

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA
FACULDADE DE ENGENHARIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL**

Lucas Lucinda de Sá

Obtenção dos coeficientes de flutter utilizando simulações via CFD

Juiz de Fora

2021

Lucas Lucinda de Sá

Obtenção dos coeficientes de flutter utilizando simulações via CFD

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Faculdade de Engenharia da Universidade Federal de Juiz de Fora como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil. Área de concentração: Mecânica das Estruturas

Orientadora: Prof. Dr. Patrícia Habib Hallak

Coorientador: Prof. Dr. Alexandre Abrahão Cury

Juiz de Fora

2021

Ficha catalográfica elaborada através do Modelo Latex do CDC da UFJF
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

Sá, Lucas Lucinda de.

Obtenção dos coeficientes de flutter utilizando simulações via CFD /
Lucas Lucinda de Sá. – 2021.

68 f. : il.

Orientadora: Patrícia Habib Hallak

Coorientador: Alexandre Abrahão Cury

Dissertação de Mestrado – Universidade Federal de Juiz de Fora, Faculdade de Engenharia. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, 2021.

1. Coeficientes aerodinâmicos. 2. Flutter. 3. OpenFOAM. I. Hallak, Patrícia Habib, orient. II. Cury, Alexandre Abrahão, coorient. III. Título.

Lucas Lucinda de Sá

Obtenção dos coeficientes de flutter utilizando simulações via CFD

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Faculdade de Engenharia da Universidade Federal de Juiz de Fora como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil. Área de concentração: Mecânica das Estruturas

Aprovado em 29 de Outubro de 2021

BANCA EXAMINADORA



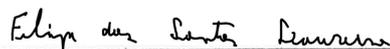
Prof. Dr. Patrícia Habib Hallak - Orientadora
Universidade Federal de Juiz de Fora



Prof. Dr. Alexandre Abrahão Cury - Coorientador
Universidade Federal de Juiz de Fora



Prof. Dr. George Oliveira Ainsworth Junior
Universidade Federal de Juiz de Fora



Prof. Dr. Felipe dos Santos Loureiro
Universidade Federal de São João del-Rei

Dedico este trabalho à minha família e namorada.

AGRADECIMENTOS

Em meio à correria da vida, muitas pessoas se destacam por marcarem nossa trajetória. Mesmo com as dificuldades encontradas pela atual situação em que o mundo vive, o incentivo e apoio de certas pessoas foram fundamentais para a conclusão dessa dissertação.

Agradeço primeiramente a Deus, que guia todos os meus passos e abençoa cada conquista. E à Sagrada Família que é o exemplo cristão a ser seguido.

À minha orientadora Professora Patrícia, que sempre foi um amor de pessoa e uma ótima orientadora. Sempre me incentivou, teve muita paciência e me potencializou, um grande abraço e muito obrigado. Ao Professor Cury, que contribuiu com a busca dos meus objetivos e durante todo o mestrado foi sempre muito solícito.

Aos meus avós por serem anjos na Terra e no céu, sempre a me iluminar e abençoar.

Aos meus pais Fábio e Maria Aparecida por sempre me apoiarem, incentivarem e não medirem esforços para que eu pudesse alcançar meus objetivos e ser feliz. Vocês são meus maiores exemplos e minha base. Obrigado por tudo sempre. Amo muito vocês.

Ao meu irmão Fellipe. Nunca deixou de acreditar em mim, sempre foi um exemplo a seguir, me apoiou em cada decisão e nunca deixou de cuidar de mim. E a sua esposa Priscila, por todo apoio. Obrigado por tudo.

À minha companheira, melhor amiga, namorada e amor, Iris, por todo carinho, palavra de incentivo, puxão de orelha e sempre muito amor e companheirismo. Obrigado por sempre acreditar no meu potencial e me incentivar a chegar ao fim.

À família da Iris, em especial à sua mãe Vaninha, sempre me apoiam e acreditam muito em mim. Muito obrigado a todos.

À minha tia Ana Paula e sua família que sempre me apoiou, incentivou e sempre se preocuparam comigo. Muito obrigado.

Ao amigo que o mestrado me presenteou para toda a vida, Matheus. Obrigado por cada momento, pela sua amizade, pelo incentivo e compreensão. Os dias em Juiz de Fora se tornaram muito agradáveis com sua amizade e parceria nos estudos. O nosso desespero não foi em vão.

Aos meus amigos também de mestrado Illa e Michel, por cada momento de descontração, risada e também estudos. Vocês foram fundamentais para eu estar aqui hoje. Muito obrigado

Ao Túlio e Bruno, pela amizade e as resenhas trocadas.

A todos os professores e colegas do PEC, pelo incentivo e momentos de aprendizado. Obrigado pelo conhecimento transmitido.

A todos familiares, amigos, colegas e profissionais que, de alguma forma, tornaram possível este projeto.

À Universidade Federal de Juiz de Fora e ao PEC por terem aberto as portas para que eu me desenvolvesse mais profissionalmente e buscasse um novo desafio. E por toda infraestrutura que auxiliou para a chegada deste momento.

À CAPES, pelo suporte financeiro.

RESUMO

Os estudos sobre coeficientes aerodinâmicos e coeficientes de flutter são de grande importância para projetos na engenharia estrutural, podendo evitar grandes acidentes provocados por forças de carregamento advindas do vento. A obtenção desses coeficientes pode ser via ensaios experimentais em túnel de vento. Porém, com avanços em dinâmica dos fluidos computacional, cada vez mais vem ganhando destaque a obtenção destes coeficientes via simulações numéricas. Nesta pesquisa, adota-se uma metodologia que assume uma relação linear entre as funções de força e as leis de movimento da estrutura, o que permite a superposição das respostas. Aplicam-se vibrações harmônicas forçadas com frequência conhecidas no meio do comprimento característico de cada estrutura para obtenção dos históricos dos coeficientes de força e momento. O sinal obtido é tratado via ajuste de curva pelo método dos mínimos quadrados e, posteriormente, calculam-se os coeficientes de flutter. A primeira análise reside na identificação dos coeficientes de flutter em um aerofólio em escoamento bidimensional e com número de Reynolds igual a 800. O segundo exemplo consiste na obtenção e análise dos coeficientes de flutter para uma geometria retangular submetida a um escoamento turbulento. Testes com as amplitudes da vibração forçada foram realizados para avaliar a influência desses parâmetros nas respostas. O modelo de turbulência $k-\omega$ SST foi empregado para este exemplo. Um modelo numérico para resolver as equações incompressíveis de Navier-Stokes é proposto usando o código aberto OpenFOAM CFD. Os resultados de ambos os conjuntos de simulação foram comparados com os da literatura, validando os modelos numéricos.

Palavras-chave: Coeficientes aerodinâmicos. Flutter. Aerofólio. Geometria retangular. OpenFOAM.

ABSTRACT

Studies about aerodynamic coefficients and flutter derivatives are important for structural engineering projects, being able to avoid major accidents caused by wind loading forces. The achievement of these coefficients can be by experimental tests in a wind tunnel, however, with advances in computational fluid dynamics, the achievement of these coefficients through numerical simulations is increasingly gaining prominence. In this research, a methodology that assumes a linear relationship between the force functions and the laws of motion of the structure, which allows the superposition of the answers. Known sinusoidal vibrations are applied in the middle of the characteristic length of each structure to obtain the aerodynamic coefficients. The obtained signal is treated using least squares curve fitting and later the flutter coefficients are calculated. The first analysis lies in the identification of the flutter coefficients in an airfoil in two-dimensional flow and with Reynolds number equal to 800. The second example consists of obtaining and analyzing the flutter coefficients for a rectangular geometry subjected to a flow turbulent. The $k-\omega$ SST turbulence model was used for this example. A numerical model to solve the incompressible Navier-Stokes equations is proposed using the OpenFOAM CFD free code. The results of both sets of the simulation were compared with those of the literature, validating the numerical models.

Keywords: Aerodynamic coefficients. Flutter. Airfoil. Rectangular geometry. OpenFOAM.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

| | |
|--|----|
| Figura 1 – Ponte de Tacoma Narrows em 1940 | 14 |
| Figura 2 – Triângulo de Collar aeroelástico | 20 |
| Figura 3 – Classificação dos efeitos de vento | 21 |
| Figura 4 – Ponte Golden Gate, EUA. | 23 |
| Figura 5 – Avião Bombardeiro Handley Page 0/400 | 24 |
| Figura 6 – Movimento do perfil | 25 |
| Figura 7 – Coeficientes de flutter para seções de ponte e aerofólio. | 28 |
| Figura 8 – Exemplo de um sinal para a velocidade em um escoamento turbulento. | 32 |
| Figura 9 – Estrutura por trás do OpenFOAM. | 37 |
| Figura 10 – Discretização de um volume de controle com elementos triangulares | 37 |
| Figura 11 – Esquema <i>upwind</i> | 39 |
| Figura 12 – Problema em uma dimensão. | 41 |
| Figura 13 – Problema unidimensional com oscilações nos campos de pressão e velocidade. | 41 |
| Figura 14 – Volume de controle para a equação de quantidade de movimento (a) e de continuidade (b). | 42 |
| Figura 15 – Esquema PIMPLE | 44 |
| Figura 16 – Descrição representativa das duas regiões do domínio do problema | 45 |
| Figura 17 – Domínio do escoamento para o aerofólio NACA 0012 e suas fronteiras | 49 |
| Figura 18 – Aerofólio NACA 0012 definido com 80 pontos | 49 |
| Figura 19 – Malha utilizada no domínio à esquerda, refinamento no entorno do aerofólio à direita. | 51 |
| Figura 20 – Resposta do coeficiente de sustentação C_l para o aerofólio NACA 0012, quando submetido a uma velocidade reduzida de 10 e um movimento angular puro. | 51 |
| Figura 21 – Coeficientes de flutter encontrados para um aerofólio NACA 0012. $Re = 800$ | 52 |
| Figura 22 – Domínio do escoamento para seção retangular e suas fronteiras . | 53 |
| Figura 23 – Malha utilizada no domínio para estrutura retangular à esquerda, refinamento no entorno do retângulo à direita. | 54 |
| Figura 24 – Resposta do coeficiente de sustentação C_l para um escoamento a um número de Reynolds de 10^5 | 55 |
| Figura 25 – Resposta do coeficiente de sustentação C_l para a seção retangular e velocidade reduzida de 10. | 57 |
| Figura 26 – Coeficientes de flutter encontrados para um retângulo, onde $B = 4,9$, $\alpha_0 = 1^\circ$. $Re = 10^5$ | 58 |

| | |
|--|----|
| Figura 27 – Comparativo dos coeficientes de flutter entre os modelos de turbulência $k - \omega SST$ e $k - \omega SSTLM$ | 59 |
| Figura 28 – Influência da amplitude inicial em cada coeficiente de flutter, para $Vr = 10$ | 59 |
| Figura 29 – Coeficientes de flutter encontrados para uma simulação com um deslocamento vertical. Onde $B = 4.9$, $h_0 = 0.025B$. $Re = 10^5$ | 60 |
| Figura 30 – Comparativo dos coeficientes de flutter encontrados para os modelos de turbulência $k - \omega SSTLM$ e $k - \omega SST$ | 62 |
| Figura 31 – Influência da amplitude inicial em cada coeficiente de flutter em uma vibração vertical, para $Vr = 10$ | 63 |

LISTA DE TABELAS

| | | |
|----------|---|----|
| Tabela 1 | – Constantes das equações do modelo de turbulência $k - \omega SST$. . . | 34 |
| Tabela 2 | – Teste de malha | 50 |
| Tabela 3 | – Dados obtidos utilizando o modelo $k - \omega SST$ em diferentes malhas | 55 |
| Tabela 4 | – Dados obtidos utilizando o modelo $k - \omega SSTLM$ em diferentes malhas | 55 |
| Tabela 5 | – Coeficientes aerodinâmicos e número de Strouhal, $B=4,9$ e $Re = 10^5$ | 56 |
| Tabela 6 | – Diferença percentual entre os valores encontrados via simulação e equações de linearidade para os coeficientes de flutter | 61 |

SUMÁRIO

| | | |
|----------|---|-----------|
| 1 | INTRODUÇÃO | 13 |
| 1.1 | REVISÃO BIBLIOGRÁFICA | 16 |
| 1.2 | OBJETIVO GERAL | 17 |
| 1.3 | OBJETIVOS ESPECÍFICOS | 18 |
| 1.4 | ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO | 18 |
| 2 | REVISÃO TEÓRICA | 19 |
| 2.1 | AEROELASTICIDADE | 19 |
| 2.1.1 | Flutter | 22 |
| 2.2 | EQUAÇÕES FUNDAMENTAIS PARA CFD | 27 |
| 2.2.1 | Equações governantes para dinâmica dos fluidos | 27 |
| 2.2.2 | Modelagem em referencial Lagrangiano-Euleriano Arbitrário (ALE) | 29 |
| 2.2.3 | Modelo de turbulência | 30 |
| 3 | TÉCNICAS NUMÉRICAS | 36 |
| 3.1 | PROGRAMA UTILIZADO PARA CFD | 36 |
| 3.2 | DISCRETIZAÇÃO | 36 |
| 3.3 | ESQUEMAS CONVECTIVOS | 38 |
| 3.3.1 | Velocidade - Esquema <i>upwind</i> linear: | 38 |
| 3.4 | ACOPLAMENTO PRESSÃO VELOCIDADE | 40 |
| 3.4.1 | O problema do “tabuleiro de xadrez” | 40 |
| 3.4.2 | Malha escalonada e o processo iterativo | 42 |
| 3.5 | MOVIMENTAÇÃO DA MALHA | 43 |
| 3.6 | SOLUÇÃO DAS EQUAÇÕES DE FLUTTER UTILIZANDO AJUSTE DE CURVAS PELO MÉTODO DOS MÍNIMOS QUADRADOS | 46 |
| 4 | EXEMPLOS APLICADOS | 48 |
| 4.1 | PERFIL DE AEROFÓLIO NACA 0012 | 48 |
| 4.2 | PERFIL RETANGULAR | 53 |
| 4.2.1 | Caso estático | 54 |
| 4.2.2 | Simulação dinâmica para um movimento angular - comparativa com resultados da literatura | 56 |
| 4.2.3 | Simulação dinâmica utilizando diferentes modelos de turbulên- cia para o movimento angular | 57 |
| 4.2.4 | Influência da variação da amplitude do deslocamento para o movimento angular | 58 |
| 4.2.5 | Resultados comparativos para uma vibração vertical | 59 |
| 4.2.6 | Comparação dos valores encontrados via simulação e análise linear | 61 |

| | | |
|----------|---|-----------|
| 4.2.7 | Influência dos modelos de turbulência para o movimento vertical | 61 |
| 4.2.8 | Influência da variação da amplitude para o movimento vertical | 62 |
| 5 | CONCLUSÃO | 64 |
| 5.1 | TRABALHOS FUTUROS | 64 |
| | REFERÊNCIAS | 66 |

1 INTRODUÇÃO

A análise fluido-estrutura é uma importante área de estudo dentro da engenharia estrutural e vem sendo objeto de estudo de alguns pesquisadores há algumas décadas. Destacam-se nessa área estudos como a ação do vento em pontes, aerofólios e prédios. Estes estudos também são encontrados em outros campos da engenharia como, por exemplo, a bioengenharia e hidráulica.

De uma forma geral, para o projeto destas estruturas, deve-se considerar o carregamento do vento e a estabilidade aeroelástica da mesma forma que as cargas aplicadas à estrutura. A interação das forças impostas pelo escoamento aerodinâmico com as forças elásticas e inerciais atuantes é o objeto de estudo do campo conhecido como aeroelasticidade (DOWELL et al., 1989; BISPLINGHOFF; ASHLEY, 2013; WRIGHT; COOPER, 2008). Estes tipos de dados podem ser obtidos de forma experimental através de túneis de vento, de dados já disponíveis na literatura, ou de forma numérica (LARSEN; WALTHER, 1998).

Algumas características a respeito do escoamento presente no meio são de grande importância para a engenharia estrutural. O desenvolvimento de um projeto estrutural necessita da determinação de alguns dados como a velocidade média do vento e as flutuações que ocorrem em sua velocidade. A obtenção desses dados possibilita o estudo das cargas estáticas provenientes do vento em uma estrutura.

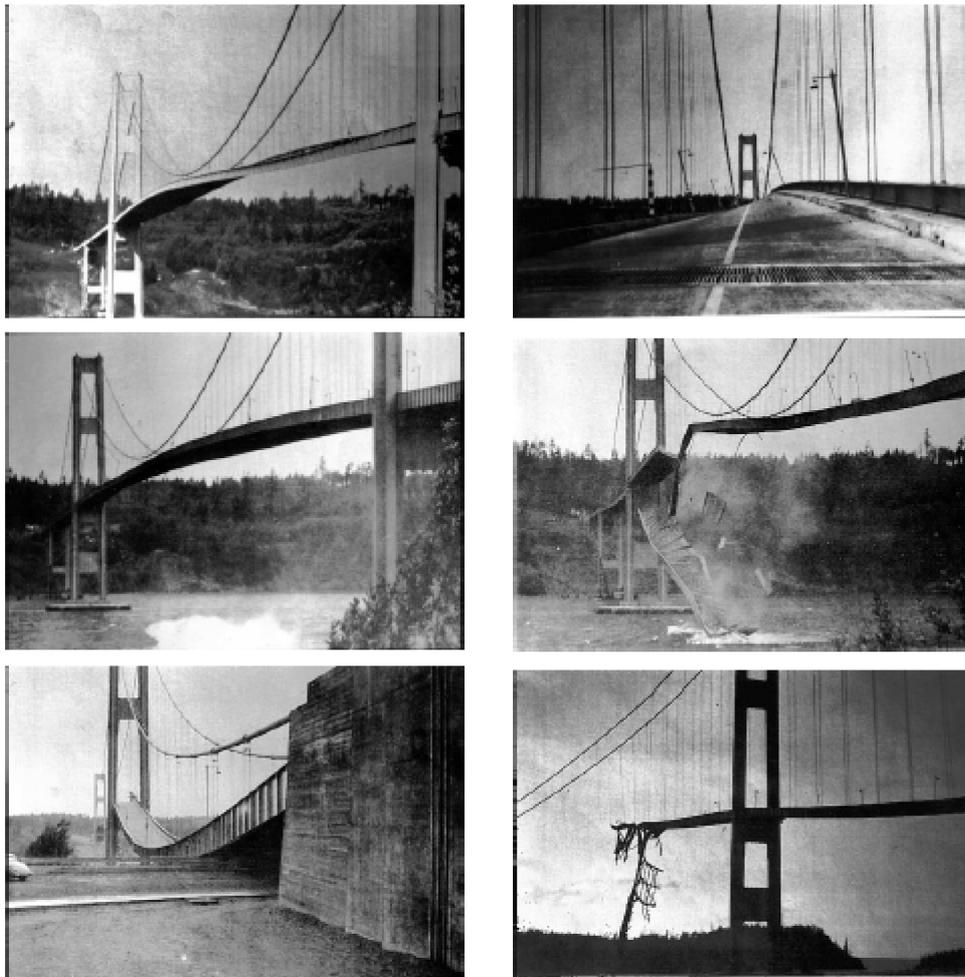
Além das cargas estáticas, a energia cinética presente nas flutuações e a velocidade do vento produzem nas estruturas as cargas dinâmicas. Estas ações entretanto, podem provocar efeitos indesejados, sendo assim, seus efeitos devem ser considerados ao serem realizadas as análises estruturais. Paralelamente, o estudo de turbulência do escoamento é digno de atenção, pois é necessário para um equacionamento matemático correto e compreensão do fenômeno.

Na maior parte dos problemas apresentados na engenharia, e também na natureza, os escoamentos são turbulentos. Portanto, devido às suas características irregulares e dependentes do tempo, a turbulência é amplamente estudada e possui diferentes modelos para buscar descrever suas particularidades.

Os conceitos utilizados para o estudo da dinâmica estrutural e a dinâmica dos fluidos são importantes para descrever a interação entre os meios fluidos e sólidos. O fluido em contato com a estrutura provoca cargas indesejadas e a estrutura provoca gradientes ao escoamento. Para o estudo dessa área, portanto, é necessário o conhecimento de algumas propriedades tanto do meio fluido quanto às que dizem respeito ao sólido que está sofrendo a interação. Diversos ramos da engenharia tratam desta interação, onde destacam-se a engenharia aeronáutica, a aerodinâmica automobilística e os estudos em pontes na engenharia civil.

Com o avanço da engenharia e a crescente busca pela otimização estrutural, é de suma importância atentar-se aos problemas decorridos do contato com o meio fluido (FARSANI et al., 2014). Assim, para evitar acidentes como o ocorrido da ponte de Tacoma Narrows em novembro de 1940, ilustrada na Figura 1, alguns fenômenos decorrentes do contato fluido-estrutura tornaram-se alvos de estudo em diferentes trabalhos nos últimos 100 anos.

Figura 1 – Ponte de Tacoma Narrows em 1940



Fonte: Hallak (2002).

A aeroelasticidade foi associada, em seu início, apenas aos problemas relacionados à engenharia aeronáutica, pois nela era possível observar a instabilidade decorrente da interação fluido em contato com as estruturas de aeronaves. O estudo deste campo foi iniciado junto com a engenharia aeronáutica na primeira metade no Século XX. Com o passar dos anos, a sua aplicação tornou-se mais ampla, utilizada em diversos ramos da engenharia, como por exemplo na engenharia civil.

Dentre os fenômenos aeroelásticos mais comuns esta-se: o flutter, o buffeting, a divergência torcional e as vibrações induzidas por vorticidade. Dentre estes, o que merece destaque é o flutter, uma classe de fenômeno aeroelástico associado ao movimento oscilatório divergente identificado pelo acoplamento de dois graus de liberdade do corpo, o de rotação (torção) e o movimento vertical (flexão). É um fenômeno observado em estruturas como pontes ou asas de avião (BLEVINS, 2001). Dowell et al. (1989) descreve o fenômeno de flutter como o mais preocupante, pois o mesmo provoca uma instabilidade que pode causar danos e levar a estrutura a falhar.

Pesquisas com seções 2D da asa de avião, os aerofólios, corroboram com esta tendência e são realizados para minimizar os efeitos dessas cargas (BISPLINGHOFF; ASHLEY, 2013). A geometria dos aerofólios é utilizada em diversas aplicações, desde a seção da asa de um avião a das pás de turbinas eólicas. Em 1930, o Comitê Nacional para Aconselhamento sobre Aeronáutica (NACA) desenvolveu o modelo nomeado como NACA 0012. Este é um modelo simétrico que não possui um abaulamento e tem uma espessura com 12% em relação ao seu comprimento, denominado como corda. Devido à sua simetria, este modelo é amplamente utilizado para estudos.

Com a motivação de evitar a ocorrência de eventos indesejados e observando a fragilidade de algumas estruturas diante da ação do carregamento de fluidos, como a ponte de Tacoma Narrows, muitos estudos vem sendo realizados de diferentes formas para a prevenção destes fenômenos aeroelásticos. Experimentos utilizando túneis de vento, com estruturas em escalas reduzidas foram fundamentais para o conhecimento que se tem a respeito dos efeitos provocados pela interação. Com o passar dos anos, o desenvolvimento da computação permitiu uma nova abordagem a partir de simulações numéricas, possibilitando obter dados para diferentes estruturas com dimensões variadas.

A dinâmica dos fluidos computacional (*CFD*) é uma disciplina desenvolvida a partir da fluidodinâmica, onde através de experimentações e cálculos numéricos realizados em um programa de computador, é possível obter as soluções aproximadas das equações que governam o escoamento. Estes resultados, são próximos aos encontrados em experimentos em túneis de vento (ANDERSON; WENDT, 1995).

Além dos aerofólios, estudos com diferentes seções de pontes são encontrados na literatura (HONORÉWALTHER; LARSEN, 1997; NIETO et al., 2015; GU et al., 2000; ŠARKIĆ et al., 2012). Estes são motivados pela necessidade de se investigar os efeitos da interação aerodinâmica da estrutura flexível e o vento circundante. Com base nesse contexto, observa-se a relevância do estudo da interação de escoamentos com a estrutura. Por ser um campo novo e com diferentes abordagens e temas, ainda há muito com o que contribuir.

A motivação para o estudo apresentado neste trabalho consiste na validação de coeficientes de flutter obtidos para diferentes estruturas, aplicando ferramentas estuda-

das durante o curso de Pós Graduação, com objetivo de contribuir com o estudo em aeroelasticidade.

1.1 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Uma base teórica consolidada é imprescindível para uma melhor compreensão do tema abordado nesta pesquisa. Portanto, apresenta-se a seguir uma revisão bibliográfica sobre alguns estudos na área de aeroelasticidade.

Segundo Tamura (1999), Tamura e Itoh (1999), a solução de problemas aeroelásticos é importante para a engenharia, uma vez que alguns tipos de estruturas tornaram-se suscetíveis às oscilações induzidas pelo vento. Em seus trabalhos, buscou-se um estudo de fenômenos aeroelásticos como galope, instabilidade torsional e vibrações induzidas, utilizando a modelagem em dinâmica dos fluidos computacional. Os resultados foram obtidos para um escoamento em torno de uma seção retangular e comparados com dados experimentais.

Scanlan e Tomko (1971) propõe uma metodologia na qual parâmetros aerodinâmicos, os nomeados coeficientes de flutter, são aplicados com coeficientes estacionários para definir um subsistema aeroelástico linear. Em Scanlan (2000) é feita uma revisão de alguns modelos analíticos para o carregamento proveniente do vento em corpos como pontes e aerofólios para que ocorresse uma avaliação mais precisa da resposta a esses carregamentos. Já em Maitre et al. (2003) é apresentada uma estimativa numérica dos coeficientes aeroelásticos de um aerofólio bidimensional submetido a um escoamento a baixo número de Reynolds. Solucionou-se as equações incompressíveis de Navier-Stokes utilizando a formulação de função de fluxo-vorticidade. As equações de dinâmica estrutural foram usadas para realizar a movimentação do aerofólio. Por fim, foram calculados os coeficientes de flutter através da metodologia proposta em Scanlan e Tomko (1971), para um exemplo onde há uma vibração forçada e outro onde usou-se um sistema massa mola.

O modelo de CFD denominado método discreto de vorticidade foi implementado por Honoré Walther e Larsen (1997) e, baseando-se na metodologia proposta por Scanlan e Tomko (1971) para encontrar os coeficientes aerodinâmicos, foram feitas simulações para uma placa plana submetida a um escoamento incompressível a um Reynolds de 10^4 . Posteriormente, Larsen e Walther (1998) utilizou-se da mesma metodologia e condições de escoamento para simular os efeitos em 5 diferentes tipos de seções transversais de tabuleiros de pontes. O método apresentou bons resultados quando comparados com os dados experimentais encontrados na literatura.

É proposto por Gu et al. (2000) a identificação dos coeficientes de flutter e obtenção das velocidades de vento críticas para seções de tabuleiros de ponte, através do método de identificação baseado na teoria unificadora dos mínimos quadrados. Ele aplica em seu estudo modelos de seção suspensas por mola. Primeiro ele valida o modelo em um exemplo

de uma placa fina e, posteriormente, utilizando-se de dados obtidos experimentalmente em túnel de vento, encontra os coeficientes de flutter para a ponte suspensa de Jiangyin. Os resultados encontrados foram satisfatórios.

Šarkić et al. (2012) investigou os coeficientes de flutter utilizando o método URANS (Unsteady Reynolds-Averaged Navier–Stokes). Em seu trabalho, foram feitas modelagens via OpenFOAM para um escoamento turbulento aplicado a uma seção de tabuleiro de ponte simétrica, onde foi utilizado um modelo $k-\omega$ -sst para resolver o problema da turbulência. Para a solução numérica da turbulência e do URANS, uma discretização por um esquema de diferença central de segunda ordem foi aplicada e, para a integração do avanço no tempo, o método de Euler implícito (um esquema de primeira ordem) foi empregado. Observou-se que a implementação do método de URANS é válida, pois seus resultados, quando comparados aos obtidos experimentalmente em túnel de vento, apresentaram-se satisfatórios. Utilizando da mesma metodologia, Nieto et al. (2015) busca em seu trabalho o aumento da eficiência no processo de calcular numericamente os coeficientes de flutter aplicando relações analíticas entre as derivadas dos coeficientes de flutter. São trabalhados dois exemplos: um retângulo e uma seção genérica de tabuleiro de ponte, onde as estruturas foram submetidas a um escoamento incompressível turbulento, e seus resultados foram comparados aos dados já encontrados na literatura.

Já Bai et al. (2012) fez um estudo aeroelástico para um escoamento turbulento em um aerofólio NACA submetido a uma vibração forçada. O autor utilizou para solucionar a parte de CFD uma metodologia por acoplamento iterativo por bloco e para tratar a turbulência um modelo $k\omega - sst$. Os coeficientes de flutter são obtidos através da metodologia proposta por Scanlan e Tomko (1971) e os resultados comparados com dados obtidos na literatura. O autor ainda desenvolveu em seu estudo, uma análise dos efeitos da aeroelasticidade em algumas situações, tais como: para aerofólios com ângulos de ataque variados, elevados números de Reynolds e aumento da amplitude da força de vibração. Foram encontrados resultados condizentes e portanto a metodologia apresentada para a CFD foi válida.

1.2 OBJETIVO GERAL

Os avanços das técnicas numéricas em fluido dinâmica e resultados experimentais obtidos em túneis de vento permitem o avanço nas análises aeroelásticas e a obtenção dos seus coeficientes. Essas análises são de grande importância para a concepção de alguns projetos que estão suscetíveis a flutuação das velocidades de escoamento como, por exemplo, pontes, aeronaves e geradores eólicos. Devido à dificuldade da implementação de estudos em túneis de vento, a realização de estudos via CFD muitas vezes torna-se mais acessível. Diante desta realidade, o presente trabalho busca contribuir para a implementação do uso de CFD para estudos aeroelásticos

O objetivo geral deste estudo é a obtenção dos coeficientes aerodinâmicos e de flutter através da metodologia proposta por Scanlan e Tomko (1971) em dois diferentes exemplos submetidos a um escoamento incompressível. Para isso, técnicas numéricas de dinâmica dos fluidos computacional foram utilizadas.

1.3 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

Como objetivos específicos, tem-se a implementação e a validação da metodologia utilizada para obtenção dos coeficientes de flutter para estruturas como pontes e aerofólios. São propostas modificações em alguns parâmetros na simulação para que seja possível analisar a influência que estes exercem nos resultados. Portanto, foram propostas algumas variações nas simulações para a geometria de um tabuleiro de ponte, como elencadas a seguir:

- a) estudo da variação do modelo de turbulência e sua influência nos resultados;
- b) variar a amplitude de movimento dos corpos e analisar a importância que este parâmetro tem para a simulação.

Além disso, a generalização para obtenção dos coeficientes de flutter que são dependentes de um movimento vertical, implementando o modelo de relação linear entre os coeficientes de flutter de Matsumoto (1996).

1.4 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

O presente trabalho está organizado em 5 capítulos, sendo este o primeiro capítulo, onde são abordadas uma visão geral sobre o tema, sua relevância e contextualização. Além disso, são apresentados uma revisão bibliográfica com base no estudo de alguns autores e os objetivos a serem alcançados.

O capítulo 2 é dedicado à apresentação de uma fundamentação teórica, onde há uma descrição sucinta sobre alguns fenômenos aeroelásticos. Neste capítulo encontra-se a formulação analítica de flutter utilizada. São apresentados as equações fundamentais para a dinâmica dos fluidos computacionais, como as equações de Navier-Stokes em descrição Euleriana, e também é feita uma revisão sobre turbulência.

No capítulo 3 descreve-se as técnicas numéricas utilizadas para a solução dos problemas propostos.

O capítulo 4 apresenta os exemplos empregados e suas respectivas metodologias e resultados.

Por fim, o capítulo 5 apresenta a conclusão e considerações finais. São apresentadas algumas propostas para futuros trabalhos na área.

2 REVISÃO TEÓRICA

Este capítulo tem por finalidade fornecer aos leitores os referenciais teóricos sobre as disciplinas envolvidas na pesquisa.

Apresenta-se, inicialmente, o conceito de aeroelasticidade e a sua inserção na engenharia estrutural. Na sequência, tem-se a descrição do fenômeno de flutter e o modelo analítico empregado na pesquisa. A metodologia utilizada envolve modelagem em dinâmica dos fluidos computacional. Apresentam-se as equações governantes, conhecidas como equações de Navier Stokes. Adicionalmente, como há o movimento relativo da estrutura, em referencial lagrangiano, em relação ao fluido, em referencial euleriano, apresentam-se as mesmas equações em um referencial misto. Efeitos de turbulência são inseridos na modelagem, devido a magnitude do número de Reynolds. Descrevem-se, portanto, os modelos utilizados no trabalho.

2.1 AEROELASTICIDADE

O termo aeroelasticidade tem seu uso comumente atrelado à engenharia aeronáutica, como um campo de estudo dos efeitos das forças aerodinâmicas e aeroelásticas incidentes em uma estrutura, onde prever instabilidades é um dos principais focos. Simiu e Scanlan (1996) define a aeroelasticidade como a ciência que estuda a interação das forças inerciais, elásticas e aerodinâmicas agindo em um corpo ao mesmo tempo. As forças de inércia são provenientes das acelerações impostas à massa do objeto. Já as forças aerodinâmicas surgem do contato entre o escoamento e estrutura, enquanto as forças elásticas são decorrentes das reações elásticas do sólido.

Diferentemente do que ocorre na teoria da elasticidade, onde se assume que as deformações de um corpo são pequenas e não afetam significativamente as forças atuantes externamente, na aeroelasticidade, as forças aerodinâmicas que estão atuando em um objeto flexível em movimento são dependentes do seu comportamento em relação ao escoamento, ou seja, a movimentação do corpo também afeta as forças exercidas sobre ele. (FUNG, 2008)

Um problema clássico a se observar é a estabilidade de uma estrutura flexível mediante a um escoamento. De acordo com as configurações de um corpo elástico, as solicitações aerodinâmicas crescem rapidamente com a velocidade do escoamento. Uma vez que a rigidez é independente da velocidade do escoamento, existirá uma velocidade crítica onde a estrutura se tornará instável. A instabilidade pode ser a responsável por levar estruturas a colapsarem.

Uma estrutura flexível quando interagindo com fluido está sujeita às forças de inércia, aerodinâmicas e elásticas. O campo de estudo da ação simultânea dessas forças é chamado de aeroelasticidade. Para uma visualização resumida das disciplinas envolvidas

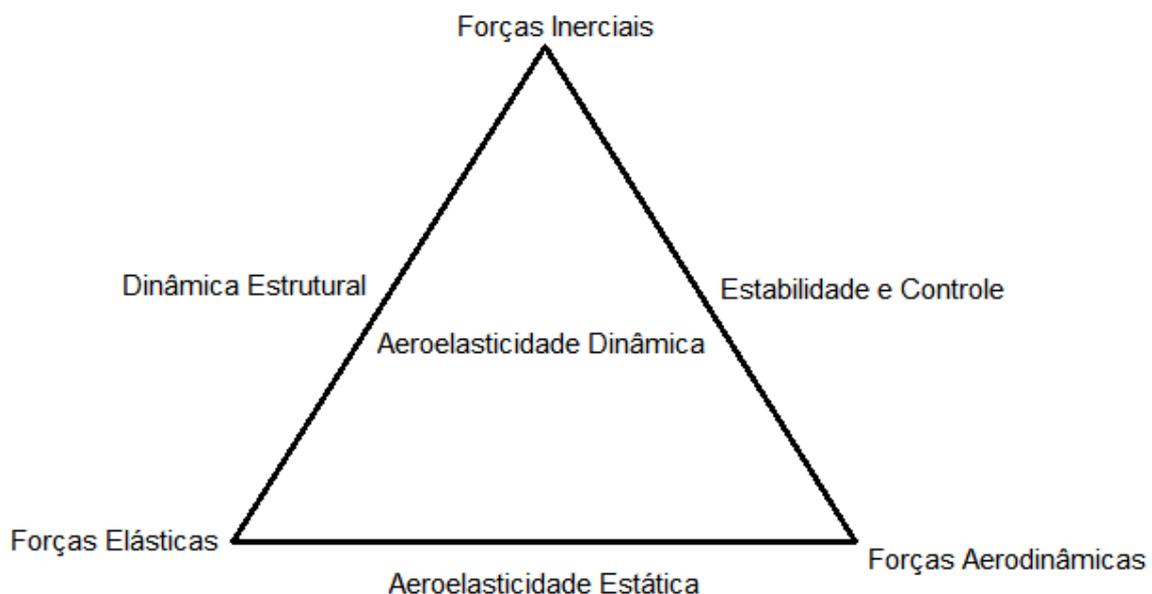
neste campo de estudo, foi proposto o clássico triângulo de Collar, como observado na Figura 2. Nos vértices do triângulo são observadas as forças atuantes, ou seja as disciplinas básicas que são presentes nos problemas aeroelásticos. Já os lados do triângulo são os problemas que surgem através da interação entre essas forças.

A interação entre as forças inerciais e as forças elásticas, resultam o campo da dinâmica das estruturas, enquanto que as forças inerciais e as forças aerodinâmicas quando somadas, são responsáveis pelo campo da estabilidade e controle.

A ligação entre as forças elásticas e aerodinâmicas dá origem a área de estudo denominada como aeroelasticidade estática. Nesta área de estudo, os efeitos não oscilatórios das forças aerodinâmicas atuantes na estrutura são considerados, ou seja, ocorre quando a estrutura apresentar um insignificante movimento variando com o tempo, sem velocidade e aceleração considerável, quando submetido a um carregamento dinâmico.

O campo de estudo formado pela interação dos efeitos provocados tanto pelas forças inerciais, quanto pelas elásticas e aerodinâmicas é conhecido como aeroelasticidade dinâmica. Os fenômenos decorrentes dos efeitos oscilatórios provenientes das interações aeroelásticas podem provocar danos a estrutura, destacando-se os fenômenos de flutter, vibração induzida por vorticidade e o buffeting.

Figura 2 – Triângulo de Collar aeroelástico



Fonte: Adaptado de Dowel (2004).

De modo geral, a aeroelasticidade pode ser considerada tanto um fenômeno de instabilidade estática, como também de instabilidade dinâmica. Na instabilidade dinâmica

ocorre o inverso da instabilidade estática, ou seja, há um movimento considerável do objeto, além de acelerações e velocidades. (BISPLINGHOFF; ASHLEY, 2013)

Estruturas que estão submetidas a grandes escoamentos, principalmente pontes e aeronaves, devem ser projetadas considerando também as cargas dinâmicas provenientes do vento. Este tipo de carregamento pode provocar diferentes tipos de falhas na estrutura com diferentes velocidades de vento. Portanto, os diferentes efeitos provocados pela ação do vento em uma estrutura podem ser classificados de acordo com suas características como instabilidade estática ou dinâmica, como apresentado na Figura 3.

Figura 3 – Classificação dos efeitos de vento

| Efeitos da força do vento | |
|----------------------------------|------------------------|
| Instabilidades Estáticas | Divergência Torcional |
| Instabilidades Dinâmicas | <i>Gallop</i> |
| | <i>Vortex shedding</i> |
| | <i>Flutter</i> |

Fonte: Adaptado de Costa (2018).

Para a maioria dos problemas aeroelásticos é possível prever seu comportamento através de ensaios experimentais ou a partir de modelos analíticos simplificados. Assim, de uma maneira geral, as equações se assemelham às encontradas em problemas dinâmicos lineares, onde há problemas de autovalores, e são descritas de forma generalizada a seguir pela equação (2.1):

$$\begin{aligned}
 m\ddot{x} + c_x\dot{x} + k_x x &= F(x, \dot{x}, y, \dot{y}, \theta, \dot{\theta}) \\
 m\ddot{y} + c_y\dot{y} + k_y y &= F(x, \dot{x}, y, \dot{y}, \theta, \dot{\theta}) \\
 I_\theta\ddot{\theta} + c_\theta\dot{\theta} + k_\theta\theta &= M(y, \dot{y}, \theta, \dot{\theta})
 \end{aligned}
 \tag{2.1}$$

onde cada variável x , y e θ representa uma amplitude associada a diferentes modos de vibrações, ou seja, x e y (eixos no plano da seção) estão associados aos modos de flexão e θ (eixo perpendicular ao plano da seção) está associado ao modo de torção. As variáveis m e I_θ são a massa e o momento de inercia de massa, c e k representam o amortecimento viscoso e rigidez, respectivamente. Nestes modelos, as forças são dependentes de características do escoamento como a sua velocidade e massa específica, e podem também depender do movimento da estrutura. Logo, para estudos na área de aeroelasticidade, é imprescindível se atentar com as forças aerodinâmicas exercidas pelo fluido a estrutura, uma vez que a aeroelasticidade carrega informações para essas cargas.

Sempre será importante destacar o tipo de fenômeno aeroelástico que está sendo observado, pois isso influencia na solução das equações. Em problemas como o flutter,

mesmo não havendo uma força excitante a estrutura, a resposta do sistema pode continuar aumentando, uma vez que neste problema há uma vibração autoexcitada.

Para estes casos onde o fenômeno é autoexcitado, os coeficientes das variáveis de movimento $(x, \dot{x}, y, \dot{y}, \theta, \dot{\theta})$ são denominados coeficientes aeroelásticos pois dependem da frequência de oscilação. Quando as forças provenientes do escoamento não são dependentes do movimento da estrutura os coeficientes são denominados aerodinâmicos

Como será trabalhado o fenômeno de flutter, é apresentada a seguir uma descrição mais detalhada deste fenômeno, bem como algumas equações analíticas bidimensionais que o descrevem.

2.1.1 Flutter

No início do século XX, crescentes oscilações foram observadas em uma asa de aeronave quando esta estava em determinadas velocidades, levando ao colapso da estrutura. Este foi um dos primeiros fenômenos aeroelásticos a ser observado, sendo denominado como flutter (BLEVINS, 2001). O termo flutter era usado para diferentes tipos de fenômenos, porém, atualmente tem sido usado de forma mais restrita. Entre os fenômenos que eram denominados como flutter, tem-se o *stall flutter*, o *panel flutter*, o *flutter clássico*, entre outros. O *flutter clássico* é o mais comum e atualmente é referenciado apenas pelo nome flutter.

O fenômeno de flutter, ou flutter clássico, é uma oscilação instável resultante da ação do vento, sendo caracterizado pelo acoplamento entre o modo de vibração de torção e deslocamento vertical da estrutura. Quando a energia fornecida pelo escoamento se iguala a energia dissipada pelo sistema há uma condição crítica para a estrutura. Este fenômeno foi observado inicialmente nos aerofólios. Porém, após o acidente ocorrido com a primeira ponte suspensa de Tacoma Narrows, ocorrido nos EUA em 1940, este termo também passou a ser aplicado para pontes.

Bisplinghoff e Ashley (2013), Dowel (2004) *et al.* apresentam em seus trabalhos o flutter como um problema aeroelástico onde suas oscilações são responsáveis por dar mais energia ao sistema, não sendo necessário nenhuma força externa para que ela se mantenha.

Uma estrutura submetida a uma carga de vento sofre uma excitação que é amortecida pelo efeito do amortecimento estrutural. Há também o amortecimento aeroelástico, porém este tem um comportamento diferente do estrutural. Sua ocorrência pode variar conforme a velocidade do escoamento. O amortecimento estrutural permanece, porém há uma nova parcela proveniente do amortecimento aerodinâmico. Esta parcela aumenta conforme a velocidade também aumenta, até chegar em seu ponto crítico. Neste ponto, o amortecimento pode decair bruscamente. Então, quando o amortecimento torna-se nulo tem-se a velocidade crítica de flutter. Para velocidades maiores que a crítica, oscilações instáveis podem acontecer caracterizando portanto o flutter.

Traçando-se um breve relato do que aconteceu na Ponte de Tacoma, durante sua construção, projetou-se uma estrutura para suportar ventos de até 161 km/h. Porém, no momento de seu colapso, eram observados ventos com velocidades próximas a 67 km/h, muito inferiores a projetada. Segundo relatos de observadores do acidente, primeiro eram observados movimentos verticais e, após o alcance da velocidade em que ocorreu o colapso, ocorreu uma mudança brusca do movimento para torção, sendo observadas amplitudes angulares próximas a 45° . Houve, portanto, um rompimento dos cabos de sustentação e consequentemente a queda da ponte. Como a análise estática não foi suficiente para evitar os efeitos oscilatórios provenientes das ações dinâmicas, notou-se a relevância do estudo aeroelástico nesse tipo de estrutura para evitar novos casos desastrosos.

Um outro evento envolvendo o problema de flutter em pontes, ocorreu na ponte suspensa Golden Gate nos EUA (Figura 4), no ano de 1951. A ponte com 1280m de vão, sofreu efeitos de grandes amplitudes proveniente de uma carga de vento que estava a 110 km/h. Durante a instabilidade, onde ocorreu oscilações acopladas em torção e flexão vertical, foram relatadas amplitudes de 3.5m em flexão vertical e 22° em torção. Posteriormente, a ponte passou por modificações em sua estrutura de forma a enrijece-la. Após anos analisando a causa da instabilidade aerodinâmica nessa estrutura, identificou-se que a remoção da barreira lateral da passarela estabilizava o modelo. Porém, foram necessárias modificações geométricas desta barreira para possibilitar que a ponte suportasse cargas de vento com o dobro da velocidade crítica anterior.

Figura 4 – Ponte Golden Gate, EUA.

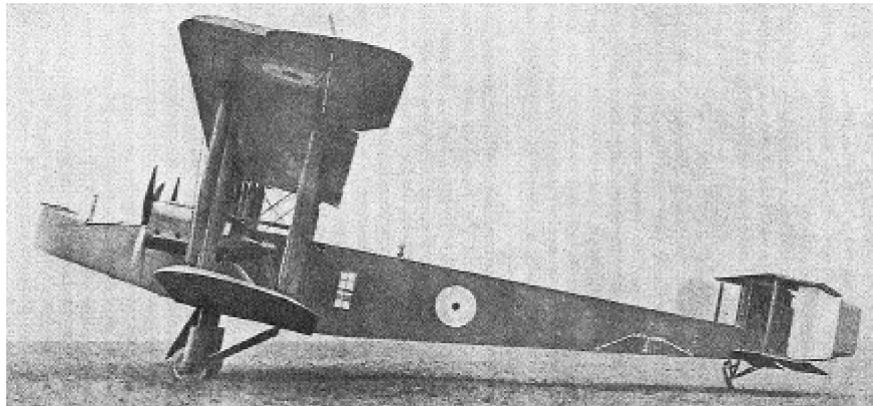


Fonte: Campetella (2020).

Na engenharia aeronáutica, uma das primeiras investigações atribuídas ao fenômeno

de flutter ocorreu durante a Primeira Guerra Mundial com a cauda horizontal do avião bombardeiro Handley Page 0/400 da Figura 5. Segundo Bisplinghoff e Ashley (2013), foi solicitado a Lanchester e a Bainstow que investigasse a causa das grandes oscilações sofridas pela fuselagem e cauda da aeronave. Descobriram, então, que havia dois modos principais de vibração em baixa frequência. Em um modo os profundos oscilavam defasados de 180° e no outro a fuselagem oscilava em torção. Chegaram então a conclusão que as oscilações não eram provenientes de fontes de vibrações como o motor, e sim oriunda da ação do vento.

Figura 5 – Avião Bombardeiro Handley Page 0/400



Fonte: Bisplinghoff e Ashley (2013).

A modelagem analítica do flutter descreve o acoplamento para dois graus de liberdade de uma seção de uma estrutura, movimento torcional (α) e o movimento vertical (h), como visto na Figura 6. Esse modelo bidimensional pode ser aplicado tanto a tabuleiros de ponte como perfis de aerofólio.

Para o sistema ilustrado na Figura 6, têm-se as seguintes equações:

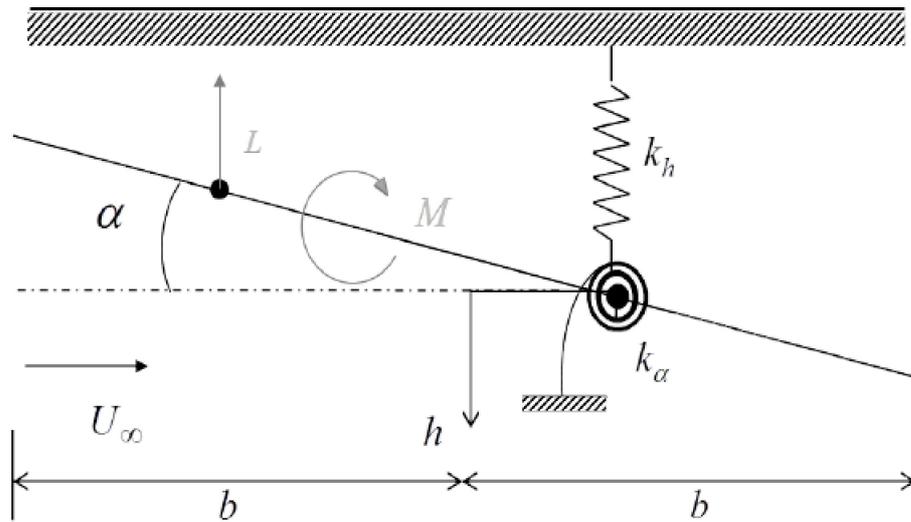
$$m\ddot{h} + S_\alpha\ddot{\alpha} + c_h\dot{h} + k_h h = L, \quad (2.2)$$

$$S_\alpha\ddot{h} + I_\alpha\ddot{\alpha} + c_\alpha\dot{\alpha} + k_\alpha\alpha = M, \quad (2.3)$$

onde m é a massa por unidade de comprimento, $S_\alpha = ma$ é o termo de acoplamento inercial entre os movimentos de torção e deslocamento vertical e a é a distância entre o centro elástico de torção e o centro de massa, I_α é momento de inercia de massa polar por unidade de comprimento e L e M são as forças aeroelásticas. Utiliza-se o acoplamento de massa S_α quando o centro de massa não coincide com o centro de torção, do contrário esse termo é nulo.

Um parâmetro também utilizado em análises aerodinâmicas é o número de Strouhal. Este consiste na frequência adimensional de desprendimento de vórtices e é definido pela

Figura 6 – Movimento do perfil



Fonte: Adaptado de Martins et al. (2014).

seguinte equação:

$$St = \frac{f_s D}{U_\infty}, \quad (2.4)$$

onde f_s é a frequência de desprendimento de um par de vórtices, D é a altura e U_∞ é a velocidade do fluido.

O flutter tem como característica a oscilação em dois graus de liberdade e uma única frequência, também conhecida como frequência de flutter.

Foi proposto por Scanlan e Tomko (1971) uma formulação analítica para o cálculo das forças aerodinâmicas devido ao escoamento através de coeficientes aeroelásticos. Estes coeficientes adimensionais são conhecidos como coeficientes de flutter. Assume-se uma linearidade entre as funções de força e de momento com o movimento do aerofólio. Portanto, para pequenas oscilações e uma velocidade uniforme U_∞ as expressões têm a forma:

$$L = \frac{\rho U_\infty^2 (2b)}{2} \left[kH_1^* \frac{\dot{h}}{U_\infty} + kH_2^* \frac{b\dot{\alpha}}{U_\infty} + k^2 H_3^* \alpha + k^2 H_4^* \frac{h}{(2b)} \right], \quad (2.5)$$

$$M = \frac{\rho U_\infty^2 (2b)^2}{2} \left[kA_1^* \frac{\dot{h}}{U_\infty} + kA_2^* \frac{b\dot{\alpha}}{U_\infty} + k^2 A_3^* \alpha + k^2 A_4^* \frac{h}{(2b)} \right]. \quad (2.6)$$

Os coeficientes de flutter são representados pelos A_j^* e H_j^* ($j = 1, 2, 3, 4$), onde são funções da frequência reduzida $k = \frac{\omega b}{U_\infty}$. Alguns parâmetros são utilizados como frequência angular $\omega = 2\pi f$ e a frequência de vibração f . As forças aerodinâmicas de sustentação e de momento são as variáveis L e M ; ρ é a massa específica do fluido; $b = \frac{B}{2}$ é o valor correspondente a meio comprimento da dimensão característica do corpo; h e \dot{h} são o movimento vertical da estrutura e sua derivada temporal; α e $\dot{\alpha}$ são o movimento angular

e sua derivada temporal. Outro parâmetro adimensional importante a ser usado é a velocidade reduzida, apresentada na equação 2.7 a seguir. Observa-se que nas equações (2.5) e (2.6) que as forças dependem do próprio movimento da estrutura, sendo portanto, forças de auto-excitação

$$U^* = \frac{U_\infty}{fb}. \quad (2.7)$$

Adotando funções senoidais para descrever o deslocamento imposto pelo escoamento à estrutura, tem-se como uma formulação para a obtenção dos coeficientes de flutter, o desacoplamento dos deslocamentos, como visto nas equações a seguir:

$$h(t) = h_0 \sin(\omega t), \quad (2.8)$$

$$\alpha(t) = \alpha_0 \sin(\omega t). \quad (2.9)$$

Após o desacoplamento dos deslocamentos, aplica-se então um deslocamento puramente vertical, descrito pela equação 2.8, nas equações de forças descritas pelas equações 2.5 e 2.6, obtendo as seguintes equações:

$$\frac{L(t)}{k^2 h_0 \rho U_\infty^2} = [H_1^* \cos(\omega t) + H_4^* \sin(\omega t)], \quad (2.10)$$

$$\frac{M(t)}{k^2 h_0 \rho U_\infty^2 2b} = [A_1^* \cos(\omega t) + A_4^* \sin(\omega t)]; \quad (2.11)$$

Nota-se, pelas expressões 2.10 e 2.11, que os coeficientes H_1^* e A_1^* são obtidos das componentes cossenoidais da força de sustentação e momento, respectivamente, enquanto os termos H_4^* e A_4^* são termos dependentes das componentes senoidais. Através do movimento angular forçado, da equação 2.9, aplicado as equações 2.5 e 2.6, encontram-se:

$$\frac{L(t)}{k^2 \alpha_0 \rho U_\infty^2 b} = [H_2^* \cos(\omega t) + H_3^* \sin(\omega t)], \quad (2.12)$$

$$\frac{M(t)}{k^2 \alpha_0 \rho U_\infty^2 2b^2} = [A_2^* \cos(\omega t) + A_3^* \sin(\omega t)]. \quad (2.13)$$

Portanto, os valores de H_3^* e A_3^* são encontrados a partir da fase em seno da sustentação e momento. Os demais coeficientes são obtidos com as fases em cosseno dessas forças.

Uma metodologia para encontrar os coeficientes H_1^* , H_4^* , A_1^* e A_4^* é apresentada em Matsumoto (1996). É proposto uma relação linear entre os coeficientes obtidos através do movimento de rotação do corpo com os que são dependentes do movimento vertical,

sendo assim, obtendo os coeficientes H_2^* , A_3^* , H_3^* e A_3^* é possível encontrar os demais. Essa relação é apresentada nas equações a seguir:

$$H_1^* = kH_3^*, \quad (2.14)$$

$$H_4^* = -kH_2^*, \quad (2.15)$$

$$A_1^* = kA_3^*, \quad (2.16)$$

$$A_4^* = -kA_2^*. \quad (2.17)$$

Na Figura 7 são apresentados exemplos dos coeficientes de flutter para diferentes estruturas de ponte obtidos de forma experimental através de túnel de vento, onde são comparados com os obtidos de forma numérica para um aerofólio. Os coeficientes são traçados para cada velocidade reduzida trabalhada.

A obtenção desses coeficientes de flutter é importante para a solução das equações de flutter. A determinação da velocidade crítica e frequência de instabilidade pode ser feita após a obtenção dos coeficientes de flutter. A velocidade crítica U_c é definida através do valor da frequência reduzida k quando em sua expressão $\omega_2 \approx 0$. Portanto, calcula-se a velocidade crítica através da seguinte equação:

$$U_c = \frac{B\omega_1}{k}. \quad (2.18)$$

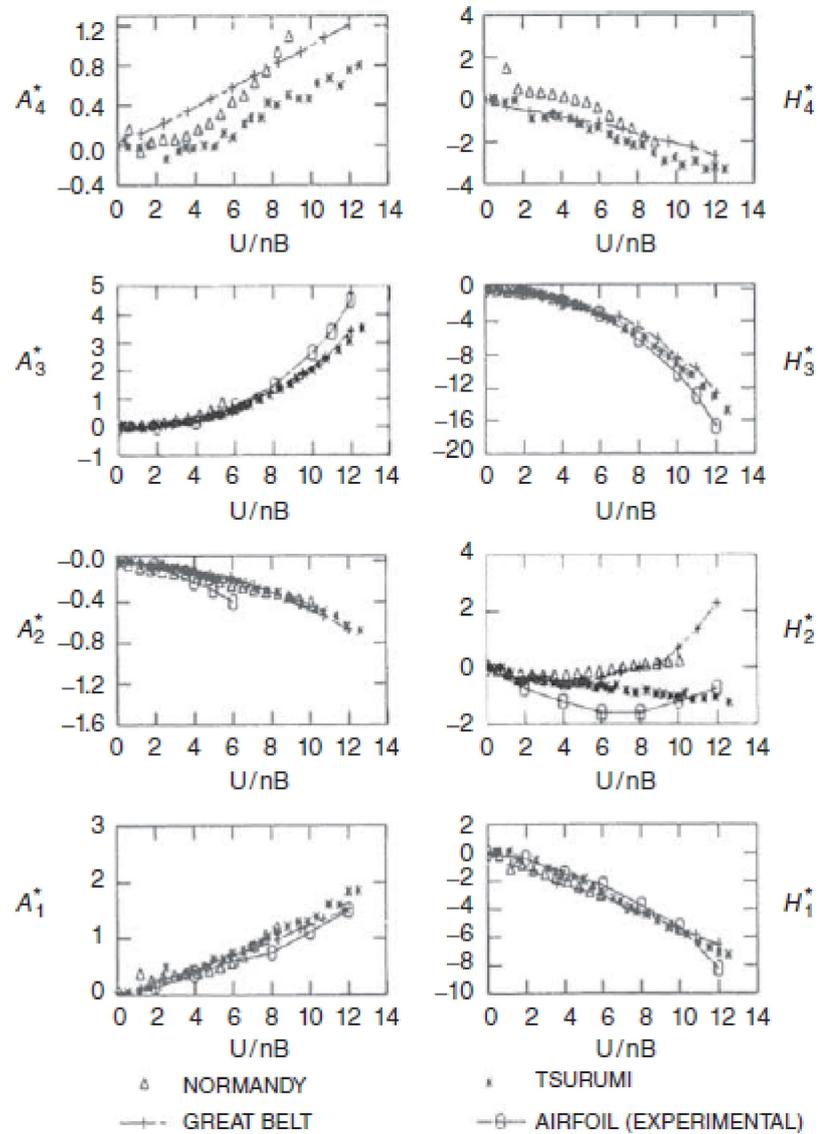
2.2 EQUAÇÕES FUNDAMENTAIS PARA CFD

Nesta seção são descritas equações fundamentais para a dinâmica dos fluidos de forma analítica para o estudo de um escoamento em torno de uma estrutura sólida. Além disso, são apresentados uma fundamentação básica sobre o modelo de turbulência utilizado neste trabalho.

2.2.1 Equações governantes para dinâmica dos fluidos

Para descrever o modelo de um escoamento incompressível, newtoniano e com viscosidade constante, onde as tensões viscosas são proporcionais às taxas de deformação do elemento e ao coeficiente de viscosidade, são utilizadas as equações de Navier-Stokes como apresentadas a seguir. As equações, por se tratarem do campo do escoamento, são apresentadas do ponto de vista Euleriano, em que são definidos um domínio Ω e uma fronteira Γ . Em sua forma não conservativa e em coordenadas cartesianas essas equações apresentam-se a seguir para um escoamento incompressível e viscoso:

Figura 7 – Coeficientes de flutter para seções de ponte e aerofólio.



Fonte: Simiu e Scanlan (1996).

Equação de conservação da massa:

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (2.19)$$

Equação de conservação da quantidade de movimento:

$$\rho \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \rho \nabla \cdot \{\mathbf{u}\mathbf{u}\} = -\nabla p + \nabla \cdot (\bar{\bar{\tau}}) + \mathbf{f}_b. \quad (2.20)$$

onde:

ρ é a massa específica do fluido;

p é a pressão;

\mathbf{u} é o campo de velocidade;

$\bar{\boldsymbol{\tau}} = \mu [(\nabla \mathbf{u} + \nabla \mathbf{u}^T)]$ é o tensor de tensões viscosas;

μ é a viscosidade;

e \mathbf{f}_b são as forças.

2.2.2 Modelagem em referencial Lagrangiano-Euleriano Arbitrário (ALE)

Muito comum no estudo onde há a interação fluido estrutura, como o caso deste trabalho, a formulação ALE é muito importante para a solução das equações de Navier-Stokes.

Considerando um referencial Cartesiano fixo, baseado em coordenadas espaciais x_a , ($a = 1, nde$) e tempo t , pode-se descrever o campo escalar f , uma grandeza genérica transportada pelo fluido, como $f = f(x_a, t)$. A derivada total de f em relação ao tempo é determinada pela diferenciação usando a regra da cadeia,

$$\frac{df}{dt} = \left(\frac{\partial f}{\partial t} \right)_{x_{\text{fixo}}} + \frac{\partial f}{\partial x_a} \frac{dx_a}{dt} \quad (2.21)$$

O primeiro termo do lado direito representa a variação temporal de f em uma posição fixa enquanto o segundo termo pode ser interpretado como a contribuição para a derivada total causada pelo movimento de um observador movendo-se com velocidade $w = dx_a/dt$. Desta forma, a derivada total de f em relação ao tempo para este observador pode ser escrita como

$$\frac{df}{dt} = \left(\frac{\partial f}{\partial t} \right)_{x_{\text{fixo}}} + w \cdot \nabla f \quad (2.22)$$

Para o caso onde há a movimentação do observador através da própria velocidade u do fluido, ou seja, acompanhando o material, tem-se a chamada derivada material dada por

$$\frac{Df}{Dt} = \left(\frac{\partial f}{\partial t} \right)_{x_{\text{fixo}}} + u \cdot \nabla f \quad (2.23)$$

A derivada material também pode ser apresentada com a combinação das equações 2.22 e 2.23 na seguinte forma:

$$\frac{Df}{Dt} = \frac{\partial f}{\partial t} + (u - w) \cdot \nabla f \quad (2.24)$$

Observa-se na Equação 2.24, a derivada da variável f não está relacionada a um tempo em uma posição fixa. O termo é uma derivada total que está movendo-se com velocidade w . Esta equação é apresentada em sua forma generalizada.

É possível descrever a descrição Euleriana da equação, quando o termo $w = 0$. Em casos onde o observador move-se na mesma velocidade do fluido, ou seja, $w = u$, tem-se a

chamada descrição Lagrangiana. A velocidade do observador w pode ser definida de forma arbitrária buscando a descrição mais conveniente para a solução do problema em estudo.

Neste trabalho há a abordagem Lagrangiana, uma vez que adota-se a velocidade w para o fluido e estrutura para os pontos em em que ambos estão em contato. Em pontos distantes a estrutura, a abordagem Euleriana será utilizada, pois para esta região considera-se $w = 0$. A região transicional presente entre estas duas descrições é o campo descrito pela Lagrangiana-Euleriana Arbitrária (ALE - *arbitrary lagrangian-eulerian*).

Das equações 2.23 e 2.24 pode-se escrever:

$$\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{\text{fixo}} + u \cdot \nabla f = \frac{df}{dt} + (u - w) \cdot \nabla f \quad (2.25)$$

Fazendo:

$$v = u - w \quad (2.26)$$

onde v é denominada velocidade convectiva generalizada ou aparente, as equações de Navier-Stokes podem ser reescritas em referencial Lagrangiano-Euleriano Arbitrário, aplicando-se a equação 2.25 ao campo de velocidades u , como:

$$\rho \left(\frac{du}{dt} + v \cdot \nabla u \right) + \nabla p - \nabla \cdot \tau = f \quad (2.27)$$

A equação de conservação da massa 2.19 em conjunto com a equação 2.27 são a forma de descrição ALE das equações de Navier-Stokes a serem utilizadas para o caso de interação fluido estrutura.

2.2.3 Modelo de turbulência

A turbulência pode ser entendida como um movimento caótico, altamente instável, tridimensional, dependente do tempo e em geral associado a elevado número de Reynolds, ou seja, as forças inerciais são predominantes em relação as viscosas (Wilcox; Traci, 1976). O escoamento é uma função do número de Reynolds onde, para baixos valores desse parâmetro, as forças viscosas são predominantes o portanto o escoamento comporta-se de forma regular (escoamento laminar). Este tipo de escoamento pode ser completamente descrito pelas equações de Navier-Stokes. Quando há um elevado número de Reynolds, as forças inerciais superam as viscosas, tornando-se instável, mesmo com a imposição de condições de contorno constantes. Este tipo de evento é conhecido como escoamento turbulento. Segundo White (1962), neste regime a viscosidade passa a ter flutuações randômicas. De acordo com Versteeg e Malalasekera (2007), a partir de determinado número de Reynolds, todos os escoamentos tornam-se turbulentos. O número de Reynolds é adimensional e possui a seguinte equação:

$$Re = \frac{UD}{\nu} \quad (2.28)$$

onde U é a velocidade do escoamento, D uma dimensão característica e ν é a viscosidade cinemática.

Na turbulência ocorre um efeito de cascata, onde conforme se diminui a escala de turbulência, há a transferência de energia cinética dos maiores vórtices para os menores, até que ocorra a dissipação da energia na forma de calor. Os escoamentos turbulentos possuem forma de escoamentos rotacionais, denominados turbilhões com ampla variedade de escalas. As partículas de fluido possuem constante movimento, aproximando-se cada vez mais uma das outras, levando a uma constante mudança da quantidade de movimento, massa e calor.

As variáveis que são relacionadas ao escoamento turbulento, pelo fato dele ter um comportamento randômico, podem ser descritas através de duas parcelas, sendo uma o seu valor médio e a outra a flutuação. A soma destes dois termos é denominada decomposição de Reynolds. Um exemplo é ilustrado pela Figura 8, onde pode se observar o caso em que a variável de interesse é a velocidade. Tem-se, portanto, U como sua parcela média e a flutuação dada por $u'(t)$. A equação a seguir é a decomposição de Reynolds da velocidade. A parcela responsável pelas flutuações turbulentas sempre tem características espaciais tridimensionais.

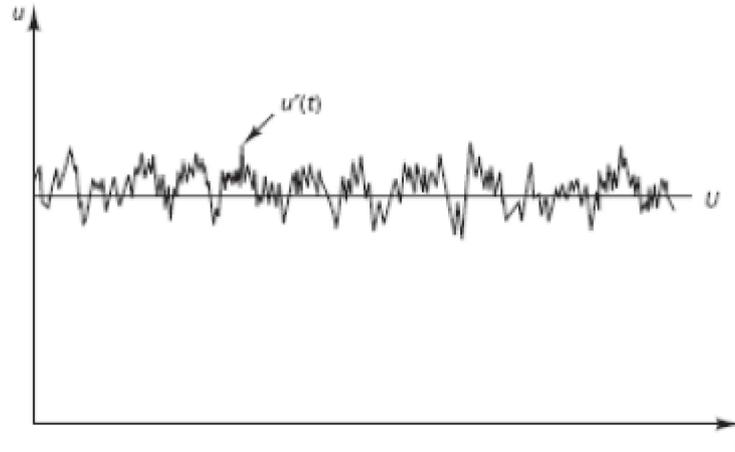
$$u(t) = U + u'(t) \quad (2.29)$$

O alargamento de vórtices é a denominação para o processo de extração de energia do escoamento médio por parte dos turbilhões maiores que estão em interação. Os turbilhões são distorcidos com a presença de gradientes médios de velocidade em escoamento cisalhante. Os redemoinhos são portanto esticados, pois suas extremidades se locomovem com velocidades diferentes.

As escalas de turbulência foram denominadas escalas de Kolmokorv, em homenagem ao pesquisador russo que desenvolveu pesquisas a respeito da estrutura da turbulência, como microescalas de Kolmokorv. Nessas escalas, a energia proveniente do movimento das pequenas escalas dos turbilhões é dissipada na forma de energia térmica interna. Como consequência, ocorre maiores perdas de energia que são provenientes da turbulência.

Devido a essas características do escoamento turbulento, torna-se difícil um equacionamento matemático para prever o comportamento turbulento, exigindo assim um modelo específico para cada situação. Destacam-se três grupos de modelos de turbulência, de acordo com a forma como é feita a decomposição do escoamento e o tratamento dos termos adicionais. A DNS (*Direct Numerical Simulation*) é uma dessas simulações onde todas as escalas da turbulência (espaciais e temporais) são simuladas numericamente,

Figura 8 – Exemplo de um sinal para a velocidade em um escoamento turbulento.



Fonte: Versteeg e Malalasekera (2007).

através das equações de Navier-Stokes, desconsiderando as diferenças das características entre as pequenas e grandes escalas de turbulência. Este método tem um elevado custo computacional, uma vez que, para sua solução, é necessário um elevado refinamento e um pequeno passo de tempo. O custo computacional é um aspecto importante a se considerar para a escolha da metodologia a ser utilizada para modelar a turbulência, uma vez que ele é expresso através da quantidade de tempo que é gasto para computar as soluções das equações do método numérico.

Uma outra metodologia destacada é o LES (*Large Eddy Simulation*). Neste modelo, faz-se um processo de filtragem nas equações de Navier-Stokes obtendo as equações das grandes escalas de movimento que serão resolvidas numericamente. As menores escalas são modeladas por técnicas de sub malhas. Esta é uma modelagem mais simples de se trabalhar para pequenas escalas e demanda um custo computacional intermediário, sendo vantajoso para observações em regiões próximas a estrutura.

A metodologia RANS (*Reynolds averaged Navier-Stokes equation*) é também uma das três metodologias de destaque. Este método tem origem no fim do século XIX, quando Reynolds publicou seus resultados sobre turbulência, sendo de grande importância para futuros estudos e desenvolvimentos na área (Wilcox; Traci, 1976). Nesta metodologia, aproxima-se as variáveis das equações de Navier-Stokes por suas médias temporais, sendo utilizada para simplificar a modelagem da sub malha, com um baixo custo computacional. Ao aplicar a média temporal a Equação (2.20), produz-se um termo de tensão adicional conhecido como tensor de Reynolds.

Os modelos que solucionam o problema de turbulência utilizando a metodologia RANS podem ser classificados através de características de seu equacionamento. Dentre

essas classificações, destacam-se os modelos de duas equações, ou seja, esse é o número de equações de transporte adicionais que precisam ser resolvidas juntamente com as equações do escoamento médio. Nestes modelos utilizam-se equações de propriedades turbulentas. A equação da energia cinética turbulenta k junto com a equação da taxa de dissipação da energia cinética turbulenta ϵ , que se relaciona com o parâmetro ω , taxa de dissipação específica da turbulência, onde $\omega = \epsilon/k$, são equações utilizadas e caracterizam os modelos $k - \epsilon$, $k - \omega$ e o $k - \omega SST$ (*Shear Stress Transport*). Por se tratar da combinação dos outros dois, o modelo $k - \omega SST$ é bastante empregado em simulações e será abordado posteriormente.

Para os modelos de duas equações, considera-se a hipótese que as tensões de Reynolds, os gradientes de velocidade média e a viscosidade turbulenta ν_t são dependentes do gradiente de difusão k . Tem-se que a viscosidade turbulenta é resultante do produto entre a velocidade turbulenta e a escala de comprimento turbulenta. Para este tipo de modelagem, a escala de velocidade turbulenta é obtida através das equações de transporte da energia cinética turbulenta. A energia cinética turbulenta e a solução de suas equações de transporte, representada pela taxa de dissipação, podem fornecer a escala de comprimento turbulenta. Modelagens com duas equações apresentam bons resultados sem demandar um alto custo computacional, sendo assim muito utilizada.

O modelo $k - \omega SST$ é uma variação do modelo BSL (*Baseline k - ω*) de viscosidade turbulenta proposto por Menter (1993), onde há um termo adicional responsável pelo transporte da tensão cisalhante turbulenta principal em com gradientes adversos de pressão e separação da camada limite.

O modelo $k - \omega SST$ é proveniente da equação de transporte da energia cinética turbulenta (k) que é descrita na Eq. 2.30 e pela equação da taxa de dissipação específica de energia cinética turbulenta (ω), conforme a Eq. 2.31.

A equação que define a energia cinética turbulenta é descrita da seguinte forma:

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \mathbf{u} \frac{\partial k}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x} \right] + P^k - \beta^* k \omega, \quad (2.30)$$

e a equação da taxa de dissipação da energia cinética turbulenta (ω) é dada a seguir:

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \mathbf{u} \frac{\partial \omega}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\omega} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x} \right] + \alpha \frac{P^k}{\nu_t} - \beta \omega^2 + 2(1 - F_1) \sigma_\omega^2 \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x} \frac{\partial \omega}{\partial x}, \quad (2.31)$$

onde, \bar{u}_j são componentes de velocidade, ν é a viscosidade cinemática, ν_t é a viscosidade turbulenta, P^k é a parcela da produção de energia cinética turbulenta e os termos α , β , β^* , σ_k e σ_ω são constantes empíricas dos modelos de turbulência, sendo seus valores encontrados na Tabela 1. O termo F_1 é uma função de mistura definida pela equação a seguir:

$$F_1 = \tanh(\zeta^2), \quad (2.32)$$

$$\zeta = \min \left\{ 2\sigma_{\omega, k-\epsilon} \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x} \frac{\partial \omega}{\partial x}; 10^{-10} \right\}. \quad (2.33)$$

A viscosidade turbulenta ν_t é dada por:

$$\nu_t = \frac{a_1 k}{\max(a_1 \omega; |\bar{s}| F_2)}, \quad (2.34)$$

em que a_1 é uma constante igual a 0,3, $|\bar{s}|$ é o módulo do tensor deformação do escoamento médio e F_2 é a função de mistura para a viscosidade turbulenta, definida por:

$$F_2 = \tanh(\eta^2), \quad (2.35)$$

$$\eta = \max \left\{ \frac{2k^{1/2}}{\beta^* \omega d}; \frac{500\nu}{d^2 \omega} \right\}. \quad (2.36)$$

As demais constantes são apresentadas na Tabela 1.

Tabela 1 – Constantes das equações do modelo de turbulência $k - \omega SST$

| β^* | $\alpha_{k-\omega}$ | $\beta_{k-\omega}$ | $\sigma_{k, k-\omega}$ | $\sigma_{\omega, k-\omega}$ | $\alpha_{k-\epsilon}$ | $\beta_{k-\epsilon}$ | $\sigma_{k, k-\epsilon}$ | $\sigma_{\omega, k-\epsilon}$ |
|-----------|---------------------|--------------------|------------------------|-----------------------------|-----------------------|----------------------|--------------------------|-------------------------------|
| 0.09 | 5/9 | 3/40 | 0.85 | 0.5 | 0.44 | 0.0828 | 1 | 0.856 |

Fonte: OpenFOAM (2021).

O modelo de turbulência $k - \omega SST$ proposto por Menter (1993) é utilizado combinado com funções de parede logarítmicas. Para turbulência isotrópica, pode ser feita uma simplificação das equações, sendo portanto, os valores iniciais da energia cinética da turbulência e da taxa de dissipação estimados pelas Equações (2.37) e (2.38) (GREENSHIELDS, 2019).

$$k = \frac{3}{2} (IU_\infty)^2 \quad (2.37)$$

$$\omega = \frac{k^{0,5}}{C_\mu^{0,25} L} \quad (2.38)$$

onde I é a intensidade de turbulência, U_∞ é a velocidade uniforme do escoamento, L um comprimento característico da estrutura e C_μ é uma constante empírica igual a 0,09.

O período em que o escoamento deixa de ser suave e permanente e torna-se flutuante e agitado é chamado de regime transiente. Este regime é caracterizado para uma

faixa de Reynolds onde o escoamento não tem mais o comportamento laminar e começa apresentar turbulência. Alguns modelos de turbulência foram desenvolvidos para investigar a influência das condições de contorno transientes e analisar esta faixa de transição do laminar para o turbulento em escoamentos com baixo número de Reynolds.

Menter et al. (2006) desenvolveu um modelo que trata o escoamento nesta faixa de uma forma semi-empírica. Ele é baseado em duas equações de transporte, uma para intermitência e outra para os critérios de início de transição. Este modelo, por possuir correlação com o modelo de turbulência $k - \omega SST$, foi denominado como SST Gamma Theta ($k - \omega SST$ LM).

A modelagem proposta correlaciona a intensidade turbulenta com a espessura do momento do número de Reynolds, $Re_{\theta t}$, no início da transição. O modelo é baseado na intermitência γ , que é definida como uma fração do tempo na qual o escoamento é turbulento. A sua formulação para as equações de transporte pode ser encontrado em Menter et al. (2006). A intermitência pode ser adotada como 0 em regiões onde o escoamento é totalmente laminar, igual a 1 para escoamentos totalmente turbulentos e valores entre 0 e 1 para a região transiente. A espessura do momento do número de Reynolds, $Re_{\theta t}$, pode ser definida através das seguintes equações:

$$\begin{aligned} Re_{\theta t} &= 1173.51 - 589.428Tu + \frac{0.2196}{Tu^2}, \text{ se } Tu \leq 1.3 \\ Re_{\theta t} &= \frac{331.5}{(Tu - 0.5658)^{0.671}}, \text{ se } Tu > 1.3 \end{aligned} \quad (2.39)$$

onde

$$Tu = 100 \frac{\sqrt{2/3k}}{|U_\infty|} \quad (2.40)$$

e k é definido pela Eq.2.37.

3 TÉCNICAS NUMÉRICAS

Neste capítulo são apresentadas, de forma sucinta, algumas técnicas numéricas utilizadas no trabalho. Primeiro, descreve-se a plataforma computacional OpenFOAM, a qual foi selecionada por ser uma ferramenta simples, livre e gratuita. Na sequência, são descritas as técnicas numéricas adotadas para a solução de algumas equações.

3.1 PROGRAMA UTILIZADO PARA CFD

Distribuído desde 2004, o programa em dinâmica dos fluidos OpenFOAM (*Open source Field Operation And Manipulation*) desenvolvido em linguagem C++, é capaz de solucionar numericamente as equações através de seu próprio solver. Como relatado em Odone (2020), historicamente, o OpenFOAM foi criado por Henry Weller no Imperial College London em 2004, juntamente com Chris Greenshields e Mattijs Janssens que fundaram a empresa OpenCFD Ltd., e tornaram este código aberto. Nos anos seguintes, a empresa dedicou-se a distribuir e realizar a manutenção do software. Em 2011, a OpenCFD foi adquirida pela Silicon Graphics Group (SGI), e esta foi adquirida pelo grupo ESI em 2012 (CHEN et al., 2014). Na época da aquisição da OpenCFD pela SGI, foi criada a OpenFOAM Foundation, com o propósito de manter o código do software aberto e distribuí-lo ao público em geral. As versões produzidas pela ESI podem ser encontradas no site openfoam.com, enquanto que as versões lançadas pela OpenFOAM Foundation podem ser encontradas em openfoam.org (OPENFOAM, 2019).

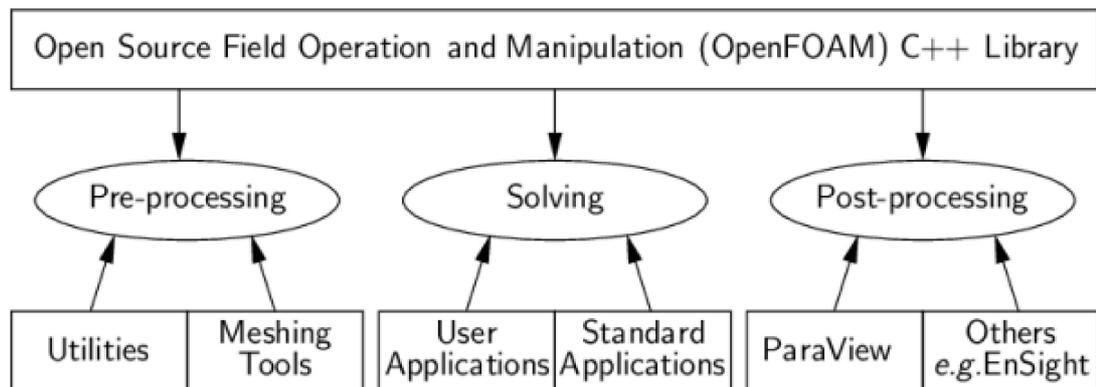
A linguagem de programação é usada para criar executáveis, que estão organizados nas categorias de *solvers*, bibliotecas e utilitários. A Figura 9 apresenta a visão geral por trás do openFOAM. Os *solvers* são responsáveis para solucionarem as equações numéricas, os utilitários compreendem as ferramentas de pré e pós processamento e por fim as bibliotecas presentes auxiliam nos dois outros grupos. O código foi lançado com o status livre e fonte aberta pela GNU General Public License. O OpenFOAM é utilizado em diferentes áreas da engenharia, pois possui diferentes ferramentas capazes de resolver problemas de dinâmica dos fluidos, acústica, mecânica dos sólidos e eletromagnetismo. (GREENSHIELDS, 2019)

3.2 DISCRETIZAÇÃO

O método dos volumes finitos é aplicado utilizando o programa OpenFoam para transformar as equações diferenciais do meio contínuo em um sistema de equações discretizadas.

Para que isso ocorra, alguns passos são realizados. Define-se um volume de controle, onde o mesmo será decomposto por elementos, como na Figura 10, e suas variáveis de

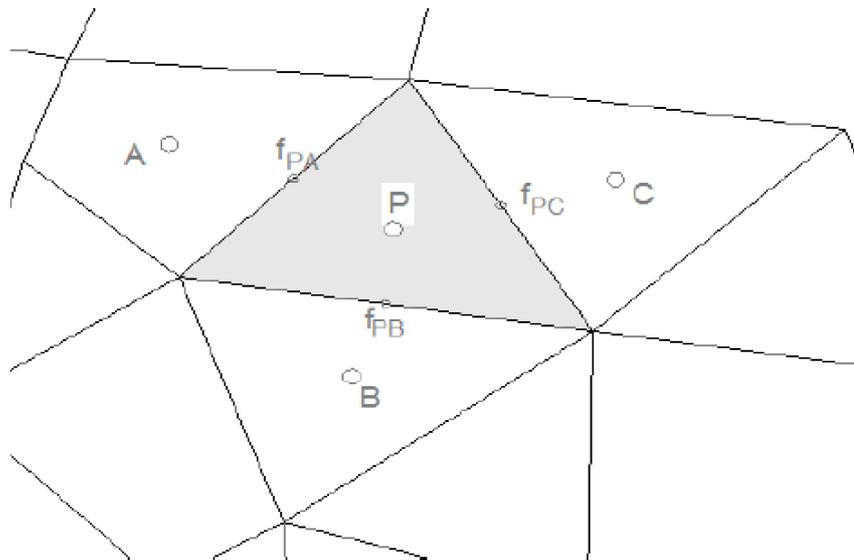
Figura 9 – Estrutura por trás do OpenFOAM.



Fonte: Greenshields (2021).

interesse serão alocadas em seu centroide.

Figura 10 – Discretização de um volume de controle com elementos triangulares



Fonte: Andrade (2014).

Nesta figura, há a representação dos volumes de controle triangulares de uma discretização arbitrária. O volume de controle central P é onde o balanço de fluxo será efetuado. Os vizinhos da célula central P são os volumes de controle A, B e C que possuem um lado (face) compartilhada com o volume de controle P. Os pontos médios das faces compartilhadas são representados por f_{PA} , f_{PB} e f_{PC} , correspondendo respectivamente a face compartilhada entre os volumes A, B e C e o volume central P.

Conhecendo as equações de conservação, a discretização via volumes finitos consiste em integrá-la em um número finito de volumes de controles e em um intervalo de tempo Δt . Posteriormente, são encontradas aproximações numéricas das integrais para cada volume de controle, através da aplicação do teorema do divergente (Gauss) nas integrais das equações de conservação, são obtidas as informações nas faces do volume. São feitas aproximações dos valores das variáveis nas faces e as derivadas com a informação das variáveis nodais (diferença central). E, por fim, obtém-se a montagem e solução do sistema algébrico.

3.3 ESQUEMAS CONVECTIVOS

Em dinâmica dos fluidos, deve-se dar uma atenção especial para os termos convectivos das equações de Navier, uma vez que esses termos são responsáveis por muitos fenômenos complexos do escoamento.

3.3.1 Velocidade - Esquema *upwind* linear:

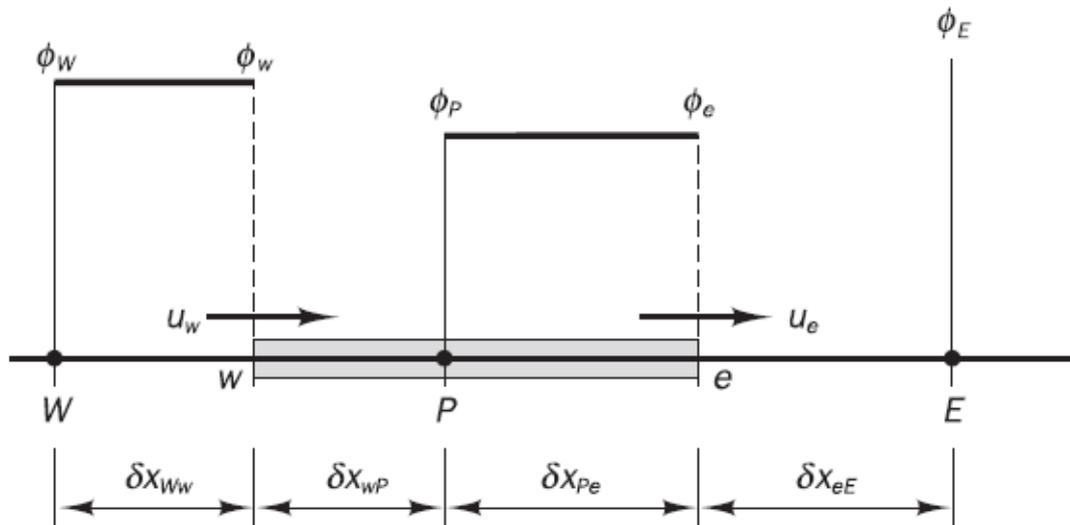
Esquema de segunda ordem que utiliza pesos de interpolação *upwind*, com uma correção explícita com base no gradiente local das células. Emprega a proposta apresentada por Warming e Beam (1976), onde um operador de transição é introduzido para permitir a mudança espacial automática do esquema MacCormack para o esquema *upwind* sempre que as velocidades características locais são do mesmo sinal. Segundo os autores, essa alternativa garante que a conservação e a consistência local sejam mantidas.

Em linhas gerais, os esquemas que participam do método, *upwind* e MacCormack, podem ser descritos como a seguir indicado:

- a) esquema puramente *upwind*: assume que o valor da propriedade transportada na face da célula é totalmente influenciado pelo valor a montante. Esse esquema garante a conservação no volume de controle, os controles nas fronteiras, por ter coeficientes positivos, e a propriedade de transporte. Por se basear em um esquema de diferenciação para trás (*backward*), é um esquema com a precisão limitada devido a aproximação de primeira ordem.

A Figura 11 é uma ilustração do método, onde P é o nó central do volume de controle, que é delimitado pelas faces w e e. Os nós W e E são os nós vizinhos de P. Nas faces w e e, a variável transportada ϕ assume o valor dos nós a montante, ou seja, $\phi_w = \phi_W$ e $\phi_e = \phi_P$ e P na face e;

- b) esquema MacCormack, ou esquema preditor-corretor: técnica explícita de marcha no tempo com precisão de segunda ordem no espaço e tempo. As variáveis no tempo t são conhecidas e as no tempo $t + \Delta t$ são calculadas com as do tempo t .

Figura 11 – Esquema *upwind*.

Fonte: Versteeg e Malalasekera (2007).

Os valores da variável no nó de interesse P, no tempo $t + \Delta t$ é obtido pela expressão 3.1.

$$\phi_P^{t+\Delta t} = \phi_P^t + \Delta t \left(\frac{\partial \phi}{\partial t} \right)_{\text{médio}} \quad (3.1)$$

onde $\left(\frac{\partial \phi}{\partial t} \right)_{\text{médio}}$ é o valor médio de $\frac{\partial \phi}{\partial t}$ entre t e $t + \Delta t$

O termo $\left(\frac{\partial \phi}{\partial t} \right)_{\text{médio}}$ incorpora as informações da derivada segunda da expansão em série de Taylor e é obtido por uma técnica preditor-corretor.

De forma resumida, as etapas para a avaliação deste termo são:

c) **passo preditor:**

- substituir as derivadas espaciais na equação de continuidade por diferença para frente (*forward*);

$$\left(\frac{\partial \phi}{\partial t} \right)_P^t = - \left(\phi_P^t \frac{u_E^t - u_P^t}{\delta x} + u_P^t \frac{\phi_E^t - \phi_P^t}{\delta x} \right)$$

- obter os valores previstos das variáveis com os dois primeiros termos da série de Taylor:

$$(\bar{\phi})_P^{t+\Delta t} = \phi_P^t + \left(\frac{\partial \phi}{\partial t} \right)_P^t \Delta t$$

d) **passo corretor:**

- obter os valores previstos para o tempo $t + \Delta t$, retornando a equação de continuidade com os valores previstos no tempo t e fazendo a diferença para trás *backward* nas derivadas espaciais:

$$\left(\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t}\right)_{i,j}^{t+\Delta t} = - \left(\bar{\rho}_{i,j}^{t+\Delta t} \frac{\bar{u}_{i,j}^{t+\Delta t} - \bar{u}_{i-1,j}^{t+\Delta t}}{\Delta x} + \bar{u}_{i,j}^{t+\Delta t} \frac{\bar{\rho}_{i,j}^{t+\Delta t} - \bar{\rho}_{i-1,j}^{t+\Delta t}}{\Delta x} \right)$$

$$\left(\frac{\partial \bar{\phi}}{\partial t}\right)_P^{t+\Delta t} = - \left(\bar{\phi}_P^{t+\Delta t} \frac{\bar{u}_P^{t+\Delta t} - \bar{u}_W^{t+\Delta t}}{\delta x} + \bar{u}_P^{t+\Delta t} \frac{\bar{\rho}_P^{t+\Delta t} - \bar{\phi}_W^{t+\Delta t}}{\delta x} \right)$$

- o valor médio da derivada $\left(\frac{\partial \phi}{\partial t}\right)_{\text{medio}}$ é obtido da média aritmética:

$$\left(\frac{\partial \phi}{\partial t}\right)_{\text{medio}} = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial \phi}{\partial t}\right)_P^t + \left(\frac{\partial \phi}{\partial t}\right)_P^{t+\Delta t} \right]$$

- substituir o valor acima na Equação 3.1 para obter a solução corrigida.

3.4 ACOPLAMENTO PRESSÃO VELOCIDADE

Para a solução das Equações 2.19 e 2.20 é necessário um método que possa resolver o acoplamento proveniente de cada termo de velocidade que aparece em ambas as equações. A componente onde aparece o termo de pressão é um dificultador para a solução das equações, pois ela somente aparece nas equações de conservação da quantidade de movimento, não existindo equação adicional nos casos em que o escoamento é incompressível.

Uma maneira mais simples de solução é tratar a não linearidade através de métodos numéricos iterativos e solucionar as equações de forma simultânea. Um outro meio para resolução das equações ocorre de forma segregada, onde cada variável tem seu próprio sistema de equações. Para esta metodologia, a não linearidade e o acoplamento das variáveis são tratados no mesmo processo iterativo.

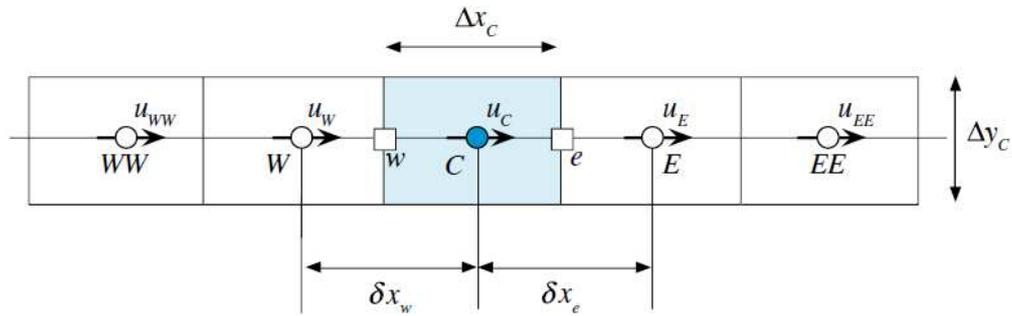
3.4.1 O problema do “tabuleiro de xadrez”

Realiza-se a discretização em um espaço unidimensional sobre a malha uniforme exibida na Figura 12.

Para o nó central, as equações discretizadas de quantidade de movimento e continuidade são:

$$a_c^u + \sum_{nb} a_F^u u^F = b_c^u - \int_{VC} \frac{\partial p}{\partial x} dV \quad (3.2)$$

Figura 12 – Problema em uma dimensão.



Fonte: Moukalled et al. (2016).

$$\dot{m}_e + \dot{m}_f = 0 \quad (3.3)$$

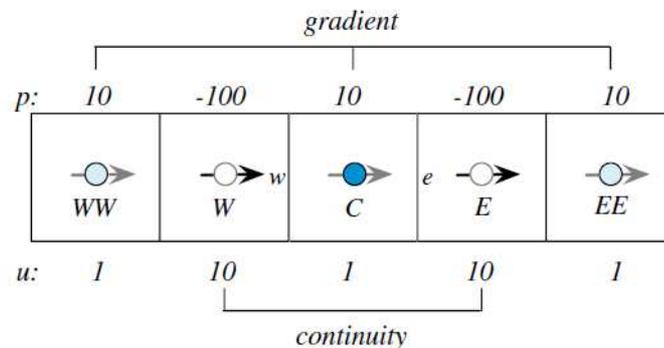
Nessas expressões, a_c , a_F são os coeficientes do nó central C e de seus vizinhos, resultantes das técnicas de discretização, b_c são os termos fontes, \dot{m}_e e \dot{m}_w são os fluxos de massa nas faces e e w , respectivamente, VC denota volume de controle.

A aproximação do termo de pressão da Eq. 3.2, por diferença central, tem a forma:

$$\int_{VC} \frac{\partial p}{\partial x} dV = \frac{p_E - p_W}{2\Delta x_C} V_c \quad (3.4)$$

Para o caso de um problema com fortes oscilações de pressão e velocidade, como ilustrado na Figura 13, a combinação das expressões acima pode levar a soluções que diferem, significativamente, do problema real.

Figura 13 – Problema unidimensional com oscilações nos campos de pressão e velocidade.



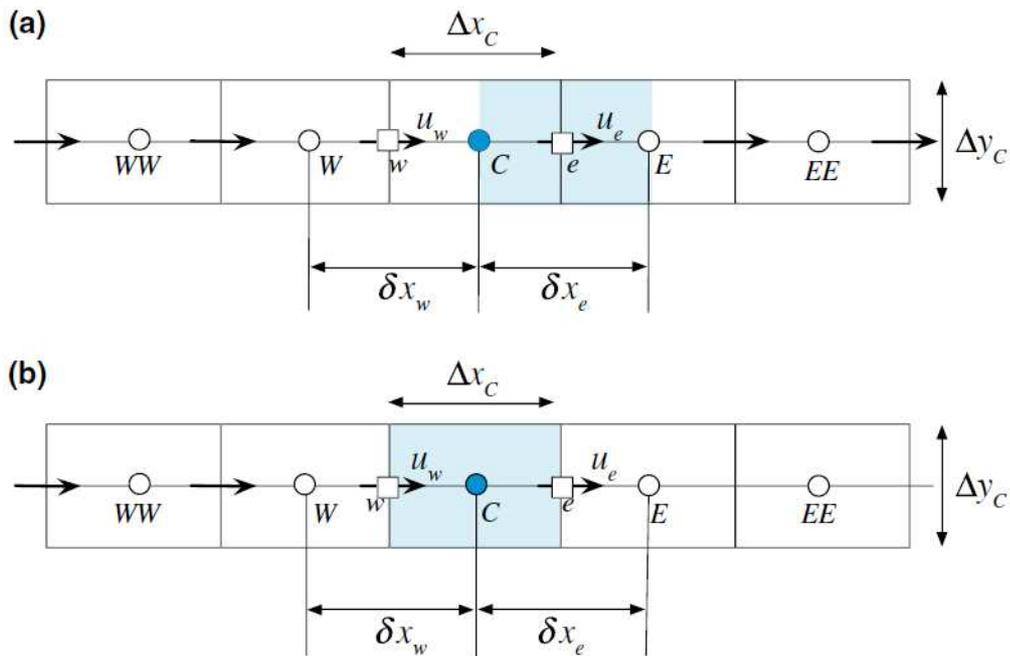
Fonte: Moukalled et al. (2016).

3.4.2 Malha escalonada e o processo iterativo

Uma alternativa para contornar a situação apresentada na subseção 3.4.1 é o uso de malhas escalonadas para pressão e velocidade. O acoplamento pode ser aplicado se as diferentes variáveis forem armazenadas em locais escalonados de modo que nenhuma interpolação seja necessária para calcular o gradiente de pressão na equação de quantidade de movimento e o campo de velocidade na equação de continuidade (MOUKALLED et al., 2016).

Um exemplo de malha escalonada é apresentado na Figura 14. Na grade escalonada, o campo de velocidade é armazenado nas faces das células da Figura 14(a), enquanto a pressão e todas as outras variáveis são armazenadas nos centróides da célula da Figura 14(b).

Figura 14 – Volume de controle para a equação de quantidade de movimento (a) e de continuidade (b).



Fonte: Moukalled et al. (2016).

A partir destas propostas surgiram algoritmos para solucionar as equações de forma iterativa. A maior parte dos *solvers* do OpenFOAM usa os algoritmos conhecidos como PISO (*pressure implicit split operator*) e SIMPLE (*semi implicit method for pressure linked equations*). O PISO é utilizado para problemas transientes e o SIMPLE para casos estacionários (GREENSHIELDS, 2019).

Com a combinação dos algoritmos citados surgiu um novo conhecido como PIMPLE. Este é muito parecido com o SIMPLE, onde há a iteração para cada passo no tempo e há o

avanço no tempo quando ocorre a convergência. Assim como o PISO, este é também usado em casos transientes, porém uma melhor estabilidade é obtida do PIMPLE em relação ao PISO, especialmente ao lidar com grandes intervalos de tempo em que o número máximo de Courant pode estar consistentemente acima de 1 ou quando a natureza da solução é inerentemente instável.

Assim como o SIMPLE, há essencialmente um procedimento de adivinhação e correção para o cálculo de pressão no arranjo de malha escalonada, porém é feito este procedimento para cada passo de tempo. O processo inicia-se aplicando valores iniciais arbitrários de pressão p^* . No próximo passo, avalia-se se os campos de velocidade a serem obtidos com estes valores iniciais atendem a equação de continuidade. A seguir são feitas as correções nos valores de pressão e novamente são avaliados os campos de velocidade, aplicando as correções necessárias a eles também. Aplica-se os termos corrigidos nas equações de transporte. Este processo, como apresentado na Figura 15, é feito diversas vezes até que seja encontrado uma convergência e assim prosseguir para o próximo passo de tempo (VERSTEEG; MALALASEKERA, 2007). A equação de correção de pressão é suscetível a divergência, a menos que algum termo de relaxação seja usado durante o processo iterativo. Este algoritmo utiliza de corretores externos para definir quantas iterações devem ser executadas para que ocorra o avanço no tempo. Ele itera até que a convergência do passo de tempo seja alcançada e assim marchar no tempo. Os critérios para convergência de intervalo de tempo são definidos como a tolerância absoluta do solucionador, que é, por padrão, $1e-5$. Isso torna o algoritmo rápido quando estável, mas dá espaço para muitas iterações quando ocorrem instabilidades.

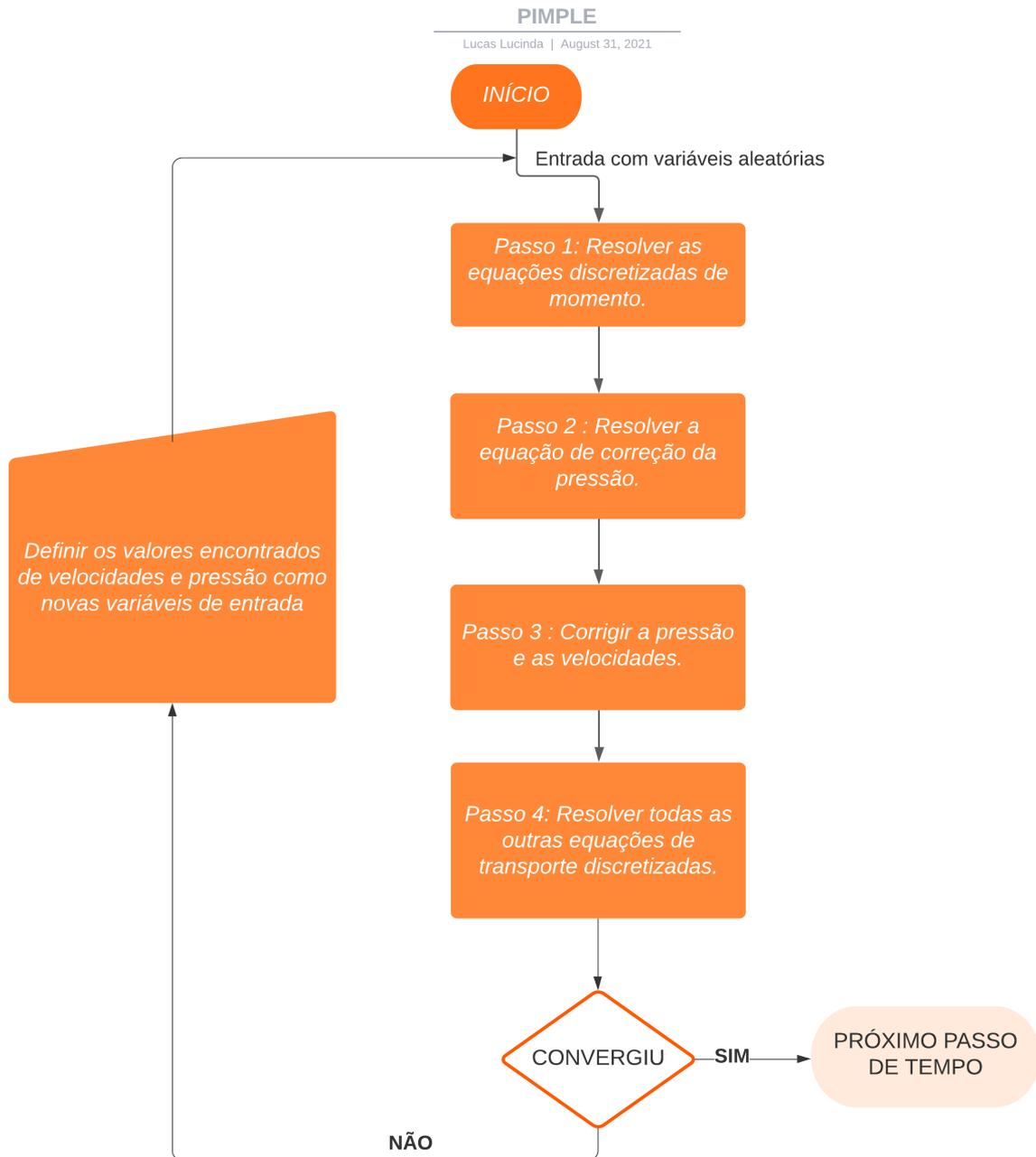
O número de corretores internos é o número de vezes que a pressão é corrigida em uma iteração. Normalmente, isso deve ser definido como baixo. Um grande número de corretores raramente melhora os resultados e deve estar em conformidade com esta recomendação.

A estabilidade deste algoritmo pode ser melhorada reduzindo o fator de relaxação, ao fazer essa convergência demorará mais e, portanto, mais corretores externos devem ser adicionados (semelhante ao estado estacionário, SIMPLE). Isso é útil na proteção contra soluções instáveis, onde o número máximo de Courant provavelmente aumentará. Existem limites para isso e, às vezes, é melhor simplesmente reduzir o tamanho do intervalo de tempo ou se o intervalo de tempo automático reduzir o número máximo de Courant.

3.5 MOVIMENTAÇÃO DA MALHA

Em problemas de interação fluido estrutura, há de se ter um cuidado em especial do ponto de vista computacional. Na região próxima a estrutura, em movimento, deve-se compatibilizar o movimento dela, onde as equações são formuladas no referencial Lagrangiano, com o movimento do fluido, este possui equações desenvolvidas no referencial

Figura 15 – Esquema PIMPLE



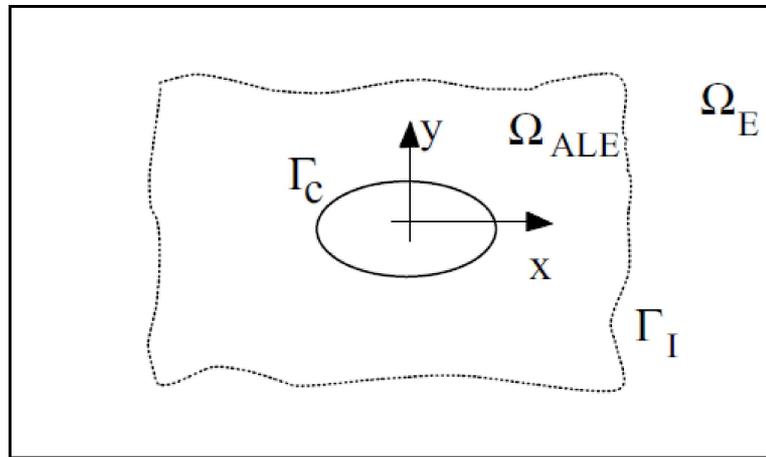
Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Euleriano. Quando há uma descrição para as equações do fluido utilizando um referencial Lagrangiano-Euleriano arbitrário (ALE), apresentado anteriormente, ocorre a compatibilidade cinemática e dinâmica adequada das equações que descrevem o corpo e o fluido na região de encontro entre eles.

A definição de um domínio é essencial para a solução de problemas em CFD, sendo

assim, divide-se o domínio em duas regiões vizinhas, assim como o problema proposto por Takashi e Hughes (1992). O domínio é dividido em uma região externa (Ω_E) onde é feita uma descrição Euleriana, ou seja, há apenas o escoamento, e uma região interna, onde ocorre o contato entre o fluido e a estrutura que é descrito pelo modelo ALE ($\Omega_{ALE}(t)$). A divisão do domínio das regiões Ω_E e Ω_{ALE} é mostrada na Figura 16. É importante que toda a região Ω_{ALE} contenha as máximas amplitudes que a estrutura possa ter, portanto, para o caso apresentado por este trabalho, a fronteira definida por esta região coincide como todo o domínio. Os vetores \mathbf{d} e \mathbf{w} são responsáveis por armazenar as variáveis deslocamento e velocidade da malha respectivamente.

Figura 16 – Descrição representativa das duas regiões do domínio do problema



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

A fronteira Γ_I representa o delimitador entre a região definida por Ω_E e Ω_{ALE} . Para os problemas propostos fronteira Γ_I representa as fronteiras do domínio do problema, e toda a caixa de domínio é o Ω_{ALE} . Nesta fronteira e na região Ω_E já não há mais o movimento da malha. A fronteira Γ_C é o local de contato entre fluido e estrutura. A malha deve acompanhar o movimento e não ultrapassar as fronteiras. Com essas definições, as seguintes condições são elencadas para o deslocamento da interface e velocidade da fronteira fronteira Γ_C dados por d_c e U_c :

$$d = 0 \text{ sobre } \Gamma_I \quad (3.5)$$

$$w = 0 \text{ sobre } \Gamma_I \quad (3.6)$$

$$d = d_c \text{ sobre } \Gamma_C \quad (3.7)$$

$$w = U_c \text{ sobre } \Gamma_C \quad (3.8)$$

A compatibilidade cinemática e dinâmica são garantidas e as variáveis d_c estão, portanto, relacionadas ao deslocamento e velocidade da estrutura.

As condições propostas pelas equações 3.5, 3.6, 3.7 e 3.8 são fundamentais e o deslocamento e velocidade da malha na região Ω_{ALE} , mesmo que escolhidos arbitrariamente, não devem viola-las. É importante ressaltar que o movimento da malha deve ocorrer de forma gradual e suave, de modo a evitar que ocorra a sobreposição durante o movimento. O espaçamento entre os nós é mudado alongando-se ou encurtando-se de forma suave, retratando assim o movimento. Quando as regiões Ω_{ALE} são suficientemente extensas e contem toda amplitude de movimento do corpo, estas condições são atendidas através das soluções dos problemas:

$$d = \beta d_c \quad (3.9)$$

$$w = \beta U_c \quad (3.10)$$

onde β é a solução da equação de Laplace com condições de Dirichlet:

$$\nabla^2(\beta) = 0 \quad (3.11)$$

$$\beta = 0 \text{ sobre } \Gamma_I \quad (3.12)$$

$$\beta = 1 \text{ sobre } \Gamma_C(t) \quad (3.13)$$

A solução destas equações foi feita utilizando o solver interno do OpenFOAM. Na implementação adotada neste trabalho, a região Ω_{ALE} é definida pelo conjunto dos volumes finitos que se encontram em todo domínio limitando-se a região pertencente ao corpo definido pela fronteira Γ_C .

3.6 SOLUÇÃO DAS EQUAÇÕES DE FLUTTER UTILIZANDO AJUSTE DE CURVAS PELO MÉTODO DOS MÍNIMOS QUADRADOS

Para a solução das Equações a seguir é necessário a utilização de alguma técnica numérica.

$$\frac{L(t)}{k^2 h_0 \rho U_\infty^2} = [H_1^* \cos(\omega t) + H_4^* \sin(\omega t)], \quad (3.14)$$

$$\frac{M(t)}{k^2 h_0 \rho U_\infty^2 2b} = [A_1^* \cos(\omega t) + A_4^* \sin(\omega t)]; \quad (3.15)$$

$$\frac{L(t)}{k^2 \alpha_0 \rho U_\infty^2 b} = [H_2^* \cos(\omega t) + H_3^* \sin(\omega t)], \quad (3.16)$$

$$\frac{M(t)}{k^2 \alpha_0 \rho U_\infty^2 2b^2} = [A_2^* \cos(\omega t) + A_3^* \sin(\omega t)]. \quad (3.17)$$

Uma opção é a utilização de uma metodologia similar à encontrada para solução de problemas dinâmicos. Assim sendo, estas equações podem ser descritas de uma forma generalizada como apresentado a seguir:

$$C(t) = A \cos \omega t + B \sin \omega t \quad (3.18)$$

onde $C(t)$ é uma função dependente da resposta dos coeficientes aerodinâmicos ao longo do tempo, ω é a frequência do movimento, conhecida para cada velocidade reduzida, e A e B são constantes numéricas. Para encontrá-las, ajusta-se as equações 3.14 a 3.17 à função mostrada na Equação 3.18 utilizando-se o método dos mínimos quadrados (HELENE, 2006).

Para fazer esse ajuste, utiliza-se os da resposta dos coeficientes aerodinâmicos para cada ponto no tempo para aproximar os resultados com a equação 3.18. O método portanto faz o seguinte ajuste:

$$\sum_{k=0}^m a_m g_m(t) \quad (3.19)$$

onde determina-se os a_m que minimizam a soma dos quadrados residuais, e $g_m(t)$ é a função a ser ajustada. Portanto, para o problema proposto encontra-se dois valores (a_0 e a_1) que serão os termos A e B da equação 3.18.

4 EXEMPLOS APLICADOS

Neste capítulo são apresentados os exemplos a serem simulados. Primeiro é apresentado o problema para uma geometria de um aerofólio e posteriormente a de uma seção genérica do tipo retangular.

Com objetivo de estudar a aplicabilidade do modelo de flutter proposto por Scanlan e Tomko (1971), foram realizadas simulações de um escoamento atuando sob diferentes estruturas, com uma vibração forçada conhecida.

Inicialmente, fez-se o estudo para um perfil de aerofólio simples e simétrico. Realizou-se um estudo de malha e aplicou-se os algoritmos de movimento do corpo. Na sequência, o aerofólio com movimento vertical e torcional conhecido é submetido a um escoamento laminar para a obtenção dos coeficientes de flutter.

No segundo exemplo, tem-se a análise do escoamento ao redor de uma seção retangular. Os coeficientes de flutter para essa seção são obtidos por meio de vibrações forçadas.

Ressalta-se que nos exemplos força-se o movimento através de equações senoidais descritas pelas Equações (2.8) e (2.9). Com o uso do OpenFOAM, são simulados para cada exemplo, o escoamento submetido a diferentes velocidades reduzidas ao longo do tempo. Com isso, obtém-se os coeficientes aerodinâmicos de sustentação e de torção. Posteriormente, faz-se o tratamento da resposta do sinal desses coeficientes via ajuste de curvas pelo método dos mínimos quadrados, para a obtenção dos coeficientes de flutter descritos nas Equações (2.5) e (2.6).

A partir desta seção, os resultados encontrados para este trabalho serão apresentados com a nomenclatura "*Lucinda, 2020*".

4.1 PERFIL DE AEROFÓLIO NACA 0012

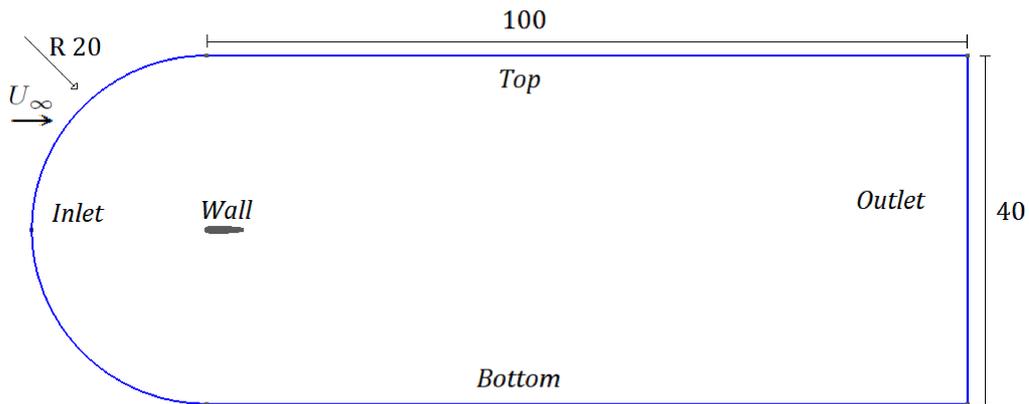
Aerofólios são estruturas de grande importância principalmente na engenharia aeronáutica. Saber como decorre seu comportamento ao ser submetido a um escoamento, bem como velocidades de ventos que podem levar a falha da estrutura é necessário para sua aplicabilidade segura. Portanto, tendo em vista sua importância, é apresentado um exemplo de um aerofólio NACA 0012 submetido a um escoamento laminar que possui um movimento forçado. Para realizar a simulação em CFD alguns passos devem ser tomados.

Em toda simulação, faz-se necessária a definição de um domínio computacional. Para o problema proposto utilizou-se o domínio bidimensional apresentado na Figura 17. Define-se como coordenadas de origem o ponto O do bordo de ataque de uma geometria de um NACA 0012, construído através de 80 pontos nodais e com uma corda B unitária (ver Figura 18). O domínio possui 100 unidades de comprimento da corda a partir do bordo de

ataque e uma altura total de 40 unidades de comprimento da corda. A semi-circunferência possui centro na origem e um raio de 20 unidades de comprimento da corda.

As fronteiras do domínio para a aplicação das condições de contorno são denominadas como: *Top* para a face superior do domínio, *Bottom* a parte inferior, *Inlet* a da esquerda, *Outlet* a da direita e as que definem o aerofólio de *Wall*.

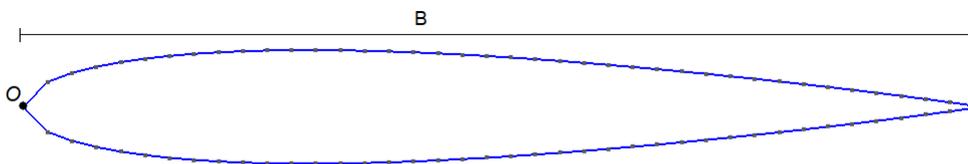
Figura 17 – Domínio do escoamento para o aerofólio NACA 0012 e suas fronteiras



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Como condições de contorno, nas fronteiras *Inlet*, *Top* e *Bottom*, assume-se um escoamento uniforme com velocidade unitária e gradiente de pressão nulo. Em *Outlet*, assume-se que o escoamento está completamente desenvolvido e portanto aplica-se a condição de pressão nula e gradiente de velocidade nulos. Nas paredes do aerofólio, *Wall*, aplica-se a condição de não escorregamento e gradiente de pressão nulo.

Figura 18 – Aerofólio NACA 0012 definido com 80 pontos



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Visando a escolha de malha a ser utilizada para obtenção dos coeficientes de flutter e realizar a validação das técnicas numéricas utilizadas para o deslocamento malha foram feitos testes preliminares.

Propõe-se a simulação de um escoamento laminar a um número de Reynolds de 3000 durante 150 passos de tempo no domínio apresentado na Figura 17. O aerofólio está

sob uma rotação forçada em torno do seu primeiro terço de corda, com um ângulo de ataque conhecido através da equação 4.1.

$$\alpha(t) = \alpha_0 - \bar{\alpha} \cdot \sin(2\pi t) \quad (4.1)$$

onde o ângulo de ataque inicial é $\alpha_0 = 30^\circ$ e a amplitude do movimento é dada por $\bar{\alpha} = 7^\circ$. Utilizou-se do esquema PIMPLE para desacoplamento pressão velocidade.

Para os exemplos desta seção, o uso da técnica PIMPLE foi mandatório, visto que é o algoritmo que deve ser usado quando há movimento da malha. Todavia, o emprego da técnica PIMPLE demandou um custo computacional elevado. Para reduzir o custo computacional, foram propostas três malhas com elementos triangulares, onde em cada uma conservou-se 80 elementos em torno do aerofólio. A primeira malha possui em sua horizontal, nas fronteiras *Top* e *Bottom*, um total de 80 elementos e na vertical, em *Outlet*, um total de 50 elementos. A segunda malha possui em seu domínio 100 elementos na horizontal e suas fronteiras e 50 elementos na fronteira vertical *Outlet*. A terceira malha, essa mais refinada, possui 100 elementos nas fronteiras *Top* e *Bottom* e 100 elementos *Outlet*. A Tabela 2 mostra as características destas novas malhas.

As forças aerodinâmicas obtidas para cada malha são apresentados na Tabela 2. Como os resultados encontrados apresentaram-se semelhantes, optou-se pela utilização da malha onde a caixa do domínio possui 100×50 elementos. Esta malha é apresentada pela Figura 19. Observou-se que o algoritmo utilizado para a movimentação da malha e do corpo comportou-se como o esperado, sendo a utilizada nas simulações subsequentes para obtenção dos coeficientes aerodinâmicos e de flutter.

Tabela 2 – Teste de malha

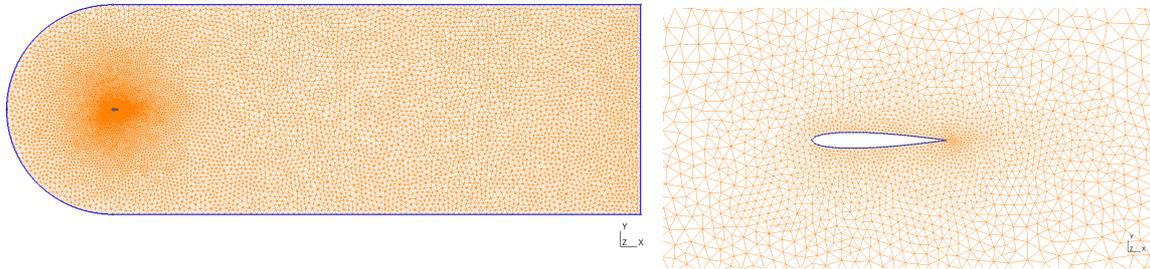
| Elementos (horizont \times vert) | Nº de nós / Elementos | Sustentação (L) | Momento (M) |
|------------------------------------|-----------------------|-----------------|-------------|
| 80 \times 50 | 25324 / 24975 | 1.1505 | 0.6326 |
| 100 \times 50 | 31784 / 31395 | 1.1816 | 0.6716 |
| 100 \times 100 | 33562 / 33123 | 1.1842 | 0.6604 |

Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Tendo escolhido a malha e validado o algoritmo para a sua movimentação, iniciou-se o processo para obtenção dos coeficientes aerodinâmicos e aeroelásticos em um novo escoamento submetido as mesmas condições de contorno de pressão e velocidade.

O perfil de aerofólio NACA 0012 possui um comprimento de corda $B = 1$ e foi submetido a um escoamento laminar, com velocidade de incidência adimensional $U_\infty = 1$ e número de Reynolds (Re) de 800. No meio da corda do aerofólio aplicou-se os deslocamentos prescritos pelas Equações (2.8) e (2.9), onde foram adotados $h_0 = 0,05b$ e $\alpha_0 = 2^\circ$. Duas diferentes situações foram realizadas, uma submetendo o aerofólio ao deslocamento vertical $h(t)$ puro e outra ao deslocamento angular $\alpha(t)$ puro.

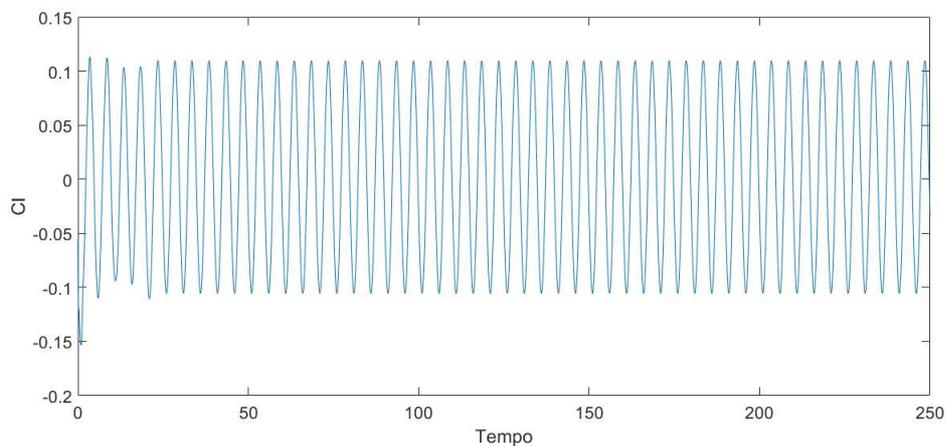
Figura 19 – Malha utilizada no domínio à esquerda, refinamento no entorno do aerofólio à direita.



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

As simulações foram feitas para velocidades reduzidas U^* de 2, 4, 6, 8, 12 e 16. A histórica no tempo dos coeficientes aerodinâmicos de sustentação e momento foram obtidos para um ponto localizado no meio da corda do aerofólio. A Figura 20 apresenta o comportamento da resposta obtida para o coeficiente de sustentação ao longo tempo para uma velocidade reduzida de 10, quando o aerofólio é submetido a um deslocamento angular puro.

Figura 20 – Resposta do coeficiente de sustentação C_l para o aerofólio NACA 0012, quando submetido a uma velocidade reduzida de 10 e um movimento angular puro.

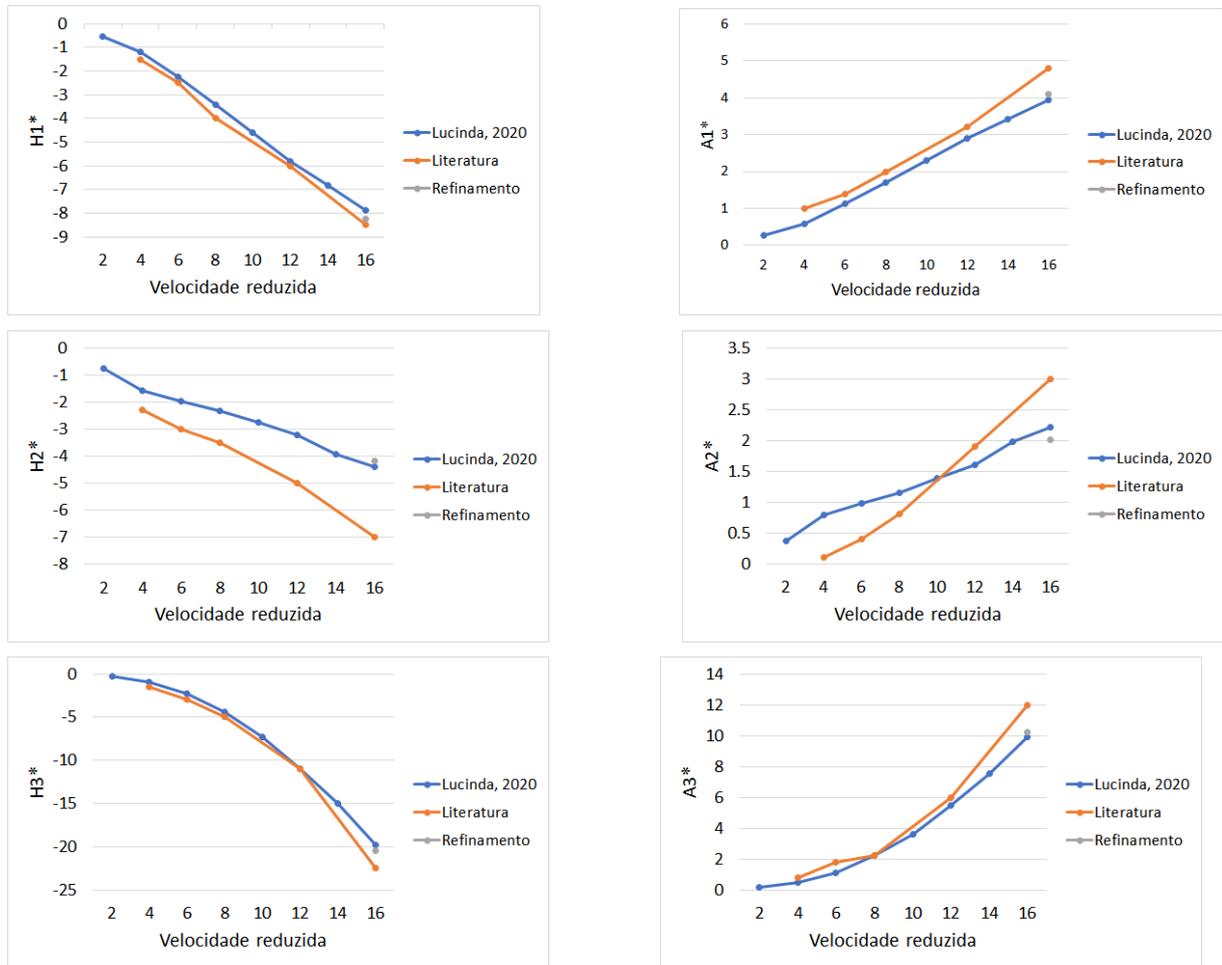


Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Através da aproximação de curvas via método dos mínimos quadrados, e utilizando das Equações(2.5) e (2.6), extraiu-se cada coeficiente de flutter. Os valores dos coeficientes de flutter encontrados são organizados na Figura 21, onde são comparados com os obtidos por Matre et al. (2003).

Comparando os resultados, nota-se, para os parâmetros H_1^* e A_1^* , uma proximidade com os valores de referência. O mesmo observa-se para H_3^* e A_3^* , sendo uma boa aproximação

Figura 21 – Coeficientes de flutter encontrados para um aerofólio NACA 0012. $Re = 800$.



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

e apresentando uma tendência de curva semelhante. As curvas possuem maiores diferenças para maiores velocidades reduzidas. Para H_1^* , A_1^* , H_3^* e A_3^* , encontrou-se valores, em módulo, menores que os encontrados em Maitre et al. (2003). Estes são valores consistentes com a teoria.

Para os coeficientes H_2^* , uma maior diferença dos resultados é notada, porém, há uma semelhança no comportamento da curva. O experimento proposto por Maitre et al. (2003) citou a diferença dos resultados encontrados para H_2^* , considerando-o distante dos valores teóricos. Observa-se também, diferenças nos resultados de A_2^* , onde o comportamento da curva não é semelhante a curva de referência.

Buscou-se melhorar os coeficientes para a velocidade reduzida de 16. Refinou-se a malha utilizando um total de 400 elementos no entorno do aerofólio e manteve-se 100×50 na caixa do domínio. No total essa nova malha possui 37494 elementos. Os resultados foram plotados conjuntamente na Figura 21 com o título "Refinamento". Observa-se que, apesar do maior refinamento na região próxima ao aerofólio, não houve alterações

significativas que justificassem portanto o refinamento.

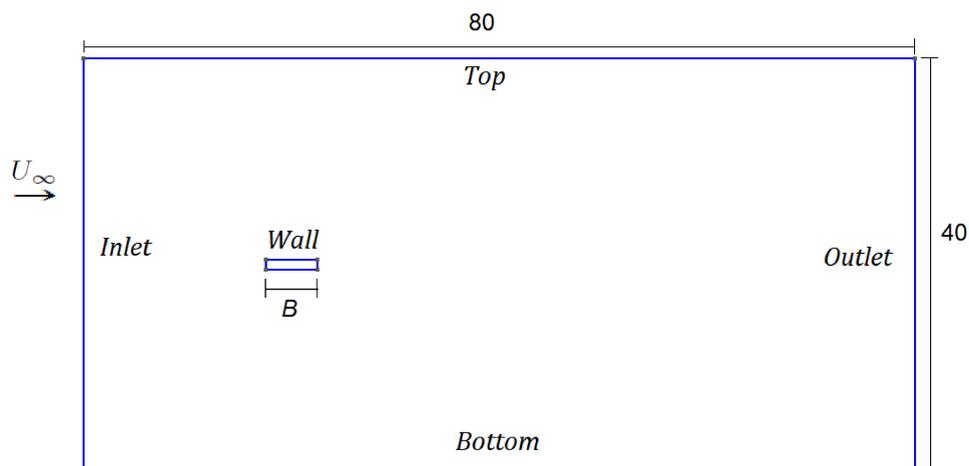
O modelo proposto apresentou resposta satisfatória quando comparado com os valores referência, apesar de certas diferenças. Os parâmetros utilizados, como, tamanho da malha, modelo de movimento da malha e modelo de CFD, foram suficientes para garantir bons resultados demandando baixo custo computacional.

4.2 PERFIL RETANGULAR

Nessa seção apresentam-se resultados das análises de um perfil condizente com a prática da engenharia estrutural de pontes e torres altas. Propõe-se, portanto, o estudo de uma seção retangular, que possui uma proporção de 4,9 em seu comprimento para 1 em relação a sua altura. A proporção base/altura de 4,9 imita a proporção da seção da primeira Ponte de Tacoma Narrow. Esse tipo de seção é encontrado em alguns trabalhos como o de Nieto et al. (2015), Matsumoto (1996) e Miranda et al. (2014). A estrutura bidimensional é submetida a um escoamento incompressível e turbulento.

Para a simulação em CFD deste problema, definiu-se um domínio bidimensional e suas fronteiras, como visto na Figura 22. O domínio possui 80 unidades de comprimento e uma altura total de 40 unidades. As fronteiras do domínio para a aplicação das condições de contorno são denominadas como: *Top*, *Bottom*, *Inlet*, *Outlet* e as que definem o retângulo como *Wall*. O retângulo, cujo o comprimento característico $B = 4.9$, está centrado a uma distância de 20 unidades da fronteira *Inlet* e também a 20 unidades das fronteiras *Top* e *Bottom*.

Figura 22 – Domínio do escoamento para seção retangular e suas fronteiras



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Nas fronteiras *Inlet*, *Top* e *Bottom* impõe-se a condição de gradiente de pressão nulo e há um escoamento uniforme com velocidade unitária na direção horizontal do eixo.

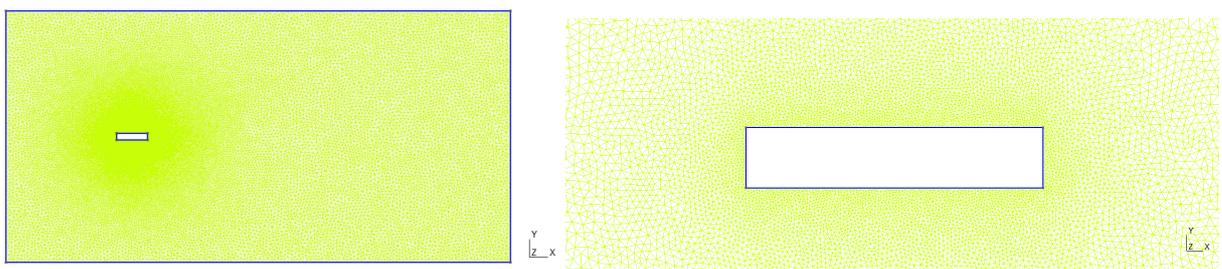
Em *Outlet* assume-se o escoamento está completamente desenvolvido e portanto aplica-se a condição de pressão nula e gradiente de velocidade nulos. Nas paredes impermeáveis do corpo, *Wall*, aplica-se a condição de não escorregamento e gradiente de pressão nulo.

4.2.1 Caso estático

Foram propostas diferentes malhas objetivando a escolha de uma para a realização das simulações do caso onde há a movimentação do retângulo. Para comparar o desempenho das malhas fez-se uma análise estática do escoamento incidindo no retângulo. As malhas são não estruturadas e variou-se o número de elementos e nós. Um exemplo de malha utilizada é apresentado na Figura 23. Utilizou-se dois diferentes modelos para tratar da turbulência, sendo eles o modelo de turbulência $k - \omega$ SST e $k - \omega$ SSTLM, com $I = 1\%$ e $L = 1$.

As simulações iniciais foram para um escoamento incompressível, turbulento, com $Re = 10^5$, onde não há uma vibração forçada na estrutura. Foram utilizadas as técnicas numéricas já citadas para solução via CFD, obtendo a resposta dos coeficientes de arrasto (C_d) e sustentação (C_l) ao longo do tempo, como observado na Figura 24 para o coeficiente de sustentação. Os dados de cada malha, bem como os resultados encontrados para os coeficientes de arrasto e sustentação são apresentados em duas tabelas. Na Tabela 3 encontram-se os dados obtidos através da simulação utilizando o modelo $k - \omega$ SST e na Tabela 4 a resposta para o modelo $k - \omega$ SSTLM. Os valores encontrados para o coeficiente de momento C_m não foram apresentados, pois os mesmos eram muito próximos a 0.

Figura 23 – Malha utilizada no domínio para estrutura retangular à esquerda, refinamento no entorno do retângulo à direita.



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Observa-se, com a análise dos coeficientes obtidos, que não há uma diferença significativa em seus valores para cada uma das malhas, porém, quanto maior o número de elementos maior o custo computacional para obtenção dos resultados. Portanto, para futuras comparações e simulações, utilizou-se da malha com 57372 nós e 56734 elementos. A malha em questão apresentou resultados semelhantes aos demais e demandava um custo computacional intermediário aos demais. Os resultados obtidos através do modelo de turbulência $k - \omega$ SSTLM também se assemelharam aos demais resultados.

Tabela 3 – Dados obtidos utilizando o modelo $k - \omega$ SST em diferentes malhas

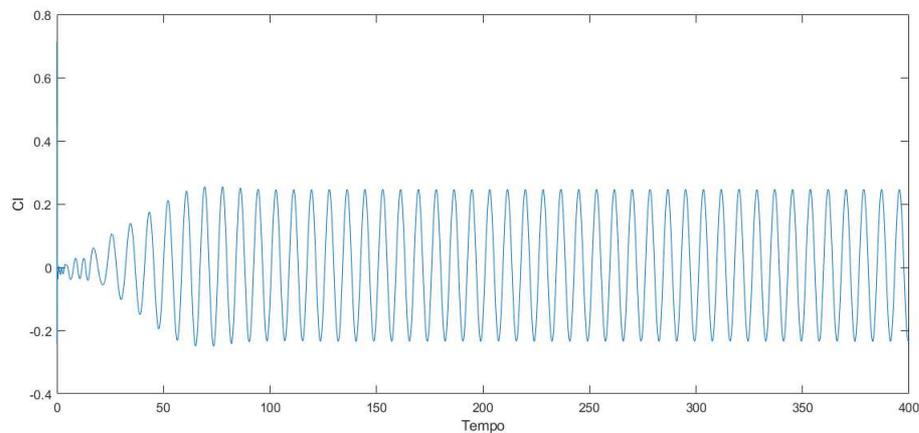
| Nós/Elementos | St | Cd | Cl |
|---------------|--------|--------|--------|
| 40566/40046 | 0.1221 | 0.223 | 0.1972 |
| 57372/56734 | 0.1221 | 0.2322 | 0.1698 |
| 71412/70696 | 0.1221 | 0.2257 | 0.1488 |
| 125418/123834 | 0.1221 | 0.2300 | 0.1710 |
| 173006/171346 | 0.1221 | 0.2306 | 0.1745 |

Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Tabela 4 – Dados obtidos utilizando o modelo $k - \omega$ SSTLM em diferentes malhas

| Nós/Elementos | St | Cd | Cl |
|---------------|--------|--------|--------|
| 40566/40046 | 0.1221 | 0.2322 | 0.1924 |
| 57372/56734 | 0.1221 | 0.2316 | 0.1654 |
| 125418/123834 | 0.1221 | 0.2279 | 0.1622 |

Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Figura 24 – Resposta do coeficiente de sustentação Cl para um escoamento a um número de Reynolds de 10^5 

Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

A malha com 57372 nós e 56734 elementos e seus resultados utilizando o modelo de turbulência $k - \omega$ SST, é denominada como *Lucinda*, 2019. Os valores obtidos do número de Strouhal, a média de Cd e o desvio padrão de Cl estão apresentados na Tabela 5, onde são comparados com resultados obtidos por Nieto et al. (2015), Schewe (2009) e Mannini et al. (2011). Schewe (2009) fez um estudo experimental enquanto os demais obtiveram os seus resultados através de simulações numéricas.

Observa-se na Tabela 5 que os resultados possuem pouca divergência com os demais apresentados. Portanto, os parâmetros de turbulência e a malha utilizada apresentaram-se

Tabela 5 – Coeficientes aerodinâmicos e número de Strouhal, $B=4,9$ e $Re = 10^5$

| Referência | St | Cd | Cl |
|-----------------------|--------|--------|--------|
| Nieto et al. (2015) | 0.123 | 0.227 | 0.193 |
| Schewe (2009) | 0.111 | 0.206 | 0.08 |
| Mannini et al. (2011) | 0.094 | 0.212 | 0.215 |
| Lucinda, 2019 | 0.1221 | 0.2322 | 0.1698 |

Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

satisfatórios para o problema proposto. Então, estes mesmos parâmetros são utilizados para a simulação do caso dinâmico.

Após a análise estática, deu-se início ao estudo para obtenção dos coeficientes de flutter. O domínio apresentado na Figura 22 foi submetido a um escoamento turbulento com um número de Reynolds de 10^5 e com uma velocidade $U_\infty = 1$. A vibração forçada caracterizada pela Equação (2.9) foi induzida no meio da seção retangular de comprimento característico $B = 4.9$.

4.2.2 Simulação dinâmica para um movimento angular - comparativa com resultados da literatura

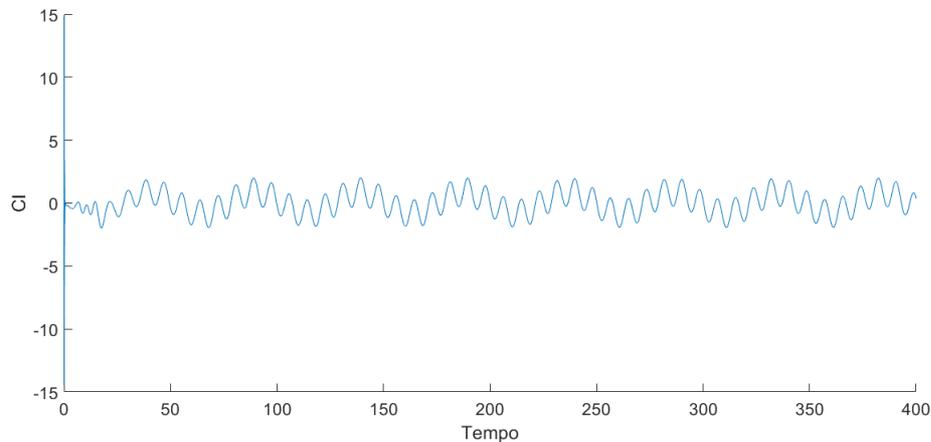
Os coeficientes de flutter foram computados a partir de simulações feitas para uma variedade de velocidades reduzidas, U^* igual a 2, 4, 6, 8, 10, 12, 15 e 20. Para cada velocidade reduzida obteve-se a história no tempo dos coeficientes aerodinâmicos de sustentação e momento. A Figura 25 exemplifica a resposta obtida apresentando o comportamento do resultado obtido para o coeficiente de sustentação ao longo tempo para uma velocidade reduzida 10.

Através do histórico dos coeficientes aerodinâmicos e utilizando das Equações(2.5) e (2.6), extraiu-se cada coeficiente de flutter. Os valores dos coeficientes de flutter encontrados são organizados na Figura 26, onde são comparados com os obtidos por Nieto et al. (2015) e Miranda et al. (2014), através de simulações numéricas, e Matsumoto (1996) através de ensaios experimentais.

Os valores para os coeficiente encontrados em H_2^* apresentaram pequenas diferenças quando comparados aos valores de referência. No trabalho experimental realizado por Matsumoto (1996), o retângulo foi excitado em uma amplitude $\alpha_0 = 2^\circ$, enquanto em Miranda et al. (2014) utilizou-se $\alpha_0 = 3^\circ$. É possível observar que para maiores velocidades reduzidas, os valores encontrados fogem do comportamento esperado na abordagem experimental. Por sua vez, Miranda et al. (2014) encontrou comportamento de curva semelhante ao apresentado neste trabalho.

Analisando os coeficientes H_3^* e A_3^* , nota-se uma proximidade com os valores de referência. O mesmo observa-se para A_2^* , sendo uma boa aproximação e apresentando uma

Figura 25 – Resposta do coeficiente de sustentação C_l para a seção retangular e velocidade reduzida de 10.



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

tendência de curva semelhante. É importante ressaltar que para as maiores velocidades, em todos os casos, os resultados divergiram um pouco mais comparados aos valores experimentais. Na prática, para as dimensões tratadas nestes exemplos, as condições necessárias para que o escoamento apresente estas altas velocidades reduzidas estão fora da faixa normalmente encontrada na prática da engenharia de vento.

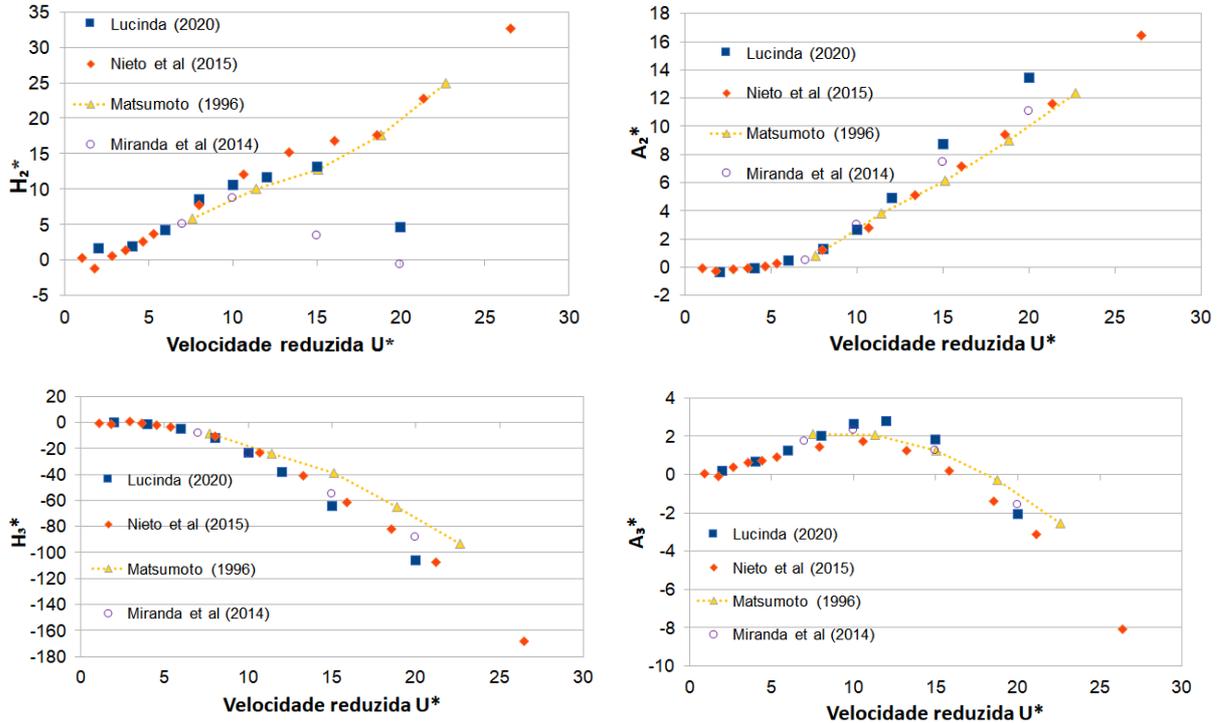
Apesar de encontrar alguns diferentes resultados, o modelo proposto apresentou resposta satisfatória quando comparado com os valores referência. Outras simulações foram realizadas para analisar a influência da variação de alguns parâmetros utilizados na simulação.

4.2.3 Simulação dinâmica utilizando diferentes modelos de turbulência para o movimento angular

A influência dos parâmetros do escoamento incidente na estrutura é muito importante para a CFD. Um desses parâmetros é o número de Reynolds. Como no problema proposto o escoamento está a um $Re = 10^5$, o fluido é caracterizado por um regime de transição laminar-turbulento. Portanto, com o intuito de avaliar o desempenho de modelos de turbulência, que capturem os efeitos dos gradientes de pressão adversos, característico do regime de transição, resultados das simulações com o modelo $k - \omega SSTLM$ são comparados aos das simulações com o modelo $k - \omega SST$. Neste caso, apenas as velocidades reduzidas (U^*) de 4, 8, 10 e 15 foram analisadas. A Figura 27 apresenta os resultados para os coeficientes H_2^* , H_3^* , A_2^* e A_3^* .

A utilização de um novo modelo para tratar a turbulência não foi justificada neste caso, uma vez que os resultados para ambos os modelos aproximaram-se muito. Uma

Figura 26 – Coeficientes de flutter encontrados para um retângulo, onde $B = 4.9$, $\alpha_0 = 1^\circ$.
 $Re = 10^5$.



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

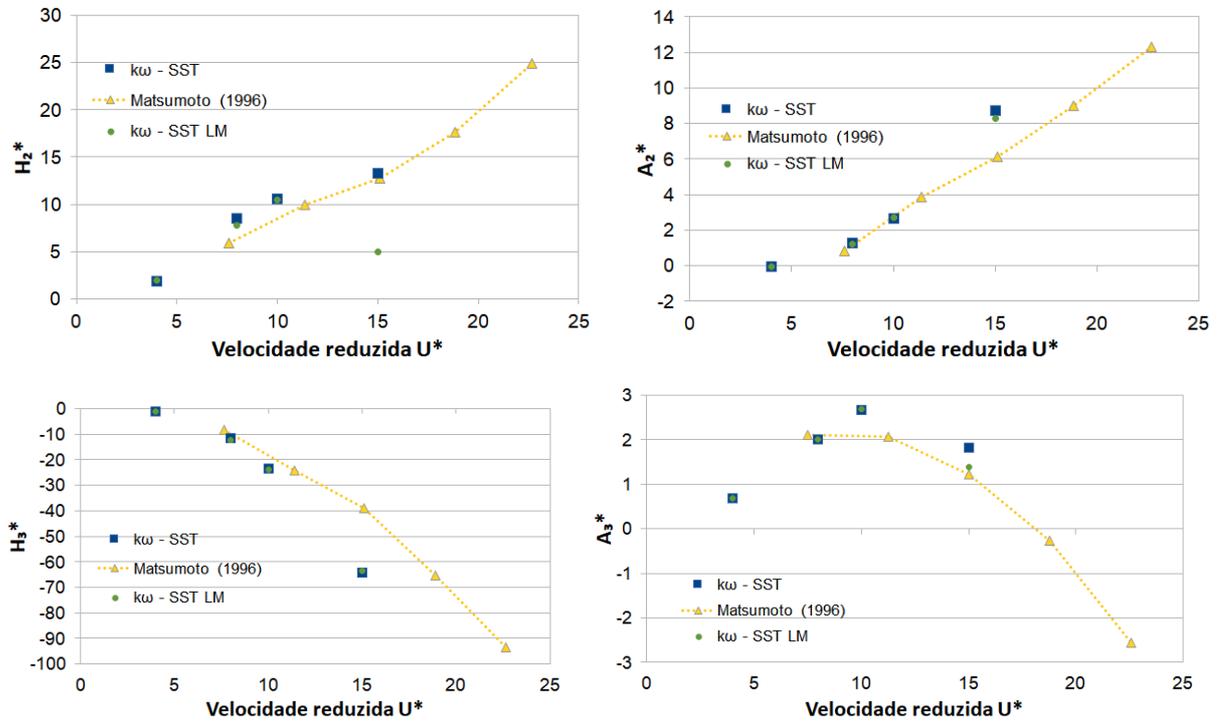
vez que o modelo $k - \omega SST$ é muito utilizado e tem menos equações na sua descrição em relação ao outro, ele requer, portanto, menor custo computacional. Tendo feito esta análise, o modelo $k - \omega SST$ é utilizado nas demais simulações.

4.2.4 Influência da variação da amplitude do deslocamento para o movimento angular

Para analisar a importância da amplitude do deslocamento angular inicial α_0 , foram realizadas simulações numéricas variando seu valor, sendo fixado a velocidade reduzida U^* igual a 10. Para estas simulações utilizou-se do modelo de turbulência $k - \omega SST$. Os mesmos procedimentos já citados foram realizados para obtenção dos coeficientes de flutter, através do histórico dos coeficientes aerodinâmicos. As amplitudes iniciais avaliadas α_0 foram iguais a $1^\circ, 2^\circ, 3^\circ, 4^\circ, 6^\circ$ e 8° . Os resultados dos coeficientes para cada amplitude são apresentados na Figura 28.

Nota-se que para amplitudes próximas a 3° os valores dos coeficientes apresentaram valores mais divergentes comparado aos demais. Após este valor de amplitude inicial tende-se a uma convergência. Porém, o modelo tratado por Scanlan e Tomko (1971) é válido para pequenas oscilações, sendo assim, não recomenda-se a utilização de amplitudes mais elevadas. As maiores divergências, quanto aos resultados, são encontradas no coeficiente de flutter H_2^* . Este mesmo coeficiente apresentou maiores diferenças quando os resultados com

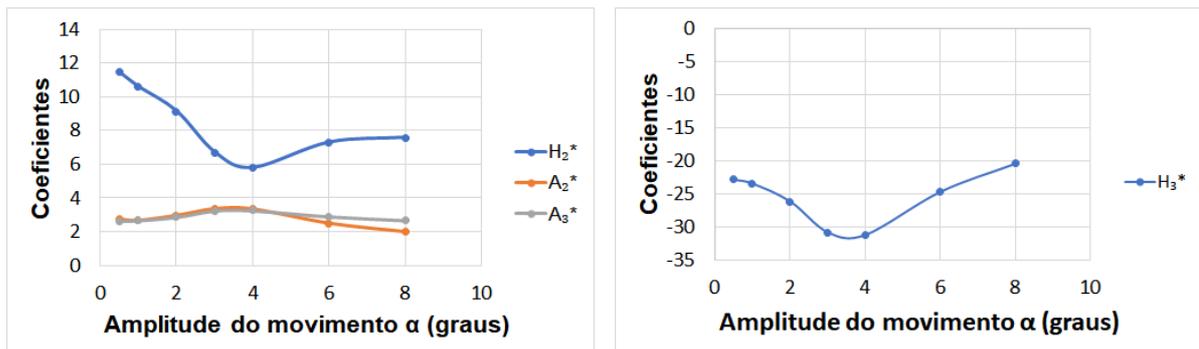
Figura 27 – Comparativo dos coeficientes de flutter entre os modelos de turbulência $k - \omega SST$ e $k - \omega SST LM$.



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

diferentes velocidades reduzidas foram comparados com valores encontrados por outros autores.

Figura 28 – Influência da amplitude inicial em cada coeficiente de flutter, para $V_r = 10$.



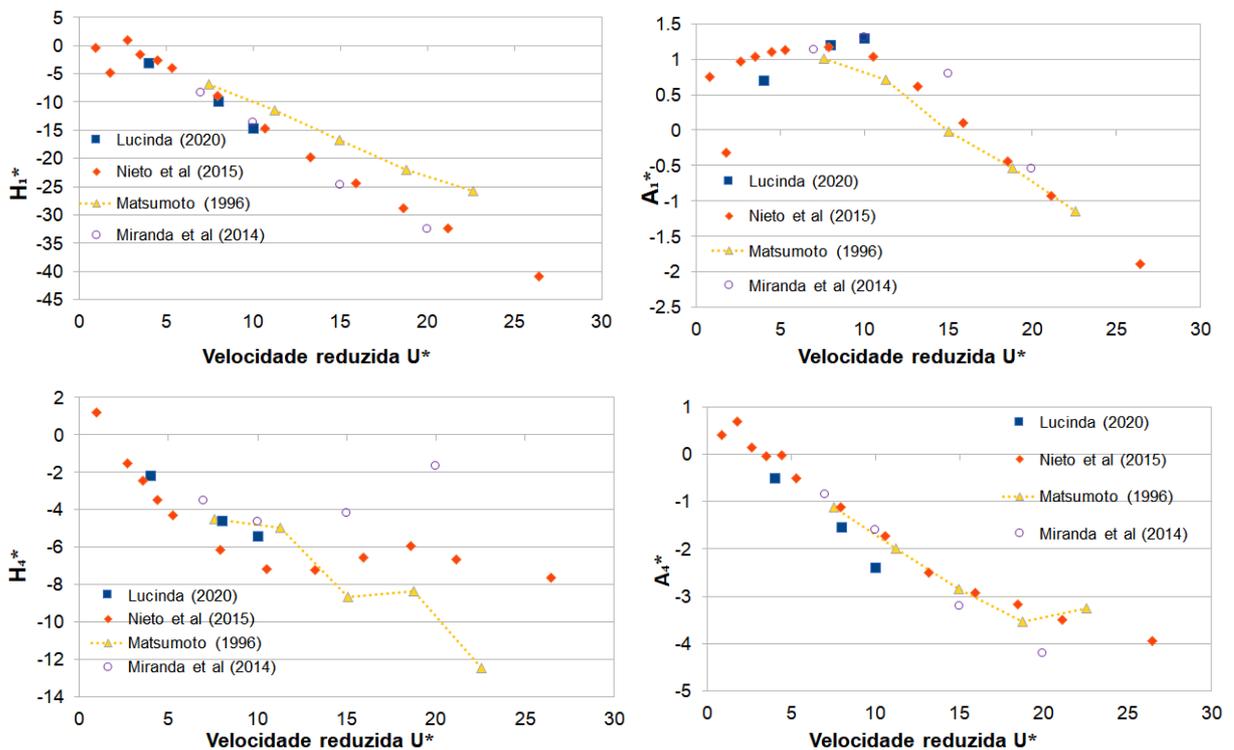
Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

4.2.5 Resultados comparativos para uma vibração vertical

Os coeficientes H_1^* , H_4^* , A_1^* e A_4^* são obtidos através da aplicação do movimento vertical ao objeto. Os resultados para estes coeficientes foram obtidos para as velocidades reduzidas 4, 8 e 10. O histórico no tempo, obtido via CFD para cada velocidade reduzida, foi analisado e a partir dele, obteve-se os coeficientes de flutter em questão. Em uma

primeira análise são comparados os resultados obtidos via simulação propondo uma amplitude $h_0 = 0.0125$. Este valor de amplitude foi proposto utilizando como base a relação entre h_0 e B , proposta por Maitre et al. (2003) na simulação do aerofólio. Os resultados encontrados são apresentados na Figura 29, onde são comparados com alguns trabalhos presentes na literatura. É importante ressaltar que nos trabalhos de Matsumoto (1996) e Nieto et al. (2015), os autores utilizaram de uma relação linear com os coeficientes obtidos através da movimentação angular, para a obtenção dos coeficientes H_1^* , H_4^* , A_1^* e A_4^* . Já Miranda et al. (2014) utilizou de uma amplitude h_0 de $0.05B$.

Figura 29 – Coeficientes de flutter encontrados para uma simulação com um deslocamento vertical. Onde $B = 4.9$, $h_0 = 0.025B$. $Re = 10^5$.



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Os resultados para H_1^* e H_4^* ficaram muito semelhantes aos encontrados pelos outros autores. Os valores em A_1^* e A_4^* estão próximos ainda dos demais, porém ocorreu uma divergência maior. Uma das limitações para a comparação de resultados é que foram feitas apenas 3 diferentes velocidades reduzidas. Nota-se que, mesmo entre os resultados encontrados na literatura, há uma discrepância nos valores encontrados por cada autor. Uma das justificativas poderia ser os diferentes parâmetros utilizados em cada caso. Lembrando que estes resultados foram obtidos via simulação, diferente da metodologia utilizada por Nieto et al. (2015) e Matsumoto (1996) que obtiveram os valores de H_1^* e A_1^* com coeficientes os H_2^* , H_3^* , A_2^* e A_3^* , por meio de relações lineares entre esses

coeficientes. Essas relações linearizadas são encontradas nas Equações 2.14, 2.15, 2.16 e 2.17.

4.2.6 Comparação dos valores encontrados via simulação e análise linear

A relação linear utilizada por Nieto et al. (2015) e Matsumoto (1996) é um método mais direto para a obtenção dos coeficientes dependentes do deslocamento vertical, uma vez que não são necessários novas simulações nem a definição de uma amplitude inicial h_0 . Sendo assim, também calculou-se os resultados para estes coeficientes via as equações de linearidade, para as mesmas velocidades reduzidas que haviam sido feitas simulações. Os resultados obtidos são apresentados na Tabela 6, onde é apresentado também uma diferença percentual. A diferença percentual foi calculada através da equação a seguir:

$$Dp = \left| \frac{VS - RI}{RI} \times 100\% \right|, \quad (4.2)$$

onde Dp é a porcentagem da diferença percentual dos resultados encontrados, VS é o valor encontrado pela simulação e RI é o valor encontrado utilizando as equações de relação linear e os valores dos coeficientes encontrados na simulação para o deslocamento angular.

Tabela 6 – Diferença percentual entre os valores encontrados via simulação e equações de linearidade para os coeficientes de flutter

| U^* | H_1^* | H_4^* | A_1^* | A_4^* |
|-------|---------|---------|---------|---------|
| 4 | 60% | 26% | 35% | 868% |
| 8 | 8% | 31% | 24% | 52% |
| 10 | 1% | 18% | 23% | 43% |

Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

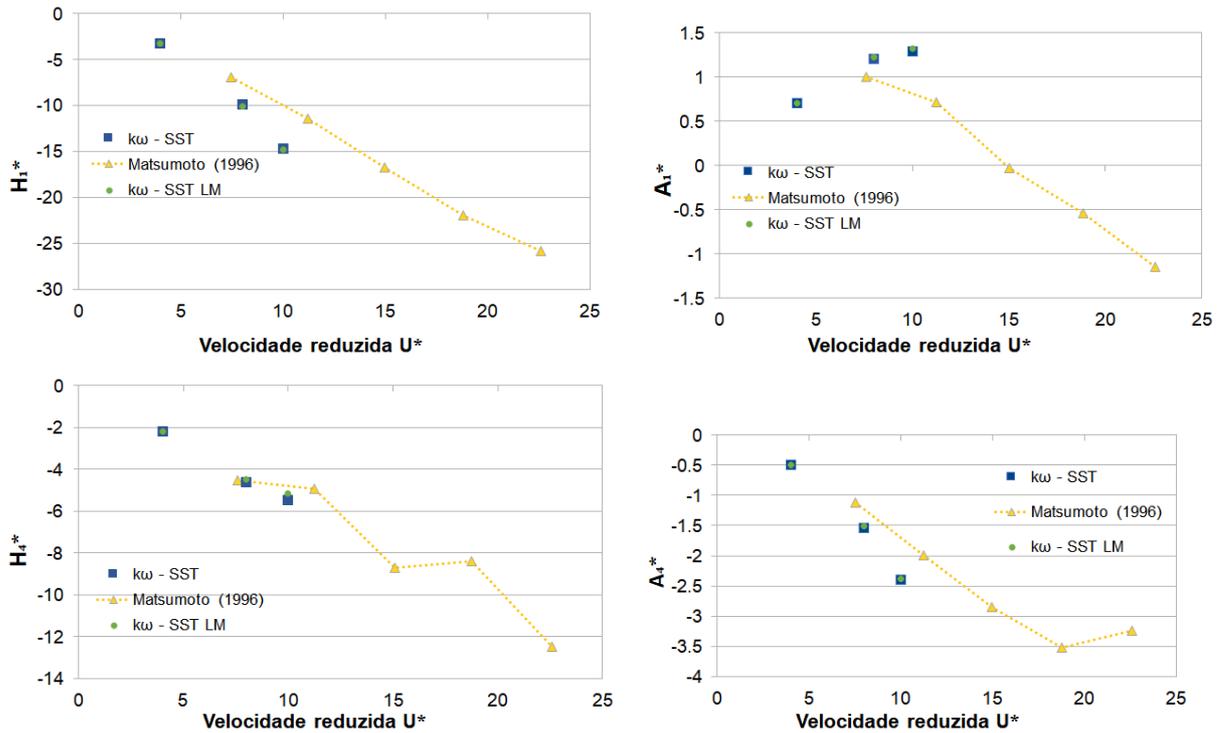
A maior diferença percentual encontrada para a velocidade reduzida $U^* = 4$ é justificada pelo fato dos valores encontrados para o coeficiente A_4^* serem mais próximos a 0. As demais diferenças percentuais estão dentro de uma faixa aceitável, visto que os valores ainda assim se encontram próximos dos resultados apresentados nos trabalhos de referência já citados. A metodologia aplicando as equações de linearidade podem ser utilizadas para a obtenção dos coeficientes dependentes da vibração vertical, uma vez que a mesma não demanda conhecer qual é o valor da amplitude do deslocamento h_0 , porém, neste trabalho é possível comparar os resultados também obtidos via simulação, comprovando a eficácia deste tipo de metodologia.

4.2.7 Influência dos modelos de turbulência para o movimento vertical

Novamente, testou-se a obtenção dos coeficientes de flutter dependentes do movimento vertical, utilizando do modelo de turbulência $k - \omega SSTLM$. As simulações foram

realizadas para as velocidades reduzidas de 4, 8, 10. Foram simulados essas velocidades para poder comparar com os resultados obtidos utilizando o modelo de turbulência $k - \omega SST$. Os resultados são apresentados na Figura 30, onde são comparados os obtidos via modelo $k - \omega SST$ e o resultado encontrado por Matsumoto (1996).

Figura 30 – Comparativo dos coeficientes de flutter encontrados para os modelos de turbulência $k - \omega SSTLM$ e $k - \omega SST$.



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

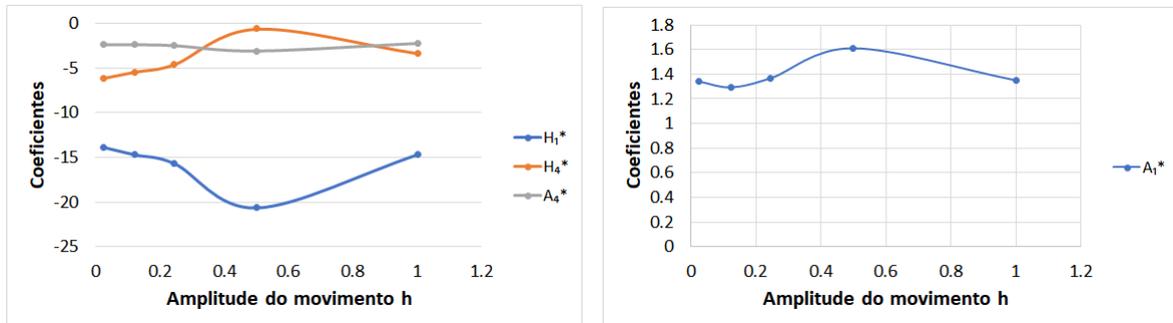
Como é possível observar, os resultados encontrados ficaram muito semelhantes, não apresentando diferenças significativas, sendo que para a velocidade reduzida de 4 os valores encontrados foram os mesmos. Para o número de Reynolds e velocidades reduzidas estudadas, não se justifica o uso do modelo de turbulência $k - \omega SSTLM$, uma vez que os resultados não apresentaram melhoras que justificavam seu uso e também, este tipo de modelo requer um maior custo computacional.

4.2.8 Influência da variação da amplitude para o movimento vertical

Assim como foi feito para os coeficientes obtidos através de uma movimentação angular do perfil retangular, fez-se um estudo da variação da amplitude inicial do movimento. Neste caso, esta análise torna-se mais importante, pois a amplitude inicial foi estipulada com base na relação utilizada para o caso do aerofólio, não sendo encontrada nos principais trabalhos de referência. Então, simulações para uma velocidade reduzida fixa $U^* = 10$ foram feitas, variando apenas a amplitude inicial H_0 . Os coeficientes de flutter

H_1^* , H_4^* , A_1^* e A_4^* foram obtidos para as amplitudes H_0 iguais a 0.025, 0.1225, 0.245, 0.5 e 1. Os resultados dos coeficientes para cada amplitude são apresentados na Figura 31.

Figura 31 – Influência da amplitude inicial em cada coeficiente de flutter em uma vibração vertical, para $V_r = 10$.



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Assim como encontrado para os coeficientes dependentes do movimento angular, nota-se uma divergência em certa amplitude. Para a amplitude de 0.5 ocorreu a maior diferença, notando-se uma tendência para amplitudes menores. O coeficiente A_1^* apresentou a menor variação para as diferentes amplitudes. Assim como na variação da amplitude do movimento angular, para maiores amplitudes os resultados podem divergir uma vez que o modelo utilizado para a obtenção dos coeficientes de flutter são para pequenas amplitudes.

Por fim, nota-se que a escolha de amplitude utilizada para comparação dos resultados com os demais autores é válida, uma vez que para amplitudes menores não ocorreu uma diferença significativa nos resultados obtidos.

5 CONCLUSÃO

O presente trabalho teve por objetivo aplicar a metodologia proposta por Maitre et al. (2003) para obtenção dos coeficientes de flutter a alguns casos de estudo. Propôs-se, para tal, a utilizando de técnicas em CFD associadas estratégias para movimento forçado do corpo e, conseqüentemente, da malha. As respostas obtidas em termos de força e momento aerodinâmicos são decompostas por meio aproximação de curvas pelo método dos mínimos quadrados e as correspondentes amplitudes associadas aos respectivos coeficientes aeroelásticos.

Os resultados apresentados nesse trabalho foram satisfatórios para o alcance dos objetivos propostos, uma vez que demonstraram proximidade com os resultados encontrados na literatura. A principal divergência na comparação dos resultados, para o dois estudos, está relacionada ao coeficiente H_2^* . Acredita-se que o modelo utilizado, que adotada uma linearização na relação linear entre as funções de força e as leis de movimento da estrutura, não seja adequado para a obtenção desse coeficiente específico.

De uma forma geral, a pesquisa contribuiu para fomentar discussões sobre a influência de alguns parâmetros relevantes. Destaca-se a utilização de dois modelos de turbulência da família dos modelos $k\omega$ SST. Nota-se que, para o exemplo do retângulo com $Re=10^5$, os modelos $k\omega$ SST e $k\omega$ SST LM apresentaram resultados muito próximos. Desta forma, para simulações com características semelhantes, justifica-se o uso do primeiro modelo, visto que é um modelo computacionalmente menos oneroso.

As amplitudes iniciais das vibrações foram também objeto de investigação. Para esta proposta, nota-se que é de extrema importância a utilização de pequenas amplitudes, pois o modelo proposto por Scanlan e Tomko (1971) é modelado para pequenas variações. Observou-se que a variação deste parâmetro pode alterar consideravelmente alguns dos coeficientes de flutter.

Por fim, a obtenção dos coeficientes de flutter H_1^* , H_4^* , A_1^* e A_4^* via simulação apresentou resultados satisfatórios. A utilização de uma função senoidal com as amplitudes de movimento utilizadas foram suficientes para simular o comportamento do corpo esperado. As aproximações lineares propostas em Matsumoto (1996) são alternativas de solução rápida para esses coeficientes, nas quais apresentam resultados satisfatórios.

5.1 TRABALHOS FUTUROS

Para a sequência deste trabalho, sugere-se implementar o modelo com 8 coeficientes de flutter para a geometria de um aerofólio NACA 0012. Estudar a importância da variação dos parâmetros utilizados na simulação para este perfil; adaptar o modelo utilizado para perfis genéricos de pontes, como os da ponte de Tacoma e São Francisco; obter as velocidades críticas de flutter após a análise e estudo de seus coeficientes; analisar outros fenômenos

aeroelásticos como a vibração induzida por vortex para estes mesmos perfis estudados.

REFERÊNCIAS

- ANDERSON, J. D.; WENDT, J. **Computational fluid dynamics**. [S.l.]: Springer, 1995. v. 206.
- ANDRADE, H. C. C. D. **O Método dos Volumes Finitos Aplicado a escoamento de Convecção Forçada e Natural**. 2014. Dissertação (Mestrado) — COPPE, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2014.
- BAI, Y. et al. **Numerical aerodynamic simulations of a naca airfoil using cfd with block-iterative coupling and turbulence modelling**. International Journal of Computational Fluid Dynamics, Taylor & Francis, v. 26, n. 2, p. 119–132, 2012.
- BISPLINGHOFF, R. L.; ASHLEY, H. **Principles of aeroelasticity**. [S.l.]: Courier Corporation, 2013.
- BLEVINS, R. D. **Flow Induced Vibration**. Florida, USA: [s.n.], 2001.
- CAMPETELLA, E. **O que são os estranhos sons da ponte Golden Gate?** Argentina, 2020. Disponível em: <https://www.tempo.com/noticias/actualidade/estranhos-sons-da-ponte-golden-gate.html>. Acesso em: 19 de abr. de 2021.
- CHEN, G. et al. **Openfoam for computational fluid dynamics**. Not. AMS, v. 61, n. 4, p. 354–363, 2014.
- COSTA, L. M. F. **Investigação numérica de modelos de turbulência no escoamento do vento em pontes suspensas**. Tese (Doutorado) — Universidade de São Paulo, 2018.
- DOWEL, E. H. **A modern course in aeroelasticity**. [S.l.]: Kluwer academic Publishers, 2004.
- DOWELL, E. H. et al. **A modern course in aeroelasticity**. [S.l.]: Springer, 1989. v. 3.
- FARSANI, H. Y. et al. **Indicial functions in the aeroelasticity of bridge decks**. Journal of Fluids and Structures, Elsevier, v. 48, p. 203–215, 2014.
- FUNG, Y. C. **An introduction to the theory of aeroelasticity**. [S.l.]: Courier Dover Publications, 2008.
- GREENSHIELDS, C. **OpenFOAM v9 User Guide: 1 Introduction**. 2021. Disponível em: <https://cfd.direct/openfoam/user-guide/v9-introduction/#x3-20001>. Acesso em: 20 de ago. de 2021.
- GREENSHIELDS, C. J. **The openfoam foundation user guide 7.0**. The OpenFOAM Foundation Ltd: London, United Kingdom, 10th July, 2019.
- GU, M.; ZHANG, R.; XIANG, H. **Identification of flutter derivatives of bridge decks**. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, Elsevier, v. 84, n. 2, p. 151–162, 2000.
- HALLAK, P. H. **Parâmetros aeroelásticos para pontes via fluidodinâmica computacional**. Tese (Doutorado) — Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2002.

- HELENE, O. **Metodos dos Minimos Quadrados**. [S.l.]: Editora Livraria da Física, 2006.
- HONORÉWALTHER, J.; LARSEN, A. **Two dimensional discrete vortex method for application to bluff body aerodynamics**. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, Elsevier, v. 67, p. 183–193, 1997.
- LARSEN, A.; WALTHER, J. H. **Discrete vortex simulation of flow around five generic bridge deck sections**. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, Elsevier, v. 77, p. 591–602, 1998.
- MAITRE, O. P. L.; SCANLAN, R. H.; KNIO, O. M. **Estimation of the flutter derivatives of an naca airfoil by means of navier–stokes simulation**. *Journal of Fluids and Structures*, Elsevier, v. 17, n. 1, p. 1–28, 2003.
- MANNINI, C.; ŠODA, A.; SCHEWE, G. **Numerical investigation on the three-dimensional unsteady flow past a 5: 1 rectangular cylinder**. *Journal of wind engineering and industrial aerodynamics*, Elsevier, v. 99, n. 4, p. 469–482, 2011.
- MARTINS, P. C. O. et al. **Estudo da influência do amortecimento viscoelástico no fenômeno aeroelástico de flutter**. Universidade Federal de Uberlândia, 2014.
- MATSUMOTO, M. **Aerodynamic damping of prisms**. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, Elsevier, v. 59, n. 2-3, p. 159–175, 1996.
- MENTER, F. **Zonal two equation kw turbulence models for aerodynamic flows**. In: 23rd fluid dynamics, plasmadynamics, e lasers conference. [S.l.: s.n.], 1993. p. 2906.
- MENTER, F. R. et al. **A correlation-based transition model using local variables—part i: model formulation**. 2006.
- MIRANDA, S. et al. **On the identification of flutter derivatives of bridge decks via rans turbulence models: Benchmarking on rectangular prisms**. *Engineering Structures*, Elsevier, v. 76, p. 359–370, 2014.
- MOUKALLED, F. et al. **The finite volume method in computational fluid dynamics**. [S.l.]: Springer, 2016. v. 113.
- NIETO, F. et al. **Bridge deck flutter derivatives: Efficient numerical evaluation exploiting their interdependence**. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, Elsevier, v. 136, p. 138–150, 2015.
- ODONE, M. W. N. **Métodos Baseados em Volumes Finitos Aplicados a Problemas de Dinâmica dos Fluidos e de Mudança de Fase**. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2020.
- OPENFOAM. **About OpenFOAM**. 2019. <https://cfd.direct/openfoam/about/> (acesso em 10 de setembro de 2021).
- OPENFOAM. **k-omega shear stress transport (sst)**. 2021. Disponível em: <https://www.openfoam.com/documentation/guides/latest/doc/guide-turbulence-ras-k-omega-sst.html>. Acesso em: 07 de jun. de 2021.

- ŠARKIĆ, A. et al. **Bridge flutter derivatives based on computed, validated pressure fields**. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, Elsevier, v. 104, p. 141–151, 2012.
- SCANLAN, R. H. **Motion-related body-force functions in two-dimensional low-speed flow**. Journal of Fluids and Structures, Elsevier, v. 14, n. 1, p. 49–63, 2000.
- SCANLAN, R. H.; TOMKO, J. **Airfoil and bridge deck flutter derivatives**. Journal of Soil Mechanics & Foundations Div, 1971.
- SCHEWE, G. **Reynolds-number-effects in flow around a rectangular section with aspect ratio 1: 5**. Reynolds-Number-Effects in Flow Around a Rectangular Section with Aspect Ratio 1, Firenze University Press, p. 1000–1003, 2009.
- SIMIU, E.; SCANLAN, R. H. **Wind effects on structures: fundamentals and applications to design**. John Wiley New York, 1996.
- TAKASHI, N.; HUGHES, T. J. R. **An arbitrary lagrangian-eulerian finite element method for interaction of fluid and a rigid body**. Computer methods in applied mechanics and engineering, Elsevier, v. 95, n. 1, p. 115–138, 1992.
- TAMURA, T. **Reliability on cfd estimation for wind-structure interaction problems**. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, Elsevier, v. 81, n. 1-3, p. 117–143, 1999.
- TAMURA, T.; ITOH, Y. **Unstable oscillation of rectangular cylinder at various mass ratios**. Journal of Aerospace Engineering, American Society of Civil Engineers, v. 12, n. 4, p. 136–144, 1999.
- VERSTEEG, H. K.; MALALASEKERA, W. **An introduction to computational fluid dynamics: the finite volume method**. [S.l.]: Pearson education, 2007.
- WARMING, R. F.; BEAM, R. M. **Upwind second-order difference schemes and applications in aerodynamic flows**. AIAA Journal, v. 14, n. 9, p. 1241–1249, 1976.
- WHITE, F. M. **Mecânica dos fluidos**. [S.l.]: McGraw Hill Brasil, 1962.
- Wilcox, D.; Traci, R. **A complete model of turbulence**. 9th Fluid and PlasmaDynamics Conference, p. 351, 1976
- WRIGHT, J. R.; COOPER, J. E. **Introduction to aircraft aeroelasticity and loads**. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2008. v. 20.