

UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA  
FACULDADE DE ENGENHARIA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL

Alexandre Miguel Silva Araújo

Modelagem do Fenômeno de *Flutter* Via CFD: Aplicação a Estrutura da Ponte  
*Great Belt East*

Juiz de Fora

2023

Alexandre Miguel Silva Araújo

Modelagem do Fenômeno de *Flutter* Via CFD: Aplicação a Estrutura da Ponte  
*Great Belt East*

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Faculdade de Engenharia da Universidade Federal de Juiz de Fora como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil. Área de concentração: Mecânica das Estruturas

Orientadora: Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Patricia Habib Hallak

Juiz de Fora

2023

Ficha catalográfica elaborada através do Modelo Latex do CDC da UFJF  
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

Araújo, Alexandre Miguel Silva.

Modelagem do Fenômeno de *Flutter* Via CFD : Aplicação a Estrutura da Ponte *Great Belt East* / Alexandre Miguel Silva Araújo. – 2023.

76 f. : il.

Orientadora: Patricia Habib Hallak

Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Juiz de Fora, Faculdade de Engenharia. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, 2023.

1. Ponte Great Belt East. 2. Dinâmica dos Fluidos Computacional. 3. Esquemas Divergentes. 4. Coeficientes de Flutter I. Hallak, Patricia Habib, orient. II. Título.

**Alexandre Miguel Silva Araújo**

**Modelagem do Fenômeno de Flutter Via CFD: Aplicação a Estrutura da Ponte Great Belt East**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal de Juiz de Fora como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil. Área de concentração: Estruturas e Materiais.

Aprovada em 15 de fevereiro de 2023.

**BANCA EXAMINADORA**

**Prof.ª Dr.ª Patricia Habib Hallak** - Orientadora e Presidente da banca  
Universidade Federal de Juiz de Fora

**Prof. Dr. Flávio de Souza Barbosa**  
Universidade Federal de Juiz de Fora

**Prof. Dr. Rafael Alves Bonfim de Queiroz**  
Universidade Federal de Ouro Preto

Juiz de Fora, 12/01/2023.



Documento assinado eletronicamente por **Patricia Habib Hallak, Professor(a)**, em 15/02/2023, às 12:32, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Flavio de Souza Barbosa, Coordenador(a)**, em 15/02/2023, às 16:43, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Rafael Alves Bonfim de Queiroz, Usuário Externo**, em 16/02/2023, às 10:43, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no Portal do SEI-Ufjf ([www2.ufjf.br/SEI](http://www2.ufjf.br/SEI)) através do ícone Conferência de Documentos, informando o código verificador **1110609** e o código CRC **455B15BB**.

## AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus pelo dom da vida e por guiar todos os meus passos, abençoando cada conquista.

Aos meus pais e minha família pelo apoio, incentivo e amor. Às minhas queridas amigas Juliema Fronczak e Karin Kauss, que foram o presente que o mestrado me deu, que sempre estiveram comigo em todos os momentos, felizes ou difíceis, em que nos apoiávamos e nos alegrávamos mutuamente.

Aos meus amigos de longa data, Caio Nascimento e Karina Castro, que sempre me apoiaram e me incentivaram a alcançar meus objetivos, e comemoraram comigo cada conquista.

Ao meu amigo Nilson Araujo, presente nas etapas mais importantes da minha vida, desde a graduação até agora no mestrado e, desde o início deste trabalho, sempre me ajudando e apoiando em todos os momentos.

Agradeço especialmente à Profa. Patricia Hallak que, além de ser minha orientadora, sempre me apoiou, incentivou, inspirou e acreditou em mim. Deixo aqui um carinhoso abraço e meu muito obrigado.

Ao Prof. Flávio Barbosa pelos ensinamentos e prestatividade durante todo o mestrado e também ao Prof. Rafael Queiroz, que participou da avaliação deste trabalho e contribuiu com suas considerações para seu enriquecimento.

Aos demais professores e colegas do PEC/UFJF, pelos conhecimentos transmitidos.

À UFJF e ao PEC/UFJF por terem me proporcionado as experiências acadêmicas necessárias para meu desenvolvimento acadêmico, preparando-me para a atividade de pesquisador.

“O sucesso nasce do querer, da determinação e persistência em se chegar a um objetivo. Mesmo não atingindo o alvo, quem busca e vence obstáculos, no mínimo fará coisas admiráveis.” (José de Alencar)

## RESUMO

Estruturas esbeltas, como pontes de grandes vãos, tendem a apresentar maior sensibilidade aeroelástica, o que influencia diretamente no projeto desde a sua concepção. O fenômeno de *flutter* deve ser criteriosamente avaliado, pois pode levar essas estruturas ao colapso. Para sua obtenção e análise pode-se empregar a Fluidodinâmica Computacional (CFD), que está em constante evolução e é cada vez mais utilizada pelos pesquisadores para obter resultados confiáveis através de métodos numéricos. Neste estudo, apresenta-se uma metodologia em CFD para obter os coeficientes de *flutter*, por meio de vibrações forçadas em corpos imersos em um meio fluido. Duas abordagens são analisadas. Na primeira (8COEF), impõem-se movimentos em torção e flexão à estrutura. Na segunda, realizam-se simulações no modo de torção e, por meio de Equações Lineares (EL), obtém-se os coeficientes do movimento de flexão, resultando assim no conjunto completo dos oito coeficientes de *flutter*. O estudo é aplicado na seção transversal do tabuleiro da Ponte *Great Belt East* (GBEB), localizada na Dinamarca. Para o caso estático, em uma abordagem 2D, foram feitas simulações, a fim de obter os valores médios dos coeficientes aerodinâmicos de arrasto ( $C_d$ ), de sustentação ( $C_l$ ) e de momento ( $C_m$ ), além do Número de *Strouhal* ( $S_t$ ), adotando-se quatro esquemas de divergência de *Gauss*: *QUICK*, *upwind*, *linear upwind* e *limited linear*. Para o caso dinâmico, também em uma abordagem 2D, foram feitas simulações para obter os coeficientes de *flutter*. Em seguida, estimou-se a velocidade crítica de *flutter*, empregando as abordagens 8COEF e a EL. As simulações foram realizadas em regime de escoamento turbulento com  $Re$   $10^5$ , com o emprego da abordagem RANS (*Reynolds Averaged Navier-Stokes*), utilizando os modelos de turbulência  $k-\omega$  SST e  $k-\omega$  SSTLM para estabelecer uma análise comparativa. O OpenFOAM<sup>®</sup> foi utilizado para realizar as simulações computacionais apresentadas neste estudo e também na solução das Equações de *Navier-Stokes* para um fluido incompressível. Nota-se que os resultados estimados com as EL foram eficazes quando comparados com os da 8COEF, porém a um menor custo computacional. Por fim, todos os resultados foram validados com estudos numéricos e experimentais disponíveis na literatura.

Palavras-chave: Ponte Great Belt East. Fluidodinâmica Computacional. Esquemas Divergentes. Coeficientes de Flutter.

## ABSTRACT

Slender structures, such as large-span bridges, tend to have greater aeroelastic sensitivity, which directly influences the project from its conception. The flutter phenomenon must be carefully evaluated, as it can lead these structures to collapse. To obtain and analyze it, Computational Fluid Dynamics (CFD) can be used, which is constantly evolving and is increasingly used by researchers to obtain reliable results through numerical methods. In this study, a CFD methodology is presented to obtain the flutter coefficients, through forced vibrations in bodies immersed in a fluid medium. Two approaches are analyzed. In the first (8COEF), torsion and flexion movements are imposed on the structure. In the second, simulations are carried out in the torsion mode, and, through Linear Equations (LE), the coefficients of the flexion movement are obtained, thus resulting in the complete set of eight coefficients of flutter. The study is applied to the transverse section of the deck of the Great Belt East Bridge (GBEB), located in Denmark. For the static case, in a 2D approach, simulations were performed in order to obtain the average values of the aerodynamic coefficients of drag ( $C_d$ ), lift ( $C_l$ ) and moment ( $C_m$ ), in addition to the Strouhal Number ( $S_t$ ), adopting four Gauss divergence schemes: QUICK, upwind, linear upwind and limited linear. For the dynamic case, also in a 2D approach, simulations were performed to obtain the flutter coefficients. Then, the critical flutter velocity was estimated using the 8COEF and LE approaches. The simulations were carried out in a turbulent flow regime with  $Re$   $10^5$ , using the RANS approach (Reynolds Averaged Navier-Stokes), using the models of  $k-\omega$  SST and  $k-\omega$  SSTLM turbulence to establish a comparative analysis. OpenFOAM<sup>®</sup> was used to perform the computational simulations presented in this study and also to solve the Navier-Stokes Equations for an incompressible fluid. It is noted that the estimated results with the LE were effective when compared to the 8COEF but at a lower computational cost. Finally, all results were validated with numerical and experimental studies available in the literature.

Keywords: Great Belt East Bridge. Computational Fluid Dynamics. Divergence Schemes. Flutter Derivatives.



## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

|   |    |
|---|----|
| Figura 1 – Triângulo de Forças . . . . .  | 10 |
| Figura 2 – Descrição Esquemática do Domínio do Problema . . . . .   | 12 |
| Figura 3 – Perfil Típico de Velocidade Para Uma Camada Limite Turbulenta . . . . .  | 18 |
| Figura 4 – Representação da Camada Limite Turbulenta . . . . .  | 20 |
| Figura 5 – Forças Aerodinâmicas no Tabuleiro da GBEB . . . . .  | 21 |
| Figura 6 – Representação Esquemática na Seção Transversal da GBEB . . . . .   | 23 |
| Figura 7 – Elemento Discreto em MVF . . . . .   | 27 |
| Figura 8 – Descritivo do Solucionador PIMPLE . . . . .  | 29 |
| Figura 9 – Esquema <i>upwind</i> . . . . .  | 30 |
| Figura 10 – Esquema <i>QUICK</i> . . . . .  | 31 |
| Figura 11 – Amplitude do Cosseno $a(C_l)$ e Seno $b(C_l)$ Para o Movimento de Torção e $U_r = 12$ no Modelo de Turbulência $k-\omega$ SST . . . . .   | 35 |
| Figura 12 – Amplitude do Cosseno $a(C_m)$ e Seno $b(C_m)$ Para o Movimento de Torção e $U_r = 12$ no Modelo de Turbulência $k-\omega$ SST . . . . .   | 35 |
| Figura 13 – Descritivo do Processo Numérico . . . . .   | 38 |
| Figura 14 – Vista da GBEB . . . . .   | 39 |
| Figura 15 – Localização da GBEB . . . . .   | 40 |
| Figura 16 – Desenhos de Projeto . . . . .   | 40 |
| Figura 17 – Domínio Computacional e Condições de Contorno . . . . .   | 42 |
| Figura 18 – Respostas da Distribuição Temporal dos Coeficientes $C_d$ e $C_m$ - Malha M1 . . . . .  | 44 |
| Figura 19 – Respostas da Distribuição Temporal do Coeficiente $C_l$ e sua Densidade Espectral - Malha M1 . . . . .  | 45 |
| Figura 20 – Esquema <i>upwind</i> - <b>20(a)</b> $C_d$ ■; $C_l$ ▲; $C_m$ ◆;<br>$C_d$ □ CFD (NIETO et al., 2015);<br>$C_l$ △ CFD (NIETO et al., 2015);<br>$C_m$ ◇ CFD (NIETO et al., 2015).<br><b>20(b)</b> $S_t$ ▲;<br>$S_t$ ◁ CFD (LARSEN; WALTHER, 1998);<br>$S_t$ ◇ CFD (FARSANI et al., 2014);<br>$S_t$ □ CFD (NIETO et al., 2015). . . . . | 46 |
| Figura 21 – Representação do Recolamento no Fluxo do Escoamento da GBEB . . . . .   | 47 |
| Figura 22 – Respostas do Campo de Velocidade do Fluxo de Fluido - Malha M5 com o Modelo de Turbulência $k-\omega$ SST . . . . .   | 48 |
| Figura 23 – Respostas do Campo de Velocidade do Fluxo de Fluido - Malha M3 com o Modelo de Turbulência $k-\omega$ SST . . . . .   | 49 |

|  |    |
|--|----|
| Figura 24 – Esquema <i>QUICK</i> - <b>24(a)</b> $C_d$ ■; $C_l$ ▲; $C_m$ ◆;   |    |
| $C_d$ □ CFD (NIETO et al., 2015);  |    |
| $C_l$ △ CFD (NIETO et al., 2015);  |    |
| $C_m$ ◇ CFD (NIETO et al., 2015).  |    |
| <b>24(b)</b> $S_t$ ▲;  |    |
| $S_t$ ◁ CFD (LARSEN; WALTHER, 1998);   |    |
| $S_t$ ◇ CFD (FARSANI et al., 2014);  |    |
| $S_t$ □ CFD (NIETO et al., 2015). . . . .  | 50 |
| Figura 25 – Respostas do Campo de Velocidade do Fluxo de Fluido - Malha M5 com o Modelo de Turbulência k- $\omega$ SST . . . . . | 51 |
| Figura 26 – Respostas do Campo de Velocidade do Fluxo de Fluido - Malha M1 com o Modelo de Turbulência k- $\omega$ SST . . . . . | 52 |
| Figura 27 – Esquema <i>linear upwind</i> - <b>27(a)</b> $C_d$ ■; $C_l$ ▲; $C_m$ ◆;   |    |
| $C_d$ □ CFD (MONTTOYA et al., 2018);   |    |
| $C_l$ △ CFD (MONTTOYA et al., 2018);   |    |
| $C_m$ ◇ CFD (NIETO et al., 2015).  |    |
| <b>27(b)</b> $S_t$ ▲;  |    |
| $S_t$ ◁ CFD (LARSEN; WALTHER, 1998);   |    |
| $S_t$ ◇ CFD (FARSANI et al., 2014);  |    |
| $S_t$ ▽ CFD (MONTTOYA et al., 2018). . . . .   | 53 |
| Figura 28 – Respostas do Campo de Velocidade do Fluxo de Fluido - Malha M5 com o Modelo de Turbulência k- $\omega$ SST . . . . . | 54 |
| Figura 29 – Respostas do Campo de Velocidade do Fluxo de Fluido - Malha M1 com o Modelo de Turbulência k- $\omega$ SST . . . . . | 55 |
| Figura 30 – Esquema <i>limited linear</i> - <b>30(a)</b> $C_d$ ■; $C_l$ ▲; $C_m$ ◆;  |    |
| $C_d$ □ CFD (NIETO et al., 2015);  |    |
| $C_l$ △ CFD (NIETO et al., 2015);  |    |
| $C_m$ ◇ CFD (NIETO et al., 2015).  |    |
| <b>30(b)</b> $S_t$ ▲;  |    |
| $S_t$ ◁ CFD (LARSEN; WALTHER, 1998);   |    |
| $S_t$ ◇ CFD (FARSANI et al., 2014);  |    |
| $S_t$ □ CFD (NIETO et al., 2015). . . . .  | 56 |
| Figura 31 – Respostas do Campo de Velocidade do Fluxo de Fluido - Malha M5 com o Modelo de Turbulência k- $\omega$ SST . . . . . | 57 |
| Figura 32 – Representação da Malha M1. . . . .   | 59 |
| Figura 33 – Coeficientes de <i>flutter</i> - 8COEF k- $\omega$ SST ●; 8COEF k- $\omega$ SSTLM ◆;                                 |    |
| △ CFD (LARSEN; WALTHER, 1998);   |    |
| ◁ CFD (BAI; SUN; LIN, 2010);   |    |
| □ CFD (NIETO et al., 2015). . . . .  | 60 |

|  |    |
|--|----|
| Figura 34 – Coeficientes de <i>flutter</i> - 8COEF k- $\omega$ SST ●; 8COEF k- $\omega$ SSTLM ◆;<br>Δ CFD (LARSEN; WALTHER, 1998);<br>◁ CFD (BAI; SUN; LIN, 2010);<br>□ CFD (NIETO et al., 2015). . . . .  | 61 |
| Figura 35 – Coeficientes de <i>flutter</i> - 8COEF k- $\omega$ SST ●; EL k- $\omega$ SST ★;<br>8COEF k- $\omega$ SSTLM ■; EL k- $\omega$ SSTLM ◆;<br>Δ CFD (LARSEN; WALTHER, 1998);<br>□ CFD (HUANG et al., 2009);<br>◁ CFD (BAI; SUN; LIN, 2010). . . . . | 62 |
| Figura 36 – Coeficientes de <i>flutter</i> - 8COEF k- $\omega$ SST ●; EL k- $\omega$ SST ★;<br>8COEF k- $\omega$ SSTLM ■; EL k- $\omega$ SSTLM ◆;<br>Δ CFD (LARSEN; WALTHER, 1998);<br>□ CFD (HUANG et al., 2009). . . . .                                 | 63 |
| Figura 37 – Frequências Naturais - Modo 1 . . . . .  | 66 |
| Figura 38 – Frequências Naturais - Modo 2 . . . . .  | 66 |
| Figura 39 – Frequências Naturais - Modo 3 . . . . .  | 66 |
| Figura 40 – Parte Real 1 —; Parte Real 2 —; Parte Imaginária —; Interseção<br>■ . . . . .  | 67 |
| Figura 41 – Parte Real 1 —; Parte Real 2 —; Parte Imaginária —; Interseção<br>■ . . . . .  | 68 |

## LISTA DE TABELAS

|  |    |
|--|----|
| Tabela 1 – Associação dos Efeitos do Vento . . . . .   | 10 |
| Tabela 2 – Constantes das Equações do Modelo $k-\omega$ SST . . . . .  | 16 |
| Tabela 3 – Condições de Contorno para as Propriedades de Turbulência . .   | 41 |
| Tabela 4 – Descritivo do $y^+$ . . . . .   | 43 |
| Tabela 5 – Tempo de Processamento de Dados . . . . .   | 58 |
| Tabela 6 – Diferença Percentual entre os Coeficientes de <i>Flutter</i> para a GBEB.                               | 64 |
| Tabela 7 – Propriedades Estruturais da GBEB usadas no Cálculo da Velocidade<br>Crítica de <i>Flutter</i> . . . . . | 65 |
| Tabela 8 – Estimativa da Velocidade Crítica de <i>Flutter</i> para a GBEB. . . .                                   | 69 |

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

|                       |   |
|-----------------------|---|
| CFD                   | <i>Computational Fluid Dynamics</i>                               |
| DNS                   | <i>Direct Numerical Simulation</i>                                |
| GBEB                  | <i>Great Belt East Bridge</i>                                     |
| IFE                   | <i>Interação Fluido-Estrutura</i>                                 |
| LES                   | <i>Large Eddy Simulation</i>                                      |
| MVF                   | <i>Método dos Volumes Finitos</i>                                 |
| MVD                   | <i>Método dos Vórtices Discretos</i>                              |
| MMQ                   | <i>Método dos Mínimos Quadrados</i>                               |
| OpenFOAM <sup>®</sup> | <i>Open-source Field Operation And Manipulation</i>               |
| QUICK                 | <i>Quadratic Upstream Interpolation for Convective Kinematics</i> |
| RANS                  | <i>Reynolds Averaged Navier-Stokes</i>                            |
| SST                   | <i>Shear Stress Transport</i>                                     |
| SSTLM                 | <i>Shear Stress Transport Langtry-Menter</i>                      |
| TVD                   | <i>Total Variation Diminishing</i>                                |
| URANS                 | <i>Unsteady Reynolds Averaged Navier-Stokes</i>                   |

## LISTA DE SÍMBOLOS

### Letras Gregas Maiúsculas

|               |   |
|---------------|---|
| $\Gamma_{IF}$ | Fronteira da região entre fluido e sólido |
| $\Omega_B$    | Domínio do corpo em movimento             |
| $\Omega_F$    | Domínio do fluido                         |

### Letras Gregas Minúsculas

|               |   |
|---------------|---|
| $\alpha$      | Ângulo de ataque do vento sobre o corpo |
| $\delta_{ij}$ | Delta de <i>Kronecker</i>               |
| $\varepsilon$ | Dissipação de energia turbulenta        |
| $\mu$         | Viscosidade dinâmica do fluido          |
| $\rho$        | Densidade do fluido                     |
| $\tau$        | Tensor de tensão                        |
| $\omega$      | Taxa de dissipação da energia cinética  |

### Letras Romanas Maiúsculas

|         |  |
|---------|--|
| $A_i^*$ | Coefficiente de <i>flutter</i> na direção torcional da seção |
| $C_d$   | Coefficiente de arrasto                                      |
| $C_l$   | Coefficiente de sustentação                                  |
| $C_m$   | Coefficiente de momento                                      |
| $H_j^*$ | Coefficiente de <i>flutter</i> na direção vertical da seção  |
| $I$     | Taxa de intensidade turbulenta                               |
| $Re$    | Número de <i>Reynolds</i>                                    |
| $St$    | Número de <i>Strouhal</i>                                    |
| $U_r$   | Velocidade reduzida  |
| $U_c$   | Velocidade crítica   |

### Letras Romanas Minúsculas

|              |                             |
|--------------|-----------------------------|
| $f_b$        | Forças externas             |
| $k$          | Energia cinética turbulenta |
| $p$          | Pressão                     |
| $\mathbf{u}$ | Campo de velocidade         |

## SUMÁRIO

|          |   |           |
|----------|---|-----------|
| <b>1</b> | <b>INTRODUÇÃO . . . . .</b>   | <b>1</b>  |
| 1.1      | RELEVÂNCIA E MOTIVAÇÃO . . . . .  | 1         |
| 1.2      | OBJETIVO GERAL E ESPECÍFICOS . . . . .  | 2         |
| 1.3      | PRINCIPAIS CONTRIBUIÇÕES . . . . .  | 3         |
| 1.4      | ESTRUTURAÇÃO DO TRABALHO . . . . .  | 3         |
| <b>2</b> | <b>REVISÃO DA LITERATURA . . . . .</b>  | <b>5</b>  |
| <b>3</b> | <b>FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA . . . . .</b>  | <b>9</b>  |
| 3.1      | AEROELASTICIDADE . . . . .  | 9         |
| 3.2      | EQUAÇÕES GOVERNANTES DA DINÂMICA DOS FLUIDOS . . . . .  | 11        |
| 3.3      | MOVIMENTO DE MALHA . . . . .  | 11        |
| 3.4      | MODELOS DE TURBULÊNCIA . . . . .  | 13        |
| 3.4.1    | Simulação Numérica Direta (DNS) . . . . .   | 13        |
| 3.4.2    | Simulação de Grandes Escalas (LES) . . . . .  | 13        |
| 3.4.3    | Simulação de Escoamentos Turbulentos para Equações de <i>Navier-Stokes</i> com Médias de <i>Reynolds</i> (RANS) . . . . . | 14        |
| 3.4.3.1  | <i>k-<math>\omega</math> SST</i> . . . . .  | 14        |
| 3.4.3.2  | <i>k-<math>\omega</math> SSTLM</i> . . . . .  | 16        |
| 3.5      | FUNÇÕES DE PAREDE . . . . .   | 17        |
| 3.6      | COEFICIENTES AERODINÂMICOS E AEROELÁSTICOS . . . . .  | 20        |
| 3.6.1    | Coefficientes de Força Estáticos . . . . .  | 20        |
| 3.6.2    | Coefficientes de <i>Flutter</i> . . . . .   | 21        |
| 3.7      | VELOCIDADE CRÍTICA DE <i>FLUTTER</i> ( $U_c$ ) . . . . .  | 24        |
| <b>4</b> | <b>TÉCNICAS NUMÉRICAS . . . . .</b>   | <b>26</b> |
| 4.1      | <i>SOFTWARE</i> CFD . . . . .   | 26        |
| 4.2      | MÉTODO DE DISCRETIZAÇÃO VIA VOLUMES FINITOS . . . . .   | 26        |
| 4.3      | ACOPLAMENTO PRESSÃO-VELOCIDADE . . . . .  | 27        |
| 4.4      | ESQUEMAS NUMÉRICOS DE DIVERGÊNCIA . . . . .   | 30        |
| 4.4.1    | <i>upwind</i> . . . . .   | 30        |
| 4.4.2    | <i>QUICK</i> . . . . .  | 31        |
| 4.4.3    | <i>linear upwind</i> . . . . .  | 31        |
| 4.4.4    | <i>limited linear</i> . . . . .   | 32        |
| <b>5</b> | <b>MÉTODOS DE SOLUÇÃO PARA OBTENÇÃO DOS COEFICIENTES DE <i>FLUTTER</i> . . . . .</b>                                      | <b>33</b> |
| 5.1      | MÉTODO NUMÉRICO . . . . .   | 33        |
| 5.2      | MÉTODO DAS EQUAÇÕES LINEARES (EL) . . . . .   | 35        |
| 5.3      | METODOLOGIA NUMÉRICA . . . . .  | 36        |
| <b>6</b> | <b>ANÁLISE DO PROBLEMA . . . . .</b>  | <b>39</b> |

|          |   |           |
|----------|---|-----------|
| 6.1      | A PONTE <i>GREAT BELT EAST</i> . . . . .  | 39        |
| 6.2      | EQUIPAMENTOS UTILIZADOS . . . . .   | 41        |
| 6.3      | ASPECTOS DA MODELAGEM CFD . . . . .   | 41        |
| <b>7</b> | <b>RESULTADOS DAS SIMULAÇÕES COMPUTACIONAIS</b> .   | <b>43</b> |
| 7.1      | CASO ESTÁTICO . . . . .   | 43        |
| 7.1.1    | <b>Teste de Convergência de Malha</b> . . . . .   | 43        |
| 7.1.1.1  | <i>Função de Parede</i> . . . . .   | 43        |
| 7.1.1.2  | <i>Exemplificação da Distribuição Temporal dos Coeficientes (<math>C_d</math>), (<math>C_l</math>) e (<math>C_m</math>)</i> . . . . . | 43        |
| 7.1.1.3  | <i>Evolução dos Coeficientes (<math>C_d</math>), (<math>C_l</math>), (<math>C_m</math>) e (<math>S_t</math>)</i> . . . . .            | 45        |
| 7.1.2    | <b>Custo Computacional</b> . . . . .  | 58        |
| 7.2      | COEFICIENTES DE <i>FLUTTER</i> . . . . .  | 59        |
| 7.2.1    | <b>Coeficientes de Torção</b> . . . . .   | 59        |
| 7.2.2    | <b>Coeficientes de Flexão</b> . . . . .   | 62        |
| 7.3      | ESTIMATIVA DA VELOCIDADE CRÍTICA DE <i>FLUTTER</i> . . . . .  | 65        |
| <b>8</b> | <b>CONSIDERAÇÕES FINAIS</b> . . . . .   | <b>70</b> |
| 8.1      | TRABALHOS FUTUROS . . . . .   | 71        |
|          | <b>REFERÊNCIAS</b> . . . . .  | <b>72</b> |



# 1 INTRODUÇÃO

Inicialmente são apresentadas a relevância e a motivação que despertou interesse em estudar o tema, as principais contribuições, a descrição dos objetivos que se pretendeu alcançar e a organização do trabalho.

## 1.1 RELEVÂNCIA E MOTIVAÇÃO

O campo de estudo da aeroelasticidade adquiriu grande relevância na Engenharia Civil após o histórico acidente com a Ponte *Tacoma Narrows*, localizada em *Washington*, Estados Unidos, em 1940. A estrutura sofreu com instabilidades aeroelásticas que ocorreram em seu tabuleiro, onde foram observadas oscilações excessivas no acoplamento dos movimentos de flexão e de torção, que levaram ao colapso total, causado pelo conhecido fenômeno de *flutter*.

Após o acidente, pesquisadores buscaram entender o que causou o colapso da estrutura e com isso apresentar soluções de prevenção de instabilidades aeroelásticas em tabuleiros de pontes. O objetivo era o de evitar a ocorrência de novos acidentes como aquele, realizando análises prévias em escala reduzida que incluíssem simulações computacionais e até ensaios experimentais em túneis de vento, para identificar parâmetros cruciais como coeficientes aerodinâmicos, frequências naturais de vibração e velocidade crítica do vento, e prevenir eventuais falhas no modelo estrutural proposto, antes de sua construção.

Desde então a análise do comportamento aeroelástico de estruturas esbeltas e flexíveis como pontes suspensas, pênses ou estaiadas à ação do vento tem sido objeto de estudo de autores como Larsen (1993), Larsen e Walther (1998), Huang et al. (2009), Nieto et al. (2015), entre outros, devido à necessidade de assegurar a estabilidade de tais estruturas e colaborar com os projetistas, fornecendo relatórios com parâmetros confiáveis para sua concepção e dimensionamento.

Nos últimos anos, as ferramentas computacionais estão cada vez mais presentes em novos projetos de Engenharia. Embora elas não substituam os ensaios experimentais, mostraram-se excelentes em simulações, otimizando o tempo de trabalho e o emprego de recursos materiais em experimentos. Com isso, seu uso adquiriu grande relevância no âmbito estrutural e estimula a realização de novas pesquisas para desenvolver e implementar estudos numéricos, gerando resultados cada vez mais confiáveis.

Portanto, a motivação para realização desta pesquisa decorre da necessidade de investigação e mitigação de possíveis instabilidades aeroelásticas provocadas pela ação e efeito do vento incidente em estruturas, e da consequente relevância que a CFD vem adquirindo nos últimos anos, reconhecendo a importância do desenvolvimento de um estudo numérico.

Justifica-se a escolha da GBEB em face da existência de numerosos estudos que servem para validar os resultados. Tais estudos têm sido estimulados pelas grandes intempéries às quais a estrutura está sujeita e sua profusão serve de balizador para replicações com finalidade didática e não comercial. Tais condições e a dificuldade de acesso à estrutura, por si sós, justificam o emprego da CFD como técnica de estudo, ainda em desenvolvimento, e que pode-se estender a estruturas semelhantes em qualquer parte do mundo.

## 1.2 OBJETIVO GERAL E ESPECÍFICOS

O objetivo principal deste trabalho é o de utilizar a CFD para o estudo aerodinâmico e aeroelástico na seção transversal da Ponte *Great Belt East* (GBEB) em uma escala reduzida  $B/H = 7/1$ . A estrutura foi submetida a um regime de escoamento turbulento com  $R_e 10^5$ , aplicando-se os modelos de turbulência  $k-\omega$  SST e  $k-\omega$  SSTLM, a fim de obter os coeficientes aerodinâmicos e aeroelásticos com o emprego de técnicas numéricas de CFD.

O primeiro objetivo específico é a realizar estudos aerodinâmicos com a estrutura em seção fixa sob regime de escoamento turbulento com  $R_e 10^5$ , onde são utilizados os modelos de turbulência  $k-\omega$  SST, propostos por Menter, Kuntz e Langtry (2003), e  $k-\omega$  SSTLM, proposto por Menter, Langtry e Völker (2006), para a obtenção dos coeficientes aerodinâmicos estáticos e avaliação dos modelos de turbulência.

O segundo objetivo específico é avaliar a estrutura sob oscilação forçada, torcional e vertical utilizando a metodologia proposta por Maître, Scanlan e Knio (2003) para obter coeficientes de *flutter* ou derivadas de *flutter*. Nas simulações, também foram utilizados os modelos de turbulência  $k-\omega$  SST e  $k-\omega$  SSTLM com  $R_e 10^5$ .

Duas abordagens propostas na literatura foram empregadas para obter os conjuntos completos de coeficientes de *flutter*. A primeira segue a proposta original de Maître, Scanlan e Knio (2003), onde são aplicadas vibrações forçadas nos modos de flexão e torção. Os coeficientes de *flutter* são então correlacionados com os componentes harmônicos da força de sustentação e sinais de momento aerodinâmico. Essa abordagem é chamada de 8COEF, pois oito coeficientes aeroelásticos são obtidos numericamente.

Na segunda abordagem, proposta por Matsumoto (1996), as simulações são realizadas apenas no modo de torção, e os coeficientes relacionados aos modos de flexão são combinações lineares daqueles obtidos no modo simulado (torção). Matsumoto (1996) assume uma relação linear entre pressão e ângulo de ataque e não considera a contribuição da viscosidade para as forças aerodinâmicas. Nesta referência, a validação da relação de dependência entre os coeficientes é feita através de experimentos em perfis retangulares. Os resultados obtidos para a segunda abordagem são chamados de EL. O objetivo das EL é reduzir o custo computacional das simulações.

Utilizando os resultados obtidos pelo 8COEF e por EL, avaliou-se a velocidade crítica de *flutter* para a GBEB. Por fim, foram comparados os resultados obtidos ao validá-los com a literatura. Verificou-se que as metodologias propostas oferecem resultados que concordam bem com os dados experimentais e numéricos relatados na literatura.

### 1.3 PRINCIPAIS CONTRIBUIÇÕES

- A avaliação do desempenho dos modelos de turbulência  $k-\omega$  SST e  $k-\omega$  SSTLM na simulação do comportamento aeroelástico da GBEB. São modelos propostos para monitorar gradientes adversos de pressão na camada limite e a transição entre os regimes laminar e turbulento nessa região.
- A avaliação das abordagens 8COEF e a EL para obter a velocidade crítica de *flutter* da GBEB. Enquanto o primeiro pode ser visto como o mais robusto, pois todos os coeficientes são obtidos numericamente, o segundo é menos dispendioso computacionalmente.
- Com relação ao tratamento dos sinais temporais dos coeficientes de torção e flexão, foi implementada uma rotina numérica ajustando a dispersão dos dados das simulações via ajuste de curva com o Método dos Mínimos Quadrados (MMQ).

### 1.4 ESTRUTURAÇÃO DO TRABALHO

Este trabalho encontra-se estruturado nos seguintes capítulos que a este sucedem:

- Capítulo 2: Dedicar-se a uma revisão bibliográfica sobre diversos estudos disponíveis na literatura e como seus trabalhos contribuíram para o tema em questão;
- Capítulo 3: Discorre sobre a teoria acerca do fenômeno estudado, os modelos de turbulência, os coeficientes aerodinâmicos e aeroelásticos, além de trazer uma breve abordagem sobre a velocidade crítica;
- Capítulo 4: Traz as técnicas numéricas para solução do problema, além de uma breve explicação sobre os esquemas numéricos empregados neste estudo, bem como definições para a compreensão e desenvolvimento da pesquisa;
- Capítulo 5: Apresenta os métodos de solução considerados nesta pesquisa, a metodologia numérica, além de uma breve explicação sobre o método de discretização adotado;
- Capítulo 6: Trata da caracterização do problema, do objeto de estudo e dos aspectos de modelagem necessária para as simulações.

- Capítulo 7: Apresenta o conjunto de todos os resultados da pesquisa, além de uma breve explicação sobre o fenômeno de recolamento;
- Capítulo 8: Destaca as conclusões e direções para estudos futuros.

## 2 REVISÃO DA LITERATURA

Nas últimas décadas, pesquisadores têm-se empenhado em estudar os fenômenos aeroelásticos provenientes da ação do vento sobre grandes estruturas, através de métodos numéricos e experimentais, buscando garantir e otimizar a estabilidade dessas estruturas e prevenir eventuais acidentes.

Scanlan e Tomko (1971) buscaram associar os fenômenos de vibração da Ponte *Tacoma Narrows* ao comportamento do aerofólio NACA 0012, e propuseram um método experimental de oscilação livre para aferir os coeficientes de vibração da ponte (coeficientes de *flutter*), análogos aos do aerofólio. Os resultados do aerofólio serviram de validação do método experimental e o estudo acabou sendo estendido para outras geometrias de pontes, atestando a eficácia da metodologia proposta.

Larsen (1993) apresentou resultados de testes no túnel de vento para três modelos reduzidos da GBEB. Na escala geométrica 1:80, buscou estabelecer o desempenho de *flutter* e obter coeficientes aerodinâmicos de arrasto  $C_d$ , sustentação  $C_l$  e momento  $C_m$ . Na escala de 1:300 o experimento permitiu uma simulação fiel da camada limite atmosférica no local de construção da ponte. Nos testes em escala 1:200 a estrutura foi testada sob regime laminar e turbulento e sob ventos desviados em relação ao eixo da ponte, a fim de analisar o seu comportamento associado às diversas direções do vento.

Em sua pesquisa experimental, Matsumoto (1996) analisou o Número de *Reynolds* ( $R_e$ ) e o amortecimento aerodinâmico em seções retangulares sob regime de escoamento laminar, que ainda caracteriza a instabilidade aerodinâmica do *flutter* torcional ou *flutter* acoplado. Também discutiu os coeficientes de *flutter* obtidos a partir da medição de pressão instável sob oscilação forçada. A contribuição de seu estudo foi a proposta de estimar os coeficientes de *flutter* para flexão através de EL, uma das contribuições nos estudos numéricos atuais para minimizar o custo computacional.

Outra pesquisa experimental, de Scanlan, Jones e Singh (1997), descreveu analiticamente as inter-relações e as equivalências aproximadas (ou dependências) entre os coeficientes de *flutter* de um aerofólio de baixa velocidade. Eles analisaram três diferentes seções do tabuleiro de pontes e obtiveram seus coeficientes. A principal conclusão do trabalho foi de que as equivalências aproximadas dos coeficientes de *flutter* inicialmente sugeridas pela teoria de aerofólios são contrariadas principalmente por resultados experimentais, mesmo no caso de tabuleiros de pontes com perfis aerodinâmicos.

O estudo de Larsen e Walther (1998) foi fundamentado na análise de escoamentos viscosos incompressíveis 2D sob regime turbulento com  $R_e 10^5$  em cinco seções transversais genéricas de pontes, que incluem a GBEB. A pesquisa aborda a extração de dados aerodinâmicos desejados de simulações através por meio do Método dos Vórtices Discretos (MVD) e, para simulação, foi utilizado o código DVMFLOW<sup>®</sup>. A análise forneceu

coeficientes  $C_d$ , RMS  $C_l'$  e  $C_m$  e  $S_t$  para seções fixas e coeficientes de *flutter* submetidas a ventos cruzados oscilatórios forçados.

Os autores Maître, Scanlan e Knio (2003) apresentaram duas metodologias para o cálculo dos coeficientes aerodinâmicos, associados às funções de força relacionadas ao movimento e propostas por Scanlan e Tomko (1971). Tais coeficientes são baseados em movimento forçado, empregado nesta pesquisa, e experimentos de aerofólio montados em molas.

Huang et al. (2009) propuseram um método de decomposição de domínio, baseado no código FLUENT<sup>®</sup>, aprimorado para obterem os coeficientes de *flutter* da GBEB. Eles discretizaram o domínio computacional em região de malha de camada limite rígida, dinâmica e estática, controlando a altura das células da malha próxima ao objeto e empregando a função de parede padrão. O acoplamento pressão-velocidade é obtido por meio do algoritmo SIMPLE. Os resultados simulados apresentaram boa concordância com as resoluções teórica e experimentais. Esse estudo comprovou a eficácia do método computacional na obtenção dos coeficientes de *flutter*.

Bai, Sun e Lin (2010) resolveram a Interação Fluido-Estrutura (IFE) da GBEB através de um código autodesenvolvido, combinado com CFX<sup>®</sup> e propuseram um método CFD aprimorado, baseado em acoplamento iterativo em bloco, que pode ser facilmente utilizado para modelagem 2D e 3D. A abordagem RANS é empregada para simulações 2D enquanto que, para simulações 3D, LES e DES foram considerados. Para obterem os coeficientes de *flutter* realizaram a simulação do escoamento turbulento incompressível viscoso 3D aplicada à análise 3D do tabuleiro da GBEB. Os coeficientes de *flutter* e os coeficientes  $C_d$ ,  $C_l$  e  $C_m$  obtidos foram então comparados aos resultados do teste de túnel de vento, confirmando a expectativa de que as simulações 3D superaram as simulações 2D em precisão.

Šarkić et al. (2012) apresentaram um estudo numérico-experimental para a seção transversal da GBEB. Foi utilizada a abordagem 2D URANS, sob regime turbulento, empregando o modelo de turbulência  $k-\omega$  SST, com intensidade turbulenta de  $I = 3\%$ . A validação foi feita através de medições de força e pressão em túnel de vento. Os coeficientes  $C_d$ ,  $C_l$  e  $C_m$  foram obtidos experimentalmente em vários ângulos de ataque  $\alpha = -10^\circ$  a  $10^\circ$  e numericamente, através de simulações no OpenFOAM<sup>®</sup>, com ângulos de ataque  $\alpha = -6^\circ$  a  $6^\circ$  com  $R_e 10^5$  e, para os coeficientes de *flutter* com  $R_e$  na faixa de  $0,6-3,5 \times 10^5$ . Finalmente, os resultados mostraram que, para a seção transversal da GBEB, boas previsões de características aeroelásticas, como coeficientes estáticos e de *flutter* para a faixa de velocidades reduzidas moderadas, podem ser obtidas usando a abordagem 2D URANS computacionalmente acessível e eficiente.

Farsani et al. (2014) desenvolveram Funções Indiciais (FI) para a seção transversal 2D da GBEB, implementando duas abordagens: no domínio temporal, as FI foram

determinadas impondo alterações no ângulo de ataque; no domínio da frequência, as FI derivam dos coeficientes de *flutter*. O código DVMFLOW<sup>®</sup> foi empregado na determinação da resposta aerodinâmica da GBEB devido a uma mudança de passo no ângulo de ataque e no cálculo dos coeficientes de *flutter* de oscilações senoidais. Os autores concluíram que seu estudo pode ser aplicado ao desenvolvimento de Modelos de Ordem Reduzida (MOR) de cargas aerodinâmicas, adequados para investigar a IFE.

Nieto et al. (2015) utilizaram a abordagem 2D URANS, sob regime turbulento adotando  $R_e$   $1,07 \times 10^5$  e empregando o modelo de turbulência  $k-\omega$  SST, e o método das EL, proposto por Matsumoto (1996) e aprimorado por Tubino (2005). A simulação dos coeficientes estáticos  $C_d$ ,  $C_l$  e  $C_m$  e de *flutter* foi realizada no OpenFOAM<sup>®</sup>, em duas geometrias: o retângulo  $B/H = 4.9/1$  e a seção transversal da GBEB. O método das EL foi utilizado para reduzir pela metade o número de simulações e assim diminuir o custo computacional para cálculo dos coeficientes. A conclusão foi de que a metodologia proposta apresentou resultados coerentes com os das referências, além de uma boa precisão dos coeficientes de *flutter* estimados em relação aos encontrados na literatura, tendo sido estudado o conjunto completo de coeficientes, tanto para torção quanto para flexão.

O procedimento clássico de estudo dos fenômenos aeroelásticos inclui testes em túnel de vento. Contudo, a caracterização aeroelástica da seção transversal de tabuleiros de pontes em tais estudos experimentais requer alta demanda de recursos e conseqüente limitação de projetos. Montoya et al. (2018), propuseram otimizar esse processo, com a elaboração de um modelo substituto da resposta aerodinâmica da seção transversal e das variações de forma permitidas, realizando um conjunto de simulações CFD no OpenFOAM<sup>®</sup>. Utilizaram a abordagem 2D URANS, sob regime turbulento adotando  $R_e$   $10^5$ . Empregaram o modelo de turbulência  $k-\omega$  SST, com intensidade turbulenta de  $I = 1\%$ . Isso permitiu a aproximação dos coeficientes de *flutter* com uma formulação quase estacionária, possibilitando o cálculo da velocidade crítica. Essas abordagens combinadas de otimização estrutural e aeroelástica, contribuíram para o conhecimento sobre como aprimorar o desempenho de pontes, como GBEB.

Zamiri e Sabbagh-Yazdi (2021) propuseram uma metodologia numérica 2D que admite o ângulo de ataque variável do vento na IFE, associado a rotações da seção transversal fixa da GBEB, no domínio computacional, enquanto a inclinação incremental da abordagem do fluxo e o ângulo de ataque são aplicados aos limites de campo distante da malha inicial. Simulações foram realizadas sob regime turbulento, adotando  $R_e$   $1,1 \times 10^5$ , intensidade de turbulência  $I = 5\%$ , modelo de turbulência  $k-\varepsilon$  RNG, na abordagem RANS. Empregaram o acoplamento pressão-velocidade facilitado pelo algoritmo PISO. Foram obtidos os coeficientes  $C_d$ ,  $C_l$ ,  $C_m$  e de *flutter* através do código FLUENT<sup>®</sup>. A precisão da estratégia na obtenção dos coeficientes foi demonstrada pela comparação dos resultados com os dados da literatura.

Costa et al. (2022) fizeram uma análise comparativa dos modelos de turbulência  $k-\varepsilon$  e  $k-\omega$  SST em uma abordagem URANS, e LES Smagorinsky aplicados em simulações numéricas 2D com o CFX<sup>®</sup> da seção transversal da GBEB. Simulações foram realizadas sob regime turbulento, adotando  $Re$   $3 \times 10^5$  para obter os coeficientes  $C_d$ ,  $C_l$ ,  $C_m$  e o  $S_t$ , além dos coeficientes de *flutter*, para estimar a velocidade crítica. Assim, os resultados com o  $k-\omega$  SST foram considerados consistentes quando comparados com a literatura. Entretanto, os números obtidos com o LES mostraram-se mais precisos em simulações com movimento de malha, sugerindo que o rearranjo da malha após as oscilações do tabuleiro afeta os resultados, devendo ser considerado ao selecionar um modelo de turbulência.

Desde então considera-se que abordagens numéricas para análise de estruturas de pontes de grandes vãos podem fornecer uma solução eficiente para otimizar os testes em túnel de vento, permitindo a aplicação prévia de análises aerodinâmicas que busquem melhor desempenho aeroelástico e/ou estrutural. Embora os estudos numéricos ainda não substituam os experimentais, essa abordagem tem sido cada vez mais utilizada pelos pesquisadores, com a constante evolução das ferramentas computacionais.

Uma das vantagens da CFD é que ela permite que parâmetros aerodinâmicos e matemáticos, entre outros, sejam modelados e ajustados para uma posterior execução de testes em cenários virtuais diversos, simulando os cenários reais. Assim, com um conjunto de resultados, é possível verificar quais deles apresentam melhor performance encontrando o cenário ideal com mais facilidade. A partir daí são construídos protótipos, somente dos modelos que tiveram bom desempenho nas simulações CFD, para testes em túnel de vento.



### 3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Este capítulo contextualiza sobre a aeroelasticidade, as equações que governam o escoamento; brevemente, na sequência, os modelos de turbulência empregados neste estudo com ênfase na abordagem RANS e, por fim, os coeficientes aerodinâmicos e aeroelásticos.

#### 3.1 AEROELASTICIDADE

Aeroelasticidade é definida por Simiu e Scanlan (1996) como o estudo dos fenômenos provocados pela interação entre inércia, forças elásticas e aerodinâmicas atuando sobre um corpo. Acelerações impostas à massa do corpo geram forças inerciais; dos deslocamentos ou deformações desse corpo decorrem as forças elásticas e; do escoamento de fluido através do corpo decorrem as forças aerodinâmicas.

Estreitamente relacionada à Engenharia Aeronáutica, a aeroelasticidade proporciona um vasto campo de estudos dos efeitos da atuação de forças aerodinâmicas e aeroelásticas sobre determinada estrutura e prever e evitar instabilidades que possam prejudicar seu desempenho são os principais objetivos desses estudos.

Dowell (2015) classifica como movimentos aeroelásticos, em certos tipos de estruturas de Engenharia Civil como pontes e altos edifícios, aqueles movimentos estruturais de autoexcitação que geram forças aerodinâmicas e são retroalimentados por elas e que demandam um desenho apropriado.

Ele ainda esclarece que os fenômenos aeroelásticos são estudados de duas maneiras diferentes nas engenharias Civil e Aeronáutica: primeiramente, embora as pontes suspensas de grandes vãos estejam ficando cada vez mais esbeltas, estruturas civis são tipicamente mais robustas; segundo que, contrariamente aos escoamentos considerados em Aeronáutica, os escoamentos em que se inserem as estruturas civis são majoritariamente turbulentos.

Matsumoto (1996) alerta que a compreensão correta de fenômenos como galope (*galloping*), *flutter* torcional ou *flutter* acoplado é essencial para a estabilização aerodinâmica de estruturas como pontes de vãos cada vez mais longos e edifícios e torres cada vez mais altos, através da supressão da vibração catastrófica induzida por fortes rajadas de vento.

No “Triângulo de Forças” de Collar (1946), as Forças Aerodinâmica, Elástica e Inercial são representadas pelos vértices A, E e I, respectivamente; os fenômenos aeroelásticos *Flutter* e *Buffering*, são representados por F e B, localizados dentro do triângulo; a Divergência Torcional e Inversão de Controle, representados por D e R, estão desconectados com forças inerciais, embora se possa traçar uma ligação entre Divergência e *Flutter*.

A identificação dos fenômenos aeroelásticos está representada na Figura 1.

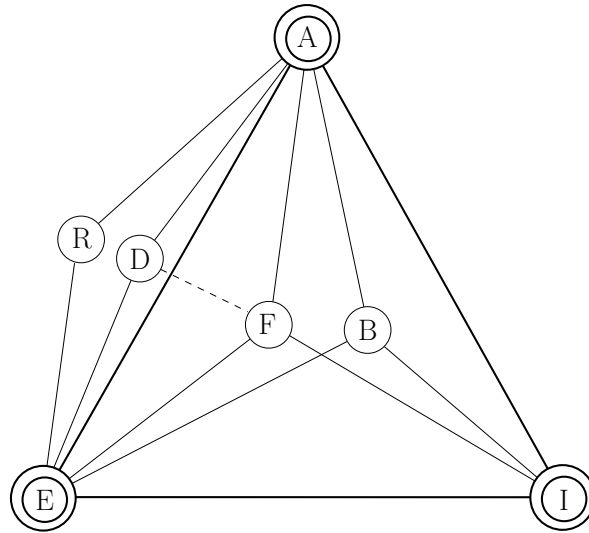


Figura 1 – Triângulo de Forças

Fonte: (COLLAR, 1946) - Adaptação

Através do estudo das características dos fenômenos aeroelásticos, pode-se associá-las aos efeitos do vento em cada classificação, estática ou dinâmica, conforme mostrado na Tabela 1.

Tabela 1 – Associação dos Efeitos do Vento

| Instabilidades | Fenômenos              |
|----------------|------------------------|
| Estáticas      | Divergência Torcional  |
|                | Flambagem Lateral      |
| Dinâmicas      | <i>Flutter</i>         |
|                | <i>Galloping</i>       |
|                | <i>Vortex shedding</i> |

Fonte: (COSTA, 2018) - Adaptação

Costa (2018) exemplifica com o colapso da Ponte *Tacoma Narrows* o fenômeno aeroelástico: movimentos oscilatórios crescentes provocaram deformações no tabuleiro, variando de flexões simétricas a torções assimétricas cujo acoplamento levou ao colapso total da estrutura. Em seu projeto considerou-se somente uma análise estática da ação do vento sobre a estrutura, sem prever os fenômenos oscilatórios em uma análise dinâmica dessa ação. O registro dos eventos que levaram ao colapso deixou claro que uma análise aeroelástica consistente poderia ter evitado o desastre.

### 3.2 EQUAÇÕES GOVERNANTES DA DINÂMICA DOS FLUIDOS

Nesta pesquisa assumiu-se o escoamento incompressível, viscoso e newtoniano. As expressões que o modelam são representadas pelas Equações de *Navier-Stokes*, que descrevem um modelo físico-matemático baseado na equação de conservação de massa (Equação de Continuidade) representada na Equação 3.1:

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (3.1)$$

e de conservação da quantidade de movimento, descrita na Equação 3.2:

$$\rho \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \nabla \cdot \rho \mathbf{u} \mathbf{u} = -\nabla p + \nabla \cdot \boldsymbol{\tau} + \mathbf{f}_b, \quad (3.2)$$

sendo  $\rho$  a densidade do fluido;  $p$  a pressão;  $\mathbf{u}$  o campo de velocidade;  $\boldsymbol{\tau} = \mu [\nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T]$  o tensor de tensão;  $\mu$  a viscosidade dinâmica;  $\mathbf{f}_b$  são forças externas, respectivamente (MOUKALLED; MANGANI; DARWISH, 2016).

### 3.3 MOVIMENTO DE MALHA

Simulações de elementos finitos utilizando o referencial Lagrangiano-Euleriano Arbitrário (ALE), onde o sistema computacional não se fixa inicialmente no espaço nem no material, têm o potencial de minimizar muitas desvantagens das simulações baseadas em Lagrange ou em Euler. Com a técnica ALE, pode-se mover arbitrariamente a malha computacional dentro do domínio, otimizando as formas dos elementos e, no rastreamento dos limites e interfaces de um sistema multimateriais, movê-la juntamente com os materiais em seus limites e interfaces.

Segundo Takashi e Hughes (1992), é possível utilizar um código de elemento finito em simulações de engenharia abrangentes como transferência de calor, fluxo de fluido e IFE, pois as formulações baseadas em ALE podem ser reduzidas a outras formulações de elementos finitos, equiparando os movimentos da malha e do material, para Lagrange, ou fixando a malha no espaço, para Euler.

Uma descrição esquemática do domínio do problema é mostrada na Figura 2, onde  $\Omega_B$  é o domínio do corpo em movimento e  $\Omega_F$  é o domínio sobre o qual o movimento do fluido é descrito. O domínio  $\Omega_F$  é dividido em duas partes:  $\Omega_{FM}$  que contém nós móveis, enquanto  $\Omega_{FS}$  contém nós estáticos. A interface entre o corpo em movimento e o fluido é denotada por  $\Gamma_{IF}$ ; a interface entre  $\Omega_{FM}$  e  $\Omega_{FS}$  é denotada por  $\Gamma_{MM}$ ;  $\mathbf{u}$  é o vetor de velocidade do fluido e;  $\hat{\mathbf{u}}$  é o vetor velocidade da malha em movimento (KJELLGREN; HYVÄRINEN, 1998).

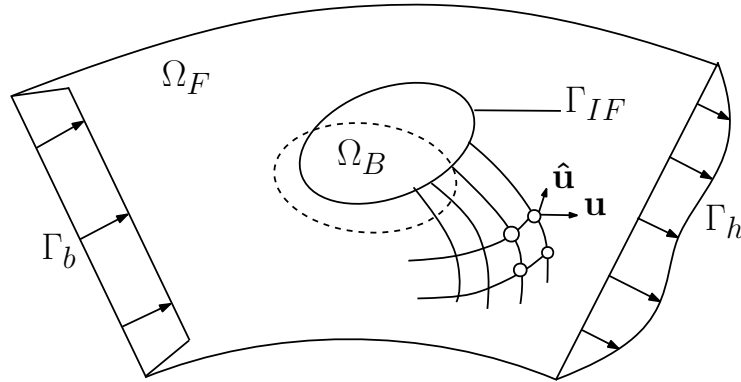


Figura 2 – Descrição Esquemática do Domínio do Problema

Fonte: (KJELLGREN; HYVÄRINEN, 1998) - Adaptação

As equações governantes dependentes do tempo são incompressíveis, decorrem do fluxo viscoso no referencial ALE e sua formulação é escrita nas Equações (3.3) e (3.4).

$$\mathbf{u}'_i + (\mathbf{u}_j - \hat{\mathbf{u}}_j) \frac{\partial \mathbf{u}_i}{\partial x_j} = \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \quad (3.3)$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}_i}{\partial x_j} = 0, \quad (3.4)$$

onde  $\mathbf{u}'_i$  é a derivada de tempo referencial do  $i$ -ésimo componente do vetor velocidade;  $\mathbf{u}_i$  é a  $i$ -ésima componente do vetor velocidade;  $x_i$  é a  $i$ -ésima componente da coordenada espacial;  $\hat{\mathbf{u}}_j$  é o  $i$ -ésimo componente da malha do vetor velocidade. No caso de um fluido newtoniano e incompressível, a expressão constitutiva é dada pela Equação (3.6).

$$\tau_{ij} = -p\delta_{ij} + 2\nu e_{ij} \quad (3.5)$$

Com o tensor de tensão  $\tau_{ij}$  tem-se,

$$\mu [\nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T] = -p\delta_{ij} + 2\nu e_{ij} \quad (3.6)$$

Assim,

$$e_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \mathbf{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \mathbf{u}_j}{\partial x_i} \right), \quad (3.7)$$

sendo  $e_{ij}$  o tensor da taxa de deformação;  $p$  é a pressão cinemática (pressão dividida pela densidade);  $\delta_{ij}$  é o Delta de *Kronecker*; e  $\nu$  é a viscosidade cinemática. Estas equações são complementadas pelas condições de contorno de *Dirichlet*, descritas nas Equações (3.8) e (3.9).

$$\mathbf{u}_i = b_i \quad \text{em} \quad \Gamma_b \quad (3.8)$$

$$\mathbf{u}_i = \mathbf{u}_i^{corpo} \quad \text{em} \quad \Gamma_{IF} \quad (3.9)$$

A condição de contorno de Neumann é apresentada na Equação (3.10)

$$\tau_{ij}\eta_j = \tau_j \quad \text{em} \quad \Gamma_h, \quad (3.10)$$

onde  $\mathbf{b}$  é o vetor velocidade referido em  $\Gamma_b$ ;  $\mathbf{u}^{corpo}$  é o vetor velocidade do limite  $\Gamma_{IF}$  do corpo em movimento;  $\mathbf{t}$  é o vetor de força referido em  $\Gamma_h$  e;  $\mathbf{n}$  é a direção externa vetor normal unitário para  $\Gamma_h$ .

Neste trabalho, utilizou-se o OpenFOAM<sup>®</sup> para resolução dessas equações do movimento de malha. A região  $\Omega_B$  é definida pelo conjunto dos volumes finitos que se encontram em todo domínio, limitando-se a região pertencente ao corpo definido pela fronteira  $\Gamma_{IF}$ .

Para complemento dessa breve explanação sobre o referencial ALE, há outros aspectos que podem ser encontrados nos trabalhos de Takashi e Hughes (1992), Kjellgren e Hyvärinen (1998), e Kuhl, Hulshoff e Borst (2003).

### 3.4 MODELOS DE TURBULÊNCIA

A turbulência em um escoamento está associada a movimentos caóticos e aleatórios, com uma ampla gama de comprimentos e escalas de tempo que interagem de forma dinâmica e complexa. Considerando a importância de estudar, via métodos numéricos, formas para capturar os importantes efeitos gerados pela turbulência, esta seção descreve, resumidamente, a abordagem RANS que foi empregada neste estudo.

#### 3.4.1 Simulação Numérica Direta (DNS)

Inicialmente proposta por Orszag (1970), a DNS permite efetuar tanto o cálculo do fluxo médio quanto das diversas flutuações de velocidade turbulenta. Isso é feito através da resolução das Equações de *Navier-Stokes*, na sua forma original, em grades escalas espaciais tais que permitem solucionar as escalas de comprimento de *Kolmogorov*, onde a energia de dissipação ocorre, reduzindo-se suficientemente os intervalos de tempo objetivando resolver até os períodos de flutuações mais rápidas. Contudo, deve-se considerar seu alto custo computacional, pois as malhas para modelos discretos devem ser extremamente refinadas e as simulações devem compreender pequenos passos de tempo, para que atenda a todas as escalas espaciais e temporais (VERSTEEG; MALALASEKERA, 1995).

#### 3.4.2 Simulação de Grandes Escalas (LES)

A LES foi inicialmente proposta por Smagorinsky (1963) para simular correntes de ar atmosférico, e aplicada primeiramente a fluxos de Engenharia por Deardorff (1970). Trata-se de uma forma intermediária de cálculos de turbulência. Nela se apreende o comportamento de vórtices maiores, através de uma filtragem espacial prévia do fluxo

instável nas Equações de *Navier-Stokes*, anterior aos cálculos, que rejeita os vórtices menores. Os efeitos dos menores redemoinhos sobre o fluxo resolvido são inseridos através do chamado modelo de escala sub-malha. Então as equações de fluxo instável devem ser resolvidas, o que incrementa a demanda por recursos de computação, tanto em quantidade de cálculo quanto em volume de armazenamento (VERSTEEG; MALALASEKERA, 1995).

### 3.4.3 Simulação de Escoamentos Turbulentos para Equações de *Navier-Stokes* com Médias de *Reynolds* (RANS)

Nessa abordagem concentra-se a atenção no fluxo médio e nos efeitos da turbulência sobre suas propriedades. As Equações de *Navier-Stokes* são estabelecidas em médias de tempo ou do conjunto de fluxos limitado pelo tempo, anteriormente à aplicação dos métodos numéricos. Termos extras que surgem nessas equações (médias de *Reynolds*), devido às interações entre várias flutuações turbulentas, são resolvidos através de modelos de turbulência; entre os mais conhecidos estão o modelo  $k-\varepsilon$  e o modelo de tensão de *Reynolds*. Segundo Versteeg e Malalasekera (1995) essa abordagem, que demanda recursos computacionais modestos para cálculos de fluxo razoavelmente precisos, tem sido a mais utilizada para cálculos de fluxo na Engenharia nas últimas décadas.

Os modelos que solucionam o problema de turbulência utilizando a abordagem RANS podem ser classificados através das características de seu equacionamento. Dentre essas classificações, destacam-se os modelos de duas ou quatro equações, ou seja, o número de equações de transporte adicionais que precisam ser resolvidas juntamente com as equações do escoamento médio. Na subseção a seguir, é descrita a formulação dos modelos que foram utilizados neste estudo.

#### 3.4.3.1 $k-\omega$ SST

Trata-se da combinação dos modelos  $k-\varepsilon$  e  $k-\omega$  resultando em um modelo de duas equações que foi proposto por Menter (1994) com o intuito de modelar escoamentos turbulentos.

Essa combinação possibilitou que os modelos atuassem simultaneamente em pontos distintos, para que houvesse um melhor desempenho do modelo proposto. Desta forma, é possível modelar regiões turbulentas com gradiente adverso de pressão e nas proximidades da camada limite (LAUNDER; SPALDING, 1974; YAKHOT et al., 1991).

O  $k-\omega$  SST é composto das equações de transporte da energia cinética turbulenta ( $k$ ) e de sua taxa de dissipação ( $\omega$ ), descritas em (3.11) e (3.12).

$$\frac{\partial k}{\partial t} + U_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = \tilde{P}_k - \beta^* k \omega + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (\mu + \sigma_k \mu_t) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \quad (3.11)$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + U_j \frac{\partial \omega}{\partial x_j} = \frac{\gamma}{\mu_t} \tilde{P}_k - \beta \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (\mu + \sigma_\omega \mu_t) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + 2(1 - F_1) \sigma_{\omega 2} \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_i} \frac{\partial \omega}{\partial x_i} \quad (3.12)$$

Sendo,

$$P_k = \mu_t \frac{\partial U_i}{\partial x_i} \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \rightarrow \tilde{P}_k = \min(P_k, 10 \cdot \beta^* k \omega) \quad (3.13)$$

Das equações acima,  $U_j$  são componentes de velocidade,  $\mu$  é a viscosidade dinâmica molecular,  $P_k$  é um termo de produção da Equação 3.11 e  $\beta$ ,  $\beta^*$ ,  $\sigma_k$  e  $\sigma_\omega$  são constantes empíricas dos modelos de turbulência. O termo  $F_1$  é uma função de mistura, definida como:

$$F_1 = \tanh \left\{ \left\{ \min \left[ \max \left( \frac{\sqrt{k}}{\beta^* \omega y}, \frac{500\nu}{y^2 \omega} \right), \frac{4\sigma_{\omega 2} k}{CD_{k\omega} y^2} \right] \right\}^4 \right\} \quad (3.14)$$

Com  $F_1 = 0$  na região de fluxo livre, emprega característica do modelo k- $\epsilon$ ; já na subcamada viscosa, com  $F_1 = 1$  é empregado propriedades do modelo k- $\omega$ .

Em que  $y$  é a distância da parede até o primeiro ponto da malha,  $\sigma_{\omega 2}$  é constante e  $CD_{k\omega}$  é o termo de difusão cruzada, expresso por:

$$CD_{k\omega} = \max\left(2\sigma_{\omega 2} \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_i} \frac{\partial \omega}{\partial x_i}, 10^{-10}\right) \quad (3.15)$$

A viscosidade turbulenta de vórtices é definida por:

$$\mu_t = \frac{a_1 k}{\max(a_1 \omega, SF_2)} \quad (3.16)$$

Com a taxa média de deformação do escoamento,

$$S = \sqrt{2S_{ij}S_{ij}} \quad (3.17)$$

Tem-se

$$k = \frac{3}{2} (I |U_\infty|)^2 \quad (3.18)$$

Sendo  $I$  a intensidade de turbulência e  $U_\infty$  a velocidade de referência.

E a taxa de dissipação específica turbulenta,

$$\omega = \frac{k^{0.5}}{C_\mu^{0.25} L} \quad (3.19)$$

$C_\mu$  é uma constante de valor 0.09 e  $L$  é uma escala de comprimento de referência.

E o termo  $F_2$  é também uma função de mistura para a viscosidade turbulenta, definido por:

$$F_2 = \tanh \left[ \left[ \max \left( \frac{2\sqrt{k}}{\beta^* \omega y}, \frac{500\nu}{y^2 \omega} \right) \right]^2 \right] \quad (3.20)$$

Os valores de  $\sigma_k$ ,  $\sigma_\omega$ ,  $\beta$  e  $\gamma$  são combinados usando:

$$\phi = F_1 \phi_1 + (1 - F_1) \phi_2 \quad (3.21)$$

As constantes do modelo são descritas na Tabela 2.

Tabela 2 – Constantes das Equações do Modelo  $k$ - $\omega$  SST

| $\sigma_{k1}$ | $\sigma_{\omega1}$ | $\beta_1$ | $\gamma_1$ | $\sigma_{k2}$ | $\sigma_{\omega2}$ | $\beta_2$ | $\gamma_2$ | $\beta^*$ | $a_1$ |
|---------------|--------------------|-----------|------------|---------------|--------------------|-----------|------------|-----------|-------|
| 0.85          | 0.5                | 0.075     | 0.55       | 1.0           | 0.856              | 0.0828    | 0.44       | 0.09      | 0.31  |

Fonte: (MENTER; KUNTZ; LANGTRY, 2003) - Adaptação

Esse modelo passou por atualizações ao longo dos anos, que possibilitaram melhorias em sua formulação, que podem ser verificadas de forma mais completa na pesquisa de Menter, Kuntz e Langtry (2003).

### 3.4.3.2 $k$ - $\omega$ SSTLM

Também conhecido como Modelo  $\gamma$ - $R_{e\theta}$ , foi desenvolvido por Menter, Langtry e Völker (2006) como um modelo de transição baseado em correlações. O modelo faz uso das equações de transporte para a intermitência ( $\gamma$ ) e transição momento-espessura do Número de Reynolds ( $R_{e\theta}$ ), respectivamente, descritas em (3.22) e (3.25), além das Equações (3.11) e (3.12) que foram apresentadas na Seção 3.4.3.1.

$$\frac{\partial \gamma}{\partial t} + \frac{\partial U_j \gamma}{\partial x_j} = P_\gamma - E_\gamma + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_f} \right) \frac{\partial \gamma}{\partial x_j} \right] \quad (3.22)$$

O termo de produção ( $P_\gamma$ ) e o termo de destruição ( $E_\gamma$ ), introduzido por Langtry (2006) são definidos nas Equações (3.23) e (3.24), respectivamente.

$$P_\gamma = F_{length} c_{a1} S [\gamma F_{onset}]^{0.5} (1 - c_{e1} \gamma) \quad (3.23)$$

$$E_\gamma = c_{a2} \Omega \gamma F_{turb} (c_{e2} \gamma - 1) \quad (3.24)$$

Nas Equações (3.23) e (3.24),  $F_{onset}$  e  $F_{turb}$  são funções de acionamento que ativam a produção de intermitência e desativam a relaminarização, respectivamente;  $c_{a1}$ ,  $c_{a2}$ ,  $c_{e1}$  e  $c_{e2}$  são constantes do modelo;  $\Omega$  é a magnitude de vórtices.  $F_{length}$  e  $R_{e\theta c}$ , este último embutido em  $F_{onset}$ , são correlações empíricas expressas como funções de  $\tilde{R}_{e\theta t}$ .



$$\frac{\partial \tilde{R}_{e\theta t}}{\partial t} + \frac{\partial U_j \tilde{R}_{e\theta t}}{\partial x_j} = P_{\theta t} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \sigma_{\theta t} (\mu + \mu_t) \frac{\partial \tilde{R}_{e\theta t}}{\partial x_j} \right] \quad (3.25)$$

O termo de produção ( $P_{\theta t}$ ) é projetado para forçar o escalar transportado  $\tilde{R}_{e\theta t}$  para corresponder ao valor local de  $R_{e\theta t}$  calculado a partir de uma correlação fora da camada limite. Sendo definido na Equação (3.26), a seguir:

$$P_{\theta t} = c_{\theta t} \frac{1}{\tau} (R_{e\theta t} - \tilde{R}_{e\theta t}) (1 - F_{\theta t}) \quad (3.26)$$

$$\tau = \frac{500\mu}{U^2} \quad (3.27)$$

$c_{\theta t}$  é a constante do modelo,  $\tau$  é uma escala de tempo e  $F_{\theta t}$  é uma função de mistura que garante que dentro da camada limite o termo de produção seja desligado e também que o escalar transportado  $R_{e\theta t}$  corresponda ao valor da correlação  $R_{e\theta t} = f(\lambda_\theta, T_u)$  no fluxo livre, definida na Equação (3.28).

$$R_{e\theta t} = \begin{cases} \left( 1173 - 589.428T_u + \frac{0.2196}{T_u^2} \right) F(\lambda_\theta), & T_u \geq 1.3\% \\ 331.5 (T_u - 0.5658)^{-0.671} F(\lambda_\theta), & T_u < 1.3\% \end{cases} \quad (3.28)$$

Onde,

$$T_u = 100 \frac{\sqrt{2/3k}}{U_\infty} \quad (3.29)$$

Na Equação (3.18) o valor de  $k$  é descrito.

A formulação completa deste modelo pode ser verificada na pesquisa de Menter, Langtry e Völker (2006).

### 3.5 FUNÇÕES DE PAREDE

As funções de parede foram propostas e usadas por muitos autores, incluindo Wolfshtein (1969), Patankar e Spalding (1971) e Launder e Spalding (1974), com base no perfil de velocidade de escoamento de um fluido newtoniano turbulento em um tubo com paredes lisas proposto por Prandtl (1925), e que foram posteriormente estendidas para a Lei de Parede (KÁRMÁN, 1930).

Para um fluido newtoniano, a Lei de Parede é apresentada na Equação (3.30) e contém dois importantes grupos adimensionais, a velocidade  $u^+$  e a distância  $y^+$  (VERSTEEG; MALALASEKERA, 1995).

$$u^+ = \frac{U}{u_\tau} = f\left(\frac{\rho u_\tau y}{\mu}\right) = f(y^+) \quad (3.30)$$

Em que,  $\mu_t$  é a velocidade de atrito é definida na Equação 3.31.

$$\mu_t = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} \quad (3.31)$$

A Lei de Parede trata da compreensão e análise de fluxos turbulentos e é estabelecida pelas relações verificadas empiricamente através de escoamentos turbulentos próximos a contornos sólidos, observando-se que a velocidade no fluxo próximo à parede varia logarithmicamente em função da distância da superfície, tanto para fluxos internos quanto externos (WILCOX, 2006).

A Figura 3 mostra um perfil típico de velocidade para uma camada limite turbulenta.

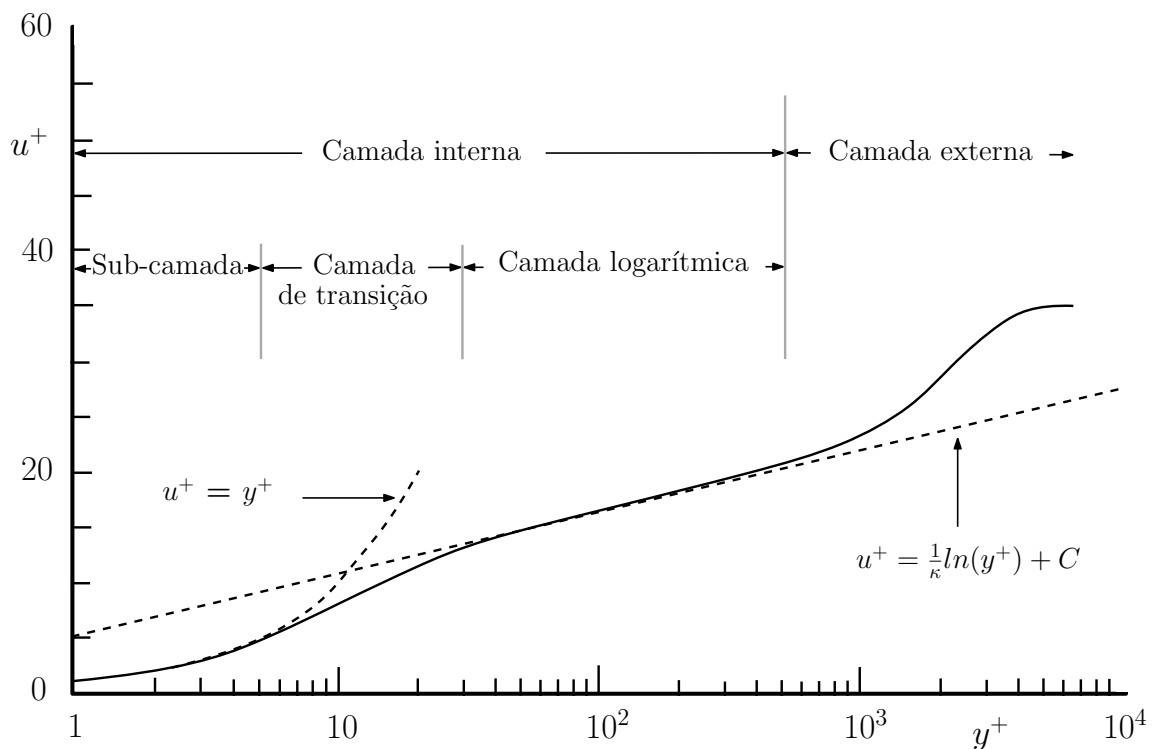


Figura 3 – Perfil Típico de Velocidade Para Uma Camada Limite Turbulenta

Fonte: (WILCOX, 2006) - Adaptação

Na Figura 3 pode ser observado quatro regiões bem distintas: a sub-camada viscosa, a camada de transição e a camada logarítmica que fazem parte da região de camada interna, e a camada externa.

Próximo à parede, o fluxo é influenciado por efeitos viscosos e não por parâmetros de fluxo livre (Ver (3.32)). Entretanto, a velocidade média do fluxo depende apenas da distância  $y$  da parede, da densidade do fluido  $\rho$  e da viscosidade  $\mu$ , e da tensão de cisalhamento da parede  $\tau_w$  (VERSTEEG; MALALASEKERA, 1995).

Então,

$$U = g(y, \rho, \mu, \tau_w) \quad (3.32)$$

A sub-camada viscosa com  $y^+ < 5$ , é a região na qual o comportamento do fluido mais próximo da parede é dominado por efeitos viscosos, ou seja, assume-se que a tensão de cisalhamento é quase constante e igual à tensão de cisalhamento da parede  $\tau_w$ . Define-se essa região na igualdade em (3.33) (VERSTEEG; MALALASEKERA, 1995).

$$y^+ = u^+ \quad (3.33)$$

Pode-se identificar uma faixa de transição  $5 < y^+ < 30$ . Nela observa-se que a influência laminar vai desaparecendo gradativamente, enquanto o fluxo vai apresentando crescente efeito da turbulência. À medida em que os efeitos da turbulência do fluxo livre aumentam através da camada interna, chega-se ao ponto em que se perde o comportamento laminar, apesar de a parede ainda influenciar o fluxo. Deve-se evitar essa faixa de transição, pois a instabilidade do fluxo fortemente cisalhado causa tal efeito turbulento, que leva a um pico agudo na conversão da energia cinética do fluxo em energia cinética turbulenta, podendo gerar efeitos indesejáveis.

A região onde predominam a viscosidade e tensões turbulentas é chamada de camada logarítmica, na faixa  $30 < y^+ < 500$ . A tensão de cisalhamento varia lentamente com a distância da parede e, com isso, assume-se constante e igual à tensão de cisalhamento na parede. Pode-se definir essa região na Equação (3.34) (VERSTEEG; MALALASEKERA, 1995).

$$u^+ = \frac{1}{\kappa} \ln(y^+) + C = \frac{1}{\kappa} \ln(Ey^+) \quad (3.34)$$

Em que,  $\kappa \approx 0.41$  é a Constante de von Kármán; a constante aditiva  $C \approx 5$  (ou  $E \approx 9.8$ ), para paredes lisas. Para paredes com rugosidade, há uma diminuição no valor de  $C$ .

O efeito retardador da parede influencia o fluxo distante através de  $\tau_w$ , mas não por  $\mu$  (Ver (3.35)). A espessura da camada limite  $\delta$  é a escala de comprimento apropriada para esta região (VERSTEEG; MALALASEKERA, 1995).

Com isso, tem-se

$$U = g(y, \delta, \rho, \tau_w) \quad (3.35)$$

Afastando-se da região próxima à parede chega-se à borda da camada limite, a chamada camada externa, onde os efeitos de turbulência de fluxo livre são dominantes. Essa região pode ser definida na Equação (3.36), onde  $A$  é uma constante (VERSTEEG; MALALASEKERA, 1995).

$$\frac{U_{m\acute{a}x} - U}{u_\tau} = -\frac{1}{\kappa} \ln\left(\frac{y}{\delta}\right) + A \quad (3.36)$$

Na Figura 4 pode ser observado a representação das quatro regiões da camada limite.

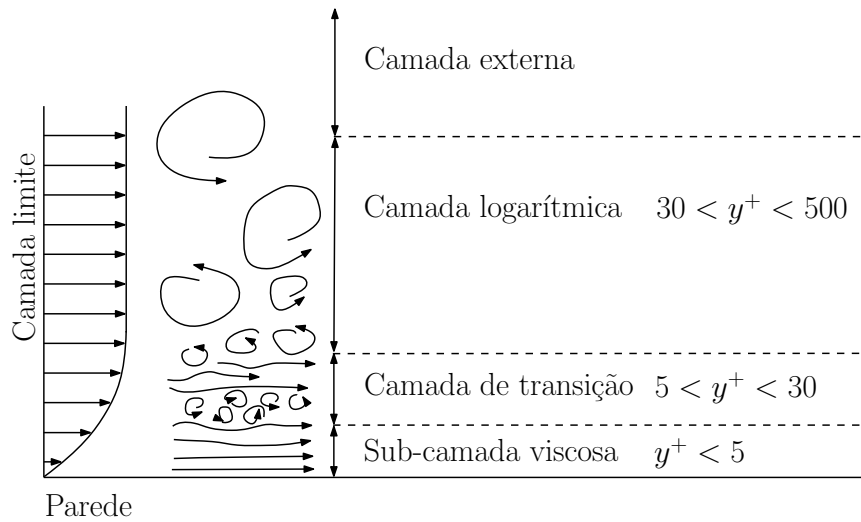


Figura 4 – Representação da Camada Limite Turbulenta

Fonte: (KHAMLAJ, 2018) - Adaptação

### 3.6 COEFICIENTES AERODINÂMICOS E AEROELÁSTICOS

#### 3.6.1 Coeficientes de Força Estáticos

Os coeficientes  $C_d$ ,  $C_l$  e  $C_m$  dependem das características geométricas da seção transversal, do ângulo de ataque do vento e também do  $Re$  que expressa a relação entre as Forças Inerciais e Viscosas do escoamento descrito na Equação (3.37)

$$Re = \frac{DU}{\nu} = \frac{\rho DU}{\mu}, \quad (3.37)$$

onde  $D$  é a dimensão característica da estrutura;  $U$  é a velocidade média;  $\nu$  é a viscosidade cinemática;  $\rho$  é a densidade do fluido e;  $\mu$  é a viscosidade dinâmica.

Quando uma determinada pressão atua numa estrutura, quando um fluido escoar sobre uma estrutura, origina-se uma força resultante e um momento em relação a um dado eixo. Dessa forma, através do coeficiente de pressão é possível obter os correspondentes coeficientes de força que, decompostos, resultam nos coeficientes  $C_d$ ,  $C_l$  e  $C_m$ .

Na Figura 5 ilustram-se os componentes da força resultante da IFE, tratados em 2D, decompostos na mesma direção do fluido.

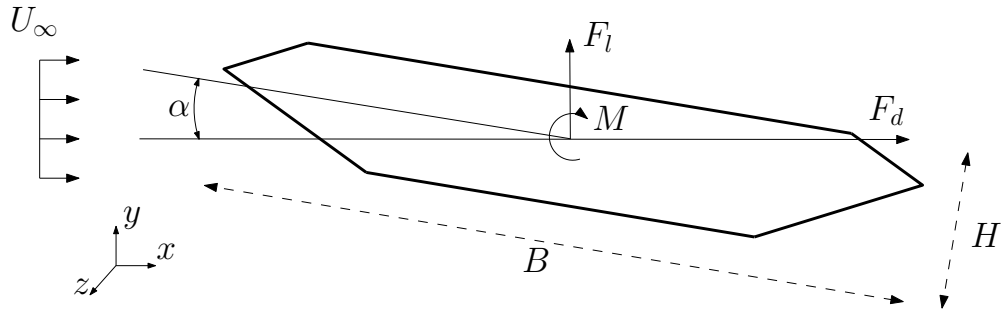


Figura 5 – Forças Aerodinâmicas no Tabuleiro da GBEB

Nas Equações (3.38)-(3.40) são definidos os coeficientes adimensionais

$$C_d = \frac{F_d}{\frac{1}{2}\rho U^2 B}, \quad (3.38)$$

$$C_l = \frac{F_l}{\frac{1}{2}\rho U^2 B}, \quad (3.39)$$

$$C_m = \frac{M}{\frac{1}{2}\rho U^2 B^2}, \quad (3.40)$$

sendo  $F_d$  e  $F_l$  as forças médias de arrasto e sustentação;  $M$  o momento médio;  $\rho$  a densidade do fluido e;  $B$  a largura do tabuleiro da ponte.

O desprendimento de vórtices está relacionado com o deslocamento da camada limite formada em torno da estrutura, que depende da distribuição das pressões que atuam sobre ela. A relação entre a frequência de desprendimento de vórtices  $f_v$ , a velocidade do escoamento  $U$  e a altura do tabuleiro  $H$ , define o  $S_t$ , expresso pela Equação (3.41),

$$S_t = \frac{f_v H}{U}. \quad (3.41)$$

### 3.6.2 Coeficientes de *Flutter*

Nesta pesquisa é estudado o *flutter* clássico, que é uma instabilidade aeroelástica, resultante da ação do vento, que pode ocorrer em estruturas esbeltas, devido à interação entre as forças aerodinâmicas e o movimento oscilatório da estrutura, capaz de levá-la ao colapso.

Segundo Simiu e Scanlan (1978), o *flutter* é caracterizado pelo acoplamento de dois modos de vibração, um no deslocamento vertical ( $h$ ) e outro no torcional ( $\alpha$ ), sendo um sistema de dois graus de liberdade. Acerca desse sistema, têm-se a modelagem das Equações (3.42) e (3.43), que são as equações de movimento

$$m [\ddot{h} + 2\zeta_h \omega_h \dot{h} + \omega_h^2 h] = L_h, \quad (3.42)$$

$$I [\ddot{\alpha} + 2\zeta_\alpha \omega_\alpha \dot{\alpha} + \omega_\alpha^2 \alpha] = M_\alpha, \quad (3.43)$$

onde  $m$  é a massa;  $I$  é o momento de inércia de massa por unidade de comprimento;  $\zeta_h$  e  $\zeta_\alpha$  são relações de amortecimento crítico em flexão e torção;  $\omega_h$  e  $\omega_\alpha$  são as frequências mecânicas naturais e  $L_h$  e  $M_\alpha$  são as forças aeroelásticas. No caso de perfis simétricos, o centro de massa encontra-se no plano vertical da linha central, e neste caso,  $\alpha = 0$ .

Com base na teoria de Theodorsen (1934), os autores Scanlan e Tomko (1971) propuseram uma formulação que definira os esforços aeroelásticos atuantes em uma placa plana para o estudo do *flutter* e que se aplicariam em estruturas de pontes. As Equações (3.44) e (3.45), descrevem a proposta dos autores.

$$L_h = \pi\rho b^2 [\ddot{h} + U\dot{\alpha} - ba\ddot{\alpha}] + 2\pi\rho UbC(k) \left[ \dot{h} + U\alpha + b\left(\frac{1}{2} - a\right)\dot{\alpha} \right] \quad (3.44)$$

$$M_h = \pi\rho b^2 \left[ ba\ddot{h} - Ub\left(\frac{1}{2} - a\right)\dot{\alpha} - b^2\left(\frac{1}{8} + a^2\right)\ddot{\alpha} \right] + 2\pi\rho Ub^2\left(a + \frac{1}{2}\right)C(k) \left[ \dot{h} + U\alpha + b\left(\frac{1}{2} - a\right)\dot{\alpha} \right], \quad (3.45)$$

onde  $k = b\omega/U$  é a frequência reduzida;  $\omega = 2\pi f$  a frequência circular de oscilação com  $f$  sendo a frequência de vibração,  $b$  é a metade do comprimento ( $b = B/2$ );  $\rho$  é a densidade do fluido;  $U$  é a velocidade do fluxo;  $ab$  é a distância do centro elástico até o ponto de rotação e;  $C(k)$  é a Função Circulatória de Theodorsen, que pode ser considerada como uma medida da instabilidade das forças e é definida na Equação (3.46)

$$C(k) = F(k) + iG(k) = \frac{H_1^{(2)}(k)}{H_1^{(2)}(k) + iH_0^{(2)}(k)}, \quad (3.46)$$

na qual,  $F(k)$  e  $G(k)$  as partes real e imaginária, respectivamente.

Partindo-se dessa base teórica, os coeficientes de *flutter* são determinados via métodos experimentais. No entanto, há a possibilidade de estimá-los analiticamente utilizando a Equação (3.46), ou seja, utilizando-se os termos  $F(k)$  e  $G(k)$  conforme as Equações (3.47)-(3.54)

$$K^2 H_1^* = -2\pi KF, \quad (3.47)$$

$$KH_2^* = \frac{-\pi K}{2} \left[ 1 + \frac{4G}{K} + F \right], \quad (3.48)$$

$$K^2 H_3^* = -\pi \left[ 2F - \frac{GK}{2} \right], \quad (3.49)$$

$$K^2 H_4^* = \frac{\pi}{2} K^2 \left[ 1 + \frac{4G}{K} \right], \quad (3.50)$$

$$K^2 A_1^* = \frac{\pi}{2} KF, \quad (3.51)$$

$$K^2 A_2^* = \frac{-\pi}{2} \left[ \frac{K}{4} - G - \frac{KF}{4} \right], \quad (3.52)$$

$$K^2 A_3^* = \frac{\pi}{2} \left[ \frac{K^2}{32} + F - \frac{KG}{4} \right], \quad (3.53)$$

$$K^2 A_4^* = \frac{-\pi}{2} [KG]. \quad (3.54)$$

Considerando  $K = 2k = B\omega/U$  e que a geometria do tabuleiro de uma ponte se assemelha a placa plana da Teoria de Theodorsen, conseqüentemente, ela pode ser aplicada a estruturas de pontes, desde que a mesma se encontre submetida a um determinado escoamento. Na Figura 6 pode ser verificado uma representação esquemática da modelagem do problema na seção da GBEB.

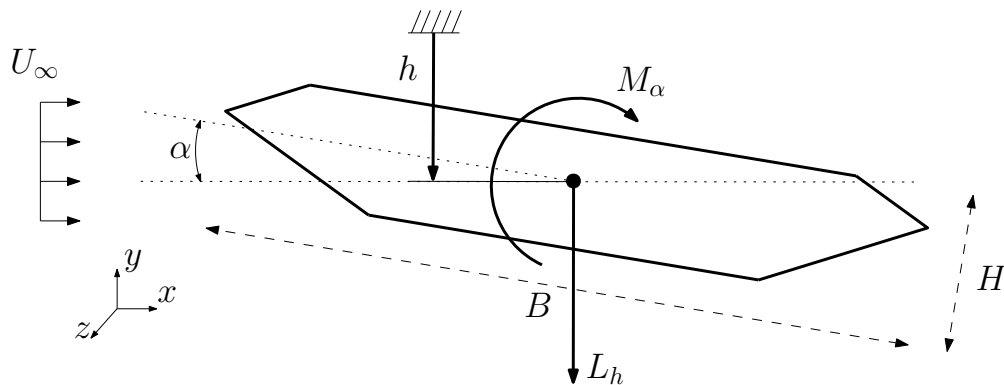


Figura 6 – Representação Esquemática na Seção Transversal da GBEB

Com isso, os autores Scanlan e Tomko (1971) definiram as equações para obtenção dos coeficientes de *flutter* analiticamente, aplicados a estruturas de pontes, definidas a partir das Equações (3.44) e (3.45) nas Equações (3.55) e (3.56) com algumas alterações mas mantendo sua forma idêntica, assim sendo

$$L_h = \frac{1}{2} \rho U^2 B \left[ KH_1^* \frac{\dot{h}}{U} + KH_2^* \frac{B\dot{\alpha}}{U} + K^2 H_3^* \alpha + K^2 H_4^* \frac{h}{B} \right] \quad \text{e}, \quad (3.55)$$

$$M_\alpha = \frac{1}{2} \rho U^2 B^2 \left[ KA_1^* \frac{\dot{h}}{U} + KA_2^* \frac{B\dot{\alpha}}{U} + K^2 A_3^* \alpha + K^2 A_4^* \frac{h}{B} \right]. \quad (3.56)$$

Em que os coeficientes de *flutter* adimensionais representados por  $A_i^*$  e  $H_i^*$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ) são normalizados em  $B$  ao invés de  $b$  (por isso a substituição) e  $k$  por  $K = B\omega/U$ ;

$L_h$  e  $M_\alpha$  são forças aerodinâmicas de sustentação e de momento,  $B$  a largura da seção transversal do tabuleiro;  $h$  e  $\alpha$  são, respectivamente, o movimento vertical e angular da estrutura e;  $\dot{h}$  e  $\dot{\alpha}$  são, respectivamente, as derivadas.

Outro parâmetro significativo é a velocidade reduzida ( $U_r$ ), pois os coeficientes de *flutter* são muitas vezes expressos em função dessa velocidade, a qual é definida na Equação (3.57)

$$U_r = \frac{U}{fB}. \quad (3.57)$$

### 3.7 VELOCIDADE CRÍTICA DE *FLUTTER* ( $U_c$ )

Assumindo solução para o problema do *flutter*, considerando que o movimento harmônico é predominante durante a velocidade crítica, avaliá-lo é simples. Os coeficientes de *flutter*  $H_i^*$  e  $A_i^*$ , como funções da frequência reduzida  $K$ , e a montagem dos movimentos harmônicos com as Equações (3.55) e (3.56) fornecem um sistema em amplitude de movimento de  $h$  e  $\alpha$ .

Empregando as formas de solução para os movimentos de  $h$  e  $\alpha$ , respectivamente, descritas nas Equações (3.58) e (3.59).

$$\frac{h}{B} = \frac{h_0}{B} e^{i\omega t} = \frac{h_0}{B} e^{iKs} \quad (3.58)$$

$$\alpha = \tilde{\alpha}_0 e^{i(\omega t + \phi)} = \alpha_0 e^{i\omega t} = \alpha_0 e^{iKs} \quad (3.59)$$

E aplicando as equações acima em (3.55) e (3.56), respectivamente, obtém-se nova formulação, expressa nas Equações (3.60) e (3.61).

$$\left[ -K^2 + 2i\zeta_h K_h K + K_h^2 - \frac{\rho B^2}{m} iK^2 H_1^* \right] \frac{h_0}{B} - \left[ \frac{\rho B^2}{m} iK^2 H_2^* + \frac{\rho B^2}{m} K^2 H_3^* \right] \alpha_0 = 0 \quad (3.60)$$

e

$$\left[ -\frac{\rho B^4}{I} iK^2 A_1^* \right] \frac{h_0}{B} + \left[ -K^2 + 2i\zeta_\alpha K K_\alpha + K^2 - \frac{\rho B^4}{I} K^2 A_2^* - \frac{\rho B^4}{I} iK^2 A_3^* \right] \alpha_0 = 0 \quad (3.61)$$

A Equação (3.62) representa a taxa de frequência crítica da velocidade de *flutter* ( $U_c$ )

$$X = \frac{\omega}{\omega_h}, \quad (3.62)$$

onde  $\omega_h$  é a frequência natural de vibração vertical.

Como condição de estabilidade, estabelecendo que o determinante dos coeficientes das amplitudes  $h$  e  $\alpha$  é igualado a zero, tem-se como resultado um polinômio complexo de



grau quatro na frequência de vibração desconhecida  $\omega$ , que deve ser resolvida (SIMIU; SCANLAN, 1978; DOWELL, 2015).

A solução real, descrita na Equação (3.63)

$$\begin{aligned}
& X^4 \left( 1 + \frac{\rho B^4}{I} A_3^* - \frac{\rho B^2}{m} \frac{\rho B^4}{I} A_2^* H_1^* + \frac{\rho B^2}{m} \frac{\rho B^4}{I} A_1^* H_2^* \right) \\
& \quad + X^3 \left( 2\zeta_\alpha \frac{\omega_\alpha}{\omega_h} \frac{\rho B^2}{m} H_1^* + 2\zeta_h \frac{\rho B^4}{I} A_2^* \right) \\
& \quad + X^2 \left( -\frac{\omega_\alpha^2}{\omega_h^2} - 4\zeta_h \zeta_\alpha \frac{\omega_\alpha}{\omega_h} - 1 - \frac{\rho B^4}{I} A_3^* \right) \\
& \quad \quad \quad + X \cdot 0 \\
& \quad \quad \quad + \left( \frac{\omega_\alpha}{\omega_h} \right)^2 = 0
\end{aligned} \tag{3.63}$$

e a solução imaginária, descrita na Equação (3.64)

$$\begin{aligned}
& X^3 \left( \frac{\rho B^4}{I} A_2^* + \frac{\rho B^2}{m} H_1^* + \frac{\rho B^2}{m} \frac{\rho B^4}{I} H_1^* A_3^* - \frac{\rho B^2}{m} \frac{\rho B^4}{I} A_1^* H_3^* \right) \\
& \quad + X^2 \left( -2\zeta_\alpha \frac{\omega_\alpha}{\omega_h} - 2\zeta_h - 2\zeta_h \frac{\rho B^4}{I} A_3^* \right) \\
& \quad + X \left( -\frac{\rho B^2}{m} H_1^* \frac{\omega_\alpha^2}{\omega_h^2} - \frac{\rho B^4}{I} A_2^* \right) \\
& \quad \quad \quad + \left( 2\zeta_h \frac{\omega_\alpha^2}{\omega_h^2} + 2\zeta_\alpha \frac{\omega_\alpha}{\omega_h} \right) = 0
\end{aligned} \tag{3.64}$$

são utilizadas para calcular a velocidade crítica usando a Equação (3.65)

$$U_c = \frac{BX\omega_h}{K}, \tag{3.65}$$

sendo  $B$  a largura da seção transversal.

Essas duas Equações (3.63) e (3.64) são resolvidas sucessivamente para diferentes valores de  $K$  e suas raízes  $X$  são plotadas. O ponto de interseção entre suas curvas representa a condição crítica de vibração da estrutura.

A modelagem completa para obter a velocidade crítica de *flutter* pode ser verificada no livro dos autores Simiu e Scanlan (1978).

## 4 TÉCNICAS NUMÉRICAS

### 4.1 SOFTWARE CFD

Utilizou-se nas simulações o OpenFOAM<sup>®</sup>, um *software* de código aberto baseado em um conjunto eficiente e flexível de módulos em C++ que consiste em uma programação orientada, dividida em *solvers* e *utilities*. Os *solvers* são as aplicações projetadas para resolverem numericamente, através do MFV, equações pertinentes a problemas da CFD e *utilities* realizam tarefas de manipulação de dados.

As informações necessárias à realização das simulações, como a descrição da geometria, detalhes da malha, condições de contorno, parâmetros para os métodos numéricos e propriedades físicas do problema, são armazenadas em arquivos reunidos em pastas. O pacote traz ferramentas para geração de malha e visualização de dados incorporados, além de modelos para escoamentos turbulentos e laminares, compressíveis e incompressíveis, de fluidos newtonianos e não-newtonianos, em regime permanente ou transiente, em 2D e 3D. Tais ferramentas proporcionam a adequação dos modelos do pacote a cada situação, facilitando a interpretação pelo usuário, otimizando os resultados das simulações e permitindo a abordagem de diversos problemas da Engenharia (SILVA; FREIRE, 2020).

### 4.2 MÉTODO DE DISCRETIZAÇÃO VIA VOLUMES FINITOS

Em CFD, o MVF é amplamente aplicado a diversos estudos, devido a sua alta flexibilidade como método de discretização.

De acordo com Ferziger e Perić (1999), a formulação integral das equações de conservação de massa e quantidade de movimento é discretizada diretamente no espaço, sem qualquer interação entre o sistema de coordenadas físico e o computacional, e o domínio da solução é subdividido em um número finito de Volumes de Controle (VC).

Em cada VC, no centro da célula, encontra-se um nó computacional no qual os valores das variáveis devem ser calculados. A interpolação é usada para expressar valores variáveis na superfície do VC em termos de valores nodais. As integrais de superfície e volume são aproximadas usando fórmulas de quadratura adequadas. Como resultado, obtém-se uma equação algébrica para cada VC, na qual aparecem vários valores nodais vizinhos. Não há restrição quanto à forma que os VCs podem ter, ou seja, uma forma poliédrica arbitrária é permitida (FERZIGER; PERIĆ, 1999).

Trata-se de um método conservativo desde que as integrais de superfície, que representam fluxos convectivos e difusivos, sejam as mesmas para os VCs que compartilham a fronteira. O exemplo a seguir ilustra a aplicação de um problema de transporte 2D. A conservação para uma variável escalar geral pode ser expressa na Equação (4.1) (MOUKALLED; MANGANI; DARWISH, 2016).

$$\underbrace{\frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t}}_{\text{termo transiente}} + \underbrace{\nabla \cdot (\rho\mathbf{v}\phi)}_{\text{termo convectivo}} = \underbrace{\nabla \cdot (\Gamma^\phi \nabla \phi)}_{\text{termo difusivo}} + \underbrace{Q^\phi}_{\text{termo fonte}} \quad (4.1)$$

A forma de estado estacionário da Equação (4.1) é obtida eliminando-se o termo transiente e integrando as partes, transformando-a na Equação (4.2):

$$\int_{V_c} \nabla \cdot (\rho\mathbf{v}\phi) dV = \int_{V_c} \nabla \cdot (\Gamma^\phi \nabla \phi) dV + \int_{V_c} Q^\phi dV \quad (4.2)$$

Com a substituição das integrais de volume dos termos de convecção e difusão na Equação (4.2) por superfícies integrais, através do uso do Teorema da Divergência de *Gauss*, obtém-se a Equação (4.3) (MOUKALLED; MANGANI; DARWISH, 2016).

$$\oint_{\partial V_c} \nabla \cdot (\rho\mathbf{v}\phi) dS = \oint_{\partial V_c} \nabla \cdot (\Gamma^\phi \nabla \phi) dS + \int_{\partial V_c} Q^\phi dV \quad (4.3)$$

Na Figura 7 é representada a conservação em um elemento discreto.

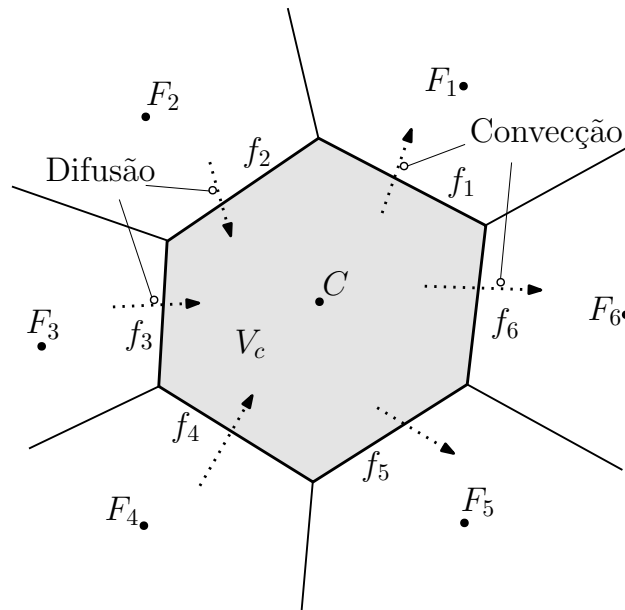


Figura 7 – Elemento Discreto em MVF

Fonte: (MOUKALLED; MANGANI; DARWISH, 2016) - Adaptação

### 4.3 ACOPLAMENTO PRESSÃO-VELOCIDADE

Um dos fatores mais relevantes a se considerar na realização de simulações para que os resultados sejam satisfatórios é a escolha do *solver* mais adequado. Para que essa escolha seja bem feita, devem ser consideradas as características do escoamento a ser analisado, ponderando todos os fatores físicos envolvidos. Para realizar as simulações, o OpenFOAM<sup>®</sup> permite optar entre três solucionadores: PIMPLE, PISO ou SIMPLE.

O PIMPLE é um solucionador aplicável ao fluxo turbulento de fluidos incompressíveis newtonianos considerando uma malha em movimento. Foi desenvolvido a partir de uma combinação do SIMPLE (PATANKAR, 1988), que é um solucionador de estado estacionário para fluxos turbulentos, com o PISO (ISSA; GOSMAN; WATKINS, 1986), que é um solucionador para fluxos turbulentos dependentes do tempo.

Sendo desconhecidas, as correções de velocidade são negligenciadas no SIMPLE, que adota apenas um termo de correção de pressão, o que resulta numa convergência bastante. Mais detalhes e implementação deste algoritmo podem ser encontrados no livro dos autores Ferziger e Perić (1999) e no livro de Moukalled, Mangani e Darwish (2016).

Em uma primeira etapa, o PISO também negligencia a correção de velocidade, mas a realiza em etapa posterior, o que tem como consequência correções adicionais para a pressão. Uma descrição completa do algoritmo pode ser encontrada também no livro dos autores Ferziger e Perić (1999) e, complementarmente, nos estudos de Jasak (1996).

Neste estudo, para o acoplamento pressão-velocidade, foi utilizado o *solver* PIMPLE devido a sua maior versatilidade dentre os aqui descritos. Um fluxograma simplificado é apresentado na Figura 8.

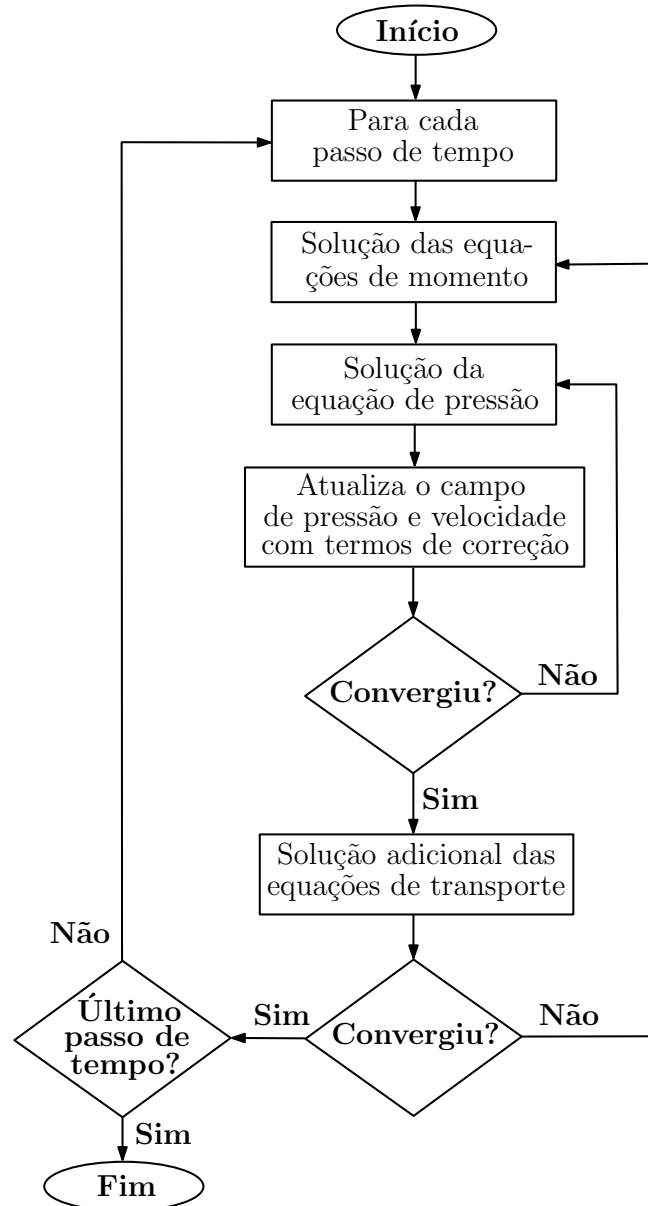


Figura 8 – Descritivo do Solucionador PIMPLE

Fonte: (MERKEL, 2019) - Adaptação

O uso do algoritmo PIMPLE traz a vantagem de que o Número de *Courant* expresso na Equação (4.4)

$$C_o = \frac{u\Delta_t}{\Delta_x}, \quad (4.4)$$

pode ser  $\geq 1$  e nenhum sub-relaxamento é necessário para uma solução estável.

Essa vantagem do algoritmo permite passos de tempo maiores, embora o custo computacional para cada passo de tempo seja maior do que seria com o PISO.

#### 4.4 ESQUEMAS NUMÉRICOS DE DIVERGÊNCIA

Existe uma grande variedade de esquemas de discretização/interpolação para cada termo da equação de transporte. Com o intuito de encontrar os fluxos das integrais de superfície nessa equação, faz-se a interpolação dos resultados, que geralmente são armazenados nos centros das células nas simulações de CFD, para os centros das faces.

Tal interpolação, geralmente, necessita de um fluxo  $G$  através de uma face geral  $f$ . Utilizando-se uma variedade de esquemas, a partir de valores das células vizinhas, pode-se avaliar o valor de face ( $\phi_f$ ). A obtenção de resultados demanda restrições de continuidade às quais o fluxo deve satisfazer.

A seguir, são descritos alguns desses esquemas, que são aplicados nas simulações deste estudo.

##### 4.4.1 *upwind*

Trata-se de um esquema não TVD (*Total Variation Diminishing*), proposto por Spalding (1972) que tem precisão de primeira ordem e é estável, mas introduz falsa difusão devido a sua baixa precisão, principalmente em malhas com menor grau de refinamento ou não alinhadas com o escoamento.

De acordo com Versteeg e Malalasekera (1995), ao determinar o valor em uma face de célula, o esquema *upwind* considera a direção do fluxo. O valor de convecção ( $\phi$ ) em uma face de célula é considerado igual ao valor no nó a montante.

Na Figura 9, são exemplificados os valores nodais usados para calcular os valores da face da célula, quando o fluxo está na direção positiva.

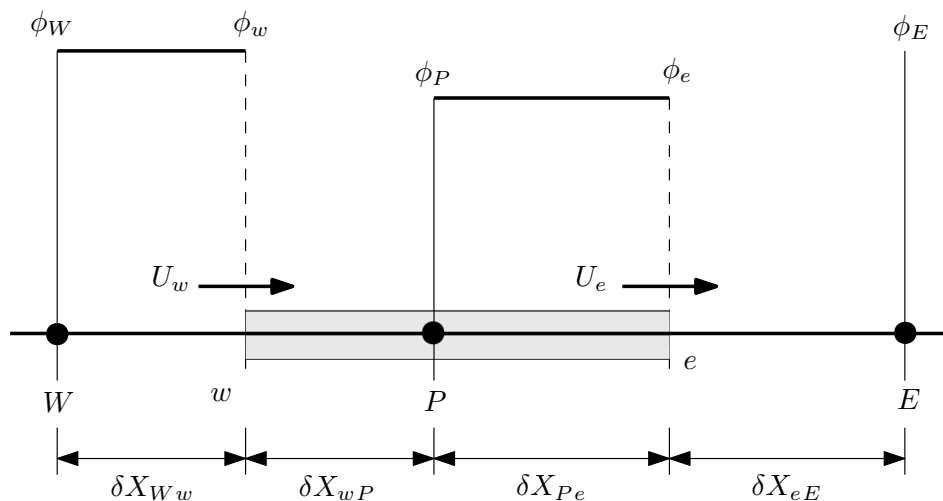


Figura 9 – Esquema *upwind*

Fonte: (VERSTEEG; MALALASEKERA, 1995) - Adaptação

Analisando o fluxo positivo,  $u_w > 0$ ,  $u_e > 0$  ( $F_w > 0$ ,  $F_e > 0$ ) e define  $\phi_w = \phi_W$  e  $\phi_e = \phi_P$ .

#### 4.4.2 QUICK

Leonard (1979) desenvolveu o esquema *QUICK* (*Quadratic Upstream Interpolation for Convective Kinematics*). Trata-se de um esquema não TVD com precisão de terceira ordem, conservativo, que pode apresentar falsas oscilações para valores elevados do Número de Péclet.

Como o próprio nome indica, emprega a interpolação do valor da variável dependente em cada face do elemento, aplicando um polinômio quadrático polarizado para a direção a montante, cujo valor interpolado é usado para calcular o termo convectivo nas equações governantes para a variável dependente (MOUKALLED; MANGANI; DARWISH, 2016).

Na Figura 10, é mostrado o cálculo dos valores da variável dependente em uma célula de face.

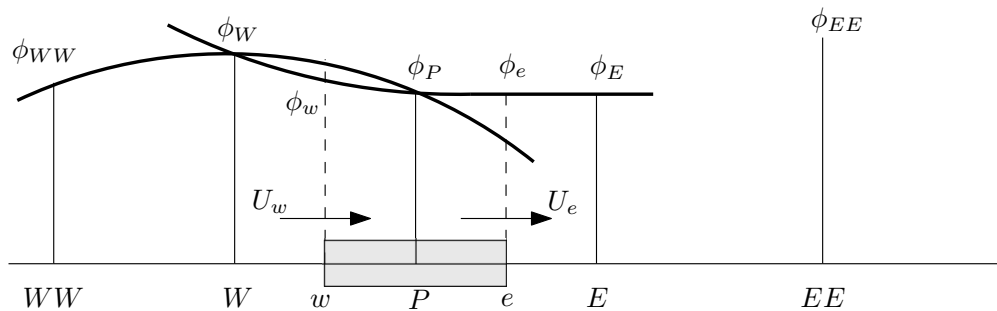


Figura 10 – Esquema *QUICK*

Fonte: (VERSTEEG; MALALASEKERA, 1995) - Adaptação

Considerando o fluxo positivo, quando  $u_w > 0$ , os nós de agrupamento para a face oeste  $w$  são  $W$  e  $P$ , e o nó a montante é  $WW$ . Assim

$$\phi_w = \frac{6}{8}\phi_W + \frac{3}{8}\phi_P - \frac{1}{8}\phi_{WW} \quad (4.5)$$

e quando  $u_e > 0$ , os nós de agrupamento para a face leste  $e$  são  $P$  e  $E$ , e o nó a montante é  $W$ . Tem-se

$$\phi_e = \frac{6}{8}\phi_P + \frac{3}{8}\phi_E - \frac{1}{8}\phi_W \quad (4.6)$$

#### 4.4.3 *linear upwind*

É um esquema TVD proposto por Warming e Beam (1976), que consideraram a aplicação de técnicas explícitas de segunda ordem, empregando um operador de transição que fizesse uma mudança espacial de forma automática entre o algoritmo *MacCormack* e o esquema *upwind* descrito na Subseção 4.4.1.

O *MacCormack* trata-se de um algoritmo preditor-corretor. É dito não centrado porque o espaço das derivadas no preditor é aproximado por quocientes de diferença para frente (*forward*) e, no corretor, para trás (*backward*). O preditor é espacialmente unilateral e o corretor pode ser modificado para se obter um esquema puramente *upwind*, uma vez que esse também se baseia em diferença para trás (WARMING; BEAM, 1976).

Por fim, a combinação dessas técnicas é altamente compatível, quando aplicada, desde que o algoritmo *MacCormack* e o esquema *upwind* compartilhem o mesmo preditor.

#### 4.4.4 *limited linear*

Este é um esquema de diferenciação de segunda ordem, TVD e com limitador de fluxo, proposto por Sweby (1984). É descrito como a soma do esquema de diferenciação limitado de primeira ordem (*upwind*) e uma correção de ordem superior limitada, conforme Equação (4.7).

$$\phi_f = (\phi)_{UD} + \Psi[(\phi)_{HO} - (\phi)_{UD}] \quad (4.7)$$

onde  $\phi_{HO}$  representa o valor nominal de  $\phi$  para o esquema de ordem superior selecionado e  $\Psi$  é o fluxo limitado.



## 5 MÉTODOS DE SOLUÇÃO PARA OBTENÇÃO DOS COEFICIENTES DE *FLUTTER*

### 5.1 MÉTODO NUMÉRICO

Nesta primeira abordagem, os coeficientes de *flutter* são obtidos numericamente através da metodologia proposta por Maître, Scanlan e Knio (2003). Para diferentes valores de  $K$ , vibrações senoidais forçadas em  $h$  ou  $\alpha$  são impostas à estrutura. As respostas da força de sustentação ( $L$ ) e do momento ( $M$ ) são decompostas, e as contribuições senoidais e cossenoidais são associadas às respectivas parcelas das Equações (3.55) e (3.56). Observe que os coeficientes  $H_1^*$ ,  $H_4^*$ ,  $A_1^*$  e  $A_4^*$  têm relação com o movimento vertical  $h$ , enquanto os demais compõem a vibração torcional  $\alpha$ .

Na solução das Equações (3.55) e (3.56) são empregadas as Equações (5.1) e (5.2), que são funções senoidais, para análise de deslocamentos dos movimentos de flexão e torção.

$$h(t) = h_0 \text{sen}(\bar{\omega}t) \rightarrow \dot{h}(t) = h_0 \omega \cos(\bar{\omega}t) \quad (5.1)$$

$$\alpha(t) = \alpha_0 \text{sen}(\bar{\omega}t) \rightarrow \dot{\alpha}(t) = \alpha_0 \omega \cos(\bar{\omega}t) \quad (5.2)$$

Sendo as amplitudes  $h_0 = \alpha_0 = 1^\circ$ .

Obtém-se os coeficientes de *flutter* extraíndo os pontos dispersos no domínio do tempo  $C_l$  e  $C_m$  e ajustando-os pelo MMQ. A Equação (5.3) representa qualquer sinal harmônico  $x(t)$ , com sua amplitude  $\rho_{amp}$  (ver Eq. 5.4), sua frequência de oscilação  $\bar{\omega}$ , e seu ângulo de fase  $\theta$  (ver Eq. 5.5).

$$x(t) = \rho_{amp} \cos(\bar{\omega}t + \theta) \quad (5.3)$$

A amplitude  $\rho_{amp}$  e o ângulo de fase  $\theta$  são representados por:

$$\rho_{amp} = \sqrt{A^2 + B^2} \quad (5.4)$$

$$\theta = \tan^{-1} \left( \frac{-B}{A} \right) \quad (5.5)$$

Analogamente, a variável dependente da resposta dos coeficientes em função do tempo é representada por  $x(t)$ ;  $\bar{\omega}$  é a frequência de movimento associada a cada velocidade reduzida; e  $A$  e  $B$  são constantes numéricas. A forma a seguir (ver Eq. 5.6) representa o ajuste da curva feito a partir das respostas dos coeficientes, aproximando a solução da Equação (5.3)

$$\sum_{k=0}^m a_m g_m(t), \quad (5.6)$$

onde, o termo que minimiza a soma dos quadrados dos resíduos é  $a_m$ ; a função a ser ajustada é  $g_m(t)$ ; e as constantes A e B dos termos  $\rho_{amp}$  e  $\theta$  da Equação (5.3) são  $a_o$  e  $a_1$ , respectivamente.

Após algumas manipulações, obtêm-se as Equações (5.7)-(5.10) para o movimento de torção e (5.11)-(5.14) para o movimento de flexão para a identificação dos coeficientes de *flutter* adimensionais

$$H_2^* = \frac{a(C_l)}{2KB^2\alpha_0\omega}, \quad (5.7)$$

$$H_3^* = \frac{b(C_l)}{2BK^2\alpha_0}, \quad (5.8)$$

$$A_2^* = \frac{a(C_m)}{2KB^3\alpha_0\omega}, \quad (5.9)$$

$$A_3^* = \frac{b(C_m)}{2K^2B^2\alpha_0}, \quad (5.10)$$

$$H_1^* = \frac{a(C_l)}{2KBh_0\omega}, \quad (5.11)$$

$$H_4^* = \frac{b(C_l)}{2K^2h_0}, \quad (5.12)$$

$$A_1^* = \frac{a(C_m)}{2KB^2h_0\omega}, \quad (5.13)$$

$$A_4^* = \frac{b(C_m)}{2K^2Bh_0}, \quad (5.14)$$

onde  $a(C_l$  ou  $C_m)$  são a amplitude do cosseno, e  $b(C_l$  ou  $C_m)$  são a amplitude do seno.

A seguir, nas Figuras 11 e 12, é demonstrada a resposta no domínio do tempo de uma simulação para exemplificar a eficácia do MMQ.

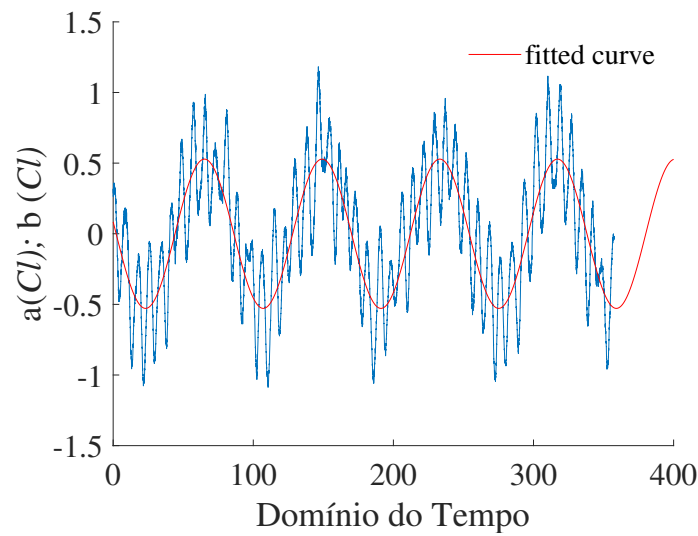


Figura 11 – Amplitude do Cosseno  $a(C_l)$  e Seno  $b(C_l)$  Para o Movimento de Torção e  $U_r = 12$  no Modelo de Turbulência  $k-\omega$  SST

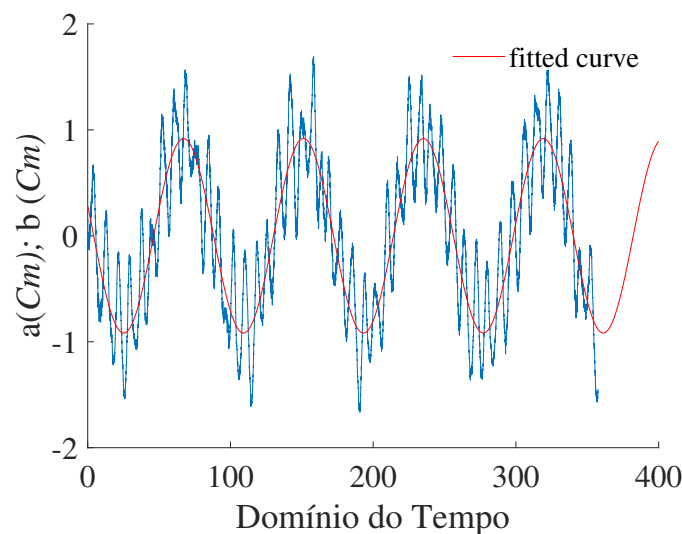


Figura 12 – Amplitude do Cosseno  $a(C_m)$  e Seno  $b(C_m)$  Para o Movimento de Torção e  $U_r = 12$  no Modelo de Turbulência  $k-\omega$  SST

## 5.2 MÉTODO DAS EQUAÇÕES LINEARES (EL)

Uma segunda abordagem, sugerida por Matsumoto (1996), propõe calcular os coeficientes de flexão  $H_1^*$ ,  $H_4^*$ ,  $A_1^*$  e  $A_4^*$ , a partir dos coeficientes de torção  $H_2^*$ ,  $H_3^*$ ,  $A_2^*$  e  $A_3^*$  obtidos computacionalmente. A hipótese adotada pelo referido autor baseia-se na suposição de que a pressão instável é proporcional à magnitude do ângulo de ataque relativo. Matsumoto (1996) valida esta hipótese através de experimentos em seções retangulares. Essas relações são apresentadas nas Equações (5.15)-(5.18)

$$H_1^* = KH_3^*, \quad (5.15)$$

$$H_4^* = -KH_2^*, \quad (5.16)$$

$$A_1^* = KA_3^*, \quad (5.17)$$

$$A_4^* = -KA_2^*. \quad (5.18)$$

### 5.3 METODOLOGIA NUMÉRICA

A metodologia é composta por três etapas: pré-processamento, processamento e pós-processamento. A seguir, são descritas essas etapas e seus componentes.

Na etapa de pré-processamento escolhe-se, inicialmente, a geometria, objeto de estudo. No caso, a GBEB. Em seguida, deve-se fazer a escolha do programa gerador de malha (optou-se pelo Gmsh<sup>®</sup>). Procede-se então com a definição do domínio computacional e o tipo de malha. Aqui a escolha foi por elementos triangulares, discretizada em MVF (Seção 4.2).

A seguir são definidas as condições de contorno (Seção 6.3) e as características do fluido a ser simulado (no caso, fluido incompressível, newtoniano e viscoso). Essas características são governadas pelas Equações de *Navier-Stokes* (Seção 3.2), que serão resolvidas na simulação. Para tanto deve-se utilizar um *solver*. No caso, o PIMPLE (Seção 4.3). Por último, são escolhidos os modelos de turbulência a ser empregados. Neste estudo foram escolhidos  $k-\omega$  SST (Subseção 3.4.3.1), que resolve duas equações, que resolve duas equações que são a equação de transporte e a taxa de dissipação e  $k-\omega$  SSTLM (Subseção 3.4.3.2) que resolve quatro equações, sendo as duas anteriormente citadas, além da equação de transporte para intermitência e a transição momento-espessura do Número de *Reynolds*).

Na etapa de processamento, procede-se com a simulação do caso estático, empregando-se um simulador (optou-se pelo OpenFOAM<sup>®</sup>, por ser de código aberto), adotando-se os modelos de turbulência escolhidos. Em seguida são obtidas as respostas das Funções de Parede (Seção 3.5) e escolhidos os esquemas numéricos a ser empregados na simulação. Foram escolhidos quatro esquemas *upwind*, *QUICK*, *linear upwind*, *limited linear* (Seção 4.4), para obtenção dos coeficientes estáticos  $C_d$ ,  $C_l$  e  $C_m$ , além do  $S_t$  (Seção 3.6). Havendo convergência dos resultados, segue-se para a simulação do *flutter*; caso contrário, retorna-se à etapa de pré-processamento, revisando cada passo.

Ainda na etapa de processamento, para a simulação do *flutter* são impostas algumas características, como vibração forçada - para os movimentos de flexão e torção (Seção 5.1) -, o tipo de movimento de malha - foi escolhido o referencial ALE (Seção 3.3) - e a utilização dos dois modelos de turbulência que foram empregados no caso estático.

Na etapa de pós-processamento, procede-se com o tratamento numérico via Método dos Mínimos Quadrados (Seção 5.1) com o qual são obtidos dois resultados,  $a(C_l$  ou  $C_m)$  que são a amplitude do cosseno, e  $b(C_l$  ou  $C_m)$ , que são a amplitude do seno. Em seguida, esses resultados são transportados para as Equações de *Flutter* (Seção 3.6.2), para obtenção dos 8 coeficientes de *flutter* para os movimentos de flexão e torção, através dos métodos 8COEF (Seção 5.1) e EL (Seção 5.2). Havendo convergência, procede-se ao cálculo da velocidade crítica ( $U_c$ ) (Seção 3.7) e com a análise visual das linhas de corrente do fluxo de escoamento. Caso contrário, retorna-se ao tratamento numérico via MMQ. Por fim, utilizou-se o *software* ParaView<sup>®</sup> para realizar a análise visual das linhas de corrente do escoamento do fluido.

A metodologia adotada nesta pesquisa está esquematizada no fluxograma apresentado na Figura 13.

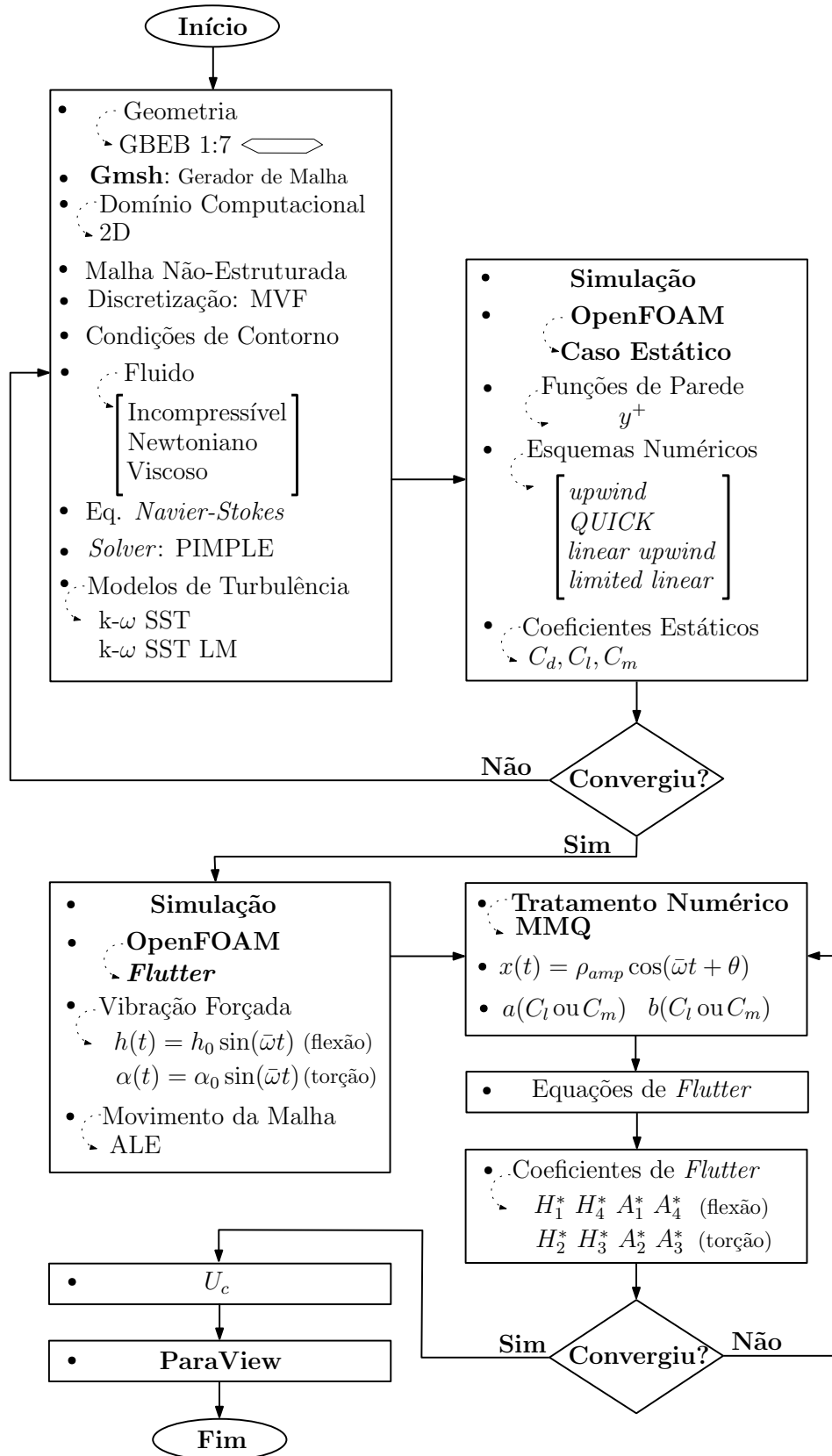


Figura 13 – Descritivo do Processo Numérico

## 6 ANÁLISE DO PROBLEMA

### 6.1 A PONTE *GREAT BELT EAST*

A GBEB foi construída entre os anos de 1991 e 1998 e sua estrutura é do tipo suspensão, com uma superestrutura constituída de dois vãos de aproximação de 535 m, e do vão central de 1.624 m, que é o objeto de estudo desta pesquisa. Na Figura 14 é mostrada a estrutura da GBEB numa visualização real.



Figura 14 – Vista da GBEB

Fonte: <https://www.hochtief.com/about-hochtief/history/east-bridge-over-the-great-belt>

A GBEB compõe o complexo rodoferroviário da Dinamarca que cruza o estreito do *Great Belt* entre as ilhas dinamarquesas *Zealand* e *Funen*, como pode ser visto na Figura 15. A elaboração do projeto foi iniciada em 1988, e sua liberação ao tráfego ocorreu em 1998.

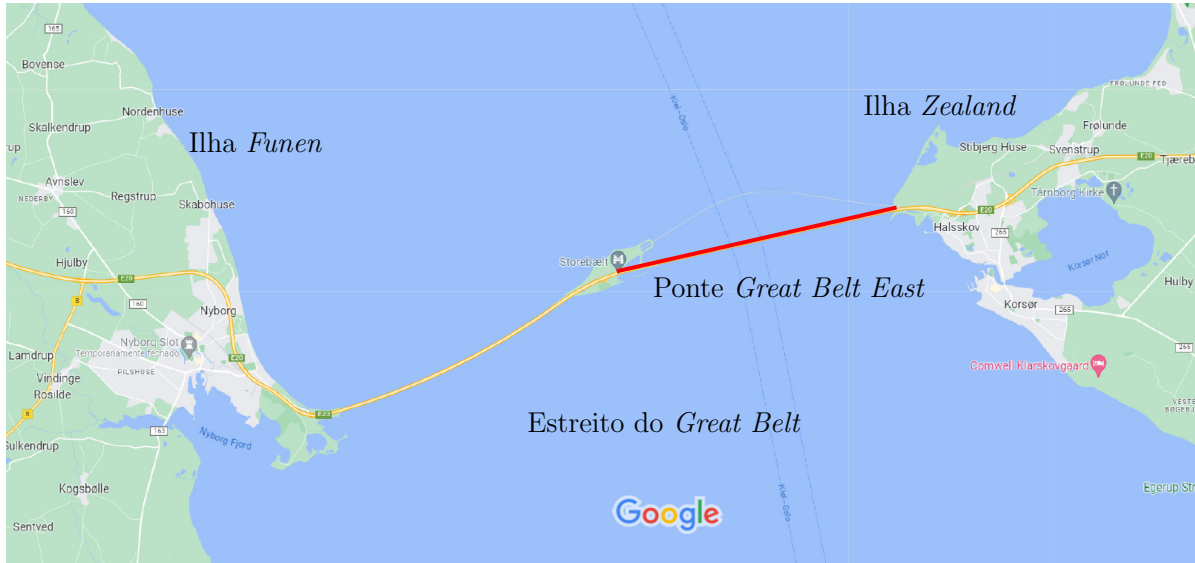
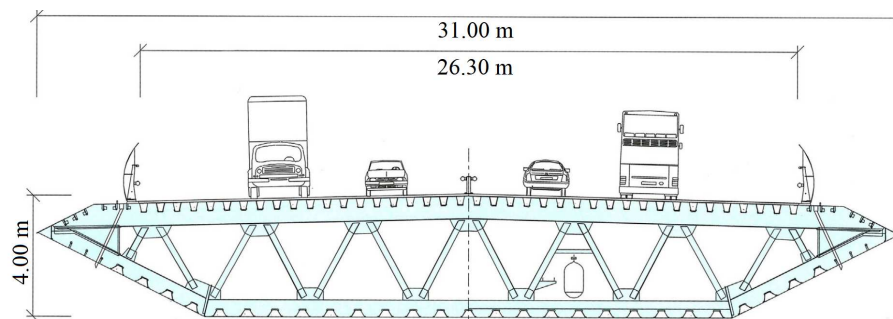


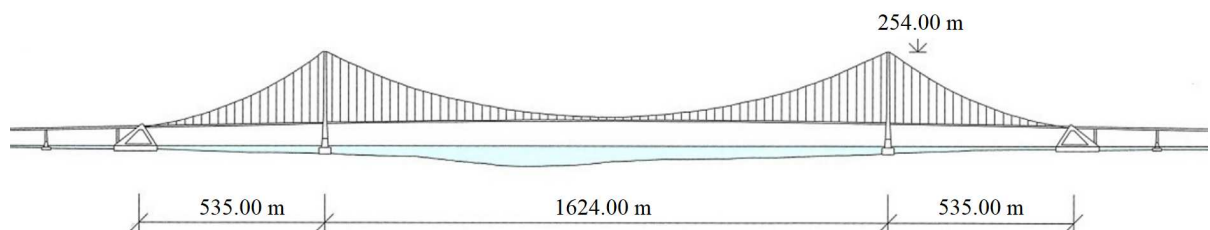
Figura 15 – Localização da GBEB

Fonte: Google Maps (2023) - Adaptação

O modelo analisado é a seção transversal do tabuleiro, cujo modelo seccional está representado na proporção  $B/H = 7/1$ . Embora tenha sido utilizado um modelo em escala reduzida, a Figura 16 apresenta algumas características geométricas da estrutura.



(a) Seção Transversal da GBEB



(b) Vista Lateral da GBEB

Figura 16 – Desenhos de Projeto

Fonte: (KUSANO et al., 2018) - Adaptação



## 6.2 EQUIPAMENTOS UTILIZADOS

Para desenvolvimento das simulações neste trabalho foram utilizados até 6 computadores do Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil (PEC/UFJF), com as seguintes configurações: Processador Intel® Core™ i7-6700K CPU 4.00 GHz, memória RAM 16 GB com Windows® 10 Pro 64 bits.

## 6.3 ASPECTOS DA MODELAGEM CFD

Para simulações em um escoamento turbulento com  $Re$   $10^5$ , utilizou-se a abordagem 2D RANS, aplicando-se os modelos de turbulência k- $\omega$  SST e k- $\omega$  SSTLM com intensidade de turbulência  $I = 1\%$ .

As condições de contorno da modelagem de turbulência foram estimadas com as Equações (6.1)-(6.3) (MENTER; LANGTRY; VÖLKER, 2006; WILCOX, 2008), considerando  $C_\mu = 0.09$ ,  $L = 1$  e ângulo de ataque de fluxo considerado  $\alpha = 0^\circ$ .

$$k = \frac{3}{2} (I |U_\infty|)^2 \quad (6.1)$$

$$\omega = \frac{k^{0.5}}{C_\mu^{0.25} L} \quad (6.2)$$

$$Re_\theta = \frac{331.5}{(I - 0.5658)^{0.671}} \quad (6.3)$$

As condições de contorno de transporte da energia cinética turbulenta ( $k$ ) e de sua taxa de dissipação ( $\omega$ ) do modelo de turbulência k- $\omega$  SST e a de transporte para intermitência ( $\gamma$ ) e de transição momento-espessura do Número de Reynolds ( $Re_\theta$ ) do modelo de turbulência k- $\omega$  SSTLM estão descritas na Tabela 3.

Tabela 3 – Condições de Contorno para as Propriedades de Turbulência

| Fronteira     | $k$                    | $\omega$               | $\gamma$       | $Re_\theta$    |
|---------------|------------------------|------------------------|----------------|----------------|
| <i>inlet</i>  | prescrito              | prescrito              | 1              | prescrito      |
| <i>outlet</i> | gradiente zero         | gradiente zero         | gradiente zero | gradiente zero |
| <i>top</i>    | prescrito              | prescrito              | gradiente zero | gradiente zero |
| <i>bottom</i> | prescrito              | prescrito              | gradiente zero | gradiente zero |
| <i>wall</i>   | prescrito <sup>1</sup> | prescrito <sup>1</sup> | gradiente zero | gradiente zero |

O domínio computacional 2D, as condições de contorno referentes ao fluxo de escoamento utilizadas neste estudo de caso estão ilustrados na Figura 17.

<sup>1</sup> Dado prescrito usando as Funções de Parede

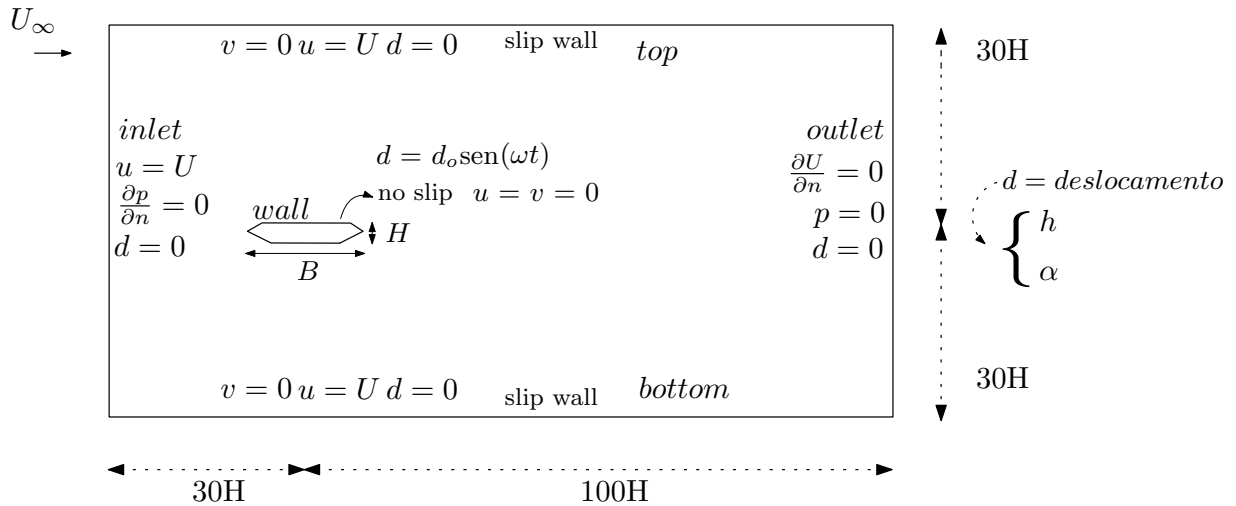


Figura 17 – Domínio Computacional e Condições de Contorno

As técnicas numéricas adotados nas simulações aqui relatadas são: a discretização feita em MVF, onde os valores de os centros das células aos centros das faces foram feitos usando um esquema linear; o acoplamento pressão-velocidade pelo *solver* PIMPLE; os termos do gradiente discretizados usando o esquema linear de *Gauss* e; os termos do divergente, também foi selecionado o esquema de *Gauss*, considerando quatro esquemas: *upwind* (SPALDING, 1972), *QUICK* (LEONARD, 1979), *linear limited* (SWEBY, 1984) e *linear upwind* (WARMING; BEAM, 1976).

## 7 RESULTADOS DAS SIMULAÇÕES COMPUTACIONAIS

### 7.1 CASO ESTÁTICO

#### 7.1.1 Teste de Convergência de Malha

O desenvolvimento das simulações visa à determinação dos valores médios de  $C_d$ ,  $C_l$ ,  $C_m$ , além do  $S_t$ , juntamente com esquemas divergentes de um escoamento turbulento em torno da seção transversal da GBEB, em seção fixa, com objetivo de estabelecer um comparativo entre os esquemas, bem como definir os parâmetros de malha adequados para a simulações subsequentes.

Para geração das malhas foi utilizado o gerador de malha Gmsh<sup>®</sup>, sendo propostas cinco malhas não-estruturadas: M1 88798/259134, M2 100100/287512, M3 112748/324590, M4 121994/359610 e M5 130404/376406, com diferentes características de nó/elemento. As malhas estão apresentadas em ordem crescente de refinamento, sendo M1 a menos refinada e M5 a mais refinada.

##### 7.1.1.1 Função de Parede

Um parâmetro importante que influencia diretamente na qualidade da malha, o  $y^+$ , pode ser verificado na Tabela 4, onde são descritos os valores máximos do  $y^+$  de cada malha.

Tabela 4 – Descritivo do  $y^+$

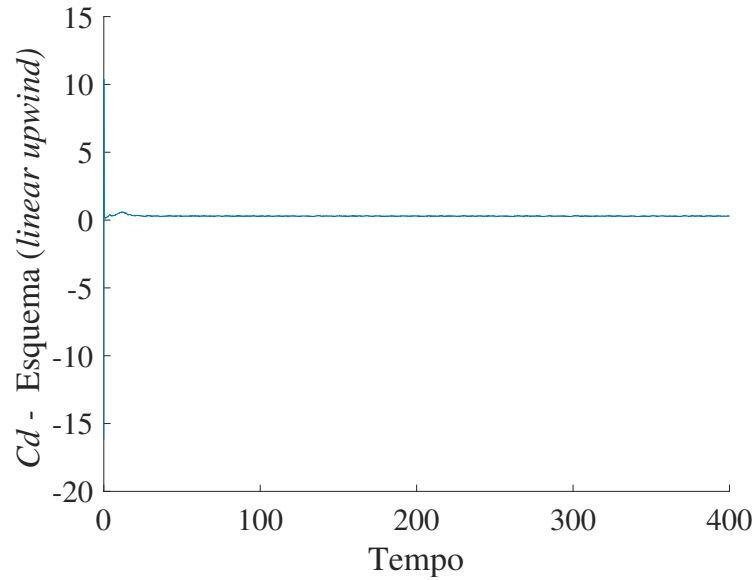
| Malha Nó/Elemento | Funções de Parede |
|-------------------|-------------------|
|                   | $y^+$             |
| M1 88798/259134   | 2.31412           |
| M2 100100/287512  | 1.75807           |
| M3 112748/324590  | 1.29405           |
| M4 121994/359610  | 0.79050           |
| M5 130404/376406  | 0.74409           |

Nota-se que, conforme o refinamento da malha aumenta, consequentemente, os valores de  $y^+$  são gradativamente reduzidos. Entretanto, na camada limite, encontram-se todos dentro da faixa de sub-camada viscosa, ou seja, com  $y^+ < 5$  que é uma região boa para se trabalhar com escoamentos turbulentos.

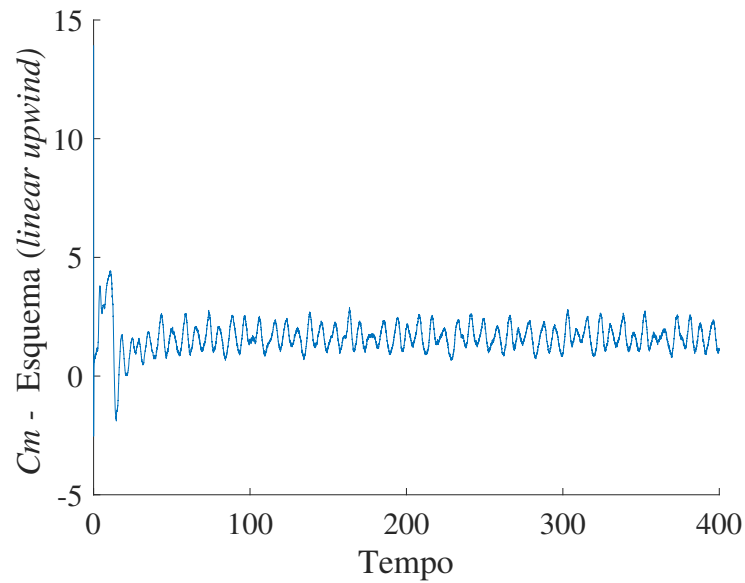
##### 7.1.1.2 Exemplificação da Distribuição Temporal dos Coeficientes ( $C_d$ ), ( $C_l$ ) e ( $C_m$ )

A Figura 18 exemplifica a resposta da distribuição temporal dos coeficientes de arrasto ( $C_d$ ) e momento ( $C_m$ ) no entorno do perfil da seção transversal da GBEB, obtida

com a malha M1, empregando o modelo de turbulência  $k-\omega$  SST e esquema numérico de divergência *linear upwind*.



(a) Resposta do Coeficiente de Arrasto ( $C_d$ )



(b) Resposta do Coeficiente de Momento ( $C_m$ )

Figura 18 – Respostas da Distribuição Temporal dos Coeficientes  $C_d$  e  $C_m$  - Malha M1

A Figura 19 demonstra a distribuição temporal do coeficiente de sustentação ( $C_l$ ) e a densidade espectral. O Número de *Strouhal* ( $S_t$ ) foi obtido a partir do espectro de ( $C_l$ ), resultando em 0.1221.

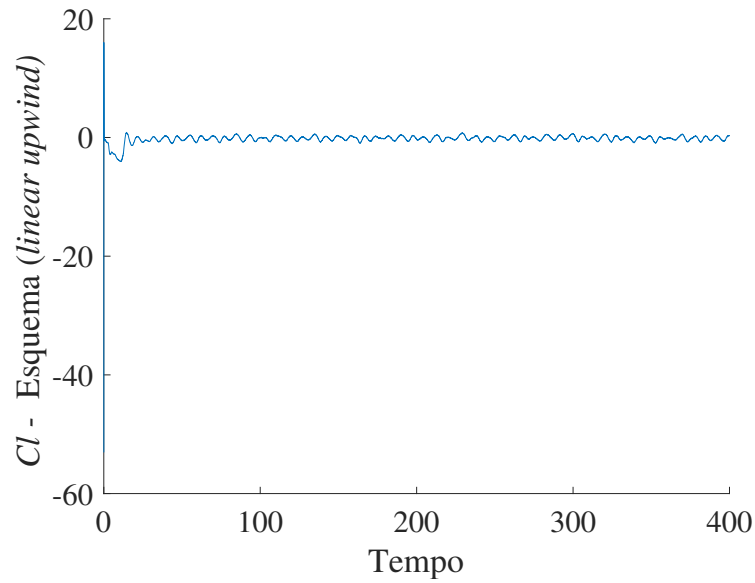
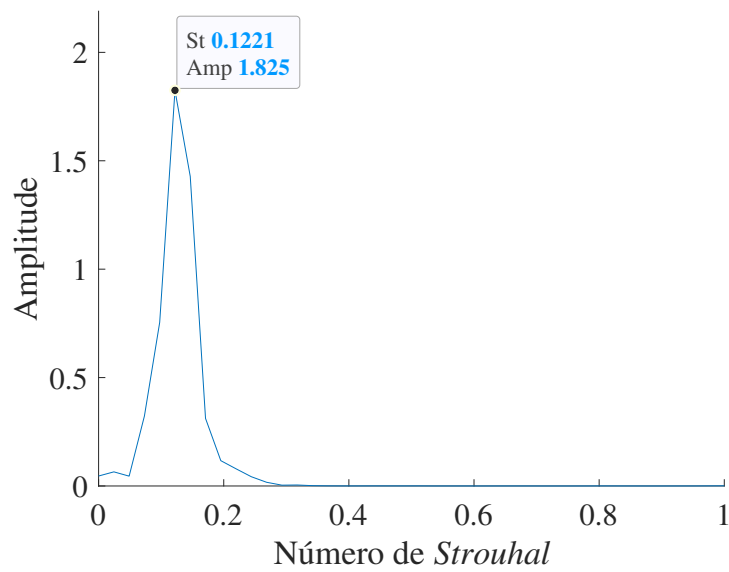
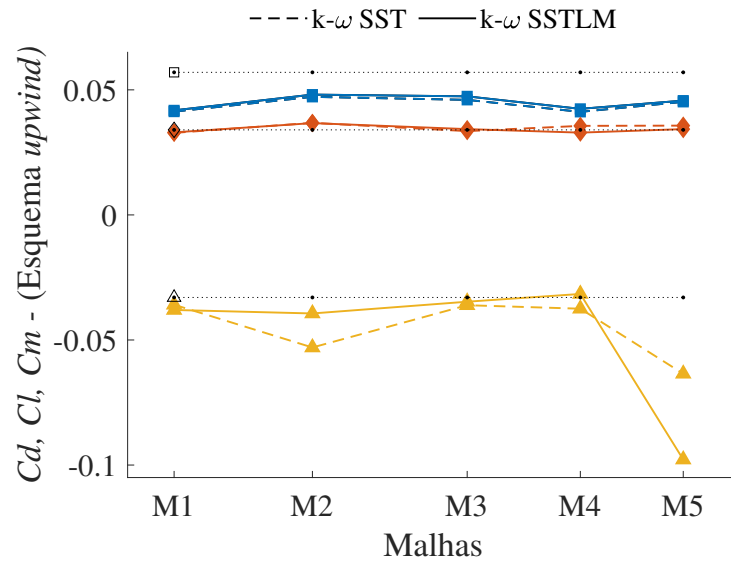
(a) Resposta do Coeficiente de Sustentação ( $C_l$ )(b) Espectro do Histórico de ( $C_l$ )

Figura 19 – Respostas da Distribuição Temporal do Coeficiente  $C_l$  e sua Densidade Espectral - Malha M1

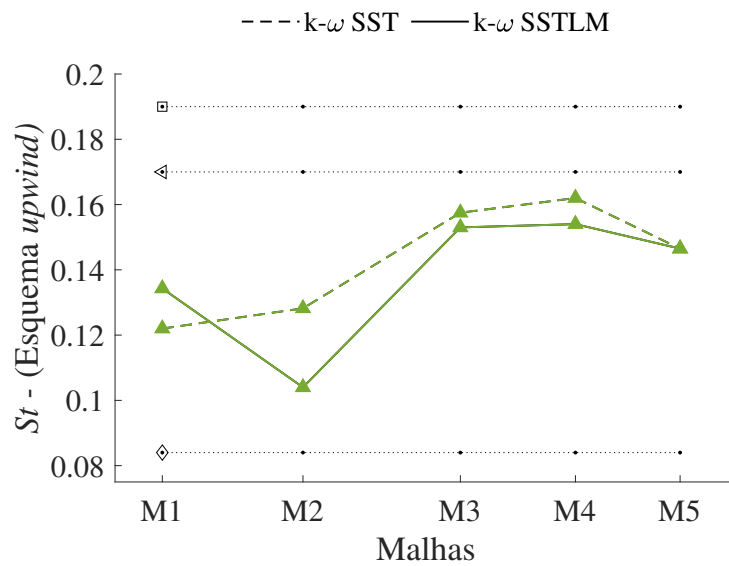
### 7.1.1.3 Evolução dos Coeficientes ( $C_d$ ), ( $C_l$ ), ( $C_m$ ) e ( $S_t$ )

A seguir, nas Figuras 20, 24, 27 e 30, são apresentadas as evoluções dos valores médios dos coeficientes  $C_d$ ,  $C_l$ ,  $C_m$ , além do  $S_t$  para os diferentes esquemas. Os valores obtidos foram validados com estudos CFD de Larsen e Walther (1998), Farsani et al. (2014), Nieto et al. (2015) e Montoya et al. (2018). Destaque-se que foi utilizado um único resultado de cada autor para a validação de cada coeficiente, independentemente do número de malhas simuladas, pois esses autores apresentaram apenas o comportamento

da malha cujos resultados evidenciaram a melhor convergência em seus estudos, sendo essas as referências adotadas.



(a) Coeficientes Aerodinâmicos



(b) Número de *Strouhal*

Figura 20 – Esquema *upwind* - **20(a)**  $C_d$  ■;  $C_l$  ▲;  $C_m$  ◆;  
 $C_d$  □ CFD (NIETO et al., 2015);  
 $C_l$  △ CFD (NIETO et al., 2015);  
 $C_m$  ◇ CFD (NIETO et al., 2015).  
**20(b)**  $S_t$  ▲;  
 $S_t$  △ CFD (LARSEN; WALTHER, 1998);  
 $S_t$  ◇ CFD (FARSANI et al., 2014);  
 $S_t$  □ CFD (NIETO et al., 2015).

Observa-se nos gráficos da Figura 20 que os resultados obtidos para o esquema

*upwind* apresentaram-se consistentes, dentro de uma faixa aceitável, alguns até mesmo com uma boa proximidade com a literatura, com destaque para os resultados com o modelo de turbulência  $k-\omega$  SSTLM. Com base nas características do esquema, sendo de primeira ordem, é esperado que, sendo limitado, possa comprometer a precisão dos resultados.

Analisando ainda os gráficos da Figura 20, nota-se um comportamento inesperado nos resultados do  $C_l$ , na malha M5, em comparação com as demais malhas. Esse comportamento pode ser atribuído ao recolamento no fluxo do escoamento, mesmo estando com o  $y^+$  na região da sub-camada viscosa. Esse fenômeno influencia os resultados, tendo sido mais evidenciado na malha mais refinada.

Observa-se que o recolamento no tabuleiro da GBEB acontece devido a um desvio de fluxo a partir da lateral do tabuleiro, que impele seu escoamento em duas direções: inclinado para cima (tendência ascendente) e inclinado para baixo (tendência descendente), como pode ser verificado na Figura 21.

Com isso, além da divisão do fluxo em superior e inferior, tem-se uma redução do contato do escoamento com a superfície horizontal da ponte, a partir dos pontos de inflexão nas laterais do tabuleiro. Nesse ponto, o escoamento ascendente sofre os efeitos da ação da pressão atmosférica ( $P_a$ ), que atua em todo o sistema continuamente e força o fluxo superior na direção da superfície horizontal, onde a redução da densidade do fluido foi induzida pela geometria do tabuleiro, gerando redemoinhos ao preencher os espaços de menor densidade junto ao plano horizontal, o que resulta no recolamento de fluxo de escoamento.

Esse fenômeno se verifica em todas as malhas, sendo mais evidente na malha mais refinada. Ou seja, na malha menos refinada tem-se alguma visão mas, analogamente a uma fotografia com maior quantidade de pixels, ao aumentar o refinamento da malha consegue-se ver com mais clareza os detalhes do fenômeno.

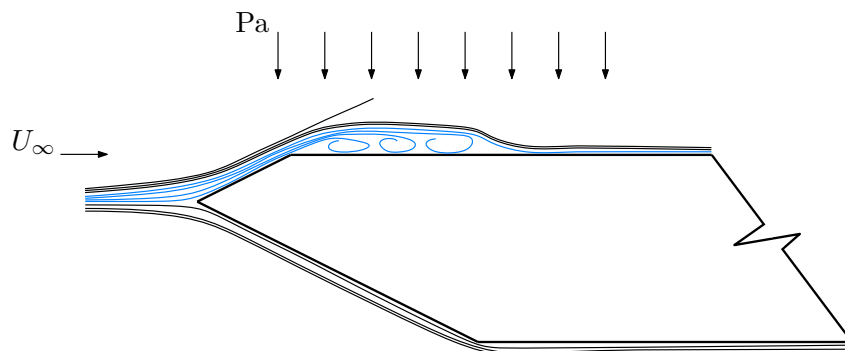


Figura 21 – Representação do Recolamento no Fluxo do Escoamento da GBEB

A Figura 22 ilustra as linhas de corrente no contorno do tabuleiro da GBEB. Pode ser observado na parte superior do tabuleiro, o recolamento de fluxo do escoamento, obtidas pelo pós-processamento no *software* ParaView®.



(a) Visualização Geral do Contorno da GEBB



Observa-se ainda, na Figura 22 a evolução do desprendimento de vórtices na esteira do fluxo e, nota-se a propagação alternadamente com uma perturbação maior, por exemplo, o que não ocorre na malha M3, como verificado na Figura 23, onde o desprendimento se dá em menor intensidade.

M4 que tiveram resultados bem próximos aos da literatura.

e também à capacidade do esquema de convergir os dados, uma vez que se trata de um esquema de diferenciação com precisão de terceira ordem. Com relação à malha M5, que não convergiu tão bem no esquema anterior, nota-se uma consistência nos resultados, com destaque para o modelo de turbulência  $k-\omega$  SST. As linhas de corrente de fluxo de escoamento da malha M5 são demonstradas na Figura 25.

o escoamento apresentou recolamento, mas que escoou normalmente no restante do fluxo, sem prejuízos aos resultados dos coeficientes.

Para a malha M1, nota-se na Figura 26 um bom comportamento do fluxo de escoamento com consistência e desprendimento de vórtices ordenado.

deste.

concordância entre os resultados, com destaque para os resultados da malha M3 e M4.

A Figura 28 ilustra uma semelhança com o fluxo de escoamento referente ao observado no esquema *upwind* para a malha M5 (Ver Fig. 22).







$k-\omega$  SST, foram mais consistentes. Observa-se que os resultados dos coeficientes apresentados na Figura 30 do modelo de turbulência  $k-\omega$  SST tiveram uma melhor convergência. Os resultados da malha M5 ficaram mais próximos das demais e também das referências. Na Figura 31 é demonstrado o fluxo de escoamento do fluido na malha M5. Evidencia-se que o escoamento apresentou um breve recolamento inicial, mas no restante transcorreu de forma normal. Esse comportamento é semelhante ao fluxo de escoamento com o esquema *QUICK*.

### 7.1.2 Custo Computacional

A escolha da malha no estudo do *flutter* foi estabelecida através da análise do caso estático, investigando a convergência dos coeficientes  $C_d$ ,  $C_l$ ,  $C_m$  e  $S_t$ . Avaliou-se, ainda, o custo computacional das simulações em função dos recursos computacionais disponíveis.

Dessa forma, as informações descritas na Tabela 5, a seguir, demonstram o quantitativo de horas processadas para cada esquema.

Tabela 5 – Tempo de Processamento de Dados

| Malha Nó/Elemento | Modelo de Turbulência k- $\omega$ SST |                      |              |               |
|-------------------|---------------------------------------|----------------------|--------------|---------------|
|                   | <i>limited linear</i>                 | <i>linear upwind</i> | <i>QUICK</i> | <i>upwind</i> |
| M1 88798/259134   | 37h 22min                             | 37h 58min            | 37h 11min    | 37h 42min     |
| M2 100100/287512  | 47h 48min                             | 47h 29min            | 46h 20min    | 47h 22min     |
| M3 112748/324590  | 66h 46min                             | 63h 35min            | 62h 5min     | 62h 23min     |
| M4 121994/359610  | 77h 46min                             | 73h 17min            | 72h 9min     | 72h 23min     |
| M5 130404/376406  | 140h 51min                            | 152h 16min           | 150h 11min   | 152h 25min    |

A tabela acima apresenta o desempenho computacional dos esquemas divergentes, considerando o tempo de processamento gasto pelos equipamentos para os cinco diferentes refinamentos de malha. Inicialmente, verifica-se que todos os esquemas mostraram-se bastante competitivos.

Entretanto, o esquema *QUICK* superou os demais em agilidade em M1, M2, M3 e M4, ainda que as diferenças mínimas tenham sido de apenas 11 minutos em M1, 14 minutos em M4 e 18 minutos em M3.

O *limited linear* mostrou-se mais rápido na malha mais refinada, M5, superando o *QUICK* em 10h e 40min. Já os esquemas *linear upwind* e *upwind* foram superados nas cinco malhas, sendo que o *upwind* mostrou-se o mais rápido dos dois em todas as simulações. O *upwind* ainda se aproximou do tempo do *QUICK* em M3 e M4, com a diferença de 18 e 14 minutos, respectivamente. Em M1 essa diferença foi de 31 minutos, desempenho inferior até mesmo ao do *limited linear*, que foi superado pelo *QUICK* por apenas 11 minutos.

Considerando que o grau de refinamento das malhas e o tempo de processamento são crescentes entre M1 e M5, o *QUICK* mostrou-se o mais ágil e estável, confirmando o que já era esperado devido a suas características, apresentando o menor custo computacional.

Entretanto, o incremento no refinamento das malhas provocou um aumento desproporcional no tempo de processamento. Conseqüentemente, malhas mais refinadas, com maior número de elementos, apresentam um custo computacional muito maior. Desta forma, optou-se pela malha M1 para seguir nas simulações de *flutter*, por ter menor

custo computacional e ser mais ágil. Com relação ao esquema divergente, optou-se por prosseguir com o esquema *QUICK*, que apresentou desempenho superior, tanto no tempo de processamento quanto nos resultados do caso estático.

Na Figura 32, a malha M1 é ilustrada.



semelhante ao das referências, embora proporcionalmente inferior, principalmente a partir de  $U_r = 6$ .

### 7.2.2 Coeficientes de Flexão

Nas Figuras 35-36, os valores 8COEF e EL são mostrados nos gráficos de  $H_1^*$ ,  $A_1^*$ ,  $H_4^*$  e  $A_4^*$ .



Nos resultados de  $H_1^*$  e  $A_1^*$  da Figura 35, pode-se notar uma boa concordância em ambas as abordagens (8COEF e EL) e destas com a literatura.

Nos resultados de  $H_4^*$  e  $A_4^*$ , da Figura 36, observa-se a semelhança de comportamento nos resultados, mas com diferenças mais pronunciadas para valores maiores das velocidades reduzidas como em  $U_r = 8, 10$  e  $12$ , principalmente para os valores 8COEF. Além disso, observa-se no gráfico de  $A_4^*$  que as EL se distanciam dos valores da 8COEF e das referências, diferentemente dos resultados apresentados no gráfico de  $H_4^*$ , estes com melhor concordância.

De posse dos resultados anteriores, fez-se as diferenças percentuais entre os resultados 8COEF e EL, calculadas através da Equação (7.1).

$$DP = \left| \frac{EL - 8COEF}{8COEF} \times 100 \right|, \quad (7.1)$$

onde  $DP$  é a diferença percentual;  $8COEF$  é o valor encontrado via simulações e;  $EL$  é o valor via Equações Lineares.

Tomando como referência os resultados 8COEF e valores representativos das respostas para os dois modelos de turbulência, as diferenças percentuais são apresentadas na Tabela 6.

Tabela 6 – Diferença Percentual entre os Coeficientes de *Flutter* para a GBEB.

| k- $\omega$ SST   |         |         |         |         |
|-------------------|---------|---------|---------|---------|
| $U_r$             | $H_1^*$ | $H_4^*$ | $A_1^*$ | $A_4^*$ |
| 2                 | 44%     | 32%     | 16%     | 70%     |
| 4                 | 8%      | 50%     | 9%      | 605%    |
| 6                 | 9%      | 74%     | 4%      | 127%    |
| 8                 | 23%     | 106%    | 4%      | 116%    |
| 10                | 6%      | 105%    | 6%      | 73%     |
| 12                | 12%     | 61%     | 17%     | 560%    |
| k- $\omega$ SSTLM |         |         |         |         |
| $U_r$             | $H_1^*$ | $H_4^*$ | $A_1^*$ | $A_4^*$ |
| 2                 | 50%     | 315%    | 30%     | 72%     |
| 4                 | 47%     | 75%     | 2%      | 2362%   |
| 6                 | 5%      | 150%    | 9%      | 132%    |
| 8                 | 10%     | 39%     | 3%      | 32%     |
| 10                | 6%      | 78%     | 14%     | 62%     |
| 12                | 6%      | 23%     | 4%      | 118%    |

Sobre os resultados da Tabela 6, a diferença percentual foi razoavelmente dispersa, comportando-se de forma semelhante entre as  $U_r$ . No caso de uma estrutura aerodinâmica, os resultados dos coeficientes de *flutter* para flexão também foram bastante dispersos, como pode ser visto na Subseção 7.2.2, principalmente nos resultados de  $H_4^*$  e  $A_4^*$ .



No entanto, deve-se notar que os altos valores apresentados na Tabela 6 estão relacionados a valores quase nulos nos respectivos gráficos dos coeficientes, principalmente para os coeficientes  $H_4^*$  e  $A_4^*$ . Esses coeficientes, como pode ser visto nas Equações (3.55) e (3.56), estão associados às parcelas de rigidez à flexão  $h$  (Forças Elásticas). No mecanismo clássico do *flutter*, caracterizado pelo acoplamento dos modos de flexão e torção, há perda de estabilidade associada ao amortecimento aerodinâmico, movimento torcional predominante. Entende-se, portanto, que esses resultados não comprometem a análise global da estrutura referente ao fenômeno aqui estudado.

Scanlan, Jones e Singh (1997) aplicaram as mesmas inter-relações entre os coeficientes de *flutter* em três pontes com perfis aerodinâmicos: Ponte *Kap Shui Mun*, Hong Kong; Ponte *Golden Gate*, EUA e a Ponte *Tsurumi*, Japão. Eles apontaram que, em quase todas as análises, “nenhuma das equivalências sugeridas das Equações (5.15)-(5.18) parecem valer”, especialmente a relação para  $H_4^*$ .

De acordo com Šarkić et al. (2012), essa dispersão nos resultados também pode estar associada ao fato de que coeficientes de *flutter* simulados num ambiente CFD não são resolvidos com boa consistência para velocidades reduzidas muito altas.

### 7.3 ESTIMATIVA DA VELOCIDADE CRÍTICA DE *FLUTTER*

Os resultados dos coeficientes de *flutter* dispostos na Seção 7.2 foram utilizados para calcular a velocidade crítica. As respostas são validadas com estudos experimentais e CFD de Larsen (1993), CFD de Jurado et al. (2011) e CFD de Bakis et al. (2016).

Inicialmente, na Tabela 7, estão descritas algumas propriedades estruturais da GBEB (LARSEN, 1993; COSTA et al., 2022).

Tabela 7 – Propriedades Estruturais da GBEB usadas no Cálculo da Velocidade Crítica de *Flutter*

| Propriedades                         | Valores            | Unidades                |
|--------------------------------------|--------------------|-------------------------|
| Massa ( $m$ )                        | 23687              | kg/m                    |
| Momento de Inércia ( $I$ )           | $2.47 \times 10^6$ | $\text{kgm}^2/\text{m}$ |
| Taxa de Amortecimento ( $\zeta$ )    | 0.2                | %                       |
| Largura da Seção Transversal ( $B$ ) | 31                 | m                       |

Em seguida, as frequências naturais e as formas modais da GBEB são apresentadas nas Figuras 37-39 obtidas por Larsen (1993).

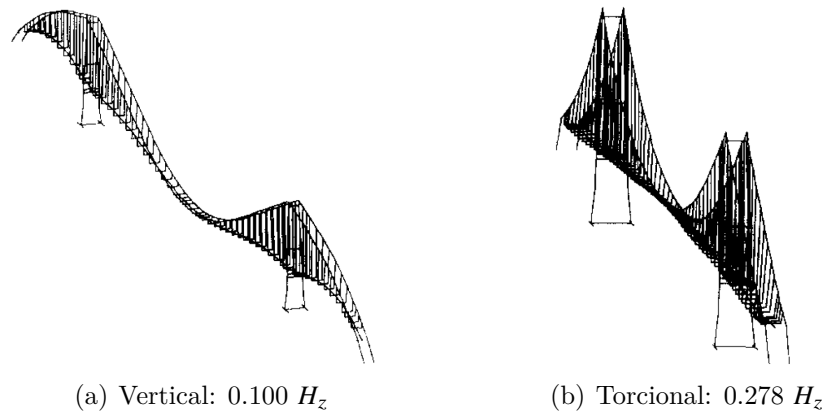


Figura 37 – Frequências Naturais - Modo 1

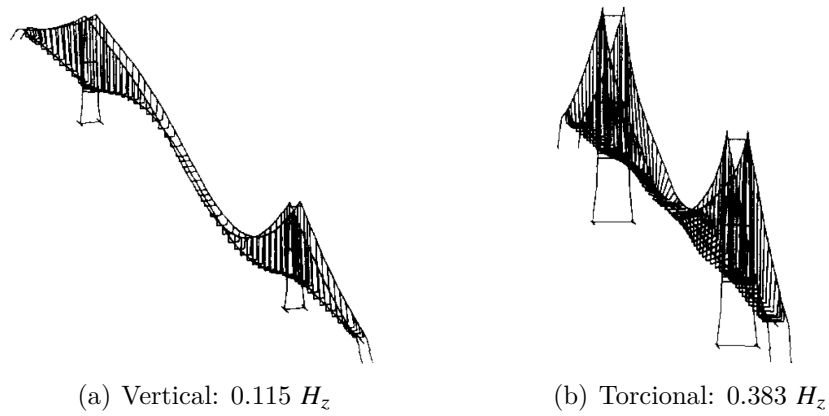


Figura 38 – Frequências Naturais - Modo 2

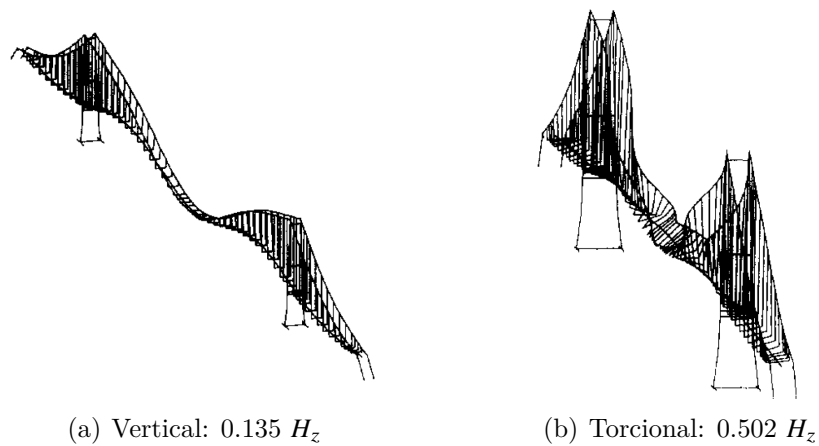


Figura 39 – Frequências Naturais - Modo 3

A velocidade crítica de *flutter* foi obtida com os conjuntos de resultados das abordagens 8COEF e EL e com os modelos de turbulência  $k-\omega$  SST e  $k-\omega$  SSTLM.

As Equações (3.63) e (3.64) são resolvidas, sucessivamente, para diferentes valores de  $K$  e suas raízes  $X$  são plotadas. O ponto de interseção entre as curvas representa a condição crítica de vibração da estrutura.

As Figuras 40 mostram as curvas  $X$  e  $1/K$ , para os resultados 8COEF e modelos  $k-\omega$  SST, Figura 40(a) e  $k-\omega$  SSTLM, Figura 40(b).



Tabela 8 – Estimativa da Velocidade Crítica de *Flutter* para a GBEB.

| Referências              | Modelagem            | Qtd. de Modos | $U_c$ (m/s) |
|--------------------------|----------------------|---------------|-------------|
| Larsen (1993) EXP        | Seção transversal 2D | -             | 70-74       |
| Larsen (1993) EXP        | Completo 3D          | -             | 70-75       |
| Larsen (1993) CFD        | Seção transversal 2D | 9             | 75          |
| Jurado et al. (2011) CFD | -                    | 2             | 89.91       |
| Jurado et al. (2011) CFD | -                    | 18            | 62.41       |
| Bakis et al. (2016) CFD  | Completo 3D          | 2             | 75          |
| Bakis et al. (2016) CFD  | Completo 3D          | 9             | 81          |
| Resultados 8COEF         |                      |               |             |
| k- $\omega$ SST          | Seção transversal 2D | 2             | 70.1        |
| k- $\omega$ SSTLM        | Seção transversal 2D | 2             | 75.4        |
| Resultados EL            |                      |               |             |
| k- $\omega$ SST          | Seção transversal 2D | 2             | 70          |
| k- $\omega$ SSTLM        | Seção transversal 2D | 2             | 69.1        |

Nota-se que os resultados da metodologia utilizada na presente pesquisa, nas duas abordagens, 8COEF e EL, correlacionam-se bem com os resultados da literatura. Em particular, a comparação com os valores fornecidos por Larsen (1993) de seus experimentos em túnel de vento para modelos seccionais (2D) e completos (3D) mostra que o modelo que está sendo investigado apresenta resultados satisfatórios. A comparação com a pesquisa de Bakis et al. (2016) também mostra que os valores obtidos nesta pesquisa são próximos ao modelo 3D de modelagem com dois modos de vibração e, de certa forma, mais conservador com relação ao modelo 3D com nove modos de vibração.

Quanto aos modelos utilizados na pesquisa, pode-se notar que a 8COEF e a EL tiveram resultados semelhantes. Existe uma boa aproximação na estimativa via EL em comparação com a 8COEF, apesar dos resultados dispersos para as derivadas do *flutter* via EL da Subseção 7.2.2. Quanto ao critério de custo computacional, a abordagem EL apresentou o menor custo.

Larsen (1993) destaca em suas pesquisas a importância do desenvolvimento de modelos e metodologias, que possam ser utilizados na fase conceitual do projeto estrutural para garantir a integridade ao longo da vida útil da estrutura. Pode-se ver, portanto, que valores de velocidade crítica de *flutter* mais conservadores são uma premissa interessante para o projeto conceitual. Além disso, comparado aos demais, o modelo empregado requer um custo efetivo de instalações e custos computacionais inferiores aos dos demais autores.

## 8 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta pesquisa apresentou uma metodologia em CFD 2D para estudos aerodinâmicos e aeroelásticos da GBEB de proporção  $B/H = 7/1$ . Simulações foram realizadas para fluxo turbulento com  $R_e 10^5$ . Para tanto, para monitorar os efeitos na camada limite, os modelos de turbulência 2D RANS k- $\omega$  SST de Menter, Kuntz e Langtry (2003) e k- $\omega$  SSTLM de Menter, Langtry e Völker (2006) foram empregados.

As análises aerodinâmicas permitiram a validação do modelo numérico e a escolha da malha para as posteriores análises aeroelásticas. O modelo aeroelástico é baseado no trabalho de Maître, Scanlan e Knio (2003) e emprega a metodologia de vibrações forçadas associadas a um modelo que lineariza as relações entre as forças aerodinâmicas e o modelo estrutural. Neste modelo aeroelástico, as parcelas de Força Aerodinâmica são representadas pelos coeficientes aeroelásticos ( $H_i^*$  e  $A_i^*$ ). Posteriormente, esses valores foram usados para estimar a velocidade crítica de *flutter* ( $U_c$ ).

A obtenção dos coeficientes, conforme mencionado anteriormente, para diferentes valores de velocidade reduzida ( $U_r$ ) foi um dos principais objetivos da pesquisa. Este trabalho destaca a avaliação de duas abordagens para obtenção dos coeficientes de *flutter*. Na primeira, 8COEF, todos os coeficientes foram obtidos a partir de simulações computacionais, com vibrações forçadas e independentes nos modos de flexão e torção. A segunda, denominada EL, emprega relações lineares para obter os coeficientes de flexão a partir dos coeficientes do modo de torção obtidos numericamente.

Em uma análise comparativa dos coeficientes, os modelos de turbulência mostraram boa consistência com os valores de referência, atestando que tanto os modelos de turbulência quanto a abordagem 2D RANS capturaram com precisão esses coeficientes. Para os dois modelos de turbulência estudados, a comparação dos coeficientes de *flutter* obtidos numericamente com os obtidos via EL e outros da literatura apresentou bons resultados. Além disso, o MMQ proposto foi eficiente para extrair as derivadas de *flutter*.

Com base nos resultados obtidos no cálculo dos coeficientes de *flutter*, foi realizada a estimativa da velocidade crítica para a GBEB. Comparando a velocidade crítica, nota-se que a linearização das EL foi considerada adequada, com resultados até próximos da metodologia 8COEF e da literatura. Por fim, para minimizar o custo computacional, justifica-se a aplicação da abordagem EL.

Esta pesquisa traz uma nova visão do uso de técnicas baseadas em CFD na obtenção de resultados numéricos e EL, pois demonstra a adequação de resultados computacionais usando uma abordagem 2D eficiente. Além disso, é também uma etapa essencial na aplicação de técnicas de otimização numérica. Portanto, uma abordagem totalmente computacional, como a relatada aqui, é necessária para a aplicação de técnicas de otimização numérica, como a redução de demandas computacionais.

## 8.1 TRABALHOS FUTUROS

Visando o entendimento de algumas questões que não puderam ser considerados no decorrer da pesquisa e a continuidade do trabalho, sugere-se:

- A realização das simulações, incluindo os acessórios da estrutura do GBEB (guarda-corpo e divisão central) sob regime turbulento com  $R_e 10^5$  empregando a abordagem 2D RANS com os modelos de turbulência  $k-\omega$  SST e  $k-\omega$  SSTLM;
- Empregar a abordagem 3D LES nas simulações da GBEB e estendê-la para modelos 3D de outros perfis de pontes aerodinâmicas. Tal abordagem requer maiores demandas computacionais.
- Para otimizar a demanda computacional na simulação do caso estático, no estudo de convergência de malha, sugere-se não utilizar somente as Funções de Parede, mas também o Método GCI (*Grid Convergence Index*) (ROACHE, 1997; ROACHE, 1998) para analisar a qualidade da malha.

## REFERÊNCIAS

- BAI, Y.; SUN, D.; LIN, J. Three dimensional numerical simulations of long-span bridge aerodynamics, using block-iterative coupling and des. *Computers & Fluids*, Elsevier, v. 39, n. 9, p. 1549–1561, 2010.
- BAKIS, K. N.; MASSARO, M.; WILLIAMS, M. S.; LIMEBEER, D. J. N. Aeroelastic control of long-span suspension bridges with controllable winglets. *Structural Control and Health Monitoring*, v. 23, n. 12, p. 1417–1441, 2016.
- COLLAR, A. R. The expanding domain of aeroelasticity. *The Aeronautical Journal*, Cambridge University Press, v. 50, n. 428, p. 613–636, 1946.
- COSTA, L. M. F. *Investigação numérica de modelos de turbulência no escoamento do vento em pontes suspensas*. Dissertação (Mestrado) — Escola Politécnica da Universidade de São Paulo (Departamento de Engenharia de Construção Civil), 2018.
- COSTA, L. M. F.; MONTIEL, J. E. S.; CORRÊA, L.; LOFRANO, F. C.; NAKAO, O. S.; KUROKAWA, F. A. Influence of standard k-, sst - and les turbulence models on the numerical assessment of a suspension bridge deck aerodynamic behavior. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, Springer Berlin Heidelberg, Berlin/Heidelberg, v. 44, n. 8, 2022. ISSN 1678-5878.
- DEARDORFF, J. W. A numerical study of three-dimensional turbulent channel flow at large reynolds numbers. *Journal of Fluid Mechanics*, Cambridge University Press, v. 41, n. 2, p. 453–480, 1970.
- DOWELL, H. *A Modern Course in Aeroelasticity: Fifth Revised and Enlarged Edition*. [S.l.]: Springer International Publishing, 2015. (Solid Mechanics and Its Applications). ISBN 9783319330686.
- FARSANI, H. Y.; VALENTINE, D. T.; ARENA, A.; LACARBONARA, W.; MARZOCCA, P. Indicial functions in the aeroelasticity of bridge decks. *Journal of fluids and structures*, Elsevier Ltd, v. 48, p. 203–215, 2014. ISSN 0889-9746.
- FERZIGER, J. H.; PERIĆ, M. *Computational Methods for Fluid Dynamics*. 2nd. ed. Berlin: Springer, 1999.
- HUANG, L.; LIAO, H.; WANG, B.; LI, Y. Numerical simulation for aerodynamic derivatives of bridge deck. *Simulation Modelling Practice and Theory*, v. 17, n. 4, p. 719–729, 2009. ISSN 1569-190X.
- ISSA, R. I.; GOSMAN, A.; WATKINS, A. The computation of compressible and incompressible recirculating flows by a non-iterative implicit scheme. *Journal of Computational Physics*, Elsevier, v. 62, n. 1, p. 66–82, 1986.
- JASAK, H. *Error Analysis and Estimation for the Finite Volume Method with Applications to Fluid Flows*. Tese (Doutorado) — Imperial College of Science, Technology and Medicine (Department of Mechanical Engineering), 1996.
- JURADO, J. A.; HERMANDEZ, S.; NIETO, F.; MOSQUERA, A. *Bridge aeroelasticity: sensitivity analysis and optimal design*. [S.l.]: WIT press, 2011. v. 10.



- KÁRMÁN, T. von. Mechanische Ähnlichkeit und turbulenz. *Math.-Phys. Klasse*, 1930.
- KHAMLAJ, T. *Analysis and Optimization of Shrouded Horizontal Axis Wind Turbines*. 192 p. Tese (Doutorado), 08 2018.
- KJELLGREN, P.; HYVÄRINEN, J. An arbitrary lagrangian-eulerian finite element method. *Computational Mechanics*, Springer, v. 21, n. 1, p. 81–90, 1998.
- KUHL, E.; HULSHOFF, S.; BORST, R. D. An arbitrary lagrangian-eulerian finite-element approach for fluid-structure interaction phenomena. *International journal for numerical methods in engineering*, Wiley Online Library, v. 57, n. 1, p. 117–142, 2003.
- KUSANO, I.; BALDOMIR, A.; JURADO, J. Ángel; HERNÁNDEZ, S. The importance of correlation among flutter derivatives for the reliability based optimum design of suspension bridges. *Engineering Structures*, Elsevier, v. 173, p. 416–428, 2018. ISSN 0141-0296.
- LANGTRY, R. *A correlation-based transition model using local variables for unstructured parallelized CFD codes*. 109 p. Dissertação (Mestrado) — Universität Stuttgart, Alemanha, 2006.
- LARSEN, A. Aerodynamic aspects of the final design of the 1624 m suspension bridge across the great belt. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, v. 48, n. 2, p. 261–285, 1993. ISSN 0167-6105.
- LARSEN, A.; WALTHER, J. H. Discrete vortex simulation of flow around five generic bridge deck sections. *Journal of wind engineering and industrial aerodynamics*, Elsevier Ltd, v. 77, n. 1-3, p. 591–602, 1998. ISSN 0167-6105.
- LAUNDER, B.; SPALDING, D. The numerical computation of turbulent flows. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, v. 3, n. 2, p. 269–289, 1974. ISSN 0045-7825.
- LEONARD, B. A stable and accurate convective modelling procedure based on quadratic upstream interpolation. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, v. 19, n. 1, p. 59–98, 1979. ISSN 0045-7825.
- MANNINI, C. Applicability of urans and des simulations of flow past rectangular cylinders and bridge sections. *Computation*, v. 3, n. 3, p. 479–508, 2015. ISSN 2079-3197.
- MATSUMOTO, M. Aerodynamic damping of prisms. *Journal of wind engineering and industrial aerodynamics*, Elsevier Ltd, v. 59, n. 2, p. 159–175, 1996. ISSN 0167-6105.
- MAÎTRE, O. L.; SCANLAN, R.; KNIO, O. Estimation of the flutter derivatives of an naca airfoil by means of navier–stokes simulation. *Journal of fluids and structures*, Elsevier Ltd, London, v. 17, n. 1, p. 1–28, 2003. ISSN 0889-9746.
- MENTER, F.; KUNTZ, M.; LANGTRY, R. Ten years of industrial experience with the sst turbulence model. *Heat and Mass Transfer*, v. 4, 01 2003.
- MENTER, F. R. Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications. *AIAA Journal*, v. 32, n. 8, p. 1598–1605, 1994.
- MENTER, F. R.; LANGTRY, R.; VÖLKER, S. Transition modelling for general purpose cfd codes. *Flow, turbulence and combustion*, Springer, v. 77, n. 1, p. 277–303, 2006.

MERKEL, A. *Modeling a Xenon Tank, its Heat Convection and In-Orbit Behavior with a 2D CFD Method*. Dissertação (Mestrado) — Institut für Strahlantriebe und Turbomaschinen (Fakultät für Maschinenwesen der Rheinisch-Westfälischen Technischen Hochschule Aachen), 2019.

MONTOYA, M. C.; NIETO, F.; HERNÁNDEZ, S.; KUSANO, I.; ÁLVAREZ, A.; JURADO, J. Cfd-based aeroelastic characterization of streamlined bridge deck cross-sections subject to shape modifications using surrogate models. *Journal of wind engineering and industrial aerodynamics*, Elsevier Ltd, v. 177, p. 405–428, 2018. ISSN 0167-6105.

MOUKALLED, F.; MANGANI, L.; DARWISH, M. Review of vector calculus. In: \_\_\_\_\_. *The Finite Volume Method in Computational Fluid Dynamics: An Advanced Introduction with OpenFOAM® and Matlab*. Cham: Springer International Publishing, 2016. p. 9–42. ISBN 978-3-319-16874-6.

NIETO, F.; OWEN, J.; HARGREAVES, D.; HERNÁNDEZ, S. Bridge deck flutter derivatives: Efficient numerical evaluation exploiting their interdependence. *Journal of wind engineering and industrial aerodynamics*, Elsevier Ltd, v. 136, p. 138–150, 2015. ISSN 0167-6105.

ORSZAG, S. A. Analytical theories of turbulence. *Journal of Fluid Mechanics*, Cambridge University Press, v. 41, n. 2, p. 363–386, 1970.

PATANKAR, S. Recent developments in computational heat transfer. 1988.

PATANKAR, S. V.; SPALDING, D. B. Heat and mass transfer in boundary layers. 2nd edition. by s. v. patankar and d. b. spalding. intertext books, 1970. 255 pp. £6. *Journal of Fluid Mechanics*, v. 50, p. 206 – 208, 1971.

PRANDTL, L. Zur turbulenten strömung in glatten röhren. *Z. Angew. Math. Mech*, v. 5, p. 136–139, 1925.

ROACHE, P. J. Quantification of uncertainty in computational fluid dynamics. *Annual Review of Fluid Mechanics*, v. 29, p. 123, 1997. ISSN 00664189.

ROACHE, P. J. Verification of codes and calculations. *AIAA journal*, v. 36, n. 5, p. 696–702, 1998.

SCANLAN, R.; JONES, N.; SINGH, L. Inter-relations among flutter derivatives. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, v. 69-71, p. 829–837, 1997. ISSN 0167-6105. Proceedings of the 3rd International Colloquium on Bluff Body Aerodynamics and Applications.

SCANLAN, R. H.; TOMKO, J. J. Airfoil and bridge deck flutter derivatives. *Journal of the engineering mechanics division*, American Society of Civil Engineers, v. 97, n. 6, p. 1717–1737, 1971.

SILVA, P. J. A.; FREIRE, E. R. C. G. Simulação computacional do escoamento em degrau por volumes finitos utilizando openfoam. *Revista de Matemática da UFOP*, Universidade Federal de Ouro Preto, v. 1, p. 131–150, 2020.

SIMIU, E.; SCANLAN, R. *Wind Effects on Structures: An Introduction to Wind Engineering*. Printed in the United States of America: A Wiley-Interscience Publication, 1978. ISBN 0-471-02175-X.

SIMIU, E.; SCANLAN, R. *Wind Effects on Structures: Fundamentals and Applications to Design*. [S.l.]: Wiley, 1996. (A Wiley-Interscience publication). ISBN 9780471121572.

SMAGORINSKY, J. General circulation experiments with the primitive equations: I. the basic experiment. *Monthly weather review*, American Meteorological Society, v. 91, n. 3, p. 99–164, 1963.

SPALDING, D. B. A novel finite difference formulation for differential expressions involving both first and second derivatives. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, v. 4, n. 4, p. 551–559, 1972.

SWEBY, P. K. High resolution schemes using flux limiters for hyperbolic conservation laws. *SIAM Journal on Numerical Analysis*, v. 21, n. 5, p. 995–1011, 1984.

TAKASHI, N.; HUGHES, T. J. An arbitrary lagrangian-eulerian finite element method for interaction of fluid and a rigid body. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, Elsevier, v. 95, n. 1, p. 115–138, 1992.

THEODORSEN, T. *General Theory of Aerodynamic Instability and The Mechanisms of Flutter*. NACA Report. [S.l.], 1934.

TUBINO, F. Relationships among aerodynamic admittance functions, flutter derivatives and static coefficients for long-span bridges. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, v. 93, n. 12, p. 929–950, 2005. ISSN 0167-6105.

VERSTEEG, H. K.; MALALASEKERA, W. *An introduction to computational fluid dynamics - the finite volume method*. [S.l.]: Addison-Wesley-Longman, 1995. I-X, 1-257 p. ISBN 978-0-582-21884-0.

WARMING, R. F.; BEAM, R. M. Upwind second-order difference schemes and applications in aerodynamic flows. *AIAA Journal*, v. 14, p. 1241–1249, 1976.

WILCOX, D. *Turbulence Modeling for CFD*. [S.l.]: DCW Industries, 2006. (Turbulence Modeling for CFD, v. 1). ISBN 9781928729082.

WILCOX, D. C. Formulation of the  $k-\omega$  turbulence model revisited. *AIAA Journal*, v. 46, n. 11, p. 2823–2838, 2008. ISSN 00011452.

WOLFSHTEIN, M. The velocity and temperature distribution in one-dimensional flow with turbulence augmentation and pressure gradient. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 12, p. 301–318, 1969.

YAKHOT, V.; THANGAM, S.; GATSKI, T. B.; ORSZAG, S. A.; SPEZIALE, C. G. *Development of turbulence models for shear flows by a double expansion technique*. Legacy CDMS: [s.n.], 1991.

ZAMIRI, G.; SABBAGH-YAZDI, S.-R. A numerical technique for determining aerodynamic derivatives of a suspension bridge deck. *Iranian Journal of Science and Technology, Transactions of Civil Engineering*, Springer, v. 45, n. 4, p. 2283–2296, 2021.

ŠARKIĆ, A.; FISCH, R.; HÖFFER, R.; BLETZINGER, K.-U. Bridge flutter derivatives based on computed, validated pressure fields. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, v. 104-106, p. 141–151, 2012. ISSN 0167-6105. 13th International Conference on Wind Engineering.