categoria de meio auxiliar de ensino, de alternativa metodológica à disposição do professor e do aluno, e, como tal, o MD não é garantia de um bom ensino, nem de uma aprendizagem significativa e não substitui o professor.” (LORENZATO, 2009, p. 18). Para que haja uma experiência matemática que envolva existencialmente o aluno, é recomendável que este, de acordo com esse autor, além de explorar e refletir sobre o material didático, também participe de sua construção, pois é nesse momento que surgem imprevistos e desafios, conduzindo os alunos a conjecturar e descobrir caminhos e soluções.

Destacaram Rêgo e Rêgo (2009, p. 54) cuidados básicos que o professor deve ter ao utilizar materiais didáticos manipuláveis:

QUADRO 2 – CUIDADOS BÁSICOS PARA UTILIZAÇÃO DE MATERIAIS DIDÁTICOS
MANIPULÁVEIS

I.	Dar tempo para que os alunos conheçam o material (inicialmente é importante que os alunos explorem livremente);
II.	Incentivar a comunicação e troca de ideias, além de discutir com a turma os diferentes processos, resultados e estratégias envolvidos;
III.	Mediar, sempre que necessário, o desenvolvimento das atividades por meio de perguntas ou da indicação de materiais de apoio, solicitando o registro individual ou coletivo das ações realizadas, conclusões e dúvidas;
IV.	Realizar uma escolha responsável e criteriosa do material;
V.	Planejar com antecedência as atividades, procurando conhecer bem os recursos a serem utilizados, para que possam ser explorados de forma eficiente, usando o bom senso para adequá-los às necessidades da turma, estando aberto a sugestões e modificações ao longo do processo, e
VI.	Sempre que possível, estimular a participação do aluno e de outros professores na confecção do material.

Fonte: Lorenzato (2009)

1.4 INVESTIGAÇÕES MATEMÁTICAS

Nos últimos anos, o professor de matemática que se forma em sua graduação tem estado constantemente posto diante da crítica às metodologias didáticas baseadas em esquemas associados à exposição de conteúdos pelo professor e ações reativas por parte dos alunos em

exercícios teóricos escritos. Há um contraponto proposto a partir de outros elementos: diálogos, reestruturação do poder em sala de aula, manipulações e conteúdo a serem trabalhados em ação coletiva. O conjunto de contribuições teóricas que oferecem metodologias para aulas investigativas aparecem como uma das principais alternativas.

Entendemos que as atividades de investigação na sala de aula estimulam uma nova postura dos alunos em relação à matemática quando comparada ao padrão mecânico dos exercícios. Requer autonomia, iniciativa, raciocínio e apropriação de conhecimentos.

Na história, vemos resíduos de percepções de que em alguns momentos o trabalho do matemático criador de matemática é um trabalho criativo e perscrutador. Vemos ocorrer isso em Ponte (2009, p. 13), que, para estruturar sua proposta metodológica, toma como ponto de partida o fato de que "para os matemáticos profissionais, investigar é descobrir relações entre objetos matemáticos conhecidos ou desconhecidos, procurando identificar as respectivas propriedades" (PONTE, 2009, p. 13). No ambiente escolar, o significado e o processo de investigar podem sugerir ações: os alunos sendo levados a ler a proposta de uma atividade, reconhecer o que se pede, formular questões, formular conjecturas, testar, provar para situações generalizadas e avaliar.

Analisando o processo de aprendizagem por colaboração, podemos perceber a afinidade com as ações vividas no LEM nos apoiando nas ideias de Pinheiro (2013), que diz que nesse processo os alunos são livres para tomarem suas decisões, assumindo uma postura autônoma e se colocando como agentes do conhecimento, enquanto o professor assume a postura de mediador, de incentivador do aprendizado.

2 O GEODREZ

Quando projetamos o Geodrez pensamos numa atividade com propósitos abertos, em termos de ser um evento didático pouco regado por objetivos de produção de conhecimento de objetos geométricos mais específicos. Isso implica buscarmos liberdade de discussões e manifestações pelos praticantes que vão se mostrar no curso das ações.

Procurávamos por uma atividade que condissesse com o contexto de um LEM e que pudessem ser trabalhados conceitos geométricos não só em sua prática, mas também na confecção do material. Iniciamos uma pesquisa a partir do Google, no qual encontramos o catálogo Atividades de Laboratório de Ensino de Matemática. Selecionamos as que atendiam às características acima mencionadas e decidimos pela intitulada “Traversi”.

Esta atividade se apresenta como um recurso para trabalhar nomes, definições e propriedades de figuras geométricas planas, e, ainda, aperfeiçoar o raciocínio lógico e a capacidade de elaborar estratégias. Trata-se de um jogo de tabuleiro quadriculado e peças com formatos básicos de círculos, quadrados, losangos e triângulos, que se movimentam de acordo com o sentido de seus lados e, no caso dos círculos, em todas as direções disciplinadas, conforme vemos na sessão 2.1, na atividade já adaptada. Ela é proposta como uma atividade para laboratórios, mas é sugerida também para ser aplicada em sala de aula, exposições e atividades extracurriculares. Durante a confecção do material é oportunizado ao aplicador estimular reflexões sobre essas figuras, que visam atingir os objetivos referidos.

Intuímos que ela poderia ser um ponto de partida para o que queríamos. Fizemos adaptações, como modificar o tabuleiro do jogo e diminuir a quantidade de peças a fim de torná-lo mais sucinto; detalhar, valorizando, as construções, propondo que elas devessem ser feitas com régua e compasso. Optamos por alterar o nome para Geodrez, inspirando-nos nas características semelhantes ao Xadrez, pelo tabuleiro quadriculado e pela movimentação específica de cada tipo de peça. A concepção que ultimamos foi objeto de nossa pesquisa.

Com horizonte de uma atividade de pesquisa, pensamos que as construções com régua e compasso poderiam enriquecê-la, pois possibilitaria trabalhar conceitos como paralelismo e perpendicularismo, assim como as propriedades das figuras geométricas círculo, triângulo, quadrado e losango, e a transformação Simetria, já previstas no Traversi. Além disso, julgamos pertinente, sempre que oportuno, exercitar o manuseio dos instrumentos de desenho, mesmo para aqueles que não possuem conhecimento de como usá-los.

Entendemos que, ao ampliar a experiência para também o momento de confecção, como sugerido por Lorenzato (2009), além de contribuir para a construção e composição do próprio laboratório, pode-se causar um sentimento de pertencimento ao espaço aos participantes.

2.1 A ATIVIDADE

Ambiente: Laboratório de Educação Matemática ou sala de aula customizada

Público: Ensino Fundamental II – 8º e 9º ano

Tempo: o jogo em si é jogado em torno de 15 minutos. Para a confecção, dimensionamos de 2 a 3 tempos de 50 minutos cada, a depender da experiência que os alunos tenham com material de desenho.

Objetivo geral: Revisar e comparar definições e propriedades das figuras geométricas planas e identificar conceitos da transformação geométrica Simetria.

Objetivos específicos:

- Manusear adequadamente as ferramentas régua e compasso;
- Reconhecer, diferenciar e definir, quanto aos lados e ângulos, cada uma das figuras geométricas planas trabalhadas;
- Comparar quadrados e losangos e constatar que todo quadrado é um losango, porém nem todo losango é quadrado;
- Compreender propriedades da simetria.

Materiais necessários para 1 jogo:

- 5 folhas de papel cartão de cores distintas, sendo uma delas da cor branca;
- 5 lápis de cor, sendo 1 na cor preta (os alunos podem compartilhar seu uso, mas, sendo assim, o tempo para construção irá aumentar) e 4 nas cores escolhidas para os papéis cartão (exceto da cor branca);
- 1 a 4 régua;
- 1 a 4 esquadros;
- 1 a 4 compassos;
- 1 a 4 tesouras.

(os alunos podem compartilhar o uso de régua, esquadros, compassos e tesouras, mas, sendo assim, o tempo para construção irá aumentar).

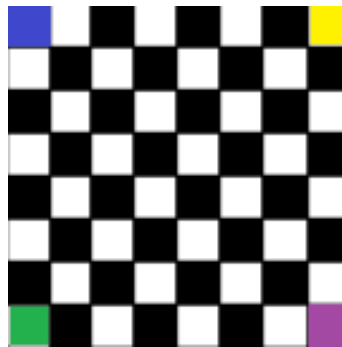
1º momento: confecção do material manipulável

Faz-se a divisão em grupos de quatro participantes, de modo que cada grupo esteja de posse do material necessário para construção;

Começa-se com a construção do tabuleiro (cada grupo deve fazer o seu).

- I. Desenhe, utilizando régua e compasso, e recorte, no papel cartão, um quadrado de lado 28 cm;
- II. Subdivida, utilizando régua e compasso, esse quadrado em 64 quadradinhos de 3,5 cm de lado;
- III. Pinte, alternadamente, um quadradinho de preto e o outro deixe em branco, como em um tabuleiro de xadrez, deixando os quadradinhos dos cantos sem preenchimento, pois estes deverão ser pintados com as cores escolhidas para as peças, como nas figuras abaixo:

Figura 1 – Tabuleiro Geodrez



Fonte: Dos autores (2019)

Durante a construção do tabuleiro, questiona-se:

- O que é um quadrado?
- O que podemos falar a respeito dos seus lados?
- O que podemos falar a respeito dos seus ângulos?
- Como construir 64 quadradinhos dentro do quadrado de lado 28 cm?
- Qual é a área do quadrado grande (tabuleiro)?
- Qual será a área de cada quadradinho?

O segundo passo é a construção das peças também utilizando régua e compasso. Como os participantes estarão divididos em grupos de quatro, cada um fará um conjunto de peças.

Cada jogador escolherá uma cor do papel cartão e confeccionará quatro peças, sendo elas: 1 quadrado de lado 3 cm; 1 losango de lado 2 cm e uma diagonal 2,8 cm; 1 círculo de raio 1,5 cm e 1 triângulo equilátero de lado 3 cm.

Enquanto aos alunos constroem as peças, questiona-se:

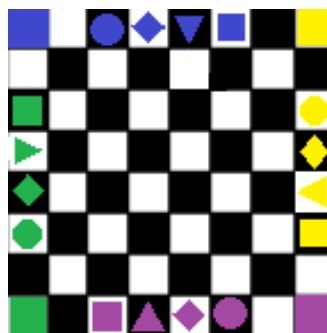
- Como construir um círculo?
- Como construir um losango?
- O que podemos falar a respeito de seus lados?
- Quais características possuem os losangos?
- Um quadrado é um losango? (Nesse momento é sugerida a comparação das definições dessas figuras)
- Como construir um triângulo equilátero?
- O que podemos falar a respeito dos lados dos triângulos equiláteros?
- O que podemos falar a respeito dos ângulos dos triângulos equiláteros?

2º momento: o jogo

O Geodrez pode ser jogado em dois formatos: individual ou por equipes. No formato individual, admite-se 2 ou 4 jogadores (nesse caso, um jogador terá 1 ou 3 adversários), em que cada um manipula um conjunto de peças. No formato por equipes, um jogador principal pode consultar estrategicamente outros colegas que não sejam seus adversários. O objetivo de cada competidor é atravessar suas quatro peças por todo o tabuleiro, até a borda oposta, quando irá recolher cada uma delas. Será o vencedor aquele que recolher primeiro todas as suas peças. Para isso, deve-se obedecer às seguintes regras:

I. Cada jogador escolhe um conjunto de peças e as coloca sobre o tabuleiro, conforme a figura 2, seguindo a ordem: quadrado, triângulo, losango e círculo.

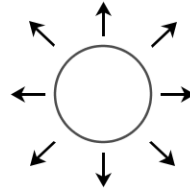
Figura 2 - Tabuleiro do Geodrez com as peças inicialmente posicionadas.



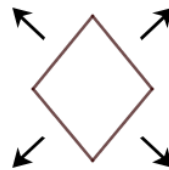
Fonte: Dos autores (2019)

II. Movimentação das peças: verticalmente (para frente e para trás), horizontalmente (para direita e para esquerda) e diagonalmente (avanço e recuo).

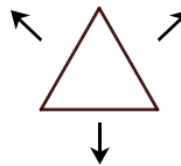
- ❖ Círculos, em todas as direções;



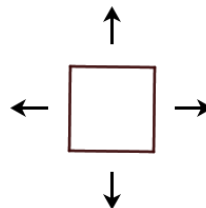
- ❖ Losangos, diagonalmente: avanço e recuo;



- ❖ Triângulos, para trás e avanço nas diagonais;



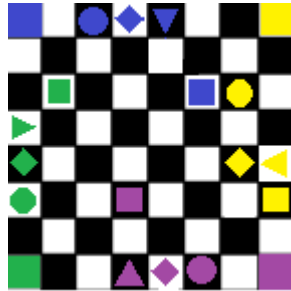
- ❖ Quadrados, para frente e para trás; para direita e para a esquerda.



III. As peças podem se mover da casa na qual estão para uma casa vazia, adjacente ou não (nesse caso, através de um pulo). Só se pode saltar uma peça a cada pulo. Todo pulo se caracteriza pela peça sair da sua posição original e ocupar uma posição simétrica a esta em relação à peça pulada. As peças puladas não são capturadas e nem voltam para o início do jogo, com exceção do círculo, que quando for pulado, deve voltar à sua posição inicial;

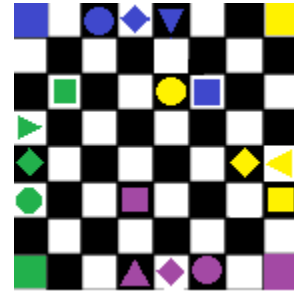
Exemplo 1 - Pulo curto: o jogador das peças amarelas executa um pulo curto com o círculo amarelo sobre o quadrado azul (posições inicial e final do círculo amarelo são simétricas em relação ao quadrado azul).

Figura 3 - posição inicial do círculo amarelo



Fonte: Dos autores (2021)

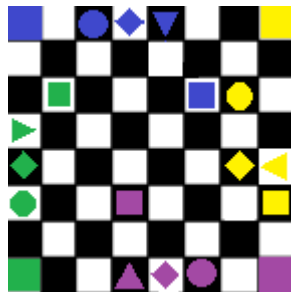
Figura 4 - posição final do círculo amarelo



Fonte: Dos autores (2019)

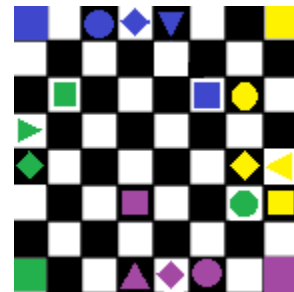
Exemplo 2 – Pulo longo: o jogador das peças verdes executa um pulo longo com o círculo verde sobre o quadrado roxo (posições inicial e final do círculo verde são simétricas em relação ao quadrado roxo).

Figura 5 - posição inicial do círculo verde



Fonte: Dos autores (2021)

Figura 6 - posição final do círculo verde



Fonte: Dos autores (2021)

O jogador pode fazer pulos longos e curtos em série, como num jogo de Damas, em uma mesma jogada, desde que estejam de acordo com as regras ditas acima.

Ao explicar as regras para os alunos, didaticamente questiona-se:

- O que é Simetria?
- O que torna um movimento simétrico?

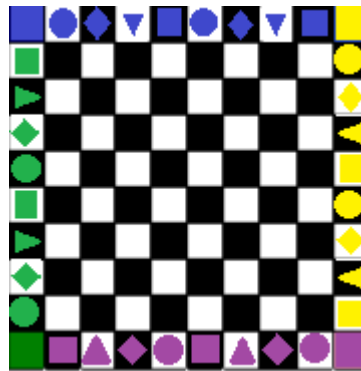
IV. As casas coloridas, aquelas dos cantos do tabuleiro, não podem ser ocupadas;

V. Uma maneira de o jogo terminar é quando um dos jogadores recolhe todas as suas peças, tornando-se o vencedor. Porém, o jogo pode continuar sem este, determinando-se os 2º, 3º e 4º lugares.

2.2 COMENTÁRIOS

O jogo Geodrez possui uma versão mais elaborada, cuja execução demanda mais tempo. Nessa variante, o tabuleiro tem formato 10x10 casas e cada participante possui 8 peças, sendo duas de cada formato: 2 círculos, 2 losangos, 2 triângulos e 2 quadrados.

Figura 7 - Tabuleiro Geodrez - versão elaborada



Fonte: Dos autores (2019)

3 ASPECTOS DESCRITIVOS DA PROPOSTA

3.1 APLICAÇÃO DO PRODUTO EDUCACIONAL

Sugere-se a utilização do Geodrez para estudantes dos oitavos e nonos anos do Ensino Fundamental II, especialmente quando estiverem estudando ou já tiverem estudado algumas das construções fundamentais do Desenho Geométrico (paralelas e perpendiculares) e as noções básicas da transformação geométrica Simetria.

As ações com materiais de desenho geométrico podem ser tomadas como ponto de partida para a implementação deles na vida escolar dos alunos, caso seja novidade a estes. Se não for este o caso, podem ser oportunidade para avaliar o desempenho.

As atividades de preparação do Geodrez devem ser valorizadas como processo de produção do conhecimento geométrico, podendo ser, cada tabuleiro e conjunto de peças, ser obra de um grupo maior de alunos. A atividade ligada ao jogo, propriamente, deve ter entre equipes de número menor de alunos. As ações em equipes devem ser sempre valorizadas como cultura epistemológica.

Se a escola possuir um ambiente físico apropriado para ações experimentais, deve este ser preferido, mas mesmo a sala de aula pode ser ocasionalmente preparada para isso. Além da questão física e arquitetônica, uma preparação relacionada às expectativas dos alunos deve ser trabalhada, criando-se desejos, disciplina e vontades.

O professor deve preparar o espírito dos alunos para que o lúdico não seja hegemônico em relação aos esperados resultados em termos de conhecimento geométrico.

3.2 RELATO DE UMA EXPERIÊNCIA DE APLICAÇÃO DA ATIVIDADE GEODREZ

Fazemos aqui um breve relato de uma experiência em torno do Geodrez, ocorrida por ocasião da pesquisa de campo realizada por nós. Após os momentos de reconhecimento do espaço, confecção do Geodrez e trocas sobre conhecimento em Geometria, iniciou-se uma partida. Cada participante recebeu uma folha com as instruções do jogo, conforme descritas na sessão 2.1, que serviu de suporte para eventuais consultas, e, em seguida, iniciamos a explicação sobre suas regras, que todos acompanharam com bastante atenção. Como previsto, os quatro competidores presentes jogaram em um formato individual.

Na experiência nossa, os jogadores iniciaram escolhendo as bordas e aos poucos foram se familiarizando, porque, entendemos, é o que ocorre com todo jogo novo. Durante a disputa, algumas questões sobre a movimentação das peças se fizeram, mas todas foram respondidas prontamente. Inclusive, ressaltou-se a importância estratégica das jogadas simétricas, que fazem as peças avançarem mais depressa. Rapidamente, todos se envolveram na atividade e incorporaram as regras, assumindo o espírito competitivo e se esforçando para alcançar a vitória. Verificamos o uso de jogadas simples, de pulos curtos e longos. O vencedor foi definido em aproximadamente 10 minutos.

Logo que findou a partida, foi preocupação dos participantes a posse do jogo, tabuleiro e peças. Eles, então, resolveram entre si quem o levaria para casa.



Foto 1 - participantes em momento de confecção do jogo



Foto 2 - participantes ao final da atividade

REFERÊNCIAS

- BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, DF, 2017. Disponível em: < <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/> >. Acesso em: fev. 2019
- _____. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais**. Brasília: MEC/SEF, 1998. Disponível em: < <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf> >. Acesso em: mar. 2019
- KALLEF, A. M. M. R.; HENRIQUE, A. S.; REI, D. M.; FIGUEIREDO, L. G., Desenvolvimento do Pensamento Geométrico – o modelo de Van Hiele. **Bolema**, Rio Claro, n. 10, 1994. p. 21 – 30.
- LORENZATO, S. (ORG). **O Laboratório do Ensino de Matemática na Formação de Professores** – Campinas, S.P. Autores Associados, 2009, 2 ed. Coleção Formação de Professores.
- MARTINHÃO, A. N. *et al.* **Atividades de Laboratório de Ensino de Matemática**. Maringá, 2009. Disponível em: < <http://www.dma.uem.br/matematica/texto1.pdf> >. Acesso em: 29 jun. 2021.
- OSHIMA, I. S., PAVANELLO, R. M. **O Laboratório de Ensino de Matemática e a Aprendizagem de Geometria**. Disponível em: < <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/232-4.pdf> >. Acesso em 9 fev. 2019.
- PAULO, R. M. O significado dos diagramas na produção do conhecimento geométrico. *In*: BICUDO, M. A. V. (org.) **Filosofia da Educação Matemática: fenomenologia, concepções, possibilidades didático-pedagógicas**. São Paulo: Ed. Unesp, 2010. p. 169 – 192.
- PINHEIRO, J. M. L. **A Aprendizagem Significativa em Ambientes Colaborativo-investigativos: um estudo de conceitos de Geometria Analítica Plana**. 2013, 202f. Dissertação de Mestrado – Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2013.
- PONTE, J. P. da. **Investigações Matemáticas na Sala de Aula**/João Pedro da Ponte, Joana Brocardo, Hélia Oliveira. 2ª Edição. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2009.
- RÊGO, R.M.; RÊGO, R.G. Desenvolvimento e uso de materiais didáticos no ensino de matemática. *In*: LORENZATO, Sérgio. **Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores**. Campinas: Autores Associados, 2009, 2ed. Coleção Formação de Professores. p.39-56
- ROSSY, N. da C. **Fração e sua representação como medida de comprimento: uma experiência de ensino-aprendizagem no contexto de um laboratório de Educação Matemática**. 2014. 131f. Dissertação de Mestrado - Universidade Federal do Pará, Belém, 2014.

TURRIONI, A. M. S. **O Laboratório de Educação Matemática na Formação Inicial de Professores**. 2004. 163f. Dissertação de Mestrado – Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2004.

VARIZO, Z. C. M. **O Laboratório de Educação Matemática do IME/UFG: do sonho à realidade**. *In*: IX Encontro Nacional de Educação Matemática, 2007, Belo Horizonte. Diálogos entre a pesquisa e a prática educativa. BELO HORIZONTE: SCIMSA, 2007.